UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I – CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DA REDE NORDESTE DE ENSINO (PPGEN)
CURSO DE DOUTORADO EM ENSINO (RENOEN-UEPB)

LUCIANO GOMES SOARES

AS TEORIAS DOS SIGNOS DE SAUSSURE E PEIRCE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTADO DA ARTE NOS ICMES (1969-2021)

CAMPINA GRANDE – PB
2024

LUCIANO GOMES SOARES

AS TEORIAS DOS SIGNOS DE SAUSSURE E PEIRCE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTADO DA ARTE NOS ICMES (1969-2021)

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN) da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino.

Área de concentração: Ensino, Currículo e Processos de Ensino-Aprendizagem.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

CAMPINA GRANDE – PB
2024

S676t Soares, Luciano Gomes.
As teorias dos signos de Saussure e Peirce na educação matemática [manuscrito] : um estado da arte nos ICMEs (1969-2021) / Luciano Gomes Soares. - 2024.
344 f. : il. color.

Digitado.

Tese (Doutorado em Ensino da Rede Nordeste em Ensino) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2024.

"Orientação : Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, Departamento de Matemática - CCT".

1. Peirce. 2. Saussure. 3. ICME. 4. Proceedings. I. Título

21. ed. CDD 510.7

Elaborada por Lêda Cristina Diniz Andrade - CRB - 15/1032 BC

LUCIANO GOMES SOARES

AS TEORIAS DOS SIGNOS DE SAUSSURE E PEIRCE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTADO DA ARTE NOS ICMES (1969-2021)

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN) da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino.

Área de concentração: Ensino, Currículo e Processos de Ensino-Aprendizagem.

Aprovada em: 22/10/2024

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Hilda Helena Sovierzoski** (***.423.509-**), em **03/01/2025 05:32:51** com chave **5220b556c9ad11ef852d2618257239a1**.
- **Tiêgo dos Santos Freitas** (***.654.884-**), em **23/12/2024 15:02:19** com chave **0d388e4ec15811ef8b192618257239a1**.
- **José Joelson Pimentel de Almeida** (***.846.264-**), em **23/12/2024 13:15:16** com chave **18a84e04c14911efbf951a7cc27eb1f9**.
- **José Cezinaldo Rocha Bessa** (***.243.124-**), em **23/12/2024 14:08:26** com chave **861ce57ec15011ef8b241a7cc27eb1f9**.
- **MARIA ALVES DE AZERÊDO** (***.622.174-**), em **02/01/2025 22:49:15** com chave **f0738f0ac97411ef9e8006adb0a3afce**.

Documento emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QrCode ao lado ou acesse https://suap.uepb.edu.br/comum/autenticar_documento/ e informe os dados a seguir.
Tipo de Documento: Folha de Aprovação do Projeto Final
Data da Emissão: 03/01/2025
Código de Autenticação: 43f56a

Dedico este trabalho de pesquisa aos professores e professoras de Matemática que, com seu fascínio pelo Universo e pela teoria dos signos, inspiram a todos com a beleza da razão e do mistério. Que suas mentes curiosas continuem explorando o infinito e que seus ensinamentos semeiem o amor pelo conhecimento em novas gerações de sonhadores e pensadores.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a **Deus**, ao **Universo** e aos **Espíritos de Luz** por me proporcionarem este momento único e por me darem forças, mais uma vez, para encarar uma nova jornada acadêmica, desta vez no doutorado.

Ao meu pai, **Francisco de Assis** (*in memoriam)... "Levarei você para sempre em meus pensamentos e em meu coração. Saudades, meu pai"*. Às minhas duas mães, **Maria de Lourdes** e **Maria Gomes**, que souberam me criar, educar e incentivar em todos os momentos da minha vida! Aos meus irmãos, **Daniela**, **Gerlane**, **Edivaldo**, **Germano** e **Luciana**, pelo carinho, apoio e por terem me incentivado em todos os momentos da minha vida. Em especial, também dedico esta tese de doutorado à minha irmã, **Luciana**, que seria a primeira Doutora daqui de casa, mas não foi possível agora. Em breve, tenho certeza que será, **Lu**!

A todos os meus amigos e conhecidos, em especial a **Eduardo**, **Júnior**, **Germano Soares**, **Mary (irmã)**, **Jurandy** (**Jura**), **Anderson Firmino**, **Laércio**, **Wégida**, **Gilda**, **Millena**, **João Manoel** e **Lucas Henrique**, pelo companheirismo, amizade e por acreditarem que esta pessoa, que agora escreve essas palavras, chegaria, mesmo diante das grandes dificuldades que foram superadas, a este momento tão significativo! E, enfim, chegou!

À **Lili**, por ter caminhado ao meu lado nos momentos iniciais dessa pesquisa! Obrigado por ter acreditado em mim! Você sabe o que fez! Só tenho a agradecer a você por todo o incentivo, pois "a vida seria mais fácil se fôssemos todos unicórnios".

À **Thalita Alves**, por me incentivar, por acreditar que eu conseguiria concluir o doutorado e por (re)afirmar que as estrelas brilham para mim e para tudo o que faço, pois "elas eram todas amarelas" (*Yellow*).

À minha querida e eterna *Diretora de Comunicação* da Prefeitura Municipal de Areia, **Isis Coelho**, pelo incentivo ao mundo dos signos em um sistema de escrita, que despertou em mim o interesse pelo desenvolvimento da escrita e pela arte de escrever.

Aos queridos amigos da Prefeitura Municipal de Areia: **Athos**, **Solange**, **Socorro**, **Ivonize**, **Raminha**, **Sônia**, **Angélica**, **Evaldo**, **Iris**, **Gilmara**, **Maria Clara (Clarinha)**, **Ruth**, **Natália**, **Jéssyka**, **Helinho**, **Franklin**, **Fernando**, **Adriana**, **Fátima**, **Valdemir**, **Lucas Felipe**, **Macielle**, **Suzana**, **Begna**, **Chris**, mais do que companheiros de trabalho, grandes amigos! Agradeço também ao amigo e antigo ex-Secretário de Finanças, **Leopoldo Gondim**, e ao amigo e ex-Prefeito de Areia, **João Francisco**, pelo incentivo inicial para que este momento se tornasse realidade. Agradeço ainda ao amigo e Secretário de Administração e

Finanças, **Alcides Pereira de Melo Filho**, à atual Prefeita de Areia, **Sílvia César Farias da Cunha Lima**, e ao meu grande amigo e ex-Prefeito de Areia, **Elson da Cunha Lima Filho** (**Dr. Elsinho**), pela atenção, pelas conversas e pelo incentivo para que possamos continuar trilhando nosso caminho acadêmico. Obrigado por me acompanharem desde o início do doutorado que, agora, se concretiza. Muito obrigado, meu povo!

Aos queridos amigos e colegas da Câmara Municipal de Areia, **Lucas Eduardo**, **Ana Nívea**, **Rosana Ribeiro**, **Alisson Alves**, **Anderson Barros**, **Louriana Alves**, **Wanderllan Cardoso**, **Edlaine Cristina**, **Cizinho**, **Kalberta**, **Gilmar Batista**, pela atenção, conversas e incentivos. Agradeço, também, aos ex-presidentes da Câmara, **Neto da Ceral** e **Dinha**, pela confiança, apoio e por terem acreditado em meu potencial.

Agradeço, em especial, à querida amiga e atual Vereadora da Câmara Municipal de Areia, **Nelma Carneiro Cavalcante**, que chamo carinhosamente de **Dona Nelma**, e ao seu esposo, **Assis Lino** (*in memoriam*), conhecido carinhosamente como **Seu Assis**, pelas conversas, pelos incentivos e por sempre nos motivarem a sermos pessoas melhores todos os dias.

Falando em **Seu Assis**, gostaria de deixar registrado, especialmente, este agradecimento. **Seu Assis** era uma pessoa muito conhecida em Areia e sempre ajudava as pessoas mais carentes do nosso município. Cresci sabendo da empatia que ele praticava pelo próximo. Sempre o cumprimentava quando passava em frente à sua residência. Ficamos mais próximos a partir de 2019, enquanto eu atuava como Secretário Administrativo da Câmara Municipal de Areia. **Seu Assis** era uma pessoa simples, humilde e de um coração enorme; conversar com ele era como reencontrar um velho amigo. Ele sempre ajudava todos que podia e tentava até o impossível para apoiar o próximo. Quando minha mãe passava em frente à sua casa ou ele a encontrava na feira livre, perguntava: “Cadê filho meu?”. Era assim que **Seu Assis** e **Dona Nelma** se referiam a mim. Recentemente, **Seu Assis** parou minha mãe quando ela voltava para casa e começou a falar sobre mim: “Filho meu vai conseguir terminar seu curso. Vai sim! Ele vai conseguir tudo o que quer, pois eu acredito nele”. **Seu Assis** faleceu no dia 22 de maio de 2024, data que ficou marcada em minha mente, pois foram apenas sete dias após o exame de qualificação desta pesquisa de doutorado (15 de maio de 2024). Suas palavras nunca serão esquecidas por mim, que agora digito estes agradecimentos. Meu muito obrigado, **Dona Nelma**, **Seu Assis** (*in memoriam*) e **Madona**, por acreditarem em mim! Obrigado, de coração! Muita Luz para todos nós! Hoje e sempre!

Ao Professor **Dr. José Roberto Costa Junior**, pelo apoio, amizade e incentivo que me permitiram chegar até aqui e superar meus limites acadêmicos. Professor **Junior**, muito obrigado por V. Ex.ª ter aceitado me orientar e motivar desde os primeiros passos no TCC, ao final da graduação. Defendemos nosso TCC em 20 de maio de 2016 e, desde então, muitas coisas no mundo da escrita já aconteceram e continuarão acontecendo. Muito obrigado, Professor **José Roberto** (**Junior**)!

Ao Professor **Dr. Aníbal de Menezes Maciel**, pelos momentos de conversa, incentivo e pelos ensinamentos proporcionados desde a época da graduação e durante as disciplinas do mestrado. Muito obrigado pelo carinho de sempre, Professor **Aníbal**!

Ao Professor **Dr. José Joelson Pimentel de Almeida**, pela orientação, competência, humanidade, humildade, profissionalismo e dedicação que foram tão importantes durante esses anos no PPGECEM/UEPB, desde as disciplinas como aluno especial até a finalização deste grande momento. Minha história com o Professor **Joelson** é bem curiosa, e eu disse a ele que iria deixar registrada aqui nos agradecimentos, para que todos possam ler e para que você, **Joelson**, (re)leia quantas vezes quiser. Essa história começou em 2016, exatamente no dia 29 de abril de 2016. Eu estava terminando a graduação em Matemática e já ansiava ingressar no mestrado. Foi quando descobri que o PPGECEM havia lançado um edital para aluno especial. Como estava concluindo as últimas disciplinas e o TCC, fiquei em dúvida entre duas disciplinas: Teorias da Aprendizagem e Tópicos de Geometria. Não sabia qual delas cursar. Então, lembrei-me de que um amigo meu, o Professor de Matemática Anderson de Araújo, que mora aqui em Areia, estava no Programa. Assim, enviei uma mensagem para ele perguntando qual disciplina ele mais gostou de cursar. Ele me respondeu que tinha sido Tópicos de Geometria. Com essa recomendação, escolhi essa disciplina, que seria ministrada por um professor chamado **José Joelson Pimentel de Almeida**. No dia 30 de abril de 2016, enviei um *e-mail* para o Professor **Joelson** manifestando interesse em cursar a referida disciplina. Sem saber se ele me escolheria entre os outros interessados em ser alunos especiais, como algo que parecia já escrito pelo destino, recebi um *e-mail* de V. Ex.ª no dia 1 de maio de 2016, informando que eu havia sido selecionado como um de seus alunos. As aulas começaram no dia 3 de maio de 2016, das 8h às 12h, na sala C-301 do CCT. Até então, eu não conhecia o Professor **Joelson Pimentel**, pois ainda não tinha tido a alegria e o privilégio de assistir suas aulas na graduação em disciplinas relacionadas à Educação Matemática. Lembro-me de ver um professor caminhando pelos corredores do CCT no período noturno, carregando uma bolsa de lado, e, em alguns dias, ministrando suas aulas vestido com camisetas de *Game of Thrones*. Cumprimentava V. Ex.ª apenas com saudações cordiais. Também tenho a lembrança de vê-lo, além de andar com a bolsa de lado, sempre com um caderno em uma das mãos, que, mais tarde, descobri ser usado para importantes

anotações. Acredito que o destino não permitiu que eu tivesse assistido a alguma aula sua na graduação, pois estava reservando algo especial para o futuro. Passei na seleção do mestrado em 2016 para ingressar em 2017. Fui escolhido como seu orientando e, desde então, nossas energias foram tão compatíveis que o Professor **Joelson**, que eu carinhosamente chamo de *Sir. JJ*, me acolheu no Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa Político-Pedagógico (LEEMAT), do qual ele é Pesquisador Líder. Desde essa época até os dias de hoje, enquanto escrevo estes agradecimentos que você está lendo, foram muitas aulas, conversas, risadas, compartilhamentos de alegrias e tristezas, gambiarras comunicativas e boas emanações de energia em forma de orações. Foram muitos "bom dia, Areia", "boa tarde, Areia" e "boa noite, Areia"; muitos cumprimentos à Dona Lourdes e aos demais areenses, e muita Luz sendo emanada. Esse grande homem, Sir. JJ, faz uma enorme diferença na vida de seus orientandos, especialmente na da pessoa que está digitando estes signos agora. Sem o incentivo de Sir. JJ, esta pesquisa não teria sido realizada, pois quase paramos no meio do caminho por cansaço mental em duas ocasiões: uma no segundo mestrado durante a pandemia, que nunca antes havíamos enfrentado, e outra no início do doutorado, devido às sequelas das três vezes em que tive Covid-19 resultando em uma grande perda cognitiva. Mas, como é sempre bom termos pessoas ao nosso redor que acreditam em nós e nos ajudam a sermos melhores a cada dia, reunimos forças e conseguimos concluir essas páginas. Querido Sir. JJ, sei que palavras são poucas para expressar o carinho e a consideração que tenho por V. Ex.ª. E, mesmo que essas palavras sejam pequenas em comparação ao quanto sou grato ao Universo por você ter me escolhido para me orientar três vezes, — nos dois mestrados e, agora, no Doutorado Acadêmico —, tenho certeza de que eu não teria chegado até aqui sem seu incentivo, apoio e sua atenção ao próximo. Você foi e está sendo muito mais do que um orientador; para mim, será sempre um grande mestre da leitura, da escrita, um grande amigo, um excelente Mestre *Yoda* e um Ser Humano extraordinário. Muito obrigado pela boa energia que você emana e pela Luz! Tenha a certeza de que eu NUNCA me esquecerei de V. Ex.ª. Continuarei levando nossas pesquisas para diversos lugares e carregando comigo todo o aprendizado que você me proporcionou. **Joelson**, você é uma pessoa que inspira outras pessoas a serem melhores no mundo. És uma inspiração para mim. São poucos os estudantes que têm a sorte de encontrar um "pai" acadêmico como você ao longo de suas jornadas. Muito obrigado, Professor **Joelson**! *Que a Força esteja com você!*

Aos ilustres membros da banca examinadora, Professora **Dra. Maria Alves de Azerêdo**, Professor **Dr. Tiêgo dos Santos Freitas**, Professora **Dra. Hilda Helena Sovierzoski** e Professor **Dr. José Cezinaldo Rocha Bessa**, expresso minha mais profunda

gratidão. Suas generosas contribuições, ao aceitarem prontamente participar desta jornada acadêmica, trouxeram não apenas uma análise criteriosa e valiosa para o aprimoramento deste trabalho, mas também inspiração para seguir avançando no caminho da escrita científica. Este trabalho, sem dúvida, leva consigo a marca das ricas contribuições de cada um de vocês, e a honra de tê-los como parte deste processo ficará eternamente gravada em minha trajetória acadêmica. Muito obrigado, de coração, por todo o apoio, pela paciência e, sobretudo, pelo incentivo constante. Gratidão!

Agradeço aos professores do RENOEN-PPGECEM, que dedicaram seu tempo transmitindo seus conhecimentos e contribuindo com minha formação nas disciplinas do mestrado, doutorado e nos seminários acadêmicos. Agradeço também aos Coordenadores do RENOEN-PPGECEM e aos queridos secretários e auxiliares administrativos (**Lara**, **Edme**, **Lidayana**, **Cícero**, **Fabiana**, **Willames**) pela constante atenção. Expresso também minha gratidão à querida *Família Pibid UEPB Premen*, em especial à Professora **Conceição**, Professora **Rose**, **Risllane**, **Tayná** e **Emanuel** (novo na família), pelo apoio e pelas conversas ao longo desses anos de graduação, dos dois mestrados e, agora, do doutorado. Muito obrigado, **Conceição**, **Rose**, **Ris**, **Tayná** e **Emanuel**!

Aos membros do Grupo de pesquisa **Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa Político-Pedagógico** (**LEEMAT**), agradeço pelos grandes momentos de troca de experiências proporcionados desde o início de 2016 e por acreditarem em meu potencial. Muito obrigado pelo carinho e atenção com esta pessoa que vos escreve!

Ainda em relação ao Leemat, agradeço especialmente a **Ivan** e **Mozart** pelas palavras e ações que me ajudaram nos momentos em que precisei juntar forças e energia para superar as sequelas deixadas pela Covid. Gratidão, queridos!

Aos amigos doutorandos e colegas das turmas do RENOEN 2021.2 e 2022.1, pelos momentos de conversas, apoio, incentivos e irmandade nos corredores do CCT. Tenho certeza de que os dias que passamos juntos, seja nas aulas, seminários ou em outros momentos, jamais serão esquecidos. Torço, de coração, para que vocês também concluam mais essa etapa!

Aos inscritos do meu canal no *YouTube*, **Oi Geek**, pelas conversas e incentivos, meu sincero agradecimento.

Agradeço à Rede Nordeste de Ensino (RENOEN) pela oportunidade de cursar o doutorado acadêmico! Tenho certeza de que farei jus à confiança depositada!

Agradeço ao PPGECEM/UEPB por ser uma referência para várias instituições do Brasil e por ter me recebido de braços abertos nas disciplinas que cursei como aluno especial, nos dois mestrados (acadêmico e profissional) e, agora, no Doutorado em Ensino.

Agradeço à **Universidade Estadual da Paraíba**, que desde 2011.2 abre suas portas para mim.

Enfim, agradeço a **todos** e **todas** que, de alguma forma, contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa.

“Você tem que fazer o teu melhor, nas condições que você tem, enquanto você não tem condições melhores, para fazer melhor ainda!”

(Mario Sergio Cortella)

RESUMO

No presente trabalho, temos as seguintes questões de investigação: como as teorias dos signos de Saussure e Peirce se manifestam nos *International Congress on Mathematical Education* (ICMEs)? Quais são as tendências e metodologias de ensino que norteiam as pesquisas nos ICMEs, e como elas podem ser associadas às teorias sígnicas aplicadas ao ensino de matemática? Com base nessas indagações, buscamos compreender como a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce nos ICMEs, trazendo contribuições e implicações para as práticas que envolvem a produção de significados matemáticos. Utilizamos uma abordagem qualitativa do tipo exploratória para a análise de *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*, disponibilizados em *sites* de domínio público, com o intuito de nos aproximar da realidade dos objetos estudados, além de realizar um levantamento bibliográfico sobre o tema. Em relação aos procedimentos de nossa investigação, como analisaremos os *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* do ICME 1 (1969) ao ICME 14 (2021), situamos nossa pesquisa como bibliográfica do tipo estado da arte, ou do conhecimento. Quanto aos procedimentos metodológicos, nossa pesquisa é dividida em alguns momentos. No primeiro, catalogamos estudos dos ICMEs (1969-2021) que envolvem as teorias dos signos no ensino de matemática nesse período de tempo. Em seguida, sistematizamos os *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* que relacionam e articulam as teorias dos signos na Educação Matemática. Posteriormente, destacamos as palavras-chave, os principais temas de pesquisa, tendências e metodologias de ensino que norteiam as pesquisas nos ICMEs, a fim de analisar esses contextos como possibilidades para as práticas que envolvem a produção de significados matemáticos. A partir dos estudos de Peirce e Saussure, analisamos as contribuições dos signos (linguísticos e semióticos) apresentadas nos trabalhos discutidos nesta investigação, nos processos de produção de significados no ensino de matemática. Por fim, discutimos como os signos peirceanos podem ser visualizados em relação aos signos saussurianos. Os resultados indicam que visualizar objetos através da linguagem, ou visualizar a linguagem através de objetos, é uma questão-chave que pode fornecer *insights* sobre a conexão entre os sistemas de signos de Saussure e Peirce, sendo que essa ligação pertence à lógica interna de ambas as convenções e pode ser estabelecida por meio da fundamentação desses signos. No que diz respeito à forma como a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce, percebemos que essa contextualização ocorre por meio do ensino e aprendizagem, metodologia, linguagem matemática, resolução de problemas, dentre outros aspectos. Já em relação aos ICMEs, constatou-se que a semiótica e a linguística são mencionadas nos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*, mas não são utilizadas diretamente pelos pesquisadores. A partir do ICME 13, passa a surgir um grupo de discussão temático sobre a semiótica na Educação Matemática, devido à importância de discutir temáticas relacionadas aos processos semióticos. A partir da tese, pode-se afirmar que as teorias dos signos de Saussure e Peirce fornecem uma base teórica sólida para compreender e aprimorar a produção de significados matemáticos na Educação Matemática. A pesquisa evidenciou como a semiótica e a linguística podem ser aplicadas para enriquecer as práticas pedagógicas, facilitando a compreensão de conceitos matemáticos e a interação dos alunos com os signos matemáticos. Além disso, a análise das tendências e metodologias nos ICMEs revelou novas possibilidades para o ensino da matemática, destacando a importância de uma abordagem semiótica para promover uma aprendizagem mais significativa.

Palavras-chave: peirce; saussure; ICME; *proceedings*.

RESUMEN

En el presente trabajo, abordamos las siguientes preguntas de investigación: ¿cómo se manifiestan las teorías de los signos de Saussure y Peirce en los International Congress on Mathematical Education (ICMEs)? ¿Cuáles son las tendencias y metodologías de enseñanza que guían las investigaciones en los ICMEs y cómo pueden asociarse con las teorías sígnicas aplicadas a la enseñanza de las matemáticas? Con base en estas preguntas, buscamos entender cómo la Educación Matemática se apropia de las teorías de los signos de Saussure y Peirce en los ICMEs, aportando contribuciones e implicaciones para las prácticas que involucran la producción de significados matemáticos. Utilizamos un enfoque cualitativo de tipo exploratorio para el análisis de proceedings, selected lectures e invited lectures, disponibles en sitios de dominio público, con el fin de acercarnos a la realidad de los objetos estudiados, además de realizar una revisión bibliográfica sobre el tema. En cuanto a los procedimientos de nuestra investigación, dado que analizaremos los proceedings, selected lectures e invited lectures del ICME 1 (1969) al ICME 14 (2021), situamos nuestra investigación como bibliográfica de tipo estado del arte, o estado del conocimiento. En cuanto a los procedimientos metodológicos, nuestra investigación se divide en varios momentos. Primero, catalogamos estudios de los ICMEs (1969-2021) que involucran las teorías de los signos en la enseñanza de las matemáticas durante este período de tiempo. A continuación, sistematizamos los proceedings, selected lectures e invited lectures que relacionan y articulan las teorías de los signos en la Educación Matemática. Posteriormente, destacamos las palabras clave, los principales temas de investigación, tendencias y metodologías de enseñanza que guían las investigaciones en los ICMEs, con el fin de analizar estos contextos como posibilidades para las prácticas que involucran la producción de significados matemáticos. A partir de los estudios de Peirce y Saussure, analizamos las contribuciones de los signos (lingüísticos y semióticos) presentadas en los trabajos discutidos en esta investigación, en los procesos de producción de significados en la enseñanza de las matemáticas. Finalmente, discutimos cómo los signos peirceanos pueden visualizarse en relación con los signos saussurianos. Los resultados indican que visualizar objetos a través del lenguaje, o visualizar el lenguaje a través de los objetos, es una cuestión clave que puede proporcionar ideas sobre la conexión entre los sistemas de signos de Saussure y Peirce, siendo que esta conexión pertenece a la lógica interna de ambas convenciones y puede establecerse a través de la fundamentación de estos signos. En cuanto a la forma en que la Educación Matemática se apropia de las teorías de los signos de Saussure y Peirce, observamos que esta contextualización ocurre a través de la enseñanza y el aprendizaje, la metodología, el lenguaje matemático, la resolución de problemas, entre otros aspectos. En cuanto a los ICMEs, se encontró que la semiótica y la lingüística se mencionan en los proceedings, selected lectures e invited lectures, pero no son utilizadas directamente por los investigadores. A partir del ICME 13, surge un grupo de discusión temática sobre la semiótica en la Educación Matemática, debido a la importancia de discutir temas relacionados con los procesos semióticos. Este trabajo nos lleva a la conclusión sobre la importancia de establecer relaciones sobre los procesos sígnicos, especialmente a partir de los estudios de Saussure y Peirce, contribuyendo a las prácticas que involucran los procesos de producción de significados matemáticos. A partir de la tesis, se puede afirmar que las teorías de los signos de Saussure y Peirce proporcionan una base teórica sólida para comprender y mejorar la producción de significados matemáticos en la Educación Matemática. La investigación evidenció cómo la semiótica y la lingüística pueden aplicarse para enriquecer las prácticas pedagógicas, facilitando la comprensión de conceptos matemáticos e interactuando los estudiantes con los signos matemáticos. Además, el análisis de las tendencias y metodologías en los ICMEs reveló nuevas posibilidades para la enseñanza de las matemáticas, destacando la importancia de un enfoque semiótico para promover un aprendizaje más significativo.

Palabras-clave: peirce; saussure; ICME; proceedings.

ABSTRACT

In this paper, we address the following research questions: How are the sign theories of Saussure and Peirce manifested in the International Congress on Mathematical Education (ICMEs)? What are the trends and teaching methodologies that guide research at ICMEs, and how can they be associated with sign theories applied to mathematics education? Based on these inquiries, we seek to understand how mathematics education adopts the sign theories of Saussure and Peirce in the ICMEs, bringing contributions and implications to practices involving the production of mathematical meanings. We use an exploratory qualitative approach for the analysis of proceedings, selected lectures, and invited lectures, available on public domain websites, to gain insight into the studied objects, along with a literature review on the subject. Regarding our research procedures, since we will analyze the proceedings, selected lectures, and invited lectures from ICME 1 (1969) to ICME 14 (2021), we position our research as a bibliographic study of the state of the art or state of knowledge. As for the methodological procedures, our research is divided into several stages. First, we catalog studies from the ICMEs (1969-2021) that involve sign theories in the teaching of mathematics during this period. Next, we systematize the proceedings, selected lectures, and invited lectures that relate and articulate sign theories in mathematics education. Subsequently, we highlight the keywords, main research topics, trends, and teaching methodologies that guide research at the ICMEs to analyze these contexts as possibilities for practices involving the production of mathematical meanings. Based on the studies of Peirce and Saussure, we analyze the contributions of signs (linguistic and semiotic) presented in the works discussed in this investigation, in the processes of meaning production in mathematics teaching. Finally, we discuss how Peircean signs can be viewed in relation to Saussurean signs. The results indicate that visualizing objects through language, or visualizing language through objects, is a key issue that can provide insights into the connection between Saussure's and Peirce's sign systems. This connection belongs to the internal logic of both conventions and can be established through the foundation of these signs. Regarding how mathematics education adopts the sign theories of Saussure and Peirce, we observe that this contextualization occurs through teaching and learning, methodology, mathematical language, problem-solving, among other aspects. As for the ICMEs, we found that semiotics and linguistics are mentioned in the proceedings, selected lectures, and invited lectures, but are not directly used by researchers. Starting from ICME 13, a thematic discussion group on semiotics in mathematics education emerged, due to the importance of discussing topics related to semiotic processes. This study leads us to the conclusion that establishing relationships concerning sign processes, especially from the studies of Saussure and Peirce, is crucial to practices involving the production of mathematical meanings. Based on the thesis, it can be stated that the sign theories of Saussure and Peirce provide a solid theoretical foundation for understanding and enhancing the production of mathematical meanings in Mathematics Education. The research highlighted how semiotics and linguistics can be applied to enrich pedagogical practices, facilitating the understanding of mathematical concepts and students' interaction with mathematical signs. Furthermore, the analysis of trends and methodologies in the ICMEs revealed new possibilities for teaching mathematics, emphasizing the importance of a semiotic approach to promote more meaningful learning.

Keywords: peirce; saussure; ICME; proceedings.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AERA	Associação Americana de Pesquisa Educacional
AFC	Análise Fatorial de Correspondência
AMS	Sociedade Americana de Matemática
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
CCT	Centro de Ciências e Tecnologia
CHD	Classificação Hierárquica Descendente
CIBEM	Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
CIEAEM	Comissão Internacional para o Estudo e a Melhoria do Ensino de Matemática
CIEM	Congresso Internacional de Ensino da Matemática
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
EMPA	Encontro de Matemática Pura e Aplicada
ENECT	Encontro Nacional de Educação, Ciência e Tecnologia
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
EPUB	Publicação Eletrônica
ESM	Estudos Educacionais em Matemática
FEMAL	Festival de Matemática, Arte e Literatura
GPIMEM	Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática
IASE	Associação Internacional para a Educação Estatística
IBICT	Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia
ICM	Congresso Internacional de Matemáticos
ICME	Congresso Internacional de Educação Matemática
ICMI	Comissão Internacional de Instrução em Matemática
ICOCIME	Conferência Internacional sobre Insubordinação Criativa na Educação Matemática
IMU	União Internacional de Matemática
IMUK	Comissão Internacional de Ensino de Matemática
IRaMuTeQ	Interface em R para Análises Multidimensionais de Textos e Questionários
LAMADEM	Laboratório de Materiais Didáticos de Ensino de Matemática
LEEMAT	Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa Político-

	Pedagógico
MAA	Associação Matemática da América
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NCTM	Conselho Nacional de Professores de Matemática
OEEC	Organização para a Cooperação Econômica Europeia
PAM	Produção Artística de Matemática
PDF	Formato de Documento Portátil
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PPGECEM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
PTT	Produto Técnico-Tecnológico
SciELO	Biblioteca Eletrônica Científica Online
SMSG	Grupo de Estudo de Matemática Escolar
ST	Segmentos de Texto
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UCE	Unidades de Contexto Elementar
UCI	Unidades de Contexto Inicial
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
UNESP	Universidade Estadual Paulista

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Nesta seção, apresentamos o tema da nossa pesquisa, compartilhamos nossas motivações, justificamos a relevância do estudo, delineamos as questões norteadoras e os objetivos, além de descrevermos a estrutura do trabalho.

1.1 Apresentação da temática

> Todos nós temos o poder da visualização. Deixe-me provar isso para você com a imagem de uma cozinha. Para que isso funcione, primeiro você precisa tirar todos os pensamentos sobre a sua cozinha da cabeça. *Não* pense na sua cozinha. Apague tudo o que há nela da sua mente: armários, geladeira, fogão, piso e paleta de cores... Uma imagem da sua cozinha surgiu em sua mente, não surgiu? Ora, então você acabou de visualizá-la! “Todos nós visualizamos, quer saibamos disso ou não. A visualização é o grande segredo do sucesso”. [...] Por exemplo: imagine sua cozinha novamente, mas desta vez imagine-se entrando nela, andando até a geladeira e colocando a mão no puxador, abrindo a porta, olhando para dentro dela e encontrando uma garrafa de água gelada. Estenda a mão e pegue a garrafa. Sinta em sua mão o quanto ela está gelada. Com a garrafa de água em uma das mãos, use a outra para fechar a porta da geladeira. Agora que está visualizando sua cozinha com detalhes e movimento, é mais fácil ver e manter a imagem em sua mente, não é? “Todos temos mais poder e potencial do que percebemos, e, dentre esses poderes, a visualização é um dos maiores” (Byrne, 2015, pp. 86-87).

O progresso da pesquisa em Educação Matemática levou a múltiplos desenvolvimentos em seus diversos ramos e tendências (Miguel *et al.*, 2004). Como resultado, os investigadores estão agora a ser solicitados a pensar em formas diferentes de abordar o ensino da Matemática na sala de aula a partir de uma perspectiva mais abrangente. Com novos caminhos a explorar, existe um desafio para reavaliar a forma como a Matemática é ensinada e praticada, dada a sua conexão com nossas vidas quotidianas e as suas correlações com avanços em outros campos de estudo.

Se formos pesquisar pelo mundo acadêmico, existe uma grande quantidade de cursos, dissertações, teses, materiais didáticos e recursos de tecnologia educacional sendo produzidos todos os dias. Isso nos leva a refletir sobre o papel que os educadores matemáticos desempenham no mundo atual. Esse ponto levanta a questão de saber se vale a pena investir tempo e recursos no ensino de conteúdos que, em um futuro próximo, possam se tornar obsoletos. Em vez disso, uma alternativa eficaz está em focar na exploração das possibilidades pedagógicas e conceituais que a Matemática oferece. Essa abordagem pode incentivar os alunos a desenvolver novas ideias e fazer conjecturas que os ajudam em sala de aula.

Ao adotarmos uma nova abordagem para o ensino da Matemática, é fundamental que os professores continuem a oferecer oportunidades para que a criatividade dos alunos seja exercida como meio de produção de significado. Ao explorar ideias ainda em desenvolvimento, os educadores devem enfrentar o desafio de descobrir novas metodologias para ajudar os alunos a compreender conceitos matemáticos, tanto dentro quanto fora da sala de aula. Isso exige uma compreensão profunda de como o conhecimento matemático pode ser desenvolvido a partir de diferentes perspectivas.

À medida que novas tecnologias se integram às nossas rotinas diárias, é importante lembrar que elas ainda são desenvolvidas por pessoas, assim como nós. Apesar disso, poucos indivíduos dedicam tempo para refletir e analisar esses recursos como se fossem fenômenos naturais. Em vez disso, muitas vezes o foco está exclusivamente nas pessoas por trás deles e em sua criatividade. Reconhecer este ponto é fundamental para compreender o nosso mundo tecnológico em rápido avanço.

E, à medida que a tecnologia avança, os indivíduos têm acesso a informações de maneira quase instantânea, promovendo rápidas transformações em uma sociedade fundamentada na informação. A disseminação de novas mídias e formas contínuas de comunicação possibilita que os recursos visuais transmitam mais significados do que a linguagem verbal (Costa, 2013).

E, conforme a tecnologia continua a avançar, vivendo em um mundo imagético, a imagem, por exemplo, sofre alterações e melhorias significativas ao longo de várias décadas. Ela surge como um instrumento potente e marcante que facilita a produção de significados e desperta a curiosidade de quem utiliza recursos visuais em suas metodologias. No entanto, a comunicação visual não consiste apenas em transmitir informações a outras pessoas através de gestos, imagens, cartazes, desenhos ou figuras, entre outros métodos.

Em uma sociedade cada vez mais permeada por imagens, a comunicação visual assume um papel crucial, favorecendo não apenas a transmissão de informações, mas também a ativa participação da mente humana na interpretação dessas informações de maneira a estimular a descoberta e compreensão de conceitos matemáticos, por exemplo. Esses indícios ressaltam o impacto significativo das imagens, que desempenham um papel crucial no aprendizado e na explicação de conceitos abstratos, frequentemente difíceis de entender. Esse fenômeno se deve à natureza visual da nossa cognição e à capacidade do cérebro humano de processar informações de maneira visual (Soares, 2019).

Nossa afinidade com imagens está profundamente enraizada na capacidade da mente humana de focar e assimilar informações visualmente. A resposta rápida que a maioria das pessoas tem a estímulos visuais, em comparação com textos, destaca a eficácia da comunicação visual. A leitura instantânea e a interpretação imediata de imagens reforçam seu papel essencial no processo de aprendizado, tornando a comunicação visual uma ferramenta poderosa e indispensável (Santaella, 2012).

Ao propor trabalhos que integrem esse aspecto, reconhecemos que um dos maiores desafios é adotar novas abordagens ao pensamento matemático. Isso inclui a aquisição de novos métodos de interpretação, resolução e envolvimento em atividades matemáticas. Além disso, envolve a habilidade de decodificar símbolos e códigos para compreender e solucionar problemas. Compreender o processo pelo qual os indivíduos adquirem e aprimoram suas habilidades de resolução de problemas nos permite compreender a importância do desenvolvimento de habilidades, “tentar decifrar ou tentar entender esses símbolos visuais seria uma boa estratégia para que os alunos pudessem usar o visual ou, de forma mais específica, a visualização para pensar em problemas matemáticos” (Soares, 2019, p. 15).

Nesse contexto, ao aprofundarmos nossa compreensão dos processos simbólicos, os alunos têm a oportunidade de iniciar seus estudos com objetivos claros, utilizando inicialmente uma abordagem visual para facilitar a resolução de problemas. Isso permite que eles visualizem conceitos e estratégias, podendo tornar o aprendizado mais acessível e eficaz. Estratégias de aprendizagem visual podem auxiliar os alunos na avaliação e interpretação de informações de diversas fontes, permitindo a integração de novos conhecimentos aos já adquiridos. Além disso, tais abordagens visuais contribuem para o aprimoramento das habilidades de percepção e interpretação, culminando no desenvolvimento do pensamento crítico, conforme cita Soares (2019).

Com base nessas observações, pode-se inferir que alunos com habilidades de pensamento crítico têm o potencial de transformar a aprendizagem da Matemática de maneira significativa. Com a sua competência e habilidades, podem refletir sobre teorias, produtos e práticas inovadoras que têm o potencial de enriquecer o desenvolvimento do conhecimento matemático. Além disso, isso pode levar a investigações aprimoradas dentro da sala de aula, como o domínio do pensamento algébrico, por exemplo.

Quanto ao contexto da Matemática, particularmente em um ambiente acadêmico, pode ser vantajoso para os alunos utilizar recursos visuais e tentar compreender a linguagem simbólica. Esta abordagem pode facilitar o uso de técnicas visuais ou imaginativas (abstratas) para abordar questões matemáticas.

Ao adquirir uma compreensão dos processos simbólicos, os alunos podem abordar problemas com objetivos específicos em mente, prevendo soluções antes de começar. A implementação de estratégias de aprendizagem visual pode ajudar na avaliação e interpretação de informações de diversas fontes, integrando novos conhecimentos com a compreensão existente e refinando as habilidades de percepção e interpretação, podendo levar ao fortalecimento do pensamento crítico. Dessa forma, o emprego de ferramentas de aprendizagem visual pode facilitar a compreensão desses processos visuais pelos alunos. O cérebro humano é altamente visual por natureza, o emprego de estratégias de aprendizagem ou de processamento visual pode melhorar a compreensão e retenção de informações pelo aluno.

Com a crescente acessibilidade da tecnologia em nosso cotidiano, a capacidade de visualizar e manipular imagens, sejam digitais ou virtuais, torna-se extremamente relevante. Essa habilidade destaca-se como um aspecto crucial para pesquisadores e educadores, que se empenham em ensinar aos alunos como interpretar, visualizar e ler essas imagens com precisão (Santaella, 2012). Embora esta não seja uma questão nova, tem sido tema de discussão entre vários investigadores especializados em recursos visuais e imagéticos, bem como na exploração da literacia visual[1].

Pesquisas (Sousa, 2016; Guimarães, 2019; Soares, 2019, 2022) têm destacado a importância das representações simbólicas no ensino e na aprendizagem da Matemática, especialmente em relação à explicação, argumentação e comunicação. Estas investigações podem ocorrer dentro dos limites da sala de aula, com a ajuda de recursos didáticos, livros didáticos, tecnologias de ponta e outros meios de ensino semelhantes. Através do desenvolvimento conceitual matemático, tanto os alunos como os professores podem envolver-se nesta exploração.

Para pesquisadores e educadores, é crucial considerar essas características ao utilizar recursos didáticos para tratar a compreensão matemática. Essas ferramentas devem levar os alunos a contemplar as suas percepções sobre estas ajudas, como analisá-las com precisão e como utilizá-las de forma eficaz, em vez de vê-las como meros suplementos que facilitam a compreensão. Esta abordagem incentiva a reflexão e a investigação sobre a produção de significados matemáticos[2].

---

[1] Literacia Visual é a habilidade de entender e interpretar informações apresentadas visualmente (Agostinho, 2017).

[2] Os significados matemáticos referem-se às interpretações, compreensões e sentidos atribuídos aos conceitos, símbolos, operações e estruturas matemáticas. Eles podem surgir do processo de interação entre o aluno e o conteúdo matemático, mediado pelo contexto cultural, pelas experiências pessoais e pelas

Nesse sentido, ao voltarmos nossas atenções para as salas de aula de Matemática, quem é professor dessa disciplina, certamente, já pode ter escutado essa pergunta: "Quando vou usar isso[3]?". Ao lermos os currículos de Matemática no Ensino Fundamental e Médio, por exemplo, percebemos a dimensão de determinados contextos matemáticos que são abstratos, o que pode tornar difícil para os alunos compreenderem as aplicações práticas do que estão aprendendo em salas de aula.

Por isso, entendemos que o uso de processos sígnicos para a produção de significados matemáticos é essencial e complexo, devendo ser abordado nos cursos de Matemática. Se analisarmos esses processos, podemos observar que há uma semelhança com a própria Matemática, pois ambos envolvem a decodificação de informações e sua subsequente compreensão. O uso de signos, nesse sentido, torna-se uma ferramenta poderosa para a aprendizagem, facilitando a proposição e a organização de ideias matemáticas.

Nesse contexto, percebemos que o papel dos processos sígnicos vai além de apenas expressar situações, pois também contribui significativamente para a clareza e a organização do pensamento do aluno. Práticas que envolvem esses processos podem ser particularmente benéficas para o aprendizado, pois permitem que os alunos dediquem tempo e assegurem a precisão de suas ideias antes de expressá-las. Na verdade, ao observarmos materiais[4][5] publicados em diversos meios de comunicação, podemos perceber que o uso de processos sígnicos é especialmente vantajoso no contexto da Educação Matemática. Por exemplo, a capacidade de um aluno de representar conceitos matemáticos por meio de signos pode estar intimamente ligada à sua habilidade de compreender e aplicar esses conceitos.

Com base nessas considerações, nosso trabalho visa explorar o uso dos processos sígnicos (ou simbólicos) no ensino de Matemática como forma de contribuir para o processo de produção de significados matemáticos.

---

representações simbólicas da matemática. Esses significados são construídos em múltiplas camadas e podem variar dependendo do contexto em que o conhecimento matemático é aplicado. A partir da perspectiva semiótica, os significados matemáticos são o resultado do processo de interação entre signos e os interpretantes que lhes atribuem sentido em contextos específicos.

[3] SILVA, Geraldo Magela da. A Informática Aplicada na Educação. *In:* BRASIL Escola. São Paulo, [s.d]. Disponível em: https://meuartigo.brasilescola.uol.com.br/educacao/a-informatica-aplicada-na-educacao.htm/. Acesso em: 9 jul. 2024.

[4] GONÇALVES, Amanda. Importância da escrita nas aulas de matemática. *In:* CANAL do Educador. Goiânia, [s.d]. Disponível em: https://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/importancia-escrita-nas-aulas-matematica.htm. Acesso em: 29 set. 2023.

[5] NOVA metodologia para o ensino da Matemática é tema de livro. *In:* UFJF Notícias. Juiz de Fora, 22 de ago. de 2022. Disponível em: https://www2.ufjf.br/noticias/2022/08/23/nova-metodologia-para-o-ensino-da-matematica-e-tema-de-livro/. Acesso em: 7 jul. 2024.

1.2 A estrada até aqui (*The road so far*)[6]

O desejo de trabalhar com a perspectiva do uso dos processos simbólicos no ensino de Matemática decorre da experiência adquirida em nossas pesquisas (Soares, 2019, 2022; Almeida; Soares, 2021). Mas, antes de iniciarmos nossa história acadêmica, faremos uma breve viagem em nosso passado, para que possamos estar “De Volta para o Futuro”[7], pois, como disse Doutor Emmett Lathrop “Dr.” Brown, nessa mesma trilogia de filmes: Seu futuro ainda não está escrito, o de ninguém está. Seu futuro será o que você quiser, então faça dele algo bom[8].

Ao longo das próximas linhas, pedimos permissão ao leitor para escrever em primeira pessoa do singular. Esta decisão visa proporcionar uma narrativa mais clara e pessoal, facilitando a exposição de minhas reflexões, experiências e interpretações sobre o tema abordado. Essa abordagem permite uma comunicação mais direta e envolvente com o leitor, promovendo uma melhor compreensão dos argumentos apresentados.

Inicialmente, gostaria de destacar que a leitura e escrita sempre me fascinou. Desde cedo, o hábito de ler e, principalmente, escrever resultou na vontade de ler e escrever mais ainda. E, nesses meios, minha caixinha de papel escrita à mão mudou completamente ao começar a navegar no mundo da leitura de um livro, que foi o divisor de águas em tudo aquilo que acredito. Não vou me ater a dizer que o livro foi o responsável por minha mudança de vida, pois sou fã daquela velha frase de Joseh Silva, *“somos os únicos responsáveis por nossas escolhas”*[9], ou da frase de Airton Ortiz, *“somos o resultado dos livros que lemos”*[10]. Nesse caso, entendo que nós somos responsáveis por nós mesmos e os livros são ferramentas que permitem que possamos fazer mudanças dentro de nós.

O livro em questão é *O Segredo (The Secret)*, de Rhonda Byrne (2015), que explora, ao longo da história, fragmentos de um segredo monumental que foram descobertos em

[6] Referência à música *Carry On Wayward Son*, da banda de rock americana Kansas, que diz*: “Carry on, my wayward son… There'll be peace when you are done… Lay your weary head to rest… Don't you cry no more”*. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=P5ZJui3aPoQ. Acesso em: 3 set. 2023.

[7] De Volta para o Futuro (*Back to the Future*) é um filme norte-americano de 1985. Foi dirigido por Robert Zemeckis e escrito por Zemeckis e Bob Gale. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Back_to_the_Future. Acesso em: 25 set. 2023.

[8] MATHIAS, Luciano. Máquina do tempo: empresário quer viabilizar turismo no passado. *In:* OLHAR Digital. São Paulo, 29 mar. 2023. Disponível em: https://olhardigital.com.br/2023/03/29/colunistas/maquina-do-tempo-empresario-quer-viabilizar-turismo-no-passado/. Acesso em: 25 set. 2023.

[9] SILVA, Joseh. Somos os únicos responsáveis por... Joseh Silva. *In:* PENSADOR. [São Paulo], [s.d.]. Disponível em: https://www.pensador.com/frase/MTkwNjg5Mg/. Acesso em: 25 set. 2023.

[10] ORTIZ, Airton. Somos o resultado dos livros que lemos,... Airton Ortiz. *In:* PENSADOR. [São Paulo], [s.d.]. Disponível em: https://www.pensador.com/frase/MjYwMDU0Mw/. Acesso em: 25 set. 2023.

diversas formas, como tradições orais, literatura, religiões e filosofias ao longo dos séculos. E em determinada página, encontrei o seguinte texto:

> Quando você vê e sente uma imagem em sua mente, você está se colocando em um estado de acreditar que já a possui agora. Também está depositando confiança e fé no Universo, pois está se concentrando no resultado final e sentindo-se como se sentiria diante dele, sem dar nenhuma atenção a "como" isso irá acontecer. Em sua mente, você está vendo seu desejo realizado. Em seus sentimentos, também. Sua mente e todo o seu estado de ser o estão vendo como se *já tivesse acontecido*. Esta é a arte da visualização (Byrne, 2015, p. 85).

Ao ler esse fragmento, fiquei pensativo sobre a forma que os seres humanos pensam e como essas "imagens" surgem em nossas mentes. Por isso, na apresentação da temática de nosso texto, dialoguei, e muito, sobre o uso da imagem em nossas vidas, e a forma como podemos usar a "imagem" para a leitura do mundo em nossa volta. Isso, e outras referências, me motivou a escolher o curso de Psicologia, na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). As leituras e reflexões sobre as obras de Freud fizeram com que esse curso se tornasse meu sonho. Tentei duas vezes (2008 e 2009), mas, em ambas, fiquei na lista de espera, sendo que, na primeira lista, se tivessem chamado mais dois candidatos, eu teria sido aprovado. No ano seguinte, que foi no ano de 2010, tentei meu segundo sonho, que era a Matemática. Mas, como Matemática? Alguém pode pensar que, sair da Psicologia para a Matemática, é uma grande ponte que se atravessa.

Mas o sonho de cursar Matemática veio em alusão a um sonho de meu pai, pois minha família sempre gostou de "brincar" com cálculos e números. Painho sempre sonhou em ter seus filhos na Universidade. Desde pequeno, eu via mãinha, que é agricultora, e painho, que era agricultor e cortador de cana-de-açúcar e, depois, tornou-se vendedor de pães (ele saía com uma carroça vendendo pães pelas ruas de Areia/PB a partir das 4 horas da madrugada, chovendo ou não), mesmo sem estudos completos, a forma como ambos manuseavam os números, era algo impressionante. Mãinha, que não chegou a completar o 5º ano (antiga 4ª série do Ensino Fundamental), e que não sabia quase nem ler e escrever, brincava facilmente com os números quando visitava a feira aos sábados para realizar suas compras.

Enquanto painho, que era popularmente conhecido como Assis do Pão, que não chegou a completar o 3º ano (antiga 2ª série do Ensino Fundamental), e que também não sabia quase nem ler e escrever, dominava os números com algo que ele chamava de *"a conta dos noves fora"*. E de tanto brincar com os *"noves fora"* que ele ia vendendo seus pães (francês, doce, brote, carteira, cafona) e bolachas (cara dura, regalia, sete capas). E ele tinha algo que sempre fazia parte de sua vida, que era a sua caderneta de bodega. Para ele, a caderneta era uma belíssima ferramenta para suas anotações de fiado. Em uma caderneta de bodega, Seu Assis ia preenchendo aquela pequena folha com linhas azuis claras com os valores dos pães que seus fregueses compravam e que iam pagar só depois, o famoso “deixar pendurado”. Aos sábados, que era o dia da feira, ao chegar em casa, Seu Assis chamava um de seus mininos[11] para o ajudar a colocar todos os valores em uma folha maior para prestar contas na empresa. E o mais curioso é que essa folha maior poderia ser uma folha de caderno normal, papel madeira ou, até mesmo, papel de embrulho que existia nas mercearias de cidades do interior. Enquanto Seu Assis lembrava detalhadamente de todos os valores e as pessoas que estavam devendo a ele, íamos colocando esses valores nessa folha maior, ou seja, enquanto ele realizava a leitura das imagens mentais que ia associando em sua cabeça, algum de seus mininos estava escrevendo o que ele falava.

Quando terminávamos de colocar todos os valores, íamos realizando a leitura a partir de tudo aquilo que estava escrito. E, para somar, Seu Assis ia brincando com os números (somando) e tirando para “fora” desse resultado esse tal de “noves”. Seus cálculos eram tão rápidos que nossos olhos quase não acompanhavam como ele conseguia somar seus números e conseguir tirar os “noves” do início até o fim. Para minha pouca idade, foi algo que me marcou até os dias de hoje.

E como falei anteriormente, era sonho de painho ver seus filhos na Universidade. Ele também queria que eu tivesse ido para a Marinha do Brasil, mas o sonho não daria muito certo, pois eu não sei nadar. Então, voltei para os estudos. E a decisão de cursar Matemática veio meses após seu falecimento (setembro de 2010), pois só consegui entrar no curso de Matemática quase um ano após sua partida. Assim, entrei no curso que se iniciou no dia 1 de agosto de 2011, na sala B202 do Centro de Ciências e Tecnologia (CCT) da UEPB – Campus I – Campina Grande/PB. No curso de Matemática, na UEPB, o mundo acadêmico foi se tornando algo que brilhava em meus olhos. Ao participar de eventos (IV Encontro de Matemática Pura e Aplicada – EMPA – da UEPB, I Encontro Nacional de Educação, Ciência e Tecnologia – ENECT – da UEPB, 2ª Produção Artística de Matemática – Laboratório de Materiais Didáticos de Ensino de Matemática – PAM-LAMADEM – da Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, III Encontro de Estatística da UFCG, VII Semana da Matemática da UFCG, 1º Congresso Universitário da UEPB), eu passava pelas exposições de

[11] Mininos é uma forma carinhosa e informal que meu pai usava para se referir a seus filhos. O termo pode ser uma variação regional ou pessoal de meninos, usado por meu pai para expressar afeto ou familiaridade ao se dirigir aos filhos.

pôsteres e sempre ficava pensando como era que se escrevia daquela forma, pois eu não sabia como o mundo da escrita acadêmica de artigos científicos funcionava e como se fazia para pensar em estruturar artigos ou pôsteres como aqueles que eu visualizava nos eventos. E foi no ano de 2014 que as coisas começaram a mudar, pois consegui entrar no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Meses após, também, passei em uma Monitoria de Laboratório no Ensino de Matemática I.

O PIBID foi de extrema importância para minha vida acadêmica, pois auxiliou-me na leitura e escrita de artigos científicos, análise de livros didáticos, aplicação de jogos, oficinais e minicursos. Toda essa experiência, no PIBID, serviu como base para meu trabalho de conclusão de curso (TCC), em que realizei um estudo sobre as contribuições da calculadora no processo de ensino e aprendizagem da Matemática (Soares, 2016). Na época, eu tinha pensado nessa temática, pois, em minha formação superior no curso de Matemática, os contatos que tive com a calculadora aconteceram apenas para verificar e utilizar as funções da calculadora para o cálculo nas disciplinas de Física Geral I e II, e Introdução a Probabilidade (Estatística). Foi então que passei a sentir interesse pela utilização da calculadora em sala de aula, tendo em vista que ela não havia sido utilizada em nenhum momento pelos componentes curriculares referentes à Matemática.

Nesse sentido, eu queria descobrir novas metodologias de forma que pudesse inserir esses recursos tecnológicos em sala de aula, como uma alternativa para o ensino e aprendizagem dos alunos, tendo em vista que o uso desses recursos em sala de aula pode auxiliar no desenvolvimento cognitivo dos alunos, permitindo a eles fazer novas abordagens dentro da Matemática.

Em Soares (2016) investiguei as contribuições do uso da calculadora para o ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula do Ensino Médio. A metodologia utilizada foi composta de duas partes. Primeiramente, realizei alguns encontros com os professores, onde atuei como observador participante, interagindo com os sujeitos pesquisados, vivenciando e participando de suas realidades. Ao mesmo tempo, selecionei e analisei livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, na perspectiva de uso da calculadora, que era meu objeto de estudo. Na segunda parte, apliquei um questionário para conhecer indícios das concepções dos professores sobre o uso da calculadora em sala de aula.

Por eu ter tirado nota máxima em meu TCC, e pela qualidade do texto que apresentei, fui orientado e incentivado a subir mais um degrau em minha vida acadêmica: o mestrado! Naquele mesmo ano, cursei duas disciplinas como aluno especial: Tópicos em Ensino de

Matemática e Tópicos de Geometria, ambas ministradas pelo professor Dr. José Joelson Pimentel de Almeida.

Ao cursar essas disciplinas, elas ampliaram meu interesse pelo estudo, mais aprofundado, do uso da calculadora no contexto do livro didático de Matemática, e, com base nisso, submeti um projeto para participar da seleção do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da UEPB. Passadas as etapas, enfim, fui aprovado no mestrado acadêmico em terceiro lugar! Ao entrar em meu primeiro mestrado, antes de iniciar minha pesquisa, fui desafiado a pensar em um conceito ou ideia nova que fosse diferente daquilo que, inicialmente, eu estava propondo a realizar, que seria uma continuação dos estudos de Soares (2016). Nunca irei esquecer das palavras ditas pelo meu orientador, ao visualizar o projeto que eu tinha sido aprovado naquela seleção. Com os rascunhos em mãos, meu orientador disse: “você tem capacidade de pensar em uma nova pesquisa diferente de outras pesquisas que vemos por aí”.

Mas, ao questionar o que seria uma pesquisa diferente de outras que víamos por aí, o meu orientador respondeu, na época, não sei o que é, mas é você que tem que descobrir. Intrigado com esta questão enigmática, que me lembra o sábio Mestre Yoda[12] de Star Wars[13], embarquei em um trem imaginário na busca para identificar um tema original e único que fosse diferente de outras pesquisas que vemos por aí.

Em minha passagem pelo mestrado acadêmico, que se iniciou em 2017, gostaria de destacar três pontos que considero importantes. O primeiro é que tive a grata e abençoada surpresa de ser convidado a integrar o Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa Político-Pedagógico (LEEMAT[14]). Nesse grupo, em nossas reuniões, fiquei maravilhado com as qualidades de discussões que versam sobre o uso dos processos simbólicos no ensino de Matemática.

A segunda foi a minha participação, em 2018, no II Festival de Vídeos Digitais em Educação Matemática, promovido pelo Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM[15]) da Universidade Estadual Paulista (UNESP) de Rio Claro/SP. Nesse festival, o meu vídeo “O Uso de Formas Geométricas na Imagem

[12] *Yoda* é um personagem fictício no universo de *Star Wars*, criado por George Lucas. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Yoda. Acesso em: 25 set. 2023.

[13] Guerra nas Estrelas (*Star Wars*) é uma franquia do tipo *space opera* estadunidense criada pelo cineasta George Lucas, que conta com uma série de nove filmes de fantasia científica e dois *spin-offs*. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Star_Wars. Acesso em: 25 set. 2023.

[14] Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa Político-Pedagógico (LEEMAT). Disponível em: http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/2056465554689409. Acesso em: 25 set. 2023.

[15] Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM). Disponível em: https://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem. Acesso em: 25 set. 2023.

Fotográfica[16]" ganhou duas medalhas na categoria "Outros", sendo: uma medalha na modalidade "Júri Popular" (como o vídeo mais curtido) e outra medalha entre os seis finalistas que também estavam competindo na categoria e que foram julgados pelos jurados do festival, premiando o meu vídeo como melhor Narrativa/Roteiro Nacional.

E, por último, ter contribuído, para o LEEMAT, com a criação do Festival de Matemática, Arte e Literatura (FEMAL)[17], que, em 2023, devido a sua grande amplitude e relevância no mundo da Educação Matemática, passou a se chamar, em sua segunda edição, Festival Latino-Americano de Matemática, Arte e Literatura[18].

Mas, voltando a refletir sobre algo ou alguma *coisa* que fosse diferente de outras pesquisas que víamos por aí, fui surpreendido quando encontrei uma imagem virtual[19][20], que tinha sido postada em uma página no *Facebook*, de um desafio matemático em que os usuários eram desafiados para saber a resposta da imagem que possuía estruturas simbólicas. Foi aí que encontrei o *corpus* de minha investigação (Soares, 2019), que apresentou como tema o uso da imagem virtual e, como objetivo geral, propusemos analisar a imagem virtual como forma de contribuir para o processo de produção de significados em aulas de Matemática, considerando seu possível papel didático no âmbito da contextualização desse componente curricular e da articulação entre a semiótica, a visualização matemática e o pensamento matemático.

Dessa forma, para entendermos sobre os processos de abstração e formulação de

[16] 88 - Outros - O Uso de Formas Geométricas na Imagem Fotográfica. Tema: Geometria, figuras geométricas, formas geométricas, Matemática na História, Matemática na Arte. Vídeo produzido por mestrando do PPGECEM/UEPB, em Campina Grande - PB. Descrição do autor: "A mensagem que quero passar no vídeo é que a nossa mente humana é capaz de perceber formas geométricas nas coisas do nosso dia a dia, principalmente, aquelas que vemos todos os dias e, como não temos um olhar alfabetizado, acabamos não visualizando a composição de formas geométricas, relacionando-a com a Matemática. Dessa forma, como o vídeo mostra, nesses espaços, podemos encontrar elementos que possibilitem estabelecer uma relação com a geometria". Disponível em: https://youtu.be/qIk7Bdk4iKg. Acesso em: 3 set. 2023.

[17] O Festival é uma iniciativa do Grupo de Pesquisa Leitura e Escrita em Educação Matemática (LEEMAT) da UEPB, que celebrou cinco anos em 2018. O evento reuniu os membros do Grupo, além de mestrandos, professores e graduandos, que debateram temáticas relacionadas à atividade. Tendo como ponto de partida a leitura e escrita, foram levantadas questões como a linguagem Matemática, produção de significados em aulas de Matemática, inclusive na formação de docentes, no âmbito escolar e na universidade, possibilitando a socialização de pesquisas e de relatos de experiências. Disponível em: https://centros.uepb.edu.br/cct/2018/12/10/1-encontro-de-leitura-e-escrita-em-educacao-matematica-ocorre-sexta-feira-e-segue-com-inscricoes-abertas/. Acesso em: 3 set. 2023.

[18] Festival Latino-Americano de Matemática, Arte e Literatura. Disponível em: https://femalamericalatina.wixsite.com/femal. Acesso em: 11 ago. 2024.

[19] Segundo Parente 2007, citado por Soares e Almeida (2023), imagens virtuais são imagens que não representam o real, mas simulam uma realidade a partir de modelos numéricos (algoritmos) de representação. As imagens virtuais são aproximações visuais que nos permitem sempre atualizá-las a partir de seus modelos virtuais, mudando apenas a forma como a imagem vai representar esse modelo.

[20] Ver: https://www.facebook.com/matematicario/photos/a.445434122138898.121494.225853167430329/2079404272075200/. Acesso em: 23 ago. 2023.

símbolos visuais nessas imagens virtuais em nossa mente, refletimos sobre o campo da visualização matemática e do processo de formação do pensamento matemático, ambos sendo articulados à semiótica de Peirce (2005). Sentimos essa necessidade, pois, para concretizarmos a leitura dessas imagens virtuais, tem-se que atender à percepção do que a imagem representa, à forma como identificamos os elementos que compõem visualmente essas imagens e à interpretação do que elas significam (Soares, 2019).

