UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM
ENSINO DE FÍSICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

VALDEMIR MANOEL DA SILVA JÚNIOR

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS APLICADA AO ENSINO DO
MOMENTO ANGULAR

CAMPINA GRANDE-PB

2025

VALDEMIR MANOEL DA SILVA JÚNIOR

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS APLICADA AO ENSINO DO
MOMENTO ANGULAR**

Dissertação apresentada à Coordenação do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Física da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Linha de Pesquisa: Física no Ensino Médio

Orientador: Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos

CAMPINA GRANDE

2025

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto em versão impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que, na reprodução, figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586r Silva Júnior, Valdemir Manoel da.
A resolução de problemas aplicada ao ensino do momento angular [manuscrito] / Valdemir Manoel da Silva Júnior. - 2025.
213 f. : il. color.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2025.

"Orientação : Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos, Coordenação do Curso de Física - CCTS".

1. Resolução de Problemas. 2. Momento Angular. 3. Conservação do momento Angular. 4. Ensino em física. I. Título

21. ed. CDD 530.7

VALDEMIR MANOEL DA SILVA JÚNIOR

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS APLICADA AO ENSINO DO MOMENTO
ANGULAR

Dissertação apresentada à
Coordenação do Curso de Mestrado
Profissional em Ensino de Física da
Universidade Estadual da Paraíba,
como requisito parcial à obtenção do
título de Mestre em Ensino de Física

Linha de Pesquisa: Física no Ensino
Médio.

Aprovada em: 14/03/2025.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado eletronicamente por:

- **MARIA KAMYLLA E SILVA XAVIER** (***.785.004-**), em **15/04/2025 16:04:32** com chave **76ae38ba1a2c11f0bb2d1a7cc27eb1f9**.
- **Alexandre Campos** (***.123.588-**), em **15/04/2025 15:19:08** com chave **1f42caa61a2611f0af2e2618257239a1**.
- **José Jamilton Rodrigues dos Santos** (***.441.154-**), em **15/04/2025 15:07:53** com chave **8cd5b9361a2411f09a8306adb0a3afce**.

Documento emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QrCode ao lado ou acesse https://suap.uepb.edu.br/comum/autenticar_documento/ e informe os dados a seguir.

Tipo de Documento: Folha de Aprovação do Projeto Final

Data da Emissão: 15/04/2025

Código de Autenticação: 230a52

Dedico esta dissertação à minha mãe (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

A jornada desta dissertação foi marcada por desafios, aprendizado e pelo apoio inestimável de muitas pessoas, às quais expresso minha mais profunda gratidão.

A Deus, por me conceder forças e perseverança ao longo desse percurso.

Ao meu orientador, José Jamilton Rodrigues dos Santos, pela paciência, dedicação e por compartilhar seu conhecimento, contribuindo para minha formação acadêmica e profissional.

Aos professores do Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF) - Universidade Estadual da Paraíba, que, com suas aulas e orientações, ampliaram minha compreensão sobre o ensino de Física e me incentivaram a aprimorar minha prática docente.

Aos colegas apocalípticos, pela troca de experiências, pelo apoio mútuo e pelos momentos compartilhados que tornaram essa caminhada mais enriquecedora.

Aos meus alunos, que me desafiaram constantemente a buscar novas formas de ensinar e a tornar o aprendizado mais significativo. Vocês foram uma fonte de motivação ao longo desse processo.

À minha família e amigos, pelo suporte incondicional, pelo incentivo e pela compreensão nos momentos de dedicação intensa a esta pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a concretização deste trabalho, meu sincero agradecimento.

“Antes não se imaginava o que agora é
provado.”

William Blake

RESUMO

Esta dissertação apresenta uma investigação sobre a implementação de uma sequência de ensino sobre Momento Angular e sua conservação, utilizando uma abordagem investigativa baseada no método da Resolução de Problemas de Lápis e Papel, conforme proposto por Clement e Terrazzan (2012). O estudo foi realizado em uma escola de ensino médio rural noturna de uma cidade no interior da Paraíba com estudantes do 1^o ano do ensino médio. A sequência de ensino elaborada inclui a aplicação de atividades teóricas e práticas associadas a rubricas analíticas para avaliação, promovendo um aprendizado ativo e colaborativo. Os resultados indicaram que a abordagem investigativa favoreceu o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade analítica nos alunos, além de estimular a reflexão sobre o processo de ensino-aprendizagem. No entanto, desafios como a resistência inicial dos estudantes e a limitação de recursos disponíveis foram identificados, ressaltando a relevância de desenvolver abordagens e políticas educacionais que garantam acesso a materiais didáticos alternativos em relação aos tradicionais, como a proposta nesse trabalho. As conclusões apontam para a eficácia da Resolução de Problemas como estratégia de ensino, sugerindo que a inclusão de temas relevantes e contextualizados no currículo pode aumentar o interesse dos alunos pela Física. A pesquisa contribui para a discussão sobre a resolução de problemas no ensino de Física e propõe um modelo adaptável que pode ser aplicado em diferentes contextos educacionais, visando a formação de estudantes mais críticos e autônomos.

Palavras-chave: resolução de problemas; momento angular; conservação do momento angular.

ABSTRACT

This dissertation presents an investigation into the implementation of a teaching sequence on Angular Momentum and its conservation, employing an investigative approach based on the Pencil-and-Paper Problem Solving method, as proposed by Clement and Terrazzan (2012). The study was conducted in a rural night high school in a small town in the state of Paraíba, Brazil, with first-year high school students. The developed teaching sequence includes the application of theoretical and practical activities combined with analytical rubrics for assessment, promoting active and collaborative learning. The results indicated that the investigative approach supported the development of students' critical thinking and analytical skills, while also fostering reflection on the teaching and learning process. However, challenges such as initial student resistance and limited available resources were identified, highlighting the importance of developing educational approaches and policies that ensure access to alternative teaching materials beyond traditional textbooks, as proposed in this work. The conclusions point to the effectiveness of Problem Solving as a teaching strategy, suggesting that the inclusion of relevant and contextualized topics in the curriculum can enhance students' interest in Physics. This research contributes to the discussion on problem solving in Physics education and proposes an adaptable model that can be applied in different educational contexts, aiming to foster the development of more critical and autonomous students.

Keywords: problem solving; angular momentum; conservation of angular momentum.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação do experimento do disco giratório. Primeiro, a pessoa está girando com os braços abertos (a) e, em seguida, com os braços fechados (b).	40
Figura 2 – Definição de momento angular.	43
Figura 3 – Momento angular de partícula.	44
Figura 4 – Momento angular de partícula em relação a um ponto qualquer do eixo z.	44
Figura 5 – Momento angular de um sistema de partículas.	45
Figura 6 – Exemplo de regra da mão direita.	46
Figura 7 – Momento de inércia de alguns corpos rígidos.	46
Figura 8 – Momento de inércia de alguns corpos rígidos.	47
Figura 9 – O momento angular total da Terra, em relação ao Sol, é a soma dos vetores do momento angular orbital e do momento angular de spin.	48
Figura 10 – Ciclo de implementação da Resolução de Problemas nos Encontros.	54
Figura 11 – Recorte da Ficha de Ferramentas 01.	61
Figura 12 – Recorte da Ficha de Ferramentas 03.	61
Figura 13 – Recorte da Ficha de Ferramentas 01.	63
Figura 14 – Início do problema-exemplo disponibilizado na Ficha de Problemas 03.	63
Figura 15 – Recorte da Ficha de Instruções.	64
Figura 16 – Parte do infográfico sobre Momento de inércia apresentado aos estudantes.	67
Figura 17 – Barras cilíndricas utilizadas no Problema Experimental 1.	68
Figura 18 – Ilustração do problema experimental 2.	71
Figura 19 – Registros da aplicação - Problema experimental da cadeira giratória.	71
Figura 20 – Registros da aplicação - Problema experimental da cadeira giratória.	72
Figura 21 – Registros da aplicação - Problema experimental da cadeira giratória.	72
Figura 22 – Registros da aplicação - Problema experimental da cadeira giratória.	73
Figura 23 – Frame do gif do giro da bailarina, exemplificando a conservação do Momento Angular.	74
Figura 24 – Quadro de revisão dos assuntos vistos na sequência de ensino.	75
Figura 25 – Quadro de revisão dos assuntos vistos na sequência de ensino.	76
Figura 26 – Quadro de revisão dos assuntos vistos na sequência de ensino.	76
Figura 27 – Recorte da Ficha de Hipóteses do grupo G1 referente ao problema experimental 1.	78
Figura 28 – Recorte da Ficha de Análises do grupo G2 referente ao problema experimental 1.	78

Figura 29 – Recorte da Ficha de Hipóteses do grupo G3 referente ao problema experimental 1.	79
Figura 30 – Recorte da Ficha de Análises do grupo G4 referente ao problema experimental 2.	79
Figura 31 – Recorte da Ficha de Análises do grupo G2 referente ao problema experimental 2.	80
Figura 32 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.	81
Figura 33 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.	82
Figura 34 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.	82
Figura 35 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.	83
Figura 36 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.	83
Figura 37 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.	84
Figura 38 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.	85
Figura 39 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.	85
Figura 40 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.	86
Figura 41 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.	86
Figura 42 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.	87
Figura 43 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.	87
Figura 44 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.	87
Figura 45 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.	88
Figura 46 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.	88
Figura 47 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.	89

Figura 48 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.	89
Figura 49 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.	89
Figura 50 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.	90
Figura 51 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.	90
Figura 52 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 5.	91
Figura 53 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 5.	91
Figura 54 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 5.	91
Figura 55 – Registros de soluções do estudante A6 de problema da Avaliação Bimestral.	92
Figura 56 – Registros de soluções do estudnte A9 de problema da Avaliação Bimestral.	92
Figura 57 – Registros de soluções do estudante A11 de problema da Avaliação Bimestral.	93
Figura 58 – Questões conceituais de aplicação direta de fórmulas da Recuperação/Reposição Bimestral.	93
Figura 59 – Questões conceituais de verdadeiro ou falso da Recuperação/Reposição Bimestral.	94
Figura 60 – Gráficos de perguntas da avaliação da sequência de ensino feita pelos estudantes.	95
Figura 61 – Gráficos de perguntas da avaliação da sequência de ensino feita pelos estudantes.	96
Figura 62 – Gráficos de perguntas da avaliação da sequência de ensino feita pelos estudantes.	97
Figura 63 – Resultado do questionário sobre dificuldades encontradas pelos estudantes durante a sequência de ensino.	97
Figura 64 – Comentários e sugestões dos estudantes em relação à sequência de ensino.	98
Figura 65 – Comentários e sugestões dos estudantes em relação à sequência de ensino.	98
Figura 66 – Comentários e sugestões dos estudantes em relação à sequência de ensino.	98

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Fases e ações a serem desenvolvidas pelos professores e estudantes na metodologia de Resolução de Problemas de Polya.	27
Tabela 2 – Protocolo de avaliação utilizado para avaliar a qualidade das respostas dos estudantes a um problema aberto.	34
Tabela 3 – Rubrica utilizada para avaliação utilizada por Gatica-Lara e Uribarren-Berrueta (2013).	35
Tabela 4 – Rubrica utilizada para avaliação utilizada por Lucchese, Oliveira e Freitas (2023).	36
Tabela 5 – Algumas correspondências entre a Translação pura (direção fixa) e a Rotação Pura (eixo fixo).	43
Tabela 6 – Avaliação por rubrica implementada para avaliar o desempenho durante a aplicação da sequência de ensino proposta nessa dissertação.	59

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Sobre minha trajetória acadêmica e profissional	14
1.2	Sobre a temática	15
1.3	Estrutura da Dissertação e da Sequência de Ensino	16
2	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	18
2.1	Mapeamento Bibliográfico e Definição de Problema	18
2.2	Abordagem Investigativa e Resolução de Problemas	22
2.3	Modelos de Resolução de Problemas para o Ensino de Física	23
2.3.1	Modelo de Riva Roitman	24
2.3.2	Modelo de Wallas	24
2.3.3	Modelo de Gil Pérez e colaboradores	25
2.3.4	Modelo de Polya	25
2.3.5	Modelo de Peduzzi	28
2.3.6	Modelo de Clement-Terrazzan	30
2.4	Instrumentos de Avaliação de Problemas	34
2.5	Momento Angular e o Ensino de Física	37
3	FUNDAMENTOS DA DINÂMICA ROTACIONAL	42
3.1	Momento Angular e sua Conservação - Física Básica	42
3.1.1	Momento Angular	42
3.1.2	Conservação do Momento Angular	47
3.1.3	Outros comentários sobre Momento Angular	48
4	METODOLOGIA	49
4.1	Caracterização da pesquisa, ambiente e público-alvo	49
4.2	Percurso metodológico	50
4.3	BNCC e a Sequência de ensino	54
4.4	A Resolução de Problemas e o contexto de aplicação da Sequência de Ensino	55
4.5	Avaliação dos estudantes e da Sequência	57
5	RELATO DA APLICAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO	60
5.1	Encontro 1	60
5.2	Encontro 2	64
5.3	Encontro 3	66

5.4	Encontro 4	67
5.5	Encontro 5	69
5.6	Encontro 6	69
5.7	Encontro 7	74
5.8	Encontro 8	77
5.9	Encontro 9	77
5.10	Análise das Fichas de Hipóteses e Fichas de Análise	77
5.11	Análise das Fichas de Problemas e Avaliações	80
5.11.1	Análise das Fichas de Problemas 1	80
5.11.2	Análise das Fichas de Problemas 2	84
5.11.3	Análise das Fichas de Problemas 3	86
5.11.4	Análise das Fichas de Problemas 4	88
5.11.5	Análise das Fichas de Problemas 5	90
5.11.6	Análise das Avaliação bimestral e Recuperação/Reposição	92
5.11.7	Avaliação da sequência de ensino feita pelos estudantes	94
6	CONCLUSÃO	99
	REFERÊNCIAS	101
	APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL	106

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta uma breve exposição da minha trajetória acadêmica e profissional, bem como sobre a temática desenvolvida ao longo do trabalho. Também descreve a estrutura da dissertação e a sequência de ensino elaborada, situando o leitor no percurso formativo e metodológico adotado.

1.1 Sobre minha trajetória acadêmica e profissional

Iniciada em 2010, a licenciatura em Física pela UFPE-CAA foi concluída em 2014, conciliando a formação acadêmica com desafios pessoais e profissionais. Considero que minha formação foi muito boa, considerando as condições nem sempre favoráveis, comuns a vários licenciados em Física. Por exemplo, tive de conciliar o curso no turno noturno com trabalho durante todo curso e, nos últimos quatro semestres de curso, ainda havia um bebê muito amado para ser cuidado. Apesar de ter concluído a graduação em 2014, já atuava na educação desde 2012, como professor contratado pelo Estado de Pernambuco e em escolas particulares. A minha inserção na docência seguiu um percurso comum entre licenciados em Física, envolvendo inicialmente o ensino de disciplinas afins, como Química e Matemática, até a consolidação da atuação exclusiva na área, em 2013.

Minha trajetória na Educação Básica foi interrompida em 2014, quando ingressei em um mestrado acadêmico em Engenharia Elétrica, na cidade de Recife-PE. O vínculo com o programa exigia dedicação exclusiva para recebimento de bolsa, o que me afastou temporariamente da docência. Após a conclusão do mestrado, segui diretamente para o doutorado, permanecendo sem atividades docentes até o início de 2020, quando inciei como professor efetivo da rede estadual da Paraíba.

Desde 2020, em um contexto desafiador marcado pela pandemia, minha atuação docente foi intensa e diversificada, abrangendo as cidades de Alagoa Nova, Soledade, Cubati e Pedra Lavrada, onde permaneço até o presente e onde foi aplicado o produto educacional desenvolvido nesta dissertação. As mudanças de lotação ocorreram por meio de remoções, visando residir na mesma cidade em que meu filho mora.

Embora minha formação acadêmica tenha sido voltada para a Engenharia Elétrica, tanto no mestrado quanto no doutorado (com a graduação realizada na modalidade EAD), percebi a necessidade de aprofundar meus conhecimentos no ensino de Física, uma vez que era nessa área que eu atuava profissionalmente e desejava progredir. Assim, em 2021, decidi me inscrever no processo seletivo do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), ofertado pelo polo de Campina Grande, o polo mais próximo de casa. No entanto, poucos dias antes da segunda fase da seleção, minha mãe faleceu, o que me impediu de concluir o processo e ingressar na turma de 2022. No ano seguinte, participei novamente da seleção e fui aprovado para a turma de 2023.

Inicialmente, a proposta para o produto educacional estava centrada na modelagem de gases reais. Entretanto, com base nas características do público-alvo e nas experiências adquiridas durante o Workshop realizado em 2023, percebi a necessidade de reformular a abordagem. Assim, a proposta evoluiu para a implementação da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), aplicada à Astronomia, com ênfase no problema do afastamento do sistema Terra-Lua, fundamentado na conservação do momento angular. Essa abordagem permaneceu até a qualificação, momento em que ficou evidente a inviabilidade da proposta no meu contexto específico, tanto em termos de tempo quanto de aprofundamento conceitual. A fim de garantir uma experiência viável para a aplicação e avaliação da sequência de ensino, o projeto foi reformulado após a qualificação, substituindo a metodologia de ABP pela abordagem de Resolução de Problemas, resultando no trabalho apresentado nesta dissertação.

Ao longo do planejamento e execução do projeto, bem como na construção deste documento e do produto educacional associado, tornou-se evidente a necessidade de repensar as práticas docentes. O processo me levou a buscar aprimoramento e atualização nas estratégias de ensino, sempre com o objetivo de proporcionar um aprendizado mais significativo para os estudantes. Além disso, permitiu-me uma reflexão sobre minha própria trajetória, evidenciando momentos em que minha prática permaneceu inalterada ao longo do tempo. Assim, a experiência proporcionada pelo MNPEF-Campina Grande e as atividades desenvolvidas para a realização desta dissertação tiveram um impacto fundamental na minha formação docente e na minha atuação profissional.

1.2 Sobre a temática

A capacidade de resolver problemas é uma competência essencial a ser desenvolvida pelo estudante no processo , ocupando um lugar de destaque nos sistemas educacionais paraibano (Paraíba, 2023) e brasileiro (Brasil, 2018). Essa habilidade é especialmente relevante em disciplinas das ciências da natureza, como a Física, em que, juntamente com o ensino de laboratório e a aprendizagem de conceitos físicos, a resolução de problemas é uma das problemáticas mais recorrentes no ensino de Física (Ribeiro; Passos; Salgado, 2020).

Situações que exigem resolução de problemas se fazem presente na rotina do cidadão comum, não apenas no trabalho de cientistas e em exercícios escolares dos estudantes, sejam elas qualitativas ou quantitativas (Peduzzi, 1997a). No entanto, ao observar a prática comum dos docentes, materiais didáticos e currículos vigentes para o ensino de Física, é possível observar um significativo distanciamento entre o que é ensinado em sala e a realidade cotidiana do aluno (Clement; TERRAZZAN; NASCIMENTO, 2003), bem como entre as práticas inovadoras propostas para o ensino de Ciências e as ações efetivamente realizadas no nível médio (Nardi; da Silva; Gatti, 2016).

Diante desse cenário, torna-se relevante adotar abordagens que promovam um ensino

mais contextualizado, evitando exercícios repetitivos que priorizam algoritmos matemáticos em detrimento da compreensão de conceitos, teorias, modelos e fenômenos (Clement; Terrazzan, 2012). Uma abordagem problematizadora, ao contrário do modelo tradicional, desafia os estudantes e estimula o desenvolvimento de autonomia e habilidades aplicáveis em diversas situações. Esse método requer reflexão e tomada de decisão, mesmo em problemas teóricos, de lápis e papel.

Além disso, o uso de tecnologias digitais é frequentemente exigido dos professores. Porém, em contextos escolares específicos, como o da escola de ensino médio noturno na zona rural de Pedra Lavrada, Paraíba, o acesso a dispositivos tecnológicos é limitado. Os estudantes, majoritariamente trabalhadores rurais, possuem pouco tempo disponível para atividades acadêmicas fora da escola, o que contrasta com a realidade de escolas urbanas e integrais. Práticas pedagógicas que independam de tecnologias digitais podem ser mais adequadas a esse contexto, especialmente se permitirem o uso de analogias e práticas experimentais simples.

O tema Momento Angular surge como uma escolha pertinente, por ser central na Física e possuir aplicações práticas, desde o movimento dos corpos celestes até o funcionamento de máquinas cotidianas. Contudo, sua abstração e complexidade tornam seu ensino desafiador. Essa escolha também promove habilidades aplicáveis no cotidiano e no trabalho rural, frequentemente associado à manipulação de máquinas e ferramentas que operam com princípios relacionados ao Momento Angular. Por isso, este trabalho propõe uma sequência de ensino que aborda o Momento Angular e sua conservação por meio de uma perspectiva investigativa baseada na Resolução de Problemas, facilitando a compreensão e aplicação prática pelos estudantes, além de conter o relato e a análise da aplicação da sequência de ensino em escola da zona rural do interior da Paraíba.

1.3 Estrutura da Dissertação e da Sequência de Ensino

Esta dissertação é composta por seis capítulos conforme a descrição a seguir: capítulo 1, com uma introdução ao tema, ao contexto de aplicação e aos objetivos do trabalho; capítulo 2, com uma revisão de literatura que apresenta e discute o conceito de problema, o método da Resolução de Problemas e sua presença no Ensino de Física na literatura; capítulo 3, com uma revisão dos fundamentos teóricos da Física abordados na sequência de ensino; capítulo 4, com uma descrição do percurso metodológico e da sequência de ensino desenvolvida; capítulo 5, com relato de aplicação e análises sobre a aplicação da sequência de ensino; e capítulo 6, sintetizando os resultados e discussões finais.

A sequência de ensino proposta é composta de nove encontros, aplicáveis ao longo de um bimestre letivo, com a seguinte estrutura:

1. Encontro 1: Introdução e revisão de conceitos: movimentos circulares (velocidade angular, período e frequência).

2. Encontro 2: Revisão e introdução ao Momento Angular de partículas.
3. Encontro 3: Estudo teórico e resolução de problemas de lápis e papel sobre Momento de Inércia.
4. Encontro 4: Primeiro problema experimental: conceito de momento de inércia em corpos rígidos.
5. Encontro 5: Estudo e aplicação do Momento Angular e sua conservação.
6. Encontro 6: Segundo problema experimental: demonstração qualitativa da conservação do momento angular.
7. Encontro 7: Revisão para a avaliação bimestral, através da Resolução de Problemas.
8. Encontro 8: Avaliação bimestral.
9. Encontro 9: Recuperação bimestral.

A avaliação inclui Fichas de Problemas acerca dos temas trabalhados, como também Fichas de Hipótese e Fichas de Análise, sobre os problemas experimentais, além da avaliação bimestral (e recuperação bimestral), proporcionando tanto diagnósticos processuais quanto somativos. Para isso, os objetivos específicos incluem:

1. Revisar a literatura sobre metodologias que utilizam a Resolução de Problemas em Física.
2. Desenvolver e aplicar uma sequência de ensino sobre o Momento Angular e sua conservação.
3. Avaliar o impacto da sequência de ensino na compreensão do conceito pelos estudantes.

Este trabalho visa produzir, implementar e relatar uma sequência de ensino sobre o Momento Angular e sua conservação, usando uma abordagem investigativa baseada no método da Resolução de Problemas de Lápis e Papel proposto por Clement e Terrazzan (2012), adaptado ao contexto da educação rural em uma escola de ensino médio noturno na Paraíba. Espera-se que o produto educacional proposto promova possibilidades de inserir esse conceito no cotidiano escolar dos estudantes de uma forma geral, contribuindo para uma formação de qualidade, que responda às necessidades e realidade local dos estudantes.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O Capítulo 2 contém uma revisão de literatura abordando aspectos teóricos da definição de problema, da abordagem investigativa e da Resolução de Problemas, além de um levantamento bibliográfico da presença do conceito de Momento Angular em artigos, dissertações e teses nacionais de ensino de Física.

2.1 Mapeamento Bibliográfico e Definição de Problema

Quando se depara com uma situação nova que exige uma reflexão anterior a uma tomada de decisão e esta decisão não se baseia em seguir um determinado protocolo imediato ou automático de ações, pode-se dizer que esta pessoa está diante de um problema. Seja uma circunstância rotineira ou uma mais complexa, possuir a habilidade de resolver problemas é um diferencial positivo, ainda mais em um mundo competitivo que exige soluções cada vez mais rápidas e precisas, como nos tempos atuais.

Em linhas gerais, um problema emerge quando se percebe que há uma lacuna existente entre a situação que não se sabe como solucionar e o querer solucionar (Biembengut, 2014). Nesse sentido, desenvolver a habilidade de resolução de problemas é, especialmente na Física, uma das mais relevantes ferramentas didáticas, ganhando considerável espaço na carga horária (Clement; Terrazzan, 2012), sendo considerada, inclusive, uma maneira de familiarizar os estudantes com a cultura da ciência (Rosa; Meneses, 2018).

Apesar de relevante para operacionalizar conceitos, técnicas, regras ou leis, o termo problema é erroneamente utilizado para descrever um exercício de aplicação da teoria, em que a resposta é obtida seguindo uma rotina automatizada, não exigindo nenhuma nova habilidade (Peduzzi, 1997b). Os exercícios, por outro lado, são recursos didáticos com o objetivo de consolidar habilidades instrumentais básicas ou proporcionar revisão de conceitos trabalhados (Batista, 2019).

Analisando livros e materiais didáticos de Física no ensino médio, é perceptível que a maior parte das atividades propostas aos estudantes se resume a aplicações diretas de fórmulas, gerando um distanciamento entre o conteúdo visto em sala de aula e a realidade cotidiana do estudante. Esse distanciamento se dá devido ao enfoque excessivamente matemático e formalista que é dado à Física, omitindo aspectos históricos, conceituais e sociais que influenciaram o desenvolvimento da própria ciência (Clement; Terrazzan; Nascimento, 2003). O senso comum de que saber Física é decorar e aplicar fórmulas é reforçado entre estudantes, tornando o que lhes é ensinado algo sem relevância.

Romper com o ensino tradicional baseado em exercícios e utilizar adequadamente problemas em sala de aula pode trazer uma nova perspectiva ao ensino e à aprendizagem em Física, pois exige criatividade e domínio sobre o assunto questionado, já que cada solucionador utiliza seu repertório de experiências, conhecimentos e interpretações para

resolver um mesmo problema (Pereira, 2020).

Apesar de não ser tão simples distinguir problema de exercício, já que para uma determinada pessoa uma situação proposta pode se constituir um problema, enquanto que para outra (ou até mesmo a a mesma pessoa em um momento posterior), a mesma situação pode ser encarada como um mero exercício (Clement; Terrazzan, 2012), é importante ter definir bem o que é um problema e qual o papel deste no processo de ensino-aprendizagem, de modo que seja devidamente explorado, ainda que, em última análise, isso dependerá de cada estudante (conhecimentos, experiência e atitude).

Muito por isso a Resolução de Problemas tem sido investigada há mais de cinquenta anos, vide Fávero e Sousa (2001), que contém uma revisão bibliográfica sobre a pesquisa em Resolução de Problemas de Física, compreendendo 72 artigos num recorte de 20 anos entre o final da décadas de 70 e 90.

Dentre as publicações analisadas em (Fávero; Sousa, 2001), estão publicações que envolvem diversos níveis de escolaridade (médio e universitário) apoiados de vários aportes teóricos, como os de V de D. Bob Gowin, Ausubel, Robert Gagné, James Garret, Lev Vigotsky, Graham Wallas, George Polya, Kramers-Pals e Pilot, Gil Pérez, dentre outros. Nessa revisão, são observados, além do aporte teórico, o conteúdo trabalhado, a questão investigada, a metodologia e os resultados obtidos na aplicação da Resolução de Problemas. O Brasil é representado em (Fávero; Sousa, 2001) majoritariamente através das publicações de Luiz Orlando de Quadro Peduzzi e de Marco Antonio Moreira e colaboradores.

Em 2017, quase 20 anos depois, uma nova revisão de literatura foi feita, desta vez analisando o panorama da produção acadêmica sobre Resolução de Problemas abertos no Ensino de Física, resultando em 47 artigos, todos publicados em periódicos de alto qualis (Oliveira; Araújo; Veit, 2017). Devido ao conceito de problema não ser um consenso na literatura, nessa revisão, há a diferenciação entre problemas abertos e fechados, em que o problema fechado consiste em um problema que contém todas as informações disponíveis e basta o estudante saber qual(is) fórmula(s) aplicar para obter a resposta final, se assemelhando ao que outros autores definem como exercício. Já o problema aberto é o termo utilizado para problemas que apresentam as seguintes características (Oliveira; Araújo; Veit, 2017):

- indefinição de um ou mais elementos do problema
- diferentes soluções e caminhos de solução
- incerteza sobre os conceitos e regras para solução
- necessidade de conhecimento de domínio e conhecimento procedimental

- exige que o estudante faça julgamentos sobre o problema, muitas vezes expressando opiniões ou crenças pessoais sobre a interpretação do problema

Para exemplificar, o artigo apresenta um exemplo de problema fechado e um de problema aberto, sendo eles:

- Problema fechado: “Dois carrinhos de brinquedo, de tamanhos desprezíveis, percorrem uma mesma pista retilínea, em sentidos iguais. O carrinho A, que vai ‘a frente, tem velocidade escalar 10 m/s, e o carrinho B, 12 m/s. Em determinado instante dispara-se um cronômetro e mede-se a distância entre eles: 22 m. Qual o instante que B alcançará A?”
- Problema aberto: “Estime a energia cinética dissipada na colisão frontal de dois automóveis populares que se deslocavam em sentidos contrários na máxima velocidade permitida em autoestradas brasileiras. Se toda energia dissipada na colisão pudesse ser utilizada para manter acesa uma lâmpada comum de 100 W, por quanto tempo ela permaneceria ligada?”.

A partir dos exemplos, verifica-se que o problema aberto é aquele em que o estudante tenha abertura para refletir, testar hipóteses e verificar a viabilidade da solução.

Neste mesmo artigo de revisão (Oliveira; Araújo; Veit, 2017), também estão presentes diversos aportes teóricos, bem como há uma categorização das publicações, separando-as em trabalhos de pesquisa, propostas com aplicação e apresentação de propostas, cada categoria com subcategorias e suas características. Quando avalia-se o conteúdo trabalhado, assim como em (Fávero; Sousa, 2001), a Dinâmica/Mecânica segue sendo maioria como conteúdo dos problemas propostos, compondo 60% dos trabalhos.

Apesar de relevante, a quantidade de publicações discutindo Resolução de Problemas ainda é restrita (Oliveira; Araújo; Veit, 2017), sobretudo quando se leva em consideração as necessidades do mundo atual, os objetivos contidos nos documentos oficiais de referência da educação (Paraíba, 2023; Brasil, 2018) e a diminuição comparativa entre as décadas de 80 e 90 do século passado e as duas primeiras décadas deste século. Outras questões são discutidas em (Oliveira; Araújo; Veit, 2017), como a predominância da Dinâmica como conteúdo-alvo das publicações relacionadas à Resolução de Problemas, como a existência de um equilíbrio entre artigos com ênfase em aprendizagem colaborativa e artigos com enfoque na habilidade de resolução de problemas. Esse domínio da Dinâmica é até certo ponto esperado, uma vez que normalmente é o primeiro assunto a ser estudado em Física. Ainda assim, as propostas envolvendo o conceito de momento angular são bastante limitadas, como é discutido mais adiante.

Outros dois dados acerca da revisão bibliográfica realizada por Oliveira, Araújo e Veit (2017) se destacam: a utilização de pequenos grupos, aliada a Resolução de Problemas

de Lápis e Papel, como duas das ferramentas de ensino da maioria das publicações e a análise textual das respostas dos estudantes como instrumento de avaliação, indicando que estas são elementos de interesse para a utilização da Resolução de Problemas. Outras ferramentas de ensino e instrumento de avaliação são propostas, mas aparecem em menor quantidade.

É oportuno destacar a utilização do exercício (problema fechado) não deve ser descartada, pois é através dele que o estudante desenvolve e consolida habilidades (Peduzzi, 1988). Assim, aplicar a Resolução de Problemas não significa apenas aplicar problemas abertos, ficando a cargo do professor realçar a importância dos exercícios, tanto do ponto de vista cognitivo, quanto emocional (Peduzzi, 1988).

Para Dewey apud Peduzzi (1997a), cinco aspectos devem ser considerados para a resolução de problemas:

- um estado de dúvida, perplexidade cognitiva, frustração ou consciência da dificuldade;
- uma tentativa para identificar o problema, para compreender o que se procura, isto é, o objetivo a ser alcançado;
- relacionamento da situação-problema à estrutura cognitiva do solucionador, ativando ideias de fundo relevante e soluções de problema previamente alcançadas, que geram proposições de solução ou hipóteses;
- comprovação sucessiva das hipóteses e reformulação do problema, se necessário;
- incorporação da solução bem sucedida à estrutura cognitiva e sua posterior aplicação ao problema em questão e a outros espécimes do mesmo problema.

Além das revisões extensas realizadas em (Peduzzi, 1997a) e em (Oliveira; Araújo; Veit, 2017), uma outra revisão de literatura foi feita por Pereira (2020), em que foram selecionados dezesseis trabalhos, cinco teses e onze dissertações, publicadas entre 2005 e 2016. Independente das fundamentações utilizadas, a resolução de problemas abertos e fechados foi vista como um meio para promover a criatividade, a participação ativa e o desenvolvimento da linguagem e pensamento científico (Pereira, 2020). Adicionalmente, para o Ensino de Física (e Matemática), a Resolução de Problemas foi apontada como sendo uma estratégia que consegue equilibrar o aspecto qualitativo e o aspecto quantitativo (Pereira, 2020). Isso porque, ao resolver problemas, o estudante recebe justificativas para a estrutura matemática utilizada na Física (Karam; Pietrocola, 2009).

Indicada como um dos pontos que trazem mais dificuldade ao aprendizado de Física, a Matemática se apresentaria em três aspectos: fundamental, língua e estrutura lógico-dedutiva (Karam; Pietrocola, 2009), sendo essencial para o bom aprendizado em Física.

Para a maioria dos autores analisados por Pereira (2020), aprender Física apenas por memorização e reprodução de equações acaba se tornando um conhecimento sem sentido para o estudante, do mesmo modo que aprender Matemática sem uma devida aplicação de contexto do mundo real pode trazer desmotivação ao estudante. Assim, a utilização da Resolução de Problemas é útil para combater essas dificuldades, uma vez que, quanto mais próxima da realidade, mais os estudantes demonstram criatividade, motivação e participação ativa (Domingos, 2016).

Durante as leituras, foram identificadas dificuldades inerentes ao contexto escolar nacional, sendo elas: a falta de carga horária semanal, um caráter individualista no modo de ensinar, com falta de diálogo entre estudante e professor, a falta de intervenções didáticas em que os estudantes sejam sujeitos participativos do ensino e da aprendizagem, e a presença de problemas que são meros exercícios nos livros didáticos (Pereira, 2020). Nesse sentido, a análise feita por Pereira (2020) indica que há um consenso entre os autores sobre os ganhos em utilizar essa metodologia como estratégia de ensino, desde que utilizando problemas que possuem relação direta com o cotidiano do estudante.

Considerando as definições e levantamentos descritos acima, é relevante verificar como a Resolução de Problemas é estruturada; destacada como uma metodologia de ensino para proporcionar ao estudante situações em que ele adquira ferramentas que possam ser utilizadas em momentos posteriores para problemas da mesma ordem conceitual. É nesse sentido que é construída a sequência de ensino do produto educacional: a partir da resolução de problemas introdutórios, o conhecimento adquirido pelo estudante na resolução de um problema menor será utilizado como ferramenta para a solução de um problema maior.

2.2 Abordagem Investigativa e Resolução de Problemas

O ensino de Física enfrenta o desafio de tornar conteúdos abstratos mais significativos para os estudantes. Uma abordagem investigativa, baseada na resolução de problemas, tem se mostrado eficaz ao estimular habilidades como pensamento crítico, autonomia e aplicação prática de conceitos (Carvalho, 2013; Abreu, 2008). Segundo Suart (2008), uma abordagem investigativa é aquela nas quais os alunos não são meros espectadores e receptores de conceitos, teorias e soluções prontas, participando do processo de resolução do problema.

Além disso, a investigação científica no ensino de Física alinha-se aos objetivos de alfabetização científica (Chassot, 2003), promovendo a compreensão crítica dos fenômenos naturais e da aplicação da ciência no cotidiano. Estudos como o de Carvalho (2018) evidenciam que práticas investigativas incentivam o pensamento autônomo e criativo, fortalecendo o papel dos estudantes como protagonistas no processo de aprendizagem. Sasseron (2018) identifica cinco elementos-chave no ensino por investigação:

- Papel intelectual ativo dos estudantes;
- Aprendizagem que transcende conteúdos conceituais;
- Relação entre práticas cotidianas e escolares;
- Mudança social como objetivo da aprendizagem;
- Autonomia na busca e na interpretação de informações.

Nesse sentido, atividades com caráter investigativo podem possuir diversas formas, sendo algumas delas a atividade de lápis e papel - resolução de problemas, a atividade com uso de experimento ou a atividade com uso de texto de divulgação científica, não se restringindo a atividades práticas ou experimentais (Clement; Terrazzan, 2012; Oliveira et al., 2020). Além disso, outras atividades investigativas são possíveis, tais como atividades teóricas, atividades com bancos de dados e atividades de simulação (Clement; Terrazzan, 2012).

Esta dissertação está focada na resolução de problemas, sendo relevante o entendimento de como funciona a resolução de problemas aplicadas ao ensino de Física

2.3 Modelos de Resolução de Problemas para o Ensino de Física

A Resolução de Problemas baseia-se na apresentação e resolução de problemas reais ou fictícios que exige uma atitude ativa e um esforço para encontrar respostas adequadas ao contexto dos problemas a serem resolvidos Silva, Sá e Batinga (2019). Diversos modelos de como aplicar a Resolução de Problemas podem ser encontrados na literatura, como os de Polya (1995), Wallas (1926), Peduzzi (1997), Gil Pérez e Martinez Torregrossa (1987) Gil Pérez et al (1992), Reif (1976), dentre outros. No entanto, uma característica presente em todos os modelos é a estruturação em etapas (Clement; TERRAZZAN; NASCIMENTO, 2003; Clement; Terrazzan, 2012).

O método da Resolução de Problemas consiste no planejamento para encontrar soluções satisfatórias em relação a uma dificuldade, podendo ser aplicado em todos os graus de escolaridade (Clement; Terrazzan, 2012), tanto no nível superior quanto no nível médio, como mostram as revisões de literatura presentes em (Oliveira; Araújo; Veit, 2017) e (Clement; TERRAZZAN; NASCIMENTO, 2003).

Durante os estudos para a elaboração desta Dissertação, alguns modelos foram estudados para a escolha que melhor se adequasse à realidade do contexto de aplicação da sequência de ensino. Estes modelos são descritos abaixo, para demonstrar o consenso entre os autores quanto à importância das etapas para o processo de resolução como um todo.

2.3.1 Modelo de Riva Roitman

Para Riva Roitman (1979), que considera o método da Resolução de Problemas como um ataque planejado em resposta a um desafio, as etapas da resolução de problemas são as seguintes:

1. reconhecimento e delimitação do problema;
2. formulação de hipótese;
3. verificação (testagem) da hipótese;
4. conclusão.

Para Roitman, o processo de resolução propriamente dito varia de acordo com o indivíduo e a natureza do problema, de modo que as fases do método não precisam ser seguidas rigidamente (Roitman, 1979). Desse modo, o ponto de partida deve ser um desafio para o estudante, que deve identificar o problema, propõe e verifica hipóteses e resolve o problema, generalizando um pré-julgamento.

Roitman (1979) destaca que um problema percebido pelo professor pode não ser de interesse para o estudante, de modo que, pra envolver o estudante, perguntas do tipo “por quê?” podem ser utilizadas para criar um estado de tensão psicológico motivador.

2.3.2 Modelo de Wallas

Já para Graham Wallas (1926), as etapas na solução de problemas (pensamento criativo) são:

1. preparação;
2. incubação;
3. iluminação;
4. verificação.

Segundo Wallas, a preparação é um estágio preparatório em que o indivíduo criador acumula as ferramentas técnicas e conceituais que utilizará para solucionar o problema, indagando, explorando e aceitando sugestões que permitam que haja uma imersão nas possibilidades da problemática a ser desenvolvida (Wallas, 1926). No contexto escolar, espera-se que essa preparação aconteça em sala de aula, em que os conceitos físicos e equações são as ferramentas das quais o estudante utilizará para solucionar o problema enfrentado.

2.3.3 Modelo de Gil Pérez e colaboradores

Pérez et al. (1992) defendem que o uso excessivo de problemas (exercícios) descontextualizados acaba reforçando erros conceituais e metodológicos ao invés de serem uma ocasião privilegiada para construir e aprofundar conhecimentos, de modo que se tenha uma atitude realmente de investigadores perante o problema.

São questionados por Pérez et al. (1992) os enunciados, que tradicionalmente impedem um tratamento científico, servindo apenas de operativismo para o estudante, sendo necessário repensar os enunciados e as práticas, de modo que se tenha um problema (aberto) suficientemente desafiador para propiciar uma melhor aprendizagem.

Como orientação, Pérez et al. (1992) propõem etapas para tratar a resolução de problemas como investigação baseada no modelo proposto por Pérez e Torregrosa (1983):

- considerar qual pode ser o interesse da situação problemática abordada;
- análise qualitativa do problema;
- emissão de hipóteses;
- elaboração de estratégia(s) de resolução;
- aplicação da(s) estratégia(s) de resolução;
- análise do(s) resultado(s);
- elaboração de síntese explicativa do processo de resolução praticado e sinalização de novas situações-problema.

A primeira etapa favorece a existência de uma atitude mais positiva em relação à tarefa a ser realizada; a segunda etapa é onde o estudante precisa imaginar a situação física e tomar decisões sobre como abordar o problema; é na terceira etapa que orienta-se e dá-se um foco à resolução, indicando parâmetros e sua utilidade; a quarta e quinta etapas são equivalentes aos delineamentos experimentais realizados em investigações que incluem contrastação experimental, sendo necessário encará-las como uma tarefa aberta; na sexta etapa ocorre uma verdadeira investigação, em que os resultados podem ser origem de novos problemas, aspecto essencial na abordagem de um verdadeiro problema; é na última etapa que se faz a reflexão global sobre o trabalho realizado, convertendo as experiências em um produto de interesse para a comunidade (grupo).

2.3.4 Modelo de Polya

Proposto por Polya (1945), inicialmente para problemas matemáticos, é outro modelo de resolução de problemas estruturados numa sequência de etapas frequente na literatura da Resolução de Problemas em Física, composta por quatro fases (Gomes; Stahl, 2020).

Apesar de antigo, a importância do modelo de Polya é grande, como defende Allevato e Onuchic (2009) apud (Karam; Pietrocola, 2009), quando afirmam que “o professor que ensina sobre resolução de problemas procura ressaltar o modelo de Polya ou alguma variação dele”. Esse modelo é composto por quatro fases/etapas, que são apresentadas na Tabela 1, juntamente objetivos e ações de cada fase para o professor e para o aluno.

Durante a aplicação do método, o professor pode ajudar os estudantes através de questionamentos, feitos de forma pensada em cada etapa, incentivando a criatividade e o diálogo. Nesse sentido, Carvalho, Pires e Gomes (2005) propõem algumas considerações e questões que o professor poderá apresentar em cada etapa (Carvalho; Pires; Gomes, 2005):

- Compreender o problema:
 - O que se pede no problema?
 - Quais são os dados e as condições do problema?
 - É possível fazer uma Figura, um esquema ou um diagrama?
 - É possível estimar a resposta?
- Elaborar um plano
 - Qual é o plano para resolver o problema?
 - Que estratégia você tentará?
 - Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este?
 - Tente organizar os dados em tabelas e gráficos.
 - Tente resolver o problema por partes.
- Executar o plano
 - Execute o plano elaborado, verificando-o passo a passo.
 - Efetue todos os cálculos indicados no plano.
 - Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.
- Fazer o retrospecto ou verificação
 - Examine se a solução obtida está correta.
 - Existe outra maneira de resolver o problema proposto?
 - É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

Tabela 1 – Fases e ações a serem desenvolvidas pelos professores e estudantes na metodologia de Resolução de Problemas de Polya.

Fases	Ações do professor	Ações do aluno	Objetivo da fase
Compreensão do problema	Apresentar o problema; Despertar o interesse do aluno;	Entender o problema Identificar as; incógnitas, os dados, a condicionante;	Promover o entendimento e o engajamento do aluno
Elaboração de um plano	Propiciar, discretamente, ideias as alunos para produção de um plano; Indagar e sugerir para provocar ideias	Encontrar a conexão entre os dados e a incógnita; Raciocinar de forma lógica e objetiva; Elaborar um plano de resolução do problema	Estimular o raciocínio lógico do aluno; Despertar conhecimentos anteriores e correlatos ao problema.
Execução do plano	Auxiliar os alunos na execução do plano; Garantir que eles sigam e verifiquem os passos anteriormente propostos.	Executar o plano previamente estabelecido; Verificar se cada passo seguido está correto.	Aplicar os conceitos matemáticos/físicos, efetuar os cálculos.
Retrospecto do problema	Verificar, junto com os alunos, todo o problema, o plano e os passos seguidos para resolução e os resultados.	Examinar a solução obtida; Verificar com o professor desde o problema proposto até resolução completa.	Consolidar o conhecimento e aperfeiçoar a capacidade de resolução de problemas.

Fonte: adaptada de (Gomes; Stahl, 2020).

Apesar desses questionamentos serem válidos, é importante que o professor tenha atenção para equilibrar os esforços, de modo que sua ação em busca de ensinar “como pensar” não se torne ensinar “o que pensar” ou “o que fazer” (Roitman, 1979). Essa atenção deve estar presente no momento de moldar o problema para o estudante, pois se o problema for extenso ou que exija um nível de compreensão que o estudante não possua ainda, a tendência é que ele não consiga resolver sozinho ou necessite de um tempo maior que o disponível pelo professor, fazendo com que o professor, no intuito de ajudar, acabe “fazendo pelo aluno” em alguns momentos.

Um outro problema que normalmente acaba existindo quando se tem pouco tempo disponível é a simplificação do problema, propondo apenas exercícios ao estudante, que normalmente se restringem a obtenção e processamento dos dados, não havendo espaço para identificação do problema, formulação de hipóteses, construção de um modelo e interpretação dos resultados obtidos.

2.3.5 Modelo de Peduzzi

Levando em consideração que questões como ansiedade, expectativas, intuição, sucesso, frustrações e outras variáveis se fazem presentes em qualquer tarefa de resolução de problemas, o modelo de Peduzzi (1997a) traz a figura do perito/expert como exemplo de eficiência para a resolução de problemas num determinado domínio do conhecimento, enquanto que o professor é denominado de especialista. Essas denominações surgem do argumento que defende que não é necessário o estudante dominar inteiramente a teoria para começar a resolver exercícios, de modo que também se aprende a teoria resolvendo problemas (Peduzzi, 1997a). Um exemplo que sustenta essa argumentação, segundo Peduzzi (1997a), é o do próprio laboratório das Ciências Naturais, em que o pesquisador possui um criterioso delineamento experimental sem necessariamente possuir total domínio da teoria, a princípio.

Concentrando as discussões na resolução de problemas de lápis e papel, Peduzzi (1997a) defende que o método de resolução do professor ou de um estudante que se destacam deveria ser considerado como um modelo a ser seguido pelo estudante aprendiz. Na experiência em sala de aula, pode-se dizer que isso existe na medida em que o professor, utilizando-se apenas exercícios, reduz os problemas a exercícios que possuem um único modo de solução com aplicação direta de fórmulas, impedindo que haja caminhos múltiplos para chegar à resposta desejada. Assim, Peduzzi (1997a) discute o paradoxo envolvendo o fato de que professores não consideram problemas como algo que mereça uma reflexão mais específica, enquanto julgam a habilidade de resolver problemas condição necessária e suficiente para aprovação do aluno, a partir de listas extensas e avaliações que funcionam basicamente na reprodução desses problemas.

Buscando reduzir o exposto acima, Peduzzi (1997a) propõe que o solucionador de destaque tenha papel de compartilhar em voz alta o processo de obtenção da solução enquanto resolve o problema, como algo positivo, principalmente quando há uma turma que é composta por estudantes com diferentes graus de sucesso em relação às mesmas, que é o natural em uma escola pública, ainda mais do campo, em nosso caso, situada na zona rural de uma pequena cidade do interior da Paraíba. Esse compartilhamento se faz importante na medida em que passos dados pelo especialista ou expert não são perceptíveis até mesmo a um observador atento, de modo que a aprendizagem por parte do novato é dificultada.

Visando aumentar a eficácia geral e a promoção de uma discussão necessária sobre a resolução de problemas e de situações que sejam fonte de possíveis subsídios ao estudante para produção do próprio repertório de habilidades para resolução de problemas, Peduzzi (1997a) propôs uma sequência de ações (não ordenadas por hierarquia ou ordem de importância) para serem tomadas na abordagem de um problema de física básica. As etapas são:

1. Ler o enunciado do problema com atenção, buscando à sua compreensão;
2. Representar a situação-problema por desenhos, gráficos ou diagramas para melhor visualizá-la;
3. Listar os dados, expressando as grandezas envolvidas em notação simbólica;
4. Listar a(s) grandeza(s) incógnita(s), expressando-a(s) em notação simbólica;
5. Verificar se as unidades das grandezas envolvidas fazem parte de um mesmo sistema de unidades; em caso negativo, atentar para as transformações necessárias;
6. Analisar qualitativamente a situação-problema, elaborando as hipóteses necessárias;
7. Quantificar a situação-problema, escrevendo uma equação de definição, lei ou princípio em que esteja envolvida a grandeza incógnita e que seja adequada ao problema;
8. Situar e orientar o sistema de referência de forma a facilitar a resolução do problema;
9. Desenvolver o problema, fazendo as substituições numéricas apenas ao seu final ou ao final de cada etapa;
10. Analisar criticamente o resultado encontrado;
11. Registrar, por escrito, as partes ou “pontos chave” no processo de resolução do problema;
12. Considerar o problema como “ponto de partida” para o estudo de novas situações-problema.

Observando a proposta de Peduzzi e a realidade dos estudantes que chegam ao ensino médio na escola de aplicação da sequência de ensino, nota-se que, em geral, chegam desprovidos da capacidade de realizar a maioria dos passos. Ao fazer comentários acerca da sequência de etapas propostas, Peduzzi (1997a) faz uma série de considerações pertinentes que merecem destaque. Uma breve síntese desses comentários é apresentada a seguir:

- O primeiro quesito da estratégia enfatiza a importância da leitura cuidadosa do enunciado do problema. Afinal de contas, não faz sentido ao estudante tentar responder um problema que nem compreendeu.
- O segundo quesito, solicita a representação da situação-problema; por ser uma prática comum entre bons solucionadores.
- Para manter a organização do solucionador, os passos 3 e 4 são sugeridos, bem como o passo 5 serve para evitar que existam erros numéricos (e de escala) devido a um detalhe como unidades utilizadas.

- A princípio, a aplicação dos cinco primeiros passos deveria ser algo natural de um solucionador preparado, sendo os itens 6 e 7 os que exigem um maior aprofundamento teórico do entendimento do problema, incluindo a formulação adequada do enunciado do problema, de modo a propiciar a boa aplicação de definições, leis e princípios.
- O item 8 reforça a importância do sistema de referência na resolução de problemas, questão que quase sempre fica subentendida entre bons solucionadores.
- A instrução 9 incentiva o desenvolvimento literal do problema, sendo nesse estágio em que há maior diferenciação entre o novato e o perito.
- O item 10 é o item que traz a reflexão sobre a viabilidade física do problema ser real, com contexto e significado para o solucionador e não um simples exercício de aplicação de fórmulas. Nessa etapa, há a possibilidade de correções de decisões tomadas nas etapas anteriores.
- Por fim, é nos itens 11 e 12 que o solucionador sedimenta aspectos qualitativos das leis, equações, princípios e capacidade de análise de fenômenos proveniente do problema solucionado.

2.3.6 Modelo de Clement-Terrazzan

Por fim, o último modelo de resolução de problemas apresentado nessa dissertação, proposto por Clement e Terrazzan, é o utilizado como referência para elaboração da sequência de ensino dessa dissertação (Clement; TERRAZZAN; NASCIMENTO, 2003; Clement; Terrazzan, 2012). Esse modelo foi escolhido por alguns motivos. O primeiro deles é que Clement e Terrazzan (2012) realizaram um estudo aprofundado acerca de outros modelos, como os de Polya, Wallas, Peduzzi, Gil Pérez e Martínez Torregrosa, e o do próprio Clement (2004). Nesse estudo, foi observado um consenso entre os autores com a estrutura de várias etapas do processo. Um segundo motivo para selecionar o modelo de Clement e Terrazzan (2012) é que este é baseado no ensino por investigação, que estimula a reflexão, o debate e a formulação de questionamentos acerca de hipóteses, justificativas e ideias, favorecendo a aplicação desses conhecimentos em situações novas.

Outras duas motivações para selecionar o modelo proposto por Clement e Terrazzan (2012) é que este é mais atual na literatura e, avaliando o contexto de aplicação descrito no Capítulo 4, é o modelo que entendemos ser o que melhor se encaixa para os estudantes que participarão da aplicação da sequência de ensino. As etapas para resolução de problemas propostas por são descritas a seguir (Clement; Terrazzan, 2012, 2012):

1. Análise qualitativa do problema: realizar uma análise qualitativa, antes de qualquer planejamento quantitativo, é fundamental para a compreensão da situação-problema que se apresenta, bem como, para evitar um “operativismo cego”.
2. Emissão de hipóteses e estabelecimento de estimativas das grandezas físicas: a partir de considerações de ordem qualitativa sobre a situação-problema em estudo, é possível seguir para a formulação de hipóteses sobre ela.
3. Elaboração de estratégia(s) de resolução: supõe a explicitação de uma visão global do problema, ou seja, a sua elaboração não derivará unicamente dos princípios teóricos, mas também, da análise qualitativa e das hipóteses emitidas, bem como, da experiência e dos conhecimentos particulares. Espera-se que os alunos elaborem diferentes formas de resolução que possibilitem um contraste entre os processos de resolução a serem praticados e assim, explicitem a coerência do conjunto de conhecimentos que eles dispõem. Isso é possibilitado pelo tipo de enunciado proposto, uma vez que este não permite um simples manejo operativo de dados e incógnitas, graças a ausência explícita dos primeiros.
4. Aplicação da(s) estratégia(s) de resolução: esta é a etapa em que se efetua a resolução propriamente dita da situação-problema. A solução é buscada de acordo com a estratégia estabelecida na etapa anterior, chegando-se assim a um “resultado”, ou seja, a uma das respostas possíveis para a situação-problema em questão.
5. Análise do(s) resultado(s): tem por objetivo contrastar e verificar as hipóteses emitidas, permitindo averiguar até que ponto a avaliação qualitativa da situação (origem de todo o desenvolvimento) estava correta e/ou a estratégia seguida era adequada.
6. Elaboração de síntese explicativa do processo de resolução praticado e sinalização de novas situações-problema: nesta última etapa do processo, espera-se que os alunos elaborem uma recapitulação dos aspectos mais importantes da resolução praticada. Também se espera que sinalizem novas situações-problema que possam surgir a partir do estudo investigativo realizado ou que sejam de seu interesse.

Uma das alterações realizadas por Clement e Terrazzan (2012) em relação ao modelo de Gil Pérez et al (1992) foi a retirada da etapa “Considerar qual pode ser o interesse da situação problemática abordada” por ser considerada mais uma recomendação para o professor do que necessariamente uma etapa, já que nem sempre o interesse do aluno pode ser o único foco de atenção na determinação das atividades didáticas, defendendo um equilíbrio permanente entre interesse e esforço. A sequência de etapas das Atividades Didáticas de Resolução de Problemas propostas por Clement e Terrazzan (2012) já contempla indiretamente o interesse do estudante na primeira e na sexta etapas, onde o estudante pode redefinir o problema.

Uma característica do modelo proposto por (Clement; Terrazzan, 2012) é que os problemas preferencialmente devem ser abertos, definidos como “autênticos problemas”. O uso desses problemas autênticos não necessita da criação de novos problemas, sendo suficiente adaptar o enunciado. Para exemplificar, Clement, Terrazzan e Nascimento (2003) apresenta o seguinte exemplo:

- Enunciado tradicional: Um trem de 90 m de comprimento que anda a uma velocidade de 70 km/h, atravessa um túnel em 40 s. Qual é o comprimento do túnel?
- Enunciado transformado: Quanto tempo levará um trem para atravessar um túnel?
- Enunciado que permite um caráter investigativo: Um turista estava olhando para o mar, da beira da praia, e percebeu que um jet ski passava de uma extremidade da praia para a outra, no intervalo entre as ondas. Qual a velocidade de propagação das ondas?

O esperado é que o professor construa um problema em que o estudante tenha abertura para investigar a partir de seu repertório de conhecimentos e que, na medida em que resolve o problema, sinta a necessidade de adquirir mais conhecimentos e que esses novos conhecimentos sejam os que se pretende ensinar.

Acerca da ação do professor para implementação, Clement e Terrazzan (2012) apresenta algumas orientações para uma melhor aplicação da sequência de etapas para implementação da Resolução de Problemas numa perspectiva investigativa. Inicialmente, o professor deve abster-se de fornecer explicações detalhadas de uma só vez sobre os problemas apresentados, devendo estas serem reservadas para a análise final de todo o processo de resolução. Assim, o professor deve agir como “diretor de investigação” durante o processo de resolução, coordenando o processo.

O trabalho do professor começa com a elaboração do problema aberto ou com a transformação do enunciado de problemas fechados/tradicionais em situações-problema reais, com enunciados abertos, planejando as atividades utilizando a sequência de etapas proposta (Clement; Terrazzan, 2012).

Em termos de dinâmica e sala de aula, o professor deverá organizar a turma em pequenos grupos que passarão a resolver os problemas orientando-se nas etapas de resolução (Clement; Terrazzan, 2012). No caso específico do contexto de aplicação da sequência de ensino que gerou essa dissertação, a turma é composta de poucos estudantes (quinze), no entanto, para turmas de muitos estudantes, Clement e Terrazzan (2012) propõe uma parada para discussão coletiva após o fim de cada etapa. Apesar de indicada para turmas com muitos alunos, essa indicação foi seguida devido ao fato dos estudantes da turma possuírem diferentes níveis de desempenho. Para turmas de poucos estudantes, é proposto que haja um atendimento específico para cada grupo, porém a quantidade de tempo dis-

ponível para implementar a sequência de ensino nesses moldes é deveras limitado, de modo que essa possibilidade foi descartada.

Para averiguar a eficácia da sequência de etapas para resolução do problema, Clement e Terrazzan (2012) propõe identificar se cada estudante ou grupo de estudantes atingiram os objetivos em cada etapa a partir dos seguintes aspectos:

1. Seguiu as etapas de resolução propostas no modelo;
2. Realizou uma análise preliminar da situação-problema proposta;
 - Registrou esta análise
 - Realizou esquemas/desenhos para esclarecer o problema;
3. Formulou hipóteses;
 - Estabeleceu as variáveis relevantes, necessárias e suficientes para resolver o problema;
 - Realizou estimativas das grandezas envolvidas caracterizando uma situação em particular que é o próprio problema;
4. Estabeleceu estratégias de resolução;
 - Estabeleceu relações entre as variáveis propostas;
 - Propôs formas alternativas de resolução;
5. Realizou análise do resultado obtido;
 - Justificou e argumentou a favor de sua resolução;
 - Expressou-se claramente/adequadamente;
 - Cometeu erros conceituais;
 - Verificou ou refutou hipóteses;
6. Fez uma síntese da resolução praticada;
7. Indicou novas situações-problemas a serem estudados;
8. Construiu uma apresentação coerente da resolução propriamente dita;
9. Apresentou perguntas durante o processo de resolução;
10. Demonstrou interesse na atividade;
11. Aceitou e/ou argumentou as colocações/propostas dos colegas;

2.4 Instrumentos de Avaliação de Problemas

Um dos instrumentos para avaliar as soluções propostas para problemas abertos bastante utilizado nos artigos é o protocolo de avaliação (rubrica) (Oliveira; Araújo; Veit, 2017). Um exemplo de protocolo de avaliação utilizado por Kapur e Kinzer (2007) é apresentado na Tabela 2.

Apesar de pouco utilizadas no Brasil, as rubricas analíticas podem ser utilizadas de várias maneiras: como instrumento de avaliação para os professores, como autoavaliação dos alunos, e também avaliação dos alunos (Lucchese; Oliveira; Freitas, 2023). As rubricas podem ser de dois tipos: global, que contempla de uma maneira geral o desempenho do estudante, definindo este desenvolvimento por níveis sobre um determinado critério; e analítica, que avalia critério por critério o desempenho do estudante, utilizando-se de um esquema/tabela para a classificação de diferentes níveis que estão relacionados também a diferentes critérios, permitindo assim identificar aquilo que o estudante já sabe e o que precisa melhorar (Corrêa, 2017; Gatica-Lara; URIBARREN-BERRUETA, 2013).

Tabela 2 – Protocolo de avaliação utilizado para avaliar a qualidade das respostas dos estudantes a um problema aberto.

Qualidade	Descrição
0	A solução não apresenta argumentos
1	A solução é sustentada por um conjunto limitado tanto de argumentos qualitativos quanto quantitativos, apresentando pouca ou nenhuma discussão e justificação das suposições feitas.
2	A solução é apenas parcialmente sustentada por um misto de argumentos qualitativos e quantitativos; as suposições feitas não são mencionadas, adequadamente discutidas ou justificadas.
3	A solução compreende tanto argumentos qualitativos quanto quantitativos; suposições feitas não são adequadamente discutidas e justificadas.
4	A solução compreende tanto argumentos qualitativos como quantitativos; as suposições feitas são adequadamente discutidas e justificadas.

Fonte: adaptação de (Kapur; Kinzer, 2007) feita por Oliveira, Araújo e Veit (2017).

Outros dois exemplos de rubricas podem ser vistos nas Tabelas 3 e 4, utilizadas para o ensino de Química (Corrêa, 2017) e Física (Lucchese; Oliveira; Freitas, 2023), respectivamente. Em ambas, é possível identificar similaridades nas divisões dos níveis. Em relação à rubrica presente na Tabela 2, há uma divisão similar, com o acréscimo do nível em que o estudante deixa em branco/não faz a atividade, deixando mais claro na avaliação a distinção de resposta ausente para resposta insatisfatória. Entende-se que esse tipo de avaliação pode ser útil para situações como a sequência de ensino desta dissertação, por possuir um tema que pode ser particionado em subtemas que não necessariamente

pré-requisitos. A partir desse estudo, uma rubrica foi elaborada e utilizada para avaliação da resolução dos problemas aplicados nesta sequência, sendo detalhada no Capítulo 5.

Tabela 3 – Rubrica utilizada para avaliação utilizada por Gatica-Lara e Uribarren-Berrueta (2013).

Critério	Excelente (E)	Muito bom (MB)	Bom (B)	Insatisfatório (I)
Foco na tarefa e participação na aula	Permanece com foco na tarefa a ser realizada. Pode inclusive auxiliar seus colegas.	Possui certa concentração na tarefa a ser realizada na maior parte do tempo. Pode auxiliar colegas.	Possui certa concentração na tarefa a ser realizada, mas apresentando dificuldades. Não consegue auxiliar os colegas.	Não se concentra na tarefa a ser realizada.
Observação das proporções envolvidas na reação química	Verificou sozinho as proporções envolvidas na reação.	Necessitou de auxílio uma ou duas vezes para observar a proporção na reação.	Solicitou auxílio para observar as proporções envolvidas na reação.	Não conseguiu observar as proporções envolvidas na reação.
Interpretação do exercício	Desempenhou a interpretação do enunciado do exercício.	Necessitou de apoio para interpretar o enunciado de parte dos exercícios.	Solicitou auxílio para interpretar o exercício.	Não conseguiu interpretar o enunciado do exercício.
Realização dos cálculos	Realizou a montagem dos cálculos químicos sozinho e com êxito.	Necessitou de auxílio para montar um ou dois cálculos nas atividades.	Solicitou auxílio para montagem dos cálculos químicos sozinho e com êxito.	Não conseguiu realizar cálculos sozinho e com êxito.

Fonte: (Corrêa, 2017).

Tabela 4 – Rubrica utilizada para avaliação utilizada por Lucchese, Oliveira e Freitas (2023).

Rubrica pedagógica analítica	Categoria			
	Ótimo (O)	Muito Bom (MB)	Bom (B)	Insatisfatório (I)
Elaboração das questões	Elaborou questões com alto nível de complexidade, bem embasada nos conteúdos estudados e sem auxílio.	Elaborou questões com certo nível de complexidade, embasada nos conteúdos estudados, precisando de algum auxílio.	Elaborou questões com baixo nível de complexidade, precisando de auxílio.	Não elaborou as questões.

Fonte: (Lucchese; Oliveira; Freitas, 2023).

2.5 Momento Angular e o Ensino de Física

Assim como para os fundamentos da Resolução de Problemas, foi realizado um levantamento bibliográfico em busca de publicações que utilizam e que propõem a inserção do conceito de Momento Angular no ensino médio. Ao todo, foram encontradas quinze publicações, sendo dez artigos e cinco dissertações. Não foram encontradas teses nesse levantamento bibliográfico. A seguir, há uma síntese do material coletado e comentários acerca de sua utilidade para a construção desse trabalho.

Em (Freitas et al., 2019), o aplicativo chamado A Física da Bailarina foi proposto por integrantes do Instituto Federal do Ceará. Esse aplicativo reproduz, virtualmente, o experimento da bailarina, utilizado na sequência de ensino, em que a velocidade angular e a distribuição de massa da bailarina são relacionadas. Sendo possível alterar a abertura dos braços, a massa, a altura e a velocidade angular inicial da bailarina. Adicionalmente, há uma seção de perguntas e um mapa conceitual indicado. Apesar de interessante, o aplicativo não foi encontrado para download, podendo estar em manutenção ou com algum problema temporário. Entretanto, uma vez disponível, entende-se que é uma ótima opção para utilizar em sala de aula, principalmente considerando que pode ser explorado individualmente, através dos celulares dos estudantes (caso todos possuam). No grupo em que foi aplicado a sequência de ensino que originou essa dissertação, nem todos os alunos possuíam celulares, de modo que as explorações deveriam ser aplicadas em pequenos grupos.

Em (França; Silva, 2020), outro aplicativo é proposto para ensino do conceito de Momento Angular. No entanto, o aplicativo RVA_360 - Momento Angular utiliza a tecnologia de realidade virtual aumentada, gerando uma imersão do usuário em situações semi-realísticas, como a pilotagem de motocicletas. Assim como o aplicativo A Física da Bailarina, o aplicativo RVA_360 não foi encontrado disponível para download durante a produção desse texto. No entanto, uma ideia interessante que se tem desses dois aplicativos é a procura de jogos/aplicativos que possam ser utilizados em sala de aula ou em casa, como explorações adicionais.

Em (Gória; Lameu, 2020), a importância da conservação do momento angular na estabilidade de foguetes de garrafas PET é discutida, dando uma relevância a esse conceito em atividades educativas. A escola onde a pesquisa foi desenvolvida tem na sua rotina anual a participação na Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG) e faz atividades relacionadas à Astronomia observacional rotineiramente. Essa atividade em Astronomia realizada se dá pela presença do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Educação em Astronomia (GEPEA), que é liderado por Maria Lucivânia, uma das professoras da escola. Especificamente, Gória e Lameu (2020) não detalha como utilizou o conceito de Momento Angular e sua conservação, apenas menciona que, a partir de estudos sobre esse conteúdo, os estudantes conseguiram melhorar os alcances horizontais de seus foguetes.

Em (Duarte, 2012), um kit contendo experimentos de baixo custo, vídeos e simulações são propostas para o ensino da dinâmica da rotação. O experimento consiste de girar uma haste com duas bolas de bilhar nas extremidades a partir da colisão de uma terceira bola. O sistema é modelado no software *Modellus** e atividades relacionadas ao observado no experimento e na simulação são propostas.

Em (Jesus et al., 2021), o movimento do giroscópio, do pião, do tip-top e do spinner são explicados a partir da dinâmica das rotações. Apesar do estudo ser realizado com a Física de nível superior, este artigo pode ser considerado uma boa opção para estudos do professor para elaboração de uma ação que envolva algum desses dispositivos/brinquedos. Também estruturado para nível superior, Belançon e Silva (2019) apresenta novas perspectivas para o estudo do Momento Angular, a partir de sistemas algébricos menos conhecidos, o de Grassmann e de Clifford, e faz comparações com o estudo realizado pelos sistemas mais conhecidos, como os de Josiah Willard Gibbs e de Oliver Heaviside. Ambos artigos não são necessariamente para aplicação direta no ensino médio, porém são considerados bons materiais para professores que buscam uma revisão mais aprofundada e aplicada dos conceitos de Momento Angular.

Em (Sasaki; Jesus, 2020), o brinquedo fidget spinner é usado para ilustrar os conceitos de momento de inércia, torque e momento angular através de videoanálise feitas com uso de softwares gratuitos, o *Modellus** e *Tracker*ker*. Esses softwares são gratuitos e são boas opções para professores que utilizaram modelagem ou videoanálises de experimentos. Um ponto adicional de destaque nesse artigo é que encontrar publicações que trabalhem os conceitos de Momento Angular é reforçado como algo incomum (raro, nas palavras dos autores).

Em (Da Silva et al., 2015), mais um brinquedo é analisado e proposto para situações em sala de aula. No caso, um helicóptero de brinquedo com dupla hélice é utilizado. No decorrer do texto, é destacado que o assunto é por vezes considerado de difícil compreensão, de modo que é interessante buscar formas alternativas de ensino. Em (Pérez et al., 2020), outro brinquedo é analisado para estudar questões vetoriais acerca do momento angular, mas não há proposta para aplicação em sala de aula.

Em (Machado; Machado, 2015), o artigo apresenta relato do ensaio de uma atividade experimental desenvolvida no laboratório, envolvendo um sistema contendo um disco rígido que sofre rotação no plano, acelerada e sem atrito em torno de um eixo. Além de não ser indicada para o ensino de física no ensino médio, também exige um aparato de difícil disponibilidade em sala de aula, como computadores, sensores de tempo, dentre outros. Já em (Silva Filho, 2020), há o estudo da matemática para estudar o movimento de quadricópteros (brinquedo) e, nessa dissertação, há um enfoque na aceleração angular, especificamente na descrição matemática e não na sua aplicação em aulas de Física.

Em (Bonagamba et al., 1995), um dispositivo experimental destinado a práticas de rotação e oscilação de corpos rígidos é proposto. Apesar de ótima ideia, o dispositivo é

complexo e exige conhecimentos diversos do professor, não sendo fácil sua implementação no ensino médio. Em (Cisneros; Lujan, 1996), um dispositivo também é utilizado para o estudo do movimento de um corpo rígido ao redor de um eixo fixo, podendo o ser também utilizado como Máquina de Atwood. Em ambos os artigos, não há menção a aplicação em aulas de Física no ensino médio.

Todos os artigos e dissertações encontrados e mencionados até agora que trabalham o conceito de momento angular não são especificados para o ensino de física no ensino médio, mostrando o quão difícil (raro, segundo Sasaki e Jesus (2020)) é encontrar propostas para inserção do Momento Angular no ensino médio, apesar de ser um conteúdo da primeira área da Física a ser estudada (Mecânica).

O levantamento bibliográfico realizado mostra a carência de publicações envolvendo o conceito de Momento Angular e sua conservação, porém trouxe três dissertações em ensino de Física que foram valiosas para a construção dessa dissertação.

A primeira é a dissertação publicada por Oliveira (2019), que elabora uma proposta didático-pedagógica para o ensino de conservação do Momento Angular, a partir do aporte teórico Pedagogia Histórico-Crítica, que é baseada no método dialético de ensino. A sequência proposta tem um enfoque mais voltado ao estudo da mecânica das rotações, buscando englobar a cinemática do movimento circular uniforme e os conceitos de torque, em que o conceito de Momento Angular aparece no sexto, dos oito momentos planejados.

É priorizado por Oliveira (2019) a prática de problemas fechados/exercícios para fixação da aplicação das fórmulas observadas, de modo que os assuntos são colocados de forma não necessariamente contextualizada. Em nenhum momento da dissertação a Lua e a Terra são utilizadas como exemplo ou centralidade da sequência proposta, de modo que não há conflitos com o que é proposto nesta dissertação.

Já em (Gomes, 2018), tem-se uma discussão acerca dos processos internos que levam um corpo (sistema) de um estado a outro durante a conservação do momento angular. Nesse artigo, a discussão é centrada nas forças e torques internos que agem nos sistemas analisados. Dentre os sistemas analisados, um deles se assemelha a um dos experimentos utilizados nessa dissertação, denominado disco giratório, representado na Figura 1, que é utilizado para demonstrar a conservação do momento angular quando há mudança na distribuição de massa apenas por forças internas, sendo útil para elaboração da sequência de ensino e dissertação.

No levantamento realizado para elaboração dessa dissertação, outros trabalhos que utilizam o conceito de momento angular foram encontrados. Em (Barbosa, 2016), foi proposta a transposição didática da dinâmica rotacional para o ensino médio através dos conceitos do laboratório não estruturado analisado por videoanálise, com uso do software *Tracker**. Essa pesquisa foi fundamentada nos princípios da transposição didática de Alves Filho, inspiradas nos trabalhos de Chevallard, e nas competências e habilidades apontadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. Apesar de mencionar o momento angular, que

foi implementada na aula 3 da sequência proposta, Barbosa (2016) não dá detalhes da aula, se restringindo a informar que “situações-problemas como o caso da bailarina entre outras situações cotidianas” foram interpretadas, também utilizando o experimento do disco giratório. Na situação, utilizou uma cadeira giratória e duas garrafas de água. Infelizmente, não foi possível verificar detalhes, pois não estava disponível virtualmente durante a produção desse trabalho.

Figura 1 – Representação do experimento do disco giratório. Primeiro, a pessoa está girando com os braços abertos (a) e, em seguida, com os braços fechados (b).

Fonte: (Paraíba, 2023).

Em (Silva, 2012), um estudo qualitativo da prática de professores quanto à conservação do momento angular a partir de onze perguntas realizadas para 19 professores do núcleo regional de ensino de Maringá-PR foi realizado. Nesse estudo, foram destacadas as respostas que indicam que o conteúdo momento angular não é trabalhado por inúmeras dificuldades, tais como: dificuldades matemáticas, trigonométricas, de tempo disponível, defasagem na aprendizagem, dentre outros (Silva, 2012), reforçando mais uma vez a relevância de se investigar e propor alternativas para inserir o conteúdo no ensino médio.

Por fim, a dissertação publicada por Silva (2017) traz uma extensa sequência de ensino voltada para o ensino das leis de Kepler no ensino médio. Dentro dessa sequência, há menção ao conceito de momento angular e sua conservação, principalmente quando mencionada a segunda lei, não sendo o destaque da sequência, de tal modo que, apesar de haver um apêndice dedicado a questões conceituais envolvendo torque, momento angular, momento de inércia e princípio de conservação do momento angular, apenas uma única questão fora do contexto da Astronomia foi aplicada (Silva, 2017).

Diferenciando-se dos trabalhos anteriores, esse trabalho se dispõe a tratar do Momento Angular e sua conservação em uma sequência de ensino utilizando o método da Resolução de Problemas, mesclando problemas teóricos e experimentais, não se limitando a utili-

zar esse conceito como conteúdo secundário de forma superficial e não se restringindo aplicações da Astronomia, além de não ter uma abordagem extremamente matemática.

3 FUNDAMENTOS DA DINÂMICA ROTACIONAL

Esse capítulo contém uma breve revisão em Física de nível superior do conteúdo trabalhado na sequência de ensino.

3.1 Momento Angular e sua Conservação - Física Básica

Essa seção apresenta uma breve revisão do tema central da dissertação. O Momento Angular possui um conjunto variado de importantes aplicações, em que por vezes é útil conhecer formulações diferentes. Esse tema pode ser encontrado em diversas referências, tais como: (Tipler; Mosca, 2006; Halliday; Resnick; Walker, 2009; Nussenzveig, 2002; Chaves; SAMPAIO, 2007; Hewitt, 2002; Máximo; Alvarenga, 2000; Young; Freedman, 2008a; Thornton; Marion, 2004; Goldstein; Poole; Safko, 2002; Lemos, 2007; Lopes, 2006; Landau; Lifchitz, 2004; Taylor, 2005; Barcelos Neto, 2004; Gregory, 2008; Kleppner; Kolenkow, 1973; Chow, 2013). A breve revisão do conceito de Momento Angular e sua conservação neste Capítulo é baseada nessas referências.

3.1.1 Momento Angular

Para cada grandeza referente ao movimento de translação, existe uma grandeza análoga para o movimento de rotação de uma partícula, como apresentado na Tabela 5. A grandeza análoga ao momento linear de uma partícula é o **momento angular**, designada pela grandeza vetorial $\vec{L}$ (Young; Freedman, 2008a). A relação entre momento angular $\vec{L}$ e momento linear $\vec{p}$ é (Halliday; Resnick; Walker, 2009; Nussenzveig, 2002; Young; Freedman, 2008a):

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \longrightarrow \vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}, \quad (3.1)$$

em que $\vec{r}$ é o vetor posição da partícula relativo ao eixo de rotação O (origem de um sistema de referência inercial), $\vec{p}$ é o vetor momento linear da partícula, m é a massa da partícula e $\vec{v}$ é o vetor velocidade da partícula em relação a O.

A Figura 2 apresenta uma partícula de massa m e momento linear $\vec{p} = m(\vec{v})$ que está passando pelo ponto A de um plano xy. Movendo-se em relação a O com um vetor posição $\vec{r}$, o momento angular $\vec{L}$ da partícula em relação à origem O é uma grandeza perpendicular ao plano xy, sendo importante analisar vetorialmente as grandezas. Observe que, para possuir momento angular, a partícula **não** precisa estar girando em torno de O (Halliday; Resnick; Walker, 2009). A unidade de momento angular do SI é o quilograma-metro quadrado por segundo ($kg \cdot m^2/s$) (Halliday; Resnick; Walker, 2009; Nussenzveig, 2002; Young; Freedman, 2008a).

A Figura 3 mostra uma partícula de massa m , presa a um disco circular de massa desprezível, movendo-se em um círculo no plano xy que tem o centro na origem. O disco

gira em torno do eixo z, com velocidade angular $\omega = v/r$. O momento angular da partícula em relação ao centro do disco é:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = rm\omega r\hat{k} = mr^2\vec{\omega}, \quad (3.2)$$

em que $\vec{\omega}$ é o vetor velocidade angular.

Tabela 5 – Algumas correspondências entre a Translação pura (direção fixa) e a Rotação Pura (eixo fixo).

Conceito	Equivalente Linear (Translação)	Equivalente Angular (Rotação)
Posição	$\vec{r}$	$\theta r\hat{\theta}$ (θ_r em rad)
Velocidade	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r} \times \vec{\omega}$	$\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt}\hat{k} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{r^2}$ (ângulo em rad)
Aceleração	$\vec{a}$	$\vec{\alpha} = \frac{d\omega}{dt}\hat{k}$ (ângulo em rad)
Aceleração tangencial	a_t	$\omega^2 r$
Energia cinética de translação/rotação	$K_t = \frac{1}{2}mv^2$	$K_r = \frac{1}{2}I\omega^2$
Massa/Momento de inércia	m	I
Momento linear/angular	$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{L} = I\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$
Força/Torque	$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$	$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$
Força/Torque	$\vec{F} = m\vec{a}$ ($m = cte$)	$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ ($I = cte$)

Fonte: Elaborado pelo autor, adaptada de (Halliday; Resnick; Walker, 2009).

Figura 2 – Definição de momento angular.

Fonte: (Halliday; Resnick; Walker, 2009).

Como o momento de inércia de uma partícula em relação ao eixo z é $I = mr^2$, tem-se que o momento angular da partícula é (Tipler; Mosca, 2006):

$$\vec{L} = mr^2\vec{\omega} = I\vec{\omega}. \quad (3.3)$$

Figura 3 – Momento angular de partícula.

Fonte: (Tipler; Mosca, 2006).

É importante destacar que o momento angular $\vec{L}$ de uma partícula não é sempre paralelo ao vetor velocidade angular $\vec{\omega}$, quando a origem for um ponto qualquer do eixo z. Um exemplo é apresentado na Figura 4, com $\vec{L}'$ calculado em relação a um ponto do eixo z que não está no centro do círculo (Tipler; Mosca, 2006).

Figura 4 – Momento angular de partícula em relação a um ponto qualquer do eixo z.

Fonte: (Tipler; Mosca, 2006).

Na Figura 5, uma segunda partícula é presa ao disco em rotação, em ponto diametralmente oposto à primeira partícula. Os vetores $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$, em relação ao mesmo ponto O' são apresentados (Tipler; Mosca, 2006), em que o momento angular total do sistema $\vec{L}' = \vec{L}'_1 + \vec{L}'_2$ é novamente paralelo ao vetor velocidade angular $\vec{\omega}$. Nesse caso, o eixo z passa pelo centro de massa das duas partículas, de modo que a distribuição de massa é simétrica a este eixo, sendo denominado de eixo de simetria. Para qualquer sistema de partículas que gira em torno de um eixo de simetria, o momento angular total (que é a soma do momento angular das partículas individuais) é paralela à velocidade angular é

dada por (Tipler; Mosca, 2006):

$$\vec{L} = I\vec{\omega}, \quad (3.4)$$

em que I é um escalar.

Pode-se expandir esse raciocínio para um corpo rígido, que gira em torno do eixo O com velocidade angular ω . Considere uma fatia que se move em um círculo centralizado na origem, situada sobre o plano xy , como indica a Figura 6. Cada partícula dessa fatia se movi em um círculo centralizado na origem, e em cada instante sua velocidade $\vec{v}_i$ é perpendicular ao vetor posição $\vec{r}_i$, conforme indicado. Uma partícula com massa m_i a uma distância r_i do ponto O possui velocidade $v_i = r_i\omega$. Desse modo, em módulo, o momento angular da partícula i é (Young; Freedman, 2008b):

$$L_i = m_i v_i r_i = m_i (r_i \omega) r_i = m_i r_i^2 \omega. \quad (3.5)$$

Figura 5 – Momento angular de um sistema de partículas.

Fonte: (Tipler; Mosca, 2006).

A direção e o sentido do momento angular de cada partícula, de acordo com a regra da mão direita, como indica a Figura 6. O momento angular total da fatia do corpo que está sobre o plano xy é a soma dos momentos angulares L_i . Somando ambos os membros da Equação 3.5, tem-se (Young; Freedman, 2008b):

$$L = \sum_i L_i = \left(\sum m_i r_i^2 \right) \omega = \left(\int r^2 dm \right) \omega = I\omega, \quad (3.6)$$

em que I é o momento de inércia da fatia em torno do eixo O . Adotando procedimento similar para toda as fatias do corpo e fazer a soma de todas as parcelas de momento angular do corpo e tomando um caráter vetorial, chegamos à equação (Tipler; Mosca, 2006):

$$\vec{L} = I\vec{\omega}, \quad (3.7)$$

com I sendo o momento de inércia dos corpos. Alguns momentos de inércia dos corpos homogêneos e isotrópicos são apresentados na Figura 7, enquanto que a Figura 8 apresenta um modo de calcular o momento de inércia de corpos complexos, como uma chaleira, aproximando e separando em figuras conhecidas, reduzindo a complexidade do cálculo.

Figura 6 – Exemplo de regra da mão direita.

Fonte: (Young; Freedman, 2008b).

Figura 7 – Momento de inércia de alguns corpos rígidos.

Fonte: (Young; Freedman, 2008b).

Figura 8 – Momento de inércia de alguns corpos rígidos.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

3.1.2 Conservação do Momento Angular

Assim como existe uma formulação para a segunda Lei de Newton para translações a partir do conceito de momento linear, também pode-se apresentar a segunda Lei de Newton para rotações em termos do momento angular. Considerando que o equivalente para força é o torque, tem-se que (Tipler; Mosca, 2006)

$$\vec{\tau}_{ext,res} = \frac{d\vec{L}_{sis}}{dt}, \quad (3.8)$$

em que o torque resultante sobre um sistema em relação a um ponto fixo ($\vec{\tau}_{ext,res}$) é igual à taxa de variação do momento angular do sistema em relação ao mesmo ponto $d\vec{L}_{sis}/dt$.

Quando esse torque resultante externo é nulo, isso significa que não há variação do momento angular do sistema, ou seja:

$$\vec{\tau}_{ext,res} = \frac{d\vec{L}_{sis}}{dt} = 0 \leftrightarrow \vec{L}_{sis} = \text{constante}. \quad (3.9)$$

Essa lei é denominada **lei de conservação do momento angular**, sendo o análogo rotacional da lei de conservação do momento linear. Se um sistema está isolado, de forma que não há forças ou torque externos sobre eles, há três quantidades que são conservadas: energia, momento linear e momento angular (Tipler; Mosca, 2006). Essa lei é uma lei fundamental da natureza (Tipler; Mosca, 2006; Halliday; Resnick; Walker, 2009; Young; Freedman, 2008b; Nussenzveig, 2002).

Uma outra forma de representar a conservação do momento angular entre duas partículas ou corpos com o momento de inércia constante quando o torque externo resultante é nulo é (Young; Freedman, 2008b)

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2, \quad (3.10)$$

em que I_1 , ω_1 são o momento de inércia e velocidade angular de um sistema em um instante inicial 1 e , I_2 , ω_2 são o momento de inércia e velocidade angular do sistema em um instante 2, respectivamente, em relação ao mesmo eixo de rotação.

3.1.3 Outros comentários sobre Momento Angular

Há outros resultados relativos ao torque e à quantidade de momento angular. Alguns deles são apresentados abaixo (Tipler; Mosca, 2006):

1. Equação impulso angular-momento angular: $\Delta\vec{L}_{sis} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{\tau}_{ext,res} dt$
2. Momento angular de spin e orbital (Figura 9: $\vec{L}_{sis} = \vec{L}_{orb} + \vec{L}_{spin}$)
3. Momento angular orbital: $\vec{L}_{orb} = \vec{r}_{cm} \times M\vec{v}_{cm}$

Figura 9 – O momento angular total da Terra, em relação ao Sol, é a soma dos vetores do momento angular orbital e do momento angular de spin.

Fonte: (Tipler; Mosca, 2006).

Além dessas aplicações, é possível descrever o funcionamento de máquinas e dispositivos com o conceito de Momento angular associado ao de torque, porém não é o foco desta dissertação, ficando a cargo do leitor um aprofundamento de aplicações do momento angular associado ao torque e do cálculo de momento de inércia dos corpos rígidos.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo é descrito o percurso metodológico empregado na pesquisa, com objetivo principal de verificar a potencialidade e o impacto de utilizar a Resolução de Problemas em uma sequência de ensino que visa ensinar conceitos de Momento Angular e sua conservação ancorado na discussão, sequência de etapas e orientações para aplicação do método proposto por Clement e Terrazzan (2012).

Para isso, além de delimitar os objetivos mencionados no Capítulo 1 e as revisões de literatura acerca do método da Resolução de Problemas e dos fundamentos de Física em nível superior envolvendo o conceito de Momento angular, apresentados nos Capítulos 2 e 3, respectivamente, é descrita as características do trabalho realizado, sendo uma pesquisa de abordagem qualitativa, de natureza aplicada, com objetivo de pesquisa exploratória, a partir de um estudo de caso em termos procedimentais.

A escolha pela pesquisa qualitativa foi feita por ser uma pesquisa que não tem a pretensão de quantificar resultados, mas sim produzir informações aprofundadas e ilustrativas, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais, bem como o fato de que o cientista (autor e professor) é também objeto de pesquisa (ação do professor na aplicação da sequência de ensino) (Gerhardt; SILVEIRA, 2009).

A pesquisa de natureza aplicada advém da aplicação prática, dirigida à problemas específicos. A pesquisa exploratória se encaixa por ser uma que visa uma maior familiaridade com o problema, e procedimento por estudo de caso se justifica por ter um grupo bem definido e ter uma perspectiva interativa, em acordo com as definições de Gerhardt e Silveira (2009).

A seguir, são descritos o contexto de pesquisa, produção dos dados, procedimentos de análise dos dados e características do produto educacional.

4.1 Caracterização da pesquisa, ambiente e público-alvo

A pesquisa foi realizada em uma escola estadual do ensino médio da zona rural da cidade de Pedra Lavrada-PB, pequena cidade do interior da Paraíba que tem cerca de 6 mil habitantes (IBGE, 2022). A escola funciona apenas no turno noturno e atende cerca de 105 alunos, divididos em turmas de 1^o, 2^o e 3^o ano, além de duas da Educação de Jovens e Adultos (EJA), uma do ciclo V (1^o/2^o ano) e uma do ciclo VI (3^o ano).

A estrutura da escola possui atualmente um bloco com seis salas de aula, com ventilador e TV, um segundo bloco contendo sala da coordenação, sala da gestão e biblioteca, e um terceiro bloco com cozinha e banheiros para os estudantes, não havendo laboratório ou sala de informática.

A aplicação da sequência de ensino proposta nesta dissertação ocorreu entre os meses de outubro a dezembro de 2024, compreendendo o 4^o bimestre do ano letivo de 2024,

durante as aulas da disciplina de Física de uma das turmas do 1^o ano do ensino médio, representada pela nomenclatura T1, com aulas nas quintas, das 20h às 21h. Os estudantes são representados como A1, A2, ..., A16 e os grupos que foram formados em sala de aula são representados como G1, G2, G3 e G4.

4.2 Percurso metodológico

Em geral, os professores de Física no ensino médio costumam abordar, na sequência: mecânica, física térmica, óptica, ondulatória, eletromagnetismo e física moderna. Apesar da Mecânica estar sempre presente na vida do estudante do ensino médio, conteúdos relacionados à Dinâmica dos movimentos circulares são tão ausentes quanto outros conteúdos da física moderna, por exemplo, sendo quase inexistentes no ensino médio, como discutido no Capítulo 3. Visando contribuir com a inserção de um tema pouco usual da mecânica, porém que está presente na vida do estudante em vários aspectos, o conceito de Momento Angular e sua conservação foi escolhido.

Com a aplicação da sequência de ensino, utilizando a Resolução de Problemas aplicada ao conceito de Momento Angular e sua conservação, tinha-se como proposta dar condições de responder e analisar problemas sobre o tema aplicado a diversas aplicações. Durante a sequência de ensino, vinte e quatro problemas de lápis e papel foram propostos, divididas em quatro Fichas de Problemas, e dois problemas experimentais foram aplicados, um envolvendo o conceito de momento de inércia e o outro envolvendo o conceito de conservação do momento angular. Uma breve descrição dos encontros e o tempo destinado de cada momento é disposta a seguir:

1. Apresentação da dinâmica do bimestre e revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência)
 - 15 min: Explicação da dinâmica de funcionamento do bimestre e entrega das instruções.
 - 35 min: Retomada de alguns conceitos da cinemática e da dinâmica que serão necessários para melhor compreensão do conceito de Momento Angular.
 - 10 min: Separação das equipes, leitura das Fichas de Ferramentas e da Ficha de Instruções.
2. Revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência) e Momento angular de partículas
 - 20 min: Retomada de alguns conceitos da cinemática e da dinâmica que serão necessários para melhor compreensão do conceito de Momento Angular.
 - 20 min: Apresentação do conceito de momento angular, definições e unidades.