Após termos entendido como ocorrem esses objetos matemáticos e como eles podem ser visualizados, ressignificados e interpretados, percebemos que, nas imagens que foram catalogadas e analisadas, essas possuíam vários tipos de registros nas mais diversas atividades matemáticas. Acreditamos que, do ponto de vista pedagógico, a capacidade do leitor de aprender e dominar conceitos matemáticos através de imagens virtuais é resultado direto de objetivos claramente definidos durante a fase de planejamento.

À medida que o leitor se envolve com atividades matemáticas apresentadas por meio de imagens virtuais, essas podem auxiliar na visualização e compreensão de diversas linguagens matemáticas. Ao traduzirem a linguagem visual da imagem para outra linguagem, estabelece uma conexão entre os símbolos utilizados na estrutura da imagem e a interpretação do objeto matemático. Essas interpretações são então caracterizadas como representações simbólicas. Dessa forma, torna-se claro que há a possibilidade de investigar as diversas formas de representações semióticas geradas por meio do uso de imagens virtuais, sendo que essas representações resultam na criação de registros de representação (Soares, 2019).

Outro ponto que nos chamou a atenção nessas imagens virtuais, em especial, as imagens que possuem desafios simbólicos matemáticos, são as várias interações que existem nos comentários de redes sociais, com os leitores tentando responder por meio de diversas formas de linguagens.

Nossa investigação também visou compreender como atividades matemáticas em estruturas de imagens virtuais alcançam sucesso nas redes sociais. Por meio de nossa pesquisa, observamos que os leitores se envolvem em um processo que vai da visualização à interpretação das representações semióticas a partir de recursos imagéticos. Este processo leva a construção de objetos matemáticos, juntamente com inúmeras explicações e notas detalhadas em nosso texto.

As páginas do *Facebook* fornecem uma plataforma para os leitores interagirem com imagens virtuais selecionadas, que podem ser criadas pelos administradores da página ou postadas pelos leitores na seção de comentários. Essas imagens, principalmente as que possuem atividades matemáticas, servem como objetos de reflexão matemática e podem contribuir para o desenvolvimento do conhecimento nesta área.

Dessa forma, ficamos pensativos sobre como atividades matemáticas, que podem estar em estruturas imagéticas, auxiliam os leitores em seus processos de produção de significados, a partir da relação dialética desses ao resolver esses desafios ou atividades matemáticas.

Foi aí que encontramos o *corpus* de minha segunda investigação (Soares, 2022), que apresentou como tema atividades matemáticas. Como queríamos analisar atividades matemáticas, procuramos em cartilhas, sequências didáticas, ou em outros materiais, atividades matemáticas para podermos realizar nossa pesquisa. Escolhemos trabalhar com as atividades que foram codificadas em Produtos Técnico-Tecnológicos (PTT). Por sermos membros do LEEMAT, nos propusemos a analisar as potencialidades de PTT do LEEMAT na produção de significados em Matemática. De forma específica, discutimos sobre a construção de objetos matemáticos nas atividades matemáticas presentes nos PTT. Para isso, situamos os PTT na perspectiva da semiótica de Duval (2008, 2009, 2011, 2017) que versa sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

Ao refletirmos sobre as atividades matemáticas presentes nos PTT, pudemos inferir que as estruturas simbólicas empregadas nessas atividades auxiliaram na compreensão das potenciais representações semióticas e na criação de objetos matemáticos pelos alunos. As anotações que fizemos nessas atividades revelaram-se fundamentais em nosso processo de reflexão sobre a construção de significados matemáticos dentro do PTT.

Outro ponto que ressaltamos refere-se às potenciais mudanças que um aluno pode realizar para alcançar a compreensão do que foi visualizado, tais como iniciar o processo de objetivação, converter sistemas para formatos semióticos diversos ou ajustar o tratamento desse formato. Como sugere Duval (2008), essas atividades são importantes para a compreensão e realizar operações matemáticas. Sem utilizar esses meios, os alunos podem encontrar obstáculos no aprendizado da Matemática (Soares, 2022).

Depois de ir ao passado, fomos trilhando de volta para o futuro, que é aí que chegamos na nossa pesquisa atual, que tem como tema a semiótica e a linguística no ensino de matemática. Como falamos anteriormente, nosso interesse nessa temática surgiu a partir dos estudos de Soares (2019, 2022) e durante a disciplina intitulada *História e Filosofia das Ciências e da Matemática*, inicialmente lecionada pelo professor Dr. John Andrew Fossa, no PPGECEM-UEPB. As discussões ocorridas nessa disciplina ampliaram nosso interesse pelo estudo da semiótica e da linguística.

Durante as aulas, discutimos vários estudos sobre como a Matemática se desenvolveu com o passar dos anos, desde as fontes mais antigas que foram encontradas e estudadas, como também nas culturas das tribos, de várias maneiras e formas, com sistemas numéricos e Geometria. Ao refletirmos sobre os primeiros apontamentos referentes ao surgimento da escrita, a partir do período Paleolítico Superior, Grattan-Guinness (1997), um dos autores estudados na disciplina, afirma sobre a importância do signo, como também das diferenças entre signos, em especial nos entalhes dos ossos que eram utilizados para registros. Também afirma que isso pode ter proporcionado o surgimento precoce da semiótica e, eventualmente, a teoria sobre os signos.

Dessa forma, por termos refletido sobre esses apontamentos de Grattan-Guinness (1997), e como somos membros do LEEMAT e buscamos "problematizar questões relativas à leitura e escrita em Educação Matemática, mormente aquelas concernentes à linguagem matemática, à produção de significados em aulas de Matemática" (Almeida; Soares, 2021, p. 234), acreditamos que essas reflexões podem nos auxiliar sobre os processos que envolvem os signos na linguística e na semiótica, em especial, nas práticas que compreendem a produção de significados matemáticos.

1.3 Justificativa

Nesse contexto, que citamos na seção anterior, justificamos nossa pesquisa considerando vários aspectos, dentre eles destacamos: o social, o político, o pedagógico e o matemático. Do ponto de vista social, acreditamos que um trabalho que envolva um estudo sobre o uso de processos sígnicos para a produção de significados matemáticos pode ser muito bem visto, pois, como sabemos, desde a antiguidade, percebe-se a importância das teorias dos signos para o desenvolvimento dos processos cognitivos nos seres humanos.

Em relação ao aspecto político, percebemos que na sociedade contemporânea, a formação de cidadãos depende fortemente do uso de imagens, do avanço científico, da tecnologia. Como resultado, tornou-se imperativo possuir habilidades em interpretação de signos (visuais e não visuais), que permitam aos indivíduos interpretar e contextualizar o significado desses processos sígnicos em vários campos, como história, política e educação. Este conjunto de competências não só promove a capacidade de compreender e analisar signos (visuais e não visuais), mas também aprimora as competências, habilidades e a prática matemática, contribuindo, em última análise, para o desenvolvimento da cidadania.

No que se refere ao aspecto pedagógico, em relação aos processos de ensino e aprendizagem, entendemos que o uso de processos sígnicos para a produção de significados matemáticos pode exercer um papel importante. Em nossa sociedade atual, estamos constantemente rodeados de meios de comunicação visuais e a ampla disponibilidade da *internet* significa que nos habituamos a visualizar a partir da informação textual e visual. Portanto, refletir sobre os meios que envolvem os processos sígnicos em salas de aula pode ser uma abordagem pedagógica importante para envolver os alunos que cresceram em um ambiente digital e visual. Por exemplo, os livros escolares digitais estão cada vez mais incorporando recursos visuais para aprimorar as competências de literacia visual dos alunos. Isso, por sua vez, pode fortalecer sua capacidade geral de desenvolver o pensamento crítico e aprender de forma eficaz ao longo da vida.

Quanto ao aspecto matemático, após analisarmos alguns *proceedings*, que utilizamos em nossas análises e que detalharemos mais adiante, torna-se evidente que a linguística e a semiótica, empregadas por professores e pesquisadores, podem auxiliar na adoção de novas abordagens e perspectivas em relação a conceitos matemáticos específicos.

Dessa forma, esses meios podem incentivar tais sujeitos a refletirem abordagens inovadoras em Matemática, desenvolvendo suas habilidades cognitivas para pensamento crítico, resolução de problemas, raciocínio lógico e desafios que exigem o aprimoramento do pensamento matemático. Assim, é possível melhorar a experiência de aprendizagem, permitindo que esses sujeitos construam uma base matemática sólida e adquiram a competência para comunicar e raciocinar matematicamente com maior habilidade.

Ao pensarmos em nosso estudo, percebemos que é único devido ao fato de pensarmos sobre o uso de signos linguísticos e semióticos como ferramentas potenciais para o ensino de Matemática. Entendemos, também, que este estudo interliga conceitos da linguística, da semiótica e da linguagem matemática no contexto da Educação Matemática. A abordagem adotada propõe uma nova perspectiva para o campo, pois, com o avanço da tecnologia moderna, é possível criar uma forma inovadora de realidade que se alinha com os métodos atuais de ensino e compreensão da Matemática.

É importante notar que nossa pesquisa contribui para uma quantidade limitada de literatura, que busca conectar a linguística e a semiótica no contexto da Educação Matemática. Esta conexão representa uma nova perspectiva que visa compreender os signos linguísticos e semióticos[21] no ensino da Matemática através da criação de representações sígnicas e raciocínio matemático.

1.4 Questões norteadoras e objetivos

Diante do que foi exposto, surgem as seguintes indagações: como as teorias dos signos de Saussure e Peirce se manifestam nos *International Congress on Mathematical Education* (ICMEs)[22]? Quais as tendências e metodologias de ensino norteiam as pesquisas nos ICMEs e como elas podem ser associadas às teorias sígnicas aplicadas ao ensino de Matemática?

Com base nessas considerações, podemos delinear o objetivo geral de nossa pesquisa: compreender como a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce nos *International Congress on Mathematical Education* (ICMEs) trazendo contribuições e implicações para as práticas que envolvem a produção de significados matemáticos.

Na perspectiva de alcançarmos nosso objetivo geral, destacamos:

a) situar as teorias dos signos de Saussure e Peirce na perspectiva da Educação Matemática, destacando as diferenças e semelhanças em suas abordagens;

b) sistematizar os *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* que relacionem e articulem a linguística e a semiótica na Educação Matemática;

c) identificar as palavras-chave, os principais temas de pesquisa, tendências e metodologias de ensino que norteiam as pesquisas nos ICMEs, a fim de analisar esses contextos como possibilidades para as práticas que envolvem a produção de significados matemáticos;

d) investigar como os signos semióticos e linguísticos podem ser aplicadas no ensino de Matemática para melhorar a compreensão e a comunicação de conceitos matemáticos em diferentes níveis educacionais;

e) analisar as contribuições dos signos (linguísticos e semióticos), apresentadas nos trabalhos analisados, nos processos de produção de significados no ensino de Matemática.

---

[21] Em nosso texto, resolvemos utilizar os termos signos linguísticos e signos semióticos para distinguir as teorias dos signos de Saussure e Peirce, respectivamente. Como ambos os teóricos também versam sobre estudos sígnicos, acreditamos que essa denominação poderá nos auxiliar a entender como esses processos ocorrem à percepção e à mente.

[22] Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME).

1.5 Estrutura do trabalho

O nosso trabalho está estruturado em seções e, além desta apresentação da temática, está dividido por partes ao serem estabelecidos critérios lógicos de desenvolvimento para uma leitura fluida.

Na primeira parte, falamos brevemente sobre o surgimento e fortalecimento da Educação Matemática no Brasil e no mundo. Depois, nesse meio, falamos sobre os ICMEs, desde seu surgimento até a sua edição de 2021. Em seguida, realizamos uma revisão de literatura para identificarmos trabalhos similares ao nosso.

Em uma segunda parte, abordamos sobre as teorias dos signos de Saussure e Peirce, e como os processos sígnicos podem se apresentar à percepção e a nossa mente a partir dos estudos desses autores.

Na sequência, apresentamos os caminhos metodológicos que percorremos para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Depois, são apresentadas algumas reflexões sobre resultados de nossa pesquisa, destacando como a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce nos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* dos ICMEs, e de que forma essas reflexões podem trazer contribuições e implicações para as práticas que envolvem a produção de significados matemáticos.

Em seguida, foi realizado o cruzamento de todos os estudos catalogados e analisados a partir das teorias dos signos de Saussure e de Peirce. Ao final, discutimos como os signos semióticos de Peirce (signos peirceanos) podem visualizar os signos linguísticos de Saussure (signos saussurianos).

E, após o cruzamento dos dados, temos algumas considerações finais da pesquisa e apontamentos para possíveis perspectivas de pesquisas futuras.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, ICMEs, REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção, apresentamos um breve histórico sobre alguns caminhos que foram percorridos para o fortalecimento da Educação Matemática como campo de pesquisa. Falamos sobre os passos iniciais do ICME. E, por fim, expomos uma revisão da literatura sobre pesquisas que trabalhem com a linguística e a semiótica na Educação Matemática.

2.1 Educação Matemática como área de estudo

> Contei essa história para que ela lhe sirva de inspiração, pois, não importa quanto seus sonhos pareçam ambiciosos, você *pode* recebê-los por meio da gratidão. Além disso, ser grato traz uma alegria e uma felicidade que você nunca sentiu antes, e isso não tem preço. [...] Então agora é a sua vez de usar o poder mágico da gratidão para fazer seus próprios desejos se realizarem diante dos seus olhos. No começo do dia, pegue a lista dos seus dez principais desejos. Leia cada frase e desejo descrito nela e, durante um minuto, imagine que já recebeu o que deseja ou visualize a si mesmo recebendo-o. Sinta o máximo de gratidão possível, como se o tivesse em suas mãos neste exato momento. [...] Se quiser que seus desejos se realizem mais depressa, recomendo enfaticamente que carregue sua lista em sua carteira ou bolsa de hoje em diante. Sempre que tiver uma oportunidade, abra-a, releia-a e sinta-se o mais grato possível por cada um dos itens listados. Quando seus desejos surgirem diante dos seus olhos, risque-os da lista e acrescente outros. Se você for como eu, a cada vez que riscar um desejo da sua lista você estará chorando de alegria, pois o que parecia impossível se tornou possível graças ao poder mágico da gratidão (Byrne, 2014, pp. 137-138).

O campo de investigação em Educação Matemática continua a florescer, emergindo de preocupações a partir da concepção da expansão do ensino da Matemática no Brasil, a partir do início da década de 1950. Com o passar dos anos, e com o crescente número de pesquisadores e pesquisas em Educação Matemática no país, surgiram oportunidades que possibilitaram a construção de meios para a divulgação de pesquisas para a comunidade acadêmica dentro e fora do Brasil.

Educadores matemáticos eram encorajados a pensar sobre uma concepção mais ampla da Matemática, que visasse ao bem-estar humano, como também abrir possibilidades de compartilhar, colaborar e planejar pesquisas. Nesse sentido, D’Ambrósio (2013) argumenta que, como educadores matemáticos, influenciamos as gerações que irão supervisionar os assuntos do futuro. Logo, é nossa responsabilidade prepará-los para moldar uma nova civilização, na qual a justiça social e a paz com dignidade sejam privilegiadas.

Nessa mesma direção, Miguel *et al.* (2004) acrescentam que devemos estar cientes das problemáticas e de todas as questões levantadas em uma pesquisa. Embora essas considerações sejam dirigidas principalmente aos educadores matemáticos, um dos grandes desafios é reconhecer novas ideias em Matemática e desenvolver métodos para auxiliar no desenvolvimento de pesquisas em todos os níveis de Educação.

Com base nisso, pode surgir a seguinte indagação: como foi o surgimento da Educação Matemática como campo científico e profissional? É com base nessa indagação que falamos brevemente sobre esse contexto.

Em seu texto, Miguel *et al.* (2004) versam sobre alguns aspectos históricos e dialogam com a visão de Ubiratan D'Ambrósio para tentar compreender a Educação Matemática como disciplina.

> Embora já se identifiquem na antiguidade preocupações com o ensino da matemática, particularmente na *República VII*, de Platão, é na Idade Média, no Renascimento e nos primeiros tempos da Idade Moderna que essas preocupações são melhor focalizadas. De especial interesse para o Brasil é o enfoque dado por Luis Antonio Verney ao ensino da matemática no *Verdadeiro método de estudar*, de 1746. Mas é somente a partir das três grandes revoluções da modernidade – a Revolução Industrial (1767), a Revolução Americana (1776) e a Revolução Francesa (1789) – que as preocupações com a educação matemática da juventude começam a tomar corpo. A identificação da educação matemática como uma área prioritária na educação ocorre na transição do século XIX para o século XX. Os passos que abrem essa nova área de pesquisa são devidos a John Dewey (1859-1952), ao propor em 1895, em seu livro *Psicologia do número*, uma reação contra o formalismo e uma relação não tensa, mas cooperativa, entre aluno e professor, e uma integração entre todas as disciplinas (Miguel *et al.*, 2004, p. 71, grifos dos autores).

A partir dessa citação de Miguel *et al.* (2004), entendemos que os autores destacaram a evolução histórica do ensino da Matemática, ressaltando que, apesar de já existir preocupação com o ensino matemático desde a antiguidade, foi apenas a partir das revoluções industrial, americana e francesa que a Educação Matemática começou a se consolidar como uma área prioritária.

Miguel *et al.* (2004) ainda explanam que, no Brasil, a obra de Luis Antonio Verney, no século XVIII, é mencionada como uma referência importante. No entanto, foi com John Dewey, no final do século XIX, que surgiram as bases da Educação Matemática moderna, ao propor uma abordagem mais integrada e colaborativa entre aluno e professor, rompendo com o formalismo predominante. Ainda segundo Miguel *et al.* (2004), essa evolução histórica foi fundamental para o surgimento da Educação Matemática como uma área de pesquisa autônoma e relevante.

Fiorentini e Lorenzato (2009) destacam alguns pontos que podem ser discutidos sobre o surgimento da Educação Matemática como campo profissional e científico. Segundo esses autores,

> O primeiro é atribuído à preocupação dos próprios matemáticos e de professores de matemática sobre a qualidade da divulgação/socialização das ideias matemáticas às novas gerações. Essa preocupação dizia respeito tanto à melhoria de suas aulas quanto à atualização/modernização do currículo escolar da matemática. [...] A matemática foi a primeira das disciplinas escolares a deflagrar um movimento internacional de reformulação curricular. Esse movimento aconteceu a partir da Alemanha, no início do século XX, sob a liderança do matemático Felix Klein. O segundo fato é atribuído à iniciativa das universidades europeias, no final do século XIX, em promover institucionalmente a formação de professores secundários. Isso contribuiu para o surgimento de especialistas universitários em ensino de matemática. O terceiro fato diz respeito aos estudos experimentais realizados por psicólogos americanos e europeus, desde o início do século XX, sobre o modo como as crianças aprendiam a matemática (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 6).

Também em seu texto, Miguel *et al.* (2004) ainda falam sobre alguns aspectos históricos do surgimento e estruturação da pesquisa em Educação Matemática nos EUA e no Brasil. Segundo os autores,

> Em 1901, durante uma reunião da British Association em Glagow, o cientista John Perry diz ser imensamente importante considerar que a adoção de um método de ensino elementar deve satisfazer um jovem, entre mil, que gosta de raciocínio abstrato, mas que é igualmente importante que os demais não sejam prejudicados. E lamenta o conflito que começa a se notar entre matemáticos e educadores, ao dizer que é o matemático quem decide que assuntos devem ser ensinados nas escolas para os cientistas e os engenheiros, e que é ele mesmo, o matemático, que forma os professores para esse ensino. A crise e os conflitos de opinião sobre as reformas na educação estimulam pesquisadores matemáticos de importância, alguns provavelmente preocupados com a educação dos filhos, a se interessarem pelo ensino da matemática. É o caso do casal de ingleses Grace C. Young (1868-1944) e William H. Young (1879-1932), que no livro *Beginner's book of geometry*, publicado em 1904, propõe trabalhos manuais, ou seja, o concreto auxiliando o ensino da geometria abstrata. Seus filhos tornaram-se grandes matemáticos. O respeitadíssimo matemático americano Eliakim H. Moore (1862-1932) resolve escrever sobre educação e, num artigo de 1902, propõe um novo programa, incluindo um sistema de instrução integrada em matemática e física, baseado em um laboratório permanente, cujos principais objetivos são desenvolver ao máximo o verdadeiro espírito de pesquisa, conduzindo à apreciação, tanto prática como teórica, dos métodos fundamentais da ciência (Miguel *et al.*, 2004, p. 71, grifos dos autores).

Ainda no início do século XX, ocorreu o estabelecimento da Educação Matemática como disciplina. Esse feito se deve muito às contribuições de Felix Klein (1849-1925), um renomado matemático alemão. Klein publicou um livro inovador, intitulado *Matemática elementar de um ponto de vista avançado*, em 1908. Ele argumentou que a Educação Matemática nas escolas deveria ser baseada mais na Psicologia do que em princípios sistemáticos (Miguel *et al.*, 2004).

Segundo Schubring (2022), Klein acreditava que os professores deveriam ser diplomatas, levando em consideração os processos psicológicos do aluno para captar seu interesse. Ele enfatizou que apresentar informações de uma forma intuitivamente compreensível é a chave para o sucesso. A *Internacional Commission of Mathematics Instruction* (ICMI)[23], fundada durante o Congresso Internacional de Matemáticos de 1908 em Roma, como veremos na próxima seção, solidificou a Educação Matemática como uma subárea interdisciplinar da Matemática e da Educação. Felix Klein desempenhou um papel crucial na liderança da comissão, também conhecida como IMUK/ICMI.

Na virada do século 20, a Educação passou por uma transformação marcada por movimentos sociais, novos *insights* sobre a Psicologia e avanços na análise estatística. Essa mudança gerou um aumento nas pesquisas no campo da Educação. Em 1916, foi fundada a *American Educational Research Association* (AERA)[24], refletindo o crescente interesse pela educação nos Estados Unidos (Schubring, 2022).

Ainda segundo Schubring (2022), após a criação do IMUK/ICMI no Congresso Internacional de Matemáticos de 1908, em Roma, a procura de um espaço apropriado para a Educação Matemática tornou-se mais proeminente. Embora a *American Mathematical Society* (AMS)[25] e a *Mathematical Association of America* (MAA)[26], fundadas em 1894 e 1915, respectivamente, tivessem alguma preocupação com a Educação Matemática, os interesses e sugestões dos professores de Matemática, particularmente aqueles que trabalham em ambientes pré-escolares e universitários, recebiam pouca atenção dessas sociedades.

Schubring (2022) ainda afirma que, em 1920, os professores de Matemática procuravam um espaço adequado onde pudessem refletir sobre as suas preocupações, discutir propostas e partilhar os seus interesses. Isso levou à criação do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM)[27]. A pesquisa não era uma prioridade para o NCTM; no entanto, a

[23] Comissão Internacional de Instrução em Matemática (ICMI).
[24] Associação Americana de Pesquisa Educacional (AERA).
[25] Sociedade Americana de Matemática (AMS).
[26] Associação Matemática da América (MAA).
[27] Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM).

investigação em Educação Matemática estava a ganhar impulso no mundo acadêmico (Miguel *et al.*, 2004).

Apesar disso, poucos pesquisadores compareceram às reuniões anuais do NCTM, que contaram com uma presença mais significativa de autores de livros didáticos. Alguns destes autores eram investigadores proeminentes em Educação Matemática, mas a sua participação nestas reuniões serviu a outro propósito. As reuniões do NCTM, AMS e MAA não proporcionaram um ambiente acolhedor para os investigadores em Educação Matemática, enquanto as reuniões da AERA ofereceram um ambiente adequado para a investigação avançada, que se tornava cada vez mais importante a essa altura (Miguel *et al.*, 2004).

Fiorentini e Lorenzato (2009) destacam que, durante as décadas de 1950 e 1960, o Movimento da Matemática Moderna foi um ponto significativo para a investigação internacional em Educação Matemática. Este movimento surgiu devido a dois fatores principais: a Guerra Fria entre a Rússia e os Estados Unidos, e o reconhecimento de uma disparidade considerável entre o avanço científico e tecnológico e o currículo escolar após a Segunda Guerra Mundial. Em resposta, vários grupos de pesquisa foram formados, compostos por matemáticos, educadores e psicólogos.

A Sociedade Americana de Matemática, por exemplo, concentrou a sua atenção no desenvolvimento de um novo currículo escolar de Matemática em 1958. Um dos grupos mais influentes foi o *School Mathematics Study Group* (SMSG)[28], que ganhou força ao publicar livros didáticos e promover ideias modernistas em todo o mundo, incluindo o Brasil, como observa D'Ambrosio[29] (1987).

Em 1959, a Organização Europeia de Cooperação Econômica organizou um colóquio em Royaumont que se revelou um passo decisivo. Foi durante este evento que Jean Dieudonné, renomado matemático e líder do grupo Bourbaki, gritou a frase "À bas Euclide" que mais tarde foi mal interpretada. Isso marcou o início do movimento da Matemática Moderna. O volume de projetos aumentou tão rapidamente que um centro de referência, o *International Clearinghouse on Science and Mathematics Curricular Development*, foi criado, em 1963, por J. David Lockard em Maryland (Schubring, 2022).

Schubring (2022) menciona que o ICME 1 ocorreu em Lyon, França, em 1969. Três anos depois, o ICME 2 foi realizado em Exeter e, posteriormente, um ICME foi realizado a cada quatro anos. Os congressos reúnem investigadores em Educação Matemática de várias

[28] Grupo de Estudo de Matemática Escolar (SMSG).
[29] D'AMBROSIO, Beatriz Silva. **The Dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for brazilian mathematics education**. 1987. Thesis (Doctor Philosophy). Indiana University, EUA, 1987.

partes do mundo e são organizados pelo ICMI, uma das comissões de peritos da *International Mathematics Union* (IMU)[30]. É importante ressaltar que os ICMEs ocorrem dois anos após o *International Congress of Mathematicians* (ICM)[31].

Ainda falando sobre o surgimento da Educação Matemática, é importante destacar que,

> O surgimento da EM no Brasil, como mostraremos mais adiante, também teve início a partir do MMM, mais precisamente no final dos anos de 1970 e durante a década de 1980. É nesse período que surge a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e os primeiros programas de pós-graduação em EM. O banco de dissertações/teses em EM organizado pelo Centro de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPEM) da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE-UNIcaMP) — com um acervo que, em 2005, já ultrapassava a cifra de mil estudos traduzidos em dissertações/teses de mestrado ou doutorado — dá uma amostra bastante real da vitalidade da produção científica brasileira em EM. Podemos afirmar que, no início do século XXI, havia no Brasil uma comunidade de educadores matemáticos que contava com uma associação própria (SBEM) congregando cerca de 12 mil associados. Nesse período, podemos verificar a existência, no Brasil, de quase duas dezenas de programas *stricto sensu* de pós-graduação que formam pesquisadores em EM (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 7).

O *objeto* de estudo da Educação Matemática ainda está em desenvolvimento, mas trata em grande parte das complexas conexões e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático dentro de um determinado contexto sociocultural. Embora certas investigações possam dar maior ênfase a um destes elementos ou relações, os outros componentes não podem ser completamente desconsiderados. Por exemplo, se o foco for o ensino, o investigador deve reconhecer que se trata do ensino da Matemática, o que só tem sentido quando se considera os alunos como entidades sociais. Além disso, isto não implica que o estudo deva envolver apenas trabalho de campo prático; também pode envolver pesquisas teóricas, históricas ou bibliográficas.

Ainda em relação a Educação Matemática, quanto aos *objetivos* da investigação, Fiorentini e Lorenzato (2009) afirmam que,

> [...] estes são múltiplos e difíceis de serem categorizados, pois variam de acordo com cada problema ou questão de investigação. Poderíamos, entretanto, afirmar que, por um espectro amplo e não imediato, existiriam dois objetivos básicos: um, de *natureza pragmática*, que tem em vista a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática; outro, de cunho *científico*, que tem em vista o desenvolvimento da EM como campo

[30] União Internacional de Matemática (IMU).
[31] Congresso Internacional de Matemáticos (ICM).

> de investigação e de produção de conhecimentos (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 10).

A partir dessa citação, que versou sobre as vertentes pragmática e científica, entendemos que a Educação Matemática vai além de ser um campo profissional, sendo também uma área de conhecimento, ou seja, a Educação Matemática é tanto "uma área da pesquisa teórica quanto uma área de atuação prática, além de ser, ao mesmo tempo, ciência, arte e prática social" (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 12).

Se formos observar a história da Educação Matemática, enquanto campo acadêmico, podemos perceber que ela é breve e varia entre os diferentes países, cada um com o seu próprio grau de avanço. Em certos países, como a França e a Alemanha, é referida como "didática da Matemática", enquanto noutros, como a Holanda, é conhecida como "metodologia de ensino da Matemática". No Brasil, nos Estados Unidos e na maioria dos outros países, é conhecida como "Educação Matemática" (Fiorentini; Lorenzato, 2009).

O termo "Educação Matemática" é preferido devido ao seu significado mais inclusivo, referindo-se tanto a um fenômeno ou atividade educativa que visa ao desenvolvimento da formação dos cidadãos, quanto a um campo de conhecimento multidisciplinar, sendo a Matemática apenas uma das muitas disciplinas. Os autores também afirmam que "[...] termos como 'instrução Matemática', 'ensino de Matemática' ou 'didática da Matemática' têm uma conotação mais restrita à matemática e às técnicas de ensino dessa disciplina" (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 12).

Nesse mesmo viés, podemos pensar: se o termo usado aqui no Brasil é Educação Matemática, como o educador matemático pode tentar visualizar a Matemática, em especial, sobre o ensino dessa disciplina?

Fiorentini e Lorenzato (2009) abordam esse questionamento ratificando que, em contraste com os matemáticos que podem ver a Matemática como um fim em si mesmo, os educadores matemáticos a veem como uma ferramenta crucial para o desenvolvimento intelectual e social de indivíduos de todas as idades, incluindo professores dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, e do Ensino Médio. Como resultado, o educador matemático procura incentivar uma educação pela Matemática, colocando a Matemática a serviço da Educação e priorizando esta sem criar uma divisão entre os dois campos. Os autores ainda afirmam que os educadores de Matemática conduzem suas pesquisas através de métodos de interpretação e análise derivados das Ciências Sociais e Humanas. Seu objetivo é expandir seus conhecimentos e desenvolver práticas pedagógicas que ajudem a promover uma forma de educação inclusiva, humana e crítica para professores e alunos, ou seja,

> [...] é possível dizer que a EM é uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, que, estuda o ensino e a aprendizagem da matemática. De modo geral, poderíamos dizer que a EM *caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar*. Entretanto, sendo a prática educativa determinada pela prática social mais ampla, ela atende a determinadas finalidades humanas e a aspirações sociais concretas. Assim, podemos conceber a EM como resultante das múltiplas relações que se estabelecem entre o específico e o pedagógico num contexto constituído de dimensões histórico-epistemológicas, psicocognitivas, histórico-culturais e sociopolíticas (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 5).

E como a Educação Matemática é um campo de amplo alcance, as pesquisas que são desenvolvidas, nacional e internacionalmente, e que discutem questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática, podem contribuir para o fortalecimento da Educação Matemática como área do conhecimento.

Ao final desta seção, buscamos destacar a importância da Educação Matemática através de sua breve trajetória histórica, nacional e internacionalmente, e algumas de suas vertentes e diferentes concepções que evidenciaram o surgimento desse campo como profissional e científico.

O caminho que seguimos na escrita deste texto pode implicar uma experiência envolvendo o ensino e a aprendizagem na área da Educação Matemática, adaptada às suas características únicas. Esta abordagem também promove o desenvolvimento de um subcampo dentro da Educação Matemática que, conforme descrito nesta seção, a consolidou como um campo de conhecimento e estudo. Nossa proposta de pesquisa insere-se no âmbito deste campo, e esta seção buscou enfatizar seu significado e contexto histórico em relação à Educação Matemática. Especificamente, pretendemos delinear uma possível interpretação deste campo como resultado do encontro entre Semiótica e Linguística.

Com base nessas considerações, para que possamos estabelecer esse encontro da semiótica e linguística, em especial nos processos que envolvem os signos, ou sinais, e como destacamos, a importância do ICME na trajetória histórica da Educação Matemática, seja no Brasil e no mundo, destacamos a relevância desse evento como cenário para realizarmos nossa investigação.

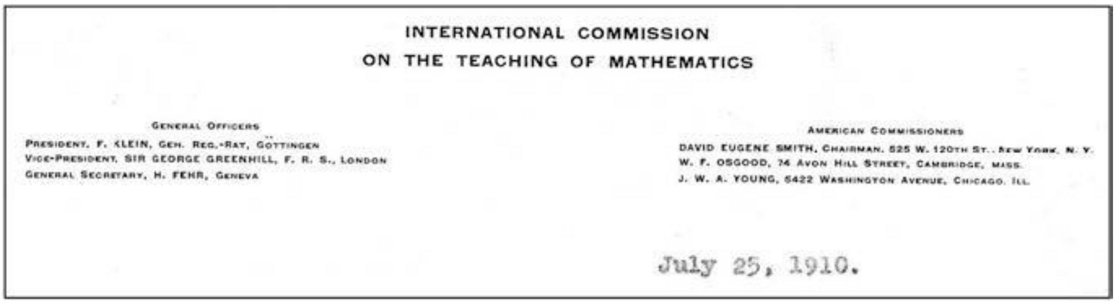
2.2 ICMEs

Na seção anterior, falamos brevemente, a partir dos olhares de Miguel *et al.* (2004) e Fiorentini e Lorenzato (2009), sobre a história da Educação Matemática, como também seu objeto, objetivos e direcionamentos como parte importante na vida de professores e, principalmente, pesquisadores que realizam pesquisas no Brasil e no mundo. E nesta seção, falamos brevemente sobre a história do ICME e sua importância na Educação Matemática.

Segundo Schubring (2022), nos anos logo após 1900, ocorreram mudanças consideráveis nos currículos das escolas secundárias. O advento de um movimento em direção à reforma matemática começou a manifestar-se em escala global, principalmente nos países europeus. Notavelmente, o movimento na Prússia, liderado por Félix Klein, foi particularmente influente na formação da aliança que exigia a revisão de toda a instrução matemática, com especial ênfase no pensamento funcional. Os franceses e ingleses também aderiram a esta iniciativa, recrutando matemáticos e educadores matemáticos para contemplar a necessidade de estabelecer um comitê internacional para supervisionar a comunicação relativa a estas reformas curriculares, propostas durante um congresso internacional.

Eugene Smith, que era um professor de Matemática, disse que a criação deste comitê serviria para fortalecer a organização do ensino da Matemática. Na Figura 1, podemos visualizar o papel timbrado usado por Eugene Smith na Comissão Internacional. Depois disso, somente no IV ICM, em 1908, é que a proposta de debater questões relativas ao ensino da Matemática foi apresentada pelos matemáticos. Isto marcou um momento significativo na internacionalização da Educação Matemática.

Figura 1 – O papel timbrado usado por D. E. Smith


INTERNATIONAL COMMISSION
ON THE TEACHING OF MATHEMATICS

GENERAL OFFICERS
PRESIDENT, F. KLEIN, GEH. REG.-RAT, GÖTTINGEN
VICE-PRESIDENT, SIR GEORGE GREENHILL, F. R. S., LONDON
GENERAL SECRETARY, H. FEHR, GENEVA

AMERICAN COMMISSIONERS
DAVID EUGENE SMITH, CHAIRMAN, 525 W. 120TH ST., NEW YORK, N. Y.
W. F. OSGOOD, 74 AVON HILL STREET, CAMBRIDGE, MASS.
J. W. A. YOUNG, 5422 WASHINGTON AVENUE, CHICAGO, ILL.

July 25, 1910.

Fonte: Schubring (2022, p. 21).

Schubring (2022) ainda cita que, após a criação do comitê, Félix Klein foi designado presidente, ocupando o cargo por doze anos. Ele estava acompanhado por Henri Fehr, da

Suíça, e George Greenhill, da Inglaterra, como pode ser visto na Figura 2. O comitê era conhecido como *Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission* (IMUK)[32], como pode ser visto na Figura 3.

Figura 2 – O papel timbrado usado por Henri Fehr


COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

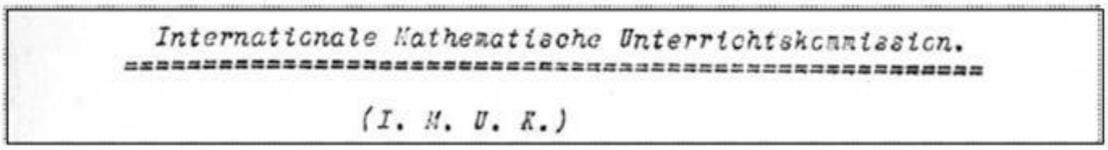
Président : F. Klein, G. R. R., Wilhelm Weberstr., Gœttingue (Allemagne). — *Vice-président :* Sir George Greenhill, 1, Staple Inn, Londres, W.C.
Secrétaire-général : H. Fehr, 72, Florissant, Genève (Suisse).

Genève , *le* 5 mai 1911.

Fonte: Schubring (2022, p. 21).

Conforme observado por Schubring (2022), a IMUK tornou-se gradualmente uma força motriz num movimento internacional de reforma, difundindo ideias de forma eficaz em todo o mundo. Além disso, o comitê desempenhou um papel fundamental na promoção da noção de que a renovação do ensino da Matemática era simultaneamente imperativa e urgente.

Figura 3 – O papel timbrado IMUK usado por Klein


Internationale Mathematische Unterrichtskommission.

(I. M. U. K.)

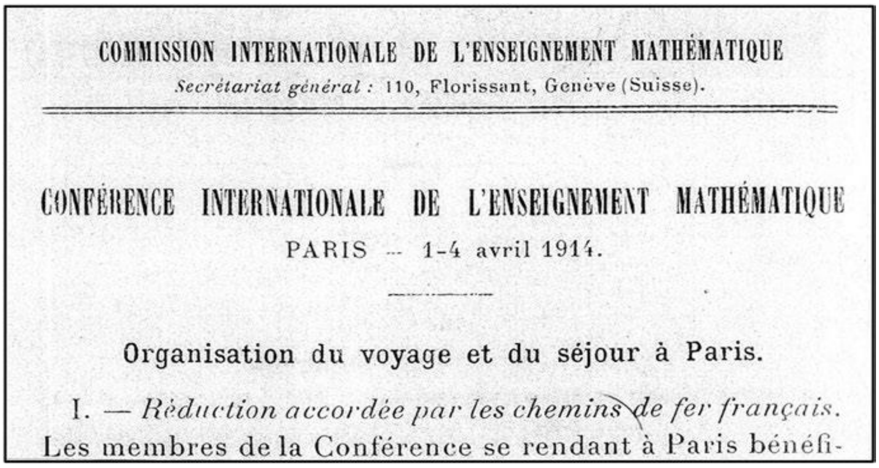
Fonte: Schubring (2022, p. 21).

O anúncio do ICME 1 ocorreu em abril de 1914. A divulgação foi feita através de uma carta enviada a matemáticos e educadores de diversas partes do mundo. Essa carta detalhava a proposta do congresso, destacando a importância de discutir e promover a Educação Matemática em uma escala global, como pode ser visto na Figura 4. Dessa forma, entendemos que o período após o fim da Primeira Guerra Mundial (1914-1918) foi significativo para o estabelecimento e preservação do que hoje reconhecemos como Educação Matemática. Um

[32] A *Internationale Mathematische Unterrichtskommission* (IMUK) corresponde à Comissão Internacional de Ensino de Matemática em alemão. Atualmente, essa entidade é chamada *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) e tem como objetivo promover a Educação Matemática em todo o mundo e coordenar iniciativas relacionadas ao ensino de Matemática.

exemplo disso foi a formação da IMU em 1920. Coincidentemente, este foi o mesmo ano em que a IMUK, liderada pelo professor Félix Klein, encerrou as suas atividades.

Figura 4 – Anúncio do ICME 1 em abril de 1914



COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Secrétariat général : 110, Florissant, Genève (Suisse).

CONFÉRENCE INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

PARIS — 1-4 avril 1914.

Organisation du voyage et du séjour à Paris.

I. — *Réduction accordée par les chemins de fer français.*

Les membres de la Conférence se rendant à Paris bénéfi-

Fonte: Schubring (2022, p. 17).

Schubring (2022) ainda comenta que, durante o VIII ICM, em 1928, as atividades do IMUK recomeçaram após um hiato de oito anos. Desta vez, o professor David Eugene Smith assumiu a presidência, substituindo Felix Klein, falecido cinco anos antes. A Comissão permaneceu ativa nos ICMs subsequentes, com Smith sendo sucedido por outros presidentes até sua décima edição em 1950. Apesar da presença de uma seção dedicada à *History and Education is rich enough*, a Comissão não tinha um espaço dedicado naquele ano. Em 1952, a *International Commission on the Teaching of Mathematics*, antiga IMUK, foi incorporada como um subcomité permanente da IMU.

Após a perda do seu espaço dentro do X ICM, foi criada uma comissão separada. Aqueles que procuraram explorar e abordar questões relativas ao ensino da Matemática abriram caminho para a criação da *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (CIEAEM)[33]. Esta organização foi criada como forma de garantir uma plataforma para que estes indivíduos discutissem assuntos relevantes para a sua área e avançassem nos seus esforços no domínio da Educação Matemática.

Durante a segunda assembleia geral da IMU em 1954, a ICMI foi criada para supervisionar a Educação Matemática e científica. O objetivo da comissão era desenvolver

[33] *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (CIEAEM) é traduzida como Comissão Internacional para o Estudo e Melhoria do Ensino de Matemática em francês. Esta organização se dedica à avaliação e ao aperfeiçoamento das metodologias de ensino de Matemática em uma escala global.

programas que facilitassem o avanço saudável da Educação Matemática em todos os níveis e fomentassem o interesse público pelo assunto. Além disso, a comissão determinou o mandato da Comissão de Ensino de Matemática e adotou o nome ICMI para conduzir as atividades da IMU. Assim que o ICMI foi formado, começou a participar dos encontros do ICM que aconteciam a cada quatro anos. Durante a década de 1960, o ICMI promoveu relações com diversas outras organizações, como a *United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization* (UNESCO)[34] e a *Organization for European Economic Co-operation* (OEEC)[35], além do trabalho que já estava em andamento. Essas parcerias levaram a importantes congressos e atividades mundiais. Dessa forma, em uma parceria entre o ICMI e a UNESCO, surgiu a publicação de um primeiro volume de um livro envolvendo a Matemática.

E foi no ano de 1966 que esse livro foi publicado com o título *New Trends in Mathematical Teaching*, que sinalizou um afastamento dos métodos tradicionais de ensino. O livro introduziu novas abordagens para o ensino de Matemática, que enfatizavam a resolução de problemas, a aprendizagem por descoberta e o uso de tecnologias. Esses métodos visavam envolver os alunos de forma mais ativa no processo de aprendizagem e promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. A publicação deste livro marcou um ponto de viragem no campo da Educação Matemática, abrindo caminho para mais inovação e experimentação nos anos seguintes.

Em reunião realizada em Utrecht (Países Baixos), Hans Freudenthal, presidente da ICMI, expressou sua desaprovação à prática utilizada nos relatórios quadrienais dos ICMs. Ele argumentou que os relatórios nacionais apresentados não forneceram contribuições valiosas. Como resultado, ele sugeriu que um congresso da ICMI fosse realizado um ano antes do ICM. Esta proposta levou a uma série de outras mudanças, incluindo a proposta de André Revuz de uma nova revista destinada a professores do ensino secundário.

Em 1968, Freudenthal lançou *Educational Studies in Mathematics* (ESM)[36], uma revista internacional dedicada exclusivamente à pesquisa em Educação Matemática. Este texto fornece uma visão geral sucinta da criação da ICMI. A intenção é contextualizar esta Comissão no panorama mais amplo da Educação Matemática, ao mesmo tempo que enfatiza as suas contribuições para o estabelecimento de um congresso dedicado à Educação

[34] Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO).
[35] Organização para a Cooperação Econômica Europeia (OEEC).
[36] Estudos Educacionais em Matemática (ESM).

Matemática, o ICME. Além disso, inferimos que nossa investigação explora o quadro investigativo utilizado pela ICMI nos seus esforços de legitimação.

Ao longo dos anos, até o ano de 2021, quatorze ICMEs aconteceram em vários países. A cada evento sucessivo, a quantidade de apresentações e pesquisas compartilhadas aumentou, fortalecendo as crenças dos participantes do ICME 1 que afirmavam que o campo da Educação Matemática estava progredindo de forma incremental.

Dessa forma, entendemos que os ICMEs desempenham um papel crucial nas pesquisas acadêmicas, de forma global, ao proporcionar um espaço onde educadores, pesquisadores e profissionais podem se reunir para compartilhar descobertas, métodos e inovações. Acreditamos que esses eventos possam incentivar a troca de ideias e a colaboração entre diferentes países e culturas, o que possa enriquecer a compreensão global da Educação Matemática.

Além disso, os ICMEs ajudam a estabelecer redes de contato e parcerias de pesquisa que podem auxiliar no desenvolvimento de novos projetos e abordagens pedagógicas. Esses congressos também podem servir como uma "plataforma" para que a disseminação de melhores práticas possa ser realizada, contribuindo para a discussão de desafios que possam ser comuns, promovendo, assim, um avanço mais rápido e eficiente na área.

A partir desse contexto, e considerando nossas inquietações com relação aos aspectos que discutimos até agora, o cenário escolhido para nossa investigação é o ICME. Assim, pretendemos explorar como as teorias dos signos de Saussure e Peirce se manifestam nos ICMEs. Para realizarmos isso, procuramos trabalhos que dialogem nesse mesmo contexto, que será abordado na próxima seção.

2.3 Buscando conexões deste estudo com outras pesquisas

Na breve seção, pretendemos contextualizar nossa pesquisa examinando estudos relacionados à linguística e à semiótica no campo da Educação Matemática. Nosso objetivo é obter uma compreensão mais profunda da literatura acadêmica sobre as teorias dos signos de Saussure e Peirce na produção de significados matemáticos. Pretendemos também realizar uma revisão abrangente da literatura, pois entendemos que seja crucial para nossos procedimentos metodológicos, uma vez que ela pode nos permitir aprofundar nossa pesquisa e contemplar nossas questões de pesquisa, ou seja,

> [...] resguarda o desígnio de dar aos pesquisadores o conhecimento e a interação com as pesquisas já realizadas acerca do seu tema, oferecendo assim, uma maior habituação dos mesmos à área, aos conceitos, às teorias e às noções que englobam a sua temática de estudo (Fontana, 2018, p. 67).

No sentido dessa citação, entendemos que, antes de iniciar uma nova investigação, a revisão da literatura oferece aos pesquisadores a oportunidade de compreender a pesquisa existente em um campo específico.

Assim, resolvemos nos aprofundar em alguns repositórios, em especial na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)[37], no Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (Ibict)[38], no Lume[39], na *Scientific Electronic Library Online* (SciELO)[40], a partir dos termos "semiótica", "linguística", "charles sanders peirce", "peirce", "saussure", "teoria dos signos", "semiótica na Educação Matemática" e "linguística na Educação Matemática". Percebemos uma grande quantidade de trabalhos que versavam sobre linguística, semiótica e teoria dos signos.

A partir disso, como pode ser conferido a seguir, resumimos e identificamos pontos sobre os principais estudos que se relacionam com a temática de nossa pesquisa. Para isso, apresentamos pequenos resumos para melhor visualizar os principais tópicos que podem ser relacionados a este estudo.

Ainda analisando as pesquisas mencionadas, podemos perceber breves apontamentos de estudos que correlacionem a linguística e a semiótica com a Matemática. Também podemos perceber que as pesquisas apresentam diferentes abordagens e metodologias envolvendo nossa temática.

---

[37] O Ibict desenvolveu e coordena a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), que integra os sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino e pesquisa do Brasil, e também estimula o registro e a publicação de teses e dissertações em meio eletrônico. A BDTD, em parceria com as instituições brasileiras de ensino e pesquisa, possibilita que a comunidade brasileira de C&T publique e difunda suas teses e dissertações produzidas no País e no exterior, dando maior visibilidade à produção científica nacional. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/. Acesso em: 7 set. 2023.

[38] DEPOSITA – Repositório Comum do Brasil. Disponível em: https://www.deposita.ibict.br/. Acesso em: 7. set. 2023.

[39] O Lume é o nome dado ao Repositório Digital da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, simbolizando conhecimento, sabedoria, luz e brilho. Este portal fornece acesso às coleções digitais criadas na Universidade, bem como a outros documentos cuja importância histórica e abrangência justificam sua preservação e divulgação centralizadas pela Instituição. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/. Acesso em: 7 set. 2023.

[40] SciELO (*Scientific Electronic Library Online*), que pode ser traduzido como Biblioteca Eletrônica Científica On-line, é uma biblioteca virtual que disponibiliza revistas científicas brasileiras em formato digital. Ela organiza e publica textos completos de revistas na *Internet*, além de gerar e divulgar indicadores sobre seu uso e impacto. Disponível em: http://www.scielo.br. Acesso em: 7 set. 2023.

2.4 Conexões deste estudo com pesquisas relacionadas envolvendo Peirce, Saussure e Educação Matemática

Silva (2013) realizou uma reflexão a respeito da teoria de Raymond Duval, que trata sobre os Registros de Representação Semiótica, e da Semiótica de Charles Sanders Peirce. A autora buscou responder à seguinte questão norteadora: “quais signos peirceanos para analisar os registros de representação semiótica e qual é a semiótica para a Matemática e seu ensino?” (Silva, 2013, p. 16). Em outras palavras, investigou as relações entre os signos peirceanos e os registros de representação semiótica de Duval.

Em seus resultados, Silva (2013), na busca por inferências sobre as ações realizadas durante o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, afirma que o modelo peirceano de aulas pode se mostrar útil, pois uma dessas atividades matemáticas de grande significado nesse processo é a conversão. Ainda segundo a autora, as teorias de Duval e Peirce são aplicáveis na explicação da Matemática e seu ensino e, embora a teoria do Registro de Representação Semiótica lide com objetos matemáticos e sua representação como um todo, a teoria de Peirce vê seus componentes como signos distintos.

A pesquisa de Santos (2011, p. 17) buscou “[...] relacionar o referencial teórico oferecido pela Semiótica com os diversos usos de registros de representação da Matemática”. Nessa investigação, que foi de natureza exploratória, o autor descreveu e operou os diversos registros de representação semiótica associados a matrizes.

A partir desse delineamento, Santos (2011) buscou também relacionar essas teorias semióticas com livros didáticos das décadas de 1980, 1990 e dos anos 2000, em especial, referente ao conteúdo matriz. O pesquisador ainda objetivou alcançar uma compreensão mais abrangente dos fenômenos de ensino e aprendizagem da Matemática. Em suas análises, Santos (2011) explorou como pode surgir uma entidade matemática por meio de suas várias representações semióticas. Seu estudo está baseado na pesquisa de Raymond Duval, um psicólogo francês que analisa o uso de registros de representação semiótica em Matemática, para obter uma visão do contexto e das variáveis envolvidas em tais fenômenos.

Para ampliar as observações de Duval, Santos (2011) incorporou teorias relacionadas à Semiótica, como apresentadas por Charles Sanders Peirce, e estudos filosóficos que buscavam entender como o ser humano percebe a realidade ao seu redor, principalmente por meio dos escritos de Ernst Cassirer. Como ilustração das várias representações que uma entidade matemática pode incorporar, Santos (2011) usou a teoria das matrizes.

Garcia (2007, p. 8) investigou "as inter-relações entre os processos de visualização e de representação e suas possíveis influências na constituição do conhecimento matemático, na perspectiva da Semiótica de Peirce, que define Semiótica como a ciência dos signos". A autora delineou sua temática de pesquisa buscando "investigar, analisar e identificar as inter-relações entre as visualizações mentais e gráficas dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico" (Garcia, 2007, p. 8).

Segundo Garcia (2007), a semiótica pode servir como uma valiosa contribuição teórica para o campo da Matemática devido à utilização de várias representações, incluindo representações algébricas, geométricas e gráficas que auxiliam na descrição e análise de certos fenômenos no desenvolvimento do conhecimento matemático.

Veronez (2013) realizou uma pesquisa na perspectiva do signo da Semiótica de Charles Sanders Peirce e nas ideias de Heinz Steinbring, de que "[...] o signo tem duas funções, uma semiótica – representa algo – e uma epistemológica – o signo revela conhecimento sobre o que ele representa" (Veronez, 2013, p. 7).

A autora buscou, em seu estudo, responder à seguinte questão: "[...] como o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática se relaciona com as funções dos signos?" (Veronez, 2013, p. 7). Para isso, Veronez (2013) concentrou-se em identificar os signos utilizados e produzidos por alunos do curso de Licenciatura em Matemática que se engajaram em atividades de modelagem. Além disso, explorou o papel desses signos na forma como os alunos abordavam e desenvolviam suas atividades.

Em seus resultados, Veronez (2013) conseguiu examinar a correlação entre os papéis dos signos e os encaminhamentos dos alunos, como também conseguiu construir triângulos epistemológicos que permitiram reconhecer a interdependência dos signos utilizados ou criados pelos alunos durante o processo de resolução do problema apresentado na atividade da modelagem matemática.

Veronez (2013) ainda afirmou que a complementaridade desses signos, em conjunto com suas funções semióticas e epistemológicas, pode conferir uma qualidade dinâmica ao triângulo epistemológico. Em essência, o que pode ser classificado como um signo em um ponto da atividade se transforma em uma referência contextual em outro momento, que então inspira os alunos a gerar signos adicionais que, por sua vez, se tornam referências contextuais em um momento posterior, e assim por diante.

Magalhães, Barros e Otte (2013) destacam, brevemente, as noções iniciais de signo introduzidas por Peirce e Saussure. São apresentadas, de forma superficial, as principais ideias de ambos os pesquisadores. Contudo, percebemos que esse estudo aborda apenas uma das tricotomias de Peirce em relação a teoria de Saussure. O estudo gira em torno dos princípios do signo introduzidos por Ferdinand de Saussure (1857-1913) e Charles Sanders Peirce (1839-1914). O referido estudo tem como objetivo alcançar uma melhor compreensão da relação entre Matemática e Linguagem.

Novak e Brandt (2017) resgataram alguns apontamentos históricos da Semiótica que estão nas teorias de Peirce e Duval. Buscam responder à seguinte questão: "quais são os contributos e limitações das obras de Charles Sanders Peirce e Ferdinand de Saussure, considerados por Raymond Duval na Teoria das Representações Semióticas?" (Novak; Brandt, 2017, p. 1). Com base nesses apontamentos, buscam tecer breves observações de ambas as teorias e relacionar com a teoria de Raymond Duval, em especial, nos registros de representação semiótica.

Novak e Brandt (2017) realizaram um estudo bibliográfico, e de natureza qualitativa, que visou explorar a vida e obra de dois teóricos. Destacam os conceitos presentes em suas obras, bem como as contribuições e limitações na perspectiva de Duval no que diz respeito à Teoria das Representações Semióticas. Também trataram sobre a tricotomia de signo, objeto e interpretante de Peirce e a análise de signos de Saussure dentro do sistema semiótico da linguagem e que podem oferecer ferramentas teóricas cruciais para analisar os sistemas semióticos utilizados na Matemática.

Radford (2006) destaca, pelo menos, três vertentes semióticas: a saussureana, iniciada por Ferdinand de Saussure, em que utiliza o termo semiologia; a peirceana, iniciada por Charles Sanders Peirce, que criou o termo semiótica; e a vygotskiana, iniciada por Lev S. Vygotsky. Explanou sobre o crescente interesse despertado por pesquisadores pela semiótica no campo da Educação Matemática.

Radford (2006) ainda nos mostra o papel do símbolo no desenvolvimento cognitivo que foi introduzido por Piaget ao conceito de função semiótica, que consiste na forma como a criança possa diferenciar entre o significante (o símbolo ou a forma física de uma representação) e o significado, que é o conteúdo ou a ideia que o símbolo pretende transmitir.

Ainda segundo Radford (2006), os estudos de Piaget apontam que essa capacidade de separar e compreender a relação entre significante e significado que é um marco essencial no desenvolvimento intelectual da criança, pois permite a construção de conhecimento mais complexo e abstrato. Enfatiza essa perspectiva, sublinha como a função semiótica é fundamental para o progresso cognitivo, especialmente no contexto da aprendizagem e da compreensão de conceitos matemáticos e outros sistemas simbólicos.

Ao final de nossa revisão, inferimos que não foram encontradas na literatura pesquisas que correlacionassem as teorias dos signos a partir da abordagem que estamos seguindo em nosso estudo. Assim como realizamos em nossas buscas anteriores, resolvemos nos aprofundar novamente nos mesmos repositórios, a partir do termo “icme”. Percebemos uma grande quantidade de trabalhos que versavam sobre o ICME, mas que não possuíam relações com o que pretendemos investigar.

O trabalho de Morais (2015) foi o único que se aproximava da ideia do que pretendemos investigar, mas a pesquisa versava sobre a Resolução de Problemas em doze edições do ICME, sendo que analisou apenas de onze edições. Em suas discussões, Morais (2015, p. 15) afirma que “foi possível identificar movimentos da Resolução de Problemas de maneira que só fez sentido concebê-la em processo de constituir-se e nunca constituída”.

Dessa forma, como identificamos essa lacuna de estudos, verificamos a importância de nossa análise para preencher a existência de nossa questão de pesquisa, como também perspectiva ou problema que não foi situado na literatura existente no campo da Educação Matemática.

Na próxima seção, tratamos sobre a literatura referente à linguística, semiótica e as teorias dos signos.

3 AS TEORIAS DOS SIGNOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta seção, discutimos a literatura referente à semiótica, linguagem, signo, linguística e como os processos sígnicos se apresentam à percepção e a nossa mente.

3.1 Recebi uma mensagem... É uma coisa, um símbolo ou um signo? Ou é tudo a mesma coisa?

> A lei da atração afirma que semelhante atrai semelhante, o que significa que você precisa formar em sua mente uma representação ou imagem que se assemelhe àquilo que deseja. Então, para atrair seu desejo, você precisa se sentir como se já o tivesse alcançado, para que a maneira como se sente também seja *semelhante* à maneira como se sentirá ao obter o que deseja. A forma mais fácil de fazer isso é ser grato pelo que você quer *antes* de recebê-lo. Se a ideia de usar a gratidão para receber o que quer nunca tiver lhe passado pela cabeça, você acaba de descobrir mais um de seus poderes mágicos. [...] Ao demonstrar gratidão sincera pela realização do seu desejo *com antecedência*, na sua mente você forma uma imagem como se já o tivesse alcançado e sente-se realizado. Se continuar agarrado a essa imagem e a esse sentimento, receberá o que deseja como em um passe de mágica (Byrne, 2014, pp. 91-92).

O título de nossa seção secundária nos faz refletir sobre o que poderia ser uma mensagem. Se formos observar do ponto de vista da semiótica, uma mensagem pode ser entendida como um conjunto de signos que são organizados de tal maneira que possam comunicar um significado ou uma série de significados de algo ou alguém que cria e envia uma mensagem, também chamado de emissor, para algo ou alguém que recebe e interpreta a mensagem, também chamado de receptor (Noth; Santaella, 2021). Dessa forma, entendemos que a mensagem é a unidade básica da comunicação semiótica e pode ser transmitida através de diversos meios, como palavras, imagens, gestos, sons, e outros signos (sinais).

A partir dos estudos de Noth e Santaella (2021), podemos dizer que, praticamente tudo que está em nossa volta, pode ser entendido como formado por signos. Se formos observar com base em estudos semióticos, que é o estudo dos signos e dos processos de significação, qualquer coisa que represente algo para alguém pode ser considerado um signo. E isso inclui não apenas a linguagem verbal, mas também imagens, gestos, sons, objetos, e até mesmo fenômenos naturais.

Mas daí, surge uma indagação: se praticamente tudo em nossa volta pode ser entendido como signo, como podemos compreendê-lo, interpretá-lo e usá-lo nos processos que envolvem a comunicação?

Para responder a essa indagação, vê-se como importante o surgimento das teorias dos signos. A partir dos estudos de Noth e Santaella (2021), entendemos que as teorias dos signos surgiram, basicamente, como uma resposta à necessidade de compreender e explicar como os seres humanos interpretam e comunicam significados. Conforme os estudos linguísticos e filosóficos evoluíram, percebemos que se tornou evidente que a linguagem e outros sistemas de comunicação possam não ser apenas ferramentas neutras, mas complexos processos de significação.

Em nosso estudo, citaremos dois teóricos que desenvolveram inicialmente as teorias dos signos: Ferdinand de Saussure e Charles Sanders Peirce. Noth e Santaella (2021) afirmam que Ferdinand de Saussure propôs que a linguagem é um sistema de signos que expressa ideias e que a relação entre o significante (forma escrita ou falada do signo) e o significado (conceito) é arbitrária e baseada em convenções sociais. Já Charles Sanders Peirce expandiu essa ideia, sugerindo uma teoria triádica dos signos que inclui o signo (*representamen*), o objeto e o interpretante (conceito). Ainda afirmam que as teorias dos signos fornecem uma estrutura analítica para estudar como os significados são criados, interpretados e transmitidos, não apenas na linguagem verbal, mas em todos os sistemas de comunicação humana.

Assim, entendemos que a compreensão dos signos é algo importante para diversas disciplinas, pois eles são os mediadores através dos quais entendemos e interagimos com o mundo. E os estudos de Saussure e Peirce trouxeram uma nova perspectiva sobre como os seres humanos atribuem significado ao mundo ao seu redor, indo além da simples análise das palavras para incluir todos os sistemas de significação.

Noth e Santaella (2021) inferem que, ao identificarmos e classificarmos os diferentes tipos de signos e seus modos de funcionamento, essa teoria dos signos permitiu que possamos fazer uma análise mais profunda e estruturada dos processos comunicativos. E isso não apenas enriquecem o campo da linguística e da semiótica, mas também influenciam diversas outras disciplinas, como a Antropologia, a Psicologia, a Literatura e a Educação.

Portanto, as teorias dos signos possibilitam que possamos ter um entendimento mais abrangente e detalhado da construção e interpretação dos significados, podendo revelar as complexas interações entre os signos e os contextos culturais nos quais esses signos estão inseridos.

Mas daí, podemos também indagar: o que é o signo? Em relação à semiótica, Noth e Santaella (2021) afirmam que a origem desse termo pode ser rastreada até a palavra grega *seme*, que pode ser derivada de *semeiotikos*, que significa intérprete de signos. A própria palavra signo, ou sinal, tem raízes latinas que é derivada da palavra *signum*, que por sua vez vem da palavra grega *secnom*, significando o ato de *cortar* ou *extrair uma parte de* algo. Essa palavra acabou levando ao desenvolvimento do conceito de signos.

Dessa forma, a semiótica tornou-se um campo de estudo que envolve a análise ou estudo dos signos e suas funções dentro de um determinado sistema. No contexto da linguagem, existem vários termos usados para descrever diferentes grupos e suas crenças. Portanto, a semiótica é essencialmente o estudo de como esses signos operam dentro de um sistema maior.

Dentre os filósofos que estudaram sobre a linguagem e os signos,

> [...] se encontram ***Platão***, cujo diálogo Crátilo reflete sobre a origem da linguagem, e ***Aristóteles***, que sinaliza os substantivos na *Poética* e *Sobre a interpretação*. **Platão**, para quem o mundo real não passava de uma pálida imitação do mundo das idéias, considerou, que a linguagem vem da natureza das coisas, e que essas mesmas coisas deveriam ser nomeadas, de forma imperfeita, por um legislador, dotado do dom de apreender, de tudo, sua *natureza essencial* (Fernandes, 2011, p. 163).

Ao refletirmos sobre as potenciais interpretações derivadas do pensamento simbólico, compreendemos que, dentro desse processo intrínseco ao nosso modo de pensar, vinculado à intuição e à capacidade de representar uma *coisa* na outra, os signos que são representados apresentam características distintas das próprias representações. Por isso, podemos relacioná-los a objetos associados a representações.

Soares (2019, 2022) explica que nossos sistemas cognitivos nos ajudam a entender a ideia de representar os próprios objetos quando eles não estão imediatamente acessíveis, ou seja, a principal característica dos símbolos é que eles nos permitem evocar objetos quando eles não estão lá. Assim, os signos podem determinar representações para difundir o que é evocado. No entanto, podemos perguntar: como esses signos se apresentam à percepção e à mente?

Em nossos estudos, entendemos que o primeiro conceito de um signo foi formado há muitos anos. Percebemos que esse conceito define como algo além de palavras simples, pois os signos podem significar algo para alguém de alguma forma ou capacidade, ou seja, esse alguém cria um signo equivalente na mente de outra pessoa (que também pode ser entendido como um sinal), ou talvez o signo possa conseguir representar outra *coisa* mais desenvolvida que a primeira coisa, ou o primeiro signo. Dessa forma, assim que o signo evoca algo para alguém, indica um objeto ao mesmo tempo em que traz à mente do intérprete outro signo (também chamado de interpretante) que traduz e estabelece a mediação do signo original.

Ao observarmos essas conexões entre as concepções de signos, compreendemos também que, se pudermos definir objetivos baseados nas teorias dos signos, poderemos buscar maneiras de perceber, identificar e interpretar os signos, permitindo que os indivíduos conectem ideias sobre o que um signo pode significar para alguém. Ao fazer isso, podemos lidar com objetos que não são acessíveis, nem em sua forma concreta, nem quando usamos modelos ou sistemas de sinais (signos) para entender como realizamos as relações envolvendo a percepção do signo em nossa mente. Isso também se aplica à linguagem matemática e ao processo de significação do signo.

Ainda nos estudos de Soares (2019, 2022), percebemos que a relação entre a representação resultante e o objeto representado é uma relação de referência. E, nesse cenário, podemos começar a tentar entender questões sobre os processos pelos quais o significado matemático é produzido e a relação entre a apresentação de fenômenos (ou sinais ou signos) à mente.

A partir disso, entendemos que a teoria dos signos passa a ser estudada ao longo dos anos por diversos pesquisadores que contribuíram para chegarmos à compreensão dos signos como os conhecemos hoje. Assim, para enquadrar nosso estudo dos signos, discutiremos dois modelos que podem nos ajudar a compreender os processos da linguagem sígnica e como eles se apresentam à percepção de cada signo: o modelo de Saussure (2006) e o modelo de Peirce (2005).

Nesse sentido, para compreender as ideias que envolvem as teorias dos signos[41], nos concentramos na abordagem sígnica de ambas as teorias para compreender a produção de significados na aprendizagem da Matemática.

Mas, qual seria a teoria dos signos capaz de nos ajudar a entender a forma como os alunos apresentam suas produções em sala de aula? Qual teoria dos signos pode nos auxiliar no processo de produção de significados matemáticos no ensino da Matemática?

Como há muitas indagações, cabe a nós discutir essas e outras questões, temas que abordaremos na próxima seção.

---

[41] Em nosso estudo, ao nos referirmos a linguística e a semiótica, estaremos abordando as teorias dos signos de Ferdinand de Saussure e Charles Sanders Peirce, respectivamente.

3.2 A Teoria dos Signos a partir dos signos de Saussure

Segundo Noth e Santaella (2021), Ferdinand de Saussure, que viveu de 1857 a 1913, foi um linguista e filósofo suíço especializado na área de linguística com foco em linguística geral. Antes de voltar seu foco para investigações em linguística geral e estrutural, Saussure, que era professor da Universidade de Genebra, já havia produzido uma série de contribuições significativas para a linguística histórica. Suas ideias foram formuladas no contexto de seu Curso de Linguística Geral, que lecionou entre 1907 e 1910. Embora publicado postumamente em 1916, o Curso continua sendo um livro seminal sobre linguística geral e, para alguns autores, esse curso é chamado de semiótica estrutural.

Nesse sentido, os princípios estruturalistas de Saussure, inicialmente formulados no início do século XX, só mais tarde foram adotados como guia para alguns estudos semióticos. No quadro do estruturalismo nas Ciências Humanas, exerceram uma influência significativa na Linguística, na Antropologia Cultural, na Historiografia das ideias (Foucault), na Filosofia, nos estudos da cultura, na literatura e nos meios de comunicação durante a segunda metade do século XX (Noth, 1995; 1996; Noth; Santaella, 2021).

Ainda sobre Saussure, Noth e Santaella (2021) discutiram sobre a importância dos estudos dele como projeto para uma semiótica “futura”, ou seja,

> Sob o nome de semiologia, Ferdinand de Saussure (1857-1913) concebeu a ideia de uma nova ciência dos signos em extensão da linguística geral. No seu Curso de Linguística Geral de 1916, ele escreve: Pode-se, então, conceber uma ciência que estude a vida dos signos no seio da vida social […]. Chamá-la-emos de Semiologia (do grego semeîon, “signo”). Ela nos ensinará em que consistem os signos, que leis os regem. Como tal ciência não existe ainda, não se pode dizer o que será; ela tem direito, porém, à existência; seu lugar está determinado de antemão. A Linguística não é senão uma parte dessa ciência geral; as leis que a Semiologia descobrir serão aplicáveis à Linguística (Noth; Santaella, 2021, local 112).

Noth e Santaella (2021) também afirmaram que Saussure discutiu outros sistemas de signos além da linguagem em suas obras. Ainda segundo os autores, a área de pesquisa semiológica abrange uma variedade de assuntos, incluindo Braille, o código da bandeira marítima, sinais de clarim militar, códigos cifrados e mitos germânicos. A base do programa de pesquisa semiológica reside no estudo da linguagem humana, pois é o sistema de signos mais significativo.

Dessa forma, a partir dos estudos de Noth e Santaella (2021), entende-se que a linguagem é um conjunto de signos que comunicam ideias e pode ser comparada a outros sistemas de signos, como a escrita, o alfabeto dos surdos-mudos, ritos simbólicos, formas de polidez e sinais militares. Embora seja apenas um desses sistemas, a língua é o mais importante. E a semiologia precisa se basear no estudo da linguagem humana, pois é o sistema de signos mais extensivamente pesquisado.

Noth e Santaella (2021), tendo como referência os estudos de Saussure (2006), sugerem que a Linguística pode servir como um modelo para a Semiologia, visto que a linguagem é apenas um dos sistemas de signos. Assim, a Linguística desempenha o papel de referência central para a Semiologia.

Por outro lado, o estabelecimento dos princípios de uma "economia" da linguagem por Saussure é baseado em uma compreensão abrangente da língua como um sistema com leis e normas distintas que a regem. O foco de Saussure não está na sintaxe ou estrutura gramatical, mas sim no conceito fundamental de estrutura em si, incluindo a relação entre os vários componentes do sistema. Portanto, qualquer alteração em um componente do sistema resulta em alterações em todos os outros componentes.

Podemos considerar que o sistema de valores da linguagem é único, pois sua interpretação resulta da combinação de seus diferentes componentes, sendo influenciada por nossa associação a um determinado grupo social e linguístico. A teoria linguística de Saussure enfatiza a linguagem como um fenômeno social, regulado por regras arbitrárias, onde a língua se apresenta como um sistema estruturado com normas rígidas. Por outro lado, a fala representa a maneira como cada indivíduo utiliza a linguagem de forma específica.

Nesse sentido, Saussure segue os princípios fundamentais de uma ciência dedicada à linguagem verbal, pois seu objetivo como linguista não é criar conceitos para um campo científico mais amplo do que a própria linguística, embora ele reconheça a possível necessidade de tal ciência no futuro. Apenas quatro décadas depois, nos anos 1950, os estudos sobre a disseminação de linguagens em diferentes meios de comunicação começam a aprofundar a proposta de Saussure. Esse desenvolvimento exige um quadro teórico adequado para estudar esses fenômenos.

E a Semiologia, que é bastante semelhante à semiótica russa, baseia-se em campos vizinhos, como Antropologia, teoria da comunicação e da informação, simbologia e semântica. Ela não possui uma independência teórica autossuficiente que lhe permite estabelecer uma ciência semiótica distinta e única.

A partir dos nossos estudos, podemos realizar distinções fundamentais entre a semiologia linguística de ascendência saussuriana e a semiótica de Peirce que podem ser inferidas a partir de nossas discussões sobre os contextos sígnicos. Saussure, que deu origem a relação da semiologia linguística, afirma que o signo é uma combinação de significado e imagem acústica, sendo percebido como uma associação binária, ou seja, uma relação diádica, como veremos nos próximos parágrafos.

Para Saussure (2006), os signos só podem ser reconhecidos como signos por meio de uma relação de oposição de significado que eles têm com outros signos dentro de um sistema. O signo e seu significado são a mesma coisa e qualquer elemento pode funcionar como um signo apenas dentro de um sistema semiótico, pois os signos linguísticos são "psíquicos e estão unidos, em nosso cérebro, por um vínculo de associação" (Saussure, 2006, pp. 79-80). Nesse sentido, Saussure (2006) delineia o signo como algo que,

> [...] une não uma coisa e uma palavra, mas um conceito e uma imagem acústica. Esta última não é o som material, coisa puramente física, mas a impressão psíquica desse som, a representação que dele nos dá o testemunho de nossos sentidos; tal imagem é sensorial e, se chegamos a chamá-la "material", é somente neste sentido, e por oposição ao outro termo da associação, o conceito, geralmente mais abstrata (Saussure, 2006, p. 80).

Ainda sobre esse conceito de signo, que referenciamos a partir dos estudos de Saussure (2006), percebemos que o autor estabelece que a concepção sígnica ocorre a partir de uma relação diádica. Essa relação, Saussure denomina de *significante* e *significado*. Também é percebido que, como Saussure estabelece uma relação dual entre essas duas denominações, entende-se que o conceito de signo pode ser derivado como uma unidade básica da linguagem, ou seja,

> Para caracterizar a natureza do signo em geral, Saussure começa com a caracterização da natureza do signo verbal de modo a deixar ainda em aberto a questão da diferença entre os signos verbais e os signos não verbais. Os temas principais da teoria saussuriana do signo são o modelo diádico do signo, o dogma da arbitrariedade do signo verbal, a questão da forma e da substância dos signos e as definições do signo, do significado e da significação (Noth; Santaella, 2021, locais 113-114).

Dessa forma, para compreendermos sobre o *significante* e *significado*, já que, para Saussure, a linguagem é um sistema de signos, podemos tentar entender como essa relação ocorre em nossa mente:

> Saussure, portanto, considera o signo linguístico uma entidade psíquica bifacial, ou seja, está composta em duas partes: um significante **(Se)** e um significado **(So)** e o signo vem ser a junção destas faces **(Se+So = signo)**, sendo que o signo é sempre mental e é a representação que o sujeito tem de algo na sua cabeça/mente. A representação deste sinal vai para a mente do

> sujeito como uma imagem acústica e se acopla a um significante (Se) que é o referente, para este referente se acopla um significado (So), que é o conteúdo da coisa, o significado daquilo que é percebido e representado na minha mente (Fernandes, 2011, p. 170).

Ao lermos essa caracterização, que Saussure (2006) define como significante e significado, usamos um exemplo sobre o conceito de alguma *coisa* e a imagem acústica, para estabelecermos relações com o significante e significado. Ao andarmos em algum lugar, um senhor, que está sentado em um banco de praça nos para e pergunta a hora. Como estamos em um mundo moderno, possa ser que tenhamos, em nosso bolso de calça, ou mochila, ou até mesmo na palma de nossa mão, um *smartphone* e pronunciamos a hora para o senhor. Depois disso, ele começa a contar histórias de como aquele espaço era em épocas passadas.

Ao apontar para um lugar que só tem grama, o senhor pede para olharmos para uma placa que tem escrito o nome ÁRVORE e o desenho de uma árvore. Como o senhor não sabe se estamos com pressa para algum compromisso, mas, para não ficar algo constrangido, olhamos para a referida placa que tem o nome ÁRVORE e começamos a ler. Quando falamos o nome ÁRVORE, o som que produzimos vai criar em nossa mente, ou na mente de alguém que está passando pela praça e escuta a palavra que foi lida, alguma *coisa* que possa corresponder à palavra que falamos. Ao fazermos isso, existe, em nossa mente, algo que reconhece o que foi falado e cria uma espécie de imagem mental, que foi reconhecendo a origem a partir de uma análise estrutural da palavra falada. Em síntese, segundo Saussure (2006),

> [...] o significante, sendo de natureza auditiva, desenvolve-se no tempo, unicamente, e tem as características que toma do tempo: a) representa uma extensão, e b) essa extensão é mensurável numa só dimensão: é uma linha. Este princípio é evidente, mas parece que sempre se negligenciou enunciá-lo, sem dúvida porque foi considerado demasiadamente simples; todavia, ele é fundamental e suas consequências são incalculáveis; sua importância é igual à da primeira lei. Todo o mecanismo da língua depende dele. Por oposição aos significantes visuais (sinais marítimos etc.), que podem oferecer complicações simultâneas em várias dimensões, os significantes acústicos dispõem apenas da linha do tempo; seus elementos se apresentam um após outro; formam uma cadeia. Esse caráter aparece imediatamente quando os representamos pela escrita e substituímos a sucessão do tempo pela linha espacial dos signos gráficos (Saussure, 2006, p. 84).

Ou seja, podemos dizer, em outras palavras, que “o significante (Se) é a imagem mental de uma cadeia sonora. [...] Isto significa dizer que o signo é sempre mental” (Fernandes, 2011, p. 170).

Sobre o significado, Soares (2022) afirma que é importante ser destacada a relação entre o significado de um signo e a referência que ele exerce sobre um objeto, pois percebemos que o So (significado) depende de qual modelo de sistema ele poderá funcionar. Soares (2022), referenciando os estudos de Saussure (2006), diz que tanto o significante quanto o significado são construções mentais e que ele compara esses dois conceitos como uma folha de papel que se corta, onde,

> [...] de um lado, o conceito nos aparece como a contraparte da imagem auditiva no interior do signo, e, de outro, este mesmo signo, isto é, a relação que une seus dois elementos, é também, e de igual modo, a contraparte dos outros signos da língua (Saussure, 2006, p. 133).

Ou seja, de um lado da folha que foi cortada temos o conceito e, do outro lado da folha, a imagem acústica. Ainda refletindo sobre os estudos de Saussure (2006), ao falarmos sobre conceitos e imagens acústicas, ou mais precisamente, de significantes e significados, podemos nos referir também aos tipos de signos, tais como: som (que é a imagem acústica) e as palavras (textos escritos), resultando na mesma estrutura para ser analisada.

Com base na obra de Saussure (2006), podemos refletir sobre a ideia de que o som pode construir representações das coisas que envolvem nossos sentidos. E as palavras que nos levam a conceitos, e ainda mais significados, não são apenas uma *coisa*, mas a estrutura mental, ou imagem mental, da *coisa* a que nos referimos, ou seja, o significante pode ser tido como a imagem acústica (que pode ser a palavra oral, som) e uma imagem gráfica (que pode ser a palavra escrita em algo), e a composição do significado é o pensamento da *coisa* que queremos transmitir ou representar.

Nesse sentido, ao analisarmos a estrutura que Saussure (2006) chamou de significante e significado, percebemos que ela pode ter algumas limitações, especialmente por lidar com a linguagem usada pelo indivíduo, a qual pode gerar um número infinito de estruturas discursivas. Além disso, a obra de Saussure (2006) parece não considerar completamente um aspecto extremo da linguagem, que poderíamos chamar de “extremo externo”, onde diferentes estruturas linguísticas podem produzir elementos variados, como aqueles derivados de uma imagem acústica, entre outros. Entendemos que o “extremo externo” pode referir-se aos elementos contextuais e pragmáticos que influenciam a linguagem, como a cultura, a situação comunicativa, o contexto social, e outros fatores que não estão estritamente codificados na estrutura da língua, mas que afetam a interpretação e a produção de significado.

3.3 A Teoria dos Signos a partir de Peirce

Os estudos envolvendo os signos e como os fenômenos se apresentam à percepção e à mente tiveram uma grande contribuição vinda de um pesquisador chamado Charles Sanders Peirce. Viveu de 1839 a 1914 e pode ser considerado o fundador do campo contemporâneo da semiótica. A teoria dos signos de Peirce é baseada em vários princípios, incluindo fenomenológicos, lógicos e cognitivos. Segundo Peirce (2005), os sinais, ou signos, não incluem apenas indicadores externos, mas também cognições, pensamentos, ideias e até os próprios seres humanos. Semelhante à forma como os sinais externos fazem referência a outros sinais e objetos, pensamentos e ideias também fazem referência a outros pensamentos, ideias, bem como a sinais internos e externos.

Ao contrário do conceito de Saussure (2006) de que ideias e pensamentos representam simplesmente os significados de signos externos, Peirce acredita que eles também são signos por direito próprio, especificamente signos internos. Chegou ao ponto de argumentar que, porque cada ideia é um sinal e a vida é uma sequência de ideias, o próprio homem é um sinal (Noth; Santaella, 2021).

Em seus estudos, além do significado, ele trouxe outro elemento, que é o referente. Esse referente é um objeto, real ou imaginário, que pode representar alguma coisa para alguém. A estrutura que envolve as representações e os signos, para Peirce (2005), foi chamada de semiose, que estuda a construção de significado, bem articulada por Saussure (2006), onde o signo, o objeto e o interpretante são três partes necessárias para que exista uma relação mediática, pois, sem essa tríade, a semiose não ocorre.

Mas, por enquanto, iremos parar momentaneamente de pensar nas ideias de Saussure e Peirce e refletir sobre as nossas. Quando se tem acesso ao texto que está sendo escrito, o leitor esteja em uma biblioteca, ou que consiga fazer o *download* desses escritos (que estão sendo lidos agora) em um *notebook*, *smartphone*, *tablet* ou, até mesmo, tenha acesso em uma versão impressa. No presente momento da escrita, contempla-se uma paisagem que é vista a partir de uma janela de um quarto, sendo que desfruta de uma paz e tranquilidade de um dia ensolarado.

Daí surge uma indagação: o que você pode ver? E o que você pode ouvir? Não sabemos se a resposta esta a altura, mas podemos dizer que conseguimos visualizar uma belíssima paisagem repleta de arbustos e muitas árvores, ao longe, cobertas de folhas. Nessas épocas, o capim fica mais verde, pois, como estamos em período chuvoso, a água da chuva está deixando tudo mais verde, devido à riqueza do nitrogênio a partir da água da chuva.

Já no período da tarde, enquanto escutamos o barulho que o vento faz, podemos observar as vacas passeando por essa paisagem, buscando alimento. Também conseguimos visualizar trabalhadores com ferramentas em suas mãos. Esse é um bom indício de que eles estejam trabalhando por esse campo, seja limpando ou cortando o mato que cresce rápido com as fortes chuvas que têm abençoado a região.

A descrição acima, que acabamos de escrever, pode fornecer ao leitor uma imagem literal ou metafórica do que podemos ver pela janela, sendo que essa mesma paisagem é a modelo de fotos que são postadas em redes sociais, quase sempre seguidas de frases (Bom dia ou Boa tarde, Areia!). Para isso, selecionamos palavras e ideias que ajudam a entender o que é visto e que permite ao leitor ter uma ideia do que está sendo descrito. De forma mais específica, mencionamos animais, vegetação, objetos inanimados, clima e sons. Essas são formas de classificar ou categorizar os fenômenos que estão em nossa volta. Se formos partir para o mundo dos exemplos, quando citamos a palavra "animais", entendemos que ela é uma categoria que pode conter gatos, cachorros, vacas, dentre outros. Quando usamos tais categorias, é uma tentativa de dar sentido a tudo que está ao nosso redor, aos fenômenos que experimentamos através de nossos sentidos, e por aí vai.

Isso também se aplica a ideias, conceitos abstratos ou gerais, como os elementos, cores, e outras coisas. Estes também podem ser chamados de fenômenos. No entanto, para nos ajudar a entender o que está em nossa volta, como também nossas ideias sobre o que constitui a realidade e o que compõe o mundo que vivenciamos ao longo de nossas vidas, as categorias podem ser de aplicabilidade geral ou universal.

Nesse sentido, entendemos que, ao estudar os fenômenos que surgem em nosso dia a dia, podemos experimentá-los através de todos os nossos sentidos. Esse é o foco da fenomenologia. Para Peirce (2005), o objetivo do estudo de fenômenos não é fornecer uma correspondência verdadeira da realidade, mas tentar desenvolver categorias que sirvam para classificar ou inventariar os elementos de qualquer coisa que aparece à mente, sendo que essas categorias podem permitir uma análise mais sistemática de nossas experiências do mundo. Ainda segundo Peirce (2005), este mundo consiste não apenas em nossas experiências sensoriais, mas também em nossas interpretações dessas experiências.

Entendemos nossas experiências do mundo, pois, ao realizarmos considerações de ordem prática, essas experiências nos permitem olhar para os efeitos que as ideias, sejam dos estudos da linguagem ou semiótica, têm. Por mais que definamos, por exemplo, aprendizagem efetiva ou as características de um bom professor, se formos pensar a partir de outras palavras, conheceremos um bom professor por suas ações e pelos efeitos que elas têm sobre seus alunos.

E, seguindo por esse mesmo viés, ao analisarmos os estudos de Peirce (2005), percebemos a relação epistemológica e cognitiva de um objeto, bem como as possíveis representações que podem ser realizadas. A partir daí, podemos entender como os fenômenos (ou signos ou sinais) se apresentam à mente. Essa relação foi denominada por Peirce (2005) de *primeiridade*, *secundidade* e *terceiridade*.

Sobre essas categorias, Noth e Santaella (2021) compartilham um relato sobre o surgimento dessas categorias universais, como pode ser lido na seguinte citação:

> Filósofos desde Aristóteles têm perseguido o projeto ambicioso de encontrar um número limitado de categorias para servir de fundamento elementar capaz de estruturar, por meio de uma lista limitada, a multiplicidade de fenômenos que se apresentam à nossa percepção e cognição. Espaço e tempo, por exemplo, são dois fenômenos que, na física e mesmo na filosofia, foram considerados como categorias universais por serem irredutíveis a outros fenômenos na cognição humana. Aristóteles reduziu a multiplicidade de fenômenos a dez categorias, que eram para ele modos de ser: substância, quantidade, qualidade, relação, lugar, tempo, estado, hábito, ação e paixão. Kant postulou doze categorias conforme um sistema diferente. Descontente com essas listas categóricas, numa redução radical da herança do passado, Peirce desenvolveu uma fenomenologia de apenas três categorias universais que chamou de *Firstness*, *Secondness* e *Thirdness*, traduzidas por primeiridade, secundidade e terceiridade (Noth; Santaella, 2021, locais 41-42).

Ao examinar como esses fenômenos aparecem à percepção e a nossa mente, para Peirce (2005),

> [...] parece, portanto, que as verdadeiras categorias são: primeira, sentimento, a consciência que pode ser compreendida como um instante do tempo, consciência passiva da qualidade, sem reconhecimento ou análise; segunda, consciência de uma interrupção no campo da consciência, sentido de resistência, de um fato externo ou outra coisa; terceira, consciência sintética, reunindo tempo, sentido, aprendizado, pensamento. [...] três concepções lógicas da qualidade, relação e mediação. A concepção da qualidade, que é absolutamente simples em si mesma e, no entanto, quando encarada em suas relações percebe-se que possui uma ampla variedade de elementos, surgiria toda vez que o sentimento ou a consciência singular se tornasse preponderante. A concepção de relação procede da consciência dupla ou sentido de ação e reação. A concepção de mediação origina-se da consciência plural ou sentido de aprendizado (Peirce, 2005, p. 14).

Com base nessa citação, podemos reconhecer que esses modelos se fundamentam em uma abordagem que permite compreender os processos de produção de conhecimento. Eles nos ajudam a distinguir, em três etapas, os meios para a geração de sentidos ou significados, pois,

> [...] Em síntese, essas categorias, que nos auxiliam a entender e descrever os níveis de mediação, se referem aos processos que Peirce denominou quanto à percepção de todo e qualquer signo. A *primeiridade* é a percepção inicial, quando o signo é percebido pelos elementos que trazem sensações como a emoção, sentimento. É uma categoria que traz como condição tudo aquilo que se apresenta à consciência em um primeiro instante. São experiências sem reação e causa sem efeito. Podemos citar, como exemplo, as formas, texturas e as cores. Já a *secundidade* é a reação da identificação do signo, sendo ele decomposto a partir de associações e percebido como signo ou mensagem. É uma categoria que tem como condição tudo aquilo que é percebido na primeiridade e são identificados os elementos que compõem o signo, mas sem a reflexão. E, por último, a *terceiridade* é percepção final, quando o signo é percebido inicialmente, identificado e interpretado a partir do seu significado. Nessa última categoria, é suscitado o pensamento e a leitura é simbólica, em um contexto de significações, atendendo ao seu poder reflexivo mediado. São experiências, reações e reflexão sobre a reação (Soares, 2019, p. 71).

Soares (2019, 2022), com referência a Peirce (2005), ainda explica que a *primeiridade* é a categoria que traz a ideia de primeiro contato com o que está sendo representado. “É caracterizado pelo sentir, pelos elementos que podem suscitar emoção, sentimento. Essa categoria, por ser primeiridade, está relacionada à ideia de primeiro, sugerindo que, antes dessa categoria, não há outra” (Soares, 2019, p. 71).

Já Noth e Santaella (2021) afirmam que a primeiridade refere-se aos próprios fenômenos, independentemente dos fatores externos que os influenciam, pois, segundo eles, estes fenômenos são apenas possibilidades que ainda não existiram, uma vez que a existência depende tanto do tempo como do espaço. Não são eventos reais, mas sim potencialidades. Os fenômenos pertencentes à primeiridade são observáveis em nossa percepção direta das coisas, antes de qualquer associação com outros fenômenos.

Nesse sentido, ainda sobre a primeiridade, que é aquela ideia de primeiro, para entender o processo de atribuição de signos à mente, na primeiridade, Ghizzi (2009), explica como essa categoria pode surgir em nosso dia a dia.

> [...] A liberdade da primeiridade é exemplarmente caracterizada quando admiramos certos fenômenos da natureza; dado que é uma experiência comum, diante de uma paisagem, como um pôr-do-sol, um sentimento (experiência) de deslumbramento. Sem pedir licença, esse sentimento se sobrepõe a tudo o que eventualmente ocupasse nossas mentes, colocando-as em estado não (auto) controlado; livre. Nesse libertar-se da razão tendemos a devanear por lembranças (experiências) da nossa mente as mais diversas; às

> vezes esquecidas no tempo. De modo semelhante, isso acontece diante das grandes produções do homem, seja no mundo da arte (pintura, música, teatro, [dança], arquitetura) ou, mesmo, de grandes descobertas científicas. Elas são, também, capazes de ativar esse estado de total liberdade da mente, fazê-la vagar um mundo de múltiplas possibilidades, como que vivenciando uma fusão de si própria (da mente) com o objeto de experiência (Ghizzi, 2009, p. 15).

Nesse sentido, entendemos essas experiências como qualidades das coisas em si mesmas, de forma pura, sem associações sobre a identidade dos objetos aos quais essas qualidades se relacionam, se são imaginários ou reais. Por outro lado,

> [...] ao observar as qualidades puras dos signos e relacioná-las ou associá-las com outros objetos, resultando em uma identificação a partir dessa relação/associação, a percepção deixa de estar na primeiridade e segue-se uma sensação de dualidade, por ser algo que lhe é externo (segundo) e que está sendo percebido ou associado àquela qualidade (primeiro) (Soares, 2019, p. 72).

Ainda segundo Soares (2022, p. 43), com referência em Peirce (2005), "*a secundidade*, que é o reagir, é a categoria que representa o modo de ser do signo em relação a outra coisa". "Esse modo de ser consiste nas associações ou relações que o signo é decomposto e percebido como mensagem, ou seja, enquanto a primeiridade é sobre ser, a secundidade é sobre a existência quanto a seu caráter material" (Soares, 2019, p. 72).

Noth e Santaella (2021) conceituam a secundidade como algo que entra em jogo quando um fenômeno está ligado a outro, implicando em uma dualidade de fenômenos, onde um existe em relação a outra coisa. É a categoria de fatos que requerem tempo e espaço para existir, abrangendo ações e reações, esforços e obstáculos, e experiências autênticas da realidade no momento presente.

A partir disso, entendemos que, se há um signo, então há uma qualidade (primeiridade) que faz parte do fenômeno. Dessa forma, para que essa qualidade exista, ela deve estar ligada a um objeto ou a uma matéria.

Ghizzi (2009) também nos ajuda citando mais alguns contextos sobre a secundidade:

> [...] O vermelho (qualidade) é vermelho do sangue, da rosa; daí que, o que antes era sentido como pura experiência interna da mente é percebido como propriedade do outro. Esses fatos externos, que atingem nossos sentidos (tato, olfato, visão...), são as nossas sensações. Enquanto a consciência de primeiridade transita sem discriminação pelas meras qualidades dos fenômenos, e por ideias a elas associadas de modo livre pela mente, a consciência de secundidade é forçada a experienciar o outro (a alteridade) na

> sua característica material, factual, dura; que não cede à pura liberdade da mente e contra os quais ela é forçada a agir (Ghizzi, 2009, p. 16).

Já o pensar, que é a *terceiridade*, segundo Soares (2019, 2022), é a terceira categoria denominada por Peirce (2005) que é a representação do pensamento final, pois,

> [...] ela traz a ideia de terceiro mediador, que representa a mediação de algum fenômeno (primeiridade) com os fatos (secundidade), a partir do momento em que são postos em uma relação/associação. Por agir como mediador, a secundidade age como o fim do processo e a terceiridade como o meio (que media). Para Peirce, a terceira categoria representa a mente ou consciência do intérprete que define qual o melhor caminho a ser percorrido entre o primeiro e o segundo. Assim, a terceiridade corresponde à camada inteligível em conformidade com a forma como a nossa mente é moldada, ou seja, por meio da terceira categoria, que é a percepção final, é a mediação que realizamos para que possamos representar e interpretar o mundo que está em nossa volta. Normalmente, a forma como nossa mente é moldada corresponde ao sentido de aprendizado, de surgimento de novos conceitos em nossa mente. Dessa forma, a terceiridade assume a característica da categoria do pensamento, linguagem e representação, tornando-se a consciência sintetizadora, que corresponde à forma como aprendemos. Nessa terceira categoria, entendemos que o intérprete se torna um terceiro elemento entre o signo e o objeto, tornando-se uma ponte entre o primeiro e o segundo, que é impulsionada pelo senso de aprendizado, pensamento e memória (Soares, 2019, p. 73).

Nesse sentido, Noth e Santaella (2021) explicam que a categoria do geral, da continuidade e da mediação é comumente referida como “terceiridade”. Para os autores, o conceito de “terceiridade” pode ser visto na relação entre uma primeira e uma segunda “entidades”, surgindo como resultado uma terceira. Este fenômeno é categorizado como “generalidade” devido à sua implicação de continuidade. Também está intimamente ligado à categoria de semiótica e signos, incluindo representação, comunicação, leis, regras, necessidade, hábito e síntese.

Em suma, “a consciência da qualidade, sem qualquer relação ou análise, é a primeira; a consciência do outro, que reage, é a segunda; e a consciência sintetizadora, que aprende, é a terceira” (Ghizzi, 2009, p. 18). Como estamos discutindo em nosso texto, os estudos de Peirce (2005) estão relacionados nessas categorias, isto é, “sua doutrina dos signos ou semiótica está inteiramente baseada nas três categorias, e não há como compreender as sutilezas de suas inúmeras definições e classificações de signos sem um conhecimento cuidadoso delas” (Santaella, 2001, p. 36).

Ainda sobre a primeiridade, secundidade e terceiridade, de acordo com Santaella (2005, p. 11), essas categorias “se tornam muito próximas ao sentir, o reagir, o experimentar e o pensar”. Essas teorias, desenvolvidas por Peirce (2005), nos mostram as formas pelas quais os símbolos (ou signos ou sinais) são apresentados à mente. Por outro lado, nos perguntamos: se os signos podem emergir dessas categorias, como se dá o processo de significação dos signos?

Antes de pensarmos sobre isso, é importante destacar que, se formos pensar em uma possível continuidade semiótica, essa pode ser estabelecida através do uso de tríades que consistem no signo, no objeto e no interpretante. O signo desempenha um papel crucial neste processo, pois atua como uma ponte entre o objeto que representa e o interpretante que suscita (Noth; Santaella, 2021; Soares, 2019, 2022). A definição de Peirce do signo como mediador é lógica e abstrata, o que o diferencia das noções contemporâneas de mediação. Ao contrário das definições modernas que consideram a mediação como uma ação entre indivíduos, o sinal ou mensagem serve como fenômeno mediador entre o emissor e o receptor (Noth; Santaella, 2021).

Nesse sentido, acreditamos que Peirce (2005) visualize que os signos podem ser simples ou complexos, e qualquer coisa ou fenômeno, por mais complexo que seja, pode ser considerado signo a partir do momento em que entra no processo sígnico (semiose). Ou seja, “a semiose é o processo de significação do signo que ocorre quando o signo representa seu objeto para um intérprete e produz na mente dele outra coisa que está relacionada ao objeto” (Soares, 2019, p. 74). De forma mais explicada,

> [...] o signo é qualquer coisa de qualquer espécie (uma palavra, um livro, uma biblioteca, um grito, uma pintura, um museu, uma pessoa, uma mancha de tinta, um vídeo etc.) que representa uma outra coisa, chamada de objeto do signo, e que produz um efeito interpretativo em uma mente real ou potencial, efeito este que é chamado de interpretante do signo. (Santaella, 2005, p. 8).

Ao estudar o processo sígnico que se refere ao processo dinâmico das relações, precisamos compreender três polos: o aspecto perceptível do signo, que se refere à primeiridade, seu fundamento; o que o signo representa, que se refere à secundidade, o objeto; e o que o signo significa, que se refere à terceiridade, o interpretante (Joly, 1996). Em outras palavras,

> [...] Peirce usava uma terminologia às vezes idiossincrática, mas sempre refletida nos seus estudos do signo. Numa primeira abordagem, ele referia-se aos três constituintes do signo simplesmente como *signo*, *coisa significada* e *cognição produzida na mente* [...] Na terminologia que ele adotou mais tarde, o *signo* ou *representamen* é o primeiro que se relaciona a um segundo,

> denominado *objeto*, capaz de determinar um terceiro, chamado *interpretante*. Numa definição simplificada, o *signo* é algo que "representa alguma coisa, o seu *objeto*" [...] e assim produz um efeito na mente de um intérprete ou usuário, efeito que Peirce chama de *interpretante* do signo (Noth; Santaella, 2021, local 44).

Nesse sentido, entendemos que o fundamento do processo sígnico vem primeiro e é imediato. Ele não tem nenhuma associação direta com o objeto que representa, que é um segundo. Por outro lado, se formos pensar em representá-lo, precisamos de um terceiro, que irá realizar o processo de mediação sígnica do pensamento, que é o interpretante. Vejamos um exemplo dado por Santaella (2005) para entendermos essa relação.

> [...] Tomemos um grito, por exemplo, devido a propriedades ou qualidades que lhe são próprias [seu fundamento/ primeiridade] (um grito não é um murmúrio) ele representa algo que não é o próprio grito, isto é, indica que aquele que grita está, naquele exato momento, em apuros ou sofre alguma dor ou regozija-se na alegria (essas diferenças dependem da qualidade específica do grito). Isso que é representado pelo signo, quer dizer, ao que ele se refere é chamado de seu objeto [secundidade]. Ora, dependendo do tipo de referência do signo, se ele se refere ao apuro, ou ao sofrimento ou à alegria de alguém, provocará em um receptor um certo efeito interpretativo: correr para ajudar, ignorar, gritar junto, etc. Esse efeito é o interpretante [terceiridade] (Santaella, 2005, p. 8).

Na citação anterior, vimos um exemplo que ficou claro como um signo atua como um mediador (intermediário) entre um objeto e o interpretante. Da mesma forma, Santaella (2005) deu outro exemplo:

> [...] Escrevo um e-mail para minha irmã. O e-mail é um signo daquilo que desejo transmitir-lhe, que é o objeto do signo. O efeito que a mensagem produz em minha irmã é o interpretante do e-mail que, ao fim e ao cabo, é um mediador entre aquilo que desejo transmitir a minha irmã e o efeito que esse desejo nela produz através da carta (Santaella, 2005, p. 9).

Ainda fazendo explanações sobre o referido contexto, segundo a autora,

> [...] um vídeo de educação ambiental sobre o desmatamento da região amazônica é um signo que tem por objeto a região retratada no vídeo. Os efeitos interpretativos que o vídeo produz em seus espectadores é o interpretante do signo (Santaella, 2002, p. 9).

A partir desses exemplos, podemos começar a compreender a noção de estrutura de sentido estabelecida por Peirce (2005), ao nomear essa nova tríade, que é "a relação entre o signo ou seu fundamento (primeiridade), um objeto (secundidade) e um interpretante (terceiridade)" (Soares, 2019, p. 75). Em suma, o fundamento é algo do signo que o faz funcionar como signo, ou seja, "o signo é uma coisa que representa outra coisa, que é seu objeto. Antes de ser interpretado, o fundamento possui uma potencialidade pura, que é pertencente à primeiridade" (Soares, 2019, p. 75).

Os objetos são o que os signos representam. O objeto é algo diferente do signo, "algo que está fora dele, um ausente que se torna imediatamente presente, um possível intérprete graças à mediação do signo" (Santaella, 2001, p. 43). Ao ser interpretado, o signo tem a capacidade de acionar o termo interpretado, que por sua vez passa a ser o termo interpretado do signo, que criará um efeito interpretativo na mente do pretenso intérprete, referindo-se ao mesmo objeto que o primeiro signo ou fundamento. E, assim por diante.

Nesse sentido, pensamos que todo esse processo reflete um fluxo de pensamento por meio do qual todas as pessoas passam a compreender os elementos que compõem o processo de significação simbólica, ou seja, de um signo. Dessa forma, ao realizar todo esse fluxo de pensamento, todo esse processo sempre vai acontecer de forma contínua, constituindo algo próximo a um fluxo simbólico (semiótico).

Quando aprendemos a teoria de Peirce (2005), estamos falando de como o signo (primeiridade, secundidade, terceiridade) vem à mente e como se produz o processo de significação do signo, a partir do que Peirce chamou de Semiose (fundamento do signo, do objeto e do interpretante). Todas essas explicações ajudam a entender a definição de signo proposta por Peirce (Soares, 2019).

Agora que vimos sobre a definição de signo, uma indagação pode surgir em nossa mente: como podemos analisar qualquer *coisa* que apareça como um signo? Como podemos interpretar o conceito de signo para entender ou representar os signos em outros contextos? É sobre isso que falamos na próxima seção.

3.4 A Tricotomia Peirceana: classificações e funções dos signos na linguagem

A partir dos estudos de Peirce, e como já mencionamos em nosso texto, a semiose corresponde à ação do signo, ou seja, o processo do signo em ação. Como Peirce gosta muito do termo tríade, percebemos que, para que haja uma semiose, temos que um evento A (que é o signo, ou, como Peirce se direcionava no início dos seus estudos, o signo-objeto, ou o signo em si ou *representamen*) deve produzir um segundo evento B (o interpretante, que, nesse caso, é o resultado significado do signo-objeto ou *representamen*) como um *meio* de produzir um terceiro evento C (que é o objeto que o signo representa).

O próprio Peirce, explicitamente, faz a distinção no contexto da representação onde signo é dado como sinônimo de representação definida como semiose e oposta a *representamen*. Para Peirce, a palavra representação está associada à "operação" de um signo ou sua relação com o objeto para o intérprete da representação. E o sujeito "concreto" que representa, Peirce chamou de signo ou *representamen*.

Peirce faz essa diferenciação, pois, para ele, tanto o signo, o sujeito "concreto" da representação, ou *representamen*, é o signo-objeto, ou simplesmente signo, que não deve ser confundido com a ideia comum do signo definido como *qualquer coisa que veicule qualquer noção definida de um objeto de qualquer maneira*.

O destaque dessa última linha do parágrafo anterior refere-se à definição de semiose, que é o objeto da análise semiótica. Dessa forma, podemos considerar que o signo-ação ou semiose é o ponto de partida da análise e o signo, ou signo-objeto ou *representamen*, é aquilo a que essa análise se aplica, ou seja, a base primordial dos signos. Assim, a representação da semiose é, como esta, triádica, que pode compreender o signo, o objeto e o interpretante, como falamos anteriormente.

Como se percebe, o signo, que é uma palavra bem simples no vocabulário de Peirce, foi definido como algo que se relaciona com outra *coisa* para alguém em algum aspecto ou capacidade. E toda a chave da teoria de Peirce está no signo para tentarmos entender como eles surgem e como são utilizados em nosso dia a dia.

E como o signo de Peirce contempla três componentes, ele distinguiu o signo, ou *representamen*, dos outros dois componentes do signo, que também podem se tornar signos por si mesmos. O signo é algo que entra em relação com seu objeto, que é o segundo componente do signo. Nessa relação, podemos dizer que o objeto de Peirce pode ser visto como "objeto semiótico", pois, de certa forma, é aquilo a que o signo se refere.

Esse "objeto semiótico" não é idêntico ao objeto "real", pois, segundo Peirce (2005), nosso conhecimento nunca é absoluto. Quando ele afirma que o nosso conhecimento não é absoluto, podemos entender que nosso conhecimento pode ser mais do que uma aproximação do mundo "real" exatamente como ele é, ou melhor, está se tornando.

Dessa forma, entendemos que o "objeto semioticamente real" que sentimos o cheiro, degustamos, ou que podemos ouvir, tocar e ver nunca é idêntico ao "objeto realmente real". Mesmo que possamos conhecer algo ou alguma *coisa* em nosso mundo, ou em nossa volta, de certa forma, não conhecemos o mundo exatamente como ele está se tornando, pois “nossas mentes são muito limitadas e ele [o mundo] é muito sutil e complexo” (Merrell, 2001, p. 28).

Nesse sentido, como esse “objeto realmente real” não é realmente conhecido por todos, ele não será mais do que “semioticamente real” para seus intérpretes. E nessa tríade de Peirce, esse terceiro componente do signo é o interpretante. Em outras palavras, podemos dizer que esse terceiro componente é como se fosse o significado do signo, pois, se o interpretante se relaciona e faz a mediação entre o signo e o “objeto semiótico”, entendemos que essa relação pode provocar uma inter-relação entre eles, ao mesmo tempo, e da mesma maneira que se inter-relaciona com eles mesmos.

Daí pode surgir uma indagação: mas, com essa inter-relação, como os signos acontecem? Ao entendermos as diferenças entre os objetos “realmente reais” e “semioticamente reais”, no meio dessa relação, que também pode ser entendido como mediação, é que um componente do signo atua como um intermediário entre os dois outros componentes do signo.

Nessa mediação, de forma específica, no interpretante, que pode ser considerado como o receptor do signo, o componente do signo se envolve com seus dois “amiguinhos”, ou companheiros, de tal forma que todos os três entram em uma espécie de interdependência inter-relacionada.

Assim, para Peirce (2005), um “signo completo” deve ter um signo, ou *representamen*, um “objeto semiótico” e um interpretante, e cada um desses componentes do signo deve ter a companhia dos outros dois. Se isso não ocorrer, então, não há signo. E, como vimos, os signos evocam e provocam mais signos, que, por sua vez, trazem mais signos, sem fim.

Soares (2019) também explica que Peirce (2005) ainda divide os signos em três tricotomias: a primeira, conforme *a relação entre o signo e seu fundamento*, ou seja, das *propriedades do signo na relação com ele mesmo* (quali-signo, sin-signo e legi-signo); a segunda, conforme *a relação entre o fundamento do signo e seu objeto*, ou seja, na *relação do signo com seu objeto* (ícone, índice e símbolo); a terceira, conforme *a relação entre o fundamento do signo e seu interpretante*, ou seja, da *relação do signo com o interpretante* (rema, dicente e argumento).

Segundo Peirce, existem três propriedades formais que permitem que algo funcione como signo: suas propriedades (sua qualidade), sua existência e sua regularidade (seu caráter de lei). Se formos usar um exemplo, imaginemos algo que está em sua frente de cor vermelha. Ao vermos esse objeto de cor vermelha, temos uma qualidade do que o signo pode ser. Quando verificamos ser um pedaço de tecido, temos a presença, ou existência, desse signo. E quando confirmamos que se trata de uma bandeira, que pode ser de uma bandeira, por exemplo, temos certeza de que, por lei, é um signo, ou sinal, que está de acordo com a cultura. Ainda sobre essas propriedades do signo na relação com ele mesmo,

> [...] podemos entender o que Peirce quis dizer por Quali-signo, Sin-signo e Legi-signo. Na relação do signo com o próprio signo, quando uma qualidade funciona como signo, como a cor vermelha, por exemplo, que por si só pode remeter a perigo, temos um Quali-signo; O Sin-signo, por sua vez está relacionado com a existência do signo no espaço e no tempo, bem como com sua singularidade. É um signo de uma coisa real, algo existente: aquele vermelho é feito de pano; e, por fim, o Legi-signo, quando os signos agem de acordo com uma convenção. [...] Estas três propriedades não são excludentes, geralmente elas agem juntas, pois a maioria das coisas, por exemplo, estão sob o domínio da lei. O que pode acontecer é a evidência de uma das propriedades como em uma obra de arte abstrata no qual a qualidade enquanto cor, volume, textura ficam mais evidentes que as demais propriedades (Nicolau *et al.*, 2010, local 12).

A segunda tricotomia, definida por Peirce (2005), é a divisão do signo em ícone, índice e símbolo, o que leva a uma relação do signo com seu objeto, mantendo uma relação existencial com o intérprete ou com esse objeto.

Dessa forma, temos que "o *ícone* é um signo visual (uma imagem) que tem como função representar um objeto ou coisa semelhante já que possui as mesmas características que o objeto representado" (Soares, 2019, p. 77). Para Peirce, "qualquer coisa, seja uma qualidade, um existente individual ou uma lei, é ícone de qualquer coisa, na medida em que for semelhante a essa coisa e utilizado como um signo" (Peirce, 2005, p. 52).

Assim, percebemos que os ícones podem usar cor, forma, textura, som e outros elementos gráficos para criar uma conexão clara entre um signo visual e uma ideia. Dessa forma, uma fotografia, um desenho, uma imagem criada em programas de computador representando um carro, por exemplo, são ícones desde que se assemelhem a um carro real.

Segundo Soares (2019, p. 77), "[...] em relação ao *índice*, este pode indicar alguma coisa com o qual o signo está ligado por semelhança ou proximidade ao objeto e que é afetado por este no lugar de representá-lo". Assim, "[...] na medida em que o índice é afetado pelo objeto, tem ele necessariamente alguma qualidade em comum com o objeto, e é com respeito a estas qualidades que ele se refere ao objeto" (Peirce, 2005, p. 52). Nesse contexto, ao olharmos ao nosso redor, podemos entender esse conceito observando a fumaça, que pode representar o fogo; as nuvens, que representam a chuva; e as pegadas de alguém andando na areia, que são exemplos de índices que mantêm algum tipo de relação causal com os objetos que representam,

> Tomemos uma forma mais pura de índice (pois, na fotografia, o aspecto icônico é também muito dominante), por exemplo, os muitos citados casos da fumaça como índice de fogo ou do chão molhado como índice de chuva. A fumaça não apresenta qualquer semelhança com o fogo, nem o chão molhado com a chuva. [...] Para agir indicialmente, o signo deve ser considerado no seu aspecto existencial como parte de um outro existente para o qual o índice aponta e de que o índice é uma parte (Santaella, 2005, pp. 19-20).

E em relação ao *símbolo*, ele se refere ao "objeto denotado por associação de ideias, e que não guarda nenhuma semelhança, ou de contiguidade com o que está sendo representado" (Soares, 2019, p. 77), ou seja, ele mantém "uma relação convencional com seu objeto, ao conectar o objeto por ideias mentais que usa o símbolo, sem o qual essa conexão não poderia existir" (*ibid*). Dessa forma, entendemos que "um símbolo é um signo que se refere ao objeto que denota em virtude de uma lei, normalmente uma associação de ideias gerais que opera no sentido de fazer com que o símbolo seja interpretado como se referindo àquele objeto" (Peirce, 2005, p. 52). Se formos pensar em exemplos de símbolos, podemos mencionar "o hino nacional representa o Brasil; a bandeira brasileira representa o Brasil; a Praça dos Três Poderes, em Brasília, representa os três poderes" (Santaella, 2005, p. 20). Também podemos pensar na pomba branca que representa a paz.

E de acordo com a terceira tricotomia, que é a relação do signo com o interpretante, podem ser: rema, dicissigno ou dicente (ou seja, uma proposição ou quase-proposição) ou argumento.

> [...] Um Rema é um signo que, para seu interpretante, é um signo de possibilidade qualitativa, ou seja, é entendido como representando esta e aquela espécie de Objeto possível. Todo rema propiciará, talvez, alguma informação, mas não é interpretado nesse sentido. O rema é um signo qualitativo. Quali-signos icônicos só podem produzir interpretantes remáticos, como por exemplo, quando alguém diz que uma nuvem no céu, parece com um coelho, trata-se de uma hipótese de quando uma qualidade é usada como um signo de outra qualidade na forma de comparação. Um signo Dicente é um signo que, para seu interpretante, é um signo de existência real. Portanto, não pode ser um ícone o qual não dá base para interpretá-lo como sendo algo que se refere a uma existência real. Um Dicissigno necessariamente envolve, como parte dele, um Rema para descrever o fato que é interpretado como sendo por ela indicado. Mas este é um tipo especial de Rema e, embora seja essencial ao Dicissigno, de modo algum o constitui. O dicente é um interpretante de signos reais, ou seja, indiciais. Um exemplo é um caderno em cima da cama, realmente existe e sua existência pode ser comprovada. Já o argumento é um signo de lei com base nas sequências lógicas de que o legi-signo simbólico depende. Um argumento é um signo que, para seu interpretante, é signo de lei.

> Podemos dizer que um Rema é um signo que é entendido como representando seu objeto apenas em seus caracteres; que um Dicissigno é um signo que é entendido como representando seu objeto com respeito à existência real; e que um Argumento é um Signo que é entendido como representando seu objeto em seu caráter de Signo (Nicolau *et al.*, 2010, pp. 15-16).

Ou seja, a partir da citação acima, entendemos que a terceira tricotomia distingue outros três tipos de signos: rema, dicissigno e argumento. O rema representa possibilidades qualitativas, como uma nuvem que parece um coelho. O dicissigno indica a existência real, como um caderno sobre a cama. O argumento baseia-se em leis e sequências lógicas. Esses conceitos ajudam a entender diferentes formas de representação e interpretação dos signos.

Ao final desta seção, refletimos sobre o que falamos até agora. Versamos que a semiótica é o estudo dos signos, em que um signo é algo que representa algo ou alguma coisa para alguém (Santaella, 2005). Esse processo representacional semiótico é triádico, envolvendo um signo, ou *representamen*, um objeto e um interpretante ou uma ideia que esteja na mente do intérprete.

Também falamos que os signos podem ser categorizados de três maneiras. A primeira diz respeito à principal característica intrínseca do próprio signo, sendo que esta primeira tricotomia dos signos é constituída por um quali-signo, um sin-signo e um legi-signo e expressa as características de um signo, sem que o signo esteja necessariamente associado explicitamente a um objeto ou interpretante. Já a segunda tricotomia decorre da função do objeto em relação ao signo e é composta por um ícone, um índice e um símbolo.

Em relação à segunda tricotomia, esta é a tricotomia mais explicada e conhecida de Peirce sobre seu sistema de signos e reflete a relação do signo com seu objeto associado. E a terceira tricotomia dos signos indica a maneira como o interpretante é representado pelo signo e consiste em um rema, um dicente e um argumento.

Ainda sobre essas tricotomias, é interessante saber que, dentro de cada uma delas, existem três modos diferentes de representação de como os signos representam ou significam. Essa possibilidade pode nos ajudar a fornecer uma estrutura coerente, e de forma potencial, para entender as ideias de Peirce, sendo que, a primeira delas é através das qualidades ou características do signo; a segunda baseia-se em fatos existentes como base da “operação” do signo e, em terceiro lugar, o signo usa certos tipos de convenções, leis ou princípios gerais como base do signo.

Mas, uma pergunta pode surgir: como podemos interpretar o conceito de signo para entender ou representar os signos em outros contextos? Falamos sobre isso a partir do próximo parágrafo.

Sabemos que estamos nos aproximando da conclusão desta seção de referencial teórico que, de forma breve, discutimos algumas das principais ideias de Saussure e Peirce. E nessas linhas que juntas criam esse texto são explanadas ideias importantes de suas escritas (Saussure e Peirce) e reunimos suas ideias sobre semiótica, ou sobre a linguística e a semiótica, seus métodos de investigação e como elas podem se apresentar à percepção e à mente.

Ao considerarmos o signo como uma mensagem ou representação que simboliza algo diferente, podemos afirmar que a lógica utilizada para abordar esse contexto é crucial, pois pode influenciar significativamente os processos de produção de significados matemáticos.

Dessa forma, ao entendermos o contexto em que os signos estão sendo percebidos e associados, e conseguirmos inseri-los em uma determinada investigação ou tentar responder a uma pergunta, podemos dizer que possa envolver, primeiramente, em uma abordagem sistemática e científica que visa revelar formalmente as respostas às hipóteses ou questões da referida pesquisa ou investigação.

Quando se pensa que o signo evoca algo para alguém, e ocorre todo aquele processo de semiose, que envolve o signo, objeto e interpretante, podemos compreender como é interessante, ou melhor, “fascinante”, o pensamento criativo e inovador de Peirce sobre a semiótica. Dizemos isso, sobre a semiose, pois, como podemos verificar essas constatações por meio dos estudos de Peirce, sendo que o autor afirmou que tudo começa e retorna ao estudo dos signos.

Peirce (2005) disse, em seus estudos, que a semiótica é uma teoria do significado que informa sua perspectiva epistemológica e suas categorias ontológicas, ao explicar como alguma coisa, ou melhor, como qualquer coisa, pode vir a representar objetos, processos, estruturas e ideias, permitindo-nos dar sentido ao mundo através da atribuição de significado às nossas experiências.

Ainda segundo Peirce (2005), a semiótica fornece um mecanismo de estruturação sistemática que revela como nossas ideias e pensamentos fazem a mediação entre os signos que simboliza algo e o mundo que nos esforçamos para entender a partir daquilo que é percebido e associado. E um dos caminhos para entender ou representar os signos em diversos contextos é por meio das categorias (primeiridade, secundidade e terceiridade) como falamos na seção 3.3.

Se formos pensar sobre a história da humanidade, ou nos conjuntos de operações humanas, sejam elas motivadas ou convencionais, nos deparamos com possibilidades de formas para podermos nos estender aos processos de representação e significação desde que foi reconhecida a linguagem, seja ela falada ou escrita.

De fato, a linguagem é, sem dúvida, uma das mais importantes invenções da humanidade, e em certos círculos teóricos, os processos sígnicos que envolvem a linguagem são estudados sob o nome de semiótica. E mesmo que o homem seja movido pelo seu espanto perante a filosofia (para poder filosofar), como diria Aristóteles, acreditamos que existem filosofias que ainda surpreendem o homem e a semiótica pertence a essa tal categoria.

Nesse sentido, entendemos o papel primordial que a semiótica desempenha nesses processos e procedimentos que envolvem a linguagem, como uma teoria abrangente dos signos, pode ser atribuída ao fato de que ela examina, de forma clara e concisa, todos os signos, suas relações uns com os outros e as ações que eles realizam. Esses signos são frequentemente empregados de forma implícita, automática e intuitiva.

Apesar de as relações e operações sígnicas serem comumente utilizadas pela natureza humana, entendemos que não há atividade do espírito humano, seja ela material ou imaterial, que faça uso de qualquer ferramenta, presente ou passada, que não caia sob o *guarda-chuva* desta fascinante e abrangente teoria dos signos.

Ao estudarmos sobre o princípio fundamental da semiótica, percebemos que ela é baseada na premissa de que pensamentos, conceitos e até mesmo seres humanos são inerentemente semióticos por natureza. Quando uma ideia é apresentada como um signo, ela também se refere a outros conceitos e objetos que pertencem ao mundo. Consequentemente, toda noção que contemplamos tem uma história. E por filosofarmos sobre essas histórias, entendemos que tudo é uma coleção de conhecimentos adquiridos, ou seja, temos muita informação acumulada.

A presença ou materialidade de um signo é percebida através de um ou mais dos nossos sentidos. Essa percepção pode ser: vista, ouvida, sentida, tocada ou mesmo saboreada. E em relação a essa materialidade que o signo pode assumir, é possível que apareça a partir de muitas formas, como uma cor, um objeto, um gesto, uma linguagem articulada, um grito, uma música, um ruído ou vários odores como perfume ou fumaça. O signo é percebido como ocupando o lugar de outra coisa, como já falamos, e esta é sua característica definidora, que é estar presente e indicar ou representar outra coisa que está ausente, sendo que podemos classificar as coisas como concretas ou abstratas.

E tendo todos esses contextos em mente, conhecemos as duas principais e, podemos dizer, mais importantes teorias gerais do signo que são: a semiologia associada a Saussure, e a semiótica associada a Peirce. Como falamos em nosso texto, esses dois modelos, que são fortemente edificados sobre conceitos próprios, se propõem a validar todos os vários signos que compõem uma língua, ou seja, essas teorias validam todos os signos que compõem e reconhecem a linguagem (falada e escrita).

Nesse sentido, para atender nossas necessidades, usamos as duas vertentes como "alternativas" ou que alguns "enfoques" podem ser comparados ou utilizados de forma "complementar" em certos contextos, pois, apesar de trabalharem em continentes separados e sem colaboração, Saussure e Peirce podem compartilhar inúmeras semelhanças em seus campos de estudo como veremos ao final de nossa pesquisa.

Também percebemos que a abordagem "estruturalista" da semiótica pode priorizar o papel das relações entre os signos no processo de produção de significados, em vez dos signos isoladamente. Ao desvendar as estruturas fundamentais que regem a interpretação e compreensão dos signos, esta abordagem pode possivelmente revelar os mecanismos que orientam a nossa compreensão do mundo que nos rodeia. Acreditamos que a chave para uma representação eficaz pode residir na apresentação de informações em um formato que possa ser facilmente compreendido pelo público-alvo, como, por exemplo, a partir de um "texto".

Dessa forma, ao serem discutidas as estruturas teóricas em semiótica, essas podem fornecer diretrizes para examinar questões relacionadas a signos. Os estudos de Saussure e Peirce, como também de outros pensadores que versem sobre a teoria dos signos, podem nos permitir avaliar as diversas formas pelas quais as linguagens (verbais e não verbais) interagem e nos permitem, também, compreender o fenômeno da representação.

No início deste texto, refletimos, primeiro, sobre a teoria de Saussure, que enfatiza a natureza dual dos signos. Posteriormente, exploramos o pragmatismo de Peirce, centrado em seu modelo tricotômico do signo.

Ao estudarmos sobre a semiótica, obtemos uma base conceitual e as ferramentas necessárias para conduzir uma análise pragmática dos próprios signos, pois essa abordagem pode valorizar certos aspectos que possivelmente não são priorizados em outras conceituações.

Como falamos anteriormente, a semiótica é uma teoria que enfatizamos bastante nas palavras de nosso texto, pois ela diz respeito a conhecimento, signos e representação, e expande a lógica para o reino da cognição e da experiência dos fenômenos. A semiótica também pode oferecer novos *insights* e perspectivas sobre questões relacionadas ao significado e sua criação, trazendo novas possibilidades para nossos estudos sobre significação e produção de sentidos nas questões que envolvem os signos.

Mas, daí, pode surgir uma indagação: como a semiótica de Peirce pode nos ajudar nos processos de significação? Quer dizer que um novo signo pode gerar uma cadeia interminável de significados? É sobre isso que falamos na próxima seção.

3.5 Explorando a Fenomenologia em Peirce: estruturas da consciência e significação

A partir dos estudos de Santaella (2005) e Noth e Santaella (2021), podemos dizer que a fenomenologia é o estudo da consciência cognitiva, que inclui os objetos e estruturas que a mente pode perceber. Este estudo levou ao desenvolvimento das Ciências Normativas, sendo que essas ciências incluem a *Estética*, que se dedica à apreciação de objetos considerados admiráveis sem razão aparente; a *Ética*, que se preocupa com a ciência da ação ou conduta; e a *Lógica* ou Semiótica, que se estrutura a partir da estética e da ética como teoria de signos e pensamento racionalizado (Santaella, 2005; Noth; Santaella, 2021).