- 20 min: Resolução de problema envolvendo a definição de momento angular.
3. Momento angular de partículas (Resolução de Problemas) e Momento de Inércia
 - 20 min: Explicação sobre momento angular de um sistema de partículas.
 - 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
 - 20 min: Exposição sobre momento de inércia de corpos rígidos.
 4. Momento de inércia dos corpos rígidos – Problema Experimental 1
 - 05 min: Apresentação do problema experimental 1.
 - 20 min: Debate em grupo para elaboração das hipóteses para o problema experimental 1 (Preenchimento da Ficha de Hipóteses).
 - 10 min: Exploração do problema experimental 1.
 - 20 min: Debate em grupo para contrastar as hipóteses e o observado (Preenchimento da Ficha de Análise).
 5. Momento angular dos corpos rígidos
 - 15 min: Comentários acerca das soluções sobre o problema experimental 1.
 - 25 min: Explicação acerca do momento angular dos corpos rígidos.
 - 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
 6. A cadeira giratória - Problema Experimental 2
 - 05 min: Apresentação do problema experimental 2.
 - 20 min: Debate em grupo para elaboração das hipóteses para o problema experimental 2 (Preenchimento da Ficha de Hipóteses).
 - 10 min: Exploração do problema experimental 2.
 - 20 min: Debate em grupo para contrastar as hipóteses e o observado (Preenchimento da Ficha de Análise).
 7. Revisão e Resolução de Problemas
 - 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
 - 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
 - 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
 8. Avaliação bimestral
 - 05 min: Entrega da lista de exercícios (problemas fechados) feitos em casa durante o bimestre.

- 55 min: Avaliação com problemas fechados que remetam aos assuntos vistos em sala, com enfoque na resolução de problemas.

9. Atividade de reposição e recuperação

- 55 min: Avaliação com problemas fechados que remetam aos assuntos vistos em sala, com enfoque nos fundamentos do assunto.

Esses encontros são detalhados no Produto Educacional, nos apêndices da dissertação.

Para melhor aplicação da sequência de ensino, é importante que os estudantes possuam domínio de certos pré-requisitos ou competências. Assim, é relevante destacar que o planejamento anual deve considerar a aplicação da sequência de ensino desde o seu início, de modo que não seja aplicada de forma aleatória.

Em geral, o ano letivo é dividido em quatro unidades de dez semanas, sendo reservadas duas semanas para avaliação e recuperação bimestral, sobrando oito semanas para aplicação da sequência de ensino. Refletindo sobre eventuais dificuldades, eventos escolares ou alterações no calendário escolar que atrasem o fluxo da aplicação, a sequência de ensino é pensada para ter nove encontros e não dez.

Considerando uma situação ideal, em que não haverá nenhum outro evento interno ou externo que influencie no funcionamento normal da escola, é proposto um planejamento anual que leva em consideração o nível dos estudantes e deixa espaço para eventuais interferências. Esse planejamento anual é apresentado a seguir:

1. 1º bimestre

a) Unidades de medida e conversão de unidades - 3 semanas

- Sistema internacional de unidades (SI) e notação científica
- Conversão de unidades utilizando “fator 1”

b) Introdução aos movimentos translacionais - 5 semanas

- Deslocamento escalar
- Velocidade média
- Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) e Função horária da posição no MRU
- Exercícios/Problemas fechados sobre MRU

c) Avaliação e recuperação bimestral - 2 semanas

2. 2º bimestre

a) Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) - 8 semanas

- Aceleração média

- Função horária da velocidade no MRUV
- Velocidade média no MRUV
- Função horária da posição no MRUV
- Equação de Torricelli
- Queda livre
- Lançamento vertical
- Exercícios/Problemas fechados sobre MRUV

b) Avaliação e recuperação bimestral - 2 semanas

3. 3^o bimestre

a) Leis de Newton - 5 semanas

- 1^a Lei de Newton (Lei da Inércia)
- 2^a Lei de Newton (Lei das Forças)
- 3^a Lei de Newton (Lei da Ação e Reação)
- Tipos de forças (normal, tração, peso, etc)
- Exercícios/Problemas fechados sobre as Leis de Newton

b) Introdução aos movimentos rotacionais - 3 semanas

- Deslocamento angular
- Velocidade angular
- Aceleração angular

c) Avaliação e recuperação bimestral - 2 semanas

4. 4^o bimestre

a) Aplicação da sequência de ensino proposta - 10 semanas

Em relação ao planejamento tradicional, sem aplicação da sequência de ensino, alguns conteúdos que normalmente são aplicados no 1^o ano do ensino médio tiveram de ser retirados e realocados para serem trabalhados no 2^o e no 3^o ano do ensino médio. Esses conteúdos foram Fluidos, com 4 encontros planejados, e Quantidade de movimento e impulso de uma força, com 4 encontros planejados.

Assim, para que os estudantes construam seus conhecimentos a partir dos problemas parciais e central usando a metodologia da Resolução de Problemas, é esperado que o ciclo de resolução seja similar ao indicado na Figura 10, implementada em ciclos de aprimoramento, de acordo com o tempo e níveis de aprofundamento desejados/necessários.

Figura 10 – Ciclo de implementação da Resolução de Problemas nos Encontros.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

4.3 BNCC e a Sequência de ensino

Durante a execução da sequência de ensino, espera-se que os estudantes desenvolvam certas habilidades e competências indicadas pela BNCC, estando elas explicitadas a seguir:

- EM13MAT401: Resolver situações-problema que envolvem conhecimentos matemáticos e físicos, escolhendo procedimentos e argumentando sobre suas escolhas.
- EM13MAT406: Analisar informações envolvendo a variação de grandezas, como taxas e razões, e elaborar e interpretar gráficos que expressem essas informações.
- EM13CNT101: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus significados e suas relações com a cultura, e elaborar propostas de intervenção que evidenciem a compreensão de questões científicas, tecnológicas, ou de saúde.
- EM13CNT201: Analisar e utilizar processos, métodos, técnicas, estratégias e tecnologias da ciência no seu campo de atuação (incluindo ferramentas computacionais e digitais, quando couber).
- EM13CNT203: Construir argumentação consistente e utilizar diferentes linguagens para expressar e comunicar conclusões obtidas com a realização de experimentos e com a análise de resultados.
- EM13CNT204: Interpretar textos de divulgação científica que tratem de temáticas das Ciências da Natureza, relacionando diferentes fontes e conhecimentos científicos e culturais para construir argumentação consistente.
- EM13CNT301: Avaliar a qualidade das informações obtidas por meio de experimentação, da análise de relatos de experimentos, de textos científicos e/ou de notícias científicas, em fontes confiáveis, divulgadas na mídia.

- EM13CNT303: Utilizar argumentação científica para defender ideias e pontos de vista sobre questões de Ciências da Natureza, considerando evidências empíricas e conhecimentos de outras áreas, quando for o caso, em contextos públicos e privados, comuns na vida cotidiana e na esfera midiática.

Essas habilidades e competências citadas da BNCC são relevantes há mais tempo (Brasil, 2018), sendo identificadas em vários pontos dos PCN+ (Parâmetros Curriculares Nacionais) para a Física (Brasil, 2006), reforçando a relevância de metodologias de ensino que incentivem o desenvolvimento dessas habilidades e características. Dentre várias situações, são destacadas algumas correlações entre as habilidades da BNCC (Brasil, 2018) citadas acima e os PCN+ (Brasil, 2006):

- na construção de sentenças e esquemas para resolução de problemas;
- na compreensão de que tabelas, gráficos e expressões podem ser diferentes formas de representar uma mesma relação;
- no estímulo do uso adequado dos meios tecnológicos;
- na importância dada à estruturação de um problema para evitar que limitações de tempo acabem restringindo o sentido do que está sendo ensinado ao estudante;
- no incentivo investigação e compreensão dos fenômenos físicos;
- na busca por alinhamento entre compreensão, comunicação e argumentação de textos científicos;
- na contextualização histórica e social dos fenômenos.
- e no objetivo de desenvolver competências práticas.

4.4 A Resolução de Problemas e o contexto de aplicação da Sequência de Ensino

A Resolução de Problemas numa abordagem investigativa foi escolhida para embasar esta sequência de ensino por enfatizar o aprendizado por meio da aplicação prática de conhecimentos para resolver problemas do mundo real. Nesse sentido, a autonomia do estudante é incentivada em vários momentos, como é possível ver nas características da Resolução de Problemas descritas a seguir:

- Foco na Aplicação Prática: Os problemas apresentados estão relacionados ao cotidiano dos estudantes, tornando o aprendizado aplicável.

- **Aprendizado Ativo:** Os estudantes são incentivados a pensar criticamente, a formular estratégias e a trabalhar ativamente na resolução dos problemas propostos.
- **Interdisciplinaridade:** A metodologia integra diferentes áreas do conhecimento, incentivando a aplicação de conceitos aprendidos em diversas disciplinas para a resolução de um único problema.
- **Colaboração:** Os estudantes frequentemente trabalham em grupos, promovendo a colaboração, o compartilhamento de ideias e a aprendizagem cooperativa.
- **Avaliação formativa:** A avaliação ocorre de forma contínua e formativa, com foco no processo de aprendizado e na melhoria contínua.

Considerando o contexto de aplicação dessa sequência de ensino (ensino médio regular noturno na zona rural do Estado da Paraíba), algumas vantagens do uso da Resolução de Problemas podem ser listadas, sendo elas:

- **Relevância Local:** Os problemas podem ser adaptados para refletir questões específicas da comunidade rural, tornando o conteúdo mais significativo e envolvente.
- **Motivação e Engajamento:** Ao lidar com problemas práticos e contextualizados, os estudantes podem se sentir mais motivados e engajados, contribuindo para uma participação ativa nos encontros noturnos.
- **Desenvolvimento de Habilidades Práticas:** A metodologia enfatiza o desenvolvimento de habilidades práticas, o que é especialmente valioso em comunidades rurais, onde habilidades práticas são comuns à vivência dos estudantes.
- **Promoção da Autonomia:** A resolução de problemas estimula a autonomia e a capacidade dos estudantes de pensar independentemente, o que é essencial para estudantes que podem ter responsabilidades diurnas na zona rural.

De forma similar, desvantagens do uso dessa metodologia são esperadas. Algumas delas são:

- **Necessidade de Recursos Adequados:** Algumas atividades práticas podem exigir recursos que não sejam facilmente disponíveis em ambientes rurais, sendo necessário um planejamento cuidadoso.
- **Tempo e Cobertura de Conteúdo:** A abordagem de resolução de problemas pode demandar mais tempo do que métodos tradicionais, o que pode ser um desafio em um ambiente noturno, onde o tempo pode ser limitado.

- Resistência à Mudança: Estudantes e professores podem inicialmente resistir à mudança de paradigma, sendo necessário um período de adaptação para que todos se acostumem com a abordagem.

As desvantagens citadas anteriormente estão mais associadas ao contexto da educação na zona rural do que necessariamente à da Resolução de Problemas, de modo que seriam encontradas independente da metodologia utilizada. Com isso, entende-se que a Resolução de Problemas pode ser benéfica em um contexto de ensino noturno na zona rural, proporcionando um ensino mais significativo e prático. Entretanto, faz-se necessário considerar os desafios e adaptar a abordagem de acordo com as características do local.

A Resolução de Problemas que envolve uma série de etapas estruturadas para abordar e solucionar desafios específicos. As etapas da Resolução de Problemas, baseado na sequência de etapas propostas por Clement e Terrazzan (2012), que nortearam a construção da sequência de ensino propostas nessa dissertação, são:

1. Análise qualitativa do problema
2. Emissão de hipóteses e estabelecimento de estimativas das grandezas físicas
3. Elaboração de estratégias de resolução
4. Aplicação das estratégias de resolução
5. Análise dos resultados
6. Elaboração de síntese explicativa do processo de resolução praticado e sinalização de novas situações-problema

Os itens 1 e 2 estão presentes nos encontros no momento em que os estudantes debatem em grupo e preenchem uma ficha descrevendo suas teorias/hipóteses (Ficha de Hipóteses). Os itens 3 a 6 estão presentes na medida em que o estudante preenche a Ficha de Análise, contendo questionamentos que analisam o que foi observado durante o experimento.

4.5 Avaliação dos estudantes e da Sequência

Para avaliar os estudantes, foram utilizados dois aspectos durante a execução da sequência de ensino, somativo e formativo/processual, de modo que a nota bimestral indica seu desempenho final. Para quantificar o desempenho, a estrutura de uma avaliação por rubrica foi implementada com critérios baseados nos propostos em Clement e Terrazzan (2012), discutidos no Capítulo 2 (Lucchese; Oliveira; Freitas, 2023).

A Tabela 6 apresenta os critérios e as rubricas, que foram reduzidas para se adequar à realidade de aplicação. Similar aos critérios adotados por Kapur e Kinzer (2007) apresentados na Tabela 3, os conceitos A, B, C e D correspondem à descrição dos conceitos 0,

1, 2, 3 e 4. Assim, o conceito D corresponde aos conceitos 0 (ausência de argumentos) e 1 (solução limitada tanto em argumentos qualitativos quanto quantitativos); o conceito C corresponde ao conceito 2 (solução parcialmente sustentada por um misto de argumentos qualitativos e quantitativos); o conceito B corresponde ao conceito 3 (solução apresenta argumentos qualitativos, com suposições não discutidas ou justificadas); e o conceito A corresponde ao conceito 4 (solução com argumentos qualitativos e quantitativos, com suposições adequadamente discutidas e justificadas). A rubrica também se assemelha à apresentada por Corrêa (2017), com conceitos divididos em quatro: insatisfatório, bom, muito bom e excelente.

Durante a aplicação da sequência de ensino, o professor deve adotar um formato de avaliação que seja processual e privilegie a evolução do estudante na resolução dos problemas. Assim, propõe-se que a média bimestral se dê com base nas Fichas de Problemas, Fichas de Hipóteses e Fichas de Análise que serão utilizadas e na observação da participação ativa do estudante. A seguir, uma descrição de cada ficha é apresentada:

- Ficha de Hipóteses: com questionamentos para compreender o nível de entendimento do estudante acerca do problema experimental. Preenchida antes do experimento;
- Ficha de Hipóteses: com questionamentos para contrastar o que foi observado pelos estudantes com as hipóteses dos mesmos. Preenchida após o experimento;
- Ficha de Problemas: Problemas contextualizados sobre os conteúdos trabalhados para serem realizados em casa/em sala.
- Ficha de Ferramentas: Idealizada para auxiliar os estudantes a construírem as soluções para os problemas, contendo resumo dos conceitos apresentados nos encontros, para que o estudante possa explorar e praticar a Física envolvida no problema.

Desse modo, é possível avaliar a desenvoltura em cada tema da sequência de ensino, dando ao professor um panorama global e um local do desempenho do estudante. Para avaliar a sequência de ensino, deve-se considerar as observações realizadas pelo professor aplicador durante a execução da mesma, bem como os relatos escritos e orais dos estudantes acerca da sequência, além da análise dos registros escritos obtidos do preenchimento das Fichas de Análise e de Hipóteses produzidas. Também será considerado o desempenho dos estudantes nos momentos de exposição e debate sobre as resoluções propostas pelos colegas.

A média bimestral pode ser, portanto, uma média de três notas: uma nota construída pela observação do desempenho do estudante nas discussões em grupo e durante as atividades referentes aos problemas experimentais em termos de maturidade e coerência dos argumentos apresentados, uma nota referente ao desempenho na solução das Fichas de Problemas e uma nota referente ao desempenho na avaliação bimestral, sendo esta a única

que o estudante fará individualmente. Caso o estudante tenha conceito final abaixo de 70%, na recuperação bimestral do último, indica-se ao professor a utilização tanto de questões conceituais e/ou de aplicação direta de fórmulas e de ao menos um problema de nível similar ao das Fichas de Problemas.

Tabela 6 – Avaliação por rubrica implementada para avaliar o desempenho durante a aplicação da sequência de ensino proposta nessa dissertação.

Critério	A (80% a 100%)	B (50% a 80%)	C (20% a 50%)	D (0% a 20%)
Seguiu as etapas de resolução propostas no modelo.	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Formulou hipóteses	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Realizou análise do resultado e síntese da resolução praticada	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Indicou novos problemas a serem estudados	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Realizou apresentação coerente da resolução	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Esteve engajado e interessado	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Possui domínio do conceito físico envolvendo o problema parcial	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5 RELATO DA APLICAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO

Este capítulo contém o relato, análise e discussões acerca da aplicação dos nove encontros da sequência de ensino para o público-alvo caracterizado no capítulo 4, entre os meses de outubro e dezembro de 2024.

5.1 Encontro 1

Tema: Apresentação da dinâmica do bimestre e revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência).

Objetivo: Apresentar a dinâmica de funcionamento da sequência de ensino e introduzir conceitos relacionados à rotação.

Descrição das ações: O encontro iniciou com uma breve descrição do que seria estudado durante o decorrer da Sequência de Ensino (bimestre), bem como o objetivo da sequência de ensino, especificando que tudo que foi feito seria utilizado para lapidação do produto educacional a ser publicado junto com a dissertação. Foi informado que as atividades (Fichas de Problemas) poderiam ser feitas em grupo ou individual, que haveria avaliação bimestral e recuperação bimestral, ambas baseadas nas Fichas de Problemas. Para otimizar o tempo, foi proposto aos estudantes a utilização de apenas 50 minutos dos 60 minutos disponíveis. Todos concordaram.

A partir da análise de um ponto em uma das hélices do ventilador da sala, os conceitos de eixo de rotação, distância em relação ao eixo (r), trajetória circular, velocidade linear (v), velocidade angular (ω), período (T) e frequência (f) foram apresentados.

No caso, o exemplo aplicado foi de um movimento com período $T = 5s$, sendo a segunda grandeza apresentada, após a distância em relação ao eixo (r). Na sequência, o cálculo do período foi feito utilizando a expressão $T = \Delta t/n$, em que Δt foi chamado de tempo total e n foi chamado de número de voltas do movimento. Nesse instante, uma estudante perguntou se “não deveria ser um v no lugar do T ”, fazendo alusão à fórmula da velocidade. Os próprios estudantes comentaram, indicando que a análise estava se referindo ao tempo de uma volta.

A relação foi apresentada graficamente com a entrega da Ficha de Ferramentas 01, em que os estudantes estavam relativamente adaptados a fazer a leitura do “triângulo das equações”, exposto no recorte da Ficha de Ferramentas presente na Figura 11.

Na sequência, o conceito de velocidade angular foi inserido a partir da análise da distância percorrida por dois pontos distintos do ventilador, com distâncias diferentes para o eixo, porém, como estavam “girando juntos”, alguma grandeza deveria ter o mesmo valor para ambas. Nesse caso, essa grandeza foi denominada de velocidade angular (ω), que diz a velocidade com a qual o ventilador gira. Um termo utilizado por um dos estudantes, adotado pela turma, foi o de “velocidade de giro” para a velocidade angular. Também

houve a substituição corriqueira da leitura da velocidade angular, trocando “ômega” por “dábliu”.

Figura 11 – Recorte da Ficha de Ferramentas 01.

Período (T): O período é o tempo necessário para que um objeto complete uma volta ou ciclo completo em um movimento circular ou oscilatório.

Em outras palavras, é o tempo que leva para o objeto retornar à mesma posição. No SI, o período é medido em segundos (s). Por exemplo, se uma roda leva 5 segundos para dar uma volta completa, dizemos que o período dela é de 5 segundos ($T = 5\text{ s}$).

Algebricamente, temos: $T = \frac{\Delta t}{n}$

T : período (s)
 n : número de voltas em um intervalo de tempo Δt
 Δt : Tempo total/intervalo de tempo (s)

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Na análise dos dois pontos no ventilador, que possuem a mesma velocidade angular (velocidade de giro), foi introduzida a questão da distância percorrida pelos dois pontos, de modo que a relação entre velocidade linear e velocidade angular fosse inserida nesse momento do encontro (por volta dos 15 minutos de aula). Para comentar sobre velocidade linear, pediu-se aos estudantes que considerassem cada circunferência como um barbante que poderia ser esticado, de modo que ficasse claro que, quanto maior a distância para o eixo, maior é a distância percorrida. Porém, como a velocidade angular (de giro) é a mesma para todo o ventilador, então deve haver algo que indique o quanto mais rápido em termos de distância percorrida deve ser o ponto/objeto para manter a velocidade angular constante. Nesse momento foi apresentada a expressão $\omega = v/r$, também através de um triângulo das equações, apresentado na Figura 12.

Figura 12 – Recorte da Ficha de Ferramentas 03.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Sobre o raio da trajetória circular (r), vale destacar que os estudantes comentaram que seria mais interessante se pudessem utilizar a variável “ d ” para expressar essa grandeza, por se tratar de uma distância. Foi permitido e explicado que foi escolhida o “ r ” por ser mais utilizado nas mais variadas fontes disponíveis aos estudantes.

Após esse momento, o conceito de frequência foi inserido como sendo “o número que indica quantas voltas se dá em um segundo”, já apresentando a unidade Hertz sem maiores detalhes, bem como não foi aprofundada muito as relações entre ângulos em graus e em radianos. Foi considerado suficiente dizer que “ $360^\circ = 2\pi \text{ rad} = \text{uma volta}$ ”, justificando a presença do π nas equações, bem como o rad nas unidades de velocidade angular. Assim, foi reforçado que para conhecer o movimento rotacional, era suficiente considerar rotações inteiras, em que uma volta inteira significa uma volta de “ $2\pi \text{ rad}$ ”.

Um dos exemplos utilizados foi o da rotação da Terra sobre si mesma (Período de 24h) e sobre o Sol (Período de 365 dias), sendo associados o conceito de período, frequência, velocidade angular e distância para o eixo, em que foi reforçado a importância de se definir primeiro o eixo de rotação para se avaliar um movimento rotacional, também chamado de circular durante o encontro.

Para reforçar a importância do eixo de rotação, foi utilizada a porta da sala como exemplo, avaliando diferentes distâncias para o eixo da porta (dobradiças). Também foram citadas as rodas dos automóveis, pião, motor de carro, ponteiro dos segundos no relógio, dentre outros exemplos de movimentos rotacionais, indicando ao estudante a relevância do tema.

Até então, mais da metade do encontro já tinha se passado, sendo o momento que a Ficha de Ferramentas 02 foi apresentada. Exemplos foram trabalhados, buscando mostrar ao estudante a relação inversamente proporcional entre período e frequência. Assim, para o exemplo de um movimento com período $T = 10 \text{ s}$, foi colocada a seguinte pergunta: “Quantas voltas esse objeto dá em 1 s?”. Como resposta, os estudantes apresentaram argumentos como “1%”, “menos de uma volta”, “tem que ver a porcentagem”. Nesse momento que foi inserida a unidade de frequência Hertz (Hz), indicando que a frequência é o inverso do período, como apresentado na Figura 13.

Ao apresentar a relação entre frequência e período, e entrega das Fichas de Ferramentas 01, 02 e 03 (período, frequência e velocidade angular), foi proposto aos estudantes que lessem o material em casa e foi reforçado os principais conceitos trabalhados no encontro, sendo eles: eixo de rotação, período, frequência e velocidade angular.

Para o restante do encontro, foi entregue a Ficha de Problemas 01, com seis problemas, em que cada problema deveria ser respondido em cinco partes: análise qualitativa, emissão de hipóteses, elaboração de estratégias, aplicação das estratégias e análise dos resultados, como orienta a discussão realizada no Capítulo 2.

Além das orientações dadas em sala, cada Ficha de Problemas possui no seu final um problema-exemplo, em que o gabarito do problema é apresentado ao estudante para que

ele possa ter noção de como é o formato de resposta esperado. A Figura 15 apresenta um dos problemas-exemplo utilizado nas Fichas de Problemas, sendo uma forma do estudante assimilar o formato de respostas esperado.

Figura 13 – Recorte da Ficha de Ferramentas 01.

Frequência (f): A frequência indica quantas voltas ou ciclos completos um objeto realiza por segundo. É o inverso do período, ou seja, quanto menor o período, maior a frequência. No SI, a frequência é medida em hertz (Hz), onde 1 Hz significa uma volta ou ciclo por segundo.

Por exemplo, se uma roda faz 2 voltas por segundo, sua frequência é de 2 Hz. período é o tempo necessário para que um objeto complete uma volta ou ciclo completo em um movimento circular ou oscilatório.

Algebricamente, temos: $f = \frac{1}{T}$

T : período (s)
 f : frequência (Hz)

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 14 – Início do problema-exemplo disponibilizado na Ficha de Problemas 03.

Etapas de Solução

- 1. Análise Qualitativa do Problema:
 Nesta etapa, analisamos as informações fornecidas e compreendemos o que o problema está pedindo.
O que é dado no problema?
 - Temos duas partículas, C e D , que formam um sistema binário, ou seja, ambas estão em movimento circular ao redor de um ponto central (o centro de massa do sistema).
 - As massas das partículas são dadas: $m_C = 2$ kg e $m_D = 5$ kg.
 - A distância de cada partícula ao centro de massa do sistema é fornecida: $r_C = 0,7$ m para a partícula C e $r_D = 0,3$ m para a partícula D .
 - A velocidade angular do sistema é $\omega = 6$ rad/s.**O que precisamos encontrar?**
 - O problema pede o **momento angular total** (L) do sistema em relação ao centro de massa.
- 2. Emissão de Hipóteses:
 Aqui, formulamos suposições e definimos a estratégia a ser usada na resolução.
 - Podemos supor que ambas as partículas estão girando de forma uniforme em torno do centro de massa do sistema, com a mesma velocidade angular (ω).
 - Sabemos que o momento angular L de cada partícula é dado pela fórmula:

$$L = I \cdot \omega$$
 onde I é o momento de inércia em relação ao centro de rotação. No caso de partículas pontuais, o momento de inércia de cada partícula em relação ao centro é dado por $I = m \cdot r^2$.
 - Assim, o momento angular total do sistema será a soma dos momentos angulares das partículas C e D :

$$L_{\text{total}} = L_C + L_D = (m_C \cdot r_C^2 \cdot \omega) + (m_D \cdot r_D^2 \cdot \omega)$$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Por fim, foi dado um tempo (cerca de 10 minutos) aos estudantes para assimilarem os assuntos, lerem o material e tirarem dúvidas para averiguar o nível de entendimento das orientações e dos assuntos trabalhados até o momento. Os estudantes demonstraram certa apreensão, apesar de também mencionarem que conseguiram compreender razoavelmente, mesmo que o problema seja “quando for fazer sozinho”.

5.2 Encontro 2

Tema: Revisão de conceitos do movimento circular e Momento angular de partículas.

Objetivo: Apresentar o conceito de momento angular de partículas.

Descrição das ações: O início do encontro se deu com questionamentos dos estudantes sobre a Ficha de Problemas, pois os mesmos comentaram que sentiram dificuldades em compreender o formato de resposta dos problemas. Em seguida, foi entregue uma Ficha de instruções, com comentários e orientações acerca das cinco etapas da resolução de problemas adicionais ao problema-exemplo que foi entregue junto com a Ficha de Problemas 1.

Assim, boa parte do tempo foi destinada a trazer a discussão de “como resolvemos problemas na vida real”, buscando mostrar ao estudante que ele segue os mesmos passos para solucionar problemas da vida real e que o que se pede nas Fichas de Problemas é que eles consigam externalizar esse raciocínio no formato de texto. A Figura ?? apresenta um recorte da Ficha de Instruções disponibilizada aos estudantes, contendo orientações para preenchimento das Fichas de Problemas.

Figura 15 – Recorte da Ficha de Instruções.

- **Aplicação das Estratégias de Resolução**
O que é? Nessa etapa, você continua aplicando a estratégia escolhida até obter a resposta final. A ideia é chegar a um número ou a uma conclusão.
Como preencher:
 - Continue a resolver o problema, usando os cálculos corretos.
 - Siga até obter um resultado final.
 - Certifique-se de que seu cálculo está correto e a unidade de medida faz sentido (metros, segundos, etc.).**Exemplo:** Aplicando a estratégia da equação, cheguei ao resultado de que a velocidade linear da bicicleta é 1,4 m/s.
- **Análise dos Resultados**
O que é? Esta é a parte final onde você reflete sobre o resultado obtido. A resposta faz sentido? Está dentro do que você esperava? Aqui você avalia a solução.
Como preencher:
 - Compare sua resposta com o que era esperado no problema. O resultado faz sentido?
 - Explique por que o valor obtido está correto ou por que ele faz sentido fisicamente.
 - Se o resultado não for o esperado, revise os cálculos e veja onde poderia haver algum erro.**Exemplo:** O resultado de 1,4 m/s parece razoável, considerando que a roda tem um raio pequeno e a velocidade angular não é tão alta. Isso parece ser uma velocidade realista para uma bicicleta andando em uma ciclovia. Portanto, o resultado é coerente com o problema proposto.

—

Conclusão: Essas cinco seções ajudam a organizar seu pensamento e a resolver os problemas de forma lógica e estruturada. Não se preocupe em errar no começo; o importante é praticar. Siga essas orientações para garantir que você esteja respondendo de maneira completa e clara.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Após esse momento de instruções, o conceito de momento angular de partículas foi apresentado, sendo este o objetivo principal do encontro. Para isso, o questionamento sobre os parâmetros importantes para determinar “quanto movimento de rotação” um objeto tem. A ideia nesse questionamento é a de que os estudantes percebessem que a massa (m) de um corpo/partícula é importante para definir “quem tem mais movimento”, juntamente com a velocidade angular (ω) e distância do objeto (da partícula) para o eixo (r).

Alterando apenas uma variável, situações foram apresentadas aos estudantes para que eles determinassem qual das situações “exige mais esforço” ou “possui mais movimento”.

Durante a explicação, foi relembrada a expressão de momento linear (quantidade de movimento) (p), que já havia sido apresentada anteriormente no estudo das Leis de Newton. Nesse momento, um paralelo entre os movimentos de translação e de rotação foi feito, indicando ao estudante que, do mesmo modo que é possível quantificar o movimento de translação através do momento linear, também é possível quantificar o movimento de rotação, através do conceito de momento angular (L).

Aos poucos, os estudantes davam indícios de que compreendiam que “a quantidade de movimento rotacional” é diferente quando se altera parâmetros como a distância para o eixo, velocidade angular e massa. O termo utilizado durante o encontro foi “quantidade de giro”. O termo “quantidade de movimento rotacional/angular”, apesar ser o termo formal, pode parecer excessivamente técnico para estudantes do ensino médio, enquanto que o termo “quantidade de giro” mantém a relação com a ideia de movimento, mas destaca a rotação, tornando o conceito mais acessível.

Definido como equivalente do momento linear para rotações, exemplos de aplicação direta da equação $L = mvr$ foram apresentadas para que eles observassem o quanto o momento angular muda, a partir de perguntas como “o que é mais fácil de girar”, “em que situação é mais fácil de girar?”.

Inicialmente, mudando a massa, os estudantes compreenderam rápido que manter um objeto de maior massa mantendo as condições de velocidade e distância exigia maior esforço que manter um objeto de menor massa girando, indicando qual deles tinha maior quantidade de movimento. Entendimento similar aconteceu com as outras variáveis, aparecendo maiores dificuldades quando duas variáveis eram alteradas, como por exemplo massa e velocidade ou massa e distância.

Com essa dificuldade presente, uma situação prática foi proposta aos estudantes, em que eles deveriam averiguar quão difícil é girar uma vassoura, sem o cabo, segurando-a em pontos diferentes (mudando o eixo de rotação). A ideia nesse momento foi inserir implicitamente o conceito de momento de inércia, que levaria a equação $L = I\omega$, de modo que facilitasse a visualização das mudanças nas “quantidades de movimento rotacional” a partir de mudanças de parâmetros. Entretanto, essa equação e o conceito de momento de inércia não foram apresentadas nesse encontro.

Outro exemplo aplicado foi a de uma borracha presa em um barbante, em que os estudantes deviam avaliar quanto esforço precisam para manter a borracha girando com uma determinada velocidade (de giro), porém com distâncias diferentes para o eixo (r). A partir desse momento, o termo “quantidade de giro” foi utilizado como sinônimo de momento angular. Os estudantes reagiram bem até esse momento do encontro, mantendo a concentração e engajamento.

Nos momentos finais do encontro, as equações foram apresentadas e comentadas, de

modo que todas as expressões para momento angular foram discutidas, indicando aos estudantes que as equações são formas de apresentar uma mesma ideia. Foram apresentadas as equações $L = mvr$ e $L = m\omega r^2$, bem como foram reapresentadas as anteriores que relacionam as grandezas ω , T e f , de modo que os estudantes percebessem que existe uma grandeza que quantifica a quantidade de momento de rotação e essa grandeza “guarda informações” de todas as grandezas trabalhadas anteriormente. Nesse momento, alguns estudantes comentaram que “é coisa demais”, mas que mesmo assim iam tentar fazer os problemas.

Para finalizar o encontro, foi comentado e comparado o problema-exemplo a partir da Ficha de instruções, englobando a parte da análise qualitativa de emissão de hipótese. Foi entregue também a Ficha de Problemas 02, que trata de problemas relacionados de momento angular de partículas, e foi proposto que utilizassem o tempo restante do encontro para responderem um dos problemas da Ficha de Problemas 01, em grupos de até quatro estudantes.

5.3 Encontro 3

Tema: Momento angular de partículas – Resolução de problemas e momento de inércia.

Objetivo: Revisar os conceitos de momento angular de partículas.

Descrição das ações: O encontro focado na resolução de problemas sobre momento angular de partículas iniciou com um tempo destinado para os estudantes tirarem dúvidas acerca das Fichas de Problemas já entregues aos estudantes. O que se percebeu foi que poucos estudantes estavam fazendo os problemas e lendo as Fichas de Ferramentas em casa.

Esses estudantes apresentaram dúvidas coerentes, em sua maioria envolvendo a interpretação do texto do problema. Após esse momento de dúvidas, juntamente com a Ficha de Ferramentas, foi apresentado o conceito de Momento de Inércia, discutindo principalmente como “condensar toda a distribuição de massa em uma única grandeza”. Nesse ponto, foi explanado sobre o conceito de centro de massa, para justificar a existência de um único ponto (teórico) onde toda massa poderia ser concentrada, de modo que a partícula (teórica) se comportasse de forma similar ao corpo rígido.

Até o momento de discutir o conceito de momento de inércia teoricamente, os estudantes demonstraram compreender bem, apesar de haver uma certa resistência quando viram as inúmeras fórmulas para momento de inércia de corpos rígidos presentes na Ficha de Ferramentas. Entretanto, essa resistência foi contornada ao serem avisados que o foco não seria aplicar todas as fórmulas e sim compreender que cada corpo rígido possui um momento de inércia distinto, que pode ser calculado a partir daquelas fórmulas (em relação aos eixos apresentados) e, como esse cálculo depende de uma distância para o eixo (r); era importante apresentar o conceito.

Na sequência, finalizando a abordagem do conceito de momento de inércia, foi apresentado um infográfico que possui algumas informações resumidas sobre momento de inércia, em que uma chaleira é particionada em várias das figuras “fundamentais”, de modo que ficasse evidente ao aluno que é possível “decompor os corpos” para calcular o momento de inércia (e conseqüentemente o momento angular) de forma mais fácil. A Figura 16 apresenta parte do infográfico apresentado aos estudantes.

Figura 16 – Parte do infográfico sobre Momento de inércia apresentado aos estudantes.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.4 Encontro 4

Tema: Momento de inércia dos corpos rígidos – Problema experimental 1.

Objetivo: Explorar o conceito de momento de inércia dos corpos rígidos.

Descrição das ações: Esse encontro foi focado no Problema Experimental 1, conforme as apresentadas na Figura 17, que consistia de investigar barras de dimensões iguais, averiguando a facilidade ou dificuldade em girar (rotacionar) essa barra. Uma das barras estava oca, uma delas estava preenchida com areia e a outra estava preenchida com grãos de arroz.

Assim, o encontro foi dividido em três momentos, todos em grupo: o primeiro para os alunos preencherem a Ficha de Hipóteses, composta por perguntas que visam guiar os estudantes para o momento de investigação, em que os estudantes exploram o experimento e verificam se suas hipóteses e argumentos iniciais estavam coerentes. Por fim, preencheram a Ficha de Análises, feita para registrar o confronto entre hipóteses e obser-

vações. O tempo que os estudantes tiveram foi cerca de 45 minutos. A ideia era que eles interagissem entre si e preenchessem a Ficha de Hipótese com o mínimo de intervenção do professor.

Figura 17 – Barras cilíndricas utilizadas no Problema Experimental 1.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Inicialmente, os estudantes utilizaram a balança digital disponibilizada para pesar as barras, observando que possuíam massas diferentes. Algumas perguntas surgiram, tais como “o que tem dentro?”, “importa o que tem dentro?”, “por que importa o que tem dentro?”. No momento de preencher a Ficha, se referiram à massa através do termo “peso”. Também foi verificado que tiveram dificuldades para expressar o valor da massa em g e em kg.

Quando foram preencher as perguntas, comentários do tipo “ele deu essa explicação, se lembra?” e “eu lembro, mas não sei dizer”. Se referiam aos encontros anteriores. Citaram, durante as argumentações, os exemplos do ventilador utilizado nos encontros anteriores.

Uma das perguntas se referia ao eixo e dos fatores que poderiam afetar a facilidade ou dificuldade de girar as barras. Nesse momento foi observado uma certa dificuldade no entendimento da pergunta, citando apenas o peso e “a posição da mão” como fatores.

Um ponto interessante é que os estudantes sentiram algum desconforto por estarem fazendo uma atividade “sem ter gabarito”, ou seja, que não fosse com resposta correta definida, como normalmente fazem quando resolvem exercícios com aplicação de fórmulas. Essas dificuldades evidenciaram também a dificuldade na leitura e interpretação das questões, bem como na capacidade de traduzir argumentos em formato de texto.

Os estudantes também apresentaram uma limitação no momento de responder sobre os instrumentos que iriam utilizar, uma vez que citaram apenas a balança, mesmo havendo outros disponíveis, tais como régua e corda, bem como a possibilidade de mencionarem ferramentas que eles mesmos pensassem ser importantes.

Um último ponto investigado pelos estudantes de maior relevância foi a utilização de “um outro peso” para avaliar a rotação das barras, mesmo que não tenham citado anteriormente. Os estudantes penduraram um estojo de lápis e mudaram sua posição em relação a um mesmo eixo e avaliaram “como a distribuição de massa” interfere na dificuldade ou facilidade da rotação.

Ao final do encontro, os estudantes não tinham respondido todas as questões da Ficha de Análise, entregando parte em branco. Esse acordo foi feito com os estudantes, para que as fichas pudessem ser avaliadas sem a chance de pesquisarem em casa, de modo que fosse avaliado apenas o momento em sala de aula.

5.5 Encontro 5

Tema: Momento angular dos corpos rígidos.

Objetivo: Apresentar e explorar o conceito de momento angular de corpos rígidos e sua conservação.

Descrição das ações:

Esse encontro foi destinado a discutir formalmente sobre o momento angular dos corpos rígidos, e iniciou com comentários sobre momento de inércia, revisando os assuntos discutidos nos encontros anteriores, com enfoque no problema introdutório 1, trazendo à tona explicações sobre o que se esperava nas Fichas de Análise do problema experimental 1. Nesse momento, observou-se um grande engajamento dos estudantes na busca de conciliarem suas observações, suas anotações e o que estava sendo exposto.

Na sequência, foi revisado o conceito de momento angular de partículas, lembrando a equação $L = mvr$ e $L = m\omega r^2$ e sendo exposto a transformação dessas duas equações na equação do momento angular $L = I\omega$, válida para corpos rígidos. Para exemplificar a equação do momento angular de corpos rígidos, foram feitos exemplos comparativos entre o momento linear $p = mv$ (já visto anteriormente durante as aulas sobre leis de Newton) e o momento angular.

Na parte final do encontro, a conservação do momento angular foi apresentada e discutida, sendo o tópico final da sequência de ensino e a parte em que os estudantes mais se envolveram. A impressão é de que “a simplicidade da equação” facilitou a aceitação dos estudantes, principalmente por “não mudar o valor”.

No final do encontro, exemplos numéricos com alterações de um dos parâmetros (I e ω) foram apresentados, sendo fácil perceber a compensação entre as grandezas quando há conservação do momento angular. Nesse ponto, a maioria dos estudantes demonstrou estar compreendendo o assunto. Um dos estudantes chegou a comentar que “se for assim na prova, eu tiro nota boa”.

5.6 Encontro 6

Tema: A cadeira giratória – Problema Introdutório 2.

Objetivo: Explorar o conceito de momento de inércia dos corpos rígidos.

Descrição das ações: Esse encontro foi destinado a aplicar o problema introdutório 2, que demonstra a conservação do momento angular dos corpos rígidos. Foi entregue a Ficha de Hipóteses para preenchimento por parte dos estudantes. Durante todo encontro, os estudantes demonstraram mudanças positivas em relação ao encontro do primeiro problema introdutório, tais como a maior participação dos estudantes nas discussões em grupo, maior engajamento e atenção nas orientações, sejam elas teóricas ou sobre o experimento.

Durante o preenchimento, os estudantes tentaram tirar dúvidas sobre as perguntas da Ficha de Hipóteses, demonstrando que nem todos ainda estavam familiarizados com os termos velocidade angular, momento de inércia e momento angular. Um detalhe na interação de um dos estudantes foi que ele tentava interagir falando diretamente a mim (professor) e não com os colegas de turma, na intenção de verificar se eu contribuiria com a discussão. Desse modo, foram instruídos a utilizarem as Fichas de Ferramentas (01 a 07) para revisarem os conteúdos. Apenas dois estudantes estavam com as fichas em sala.

Após entregarem a Ficha de Hipóteses, foi o momento de explorar o experimento, que resumidamente consiste em girar numa cadeira (plataforma) com pesos nas mãos e abrir e fechar os braços, verificando o que acontece, como indicado nas Figuras 05 e 06. Enquanto os estudantes faziam a exploração, sendo incentivados a irem todos, um por um, para terem a sensação corporal do que acontece, perguntas como “e se abrir o braço em outra direção, o que acontece?” surgiram. Os próprios estudantes complementaram com comentários do tipo “depende do eixo”, “vai girar do mesmo jeito”, “eu digo que vai diminuindo o giro quando fechar a mão”, dentre outros comentários.

A Figura 18 apresenta uma ilustração do experimento, em que, os estudante girando na cadeira altera o momento de inércia alterando a posição dos braços e pesos. Por conservação do momento angular, a velocidade angular (de giro) da cadeira é alterada.

Abaixo, registros de alguns estudantes realizados no dia da aplicação são apresentados nas Figuras 19, 20, 21 e 22. Foram utilizados pesos (halteres) diferentes para os estudantes de acordo com o que conseguiam segurar com os braços esticados. Alguns estudantes notaram que “quem era mais magro mudava menos a velocidade de giro” porém não chegaram a falar sobre os termos momento de inércia ou momento angular, apesar desses termos terem sido comentados e estarem presentes na Ficha de Hipóteses.

Após a exploração, os estudantes foram preencher a Ficha de Análises, que confronta o que foi observado com as previsões feitas por eles na Ficha de Hipóteses. Pelos comentários realizados, poucos estudantes esperavam que “a cadeira voltaria a ficar mais rápida quando fechassem as mãos”, no entanto um estudante mencionou que “isso é que nem aquela conta que não muda o valor”, se referindo à conservação do momento angular (e aos cálculos apresentados anteriormente).

Figura 18 – Ilustração do problema experimental 2.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 19 – Registros da aplicação - Problema experimental da cadeira giratória.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 20 – Registros da aplicação - Problema experimental da cadeira giratória.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 21 – Registros da aplicação - Problema experimental da cadeira giratória.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 22 – Registros da aplicação - Problema experimental da cadeira giratória.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.7 Encontro 7

Tema: Revisão e resolução de problemas.

Objetivo: Revisar os conceitos apresentados durante a sequência e resolver problemas.

Descrição das ações: O encontro foi realizado para revisar os conteúdos trabalhados, resolver problemas e orientar os estudantes no preenchimento da Ficha de Problemas, pois os mesmos mencionaram ainda estar com dificuldades no preenchimento das fichas. Assim, foi feita uma discussão sobre o processo de resolução de problemas, reforçando que “não basta fazer a conta”, mas sim compreender e argumentar sobre o problema a ponto de fazer inferências.

Na sequência, um gif/vídeo de uma bailarina girando foi apresentado (Figura 23), indicando aos estudantes que o que acontecia com a bailarina tem o mesmo fundamento que explica o que acontecia com eles na cadeira giratória. Com isso, foi reforçado a ideia de que há uma grandeza chamada momento angular que está presente nos movimentos de rotação, desde aplicações simples a aplicações complexas e que, para compreender bem esse conceito, era necessário compreender outros conceitos anteriores, como o de período, frequência, velocidade angular, momento de inércia e, por fim, momento angular (e sua conservação).

Figura 23 – Frame do gif do giro da bailarina, exemplificando a conservação do Momento Angular.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Estudantes comentaram que “só sabem fazer a conta, não sabem escrever”, e nesse momento foi argumentado que o “texto a ser escrito na resposta” é similar ao que é dito

durante a explicação dos problemas, em que o problema é interpretado e as informações são extraídas, bem como a fórmula da Física a ser utilizada é escolhida.

As Figuras 24, 25 e 26 apresentam parte do conteúdo exposto no quadro para os estudantes. Nesse quadro, as grandezas e unidades no SI (Sistema Internacional de unidades) foram apresentadas e comentadas. Por fim, dúvidas individuais foram tiradas. Nesse momento, apenas seis estudantes apresentaram as Fichas de Problemas preenchidas.