Ou seja, todos os princípios fundamentais são derivados da Fenomenologia. Peirce, no contexto da Lógica ou da Semiótica, mostrou que existe uma Gramática especulativa que nos permite identificar os signos. Esses sinais, ou signos, podem ser identificados por semelhança, como o desenho de um animal em uma parede, ou por sinais indiciais, como uma poça d'água indicando chuva ou fumaça indicando fogo. Eles também podem ser identificados como símbolos aceitos pela cultura, como palavras que representam objetos sem qualquer relação com aparência ou evidência.

Já a *Lógica Crítica* é um processo que nos permite tirar conclusões por meio de raciocínio e inferência. Ela pode abranger dedução, indução e abdução, que são essenciais para alcançar os pensamentos finais. Como exemplo, podemos citar um silogismo: se eu sei que todas as árvores são de madeira, e que a jaqueira que está plantada em meu quintal é uma árvore, portanto, posso dizer que ela é de madeira.

Por outro lado, a *Retórica Especulativa*, também conhecida como *Metodêutica*, refere-se ao processo de desenvolvimento de métodos para responder a questões relativas ao raciocínio. É por meio dela que se é possível, e fundamental, saber quais métodos são mais adequados para determinadas pesquisas, como analisar como funciona o discurso midiático e quais signos estão presentes. Esse processo envolve buscar respostas, levantar hipóteses, verificar por meio do raciocínio e tirar conclusões. Portanto, é necessário ter um método que garanta esse procedimento de descoberta ou confirmação. Através da *Retórica Especulativa*, descobrimos qual método ou métodos são mais adequados para nossas pesquisas.

Peirce (2005) acreditava que a fenomenologia era o caminho inicial para os trabalhos filosóficos. Como filósofo, era crucial classificar os estudos e percebe-se que Peirce estava, aparentemente, insatisfeito com as classificações aristotélicas, que se concentravam principalmente na linguística (Nicolau *et al.*, 2010). Através da experimentação, desenvolveu classificações universais, começando pela fenomenologia. Esse processo envolvia observar fenômenos e categorizar objetos e pensamentos.

O estudo da fenomenologia possibilita decodificar o mundo como se fosse uma linguagem. Dessa forma, entendemos que fenômeno refere-se a qualquer coisa que seja perceptível para nós, incluindo fenômenos reais, virtuais, ilusórios e imaginativos. A partir dessa análise, podemos compreender que a fenomenologia busca compreender e caracterizar todos os fenômenos. Para examinar os fenômenos, devemos ser "contemplativos", capazes de distinguir entre as diferenças fenomenais e ter a capacidade de categorizar as observações.

E, como falamos anteriormente, as três ciências normativas (Estética, Ética e Lógica ou Semiótica) têm suas raízes na fenomenologia. Essas áreas de estudo são altamente abstratas e teóricas e não devem ser confundidas com ciências mais práticas. Segundo Santaella (2005) e Noth e Santaella (2021), essas áreas são chamadas de "normativas" porque se preocupam com a análise de ideais, normas e valores. Dessa forma, percebemos que a *Estética* está focada em nossas respostas emocionais; a *Ética* pode nos ajudar a guiar nosso comportamento; e a *Lógica* examina os ideais e normas que orientam nosso pensamento.

Em contraste, a *Lógica* ou Semiótica está preocupada com mais do que apenas as leis que podem reger nossos pensamentos e sua evolução. Também considera as condições gerais dos signos, como a forma como o significado é transmitido de uma mente para outra. Para isso, a *Lógica* ou Semiótica se divide em três ramos: *Gramática Especulativa*, *Lógica Crítica* e *Metodêutica* ou Retórica Especulativa.

> A gramática especulativa é o estudo de todos os tipos de signos e formas de pensamento que eles possibilitam. A lógica crítica toma como base as diversas espécies de signos e estuda os tipos de inferências, raciocínios ou argumentos que se estruturam através de signos. Esses tipos de argumentos são a abdução, a indução e a dedução. Por fim, tomando como base a validade e força que são próprias de cada tipo de argumento, a metodêutica tem por função analisar os métodos a que cada um dos tipos de raciocínio dá origem. Portanto, a metodêutica estuda os princípios do método científico, o modo como a pesquisa científica deve ser conduzida e como deve ser comunicada (Santaella, 2005, pp. 3-4).

A partir dessa citação, entendemos que a ciência da Gramática Especulativa lida com o estudo de todas as formas de signos e os conceitos que os sustentam, e como esses signos podem facilitar vários tipos de processos de pensamento. Essa ciência trabalha com conceitos abstratos que permitem identificar quando determinados processos podem ser classificados como signos. Ela também pode fornecer definições e classificações para a análise de todos os tipos de linguagem, signos, sinais e outros, ou seja,

> [...] A gramática especulativa trabalha com os conceitos abstratos capazes de determinar as condições gerais que fazem com que certos processos, quando exibem comportamentos que se enquadram nas mesmas, possam ser considerados signos. Por isso, ela é uma ciência geral dos signos. Seus conceitos são gerais, mas devem conter, no nível abstrato, os elementos que nos permitem descrever, analisar e avaliar todo e qualquer processo existente de signos verbais, não-verbais e naturais: fala, escrita, gestos, sons, comunicação dos animais, imagens fixas e em movimento, audiovisuais, hipermídia etc. As diversas facetas que a análise semiótica apresenta podem assim nos levar a compreender qual é a natureza e quais são os poderes de referência dos signos, que informação transmitem, como eles se estruturam em sistemas, como funcionam, como são emitidos, produzidos, utilizados e que tipos de efeitos são capazes de provocar no receptor (Santaella, 2005, p. 4).

E, como sabemos, um signo é qualquer *coisa* que represente outra *coisa* e tenha um efeito em uma mente potencial. Segundo Peirce (2005), um signo pode ser analisado a partir de suas propriedades internas, de seu significado como representação daquilo que indica e dos efeitos que pode produzir em seus receptores como interpretação. Como, por exemplo, uma imagem, desenho ou a palavra “cão” pode significar o animal, e mesmo que o objeto seja fictício, como um unicórnio, a representação do signo ainda seria verdadeira.

Nesse sentido, entendemos que o próprio Peirce (2005) pode esclarecer a tricotomia do signo, que fica evidente nesse contexto. Mas como ele explica? O primeiro aspecto diz respeito a se o signo é uma mera qualidade, um existente concreto ou uma lei geral. Já o segundo elemento é baseado na relação do signo com seu objeto, seja ele um caráter inerente a si mesmo, uma correlação existencial com o objeto ou uma relação com um interpretante. E, por fim, o terceiro componente depende se o interpretante vê o signo como um signo de possibilidade, fato ou razão.

Ainda falando sobre um dos três ramos da Lógica ou Semiótica, que é a lógica crítica de Peirce, entendemos que, nesse contexto, o raciocínio pode ser uma forma de conhecimento que necessita de evidências e demonstrações, e que pode ser realizado por meio de uma série de atos intelectuais, que estão internamente conectados, e que formam um processo de conhecimento. Dessa forma, para Peirce (2005), sendo referenciado por Santaella (2005) e Noth e Santaella (2021), a Lógica Crítica pode estabelecer que o raciocínio ocorre por *dedução*, *indução* e *abdução*.

Ao sabermos disso, percebemos que é importante observar que os três tipos de raciocínio não são exclusivos da disciplina de lógica ou de qualquer outra ciência, mas sim podem ser consideradas formas básicas de pensamento que empregamos em nossa vida cotidiana. Essas são as maneiras pelas quais nossos pensamentos são estruturados em qualquer situação, e os métodos de lógica e raciocínio usados na ciência são um "refinamento" desses métodos. Portanto, essas ainda podem representar casos em que a forma e o raciocínio são submetidos ao autocontrole e à disciplina.

A *dedução* é um processo que envolve partir de uma verdade já conhecida, seja por intuição ou demonstração prévia. Esta "verdade" funciona como um princípio geral ao qual estão subordinados todos os outros casos que dela se demonstrem. Em essência, a dedução parte de uma verdade já estabelecida e a aplica a todos os outros casos semelhantes. Portanto, a dedução é referida como indo do geral para o particular ou do universal para o individual. Uma dedução começa com um conceito factual ou uma teoria legítima (Santaella, 2005; Noth; Santaella, 2021).

O processo de *indução* segue um sentido oposto ao da dedução. A indução envolve começar com casos particulares que são iguais ou semelhantes e, em seguida, tentar identificar a lei geral, definição ou teoria que fundamenta e explica todos esses casos específicos. A definição ou teoria é o ponto culminante no final do processo. E a razão pode fornecer uma série de diretrizes precisas para direcionar o processo de indução. Nesse caso, se estes procedimentos não forem cumpridos, a indução pode ser considerada inválida.

Já a *abdução* é um tipo de intuição, mas não é algo que ocorre unicamente e que resulta em uma conclusão. Em vez disso, é um método de busca de uma solução por meio da interpretação racional de indícios, sinais ou signos. Nesse sentido, o próprio Peirce (2005) pode fornecer uma explicação mais detalhada da abdução, pois, para entendermos o que ela pode explicar, precisamos requerer mais esclarecimentos. Segundo ele, a abdução é a capacidade dos humanos de prever intuitivamente o funcionamento da natureza, em vez de confiar no raciocínio crítico e autorregulado.

Peirce (2005) explica que a sugestão abdutiva é uma ocorrência repentina, aparecendo como um *insight* que desencadeia uma centelha de intuição, apesar de sua notável suscetibilidade ao erro. Embora as partes que fazem parte da hipótese já existam em nossas mentes, é a noção de ligar, ou fundir, esses componentes de uma maneira que não foi considerada anteriormente que ilumina a nova sugestão diante de todos nós.

Nesse mesmo viés, entendemos que o processo do pensamento pode ser considerado como se fosse uma jornada que envolve a “revelação” de signos e interpretantes ao mesmo tempo em que abrange três tipos distintos de consciência. A abdução ocorre em momentos de consciência predominante, porém enfraquecida, difusa e dispersa, onde a consciência imediata ganha destaque. São nesses momentos que as ideias surgem como palpites. A abdução sugere a existência de algo ou alguma coisa, desencadeando um processo intuitivo que conduz ao desenvolvimento de uma teoria explicativa. Sob essa perspectiva, cada uma das teorias científicas atuais pode ser vista como resultado da abdução.

Já sobre a *Retórica especulativa* ou *Metodêutica*, sabemos que ela é um campo de estudo que examina a relevância dos métodos utilizados na pesquisa, exploração e aplicação da “verdade”. Esta abordagem teórica visa analisar, ou esmiuçar, as formas e procedimentos adequados para a realização de investigações.

Nesse sentido, o método científico e a forma como a pesquisa é conduzida e comunicada estão entre os princípios que podem ser explorados. Se formos observar determinada comunidade de pesquisadores, por exemplo, o método é continuamente corrigido, sendo a obtenção da “verdade” o objetivo primordial. No entanto, segundo Peirce (2005), a “verdade” é sempre incompleta, e um método que poderia dar conta de todos os fenômenos é inexistente.

Nesse meio, Peirce (2005) define a retórica como o veículo para o discurso, e a retórica especulativa se esforça para descobrir a metodologia que sustenta a pesquisa. E o estudo das condições necessárias para a efetiva transmissão de significados por meio de símbolos e signos é o fundamento da Metodêutica. Segundo Santaella (2005), este campo se concentra na compreensão das condições lógicas que são essenciais para transmitir significado e transforma os métodos em signos simbólicos para explorar sua relação com os interpretantes. Também examina o uso de formas significativas de pensamento, com a intenção de identificar quais formas são mais adequadas para o propósito da Razão.

Ainda sobre a Metodêutica, se quisermos determinar a abordagem mais eficaz para qualquer investigação, ela considera os tipos de raciocínio (dedução, abdução e indução) como métodos e etapas que podem ser consideradas em uma pesquisa científica. O processo de raciocínio segue uma lógica específica: a abdução envolve a descoberta de uma hipótese; a dedução envolve o exame das consequências da hipótese; e a indução envolve o estabelecimento da validade da hipótese.

Por sua vez, Santaella (2001) explica que entender as diferentes formas de raciocínio é essencial para compreender as leis da evolução do pensamento. Ainda segundo a autora, se formos analisar a obra de Peirce (2005) sobre semiótica, embora precisemos de um tratamento sistemático do referido assunto, pode-se identificar uma constante nos diversos procedimentos e métodos empregados pela ciência, sendo que as observações de Peirce (2005) sobre a pesquisa e os princípios em relação à metodêutica estão dispersos ao longo de sua obra.

Mas, uma pergunta surge: como a semiótica pode ser usada em nosso dia a dia para analisarmos os fenômenos? Sabemos que a semiótica é uma ciência formal e abstrata, não aplicada. Seu objetivo, como afirmam Santaella (1983, 2005) e Noth e Santaella (2021), é examinar os modos de constituição de todo fenômeno de produção de sentido e significado, e investigar todas as linguagens possíveis. Encontrar estudos controlados de signos baseados em fotos, desenhos, filmes, falas etc., são bastante comuns, mas os signos são dinâmicos e em constante mudança, com grande quantidade de novos signos sendo criados nos últimos anos.

Frequentemente, interagimos com o que nos cerca sem reconhecer conscientemente os processos mentais que nos permitem entender nosso ambiente. A comunicação é parte integrante desses processos, tanto que incorporamos essas situações em nossas ações mais instintivas, sem pensamento “consciente”. No entanto, quando nos voltamos para a semiótica, que diz respeito à teoria geral dos signos, desenvolvida por Peirce para compreender esses processos, somos confrontados com uma grande quantidade de palavras difíceis, vocabulário técnico e explicações científicas que podem sobrecarregar até o aluno mais ativo.

O significado de um sinal, ou signo, hoje não é o mesmo que era no passado. Um signo pode significar algo diferente dependendo de onde está localizado. Muitos sinais têm múltiplos significados e muitas interpretações podem ser aplicadas a um único sinal. Os signos são excepcionalmente maleáveis, sendo que uma ligeira variação na cor, espessura de uma linha ou posicionamento pode alterar completamente o significado de um símbolo antigo.

3.6 Será que os signos peirceanos podem visualizar, conversar e tomar café com os signos saussurianos?

A partir das discussões que realizamos em nosso estudo, entendemos que as reflexões sobre as teorias dos signos de Saussure e Peirce foram evoluindo conforme os pesquisadores foram querendo usar a linguagem como forma de representar o mundo real, como também o mundo das ideias, que envolvem linguagens verbais e não verbais. Em nosso recorte histórico, percebemos também que foram encontradas apresentações, palestras e pesquisas que versavam sobre investigações sobre a linearidade e arbitrariedade dos signos, bem como estudos comparativos sobre as várias teorias que existem junto de vários olhares linguísticos e semióticos.

Mas, algumas indagações podem surgir: o que os signos semióticos e linguísticos têm em comum? Como podemos pensar em estudos mais profundos que podem ser realizados a partir de uma perspectiva semiótica em pesquisas que envolvem a linguística?

Em nosso estudo, é importante destacar que nos detivemos sobre os processos sígnicos, sejam eles semióticos e linguísticos, em determinado grupo de trabalhos (*proceedings*) de um evento acadêmico. A partir disso, é sempre importante lembrar que, para termos uma ideia correta do que seriam esses signos, iniciamos com uma compreensão do signo em si. Em nosso estudo, falamos brevemente sobre a linguística e semiótica. Dessa forma, trouxemos alguns estudos dos dois principais autores da linguística e semiótica: Saussure e Peirce. Como forma complementar, também falamos sobre a visão de Duval e Eco sobre os signos, ou sobre os processos sígnicos.

Como falamos desde o início da seção 3, Saussure (2006) entende o signo linguístico como uma combinação de um conceito e uma imagem sonora. Desta definição, Saussure apresenta dois "lados" que podem ser considerados como básicos, que é a diferença entre o significante e o significado. Em nosso estudo, percebemos que essa diferença básica, que visualiza os "lados" dos signos linguísticos, é de uma relevância enorme para estudos que envolvem a linguística, como também para pesquisadores linguísticos, e outros pesquisadores que se interessem pelos processos sígnicos.

E pensar sobre a teoria dos signos de Saussure no ensino da matemática pode nos oferecer uma perspectiva para tentarmos entender e melhorar os processos de significação matemática. Ao reconhecer que os significados matemáticos são construídos por meio de convenções sociais e culturais, e ao utilizar estratégias pedagógicas que exploram essa construção, entendemos que os educadores podem realizar a mediação dessa construção de significados, ajudando os alunos a associar os símbolos matemáticos com os conceitos corretos.

Também falamos, ainda na seção 3, que Peirce (2005) refere-se ao conceito de signo como se fosse uma ou alguma *coisa* que representa alguma ou outra *coisa* para alguém, sendo que essa *coisa* pode ser algum aspecto ou capacidade. Se formos observar, por exemplo, a visão de Eco (1976) sobre o signo, percebemos que ela é bem mais simples. Para ele, o signo é algo que representa outra *coisa*. Simples assim.

Ao analisarmos essas definições, ou essas três definições contando com a de Eco (1976), entendemos que o signo pode ter, possivelmente, significados que podem ser referenciais para alguém e, também, simbólicos para esse mesmo alguém, e que possui algum sinal ou código que pode ser usado, pelos pesquisadores, professores ou leitores, para representar alguma ou outra *coisa*. Esses entendimentos sobre como ocorrem os processos sígnicos podem nos auxiliar a entender, principalmente quando observamos as características e natureza do signo, que os sinais, ou signos, podem apresentar mais de um significado, como será discutido mais para frente.

A partir destas definições de signo, e sendo referenciados pelos estudos de Wang (2020), que versou sobre teorias da comunicação, percebemos que os signos, possivelmente, possuem uma espécie de "peça", "elemento" ou "material" que é percebido pelo pesquisador e que é recebido pelo mesmo como algo que auxilie como "trilho" que leva "vagões" de informações. Assim, esses signos conseguem levar essas informações que são essencialmente diferentes dos próprios signos e que representam outra *coisa*. Wang (2020) diz que, se fosse o contrário, os signos não fariam sentido e deixariam de serem eles mesmos.

E, por fim, percebemos também que, como os signos, ou sinais, devem levar informações, da mesma forma que ocorreram durantes as palestras, pesquisas, grupos de discussões e apresentações nos ICMEs, essas informações estão sujeitas às práticas e convenções sociais, podendo possivelmente diferenciar no significado que é definido pelos indivíduos.

Citamos o contexto do ICME, envolvendo convenções sociais, pois, como esse evento é de âmbito internacional, os significados dos signos que são representados, também dependem dos comportamentos sociais e expectativas que são construídas e que possam ser, normalmente, compartilhadas por um determinado grupo, ou conjunto de indivíduos, como ocorre nos eventos, seja em grupos temáticos, grupos de discussão, comunicações orais, dentre outros.

Dessa forma, ao pensarmos sobre a classificação dos signos, percebemos que ainda existe certa "complexidade" em relação ao conceito de signo, e que alguns autores não entram em consenso referente a arte dos sinais, ou seja, a arte dos signos. Como exemplo, citamos que Eco (1976), em uma de suas obras, observando o modo "produtivo" e a função "significante" dos signos, dividiu os signos em eventos naturais, intenções humanas e expressões poéticas. Já Peirce (2005), em relação aos três elementos sígnicos (signo, objeto e interpretante), construiu sua tríade que inclui três tipos centrais de signos, que é o ícone, índice e símbolo. Ainda para ilustrar que não existe consenso entre alguns pesquisadores, o semiótico Thomas Sebeok classificou os signos em seis tipos: sinal, sintoma, ícone, índice, símbolo e nome. Wang (2020) classifica os signos com base em uma relação denotativa entre o significante e o significado.

Por outro lado, a partir dos estudos de Wang (2020), se formos pensar sobre a relação entre os signos linguísticos e semióticos, que é a base de nossa indagação suscitada anteriormente, podemos refletir sobre três caminhos diferentes dessa relação entre os signos a partir da visão da semiótica e linguística. O primeiro caminho seria que a linguística está relacionada à semiótica. Já o segundo caminho seria que a semiótica está relacionada à linguística. E o terceiro caminho seria que semiótica e a linguística são dois “mundos” separados, e que cada um deles tem seu próprio “mundo”, ou “trilho”, ou “ponte”, de pesquisa.

Em nossos estudos, percebemos que alguns pesquisadores concordam com o primeiro caminho, de que a linguística seja uma ramificação da semiótica, ou de apenas uma parte dela, também pode ser aplicado à linguística. Se formos citar um exemplo, podemos pensar nos estudos de Jean Piaget, em que essas relações podem ser visualizadas a partir da forma como que o signo linguístico é apenas um aspecto das funções semióticas, embora seja o mais importante na maioria dos casos.

Ainda em nossos estudos, identificamos que Roland Barthes também foi citado em uma das palestras, pesquisas, apresentação ou grupos temáticos ou de discussão, que ocorreram em um dos ICMEs. E, se formos observar a forma como que esse autor visualizava a semiótica, percebemos que esteja mais para o entendimento de que a semiótica poderia ser uma ramificação da linguística, pois se os pesquisadores forem encontrar alguns grupos que estão além da linguística, mas que ainda pertencem à semiótica, esses grupos só poderiam ser explicados por atos de fala que podem afetar todos os sistemas semióticos.

E mesmo que possamos estar em uma discussão sobre os signos linguísticos e semióticos, existem muitos outros pontos que podem ser refletidos sobre a forma como podemos usar a linguagem e representar o mundo real e o mundo que se refere as ideias.

Sobre a linguagem verbal, é interessante saber que Umberto Eco tem um ponto de vista, de certa forma, neutro sobre essa discussão. Eco (1976) afirma que a linguagem verbal é o dispositivo semiótico mais poderoso que o homem já inventou. Disse também que, uma vez que o lugar em que a linguística esteja é mais estável do que outros sistemas semióticos, a semiótica depende de conceitos linguísticos em muitos aspectos.

A partir dessas reflexões que estamos realizando em nosso estudo, acreditamos que a linguística e a semiótica devem ser desenvolvidas de forma independente, sendo cada um em seu “mundo”, ou “trilho”, ou “ponte”. Dessa forma, enquanto Saussure foca na arbitrariedade da relação entre significante e significado, Peirce amplia essa visão, considerando também a relação do signo com o objeto e o interpretante, introduzindo uma abordagem mais dinâmica e triádica para entender a natureza dos signos. Entendemos também que tanto a linguística quanto a semiótica podem ter pontos, ou trilhos ou pontes, de interação, uma com a outra, para explorar os limites e possibilidades das disciplinas que serão integradas que, em nosso caso, é a matemática.

Daí, outra pergunta pode surgir: mas se estamos dizendo que a semiótica e a linguística devem ser desenvolvidas de forma independente, e que os dois possuem pontos, ou trilhos ou pontes de interação, uma com a outra, como os signos semióticos e os signos linguísticos podem ser visualizados? Existem pontos em comum entre esses dois conceitos de signos?

Como já falamos algumas vezes, em especial na seção 3, discutimos sobre os signos (linguísticos e semióticos) e refletimos sobre as teorias básicas de Saussure e Peirce. Por um lado, temos que Saussure (2006) apresenta dois “lados” básicos, que é o significante e o significado. Já pelo outro, Peirce (2005) apresenta sua tríade (signo, objeto e interpretante). Se formos pensar em como ocorre essa relação de significação, sendo referenciados por Li (2007), entendemos que um dos objetos da ciência da linguagem parece estar, principalmente, no estudo das formas da linguagem.

Sabemos que a linguagem é algo que está ligado a vida do homem. E, ao observarmos esse contexto, e olharmos pelo viés da semiótica, o conteúdo semântico, que nesse caso é a questão do significado, deve ser incluído nos termos de quando queremos representar algo. Se formos seguir o pensamento de Li (2007), esse autor entende que a linguística só pode estudar a conexão do significante, enquanto a semiótica deve estudar a relação entre o significante e o significado, que é a questão do significado da linguagem.

A partir disso, entendemos que se formos observar os conceitos sígnicos da linguística e da semiótica, percebemos que a linguística pode se concentrar em determinada relação estrutural dos signos, que nesse caso pode ser a relação entre o significante e os elementos estruturais dos signos, enquanto a semiótica pode se concentrar em determinada relação de significação, ou seja, que é referente ao significado dos signos. Em outras palavras, ao observarmos a forma como que a estrutura do signo é realizada e a forma que é pensada a relação de significação, entendemos que este é o entendimento que os estudos de Li (2007) nos proporciona sobre a diferença estrutural entre a linguística e semiótica.

Nessa relação entre significante e significado, em comparação com a tríade semiótica, Li (2007) também nos leva a entender que, sem o significado, não há como discutir a relação de significação dos signos, e sem discutir a relação de significação, não há semiótica, porque os signos sempre formam certo significado, e a teoria da significação pode ocorrer em torno de certo significado.

Já os estudos de Wang (2020) afirmam que Eco (1976) depende do conceito de "interpretante" de Peirce, já que Peirce acreditava que um signo consiste em três elementos: sinal (signo), objeto e interpretante. Por outro lado, Li (2007) pensa que Eco considera o interpretante como equivalente à denotação e conotação de todo mensageiro de determinada informação.

Dessa forma, esse contexto pode nos levar a entender que, por um lado, se o interpretante de Peirce for associado como denotação, ele pode carregar o significado de um objeto ou sua representação. E o próprio interpretante de Peirce, por outro lado, será composto por diversos signos que apresentam diferenças em sua estrutura.

Imaginemos a imagem de uma "árvore". Essa imagem pode ser usada para explicar a palavra "árvore", nesse caso, em nosso idioma "português", ou pode ser usado para explicar outro idioma que tenha como base o "português" e que, também, seja associado a imagem com a palavra. Ao visualizar essa imagem, o interpretante, se for associado como denotação, pode ter atributos duais: não é apenas o significado do signo em si, mas também a forma que a linguagem, ou metalinguagem, que explique o significado do signo.

Ainda no exemplo da "árvore", ao observarmos o outro "lado" básico do signo, que é o sentido do significado, o interpretante é a forma de compreensão ou forma conceitual de um objeto semiótico, como é dito nos estudos de Peirce (2005). Dessa forma, ao percebermos a partir do sentido da linguagem, ou metalinguagem, que interpreta o significado, o interpretante é o "mecanismo" de operação semiótica do processo de interpretação.

Nesse sentido, Li (2007), em seus estudos, também nos apresenta dois conceitos que podem nos auxiliar no entendimento sobre os signos. Li (2007) nos mostra o *portador material* e a *informação comum*. Para ele, o portador material seria o equivalente ao significante de Saussure, sendo que ele coloca mais ênfase na "substância" do material, enquanto o significante é um conceito formal não substancial.

Como estamos, em nosso estudo, entendendo como a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce para as práticas que envolvem o que compreendemos por produção de significados matemáticos, vamos citar um exemplo para ilustrar essa explanação que pode ser entendida a partir de nossos estudos.

Se formos pensar em um exemplo, dentro do contexto matemático, podemos citar a palavra-chave mais mencionada em nosso recorte temporal, que é a palavra "matemática". Em nossas análises, como pode ser visto no Quadro 2, a palavra "matemática" foi citada 1065 vezes. De acordo com a teoria de Saussure (2006), esse significante (palavra) "matemática", seja na forma escrita ou oral, pode ser entendido da mesma forma, ou seja, esse signo linguístico, de forma escrito ou oral, possui o mesmo significante (forma). Mas, se formos observar o significado dessa palavra "matemática", pode representar uma ideia, ou conceito diferente, dependendo da prática social, cultura de uma pessoa ou de um grupo.

E ao observarmos esses contextos, entendemos que o significante do signo linguístico, ou da palavra, tem o potencial de ser alterado, mantendo, também, ao mesmo tempo, o seu significado fundamental. Dependendo da cultura de um indivíduo ou do grupo ao qual ele pertença, essa característica pode influenciar muito a interpretação de um conceito ou ideia. Por outro lado, é possível que uma única forma abranja vários significados simultaneamente. E se formos analisar o portador material que Li (2007) nos apresenta, em comparação com os estudos de Wang (2020), esse portador material está bem próximo do "representante" de Peirce.

Dessa relação, inferimos que, "quando existe uma representação, existe uma *coisa*, que é o representante, que está por outra *coisa*, que é o representado. Portanto, entendemos que a representação é uma relação entre o representante e o representado" (Soares, 2019, pp. 66-67).

Li (2007) também nos apresenta que a informação comum é comparável ao significado descrito por Saussure. Esse significante "comum" significa a convenção social da informação, que é um princípio teórico fundamental das teorias linguísticas de Saussure. Li (2007) finaliza dizendo que o significante "informação" é descrito como um termo geral que contém o conceito abstrato de significado de Saussure e o material substantivo e objeto referencial. Portanto, nesse sentido, é mais parecido com a ideia de Peirce (2005) do que com a de Saussure (2006).

Após a análise da definição de signo, percebemos que Li (2007) segue um caminho como se fosse de "separação", ou seja, a partir das duas teorias, Li (2007) escolhe apoiar uma delas, que, nesse caso, é a de Saussure. Já Wang (2020), está na direção da "integração" das duas teorias, ou seja, o autor não foca nas distinções, mas sim em tentar encontrar pontos que possa existir complementaridade lógica entre as duas teorias.

Ainda sobre essas duas teorias, percebemos que os estudos de Saussure que dizem respeito aos processos sígnicos são baseados nos elementos da comunicação a partir de sistemas e códigos que regem os signos. Já os signos semióticos de Peirce podem visualizar os signos linguísticos a partir de processos e funções semânticas de signos.

Por falarmos nesses elementos que compõem os conceitos de signos de Peirce e Saussure, seguimos o pensamento de Wang (2020) que afirma que existem complementaridades entre a teoria linguística e semiótica de Saussure e de Peirce, respectivamente.

Nesse sentido, acreditamos que elas não são opostas, mas podem ser complementadas entre si, e permitem formular uma espécie de sistema teórico "combinado". Dessa forma, ao combinarmos o "formalismo" de Saussure e o "substancialismo" de Peirce podem ser integrados em um sistema teórico consistente. Mas, daí pode surgir: como é que essas teorias podem se complementar?

Quando Soares (2022) estudou as teorias de Saussure e Peirce, inicialmente, tinha entendido que elas não eram complementares, pois eram referidas como sendo uma dualidade contra uma tríade. Por um lado, conforme íamos nos aprofundando em ambas as teorias, percebemos, também, que era a formalização contra substancialização, a arbitrariedade contra a iconicidade, a relação entre signo e objeto entre ambas as teorias, dentre outros pontos.

E como objetivamos observar os signos linguísticos sob a ótica da semiótica, entendemos que, para conseguirmos realizar esse estudo, teríamos que tentar estudar cada um desses itens comparativos que são complementares e não opostos. Por isso, seguimos focando o signo que é a unidade comum entre a relação dos signos linguísticos e semióticos, como também enfatizar a posição central dos signos linguísticos. A partir dos estudos de Saussure, entendemos que é importante dialogarmos sobre os objetos através da linguagem.

Nessa mesma linha de pensamento, entendemos também que a semiótica de Peirce vai além dos signos linguísticos, pois consegue analisar elementos heterogêneos dos signos como a materialidade e subjetividade. Segundo Wang (2020), precisamos respeitar o princípio de significação ou "gramática" dos signos, por exemplo, o princípio de "iconicidade" do ícone, "causalidade" de índice e "convenção" de signos linguísticos.

Como já falamos várias vezes anteriormente, Peirce (2005) articula a relação do signo a partir de três elementos sígnicos (signo, objeto e interpretante), e ele conseguiu construir sua tríade com três tipos centrais de signos (ícone, índice e símbolo). Dessa forma, acreditamos que, se formos pensar nos signos linguísticos a partir dos signos semióticos, ou sob o ponto de vista da semiótica de Peirce, entendemos que Peirce também pode nos auxiliar para entendermos mais sobre os signos linguísticos, mas a maneira como ele vê os signos linguísticos é por meio da lógica e do objeto.

Ao estudarmos as teorias de Peirce, podemos perceber que ele equipara os signos não linguísticos com signos linguísticos, o que possa ser que reflita em seu pensamento lógico e realmente relevante. Percebemos também que, tanto os signos linguísticos e não linguísticos, são “variáveis” que representam certo “valor” lógico de “verdade”, ou o valor real de *algo* ou alguma *coisa*, que poderá refletir a realidade objetiva até certo ponto.

Apesar disso, o objeto do signo de Peirce é um *algo* que possa ter certo valor de verdade e não *algo* somente de uma realidade objetiva. E mesmo que possamos tentar representar ou aproximar algo de uma relação com o infinito, que exercerá uma eterna busca da realidade objetiva, esse *algo* é *algo* que também pode ser trabalhado com a semiótica. Portanto, entendemos que, enquanto a linguística de Saussure é humanista, significativa e formalista, a semiótica de Peirce pode ser objetiva e lógica, significativa e substancial (Wang, 2020; Soares, 2022).

Soares (2019, p. 67) disse que “as representações podem ser de várias maneiras (escrita, desenho, símbolo, sonoro ou imagem visual) em nosso meio. Inicialmente, aprendemos a representar para depois visualizar” e que “o estudo dessas representações [...] pode nos auxiliar a revelar seus significados e também sua visão de mundo” (*ibid*).

Nesse sentido, acreditamos que, ao pensarmos sobre os signos linguísticos e não linguísticos, esses signos podem depender da forma que os pesquisadores fazem para estruturar seu levantamento de pesquisa. Quando se pergunta se o pesquisador quer visualizar os objetos pela linguagem ou visualizar a linguagem pelos objetos, conseguimos entender um pouco sobre essa relação entre os signos de Saussure e Peirce, que se refere à lógica interna das duas convenções que pode ser estabelecida nesta base sígnica.

E mesmo que Peirce e Saussure tenham criado esses dois tipos de processos sígnicos, quase ao mesmo tempo sem se conhecerem, alguns pesquisadores poderiam refletir que parecia não existir pontos comuns entre suas teorias, assim como tínhamos, inicialmente, pensando nos estudos de Soares (2022), pois se os pesquisadores forem visualizar os objetos pela linguagem ou visualizar a linguagem pelos objetos, poderíamos pensar na possibilidade de entendermos esses conceitos a partir do conceito de forma e substância. Enquanto a linguística de Saussure prefere formalismo, a semiótica de Peirce prefere a ontologia, ou seja, a substância. Dessa forma, poderíamos conseguir refletir sobre a relação entre forma e substância que possibilita o “diálogo” entre Saussure e Peirce.

Segundo Wang (2020), Peirce não sabia que Saussure estava criando outro padrão “semiótico”, mas parecia usar seu trialismo semiótico para ir contra a oposição binária de

Saussure e tinha plena consciência da possível diferença gigantesca do que isso poderia resultar, seja por meio da arbitrariedade de sua "semiótica", significados, dentre outros.

Ainda segundo Wang (2020), o conceito de desenvolvimento de signos de Peirce não é apenas sobre ternário de significados de signos, nem é apenas sobre substituir arbitrariedade por alguma "motivação", mais sobre sua ênfase em uma "semiose infinita", pois o processo de significação semiótica é, teoricamente, infinito.

Wang (2020) enfatiza que a "arbitrariedade" de Saussure leva à sistematicidade, enquanto a "motivação" de Peirce leva a um processamento não sistemático, o que mostra que as duas teorias realmente descrevem os dois lados do modo de significação dos signos. Ainda segundo o autor, a arbitrariedade de Saussure é baseada na ausência de objeto e está isolado do mundo da realidade, então o significado dos signos deve vir do sistema estrutural semiótico.

Dessa forma, entendemos que essa "motivação" de Peirce depende mais de algumas conexões que podem ser motivadas, como, por exemplo, relação icônica, relação de índice, relação simbólica, etc., entre os signos e seus significados. Por assim dizer, Saussure e Peirce representam duas formas diferentes de algum teorema da significação, pois essa divisão pode levar, segundo Wang (2020), a outro resultado que seria a sistematicidade gerada a partir da arbitrariedade como uma característica importante dos signos linguísticos, enquanto a não sistematicidade gerada a partir da motivação é uma característica importante dos signos não linguísticos. Portanto, essa divisão pode representar a relação entre signos linguísticos e semióticos.

Ainda sobre essa relação entre os signos linguísticos e semióticos, para ilustrar, ainda mais, essas reflexões, podemos recorrer à segunda tricotomia de Peirce, que é a relação entre o signo e seu objeto.

Como sabemos, a base filosófica da teoria de Peirce são três categorias universais (primeiridade, secundidade e terceiridade). Peirce usou as três categorias para analisar melhor a relação entre signo e objeto e, finalmente, conseguiu classificar os signos em ícone, índice e símbolo.

Essa segunda tricotomia dos signos de Peirce, por exemplo, pode ilustrar três tipos de relação entre o significante e o significado. Se formos comparar com o signo dual da linguística saussuriana, isto é, a relação arbitrária entre o significante e o significado, esta relação sígnica triádica tem grande flexibilidade, interpretabilidade e abrangência e pode fornecer, para todos, uma maneira muito eficaz para analisarmos diferentes tipos de signos em nossa sociedade contemporânea.

Sendo referenciados pelos estudos de Wang (2020), entendemos que, para tentarmos conseguir fazer uma interpretação precisa do termo iconicidade, temos que recorrer à teoria semiótica de Peirce mais uma vez. A partir dos estudos semióticos, essa relação, que envolve a iconicidade, pode incluir algo que pode ser chamada “similaridade” que define que o ícone não é objetivo ou baseada na lógica, mas uma similaridade na percepção.

De certo ponto de vista, Wang (2020) nos leva a entender que tanto o ícone quanto o índice podem ser considerados como duas subclasses de símbolos porque todos os signos são o resultado de convenções, ou seja, segundo os estudos de Peirce, deve haver um intérprete entre um ícone e seu referente.

Nesse sentido, entendemos que a iconicidade pode ser entendida como uma semelhança que existe entre o significante e o significado e pode ser sentida pelo intérprete de signos, e essa relação entre o significante e o significado é totalmente incorporada a esta relação sígnica triádica, que consiste nesses três tipos de signos (Wang, 2020; Soares, 2022).

Wang (2020) também afirma que é por meio da filosofia cognitiva que realmente faz com que essas teorias, como a da iconicidade, seja reconhecida, pois, a cognição refere-se às atividades mentais no processo cognitivo em que as pessoas percebem e aprendem sobre o mundo, obtêm conhecimento e resolvem problemas.

Ainda segundo Wang (2020), a cognição, em sentido amplo, envolve os sentidos visual e auditivo, memória, atenção, mente, pensamento e raciocínio etc. Ele afirma que a linguística está envolvida nesse meio, pois ele considera a linguagem um reflexo do mundo real por meio do processamento cognitivo humano.

Nesse sentido, entendemos que, a partir do nosso sistema cognitivo, ele pode nos auxiliar na compreensão de noções abstratas que muitas vezes são bastante difíceis de entender. Como somos seres visuais, esse *status* pode ser uma das razões dessa capacidade, pois nossos cérebros estão programados para processar informações visuais, o que explica nossa afinidade por questões visuais, sejam imagens, vídeos, fotografias, dentre outros. E, como gostamos de imagens, essas podem ser um dos produtos de nossos processos cognitivos e de nossa capacidade de concentração, pois as imagens possuem uma capacidade inerente de cativar a nossa atenção nas *coisas* e somos naturalmente atraídos por elas (Soares, 2019).

Ou seja, “o ser humano está rodeado de imagens em todos os lugares a todo instante, e isso sem considerarmos as imagens que continuamos a ver nos nossos sonhos” (Soares, 2019, p. 50). Em vista disso, “nada poderia ser mais plausível, e mesmo necessário, que a imagem adquirir na escola a importância cognitiva que merece nos processos de ensino e aprendizagem” (Santaella, 2012, p. 10).

E ainda por falarmos em imagem, podemos fazer algumas relações com os signos linguísticos e semióticos. Como vimos, a iconicidade pode ser de grande importância para a língua e a cultura. A partir dos estudos de Soares (2019), entendemos que a percepção da imagem pode desempenhar um papel decisivo nos processos cognitivos, pois a iconicidade pode ser relacionada à cognição ou à associação.

Se formos observar do ponto de vista da filosofia, ou da ciência do pensamento, ou do pensamento científico, percebemos que os estudos de Wang (2020) podem considerar "sons" abstratos como seus modos básicos de pensamento simbólico, formando sua qualidade de pensamento que enfatiza a abstração. Já os estudos de Li (2007) afirmam que o pensamento simbólico pode se concentrar em imagens, permitindo-lhes desenvolver suas habilidades de pensamento "imaginal" e dotando seu pensamento simbólico com imaginação e criação.

Nesse mesmo viés, entendemos que, se formos observar e analisar as características da língua e cultura que estão presentes nesses estudos, a partir da perspectiva da iconicidade do signo, poderá abrir novos caminhos teóricos, como também novos caminhos para estudos semióticos combinando características de estudos como o de Li (2007) e Wang (2020).

Com base nos estudos de Li (2007), sendo referenciados pelos estudos de Soares (2019), acreditamos que, se formos observar nossa língua e cultura, seria mais apropriado substituir o termo (ou significante) iconicidade por imagem, figura, desenho ou retrato, pois esse significante "ícone", de acordo com o dicionário de semiótica,

> Entende-se por ícone, na esteira de Ch. S. Peirce, um signo definido por sua relação de semelhança com a "realidade" do mundo exterior, por oposição ao mesmo tempo a índice (caracterizado por urna relação de "'contiguidade natural") e a símbolo (firmado na simples convenção social). Considerando-se – como é o nosso caso – que a definição do signo, pelo que ele não é, é semioticamente não-pertinente e que, por outro lado, a semiótica apenas se torna operatória quando situa suas análises aquém ou além do signo, a classificação proposta, sem ser incômoda, apresenta pouco interesse (Greimas; Courtés, 1979, p. 222).

Já o manual da semiótica diz que os ícones "são signos em que existe uma semelhança topológica entre o significante e o significado. Uma pintura, uma fotografia são ícones na medida em que possuem uma semelhança com o objeto pintado ou fotografado" (Fidalgo; Gradim, 2005, p. 21). E o dicionário de filosofia diz que o ícone pode ser "uma percepção visual ou auditiva" (Abbagnano, 2007, p. 895) ao ser considerado sua relação com o objeto representado.

Na semiótica, o ícone “é um signo visual (uma imagem) que tem como função representar um objeto ou coisa semelhante já que possui as mesmas características que o objeto representado” (Soares, 2019, p. 77). E Peirce o define como “qualquer coisa, seja uma qualidade, um existente individual ou uma lei, é ícone de qualquer coisa, na medida em que for semelhante a essa coisa e utilizado como um signo” (Peirce, 2005, p. 52).

Por isso, acreditamos que seria mais interessante usarmos algo relacionado a imagem, pois, como pode ser visto que esse significante possui vários significados, conseguimos enfatizar o conceito de “percepção da imagem”, a partir de seus significados, e ser melhor compreendido por leitores, pesquisadores, dentre outros.

Dessa forma, podemos perceber que a iconicidade está na linguagem e na cultura, pois o signo, ou sinal ou código, pode também ser composto de uma iconicidade linguística e cultural quando um signo linguístico, ou signo ou código cultural, possibilita algumas semelhanças cognitivas ou que podem ser associadas com o significado (a partir de seu significante) e sua relação pode ser percebida.

Assim, entendemos que “um ícone pode usar forma, cor, som, textura e outros elementos gráficos para criar uma conexão evidente entre imagem e ideia” (Soares, 2019, p. 77). Dessa maneira, se formos pensar em um exemplo, dizemos que “um desenho, uma fotografia, uma imagem virtual representando um carro, por exemplo, são ícones na medida em que eles se assemelham a um carro real” (*ibid*).

Outro ponto que podemos destacar, nesses processos que envolvem a relação entre o signo de Peirce e o signo de Saussure, é a forma que esses podem ser visualizados e explorados de maneira complementar, utilizando símbolos para representar conceitos matemáticos.

Como falamos anteriormente, o signo saussuriano, que é composto pelo significante (a forma escrita ou falada) e o significado (o conceito), pode ser visto como um dos pontos para que se possa compreender os símbolos matemáticos. Por exemplo, se formos pensar em uma equação, os números e operadores funcionam como significantes, enquanto o conceito matemático que eles representam atua como o significado.

Por outro lado, a abordagem dos signos peirceanos, que inclui o signo (*representamen*), o objeto e o interpretante, permite uma análise mais profunda do processo semiótico na matemática. Nesse contexto, o signo (*representamen*) pode ser o símbolo matemático, como, por exemplo, o +, o objeto é o conceito de adição, e o interpretante é a compreensão ou o efeito de associação de ideias que esse símbolo gera no aluno.

Como estamos falando sobre a segunda tricotomia de Peirce, entendemos que essa abordagem pode ser aprofundada, oferecendo uma visão mais rica e detalhada, podendo expandir a compreensão dos conceitos apresentados por Saussure. No contexto do ensino de matemática, esses conceitos podem ser usados para visualizar como os signos de Saussure operam em diferentes níveis de abstração e complexidade.

Ainda utilizando o exemplo do símbolo matemático “+”, ele pode ser, inicialmente, compreendido como um ícone quando os alunos visualizam e realizam a adição de objetos concretos (como maçãs, bananas ou laranjas), onde o signo visual “+”, se assemelha à ação de juntar, reunir. À medida que o ensino avança, esse mesmo símbolo pode ser entendido como um índice, onde a presença do “+” indica a ação de somar elementos. E, por fim, o símbolo “+” funciona como um símbolo, uma vez que sua compreensão está profundamente enraizada na convenção matemática.

Por fim, entendemos que, ao integramos a segunda tricotomia de Peirce para visualizar o signo saussuriano no ensino de matemática, os educadores podem criar representações visuais e didáticas mais eficazes a partir da associação de ideias. Isso pode ajudar os alunos a não apenas entender o significado dos símbolos matemáticos, mas também a reconhecer como esses símbolos funcionam em diferentes níveis de representação e compreensão dos significados matemáticos, que vão desde o concreto até o abstrato. Portanto, as teorias de Peirce podem enriquecer a abordagem saussuriana, podendo oferecer uma ferramenta pedagógica poderosa para os processos de significados matemáticos.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção, apresentamos em detalhe os procedimentos metodológicos que compõem o *corpus* de nossa investigação. Abordamos os caminhos seguidos pela pesquisa qualitativa e descrevemos os diferentes momentos que constituíram o desenvolvimento do estudo.

4.1 Percorrendo o caminho da pesquisa qualitativa

No âmbito acadêmico, a pesquisa serve como uma ferramenta para explorar possíveis soluções para questões ou problemas identificados pelo pesquisador, com a intenção de gerar novos *insights* e ideias, ou seja, recorremos a pesquisa sempre que buscamos explorar opções para encontrar respostas a questionamentos, perguntas ou para solucionar problemas identificados pelo pesquisador.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009),

> [...] a pesquisa é um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/metódica de saberes ou compreensões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade ou presente na literatura o qual inquieta/ instiga o pesquisador perante o que se sabe ou diz a respeito (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 60).

É crucial que os investigadores articulem os caminhos e metodologias escolhidas ao conduzir a investigação. Dessa forma, entendemos que isso permite que eles se alinhem com suas questões ou hipóteses de pesquisa. Além disso, é importante escrever de forma clara, para que outros investigadores possam replicar o seu estudo em outra situação, ambiente ou estrutura semelhante. Nesse sentido, entendemos que,

> [...] a metodologia da pesquisa está relacionada ao conjunto de métodos ou caminhos que são percorridos no processo da pesquisa e sua sistematização. Ou seja, ela envolve os caminhos e as opções tomadas na busca por compreensões e interpretações sobre a interrogação formulada (Borba; Almeida; Gracias, 2018, p. 39).

Dessa forma, a maneira como interpretamos esses fenômenos e atribuímos significado aos objetos que estudamos nos permite classificar a presente pesquisa como um estudo qualitativo, que, segundo D'Ambrosio (2016, p. 12), "tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes".

A pesquisa qualitativa permite um aprofundamento na análise de conteúdos, práticas e comportamentos. Como os dados qualitativos não são somente numéricos, esses podem assumir vários formatos, como imagens, textos, gravações de áudio e vídeos, entre outros. Uma vez identificadas, essas informações passam por um processo de coleta, análise e interpretação, semelhante ao estudo da linguagem.

Dessa forma, para conseguirmos abordar uma representação mais precisa dos objetos examinados e conduzir uma investigação sobre o assunto, nossa pesquisa pode ser classificada como qualitativa e envolverá análise de *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*. Em essência, isso poderá nos auxiliar a refletir sobre as implicações do assunto em questão de forma mais detalhada.

Mas o que são os *proceedings, selected lectures* e *invited lectures*? Os *proceedings* dos ICMEs são documentos que compilam os artigos científicos apresentados e discutidos durante a conferência. Eles servem como registro oficial dos trabalhos apresentados, incluindo resumos estendidos ou artigos completos, e são publicados para disseminar os resultados de pesquisa e contribuições acadêmicas discutidas no evento.

Já as *selected lectures* dos ICMEs são palestras de destaque apresentadas durante o congresso, escolhidas por um comitê organizador devido à sua relevância e contribuição significativa para a Educação Matemática. Essas apresentações são feitas por pesquisadores e especialistas renomados, abordando uma ampla gama de temas, desde novas abordagens pedagógicas até avanços em pesquisa matemática. Elas servem como uma vitrine de inovações e tendências emergentes no campo, oferecendo uma visão aprofundada sobre práticas e teorias educacionais que impactam o ensino e a aprendizagem da matemática globalmente.

E as *invited lectures* dos ICMEs são palestras proferidas por acadêmicos e especialistas que foram convidados a compartilhar suas pesquisas e experiências. Esses palestrantes são selecionados com base em suas contribuições relevantes ao campo da Educação Matemática, e suas apresentações tratam de temas variados, como inovações pedagógicas, desafios educacionais, teorias matemáticas e questões socioculturais.

Nossa escolha para envolvermos com pesquisas qualitativas foi intencional, pois reconhecemos que “[...] ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos [...]” (Minayo, 2001, pp. 21-22).

Nossa pesquisa pode ser classificada como exploratória para melhor compreender os objetos em estudo e realizar uma análise bibliográfica de forma abrangente. Essa abordagem nos permite aprofundar o assunto e obter uma perspectiva mais realista, pois, esse é o tipo de pesquisa científica quando,

> [...] o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela. Esse tipo de investigação [...] visa verificar se uma determinada ideia de investigação é viável ou não (Fiorentini; Lorenzato, 2009, pp. 69-70).

Corroborando essa ideia, Gil (2016, p. 41) aponta que as pesquisas do grupo exploratórias "têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições". Ainda segundo Gil (2016, p. 41), "embora o planejamento da pesquisa exploratória seja bastante flexível, na maioria dos casos assume a forma de pesquisa bibliográfica".

Em outras palavras, nossa intenção é aprofundar as questões de pesquisa com uma abordagem exploratória para análise dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*. Nosso objetivo principal não é alcançar soluções conclusivas, mas sim reunir mais informações sobre um tema que não foi definido ou discutido com precisão. Essa abordagem nos ajudará a compreender melhor o problema em questão. Assim como outros métodos de pesquisa, o tipo exploratório pode auxiliar o pesquisador a alterar o rumo de sua metodologia para buscar novas perspectivas e informações. Dessa forma, como iremos analisar os *proceedings* do ICME 1 (1969) ao ICME 14 (2021), a partir das considerações de Gil (2016), também situamos nossa pesquisa como bibliográfica do tipo estado da arte, ou do conhecimento.

> A pesquisa bibliográfica vincula-se à leitura, análise e interpretação de livros, periódicos, manuscritos, relatórios, teses, monografias, etc. (ou seja, na maioria das vezes, dos produtos que condensam a confecção do trabalho científico). Não por acaso, esse tipo de pesquisa também exige planejamento e, após uma análise da literatura disponível sobre o tema estudado, o material angariado deve ser triado, estabelecendo-se assim, um plano de leitura do mesmo (Fontana, 2018, p. 66).

De acordo com Gil (2016, p. 59), o pesquisador, ao realizar uma pesquisa bibliográfica, deve fazer alguns procedimentos em seu planejamento, tais como a "[...] a) escolha do tema; b) levantamento bibliográfico preliminar; c) formulação do problema; d) elaboração do plano provisório de assunto; e) busca das fontes; f) leitura do material; g) fichamento; h) organização lógica do assunto; e i) redação do texto".

Ainda sobre nossa pesquisa ser bibliográfica do tipo estado da arte, ou do conhecimento, percebemos que, com o passar dos anos, houve um aumento de publicações científicas no Brasil e esse tem levado a uma onda de pesquisas que buscam definir e compreender a fundo o *corpus* de conhecimento dentro de um campo específico. Consequentemente, o número de estudos que são referidos como "estado da arte" ou "estado do conhecimento" tem aumentado nos últimos tempos.

Para Pillão (2009), o conceito de "estado da arte" tem sido adotado e interpretado por diversos pesquisadores de acordo com as questões que investigam. Embora alguns pesquisadores possam usar termos diferentes para se referir a esse tipo de pesquisa, como "estado do conhecimento", "tendências", "mapeamento" ou, até mesmo, "panorama", todos esses trabalhos compartilham um objetivo comum: compreender o conhecimento que está "acumulado" dentro de um determinado campo de estudo que esteja delimitado, geográfica e temporalmente.

Nesse sentido, Melo (2006) afirma que as pesquisas conhecidas como estado da arte, também denominadas, por ele, como "pesquisa da pesquisa" e "balanço da produção", podem envolver o mapeamento da produção científica em um campo específico, a realização de uma "síntese integrativa do conhecimento" sobre um determinado tema e o aprofundamento de questões particulares relacionadas para isso.

Ainda segundo Melo (2006), o objetivo de mapear estudos em um determinado campo acadêmico, realizados em diferentes épocas e locais, é reconhecer e buscar as tendências temáticas e metodológicas e resultados significativos, utilizando estudos específicos como objeto de análise, incluindo artigos, publicações em anais e publicações acadêmicas, dissertações e teses.

Já Fiorentini e Lorenzato (2009) definem que as pesquisas denominadas estado da arte, muitas vezes, adotam uma abordagem histórica, com o objetivo de catalogar, organizar e avaliar a produção científica de um determinado campo ou assunto, com o objetivo de apontar padrões e elucidar o estado atual do conhecimento na área ou tópico de estudo.

A partir desse contexto, entendemos que pesquisas mais recentes podem visar compreender o conhecimento extenso, compilado e organizado sobre um determinado assunto, além de condensar a produção acadêmica dentro de um campo específico do conhecimento e resgatá-la em um determinado período de tempo, como ocorre nos famosos recortes temporais.

Dessa forma, ao examinarmos as pesquisas que versam sobre o estado da arte e revisar algumas literaturas na área (Haddad, 2002; Melo, 2006; Picheth, 2007; Ribeiro, 2014; Silva, 2022), fica evidente que o objetivo dessas pesquisas é sistematizar uma determinada área do conhecimento em um período de tempo especificado.

Ribeiro (2009) ratifica a importância da pesquisa do estado da arte, pois essas pesquisas são fundamentais para fornecer uma compreensão abrangente do estado atual do conhecimento sobre um determinado tópico. Isso inclui suas temáticas, discussões teóricas e aspectos metodológicos. Tal entendimento é crucial para o crescimento da investigação científica, pois permite que os pesquisadores possam organizar informações e descobertas previamente coletadas. Essa organização pode facilitar a identificação de oportunidades para a integração de perspectivas aparentemente independentes, bem como o reconhecimento de pesquisas similares, possíveis contradições e lacunas ou vieses.

Ribeiro (2014) ainda afirma que o termo “estado da arte” refere-se a uma contribuição significativa para o campo teórico de uma determinada área do conhecimento, ao identificar contribuições importantes para a teoria e a prática pedagógica, evidenciar limitações no campo da pesquisa, identificar lacunas na divulgação, explorar experiências inovadoras que ofereçam soluções alternativas para problemas práticos, e reconhecendo como a pesquisa contribui para o desenvolvimento de propostas na área escolhida.

Romanowski e Ens (2006) enfatizam a importância da pesquisa do estado da arte na produção acadêmica e no progresso do campo científico, pois, pesquisas dessa natureza destacam seu papel na análise dos campos investigativos nesta era de rápidos avanços da ciência e da tecnologia.

Já Melo (2006) descreve o conhecimento como um estado que está em constante evolução e que sofre transformações e mudanças. A autora ainda destaca a importância do estado da arte, pois envolve a análise de cenários de pesquisa passados e presentes para prever resultados futuros.

Nesse sentido, percebemos que a pesquisa denominada estado da arte pode servir como referência para a produção acadêmica e científica de uma determinada área, fornecendo *insights* sobre temas já pesquisados e oportunidades para novas pesquisas. Ao mapear e analisar essa produção, ela não apenas pode aprimorar o conhecimento existente, mas também possibilita a exploração de territórios inexplorados.

De acordo com Picheth (2007), um aspecto crucial para a realização da pesquisa de estado da arte é obter uma compreensão abrangente do objeto de estudo a partir de várias perspectivas. Para tanto, ainda segundo o autor, é preciso considerar os dados que compõem seu embasamento científico como componentes fundamentais para a compreensão do que resta a ser explorado.

Quando se trata da análise dos dados, optamos pela abordagem da metodologia de análise de conteúdo (AC), pois é uma "técnica que tem como principal função descobrir o que está por trás de uma mensagem, de uma comunicação, de uma fala, de um texto, de uma prática etc." (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 137). Em outras palavras, entendemos que a AC,

> [...] incide sobre as mensagens presentes no texto e o investigador busca construir conhecimento ao analisar o discurso escrito. Para tanto, utiliza-se de processos técnicos relativamente precisos e bastante quantitativos. Essa também se diferencia da análise linguística que provém de estudos da semiótica e toca no lado mais obscuro da linguagem, que é o referente ao vivido e que aponta mais para a intuição essencial do que para o uso correto (lógico gramatical) da linguagem (Bicudo, 2014, p. 12).

Ainda nesse mesmo viés, acreditamos que esse "[...] método de análise tenta preservar os principais pontos de forma mais objetiva, com base em uma análise que pode também ter dados quantitativos" (Soares, 2019, p. 102), visando à "[...] utilização de critérios claramente definidos sobre registros fornecidos [...], tais critérios consideram as *palavras utilizadas nas respostas*, as *ideias* ou *opiniões expressas* e as *interpretações* e *justificativas apresentadas*" (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 137).

Além disso, um aspecto crucial da realização de investigação qualitativa é compreender como organizar e analisar eficazmente a informação recolhida. Para Bauer (2008),

> [...] a análise de conteúdo é apenas um método de análise de texto desenvolvido dentro das ciências sociais empíricas. Embora a maior parte das análises clássicas de conteúdo culminem em descrições numéricas de algumas características do *corpus* do texto, considerável atenção está sendo dada aos "tipos", "qualidades", e "distinções" no texto, antes que qualquer quantificação seja feita (Bauer, 2008, p. 190).

Nesse sentido, para garantir a organização adequada do processo de análise de conteúdo, o pesquisador deve quantificar e analisar os significados e conexões de temas, palavras ou conceitos em dados qualitativos, que podem incluir registros escritos, como textos, ou seja, "a análise de conteúdo, portanto, exige a utilização de critérios claramente definidos sobre [...] todos os registros [que] devem ser atentamente lidos, vistos e revistos a fim de efetuar-se um levantamento das principais *informações* neles contidas" (Fiorentini; Lorenzato, 2009, pp. 137-138).

Contudo, a "[...] AC trabalha tradicionalmente com materiais textuais escritos, mas procedimento semelhante pode ser aplicado a imagens" (Bauer, 2008, p. 195). Ainda sobre o uso da AC, entendemos que o material inicial analisado pode assumir diversas formas, todas codificadas ou representadas em palavras escritas (textos). Esses materiais incluem, entre outros, publicações impressas ou *online*, pôsteres, fotografias, imagens, *sites*, notícias e vídeos. Ao citarmos esses exemplos, percebemos que esses são conteúdos criados por pessoas e, portanto, podem ser interpretados e analisados por pesquisadores. Dessa forma, "a AC interpreta o texto apenas à luz do referencial de codificação, que constitui uma seleção teórica que incorpora o objetivo da pesquisa" (Bauer, 2002, p. 199).

Para organizar eficientemente o processo de análise de conteúdo, Fiorentini e Lorenzato (2009), apoiados por Bardin[42] (1985), sugerem que o pesquisador realize múltiplas leituras dos textos escritos. Esse procedimento visa identificar e interpretar os elementos comuns entre os registros, possibilitando a construção de relações que promovam uma melhor compreensão do objeto de estudo.

> A análise de conteúdo, portanto, exige a utilização de critérios claramente definidos sobre [...] todos os registros [que] devem ser atentamente lidos, vistos e revistos a fim de efetuar-se um levantamento das principais *informações* neles contidas. Em seguida, *elas* devem ser organizadas em categorias (Fiorentini; Lorenzato, 2009, pp. 137-138, grifos dos autores).

Após termos escolhido qual o tipo de pesquisa e o método para análise dos dados, nosso próximo passo foi escolher o conteúdo para a análise. Mas, para isso, precisamos selecionar o contexto para nossa pesquisa, o qual está discutido no próximo tópico.

4.2 Realizando o caminho para o início da investigação

Com base no que falamos na seção 2, pensamos em um cenário para realizarmos nossa investigação. Dessa forma, pela relevância da temática, escolhemos o ICME, que foi o primeiro congresso específico de Educação Matemática, que também é considerado como o maior evento da área Educação Matemática[43].

---

[42] BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1985.

[43] ICME-14 será realizado em formato híbrido. *In:* EMEP/ES. Espírito Santo, 13 dezembro 2020. Disponível em: https://emep.ifes.edu.br/noticias/16356-icme-14. Acesso em: 27 ago. 2023.

A partir desse contexto, e tendo escolhido o ICME como fonte de nosso estudo, realizamos um levantamento dos países que realizaram os ICMEs, como também dos documentos que foram analisados para nossa pesquisa.

Quadro 1 – Informações referentes aos ICMEs

Edição	**Ano**	**País**	**Cidade**	**Nº de Países**	**Público**	**Documento**	**Ano de publicação**
ICME 1	1969	França (France)	Lyon (Lyon)	42	655	*proceedings*	1969
ICME 2	1972	Inglaterra (UK)	Exeter (Exeter)	73	1400	*proceedings*	1973
ICME 3	1976	Alemanha (Germany)	Karlsruhe (Karlsruhe)	76	1831	*proceedings*	1977
ICME 4	1980	USA	Berkeley (Berkeley)	90	1800	*proceedings*[44]	1983
ICME 5	1984	Austrália (Australia)	Adelaide (Adelaide)	70	1800	*proceedings*	1986
ICME 6	1988	Hungria (Hungary)	Budapeste (Budapest)	74	2414	*proceedings*[45]	1988
ICME 7	1992	Canadá (Canada)	Quebec (Québec)	94	3407	*proceedings; selected lectures*	1994
ICME 8	1996	Espanha (Spain)	Sevilla (Sevilla)	98	3500	*proceedings; selected lectures*	1998
ICME 9	2000	Japão (Japan)	Tóquio/ Makuhari (Tokyo)	70	2012[46]	*proceedings*	2004

[44] Na parte de agradecimentos dos *proceedings* do ICME 4, os editores, Zweng *et al.* (1983), enfatizaram o feito inédito de publicar todos os artigos submetidos ao congresso em um documento com mais de 1.000 páginas naquela época, sendo que a referida publicação representava o estado mais avançado da Educação Matemática em todo o mundo até a época em que estava sendo realizado o Congresso. Ao contrário do ICME 3, que publicava apenas artigos em inglês, os artigos do ICME 4 foram publicados em inglês, francês e espanhol.

[45] A organização do ICME 5 seguiu o padrão estabelecido para *Topic Areas*, *Theme Groups* e *Action Groups*, sendo que esse padrão foi mantido no ICME 6.

[46] Foi informado que outros acompanhantes participaram do evento, em um total de 239 pessoas.

ICME 10	2004	Dinamarca (Denmark)	Copenhagen (Copenhagen)	100	2300[47]	*proceedings*	2008
ICME 11	2008	México (México)	Monterrei (Monterrey)	100	2000 a 2500[48]	*sites* da *internet*[49]	2008
ICME 12	2012	Coreia do Sul (Korea)	Seoul (Seoul)	+100	+3000	*proceedings*[50]; *selected regular lectures*	2015
ICME 13	2016	Alemanha (Germany)	Hamburgo (Hamburg)	105[51]	3486[52]	*proceedings*[53]; *invited lectures*	2017/2018
ICME 14	2021[54]	China (China)	Xangai (Shanghai)	129	3156[55]	*site* da *internet*	2023

Fonte: Documentos dos ICMEs (1969-2021).

Após definirmos o caminho em nosso trilho metodológico, visando avançar em direção à próxima estação, continuamos com alguns apontamentos para selecionar, catalogar e analisar os documentos, conforme descrito a seguir.

---

[47] Também foi informado que outros acompanhantes participaram do evento, em um total de 317 pessoas.

[48] Como não tivemos acesso aos *proceedings*, os organizadores do ICME 11 esperam reunir esse quantitativo de participantes vindos desse número de países. Informação disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME11/www.icme11.org/index.html. Acesso em: 03 abr. 2023.

[49] Em relação aos documentos que foram produzidos pelo ICME 11, não tivemos acesso aos *proceedings*, pois, até o momento em que estamos escrevendo este texto, eles não se encontram oficialmente na *internet*. Como esse documento (*proceedings*) não se encontra disponível no *site* da *International Mathematics Union* (IMU) nem no *site* da *ICMI History Website*, para a escrita deste texto, percebemos que o próprio *site* da IMU disponibiliza certos tópicos que possuem alguns documentos que foram coletados do ICME 11, no México. Em nota na IMU, dizem que estão publicando-os no *site* da ICMI no lugar de qualquer *proceedings* oficial e que, caso surjam os *proceedings* oficiais, eles prevalecerão sobre esses documentos disponibilizados. Todos os *links* estão no Apêndice D de nosso texto.

[50] Em relação aos documentos que foram produzidos pelo ICME 12, tivemos acesso aos *proceedings*, que estão disponíveis no *site* da *Springer* em *Open Access*, e ao *selected regular lectures*, que estão disponíveis no *site* da *Springer*. Todos os *links* estão no Apêndice D de nosso texto.

[51] Foi informado também que o ICME 13 teve a participação de mais da metade dos países do mundo.

[52] Também foi informado que também foram convidados mais 360 acompanhantes.

[53] Em relação aos documentos que foram produzidos pelo ICME 13, tivemos acesso aos *proceedings*, que estão disponíveis no *site* da *Springer* em *Open Access*, e ao *invited lectures*, que também estão disponíveis no *site* da *Springer* em *Open Access*. Todos os *links* estão no Apêndice D de nosso texto.

[54] Devido à influência da pandemia global da COVID-19, o ICME 14, originalmente previsto para julho de 2020, foi adiado por um ano. Além disso, o congresso ocorreu em formato híbrido.

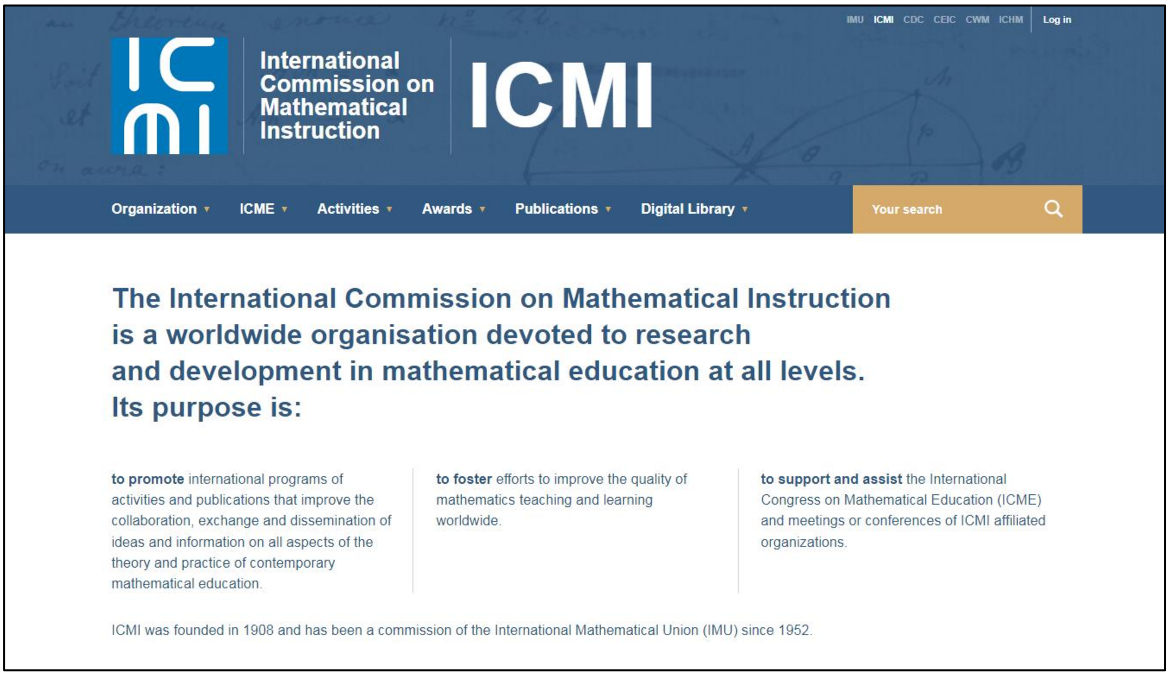
[55] Participaram 1663 pessoas *online* e 1493 *offline*. Disponível em: https://www.mathunion.org/icmi/report-14th-international-congress-mathematical-education. Acesso em: 12 abr. 2023.

4.3 Organizando os trilhos para o início da investigação

Partindo dessas considerações, desenvolvemos nossa pesquisa em partes, as quais apresentamos como momentos.

Inicialmente, ao realizar uma pesquisa na *internet*, localizamos o *site* da ICMI. Como pode ser visto na Figura 5, a ICMI é uma organização mundial dedicada à pesquisa e desenvolvimento em Educação Matemática em todos os níveis. Ainda de acordo com o *site*, seu objetivo é incentivar iniciativas internacionais de atividades e publicações que aprimorem a colaboração, a troca e a disseminação de ideias e informações abrangendo todos os aspectos da teoria e prática da educação matemática contemporânea. Também buscam impulsionar ações para elevar a qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática globalmente, como também prestar apoio ao Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME) e a encontros ou conferências promovidas por organizações associadas ao ICMI. Outros *sites* usados em nossa pesquisa estão no Apêndice C de nosso texto.

Figura 5 – *Site* da ICMI



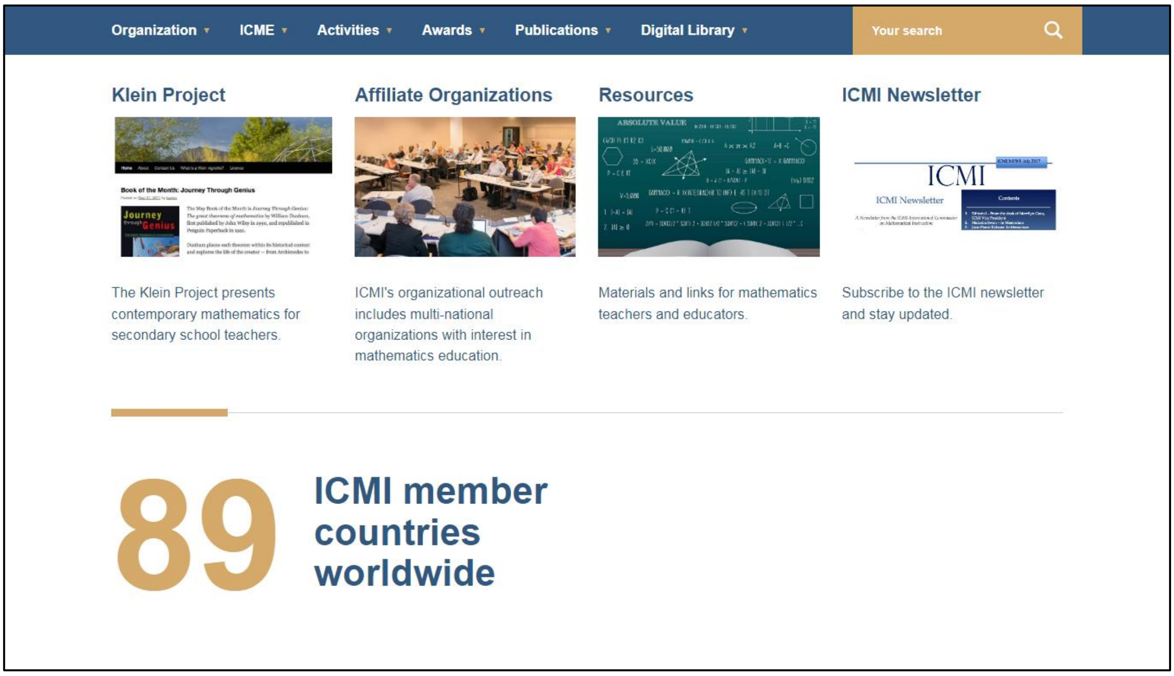
Fonte: ICMI[56].

[56] Ver: https://www.mathunion.org/icmi. Acesso em: 28 ago. 2023.

No *site*, é possível conferir documentos de discussões dos estudos da ICMI sobre os trabalhos envolvendo professores de matemática, aprendizagens de grupos colaborativos, projetos envolvendo a matemática contemporânea (*Klein Project*), materiais e *links* com recursos para professores e educadores matemáticos, boletins informativos da ICMI, dentre outros. Até o momento em que estamos escrevendo nosso texto, é informado que 89 países são membros da ICMI em todo o mundo.

Já em relação ao ICME, o *site* da ICMI possui uma barra de navegação em que o leitor pode saber um pouco mais sobre a trajetória do ICME, como informamos no Quadro 1. Também é possível saber sobre o fundo solidário do ICME, que foi iniciado pela ICMI desde o ICME 8, reserva 10% do valor total arrecadado através de cada taxa de registro do ICME. Esse valor total arrecadado de cada ICME é distribuído como subsídios para delegados de países não ricos participarem dos ICMEs. É possível verificar as preparações, por meio de processos licitatórios, para sediar um ICME. Também podem ser consultadas informações iniciais para os ICMEs 15 e 16, previstos para ocorrerem nos anos de 2024 e 2028, respectivamente. E, por fim, uma aba com os ICMEs anteriores, informando os anos, locais e *proceedings*.

Figura 6 – *Site* da ICMI



Fonte: ICMI[57].

57 Ver: https://www.mathunion.org/icmi. Acesso em: 28 ago. 2023.

Nessa aba com os *proceedings*, conseguimos os documentos de quase todos os ICMEs que estavam disponíveis no referido *site* (ver mais nos Apêndices C e D). Após realizarmos os *downloads* dos documentos, percebemos que os *proceedings* dos primeiros ICMEs, do ICME 1 ao 8 (1969 a 1996), por serem antigos, estavam em formato *Portable Document Format* (pdf)[58], mas foram digitalizados em uma configuração imagética (imagem). Dessa forma, não conseguíamos acessar a busca avançada nesses documentos. Como estávamos tendo essa dificuldade, utilizamos uma tecnologia para reconhecer caracteres que é o *Optical Character Recognition*[59] (OCR)[60], também chamado de Reconhecimento de Caractere Óptico[61]. Convertemos os documentos ao formato OCR e conseguimos realizar buscas automáticas para as expressões descritas adiante.

Após realizar a leitura OCR desses documentos restantes e traduzir os textos[62], iniciamos uma leitura inicial desses documentos das quatorze edições dos ICMEs. Essa leitura inicial, ou fase exploratória, conforme sugere Gil (2016, p. 59), nos fornece "visão global da obra, bem como de sua utilidade para a pesquisa", ou seja, a partir dessa leitura temos um panorama abrangente dos documentos e sua aplicabilidade para fins de pesquisa. Quanto à leitura, Chartier (1998, p. 77) afirma que ela "é sempre apropriação, invenção, produção de significados. [...] O leitor é um caçador que percorre terras alheias" em busca de conhecimento.

Ao realizarmos essas leituras, acreditávamos que os *proceedings* seguiam os modelos dos anais de eventos brasileiros, que, normalmente, são coleções de trabalhos acadêmicos, sejam eles por meio de comunicação oral, pôsteres ou resumos (simples ou expandidos), que possuíam especificações detalhadas, tais como: título, resumo, palavras-chave, introdução, referencial teórico, metodologia ou aspectos metodológicos, análise e discussão dos dados, conclusão ou considerações finais, e referências.

Por outro lado, como falamos anteriormente, os *proceedings* dos ICMEs, que também podem ser chamados de *actas* ou atas, no âmbito acadêmico, são atas acadêmicas que se referem a uma compilação de trabalhos acadêmicos apresentados durante reuniões acadêmicas. Essas atas são, normalmente, publicadas na forma de livros impressos (ou digitais), que podem ser distribuídos antes ou depois da reunião. O conteúdo dessas atas

[58] Formato de Documento Portátil (pdf).

[59] Ver: https://online2pdf.com/. Acesso em: 28 ago. 2023.

[60] Ver: https://tools.pdf24.org/pt/ocr-pdf. Acesso em: 28 ago. 2023.

[61] RAMES, Guilherme. O que é OCR? Entenda tecnologia de reconhecimento óptico de caracteres. In: TechTudo/RS. Porto Alegre, 11 jan 2023. Disponível em: https://www.techtudo.com.br/noticias/2023/01/o-que-e-ocr-entenda-tecnologia-de-reconhecimento-optico-de-caracteres.ghtml. Acesso em: 28 ago. 2023.

[62] Os *proceedings*, *selected regular lectures* e *invited lectures* estão disponíveis nas línguas: inglesa, espanhola e francesa.

abrange as contribuições de pesquisas, palestras ou grupos feitos pelos pesquisadores presentes. Já as *selected lectures* e *invited lectures* possuem a forma completa das palestras que estão resumidas nos *proceedings*. Os *links* de todos os *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* estão no Apêndice D de nosso texto.

Como é de nosso interesse saber como a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce nesses eventos, entendemos como importante a escolha desses temas de pesquisa, pois, como sugere Gil (2016, p. 60), na "pesquisa bibliográfica, como qualquer outra modalidade de pesquisa, inicia-se com a escolha de um tema. [...] No entanto, a escolha de um tema que de fato possibilite a realização de uma pesquisa bibliográfica requer bastante energia e habilidade do pesquisador". E, embora a Educação Matemática seja nascida há muitos anos, como falamos na seção 2, ela está,

> [...] portanto, diretamente relacionada com a filosofia, com a matemática, com a psicologia e com a sociologia, mas a história, a antropologia, a semiótica, a economia e a epistemologia têm também prestado sua colaboração. Ou seja, é uma área com amplo espectro, de inúmeros e complexos saberes, na qual apenas o conhecimento da matemática e a experiência de magistério não garantem competência a qualquer profissional que nela trabalhe (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 5).

Ainda segundo Fiorentini e Lorenzato (2009),

> [...] apesar de a EM [Educação Matemática] estar na interseção de vários campos científicos (matemática, psicologia, pedagogia, sociologia, epistemologia, ciências cognitivas, semiótica etc.), ela tem seus próprios problemas e questões de estudo, não podendo simplesmente ser vista como aplicação particular desses campos (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 10).

Ao sabermos desses detalhes, que se referem aos formatos de como os *proceedings* são formulados e editados, desconsideramos uma proposta de primeira classificação que buscaríamos, em nossas pesquisas, os termos *semiótica* e *linguística* nos títulos, nos resumos e nas palavras-chave dos trabalhos.

Ainda nesse primeiro momento, depois dessa leitura exploratória inicial, e sabendo que não poderíamos apenas procurar nos lugares que citamos anteriormente, avançamos para uma leitura seletiva mais aprofundada, como afirma Gil (2016), que ainda não é conclusiva, mas permite a possibilidade de incluir ou excluir itens pertinentes à pesquisa. Durante ambos os tipos de leituras, concentramos nossos esforços em terminologias específicas, como *semiótica*, *linguística*, *signo*, *teoria dos signos*, *semiologia* e *semiose*.

Como os *proceedings* são uma espécie de compilado que resume tudo o que foi debatido, refletido, produzido e apresentado nos ICMEs, seja a partir de plenárias, palestras, conferências, grupos de discussão, grupos temáticos, pôsteres, em nossas buscas, íamos anotando os trabalhos que se relacionassem com a semiótica e linguística, como também o nome dos autores, países, páginas de onde a referida palavra se encontrava para, depois, realizarmos uma (re)leitura.

Ao realizarmos esse tipo de (re)leitura, entendemos que nossa principal atividade seria escolher e sequenciar seletivamente os dados dentro de nossas fontes, com o objetivo de obter possíveis respostas para nossas questões de pesquisa, conforme recomenda Gil (2016).

Após realizarmos essa filtragem dos trabalhos que possuíam os termos de nossas pesquisas, dividimos o segundo momento em duas fases. Na fase 1, selecionamos os trabalhos que apresentam ou mencionam a semiótica, ou estudos semióticos, ou fizeram menção à palavra-chave *semiótica* ou aos processos de interpretação dos signos (semióticos). Como na seção 3 nos aprofundamos sobre a semiótica, também buscamos, nos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*, autores que trabalhem com a semiótica, em especial, ao filósofo, cientista e matemático americano Charles Sanders Peirce.

Na fase 2, selecionamos os trabalhos que apresentam ou mencionam a linguística, ou estudos linguísticos, ou fizeram menção à palavra-chave *linguística* ou aos processos de interpretação dos signos linguísticos. Na seção 3, também nos aprofundamos sobre a linguística e buscamos, nos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*, autores que trabalhem com a linguística, exclusivamente, ao linguista e filósofo suíço Ferdinand de Saussure.

Ainda em nossa seção 3, como falamos sobre o signo linguístico de Saussure, adicionamos dois novos termos em nossas pesquisas nos documentos dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*, que são *significante* e *significado*.

Como em nossas buscas encontramos vários trabalhos que apresentavam as palavras-chave *signo*, *sinal* ou *significado*, recorremos à leitura interpretativa que, segundo Gil (2016, p. 60), “[...] tem por objetivo relacionar o que o autor afirma com o problema para o qual se propõe uma solução. [...] mediante sua ligação com outros conhecimentos”.

Em relação aos documentos catalogados, ao longo do tempo, percebe-se que os ICMEs sofreram algumas alterações quanto a sua organização. Assim, para tentarmos pensar nestas mudanças, decidimos alocar em quadros contendo espaços de discussões separados para a organização de cada evento. Dessa forma, os seguintes elementos permaneceram consistentes desde o ICME 1, que são: Palestras (*Lectures*), Sessões Plenárias (*Plenary*

Lectures), Grupos de Trabalho (*Working Groups*), Grupos Temáticos (*Topic Groups*) e Mesas Redondas (*Round Tables*).

As *Plenary Lectures*, que são as Sessões Plenárias, reúnem todos os participantes do evento sob a orientação de palestrantes convidados cujas pesquisas se alinham aos temas atuais do evento. Esses palestrantes são escolhidos dois anos antes dos ICMEs nas reuniões quadrienais da ICMI, que acontecem nos intervalos entre os ICMEs. Ainda em relação aos ICMEs,

> [...] dentre os materiais produzidos nos eventos há, em geral, livro *proceedings*, livro de palestras selecionadas, livro de resumos de comunicações curtas e pôsteres, livros extras e livros de programação final. [...] O livro *proceedings* é o documento mais denso do evento, comporta aspectos mais gerais das pesquisas apresentadas, concepção que lhe subjaz (Morais, 2015, p. 82).

Nesse sentido, ao realizarmos as primeiras leituras nesses documentos, percebemos que os *proceedings* possuem uma formatação "diferente" daquela que estamos acostumados. Esse ponto também foi evidenciado por Morais (2015) ao explicar que os *proceedings*,

> [...] trata-se de uma ótica macroscópica que pode suprimir informações importantes para, especialmente, quem faz pesquisa da natureza. Por essa razão, muitas pesquisas que não se referem à corrente principal e que foram apresentadas nos eventos podem ser ofuscadas pelo aspecto geral do texto e, nesse caso, os demais documentos oriundos do evento podem trazer luz a detalhes não revelados em uma primeira análise dos *proceedings* (Morais, 2015, p. 82).

Dessa forma, ao implementarmos essa metodologia, conseguimos identificar, em todos os documentos dos ICMEs, qualquer trabalho relevante que diga respeito ao nosso tema de pesquisa. Em seguida, todos os trabalhos foram catalogados, identificados e descritos levando em consideração de que forma as teorias dos signos de Saussure e Peirce são mencionadas nesses documentos pelos pesquisadores, palestrantes, membros dos grupos de discussão, grupos temáticos, dentre outros.

A partir dessa catalogação, identificamos que 148 trabalhos apresentam ou mencionam a semiótica, ou estudos semióticos, ou fizeram menção à palavra-chave semiótica ou aos processos de interpretação dos signos (semióticos), ou signos peirceanos. Todos os trabalhos estão catalogados no Quadro 3 no Apêndice A. Nesse quadro, estão inseridas as seguintes informações: autor(es), país(es) do(s) autor(es), título, edição e ano(s) do(s) ICME(s), qual o tipo de documento o trabalho está inserido e em que seção se encontra, e um resumo do trabalho.

Da mesma forma, identificamos que 76 trabalhos apresentam ou mencionam a linguística, ou estudos linguísticos, ou fizeram menção à palavra-chave linguística ou aos processos de interpretação dos signos linguísticos, ou signos saussurianos. Todos os trabalhos estão catalogados no Quadro 4 no Apêndice B. Nesse quadro, também estão inseridas as seguintes informações: autor(es), país(es) do(s) autor(es), título, edição e ano do(s) ICME(s), qual o tipo de documento o trabalho está inserido e em que seção se encontra, e um resumo do trabalho.

Em um terceiro momento, realizamos o cruzamento de todos os trabalhos que relacionem tanto os signos peirceanos quanto os saussurianos, ou seja, separamos os trabalhos que versem e articulem, no mesmo trabalho, as teorias dos signos linguísticos e semióticos na Educação Matemática. Essas menções foram descritas, analisadas e discutidas a partir do nosso referencial teórico.

De todos os trabalhos que foram catalogados, percebemos que 28 trabalhos relacionam tanto os signos peirceanos quanto os saussurianos. Após a descrição dos documentos, em que descrevemos quais tipos de pesquisas (plenária, grupos temáticos, grupos de estudo, pôsteres, dentre outros) dos *proceedings* possuíam alguma menção ao uso de signos (linguísticos e semióticos) e quais as ressignificações que poderiam surgir nas estruturas durante os processos de produção de significados dos mesmos. No mesmo sentido que dialogamos a partir de Peirce (2005), Saussure (2006), e como discutimos em Soares (2019, 2022), percebemos que os documentos analisados possuem alguns aspectos recorrentes relacionados ao processo sígnico (direta ou indiretamente), em relação à interpretação e produção de significados matemáticos.

Já no quarto momento, identificamos as palavras-chave, os principais temas de pesquisa, tendências e metodologias de ensino que norteiam as pesquisas catalogadas para esta investigação, a fim de analisar esses contextos como possibilidades para as práticas que envolvem produção de significados matemáticos.

No quinto momento, discutimos, sob o ponto de vista da semiótica, como os signos semióticos (peirceanos) podem visualizar os signos linguísticos (saussurianos). E, por fim, analisamos as contribuições dos signos (linguísticos e semióticos), apontados nos trabalhos discutidos para esta investigação, nos processos de produção de significados no ensino de matemática.

5 AS TEORIAS DOS SIGNOS DE SAUSSURE E PEIRCE A PARTIR DE DOCUMENTOS PRODUZIDOS NOS ICMEs

Nesta seção temos como foco principal a descrição e análise das pesquisas envolvendo semiótica e linguística que estão disponíveis nos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* e a sua relevância para que se possam representar semioticamente e construir objetos matemáticos. Dessa forma, nas próximas seções, catalogamos, transcrevemos e analisamos como a semiótica e a linguística surgem nesses documentos.

5.1 Como as teorias dos signos aparecem nos documentos dos ICMEs?

Na primeira edição do ICME, destacamos o estudo de Anna Zofia Krygowska (Polônia), com a pesquisa *Le texte mathématique dans I'enseignement*. Em relação aos textos matemáticos que estão presentes em livros didáticos, Krygowska (1969) ressalta que temos uma grande quantidade de livros didáticos modernos que apresentam novas invenções quanto à apresentação de conteúdos matemáticos. Disse que todos estes livros possuem muitas cores, cheios de desenhos e diagramas, introduzindo uma nova linguagem gráfica e simbólica, criadas para seu uso no âmbito escolar.

Ao falar sobre estruturas matemáticas presentes em enunciados ou teoremas matemáticos, que possam estar presentes em livros didáticos, Krygowska (1969) reflete sobre o entendimento matemático que os alunos poderão desenvolver a partir da compreensão do que está sendo lido. Para a autora, quando um aluno faz a leitura de um texto matemático, e o mesmo é claro, entende-se que sua compreensão possa não requerer grandes conhecimentos matemáticos escolares.

Krygowska (1969) ainda questiona sobre a natureza que consiste o entendimento matemático a partir de textos matemáticos. De forma direta, ela ressalta que uma primeira interpretação seria uma "compreensão linguística formal", em que o aluno poderá entender cada frase, palavra e, possivelmente, a construção sintática do texto. E ao serem realizadas essas compreensões, termo a termo, como um todo, o aluno poderá entender o objeto matemático que está sendo representado no referido texto, pois,

> [...] parece-me particularmente instrutivo graças à simplicidade conceitual da situação matemática, que nos permitiu observar e evidenciar os vários aspectos da leitura do texto matemático, feita de forma ingénua. E justamente esses aspectos merecem a atenção do pedagogo. Observamos

> como desvencilhamos de uma definição formal as operações necessárias para a construção mental de um objeto abstrato. Esta obra pode ser considerada como um modelo psicológico do jogo de dois processos opostos de pensamento: o da análise e o da síntese. Obviamente, textos diferentes requerem tratamentos diferentes. Obviamente também esses processos são relativos a diferentes leitores. Eles dependem do nível de "vida matemática" do leitor, sua experiência, sua velocidade intelectual, o tipo de sua atividade criativa, seu conhecimento do campo em questão, etc. Esses processos podem ser mais ou menos acertados, mais ou menos baseados em tentativa e erro, mais ou menos baseados em uma elaborada técnica de leitura científica. Mas em nenhum nível o estudo do texto matemático se reduz à leitura "linguística" desse texto (Krygowska, 1969, p. 232, tradução nossa)[63].

O trabalho de Krygowska (1969) fez uma citação do uso dos signos como um método de ensino que pode auxiliar na prática do professor em sala de aula, ou na relação professor-aluno, principalmente no que diz respeito à forma que os conteúdos podem ser fornecidos ou representados a partir de alguma informação que os mesmos considerem úteis.

De acordo com Krygowska (1969), quando os professores levam exercícios para os alunos, em suas salas de aula, e nesses mesmos textos possuírem símbolos matemáticos, uma das abordagens que se espera é que esses mesmos alunos possam fazer a leitura desses símbolos matemáticos e compreendê-los. A pesquisadora também ressalta que, para saber se esses textos foram compreendidos pelos alunos, o professor pode ratificar verificando os contextos a partir de exercícios para fixar determinados conceitos matemáticos.

Krygowska (1969) também comenta em sua investigação que, ao verificar os estágios de aprendizagem dos alunos, a maioria deles encontrou dificuldades consideráveis, sendo que, em alguns casos, eles não conseguirem concluir a análise linguística do texto. Outros não conseguiram traçar diferentes estratégias para entender o contexto do texto matemático.

A leitura de um texto matemático, para Krygowska (1969), não dará resultados se não for feita com determinada atenção especial. A autora ainda afirma que o professor deve orientar o aluno a ilustrar o texto com exemplos concretos, pois a partir de determinada situação concreta é que se pode conseguir definir contextos matemáticos, como também

---

[63] [...] me semble particulièrement instructif grace à la simplicité conceptuelle de la situation mathématique, ce qui nous a permis d'observer et mettre en relief les aspects divers de la lecture du texte mathématique, faite d'une maniére naive. Et justement ces aspects méritent l'attention du pédagogue. Nous avons observé comment on a débrouillé d'une définition formelle les opérations nécessaires à la construction mentale d'un objet abstrait. Ce travail pourrait être considéré comme un modèle psychologique du jeu de deux procédés opposés de la pensée, ceux de l'analyse et de la synthèse. Évidemment des textes différents exigent des traitements différents. Evidemment aussi ces procédés sont relatifs à des lecteurs différents. Ils dépendent du niveau de la "vie mathématique" propre au lecteur, de son expérience, de sa rapidité intellectuelle, du genre de son activité créatrice, de ses connaissances concernant le domaine donné, etc. Ces procédés peuvent être plus ou moins naifs, plus ou moins basés sur des tâtonnements, plus ou moins basés sur une technique élaborée de la lecture Scientifique. Mais à aucun niveau l'étude du texte mathématique ne se réduit à la lecture "linguistique" de ce texte (Krygowska, 1969, p. 232).

calcular, construir expressões, figuras, executar no desenho as operações adequadas às operações abstratas, uso de diagramas, dentre outros.

Na fala de Krygowska (1969, p. 236, tradução nossa) é possível perceber que ele estabelece uma ligação entre a forma que o aluno pode definir a linguagem matemática moderna a partir de suas dificuldades de relacionar esses sistemas simbólicos com suas ideias matemáticas, pois "cada signo, cada palavra é de igual importância".

Em relação ao uso de signos semióticos, percebemos que Krygowska (1969), em sua apresentação, discorre sobre o uso de textos matemáticos que possuem símbolos matemáticos, e também cores, desenhos, diagramas, que podem levar os alunos, ou até mesmo os professores, ao uso de novas linguagens, sejam elas gráficas ou simbólicas. A partir dos estudos de Peirce (2005), entendemos que essas podem servir de instrumento para que outras coisas possam ser representadas e realizar o delineamento de outros significados resultantes da interpretação de símbolos das coisas que estão nas estruturas desses elementos, ou símbolos matemáticos, e compreendê-los a partir do que o sistema cognitivo possa interpretar essa relação simbólica como possibilidade dos processos de construções mentais de objetos matemáticos que são reconhecidos e que podem representar o referido objeto.

Esses aspectos podem resgatar e reafirmar a importância de o aluno conseguir ressignificar suas práticas em sala de aula, de forma que possa representar objetos ou conceitos abstratos, e saiba expressar seus pensamentos correspondentes à ideia de construção daquilo que é percebido na mente de quem visualiza, podendo também auxiliar nos processos que envolvem a instrução e mediação da relação simbólica que se deseja representar na atividade matemática.

Sobre a abordagem de Krygowska (1969) em relação aos signos linguísticos, a autora defende que o aluno, inicialmente, quando está envolvido com atividades matemáticas, a partir de textos matemáticos, faz associações linguísticas que são realizadas no momento em que o discente estabelece uma relação de oposição de significado (que estabelece também com o significante) que ele possa entender com outros signos dentro de um sistema. Só assim que aluno poderá entender uma frase, palavra e a construção sintática do que está lendo, levando, assim, à compreensão dos processos de produção de significados matemáticos.

De modo mais específico, quando estudamos os signos linguísticos de Saussure (2006), entendemos que o autor afirma que o signo só é signo se ele for reconhecido a partir de uma relação de oposição de significante e significado com outros signos dentro de um sistema.

Dessa forma, Krygowska (1969) afirmou que os alunos, ao visualizarem as linguagens matemáticas que podem aparecer como elementos verbais, simbólicos e gráficos, fazem uma análise "linguística" dos textos matemáticos para, depois, realizar associações que resultam nas construções de objetos concretos de determinados contextos a partir de suas próprias ideias que foram lidas e associadas, ou seja, o aluno analisa linguisticamente os signos que estão sendo observados matematicamente para, depois, realizar associações e decodificar as estruturas em outros símbolos, ideias matemáticas, dentre outros objetos matemáticos.

Já na terceira edição do ICME, destacamos a palestra de Georges-Théodule Guilbaud (França), intitulada *Mathematics and Approximation*. Guilbaud (1977) discutiu a importância de se estabelecer relações entre os símbolos que se utilizam na matemática e de que forma podem-se associar problemas matemáticos a situações que ocorrem na mente humana, sendo que, muitas vezes, os conteúdos que são explicados em salas de aula causam confusão na mente dos alunos com ideias aproximadas e, às vezes, confusas.

Guilbaud (1977) explicou que o ensino da matemática pretende discutir a necessidade de se identificar linguagens matemáticas que sejam articulados entre o *exato* e o *aproximado*. Em sua palestra, o autor buscou estabelecer um diálogo dos contextos matemáticos com o que se pode atribuir significado a tudo que esteja em sua volta.

> [...] Qual é então o status lógico do predicado 'aproximadamente igual' = ? Chamarei o que foi mencionado até agora de *primeiro nível* de pensamento aproximado: alguém diz algo, sabendo que não é '*totalmente*' verdadeiro. Seria muito interessante estudar as palavras e os signos usados nos diversos modos de falar (e nas diferentes línguas) para marcar essa modalidade. Mas não sou linguista nem especialista em semiótica. Devemos primeiro reconhecer que esta é uma prática universal, que desempenha um papel importante na vida das sociedades humanas. Como os matemáticos reagem quando confrontados com esse estado de coisas? (Guilbaud, 1977, p. 127, tradução nossa)[64].

Guilbaud (1977) também dialogou sobre segmentos de reta, representando duas quantidades por segmentos de reta. Ele usou como exemplo que x e y podem ser considerados elementos de um grupo abeliano ordenado ($u = ax - by$; $a, b \in Z$; $x, y \in G$). Guilbaud (1977) também diz que, nesse caso, o *emaranhamento* dos múltiplos de x e de y pode ser analisado e finalmente posto em ordem. E se houver uma coincidência *exata*, então x e y são quantidades

---

[64] What is then the logical status of the predicate 'approximately equal' = ? I shall call what has been mentioned so far the *first level* of approximate thinking: one says something, knowing that it is not '*totally*' true. It would be very interesting to study the words and signs used in the diverse modes of speech (and in the different languages) to mark this modality. But I am neither a linguist nor a semiotics specialist. We must first recognize that this is a universal practice, which plays an important part in the life of human societies. How do mathematicians react When confronted with this state of affairs? (Guilbaud, 1977, p. 127).

comensuráveis e, se isso não acontecer, pode-se dizer que a diferença *u* entre dois múltiplos pode ser tão pequena quanto desejado.

Guilbaud (1977, p. 123, tradução nossa) falou que o raciocínio que leva a essa conclusão pode ser colocado em diferentes formas, ao se tentar estabelecer relações com uma linguagem que seja permitido comunicar e resolver problemas matemáticos, ou seja, "nada poderia nos impedir de deixarmos levar por uma tendência que ainda existe na matemática, de preferir as formas que são as mais abstratas e as mais distantes do uso comum".

Percebe-se, a partir do que falou Guilbaud (1977), a forma que ele visualiza sobre como um indivíduo pode tentar atribuir significado às coisas em sua volta:

> Apenas tente você mesmo: pegue um jornal. Eles estão cheios de números hoje: a maioria dos números é fornecida implícita ou explicitamente, com uma qualificação quanto ao grau de certeza. A população de uma cidade, uma produção industrial, uma distância, uma temperatura, uma duração, uma velocidade, uma porcentagem etc. Como devemos nos orientar? Um valor aproximado, como diz o senso comum, é aquele que *não é* exato. É mentira então? Eu não negaria que os jornais às vezes contêm mentiras. Mas nem sempre há tanta maldade. Não! Falar e pensar por meio de 'sobre, 'quase' é uma *necessidade*. A investigação pode tornar-se mais sistemática escolhendo áreas especiais da atividade humana. Qual é a precisão usada na cronometragem esportiva? Como as incertezas inevitáveis se expressam na geodésia? Qual é a precisão dos cálculos financeiros? E na demografia? Em economia? Com um pouco de imaginação, pode-se então preparar inúmeras viagens de estudo para a educação matemática, porque é essencial saber o que os diferentes ofícios fazem com as categorias numéricas que instituíram (Guilbaud, 1977, p. 126, tradução nossa)[65].

Guilbaud (1977) finaliza sua apresentação dizendo que, uma vez que tenhamos aceitado este procedimento para representar números por meio de esquemas, devemos saber como relacionar essas linguagens quando são atribuídos significados. O autor ainda diz que, caso a dificuldade na linguagem matemática seja sentida pelos indivíduos, isso poderá ter uma ampla repercussão em discussões que visam ao pensamento matemático.

Em relação aos processos sígnicos, Guilbaud (1977) sugeriu o uso dos signos visando ao ensino e aprendizagem da matemática a partir da resolução de problemas matemáticos. O

[65] Just try yourself: take a newspaper. They are full of figures today: most of the figures are given implicitly or explicitly, with a qualification as to the degree of certainty. The population of a town, an industrial output, a distance, a temperature, a duration, a speed, a percentage etc. How are we to find our way about? An approximate value, as common sense says, is that which *is not* exact. Is it a lie then? I would not deny that newspapers sometimes contain lies. But there is not always so Much malice. No! Talking and thinking by means of 'about', 'nearly' is a *necessity*. The enquiry can be made more systematic by choosing special areas of human activity. What is the accuracy used in sports timing? How are unavoidable uncertainties expressed in geodesy? What is the accuracy of financial calculations? And in demography? In economics? With a little imagination, one can then prepare numerous study trips for mathematics education, because it is essential to know what the different trades do with the numerical categories they have instituted (Guilbaud, 1977, p. 126).

autor tentou estabelecer relações entre os símbolos matemáticos que são utilizados para identificar linguagens matemáticas, como também as discussões que visam ao pensamento matemático.

Ao pensarmos como o autor associou o uso de signos semióticos ao seu trabalho, entendemos que, ao citar sobre o estudo das palavras e dos signos na identificação de linguagens matemáticas, foi utilizado como forma de expressar ou comunicar alguma mensagem por meio do processo de significação do signo que ocorre quando uma coisa, que pode ser representado por seu objeto para um intérprete, consegue produzir na mente do mesmo intérprete outra coisa que possa estar relacionada ao objeto que se deseja representar.

Nos estudos de Peirce (2005), entendemos que, ao analisar o conteúdo que deseja ser associado a problemas matemáticos, por exemplo, nesse tipo particular de representação simbólica fica evidente que existe uma correlação entre uma imagem mental e a informação textual que ela pode representar. Nesse contexto, percebe-se que a imagem mental, durante o processo de significação, pode tentar substituir outra coisa, que pode ser interpretada pelos alunos em suas salas de aula.

Ainda segundo Peirce (2005), ao se deparar com tais instâncias, o signo que está “embutido” nos componentes dos contextos simbólicos detém a capacidade de significar ou representar algo mais que pode não estar ali presente, e esse algo pode pertencer tanto a conceitos tangíveis quanto intangíveis, ou seja, pode significar outra coisa que esteja ausente, podendo ser concreta ou abstrata (Soares, 2019).

Assim, com base na pesquisa realizada por Peirce (2005), e conforme discutimos em Soares (2019), percebe-se que quando os alunos visualizam determinados contextos que envolvem linguagens, eles o fazem ao tentar estabelecer relações com uma linguagem matemática que o auxilie na resolução de problemas matemáticos.

Este processo de visualização e a subsequente construção de objetos mentais requerem o uso da representação semiótica, pois, ao entendermos os conceitos de representação semiótica, a partir dos processos de significação, em que um objeto pode significar outra coisa, torna-se essencial em qualquer estudo que busque explorar a própria mecânica da representação e que linguagem deverá ser utilizada. Além disso, tais estudos visam aprofundar os processos pelos quais o conhecimento é adquirido na mente do aluno e como essas discussões sofrem transformações no âmbito das representações semióticas.

Em relação aos signos linguísticos, Guilbaud (1977) se referiu aos processos sígnicos de forma que, para ele, seria interessante os professores, em suas salas de aula, estabelecer associações sobre o ensino de matemática de tal forma que se possam discutir o papel das linguagens matemáticas e que contemple o estudo das palavras e os diferentes modos de se representar as diferentes linguagens, ou discurso oral, a partir do modelo de sistema que será utilizado pelo professor em sala de aula.

Ainda sobre Guilbaud (1977), é interessante observar que o referido autor ainda cita, em sua apresentação, que ele não era linguista nem especialista em semiótica para dialogar sobre ambos os assuntos. Diante dessa perspectiva, Guilbaud (1977) recomenda que se faça uso dos signos por meio de esquemas, pois como são construções mentais, pode-se refletir sobre a ideia de se tentar estruturar alguma representação de algo envolvendo nossos sentidos, ou as palavras, entre outros exemplos.

A palestra de Guilbaud (1977) também explicou que o ensino da matemática pretende discutir a necessidade de se identificar linguagens matemáticas que podem ser articulados entre o *exato* e o *aproximado*. E que "seria interessante estudar as palavras e os signos usados nos diversos modos de falar (e nas diferentes línguas) para marcar essa modalidade", pois ele não era linguista nem especialista em semiótica para falar sobre o referido assunto (Guilbaud, 1977, p. 127, tradução nossa)[66].

Relativo ao ICME 4, tivemos seis trabalhos que citaram, em algum momento, os signos semióticos e linguísticos, que são os estudos de Sinclair (1983), Higginson (1983), Griffiths (1983), Howson (1983), Pellerey (1983) e Gnerre (1983).

Sinclair (1983) chama a atenção para o fato de que a leitura e escrita podem ajudar a escrita aritmética, mas que, por outro lado, podem ser considerados como usando sistemas de notação particulares que mesmo compartilham algumas características, mas também apresentam muitas diferenças.

Ainda de acordo com Sinclair (1983), os educadores veem uma grande diferença entre a linguagem escrita e a aritmética escrita. As crianças podem falar antes de virem para a escola, e acredita-se que tudo o que precisam aprender é transpor a linguagem falada para a linguagem escrita e vice-versa. Esta transposição é geralmente considerada como uma habilidade a ser adquirida aprendendo a soletrar.

Por outro lado, Sinclair (1983) afirma que pode se pensar que as crianças não sabem somar, subtrair, multiplicar ou dividir, sendo que, pelo ponto de vista do ensino e aprendizagem, é isso que elas têm que aprender, pois a notação dessas operações não deve criar nenhuma dificuldade particular, percebendo, no caso, se ainda existem dificuldades. E se elas existem ao nível das próprias operações. A autora também disse que, em outras palavras,

---

[66] It would be very interesting to study the words and signs used in the diverse modes of speech (and in the different languages) to mark this modality (Guilbaud, 1977, p. 127).

nem para a alfabetização nem para a aritmética escrita existem quaisquer dificuldades conceituais pertencentes ao sistema de notação.

Sinclair (1983) explicou que, no caso da alfabetização, as correspondências fonema-grafema e suas exceções devem ser aprendidas de maneira "associacionista". Já no caso da computação com papel e lápis, são as operações que precisam ser aprendidas, que pode resultar em uma conquista conceitual. Dessa forma, a autora destaca que o que é semelhante tanto à alfabetização quanto à aritmética escrita é considerado simplesmente habilidades perceptivas de discriminação e habilidades motoras de precisão gráfica.

Sinclair (1983) ainda afirma que os principais pressupostos que levam à ideia de que as duas disciplinas, alfabetização e aritmética, devem ser ensinadas simultaneamente, mas independentemente uma da outra, e que, dessa forma, não surgirão confusões conceituais, como aquela entre o número "5" e a forma da letra "s" ou o número "3" e o uso da letra maiúscula "E". E há também os principais pressupostos que quero questionar, primeiro no que diz respeito à leitura e à escrita, e depois no que diz respeito à aritmética.

Sinclair (1983) cita um exemplo, como algumas coisas que existem em algumas embalagens, que é referido ao número, que é um número cardinal, como o número "50", em uma embalagem de filtros de café. Já em sapatos e artigos de vestuário, o número indica o tamanho. Nas latas, o número indica peso ou volume. A autora também faz a indagação ao relacionarmos esse número a relógios, calendários, bombas de gasolina e assim por diante. Ela explica que, para aqueles que entendem de números, esses diferentes usos possam passar despercebidos, pois, para crianças pequenas, é confuso usar determinadas informações, e elas tentam entendê-las da melhor maneira possível. Sinclair (1983) cita um exemplo para ilustrar esse contexto:

> Um estudo [...] sobre as formas espontâneas das crianças de simbolizar quantidades numéricas trouxe à luz vários níveis diferentes de representação. As crianças foram entrevistadas em várias tarefas, em duplas. Em uma dessas tarefas, o experimentador colocava vários bombons na mesa diante das crianças, e pedia que, com papel e lápis, mostrassem quantos bombons havia "para que seu amigo possa usar seu papel para colocar tantos". Foram encontrados os seguintes níveis: 1) qualquer desenho, não tendo nada a ver com o número de objetos; uma casa, uma árvore, uma flor, uma pessoa, etc.; 2) o desenho de um objeto que tenha características numéricas semelhantes às do número de elementos apresentados: por exemplo, uma mão para 5 elementos apresentados, um polvo para 8, uma flor de 6 pétalas para 6, etc.; 3) o mesmo número de desenhos como elementos: 5 pessoas ou 5 árvores, por exemplo, para 5 elementos; 4) desenho dos próprios objetos, em seu número correto: cinco bombons; 5) numerais 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., como números de contagem; ou seja, <u>1, 2, 3, 4, 5, 6</u>, escritos até 6 elementos; 6)

> um único numeral, 5, 6, etc., escrito para representar o número de elementos como um número cardinal (Sinclair, 1983, p. 11, tradução nossa)[67].

Nesse mesmo contexto, percebemos que fenômenos semelhantes foram descobertos por um estudo citado por Sinclair (1983), que é a pesquisa de Constance Kamii[68] (1980). Nessa pesquisa, a autora trabalha com interpretações infantis de adições e subtrações escritas. A autora ainda indaga, em seu estudo, o que as crianças de 6 ou 7 anos acham da maneira horizontal de escrever equações e como elas interpretam os sinais “+”, “-“ e “=”. A pesquisadora também diz que a aquisição de conceitos numéricos e operações numéricas pelas crianças (além do sistema de notação) é um processo demorado, que se estende por muitos anos, dos quais muitos detalhes ainda são desconhecidos. Assim como para a linguagem escrita, as crianças pequenas têm teorias sobre numerais e equações escritas. Essas teorias podem não se encaixar na natureza simbólica dos sistemas elaborados pela humanidade ao longo de muitos séculos. Em ambos os domínios, as crianças parecem reinventar ou reconstruir os sistemas que suas sociedades adotaram.

Já para Sinclair (1983), existem similitudes, algumas nada triviais, entre a linguagem natural, escrita e falada, e a matemática. Já foi discutido, por exemplo, que na linguagem podemos distinguir elementos (como substantivos) que, embora nem sempre, simbolizam pessoas ou objetos, e elementos (como verbos) que de dez (embora nem sempre) simbolizam ações ou relacionamentos. Na aritmética, existem números: 3 ou 27, que são como substantivos; e sinais: +, -, =, que são como verbos.

Sobre a abordagem envolvendo os signos semióticos, Sinclair (1983) versou sobre como um símbolo representativo, ou incógnita, pode auxiliar os alunos na representação de um número a partir de um conjunto real. A autora falou sobre a importância da leitura e escrita de símbolos que podem substituir, representar ou sugerir algo para alguém. Também disse que esses signos, que são utilizados nesses processos, não são dados a devida atenção,

[67] A study [...] on children’s spontaneous ways of symbolizing numerical quantities brought to light severa) different leveis of representation. The children were interviewed on various tasks, in pairs. In one of these tasks, the experimenter placed a number of pieces of candy on the table in front of the children, and asked them to use paper and pencil to show how much candy there was “so that your friend will be able to use your paper to put out just as mony”. The following leveis were found: 1. my drawing, having nothing to do with the numbe of objects; a house, a tree, a flower, a person, etc.; 2. the drawing of one object which has number chanracteristics similar to that of the number of elements presented: for example a hand for 5 elements presented, an octupus for 8, a flower with 6 petals for 6, etc.; 3. the same number of drawings as elements: 5 people or 5 trees, for example, for 5 elements; 4. a drawing of the objects themselves, in their correct number: five pieces of candy; 5. numerals 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., as counting numbers; i.e., 1, 2, 3, 4, 5, 6, written down far 6 elements; 6. a single numeral, 5, 6, etc., written to represent the number of elements as a cardinal number (Sinclair, 1983, p. 11).

[68] KAMII, Constance. Equations in first grade arithmetic: A problem for the “disadvantage” or for first graders in general. *In:* ANNUAL MEETING OF THE AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION, Boston (Ma.), April 1980.

pois são esquecidos os diferentes sistemas que fundamentam a fala, a escrita e os processos que envolvem a contagem, pois quando um aluno, por exemplo, visualiza um símbolo *X*, esse pode assumir um número desconhecido.

Outros problemas citados pela autora dizem respeito às possíveis confusões que os alunos podem fazer quando trocam um número por uma letra, como, por exemplo, trocar o número “5” pela letra “S” por causa de sua forma. Se formos observar pela semiótica de Peirce (2005), ao visualizar essas representações, o aluno possa ser que tenha dificuldade em traduzir prontamente o símbolo *X*, por exemplo, pois sua representação por meio de um número não é direta. E, consequentemente, o aluno precisará fazer várias tentativas, das mais elementares às mais intrincadas, para apreender com precisão o seu significado. Entendemos também que é através da interpretação dos símbolos como forma de representação semiótica que podemos constatar que esses símbolos possuem a capacidade de serem substituídos por números.

É importante notar, também, que essas representações semióticas podem variar mesmo quando se referem ao mesmo objeto matemático, pois os símbolos servem a propósitos distintos: um dentro do domínio da linguística, como veremos mais para frente, e outro dentro de um contexto matemático.

Sobre a abordagem em relação aos signos linguísticos, Sinclair (1983) discorreu, em sua apresentação, sobre os signos que são utilizados para a leitura e escrita, e para fazer cálculos aritméticos. Ela disse que, mesmo que existam diferenças entre as linguagens que são utilizadas entre as representações aritméticas e os enunciados verbais, esses são conectados ao contexto que se pretende trabalhar em sala de aula.

Sinclair (1983) relatou que os textos escritos são menos vinculados ao contexto e, para certos estilos e assuntos, “ambiguidades” e “elipses” são evitadas. Ainda segundo a pesquisadora,

> [...] na linguagem falada e escrita suas propriedades estruturais as tornam nossa ferramenta suprema para seu propósito principal, ou seja, a comunicação de assuntos muito variados. Possivelmente, é justamente esse propósito comunicativo que determina sua estrutura. A matemática, por outro lado, embora seja envolvida na linguagem do número e do tamanho, é principalmente explícita e inequívoca, não elíptica e não redundante. Grande parte de sua estrutura é muito diferente da estrutura linguística e, embora transmita informações, sua função principal não é comunicativa no sentido amplo. Além disso, os numerais escritos estão ao redor de todos nós que vivemos em um ambiente urbanizado, assim como as letras, as equações não

> estão - elas apenas figuram em textos especializados (Sinclair, 1983, p. 12, tradução nossa)[69].

Sinclair (1983) observou que as línguas naturais possuem mecanismos de quantificação que não dependem exclusivamente de numerais. É possível expressar conceitos de quantidade usando palavras como “muitos”, “poucos”, “muito”, “mais”, “menos’, entre outros, além de recorrer a notações numéricas ou alfabéticas, da mesma forma que se faz com qualquer outra palavra.

Nesse sentido, percebemos que Sinclair (1983) também defendeu sobre a importância da leitura e escrita na matemática, em especial, no aprendizado que o aluno deve ter ao transpor de uma linguagem falada para uma linguagem escrita e vice-versa. Ela também falou que, ao relacionar essas linguagens, existem números que são substantivos e sinais que são como verbos. Também percebemos que, nos estudos de Sinclair (1983), ela destacou o uso de signos com o uso em uma notação numérica, em letras ou palavras, de tal forma que os alunos podem se deparar com atividades matemáticas que possam ter diferentes níveis de compreensão, principalmente, quando se relaciona com o contexto da matemática.

Higginson (1983) também falou, em sua apresentação, sobre a criação e utilização de símbolos na relação entre a matemática e linguagem como forma de auxiliar na produção de significados matemáticos. O autor também falou que essa relação, entre a matemática e esse componente linguístico, é um forte exemplo de que em matemática e linguagem temos os dois produtos que habilidade e caracteriza nossa espécie para se criar e utilizar símbolos e que, certamente, não precisamos procurar justificativas para um foco na atividade matemática e linguística como coisas diferentes

Higginson (1983) disse que o uso dos signos semióticos pode direcionar como uma ponte entre a matemática e a linguagem, como é afirmado nos estudos de Peirce e Frege que foram citados pelo referido autor em sua apresentação. Disse que os termos que usamos na matemática e os símbolos podem nos fornecer uma base rica para os aspectos estruturais, históricos e geográficos do estudo da linguagem que poderá ser afetado com as mudanças que

[69] [...] spoken and written language are basically identical, and their structural properties make them our supreme tool for their main purpose, namely communication of very varied subject matter. Possibly, it is precisely this communicative purpose which determines their structure. Mathematics, on the other hand, though it is sometimes coiled the language of number and size, is mostly explicit and unambiguous, non-elliptical and non-redundant. Much of its structure is very different from linguistic structure, and though it transmits information, its main function is not communicative in the large sense. Moreover, through written numerals are all around those of us who live in an urbanized environment, just as letters are, equations are not - - theyonly figure in specialized texts (Sinclair, 1983, p. 12).

estão sendo causadas pelo uso do computador, pois veremos mudanças significativas em nossas atitudes em relação ao uso do simbolismo matemático e das imagens.

Sobre o papel que as características numéricas desempenham na definição do objeto, Higginson (1983) cita um exemplo:

> [...] para aceitar ‘problemas’ como “___ - I = I”. Acostumados como estamos aos símbolos e armadilhas deste jogo, podemos sentir que a resposta, ‘2’, é bastante óbvia, mas uma criança de sete anos que vê apenas seis varetas (usadas de quatro maneiras diferentes) merece nossa simpatia (Higginson, 1983, p. 14, tradução nossa)[70].

Higginson (1983) destaca que os signos linguísticos podem auxiliar na relação entre a matemática, linguagem e sociedade. Ao discutir as linguagens matemáticas em salas de aula, particularmente no contexto da educação, Griffiths (1983) disse que se torna intrigante focar apenas nos diálogos gerados por alunos e professores, ao invés da criação da estrutura, que pode ser semiótica, que surge do significado.

Em sua abordagem, Griffiths (1983) citou que o currículo de matemática é algo bastante complexo, e que os alunos podem ter dificuldades de imaginar mentalmente um símbolo específico e interpretá-lo semioticamente, e que, em determinados casos, isso vai além do mero reconhecimento de que o símbolo existe. Ainda sobre os signos, Griffiths (1983) disse que essa visualização ocorre concomitantemente com a percepção do aluno de como pode acessar outros tipos de objetos do conhecimento científico, podendo ocorrer a visualização matemática mencionada.

Em relação à teoria dos signos, Griffiths (1983) cita um exemplo intitulado *“The Problem of the three languages”* em que deve-se montar uma peça de matemática de tal forma que, inicialmente, existirá na linguagem matemática em uma versão “bruta”, “oficial” em uma das línguas Ω da comunidade, M. Assim, o autor quer ensiná-la aos alunos cuja linguagem Σ tem que ser inferida e é não é rica o suficiente para “carregar” Ω. Ele também diz que o problema do professor é inferir Σ e construir uma linguagem λ como ponte de cesso para o Ω. Griffiths (1983) também diz que, os alunos poderão ter dificuldades com essas linguagens, mesmo que ele esteja aprendendo habilidades que não reconhece na matemática, como, por exemplo, habilidades visuais, leitura de mapas e signos observação de padrões numéricos, dentre outros.

---

[70] [...] for accepting ‘problems’ such as “___ - I = I”. Accustomed as we are to the symbols and trappings of this game we may feel that the answer, ‘2’, is quite obvious but a seven-year old who sees only six sticks (used in four different ways) deserves our sympathy (Higginson, 1983, p. 14).

Griffiths (1983), em seu estudo, ainda discutiu sobre os sucessos e falhas nos currículos de matemática nas últimas duas décadas. O autor também questionou sobre como é possível distinguir o bom trabalho do mau e como é possível estabelecer padrões críticos para avaliar os currículos no âmbito da educação matemática.

Ao observar os currículos das últimas duas décadas, Griffiths (1983) citou como complicação introduzir alguns tópicos (conjuntos, lógica, probabilidade, matrizes, axiomas). Nesse sentido, o pesquisador disse que essas complicações naturalmente aumentou a complexidade linguística acerca do estudo desses tópicos, principalmente quando o professor tenta inserir determinada linguagem matemática em sala de aula. Quando o autor fala em linguagem, "significa vocabulário, gramática, hábitos de pensamento, consistência, racionalidade, processos de questionamento – e expectativa de que vale a pena responder às perguntas" (Griffiths, 1983, p. 359, tradução nossa)[71].

Howson (1983) mencionou sobre a importância do uso de símbolos para auxiliar os alunos a representar objetos por semelhança de seus conteúdos, isto é, dos conteúdos que estão sendo trabalhos em sala de aula. O autor falou que os signos matemáticos ocupam uma posição peculiar dentro da matemática, pois se usa representações gráficas, como os números, para poder se representar algo que está sendo formulado na mente do aluno.

Howson (1983) também discutiu a importância de como a aprendizagem da matemática pode interagir com os problemas de linguagem a partir do simbolismo. O pesquisador chamou a atenção para uma diferença, que ele acredita ser óbvia entre a linguagem usada nas aulas de matemática, como também da linguagem que pode ser encontrada no quadro-negro ou em textos, e a linguagem que é comumente usada é o uso do simbolismo usado nas aulas de matemática.

> [...] Na matemática, os significantes criam seus próprios significados. Assim, ao ser formalmente apresentada aos números naturais, a criança pode receber uma exemplificação dos símbolos '1', '2' e '3'. Fazemos isso passando de um signo matemático para uma entidade que está fora da matemática, e fazemos isso usando a linguagem comum como mediadora. No entanto, 123^{123} não admite tal exemplificação. O símbolo cria seu próprio significado. No entanto, o matemático pode facilmente mostrar que o inteiro assim designado possui certas propriedades. Ajudar o aluno a passar de um nível de simbolização para o outro é, obviamente, um problema-chave da educação matemática. No entanto, como muitos outros, é um processo que

---

[71] [...] means vocabulary, grammar, habits of thought, consistency, rationality, questioning processes, - and expectation that questions are worth answering (Griffiths, 1983, p. 359).

> parece ter recebido muito pouca atenção de pesquisadores e outros (Howson, 1983, p. 569, tradução nossa)[72].

Por outro lado, Howson (1983) diz que não é esse aspecto do simbolismo que pensamos primeiro quando discutimos o simbolismo e a matemática. Para ele, fica claro que é o poder que o simbolismo possa nos dar para realizar operações importantes sem pensar nelas. E é este poder que nos permite manipular símbolos algébricos sem ter de considerar simultaneamente o seu significado. Como todo poder, esse possa ter uma influência “corruptora”. O pesquisador também refletiu sobre como alguém pode desenvolver simultaneamente a habilidade de usar e manipular símbolos e uma apreciação de seu significado é, então, um problema-chave.

Howson (1983) também falou sobre um contexto que ele denomina como *A progressão de três estágios retóricos*, que pode ser: a ativa, que é uma progressão simbólica à qual ele se referiu em determinados momentos em sua apresentação. Ele também disse que a ativa é um tanto semelhante à simbólica, para formar a tríade; e a icônica, que é uma progressão simbólica de Bruner.