Figura 24 – Quadro de revisão dos assuntos vistos na sequência de ensino.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 25 – Quadro de revisão dos assuntos vistos na sequência de ensino.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 26 – Quadro de revisão dos assuntos vistos na sequência de ensino.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.8 Encontro 8

Tema: Avaliação bimestral.

Objetivo: Aplicar a avaliação bimestral.

Descrição das ações: Todo o encontro foi destinado a aplicar a avaliação bimestral com todos os estudantes. Tudo ocorreu na normalidade, com a entrega das avaliações, preenchimento por parte dos estudantes e entrega. Vale destacar que apenas quatro estudantes utilizaram de todo tempo disponível, enquanto o restante entregou a avaliação antes do prazo total disponível (50 min).

A avaliação consistia de quatro problemas de nível e formato similar ao das Fichas de Problemas juntamente com a entrega de todas as Fichas de Problemas por parte dos estudantes. Mesmo tendo entrega destinada ao final do bimestre, apenas dez estudantes entregaram as Fichas de Problemas. Cinco estudantes não entregaram as Fichas de Problemas e foram direto para a recuperação bimestral.

5.9 Encontro 9

Tema: Recuperação bimestral.

Objetivo: Aplicar a recuperação bimestral.

Descrição das ações: Todo o encontro foi destinado a aplicar a recuperação bimestral com os estudantes em recuperação. Apenas cinco estudantes obtiveram nota acima de 7,0, de modo que a recuperação bimestral foi feita para dez estudantes.

Devido à dificuldade desses estudantes na resolução de problemas no perfil utilizado, parte da prova foi formada por questões simples, de verdadeiro ou falso e dois problemas com nível e formato similar aos problemas da Ficha de Problemas, em que os estudantes poderiam escolher um para responder.

Tudo ocorreu na normalidade, com a entrega das recuperações, preenchimento por parte dos estudantes e entrega. Vale destacar que apenas um dos dez estudantes utilizaram todo tempo disponível, enquanto que o restante entregou a avaliação antes do prazo total disponível (50 min).

5.10 Análise das Fichas de Hipóteses e Fichas de Análise

Os encontros destinados aos problemas experimentais 1 e 2 foram divididos em três partes: preenchimento da Ficha de Hipóteses, exploração experimental, preenchimento da Ficha de Análise. Preenchidas em grupo, as fichas continham questionamentos sobre as cinco etapas para resolução de problemas. A Ficha de Hipóteses verifica a análise qualitativa, a emissão de hipóteses e a elaboração de estratégias, enquanto a Ficha de Análise verifica a análise do resultado e a indicação para outros problemas.

A Figura 27 apresenta um recorte da Ficha de Hipóteses do grupo G1, para o problema experimental 1, que explora o momento de inércia dos corpos rígidos. A análise qualitativa

apresentada pelo grupo G1 indica o engajamento e entendimento do objetivo da atividade, em que os estudantes preencheram adequadamente as questões, apesar de errarem no valor da massa.

Figura 27 – Recorte da Ficha de Hipóteses do grupo G1 referente ao problema experimental 1.

1) Descreva as características das três barras que serão analisadas neste experimento que você considera importantes. Quais são as diferenças principais entre as barras?
 A principal diferença é o peso. A barra 1 pesa 2,5 a barra 2 pesa 5,0 e a barra número 3 é a que pesa mais 6,0.

2) O que você espera que aconteça ao tentar girar cada barra em torno de um eixo? Dependendo do eixo, haverá diferença entre os movimentos?
 Que quanto mais leve é mais fácil de girar, no caso a barra 1 é mais fácil, sim.

3) Que fatores você considera que podem afetar a facilidade ou dificuldade de girar cada barra? Justifique.
 O peso, pois cada vez que tiver mais peso dificulta mais de girar e cada vez que for mais leve torna mais fácil.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A Figura 28 apresenta um recorte da Ficha de Análises do grupo G2, para o problema experimental 1. A análise do resultado feita pelo grupo G2 mostra certa limitação do grupo em descrever e argumentar sobre a exploração experimental. Durante as atividades experimentais, vários estudantes afirmaram preferir falar o que estavam pensando do que tentar organizar isso em forma de texto.

Figura 28 – Recorte da Ficha de Análises do grupo G2 referente ao problema experimental 1.

1. Descreva o comportamento observado para cada barra ao girá-las em torno de um eixo que passa pela extremidade e de um que passa pelo centro.
 É mais fácil porque não tem nada dentro dela.

2. Os resultados observados estão de acordo com suas hipóteses? Explique.
 Não, observou só o peso e não a rotação do eixo.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

As Figuras 29 e 30 apresentam recortes da Ficha de Hipóteses do Grupo G3 e G4, para o problema experimental 2, que explora a conservação do momento angular. É possível perceber um maior nível de argumentação e entendimento teórico do assunto no recorte do grupo G4, enquanto que o grupo G3 possui certa dificuldade em relatar suas hipóteses.

Figura 29 – Recorte da Ficha de Hipóteses do grupo G3 referente ao problema experimental 1.

3) Por que você acha que o movimento dos braços (para dentro ou para fora) influencia (ou não influencia) na rotação da cadeira? (Explique sua ideia sobre como o movimento dos braços muda o que você observa)

Por, a massa dos braços influencia o movimento constante também

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

4) O que você acha que vai acontecer com a velocidade de rotação da cadeira quando você aproximar os pesos do corpo? E quando afastar? (Descreva sua hipótese sobre o que vai acontecer e explique por quê)

Mudará a velocidade do giro da cadeira.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 30 – Recorte da Ficha de Análises do grupo G4 referente ao problema experimental 2.

1) O que você espera observar quando estiver segurando os pesos e mover seus braços para dentro e para fora? (Descreva o que acha que vai acontecer com a velocidade da cadeira quando você mover os braços)

Devido ao movimento dos braços, é provável que a cadeira gire mais rápido com os braços para dentro e mais lento com os braços para fora.

2) Qual o papel do momento angular neste experimento? Como você acha que ele interfere no movimento da cadeira? (Tente explicar como o momento angular pode afetar a rotação da cadeira)

O momento angular afeta de uma maneira uniforme e constante.

3) Por que você acha que o movimento dos braços (para dentro ou para fora) influencia (ou não influencia) na rotação da cadeira? (Explique sua ideia sobre como o movimento dos braços muda o que você observa)

Porque, devido ao peso distribuído (braços para fora) está desregular enquanto com os braços para dentro, deixa o peso uniforme. Assim, modificando a rotação da cadeira.

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A Figura 31 apresenta um recorte da análise do resultado do grupo G2, para o problema experimental 2, em que tem-se uma argumentativa pouco técnica/científica. Essa dificuldade na argumentação fica evidente nos momentos em que os estudantes, ou grupos, argumentam sobre a distribuição da massa nos corpos rígidos, indicando que há certas lacunas sobre esse tema.

Figura 31 – Recorte da Ficha de Análises do grupo G2 referente ao problema experimental 2.

3. Por que você acha que a cadeira girou mais rápido quando você aproximou os pesos do corpo?
(Tente explicar usando o conceito de momento angular o que causou essa mudança de velocidade)

Por que os pesos ficaram com todo o peso pelo nome o giro da cadeira.

4. O que aconteceu quando você afastou os pesos? Como isso confirma ou refuta a sua hipótese?
(Descreva se a mudança foi a que você esperava e o que isso indica sobre sua hipótese)

Os pesos afastados dificultou a rotação da cadeira por causa dos pesos em cada mão.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.11 Análise das Fichas de Problemas e Avaliações

Esta seção contém a análise das Fichas de Problemas, avaliações e recuperação/reposição preenchidas pelos estudantes durante a aplicação da sequência de ensino, a partir da discussão realizada nos Capítulos 2 e 4.

5.11.1 Análise das Fichas de Problemas 1

Ao analisar a Ficha de Problemas 1, destinada a tratar de conceitos dos movimentos circulares (velocidade linear, velocidade angular, período, frequência), ficou evidente a diversidade de níveis que os estudantes da turma possuíam, de modo que sete estudantes obtiveram conceito A (excelente) e B (satisfatório) com certa facilidade nos critérios estabelecidos no Quadro 6, enquanto que o restante atingiu conceitos C (razoável) ou D (insuficiente/ausente). Essa é uma realidade esperada independente do contexto rural ou da metodologia de ensino.

As Fichas de problemas foram elaboradas com seis problemas, em que o estudante deveria resolver ao menos três para entregar. Essa não-uniformidade no engajamento e nível dos estudantes se mostra na quantidade de problemas resolvidos pelos estudantes. Dos 15 estudantes, apenas 14 entregaram a ficha, e apenas seis estudantes resolveram todos os problemas, enquanto que os outros resolveram os três problemas “obrigatórios”. Apesar de orientados de que os problemas tinham níveis de dificuldades similares, os estudantes que resolveram apenas três problemas resolveram os três primeiros, não tentando os outros problemas.

É relevante destacar que os estudantes que resolveram todos os problemas e que seguiram as etapas de resolução portavam de uma maior capacidade de escrita, interpretação de texto, domínio dos conceitos e de aspectos matemáticos, a partir da riqueza de detalhes em suas soluções, enquanto que os outros estudantes, que fizeram apenas o mínimo,

apresentaram dificuldades e limitações no entendimento e execução dos problemas.

A Figura 32 apresenta a análise qualitativa de cinco estudantes para o mesmo problema, em que há uma clara distinção entre o nível de argumentação e entendimento dos estudantes. Essa desigualdade na análise qualitativa afetou negativamente o preenchimento dos tópicos restantes dos problemas (emissão de hipóteses, elaboração de estratégias, aplicação das estratégias e análise dos resultados).

Figura 32 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.

<ul style="list-style-type: none"> • Análise qualitativa: O problema relata o movimento de um trator e explica que a velocidade do veículo está ligada à rotação das rodas. Sendo necessário especificar a velocidade linear do trator. 	A1
<ul style="list-style-type: none"> • Análise qualitativa: Para encontrar a velocidade linear do trator em relação ao solo dependerá da velocidade da roda. 	A2
<ul style="list-style-type: none"> • Análise qualitativa: Eu acredito que para encontrar a velocidade linear do trator em relação ao solo dependerá do eixo das rodas. 	A3
<ul style="list-style-type: none"> • Análise qualitativa: A gente vai usar essa fórmula aqui $v = \omega \cdot r$ 	A4
Etapas de Solução: <ul style="list-style-type: none"> • Análise qualitativa: O trator se move em linha reta 	A5

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A Figura 33 apresenta a emissão de hipóteses para os mesmos estudantes, em que o estudante A5 não emite hipóteses, preenchendo com os dados disponíveis no problema. Esse mesmo estudante apenas indicou que “o trator se move em linha reta” como análise qualitativa, enquanto o estudante A1, que apresentou uma análise qualitativa detalhada e bem estruturada, apresentou uma hipótese satisfatória, indicando a correlação entre a velocidade linear e a angular da roda.

A Figura 34 apresenta a elaboração de estratégias dos estudantes A1, A2, A3, A4 e A5, sendo observável que o estudante A1 já realizou o cálculo na etapa de elaboração da estratégia. O estudante A4, apesar de não ter elaborado uma análise qualitativa detalhada, conseguiu especificar adequadamente os passos para obter a solução do problema. Destaca-se também que apenas o estudante A1 realizou cálculos nas primeiras etapas, enquanto que a solução dos estudantes de fato foi conceitual, aguardando a etapa da aplicação de estratégias, apresentada na Figura 35. Já a Figura 36 apresenta a análise

dos resultados obtidos. O estudante A4 enfatizou que a velocidade é em relação ao solo, enquanto que A1, A2 e A3 apresentaram análise similar.

Figura 33 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.

<ul style="list-style-type: none"> • Emissão de hipóteses: Existe a possibilidade de encontrar a velocidade linear do veículo utilizando a fórmula que relaciona a velocidade da roda e a sua rotação. 	A1
<ul style="list-style-type: none"> • Emissão de hipóteses: Podemos encontrar a velocidade linear do trator usando a fórmula que relaciona a velocidade da roda e sua rotação. 	A2
<ul style="list-style-type: none"> • Emissão de hipóteses: Podemos encontrar a velocidade linear do trator usando a fórmula que relaciona a velocidade da roda e sua rotação. 	A3
<ul style="list-style-type: none"> • Emissão de hipóteses: Podemos calcular a velocidade linear usando a velocidade angular do trator. 	A4
<ul style="list-style-type: none"> • Emissão de hipóteses: Raio da roda: 1 metro, velocidade angular: 2 rad/s. 	A5

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 34 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.

<ul style="list-style-type: none"> • Elaboração de estratégias: Utilizando a fórmula: $v = \omega \cdot r$, onde "v" é a velocidade linear, "ω" é a velocidade angular fornecida e "r" é o raio da roda, então: $v = 2 \cdot 1 = 2$ 	A1
<ul style="list-style-type: none"> • Elaboração de estratégias: Utilizei a fórmula $v = \omega \cdot r$, onde "v" é a velocidade linear, "ω" é a velocidade angular fornecida e "r" é o raio da roda e a sua rotação. 	A2
<ul style="list-style-type: none"> • Elaboração de estratégias: Utilizei a fórmula $v = \omega \cdot r$, onde "v" é a velocidade linear, "ω" é a velocidade angular fornecida e "r" é o raio da roda e a sua rotação. 	A3
<ul style="list-style-type: none"> • Elaboração de estratégias: Substituí os valores na fórmula e calculei o valor da velocidade linear. 	A4
<ul style="list-style-type: none"> • Elaboração de estratégias: Usar a fórmula: $v = \pi \cdot \omega$. 	A5

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 35 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.

<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação das estratégias: <u>Utilizando a estratégia da fórmula, é possível chegar a conclusão de que a velocidade linear do trator é 2 m/s</u> 	A1
<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação das estratégias: <u>Aplicando a estratégia da fórmula, a velocidade linear do trator é 2 m/s</u> 	A2
<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação das estratégias: <u>Aplicando a estratégia da fórmula, cheguei ao resultado de que a velocidade linear do trator é 2 m/s</u> 	A3
<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação das estratégias: <u>$v = 2 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ m}$ $v = 2 \text{ m/s}$</u> 	A4
<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação das estratégias: <u>$v = 1 \cdot 2 = 2 \text{ m/s}$</u> 	A5

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 36 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 1.

<ul style="list-style-type: none"> • Análise dos resultados: <u>O resultado "2 m/s" é razoável para um trator em movimento em uma estrada de terra.</u> 	A1
<ul style="list-style-type: none"> • Análise dos resultados: <u>O resultado é razoável para um trator em movimento numa estrada de terra.</u> 	A2
<ul style="list-style-type: none"> • Análise dos resultados: <u>Este esse resultado é bastante razoável para um tra em movimento em uma estrada de terra.</u> 	A3
<ul style="list-style-type: none"> • Análise dos resultados: <u>A velocidade linear do trator em relação ao solo é 2 m/s</u> 	A4
<ul style="list-style-type: none"> • Análise dos resultados: <u>velocidade linear do trator: 2 m/s.</u> 	A5

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.11.2 Análise das Fichas de Problemas 2

A Ficha de Problemas 2 trata do momento angular de partículas e traz dois problemas sobre período. Foi o primeiro contato do estudante com o conceito de momento angular em problemas. As Figuras 37, 38, 39, 40 e 41 trazem registros das soluções dos estudantes A6, A7, A8 e A9 (de um dos dos problemas sobre momento angular. Vale destacar que uma dificuldade encontrada pelos estudantes nesse problema foi a da utilização da notação científica, em que poucos dominavam as propriedades, realizando os cálculos de forma errada ou nem realizando, entregando apenas a parte conceitual.

Figura 37 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Observa-se, na Figura 37, que A6, A7 e A8 não conseguem analisar qualitativamente o problema a ponto de expressar o entendimento sobre o que se pede, enquanto A9 consegue identificar o contexto e o que se pede no problema, além de explicitar as grandezas e valores informados no problema. Na Figura 38, percebe-se também que A7 não emite hipótese alguma, declarando apenas a fórmula para momento angular de partículas, enquanto que A6, A8 e A9 possuem suposições que são úteis na busca pela solução.

Da Figura 39, percebe-se que A7 e A9 são os únicos a elaborarem estratégias para solucionar o problema, enquanto que, da Figura 40, apenas A9 aplicou a estratégia adequadamente. Apesar de todos terem chegado a um valor final, apresentado na Figura 41, apenas A9 preencheu corretamente todas as etapas, indicando que compreendeu o problema e o procedimento de solução. Outros estudantes, assim como A6, A7 e A8 apresentaram lacunas nas partes teóricas, buscando apresentar as soluções apenas com cálculos.

Figura 38 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.

Handwritten student solutions for 'Emissão de hipóteses' (Emission of hypotheses) for four students (A6, A7, A8, A9):

- A6:** A hipótese do planeta é aproximadamente circular e essa aproximação simplifica o cálculo do momento angular.
- A7:** O momento angular (L) é: $L = m \cdot v \cdot r$
- A8:** A velocidade angular e a velocidade são constantes.
- A9:** Emissão de hipóteses: Acredito aqui para simplificar o momento utilizo a fórmula. Sabendo que esse momento angular é constante e o momento angular também aumenta.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 39 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.

Handwritten student solutions for 'Elaboração de estratégias' (Elaboration of strategies) for four students (A6, A7, A8, A9):

- A6:** Para um corpo de massa m movendo-se com velocidade v a uma distância r de um eixo de rotação.
- A7:** Converter v para m/s calcular L .
- A8:** O momento $L = m \cdot v \cdot r$
- A9:** Emissão de hipóteses: Vou usar a fórmula $L = m \cdot v \cdot r$ e o momento angular m é a massa e r é o raio e v é a velocidade linear. Substituído os valores no problema $L = 6 \cdot 10^4 \cdot (1,5 \cdot 10^3) \cdot (30 \cdot 10^3) = 2,7 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Destaca-se também que os quatro valores apresentados possuem expoentes diferentes, evidenciando as dificuldades nas operações com notação científica, apesar de ser um tema trabalhado no início do ano letivo. Essas dificuldades são esperadas, visto que o tempo de maturação e nível de aprendizado dos estudantes não é o mesmo. No entanto, vale destacar que limitações e lacunas como essa podem causar um distanciamento ou repulsa pelos conteúdos novos, sendo um dos desafios no ensino de Física.

Figura 40 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.

• Aplicação das estratégias:
 $m = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ $v = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m/s} = 30.000 \text{ m/s}$
 $L = 1.6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m/s} = 2.4 \cdot 10^{35} \text{ kg m}^2/\text{s}$
 $L = 2.4 \cdot 10^{35} \text{ kg m}^2/\text{s}$

• Aplicação das estratégias:
 $v = 30 \text{ km/s} = 30.000 \text{ m/s}$
 $L = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 30.000 \text{ m/s} = 1.8 \cdot 10^{30}$
 $L = 2.7 \cdot 10^{40} \text{ kg m}^2/\text{s}$

• Aplicação das estratégias:

• Aplicação das estratégias:
 Aplicação das estratégias: o momento angular de um planeta em órbita ao redor do Sol é constante. Isso significa que o momento angular corresponde a $L = 2.7 \cdot 10^{40} \text{ kg m}^2/\text{s}$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 41 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 2.

• Análise dos resultados:
 o momento angular do planeta é $2.7 \cdot 10^{40} \text{ kg m}^2/\text{s}$

• Análise dos resultados:
 o momento angular do planeta é $2.7 \cdot 10^{40} \text{ kg m}^2/\text{s}$

• Análise dos resultados:
 o momento angular do planeta é $2.7 \cdot 10^{40} \text{ kg m}^2/\text{s}$

• Análise dos resultados:
 o momento angular de um planeta em órbita ao redor do Sol é constante. Isso significa que o momento angular corresponde a $L = 2.7 \cdot 10^{40} \text{ kg m}^2/\text{s}$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.11.3 Análise das Fichas de Problemas 3

A Ficha de Problemas 3, que trata do momento angular de sistemas de partículas apresentou certa estagnação nas soluções propostas de alguns estudantes, apesar de cálculos com notação científica terem sido mencionadas como a principal dificuldade. As Figuras 42, 43, 44, 45 e 46 apresentam soluções dos estudantes A9 e A10 para um dos problemas desta ficha.

Ao observar a análise qualitativa apresentada na Figura 42, percebe-se um maior nível de maturidade na argumentação de A9 e uma melhora significativa na solução de A10, com uma tentativa de expressar um determinado argumento. Até então, este estudante não tinha apresentado análise qualitativa em suas soluções. Ainda que não seja uma resposta razoável como análise qualitativa, entende-se como uma tentativa válida.

Analisando as Figuras 43, percebe-se que os estudantes usaram elementos das Fichas

de Ferramentas, adicionando argumentos mais técnicos em suas soluções. Na Figura 44, percebe-se que A9 anuncia a estratégia de solução de forma mais completa, indicando os valores, fórmulas e realiza o cálculo, enquanto que A10 apenas sinaliza qual fórmula irá utilizar, sem deixar específico que compreende quais são as grandezas da fórmula que estão disponíveis no problema. Isso se reflete no valor final diferente obtido por ambos, como mostra a Figura 46, indicando que um dos dois realizou o cálculo errado. Caso houvesse tempo disponível, uma socialização e debate em sala sobre os resultados obtidos seria interessante.

Figura 42 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.

• Análise qualitativa: O problema fala sobre o momento angular de uma partícula em um eixo. Sabendo que $m = 2\text{kg}$, $r = 0,5\text{m}$ e $w = 5\text{ rad/s}$.

• Análise qualitativa: O momento angular (L) do sistema é a soma dos momentos angulares das partículas A e B.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 43 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.

• Emissão de hipóteses: O que eu preciso para determinar o momento angular? O sistema utiliza a fórmula sabendo que a partícula em movimento angular em torno do eixo. Sabendo mais para o momento angular.

• Emissão de hipóteses: Supondo que o sistema e que as partículas giram no mesmo plano.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 44 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.

• Elaboração de estratégias: Usei uma fórmula $L = m \cdot v \cdot r$. Substituí os dados e obtive $L_1 = 3\text{kg} \cdot 0,5\text{m} \cdot 5 = 7,5\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ e $L_2 = 4\text{kg} \cdot 0,5\text{m} \cdot 5 = 10\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$.

• Elaboração de estratégias: Usei a fórmula $L = m \cdot v^2 \cdot r$.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 45 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 46 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 3.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.11.4 Análise das Fichas de Problemas 4

Trata sobre momento angular dos corpos rígidos; a Ficha de Problemas 4 trouxe algumas soluções erradas. Diferente das Fichas de Problemas 2 e 3, essa ficha trouxe adversidades aos estudantes no cálculo do momento de inércia. Em geral, os estudantes utilizaram expressões erradas para o momento de inércia dos corpos rígidos. As Figuras 47, 48, 49, 50 e 51 apresentam as etapas de solução dos estudantes A5, A9 e A11.

Na análise qualitativa (Figura 47), A9 mostrou constância no entendimento do assunto, A11 apresentou entendimento emitindo já uma hipótese acerca do problema e A5 não apresentou adequadamente uma análise qualitativa. Na emissão de hipóteses (Figura 48), A5 apresentou resposta similar à de A11, não indicando de fato uma hipótese adequada, enquanto que A9 descreveu uma hipótese de acordo com o que era esperado.

Na elaboração de estratégias (Figura 49), ambos os estudantes conseguiram expressar adequadamente que utilizariam a fórmula $L = I\omega$ para calcular o momento angular do corpo rígido da questão, indicando uma sequência de passos, como calcular o momento de inércia e só depois calcular o momento angular, como apresenta A5 e A9. A11, apesar de ter feito isso na aplicação de estratégias (Figura 50), não apresentou indicação de que seguiria esse roteiro de solução.

Por fim, a análise dos resultados (Figura 51) mostra as inconsistências de A5 devido aos equívocos no cálculo do momento angular em relação aos valores obtidos por A9 e A11. O cálculo feito por A11 também não está correto, de modo que apenas A9 buscou avaliar o resultado ao invés de apenas apresentá-lo.

Figura 47 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.

<p>Etapas de Solução:</p> <ul style="list-style-type: none"> Análise qualitativa: <u>A espina gira com velocidades angulares constantes.</u> 	A5
<ul style="list-style-type: none"> Análise qualitativa: <u>O problema fala sobre uma rotação em torno de um eixo. Sabendo que o raio $r = 0,5\text{m}$ e massa $m = 10\text{kg}$, a velocidade angular $\omega = 2\text{rad/s}$ e o momento de inércia $I = \frac{2}{5}MR^2$.</u> 	A9
<p>Etapas de Solução:</p> <ul style="list-style-type: none"> Análise qualitativa: <u>O momento angular L pode ser encontrado a partir da velocidade angular e do momento de inércia do corpo.</u> 	A11

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 48 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.

<ul style="list-style-type: none"> Emissão de hipóteses: <u>Esfera considerada como um corpo rígido, velocidade angular constante.</u> 	A5
<ul style="list-style-type: none"> Emissão de hipóteses: <u>Adotamos que para determinar o momento angular da esfera usando a fórmula. Sabendo que o momento de inércia depende tanto da massa do objeto quanto da distribuição dessa massa no espaço.</u> 	A9
<ul style="list-style-type: none"> Emissão de hipóteses: <u>Vamos supor que a esfera gire uniformemente.</u> 	A11

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 49 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.

<ul style="list-style-type: none"> Elaboração de estratégias: <u>calcular momento de inércia (1) usando MR^2, calcular momento angular (2) usando $L = I\omega$</u> 	A5
<ul style="list-style-type: none"> Elaboração de estratégias: <u>Vou usar a fórmula $L = I \cdot \omega$. Substituindo os valores $L = \frac{2}{5} m r^2 \omega \rightarrow L = \frac{2}{5} \cdot 10 \cdot (0,5\text{m})^2 \cdot 2 = \frac{2}{5} \cdot 10 \cdot 0,25 = \frac{2}{5} \cdot 2,5 = 1\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$</u> <u>$L = I \cdot \omega \rightarrow L = 1 \cdot 2 = 2\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ ou $L = 2\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$</u> 	A9
<ul style="list-style-type: none"> Elaboração de estratégias: <u>Usamos a fórmula $L = I \cdot \omega$ para calcular o momento angular.</u> 	A11

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 50 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.

<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação das estratégias: $I = MR^2 = 10 \text{ kg} \times (0,5 \text{ m})^2 = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ $L = I\omega = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \times 2 \text{ rad/s} = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$	A5
<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação das estratégias: Appl. fórmula na análise do momento angular da esfera: $L = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ 	A9
<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação das estratégias: $I = \frac{2MR^2}{5} \text{ e } \omega = 2 \text{ rad/s} \quad \left. \vphantom{I} \right\} L = \frac{2}{5} \cdot 2$	A11

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 51 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 4.

<ul style="list-style-type: none"> • Análise dos resultados: O momento angular da esfera é $5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. 	A5
<ul style="list-style-type: none"> • Análise dos resultados: $L = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ esse resultado é igual ao den 	A9
<ul style="list-style-type: none"> • Análise dos resultados: $L = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ 	A11

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.11.5 Análise das Fichas de Problemas 5

Destinada a tratar da conservação do momento angular, a Ficha de Problemas 5 foi a que teve melhor aproveitamento pelos estudantes. Dois fatores podem ter contribuído para essa melhora no desempenho: o problema experimental 2 e a fórmula utilizada, que é mais simples.

As Figuras 52, 53 e 54 apresentam a solução dos estudantes A1, A11 e A4, respectivamente. Nas soluções apresentadas, é possível verificar uma apresentação mais consistente dos argumentos e dos cálculos apresentados. A solução apresentada por A1 se mostrou completa, coerente e de acordo com o que se esperava, indicando de forma clara cada etapa da solução. A solução apresentada por A11 também se mostra consistente em cada etapa da solução, apresentando argumentos diferentes de A1. Já a solução apresentada por A4 apresenta menor elaboração porém segue uma linha de raciocínio coerente, obtendo o mesmo valor que A1 e A11. Essas soluções denotam uma maior adaptação com o procedimento de preenchimento das soluções dos problemas, bem como um entendimento sobre o tema.

Figura 52 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 5.

Etapas de Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular de um sistema isolado se conserva na ausência de torques externos.
- Emissão de hipóteses:**
 1. O momento angular total do satélite se conserva
 2. A massa do satélite não varia
 3. A mudança no raio de rotação não provoca dissipação de energia.
- Elaboração de estratégias:** Para a resolução do problema, usamos a fórmula $L = I\omega = I_0\omega_0$, substituindo $I = \frac{2}{5}mR^2$, $\omega_0 = 0,156 \text{ rad/s}$ e $\omega = \omega_1$, $\omega_1 = 0,156 \text{ rad/s}$.
- Aplicação das estratégias:** Após a simplificação, obtemos o resultado $\omega_1 = 0,156 \text{ rad/s}$ ou seja, esta é a velocidade angular do satélite após a redução do raio.
- Análise dos resultados:** Após a redução do raio, a velocidade angular do satélite aumenta para $\omega_1 = 0,156 \text{ rad/s}$, mantendo-se a conservação do momento angular.

©Valdemir Manoel da Silva Junior Pag. 1 de 7

A1

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 53 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 5.

- Análise qualitativa:** O problema envolve, como o mudamos, no raio de rotação, a velocidade angular do satélite.
- Emissão de hipóteses:** A velocidade angular irá aumentar com o aumento do raio para conservar o momento angular.
- Elaboração de estratégias:** Usamos $L = I \cdot \omega$ e $I = \frac{2}{5} m r^2$
- Aplicação das estratégias:**

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}} = 2 \cdot 500 \cdot (0,1)^2 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{final}} = I_{\text{final}} \cdot \omega_{\text{final}} = \frac{2}{5} \cdot 500 \cdot (0,5)^2 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$20 = 2 \cdot 500 \cdot 0,5^2 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\omega_{\text{final}} = 0,156 \text{ rad/s}$$
- Análise dos resultados:** A velocidade angular aumenta para $0,156 \text{ rad/s}$, conservando a conservação do momento angular.

©Valdemir Manoel da Silva Junior Pag. 1 de 7

A11

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 54 – Registros de soluções dos estudantes de problemas da Ficha de Problemas 5.

- Análise qualitativa:** Para a conservação do momento angular e a velocidade angular por isso aumentará por isso o momento angular constante.
- Emissão de hipóteses:** O satélite se movendo como uma esfera uniforme e a massa do satélite não muda.
- Elaboração de estratégias:** Aplica a fórmula $L = I\omega$ e substitui os valores.
- Aplicação das estratégias:**

$$I = \frac{2}{5} m r^2 \quad \omega_0 = 0,1$$

$$I_0 = \frac{2}{5} \cdot 500 \cdot 0,5^2 = 250$$

$$I_1 = \frac{2}{5} \cdot 500 \cdot 0,1^2 = 20$$

$$L = I_0 \omega_0 = 250 \cdot 0,1 = 25$$

$$L = I_1 \omega_1 \Rightarrow 25 = 20 \cdot \omega_1$$

$$\omega_1 = 1,25 \text{ rad/s}$$
- Análise dos resultados:** A nova velocidade angular do satélite é maior que a inicial.

©Valdemir Manoel da Silva Junior Pag. 1 de 7

A4

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.11.6 Análise das Avaliação bimestral e Recuperação/Reposição

A Avaliação bimestral realizada no oitavo encontro consistia de quatro problemas em que o estudante deveria responder ao menos dois. Realizada de forma individual, os estudantes fizeram a avaliação pesquisada pelas Fichas de Ferramentas e por suas Fichas de Problemas.

As Figuras 55, 56 e 57 apresentam as soluções de A6, A9 e A11, respectivamente, indicando três níveis distintos de solução. As soluções de A6 apresentaram um nível insatisfatório, com erros na fórmula e pouca argumentação nas etapas qualitativas. A solução apresentada por A9 apresenta maior riqueza de detalhes, porém um erro na aplicação da estratégia fez com que o valor final não estivesse correto. Já a solução apresentada por A11 apresenta argumentos e cálculos coerentes.

Figura 55 – Registros de soluções do estudante A6 de problema da Avaliação Bimestral.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 56 – Registros de soluções do estudante A9 de problema da Avaliação Bimestral.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 57 – Registros de soluções do estudante A11 de problema da Avaliação Bimestral.

Etapas de Solução:

- **Análise qualitativa:**
 L pode ser encontrado a partir dos momentos de inércia e da velocidade angular.
- **Emissão de hipóteses:**
 Vamos supor que a turbina gira de forma uniforme.
- **Elaboração de estratégias:**
 Para calcular o momento angular L , iremos utilizar a fórmula $L = I \cdot \omega$
- **Aplicação das estratégias:**
 $L = I \cdot \omega$ $\Rightarrow L = 1500 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \cdot 50 \text{ rad/s}$
- **Análise dos resultados:**
 $L = 75000 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s} \rightarrow$ resultado final
 Em termos de estabilidade, temos que a turbina gira uniformemente.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Nem todos os estudantes conseguiram obter a média ao final do bimestre, de modo que foi necessário aplicar uma recuperação/reposição. Esta recuperação/reposição foi construída com questões conceituais de verdadeiro ou falso, questões de aplicação direta da fórmula e dois problemas contextualizados, que o estudante poderia resolver de forma extra. Nenhum estudante na recuperação resolveu os problemas, respondendo as questões de múltipla escolha. As Figuras 58 e 59 apresentam algumas das questões utilizadas na reposição.

Figura 58 – Questões conceituais de aplicação direta de fórmulas da Recuperação/Reposição Bimestral.

Questões de Completar o Termo/Cálculos simples

- (Período) O período de uma partícula que completa 20 voltas em 10 segundos é:
 (a) 2 s (b) 0,5 s (c) 10 s (d) 20 s (e) 1 s
- (Frequência) A frequência de uma partícula que completa uma volta em 0,2 segundos é:
 (a) 2 Hz (b) 5 Hz (c) 10 Hz (d) 0,2 Hz (e) 1 Hz
- (Velocidade Angular) A velocidade angular de um objeto girando a 2 Hz é:
 (a) 2π rad/s (b) 4π rad/s (c) 6π rad/s (d) 8π rad/s (e) 10π rad/s

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 59 – Questões conceituais de verdadeiro ou falso da Recuperação/Reposição Bimestral.

Questões de Verdadeiro ou Falso (V ou F)	
1. (Período) O período de um movimento circular é definido como o tempo necessário para completar uma volta inteira.	☐ Verdadeiro ☐ Falso
2. (Frequência) A frequência de um movimento é inversamente proporcional ao período.	☐ Verdadeiro ☐ Falso
3. (Velocidade Angular) A velocidade angular de um corpo em rotação depende apenas de seu raio.	☐ Verdadeiro ☐ Falso
4. (Momento Angular de Partículas) O momento angular de uma partícula em movimento depende de sua massa, velocidade e posição em relação ao eixo de rotação.	☐ Verdadeiro ☐ Falso
5. (Sinal do Momento Angular) O sinal do momento angular indica o sentido da rotação em relação ao eixo.	☐ Verdadeiro ☐ Falso
6. (Momento de Inércia) O momento de inércia de um corpo depende apenas de sua massa total.	☐ Verdadeiro ☐ Falso
7. (Momento Angular de Corpos Rígidos) O momento angular de um corpo rígido é sempre perpendicular ao plano de rotação.	☐ Verdadeiro ☐ Falso
8. (Conservação do Momento Angular) A conservação do momento angular é válida somente quando não há forças externas aplicadas.	☐ Verdadeiro ☐ Falso

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

5.11.7 Avaliação da sequência de ensino feita pelos estudantes

Ao final da sequência de ensino, os estudantes preencheram uma ficha de avaliação da sequência de ensino, para expressarem sua opinião acerca de toda a aplicação, envolvendo os encontros, os problemas experimentais e as fichas de ferramentas, de problemas, de análise e de hipóteses. Foi respondido sobre as dificuldades encontradas durante a aplicação.

As Figuras 60, 61 e 62 apresentam gráficos das respostas dos estudantes para algumas das perguntas. A partir das respostas dos estudantes, é possível perceber que, apesar das adversidades e de acharem as fichas de problemas longas, como esperado para estudantes não acostumados com o procedimento, os estudantes aceitaram bem o desafio, bem como também consideraram positiva a sequência de ensino e a qualidade do material utilizado.

O questionário também avaliou a perspectiva dos estudantes sobre as próprias dificuldades durante a sequência de ensino. Os estudantes assinalaram como nenhuma, pouca ou muita dificuldade nos seguintes aspectos:

Aspecto 01 Entendimento de conceitos matemáticos necessários;

Aspecto 02 Compreensão dos textos das atividades e problemas;

Aspecto 03 Relacionar o conceito de momento angular com situações do cotidiano;

Aspecto 04 Realização dos cálculos necessários para resolver os problemas;

Aspecto 05 Aplicação do método de resolução de problemas;

Aspecto 06 Interpretação das instruções para os experimentos;

Aspecto 07 Uso das fichas de ferramentas para planejar soluções;

Aspecto 08 Utilização e justificativa de hipóteses científicas;

Aspecto 09 Organização e análise de dados nas fichas de análise;

Aspecto 10 Participação e interação com colegas durante as atividades em grupo.

Figura 60 – Gráficos de perguntas da avaliação da sequência de ensino feita pelos estudantes.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

A Figura 63 apresenta um gráfico com as respostas dos estudantes. Observa-se que os estudantes identificaram em si mesmos dificuldades relevantes no processo de aprendizagem, envolvendo aspectos teóricos, práticos e de interação entre si. Como ponto positivo, destaca-se o aspecto 7, que indica um bom entendimento e utilidade das fichas de ferramentas em relação aos problemas e situações vivenciadas em sala.

No questionário de avaliação, havia também espaço para comentários e sugestões. As Figuras 64, 65 e 66 apresentam algumas desses comentários abertos. De forma geral, os

comentários ficaram restritos à extensão das fichas de problemas/pouco tempo disponível e à dificuldade de realizar os cálculos. Como ponto positivo, destacam-se a aceitação da dinâmica experimental e do perfil de solução dos problemas (desde que em quantidades reduzidas).

Figura 61 – Gráficos de perguntas da avaliação da sequência de ensino feita pelos estudantes.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 62 – Gráficos de perguntas da avaliação da sequência de ensino feita pelos estudantes.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 63 – Resultado do questionário sobre dificuldades encontradas pelos estudantes durante a sequência de ensino.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 64 – Comentários e sugestões dos estudantes em relação à sequência de ensino.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 65 – Comentários e sugestões dos estudantes em relação à sequência de ensino.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Figura 66 – Comentários e sugestões dos estudantes em relação à sequência de ensino.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

6 CONCLUSÃO

A presente dissertação teve como objetivo desenvolver e implementar uma sequência de ensino sobre o Momento Angular e sua conservação, utilizando uma abordagem investigativa baseada no método da Resolução de Problemas de Lápis e Papel, conforme proposto por Clement e Terrazzan (2012). A pesquisa foi realizada em um contexto de educação rural em uma escola de ensino médio noturno na Paraíba, buscando atender às necessidades específicas dos estudantes e contribuir para a formação de professores de Física que atuam em contextos desafiadores.

Acredito que a abordagem investigativa contribuiu com um aprendizado significativo entre os estudantes sobre o tema e sobre o procedimento de resolver problemas. A implementação da sequência de ensino permitiu que os estudantes se envolvessem ativamente na resolução de problemas, desenvolvendo habilidades críticas e analíticas. A utilização de rubricas analíticas para a avaliação das respostas dos estudantes, conforme adaptado de Kapur e Kinzer (2007), possibilitou uma avaliação mais precisa e formativa, permitindo que as dificuldades e avanços dos estudantes fossem acompanhadas durante o processo.

Além disso, a pesquisa destacou a importância da reflexão crítica sobre o processo de ensino-aprendizagem. Os estudantes foram incentivados a discutir suas hipóteses e teorias em grupo, o que não apenas fomentou a colaboração, mas também promoveu um ambiente de aprendizado, onde a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento foram valorizadas.

Apesar dos resultados positivos, a pesquisa também enfrentou desafios já esperados. Um dos principais obstáculos foi a resistência inicial dos estudantes a métodos de ensino que exigiam maior participação ativa. Muitos estudantes estavam acostumados a abordagens mais tradicionais, onde o professor é a principal fonte de conhecimento e os exercícios são de aplicação direta de fórmulas, sem reflexão sobre os resultados. Essa resistência foi gradualmente superada à medida que os estudantes começaram a perceber os benefícios da abordagem investigativa, com a perspectiva de melhor desempenho a partir de um trabalho contínuo com essa metodologia.

Outros dois desafios enfrentados, porém também esperados, foram a limitação de recursos disponíveis na escola e as dificuldades em pré-requisitos de leitura, escrita, interpretação de texto e domínio matemático, que impactou a realização de algumas atividades práticas e teóricas.

As implicações desta pesquisa são significativas para o ensino de Física na implementação de práticas educacionais que priorizem o protagonismo do estudante. A experiência adquirida ao longo da aplicação da sequência de ensino sugere que a inclusão de abordagens investigativas na resolução de problemas e a utilização de rubricas para avaliação são práticas positivas.

Além disso, a pesquisa reforça a necessidade de um currículo que valorize a investigação e a resolução de problemas como componentes centrais do ensino de Física. A inclusão de temas relevantes e contextualizados, como o Momento Angular, pode aumentar o interesse dos estudantes pela disciplina e demonstrar a aplicabilidade dos conceitos físicos em situações do cotidiano.

Por fim, esta dissertação contribui para a discussão sobre a importância da Resolução de Problemas de lápis e papel numa abordagem investigativa no ensino de Física, especialmente em contextos desafiadores como o da educação rural. Apesar da rotina de resolução bem definida, essa permite a promoção de um aprendizado mais significativo e estimula a formação de habilidades importantes, como o pensamento crítico, o protagonismo, a colaboração e a resolução de problemas, principalmente em situações em que há tempo para uma investigação aprofundada dos problemas propostos.

Os resultados obtidos indicam que, apesar dos desafios enfrentados, a implementação da sequência de ensino baseada na Resolução de Problemas pode ser uma estratégia eficaz para melhorar o ensino de Física. A continuidade deste trabalho é fundamental, e futuras pesquisas podem explorar a aplicação de metodologias semelhantes em outros contextos e disciplinas, ampliando assim o impacto positivo no ensino de Física.

REFERÊNCIAS

- Abreu, L. S. *O desafio de formar professores dos anos iniciais do ensino fundamental para ensinar ciências*. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) — Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2008.
- Barbosa, W. G. *INSERÇÃO DE CONCEITOS DE DINÂMICA ROTACIONAL NO ENSINO MÉDIO ATRAVÉS DO LABORATÓRIO NÃO ESTRUTURADO MEDIADO POR VIDEOANÁLISE*. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR, 2016. Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica. Área de Concentração: Ciência, Tecnologia e Ambiente Educacional.
- Barcelos Neto, J. *Mecânica Newtoniana, Lagrangiana Hamiltoniana*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2004.
- Batista, G. E. *RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ABERTOS: Uma proposta para o ensino de Física Quântica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2019. Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, ofertado pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul em parceria com a Sociedade Brasileira de Física, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.
- Belançon, E. D.; SILVA, S. d. Um passeio por várias álgebras na descrição do momento angular. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 41, n. 2, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2018-0252>>.
- Biembengut, M. S. Modelagem matemática & resolução de problemas, projetos e etnomatemática: pontos confluentes. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 197–219, nov 2014.
- Bonagamba, T. J. et al. Construção de um conjunto experimental destinado à execução de práticas de rotação e oscilação ao de corpos rígidos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 17, n. 2, p. 123–128, junho 1995.
- Brasil. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+): Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação, 2006. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN_FIS.pdf>.
- Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*. 2018. Acesso em: 8 jul. 2024. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>.
- Carvalho, A. M. F. T. d.; Pires, M. N. M.; Gomes, M. T. *Fundamentos teóricos do pensamento matemático*. Curitiba: IESDE, 2005. 304 p.
- Carvalho, A. M. P. d. Ensino de ciências por investigação: Condições para a implementação em sala de aula. *Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências*, UFMG, v. 15, n. 3, p. 59–78, 2013.

Carvalho, A. M. P. d. Fundamentos teóricos e metodológicos do ensino por investigação. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 18, n. 3, p. 765–794, dez. 2018. Disponível em: <<https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4852>>.

Chassot, A. Alfabetização científica: uma possibilidade para a inclusão social. *Revista Brasileira de Educação*, v. 22, abril 2003. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1413-24782003000100009>>.

Chaves, A.; SAMPAIO, J. F. *Física Básica*. Rio de Janeiro: LTC, 2007. v. 1.

Chow, T. L. *Classical Mechanics*. 2a. ed. 6000 Broken Sound Parkway NW, Suite 300: CRC Press, 2013.

Cisneros, J. I.; Lujan, E. Estudo experimental da rotação de um corpo rígido ao redor de um eixo fixo. conservação do momento angular. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 18, n. 1, março 1996.

Clement, L. *Resolução de problemas e o ensino de procedimentos e atitudes em aulas de Física*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, 2004. Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação.

Clement, L.; Terrazzan, E. A. Resolução de problemas de lápis e papel numa abordagem investigativa. *Experiências em Ensino de Ciências*, Cuiabá, v. 7, n. 2, p. 98–116, 2012. Acesso em: 17 ago. 2024. Disponível em: <<https://fisica.ufmt.br/eenciojs/index.php/eenci/article/view/424>>.

Clement, L.; Terrazzan, E. A.; Nascimento, T. B. Resolução de problemas no ensino de Física baseado numa abordagem investigativa. In: *IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*. [s.n.], 2003. p. 1–13. Disponível em: <<https://fep.if.usp.br/~profis%20/arquivo/encontros/enpec/ivenpec/Arquivos/Orais/ORAL159.pdf>>.

Clement, L.; TERRAZZAN, E. A.; NASCIMENTO, T. B. Resolução de Problemas no Ensino de Física Baseado numa Abordagem Investigativa. In: *IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*. [s.n.], 2003. Disponível em: <<https://fep.if.usp.br/~profis%20/arquivo/encontros/enpec/ivenpec/Arquivos/Orais/ORAL159.pdf>>.

Corrêa, E. R. *O ensino de estequiometria a partir dos pressupostos da teoria histórico cultural*. 217 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências)) — Universidade Federal do Pampa, Bagé, 2017.

Da Silva, F. R. et al. Discutindo o momento angular por meio de um helicóptero de brinquedo. In: *IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales, 28, 29 y 30 de octubre de 2015, Ensenada, Argentina*. [s.n.], 2015. En Memoria Académica. Disponível em: <http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.8137/ev.8137.pdf>.

Domingos, R. M. C. *Resolução de problemas e modelagem matemática: uma experiência na formação inicial de professores de Física e Matemática*. 193 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática)) — Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

Duarte, S. E. Física para o ensino médio usando simulações e experimentos de baixo custo: um exemplo abordando dinâmica da rotação. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 29, p. 525–542, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.5007/2175-7941.2012v29nesp1p525>>.

França, C. R.; Silva, T. d. A realidade virtual e aumentada dedicada ao processo ensino-aprendizagem de física: socialização da concepção e validação do aplicativo rva_360 – momento angular. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 13, n. 1, p. 142–169, 2020. ISSN 1982-873X. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/12210>>.

Freitas, F. A. d. S. et al. A física da bailarina. In: *Anais dos Workshops do VIII Congresso Brasileiro de Informática na Educação (WCBIE 2019)*. [S.l.]: CBIE, 2019.

Fávero, M. H.; Sousa, C. M. S. G. d. A resolução de problemas em física: Revisão de pesquisa, análise e proposta metodológica. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 6, n. 2, p. 143–196, 2001.

Gatica-Lara, F.; URIBARREN-BERRUETA, T. d. N. J. ¿cómo elaborar una rúbrica? *Investigación en Educación Médica*, Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, v. 2, n. 5, p. 61–65, 2013. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=349733230010>>.

Gerhardt, T. E.; SILVEIRA, D. T. *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

Goldstein, H.; Poole, C. P.; Safko, J. L. *Classical Mechanics*. 3a edição. ed. San Francisco: Addison-Wesley, 2002.

Gomes, A. H. Forças internas e a conservação do momento angular. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 40, n. 3, p. 4, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2018-0004>>.

Gomes, D. M.; Stahl, N. S. P. A resolução de problemas no ensino de cálculo diferencial e integral nos cursos de engenharia: uma experiência. *Revista Thema*, v. 17, n. 2, p. 294–308, 2020. Acesso em: 25 jul. 2024. Disponível em: <<https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1664>>.

Gregory, R. D. *Classical Mechanics: An Undergraduate Text*. 3a edição corrigida. ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2008.

Gória, J. L. E.; Lameu, L. d. P. A importância do uso da conservação do momento angular na estabilidade de foguetes de garrafas pet na 17ª mobfog e na 42ª jornada de foguetes. In: *Anais do IV Simpósio de Educação em Ciências e VI Semana das Licenciaturas da UNIFEI*. [S.l.: s.n.], 2020.

Halliday, D.; Resnick, R.; Walker, J. *Fundamentos de Física*. 8a edição. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.

Hewitt, P. G. *Física conceitual*. 11a edição. ed. São Paulo: Bookman, 2002.

IBGE. *Censo 2022 - Pedra Lavrada*. 2022. Acesso em: 25 jul. 2024. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pb/pedra-lavrada#:~:text=Brasileira%20%2D%20DTB%202021-,Popula%C3%A7%C3%A3o,116%20e%20176%20de%20223>>.

- Jesus, G. M. C. d. et al. Piões, spinners e giroscópios, brinquedos e aplicações físicas. In: *Física: O Universo e os Fenômenos Naturais*. Curitiba: Editora Atena, 2021. ISBN 978-65-5706-903-5. EBook.
- Kapur, M.; Kinzer, C. K. Examining the effect of problem type in a synchronous computer-supported collaborative learning (cscl) environment. *Education Technology Research and Development*, v. 55, p. 439–459, 2007.
- Karam, R. A. S.; Pietrocola, M. Habilidades técnicas versus habilidades estruturantes: resolução de problemas e o papel da matemática como estruturante do pensamento físico. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 181–205, jul 2009.
- Kleppner, D.; Kolenkow, R. J. *An Introduction to Mechanics*. New York: McGraw-Hill, 1973.
- Landau, L. D.; Lifchitz, E. M. *Curso de Física: Mecânica*. São Paulo: Hemus, 2004.
- Lemos, N. A. *Mecânica Analítica*. 2a edição. ed. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2007.
- Lopes, A. O. *Introdução à Mecânica Clássica*. [S.l.]: Edusp, 2006.
- Lucchese, M. M.; Oliveira, M. B. C. d.; Freitas, D. P. S. d. Rubricas pedagógicas analíticas: um instrumento de avaliação continuada no ensino de física. *Caderno Brasileiro De Ensino De Física*, v. 40, n. 3, p. 502–519, 2023.
- Machado, V.; Machado, V. O. O. Efeito do impulso angular na rotação plana de um corpo rígido em um sistema conservativo: um ensaio no laboratório. *Revista Brasileira de Física Tecnológica Aplicada*, v. 2, n. 1, outubro 2015.
- Máximo, A.; Alvarenga, B. *Curso de Física*. 6a edição. ed. São Paulo: Scipione, 2000. v. 1.
- Nardi, R.; da Silva, D.; Gatti, S. R. T. História da ciência no ensino de física: um estudo sobre o ensino de atração gravitacional desenvolvido com futuros professores. *Investigações Em Ensino De Ciências*, v. 15, n. 1, p. 7–59, 2016. Disponível em: <<https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/314>>.
- Nussenzweig, H. M. *Curso de Física Básica*. 4a edição (revisada). ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002. v. 1.
- Oliveira, C. G. d. *Uma Proposta para a Inserção do Conteúdo de Momento Angular no Ensino Médio*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Programa de Pós-Graduação no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física – Polo 32, 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física).
- Oliveira, K. S. D. et al. Abordagem investigativa no ensino de ciências: uma experiência na educação de jovens e adultos. In: *VI CONEDU - Vol 3*. Realize Editora, 2020. p. 231–248. Acesso em: 01/01/2025 16:27. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/65253>>.

Oliveira, V.; Araújo, I. S.; Veit, E. A. Resolução de problemas abertos no ensino de física: uma revisão da literatura. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 39, n. 3, p. e3402, 2017. ISSN 1806-9126. Epub 06 Mar 2017, [Acessado 23 Julho 2024]. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2016-0269>>.

Paraíba. *Proposta Curricular do Ensino Médio da Paraíba (PCEM-PB)*. 2023. Acesso em: 8 jul. 2024. Disponível em: <<https://paraiba.pb.gov.br/arquivos/pdfs/PropostaCurriculardoEnsinoMdiodaParabaPCEMPB23.pdf>>.

Peduzzi, L. O. d. Q. *As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 1988. Submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação.

Peduzzi, L. O. d. Q. Sobre a resolução de problemas no ensino da física. *Caderno Brasileiro De Ensino De Física*, v. 14, n. 3, p. 229–253, 1997. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6982>>.

Peduzzi, L. O. d. Q. Sobre a resolução de problemas no ensino da física. *Caderno Brasileiro De Ensino De Física*, v. 14, n. 3, p. 229–253, 1997. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6982>>.

Pereira, P. H. *RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CINEMÁTICA UNIDIMENSIONAL TENDO A MATEMÁTICA COMO ESTRUTURANTE DO PENSAMENTO FÍSICO*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Lavras, 2020. Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Física, área de concentração em Ensino de Física, para a obtenção do título de Mestre.

Pérez, C. A. C. et al. Conservação do momento angular por videoanálise utilizando o brinquedo flat balls. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 42, p. e20200142, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2020-0142>>.

PÉREZ, D. G. et al. Questionando a didática de resolução de problemas: elaboração de um modelo alternativo. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, UFSC, Florianópolis, Brasil, v. 9, n. 1, p. 7–19, 1992.

Pérez, D. G.; Torregrosa, J. M. A model for problem-solving in accordance with scientific methodology. *European Journal of Science Education*, v. 5, n. 4, p. 447–455, 1983.

Ribeiro, D. D. C. D. A.; Passos, C. G.; Salgado, T. D. M. A metodologia de resolução de problemas no ensino de ciências: As características de um problema eficaz. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte)*, Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, v. 22, p. –, 2020. ISSN 1983-2117. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1983-21172020210137>>.

Roitman, R. O método de resoluções de problemas. *Revista Brasileira de Educação Médica*, v. 3, n. 2, p. 15–19, 1979. ISSN 1981-5271. Epub 23 Fev 2022, [Acessado 25 Julho 2024]. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1981-5271v3.2-004>>.

Rosa, C. T. W. d.; Meneses, J. Metacognição e ensino de física: revisão de pesquisas associadas a intervenções didáticas. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, Belo Horizonte, v. 18, n. 2, p. 581–608, 2018.

- Sasaki, D. G. G.; Jesus, V. L. B. d. Videoanálise do voo de um fidget spinner: torque e momento angular. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 42, p. e20190223, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2019-0223>>.
- Sasseron, L. H. Ensino de ciências por investigação e o desenvolvimento de práticas: Uma mirada para a base nacional comum curricular. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 18, n. 3, p. 1061–1085, dec 2018.
- Silva, E. T. d.; Sá, R. A.; Batinga, V. T. S. A resolução de problemas no ensino de ciências baseada em uma abordagem investigativa. *ACTIO*, v. 4, n. 2, p. 169–188, may 2019.
- Silva Filho, T. J. d. O. *A Matemática Aplicada aos Quadricópteros: Uma Proposta de Ensino e Pesquisa*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal Rural do Semiárido, Mossoró, 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT).
- Silva, L. C. B. d. *O discurso dos professores de Física de Maringá e região sobre a abordagem do momento angular e do torque no Ensino Médio*. 94 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) — Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2012. Orientador: Ourides Santin Filho. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.
- Silva, V. R. R. d. *Sequências didáticas para o ensino das Leis de Kepler*. 411 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física)) — Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda, RJ, 2017. Orientador: Huguenin, José Augusto Oliveira. Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Exatas como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Física.
- Suart, R. C. *Habilidades cognitivas manifestadas por alunos do ensino médio de química em atividades experimentais investigativas*. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- Taylor, J. R. *Classical Mechanics*. Sausalito, Calif.: University Science Books, 2005.
- Thornton, S. T.; Marion, J. B. *Classical Dynamics of Particles and Systems*. 5a edição. ed. Belmont, CA: Brooks/Cole, 2004.
- Tipler, P. A.; Mosca, G. *Física para Cientistas e Engenheiros*. 6a edição. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. v. 1.
- Wallas, G. *Art of Thought*. London: Jonathan Cape, 1926. Disponível em: <<https://archive.org/details/theartofthought/page/n5/mode/2up>>.
- Young, H. D.; Freedman, R. A. *Física I - Mecânica*. 12a edição. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.
- Young, H. D.; Freedman, R. A. *Física IV - Ótica e Física Moderna*. 12a. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.

APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

Valdemir Manoel da Silva Júnior

**Momento Angular no Ensino: Uma Proposta Baseada na
Resolução de Problemas**

Campina Grande/PB

2025

MOMENTO ANGULAR NO ENSINO: UMA PROPOSTA BASEADA NA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Valdemir Manoel da Silva Júnior

Produto Educacional submetido ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF), da Universidade Estadual da Paraíba para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos

Campina Grande/PB

2025

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto em versão impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que, na reprodução, figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586r Silva Júnior, Valdemir Manoel da.
Momento Angular no Ensino: [manuscrito] : Uma Proposta Baseada na Resolução de Problemas / Valdemir Manoel da Silva Júnior. - 2025.
105 f. : il. color.

Digitado.

Produto Educacional apresentado ao Mestrado Profissional em Ensino de Física/UEPB

"Orientação : Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos, Coordenação do Curso de Física - CCTS".

1. Resolução de Problemas. 2. Momento Angular. 3. Conservação do momento Angular. 4. Ensino em física. I. Título

21. ed. CDD 530.7

Sumário

1	SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL	4
2	ASPECTOS TEÓRICOS E A SEQUÊNCIA DE ENSINO - PARA O PROFESSOR	6
2.1	Aporte teórico da Sequência de Ensino	8
2.2	BNCC e planejamento anual	13
2.3	Descrição dos encontros	15
2.3.1	Encontro 01 - Apresentação da dinâmica do bimestre e revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência)	15
2.3.2	Encontro 02 - Introdução ao conceito de Momento Angular	20
2.3.3	Encontro 03 - Momento angular de um sistema de partículas	25
2.3.4	Encontro 04 - Momento de inércia de um corpo rígido	25
2.3.5	Encontro 05 - Momento angular dos corpos rígidos e sua conservação	30
2.3.6	Encontro 06 - Conservação do Momento Angular	31
2.3.7	Encontro 07 - Revisão e resolução de problemas	35
2.3.8	Encontro 08 - Culminância/Avaliação Bimestral	35
2.3.9	Encontro 09 - Recuperação da Aprendizagem	35
2.3.10	Encontro extra - Conservação do momento angular	36
3	AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO E MATERIAIS DE SUPORTE DA SEQUÊNCIA DE ENSINO	40
3.1	Ficha de Hipóteses - FH	41
3.2	Ficha de Análise - FA	42
3.3	Fichas de Problemas - FP	44
3.3.1	Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 01	44
3.3.2	Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 02	46
3.3.3	Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 03	48
3.3.4	Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 04	49
3.3.5	Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 05	51
3.3.6	Problemas adicionais	54
3.4	Lista de possíveis aplicações para explorar	73
3.5	Fichas de Ferramentas - FF	76
3.6	Fichas de Hipóteses - FH e Fichas de Análises - FA	87
	REFERÊNCIAS	104

1 Sobre o Produto Educacional

Caro professor,

Este Produto Educacional contém uma sequência de ensino utilizando a Resolução de Problemas de lápis e papel numa abordagem investigativa para explorar o conceito de Momento Angular e sua conservação. Nesta sequência, o estudante é desafiado a resolver problemas contextualizados a partir de um conjunto de etapas que o conduzem a uma formação sólida, que não envolva apenas aplicação direta de fórmulas.

Nos problemas propostos neste produto educacional são trabalhados os seguintes conceitos: movimento circular, momento angular de uma partícula, momento angular de sistema de partículas, momento de inércia, momento angular de corpos rígidos e conservação do momento angular. Diferentemente das abordagens mais usuais, em que o conceito de torque e de momento de inércia são o ponto principal, o foco desse material está na conservação do momento angular, discutindo aspectos teóricos e práticos, enriquecendo o repertório científico e acadêmico do estudante.

Ao participar da sequência de ensino, espera-se que o estudante tenha oportunidades de desenvolver habilidades relacionadas ao conceito de momento angular e de resolver problemas de uma forma geral, buscando compreender o processo de organização das ideias. A partir da resolução dos problemas, é incentivada a compreensão do ato de aprender como um processo de adquirir repertório que dê suporte para lidar com problemas teóricos ou práticos do cotidiano.

A sequência de ensino tem duração de nove semanas, correspondendo a um bimestre letivo, levando em consideração duas semanas para aplicação de uma avaliação bimestral e de uma reposição/recuperação bimestral.

O método de Resolução de Problemas foi utilizado por enfatizar o aspecto prático do aprendizado, bem como por possuir etapas definidas que se permitem um acompanhamento detalhado dos passos dados pelo estudante, facilitando o diagnóstico dos motivos e circunstâncias que estejam impedindo o desenvolvimento do mesmo. Adicionalmente, esse método permite um melhor equilíbrio entre problemas e exercícios, de modo que a Física no ensino médio não se resume a decorar e aplicar fórmulas sem um contexto relevante para o estudante, sendo útil também no desenvolvimento da autonomia e na capacidade de trabalhar em grupo para resolver problemas, situação que será comum em sua vida acadêmica/profissional.

Este Produto Educacional foi desenvolvido como parte integrante da Dissertação de Mestrado intitulada A Resolução de Problemas Aplicada ao Ensino do Momento Angular,

no âmbito do programa da Sociedade Brasileira de Física (SBF), denominado Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), no campus de Campina Grande - Polo 48. Visando qualificar o professor para atuar principalmente na rede pública do ensino médio, o programa exige a produção de uma dissertação e um produto educacional aplicável de qualidade. No caso deste produto, apesar de elaborado objetivando potencializar o ensino de Física no médio noturno da rede pública de pequenas escolas do campo, pode ser útil para diversos contextos escolares e acadêmicos.

2 Aspectos Teóricos e a Sequência de Ensino

- *Para o professor*

Neste tópico, há a descrição detalhada das ações indicadas ao professor para cada momento da sequência de ensino. É indicado que esta sequência seja aplicada para turmas de 1º ano do ensino médio que já tenham estudado conceitos da Cinemática e da Dinâmica (Leis de Newton). Para cada encontro, são descritos: o objetivo, os conteúdos trabalhados, a sequência de aplicação e as conexões com o método da Resolução de Problemas são apresentadas e discutidas.

Uma breve descrição dos encontros que serão detalhados na sequência e o tempo de cada momento é feita a seguir:

1. Apresentação da dinâmica do bimestre e revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência)
 - 15 min: Explicação da dinâmica de funcionamento do bimestre e entrega das instruções.
 - 35 min: Retomada de alguns conceitos da cinemática e da dinâmica que serão necessários para melhor compreensão do conceito de Momento Angular.
 - 10 min: Separação das equipes, leitura das Fichas de Ferramentas e da Ficha de Instruções.
2. Revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência) e Momento angular de partículas
 - 20 min: Retomada de alguns conceitos da cinemática e da dinâmica que serão necessários para melhor compreensão do conceito de Momento Angular.
 - 20 min: Apresentação do conceito de momento angular, definições e unidades.
 - 20 min: Resolução de problema envolvendo a definição de momento angular.
3. Momento angular de partículas (Resolução de Problemas) e Momento de Inércia
 - 20 min: Explicação sobre momento angular de um sistema de partículas.
 - 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
 - 20 min: Exposição sobre momento de inércia de corpos rígidos.
4. Momento de inércia dos corpos rígidos – Problema Experimental 1

- 05 min: Apresentação do problema experimental 1.
- 20 min: Debate em grupo para elaboração das hipóteses para o problema experimental 1 (Preenchimento da Ficha de Hipóteses).
- 10 min: Exploração do problema experimental 1.
- 20 min: Debate em grupo para contrastar as hipóteses e o observado (Preenchimento da Ficha de Análise).

5. Momento angular dos corpos rígidos

- 15 min: Comentários acerca das soluções sobre o problema experimental 1.
- 25 min: Explicação acerca do momento angular dos corpos rígidos.
- 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.

6. A cadeira giratória - Problema Experimental 2

- 05 min: Apresentação do problema experimental 2.
- 20 min: Debate em grupo para elaboração das hipóteses para o problema experimental 2 (Preenchimento da Ficha de Hipóteses).
- 10 min: Exploração do problema experimental 2.
- 20 min: Debate em grupo para contrastar as hipóteses e o observado (Preenchimento da Ficha de Análise).

7. Revisão e Resolução de Problemas

- 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
- 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
- 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.

8. Avaliação bimestral

- 05 min: Entrega da lista de exercícios (problemas fechados) feitos em casa durante o bimestre.
- 55 min: Avaliação com problemas fechados que remetam aos assuntos vistos em sala, com enfoque na resolução de problemas.

9. Atividade de reposição e recuperação

- 55 min: Avaliação com problemas fechados que remetam aos assuntos vistos em sala, com enfoque nos fundamentos do assunto.

A sequência de ensino foi moldada de forma que o estudante se depare com situações em que os conceitos de momento angular são úteis. Ao todo, cinco fichas com problemas teóricos e dois problemas experimentais são apresentados. O Quadro 1 apresenta os temas, objetivos e títulos de cada problema experimental, juntamente com o encontro em que é indicada a aplicação.

Quadro 1 – Tema abordado e objetivo de cada problema experimental.

Problema	Aula	Tema abordado	Objetivo
PE 1 - A borracha giratória	04	Momento de inércia de partículas	Discutir qualitativamente o conceito de momento de inércia.
PE 2 - A cadeira giratória	06	Conservação do momento angular	Demonstrar qualitativamente a conservação do momento angular

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

2.1 Aporte teórico da Sequência de Ensino

É relevante reforçar ao professor que esta sequência de ensino foi elaborada através da Resolução de Problemas de lápis e papel numa abordagem investigativa, especificamente com base no modelo proposto por Clement e Terrazzan (Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A., 2012; Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte, 2003). Para isso, esta Seção tem por objetivo trazer as bases teóricas que fundamentam a sequência proposta neste produto educacional.

Além de ter sido proposto recentemente buscando atualizar os modelos anteriores existentes na literatura, outro motivo para ter selecionado o modelo proposto por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012) é por ser baseado no ensino por investigação, sendo um método que estimula a reflexão, o debate e a formulação de questionamentos acerca de hipóteses, justificativas e ideias, favorecendo a aplicação desses conhecimentos em situações novas.

As etapas para resolução de problemas propostas por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012) são descritas a seguir:

1. Análise qualitativa do problema: realizar uma análise qualitativa antes de qualquer planejamento quantitativo é fundamental para a compreensão da situação-problema que se apresenta, bem como, para evitar um "operativismo cego".
2. Emissão de hipóteses e estabelecimento de estimativas das grandezas físicas: a partir de considerações de ordem qualitativa sobre a situação-problema em estudo, é possível passar para a formulação de hipóteses sobre ela.

3. Elaboração de estratégia(s) de resolução: supõe a explicitação de uma visão global do problema, ou seja, a sua elaboração não derivará unicamente dos princípios teóricos, mas também, da análise qualitativa e das hipóteses emitidas, bem como, da experiência e dos conhecimentos particulares. Espera-se que os alunos elaborem diferentes formas de resolução que possibilitem um contraste entre os processos de resolução a serem praticados e assim, explicitem a coerência do conjunto de conhecimentos que eles dispõem. Isso é possibilitado pelo tipo de enunciado proposto, uma vez que este não permite um simples manejo operativo de dados e incógnitas, graças a ausência explícita dos primeiros.
4. Aplicação da(s) estratégia(s) de resolução: esta é a etapa em que se efetua a resolução propriamente dita da situação-problema. A solução é buscada de acordo com a estratégia estabelecida na etapa anterior, chegando-se assim a um "resultado", ou seja, a uma das respostas possíveis para a situação-problema em questão.
5. Análise do(s) resultado(s): a etapa de análise do(s) resultado(s) tem por objetivo contrastar e verificar as hipóteses emitidas, permitindo averiguar até que ponto a avaliação qualitativa da situação (origem de todo o desenvolvimento) estava correta e/ou a estratégia seguida era adequada.
6. Elaboração de síntese explicativa do processo de resolução praticado e sinalização de novas situações-problema: nesta última etapa do processo, espera-se que os alunos elaborem uma síntese da resolução do problema, ou seja, façam uma recapitulação dos aspectos mais importantes da resolução praticada. Também se espera que sinalizem novas situações-problema que possam surgir a partir do estudo investigativo realizado ou que sejam de seu interesse.

Assim, os encontros, os critérios e problemas fechados propostos na sequência visam atender a essas orientações, em que cada problema a ser resolvido deve seguir essas etapas, bem como deve ser avaliado de acordo com os critérios abaixo.

Na Resolução de Problemas proposta por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012), os problemas preferencialmente devem ser abertos, definidos como "autênticos problemas". Para isso, não é necessário criar novos problemas, necessariamente, adaptar o enunciado é suficiente. Para exemplificar, Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte (2003) apresenta o seguinte exemplo:

- Enunciado tradicional: Um trem de 90 m de comprimento que anda a uma velocidade de 70 km/h, atravessa um túnel em 40 s. Qual é o comprimento do túnel?
- Enunciado transformado: Quanto tempo levará um trem para atravessar um túnel?

- Enunciado que permite um caráter investigativo: Um turista estava olhando para o mar, da beira da praia, e percebeu que um jet ski passava de uma extremidade da praia para a outra, no intervalo entre as ondas. Qual a velocidade de propagação das ondas?

Assim, o problema deve ser elaborado de forma que o estudante tenha abertura para investigar a partir de seu repertório de conhecimentos e que, na medida em que resolve o problema, sinta a necessidade de adquirir mais conhecimentos e que esses novos conhecimentos sejam os que se pretende ensinar.

Acerca da ação do professor durante a implementação, Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte (2003) apresentam algumas orientações para uma melhor aplicação da sequência de etapas para implementação da Resolução de Problemas numa perspectiva investigativa. Inicialmente, o professor deve abster-se de fornecer explicações detalhadas de uma só vez sobre os problemas apresentados, devendo estas serem reservadas para a análise final de todo o processo de resolução. Assim, o professor deve agir como “diretor de investigação” durante o processo de resolução, coordenando o processo.

Desse modo, o trabalho do professor começa com a elaboração do problema aberto ou com a transformação do enunciado de problemas fechados/tradicionais em situações-problema reais, com enunciados abertos, planejando as atividades, utilizando a sequência de etapas proposta (Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A., 2012).

Em termos de dinâmica e sala de aula, o professor deverá organizar a turma em pequenos grupos que passarão a resolver os problemas orientando-se nas etapas de resolução (Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte, 2003). No caso específico do contexto de aplicação da sequência de ensino que gerou este produto educacional, a turma era composta de poucos estudantes (menos de vinte), no entanto, para turmas de muitos estudantes, Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012) propõem uma parada para discussão coletiva após o fim de cada etapa. Apesar de indicada para turmas com muitos alunos, a indicação de usar pequenos grupos é útil pois os estudantes normalmente possuem diferentes níveis de desempenho em vários aspectos, como na leitura, na aplicação matemática e no próprio entendimento da Física, de modo que a interação estudante-estudante pode potencializar os resultados, já que um estudante mais avançado pode agir como especialista, auxiliando o professor no atendimento aos estudantes, dando um caráter de atendimento específico para cada grupo.

Para averiguar o aprendizado e a eficácia da sequência de etapas para resolução do problema, Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012) propõem identificar se cada estudante e/ou grupo de estudantes atingiu os objetivos em cada etapa a partir dos seguintes aspectos:

1. Seguiu as etapas de resolução propostas no modelo;
2. Realizou uma análise preliminar da situação-problema proposta;
 - Registrou esta análise
 - Realizou esquemas/desenhos para esclarecer o problema;
3. Formulou hipóteses;
 - Estabeleceu as variáveis relevantes, necessárias e suficientes para resolver o problema;
 - Realizou estimativas das grandezas envolvidas caracterizando uma situação em particular que é o próprio problema;
4. Estabeleceu estratégias de resolução;
 - Estabeleceu relações entre as variáveis propostas;
 - Propôs formas alternativas de resolução;
5. Realizou análise do resultado obtido;
 - Justificou e argumentou a favor de sua resolução e de seu resultado;
 - Expressou-se claramente/adequadamente;
 - Cometeu erros conceituais;
 - Verificou ou refutou hipóteses;
6. Realizou uma síntese da resolução praticada;
7. Indicou novas situações-problemas a serem estudados;
8. Realizou uma apresentação coerente da resolução propriamente dita;
9. Apresentou perguntas durante o processo de resolução;
10. Demonstrou interesse na atividade;
11. Aceitou e/ou argumentou as colocações/propostas dos colegas;

Buscando seguir essas indicações, a nota do estudante pode ser calculada através do uso de rubricas, que avaliam o estudante de forma somativa e formativa/processual (Lucchese, M. M. and Britto Corrêa de Oliveira, M. and Salomão de Freitas, D. P., 2023).

O Quadro 2 apresenta os critérios e as rubricas, que foram reduzidas para se adequar à realidade de aplicação. Similar aos critérios adotados por apur, Manjula and Kinzer, Charles K. (2007), os conceitos A, B, C e D são utilizados. Assim, o conceito D corresponde

a ausência de argumentos e uma solução limitada tanto em argumentos qualitativos quanto quantitativos; o conceito C corresponde a solução parcialmente sustentada por um misto de argumentos qualitativos e quantitativos; o conceito B corresponde a solução apresenta argumentos qualitativos, com suposições não discutidas ou justificadas; e o conceito A corresponde a solução com argumentos qualitativos e quantitativos, com suposições adequadamente discutidas e justificadas. A rubrica também se assemelha à apresentada por Corrêa, E. R. (2017), com conceitos divididos em quatro: insatisfatório, bom, muito bom e excelente.

Quadro 2 – Avaliação por rubrica para avaliar o desempenho do estudante.

Critério	A (80% a 100%)	B (50% a 80%)	C (20% a 50%)	D (0% a 20%)
Seguiu as etapas de resolução propostas no modelo.	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Formulou hipóteses	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Realizou análise do resultado e síntese da resolução praticada	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Indicou novos problemas a serem estudados	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Realizou apresentação coerente da resolução	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Esteve engajado e interessado	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente
Possui domínio do conceito físico envolvendo o problema parcial	Excelente	Satisfatório	Razoável	Insuficiente

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Durante a aplicação da sequência de ensino, indica-se que o professor adote um formato de avaliação que seja processual e privilegie a evolução e desempenho do estudante na resolução dos problemas. Assim, propõe-se que a média bimestral se dê com base nas Fichas de Problemas, Fichas de Hipóteses e Fichas de Análise que serão utilizadas e na observação do engajamento do estudante. A seguir, uma descrição de cada ficha é apresentada:

- Ficha de Hipóteses: Ficha com questionamentos para compreender o nível de entendimento do estudante acerca do problema experimental. Preenchida antes da exploração experimental;

- Ficha de Hipóteses: Ficha com questionamentos para contrastar o que foi observado pelos estudantes com as hipóteses dos mesmos. Preenchida após a exploração experimental;
- Ficha de Problemas: Problemas contextualizados sobre os conteúdos trabalhados para serem realizados em casa/em sala.
- Ficha de Ferramentas: Idealizada para auxiliar os estudantes a construírem as soluções para os problemas, contendo resumo dos conceitos apresentados nos encontros, para que o estudante possa explorar e praticar a Física envolvida no problema.

2.2 BNCC e planejamento anual

Em muitos locais, o planejamento de uma unidade temática exige que os objetivos estejam conectados com as habilidades e competências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para que esteja alinhado com os objetivos e diretrizes locais (Brasil, 2018). Pensando nisso, uma lista de habilidades da BNCC que são trabalhadas durante a aplicação deste produto educacional são apresentadas a seguir:

- EM13MAT401: Resolver situações-problema que envolvem conhecimentos matemáticos e físicos, escolhendo procedimentos e argumentando sobre suas escolhas.
- EM13MAT406: Analisar informações envolvendo a variação de grandezas, como taxas e razões, e elaborar e interpretar gráficos que expressem essas informações.
- EM13CNT101: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus significados e suas relações com a cultura, e elaborar propostas de intervenção que evidenciem a compreensão de questões científicas, tecnológicas, ou de saúde.
- EM13CNT201: Analisar e utilizar processos, métodos, técnicas, estratégias e tecnologias da ciência no seu campo de atuação (incluindo ferramentas computacionais e digitais, quando couber).
- EM13CNT203: Construir argumentação consistente e utilizar diferentes linguagens para expressar e comunicar conclusões obtidas com a realização de experimentos e com a análise de resultados.
- EM13CNT204: Interpretar textos de divulgação científica que tratem de temáticas das Ciências da Natureza, relacionando diferentes fontes e conhecimentos científicos e culturais para construir argumentação consistente.

- EM13CNT301: Avaliar a qualidade das informações obtidas por meio de experimentação, da análise de relatos de experimentos, de textos científicos e/ou de notícias científicas, em fontes confiáveis, divulgadas na mídia.
- EM13CNT303: Utilizar argumentação científica para defender ideias e pontos de vista sobre questões de Ciências da Natureza, considerando evidências empíricas e conhecimentos de outras áreas, quando for o caso, em contextos públicos e privados, comuns na vida cotidiana e na esfera midiática.

Essas habilidades e competências citadas da BNCC são desejadas há mais tempo, sendo identificadas em vários pontos dos PCN+ (Parâmetros Curriculares Nacionais) para a Física (Brasil, 2006).

Como esta sequência exige certos conhecimentos que normalmente não são vistos e considerando a baixa carga horária da disciplina de Física, abaixo segue a proposta de um planejamento anual do produto educacional, dando ao estudante um maior contato com os temas que são pré-requisitos do tema que é trabalhado neste produto.

1. 1º bimestre

- a) Unidades de medida e conversão de unidades - 3 semanas
 - Sistema internacional de unidades (SI) e notação científica
 - Conversão de unidades utilizando “fator 1”
- b) Introdução aos movimentos translacionais - 5 semanas
 - Deslocamento escalar
 - Velocidade média
 - Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) e Função horária da posição no MRU
 - Exercícios/Problemas fechados sobre MRU
- c) Avaliação e recuperação bimestral - 2 semanas

2. 2º bimestre

- a) Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) - 8 semanas
 - Aceleração média
 - Função horária da velocidade no MRUV
 - Velocidade média no MRUV
 - Função horária da posição no MRUV
 - Equação de Torricelli
 - Queda livre

- Lançamento vertical
 - Exercícios/Problemas fechados sobre MRUV
- b) Avaliação e recuperação bimestral - 2 semanas
3. 3º bimestre
- a) Leis de Newton - 5 semanas
- 1ª Lei de Newton (Lei da Inércia)
 - 2ª Lei de Newton (Lei das forças)
 - 3ª Lei de Newton (Lei da ação e reação)
 - Tipos de forças (normal, tração, peso, etc)
 - Exercícios/Problemas fechados sobre as Leis de Newton
- b) Introdução aos movimentos rotacionais - 3 semanas
- Deslocamento angular
 - Velocidade angular
 - Aceleração angular
- c) Avaliação e recuperação bimestral - 2 semanas
4. 4º bimestre
- a) Aplicação da sequência de ensino proposta - 10 semanas

2.3 Descrição dos encontros

Nas sub-seções a seguir, uma descrição detalhada de cada encontro é apresentada, juntamente com instruções e orientações para aplicação deste produto educacional.

2.3.1 Encontro 01 - Apresentação da dinâmica do bimestre e revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência)

No primeiro encontro, a dinâmica de funcionamento das atividades propostas deve ser apresentada, informando aos estudantes sobre as datas, temas a serem trabalhados e formato de avaliação. O ciclo de resolução de problemas apresentado na Figura 1 pode ser exposto e rapidamente explicado, ficando claro para o estudante que cada solução dos problemas será particionada nessas etapas. Também deve ser reforçado que a avaliação acontecerá de forma processual e que o sucesso/êxito não é apenas atribuído ao final do processo. Essa sequência de instruções deve durar os primeiros 15 minutos do encontro.

Para demonstrar a relevância do conceito de momento angular, aplicações devem ser apresentadas. O vídeo 01, com duração de 01 minuto, pode ser apresentado como

situação simples da vivência do estudante em que o Momento Angular é útil. No vídeo 01, há uma rápida explicação sobre a estabilidade da bicicleta quando está em alta velocidade. Nesse momento, o professor dar espaço para ouvir dos estudantes sobre alguma situação que eles percebem como semelhante, verificando se conseguem fazer a correlação com outras experiências diárias.

O vídeo 02, com duração de 02 minutos, pode ser apresentado para trazer uma situação em que o conceito de momento angular é relevante em um fenômeno de escala planetária. No vídeo 02, o afastamento da Lua em relação a Terra é discutido, questionando linhas de pensamento que afirmam que a Terra está girando mais rápida, enquanto outras linhas de pensamento afirmam que a Terra está girando mais lentamente, indicando que, a partir de 2020, a duração dos dias na Terra têm sido mais longos. Com isso, tem-se uma introdução ao tema e ao método científico, uma vez que o vídeo defende o método científico como sendo um ciclo indefinido de obtenção de dados, estudos, hipóteses, verificação e validação (ou não) das hipóteses, obtenção de novos dados e reinício do ciclo, aprofundando e melhorando as hipóteses e métodos.

Figura 1 – Processo cíclico de resolução de problemas propostas ao estudante.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Até esse momento, o estudante se depara com as duas principais informações que o norteará durante o bimestre: um conceito que é relevante para os movimentos rotacionais e uma metodologia de resolução de problemas para responder os problemas durante o bimestre. Abaixo, seguem os links de referências para obtenção dos arquivos necessários para esta introdução:

- [Link de acesso à notícia 01](#) (Universo Narrado Militares, 2024)

- [Link de acesso à notícia 01](#) (Olhar Digital, 2022)
- [Link de acesso ao vídeo 01](#) (The News Channel, 2020)
- [Link de acesso ao material editado e selecionado](https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir) (https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)

Os links dão acesso ao material editado e selecionado em uma pasta na nuvem, contendo todos os arquivos editados e preparados para a aplicação da sequência de ensino, ou que levam às fontes originais. A Figura 2 pode ser apresentada na sequência do vídeo, de forma recreativa, abrindo o espaço para os estudantes refletirem e esboçarem as primeiras impressões e hipóteses acerca do problema. Para estimar um tempo razoável, pode-se atribuir um tempo de 30 s para cada estudante, de modo que em uma turma de cerca de 20 estudantes, esse momento das primeiras impressões deve durar cerca de 9 min, até o minuto 25 do encontro.

Figura 2 – Esfera e eixo de rotação.

Fonte: (Wikipedia, 2023).

Nos próximos 05 minutos (do minuto 25 ao minuto 30 do encontro), alguns questionamentos com base nos vídeos podem ser feitos, tanto para orientar os estudantes para o que virá em seguida quanto para indicar o que se espera no momento de resolver problemas. Alguns questionamentos são propostos abaixo:

- Qual linha de pensamento você acha que está correta: a que diz que a Terra está mais rápida ou a que diz que está mais lenta?
- Como você acha que é medida a distância da Terra até a Lua?
- Em 29 de junho de 2022, o dia mais curto teve duração de 1,59 milissegundos (0,00159 s) a menos que 24 horas. Você acha que essa é uma diferença considerável? Para ter uma noção comparativa, um piscar de olhos dura 300 milissegundos (0,30000 s).
- A tecnologia funciona de modo tão exata que alterações dessa escala na rotação da Terra é considerada um risco que pode desencadear dificuldades comparadas até com o “bug do milênio”. Que dificuldades você acha que atrasos desse tipo podem gerar?
- A Terra acelerou, mas ainda estamos tendo dias mais longos. Do que você acha que depende a duração de um dia?
- Você provavelmente deve lembrar que rotação é o movimento que a Terra faz em torno do próprio eixo, certo? Agora, o que seria taxa de rotação?

As perguntas acima servem para o estudante perceber que há algo que afeta o tempo de rotação da Terra e que isso tem consequências reais e relevantes para o funcionamento da tecnologia digital e, conseqüentemente, de tudo que está relacionado a ela. É esperado que surja no estudante uma motivação natural para descobrir o que está acontecendo e como justificar isso, principalmente por ser algo que “a própria Ciência ainda não descobriu”, sendo um problema genuíno sem respostas tabeladas no fim do livro, diferente dos exercícios, que está acostumado a resolver.

A pergunta “Qual linha de pensamento você acha que está correta: a que diz que a Terra está mais rápida ou a que diz que está mais lenta?” dará um caráter de competição ao estudante, sendo necessário refletir sobre o problema para “escolher o lado certo”.

A resposta da pergunta “Como você acha que é medida a distância da Terra até a Lua?” deve indicar ao estudante que existe uma relação entre o método de medir a distância da Terra até a Lua e o tempo de rotação da Terra. Para que essa pergunta não despenda tempo demasiado, o professor pode responder esta pergunta e utilizar a explicação para reforçar a importância do sistema Terra-Lua. A explicação está disponível nos links abaixo. Neles, a medição da distância Terra-Lua através da medição do tempo de um pulso de LASER é apresentada de forma razoável, sem explorar cálculos rigorosos que não serão relevantes para o problema central apresentado.

- [Link de acesso à notícia 02](#) (Super Interessante, 2022)
- [Link de acesso ao vídeo 02](#) (Física do Cotidiano, 2020)
- [Link de acesso ao material editado e selecionado](https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir) (<https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>)

A pergunta “em 29 de junho de 2022, o dia mais curto teve duração de 1,59 milissegundos (0,00159 s) a menos que 24 horas. Você acha que essa é uma diferença considerável? Para ter uma noção comparativa, um piscar de olhos dura 300 milissegundos (0,30000 s).” indicará ao estudante o nível de precisão que é necessário ter para que a tecnologia funcione, de modo que seja necessário encontrar uma solução mais detalhada possível.

Seguindo nesse sentido, a pergunta “A Terra acelerou, mas ainda estamos tendo dias mais longos. Do que você acha que depende a duração de um dia?” traz, pela primeira vez, um termo físico que deve ser conhecido do estudante: a aceleração. No entanto, como pretende-se trabalhar o conceito de momento angular, o professor deve tratar o aspecto conceitual de aceleração e de rotação da Terra para um aspecto relacionado à taxa de rotação, que usará o conceito de velocidade e aceleração angulares. Para isso, a pergunta “Você provavelmente deve lembrar que rotação é o movimento que a Terra faz em torno do próprio eixo, certo? Agora, o que seria taxa de rotação?” deve direcionar o estudante nesse sentido.

Após isso, o professor deve usar 20 minutos do encontro (do minuto 30 até o minuto 50 do encontro) para retomar alguns conceitos da Cinemática e Dinâmica que serão importantes para compreender o tema. Nesses minutos, a tabela de equivalência entre as equações dos movimentos de translação e os movimentos de rotação pode ser apresentadas e discutidas rapidamente, dando o indicativo que o estudante trabalhará com conceitos conhecidos, mesmo que se apresentem com definições utilizando termos novos.

Na Tabela 1, temos r sendo a distância entre o ponto do corpo e o eixo de rotação, θ sendo o ângulo de giro de uma reta de referência do corpo rígido, descrevendo um arco de circunferência s e I é o momento de inércia do corpo. Não são apresentados na Tabela 1 todas as igualdades, apenas algumas que são essenciais para o estudo do problema central. Por exemplo, não há enfoque no cálculo do momento de inércia de corpos rígidos nem do teorema dos Eixos Paralelos, pois não são o enfoque dessa sequência.

É esse o primeiro momento em que o aluno irá se deparar com conceitos como momento de inércia e de eixo de rotação. Independente do estudante não ter contato com o conceito de momento linear anteriormente, como a proposta está centrada na conservação do momento angular, é indicado que o professor foque nesses conceitos e na equivalência entre eles. Idealmente, o conceito de momento linear deve ter sido inserido durante os

estudos das Leis de Newton. Destaca-se na Tabela 1 o caráter vetorial dado às grandezas, sendo uma escolha do professor utilizar a versão com vetores, caso haja tempo ou um conhecimento prévio dos estudantes acerca de vetores, ou não, adaptando a tabela para uma versão sem notação vetorial.

Tabela 1 – Algumas correspondências entre a Translação pura (direção fixa) e a Rotação Pura (eixo fixo).

Conceito	Equivalente Linear (Translação)	Equivalente Angular (Rotação)
Posição	$\vec{r}$	$\theta r \hat{\theta}$ (θ_r em rad)
Velocidade	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r} \times \vec{\omega}$	$\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \hat{k} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{r^2}$ (ângulo em rad)
Aceleração	$\vec{a}$	$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \hat{k}$ (ângulo em rad)
Aceleração tangencial	a_t	$\omega^2 r$
Energia cinética de translação/rotação	$K_t = \frac{1}{2} m v^2$	$K_r = \frac{1}{2} I \omega^2$
Massa/Momento de inércia	m	I
Momento linear/angular	$\vec{p} = m \vec{v}$	$\vec{L} = I \vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$
Força/Torque	$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$	$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$
Força/Torque	$\vec{F} = m \vec{a}$ ($m = cte$)	$\vec{\tau} = I \vec{\alpha}$ ($I = cte$)

Fonte: Elaborado pelo autor, adaptada de (Halliday, D. and Resnick, R. and Walker, J., 2009).

Nos últimos 10 minutos do encontro (do minuto 50 ao minuto 60 do encontro), o professor deixa a turma livre para formar pequenos grupos (de no máximo cinco estudantes) para que leiam e discutam entre si os conceitos de frequência, período e velocidade angular apresentados na revisão e presentes nas Fichas de Ferramentas 01, 02 e 03.

2.3.2 Encontro 02 - Introdução ao conceito de Momento Angular

No segundo encontro, tem-se uma aula expositiva dialogada em que, nos primeiros 20 minutos, retoma-se a revisão dos conceitos de período, frequência, velocidade angular e eixo de rotação. É sugerido que o foco esteja centrado no conceito de velocidade angular ω . É importante que o estudante conclua esse momento entendendo a necessidade de compreender bem esses conceitos. A equação e definição de velocidade angular sugerida para ser apresentada é

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.1)$$

em que T é o período de rotação, tempo necessário para completar um ciclo (volta completa), e ω é a velocidade angular do corpo, dadas em s e em rad/s no SI (sistema internacional de unidades), respectivamente.

Antes de iniciar qualquer análise, é preciso definir o conceito eixo de rotação do sistema em que vai avaliar. É sugerido que o professor utilize a seguinte definição (Wikipedia, 2023):

- Eixo de rotação é o eixo (material ou não) em volta do qual se realiza um movimento de um corpo, o qual tem em cada ponto seu a mesma velocidade angular. O eixo é geralmente representado por uma reta espacial.