A partir dos estudos de Peirce (2005), quando discutimos sobre imagens mentais que os alunos podem construir, estabelece-se uma conexão em que a formação da imagem é influenciada tanto pela forma como a representação é apresentada quanto pelo objeto representado no problema matemático. E, no caso da apresentação de Howson (1983), o autor usa os símbolos “1”, “2” e “3” como exemplo para mostrar às pessoas que estão assistindo sua explanação, que se usa um signo semiótico para representar alguma coisa a partir de algo, que, nesse caso, será uma “entidade” que está fora da matemática. Portanto, para conseguir representar determinado contexto, os signos foram utilizados como ferramenta ou mediador de uma representação mental que são atribuídos significados.

Para Howson (1983), quando se ensina matemática, devemos sempre ter como objetivo importante introduzir o aluno no uso do simbolismo e, mais do que isso, desenvolver nele uma compreensão dos benefícios que podem advir do uso de símbolos sígnicos. Por

[72] In mathematics signifiers create their own signifieds. Thus, when first being formally introduced to the natural numbers, the child can be given an exemplification of the symbols ‘1’, ‘2’, and ‘3’. We do this by moving from a mathematical sign to an entity that lies outside mathematics, and we do it using ordinary language as a mediator. However, 123^{123} admits of no such exemplification. The symbol creates its own signified. Yet, the mathematician can readily show that the integer so designated possesses certain properties. Helping the learner move from the one level of symbolisation to the other is, of course, a key problem of mathematical education. However, like too many others it is a process that would appear to have received very little attention from researchers and others (Howson, 1983, p. 569).

conseguinte, o autor diz que os símbolos, de fato, ocupam uma posição peculiar dentro da matemática, pois, nele, as ideias linguísticas convencionais de significante e significado, ou seja, “a coisa significada” ou “aquilo que a significa” surgem.

Howson (1983) também diz que, na matemática, os significantes podem criar seus próprios significados, pois, dessa forma, ao ser formalmente apresentada pela primeira vez aos números naturais, uma criança, por exemplo, pode receber uma exemplificação com o uso dos “símbolos”.

Howson (1983) refletiu que o simbolismo é o estágio final e que os estágios preliminares do aprendizado parecem ser essenciais e que os três estágios de Bruner podem ser facilmente exemplificados em termos de aprendizagem e ensino de aritmética e álgebra. No entanto, no caso da geometria, topologia, sistemas dinâmicos, etc., as categorias icônicas e simbólicas parecem se fundir.

> [...] Tomemos como exemplo os símbolos ‘caixa’ e ‘triângulo’ que entraram no ensino de matemática nos últimos trinta anos, isto é, notação da forma □ + 3 = 5. Estou disposto a acreditar - - embora não me lembre de ter visto nenhuma evidência empírica para apoiar a afirmação - - que este simbolismo oferece vantagens sobre o tradicional x + 3 = 5, quando se introduz primeiro a noção de equações. Aqui temos um exemplo do que vejo como simbolismo pedagógico. É um simbolismo que, mais cedo ou mais tarde, deve ser substituído por formas mais tradicionais. Já temos duas décadas em que esse novo simbolismo específico está em uso. Já é tempo de haver estudos - - práticos e teóricos - - para determinar a sua eficácia, as suas fragilidades e fortalezas; e sugestões sobre, digamos, como a transição dele para o simbolismo tradicional pode ser melhor efetuada? (Howson, 1983, p. 571, tradução nossa)[73].

Howson (1983) também falou que o grande benefício do simbolismo é que ele nos permite realizar matemática sem pensar, como se usássemos uma espécie de piloto automático quando manipulamos símbolos. Além disso, um bom simbolismo pode realmente sugerir novos resultados, estimular novas matemáticas. Infelizmente, os símbolos também podem sugerir resultados incorretos, e que eles podem facilmente confundir ou enganar o aprendiz.

---

[73] Let us take as an example the ‘box’ and ‘triangle’ symbols which have entered mathematics teaching in the last thirty or so years; that is, notation of the form □ + 3 = 5. I am willing to believe - - although I cannot recall having seen any empirical evidence to support the claim - - that this symbolism offers advantages over the traditional x + 3 = 5, when one first introduces the notion of equations. Here we have an example of what I see as pedagogical symbolism. It is a symbolism which must sooner or later be cast aside for the more traditional forms. We have now had two decades in which this particular new symbolism has been in use. It is now time that there were studies - - practical and theoretical - - to determne its efficacy, its weaknesses and strengths; and suggestions concerning, say, how the transition from it to the traditional symbolism can be best effected? (Howson, 1983, p. 571).

Howson (1983) enfatizou a importância da relação entre a aprendizagem da matemática e seu impacto nos desafios de linguagem decorrentes do simbolismo. Com relação aos símbolos e aos signos linguísticos, o autor postula que, no âmbito da matemática, conceitos linguísticos como o significante e o significado servem para representar "a coisa significada" e "aquilo que a significa", respectivamente. Além disso, Howson (1983) afirmou que a utilização de símbolos matemáticos elementares, que são produzidos no âmbito da matemática, serve para estruturar as convenções da linguagem e da escrita. Em conclusão, Howson (1983) afirmou que esses cenários simbólicos efetivamente abrangem as demandas linguísticas da matemática.

Já Pellerey (1983) também falou sobre o uso de signos na aprendizagem da matemática. A autora também defendeu que os indivíduos têm a possibilidade de expor suas formas de representar *algo* ou alguma *coisa* e que as representações semióticas, que são exploradas em pesquisas relacionadas ao ensino de Matemática, são fundamentais para entender como os objetos matemáticos são construídos e como os conceitos são formados por meio da língua usada na matemática durante as atividades de aprendizagem.

A autora também falou que esse *corpus* matemático é expresso em formas linguísticas e que pode ser constituído de signos linguísticos segundo regras de uso socialmente, ou seja, a competência da linguagem desempenha um papel central na capacidade de passar de um sistema de símbolos de linguagem socialmente aceitos e organizados para conteúdos ou significados, e vice-versa. Dessa forma, no contexto da linguagem matemática, Pellerey (1983) diz que:

> [...] Conceitos e procedimentos matemáticos podem ser considerados como um "corpus" ou pano de fundo comum sobre o qual os estudiosos operaram e ainda operam com o objetivo de fazê-lo crescer, de melhor organizá-lo para fornecer uma coesão interna mais refinada e de empregá-lo para explicar ou antecipar situações e fatos dos mundos físico e social. Esse "corpus" está sendo concretizado de várias maneiras, que incluem formas gráficas, formas de linguagem escrita, formas simbólicas mais abstratas e assim por diante. O sonho de Leibniz era chegar a uma forma simbólica universal, a "caracterização universalis" como ele a chamava, por meio da qual um cálculo lógico análogo ao numérico deveria ser inventado; tal visão está em desacordo com o caráter complexo e dinâmico do pensamento e da comunicação matemáticos. No entanto, aquela parte da matemática que se mostrou mais suscetível a uma formulação mecânica foi computadorizada. [...] Devemos afirmar que não existe um sistema único de signos, ou linguagem matemática; existe, ao contrário, um conjunto de formas linguísticas que evoluem de acordo com o tempo, a localização geográfica e as regiões internas da própria disciplina. A história e a geografia da

> linguagem matemática estão intimamente ligadas à história e à geografia das comunidades científicas (Pellerey, 1983, pp. 576-577, tradução nossa)[74].

Pellerey (1983) explicou que, ao lidarmos com a aprendizagem matemática, devemos distinguir entre conceitos e atividades em nível inicial e aqueles em um nível superior. No primeiro caso, passamos inicialmente do mundo da experiência direta ao mundo de sua representação racional; no segundo caso, já se trabalha com representações e esquemas mais ou menos abstratos. Os conceitos matemáticos no nível da cifra são reproduções simplificadas da experiência direta de uma criança.

O processo de percepção tem o papel importantíssimo de selecionar e estruturar os dados sensoriais, seja de acordo com uma categoria conceitual de alguma forma já presente, seja de acordo com a atenção que está sendo focalizada por solicitações externas, geralmente pelo professor, com o objetivo de isolar certas relações ou operações específicas. No segundo caso, uma ou mais relações pertencentes a uma ou mais operações, físicas ou mentais, podem surgir: isso permite que uma força totalmente singular seja ligada a elas e palavras adequadas para identificá-las sejam separadas.

Por fim, Pellerey (1983) disse que os processos de matematização em nível de cifra devem registrar o que uma criança já adquiriu conceitualmente e linguisticamente por meio da influência de sua cultura ambiental. Por exemplo, no caso do número natural, deve-se prestar muita atenção à consciência dos fenômenos de natureza recursiva e à sua principal representação verbal, a contagem.

Pellerey (1983) falou também que a esquematização ideal deve ser realizada por meio de mais de uma forma de representação e que aqueles mais próximos da sensibilidade e prática de uma criança devem ter precedência. Também refletiu que, se o pesquisador estiver a fim de promover uma aprendizagem significativa, com vista a incorporar na estrutura cognitiva da criança a própria substância dos conceitos e procedimentos, a sua competência

[74] Mathematical concepts and procedures may be regarded as a “corpus” or common background on which scholars have operated and are still operating with the aim of causing it to grow, of better organizing it to provide a finer inner cohesion, and of employing it to explain or anticipate situations and facts of both the physical and social worlds. This “corpus” is being concretized ih a number of ways that include graphic forms, written language forms, more abstract symbolic forms, and so on. Leibniz' dream was to arrive at a universal symbolic form, the “characterization universalis” as he called it, whereby a logical calculus analogous to the numerical one should be invented; such a view is at loggerheads with the complex and dynamic character of mathematicol thinking and communicating. However, that portion of mathematics that proved most susceptible to a mechanical formulation has been computerized. [...] We should state that a unique system of signs, or mathematical language, does not exist; there exists, instead, a set of linguistic forms that evolve according to time, geographical location, and inner regions of the discipline itself. History and geography of mathematical language are very closely knit to history and geography of scientific communities (Pellerey, 1983, pp. 576-577).

linguística deve melhorar em ambos os sentidos, que vai dos símbolos ao significado interior e vício versa. E que, além disso, deve ser usado o maior intervalo possível de códigos.

Pellerey (1983) explorou o impacto da língua nativa de uma pessoa na linguagem utilizada em matemática, bem como o impacto da linguística na aquisição de ideias, princípios e processos matemáticos por uma criança. Nesse sentido, entendemos que, a partir das investigações de Saussure (2006), somos levados a contemplar a noção de que o som, que Pellerey (1983) citou como exemplo o de uma criança, tem a capacidade de moldar nossa percepção de algo que envolve nossos sentidos. Além disso, é por meio das palavras que chegamos à noção de conceito ou, mais profundamente, de significado (que faz oposição ao significante). Essas palavras não são meros objetos, mas sim estruturas mentais ou imagens mentais que representam o objeto ao qual estamos nos referindo.

E Gnerre (1983) falou sobre o simbolismo matemático. A partir da apresentação do autor, entendemos que o uso de símbolos que são encontrados na estrutura da representação mental, ou até mesmo visual, pode tentar retratar semanticamente os diversos elementos que o constituem. Como o autor citou um exemplo envolvendo uma segunda língua, percebemos que pode ser realizado o aprofundamento de uma análise de como opera o sistema cognitivo do indivíduo ao perceber determinado sistema de signos, estabelecendo uma conexão com o domínio do raciocínio matemático.

Sobre a teoria dos signos, Gnerre (1983) disse que o simbolismo matemático é um dos mais complexos, pois corresponde a ordens de notação lógica que devem seguir sequencias da linguagem adotada. Disse que existiam grandes dificuldades que são trazidas pelas tentativas de usar a língua nativa para o ensino da matemática, pois existia grande diferença entre a sintaxe da língua nativa e a sintaxe da simbolização matemática, pois não se tratava apenas de um sistema de signos, mas sim de um símbolo de identificação do grupo nativo e de seus valores culturais.

Dessa forma, Gnerre (1983) também falou que os signos, ou o uso de símbolos, podem auxiliar para que os indivíduos possam *ver* determinados contextos no ensino de matemática, em especial, nos processos que envolvem a interpretação de códigos, ou signos, encontrados em notações lógicas a partir do simbolismo matemático, como também a utilização da linguagem matemática em um enunciado em outra língua, ou linguagem. Entendemos que essa distinção possa estar enraizada na intrincada conexão entre pensamento e linguagem, bem como na maneira pela qual um indivíduo, ou aluno, pode apreender uma representação semiótica.

E Gnerre (1983), ao examinar o ensino de matemática elementar, discutiu uma questão importante que surge a partir de um conflito entre a língua nativa e uma segunda língua em salas de matemática. O autor enfatizou a importância de considerar fatores linguísticos e sociolinguísticos ao avaliar essa oposição, em contraparte dos outros signos da língua.

Na quinta edição do ICME, o trabalho de Bell, Kilpatrick e Low (1986), em suas estruturas, versou sobre a formação de professores, ensino de matemática, e resolução de problemas. Os autores indagaram o que as crianças aprenderam em matemática antes de entrarem na escola "formal" e em qual momento é possível trabalhar com as linguagens verbais, com a matemática mental e o simbolismo por meio da escrita.

Bell, Kilpatrick e Low (1986), que também estavam coordenando o TG4, refletiram sobre questões relacionadas ao uso e desenvolvimento da linguagem matemática, disseram que o progresso matemático das crianças está relacionado ao poder linguístico a partir da linguagem matemática, exceto quando as atividades matemáticas são "mecânicas". Os pesquisadores também disseram que as discussões do tópico visavam falar sobre estudos em sala de aula, alguns participantes tentavam encontrar e usar situações que poderiam desenvolver linguagem de forma eficaz, como jogos, atividades envolvendo o uso da calculadora, situações do cotidiano das crianças, podem ser bastante úteis.

Em relação ao uso de signos semióticos, percebemos que o estudo de Bell, Kilpatrick e Low (1986) discutiu, brevemente, sobre como a linguagem matemática pode auxiliar nos processos simbólicos e como os professores podem aplicar seus conhecimentos matemáticos para resolver equações, aplicações ou atividades simples. Entendemos que, normalmente, algumas dessas atividades de pesquisa matemática envolvem a utilização de métodos padronizados, pois os alunos possam estar familiarizados com o problema em questão e possuem certo nível de proficiência para obter o resultado desejado. Em alguns casos, os alunos podem ter a fórmula de resolução prontamente disponível em sua mente, seja por repetição mecânica ou memorização.

Ao se envolver nesse tipo particular de tarefa, o foco do aluno não está em determinar o método apropriado a ser empregado, mas sim em determinar como implementar a linguagem matemática apropriada, em especial, aquela simbólica ou sígnica, que é utilizada a partir de modelos semióticos para se adquirir e construir o conhecimento matemático em salas de aula.

Sobre a abordagem de Bell, Kilpatrick e Low (1986) em relação aos signos linguísticos, os autores apenas se referiram a forma que os signos são construções mentais e que a aprendizagem matemática está relacionada ao poder linguístico a partir das relações que possa unir os elementos ou estruturas discursivas usada pelos indivíduos. Bell, Kilpatrick e Low (1986) também afirmam que a linguagem matemática possa estar relacionada ao poder linguístico das estruturas que possam estar sendo trabalhadas, exceto quando as tarefas ou atividades matemáticas são consideradas “mecânicas”.

No ICME 6, o trabalho de Vergnaud (1988) realizou uma discussão sobre como os alunos aprendem matemática. Em sua apresentação, Vergnaud (1988) citou indiretamente a forma que os fenômenos se apresentam à percepção e à mente. Ele mergulhou nos processos de como os alunos adquirem conhecimento matemático e explorou como os educadores podem aprimorar seus métodos de ensino levando em consideração os processos de aprendizagem dos alunos e seus sucessos e dificuldades.

Em sua apresentação, Vergnaud (1988) apresentou resultados de alguns pontos que versam sobre os processos de como os alunos aprendem matemática e desenvolvem suas ideias, e como os professores podem melhorar seu ensino em sala de aula a partir da forma como os alunos aprendem ou deixam de aprender. O autor também analisou o papel dos símbolos e da linguagem na formação de conceitos e na solução de problemas matemáticos, e ilustrou como as operações aritméticas do pensamento exigem a leitura e uso de simbolismos matemáticos, como ocorrem nos gráficos e na álgebra. Sobre a importância do uso da linguagem na matemática, Vergnaud (1988) diz que, “[...] o lugar da linguagem e dos símbolos é certamente uma questão importante na educação matemática” (Vergnaud, 1988, p. 35, tradução nossa)[75].

Além disso, Vergnaud (1988) examinou a importância dos símbolos e da linguagem no desenvolvimento de conceitos matemáticos e na resolução de problemas. Também podemos perceber que o autor estabeleceu relações para compreendermos os processos de associações do signo à mente a partir de operações matemáticas que exigem a interpretação e utilização de representações simbólicas, como as encontradas em gráficos e equações algébricas.

Vergnaud (1988) falou que os conceitos estão enraizados em situações e consistem em invariantes de diferentes tipos e níveis e precisam ser representados por elementos simbólicos linguísticos e não linguísticos. Ao citar a álgebra, o pesquisador disse, por um lado, é importante esclarecer a relação entre símbolos e operações simbólicas e, por outro lado, as grandezas, relações e operações matemáticas que são representadas por esses símbolos.

---

[75] [...] the place of language and symbols is certainly an important issue in mathematics education (Vergnaud, 1988, p. 35).

> [...] O papel dos símbolos pode, portanto, ser esclarecido. Os símbolos são necessários para identificar objetos matemáticos e tornar explícitas suas propriedades e suas relações com outros objetos. Enquanto na solução aritmética de um problema muitas vezes se deixa implícita a escolha dos dados e operações relevantes, a solução algébrica consiste em explicitar as relações e resumir em uma expressão lacônica; então existem formas algorítmicas ou quase algorítmicas de lidar com essas expressões. Na verdade, o papel dos símbolos no pensamento é um problema psicológico e até filosófico muito antigo. Vygotsky desenvolveu fortes ideias sobre esse problema há mais de 50 anos, quando estudou a relação entre linguagem e pensamento. A pesquisa em educação matemática utiliza e está em sintonia com algumas de suas ideias. A linguagem natural e os símbolos matemáticos de todos os tipos (tabelas, diagramas, gráficos, álgebra...) em raciocinar sobre eles, ou seja, combinar e transformar relacionamentos, planejar, escolher dados e operações (Vergnaud, 1988, p. 41, tradução nossa)[76].

Ainda segundo Vergnaud (1988), o papel dos signos, da linguagem e dos símbolos tem uma importância significativa no campo da Educação Matemática. Ele enfatizou a necessidade de representar esses conceitos por meio de elementos simbólicos linguísticos e não linguísticos, que remete à nossa discussão sobre como os autores usaram os signos linguísticos e semióticos. Como exemplo, Vergnaud (1988) citou a álgebra e destacou a necessidade de elucidar a conexão entre símbolos e operações simbólicas, bem como as grandezas, relações e operações matemáticas que esses símbolos representam.

No âmbito dos estudos de Peirce (2005), percebemos que, esses discursos de Vergnaud (1988), ao fornecer citar o uso dos símbolos em atividades matemáticas, pode abranger várias das etapas envolvidas na resolução de problemas matemáticos, sendo que, nesse caso, os alunos podem ganhar a capacidade de seguir meticulosamente o processo de manipulação de números e empregar, com precisão, símbolos matemáticos até chegarem ao resultado final da referida atividade. Entendemos também que esta abordagem permite-lhes perceber a Matemática de forma mais acessível, promovendo o desenvolvimento da sua aptidão para atribuir significado aos conceitos matemáticos.

---

[76] The role of symbols can therefore be clarified. Symbols are necessary to identify mathematical objects and make explicit their properties and their relationships to other objects. Whereas in the arithmetic solution of a problem, one very often leaves implicit the choice of the relevant data and operations, the algebraic solution consists of making the relationships explicit and summarized in a laconic expression; then there are algorithmic or quasi-algorithmic ways of dealing with these expressions. Actually the role of symbols in thinking is a very old psychological and even philosophical problem. Vygotski developed strong ideas about this problem more than 50 years ago, when he studied the relationship between language and thinking. Research on mathematics education makes use of and is in tune with some of his ideas. Natural language and mathematical symbols of all kinds (tables, diagrams, graphs, algebra...) play an important part in the process of conceptualizing, also in the control and regulation of schemes et algorithms, also in the solving of new problems, and in reasoning about them, i.e. combining and transforming relationships, planning, choosing data and operations (Vergnaud, 1988, p. 41).

Entendemos também que, após conseguirmos visualizar a forma como os alunos possam aprender matemática, a partir de representações visuais, torna-se evidente que a interação entre os vários elementos, figuras e símbolos pode levar à contemplação da possível conexão entre pensamento e referência dentro do domínio da atividade matemática. Consequentemente, torna-se evidente que o ato de enumerar possíveis abordagens para resolver uma determinada atividade matemática pode resultar em alterações na construção de objetos matemáticos, condicionadas à representação semiótica específica empregada na execução de operações matemáticas dentro do sistema de representação escolhido.

E em relação ao uso de signos linguísticos, Vergnaud (1988) dialogou sobre como os alunos aprendem matemática e desenvolvem suas próprias ideias. O pesquisador disse que isso está relacionado à forma como se representam os objetos, por elementos simbólicos linguísticos e não linguísticos. Dessa forma, a partir de Saussure (2006), entendemos que, para que a linguagem possa transcender o lugar do uso dos símbolos, deve-se pensar em um meio que tente estabelecer conexões que sejam mediadas a partir da comunicação entre os componentes que determinem a utilização de seus símbolos, permitindo que as informações sejam compreendidas e transmitidas em qualquer local, período de tempo ou estrutura e suas respectivas relações em determinado contexto.

Em relação ao ICME 7, tivemos quatro trabalhos que citaram os signos semióticos e linguísticos, que são os estudos de Nesher (1994), Closs (1994), Otte (1994) e Schweiger (1994).

Sobre o uso de signos semióticos, percebemos que Nesher (1994) abordou os processos sígnicos como forma de representação mental que poderá ir se transformando em novas representações, em que os alunos podem manipular mentalmente. Como ele afirma que os signos e símbolos matemáticos carregam significado, dessa forma, ao visualizarem o que se deseja representar, o aluno poderá construir, identificar, diferenciar, reconhecer diversas formas de representação do objeto mental matemático.

E em relação ao uso de signos linguísticos, Nesher (1994) abordou, a partir de estudos Vygotskianos, sobre as capacidades cognitivas que podem possibilitar a criação de modelos ou esquemas mentais que são associados às questões do conhecimento matemático para sabermos como podemos usar os sinais, ou signos. A pesquisadora também elencou que a cognição está na cabeça do indivíduo.

Já Closs (1994) fez uma abordagem histórica e relatou como o sistema de sinais, ou signos, podem ser visualizados a partir de hieróglifos. O autor relatou que os maias desenvolveram seu sistema de escrita que refletia com precisão os sons da fala humana, sendo que esse sistema possuía um grande número de intrincados sinais (signos) logográficos e silábicos que eram comumente referidos como hieróglifos, ou, de forma mais simples, apenas glifos. Ainda segundo o autor, na antiga sociedade maia, alguns números eram representados por barras que possuíam o valor “5” e os pontos tinham o valor “1”. Também conseguiam representar outros números com outras combinações de barras e pontos, e o “0” e o “20” possuíam símbolos especiais.

Quando pensamos nos estudos de Peirce (2005), entendemos que a composição simbólica dessas barras e pontos pode permitir a ativação de representações mentais e a atribuição de significado aos elementos que se deseja representar. Essas barras e pontos servem como um guia para os indivíduos gerarem interpretações que se alinhem com sua realidade ou expressão única dentro do sistema numérico. Normalmente, esses tipos de representações incorporam símbolos como letras, figuras, números e formas geométricas, que podem simbolizar conceitos numéricos de maneira conceitual e abstrata.

Nesse sentido, acreditamos que podemos fazer uma observação nessa situação que envolve representações visuais de possíveis problemas matemáticos, que são transmitidas por meio de uma linguagem simbólica, sendo que essas possuem a capacidade de empregar símbolos e imagens mentais para transmitir significado. Essa habilidade permite que os indivíduos estabeleçam conexões entre diferentes elementos, sendo que o último elemento representa uma figura ou símbolo dentro desse contexto específico.

Closs (1994) ainda destacou o uso de hieróglifos na interpretação linguística, a partir das práticas de leitura. Acreditamos com base nos estudos de Saussure (2006) que, ao serem realizadas leituras do glifos da antiga sociedade maia, essas interpretações estão unidas, em nossa mente, ao tentarmos estabelecer relações de associação com outros signos dentro de um sistema.

A palestra de Michael Otte (1994) começou fazendo uma provocação aos participantes, suscitando que a matemática é a personificação do pensamento intuitivo. Ele disse que, ao ser considerada a intuição, ela difere do conhecimento discursivo, que já é algo que está imediatamente presente. Otte (1994) afirma que no conhecimento discursivo ele é apenas representado. Disse que, se formos comparar com uma pintura, ela poderá nos ajudar a ilustrar a diferença. Depois, falou que, na vida cotidiana, uma imagem funciona como uma representação de algo, mas que na arte pode ser entendido de outra forma. Otte (1994) também disse que as imagens, embora também possam ser representações, não funcionam principalmente como ilustrações ou guias, mas têm um valor próprio.

Em outros momentos de sua apresentação, Otte (1994) falou sobre os processos que envolvem a criatividade. Para esse autor, ela pode exigir que toda a estrutura de um problema seja questionada. E mesmo que a criatividade seja um aspecto bastante restrito da vida humana, se formos observar do ponto de vista de nossa vida social e individual, pode até ser apropriado questionar se existe uma resposta definitiva para um problema muito particular. Nisso, Otte (1994) destacou os estudos de Peirce que desafiou, até mesmo, com relação ao pensamento teórico o que ele chamou de "axioma fundamental da lógica".

Para Otte (1994), os estudos de Peirce podem permitir ver que nenhuma descrição geral da existência é possível, o que é talvez a proposição mais valiosa que a *Crítica da Razão Pura* contém, mas que ele tinha traçado uma linha muito rígida entre as operações de observação e de raciocínio.

Ainda em sua apresentação, Otte (1994) explanou que Peirce atribuiu a Kant o mérito de ter sido o primeiro na história a dar o devido peso à distinção entre intuição e lógica. E que Kant viu, de acordo com Peirce, muito mais claramente do que qualquer antecessor, toda a importância filosófica dessa distinção.

Em sua apresentação, Otte (1994) abordou os signos semióticos como forma de representação que não possuem apenas a função de ilustrar ou representar algo ou alguma coisa, mas sim que essas possuem valor próprio. Dessa forma, ao adentrarmos no âmbito da semiótica, conforme delineado pelas categorias de Peirce (2005), torna-se evidente que a compreensão de um símbolo requer conhecimento prévio ou aquisição de seu significado.

E, partindo dessa base, em que caracteres abstratos denotam uma conexão de ideias dentro de uma estrutura matemática, entendemos que os símbolos representados nessas representações consistentemente têm significado para os indivíduos que estão visualizando. Nesse caso particular, os símbolos podem divergir muito de sua representação literal, pois correspondem a valores numéricos que implicam uma suposta finalidade inerente à expressão e que pode estabelecer relações entre o concreto e o abstrato.

Otte (1994) discutiu sobre como os signos podem ser usados na intuição e lógica. Dependendo da relação que será realizado, seja ela diádica ou triádica, podemos nos referir aos conceitos de signo como unidade básica, seja ela da linguística ou semiótica. Sobre a matemática escolar, Otte (1994, p. 275, tradução nossa)[77] disse que ela "torna-se um exercício de lógica formal e fraseologia e ortografia corretas. Se não aceitarmos a intuição como base

[77] [...] becomes an exercise in formal logic and correct phrasing and spelling. If we don't accept intuition as a cognitive basis, all our knowledge disintegrates or decomposes into linguistic or logical formalism on the one side and empirical guesswork on the other (Otte, 1994, p. 275).

cognitiva, todo o nosso conhecimento se desintegra ou se decompõe em formalismo linguístico ou lógico, por um lado, e adivinhação empírica, por outro".

Já Fritz Schweiger (1994) explanou sobre a relação entre a linguagem e matemática. O pesquisador também relata que, durante muitos anos, ao tentar estabelecer uma associação entre essa relação, pensou em palavras-chave como a linguística matemática, as linguagens informáticas, a linguagem especial da matemática, que desenvolveu um notável código simbólico, o ensino na língua materna ou em uma língua estrangeira, as relações entre a aprendizagem da matemática e a de uma língua estrangeira, os problemas de comunicação em nossas aulas, dentre outros pontos.

Schweiger (1994, p. 373, tradução nossa)[78] afirma que a matemática é uma linguagem. Para ele, essa afirmação não é muito nova e que pode ser considerada de forma metafórica, ou seja, que antes de se pensar que a matemática é uma linguagem, deve ser pensado: "o que é matemática? O que é uma língua (ou linguagem)?". O pesquisador também diz que todo matemático, todo educador matemático e todo professor de matemática tem sua própria imagem da matemática e que, de forma óbvia, todas essas imagens individuais devem ter algo em comum, caso contrário a comunicação sobre a matemática seria impossível. Schweiger (1994) considera um desafio para a educação fornecer um núcleo comum de ideias matemáticas que tornem possível apreciar o papel da matemática em nossa sociedade.

E Schweiger (1994) abordou os signos semióticos como mediadora nos processos de representar quaisquer objetos, que podem assumir mais de um significado. O autor também falou que, em algumas linguagens, o uso de diagramas e símbolos podem auxiliar para expressar ou comunicar alguma situação ou mensagem.

Ainda em sua palestra, Schweiger (1994) afirma que a matemática não é uma língua como o inglês ou francês, pois é, por meio dela, que se pode transmitir e expressar ideias matemáticas nessas línguas citadas. Ele também disse que o mesmo conteúdo matemático pode ser codificado em diferentes linguagens com a adição útil de diagramas e símbolos e que se podem substituir os símbolos desde que o decodificador saiba ou possa adivinhar as regras de codificação. Schweiger (1994) também disse que:

> A convencionalidade dos signos é bastante clara, mas há limites práticos e educacionais para sua proliferação. A comunicação precisa de capacidade de memória. A necessidade de mudar os símbolos é um fardo. O simbolismo "bom" pode até revelar semelhanças impressionantes. Algumas dessas semelhanças hoje em dia só podem ser recuperadas por considerações

[78] Qu'est-ce que les mathématiques? Qu'est-ce qu'une langue (ou le langage)? (Schweiger, 1994, p. 373).

> históricas ou linguísticas. Grego maiúsculo Σ (sigma) está relacionado a soma, o grego maiúsculo π (pi) é reminiscente de produto. O sinal integral ∫ é uma forma fossilizada de um S para soma, o operador ∂ é um antigo d escrito à mão, significando derivação. Isso é semelhante ao uso de letras no manuseio do menu de um computador. Muitas vezes C significa "copiar", F para "formatar" e assim por diante. Sempre houve a afirmação de que os símbolos matemáticos são o último estágio de uma tríade: retórica (expressão em vernáculo) — sincopada (uso de abreviaturas) — simbólica (uso de símbolos). A evolução do simbolismo matemático é um tópico fascinante por si só (Schweiger, 1994, pp. 300-301, tradução nossa)[79].

Schweiger (1994) também comentou que a linguagem e a linguística podem ser aplicadas a textos matemáticos para obter outras informações que podem trazer contextos sobre a própria matemática. Por outro lado, Schweiger (1994) também comenta que o uso da matemática, em vários domínios culturais humanos, sugere que ela, a matemática, é uma amplificação e enriquecimento da linguagem humana, sendo que essa prioridade não muda se alguém usar a linguagem falada para expressar ideias matemáticas.

Nisso, recorremos à semiótica de Peirce (2005), pois fica evidente que há uma conexão entre os componentes que compõem a estrutura de determinada representação visual que se deseja representar em outras linguagens. Essa conexão possibilita ao indivíduo, ou aluno em sala de aula, representar semioticamente os signos que constituem a mesma imagem mental, independentemente de como as coisas possam se manifestar, mesmo dentro de um texto que o leitor possa compreender.

Ao examinar o contexto desse tipo de ideia trazido por Schweiger (1994), torna-se evidente que os leitores têm a capacidade de inferir uma substituição dentro da própria representação. Nesses casos, Peirce (2005) nos orienta ao sugerir que o signo presente na composição simbólica, e estabelecido a partir do ato de perceber, possui a capacidade de significar ou denotar algo mais que não está fisicamente presente. Essa entidade alternativa pode se manifestar como um conceito tangível ou intangível, ou seja, podendo ser concreta ou abstrata.

---

[79] The conventionality of signs is quite clear, but there are practical and educational limits to their proliferation. Communication needs memory capacity. The need to change symbols is a burden. "Good" symbolism may even reveal striking similarities. Some of these similarities can nowadays only be recovered by historical or linguistic considerations. Capital Greek Σ (sigma) is related to sum, capital Greek π (pi) is reminiscent of product. The integral sign f is a fossilized form of an S for sum, the operator ∂ is an old hand-written d, standing for derivation. This is similar to the use of letters in handling the menu of a computer. Very often C stands for "copy", F for "format", and so on. There has always been a claim that mathematical symbols are the last stage of a triad: rhetorical (expression in vernacular) — syncopated (use of abbreviations) — symbolistic (use of symbols). The evolution of mathematical symbolism is a fascinating topic of its own (Schweiger, 1994, pp. 300-301).

E Schweiger (1994) ainda abordou em sua apresentação que a matemática depende menos da linguagem do que a lógica e que essas relações, que podem se relacionar com os símbolos, podem ter competências linguísticas daquilo que se pretende representar, pois, para esse autor, um texto matemático é escrito ou falado.

Ainda em sua palestra, Schweiger (1994) refletiu sobre a linguística matemática, em especial no que diz respeito a aplicação de métodos matemáticos a problemas linguísticos. Para o autor, as descobertas da linguística matemática não tiveram muito impacto na educação matemática. Ainda segundo Schweiger (1994),

> [...] a linguística tradicionalmente distingue diferentes níveis de atividade da linguagem: fonologia, léxico (palavras), sintaxe e semântica. Obviamente, em sua forma oral, a matemática não acrescentou novos sons às línguas em geral. Na linguística é geralmente aceito que os sons são as unidades básicas de qualquer linguagem natural. Esta prioridade não muda se alguém usar a linguagem falada para expressar ideias matemáticas, mas o sistema fonético de qualquer linguagem não dará uma visão sobre o papel específico da matemática (Schweiger, 1994, pp. 301-302, tradução nossa)[80].

Referenciando os estudos de Bolinger e Sears[81] (1981), Schweiger (1994) caracteriza os aspectos linguísticos da matemática da seguinte forma:

> Outra linguagem especializada é a matemática... Sua especialidade é tornar preciso o modo como lidamos com as coisas no espaço – espaço amorfo, onde agrupamos coisas por adição e multiplicação, separamos por subtração e divisão e comparamos por igualdade e desigualdade, e espaço estruturado, onde os localizamos de forma geométrica. A matemática depende menos da linguagem do que a lógica; na verdade, é uma rota alternativa para uma parte especial do mundo real (Schweiger, 1994, p. 306, tradução nossa)[82].

Ainda nesse mesmo viés, o autor também disse que a pesquisa em linguística tem sugerido a existência de universais linguísticos, o que não é apenas um fato empírico, mas

---

[80] [...] linguistics traditionally distinguishes different levels of language activity: phonology, lexicon (words), syntax, and semantics. Obviously, in its oral form, mathematics has not added new sounds to languages generally. In linguistics it is generally accepted that sounds are the basic units of any natural language. This priority does not change if one uses spoken language to express mathematical ideas, but the phonetic system of any language will not give insight into the specific role of mathematics (Schweiger, 1994, pp. 301-302).

[81] BOLINGER, Dwight; SEARS, Donald A. **Aspects of language**. New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1981.

[82] Another specialized language is mathematics... Its specialty is making precise the way we deal with things in space — amorphous space, where we group things together by addition and multiplication, separate them by subtraction and division, and compare them for equality and inequality, and structured space, where we locate them in geometrical ways. Mathematics is less language-dependent than logic is; in fact, it is an alternate route to a special part of the real world (Schweiger, 1994, p. 306).

parece apontar para estruturas de competência linguística com raízes mais profundas (Schweiger, 1994).

Na oitava edição do ICME, tivemos três estudos que citaram os signos semióticos e linguísticos, que são os trabalhos de Quesada (1998), Ernest (1998) e Schmidt (1998).

No que se refere aos signos semióticos, Quesada (1998) abordou sobre o papel da linguagem matemática em sala de aula. O autor também falou sobre como os símbolos podem auxiliar os professores, seja por meio de leituras e escritas, ou por aspectos sociais, já que o referido autor afirmou em sua apresentação que, semioticamente, esses aspectos são importantes para o estudo das linguagens matemáticas.

Quesada (1998) disse que aquelas discussões promovidas pelo grupo WG 10 puderam nortear o estudo das relações entre linguagem e matemática. Para ele, a matemática é uma linguagem, pois, a partir dela, podemos pensar em coisas como símbolos, significados, discursos, interações sociais e culturais.

Em relação aos estudos de que Peirce (2005), entendemos que, a partir do que é trazido para os alunos em salas de aula, os professores podem estabelecer uma linguagem em que os alunos possam representar alguma coisa em outra coisa, levando os mesmos a realizar a interpretação de símbolos dentro de estruturas, sejam eles símbolos matemáticos ou símbolos que representam objetos tangíveis, permite a compreensão de significados alternativos. Através do sistema cognitivo, essas relações simbólicas podem ser entendidas como um meio para construir representações mentais de objetos matemáticos. Esse reconhecimento e representação de objetos matemáticos é possível por meio da interpretação desses símbolos.

Quesada (1998), ainda no WG 10, discutiu sobre o papel das linguagens na matemática e na educação matemática. O pesquisador dividiu o grupo em duas grandes áreas, sendo cada uma concentrada nos seguintes temas: a) linguagens matemáticas e as linguagens da matemática, que envolve tipologia das línguas, relações entre níveis psicolinguísticos e estratégias cognitivas, relações entre fatores sociais, econômicos e linguísticos nas linguagens matemáticas, o papel da metáfora na educação matemática e a sintaxe e semântica das linguagens matemáticas; e b) lógica, semiótica e informática, que compreende a relação mundo – mente – linguagem, o pensar vs. falar, a formalização e representação do conhecimento matemático: linguagens naturais e simbolismo, a inteligência artificial e, especificamente, linguística computacional: análise lexical, sintática e semântica de linguagens matemáticas, e, por fim, o projeto de linguagens específicas para *software* educacional de matemática.

Por sua vez, Ernest (1998), em sua apresentação, citou brevemente sobre o significado dos signos linguísticos e semióticos. Rapidamente, ele destacou a inclusão de vários aspectos matemáticos, como a epistemologia, que contribuem para a compreensão e aquisição do conhecimento matemático. Se formos analisar, ainda mais, o seu discurso, percebemos que o assunto em questão diz respeito à natureza dos objetos matemáticos, suas origens e sua conexão com a linguagem matemática.

Ernest (1998) também citou alguns aspectos da matemática, dentre eles, a epistemologia, que envolve o conhecimento matemático, e a dos objetos da matemática, seja sua origem e sua relação com a linguagem da matemática. O autor ainda diz que esses dois aspectos enfoca a filosofia da matemática com o processo de descoberta para adicionar uma preocupação do conhecimento matemático e objetos da matemática, bem como com a linguagem.

Ao falar sobre construtivismo social, Ernest (1998, p. 161, tradução nossa)[83] disse que "o conhecimento matemático é considerado baseado em práticas linguísticas socialmente situadas, incluindo regras, significados e convenções compartilhados, ou seja, tanto no conhecimento tácito quanto explícito e em práticas simbólicas". O pesquisador ainda diz que, se formos observar uma nova característica desse construtivismo social, é que ele "adota a conversa como a forma representacional subjacente básica para sua epistemologia. Assim, esta posição vê a matemática como basicamente linguística, textual e semiótica, mas inserida no mundo social da interação humana" (*ibid*)[84].

Em relação aos estudos dos signos, Ernerst (1998) disse que, ao serem analisados textos matemáticos, ou provas matemáticas, esses revelam as formas verbais que podem ser usadas para fazer declarações, reivindicações e afirmações que descrevem os futuros resultados de experimentos mentais que o leitor pode realizar ou, simplesmente, aceitar. O pesquisador também fala que, a partir dos estudos de Peirce, é possível emitir informações que são compartilhadas, ordenadas ou instruídas pelo escritor ao leitor do texto matemático.

A partir da fala de Ernest (1998), é afirmado que o conhecimento matemático está fundamentalmente enraizado em práticas linguísticas socialmente situadas, abrangendo regras, significados e convenções compartilhados, sendo que essas práticas abrangem tanto o conhecimento implícito e explícito, quanto as práticas simbólicas. Em última análise, Ernest

[83] Thus mathematical knowledge is taken to rest on socially situated linguistic practices, including shared rules, meanings and conventions, i.e. on both tacit and explicit knowledge and symbolic practices (Ernest, 1998, p. 161).

[84] [...] it adopts conversation as the basic underpinning representational form for its epistemology. Thus this position views mathematics as basically linguistic, textual and semiotic, but embedded in the social world of human interaction (Ernest, 1998, p. 161).

(1998) argumentou que a matemática é inerentemente linguística, textual e semiótica, ao mesmo tempo, mas também firmemente inserida no domínio social da interação humana.

Por fim, ainda segundo suas afirmações, é possível transmitir informações de um determinado autor para algum leitor em um texto matemático, conforme demonstrado pelo uso dos signos semióticos de Peirce (2005), pois essas informações podem ser compartilhadas, organizadas ou fornecidas como instruções.

Já Schmidt (1998) disse que o conhecimento aparece como saber, e saber é uma forma de atuação nos jogos de linguagem. Ele também falou que a linguagem como linguagem ou jogar um jogo de linguagem é igual a construir significados e, assim, construir objetos e que não há objetos sem significado. O pesquisador também falou que o significado é constituído por um uso específico da linguagem dentro de um respectivo jogo de linguagem.

Ao referenciar os estudos de Wittgenstein[85] (1953), Schmidt (1998, p. 391, tradução nossa)[86] disse que "todo signo por si só parece morto. O que lhe dá vida? Em uso, ele está vivo". Ao finalizar sua apresentação, o pesquisador disse que o envolvendo dos alunos em jogos de linguagens é como se fosse um "caça às pistas", com problemas de palavras para serem produzidas uma sentença aritmética em forma simbólica com a qual o professor poderá usar em suas salas de aula.

Schmidt (1998) também disse que um jogo de linguagem, "orientado para modelagem", com problemas de palavras, pode-se levar a refletir sobre como podemos interpretar uma situação-problema de palavras de forma contextual e aritmética (matemática) significativa.

Schmidt (1998) também se referiu aos conceitos de signos (linguístico e semiótico) ao se referir as estruturas semânticas que podem desempenhar um papel crucial na Educação Matemática quando se trata de problemas que ele denomina de "problemas de palavras". Ainda segundo o autor, o aluno passa por uma transição da compreensão do problema na linguagem cotidiana para expressá-lo em termos matemáticos, e os signos são usados como meio para que seu possa realizar essa troca semiótica. Isso pode envolver a interpretação do problema tanto na linguagem natural quanto na linguagem da matemática.

Quando Schmidt (1998) falou sobre se expressar com base em uma linguagem natural para uma linguagem matemática, pode ser uma referência aos signos que são utilizados na teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2011).

---

[85] WITTGENSTEIN, Ludwig. **Philosophische Untersuchungen/ Philosophical Investigations**. Frankfurt: Suhrkamp, 1953. pp. 225-580.

[86] Every sign by itself seems dead. What gives it life? In use it is alive (Schmidt, 1998, p. 391).

E sobre os signos linguísticos, Quesada (1998) e Schmidt (1998) apenas citaram que, ao se fazer uso da leitura e escrita em sala de aula, os componentes das linguagens podem auxiliar na interpretação de outros tipos de linguagens. Também é referido que essas compreensões podem ajudar na articulação de tipos de signos que nos auxiliam em um discurso oral, seja em relação ao som (que é a imagem acústica) e as palavras, sendo que é por meio das palavras, que também é um fator importante no processo de escrita, que será "documentado" parte da linguística.

Sobre a linguística, Schmidt (1998, p. 391, tradução nossa)[87] disse que os "jogos de linguagem" são sempre parte de uma prática social, e "os componentes não linguísticos tornam-se uma condição necessária para a compreensão de uma linguagem – mesmo gestos e imagens ou padrões podem ser componentes importantes de um jogo de linguagem".

Na nona edição do ICME, o trabalho de Barton (2004) faz uso dos signos como metodologia em sala de aula, como também no ensino e aprendizagem da matemática. Na perspectiva do autor, o conceito de linguagem matemática abrange múltiplos ângulos que dizem respeito à comunicação e à linguagem no campo da Educação Matemática. Isso ocorre porque a matemática tem a capacidade de transcender as barreiras linguísticas e pode ser comparada a uma linguagem em si. Além disso, o autor investiga o significado dos símbolos na epistemologia da matemática.

Quando falamos sobre a matemática, Barton (2004) disse que os símbolos podem assumir formas algébricas ou geométricas, sendo que, nessa disciplina, o conhecimento se expressa por meio das intrincadas conexões existentes entre os três componentes de uma tríade, o que evoca os ensinamentos de Peirce (2005) sobre o tema dos signos. A partir dessa perspectiva, fica claro que os símbolos matemáticos se destinam a representar entidades singulares. Além disso, Barton (2004) afirmou que existe uma ligação direta entre a comunicação matemática e o desenvolvimento cognitivo de um indivíduo.

Ainda sobre os estudos de Peirce (2005), quando Barton (2004) explanou que os símbolos podem assumir formas algébricas ou geométricas, ao considerar a ênfase na geometria em certos "empreendimentos" matemáticos, pode-se imaginar figuras geométricas e objetos tridimensionais. A partir dessas formas, que são evocadas, suscitam várias emoções por meio de seus elementos, como contornos, texturas e muito mais. Ao fazer conexões e associações, os indivíduos, ou alunos, começam a compreender os estímulos visuais e,

[87] [...] and non-linguistic components become a necessary condition for the understanding of a language - even gestures and pictures or patterns can be importante components of a language game (Schmidt, 1998, p. 391).

posteriormente, adquirem conhecimento sobre as propriedades das formas e sua relação com estruturas geométricas tridimensionais. Esse processo facilita o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, raciocínio dedutivo, transformações geométricas, simetria e raciocínio espacial.

E ao considerarmos a adoção de uma estrutura algébrica, existem vários exercícios que incentivam os alunos a se envolverem em cálculos matemáticos básicos usando operações aritméticas. Estes exercícios não só promovem o desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico, mas também fornecem aos alunos oportunidades para aprofundar sua compreensão da Matemática em diferentes contextos. Consequentemente, torna-se evidente que neste tipo específico de atividade, os alunos têm a liberdade de interpretar e construir conceitos matemáticos de diversas maneiras, ao contrário das abordagens adotadas em outras disciplinas acadêmicas.

Como Barton (2004) discutiu sobre situações no âmbito da Educação Matemática, entendemos que, ao ensinar Matemática, o mesmo é um grande desafio, pois um dos principais objetivos é ajudar os alunos a compreender o conceito de usar letras como variáveis, sendo que essa habilidade é crucial para que os alunos resolvam problemas matemáticos com sucesso.

No entanto, também pode representar um obstáculo no processo de ensino, pois quando os alunos são apresentados a tarefas ou atividades matemáticas diretas, eles são capazes de fazer conexões entre o uso de variáveis e a representação de números, como é afirmado nos estudos de Duval (2008, 2009, 2017). Isso permite que eles se envolvam em vários tipos de conversões e resolvam atividades matemáticas, equipando-os com a capacidade de resolver qualquer problema que encontrarem.

Por outro lado, dentro desse quadro particular, torna-se evidente que as ações empreendidas pelos alunos para se engajar em cálculos matemáticos possuem uma natureza distinta. Esta singularidade decorre da confiança na expressão escrita como um meio para substanciar a necessidade de empregar tais cálculos na disciplina da Matemática. Consequentemente, esse processo leva à utilização de ferramentas cognitivas adicionais durante o processo de interpretação, permitindo que os alunos compreendam as maneiras pelas quais a aquisição de conhecimento matemático pode melhorar seu desenvolvimento cognitivo, como é afirmado nos estudos de Peirce (2005) e Soares (2019).

E sobre os signos linguísticos, no âmbito da Educação Matemática, Barton (2004) tocou brevemente no tópico de comunicação e linguagem dentro do campo. Ele fez uma breve observação particular que foi sobre a influência da transformação em relação à linguística estrutural quando se trata de ensinar Matemática. Além disso, Barton (2004) mencionou sobre a estrutura semântica da escrita matemática e ponderou sobre como o desempenho matemático pode ser confundido com habilidade linguística.

Já no ICME 10, tivemos dois estudos que citaram os signos semióticos e linguísticos, que são os trabalhos de Presmeg e Schmidt (2008) e Navarra e Visto-Yu (2008).

Sobre os signos semióticos e linguísticos, Presmeg e Schmidt (2008) apenas citaram os signos linguísticos e semióticos como forma de analisar a escrita matemática, ou seja, a partir das estruturas que podem ser apresentadas para os indivíduos, ou alunos, pode-se usar os signos semióticos para analisar a forma como a escrita matemática pode ser relacionada ou associada com aquilo que está sendo percebido em relação a alguma coisa que representa outra coisa.

Navarra e Visto-Yu (2008) abordaram indiretamente os signos linguísticos e semióticos como possibilidade de mediação da linguagem, seja ela falada ou escrita, e como essa mediação poderá auxiliar na reflexão sobre os sistemas de notação simbólica que são próprios da matemática como forma de construir significados matemáticos com os alunos. Os autores ainda disseram que a abordagem linguística, como também os aspectos metacognitivos e metalinguísticos, são pontos importantes como estratégias visando o ensino e aprendizagem da matemática.

Navarra e Visto-Yu (2008) disseram também que muitos pesquisadores pensam que a mediação da linguagem natural, escrita e falada, desde os primeiros anos do ensino fundamental, deve preceder a formalização e a reflexão sobre os sistemas de notação simbólica próprios da matemática. Os autores atribuíram um papel determinante à abordagem linguística e à investigação que afronta os desenvolvimentos didáticos a partir do conceito de álgebra como linguagem. Ainda segundo os autores, este papel torna-se ainda mais significativo se associado à hipótese de uma iniciação precoce ao ensino algébrico a partir das leituras didáticas das relações entre aritmética e álgebra.

Na décima primeira edição do ICME, o trabalho de Presmeg e Arcavi (2008) fez menção ao uso dos signos como possibilidade metodológica, formação de professores, dentre outros. Sobre o uso de signos semióticos, os autores apenas se referiram que os processos sígnicos podem ser utilizados em salas de aula, em especial no ensino de geometria. Já em relação aos signos linguísticos, Presmeg e Arcavi (2008) apenas citaram, brevemente, que os gestos e a fala podem servir como modelo para o estudo de representações visando o conhecimento matemático de alguém sobre alguma *coisa*.

E ainda no TSG 20 do ICME 11, Presmeg e Arcavi (2008) objetivaram promover um estudo sobre o tema da visualização pensando no desenvolvimento do ensino e aprendizagem da matemática. Os pesquisadores disseram que esse tema vem ganhando cada vez mais atenção na comunidade de educação matemática nas últimas décadas.

Em sua fala inicial, Presmeg (2008) apresentou o artigo *An overarching theory for research in visualization in mathematics education* que sintetizou apontamentos teóricos sobre aspectos visuais da educação matemática, em especial, com vários tipos de imagens e inscrições ilustrados com exemplos de pesquisas empíricas, *insights* da semiótica peirceana que foram usados para discutir signos externos e internos, signos descritivos e representativos, signos polissêmicos e monossêmicos e aspectos relacionados da teoria linguística que incluem metáfora e metonímia.

Ao final do TSG 20, Presmeg e Arcavi (2008) disseram que o referido estudo investigou o uso de possibilidades pelos professores como recursos semióticos que proporcionam aos alunos oportunidades de aprender a raciocinar nas aulas de geometria. Os autores também falaram que, em particular, foram examinados dois modelos da interação entre gestos e propriedades diagramáticas. A interação influencia o trabalho de interação entre professor e alunos que são responsáveis, de acordo com o contrato didático implícito.

Na décima segunda edição do ICME, tivemos três estudos que citaram os signos semióticos e linguísticos, que são os trabalhos de Kadunz e Yerushalmy (2015), Craig e Morgan (2015) e Healy (2015).

Em *Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics*, Kadunz e Yerushalmy (2015) falaram um pouco sobre a história da visualização na educação matemática. Citando os estudos de Presmeg (1986[88], 1994[89], 1997[90]), os autores discutiram que a visualização na matemática possui uma imagem comum que um matemático deve o seu sucesso a uma quantidade considerável de habilidades de visualização.

Nessa edição, os signos semióticos foram indiretamente abordados nos estudos de Kadunz e Yerushalmy (2015) ao se referir sobre a história da visualização (ou pensamento visual) na Educação Matemática. Dessa forma, entendemos que, ao pensarmos sobre a exploração dos processos de visualização que possa abranger o estudo de conceitos, ideias e metodologias, esses processos permitem que as informações sejam transmitidas por meio de

[88] PRESMEG, Norma C. Visualisation in high school mathematics. **For the learning of mathematics**, vol. 6, nº 3, 1986. pp. 42-46.

[89] PRESMEG, Norma C. The role of visually mediated processes in classroom mathematics. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, vol. 26, nº 4, 1994. pp. 114-117.

[90] PRESMEG, Norma C. Generalization using imagery in mathematics. *In:* ENGLISH, Lyn D. (ed.). **Mathematical reasoning**: Analogies, metaphors, and images. Londres: Routledge, 1997. pp. 299–312.

dados numéricos, linguagem escrita e várias outras representações simbólicas. No entanto, se formos observar os alunos com dificuldades de aprendizagem, pode ser que eles encontrem desafios para entender e, eventualmente, integrar essas representações simbólicas em seu cotidiano, com base no que observam ao seu redor.

Também podemos pensar em como uma representação visual muitas vezes serve como um meio de organizar, expandir ou suplantar métodos alternativos de apresentação que são tipicamente empregados em determinadas formas de representação. Consequentemente, Kadunz e Yerushalmy (2015) podem pensar que a representação visual no âmbito da Matemática abrange tanto o desenvolvimento quanto a construção de modelos ou esquemas que reflitam com precisão as informações matemáticas.

Para exemplificar o significado do pensamento visual, Kadunz e Yerushalmy (2015) citaram a semiótica de Peirce e, mais precisamente, sua ideia de pensamento diagramático que se tornou uma ferramenta para investigar atividades matemáticas. Os autores também relataram que a apresentação desse TSG de visualização no ICME 12 pode a partir de então ser vista como uma realização de alguns estudos que foram realizados dentro desse congresso que envolve visualização e a forma como ela pode refletir a diversidade dos desafios da visualização na educação matemática.

Os pesquisadores Craig e Morgan (2015) abrangeram várias áreas de interesse, que vão desde a questão do que constitui “linguagem” em matemática, passando por investigações de interações comunicativas em aulas de matemática e estudo de questões envolvidas no ensino e aprendizagem matemática em ambientes multilíngues. Os autores apenas citaram indiretamente sobre o uso de símbolos matemáticos em livros didáticos e como a linguagem matemática pode ser utilizada no âmbito da Educação Matemática. Também falaram que os signos semióticos podem ser usados para analisar e descrever o raciocínio dos alunos.

Healy (2015), em relação aos signos semióticos, citou indiretamente sobre a linguagem matemática em atividades com alunos com deficiência. A autora também disse que, se formos observar a partir de modelos semióticos, os gestos representam uma forma de transmitir algo, seja um significado ou afeto.

Nesse mesmo contexto, Healy (2015) abordou em sua fala sobre a maneira como uma experiência é transmitida por meio de um signo, que não é o aspecto mais importante, mas sim o que esse signo incita, invoca, ou seja, são as emoções e reações que o signo provoca nos indivíduos envolvidos nesse diálogo. Além disso, ela enfatizou que os sinais, ou signos, apresentados são o resultado do que comumente chamamos de conceitos tangíveis. Além disso, ela encorajou os autores a se concentrarem nas relações entre ações sensoriais, ferramentas físicas e simbólicas e interpretações matemáticas.

Healy (2015) disse que pouca atenção ainda tem sido dada às maneiras particulares pelas quais os alunos com diferentes tipos de deficiência dão sentido aos objetos e artefatos matemáticos que compõem a matemática escolar ou aos materiais e ferramentas semióticas que melhor apoiam sua participação na atividade matemática. Sendo referenciada pelos estudos de Rotman[91] (2009), Healy (2015, p. 291, tradução nossa)[92] disse que, ao pensar nos gestos usados por alunos para o ensino e aprendizagem da matemática, "qualquer movimento do corpo pode ser identificado, repetido e atribuído significado ou afeto como um signo, uma função ou uma experiência. [...] No modo semiótico, o gesto representa uma forma de transmitir importância, significado ou afeto".

Ainda sobre o uso dos signos, Healy (2015) citou o filósofo do século XVIII, Étienne Bonnot de Condillac (1714-1780), dizendo que o mesmo descrevia os signos como "sensações transformadas" e sugeria que a transformação de experiências corporificadas em signos materiais compartilhados é a chave para o conhecimento humano. A pesquisadora disse que, para Condillac, "a importância não é tanto a forma como se expressa um signo que representa a experiência, mas o que esse signo incita, invoca, ou seja, como é sentido pelos interlocutores" (Healy, 2015, p. 293, tradução nossa)[93], isto é,

> [...] entender qualquer coisa – algo imediatamente perceptível por nosso aparato sensorial ou algo que só se manifesta apenas por meio de sistemas de signos semióticos – envolve ativar e reviver, ou seja, simular qualquer parte das experiências anteriores que vieram a se aliar a ela. Nesse sentido, quando nos deparamos com qualquer objeto, ou uma representação de um objeto, a pluralidade de percepções a ele associadas é reativada (Healy, 2015, p. 294, tradução nossa)[94].

Ao se concentrar no tema da linguística, Healy (2015) examinou especificamente a abordagem bilíngue em relação à alfabetização. Ainda segundo a pesquisadora, eles também

---

[91] ROTMAN, Brian. Gesture, or the body without organs of speech. **Semiotix. A Global Information Bulletin**. vol. 15, Sep., 2009.

[92] [...] any body movement that can be identified, repeated, and assigned significance or affect as a sign, a function, or an experience. [...] In the semiotic mode, the gesture represents a form of conveying meaning, significance or affect (Healy, 2015, p. 291).

[93] [...] the importance is not so much the form in which a sign representing experience is expressed, it is what this sign incites, invokes, that is, how it is felt by the interlocutors (Healy, 2015, p. 293).

[94] [...] understanding anything — something immediately perceivable by our sensory apparatus or something that only manifests itself only through semiotic sign systems — involves activating and reliving, that is, simulating, any part of the previous experiences that have come to be allied with it. In this sense, when we come across any object, or a representation of an object, the plurality of perceptions associated with it are reactivated (Healy, 2015, p. 294).

exploraram os desafios de implementar os princípios de "interdependência linguística" derivados de estudos linguísticos e que aprender uma segunda língua para alunos surdos apresenta desafios únicos no campo da educação.

Em relação aos *proceedings* do ICME 13, analisamos em nosso texto os estudos de Moschkovich e Wagner (2017) e de Presmeg e Radford (2018).

No TSG nº 31, Moschkovich e Wagner (2017) relataram que os participantes do grupo de estudo apresentaram e discutiram as pesquisas mais recentes em linguagem e comunicação na educação matemática internacionalmente, ou seja, as pesquisas mais recentes sobre linguagem e comunicação relacionadas ao ensino e aprendizagem da matemática

Em seus estudos, Moschkovich e Wagner (2017) usaram ""linguagem e comunicação" em seu sentido mais amplo para significar a natureza multimodal e multissemiótica da atividade e comunicação matemática, usando não apenas a linguagem, mas também outros sistemas de signos" (Moschkovich; Wagner, 2017, p. 521, tradução nossa)[95]. Dessa forma, Moschkovich e Wagner (2017) disseram que o TSG 31 recebeu contribuições com foco em todos os modos de comunicação oral, escrita, gestual, visual, dentre outros.

Segundo Moschkovich e Wagner (2017),

> [...] a linguagem e a comunicação são reconhecidas como componentes centrais no ensino e aprendizagem da matemática, mas há muitas questões pendentes sobre a natureza das inter-relações entre linguagem, matemática, ensino e aprendizagem. Pesquisas recentes demonstraram a ampla gama de recursos teóricos e metodológicos que podem contribuir para esta área de estudo, incluindo aqueles elaborados a partir de perspectivas interdisciplinares influenciadas por, entre outros, sociologia, psicologia, linguística e semiótica (Moschkovich; Wagner, 2017, p. 521, tradução nossa)[96].

Durante o TSG 31, Moschkovich e Wagner (2017) destacaram as principais abordagens que foram discutidas pelos participantes: 1) o papel da teoria na compreensão da linguagem e comunicação na educação matemática; 2) métodos múltiplos para pesquisar educação matemática; 3) relações entre a linguagem (e outros sistemas de signos), o

---

[95] [...] "language and communication" in its broadest sense to mean the multimodal and multi-semiotic nature of mathematical activity and communication, using not only language but also other sign systems (Moschkovich; Wagner, 2017, p. 521).

[96] [...] language and communication are recognized to be core components in the teaching and learning of mathematics, but there are many outstanding questions about the nature of interrelationships among language, mathematics, teaching, and learning. Recent research has demonstrated the wide range of theoretical and methodological resources that can contribute to this area of study, including those drawing from cross-disciplinary perspectives influenced by, among others, sociology, psychology, linguistics, and semiotics (Moschkovich; Wagner, 2017, p. 521).

pensamento matemático e a aprendizagem da matemática; 4) linguagem, comunicação e matemática em salas de aula e comunidades; e 5) usando ferramentas teóricas e metodológicas de outras disciplinas, como linguística, semiótica, teorias do discurso, sociologia, etc.