Para exemplificar a importância da definição do eixo de rotação, o professor pode utilizar uma barra reta com peso em uma de suas pontas e pedir para o aluno rotacionar a barra em duas situações: (a) em torno de um eixo que passa pelo eixo central da barra, (b) em torno de um eixo qualquer. Pode-se utilizar uma vassoura (corpo rígido cilíndrico). Caso o professor tenha acesso a data show ou TV com cabo HDMI, pode apresentar o quadro de momentos de inércia dos corpos que está presente na Ficha de Ferramentas 06. Nesse momento é esperado que o estudante perceba a relação entre o eixo de rotação e conceito de momento de inércia. Como o objetivo não está no cálculo do momento de inércia, nem no aspecto vetorial, é suficiente o estudante entender que, para rotações, o momento de inércia é uma quantidade análoga à massa para translações, com o adicional de ser dependente da definição do eixo de rotação e da distribuição de massa, no caso de um corpo extenso.

A Figura 3 mostra uma esfera com um determinado eixo de rotação e pode ser apresentada para o estudante perceber que, para as devidas circunstâncias, a rotação da Terra se assemelha à rotação de uma esfera, enquanto a Figura 4 pode ser apresentada para mostrar que a Terra gira com inclinação (como um pião bambeando) em relação ao eixo de rotação perpendicular ao plano no qual ela se movimenta ao redor do Sol.

Feito isso, nos últimos 20 minutos de aula (minuto 40 ao minuto 60), deve ser feita a apresentação do conceito de momento angular de partículas como um análogo do momento linear, mas para rotações, e apresentar a definição de momento angular para uma partícula, explorando qualitativamente o caráter vetorial, de modo que a equação apresentada já leve em consideração que o vetor velocidade da partícula e o vetor posição em relação ao eixo de direção são ortogonais ($\theta = 90^\circ$), de modo que $|\vec{r} \times \vec{v}| = rv \sin \theta = rv$, resultando na equação

$$L = rp \Rightarrow L = r(mv) \Rightarrow L = rm(\omega r) \Rightarrow L = m\omega r^2 \quad (2.2)$$

em que L é o momento angular da partícula, r é o módulo do vetor posição em relação ao eixo de rotação, v é a velocidade da partícula, ω é a velocidade angular da partícula. É importante mostrar essas formas de expressar o momento angular para que o estudante associe variações do momento angular a variações da velocidade angular, portanto, estará

Figura 3 – Esquema do experimento da cadeira giratória - 2 com uso de uma roda de bicicleta.

Fonte: Elaborado pelo autor, adaptado de (CESAD-UFS, 2012).

Figura 4 – Esquema para observar as inclinações do movimento de precessão da Terra em relação ao Sol.

Fonte: (Angelisa Menezes, 2016).

associando variações do momento angular a variações do período. Essas associações podem ser reforçadas com comentários durante a explanação. A Figura 05 pode ser

apresentada ou desenhada no quadro, para que o caráter vetorial do momento angular não seja ignorado. É importante que o estudante compreenda o momento angular como uma grandeza perpendicular ao plano formado pelos vetores velocidade e posição em relação ao eixo de rotação.

Figura 5 – Esquema vetorial do momento angular de uma partícula.

Fonte: (InfoEscola, 2024).

Para finalizar a aula, o professor pode apresentar um problema-exemplo e discutir a Ficha de Instruções. Propomos o seguinte problema-exemplo e solução:

Problema fechado/Exemplo:

Considere uma criança de massa $m = 30 \text{ kg}$ sentada em um cavalo de um carrossel. O cavalo está a uma distância $r = 2 \text{ m}$ do centro do carrossel. O carrossel gira com uma velocidade angular constante, e a velocidade tangencial da criança é $v = 2 \text{ m/s}$.

Utilizando essas informações, calcule o momento angular da criança em relação ao centro do carrossel, considerando a criança como uma partícula.

Dados:

- Massa da criança: $m = 30 \text{ kg}$
- Raio da órbita da criança no carrossel: $r = 2 \text{ m}$
- Velocidade tangencial da criança: $v = 2 \text{ m/s}$
- Análise qualitativa do problema:
 - Nesta etapa, analisamos qualitativamente a situação do problema, identificando que envolve uma criança em movimento circular em um carrossel. A criança

pode ser tratada como uma partícula, por simplicidade, e precisamos calcular o momento angular em relação ao centro do carrossel. O movimento circular se relaciona com o uso de grandezas como massa, raio e velocidade tangencial.

- Emissão de hipóteses e estabelecimento de estimativas das grandezas físicas:
 - Hipótese principal: Por ser considerada uma partícula em relação ao eixo de rotação, o momento angular da criança pode ser determinado utilizando a fórmula $L = mrv$ para o cálculo do momento angular.
- Estimativas:
 - Massa da criança (m): 30 kg (dado)
 - Raio da órbita (r): 2 m (dado)
 - Velocidade tangencial (v): 2 m/s (dado)
- Elaboração de estratégia(s) de resolução:
 - A estratégia de resolução envolve aplicar a fórmula do momento angular para uma partícula em movimento circular: $L = mrv$
 - Os valores fornecidos serão substituídos diretamente na fórmula para calcular o momento angular.
- Aplicação da(s) estratégia(s) de resolução:
 - Substituindo os valores na fórmula do momento angular: $L = (30\text{kg})(2\text{m})(2\text{m/s})$
- Análise do(s) resultado(s):
 - Realizando os cálculos: $L = 30 \cdot 2 \cdot 2 = 120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
 - Analisamos o resultado para garantir que é consistente com a situação e verificamos que a unidade está correta.
- Elaboração de síntese explicativa do processo de resolução praticado e sinalização de novas situações-problema:
 - Através do processo, determinamos que o momento angular da criança no carrossel é $120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Este cálculo demonstra a aplicação prática dos conceitos de física em um contexto cotidiano. Esta metodologia pode ser aplicada a outras situações envolvendo movimento circular, como brinquedos similares, discos de patinação, ou objetos giratórios no dia a dia.

2.3.3 Encontro 03 - Momento angular de um sistema de partículas

No terceiro encontro, o momento angular de um sistema de partículas é apresentado. Nos 20 primeiros, além de organizar a turma, o professor irá fazer a exposição de como calcular o momento angular de um sistema de partículas, simplificando para o caso em que todas as partículas giram em torno do mesmo eixo, em um mesmo plano de rotação. Adotando o sinal positivo para rotações no sentido horário e sinal negativo para rotações no sentido anti-horário (como presente na Ficha de Ferramentas 04), o momento angular de um sistema de partículas torna-se a soma/subtração do momento angular de cada partícula.

Os 20 minutos intermediários do encontro (do minuto 40 ao minuto 60) devem ser utilizados para solucionar problemas da Ficha de Problemas 03, sobre momento angular de sistema de partículas. O professor pode permitir que o problema seja solucionado em grupo, de modo que a interação entre os estudantes potencialize o aprendizado.

Para finalizar o encontro, nos últimos 20 minutos (do minuto 40 ao minuto 60), o professor deve apresentar o conceito de momento de inércia. Para tanto, indica-se a utilização do vídeo 05, com duração de 07 minutos, que fala sobre a importância do momento de inércia para as rotações, e a apresentação do infográfico desenvolvido para trabalhar o conceito de momento de inércia. Os links dessas mídias são apresentadas abaixo:

- [Link do vídeo 05](#) (Verve Científica, 2024b)
- [Link de acesso ao infográfico elaborado pelo autor.](#)
- [Link de acesso ao material editado e selecionado](https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir) (<https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>)

2.3.4 Encontro 04 - Momento de inércia de um corpo rígido

O encontro é destinado a trabalhar o problema experimental 1, envolvendo o conceito de momento de inércia dos corpos rígidos. Desse modo, no início do encontro, o problema experimental deve ser apresentado, bem como as Fichas de Hipóteses. A apresentação, instruções e acolhimento dos estudantes deve durar cerca de 10 minutos.

O problema experimental 1 utiliza três barras cilíndricas de mesma dimensão, feitas de canos, em que uma delas está oca, uma está preenchida com grãos de arroz e a outra com areia e pequenas pedras, conforme indica a Figura 6. Os estudantes têm 15 minutos para preencherem a Ficha de Hipóteses, sobre o que acontecerá quando tentarem girar a barra com a mão. O eixo de rotação (local e forma como vão tentar girar) não é especificado, cabendo aos estudantes dos grupos tomarem nota de que escolher um eixo de rotação diferente muda a facilidade/dificuldade de rotacionar algo.

Figura 6 – Esfera e eixo de rotação.

Fonte: (CESAD-UFS, 2012).

Nos próximos 15 minutos de encontro, os estudantes fazem a exploração experimental e investigam as barras. Na sequência, preenchem a Ficha de Análises sobre a exploração experimental. Caso o professor queira enriquecer a atividade experimental investigativa, pode utilizar outras formas e um plano inclinado para colocar corpos de mesmo material rolem até chegar ao solo. Uma possibilidade é a de utilizar cilindros de PVC ocos e preenchidos, cascas esféricas de isopor ocas e preenchidas de um modo que a diferença do momento de inércia dos corpos seja significativa o suficiente para alterar o tempo de descida. Pode-se preencher as esferas/canos com grãos, papel, massa de modelar.

Apesar de feitos de mesma superfície (para que o coeficiente de atrito entre as superfícies seja o mesmo), quando colocados simultaneamente para rolar sobre um plano inclinado, o tempo de descida dos corpos será diferente, de acordo com o momento de inércia de cada corpo. Assim, o estudante será desafiado a refletir sobre qual motivo para corpos idênticos terem tempos distintos. Se possível, o professor pode construir os cilindros e esferas de modo que tenham a mesma massa. Usar corpos de mesma massa porém de diferentes momentos de inércia pode direcionar mais efetivamente os estudantes para o pensamento de que há uma relevância na forma com que a massa é distribuída em um corpo e suas grandezas rotacionais.

Na Ficha de Ferramentas 06, há indicações de como calcular o momento de inércia de um corpo. É incentivado que o professor seja breve ao mencionar as relações matemáticas entre o momento de inércia, velocidade, energia cinética e outras variáveis, visando o menor uso de equações possível em sala de aula, deixando a cargo do estudante/grupo, na medida em que constrói suas hipóteses, decidir investigar utilizando as equações adicionais ou não. É suficiente o estudante sair dessa atividade compreendendo que existe uma

grandeza chamada momento de inércia que une a massa e a distribuição de um corpo em relação ao eixo de rotação, e que isso influencia na rotação dos corpos. É sugerido que o professor utilize a seguinte definição para momento de inércia (Wikipedia, 2024):

- Em mecânica, o momento de inércia, ou momento de inércia de massa, expressa o grau de dificuldade em se alterar o estado de movimento de um corpo em rotação. Diferentemente da massa inercial (que é um escalar), o momento de inércia ou Tensor de Inércia também depende da distribuição da massa em torno de um eixo de rotação escolhido arbitrariamente.

Na apresentação do problema, o professor pode incentivar a curiosidade do estudante criando uma competição sobre qual corpo rígido chegará primeiro ao solo. Nos 15 minutos finais do encontro, uma reflexão em grupo e socialização das opiniões dos estudantes pode ser feita. É válido deixar o material livre para que os estudantes analisem de perto os corpos utilizados. Mais uma vez, é importante a utilização de corpos com a mesma massa. Caso não seja possível, o professor deve auxiliar com indicações de que há algo que vai além da massa em si. A Figura 7 apresenta um exemplo de plano inclinado com vários corpos rígidos. O ideal é utilizar uma angulação que resulte em diferenças de tempo relevantes no tempo dos corpos. A Figura 8 mostra o momento de inércia de alguns corpos de acordo com o eixo de rotação.

Figura 7 – Esquema de um plano inclinado com corpos de vários momentos de inércia para reprodução no experimento do problema parcial 03.

Fonte: (UFPA, 2024).

O problema experimental 1 é um problema delicado pois dá possibilidades a utilização de muitas equações, sendo necessário atenção e esforço do professor para que os estudantes não divaguem nas possibilidades. Para isso, o professor pode fazer menção aos problemas fechados e problemas trabalhados anteriormente, reforçando que há uma conexão entre “mudar o raio/mudar a massa de uma partícula” e “mudar o momento

Figura 8 – Momentos de inércia de alguns corpos.

Fonte: (Ronaí Araújo de Almeida, 2015).

de inércia de um corpo rígido”. Pode-se ainda usar o exemplo da vassoura/barra longa, mostrando que uma mudança do eixo de rotação muda o momento de inércia, mesmo que mantendo a massa constante.

Durante a socialização feita após o preenchimento das Fichas de Análises, o professor deve explicar o que é momento de inércia e como isso influencia na rotação de um corpo.

Caso haja tempo disponível no final do encontro, o professor pode resolver problemas de outras Fichas de Problemas ou tirar dúvidas que os estudantes tiveram sobre em algum encontro anterior.

A seguir, segue a descrição detalhada do **Problema Experimental 01**.

- **Objetivo:** Investigar como a distribuição de massa e a geometria de objetos afetam o momento de inércia ao comparar esferas e cilindros sólidos e ocos, utilizando materiais acessíveis como canos de PVC e esferas de isopor.
- **Recursos/Materiais**
 - Cano de PVC vazio (cilindro oco)
 - Cano de PVC preenchido com papel ou grãos (cilindro preenchido)
 - Esferas de isopor vazias (casca esférica)
 - Esferas de isopor preenchidas com grãos (esfera maciça)
 - Plano inclinado
 - Cronômetro
 - Fita métrica

- Balança para medir a massa dos objetos
- Grãos (arroz ou outro similar) para preencher as esferas e cilindros
- Funil para encher os objetos com grãos
- **Instruções - para o professor:**
 - Separe os canos de PVC e as esferas de isopor.
 - Preencha um dos canos de PVC com papel ou grãos e feche as extremidades.
 - Preencha uma das esferas de isopor com grãos e feche-a.
 - Preferencialmente, cubra as esferas e cilindros com papel, de modo que se tenha o mesmo material e, portanto, o mesmo coeficiente de atrito.
- **Introdução ao Conceito - para o professor:** Explique o conceito de momento de inércia (I) e como ele depende da distribuição de massa e da geometria do objeto, apresentando a tabela de momentos de inércia e suas equações.
- **Atividade Experimental**
 - Oriente os estudantes a medir e anotar a massa de cada objeto usando a balança.
 - Cada grupo deve escolher um objeto de cada tipo: esfera maciça, casca esférica, cilindro oco e cilindro preenchido.
 - Soltar os objetos de um mesmo ponto no plano inclinado e medir o tempo que cada um leva para chegar ao final usando o cronômetro.
 - Coletar os dados de tempo e calcular a velocidade média de cada objeto.
 - Analisar como a distribuição de massa e a geometria afetam o movimento dos objetos.
- **Análise dos Dados:**
 - Comparar os tempos de descida dos diferentes objetos para entender como o momento de inércia influencia a aceleração.
 - Relacionar os resultados experimentais com as fórmulas teóricas do momento de inércia.
- **Questionamentos Exploratórios e Respostas:**
 - **Pergunta:** Como a distribuição de massa afeta o momento de inércia de um objeto?
 - **Resposta:** O momento de inércia depende da distribuição de massa em relação ao eixo de rotação. Objetos com massa mais distante do eixo têm maior momento de inércia.

- **Pergunta:** Por que a esfera maciça desce mais rápido que a casca esférica?
Resposta: A esfera maciça tem um momento de inércia menor ($I = \frac{2}{5}mr^2$) comparado à casca esférica ($I = \frac{2}{3}mr^2$), resultando em maior aceleração, já que o torque é o mesmo.
- **Pergunta:** Como a geometria afeta a velocidade de descida dos cilindros?
Resposta: O cilindro oco tem um momento de inércia maior ($I = mr^2$) comparado ao cilindro preenchido ($I = \frac{1}{2}mr^2$), resultando em menor aceleração.
- **Pergunta:** O que acontece com o momento de inércia se aumentarmos a massa dos objetos?
Resposta: O momento de inércia aumenta com o aumento da massa, mas a relação I/m permanece constante para uma dada geometria.
- **Pergunta:** Como o raio dos objetos influencia o momento de inércia?
Resposta: O momento de inércia aumenta com o quadrado do raio ($I \propto r^2$). Objetos com maior raio têm maior momento de inércia.
- **Pergunta:** Qual objeto desce mais rápido no plano inclinado, e por quê?
Resposta: O objeto com o menor momento de inércia desce mais rápido, pois tem maior aceleração. Tipicamente, a esfera maciça desce mais rápido que os outros objetos.

- **A Metodologia de Resolução de Problemas - para o professor:**

- Compreensão do Problema: Introduzir o conceito de momento de inércia e identificar as variáveis envolvidas (massa, raio, geometria do objeto).
- Planejamento: Organizar os recursos e definir o procedimento experimental.
- Execução: Realizar a atividade experimental conforme as instruções e coletar os dados.
- Análise: Comparar os tempos de descida dos diferentes objetos e relacionar com o momento de inércia teórico.
- Reflexão: Discutir os resultados, responder aos questionamentos exploratórios e relacionar as observações ao conceito teórico.
- Aplicação: Considerar como os conceitos de momento de inércia podem ser aplicados em outros contextos e problemas físicos.

2.3.5 Encontro 05 - Momento angular dos corpos rígidos e sua conservação

O encontro 05 é dividido em três partes. A primeira parte deve ser uma recapitulação do conceito de momento de inércia e dos temas trabalhados nos encontros anteriores. Essa recapitulação deve durar cerca de 15 minutos, para rerepresentar as equações para o

momento angular de partículas e indicar que é preciso alterar as equações para tratar de corpos rígidos.

A segunda parte deve ser uma explanação sobre o conceito de momento angular dos corpos rígidos e sua conservação, a partir do que está exposto na última Ficha de Ferramentas, a 07. Uma vez expostas e discutidas as equações, um enfoque às aplicações da conservação do momento angular deve ser feito, reforçando a importância deste conceito. Essa parte do encontro deve durar cerca de 20 minutos.

Finalizando o encontro, deve-se resolver um problema-exemplo sobre conservação do momento angular, e dar o restante do tempo para os estudantes discutirem e trabalhem nas Fichas de Problemas. Nos 10 minutos finais do encontro, o professor pode exibir o vídeo do Verve Científica, falando sobre momento angular. O link do vídeo e da pasta na nuvem com todo material da sequência é apresentado a seguir:

- [Link do vídeo 06](#) (Verve Científica, 2024a)
- [Link de acesso ao material editado e selecionado](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>)

Caso haja espaço e tempo hábil, o professor pode levar os estudantes para uma área aberta e prender uma pedra numa corda para que os estudantes façam o teste de girar e lançar a pedra, como é exposto na Figura 9 e discutido no final do vídeo. A percepção de que a Terra faz parte do sistema é um ponto importante para compreender os diversos fenômenos de rotação envolvendo momento angular.

Figura 9 – Ilustração de lançamento de martelo.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

2.3.6 Encontro 06 - Conservação do Momento Angular

O encontro 06 é o encontro em que o estudante explora experimentalmente a conservação do momento angular. Similar ao encontro 04, o problema experimental deve ser apresentado rapidamente para que os estudantes possam preencher a Ficha de Hipóteses. Essa parte inicial do encontro deve durar cerca de 20 minutos. O problema experimental 2 utiliza dois halteres de 2 kg (ou mais, dependendo do estudante) e uma cadeira giratória, para que quem estiver sentado seja girado, de modo que fique abrindo/fechando os braços,

distanciando os pesos. A conservação do momento angular irá fazer com que a velocidade angular do sistema cadeira-estudante-halteres seja alterada.

Nos 20 minutos intermediários, os estudantes farão a exploração experimental. O ideal é que todos façam individualmente, para que “sintam” o que acontece com a pessoa girando na cadeira. A Figura 10 apresenta o esquema do experimento que o estudante irá explorar em que, com os braços abertos, o estudante é posto a girar em torno da direção vertical (10a). Enquanto está girando, o estudante fecha os braços, aproximando os halteres ao próprio corpo (10b), alterando o momento de inércia e a velocidade angular e, portanto, alterando o período. Em (Gomes, André H, 2018) há uma valiosa discussão teórica sobre a conservação do momento angular nesses experimentos, em que não há torques externos. Esse experimento traz muitas discussões valiosas, relacionadas a momento de inércia, eixo de rotação e momento angular.

Figura 10 – Esquema do experimento da cadeira giratória.

Fonte: (Gomes, André H, 2018).

Por fim, nos 20 minutos finais, os estudantes devem preencher a Ficha de Análise. Nesse encontro, é desejável que o estudante se sinta livre para explorar situações diferentes, como movimentar os braços na vertical (no sentido do eixo de rotação), de modo que ele se questione por que não há mudança significativa na velocidade angular quando a mudança do peso é na mesma linha do eixo de rotação; dentre outras questões que podem surgir.

A seguir, segue a descrição detalhada do **problema experimental 02 - A cadeira giratória**.

- **Objetivo:** Demonstrar a conservação do momento angular ao observar como a redistribuição de massa afeta a velocidade angular.
- **Recursos/Materiais:**

- Cadeira de escritório giratória
 - Dois halteres (pesos ajustáveis)
 - Cronômetro
 - Fita métrica
- **Instruções - para o professor:**
 - Certifique-se de que a cadeira de escritório esteja em uma superfície plana e possa girar livremente.
 - Separe dois halteres de peso ajustável para cada grupo de alunos.
- **Introdução ao Conceito - para o professor:** Explique o conceito de momento angular ($L = I\omega$), onde L é o momento angular, I é o momento de inércia e ω é a velocidade angular.
 - Discuta como o momento angular é conservado em um sistema isolado, na ausência de torques externos.
- **Atividade Experimental:**
 - Oriente o estudante a sentar na cadeira de escritório, segurando um halter em cada mão, com os braços estendidos lateralmente.
 - Outro aluno deve girar a cadeira a uma velocidade moderada.
 - O aluno sentado na cadeira deve então puxar os halteres para perto do corpo e observar o aumento na velocidade angular.
 - Repetir o experimento várias vezes, variando a posição inicial dos halteres (mais próximo ou mais distante do corpo).
- **Análise dos Dados:**
 - Medir o tempo que a cadeira leva para completar um número específico de rotações antes e depois de os halteres serem puxados para perto do corpo.
 - Calcular a velocidade angular (ω) antes e depois da mudança de posição dos halteres.
 - Discutir como a redistribuição de massa afeta o momento de inércia e, consequentemente, a velocidade angular, mantendo o momento angular constante.
- **Questionamentos Exploratórios e Respostas:**
 - **Pergunta:** O que acontece com a velocidade angular quando os halteres são puxados para perto do corpo?
 - **Resposta:** A velocidade angular aumenta porque o momento de inércia diminui, mantendo o momento angular constante.

- **Pergunta:** Por que o momento de inércia diminui quando os halteres são puxados para perto do corpo?

Resposta: O momento de inércia depende da distribuição de massa em relação ao eixo de rotação. Quando os halteres são puxados para perto do corpo, a massa está mais próxima do eixo, diminuindo o momento de inércia.

- **Pergunta:** Como a conservação do momento angular se aplica neste experimento?

Resposta: A conservação do momento angular indica que, na ausência de torques externos, o momento angular total do sistema permanece constante. Assim, quando o momento de inércia diminui, a velocidade angular aumenta para conservar o momento angular.

- **Pergunta:** Se o aluno estender os halteres novamente após puxá-los para perto do corpo, o que você espera que aconteça com a velocidade angular?

Resposta: A velocidade angular diminuirá, pois o momento de inércia aumentará, mantendo o momento angular constante.

- **Pergunta:** Quais fatores podem afetar a precisão dos resultados deste experimento?

Resposta: A precisão pode ser afetada por fatores como fricção na base da cadeira, resistência do ar, variações na força aplicada para girar a cadeira, e a habilidade do aluno de mover os halteres de maneira consistente.

- **Pergunta:** Como este experimento pode ser aplicado para entender movimentos em outros sistemas físicos?

Resposta: Este experimento pode ser aplicado para entender movimentos em sistemas físicos onde a redistribuição de massa é relevante, como patinadores girando, astronautas movendo ferramentas no espaço, e engenheiros projetando giroscópios.

- **A Metodologia de Resolução de Problemas - para o professor:**

- Compreensão do Problema: Introduzir o conceito de conservação do momento angular e identificar as variáveis envolvidas (momento de inércia, velocidade angular, distribuição de massa).
- Planejamento: Organizar os recursos e definir o procedimento experimental.
- Execução: Realizar a atividade experimental conforme as instruções e coletar os dados.
- Análise: Comparar as velocidades angulares antes e depois da mudança na distribuição de massa e relacionar com a conservação do momento angular.
- Reflexão: Discutir os resultados, responder aos questionamentos exploratórios e relacionar as observações ao conceito teórico.

- Aplicação: Considerar como os conceitos de conservação do momento angular podem ser aplicados em outros contextos e problemas físicos.

2.3.7 Encontro 07 - Revisão e resolução de problemas

Este é o último encontro antes das avaliações bimestrais. Esse encontro deve ser destinado ao professor apresentar e discutir a solução de três ou quatro problemas das Fichas de Problemas, de modo que ao menos um problema de cada ficha seja resolvido pelo professor em sala durante o bimestre. Deve-se investir um bom tempo mostrando a importância de seguir as etapas de resolução, enfatizando as etapas de análise qualitativa do problema e análise do resultado, normalmente ignoradas pelos estudantes.

2.3.8 Encontro 08 - Culminância/Avaliação Bimestral

Esse encontro finaliza a sequência de ensino com três momentos importantes. Os primeiros cinco minutos do encontro são designados para acomodação dos estudantes e para a entrega das Fichas de Problemas, que devem ser feitas individualmente, para facilitar a avaliação do desempenho dos estudantes. Essas fichas devem ser avaliadas na mesma semana, seguindo as rubricas apresentadas no Quadro 2. Em seguida, deve-se aplicar uma avaliação composta de três ou quatro problemas envolvendo os principais conceitos apresentados na sequência, priorizando os conceitos de momento angular e sua conservação. Ao final da sequência, são disponibilizados problemas propostos para serem utilizados na avaliação bimestral.

2.3.9 Encontro 09 - Recuperação da Aprendizagem

Esse encontro é destinado a recuperar a nota bimestral, caso o estudante não tenha alcançado uma nota acima da média. É proposto que o professor construa uma avaliação composta por um problema no mesmo perfil das Fichas de Problemas, questões conceituais de verdadeiro/falso e questões de aplicação direta de fórmulas, que são mais simples de resolver.

Caso haja tempo hábil, é sugerido que o professor personalize essa reposição ou recuperação, priorizando os temas em que o estudante não conseguiu o conceito de para aprovação. Isso faz com que o estudante consiga ser melhor avaliado onde não foi bem, de modo que tenha outra oportunidade de refletir especificamente sobre os conceitos que não atingiu o conceito/a nota mínima.

Se muitos estudantes necessitarem dessa recuperação da aprendizagem, esta pode ser feita em dupla, de modo que os estudantes tenham suporte dos colegas. Também é interessante que o estudante tenha acesso às Fichas de Ferramentas para poder pesquisar

e refletir sobre as questões. Quanto às questões teóricas, sugere-se que tenham o mesmo caráter exploratório dos questionamentos feitos sobre os problemas introdutórios.

Por fim, o tempo do encontro 09 deve ser direcionado apenas a recuperar e reavaliar os estudantes que não alcançaram o desempenho mínimo esperado, finalizando a sequência de ensino, o bimestre letivo e o ano letivo, conseqüentemente.

2.3.10 Encontro extra - Conservação do momento angular

Um bimestre tradicional possui dez semanas letiva. No entanto, eventos escolares ou feriados fazem com que o número de semanas úteis seja menor. Nesse sentido, o encontro abaixo é mencionado como extra para o caso em que exista a data no calendário. Nesse encontro extra, um segundo problema experimental é investigado pelo estudante, também demonstrando a conservação do momento angular.

A dinâmica desse encontro se dá no reforço na conservação do momento angular através do problema experimental extra, que consiste em utilizar a mesma cadeira giratória, porém com uma roda de bicicleta no lugar dos halteres. Como pretende-se que todos os estudantes participem e tenham a experiência de tentar alternar a posição da roda de bicicleta girando, o tempo indicado para apresentar esse problema é de cinco minutos. A Figura 11 apresenta o que acontece no experimento, em que, uma alteração no momento angular da roda da bicicleta exige uma alteração do momento angular do restante do sistema estudante-cadeira-roda.

Figura 11 – Esfera e eixo de rotação.

Fonte: (CESAD-UFS, 2012).

Nos 15 minutos subsequentes, os estudantes vão preencher suas Fichas de Hipóteses e discutir sobre a conexão entre os problemas introdutórios e os conceitos. Nesse encontro, é fundamental que o professor esteja atento ao nível de discussão dos grupos para que estejam convergindo para o esperado. A exploração experimental deve durar cerca de 10 minutos, fechando a primeira metade do encontro.

Nos primeiros 20 minutos da segunda metade do encontro, propõe-se que a Ficha de Análise seja discutida oralmente com a turma, de modo a pegar concepções espontâneas

e individuais de cada estudante. Por fim, nos 15 minutos finais do encontro, o professor pode apresentar dois vídeos, feitos pela Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP) e discutir a Física dos experimentos. Cada vídeo, tem duração de 2 minutos e 30 segundos, sendo disponibilizado 10 minutos para a discussão. É sugerido que o professor inicialmente apresente os dois vídeos e explique sobre a conservação do momento angular após os vídeos. Os vídeos são encontrados na pasta na [nuvem disponível aqui](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir) (<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>), mas também podem ser encontrados aqui ([vídeo que utiliza halteres](#)) e aqui ([vídeo que utiliza rodas de bicicleta](#)).

A seguir, segue a descrição detalhada do **problema experimental extra - Cadeira giratória 2**.

- **Objetivo:** Demonstrar a conservação do momento angular ao observar como a rotação de uma roda de bicicleta afeta o movimento de uma cadeira giratória.
- **Recursos/Materiais:**
 - Cadeira de escritório giratória
 - Roda de bicicleta com eixo (sem a bicicleta)
 - Suporte para segurar a roda de bicicleta pelo eixo
 - Cronômetro
 - Fita métrica

Instruções - para o Professor:

- Certifique-se de que a cadeira de escritório esteja em uma superfície plana e possa girar livremente.
- Prepare a roda de bicicleta com um suporte para que os alunos possam segurá-la pelo eixo e girá-la facilmente.
- **Introdução ao Conceito - para o professor:** Explique o conceito de momento angular ($L = I\omega$), onde L é o momento angular, I é o momento de inércia e ω é a velocidade angular. Por fim, Discuta a conservação do momento angular em um sistema isolado, na ausência de torques externos.
- **Atividade Experimental**
 - Instrua um aluno a sentar na cadeira de escritório, segurando a roda de bicicleta pelo eixo com a ajuda do suporte.
 - Outro aluno deve girar a roda de bicicleta para atingir uma velocidade angular significativa.

- O aluno sentado na cadeira deve então inclinar a roda de bicicleta, tentando mudar sua orientação.
- Observar como a cadeira começa a girar para conservar o momento angular.

- **Análise dos Dados:**

- Medir a velocidade angular da cadeira antes e depois de inclinar a roda de bicicleta.
- Discutir como a mudança na orientação da roda afeta o movimento da cadeira e a conservação do momento angular.

- **Questionamentos Exploratórios e Respostas:**

- **Pergunta:** O que acontece com a cadeira quando a roda de bicicleta é inclinada?

Resposta: A cadeira começa a girar para conservar o momento angular do sistema.

- **Pergunta:** Por que a inclinação da roda de bicicleta faz a cadeira girar?

Resposta: A inclinação da roda de bicicleta cria um torque que é transferido para a cadeira, fazendo-a girar para conservar o momento angular total do sistema.

- **Pergunta:** Como a conservação do momento angular se aplica neste experimento?

Resposta: Quando a roda de bicicleta é inclinada, o sistema precisa conservar o momento angular total, resultando em um movimento compensatório da cadeira.

- **Pergunta:** O que acontece se a roda de bicicleta for inclinada para o lado oposto?

Resposta: A cadeira girará na direção oposta para conservar o momento angular.

- **Pergunta:** Quais fatores podem afetar a precisão dos resultados deste experimento?

Resposta: A precisão pode ser afetada por fatores como fricção na base da cadeira, resistência do ar, e a habilidade do aluno de inclinar a roda de maneira consistente.

- **Pergunta:** Como este experimento pode ser aplicado para entender movimentos em outros sistemas físicos?

Resposta: Este experimento pode ser aplicado para entender movimentos em sistemas físicos onde a redistribuição de massa e torques internos são relevantes, como a orientação de satélites no espaço.

- **A Metodologia de Resolução de Problemas:**

- Compreensão do Problema: Introduzir o conceito de conservação do momento angular e identificar as variáveis envolvidas (momento de inércia, velocidade angular, distribuição de massa).
- Planejamento: Organizar os recursos e definir o procedimento experimental.
- Execução: Organizar os recursos e definir o procedimento experimental.
- Análise: Realizar a atividade experimental conforme as instruções e coletar os dados.
- Análise: Realizar a atividade experimental conforme as instruções e coletar os dados.
- Reflexão: Discutir os resultados, responder aos questionamentos exploratórios e relacionar as observações ao conceito teórico.
- Aplicação: Considerar como os conceitos de conservação do momento angular podem ser aplicados em outros contextos e problemas físicos.

3 Avaliação do Desempenho e Materiais de Suporte da Sequência de Ensino

Durante a aplicação da sequência, é indicado ao professor adotar um formato de avaliação que seja processual e privilegie a evolução e desempenho do estudante nos momentos de resolver os problemas. Assim, propõe-se que a média bimestral se dê com base nas fichas que serão utilizadas e na observação do engajamento do estudante. As fichas a serem preenchidas e avaliadas são:

- Ficha de Hipóteses: Ficha com questionamentos para compreender o nível de entendimento do estudante acerca do problema. Preenchida após a análise qualitativa do problema, na etapa de emissão de hipóteses e elaboração de estratégias de resolução.
- Ficha de Problemas: Problemas fechados/exercícios de fixação dos conteúdos trabalhados para serem realizados em casa, nos momentos de estudo dos estudantes.
- Ficha de Análise: Preenchida em grupo, contendo informações da aplicação das estratégias de resolução e análise dos resultados. Assim como a ficha de problemas, essa ficha é preenchida em casa para ser entregue no final da sequência.

Para cada Ficha, são atribuídos conceitos correspondentes ao desempenho do estudante/grupo, conforme consta no Quadro 2. Desse modo, o professor pode avaliar a desenvoltura em cada problema parcial, tendo um panorama global e local do desempenho do estudante. Para avaliar a sequência de ensino, deve-se considerar as observações realizadas pelo professor aplicador da sequência de ensino durante a execução da mesma, bem como os relatos escritos e orais dos estudantes acerca da sequência, além da análise dos registros escritos obtidos do preenchimento das Fichas de Análise e de Hipóteses produzidas. Também deve ser considerado o desempenho dos estudantes nos momentos de exposição e debate sobre as resoluções propostas pelos colegas.

A nota final é, portanto, uma média aritmética do desempenho do estudante nos cinco problemas parciais e no problema central. Caso o estudante fique em recuperação, ou seja, caso o estudante tenha conceito final abaixo de 70% após o nono encontro, para a recuperação bimestral do décimo encontro, indica-se ao professor a utilização de problemas fechados que envolvam apenas os problemas parciais em que o estudante obteve baixo desempenho. Assim, o estudante possuirá a oportunidade de concentrar seus esforços para o entendimento dos conteúdos dos quais não conseguiu obter um desempenho suficiente/razoável.

É proposto que essa recuperação seja composta de um ou dois problemas fechados para cada problema parcial em que o estudante não desempenhou bem, limitado a cinco problemas, todos baseados nas Fichas de Exercícios que foram propostas no decorrer da aplicação da sequência de ensino.

3.1 Ficha de Hipóteses - FH

A estrutura da Ficha de Hipóteses utilizada e proposta é disponibilizada abaixo:

- Informações Iniciais
 - Nome(s) do(s) estudante(s)
 - Identificação do grupo
 - Data de preenchimento
- Descrição do problema
 - Título do problema
 - Descrição do problema (com as palavras do estudante/grupo)
- Análise qualitativa do problema
 - Esquema/desenho explicativo (espaço para esquemas ou diagramas que ajudem o estudante/grupo a compreender o problema)
- Emissão de hipóteses
 - Hipótese principal
 - Hipótese secundária (é incentivado ao estudante/grupo a produção de pelo menos duas hipóteses possíveis já que não necessariamente há concordância plena entre as possíveis soluções para o problema)
- Grandezas e variáveis
 - Grandeza 1 (O estudante/grupo pode utilizar a Ficha de ferramentas para preencher essa área, de modo que o estudante/grupo é levado a usar argumentos da Física)
 - Grandeza 2
 - Grandeza 3
 - Variável 1
 - Variável 2

- Variável 3
- Principais dúvidas e questionamentos
 - Dúvida/Questionamento 1 (O estudante/grupo informa quais os principais questionamentos e dúvidas que tiveram no decorrer do processo de executar as etapas anteriores)
 - Dúvida/Questionamento 2
 - Dúvida/Questionamento 3
- Elaboração de estratégias de resolução
 - Descrição da estratégia (O estudante/grupo só precisa preencher esse item para a hipótese principal. Caso após a verificação da hipótese seja constatado que não é satisfatória, deve ser preenchido este item para a hipótese secundária 2, caso haja tempo hábil)
 - Forma de verificação

A estrutura da Ficha de Hipóteses está de acordo com os aspectos avaliativos propostos por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012): garantir que os estudantes sigam todas as etapas do modelo de resolução de problemas proposto, promovendo uma abordagem investigativa e reflexiva. A versão editável das fichas encontra-se na pasta na nuvem composta por todos arquivos editados e preparados já para a aplicação da sequência de ensino [disponível aqui](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>).

A organização das seções facilita o registro e a avaliação do progresso dos estudantes em cada uma das etapas, conforme recomendado no modelo teórico, atendendo aos seguintes critérios:

1. Análise Qualitativa do Problema
2. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas
3. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

3.2 Ficha de Análise - FA

De forma similar à Ficha de Hipóteses, a Ficha de Análise serve para o estudante/grupo sistematizar suas observações e considerações na execução da estratégia de resolução e durante a análise dos resultados. Sua versão editável e encontra-se na pasta na nuvem composta por todos arquivos editados e preparados já para a aplicação da sequência de ensino [disponível aqui](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>). A seguir, a estrutura da Ficha de Análise:

- Informações Iniciais
 - Nome(s) do(s) estudante(s)
 - Identificação do grupo
 - Data de preenchimento
- Análise do Resultado
 - Descreva o resultado final alcançado com a resolução do problema
 - Registre observações relevantes durante a resolução
- Justificativa e Argumentação
 - Justifique o resultado obtido com base nos conceitos físicos utilizados e indicados na Ficha de Hipóteses.
 - As hipóteses formuladas foram confirmadas? Explique por quê:
- Reflexão sobre o Processo de Resolução
 - A estratégia de resolução foi eficiente? () Sim () Não Justifique sua resposta.
 - Quais foram as principais dificuldades enfrentadas durante a resolução?
 - Sugira melhorias ou alternativas para a estratégia utilizada:
- Aspectos Físicos e Teóricos
 - Liste e explique os conceitos de física aplicados na resolução do problema:
 - Relacione os conceitos teóricos com os resultados práticos obtidos:
- Síntese Explicativa do Processo
 - Faça uma síntese do processo de resolução e dos resultados alcançados:
 - Sugira novas situações-problema que podem ser exploradas a partir dos resultados:
- Observações finais
 - Registre comentários ou reflexões finais sobre a atividade:

A estrutura da Ficha de Análise também foi elaborada de modo a atender aos aspectos avaliativos propostos por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012). Nesse caso, os seguintes aspectos avaliativos são atendidos:

- Análise do resultado

- Justificativa e Argumentação
- Reflexão sobre o Processo de Resolução
- Aspectos Físicos e Teóricos
- Síntese Explicativa do Processo

3.3 Fichas de Problemas - FP

Ao todo, são propostas cinco Fichas de Problemas, cada uma com quatro problemas fechados/exercícios sobre os temas trabalhados. O estudante/grupo terá a Ficha de ferramentas como suporte para responder os problemas propostos. Ao fim da sequência, é esperado que o estudante tenha domínio teórico dos conceitos trabalhados e utilize a combinação de problemas fechados/exercícios e estudado com os problemas parciais para desenvolver aptidão e expandir seu repertório intelectual em novas situações-problemas que envolvam os mesmos conceitos. É esperado também que o professor torne disponível pelo a solução de pelo menos 50% dos problemas a título de exemplo para o estudante revisar sua própria atividade individualmente.

Assim como as fichas anteriores, as Fichas de Problemas editáveis e as soluções estão [disponíveis aqui](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>). A seguir, um compilado de problemas fechados/exercícios são apresentados, formando as Fichas de Problemas - Tipo A. Na pasta dos materiais editáveis, há outras opções de problemas indicados, de modo que o professor tenha variedade de opções, destacando que, como defende Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012), não é necessário criar novos problemas, sendo suficiente a adaptação dos mesmos. Os problemas fechados propostos originalmente são apresentados abaixo.

3.3.1 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 01

1. Problema 1: Roda de um Trator em Movimento

Um trator se move em linha reta em uma estrada de terra. As rodas do trator têm um raio de 1 metro e estão girando a uma velocidade angular de 2 rad/s. Qual é a velocidade linear do trator em relação ao solo?

Etapas de Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O problema envolve a relação entre a velocidade angular das rodas e a velocidade linear do trator.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que a velocidade linear do trator seja diretamente proporcional à velocidade angular das rodas e ao raio das mesmas.

- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $v = \omega r$ para encontrar a velocidade linear.
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $\omega = 2 \text{ rad/s}$ e $r = 1 \text{ m}$ na fórmula.
- e) **Análise dos resultados:** O resultado é $v = 2 \text{ m/s}$, que é a velocidade linear do trator.

2. Problema 2: Roda Gigante em um Parque de Diversões

Uma roda gigante em um parque de diversões tem um raio de 15 metros e completa uma revolução a cada 2 minutos. Qual é a velocidade linear de uma cadeira na borda da roda gigante?

Etapas de Solução:

- a) **Análise qualitativa:** A velocidade linear das cadeiras depende da velocidade angular da roda gigante e do seu raio.
- b) **Emissão de hipóteses:** A velocidade linear das cadeiras pode ser calculada a partir da velocidade angular da roda e do raio da roda.
- c) **Elaboração de estratégias:** Calcule primeiro a velocidade angular ω e, em seguida, use $v = \omega r$ para encontrar a velocidade linear.
- d) **Aplicação das estratégias:** $\omega = \frac{2\pi}{120} \text{ rad/s}$, então $v = \left(\frac{2\pi}{120} \text{ rad/s}\right) \cdot 15 \text{ m}$.
- e) **Análise dos resultados:** O resultado é $v \approx 0,785 \text{ m/s}$, que é a velocidade linear da cadeira.

3. Problema 3: Moinho de Vento

Um moinho de vento em uma fazenda tem lâminas com 5 metros de comprimento. As lâminas giram de modo que a extremidade das mesmas se move a uma velocidade de 10 metros por segundo. Qual é a velocidade angular das lâminas?

Etapas de Solução:

- a) **Análise qualitativa:** A velocidade angular das lâminas pode ser determinada a partir da velocidade linear na extremidade e do comprimento da lâmina.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que a velocidade angular seja diretamente proporcional à velocidade linear e inversamente proporcional ao comprimento da lâmina.
- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $\omega = \frac{v}{r}$ para encontrar a velocidade angular.
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $v = 10 \text{ m/s}$ e $r = 5 \text{ m}$ na fórmula.
- e) **Análise dos resultados:** O resultado é $\omega = 2 \text{ rad/s}$, que é a velocidade angular das lâminas.

4. Problema 4: Bicicleta na Estrada

Um ciclista anda em linha reta a uma velocidade de 6 metros por segundo. A roda da bicicleta gira a uma velocidade angular de 3 radianos por segundo. Qual é o raio da roda?

Etapas de Solução:

- Análise qualitativa:** O raio da roda pode ser determinado a partir da velocidade linear do ciclista e da velocidade angular da roda.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que o raio seja calculado pela razão entre a velocidade linear e a velocidade angular.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $r = \frac{v}{\omega}$ para determinar o raio.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $v = 6 \text{ m/s}$ e $\omega = 3 \text{ rad/s}$ na fórmula.
- Análise dos resultados:** O resultado é $r = 2 \text{ m}$, que é o raio da roda da bicicleta.

3.3.2 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 02

1. Problema 1: Momento Angular de uma Partícula em um Anel

Enunciado: Uma partícula de massa $m = 0,2 \text{ kg}$ está presa em um anel que gira com uma velocidade angular $\omega = 5 \text{ rad/s}$. O raio do anel é $r = 0,3 \text{ m}$. Determine o momento angular L da partícula.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L depende da massa da partícula, da velocidade angular e da distância ao centro de rotação.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que a partícula está presa ao anel e gira com ele.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m \cdot r^2 \cdot \omega$.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $m = 0,2 \text{ kg}$, $r = 0,3 \text{ m}$ e $\omega = 5 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular da partícula é $L = 0,09 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

2. Problema 2: Momento Angular de um Planeta em Órbita

Enunciado: Um planeta com massa $m = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ orbita sua estrela com uma velocidade linear $v = 30 \text{ km/s}$ a uma distância $r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Qual é o momento angular L do planeta?

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular L do planeta depende de sua massa, velocidade linear e distância ao centro da órbita.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que a órbita é circular e a velocidade é constante.
- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m \cdot v \cdot r$.
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $m = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $v = 30$ km/s e $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ m.
- e) **Análise dos resultados:** O momento angular do planeta é $L = 2,7 \cdot 10^{37}$ kg · m²/s.

3. Problema 3: Determinação do Raio de uma Partícula em Movimento Circular

Enunciado: Uma partícula tem um momento angular $L = 0,5$ kg · m²/s e uma velocidade angular $\omega = 20$ rad/s. Determine o raio r de sua trajetória.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O raio da trajetória pode ser determinado usando o momento angular e a velocidade angular da partícula.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que a partícula se move em uma trajetória circular.
- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m \cdot r^2 \cdot \omega$ e resolva para r .
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $L = 0,5$ kg · m²/s, $m = 1$ kg e $\omega = 20$ rad/s.
- e) **Análise dos resultados:** O raio da trajetória é $r \approx 0,16$ m.

4. Problema 4: Determinação do Raio de um Elétron em Movimento Circular

Enunciado: Um elétron em um átomo possui um momento angular de $L = 1,05 \cdot 10^{-34}$ kg · m²/s e uma velocidade angular de $4 \cdot 10^{15}$ rad/s. Qual é o raio r de sua órbita?

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O raio da órbita pode ser determinado conhecendo-se o momento angular e a velocidade angular do elétron.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que o elétron se move em uma órbita circular ao redor do núcleo.
- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m \cdot r^2 \cdot \omega$ e resolva para r .
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $L = 1,05 \cdot 10^{-34}$ kg · m²/s e $\omega = 4 \cdot 10^{15}$ rad/s.
- e) **Análise dos resultados:** O raio da órbita do elétron é $r \approx 4,08 \cdot 10^{-10}$ m.

3.3.3 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 03

1. Problema 1: Momento Angular de um Sistema de Partículas Binário

Enunciado: Considere um sistema binário de partículas A e B com massas $m_A = 3 \text{ kg}$ e $m_B = 4 \text{ kg}$. A partícula A está a uma distância $r_A = 0,6 \text{ m}$ do centro de massa, e a partícula B está a uma distância $r_B = 0,4 \text{ m}$. A velocidade angular do sistema é $\omega = 5 \text{ rad/s}$. Determine o momento angular L do sistema.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular total L do sistema é a soma dos momentos angulares das partículas A e B .
- Emissão de hipóteses:** Suponha que o sistema é estável e que as partículas giram no mesmo plano.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m_A \cdot r_A^2 \cdot \omega + m_B \cdot r_B^2 \cdot \omega$.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $m_A = 3 \text{ kg}$, $r_A = 0,6 \text{ m}$, $m_B = 4 \text{ kg}$, $r_B = 0,4 \text{ m}$, e $\omega = 5 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular total do sistema é $L = 4,68 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

2. Problema 2: Momento Angular de um Sistema Binário de Partículas

Enunciado: Um sistema binário é composto por duas partículas com massas $m_1 = 2 \text{ kg}$ e $m_2 = 3 \text{ kg}$, ambas orbitando o centro de massa do sistema. A partícula m_1 está a $0,4 \text{ m}$ do centro de massa e a partícula m_2 está a $0,6 \text{ m}$ do centro de massa. Se a velocidade angular do sistema é 7 rad/s , determine o momento angular L do sistema.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L é a soma dos momentos angulares das duas partículas.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que as partículas mantêm uma órbita circular uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega$.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $m_1 = 2 \text{ kg}$, $r_1 = 0,4 \text{ m}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$, $r_2 = 0,6 \text{ m}$, e $\omega = 7 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular total do sistema é $L = 9,52 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

3. Problema 3: Determinação do Raio de um Sistema Binário

Enunciado: Em um sistema binário de partículas A e B , ambas as partículas têm a mesma massa $m = 1 \text{ kg}$ e estão girando em torno de um ponto central. O momento angular do sistema é $L = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ e a velocidade angular é $\omega = 2 \text{ rad/s}$. Determine a distância r de cada partícula ao centro de massa.

Solução:

- Análise qualitativa:** O raio r pode ser determinado a partir do momento angular e da velocidade angular conhecendo-se a massa das partículas.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que as partículas se movem em órbita circular uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = 2 \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega$ e resolva para r .
- Aplicação das estratégias:** Substitua $L = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, $m = 1 \text{ kg}$ e $\omega = 2 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O raio da trajetória de cada partícula é $r \approx 1 \text{ m}$.

4. Problema 4: Determinação do Raio em um Sistema de Estrelas Binárias

Enunciado: Em um sistema binário de estrelas, cada estrela tem uma massa $m = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ e o momento angular do sistema é $L = 4 \times 10^{40} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Se a velocidade angular do sistema é $\omega = 1 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$, determine a distância r de cada estrela ao centro de massa do sistema.

Solução:

- Análise qualitativa:** O raio r pode ser encontrado a partir do momento angular, da velocidade angular e da massa conhecida das estrelas.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que as estrelas se movem de forma uniforme em órbita circular.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = 2 \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega$ e resolva para r .
- Aplicação das estratégias:** Substitua $L = 4 \times 10^{40} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, $m = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$, e $\omega = 1 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** A distância de cada estrela ao centro de massa é $r \approx 7,07 \times 10^{10} \text{ m}$.

3.3.4 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 04

1. Problema 1: Esfera Sólida Girando

Enunciado: Uma esfera sólida com raio $R = 0,5 \text{ m}$ e massa $M = 10 \text{ kg}$ gira em torno de um eixo que passa pelo seu centro com uma velocidade angular $\omega = 2 \text{ rad/s}$. O momento de inércia da esfera em relação ao eixo de rotação é $I = \frac{2}{5}MR^2$. Determine o momento angular da esfera.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L pode ser encontrado a partir da velocidade angular e do momento de inércia do corpo.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que a esfera gira de forma uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = I \cdot \omega$ para calcular o momento angular.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $I = \frac{2}{5}MR^2$ e $\omega = 2 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular da esfera é $L = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

2. Problema 2: Cilindro Girando em Torno de seu Eixo Longitudinal

Enunciado: Um cilindro de massa $M = 15 \text{ kg}$ e raio $R = 0,3 \text{ m}$ gira em torno de seu eixo longitudinal com uma velocidade angular $\omega = 4 \text{ rad/s}$. O momento de inércia do cilindro em relação ao eixo de rotação é $I = \frac{1}{2}MR^2$. Determine o momento angular do cilindro.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L pode ser encontrado a partir do momento de inércia e da velocidade angular.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que o cilindro gira uniformemente.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = I \cdot \omega$ para calcular o momento angular.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $I = \frac{1}{2}MR^2$ e $\omega = 4 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular do cilindro é $L = 2,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

3. Problema 3: Barra Girando em Torno de seu Centro

Enunciado: Uma barra uniforme de comprimento $L = 2 \text{ m}$ e massa $M = 5 \text{ kg}$ gira em torno de um eixo que passa pelo seu centro com uma velocidade angular $\omega = 3 \text{ rad/s}$. O momento de inércia da barra em relação ao eixo de rotação é $I = \frac{1}{12}ML^2$. Determine o momento angular da barra.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L pode ser encontrado a partir do momento de inércia e da velocidade angular.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que a barra gira de forma uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = I \cdot \omega$ para calcular o momento angular.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $I = \frac{1}{12}ML^2$ e $\omega = 3 \text{ rad/s}$.

e) **Análise dos resultados:** O momento angular da barra é $L = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

4. Problema 4: Esfera Oca Girando

Enunciado: Uma esfera oca de raio $R = 1,2 \text{ m}$ e massa $M = 8 \text{ kg}$ gira em torno de um eixo que passa pelo seu centro com uma velocidade angular $\omega = 1,5 \text{ rad/s}$. O momento de inércia da esfera oca em relação ao eixo de rotação é $I = \frac{2}{3}MR^2$. Determine o momento angular da esfera.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L pode ser encontrado a partir do momento de inércia e da velocidade angular.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que a esfera oca gira de forma uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = I \cdot \omega$ para calcular o momento angular.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $I = \frac{2}{3}MR^2$ e $\omega = 1,5 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular da esfera oca é $L = 4,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

3.3.5 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 05

1. Problema 1: Satélite em Órbita

Enunciado: Um satélite artificial esférico com raio de 1 m e massa de 500 kg está em órbita circular ao redor da Terra. Inicialmente, o satélite gira com uma velocidade angular de $0,1 \text{ rad/s}$. Durante a operação, o satélite ativa um sistema de propulsão que diminui seu raio de rotação para $0,8 \text{ m}$ sem alterar sua massa. Considerando a conservação do momento angular, determine a nova velocidade angular do satélite após a redução do raio.

Solução:

- Análise Qualitativa:** Como a mudança no raio de rotação afeta a velocidade angular do satélite?
- Hipótese:** A velocidade angular aumentará com a diminuição do raio para conservar o momento angular.
- Estratégia:** Usar a conservação do momento angular $L = I \cdot \omega$ e o momento de inércia para um corpo esférico $I = \frac{2}{5}mr^2$.
- Aplicação:**

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}} = \frac{2}{5} \cdot 500 \cdot (1)^2 \cdot 0,1 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{final}} = I_{\text{final}} \cdot \omega_{\text{final}} = \frac{2}{5} \cdot 500 \cdot (0,8)^2 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$20 = \frac{2}{5} \cdot 500 \cdot 0,64 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\omega_{\text{final}} \approx 0,156 \text{ rad/s}$$

- e) **Análise dos Resultados:** A velocidade angular aumentou para 0,156 rad/s, confirmando a conservação do momento angular.

2. Problema 2: Planeta Encolhendo

Enunciado: Um planeta esférico com massa de $5 \cdot 10^{24}$ kg e raio de $6 \cdot 10^6$ metros está girando com uma velocidade angular de $7,27 \cdot 10^{-5}$ rad/s. Devido a um processo astrofísico, o planeta encolhe, e seu raio é reduzido pela metade.

Solução:

- a) **Análise Qualitativa:** Como a velocidade angular do planeta será afetada pela redução do raio?
- b) **Hipótese:** A velocidade angular aumentará significativamente.
- c) **Estratégia:** Aplicar a conservação do momento angular, usando $I = \frac{2}{5}mr^2$.
- d) **Aplicação:**

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}} = \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 10^{24} \cdot (6 \cdot 10^6)^2 \cdot 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

$$L_{\text{inicial}} \approx 1,57 \cdot 10^{34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{final}} = I_{\text{final}} \cdot \omega_{\text{final}} = \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 10^{24} \cdot (3 \cdot 10^6)^2 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\omega_{\text{final}} = \frac{1,57 \cdot 10^{34}}{\frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 10^{24} \cdot 9 \cdot 10^{12}}$$

$$\omega_{\text{final}} \approx 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$$

- e) **Análise dos Resultados:** A velocidade angular aumentou para $2,9 \cdot 10^{-4}$ rad/s, demonstrando a conservação do momento angular.

3. Problema 3: Cometa Aproximando-se do Sol

Enunciado: Um cometa esférico com massa de 1×10^{13} kg e raio de 1 km se aproxima do Sol, mudando de uma órbita a 5 UA para uma órbita circular a 1 UA. Inicialmente, sua velocidade angular era 2×10^{-7} rad/s. Supondo que o momento angular do cometa se conserve durante essa aproximação, qual será sua nova velocidade angular na órbita mais próxima do Sol?

Solução:

- a) **Análise Qualitativa:** Como a velocidade angular do cometa será alterada pela mudança de órbita?

- b) **Hipótese:** A velocidade angular aumentará ao diminuir a distância ao Sol.
 c) **Estratégia:** Usar a conservação do momento angular.
 d) **Aplicação:**

$$L_{\text{inicial}} = mr_{\text{inicial}}v_{\text{inicial}} = 1 \cdot 10^{13} \cdot 5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-7}$$

$$L_{\text{inicial}} \approx 1,5 \cdot 10^{18} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{final}} = mr_{\text{final}}v_{\text{final}} = 1 \cdot 10^{13} \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\omega_{\text{final}} \approx 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$$

- e) **Análise dos Resultados:** A velocidade angular do cometa aumentou para $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$.

4. Problema 4: Estrela Colapsando

Uma estrela com massa de $1,2 \times 10^{30} \text{ kg}$ e raio de $7 \times 10^8 \text{ m}$ está girando com uma velocidade angular de 2 rad/s . Devido a um colapso gravitacional, o raio da estrela reduz para $7 \times 10^6 \text{ m}$. Assumindo que o momento angular seja conservado, determine a nova velocidade angular da estrela após o colapso.

Solução:

- a) **Análise Qualitativa:** Como a velocidade angular da estrela será afetada pelo colapso?
 b) **Hipótese:** A velocidade angular aumentará drasticamente.
 c) **Estratégia:** Usar a conservação do momento angular e o momento de inércia para uma esfera.
 d) **Aplicação:**

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}} = \frac{2}{5} \cdot 1,2 \cdot 10^{30} \cdot (7 \cdot 10^8)^2 \cdot 2$$

$$L_{\text{inicial}} \approx 2,35 \cdot 10^{49} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{final}} = I_{\text{final}} \cdot \omega_{\text{final}} = \frac{2}{5} \cdot 1,2 \cdot 10^{30} \cdot (7 \cdot 10^6)^2 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\omega_{\text{final}} \approx 2 \cdot 10^2 \text{ rad/s}$$

- e) **Análise dos Resultados:** A velocidade angular aumentou para 200 rad/s , um aumento significativo devido ao colapso da estrela.

3.3.6 Problemas adicionais

1. Problema 1: Lançamento de um Satélite

Enunciado: Um satélite artificial é lançado para orbitar a Terra em uma trajetória circular a uma altitude de 500 km acima da superfície. A massa da Terra é $5,97 \cdot 10^{24}$ kg, e o raio da Terra é 6,371 km. Qual é o momento angular do satélite em relação ao centro da Terra, sabendo que ele orbita a uma velocidade de 7,5 km/s e que sua massa é de 1000 kg?

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular do satélite depende de três fatores principais: sua massa, sua velocidade linear ao longo da órbita e sua distância ao centro da Terra. Assumimos que a trajetória é circular e que o movimento é uniforme, o que simplifica o problema ao permitir o uso direto da fórmula do momento angular para translações circulares. A análise qualitativa considera a dependência direta do momento angular em relação ao aumento de cada um desses fatores.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:
- A órbita do satélite seja perfeitamente circular.
 - A velocidade orbital seja constante.
 - A influência de outras forças, como a resistência do ar, seja negligenciada devido ao vácuo no espaço.
- c) **Elaboração de estratégias:** Para calcular o momento angular L , utilizamos a fórmula:

$$L = mvr$$

onde:

- $m = 1000$ kg é a massa do satélite;
- $v = 7,5$ km/s = $7,5 \cdot 10^3$ m/s é a velocidade orbital;
- r é a distância do satélite ao centro da Terra, calculada como:

$$r = R_{\text{Terra}} + h = 6,371 + 0,500 = 6,871 \text{ km} = 6,871 \cdot 10^3 \text{ m.}$$

d) **Aplicação das estratégias:**

- Substitua os valores na fórmula do momento angular:

$$L = 1000 \cdot 7,5 \cdot 10^3 \cdot 6,871 \cdot 10^3.$$

- Efetue os cálculos:

$$L = 1000 \cdot 7,5 \cdot 6,871 \cdot 10^6.$$

$$L = 5,15325 \cdot 10^{10} \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular do satélite é:

$$L = 5,15325 \cdot 10^{10} \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Esse valor demonstra a grande magnitude do momento angular para um satélite em órbita, devido às altas velocidades e distâncias envolvidas. Contextualizando, tal grandeza é essencial para determinar a estabilidade orbital e os efeitos de perturbações externas. Qualquer alteração na velocidade ou na distância ao centro da Terra impactaria significativamente o momento angular, podendo levar a variações na órbita do satélite.

2. Problema 2: Braço Robótico em uma Linha de Montagem

Enunciado: Em uma linha de montagem industrial, um braço robótico movimentava uma peça com uma massa de 2 kg. O braço possui comprimento 1,5 m e gira em torno de um eixo fixo com uma velocidade angular constante de 1 rad/s. Considerando que o braço é rígido e a peça está presa firmemente na sua extremidade, determine o momento angular da peça em relação ao eixo de rotação do braço.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular da peça em relação ao eixo de rotação depende de:

- A massa da peça (m): um aumento na massa resultaria em um momento angular maior, já que há mais inércia associada ao movimento.
- O comprimento do braço (r): quanto maior a distância do eixo de rotação, maior será o momento angular, pois a inércia rotacional cresce proporcionalmente ao quadrado da distância.
- A velocidade angular (ω): um aumento na velocidade angular aumentará o momento angular linearmente.

O problema considera um movimento circular uniforme, implicando que ω é constante e que forças externas como atrito ou resistência do ar são desprezíveis. Além disso, a peça é tratada como uma massa pontual presa na extremidade do braço.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- O braço robótico é perfeitamente rígido, sem deformações.
- A peça está fixada firmemente na extremidade do braço.
- O sistema opera em condições ideais, sem forças dissipativas.

c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular L para o sistema pode ser determinado pela relação:

$$L = I\omega$$

onde I é o momento de inércia da peça em relação ao eixo de rotação. Para uma massa pontual, o momento de inércia é dado por:

$$I = mr^2$$

Assim, substituímos I na fórmula para obter:

$$L = mr^2\omega$$

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

- $m = 2 \text{ kg}$ (massa da peça);
- $r = 1,5 \text{ m}$ (comprimento do braço);
- $\omega = 1 \text{ rad/s}$ (velocidade angular).

Calculamos I :

$$I = mr^2 = 2 \cdot (1,5)^2 = 2 \cdot 2,25 = 4,5 \text{ kg m}^2$$

Substituímos em L :

$$L = I\omega = 4,5 \cdot 1 = 4,5 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular da peça é:

$$L = 4,5 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Esse valor é consistente com as variáveis fornecidas e confirma que o sistema opera dentro do esperado. Ele ilustra como o momento angular é influenciado pelo comprimento do braço e pela massa da peça. Em aplicações práticas, como controle de robôs industriais, ajustes na velocidade angular ou no comprimento do braço podem alterar o momento angular, impactando diretamente a dinâmica do sistema. Além disso, o valor do momento angular reflete a necessidade de precisão no design para evitar esforços excessivos no motor que controla o braço.

3. Problema 3: Giroscópio em um Satélite

Enunciado: Um satélite utiliza um giroscópio para estabilização, que possui um momento de inércia de $0,05 \text{ kg m}^2$ e gira a $10,000 \text{ rpm}$. Qual é o momento angular do giroscópio em relação ao seu eixo de rotação?

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular L depende de dois fatores principais:

- O momento de inércia I : que reflete como a massa está distribuída em relação ao eixo de rotação.

- A velocidade angular ω : que indica a rapidez com que o giroscópio está girando.

O problema considera o giroscópio girando a uma velocidade constante e sem perdas de energia, permitindo o uso direto da fórmula $L = I\omega$.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- A rotação do giroscópio seja uniforme e sem variações.
- Não há influência de forças dissipativas, como atrito ou resistência interna.

c) **Elaboração de estratégias:** Para calcular o momento angular L , utilizamos a fórmula:

$$L = I\omega$$

onde:

- $I = 0,05 \text{ kg m}^2$ é o momento de inércia do giroscópio;
- ω é a velocidade angular, que deve ser convertida de rotações por minuto (rpm) para radianos por segundo (rad/s).

A relação para converter rpm para rad/s é:

$$\omega = \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60}$$

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

- Converta 10,000 rpm para rad/s:

$$\omega = 10,000 \cdot \frac{2\pi}{60} = 10,000 \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{10,000\pi}{30} \text{ rad/s.}$$

- Simplifique:

$$\omega = 1,047.2 \text{ rad/s.}$$

- Calcule o momento angular:

$$L = I\omega = 0,05 \cdot 1,047.2 = 52,36 \text{ kg m}^2/\text{s.}$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular do giroscópio é:

$$L = 52,36 \text{ kg m}^2/\text{s.}$$

Este valor é significativo para a estabilização do satélite, pois o giroscópio armazena momento angular para resistir a mudanças na orientação do satélite. Esse efeito é importante em aplicações espaciais, onde pequenos ajustes de rotação são necessários para manter a posição do satélite. Além disso, o valor mostra como a alta velocidade de rotação amplifica a capacidade do giroscópio de influenciar a estabilidade do sistema.

4. Problema 4: Roda de um Automóvel

Enunciado: As rodas de um automóvel têm um raio de 0,3 m e giram a uma velocidade angular de 50 rad/s. Cada roda possui um momento de inércia de $0,8 \text{ kg m}^2$. Qual é o momento angular de uma das rodas em relação ao eixo de rotação?

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular L de uma roda automotiva depende de dois fatores principais:

- O momento de inércia (I): que reflete como a massa da roda está distribuída em relação ao eixo de rotação.
- A velocidade angular (ω): que mede a rapidez com que a roda está girando ao redor do eixo.

Assumimos que a roda está girando uniformemente, sem deslizamento e com uma velocidade angular constante. Isso permite aplicar diretamente a fórmula $L = I\omega$.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- O automóvel esteja se deslocando sem derrapagens, de forma que a rotação da roda seja puramente uniforme.
- Não há forças dissipativas, como atrito significativo no eixo de rotação.

c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular L pode ser calculado usando:

$$L = I\omega$$

onde:

- $I = 0,8 \text{ kg m}^2$ é o momento de inércia da roda;
- $\omega = 50 \text{ rad/s}$ é a velocidade angular da roda.

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos na fórmula:

- Calcule L :

$$L = 0,8 \cdot 50 = 40 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular de uma única roda é:

$$L = 40 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Esse valor demonstra a quantidade de movimento de rotação armazenada na roda, que é importante para a dinâmica do automóvel. Em velocidades mais altas, o momento angular aumenta proporcionalmente à velocidade angular, o que pode impactar o desempenho do veículo em curvas ou frenagens. Além disso, esse momento angular reflete a estabilidade que a roda fornece ao veículo, ajudando a manter a trajetória e a reduzir vibrações.

5. Problema 5: Patinadores Artísticos

Enunciado: Dois patinadores, cada um com massa de 60 kg, giram em torno de um ponto central segurando uma corda de 2 m de comprimento. Eles giram a uma velocidade angular de 3 rad/s. Qual é o momento angular do sistema formado pelos dois patinadores em relação ao ponto central?

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular do sistema é influenciado por:

- A massa de cada patinador ($m = 60$ kg): patinadores mais pesados geram maior momento angular.
- A distância ao ponto central ($r = 1$ m): o momento de inércia aumenta com o quadrado da distância ao eixo de rotação.
- A velocidade angular ($\omega = 3$ rad/s): um aumento na velocidade angular resulta em um momento angular maior.

Assumimos que os patinadores estão girando uniformemente, que a corda é ideal (inextensível e sem massa) e que ambos contribuem igualmente para o momento angular do sistema.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- A distribuição de massa dos patinadores é uniforme.
- A corda permanece tensa e cada patinador mantém uma distância fixa ao ponto central durante a rotação.
- Não há forças dissipativas (como atrito com o ar).

c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular total L do sistema é dado por:

$$L = 2I\omega$$

onde I é o momento de inércia de um único patinador, dado por:

$$I = mr^2$$

Substituímos I na equação de L :

$$L = 2mr^2\omega$$

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

- $m = 60$ kg (massa de cada patinador);
- $r = 1$ m (metade do comprimento da corda);
- $\omega = 3$ rad/s (velocidade angular).

Calcule o momento angular:

$$L = 2 \cdot 60 \cdot (1)^2 \cdot 3 = 2 \cdot 60 \cdot 3 = 360 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise dos resultados:** O momento angular total do sistema formado pelos dois patinadores é:

$$L = 360 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Este valor reflete a contribuição conjunta dos dois patinadores. O momento angular indica a resistência do sistema a mudanças em sua rotação. Este conceito é aplicável em diversas situações práticas, como em esportes de gelo ou manobras em satélites, onde o controle do momento angular desempenha um papel essencial para manter a estabilidade. Qualquer alteração na velocidade angular, massa ou distância dos patinadores ao ponto central alteraria significativamente o valor do momento angular.

6. Problema 6: Armazenamento de Energia em um Volante

Enunciado: Em um motor industrial, um volante com momento de inércia de 5 kg m^2 gira a 300 rpm. Por questões de segurança, o momento angular máximo permitido para este volante é de $160 \text{ kg m}^2/\text{s}$.

Determine o momento angular do volante e analise se ele está dentro do limite de segurança. Considere que o volante gira de forma uniforme e que a velocidade angular é constante.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular L é uma medida da inércia rotacional do volante em movimento. É diretamente proporcional ao momento de inércia (I) e à velocidade angular (ω). Para determinar se o volante está operando de forma segura, devemos calcular L e compará-lo ao limite de segurança fornecido ($L_{\text{máx}} = 160 \text{ kg m}^2/\text{s}$).

Um valor de L acima do limite implica que o volante pode gerar forças excessivas durante sua operação, representando um risco de falha mecânica ou sobrecarga do motor.

- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:
- A velocidade angular do volante é uniforme e não há variações repentinas.
 - Não há perdas de energia significativas, como atrito nos rolamentos.
 - O limite de segurança é um valor crítico e não deve ser excedido.
- c) **Elaboração de estratégias:** Para calcular o momento angular, utilizamos:

$$L = I\omega$$

onde:

- $I = 5 \text{ kg m}^2$ (momento de inércia);
- ω (velocidade angular), que deve ser convertida de rpm para rad/s.

A conversão é feita utilizando:

$$\omega = \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60}.$$

Após calcular L , devemos compará-lo ao limite $L_{\text{máx}} = 160 \text{ kg m}^2/\text{s}$ para avaliar a segurança.

d) **Aplicação das estratégias:**

- Converta 300 rpm para rad/s:

$$\omega = 300 \cdot \frac{2\pi}{60} = 300 \cdot \frac{\pi}{30} = 10\pi \text{ rad/s}.$$

- Substitua os valores na fórmula do momento angular:

$$L = I\omega = 5 \cdot 10\pi = 50\pi \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

- Aproximando $\pi \approx 3,1416$:

$$L \approx 50 \cdot 3,1416 = 157,08 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular calculado do volante é:

$$L \approx 157,08 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Comparando com o limite de segurança:

$$L_{\text{máx}} = 160 \text{ kg m}^2/\text{s},$$

observamos que o valor está abaixo do limite permitido. Isso indica que o volante opera dentro de condições seguras. No entanto, é importante notar que o valor calculado está muito próximo do limite de segurança, o que pode requerer atenção adicional para evitar flutuações na velocidade angular ou desgaste do sistema, que poderiam levar a situações de risco.

Em aplicações práticas, é recomendável operar com uma margem de segurança maior para compensar eventuais imprecisões nos cálculos ou variações nas condições operacionais.

7. Problema 7: Disco em uma Plataforma Giratória

Enunciado: Um disco de massa $0,5 \text{ kg}$ é colocado a $0,2 \text{ m}$ do centro de uma plataforma giratória. A plataforma gira a 10 rad/s . Sabendo que o limite máximo permitido para o momento angular da plataforma e do disco juntos é $0,25 \text{ kg m}^2/\text{s}$, determine o momento angular do disco. Verifique se o sistema opera dentro dos limites de segurança.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular L do disco em relação ao centro de rotação depende de:

- A massa do disco ($m = 0,5 \text{ kg}$), que define a quantidade de matéria em movimento.
- A distância ao centro de rotação ($r = 0,2 \text{ m}$), que afeta diretamente o momento de inércia.
- A velocidade angular da plataforma ($\omega = 10 \text{ rad/s}$), que indica a rapidez do movimento rotacional.

O problema considera que o disco está firmemente acoplado à plataforma, girando na mesma velocidade angular, e que as condições são ideais, sem forças dissipativas.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- O disco não deslize em relação à plataforma.
- A plataforma gire com velocidade angular constante.
- O limite de segurança para o momento angular é absoluto e não deve ser ultrapassado.

c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular do disco L é dado por:

$$L = I\omega,$$

onde o momento de inércia I para o disco é calculado como:

$$I = mr^2.$$

Substituimos I na equação para obter:

$$L = mr^2\omega.$$

Após calcular L , devemos compará-lo ao limite de segurança ($L_{\text{máx}} = 0,25 \text{ kg m}^2/\text{s}$) para verificar a segurança do sistema.

d) **Aplicação das estratégias:** Substituimos os valores fornecidos:

- Calcule o momento de inércia do disco:

$$I = mr^2 = 0,5 \cdot (0,2)^2 = 0,5 \cdot 0,04 = 0,02 \text{ kg m}^2.$$

- Calcule o momento angular:

$$L = I\omega = 0,02 \cdot 10 = 0,2 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular do disco é:

$$L = 0,2 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Comparando com o limite de segurança fornecido:

$$L_{\text{máx}} = 0,25 \text{ kg m}^2/\text{s},$$

verificamos que o valor calculado está abaixo do limite permitido. Isso indica que o sistema opera dentro dos parâmetros de segurança. No entanto, a proximidade do limite sugere que ajustes futuros, como reduzir a velocidade angular da plataforma ou diminuir a massa do disco, poderiam aumentar a margem de segurança.

Em situações práticas, operar próximo ao limite pode representar riscos, especialmente em sistemas onde as condições podem variar, como em casos de vibração ou desacoplamento parcial. Assim, recomenda-se uma análise mais detalhada para aplicações críticas.

8. Problema 8: Ferramenta Giratória

Enunciado: Uma ferramenta rotativa utilizada para esculpir madeira possui um momento de inércia de $0,01 \text{ kg m}^2$ e gira a 5000 rpm . O fabricante informa que o limite de segurança operacional para o momento angular da ferramenta é $5,5 \text{ kg m}^2/\text{s}$. Determine o momento angular da ferramenta e analise se ela está operando dentro do limite seguro.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular L da ferramenta reflete a resistência do sistema a mudanças na rotação. Ele depende de:
- O momento de inércia ($I = 0,01 \text{ kg m}^2$): que caracteriza como a massa da ferramenta está distribuída em relação ao eixo de rotação.
 - A velocidade angular (ω): que mede a rapidez do movimento rotacional em rad/s .

O limite de segurança operacional indica o valor máximo de L que a ferramenta pode suportar sem risco de falha mecânica. A proximidade do valor calculado com esse limite é um indicador da segurança do sistema.

- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:
- A velocidade angular da ferramenta é constante.
 - Não há perdas de energia significativas por atrito ou vibração.
 - O limite de segurança fornecido pelo fabricante é absoluto e não deve ser excedido.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular L é dado por:

$$L = I\omega,$$

onde a velocidade angular ω precisa ser convertida de rotações por minuto (rpm) para radianos por segundo (rad/s). A conversão é feita por:

$$\omega = \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60}.$$

Após calcular L , o valor deve ser comparado ao limite de segurança fornecido.

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

- Converta 5000 rpm para rad/s:

$$\omega = 5000 \cdot \frac{2\pi}{60} = 5000 \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{5000\pi}{30} \text{ rad/s}.$$

- Simplifique:

$$\omega = 500 \cdot \pi \approx 1570,8 \text{ rad/s}.$$

- Substitua na fórmula do momento angular:

$$L = I\omega = 0,01 \cdot 1570,8 = 15,708 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular da ferramenta é:

$$L \approx 15,71 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Comparando com o limite de segurança informado pelo fabricante:

$$L_{\text{máx}} = 5,5 \text{ kg m}^2/\text{s},$$

observamos que o momento angular calculado excede significativamente o limite permitido. Isso indica que a ferramenta está operando fora dos parâmetros seguros, o que pode levar a falhas mecânicas, superaquecimento ou até mesmo acidentes graves durante o uso.

Para corrigir a situação, seria necessário reduzir a velocidade angular da ferramenta ou alterar o design para diminuir o momento de inércia. Este resultado ressalta a importância de respeitar os limites de segurança especificados para evitar danos ao equipamento e riscos ao operador.

9. Problema 9: Estabilidade Rotacional de uma Turbina de Avião

Enunciado: Uma turbina de avião tem momento de inércia $I = 1500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e gira com velocidade angular de $\omega = 50 \text{ rad/s}$. O limite operacional seguro para o momento angular é $80,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Determine o momento angular da turbina e avalie se está dentro do limite seguro. Explique a importância desse cálculo para a estabilidade do motor.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular reflete a resistência do sistema a variações na rotação. Ele depende do momento de inércia (I) e da velocidade angular (ω).
- b) **Emissão de hipóteses:**
- A turbina gira uniformemente e sem variações bruscas de velocidade.
 - O limite operacional é absoluto e não deve ser excedido.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é calculado por $L = I \cdot \omega$. O valor será comparado ao limite fornecido.
- d) **Aplicação de estratégias:** Substituímos os valores:

$$L = 1500 \cdot 50 = 75,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular calculado ($75,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$) está abaixo do limite seguro ($80,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$), indicando que a turbina opera de forma estável. Isso evita vibrações excessivas e garante segurança em voo.

10. Problema 10: Momento Angular em um Disco Rígido

Enunciado: Um disco rígido de computador, com momento de inércia $I = 0,02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, gira a 7200 rpm. Determine o momento angular do disco e analise como ele influencia a estabilidade do sistema durante a operação.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular do disco garante estabilidade, mas valores elevados podem aumentar desgaste e consumo de energia.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- A rotação é uniforme e sem forças externas significativas.
 - O sistema está ideal para os cálculos.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é dado por $L = I \cdot \omega$, sendo ω convertido de rpm para rad/s:

$$\omega = \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:**

$$\omega = 7200 \cdot \frac{2\pi}{60} = 754 \text{ rad/s}.$$

$$L = 0,02 \cdot 754 = 15,08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular elevado ($15,08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$) garante estabilidade, mas exige balanceamento adequado para evitar vibrações excessivas.

11. Problema 11: Controle de Estabilidade em Drones

Enunciado: Um drone possui quatro hélices, cada uma com momento de inércia $I = 0,05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, girando a $\omega = 400 \text{ rad/s}$. Determine o momento angular de cada hélice e o momento angular total do drone. Discuta a influência desse controle na estabilidade do drone.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** Cada hélice contribui para o momento angular total. O equilíbrio entre os momentos angulares garante estabilidade e controle.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- As hélices giram de forma uniforme e na mesma velocidade angular.
 - Não há perturbações externas significativas.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular de cada hélice é:

$$L_{\text{hélice}} = I \cdot \omega.$$

O total é:

$$L_{\text{total}} = 4 \cdot L_{\text{hélice}}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:**

$$L_{\text{hélice}} = 0,05 \cdot 400 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

$$L_{\text{total}} = 4 \cdot 20 = 80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular total ($80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$) permite que o drone mantenha estabilidade e realize manobras ajustando os momentos angulares individuais.

12. Problema 12: Momento Angular em Duas Rodas de Bicicleta

Enunciado: Duas rodas de bicicleta possuem o mesmo momento angular de $L = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. A primeira roda tem um raio de $r_1 = 0,3 \text{ m}$ e a segunda, $r_2 = 0,5 \text{ m}$. Determine o momento de inércia de cada roda e discuta como a distribuição da massa influencia o momento de inércia, considerando que ambas têm o mesmo momento angular.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular de cada roda (L) depende de seu momento de inércia (I) e da velocidade angular (ω). Rodas com maior raio precisam de menor velocidade angular para manter o mesmo momento angular, devido ao maior momento de inércia.

b) **Emissão de hipóteses:**

- As rodas giram sem deslizamento e sem forças dissipativas.
- A distribuição de massa é uniforme em ambas as rodas.
- O momento angular é constante.

c) **Elaboração de estratégias:** A relação entre momento angular, momento de inércia e velocidade angular é:

$$L = I \cdot \omega.$$

Sabemos que $\omega = v/r$, então:

$$I = \frac{L}{\omega}.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Para $r_1 = 0,3$ m:

$$I_1 = \frac{5}{\omega_1} = \frac{5 \cdot 0,3}{v}.$$

Para $r_2 = 0,5$ m:

$$I_2 = \frac{5}{\omega_2} = \frac{5 \cdot 0,5}{v}.$$

e) **Análise do resultado:** Rodas maiores têm maior momento de inércia devido à distribuição da massa mais afastada do eixo. Isso torna rodas maiores mais resistentes a variações de velocidade angular, proporcionando maior estabilidade.

13. Problema 13: Velocidade Angular em Discos Magnéticos

Enunciado: Dois discos magnéticos usados em unidades de armazenamento têm o mesmo momento angular $L = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. O primeiro disco tem momento de inércia $I_1 = 0,002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e o segundo, $I_2 = 0,003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Determine a velocidade angular de cada disco e explique como o momento de inércia afeta a rotação.

Solução:a) **Análise qualitativa:** Discos com maior momento de inércia (I) giram mais lentamente (ω) para manter o mesmo momento angular (L).b) **Emissão de hipóteses:**

- Os discos operam sem forças dissipativas.
- O momento angular é constante.

c) **Elaboração de estratégias:** A relação entre momento angular, momento de inércia e velocidade angular é:

$$\omega = \frac{L}{I}.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Para o primeiro disco:

$$\omega_1 = \frac{0,1}{0,002} = 50 \text{ rad/s.}$$

Para o segundo disco:

$$\omega_2 = \frac{0,1}{0,003} \approx 33,33 \text{ rad/s.}$$

e) **Análise do resultado:** Discos com maior momento de inércia giram mais lentamente, o que pode ser vantajoso para estabilidade, mas exige mais torque para mudanças na rotação.

14. Problema 14: Momento de Inércia em Cilindros

Enunciado: Dois cilindros giram com o mesmo momento angular $L = 8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. O primeiro tem massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ e raio $r_1 = 0,4 \text{ m}$; o segundo, $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ e raio $r_2 = 0,5 \text{ m}$. Determine o momento de inércia de cada cilindro e discuta as diferenças entre eles.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento de inércia depende da distribuição de massa e do raio. Cilindros com maior raio têm maior momento de inércia, dificultando mudanças rápidas na rotação.

b) **Emissão de hipóteses:**

- Os cilindros são homogêneos e maciços.
- Não há dissipação de energia.

c) **Elaboração de estratégias:** O momento de inércia de um cilindro maciço é dado por:

$$I = \frac{1}{2}mr^2.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Para o primeiro cilindro:

$$I_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (0,4)^2 = 0,16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Para o segundo cilindro:

$$I_2 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot (0,5)^2 = 0,1875 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

e) **Análise do resultado:** Cilindros com maior raio têm maior momento de inércia, resistindo mais a mudanças na rotação. Esse fator pode ser explorado em aplicações de estabilidade.

15. Problema 15: Momento Angular em uma Plataforma Giratória

Enunciado: Uma plataforma giratória em um laboratório gira com velocidade angular de $\omega_{\text{inicial}} = 10 \text{ rad/s}$. Após aumentar a massa posicionada na extremidade da plataforma, sua velocidade angular reduz para $\omega_{\text{final}} = 6 \text{ rad/s}$. Sabendo que o momento de inércia inicial era $I_{\text{inicial}} = 4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, determine o momento angular inicial e final da plataforma.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular (L) é uma medida conservada em sistemas sem forças externas. A alteração na velocidade angular está associada ao aumento do momento de inércia da plataforma, mantendo L constante.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- O sistema é isolado, sem forças externas atuando.
 - O aumento na massa só afeta o momento de inércia.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é calculado como:

$$L = I \cdot \omega.$$

Para a etapa inicial:

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}}.$$

Para a etapa final, considerando $L_{\text{final}} = L_{\text{inicial}}$:

$$L_{\text{final}} = I_{\text{final}} \cdot \omega_{\text{final}}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:** Momento angular inicial:

$$L_{\text{inicial}} = 4 \cdot 10 = 40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

Como $L_{\text{final}} = L_{\text{inicial}}$, temos:

$$L_{\text{final}} = 40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular inicial e final é o mesmo ($40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$), comprovando a conservação do momento angular. A redução na velocidade angular ($\omega_{\text{final}} = 6 \text{ rad/s}$) é compensada pelo aumento do momento de inércia devido à maior massa na extremidade.

16. Problema 16: Momento Angular de um Ciclista em Curva

Enunciado: Um ciclista faz uma curva em alta velocidade e posiciona seu corpo de modo a reduzir a rotação das rodas. Inicialmente, as rodas têm uma velocidade angular de $\omega_{\text{inicial}} = 20 \text{ rad/s}$ e momento de inércia $I = 0,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Após reduzir a velocidade para $\omega_{\text{final}} = 12 \text{ rad/s}$, determine o momento angular inicial e final das rodas.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular (L) das rodas diminui proporcionalmente à redução na velocidade angular (ω), já que o momento de inércia (I) permanece constante.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- A distribuição de massa nas rodas não muda durante o movimento.
 - A redução na velocidade angular é uniforme e controlada.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é dado por:

$$L = I \cdot \omega.$$

Para o estado inicial e final:

$$L_{\text{inicial}} = I \cdot \omega_{\text{inicial}},$$

$$L_{\text{final}} = I \cdot \omega_{\text{final}}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:** Momento angular inicial:

$$L_{\text{inicial}} = 0,3 \cdot 20 = 6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

Momento angular final:

$$L_{\text{final}} = 0,3 \cdot 12 = 3,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular diminui de $6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ para $3,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Essa redução melhora o controle do ciclista durante a curva, reduzindo o risco de perda de aderência ou instabilidade.

17. Problema 17: Controle de Momento Angular em um Módulo Espacial

Enunciado: Em uma simulação de pouso em Marte, um módulo rotacional possui velocidade angular inicial de $\omega_{\text{inicial}} = 3 \text{ rad/s}$ e momento de inércia $I_{\text{inicial}} = 50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Quando o módulo reduz sua velocidade angular para $\omega_{\text{final}} = 1,5 \text{ rad/s}$, determine o momento angular inicial e final. Explique a importância de controlar o momento angular em módulos espaciais.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular (L) do módulo é importante para manter sua estabilidade durante o pouso. A redução na velocidade angular está diretamente associada ao controle do sistema de estabilização.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- O momento de inércia do módulo não muda durante o processo.
 - A variação na velocidade angular é controlada e uniforme.

- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é dado por:

$$L = I \cdot \omega.$$

Para os estados inicial e final:

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}},$$

$$L_{\text{final}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{final}}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:** Momento angular inicial:

$$L_{\text{inicial}} = 50 \cdot 3 = 150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

Momento angular final:

$$L_{\text{final}} = 50 \cdot 1,5 = 75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular é reduzido de $150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ para $75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, garantindo maior controle sobre a estabilidade do módulo espacial durante a descida, minimizando oscilações perigosas.

18. Problema 18: Conservação do Momento Angular de uma Bailarina

Enunciado: Uma bailarina faz uma pirueta com os braços abertos e possui momento de inércia inicial $I_{\text{aberto}} = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e gira com velocidade angular inicial $\omega_{\text{inicial}} = 5 \text{ rad/s}$. Quando ela aproxima os braços ao corpo, seu momento de inércia reduz para $I_{\text{fechado}} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Determine a nova velocidade angular ω_{final} , considerando a conservação do momento angular.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** Quando a bailarina reduz seu momento de inércia ao aproximar os braços, sua velocidade angular aumenta para conservar o momento angular, já que não há forças externas atuando.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- Não há forças externas agindo sobre a bailarina.
 - O movimento ocorre de forma suave e sem dissipação de energia.
- c) **Elaboração de estratégias:** A conservação do momento angular é expressa como:

$$L_{\text{inicial}} = L_{\text{final}}.$$

Substituímos $L = I \cdot \omega$ para obter:

$$I_{\text{aberto}} \cdot \omega_{\text{inicial}} = I_{\text{fechado}} \cdot \omega_{\text{final}}.$$

Isolamos ω_{final} :

$$\omega_{\text{final}} = \frac{I_{\text{aberto}} \cdot \omega_{\text{inicial}}}{I_{\text{fechado}}}.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

$$\omega_{\text{final}} = \frac{2 \cdot 5}{1} = 10 \text{ rad/s.}$$

e) **Análise do resultado:** A velocidade angular aumenta para $\omega_{\text{final}} = 10 \text{ rad/s}$, evidenciando a conservação do momento angular. Esse aumento permite movimentos mais rápidos e é um recurso explorado em apresentações artísticas para criar efeitos dinâmicos e impactantes.

19. Problema 19: Ajuste do Momento Angular em um Giroscópio

Enunciado: Em uma sala de controle de giroscópios, um operador ativa um giroscópio com momento de inércia inicial $I_{\text{inicial}} = 0,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e velocidade angular inicial $\omega_{\text{inicial}} = 10 \text{ rad/s}$. Ao adicionar uma massa extra, o momento de inércia aumenta para $I_{\text{final}} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Determine a nova velocidade angular ω_{final} e explique a importância de ajustar o momento angular para estabilização de giroscópios.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** Quando o momento de inércia aumenta, a velocidade angular diminui para conservar o momento angular, mantendo o sistema estável.

b) **Emissão de hipóteses:**

- Não há forças externas atuando no sistema.
- O aumento do momento de inércia é uniforme e controlado.

c) **Elaboração de estratégias:** Pela conservação do momento angular:

$$L_{\text{inicial}} = L_{\text{final}}.$$

Substituímos $L = I \cdot \omega$ e isolamos ω_{final} :

$$\omega_{\text{final}} = \frac{I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}}}{I_{\text{final}}}.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

$$\omega_{\text{final}} = \frac{0,6 \cdot 10}{1,2} = 5 \text{ rad/s.}$$

e) **Análise do resultado:** A nova velocidade angular é $\omega_{\text{final}} = 5 \text{ rad/s}$. Esse ajuste garante que o giroscópio opere de forma estável, compensando a adição de massa. O controle do momento angular é essencial em aplicações como navegação e estabilização de satélites.

20. Problema 20: Controle do Momento Angular de um Patinador

Enunciado: Um patinador de gelo faz um giro com velocidade angular inicial $\omega_{\text{inicial}} = 15 \text{ rad/s}$ e momento de inércia inicial $I_{\text{inicial}} = 1,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Após aproximar

os braços do corpo, seu momento de inércia reduz para $I_{\text{final}} = 0,75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Qual será sua nova velocidade angular ω_{final} ? Explique como essa mudança afeta o movimento do patinador.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** Quando o patinador aproxima os braços, seu momento de inércia diminui, e a velocidade angular aumenta para conservar o momento angular, resultando em giros mais rápidos.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- Não há forças externas agindo sobre o patinador.
 - O movimento ocorre em um plano horizontal ideal, sem atrito significativo.
- c) **Elaboração de estratégias:** Pela conservação do momento angular:

$$L_{\text{inicial}} = L_{\text{final}}.$$

Substituímos $L = I \cdot \omega$ e isolamos ω_{final} :

$$\omega_{\text{final}} = \frac{I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}}}{I_{\text{final}}}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

$$\omega_{\text{final}} = \frac{1,5 \cdot 15}{0,75} = 30 \text{ rad/s}.$$

- e) **Análise do resultado:** A velocidade angular aumenta para $\omega_{\text{final}} = 30 \text{ rad/s}$, demonstrando como a conservação do momento angular permite que o patinador intensifique seus giros. Esse recurso é amplamente usado em esportes artísticos para criar movimentos impressionantes.