Já Presmeg e Radford (2018) exploraram a importância, para a pesquisa e prática, da semiótica para a compreensão de questões no ensino e aprendizagem da matemática em todos os níveis de ensino.

Ambos os estudos mencionaram brevemente sobre o uso de signos no ensino e aprendizagem da matemática. Enquanto Moschkovich e Wagner (2017) apenas citaram que a linguagem e a comunicação devem ser visualizadas como uma inter-relação entre linguagem, matemática, ensino e aprendizagem, e que deve ser usada com outros sistemas de signos, o estudo de Presmeg e Radford (2018) também versava sobre o ensino e aprendizagem da matemática em todos os níveis de ensino, principalmente sobre o uso da semiótica na compreensão de atividades matemáticas.

Ainda nessa décima terceira edição do ICME, tem o estudo de Otte (2017) que apenas citou, brevemente, sobre diferenças entre as teorias de Saussure e Peirce, no que diz respeito a problemas matemáticos sobre o ponto de vista da semiótica.

E na décima quarta edição do ICME, tivemos dois estudos que citaram os signos semióticos e linguísticos, que são os trabalhos de Elia *et al.* (2023) e Nemirovsky e Krause (2023).

Na ST2, Elia *et al.* (2023) apresentaram uma revisão do estado da arte sobre pesquisas que envolvem a primeira infância na educação matemática. Os autores também destacaram pontos importantes, tendências atuais, novas perspectivas e desafios nesse campo. O estado da arte apresentado pelos autores compreende o período entre 2012 e 2020.

Nessa edição do ICME 14, os signos semióticos foram indiretamente abordados nos estudos de Elia *et al.* (2023) ao se referir que recursos semióticos podem ser utilizados como mediadores em diferentes processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Sobre a semiótica, na revisão que Elia *et al.* (2023) realizaram, um dos assuntos abordados foi sobre o ensino de geometria, que enfocou os seguintes tópicos: habilidades espaciais e sua relação com a aprendizagem de matemática e geometria, conhecimento e compreensão da forma, abordagens corporificadas, dinâmicas e semióticas no pensamento e aprendizagem geométrica e aprimoramento e avaliação da aprendizagem de geometria. Os autores também disseram que grande parte das pesquisas sobre abordagens corporificadas, dinâmicas e semióticas no pensamento e aprendizagem geométrica investigou o papel do corpo e dos gestos na aprendizagem da geometria por crianças (Elia *et al.*, 2023).

Ainda em relação aos trabalhos do ST 2 no ICME 14, Elia *et al.* (2023) constataram que muitos recursos semióticos e linguísticos foram utilizados com diferentes papéis mediadores em diferentes processos de ensino-aprendizagem.

A partir desse estudo, acreditamos que esses contextos podem nos auxiliar a realizar associações com as categorias de Peirce (2005), que introduziu uma terceira classificação aos processos sígnicos, que também podemos chamar de pensamento final, sendo que esse conceito introduz, de forma intermediária, a mediação entre um fenômeno particular (que vem primeiro) e os fatos correspondentes ao mesmo fenômeno (que é relacionado a secundidade), à medida que eles se interconectam. Como vimos na secundidade, em seu papel de mediador, serve como o resultado final, enquanto a terceiridade serve como intermediário (o que facilita). Ainda segundo Peirce (2005), a terceira categoria simboliza o intelecto, como se fosse uma espécie de bússola moral do intérprete, que determina o curso ideal a ser tomado entre os estágios inicial e intermediário.

E se formos pensar em “estruturas” de nossa mente, o conceito de terceiridade se alinha com o aspecto inteligível. Isso é alcançado através da utilização da terceira categoria, que serve como a forma última de percepção, sendo que ele atua como o intermediário necessário que nos permite representar e analisar efetivamente o mundo que nos cerca.

Elia *et al.* (2023) também citam sobre as competências linguísticas que podem estar relacionados ao desempenho matemático que podem ser associados as funções que são exercidas pelos alunos e suas habilidades com número.

Já o estudo de Nemirovsky e Krause (2023) foi abordado o uso da semiótica, ou dos signos, no ensino e aprendizagem da matemática. Percebemos que os autores relacionaram o uso dos signos como possibilidade no estudo do conceito que envolve a abstração de ideias matemáticas que estão presentes em contextos matemáticos a partir de dois vídeos que foram exibidos nas discussões do grupo.

Sobre os signos linguísticos, Nemirovsky e Krause (2023), no *TSG 60*, visavam explorar o significado da semiótica e os diversos usos dos signos no ensino e aprendizagem da matemática em todos os níveis. Dentre os temas que foram discutidos nesse TSG, está a “semiótica dentro e fora da educação matemática (por exemplo, diferenças e semelhanças entre usos semióticos em arte, linguística ou cinema e matemática)” (Nemirovsky; Krause, 2023, p. 1, tradução nossa)[97]. Mesmo a linguística sendo destaque no título de um dos temas, os autores do referido *TSG 60* não mencionaram novamente sobre ela.

5.2 Como os signos (saussurianos e peirceanos) podem ser usados para a produção de significados matemáticos?

Para realizarmos apontamentos dos processos sígnicos que surgiram nos estudos que foram catalogados e descritos, planejamos a elaboração de quadros (Apêndice E) a partir das palavras-chave, ou termos, ou signos linguísticos, dos referidos estudos. Para tanto, utilizamos dois *softwares*[98][99] que permitem o cálculo rápido de diversas métricas, como contagem de caracteres e palavras (inclusive espaços), contagem de frases e parágrafos, análise de termos, extração de frequência de palavras, análise de rede semântica, tempos estimados de leitura e fala e as primeiras dez densidades de palavras-chave.

Como iremos contar a densidade dos termos dos estudos dos ICMEs, acreditamos que estas ferramentas são recursos eficazes para que possamos buscar quantificar e avaliar com precisão pesquisas, estudos e diversos textos para sabermos a forma como essas palavras-chave, ou termos, ou signos, ou signos linguísticos, são empregados.

Ao importar os *corpora*[100] para o IRaMuTeQ[101], verificou-se que o software reconheceu os 28 textos catalogados nos estudos dos ICMEs. O *corpus* textual foi reclassificado em 96.259 segmentos de texto e 6.415 formas distintas, identificando 2.774 hapax (palavras com ocorrência única) e uma média de 3.437,82 palavras por texto.

O primeiro processamento aplicado aos *corpora* textuais é conhecido como estatísticas textuais clássicas. Nesta análise estatística descritiva inicial, foi gerado o diagrama de Zipf[102],

---

[97] [...] semiotics Inside and Outside Mathematics Education (e.g., differences and similarities between semiotic usages in art, linguistics, or cinema, and mathematics (Nemirovsky; Krause, 2023, p. 1).

[98] "O contadordecaracteres.pt é um *software* da *web* simples e fácil que permite obter o número de palavras e letras em um texto. Você pode usá-lo online, gratuitamente e sem precisar instalar um *software* em seu computador. Muitas pessoas, porém, gostam de trabalhar com um *software* de escrita completo que ofereça todas as ferramentas necessárias para escrever um texto, para qualquer tipo objetivo". Disponível em: https://contadordecaracteres.pt/. Acesso em: 16 set. 2023.

[99] O *Interface* de R *pour les Analyses Multidimensionnelles* de *Textes et* de *Questionnaires* (IRaMuTeQ) é uma ferramenta de análise de dados de texto, disponível gratuitamente e baseada em código aberto, oferece uma ampla gama de funcionalidades. Essas incluem a avaliação da frequência de palavras, análise de correspondência, medidas de distância entre dados, além da análise de incidentes, entre outras técnicas disponíveis. Disponível em: http://www.iramuteq.org/. Acesso em: 29 jan. 2024.

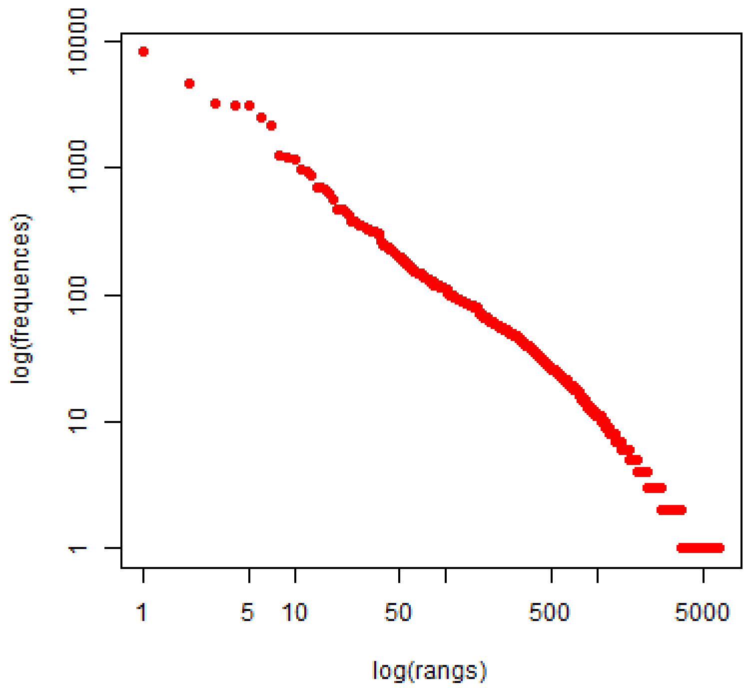
[100] *Corpora* é o termo usado para textos que são importados para o IRaMuTeQ.

[101] Interface em R para Análises Multidimensionais de Textos e Questionários.

[102] A Lei de Zipf é um princípio empírico desenvolvido a partir de análises estatísticas, que descreve como, em diversos conjuntos de dados nas ciências físicas e sociais, a distribuição da frequência de ocorrência segue uma relação inversa com a posição na classificação. A Lei de Zipf foi inicialmente desenvolvida no contexto da linguística quantitativa, propondo que, em um determinado conjunto de expressões linguísticas naturais, a

uma representação gráfica que ilustra a distribuição das frequências de todas as palavras presentes no *corpora*, como pode ser visto na Figura 7. No eixo y (frequências), são mostradas quantas vezes uma palavra e suas formas derivadas aparecem, enquanto no eixo x (ranks) é exibida a quantidade dessas palavras.

Figura 7 – Diagrama de Zipf de frequência das palavras (*corpus*)



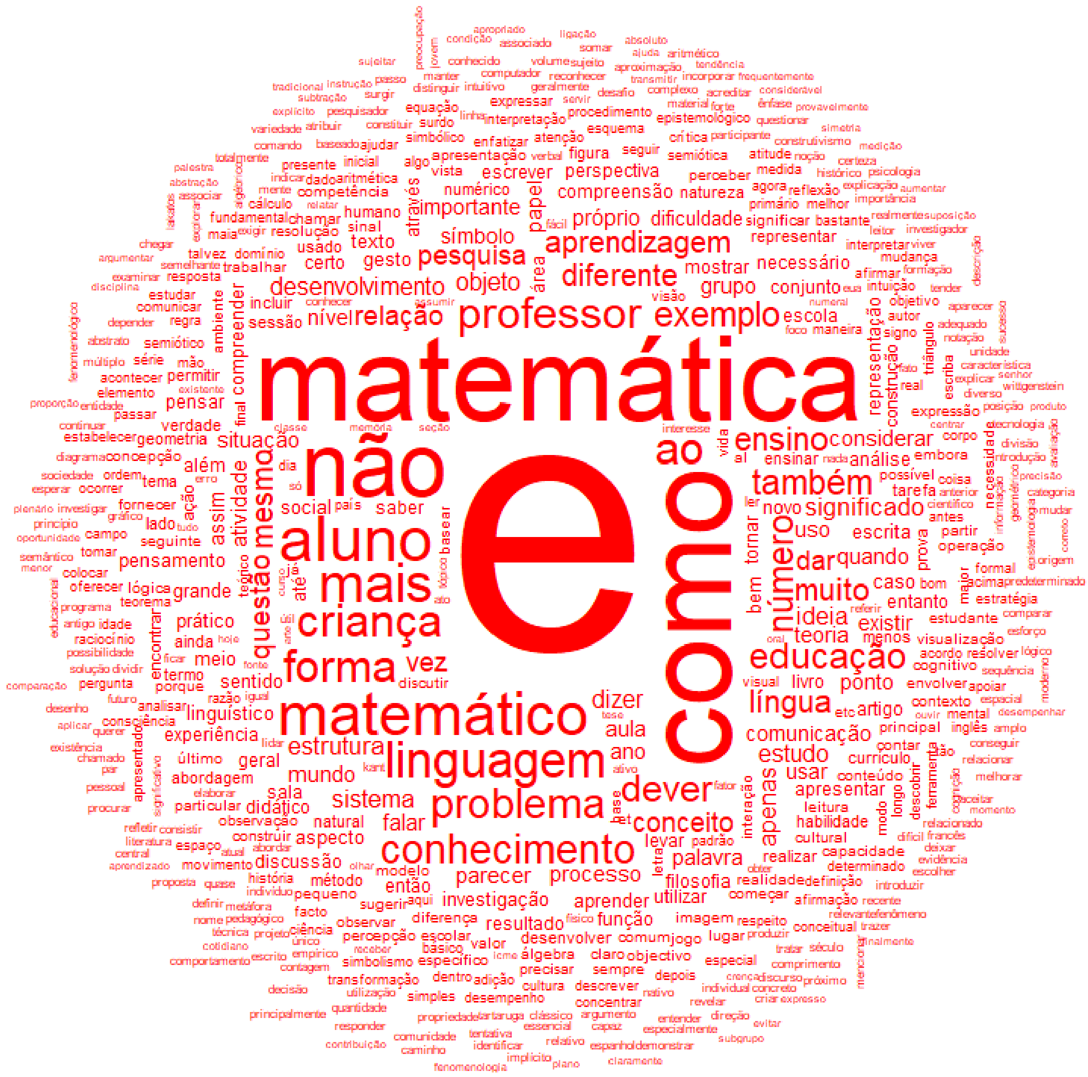
Fonte: Dados do IRaMuTeQ.

Na Figura 7 (*corpus* com até 5000), observa-se que uma única palavra foi citada quase nove mil vezes. Ao consultar a planilha gerada no *software* IRaMuTeQ, verificou-se, por exemplo, que essa palavra é “de” e suas formas associadas (da(s), do(s), desse(s), dessa(s), disto). Além disso, ao analisar o eixo x da Figura 7, infere-se que cerca de 2.800 formas apareceram apenas uma vez nos estudos dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* catalogados, aproximadamente 1.000 formas foram repetidas duas vezes e cerca de 560 formas foram citadas três vezes no *corpus*.

frequência de uma palavra é inversamente proporcional à sua posição na lista de frequências. Dessa forma, a palavra mais comum aparece cerca de duas vezes mais do que a segunda mais comum, três vezes mais do que a terceira, e assim por diante. No entanto, não há um consenso na literatura sobre as causas desse fenômeno. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Lei_de_Zipf. Acesso em: 11 jul. 2024.

E na Figura 8, podemos visualizar as palavras-chave que mais apareceram nos estudos catalogados dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*, sendo representada visualmente com base em sua frequência. Apesar de ser uma abordagem lexical simples, percebemos que sua apresentação gráfica é notavelmente atrativa.

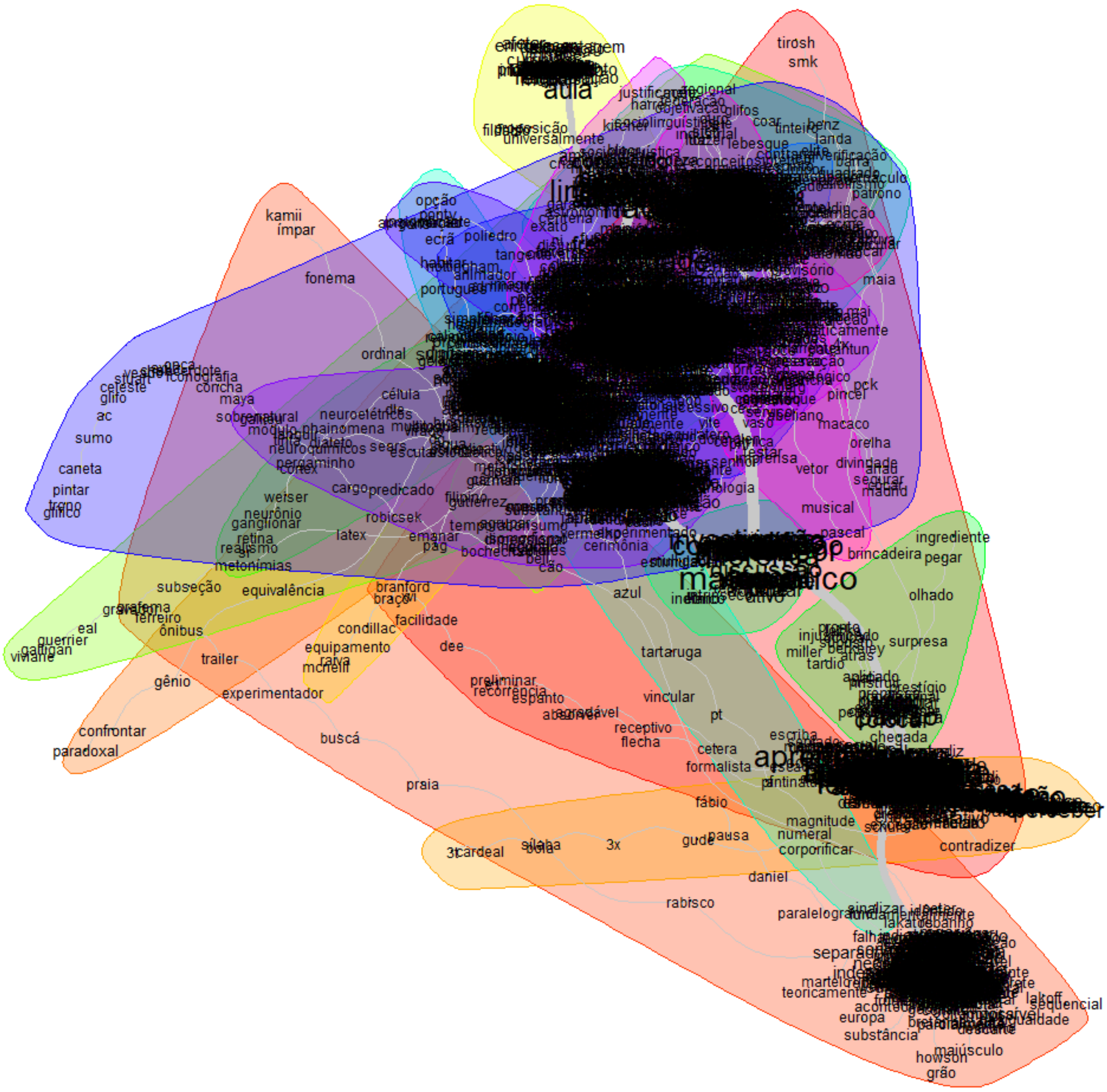
Figura 8 – Nuvem de palavras do IRaMuTeQ



Fonte: Dados do IRaMuTeQ.

Esse é o segundo procedimento executado no IRaMuTeQ conhecido como Nuvem de Palavras, onde as palavras são agrupadas e visualmente organizadas com base em sua frequência nos textos analisados, como demonstrado na Figura 8. Esse método é considerado uma análise lexical simplificada, utilizando apenas as 145 formas mais comuns presentes nos estudos catalogados dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*. Assim, as palavras com fonte maior são percebidas como mais relevantes, dado seu uso mais frequente no *corpus*. Vilela, Ribeiro e Batista (2020) exemplificam o emprego da técnica Nuvem de Palavras na análise de dados qualitativos, como na identificação da frequência de palavras-chave em cursos de pós-graduação.

Figura 9 – Análise de Similitude entre as palavras do *corpus*

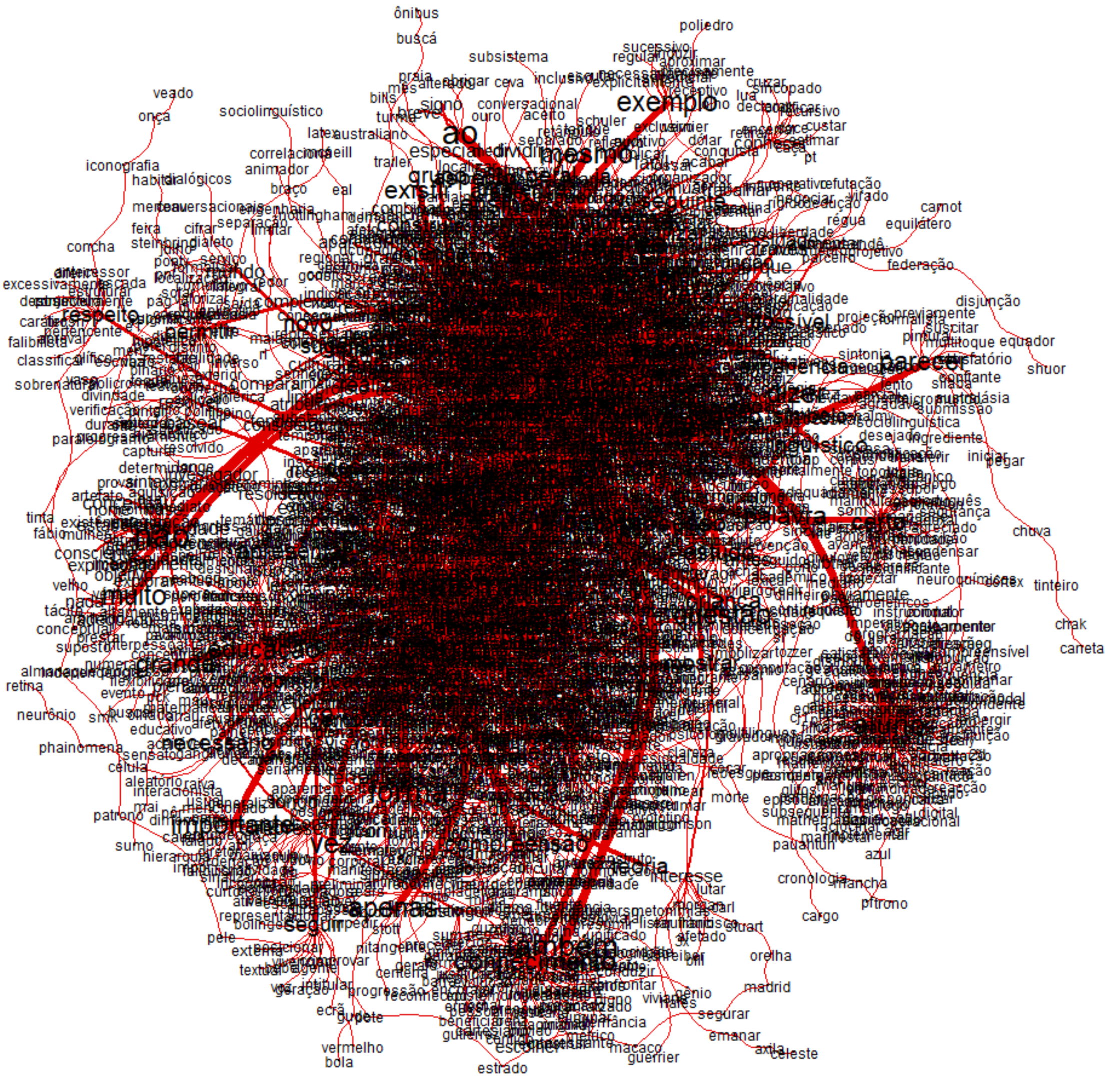


Fonte: Dados do IRaMuTeQ.

Outra abordagem utilizada para analisar os dados foi a análise de similitude, que, por meio de indicadores estatísticos, representa as conexões existentes entre as palavras em um *corpus*. Fundamentada na teoria dos grafos, um ramo da matemática que estuda as relações entre objetos em um conjunto, a análise de similitude permite identificar as ocorrências e associações entre palavras (Salviati, 2017; Camargo; Justo, 2021).

A análise de similitude foi realizada com as 6.415 formas ativas mais frequentes nos estudos catalogados dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*. Esta figura 9 revela as conexões existentes entre as palavras nos textos. É importante observar o tamanho da fonte, a espessura das linhas que conectam as palavras e os polígonos aos quais pertencem. Como há quase 6.500 formas ativas, elas acabam se sobrepondo umas às outras.

Figura 10 – Análise de Similitude entre as palavras do *corpus*



Fonte: Dados do IRaMuTeQ.

Ainda na Figura 10, identificam-se as principais coocorrências entre as palavras e as conexões entre os termos presentes no *corpus*. Palavras como “matemática”, “aluno”, “matemático”, “linguagem”, “professor” e “conhecimento” se conectam com quase todos os subgrupos. A árvore de coocorrência indica que as relações mais fortes estão entre os pares de palavras mencionados anteriormente.

A análise de similitude possibilita compreender a estrutura do texto e os temas de relativa importância, destacando as palavras que estão próximas ou distantes umas das outras. Isso resulta em uma árvore de palavras com ramificações que refletem suas relações nos textos (Klant; Santos, 2021).

Conforme ilustrado na Figura 10, a interface dos resultados apresenta uma árvore. Essa análise, fundamentada na teoria dos grafos[103] (Marchand; Ratinaud, 2012), é amplamente utilizada por pesquisadores de representações sociais e cognição social. Ao examinarmos a Figura 10, podemos identificar as coocorrências entre as palavras, o que revela as conexões entre elas e auxilia na identificação da estrutura da representação.

Segundo Klant e Santos (2021), outra maneira de organizar e compreender os dados é através da Classificação Hierárquica Descendente (CHD), também conhecida como método de Reinert[104]. Este método demonstra a relação entre as classes de segmentos de texto (ST). Cada classe de segmentos de texto possui um vocabulário similar entre si, mas distinto do vocabulário das outras classes. As Unidades de Contexto Elementar (UCE)[105], ou segmentos de texto que formam cada classe, são derivadas das Unidades de Contexto Inicial (UCI)[106].

As principais palavras que formam as cinco classes identificadas no *corpus* foram analisadas. No relatório de processamento do software, verificou-se que a Classe 1 contém 7 segmentos de texto, correspondendo a 24,14% do total; a Classe 2 contém 4 segmentos (13,79%); a Classe 3 contém 5 segmentos (17,24%); a Classe 4 contém 8 segmentos

---

[103] MARCHAND, Pascal; RATINAUD, Pierre. L'analyse de similitude appliqueé aux corpus textueles: les primaires socialistes pour l'election présidentielle française. *In:* **Actes des 11eme Journées internationales d’Analyse statistique des Données Textuelles**. JADT: Liège, Belgique, 2012. pp. 687–699. (Presented at the 11eme Journées internationales d’Analyse statistique des Données Textuelles). Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/285511126_L'analyse_de_similitude_appliquee_aux_corpus_textuels_les_primaires_socialistes_pour_l'election_presidentielle_francaise. Acesso em: 7 jun. 2024.

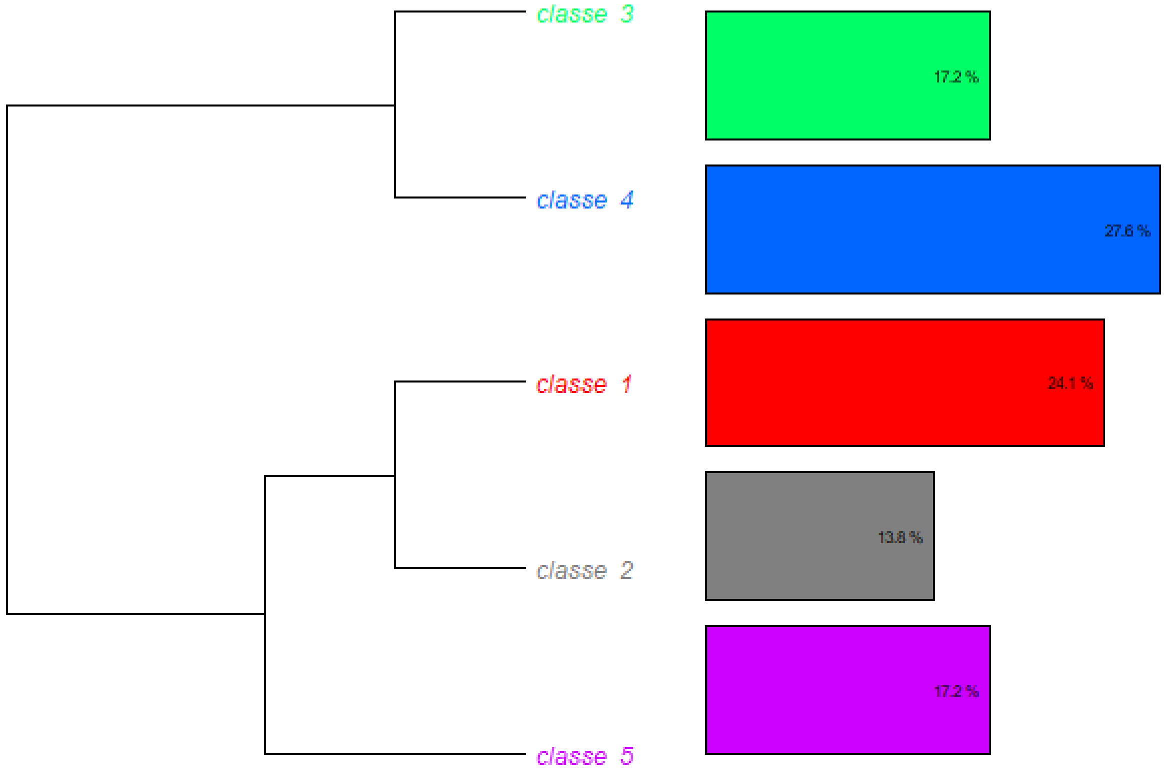
[104] O método Reinert é uma das principais técnicas para a análise automatizada de léxico em textos e documentos. Ele possibilita descrições mais detalhadas, indo além da simples contagem e presença de palavras (Cervi, 2018).

[105] A Unidade de Contexto Elementar (UCE) trata-se de um segmento de texto, o menor fragmento que ainda possui significado; enunciados. A partir da associação das palavras de um texto a uma UCE, o programa constrói as matrizes necessárias para a classificação (Reinert, 1986).

[106] A Unidade de Contexto Inicial (UCI) é a unidade de análise a partir da qual o programa realizará a fragmentação inicial; podendo incluir capítulos de livros, respostas de entrevistas, artigos de revistas, entre outros (Sousa *et al.*, 2009).

(27,59%); e a Classe 5 contém 5 segmentos (17,24%) dos segmentos de texto analisados (Figura 11).

Figura 11 – Dendrograma[107] da Classificação Hierárquica Descendente (CHD)



Fonte: Dados do IRaMuTeQ.

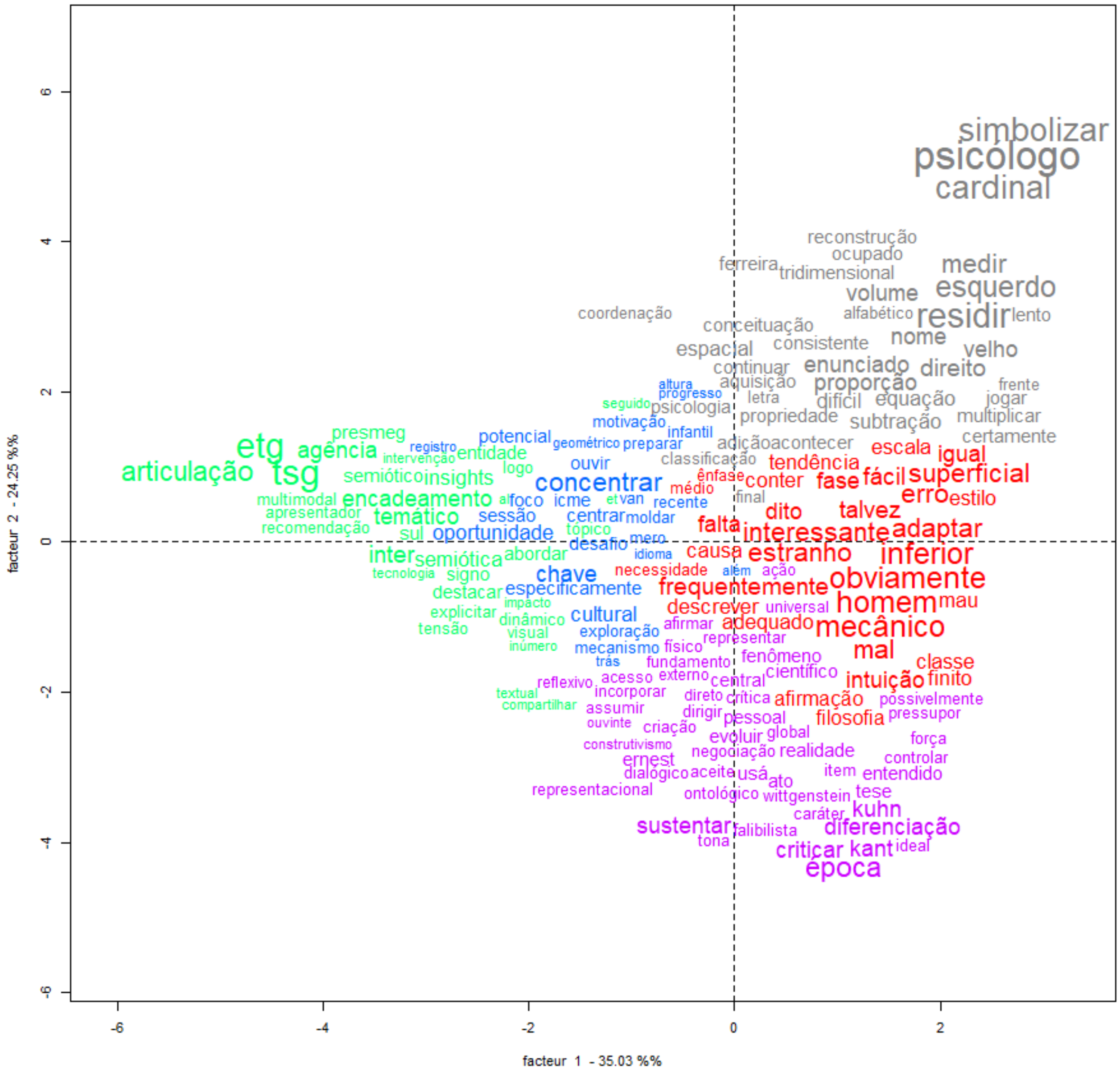
Em relação às categorias formadas no *corpus* em análise, a Figura 11 revela duas divisões principais. A primeira delas divide-se em duas ramificações, englobando as classes 3 e 4. A segunda divisão abarca as demais categorias. Dentro dessa subdivisão, a classe 5 aparece isolada, enquanto a outra subdivisão se desdobra em duas partes: uma com a classe 1 e outra com a classe 2, que estão agrupadas em uma mesma ramificação.

Nas Figuras 11 e 12, são apresentados os resultados da classificação hierárquica descendente em uma visão bidimensional, obtida através da análise fatorial de correspondência (AFC)[108]. Nesse plano, é possível identificar com precisão as aproximações e distanciamentos entre as classes com base em suas posições nos quadrantes.

[107] Um dendrograma (dendro = árvore) é uma forma particular de diagrama ou representação visual que estrutura e organiza certas variáveis e fatores. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Dendrograma. Acesso em: 7 jul. 2024.

[108] Na Análise Fatorial de Correspondência (AFC), é possível examinar as relações de dependência e independência entre categorias intermediárias. O plano cartesiano facilita a visualização do grau de (in)dependência através das distâncias ou proximidades entre as variáveis (Veraszto *et al.*, 2018).

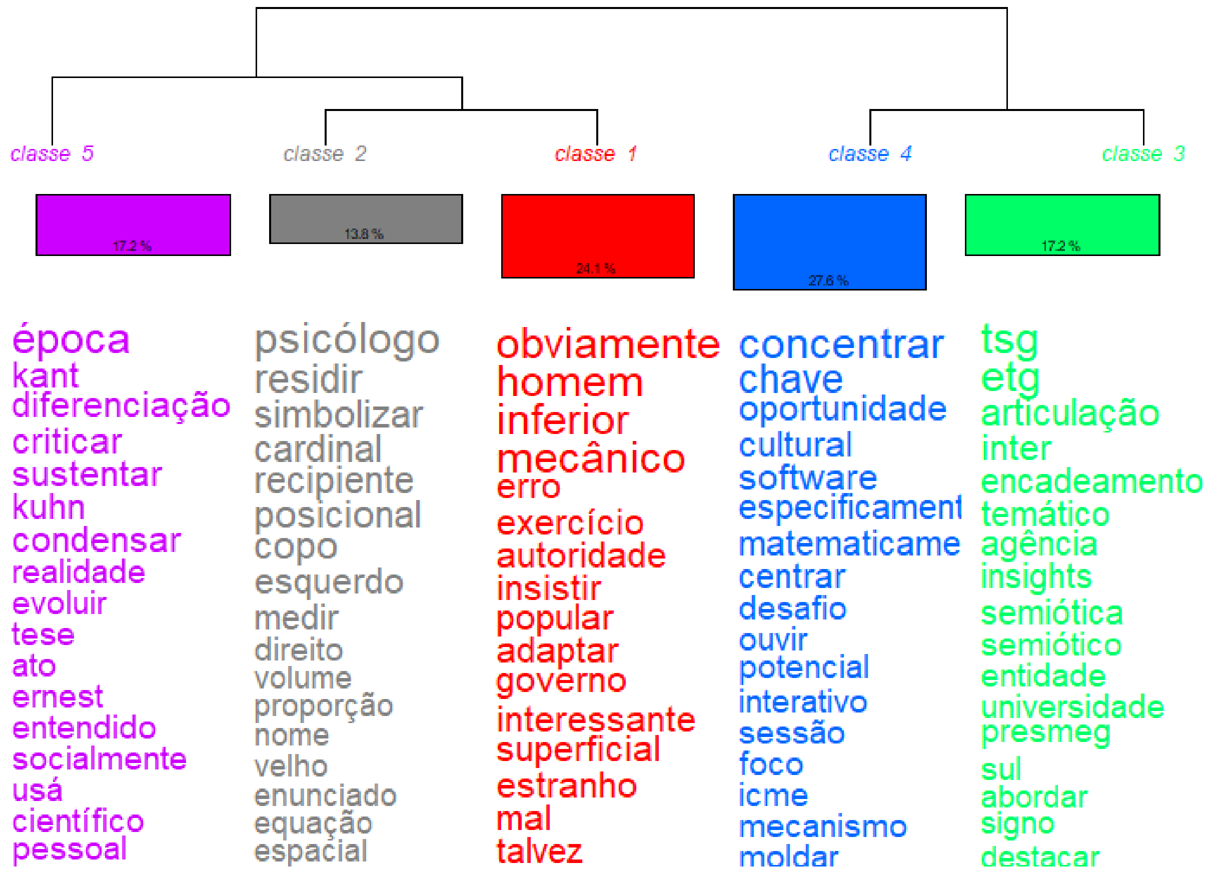
Figura 12 – Análise fatorial de correspondência (AFC) das palavras ativas mais frequentes no *corpus*



Fonte: Dados do IRaMuTeQ.

Na Figura 12, observa-se uma maior proximidade entre as classes 3 (verde) e 4 (azul). Também é evidente que as classes 1 (vermelho) e 5 (rosa) estão próximas. Tanto as classes 3 e 4 quanto as classes 1 e 5 estão se distanciando da classe 2 (cinza). O plano cartesiano ilustra as palavras que formam cada classe e seu grau de importância, destacando as palavras da classe 3 (como “semiótica”, “semiótico” e “signo”) e a palavra “simbolizar” na classe 2.

Figura 13 – Análise fatorial de correspondência (AFC) das palavras ativas mais frequentes no *corpus*

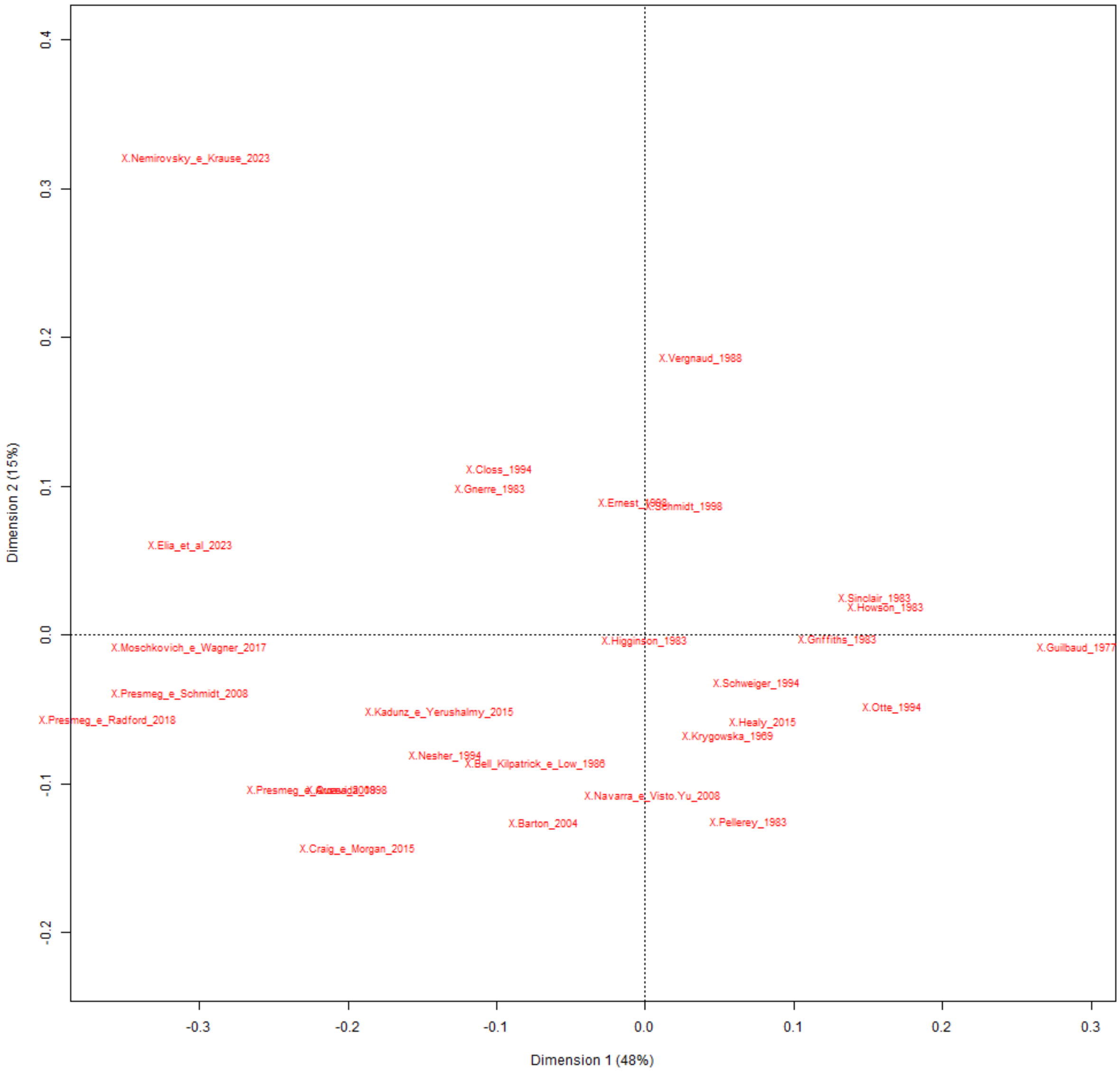


Fonte: Dados do IRaMuTeQ.

No plano cartesiano, as aproximações e distanciamentos entre as classes podem ser identificados com precisão de acordo com sua disposição nos quadrantes. Esse plano também demonstra os elementos formadores de cada classe, destacando-se os seguintes: classe 1 (vermelho), classe 2 (cinza), classe 3 (verde), classe 4 (azul) e classe 5 (rosa). Observa-se uma distribuição majoritária das representações dos elementos nos dois eixos, vertical e horizontal, indicando uma homogeneidade nas representações do grupo como um todo (Mendes *et al.*, 2016; Ramos; Lima; Rosa, 2018).

A partir dessas aproximações e distanciamentos entre as classes, na Figura 14, podemos visualizar os estudos catalogados nos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* que estão mais próximos e os que estão mais distantes, a partir de suas disposições nos quadrantes.

Figura 14 – Análise fatorial de correspondência (AFC) dos estudos catalogados nos ICMEs



Fonte: Dados do IRaMuTeQ.

Após realizarmos o levantamento das palavras-chave, listamos os quantitativos em quadros (Apêndices E e F) para sabermos a forma como essas palavras-chave, ou termos, ou signos, ou signos linguísticos, foram empregados. Dentre as palavras-chave listadas, muitas não possuem relação direta com nosso estudo. Na Figura 29 do Apêndice I, percebemos as aproximações de todas as palavras-chave identificadas. Abaixo, destacamos algumas palavras-chave e as métricas de cada uma.

Após sabermos o número de palavras, frases e parágrafos, no Quadro 2, temos o quantitativo para sabermos a forma como essas palavras-chave, ou termos, ou signos, ou signos linguísticos, foram empregados.

Quadro 2 – Signos nos estudos analisados dos ICMEs

Palavras-chave	Qd	Palavras-chave	Qd	Palavras-chave	Qd
matemática	1065	maias	25	aproximações	11
alunos	347	semântica	25	peirce	11
linguagem	269	artigo	25	apresentados	11
crianças	261	leitura	24	geometria	11
problemas	149	intuição	24	códigos	10
conhecimento	142	kant	24	indígenas	10
ensino	126	questões	24	sociolinguístico	10
aprendizagem	123	álgebra	23	objetivos	10
professores	117	letras	23	especial	10
língua	107	aula	23	dg	10
educação	106	uso	23	primária	10
matemático	102	situações	22	aspectos	10
escrita	76	atividades	22	precisão	9
números	71	conceito	21	intervalo	9
pesquisa	57	numerais	20	países	9
símbolos	56	linguagens	20	linguística	9
conceitos	52	lakatos	20	cultura	9
gestos	52	tartaruga	20	subgrupo	9
matemáticos	51	aritmética	19	processos	9
comunicação	51	vaso	19	artigos	9
problema	50	representações	19	imagens	9
visualização	45	comandos	19	signos	9
prova	44	universidade	19	semióticos	9
criança	43	aproximação	18	mundo	9
semiótica	42	entanto	18	professor	9
texto	41	eua	18	1980	8
desenvolvimento	41	jogo	18	vile	8
surdos	39	mãos	18	pensar	8
resolução	38	aluno	18	sinclair	8
palavras	38	sinais	18	semiótico	7
simbolismo	37	teorema	17	pequenas	6
línguas	34	construção	16	1994	6
gesto	34	currículos	16	yerushalmy	5
habilidades	34	ideia	16	tecnologia	5
significado	33	diferentes	16	pensamento	5
teoria	31	estrutura	16	moschkovich	5
social	31	sessão	16	david	5
estruturas	31	livro	15	wagner	5
ordem	30	clássico	15	1978	5
currículo	29	estudo	15	higginson	5

investigação	29	definição	14	encadeamento	4
escribas	29	dificuldades	13		
lógica	29	teorias	13		
2017	29	construtivismo	13		
figura	28	códice	13		
nativa	27	objetos	13		
espanhol	27	quase	12		
escriba	27	formas	12		
triângulo	27	particular	12		
filosofia	27	matemáticas	11		
2018	27	prática	11		
maia	26	aproximado	11		

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Sabendo que foram analisados 28 estudos nas 14 edições dos ICMEs, ao realizarmos as métricas do Quadro 2, temos a contagem de 145 palavras-chave (1 cauda), ou termos, ou signos, ou signos linguísticos, que foram mais citados. Lembrando que o *software* contabiliza apenas 10 palavras-chave por estudo. Essas palavras-chave foram citadas 5728 vezes nos estudos analisados dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*, contabilizando, em média, 39,50344828 citações por palavra-chave.

A partir das palavras-chave listadas no Quadro 2, identificamos que as palavras “linguagem” (269x), “escrita” (76x), “símbolos” (56x), “semiótica” (42x), “texto” (41x), “simbolismo” (37x) “leitura” (24x), “numerais” (20x), “representações” (19x), “códigos” (10x), “linguística” (9x), “signo” (9x), são algumas das palavras-chave podem contribuir para nosso estudo.

Com base nas palavras-chave citadas acima, percebemos que é possível destacar a presença de termos-chave que refletem as interseções entre a linguística, a semiótica e o ensino da matemática. Dentre esses termos, como “linguagem”, “escrita”, “símbolos”, “semiótica”, “texto”, entre outros, delineiam os percursos teóricos e metodológicos adotados por pesquisadores dos ICMEs nesse campo.

Ao percebermos a recorrência da palavra-chave “linguagem”, ela pode sugerir uma abordagem que reconhece a importância da comunicação verbal e não verbal na construção do conhecimento matemático. A linguagem, nesse contexto, não se restringe apenas à verbalização, mas engloba também a escrita e outros sistemas simbólicos, como os gestuais e os gráficos, por exemplo.

Em seguida, a frequência de termos como “símbolos” e “signo” aponta para a centralidade da semiótica no estudo da linguagem matemática. Com isso, entendemos que a semiótica pode oferecer ferramentas teóricas e conceituais para compreender como os símbolos matemáticos são construídos, interpretados e utilizados em diferentes contextos comunicativos, influenciando, assim, o processo de ensino e aprendizagem.

Além disso, a presença de palavras como “leitura”, “numerais” e “representações” sugere uma preocupação com as práticas de letramento matemático, ou seja, com a capacidade dos alunos de compreender e produzir textos matemáticos em diferentes modalidades, como textos escritos, gráficos, tabelas, entre outros.

Por fim, a menção a termos como “códigos” e “simbolismo” evidencia a relevância das abordagens semióticas para analisar os sistemas de representação matemática como sistemas de signos, regidos por regras e convenções que orientam sua interpretação.

Em síntese, entendemos que essas palavras revelam uma variedade de termos-chave que refletem as múltiplas perspectivas teóricas e metodológicas adotadas pelas pesquisas que versam sobre semiótica e linguística no ensino de matemática. Esses termos podem proporcionar apontamentos valiosos para compreender como a linguagem, os símbolos e as representações matemáticas são utilizados e interpretados pelos alunos, contribuindo, assim, para o desenvolvimento de práticas pedagógicas significativas.

Também destacamos outras palavras-chave com duas caudas, que também podem ser relacionadas com estudos sobre semiótica e linguística, como é o caso de “conhecimento matemático” (52x), “resolução de problemas” (38x), “ensino de matemática” (35x), “linguagem matemática” (20x), “texto matemático” (13x), “linguagem falada” (10x), “competência linguística” (8x), “escrita alfabética” (8x), “língua matemática” (7x), “aritmética escrita” (6x), “linguagem escrita” (6x), “manipular símbolos” (6x), “leitura e escrita” (5x), “cognição matemática” (4x), “currículo de matemática” (4x), “formas linguísticas” (4x), “leitura do texto” (4x), “leitura matemática” (4x), “linguagem comum” (4x), “língua materna” (3x), “matemática discutida” (3x), “objetos matemáticos” (3x), dentre outros.

As palavras do parágrafo anterior revelam uma ampla gama de termos-chave que podem fornecer ideias valiosas sobre as perspectivas teóricas e metodológicas que norteiam as pesquisas em semiótica e linguística aplicadas ao ensino de matemática. Esses termos podem não apenas refletir as preocupações centrais dos pesquisadores nesse campo, mas também indicam as principais áreas de investigação e os percursos teóricos adotados nos estudos analisados.

O destaque para termos como “conhecimento matemático”, “resolução de problemas”, “ensino de matemática”, “linguagem matemática” e “texto matemático” evidencia uma preocupação fundamental com a compreensão dos processos cognitivos e comunicativos envolvidos na aprendizagem da matemática. Esses termos podem levar a sugerir uma abordagem que reconhece a importância da linguagem e da comunicação na construção e nos processos que envolvem o conhecimento matemático, bem como na resolução de problemas e na interpretação de textos matemáticos.

Além disso, a menção a termos como “linguagem falada”, “competência linguística”, “escrita alfabética” e “leitura e escrita” indica uma preocupação com o desenvolvimento das competências comunicativas dos alunos no contexto da matemática. Esses termos podem sugerir uma abordagem que valoriza não apenas a linguagem formal e simbólica da matemática, mas também a linguagem oral e escrita como ferramentas essenciais para a compreensão e a expressão de conceitos matemáticos.

Já a presença de outros termos como “manipular símbolos”, “aritmética escrita” e “objetos matemáticos” aponta para uma preocupação com a natureza e a função dos símbolos matemáticos e dos objetos de estudo da matemática. Esses termos sugerem uma abordagem que podem enfatizar a importância da manipulação e da interpretação de símbolos matemáticos como parte integrante do processo de aprendizagem e resolução de problemas.

E a menção a termos como “cognição matemática”, “currículo de matemática” e “formas linguísticas” indica uma preocupação com os aspectos cognitivos, curriculares e discursivos do ensino e da aprendizagem da matemática. Esses termos sugerem uma abordagem que reconhece a complexidade e a multidimensionalidade do ensino de matemática, e que busca integrar diferentes perspectivas teóricas e metodológicas para promover uma aprendizagem mais significativa e, possivelmente, eficaz.

Em suma, entendemos que essas palavras ou termos analisados fornecem uma visão abrangente das principais perspectivas e percursos teóricos e metodológicos que norteiam as pesquisas em semiótica e linguística no ensino de matemática. Esses termos-chave oferecem um ponto de partida para investigações futuras e para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais fundamentadas e eficazes.

Além dessas palavras-chave, percebemos que determinadas expressões só adquirem sentidos quando estão “completas”, pois expressam algo sobre alguma coisa. Esse é o caso das palavras-chave que foram contabilizadas nas métricas, como é o caso das palavras-chave “ensino e aprendizagem da matemática” (7x), “semiótica na educação matemática” (6x), “leitura do texto matemático” (3x), “matemática discutida na língua” (3x), “texto matemático eficaz” (3x), “o texto matemático exige” (3x), “visualização no ensino e aprendizagem” (3x), “análise linguística do texto” (2x), “capacidade de manipular símbolos” (2x), “competência linguística da criança” (2x), “competência da função linguística” (2x), “construção mental do objeto” (2x), “linguagem no ensino da matemática” (2x), “manipular símbolos algébricos” (2x), “retórica – sincopada – simbólica” (2x), “linguística no ensino da matemática” (1x).

Com base nas palavras-chave ou termos citados acima, percebemos uma interessante reflexão sobre a complementaridade e a integralidade das expressões no contexto da linguagem matemática e das pesquisas que envolvem semiótica e linguística no ensino de matemática. Este aspecto pode contribuir significativamente para o entendimento das principais perspectivas e percursos teóricos e metodológicos que permeiam essas investigações.

Inicialmente, percebemos que a ênfase em expressões como “ensino e aprendizagem da matemática”, “semiótica na educação matemática” e “visualização no ensino e aprendizagem” ressalta a inter-relação entre os processos de ensino e aprendizagem e o papel fundamental da semiótica na compreensão dos signos matemáticos e no pensar em estratégias de ensino mais eficazes. Essas expressões indicam um interesse crescente em abordagens que integram teorias semióticas à prática pedagógica, visando tornar o ensino da matemática mais acessível e significativo para os alunos.

Além disso, a menção a expressões como “leitura do texto matemático”, “análise linguística do texto” e “texto matemático eficaz” evidencia uma preocupação com a compreensão e a produção de textos matemáticos claros e coerentes. Esses apontamentos podem sugerir uma abordagem que reconhece a importância das teorias dos signos linguísticos na análise e na produção de textos matemáticos, bem como na identificação de estratégias que facilitem a interpretação e a comunicação de conceitos matemáticos que podem ser considerados complexos.

Outro ponto relevante é a atenção dada a expressões que destacam a importância da capacidade de manipular símbolos matemáticos e da competência linguística dos alunos, como “capacidade de manipular símbolos”, “competência linguística da criança” e “competência da função linguística”. Essas expressões sugerem uma abordagem que valoriza não apenas o domínio dos conteúdos matemáticos, mas o desenvolvimento das competências comunicativas e cognitivas que são essenciais para a resolução de problemas e para a construção de significados no contexto da matemática.

Por fim, a menção a expressões como “construção mental do objeto” e “linguagem no ensino da matemática” ressalta a importância da construção ativa do conhecimento matemático pelos alunos e o papel crucial da linguagem na mediação desse processo. Essas expressões sugerem uma abordagem que enfatiza a interação entre linguagem, pensamento e ação no contexto do ensino e da aprendizagem da matemática.

Em resumo, entendemos que essas palavras analisadas oferecem importantes ideias sobre as principais perspectivas e percursos teóricos e metodológicos que norteiam as pesquisas em semiótica e linguística no ensino de matemática. Essas expressões-chave também destacam a complexidade e a multidimensionalidade do ensino da matemática e apontam para a importância de abordagens que integram teorias semióticas e linguísticas à prática pedagógica, visando promover uma aprendizagem mais significativa e eficaz.

Com base em nossas discussões, e refletirmos sobre as principais perspectivas e percursos teóricos e metodológicos nas pesquisas sobre semiótica e linguística no ensino de matemática, percebemos que as palavras-chave identificadas apontam uma relevância que pode ser considerada crucial. Elas não apenas destacam áreas de interesse e investigação, mas também delineiam direções fundamentais para o avanço do conhecimento nesse campo interdisciplinar.

Ao observarmos a relevância dessas palavras-chave, entendemos que ela reside na sua capacidade de iluminar os trilhos teóricos e metodológicos, que são aspectos essenciais da interação entre linguística, semiótica e educação matemática. Elas fornecem uma estrutura conceitual e metodológica para compreender como a linguagem, os signos e os símbolos são utilizados no ensino e na aprendizagem da matemática, bem como as implicações pedagógicas e epistemológicas desses processos.

Ao enfatizar termos como “ensino e aprendizagem da matemática”, “linguagem matemática”, “texto matemático”, “resolução de problemas” e “competência linguística”, as pesquisas direcionam o foco para a compreensão da linguagem matemática e das práticas pedagógicas que possam promover uma maior eficácia no ensino dessa disciplina. Esses termos destacam a importância de abordagens que considerem não apenas os aspectos formais e simbólicos da matemática, mas também os aspectos discursivos, comunicativos e cognitivos envolvidos no processo de aprendizagem.

Além disso, as palavras-chave relacionadas à semiótica, como “semiótica na educação matemática” e “visualização no ensino e aprendizagem”, ressaltam a relevância do estudo dos sistemas de signos matemáticos e das estratégias de representação visual na construção de significados e na resolução de problemas matemáticos. Elas também evidenciam a necessidade de explorar novas abordagens e recursos pedagógicos que explorem a diversidade de linguagens e formas de representação na educação matemática.

Dessa forma, as palavras-chave identificadas nos trabalhos discutidos para esta investigação não apenas delineiam as principais áreas de interesse e investigação, mas também apontam para a necessidade de abordagens interdisciplinares e integrativas que valorizem a complexidade e a diversidade da linguagem e da comunicação no contexto do ensino de matemática. Elas destacam também a importância de uma perspectiva ampla e holística que reconheça a interação entre linguística, semiótica e práticas pedagógicas na promoção de uma aprendizagem mais significativa e contextualizada em matemática.

Ao final dessa seção, destacamos a importância dos processos sígnicos ao que compreendemos por produção de significados matemáticos, enfatizando a relação entre linguagem, semiótica e aprendizagem da matemática. Como utilizamos dois *softwares* de análise textual, essas ferramentas permitiram quantificar e avaliar a forma como signos saussurianos e peirceanos são empregados nos trabalhos discutidos para essa investigação, proporcionando uma compreensão mais profunda dos processos cognitivos e comunicativos envolvidos na formação de significados matemáticos.

Além disso, ao usarmos ferramentas analíticas na pesquisa, como o IRaMuTeQ, elas demonstram ser eficazes na quantificação e avaliação de textos (matemáticos), sugerindo que métodos semelhantes podem ser aplicados em futuras investigações para aprofundar a análise do uso de linguagens e significados dentro do contexto educacional.

Uma das contribuições que podemos citar em nosso estudo, a partir do IRaMuTeQ, é a utilização de uma abordagem holística que integra linguística, semiótica e práticas pedagógicas. Essa integração pode permitir uma aprendizagem mais significativa e contextualizada, especialmente no ensino de matemática. Também percebemos que esse caminho que percorremos com os *softwares* pode provocar novas discussões sobre metodologias e práticas educacionais que incentivem a formação de um entendimento mais profundo em alunos em suas salas de aula.

Portanto, entendemos que essas análises não apenas validam a relevância dos trabalhos discutidos para esta investigação, mas também formulam novos trilhos para investigações futuras que podem explorar mais detalhadamente as conexões entre teoria e prática no ensino de matemática, fazendo associações com o entendimento semiótico para enriquecer as experiências de aprendizagem nos processos que envolvem a produção de significados matemáticos.

5.3 Quais os aspectos, as tendências e metodologias de ensino das produções dos ICMEs que envolvem as teorias dos signos de Saussure e Peirce?

Como dialogamos sobre os processos sígnicos a partir das teorias de Saussure e Peirce, se pensarmos nas contribuições e implicações dos ICMEs para as práticas que envolvem o uso de processos sígnicos naquilo que compreendemos como a produção de significados matemáticos, há algumas considerações a serem feitas.

Inicialmente, ao terminarmos nossas análises, destacamos que os signos, ou sinais, ou palavras-chave, que mais foram mencionados, se relacionam, ou são associados, com os aspectos mais abordados nesses trabalhos analisados nos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*. Os aspectos que são associados às palavras (signos) são: *Ensino e Aprendizagem*, *Metodologia*, *Linguagem Matemática*, *Resolução de Problemas*, *Formação do Professor*, *Currículo*, *Escrita da Matemática*, *Didática*, *Situações Matemáticas*, *Visualização Matemática*, *Aprendizagem da Matemática*, *Ensino de Matemática*, *História da Matemática*, *Leitura Matemática*, *Objetos Matemáticos*, *Pensamento Matemático*, *Prática do professor* e *Sala de aula*. Mais informações sobre esses aspectos podem ser vistas no Quadro 54 no Apêndice J.