3.4 Lista de possíveis aplicações para explorar

Nesta seção, são apresentadas possíveis aplicações que o professor pode explorar para aprofundar os conteúdos trabalhados, a depender do contexto de aplicação. Adicionalmente, cada aplicação possui uma referência que trata sobre a Física da aplicação.

- Situações do cotidiano/esporte
 - Ginástica artística: Durante uma cambalhota ou um salto, os ginastas manipulam seu momento angular para realizar movimentos precisos e graciosos.
 - Ciclismo: Ao inclinar-se para os lados, um ciclista altera seu momento angular e, assim, controla o equilíbrio e a direção da bicicleta.

- Brincadeira de Pular Corda: A variação do momento angular dos braços e do corpo ao pular corda influencia a cadência e a eficiência do movimento.
 - Arremesso de Baseball: Ao arremessar uma bola, um jogador utiliza o momento angular para gerar a velocidade necessária e a direção desejada.
 - Giro de um pião: O movimento rotacional de um pião exemplifica o conceito de momento angular, especialmente ao variar a velocidade de giro.
 - Abertura de portas: Ao empurrar ou puxar uma porta, os movimentos rotacionais são controlados pelo momento angular aplicado.
 - Movimento de um Carrossel: A rotação controlada de um carrossel envolve manipulação do momento angular para garantir a segurança e o equilíbrio.
 - Saltos em Esportes Aquáticos: Mergulhadores e saltadores sincronizados ajustam seus corpos no ar para controlar o momento angular e atingir uma entrada perfeita na água.
 - Balanço de um Pêndulo: O movimento de um pêndulo é governado pelo momento angular, influenciando a amplitude e o período do balanço.
 - Patinação no gelo: Ao estender ou retrain os braços durante uma pirueta, um patinador altera seu momento angular, controlando sua rotação.
- Aplicações tecnológicas
 - Estabilizadores de Câmera: Sistemas de estabilização em câmeras utilizam giroscópios para controlar o momento angular e reduzir tremores.
 - Controle de Satélites em Órbita: Satélites utilizam momento angular controlado para manter a orientação correta durante a órbita.
 - Controle de Drones: Drones empregam giroscópios para ajustar o momento angular e manter a estabilidade durante o voo.
 - Rodas de Inércia em Motores: Em motores, rodas de inércia são usadas para controlar e manter o momento angular constante, melhorando a eficiência.
 - Gyroboards (Hoverboards): Sensores giroscópicos em hoverboards auxiliam na estabilidade, ajustando o momento angular em tempo real.
 - Rodas de Inércia em Veículos Espaciais: O uso de rodas de inércia em veículos espaciais ajuda a controlar o momento angular, possibilitando ajustes precisos na orientação.
 - Sensores de Jogos: Em dispositivos de realidade virtual e jogos, sensores que medem o momento angular são cruciais para interações precisas.
 - Sistemas de Direção Assistida em Carros: O controle do momento angular é essencial para sistemas de direção assistida, proporcionando uma direção mais estável e segura.

- Rodas de Inércia em Equipamentos de Exercício: Alguns equipamentos de exercício incorporam rodas de inércia para controlar e ajustar o momento angular durante o treino.
- Estabilizadores em Aeronaves: Aeronaves modernas utilizam sistemas de estabilização que ajustam o momento angular para garantir um voo suave e controlado.
- Aplicações em teorias científicas
 - Lei da Conservação do Momento Angular: Essa lei fundamental da física estabelece que o momento angular total de um sistema isolado permanece constante, a menos que atue uma força externa.
 - Estudo de Rotação de Planetas: Astronomia utiliza o momento angular para entender a rotação de planetas e estrelas, influenciando a formação e evolução do universo.
 - Movimento de Galáxias: O estudo do momento angular é crucial para compreender o movimento rotacional de galáxias e a formação de estruturas cósmicas.
 - Mecânica Quântica: Em nível subatômico, o momento angular é uma propriedade fundamental de partículas e é crucial para a descrição quântica dos sistemas.
 - Teoria da Relatividade Geral: A teoria de Einstein incorpora o momento angular na descrição do espaço-tempo e da gravidade.
 - Dinâmica Orbital de Sistemas Estelares: Ao estudar sistemas estelares, o momento angular é essencial para entender as órbitas e as interações gravitacionais.
 - Modelagem de Fenômenos Atmosféricos: A meteorologia utiliza o momento angular para modelar e prever fenômenos atmosféricos, como ciclones e furacões.
 - Eletrodinâmica Quântica: Em física de partículas, o momento angular é um conceito importante na descrição de interações quânticas entre partículas carregadas.
 - Estudo de Estrutura de Moléculas: A química utiliza o momento angular para entender a rotação de moléculas, influenciando propriedades e reatividade química.
 - Dinâmica Estelar em Aglomerados: O momento angular é fundamental para entender a dinâmica estelar em aglomerados galácticos, contribuindo para a compreensão da evolução estelar.

3.5 Fichas de Ferramentas - FF

As Fichas de Ferramentas são compostas por resumos teóricos do conteúdo que foi trabalhado em sala de aula. Ao todo, são propostas sete Fichas de Ferramentas, sendo disponibilizadas ao estudante entre encontros 02 a 08. Os temas que compõem cada ficha são descritas abaixo:

- Ficha de Ferramentas 01 - Período
- Ficha de Ferramentas 02 - Frequência
- Ficha de Ferramentas 03 - Velocidade angular
- Ficha de Ferramentas 04 - Momento angular de partículas
- Ficha de Ferramentas 05 - Momento angular de um sistema de partículas
- Ficha de Ferramentas 06 - Momento de inércia
- Ficha de Ferramentas 07 - Momento angular dos corpos rígidos (e sua conservação)

As Fichas de Ferramentas editáveis também estão [disponíveis na pasta de editáveis desta sequência na nuvem](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>) e a versão original delas são apresentadas abaixo.

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 01

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome do/a Estudante:	Data:	Nota:

Ficha de Ferramentas 01 – Período

Período (T): O período é o tempo necessário para que um objeto complete uma volta ou ciclo completo em um movimento circular ou oscilatório.

Em outras palavras, é o tempo que leva para o objeto retornar à mesma posição. No SI, o período é medido em segundos (s). Por exemplo, se uma roda leva 5 segundos para dar uma volta completa, dizemos que o período dela é de 5 segundos ($T = 5\text{ s}$).

Algebricamente, temos:

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

T : período (s)

n : número de voltas em um intervalo de tempo Δt

Δt : Tempo total/intervalo de tempo (s)

Alguns exemplos relevantes

[Fonte da imagem acima¹](#)

Período da Terra em torno de si mesma (rotação): 24 h

[Fonte da imagem acima²](#)

Período orbital dos planetas do Sistema Solar (translação)

Vale a pena lembrar:

$$1 \text{ ano} = 365 \text{ dias}$$

$$1 \text{ dia} = 24 \text{ h}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

Imagem¹ / Imagem²

¹ <https://olhardigital.com.br/2023/06/19/ciencia-e-espaco/inclinacao-da-terra-e-alterada-por-influencia-humana/>

² https://www.instagram.com/p/CFVdi4_DfU6/?igsh=MW11NGExcTJvdXgyMQ==

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 02

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome do/a Estudante:	Data:	Nota:

Ficha de Ferramentas 02 – Frequência

Frequência (f): A frequência indica quantas voltas ou ciclos completos um objeto realiza por segundo. É o inverso do período, ou seja, quanto menor o período, maior a frequência. No SI, a frequência é medida em hertz (Hz), onde 1 Hz significa uma volta ou ciclo por segundo.

Por exemplo, se uma roda faz 2 voltas por segundo, sua frequência é de 2 Hz. período é o tempo necessário para que um objeto complete uma volta ou ciclo completo em um movimento circular ou oscilatório.

Algebricamente, temos:

$$f = \frac{1}{T}$$

T : período (s)

f : frequência (Hz)

Diferentes frequências representadas graficamente

[Fonte da imagem acima³](#)

Vale a pena lembrar:

Quilohertz: $1 \text{ kHz} = 1 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 1\,000 \text{ Hz}$

Megahertz: $1 \text{ MHz} = 1 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 1\,000\,000 \text{ Hz}$

Gigahertz: $1 \text{ GHz} = 1 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 1\,000\,000\,000 \text{ Hz}$

Terahertz: $1 \text{ THz} = 1 \cdot 10^{12} \text{ Hz} = 1\,000\,000\,000\,000 \text{ Hz}$

Imagem³

³ <http://www.xtreme-dj.com/frequencias-tons/>

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 03

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome do/a Estudante:	Data:	Nota:

Ficha de Ferramentas 03 – Velocidade angular

Velocidade angular (ω): A velocidade angular descreve o quão rápido um objeto está girando ou se movendo ao longo de uma trajetória circular. Ela mede o ângulo que o objeto percorre por unidade de tempo. No SI, a unidade de medida da velocidade angular é o radiano por segundo (rad/s). Por exemplo, se uma roda gira a 6 radianos por segundo, sua velocidade angular é 6 rad/s.

Algebricamente, temos: $\omega = 2\pi f$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$

ω : velocidade angular (rad/s)

f : frequência (Hz)

T : período (s)

v : velocidade linear do corpo/da partícula (m/s)

r : raio da trajetória circular (m)

Uma outra relação relevante é a que existe entre a velocidade linear e a velocidade angular de um corpo. Quando um objeto gira em um círculo, ele tem uma velocidade angular e também uma velocidade linear (v), que é a velocidade com que o objeto se move ao longo da borda do círculo.

Algebricamente, v e ω estão relacionadas através da relação:

$$v = \omega r$$

Isso significa que a velocidade linear de um objeto aumenta se a sua velocidade angular aumenta ou se o raio da sua trajetória circular aumenta. Por exemplo, uma partícula que está mais distante do centro de rotação (raio maior) terá uma velocidade linear maior do que uma partícula mais próxima do centro, se ambas tiverem a mesma velocidade angular.

Graficamente, podemos ver a velocidade angular da seguinte forma:

Imagem⁴

[Fonte da imagem acima⁴](#)

⁴ <https://i0.wp.com/www.universoformulas.com/imagens/fisica/cinematica/velocidad-tangencial-velocidad-angular.jpg>

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 04

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome do/a Estudante:	Data:	Nota:

Ficha de Ferramentas 04 – Momento angular partículas

Momento angular de partículas (L): O momento angular de uma partícula descreve o "quanto de movimento de rotação" a partícula tem em relação a um ponto ou a um eixo. Ele depende da posição da partícula (o raio r em relação ao eixo de rotação), da sua massa (m) e da sua velocidade linear (v). O momento angular também pode ser expresso em termos do momento linear (p) da partícula.

Algebricamente, temos: $L = rmv$ e $L = rp$

L : Momento angular ($kg \cdot m^2/s$)

p : Momento linear ($kg \cdot m/s$)

m : massa (kg)

v : velocidade linear da partícula (m/s)

r : raio da trajetória circular (m)

A primeira equação mostra que o momento angular é maior quanto maior for a distância da partícula ao eixo (raio), a massa da partícula, ou sua velocidade. Por exemplo, uma partícula que se move mais rápido ou está mais distante do centro terá um momento angular maior.

A segunda equação expressa a mesma ideia: quanto mais longe a partícula está do eixo ou quanto maior o seu momento linear, maior será o seu momento angular.

Sinal do Momento Angular

O **sinal** do momento angular é importante para indicar o sentido da rotação da partícula. Por convenção:

- O **momento angular é positivo** ($+L$) quando a partícula gira no **sentido anti-horário**.
- O **momento angular é negativo** ($-L$) quando a partícula gira no **sentido horário**.

Isso significa que o valor positivo ou negativo de L não indica a "quantidade de rotação", mas sim o **sentido** em que a rotação está acontecendo. Essa convenção segue a **regra da mão direita**: se os dedos da mão direita apontarem na direção da rotação, o polegar indica a direção do momento angular.

- O momento angular é uma quantidade vetorial, o que significa que tem **magnitude** (tamanho/intensidade/módulo), **direção** e **sentido**. No entanto, em muitos casos práticos, como em sistemas bidimensionais (2D), lidamos apenas com o valor escalar de L , que nos dá o tamanho do momento angular, enquanto que o sinal de L indica o sentido.
- Assim como o momento linear (p), o **momento angular é conservado** em um sistema isolado onde não há torques externos agindo. Isso significa que, se nenhuma força externa interferir, o momento angular de um objeto ou sistema de partículas permanece constante.

Graficamente, podemos ver o momento angular de partículas da seguinte forma:

[Fonte da imagem acima⁵](#)

[Fonte da imagem acima⁶](#)

[Fonte da imagem acima⁷](#)

Imagem⁵ / Imagem⁶ / Imagem⁷

⁵ <https://www.infoescola.com/wp-content/uploads/2010/01/momento-angular1.jpg>

⁶ <https://www.pngwing.com/pt/free-png-ykgok/download>

⁷ YOUNG, H. D. & FREEDMAN, R. A. 2016. Física I, Mecânica, 14ª ed., Pearson Education do Brasil Ltda

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 05

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome do/a Estudante:	Data:	Nota:

Ficha de Ferramentas 05 – Momento angular de um sistema de partículas

Momento angular (L): de um sistema de partículas mede o "quantum" de movimento rotacional total do sistema em relação a um ponto ou eixo de rotação. Ele é a soma dos momentos angulares de todas as partículas do sistema. Em outras palavras, para entender o momento angular total do sistema, calculamos o momento angular de cada partícula e somamos os resultados.

Fórmulas do Momento de Inércia

Se temos um sistema de n partículas, onde cada partícula tem seu próprio momento angular, o momento angular total L do sistema é dado pela soma dos momentos angulares de cada partícula separadamente, ou seja, por:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$$

em que:

$L_1, L_2, \dots, L_n$ são os momentos angulares individuais de cada partícula em relação ao eixo de rotação

L é o momento angular total do sistema

Para cada partícula i , o momento angular L_i pode ser calculado pela fórmula disponível na Ficha de Ferramentas 4, ou pelas fórmulas equivalentes abaixo:

$$L = m \cdot v \cdot r$$

$$L = r \cdot p$$

Mas, $v = \omega \cdot r$, então

$$L = m \cdot (\omega \cdot r) \cdot r \rightarrow L = m \cdot \omega \cdot r^2$$

Exemplo de momento angular em sistemas de partículas

Imagine duas bolas de massas diferentes presas a um ponto central por hastes de comprimentos distintos, formando um sistema binário girando em torno do ponto central. Suponha que:

- A bola A, com massa $m_A = 2 \text{ kg}$, está a uma distância $r_A = 0,5 \text{ m}$ do eixo de rotação;
- A bola B, com massa $m_B = 4 \text{ kg}$, está a uma distância $r_B = 0,3 \text{ m}$ do eixo de rotação;
- A velocidade angular ω do sistema é 10 rad/s .

Para calcular o momento angular total L do sistema, calculamos o momento angular de cada bola e somamos:

$$L_A = m_A \cdot \omega \cdot r_A^2 \rightarrow L_B = 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ rad/s} \cdot (0,5 \text{ m})^2 \rightarrow L_B = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_B = m_B \cdot \omega \cdot r_B^2 \rightarrow L_B = 4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ rad/s} \cdot (0,3 \text{ m})^2 \rightarrow L_B = 3,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L = L_A + L_B \rightarrow L = 8,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 06

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome do/a Estudante:	Data:	Nota:

Ficha de Ferramentas 06 – Momento de inércia

Momento de inércia (I): é uma grandeza física que quantifica a resistência de um corpo à variação de sua rotação em torno de um eixo. Assim como a massa quantifica a inércia de um corpo em movimento linear, o momento de inércia quantifica a inércia de um corpo em movimento de rotação. Quanto maior o momento de inércia de um corpo em relação a um eixo de rotação, mais difícil será alterar sua velocidade angular (ou seja, fazer o corpo girar mais rápido ou mais devagar).

O momento de inércia depende de dois fatores principais:

1. **Distribuição de massa:** Como a massa do corpo está distribuída em relação ao eixo de rotação.
2. **Eixo de rotação:** O momento de inércia é sempre definido em relação a um eixo específico. Se o eixo mudar, o valor do momento de inércia também muda.

Significado físico do Momento de Inércia

Assim como a massa determina a inércia em movimento linear, o momento de inércia mede a "inércia rotacional". Em resumo:

- Quanto mais distante a massa está do eixo de rotação, maior será o momento de inércia.
- Corpos com maior momento de inércia exigem maior torque para acelerar ou desacelerar sua rotação.

Fórmulas do Momento de Inércia

A fórmula do momento de inércia para uma partícula de massa m a uma distância r de um eixo de rotação é:

$$I = mr^2$$

Para corpos rígidos, o momento de inércia depende da forma geométrica do corpo e da maneira como a massa está distribuída. Para diferentes corpos, já foram calculadas expressões específicas do momento de inércia em torno de eixos comuns, conforme mostrado na tabela abaixo:

Tabela de Momentos de Inércia de Corpos rígidos Comuns

Corpo rígido	Eixo de rotação	Momento de inércia I
Barra delgada de comprimento R	Pelo centro, perpendicular	$\frac{1}{12}mR^2$
Barra delgada de comprimento R	Pela extremidade, perpendicular	$\frac{1}{3}mR^2$
Disco o cilindro sólido	Pelo eixo central	$\frac{1}{2}mR^2$
Esfera sólida de raio R	Pelo centro	$\frac{2}{5}mR^2$
Esfera oca de raio R	Pelo centro	$\frac{2}{3}mR^2$
Cilindro oco de raio R	Pelo eixo central	mR^2

Imagem⁸

[Fonte da imagem acima⁸](#)

Importância do Eixo de Rotação

O conceito de momento angular em sistemas de partículas e de momento de inércia em corpos rígidos são fundamentais para entender o movimento de rotação. Em sistemas de partículas, o momento angular total é obtido somando-se os momentos angulares de cada partícula. No caso de corpos rígidos, o momento de inércia ajuda a entender a resistência do corpo à variação de sua rotação. Esses conceitos e fórmulas são aplicáveis em diversas situações do cotidiano, como em sistemas de rotação, portas, discos e rodas, proporcionando uma visão mais clara sobre o comportamento rotacional.

Por exemplo, no caso de uma barra delgada (cabo de vassoura, por exemplo) de comprimento R , o momento de inércia será diferente se o eixo passar pelo centro da barra ou por uma das suas extremidades:

- Pelo **centro**, o momento de inércia é menor, $I = \frac{1}{12}mR^2$, indicando que é mais fácil girar a barra.
- Pela **extremidade**, o momento de inércia aumenta para $\frac{1}{3}mR^2$, mostrando que é mais difícil fazê-la girar.

⁸ YOUNG, H. D. & FREEDMAN, R. A. 2016. Física I, Mecânica, 14ª ed., Pearson Education do Brasil Ltda

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 07

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome do/a Estudante:	Data:	Nota:

Ficha de Ferramentas 07 – Momento angular de corpos rígidos

Momento angular de corpos rígidos (L): Para um **corpo rígido** em rotação, o **momento angular (L)** pode ser entendido como uma medida de "quanto movimento rotacional" o corpo possui. Para um corpo rígido, o momento angular depende da **distribuição de massa** do corpo em torno do eixo de rotação e de **quão rápido ele está girando**. Ele é o equivalente rotacional do momento linear (p) no movimento translacional e depende de duas grandezas principais:

- O momento de inércia (I), que descreve a distribuição de massa do corpo em relação ao eixo de rotação.
- A velocidade angular (ω), que indica a rapidez com que o corpo está girando.

A expressão que relaciona o momento angular de um corpo rígido com essas duas grandezas é:

$$L = I \cdot \omega$$

L : Momento angular ($kg \cdot m^2/s$)

I : Momento de inércia ($kg \cdot m^2$)

ω : Velocidade angular (rad/s)

Importância do Momento de Inércia

Como discutido anteriormente, o momento de inércia I representa a resistência que um corpo oferece à variação de sua rotação. Quanto mais massa o corpo tem e quanto mais distante essa massa está do eixo de rotação, maior será o momento de inércia, e, conseqüentemente, maior será o momento angular para uma dada velocidade angular.

Conservação do Momento Angular

A **conservação do momento angular** é um dos princípios mais importantes da física. Ela afirma que, **na ausência de torques externos**, o momento angular total de um sistema **permanece constante**. Em outras palavras, se um objeto ou sistema não for influenciado por forças externas que gerem torque, o seu momento angular antes e depois de qualquer interação será o mesmo.

Esse princípio é análogo ao da conservação do momento linear para corpos em movimento retilíneo, mas aplicado ao movimento de rotação. Assim como um objeto em linha reta mantém sua velocidade constante se não houver forças atuando sobre ele (1ª lei de Newton – Princípio da inércia), um objeto em rotação manterá seu momento angular constante se não houver um torque externo agindo.

Algebricamente falando:

$$L_i = L_f$$

ou

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

L_i : Momento angular inicial ($kg \cdot m^2/s$)

L_f : Momento angular final ($kg \cdot m^2/s$)

I_i : Momento de inércia inicial ($kg \cdot m^2$)

I_f : Momento de inércia final ($kg \cdot m^2$)

ω_i : Velocidade angular inicial (rad/s)

ω_f : Velocidade angular final (rad/s)

- **Bailarino Girando:** Quando um bailarino faz piruetas e aproxima os braços ao corpo, ele diminui o momento de inércia, o que aumenta a velocidade angular. Quando ele estende os braços, o momento de inércia aumenta e ele gira mais devagar. Veja mais em:
- **Rodas de Bicicleta/motocicletas:** Ao frear uma das rodas de uma bicicleta, é possível observar como o sistema responde. A bicicleta tenta manter o momento angular e, por isso, se estabiliza mais facilmente enquanto as rodas giram.
- **Furacões e Tornados:** Na natureza, o momento angular da massa de ar aumenta conforme a velocidade angular se intensifica, concentrando energia em um ponto e formando um vórtice.
- **Planetas e Satélites:** Os planetas giram em torno de seus eixos e orbitam ao redor do Sol. Esse movimento é uma consequência direta da conservação do momento angular, que estabiliza suas órbitas.
- **Asteroides Girando em torno de seu Eixo:** Muitos asteroides giram ao redor de seus próprios eixos, mantendo seu momento angular ao longo do tempo. Esse comportamento é resultado da conservação do momento angular desde a formação do sistema solar.
- **Sistemas de Eixos Rotativos em Máquinas:** Máquinas industriais com eixos rotativos (como turbinas) mantêm o momento angular de seus componentes internos, o que estabiliza seu funcionamento.
- **Hélices de Drones:** Em drones, as hélices giram de modo que o momento angular é conservado, mantendo o equilíbrio do aparelho em voo.
- **Giroscópios:** Um giroscópio em rotação mantém sua orientação devido à conservação do momento angular, sendo uma ferramenta importante em instrumentos de navegação e dispositivos de orientação em satélites.
- **Buracos Negros:** Buracos negros rotativos mantêm um enorme momento angular, o qual foi preservado desde o colapso da estrela que o originou. Esse momento angular tem implicações na física dos discos de acreção ao redor dos buracos negros.
- **Navegação Espacial:** Satélites e naves espaciais utilizam rodas de reação para controlar sua orientação. O momento angular é redistribuído entre a nave e as rodas, conservando o momento angular total do sistema e possibilitando manobras precisas no espaço.
- **Distribuição de Momentos Angulares em Nuvens de Gás e Formação Estelar:** Em astrofísica, o momento angular é essencial na formação de estrelas e sistemas planetários. Quando uma nuvem de gás e poeira no espaço começa a se contrair devido à gravidade, ela conserva seu momento angular. À medida que a nuvem contrai, sua velocidade angular aumenta, formando um disco rotacional em torno do centro de colapso. Esse disco rotacional dá origem a uma estrela central e, eventualmente, aos planetas ao seu redor, devido à redistribuição do momento angular dentro da nuvem de gás.
- **Reações Químicas e Configurações Moleculares:** Em química, o momento angular desempenha um papel crucial nas reações de moléculas que rotacionam. Por exemplo, moléculas poliátômicas que giram possuem momentos angulares distintos em relação aos eixos de rotação. A conservação do momento angular influencia as orientações finais dos produtos químicos em reações onde moléculas rotacionais colidem, além de afetar a espectroscopia rotacional usada para estudar moléculas.
- **Controle de Satélites com Rodas de Reação:** Satélites e naves espaciais utilizam rodas de reação (pequenos giroscópios internos) para manobrar e se orientar no espaço. Essas rodas giram em uma direção para alterar o momento angular da nave em sentido oposto, devido à conservação do momento angular. Essa técnica permite manobras precisas e controle da orientação dos satélites sem precisar consumir combustível, sendo fundamental para missões de longa duração.
- **Estabilidade de Lançadores e Foguetes durante o Voo:** Durante o lançamento e voo de foguetes, o controle do momento angular é crucial para manter a estabilidade e a direção desejada. Pequenas variações no eixo de rotação do foguete são corrigidas por sistemas de controle que ajustam o momento angular total, assegurando que o foguete siga a trajetória planejada. A conservação do momento angular é utilizada para manter o foguete estabilizado até que ele chegue ao espaço.

3.6 Fichas de Hipóteses - FH e Fichas de Análises - FA

As Fichas de Hipóteses são compostas por questionamentos sobre o problema experimental para averiguar as previsões e nível de domínio do estudante. Ao todo, são apresentadas quatro fichas de hipóteses e quatro fichas de análise, referentes aos possíveis problemas experimentais aplicados pelo professor. As fichas editáveis também estão [disponíveis na pasta de editáveis desta sequência na nuvem](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>) e a versão original delas são apresentadas abaixo.

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Hipóteses 01

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome dos/as Estudantes:	Data:	Nota:

Ficha de Hipóteses 01 – Explorando o Momento de Inércia de Corpos Rígidos

I. Análise Qualitativa do Problema

- 1) **Descreva as características das três barras que serão analisadas neste experimento que você considera importantes. Quais são as diferenças principais entre as barras?** (Especifique se estão vazias, preenchidas com areia ou preenchidas com grãos e como isso pode influenciar suas características.)

- 2) **O que você espera que aconteça ao tentar girar cada barra em torno de um eixo? Dependendo do eixo, haverá diferença entre os movimentos?** (Preveja se algumas serão mais fáceis ou difíceis de girar e explique por quê.)

- 3) **Que fatores você considera que podem afetar a facilidade ou dificuldade de girar cada barra? Justifique.** (Considere elementos como a distribuição de massa e o momento de inércia.)

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

- 4) **Formule uma hipótese sobre qual barra deve ser a mais fácil de girar e qual será a mais difícil.**

Mais fácil: _____

Moderada: _____

Mais difícil: _____

- 5) **Explique suas estimativas na resposta anterior com base na distribuição de massa das barras.** (Discuta como espera que a distribuição de massa afete a rotação.)

- 6) Qual relação entre a massa, a distribuição de massa e o eixo de rotação você espera observar durante o experimento?

197

III. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

- 7) **Descreva as etapas que pretende seguir para medir a facilidade ou dificuldade de girar cada barra.** *(Considere aspectos como o ponto de aplicação da força, o eixo de rotação e a comparação entre barras.)*

- 8) **Que instrumentos ou métodos de medição você usará para avaliar a facilidade de rotação?** *(Indique possíveis estratégias para comparar a resistência ao giro entre as barras.)*

- 9) **Que dificuldades ou desafios você acha que encontrará durante o experimento? Como pretende superá-los?** *(Por exemplo, dificuldades na criação de um método de comparação consistente.)*

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Hipóteses 02

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome dos/as Estudantes:	Data:	Nota:

Ficha de Hipóteses 02 – Conservação do Momento Angular com Halteres

I. Análise Qualitativa do Problema

- 1) **O que você espera observar quando estiver segurando os pesos e mover seus braços para dentro e para fora?** *(Descreva o que acha que vai acontecer com a velocidade da cadeira quando você mover os braços)*

- 2) **Qual o papel do momento angular neste experimento? Como você acha que ele interfere no movimento da cadeira?** *(Tente explicar como o momento angular pode afetar a rotação da cadeira)*

- 3) **Por que você acha que o movimento dos braços (para dentro ou para fora) influencia (ou não influencia) na rotação da cadeira?** *(Explique sua ideia sobre como o movimento dos braços muda o que você observa)*

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

- 4) **O que você acha que vai acontecer com a velocidade de rotação da cadeira quando você aproximar os pesos do corpo? E quando afastar?** *(Descreva sua hipótese sobre o que vai acontecer e explique por quê)*

- 5) **Se você começar a girar a cadeira e não mover os braços, o que espera que aconteça com a velocidade de rotação?** *(Explique o que acha que a cadeira vai fazer se você não mudar a posição dos braços)*

- 6) **Qual seria a diferença no movimento da cadeira se você usasse pesos mais leves ou mais pesados?** ¹⁰⁰
(Descreva como acredita que o peso influencia no experimento)

III. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

- 7) **Como você pretende observar o efeito do momento angular na rotação da cadeira?** *(Descreva quais movimentos ou mudanças você vai prestar atenção)*

- 8) **Quais etapas acha importante seguir para verificar a sua hipótese?** *(Liste as ações que pretende fazer para ter certeza de que sua hipótese será testada)*

- 9) **Quais observações são mais importantes para confirmar ou refutar sua hipótese?** *(Explique o que quer notar no experimento para verificar o conceito de momento angular)*

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Hipóteses 03

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome dos/as Estudantes:	Data:	Nota:

Ficha de Hipóteses 03 – Conservação do Momento Angular com Roda de Bicicleta

I. Análise Qualitativa do Problema

- 1) **O que você acha que vai acontecer com a cadeira de escritório quando a roda de bicicleta, que está girando, for inclinada para os lados?** *(Escreva o que espera observar no movimento da cadeira e da roda)*

- 2) **Qual o papel do momento angular neste experimento? Como você acha que ele afeta o movimento da cadeira quando a roda é inclinada?** *(Tente descrever com suas próprias palavras o que o momento angular faz aqui)*

- 3) **Por que você acha que conseguimos ver o efeito da conservação do momento angular nesse experimento?** *(Explique como acredita que o princípio de conservação se manifesta quando inclinamos a roda)*

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

- 4) **Qual é a sua hipótese sobre o movimento da cadeira ao inclinar a roda?** *(Escreva o que acha que vai acontecer com a cadeira em resposta ao movimento da roda)*

- 5) **O que você acha que vai acontecer se girarmos a roda em sentidos diferentes? Como isso deve afetar o movimento da cadeira?** *(Explique se acredita que a direção inicial da roda afeta o movimento)*

- 6) **Se a roda parar de girar, o que você acha que vai acontecer com a cadeira?** *(Tente prever se a cadeira para também e explique sua resposta)*

III. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

- 7) **Como você pretende observar o movimento da cadeira e da roda?** *(Descreva como irá prestar atenção e o que vai medir ou notar)*

- 8) **Quais são as etapas que você acha importantes para garantir que vai ver o efeito da conservação do momento angular?** *(Liste o que vai fazer para que o experimento funcione conforme o esperado)*

- 9) **Quais observações você acha que vão te ajudar a verificar a conservação do momento angular?** *(Indique o que você quer perceber para confirmar a hipótese)*

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Hipóteses **XX Template – adicional**

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome dos/as Estudantes:	Data:	Nota:

Ficha de Hipóteses **XX Template – adicional – Corrida em um Plano Inclinado: Explorando o Momento de Inércia de Corpos Rígidos**

I. Análise Qualitativa do Problema

- 1) Quais corpos você está investigando neste experimento? Descreva cada um deles e identifique as suas diferenças principais. (ex: sólidos, ocos, distribuição de massa)**

- 2) O que você espera observar sobre o movimento dos corpos ao descerem o plano inclinado? (Especifique o que imagina em relação à velocidade de descida e ao comportamento de cada tipo de corpo.)**

- 3) Quais fatores você considera que influenciam a velocidade com que cada corpo desce o plano inclinado? Justifique. (Exemplo: Massa, forma do corpo, distribuição de massa, etc.)**

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

- 4) Formule uma hipótese sobre qual corpo deve alcançar a base do plano inclinado primeiro e qual deve ser o último. Justifique sua previsão com base nos conceitos que conhece sobre momento de inércia.**

- 5) Faça uma estimativa da ordem de grandeza para as seguintes grandezas físicas de cada corpo: (Explique como chegou a essas estimativas e quais fatores considera determinantes.)**
 - Velocidade ao final da rampa:
 - Tempo de descida:

- 6) **Qual(is) diferença(s) entre os corpos e como essa(s) diferença(s) interfere na velocidade de descida desses corpos?** *(Esclareça qual relação espera observar entre momento de inércia e a rapidez com que cada corpo completa a descida.)*

III. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

- 7) **Que etapas você considera importantes para registrar o comportamento de cada corpo ao descer a rampa?** *(Inclua aspectos como medição de tempo, observação de trajetória, e condições iniciais dos corpos.)*

- 8) **Como pretende medir ou calcular as grandezas mencionadas (ex: tempo de descida, velocidade, momento de inércia)?** *(Especifique os procedimentos e instrumentos de medida.)*

- 9) **Quais desafios ou dificuldades antecipa durante o experimento? Como pretende superá-los?** *(Explique a estratégia que usará para garantir a precisão dos dados obtidos.)*

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Análises 01

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome dos/as Estudantes:	Data:	Nota:

Ficha de Análises 01 – Explorando o Momento de Inércia de Corpos Rígidos

I. Análise do Resultado

1. **Descreva o comportamento observado para cada barra ao girá-las em torno de um eixo que passa pela extremidade e de um que passa pelo centro.** *(Indique a facilidade ou dificuldade de girar cada uma e os fatores que podem ter influenciado.)*

2. **Os resultados observados estão de acordo com suas hipóteses? Explique.** *(Comente sobre a precisão de suas hipóteses e sobre os dados observados.)*

II. Justificativa e Argumentação

3. **Explique a relação entre a distribuição de massa e a facilidade de rotação para cada barra.** *(Discuta como a distribuição de massa influenciou o momento de inércia e a resistência ao giro.)*

4. **Por que algumas barras foram mais fáceis de girar do que outras? Baseie-se na teoria do momento de inércia e na distribuição de massa.**

III. Reflexão sobre o Processo de Resolução

5. **Quais etapas da estratégia de resolução foram eficazes? Existem aspectos que você melhoraria?** *(Refleta sobre o processo adotado e possíveis melhorias.)*

6. Durante o experimento, surgiram novos insights (*novas ideias*) ou dúvidas sobre o efeito da distribuição de massa na rotação?

IV. Aspectos Físicos e Teóricos

7. Como o conceito de momento de inércia se relacionou com o movimento das barras neste experimento? (Explique o papel do momento de inércia no movimento observado.)

8. Houve alguma discrepância (*diferença*) entre o comportamento observado e o previsto pela teoria? Justifique.

V. Síntese Explicativa do Processo

9. Elabore uma síntese explicativa que descreva o que aprendeu sobre a influência da distribuição de massa na facilidade de rotação de corpos rígidos. (Resuma os pontos de aprendizagem.)

10. Quais aplicações práticas do conceito de momento de inércia você consegue identificar após este experimento? (Relacione com situações do cotidiano ou tecnologias que se beneficiem do entendimento do momento de inércia.)

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Análises 02

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome dos/as Estudantes:	Data:	Nota:

Ficha de Análises 02 – Conservação do Momento Angular com Halteres

I. Análise do Resultado

1. **O que aconteceu com a velocidade de rotação da cadeira quando você moveu os braços para dentro e para fora?** *(Descreva como a velocidade mudou em cada movimento)*

2. **Sua hipótese estava correta? Por quê?** *(Compare sua previsão com o que realmente aconteceu e explique)*

II. Justificativa e Argumentação

3. **Por que você acha que a cadeira girou mais rápido quando você aproximou os pesos do corpo?** *(Tente explicar usando o conceito de momento angular o que causou essa mudança de velocidade)*

4. **O que aconteceu quando você afastou os pesos? Como isso confirma ou refuta a sua hipótese?** *(Descreva se a mudança foi a que você esperava e o que isso indica sobre sua hipótese)*

III. Reflexão sobre o Processo de Resolução

5. **Houve algo no experimento que te surpreendeu ou foi diferente do que você esperava?** *(Explique se algo aconteceu de forma inesperada e o que você aprendeu com isso)*

6. **O que você faria de diferente na próxima vez para observar melhor o efeito?** *(Escreva o que poderia melhorar para garantir uma observação mais clara)* 207

IV. Aspectos Físicos e Teóricos

7. **Explique com suas palavras como o momento angular influenciou a rotação da cadeira.** *(Descreva como o movimento dos braços mudou a rotação e o que isso tem a ver com o momento angular)*

8. **Por que o momento angular foi conservado durante o experimento?** *(Escreva como esse princípio explica o que você observou)*

V. Síntese Explicativa do Processo

9. **Resuma o que aprendeu sobre o momento angular e como ele afeta a rotação.** *(Escreva a principal lição que tirou deste experimento)*

10. **Pense em outras situações em que o momento angular é conservado. Consegue imaginar um exemplo do dia a dia?** *(Tente relacionar o que observou com algo que já tenha visto em esportes, brincadeiras, etc.)*

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Análises 03

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome dos/as Estudantes:	Data:	Nota:

Ficha de Análises 03 – Conservação do Momento Angular com Roda de Bicicleta

I. Análise do Resultado

1. **Descreva o que aconteceu com a cadeira quando você inclinou a roda.** *(Conte detalhadamente o movimento da cadeira e da roda, se algo girou ou não)*

2. **A sua hipótese estava certa? Explique por quê.** *(Compare o que você previu com o que realmente aconteceu e explique)*

II. Justificativa e Argumentação

3. **Por que você acha que a cadeira girou quando a roda foi inclinada?** *(Explique com base na conservação do momento angular o que aconteceu)*

4. **Se a roda girar em direção oposta, o que aconteceu com a direção da cadeira? Isso confirma a sua hipótese?** *(Descreva o que viu e se era o que esperava)*

III. Reflexão sobre o Processo de Resolução

5. **Teve algum momento do experimento que te surpreendeu?** *(Escreva se houve algo inesperado e o que você aprendeu com isso)*

6. **O que você acha que faria diferente na próxima vez para observar melhor o efeito?** *(Descreva alguma melhoria para o experimento)* 209

IV. Aspectos Físicos e Teóricos

7. **Explique como o momento angular da roda está relacionado ao movimento da cadeira.** *(Escreva como o movimento de uma parte (roda) afetou o todo (cadeira e pessoa juntos) pela conservação do momento angular)*

8. **Por que o momento angular foi conservado neste experimento?** *(Explique como esse princípio ajuda a entender o que aconteceu)*

V. Síntese Explicativa do Processo

9. **Resuma o que aprendeu sobre o momento angular e sua conservação.** *(Escreva em suas palavras a principal lição deste experimento)*

10. **Você consegue pensar em outras situações onde a conservação do momento angular também se aplica? Dê um exemplo.** *(Tente relacionar o que viu com algo do cotidiano ou esportes, por exemplo)*

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Análises XX Template – adicional

Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior	Disciplina: Física	Turma:
Nome dos/as Estudantes:	Data:	Nota:

Ficha de Análises XX Template – adicional – Corrida em um Plano Inclinado: Explorando o Momento de Inércia de Diferentes Corpos Rígidos

I. Análise do Resultado

1. **Qual foi o comportamento observado dos corpos ao descerem a rampa?** *(Descreva o comportamento, destacando quais corpos chegaram primeiro e por último à base da rampa.)*

2. **Os resultados observados estão de acordo com suas hipóteses iniciais? Explique.** *(Comente sobre cada hipótese estabelecida e como o resultado do experimento se alinha ou não a ela.)*

II. Justificativa e Argumentação

3. **Com base no que você observou, como você explicaria a relação entre o momento de inércia e a velocidade de descida de cada corpo?** *(Argumente com base na distribuição de massa e no momento de inércia de cada corpo.)*

4. **Explique por que certos corpos desceram mais rápido que outros, em sua opinião.** *(Considere os conceitos de momento de inércia e torque, caso os conheça.)*

III. Reflexão sobre o Processo de Resolução

5. **Quais etapas da estratégia de resolução foram eficazes? Existem aspectos que você melhoraria?** *(Refleta sobre a estratégia adotada e sugira possíveis melhorias para tornar a coleta de dados mais eficiente.)*

6. Durante o experimento, surgiram novos insights (*ideias*) ou dúvidas sobre o comportamento dos corpos rígidos? Explique.

IV. Aspectos Físicos e Teóricos

7. Como o conceito de momento de inércia se relacionou com o movimento dos corpos neste experimento? (*Descreva a importância do momento de inércia para a dinâmica de corpos descendo um plano inclinado.*)

8. Você encontrou alguma discrepância (*diferença*) entre o comportamento observado e o previsto pela teoria? Como poderia justificá-la?

V. Síntese Explicativa do Processo

9. Elabore uma síntese que explique o que aprendeu sobre a influência do momento de inércia no movimento de corpos rígidos. (*Resuma o processo e os resultados obtidos, destacando os principais pontos de aprendizagem.*)

10. Quais aplicações práticas do conceito de momento de inércia você consegue identificar após este experimento? (*Relacione com situações do cotidiano ou tecnologias que se beneficiem da compreensão do momento de inércia.*)

Referências

- Angelisa Menezes. *Translação*. 2016. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://ppgenfis.if.ufrgs.br/mef008/mef008_02/Angelisa/translacao.html>.
- apur, Manjula and Kinzer, Charles K. Examining the effect of problem type in a synchronous computer-supported collaborative learning (cscl) environment. *Education Technology Research and Development*, v. 55, p. 439–459, 2007.
- Brasil. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+): Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação, 2006. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN_FIS.pdf>.
- Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*. 2018. Acesso em: 8 jul. 2024. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>.
- CESAD-UFS. *Instrumentação para o Ensino de Física I - Aula 8*. 2012. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/15304315102012Instrumentacao_para_o_Ensino_de_Fisica_I_Aula_8.pdf>.
- Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. Resolução de problemas de lápis e papel numa abordagem investigativa. *Revista Experiências em Ensino de Ciências*, v. 7, n. 2, 2012. Disponível em: <<https://fisica.ufmt.br/eenciojs/index.php/eenci/article/view/424>>.
- Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte. Resolução de problemas no ensino de física baseado numa abordagem investigativa. In: *IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*. [s.n.], 2003. Disponível em: <<https://fep.if.usp.br/~profis%20/arquivo/encontros/enpec/ivenpec/Arquivos/Orais/ORAL159.pdf>>.
- Corrêa, E. R. *O ensino de estequiometria a partir dos pressupostos da teoria histórico cultural*. 217 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências)) — Universidade Federal do Pampa, Bagé, 2017.
- Física do Cotidiano. *Vídeo: A Física do Som*. 2020. <<https://www.youtube.com/watch?v=bdLtRA2SocM>>. Acesso em: 25 jul. 2024.
- Gomes, André H. Forças internas e a conservação do momento angular. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 40, n. 3, p. 4, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2018-0004>>.
- Halliday, D. and Resnick, R. and Walker, J. *Fundamentos de Física*. 8a edição. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.
- InfoEscola. *Momento Angular*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://www.infoescola.com/mecanica/momento-angular/>>.
- Lucchese, M. M. and Britto Corrêa de Oliveira, M. and Salomão de Freitas, D. P. Rubricas pedagógicas analíticas: um instrumento de avaliação continuada no ensino de física. *Caderno Brasileiro De Ensino De Física*, v. 40, n. 3, p. 502–519, 2023.

Olhar Digital. *Dias na Terra estão mais longos que o normal e os cientistas não sabem o motivo*. 2022. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://olhardigital.com.br/2022/08/05/ciencia-e-espaco/dias-na-terra-estao-mais-longos-que-o-normal-e-os-cientistas-nao-sabem-o-motivo/>>.

Ronai Araújo de Almeida. *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado*. 2015. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://pessoal.ect.ufrn.br/~ronai/IFC1-2015-2/A23/3.html>>.

Super Interessante. *Como se mede a distância entre a Terra e outros astros*. 2022. Acesso em: 25 jul. 2024. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/mundo-estranho/como-se-mede-a-distancia-entre-a-terra-e-outros-astros>>.

The News Channel. *Dias na Terra estão mais longos que o normal e os cientistas não sabem o motivo*. 2020. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=MHR41YFnFT8>>.

UFPA, L. de D. *Rolamento no Plano Inclinado*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://labdemon.ufpa.br/mecanica-dos-solidos/rolamento-no-plano-inclinado>>.

Universo Narrado Militares. *Você não pode esquecer da Conservação de Momento Angular!* 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=TiZibGhIJuI>>.

Verve Científica. *Momento Angular: O pesadelo dos terraplanistas e o mais profundo conceito da física das rotações*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=x3b-iWak288>>.

Verve Científica. *Momento de inércia e seus efeitos para o movimento de rotação*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=8UgzPR_u-s4>.

Wikipedia. *Eixo de rotação*. 2023. Accessed: 2024-07-25. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Eixo_de_rota%C3%A7%C3%A3o#:~:text=Eixo%20de%20rota%C3%A7%C3%A3o%20C3%A9%20o,de%20rota%C3%A7%C3%A3o%20de%20uma%20esfera>.

Wikipedia. *Momento de inércia*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Momento_de_in%C3%A9rcia>.