Em relação ao aspecto de *Ensino e Aprendizagem*, foi o aspecto mais abordado nos trabalhos analisados dos ICMEs que envolvem a semiótica e a linguística. Esses processos foram abordados no ICME 3, ICME 4, ICME 7, ICME 8, ICME 9, ICME 10, ICME 11, ICME 12, ICME 13 e ICME 14.

Já a tendência *Metodologia* foi o segundo aspecto mais abordado nos trabalhos dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* analisados, compreendendo os seguintes eventos: ICME 4, ICME 7, ICME 8, ICME 9, ICME 10, ICME 11, ICME 12 e ICME 14.

Depois, o sistema simbólico, que é a *Linguagem Matemática*, ficou na terceira posição como o aspecto mais abordado, surgindo no ICME 1, ICME 4, ICME 7, ICME 8, ICME 13 e ICME 14. Também em terceiro, temos a tendência, ou metodologia de ensino, *Resolução de Problemas*, que apareceu no ICME 3, ICME 4, ICME 5, ICME 6, ICME 11 e ICME 12.

A *Formação de Professores* foi aspecto em trabalhos do ICME 1, ICME 5, ICME 8 e ICME 11. Já o *Currículo*, apareceu nos trabalhados analisados dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* do ICME 4, ICME 8 e ICME 11.

A *Escrita Matemática* no ICME 4, ICME 7 e ICME 10. A *Didática* nos ICMEs 10 e 11. As *Situações Matemáticas* nos ICMEs 6 e 10. A *Visualização Matemática* nos ICMEs 11 e 12.

Os outros aspectos apareceram apenas em trabalhos de alguns eventos, como: *Aprendizagem da Matemática* (ICME 6), *Ensino de Matemática* (ICME 5), *História da Matemática* (ICME 12), *Leitura Matemática* (ICME 1), *Objetos Matemáticos* (ICME 13), *Pensamento Matemático* (ICME 7), *Prática do Professor* (ICME 3) e *Sala de Aula* (ICME 1).

Em relação aos aspectos mais frequentemente associados aos trabalhos discutidos para esta investigação nos ICMEs, *Ensino e Aprendizagem*, *Metodologia*, *Linguagem Matemática* e *Resolução de Problemas*, são tópicos que, de certa forma, direta ou indiretamente, podem se relacionar com as teorias dos signos saussurianos e peirceanos, em especial, se forem utilizadas no *Ensino de Matemática*, sendo apenas tomada a atenção em determinadas áreas específicas que possam ser alocadas, principalmente aos contextos abordados e às abordagens metodológicas utilizadas para melhorar o processo de ensino e *Aprendizagem da Matemática*.

Dentre esses aspectos dos trabalhos analisados, os temas que mais se destacaram, além dos já citados, é a *Formação do Professor* e a *Prática do Professor*, seja ela inicial ou contínua. Dessa forma, esses contextos nos levam a entender que fica evidente nas inúmeras palestras, discussões de grupos de pesquisa e grupos temáticos, comunicações, dentre outros, que possam tentar destacar possíveis experiências que foram adquiridas em cursos de *Formação de Professor* ou outras atividades que estejam voltadas para essa mesma vertente. A partir disso, entendemos que essas atividades, que são voltadas principalmente para professores, possam visar utilizar o uso da *Resolução de Problemas* como tendência ou *Metodologia* de *Ensino e Aprendizagem*, o que seria uma boa possibilidade para tentar melhorar a qualidade geral da educação dos professores de matemática, principalmente no que diz respeito a *Linguagem Matemática*.

Os conceitos ou conteúdos matemáticos que mais foram mencionados nos trabalhos analisados são *Álgebra*, que aparece 23 vezes, seguida de *Aritmética*, que aparece 19 vezes, e *Geometria*, com 11 ocorrências. Adicionalmente, observamos que alguns autores também mencionaram o conceito de *funções* em seus trabalhos. O conceito de função é considerado de suma importância para a aprendizagem dos alunos e é utilizado em diversas outras áreas da matemática e outras áreas do conhecimento.

Já a *álgebra* está incluída nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (Brasil, 1998), nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006) e na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018). Esta unidade temática é amplamente explorada em pesquisas em Educação Matemática, aparecendo também em trabalhos sobre Resolução de Problemas.

> A Álgebra é um ramo da Matemática que [...] é objeto de pesquisa desde que a humanidade se debruçou sobre a realidade para construir seu conhecimento, chegando às abstrações que permitem novas visões sobre cada conceito criado. Assim, deveria ser explorada desde os anos iniciais do ensino, pois dela faz parte um conjunto de processos e pensamentos que têm origem em experiências com números, padrões, entes geométricos e análise de dados. [...] Consideramos que a Álgebra, trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, pode ser o fio condutor do currículo escolar e o desenvolvimento do pensamento algébrico pode permitir que sejam realizadas abstrações e generalizações que estão na base dos processos de modelagem matemática da vida real (Ribeiro; Cury, 2015, p. 11).

A partir disso, também podemos (re)imaginar, (re)afirmar, (re)construir e (re)criar um trilho periódico das teorias dos signos saussurianos e peirceanos nos documentos analisados nos ICMEs. Esse trilho tem por objetivo apenas sistematizar como a semiótica e a linguística apareceram nesses eventos conforme o passar dos anos, desde a primeira edição do ICME.

Outro ponto que destacamos em nossa investigação diz respeito ao momento em que a semiótica passou a ser um tema de pesquisa, ou apenas mencionados, nos trabalhos dos ICMEs. Se formos analisar desde as primeiras edições do evento, percebemos que no ICME 1 (1969) e ICME 2 (1972), por serem as primeiras edições, muita coisa ainda estava se iniciando, pois nessas edições, apenas palestrantes ministravam sobre determinados temas ou contextos matemáticos, sendo que, no ICME 2, tivemos trabalhos convidados e uma seleção de poucos trabalhos nesse evento.

Já no ICME 3 (1977), a partir do que ocorreu nos eventos anteriores, foi pensado em uma palestra sobre a matemática e suas aproximações, intitulada *The Main Lectures – Mathematics and Approximation*, sob a responsabilidade de Georges-Théodule Guilbaud. Do ICME 4 (1983) até o ICME 12 (2015), menos o ICME 11 (2008), pois não tivemos acesso aos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* oficiais, tivemos um grupo, tópico ou pesquisadores refletindo sobre a linguagem e a matemática. Sendo que: no ICME 4 surgiu como *Chapter 16 – Language and Mathematics*, com a coordenação de Albert Geoffrey Howson; no ICME 5 (1986) está como *Topic Areas 5 – Language and Mathematics*, de Ed. Jacobsen e Lloyd Dawe; e no ICME 6 (1988), como *Topic Areas and International Study Groups 8 – Language and Mathematics*, de Colette Laborde.

Além de termos um grupo que verse sobre a linguagem e a matemática, os organizadores do ICME acrescentaram ao título desses grupos o termo “comunicação” na Educação Matemática, a partir do ICME 7 (1994), aparecendo nesse evento como *WG7: Language and Communication in the Mathematics Classroom*, de Heinz Steinbring. Já no ICME 8 (1998) surge como *Working Group 10 – Mathematics and Languages*, de José

Francisco Quesada. No ICME 9 (2004) é *WGA 9: Communication and Language in Mathematics Education*, de Bill Barton. Já no ICME 10 (2008) está como *TSG 25: Language and communication in the mathematics classroom*, de Norma Presmeg e Siegbert Schmidt; no ICME 12 (2015) surge como *TSG: Language and Communication in Mathematics Education*, de Tracy Craig e Candia Morgan; e no ICME 13 (2017) é intitulado *Topic Study Group Nº. 31: Language and Communication in Mathematics Education*, de Judit Moschkovich e David Wagner.

Ainda é importante destacar também que, com o possível crescimento da semiótica de forma global, a organização do ICME também reservou um grupo apenas para o debate dela na Educação Matemática, pois a partir do ICME 13, temos o *Topic Study Group Nº. 54: Semiotics in Mathematics Education*, de Norma Presmeg e Luis Radford.

Por fim, no ICME 14 (2023), temos o *Topic Study Group 39: Language and Communication in Mathematics Classroom*, de Marcus Schütte, Jenni Ingram, Tran Vui, Maíre Ní Riordáin e Fengjuan Hu; e o *Topic Study Group 60: Semiotics in Mathematics Education*, de Ricardo Nemirovsky, Christina Krause, Suanrong Chen, Francesca Ferrara e Kazuya Kageyama.

A partir disso, conforme falamos na seção 2, a comissão organizadora do ICME 1, inspirando-se no modelo ICM, estendeu o convite a pesquisadores em Matemática e em Educação Matemática para ministrarem palestras no evento sem orientações específicas sobre temas. Como resultado, alguns pesquisadores acabaram discutindo o mesmo tema, como falamos anteriormente, enquanto outros ficaram sem abordagem.

Enquanto isso, a linguística e a semiótica, apesar de serem arcabouços de estudo bem estabelecidos internacionalmente, não receberam a devida atenção no ICME 1. E, como ainda falamos na seção 2, durante a época do ICME 1, os Estados Unidos buscavam uma abordagem disciplinar para o ensino de matemática em resposta ao Movimento da Matemática Moderna (MMM) e isso resultou no foco da Matemática nas Aplicações. Dessa forma, acreditamos que isso tenha desempenhado um papel significativo nos pesquisadores americanos que enfatizaram esse tópico da MMM no ICME 1.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E FUTURAS PESQUISAS

Buscamos, com este trabalho, contribuir para uma melhor compreensão acerca das teorias dos signos saussurianos e peirceanos na Educação Matemática a partir da análise dos trabalhos dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*. Como vimos em nosso estudo, dialogamos com vários autores do mundo da pesquisa em Educação Matemática com o objetivo de falar sobre a importância das teorias dos signos naquilo que compreendemos por produção de significados matemáticos.

Antes de iniciarmos nossa navegação por mares, possivelmente, *nunca* antes navegados, contamos brevemente sobre a história da Educação Matemática, no Brasil e no mundo, como também a história de como surgiu o ICME, que é considerado o maior evento de Educação Matemática do mundo, encontrando-se entre os principais congressos desta área. Falamos sobre alguns dos principais autores e pesquisadores que influenciaram, direta ou indiretamente, nas tomadas de decisões, que dizem respeito ao fortalecimento da Educação Matemática como campo profissional e de investigação.

Em nosso texto, exploramos algumas ideias teóricas e conceituais de Saussure e Peirce, que podem nos fornecer outras ideias sobre como esses contextos podem estar conectados à aquisição de conhecimento, em especial, ao conhecimento matemático. Ao fazer isso, reconhecemos que a semiótica é uma abordagem promissora para a análise desse tipo de conhecimento, como já havíamos falado, inicialmente, em Soares (2019, 2022). Dessa forma, encontramos dois modelos de análise de signos, cada um dos quais tem *algo* ou alguma *coisa* a oferecer. Por exemplo, o modelo de Saussure pode nos auxiliar para examinar a estrutura de potenciais sistemas semióticos, enquanto o modelo de Peirce contém uma gama de representações que vale a pena explorar.

Ao estudarmos a semiótica de Peirce (2005), entendemos que ela nos ensina que qualquer objeto visualizado deve passar pelas categorias que ele nomeou. Essas categorias têm como objetivo capturar as diferentes maneiras pelas quais um objeto pode ser percebido, identificado, associado e pensado (Soares, 2019). No processo de relação, associação e identificação, os objetos matemáticos podem ser formados, sendo que esses objetos matemáticos são considerados representações mentais, semelhantes a conceitos, ideias, imagens e categorias, conforme explicado por alguns estudos de Duval (2008, 2009, 2017), os quais também aprofundamos em Soares (2022).

Ainda em nosso texto, falamos, brevemente, sobre alguns contextos que surgem nas pesquisas conduzidas por Duval e Peirce, que exploram o processo pelo qual o cérebro constrói conceitos matemáticos. Esses podem ser conseguidos, ou construídos, através do ato de relacionar, associar ou representar ideias matemáticas com base em modelos visuais, ou esquemas, que gradualmente se tornam mais aparentes para o indivíduo. A partir disso, os processos de construção de conceitos matemáticos podem nos levar a uma compreensão mais profunda de que o pensamento lógico-matemático é uma habilidade que se desenvolve através do estabelecimento de novas relações com os objetos. Por meio deste processo, os indivíduos conseguem visualizar passos ou representações lógicas que podem nos levar a uma solução e compreender a resposta com base nas conexões mentais que formaram (Soares, 2019).

Nas próximas linhas, revisitamos os objetivos específicos definidos neste estudo, analisando como cada um foi abordado e respondido ao longo da pesquisa. Em seguida, discutimos se o objetivo geral foi alcançado, considerando as contribuições apresentadas. Essa análise nos permite discutir sobre as principais reflexões e implicações de nosso trabalho.

Em relação ao nosso primeiro objetivo específico **(situar as teorias dos signos de Saussure e Peirce na perspectiva da Educação Matemática, destacando as diferenças e semelhanças em suas abordagens)**, em nosso estudo, apresentamos uma discussão sobre os fundamentos das teorias de Saussure, abordando a relação entre significante e significado, e de Peirce, destacando sua tríade composta por signo (*representamen*), objeto e interpretante, além das categorias de ícone, índice e símbolo.

Também discutimos as diferenças e semelhanças entre as abordagens, como o modelo diádico de Saussure e o modelo triádico de Peirce, considerando suas implicações na análise de sistemas semióticos aplicados à matemática. Além disso, nosso estudo explorou exemplos práticos de aplicação dessas teorias no ensino, como a arbitrariedade dos signos discutida por Saussure e o uso da tríade peirceana para compreender níveis de abstração nos conceitos matemáticos a partir dos trabalhos catalogados nos documentos dos ICMEs.

Sobre o segundo objetivo específico **(sistematizar os *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* que relacionem e articulem a linguística e a semiótica na Educação Matemática)**, realizamos uma sistematização bem-sucedida, alinhada ao objetivo proposto. Nossa pesquisa utilizou uma abordagem qualitativa exploratória e bibliográfica, com foco na catalogação de estudos dos ICME 1 (1969) ao ICME 14 (2021), adotando procedimentos detalhados para identificar e organizar obras relacionadas à semiótica e à linguística. As buscas foram realizadas com palavras-chave como “semiótica”, “linguística”, “signo” e “teoria dos signos” e seus resultados foram sistematizados em quadros que destacam trabalhos relevantes para as teorias dos signos na Educação Matemática.

O estudo também apresenta análises temáticas, tendências e metodologias extraídas de *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*, oferecendo sínteses que evidenciam as contribuições dos signos linguísticos e semióticos para a Educação Matemática. Por fim, também utilizamos uma perspectiva crítica que aponta como muitos desses documentos mencionam as teorias dos signos, mas nem sempre as aplicam diretamente, com discussões mais específicas sobre semiótica emergindo de forma destacada a partir do ICME 13 (Apêndice L).

Já em relação ao terceiro objetivo específico **(identificar as palavras-chave, os principais temas de pesquisa, tendências e metodologias de ensino que norteiam as pesquisas nos ICMEs, a fim de analisar esses contextos como possibilidades para as práticas que envolvem a produção de significados matemáticos)**, entendemos que nossa pesquisa evidenciou o alcance do objetivo ao identificar palavras-chave e temas centrais, como "linguagem", "semiótica", "escrita", "símbolos" e "representações", refletindo as interseções entre linguística, semiótica e Educação Matemática.

Para analisar essas palavras, utilizamos *softwares*, como o IRaMuTeQ, em que foram destacadas frequências e relações semânticas, apontando tendências recorrentes nos ICMEs, como a ênfase no "ensino e aprendizagem da matemática", "visualização matemática", "formação de professores" e "currículo". Percebemos que metodologias como a análise semiótica e estudos sobre linguagem matemática foram consideradas centrais (Apêndice J).

Outro ponto que também podemos destacar a partir das reflexões que realizamos ao longo do nosso estudo diz respeito as palavras-chave que identificamos nos trabalhos dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*. Essas palavras refletem a abordagem que permeia as pesquisas que envolve as teorias dos signos aplicadas ao ensino de matemática. Ao examinarmos como esses termos se apropriam desses contextos, é possível visualizar contribuições significativas para as práticas pedagógicas que envolve o uso de processos sígnicos para o que compreendemos por produção de significados matemáticos.

Com base nas teorias dos signos de Saussure, podemos observar que a aplicação dessa teoria no ensino de matemática desempenha um papel fundamental na análise da linguagem matemática. Ela não se limita a examinar a estrutura gramatical das expressões matemáticas, mas também explora como os significados matemáticos são construídos e compreendidos. A partir dessa abordagem sígnica, é possível aprofundar a compreensão de como os estudantes interpretam e produzem textos matemáticos, o que enriquece a análise e o ensino da matemática.

Por exemplo, em matemática, o significante pode ser representado por notações, símbolos e gráficos, enquanto o significado pode corresponder aos conceitos e ideias abstratas que esses símbolos representam. O símbolo "π" é um significante que pode evocar o significado do número irracional que representa a razão entre a circunferência de um círculo e seu diâmetro.

Também percebemos que a teoria dos signos saussurianos destaca que o valor de um signo é determinado por sua posição dentro de um sistema de signos. Da mesma forma, na matemática, os conceitos não são independentes, mas fazem parte de redes interligadas de significados. Dessa forma, para o aluno tentar entender uma equação ou teorema, será necessário reconhecer seu papel dentro da estrutura matemática como um todo.

Por outro lado, a semiótica pode oferecer uma estrutura teórica para investigar os sistemas de signos que permeiam a linguagem matemática. Ela também explora como os símbolos matemáticos adquirem significado dentro de contextos específicos e como são utilizados para representar conceitos e relações abstratas. A semiótica permite uma análise mais refinada das práticas que envolve o uso de processos sígnicos para a produção de significados matemáticos, destacando a importância da interpretação dos signos no ensino de matemática.

Em relação às implicações para as práticas pedagógicas, entendemos que a abordagem sígnica (linguística e semiótica) enfatiza a necessidade de promover um letramento matemático amplo e significativo. Isso pode envolver não apenas o domínio da linguagem simbólica da matemática, mas também o desenvolvimento de habilidades de leitura crítica e produção de textos matemáticos que sejam claros e, também, coerentes. Dessa forma, os professores podem utilizar as ideias fornecidas pela linguística e pela semiótica para pensar em atividades que estimulem a reflexão sobre a linguagem matemática, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos e uma maior autonomia dos alunos na resolução de problemas.

Por fim, entendemos que as teorias dos signos de Saussure e Peirce pode oferecer uma base para a compreensão dos processos de produção de significados matemáticos ao destacar a relação entre signos, significantes e significados. Se formos observar por meio dos signos saussurianos, Saussure enfatiza a estrutura e as relações internas dos signos dentro de um sistema, o que pode ajudar na análise das interconexões entre conceitos matemáticos. Já Peirce, com sua tríade de ícone, índice e símbolo, permite uma abordagem mais abrangente, explorando como diferentes tipos de signos matemáticos podem representar conceitos abstratos e facilitar a compreensão dos alunos em salas de aula.

Dessa forma, ao estudarmos essas teorias dos signos de Saussure e Peirce, acreditamos que elas podem enriquecer a interpretação e o ensino da matemática, promovendo uma aprendizagem mais profunda e estruturada.

Além disso, discutimos sobre como os processos sígnicos e a interação entre signos linguísticos e semióticos podem enriquecer práticas pedagógicas, favorecendo a construção de significados matemáticos profundos, em consonância com as perspectivas teóricas de Saussure e Peirce. Percebemos também que a abordagem metodológica, apontada pelo uso de *softwares* de análise textual, sistematizou dados qualitativos e quantitativos, proporcionando uma compreensão mais ampla das tendências de pesquisa. Portanto, esses elementos demonstram o nosso objetivo foi atingido, oferecendo *insights* valiosos sobre a relação entre linguística, semiótica e práticas pedagógicas na Educação Matemática, com potencial para impactar diretamente o campo educacional.

Em relação ao quarto objetivo específico **(investigar como os signos semióticos e linguísticos podem ser aplicadas no ensino de Matemática para melhorar a compreensão e a comunicação de conceitos matemáticos em diferentes níveis educacionais)**, inferimos que nossa investigou as relações entre signos linguísticos e semióticos, evidenciando como sua utilização pode enriquecer a construção de significados matemáticos.

Em nossa seção 3, realizamos uma abordagem teórica fundamentada, em que destacamos a importância de uma das tríades peirceana (ícone, índice e símbolo) e das estruturas internas dos signos saussurianos para interpretar e organizar conceitos matemáticos complexos. Além disso, nosso estudo discutiu o papel do letramento matemático e a utilização de representações simbólicas, enfatizando como essas ferramentas podem tornar a comunicação matemática mais acessível e eficaz.

A integração dessas teorias com metodologias pedagógicas práticas, como a análise de problemas matemáticos e o uso de ferramentas tecnológicas, mostrou-se eficaz para promover o desenvolvimento de habilidades críticas e interpretativas. O trabalho também evidenciou que a utilização de signos visuais e textuais permite aos alunos construir e comunicar conceitos matemáticos com maior clareza, fortalecendo, assim, as práticas de ensino e aprendizagem. Por meio desses esforços, o objetivo de investigar e aplicar os signos semióticos e linguísticos no ensino da Matemática foi plenamente atingido, pois conseguimos articular de maneira consistente as teorias semióticas de Saussure e Peirce com a prática pedagógica no ensino de Matemática, demonstrando como essas podem ser aplicadas para melhorar a compreensão e a comunicação de conceitos matemáticos em diversos níveis educacionais.

E, por fim, em relação ao quinto específico **(analisar as contribuições dos signos (linguísticos e semióticos), apresentadas nos trabalhos analisados, nos processos de produção de significados no ensino de Matemática)**, em nossa pesquisa, articulamos as teorias de Saussure e Peirce, demonstrando como os signos linguísticos e semióticos podem surgir ou enriquecer as práticas pedagógicas. A partir da análise de 28 trabalhos dos ICMEs, foi possível identificar como esses conceitos são utilizados para representar e interpretar ideias matemáticas, facilitando a compreensão de conceitos abstratos. Essa articulação destacou a relevância dos signos na construção de significados, estabelecendo conexões claras entre significantes e significados, e possibilitando um ensino mais contextualizado e acessível.

Além disso, o uso do *software* IRaMuTeQ foi essencial para sistematizar dados e identificar tendências nos documentos catalogados. Essa abordagem permitiu uma análise aprofundada dos aspectos qualitativos e quantitativos das contribuições semióticas e linguísticas, reafirmando sua importância no ensino de Matemática.

O estudo mostrou também como as representações semióticas podem ser aplicadas para desenvolver uma aprendizagem significativa, promovendo uma melhor compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos em sala de aula. Assim, nosso estudo oferece novas perspectivas teóricas e práticas para a Educação Matemática, reforçando o papel dos signos nos processos de ensino e aprendizagem.

Com base nesses apontamentos, que dialogamos em nossa pesquisa, podemos refletir: quais os aspectos, as tendências e as metodologias de ensino norteiam as pesquisas que versem sobre as teorias dos signos de Saussure e Peirce no ensino de matemática?

Inicialmente, inferimos que o olhar do nosso trabalho foi a partir de uma perspectiva das teorias dos signos. A partir dos estudos de Saussure (2006), em especial no que se refere à compreensão de signos, entendemos que a noção de signo surge de uma relação de duas partes entre o que Saussure (2006) chama de significante e o significado. Essa dualidade entre esses dois termos é o que cria o conceito de signo que funciona como unidade fundamental da linguagem. Como resultado, a perspectiva de Saussure (2006), em relação ao conceito de sinais, ou signos, postula que a linguagem é uma estrutura composta de signos interligados.

A visão de Saussure (2006) sobre o signo linguístico é que ele é uma entidade psicológica bilateral. É composto por um significante e um significado, e a combinação desses elementos cria o próprio signo. Este sinal, ou signo, está sempre na mente e é a representação que o sujeito tem de algo. A representação desse signo se transforma em uma imagem acústica na mente do sujeito, e essa imagem está ligada a um significante, que é o referente. E o significado do que é percebido e representado na mente também está ligado a esse referente, e representa o conteúdo da *coisa*.

Já a partir das pesquisas conduzidas por Peirce (2005), como também algumas conduzidas por Duval (2008, 2017), pode-se indicar que a semiótica é uma ferramenta valiosa para compreender como os objetos são visualizados, incluindo como são percebidos, identificados, associados e interpretados. Esta linha de investigação pode levar a uma melhor compreensão dos processos envolvidos no ensino e aprendizagem da Matemática.

E a questão pode ser esclarecida examinando a intersecção que encontramos na nossa investigação, particularmente no que diz respeito à forma como os signos, ou sinais, são utilizados por estudiosos ou leitores em qualquer campo específico. Se formos observar pelo ponto de vista da Educação Matemática, para compreender como esse campo se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce, sabemos que a prevalência dos signos na Matemática é inegável. Assim, ao visualizarmos algo, o leitor irá inevitavelmente interpretar o que viu e iniciar o processo de construção de um objeto, que, no nosso caso, pertence a um objeto matemático, de forma que possamos estabelecer meios para poder representá-lo.

Conforme mencionado anteriormente, o processo de representação de objetos matemáticos envolve várias características que são aparentes tanto para o observador quanto para o indivíduo que representa o objeto. É importante notar que esta representação não reflete necessariamente a natureza inerente do objeto em si, mas serve antes como um meio de apresentá-lo a outros, como leitores ou alunos em uma sala de aula. Esta representação permite a interpretação, associação e representação de certos símbolos em outras formas de representação.

Dessa forma, dentro do contexto da matemática, as representações semióticas podem ser construídas com base nas maneiras específicas pelas quais os leitores cultivam certas habilidades de processamento matemático. Essas representações nos permitem visualizar a utilização de símbolos que correspondem a objetos matemáticos. Como resultado, passamos a compreender a importância da semiótica no âmbito da Educação Matemática, como método de “extração” de conceitos abstratos de uma série de estudos e pesquisas.

A partir desses apontamentos, podemos também refletir: como podemos usar os signos (linguísticos e semióticos) nos processos de produção de significados no ensino de matemática?

Um dos pontos que encontramos para responder à indagação anterior pode estar na forma que dialogamos com as teorias sígnicas de Saussure e Peirce, como apresentamos na seção 3.6 de nosso texto. Como falamos anteriormente, a forma que Peirce (2005) descreve a relação de signo semiótico é composta por três elementos cruciais: o signo, o objeto e o interpretante. E, também, ele construiu sua tríade usando três categorias principais (famosas) de signos: ícone, índice e símbolo. Dessa forma, percebemos que se examinarmos os signos linguísticos através das lentes dos signos semióticos ou da semiótica de Peirce, poderemos obter mais algumas ideias, ou *insights*, sobre os primeiros, que, no caso, são os signos linguísticos. Como vimos, a perspectiva de Peirce sobre os signos linguísticos, entretanto, baseia-se na lógica e no objeto.

Ao examinar as teorias de Peirce, fica evidente que ele tem a capacidade de "equacionar" signos não linguísticos e signos linguísticos, indicando seu pensamento lógico e, de certa forma, pragmático. Além disso, ficou evidente que tanto os signos linguísticos como os signos semióticos podem ser considerados "variáveis" que significam um "valor" lógico específico de "verdade", ou o valor autêntico, ou real, de uma determinada entidade, ou representação, sendo que esta representação pode fornecer uma visão da realidade objetiva até certo ponto.

Aprofundando os estudos que realizamos em Soares (2019), entendemos que as representações podem assumir diversas formas, como escrita, desenho, símbolos, sons ou imagens visuais que existem em todo o nosso entorno. Dessa forma, inicialmente, adquirimos a capacidade de criar representações e, posteriormente, aprendemos a visualizá-las. Ao estudar essas representações, podemos compreender seu significado e como elas moldam nossa percepção do mundo.

Nesse sentido, pensamos em uma perspectiva de que a relação entre signos linguísticos e semióticos, possivelmente, possa depender de como os pesquisadores estruturam sua pesquisa. Se um pesquisador deseja visualizar objetos através do uso da linguagem ou visualizar a linguagem através de objetos é uma questão-chave que pode fornecer *insights* sobre a conexão entre os sistemas de signos de Saussure e Peirce. Esta ligação pertence à lógica interna de ambas as convenções que pode ser estabelecida através da fundamentação destes signos.

Ao pensarmos em concluir este projeto, ou trilho, de investigação científica, e sabermos que ele tem implicações práticas que oferecem diversas perspectivas para potenciais trabalhos futuros, estas podem incluir oportunidades para investigação de futuras pesquisas ou atividades relacionadas à formação de educadores matemáticos, como também professores, pesquisadores, alunos e leitores que desejem trabalhar a partir de uma ótica que vise à articulação entre a linguagem e as teorias dos signos no ensino de matemática.

Por fim, entendemos que o objetivo geral de nossa pesquisa **(compreender como a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce nos *International Congress on Mathematical Education* (ICMEs) trazendo contribuições e implicações para as práticas que envolvem a produção de significados matemáticos)** foi plenamente alcançado ao investigarmos como a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce nos ICMEs. A análise dos documentos apresentados nesses congressos permitiu identificar e explorar como as teorias dos signos se fazem presentes nas discussões e práticas voltadas ao ensino da Matemática, enriquecendo a abordagem pedagógica por meio de perspectivas linguísticas e semióticas.

Por meio da análise dos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* dos ICMEs, nosso estudo destacou a relevância dos conceitos de Saussure, como a relação entre significante e significado, e das categorias de Peirce (ícone, índice e símbolo), para a representação e interpretação de conceitos matemáticos. Essas teorias foram articuladas de forma a compreender como signos e sistemas de signos podem ser utilizados no ensino, tanto para facilitar a comunicação matemática quanto para fomentar a compreensão de ideias complexas. A sistematização das contribuições permitiu visualizar as conexões entre as teorias e suas aplicações no contexto educacional.

Além disso, nossa pesquisa evidenciou que a integração dessas teorias ao ensino contribui para o desenvolvimento de um letramento matemático mais significativo e para práticas pedagógicas que promovem uma aprendizagem mais profunda. Ao conectar os processos de produção de significados às bases teóricas dos signos, a pesquisa reforça a importância de metodologias que valorizem a linguagem e a semiótica como ferramentas para o ensino e a aprendizagem da Matemática, oferecendo *insights* teóricos e práticos relevantes para o campo educacional (Apêndice M).

Outro ponto que podemos destacar diz respeito sobre nossa contribuição visando ao avanço das discussões que ocorrem no Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa (Leemat). Nosso grupo mantém, desde a sua criação, o propósito de discutir a leitura e a escrita no que se refere à pesquisa e à prática profissional de quem ensina Matemática nos diversos níveis de ensino. Essencialmente, o grupo visa explorar a correlação entre a linguagem matemática, leitura, escrita e Educação Matemática. Para tanto, as teorias de Bakhtin (1981, 2015) sobre os gêneros do discurso (Almeida, 2016), bem como as visões marxistas e filosóficas sobre a linguagem, nos auxiliam como nossos principais pontos de referência.

Com o passar dos anos, vários debates e referenciais teóricos serviram como base para a realização de várias pesquisas, no âmbito do Leemat, como conceitos bakhtinianos (Guimarães, 2019), gêneros do discurso (Almeida, 2016), semiótica peirceana (Soares, 2019, 2022), teoria dos registros de representação semiótica (Sousa, 2016; Guimarães, 2019; Soares, 2019, 2022) proposta por Duval (2008, 2011), teoria dos campos semânticos (Sousa, 2018) proposta por Lins (2012), teoria da atividade (Diniz, 2017) proposta por Leontiev (2004), dentre outros.

Dessa forma, como buscamos estabelecer diálogos sobre os processos sígnicos relacionados àquilo que compreendemos como a produção de significados matemáticos, a partir de nossa atual pesquisa, procuramos aprofundar nossos estudos (Soares, 2019, 2022) ao tentarmos estabelecer conexões com a linguística de Saussure (2006) no que diz respeito aos processos sígnicos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Se formos voltar um pouco, como falamos nas seções 2 e 4, escolhemos o ICME por ser o maior evento de Educação Matemática do mundo. Mas, ao irmos seguindo no trilho e realizando nossa pesquisa, encontramos vários obstáculos ao trabalhar com algumas das fontes que consultamos. Inicialmente, quando estávamos nos processos de traduções, algumas dessas fontes citadas, uma vez ou outra, referia-se à distribuição de outros documentos produzidos em acontecimentos semelhantes ao que estávamos investigando, sendo que não tivemos acesso a esses documentos. Depois, levantamos a hipótese de que estes documentos não eram tão amplamente divulgados como deveriam e, como resultado, poderiam não ser frequentemente utilizados pelos membros da comunidade de investigação como materiais de referência. Notamos esse mesmo sentimento de dificuldade no estudo de Morais (2015).

Se formos pensar em um exemplo, podemos citar um comentário de Niss (2008) que versava sobre a publicação dos *proceedings* do ICME 10. Esse autor observou que este livro (*proceedings*), muitas vezes, não são lidos após a sua publicação inicial, exceto talvez por autores individuais, e isso tem sido uma preocupação há muito tempo (Morais, 2015).

Outro ponto que gostaríamos de destacar diz respeito a alguns dos estudos que se encontram nos *proceedings*, pois, depois de realizarmos nossas análises, observamos algumas características adicionais dos documentos que são muito boas, em especial no que diz respeito à qualidade de alguns textos publicados. Para ilustrar essa afirmação, citamos os livros que consultamos *Invited Lectures*, que são os textos das palestras proferidas nas sessões plenárias. Esses materiais são completos e de referência particularmente significativos, pois os textos podem ser apresentados, aparentemente, na íntegra. Como os *proceedings* apresentam uma espécie de resumo de todas as discussões que ocorrem no evento, quando chegamos à parte das palestras convidadas, nos *proceedings*, eles apenas trouxeram uma síntese (de uma ou duas páginas) e apresentaram, em sua íntegra, em um livro separado que é o *invited lectures*.

Outro ponto que destacamos em nosso texto também diz respeito aos relatórios apresentados pelos grupos de discussões. Sabemos que essas discussões visam fornecer uma visão geral dos temas abordados nas suas sessões, mas percebemos que essas ficam aquém do objetivo pretendido. Embora isto não seja uma ocorrência comum, acontece que, ocasionalmente, certas questões permanecem sem resposta ou são apenas parcialmente abordadas, deixando uma sensação estranha de desconforto e silêncio, conforme também apontou Morais (2015).

Ainda sobre esses documentos que foram analisados, acreditamos que os *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures*, os quais tivemos acesso, foram altamente significativos em nosso esforço para responder à questão da pesquisa e atingir nossos objetivos. Por outro lado, apesar de reconhecermos as limitações de algumas destas fontes, os cruzamentos e divergências entre os vários documentos muito nos ajudaram na progressão que acabou por conduzir à criação do texto apresentado neste contexto que trilhamos desde o início de nossa pesquisa.

Também gostaríamos de enfatizar outro ponto que diz respeito aos *sites* que armazenam os *proceedings*. Sabemos que, quando se pensava em fontes textuais para a realização de pesquisas, algumas dessas fontes eram impressas e disponibilizadas em bibliotecas, sebos, ou, até mesmo, faziam parte de acervos pessoais de pesquisadores que ganhavam seus exemplares quando participavam dos referidos eventos. Com o passar dos tempos, houve o investimento em arquivos digitais, como forma de publicizar os documentos para tornarem públicos e acessíveis para qualquer pessoa do mundo.

Ainda em nossa pesquisa, também tivemos dificuldades em acessar outros documentos, sendo que, assim como explicamos anteriormente, tivemos que recorrer a outros *sites* para que pudéssemos ter acesso aos mesmos (Apêndice C), já que o *site* oficial da IMU não tinha até a presente data de escrita desse texto. Dessa forma, entendemos que, sem termos acesso a todos os documentos que são mencionados nos *proceedings*, e ainda por esses documentos não possuírem todas as discussões de tudo o que é discutido nesses eventos, esses pontos podem também trazer implicações para nossas discussões sobre a linguagem e as teorias dos signos no ensino de matemática.

Sobre esses documentos que estão sendo armazenados no *site* da IMU, ficamos pensativos sobre os processos que envolvem o armazenamento desses documentos, como também sua manutenção para que os mesmos possam ainda continuar sendo acessíveis de forma pública. Por exemplo, o último *proceedings*[109] está disponível em *open access*, tanto em pdf quanto em *Electronic Publication* (EPUB)[110] no *site* da *Springer*. Mas, nesse mesmo *site*, da *Springer*, também estão disponíveis outros *proceedings* do ICME e só tem duas formas de se consegui-los: por meio de instituições cadastradas (para realizar o *download*) ou comprando (*pdf*).

Caso a instituição do professor ou pesquisador não esteja cadastrada no *site* da *Springer*, e o referido documento não esteja disponível no *site* da IMU, só resta para o pesquisador realizar a compra, caso não possa encontrar os referidos documentos em outros *sites* de domínio público. Por isso que realizamos nossas indagações sobre os processos que envolvem o armazenamento e manutenção desses documentos no *site* da IMU, pois, se o pesquisador for procurar em outros *sites*, não se sabe até quando esses documentos possam estar sendo armazenados em nuvens.

Com base em tudo o que discutimos em nosso texto, podemos pensar algumas sugestões/indagações para futuras propostas de pesquisa: quais as concepções de professores de matemática ao usar as teorias dos signos de Saussure e Peirce em seus planejamentos em salas de aula? Como os signos linguísticos e semióticos podem potencializar o ensino de matemática em salas de aula?

Como realizamos pontos em comum entre as duas teorias sígnicas, de Saussure e Peirce, podemos também dialogar com as teorias de Duval (2008, 2009, 2011, 2017) para que possam visualizar as representações semióticas em atividades matemáticas, do ponto de vista pedagógico. Os estudos de Duval podem nos auxiliar em compreender mais sobre os objetos matemáticos, pois, para Duval, temos tipos distintos de transformações: tratamentos e conversões. Dessa forma, a implementação dessas duas transformações pode ser valiosa para os processos que compreendemos como produção de significados matemáticos.

Voltando para nossa investigação, ela contemplou os *proceedings* dos ICMEs (1969-2021). Porém, existem outros eventos com outros documentos (anais) que também podem ser analisados, como o Congresso Internacional de Ensino da Matemática (CIEM), Congresso Iberoamericano de Educação Matemática (CIBEM), Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (Ebrapem), Encontro Nacional de Educação

[109] Ver: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-62597-3. Acesso em: 21 set. 2023.
[110] EPUB significa Publicação Eletrônica em inglês. Este formato é amplamente utilizado para *e-books* e facilita a distribuição de livros digitais.

Matemática (ENEM), *International Conference on Creative Insubordination In Mathematics Education* (ICOCIME)[111], dentre outros.

Nesse contexto, também se abre a possibilidade de se consultar as dissertações e teses que foram defendidas no Brasil sobre as teorias dos signos de Saussure e Peirce no ensino de matemática. A partir disso, podem-se traçar apontamentos das vertentes, autores, programas de pós-graduação que trabalham com a linguística e a semiótica, linhas de pesquisas, distribuição geográfica, dentre outros.

Como traçamos apontamentos sobre a forma que a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos de Saussure e Peirce nos ICMEs, outra possibilidade seria analisar esse mesmo contexto nos estudos da ICMI[112]. Até a presente data, que estamos escrevendo esse texto, foi publicado, no *site* da *Springer*, o *Mathematics Curriculum Reforms Around the World*[113], que é o *The 24th ICMI Study*, ou seja, é o 24º estudo da ICMI. Esse volume foi editado por Shimizu e Vithal (2023). Dessa forma, poderia ser realizado um estado da arte, ou do conhecimento, da ICMI *Study*, para saber a forma como a Educação Matemática se apropria das teorias dos signos saussurianos e peirceanos, nesses estudos, e realizar uma comparação com os resultados apresentados em nosso texto.

Entendemos que nossa investigação contribui para considerações importantes acerca da discussão das teorias dos signos no ensino de matemática. Acreditamos que análises, como a que realizamos em nossa investigação, podem auxiliar professores, pesquisadores, alunos e leitores, a estabelecer relações sobre os processos sígnicos, principalmente a partir dos estudos de Saussure e Peirce, contribuindo para as práticas que envolvem o uso de processos sígnicos relacionados àquilo que compreendemos como a produção de significados matemáticos.

---

[111] *International Conference on Creative Insubordination in Mathematics Education* (ICOCIME) pode ser traduzido para o português como **Conferência Internacional sobre Insubordinação Criativa na Educação Matemática (ICOCIME)**.

[112] Ver: https://www.mathunion.org/icmi/publications/icmi-studies/icmi-study-volumes. Acesso em: 22 set. 2023.

[113] Ver: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-13548-4. Acesso em: 22 set. 2023.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de Filosofia**. Tradução da 1ª edição brasileira coordenada e revisada por Alfredo Bossi. Revisão da tradução dos novos textos Ivone Castilho Benedetti. 5ª edição. São Paulo: Martins Fontes, 2007. Disponível em: https://marcosfabionuva.files.wordpress.com/2012/04/nicola-abbagnano-dicionario-de-filosofia.pdf. Acesso em: 29 jan. 2024.

AGOSTINHO, Maria Raquel de Sousa Santos. **Design de Comunicação e Literacia Visual**: Uma Ferramenta na Aprendizagem. 2017. Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa (Portugal). Disponível em: https://www.repository.utl.pt/bitstream/10400.5/15110/1/Documento%20Final%20-%20Maria%20Raquel%20Agostinho.pdf. Acesso em: 6 jul. 2024.

ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de matemática**. São Paulo / Campina Grande: Livraria da Física / Eduepb, 2016. Disponível em: https://eduepb.uepb.edu.br/download/genero-do-discurso-como-forma-de-producao-de-significados-em-aulas-de-matematica/?wpdmdl=1321&masterkey=6054d90e4df58. Acesso em: 18 jul. 2023.

ALMEIDA, José Joelson Pimentel de; SOARES, Luciano Gomes. Leitura, Escrita e Educação Matemática: Produção de um grupo de pesquisa. *In:* WARTHA, Edson José; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de (orgs.). **Educação Matemática e Ensino de Ciências**: Trajetórias e desdobramentos de grupos de pesquisa da região Nordeste. Campina Grande: EDUEPB, 2021. Disponível em: https://eduepb.uepb.edu.br/download/educacao-matematica-e-ensino-de-ciencias/?wpdmdl=1807&masterkey=617b4f71d4c0c. Acesso em: 16 mar. 2023.

ARZARELLO, Ferdinando *et al*. Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, Springer, vol. 70, nº 2, 2009. pp. 97-109. Disponível em: https://www.jstor.org/stable/40284563. Acesso em: 07 abr. 2023.

BAKHTIN, Mikhail. **Marxismo e filosofia da linguagem**. 2. ed. São Paulo: Hucitec, 1981.

BAKHTIN, Mikhail. **Estética da criação verbal**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2015.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1985.

BAUER, Martin. W. Análise de Conteúdo Clássica: Uma Revisão. *In:* GASKELL, George; BAUER, Martin W. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som**: um manual prático. Tradução de Pedrinho A. Guareschi. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2008.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), 2014, pp. 07-20. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2014v9nespp7. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9nespp7. Acesso em: 01 jun. 2023.

BOEHM, Gottfried. **Die wiederkehr der bilder**. Munchen: Wilhelm Fink Verlag, 1994

BORBA, Marcelo de Carvalho; ALMEIDA, Helber Rangel Formiga Leite de; GRACIAS, Telma Aparecida de Souza. **Pesquisa em ensino e sala de aula**: diferentes vozes em uma investigação. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BRAINERD, Barron. **Introduction to the Mathematics of Language Study**. New York: American Elsevier, 1971.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**: volume 2 – Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 29 jan. 2024.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BYRNE, Rhonda. **A Magia (The Magic)**. 1ª edição. São Paulo: Editora Sextante, 2014. pp. 91-92.

BYRNE, Rhonda. **O Segredo (The Secret)**. Tradução de Fabiano Morais. Rio de Janeiro: Sextante, 2015.

CAMARGO, Brigido Vizeu; JUSTO, Ana Maria. **Tutorial para uso do software IRaMuTeQ (Interface de R pour les Analyses Multidimensionnelles de Textes et de Questionnaires)**. Florianópolis: Laccos, 2021. Disponível em: http://www.iramuteq.org/documentation/fichiers/Tutorial%20IRaMuTeQ%20em%20portugues_22.11.2021.pdf. Acesso em: 7 jul. 2024

CERVI, Emerson U. Análise de conteúdo automatizada para conversações em redes sociais online: uma proposta metodológica. *In:* **42º encontro anual da Anpocs**, GT17 (Mídias, política e eleições), Caxambu, 22-26 de outubro de 2018.

CHARTIER, Roger. **A aventura do livro**: do leitor ao navegador - conversações com Jean Lebrun. Tradução de Reginaldo Carmello Corrêa de Moraes. São Paulo: UNESP, 1998. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6231520/mod_resource/content/1/A%20aventura%20do%20livro.pdf. Acesso em: 25 jul. 2023.

CORRÊA, Roseli de Alvarenga. Linguagem matemática, meios de comunicação e Educação Matemática. *In:* NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. 1ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, pp. 93-100.

COSTA, Cristina. **Educação, Imagens e Mídias**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Prefacio. *In:* BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAUJO, Jussara de Loiola (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2016, p. 12. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

D’AMORE, Bruno. Objetos, Significados, Representaciones Semióticas y Sentido. *In:* RADFORD, Luis; D’AMORE, Bruno (eds.). Semiotics, Culture and Mathematical Thinking. **Número especial della rivista Relime** (Cinvestav, Mexico), 2006. pp. 177-196. Disponível em: https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2161582.pdf. Acesso em: 20 set. 2022.

D’AMORE, Bruno; PINILLA, Martha I. F.; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e importância no processo de ensino e aprendizagem e matemática. Tradução Maria Cristina Bononi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

DANYLUK, Ocsana Sônia. **Alfabetização Matemática**: o cotidiano da vida escolar. 2. ed. Caxias do Sul: EDUCS, 1991. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10713/7096. Acesso em: 29 set. 2022.

DANYLUK, Ocsana Sônia. **Alfabetização matemática**: as primeiras manifestações da escrita infantil. 5ª ed. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2015. Dipsonível em: http://editora.upf.br/images/ebook/alfabetizaao_matematica_PDF.pdf. Acesso em: 24 set. 2022.

DINIZ, Jose Marcio da Silva Ramos. **A constituição de um Clube de Matemática em uma escola pública**: Algumas reflexões por meio da Teoria da Atividade. 2017. 95f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017. Disponível em: http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/2855. Acesso em: 6 set. 2023.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine**: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang, 1995.

DUVAL, Raymond. Les conditions cognitives de l’apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. **Annales de didactique et de sciences cognitives**, vol. 10, 2005. pp. 5-54.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. *In:* MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática**: Registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus Editora, 2008.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano**: Registros Semióticos e Aprendizagens Intelectuais. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Organização: Tânia M.M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, Florianópolis, v. 07, n. 2, 2012, pp. 266-297. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266/23465. Acesso em: 21 set. 2022.

DUVAL, Raymond. **Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations**. Edition Number 1. Switzerland: Springer International Publishing AG, 2017. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9.

FARIAS, Gleiciane Ferreira; SOUSA, Gabriel Linhares de; BARRETO, Marcilia Chagas. Diferentes representações na resolução de situações do campo conceitual multiplicativo. *In:* SOUSA, Ana Cláudia Gouveia de; SANTANA, Larissa Elfisia de Lima; BARRETO, Marcilia Chagas (org.). **As múltiplas linguagens da educação matemática na formação e nas práticas docentes**. Fortaleza: EdUECE, 2018. pp. 198-218. Disponível em: https://eventos.uece.br/siseventos/processaEvento/evento/downloadArquivo.jsf?nomeArquivo=387-30092021-003712.pdf&diretorio=documentos&id=387&contexto=5selem. Acesso em: 26 set. 2022.

FERNANDES, José David Campos. Introdução à semiótica. *In:* ALDRIGUE, Ana Cristina de Sousa; LEITE, Jan Edson Rodrigues (org.). **Linguagens**: usos e reflexões. 1. ed., v. 8. João Pessoa: UFPB, 2011. Disponível em: https://www.yumpu.com/pt/document/read/12924394/semiotica-jose-david-camposfernandes-cchla. Acesso em: 10 set. 2022.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. As pesquisas denominadas "estado da arte". **Educação & Sociedade**, Campinas, CEDES, ano XXIII, n. 79, pp. 257-272, ago. 2002. DOI: https://doi.org/10.1590/S0101-73302002000300013. Disponível em: https://www.scielo.br/j/es/a/vPsyhSBW4xJT48FfrdCtqfp/abstract/?lang=pt. Acesso em: 3 set. 2022.

FIDALGO, António; GRADIM, Anabela. **Manual de semiótica**. Portugal: Editora www.bocc.ubi.pt, 2005. Disponível em: http://hdl.handle.net/10400.6/714. Acesso em: 29 jan. 2024.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3ª edição - Edição revista. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de Professores).

FONTANA, Felipe. Capítulo 8 – Técnicas de pesquisa. *In:* MAZUCATO, Thiago (org.). **Metodologia da pesquisa e do trabalho científico**. Penápolis, SP: FUNEPE, 2018. Disponível em: https://faculdadefastech.com.br/fotos_upload/2022-02-16_10-06-51.pdf. Acesso em: 3 set. 2022.

FRANCHI, Anna. Considerações sobre a Teoria dos Campos Conceituais. *In:* MACHADO, Silva Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3 ed. São Paulo: EDUC, 2012. pp. 189-232.

FRIEDRICH, Janette. **Lev Vigotski: Mediação, aprendizagem e desenvolvimento**: uma leitura filosófica e epistemológica. Trad. Anna Rachel Machado; Eliane Gouvea Lousada. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2012. DOI: https://doi.org/10.1590/0103-18134478148581. Acesso em: 19 set. 2022.

GARCIA, Luciane Maia Insuela. **Os processos de visualização e representação dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico**. 2007. 174f. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2007. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/91160. Acesso em: 6 set. 2022.

GREIMAS, Algirdas Julien; COURTÉS, Joseph. **Dicionário de semiótica**. Tradução de Alceu Dias Lima, Diana Luz Pessoa de Barros, Eduardo Peñuela Cañizal, Edward Lopes, Ignacio Assis da Silva, Maria José Castagnetti Sembra e Tieko Yamaguchi Miyazaki. São Paulo: Editora Cultrix, 1979. Disponível em: https://doceru.com/doc/nc1588n. Acesso em: 29 jan. 2024.

GUIMARÃES, Mozart Edson Lopes. **Análise de discursos matemáticos a partir de conceitos bakhtinianos e registros de representações semióticas**. 2019. 80f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019. Disponível em: http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3484. Acesso em: 6 set. 2023.

HADDAD, Sérgio (coord.). **Educação de jovens e adultos no Brasil (1986-1998)**. Brasília, DF: MEC/Inep/Comped, 2002. (Série Estado do Conhecimento Nº 8). Disponível em: https://www.inesul.edu.br/site/documentos/serie_estado_conhecimento.pdf. Acesso em: 1 set. 2022.

HALLIDAY, Michael A. K.. **Some aspects of sociolinguistics. Interactions between linguistics and mathematical education symposium**. Paris: UNESCO, 1974.

GALLIGAN, Linda. Possible effects of English-Chinese language differences on the processing of mathematical text: A review. **Mathematics Education Research Journal**, v. 13, n. 2, 2001. pp. 112-132.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Editora Atlas, 2016.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor. **The Norton History of the Mathematical Sciences**. 1st Am. ed. Edition. New York: W. W. Norton & Company, 1997. [The Rainbow of Mathematics].

GHIZZI, Eluiza Bortolotto. **Introdução à semiótica filosófica de Charles Peirce**: texto de apoio didático. Campo Grande: UFMS, 2009. Disponível em: https://pt.scribd.com/document/59475133/LEITURA-COMPLEMENTAR-Semiotica-filosofica-introducao. Acesso em: 12 set. 2022.

JOLY, Martine. **Introdução à análise da imagem**. Tradução de Marina Appenzeller. São Paulo: Papirus editora, 1996. (Coleção Ofício da Arte e Forma).

KLANT, Luciana Maria; DOS SANTOS, Vanderley Severino. O uso do software IRAMUTEQ na análise de conteúdo-estudo comparativo entre os trabalhos de conclusão de curso do ProfEPT e os referenciais do programa. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 4, p. e8210413786-e8210413786, 2021. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/13786. Acesso em: 7 jul. 2024.

KLEIMAN, Ângela. **Texto e Leitor**: Aspectos cognitivos da leitura. Campinas, SP: Pontes, 2011.

KLEIN, Lígia Regina. **Alfabetização e letramento**: Considerações sobre a prática pedagógica no ensino da língua. Universidade Federal do Paraná, 2010. Disponível em: http://www.nupemarx.ufpr.br/Trabalhos/Artigos/KLEIN_Ligia_Alfabetizacao_e_letramento.pdf. Acesso em: 29 set. 2022.

KOUNIN, Jacob S.. **Discipline and Group Management in Classrooms**. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1970.

LEONTIEV, Alexis. **O desenvolvimento do psiquismo**. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.

LI, Youzheng. **Introduction to theoretical semiotics**. Beijing: China Social Science Press, 2007. Disponível em: https://ebin.pub/parallels-interactions-and-illuminations-traversing-chinese-and-western-theories-of-the-sign-1nbsped-9781442685703-9781442640481.html. Acesso em: 7 mar. 2023.

LINS, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. *In:* ANGELO, Claudia Laus *et al.* (orgs.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. pp. 11-30. Disponível em: http://sigma-t.org/permanente/2012.pdf. Acesso em: 5 set. 2023.

LOPES, Vanderlucia Paiva; CASTRO, Juscileide Braga de. Notações matemáticas: explorando leitura e escrita de gráficos e tabelas. *In:* SOUSA, Ana Cláudia Gouveia de; SANTANA, Larissa Elfisia de Lima; BARRETO, Marcilia Chagas (org.). **As múltiplas linguagens da educação matemática na formação e nas práticas docentes**. Fortaleza: EdUECE, 2018. pp. 292-318. Disponível em: https://eventos.uece.br/siseventos/processaEvento/evento/downloadArquivo.jsf?nomeArquivo=387-30092021-003712.pdf&diretorio=documentos&id=387&contexto=5selem. Acesso em: 26 set. 2022.

LUNA, Amanda Silva Alencar. **Matemática e linguagem**: um estudo sobre leitura e escrita na sala de aula. 2011. 89 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2011. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/4646. Acesso em: 25 set. 2022.

MAGALHÃES, Jane Carmem; BARROS, Luiz Gonzaga Xavier de; OTTE, Michael. Matemática versus linguagem: um estudo comparativo das noções de signos segundo Peirce e Saussure. *In:* SOCIEDAD DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA URUGUAYA (ed.). CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. **Anais eletrônicos** [...]. Montevideo: FUNES, 2013. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/18551/. Acesso em: 7 set. 2022.

MEIRA, Janeisi de Lima; SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Interface da leitura e escrita na matemática: considerações sobre alfabetização, letramento e numeramento a partir do inaf na produção textual em matemática. *In:* CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2011, Ijuí. **Anais eletrônicos** [...]. Ijuí: UNIJUÍ, 2011. Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/cc/PDF/CC48.pdf. Acesso em: 15 set. 2022.

MELO, Marisol Vieira. **Três décadas de pesquisa em Educação Matemática**: um estudo histórico a partir de teses e dissertações. 2006. 288f. Dissertação (Mestrado em Educação).

Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006. DOI: https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2006.368379. Disponível em: https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/368379. Acesso em: 1 set. 2022.

MENDES, Felismina Rosa Parreira *et al.*. Representações sociais dos estudantes de enfermagem sobre assistência hospitalar e atenção primária. **Revista Brasileira de Enfermagem**, v. 69, n. 2, pp. 343-350, 2016. Disponível em: https://www.scielo.br/j/reben/a/bg5WfVqHh39KFFnKMSw7jrH/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 7 jul. 2024.

MERRELL, Floyd. **Semiotica De Charles S. Peirce Hoje**. Ijuí: Editora Unijuí, 2001.

MIGUEL, Antonio *et al*. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, nº 27, sept./oct./nov./dec., pp. 70-93, 2004. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a05.pdf. Acesso em: 28. ago. 2022.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social**: Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MITCHELL, William John Thomas. **Picture theory**: Essays on verbal and visual representation. Chicago: University of Chicago Press, 1994.

MORAIS, Rosilda dos Santos. **O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática**: um inventário a partir de documentos dos ICMEs. 2015. 451 f. Tese (Doutorado). Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/132220. Acesso em: 7 set. 2022.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglion. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

NASCIMENTO, Michelly Lima do; NORONHA, Glaucianny Amorim. GUIA DE ORIENTAÇÃODE USO DAS OBRAS COMPLEMENTARES PARA PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: uma análise da proposta de ensino. *In:* SOUSA, Ana Cláudia Gouveia de; MAIA, Sousa, Dennys Leite; PONTES, Mércia de Oliveira. **Leituras e escritas**: tecendo saberes em educação matemática: Anais do IV seminário de escritas e leituras em Educação Matemática. Natal, RN: EDUFRN, 2016. pp. 230-240. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/21442. Acesso em: 25 set. 2022.

NICOLAU, Marcos *et al*. Comunicação e Semiótica: visão geral e introdutória à Semiótica de Peirce. **Revista eletrônica temática**, v. 6, n. 08, 2010. Disponível em: https://www.academia.edu/download/40502733/Comunicacao_e_Semiotica.pdf. Acesso em: 16 set. 2022.

NISS, Mogens. Preface. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings** […]. Copenhagen: Kailow Grafic, 2008. pp. 8-9.

NOVAK, Franciele Isabelita Lopes; BRANDT, Celia Finck. A semiótica de Peirce e Saussure, contributos e limites para a teoria das representações semióticas de Raymond Duval e a análise da forma e conteúdo em matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v.12, n.2, pp. 1-15, 2017. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2017v12n2p1. Acesso em: 6 set. 2022.

NÖTH, Winfried. **Panorama da semiótica de Platão a Peirce**. São Paulo: Annablume, 1995.

NÖTH, Winfried. **A semiótica no século XX**. São Paulo: Annablume, 1996.

NÖTH, Winfried; SANTAELLA, Lucia. **Introdução à semiótica**: passo a passo para compreender os signos e a significação. 1ª edição. São Paulo: Paulus, 2021.

PANIZZA, Mabel. Reflexões gerais sobre o ensino da matemática. *In:* PANIZZA, Mabel *et al.* **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais**: análise e propostas. Trad. Antônio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006. pp. 19-41. Disponível em: https://srvd.grupoa.com.br/uploads/imagensExtra/legado/P/PANIZZA_Mabel/Ensinar_Matematica_Educacao_Infantil_Series_Iniciais/Liberado/Cap_01.pdf?fromwebsite. Acesso em: 22 set. 2022.

PARENTE, André. Imagens que a razão ignora: a imagem de síntese e a rede como novas dimensões comunicacionais. **Galáxia, revista do Programa de Pós-Graduação em Comunicação e Semiótica**, n. 4, 2007, pp. 113-123. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/galaxia/article/download/1280/781/2777. Acesso em: 11 jul. 2024.

PARTEE, Barbara H.. **Mathematical Fundamentals in Linguistics**. Stanford, Conn.: Greylock, 1976.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica**. Tradução de José Teixeira Coelho Neto. São Paulo: Perspectiva, 2005. (Coleção Estudos / Dirigida por J. Guinsburg).

PICHETH, Fabiane Maria. **PeArte**: um ambiente colaborativo para a formação do pesquisador que atua no Ensino Superior por meio da participação em pesquisas do tipo estado da arte. 2007. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro de Teologia e Ciências Humanas, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2007. Disponível em: http://www.biblioteca.pucpr.br/tede//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=828. Acesso em: 4 set. 2022.

PILLÃO, Delma. **A pesquisa no âmbito das relações didáticas entre matemática e música**: estado da arte. 2009. 109f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-09032010-115909/pt-br.php. Acesso em: 1 set. 2022.

PINO, Angel. **As marcas do humano**: as origens da constituição cultural da criança na perspectiva de Lev S. Vygotsky. São Paulo: Cortez, 2005. DOI:

https://doi.org/10.1590/S1413-24782008000300013. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbedu/a/4j8MbTKqktqBzdnZH38CMLF/. Acesso em: 1 out. 2022.

RADFORD, Luis. Embodiment, perception and symbols in the development of early algebraic thinking. *In:* CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 35., 2011, Ankara. **Proceedings** […] Ankara, PME, 2011. pp. 17–24.

RADFORD, Luis. Semiótica y educación matemática: introducción. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa – RELIME**, v.9, n.1, pp. 7-22, 2006. Disponível em: https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2161524.pdf. Acesso em: 7 set. 2022.

RAJA, Shagufta; PUGALEE, David. Connect and Prepare: The social and linguistic semiotics of mathematics in public schools. *In:* **E-Learn: World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education**. Association for the Advancement of Computing in Education (AACE), 2016. pp. 1491-1495.

RAMOS, Maurivan Guntzel; LIMA, Valderez Marina do Rosário; ROSA, Marcelo Prado Amaral. Contribuições do software IRAMUTEQ para a Análise Textual Discursiva. *In:* **ATAS CIAIQ2018 - INVESTIGAÇÃO QUALITATIVA EM EDUCAÇÃO**, 2018, Brasil. Brasil: [s.n.], 2018. Disponível em: https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/14665/2/Contribuicoes_do_software_IRAMUTEQ_para_a_Analise_Textual_Discursiva.pdf. Acesso em: 7 jul. 2024.

REINERT, Max. Un logiciel d’analyse lexicale: ALCESTE. **Les Cahiers de l’Analyse des Données**, v. 4, pp. 471-484, 1986. Disponível em: http://www.numdam.org/item/CAD_1986__11_4_471_0/. Acesso em: 7 jul. 2024.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. **Álgebra para a formação do professor**: explorando os conceitos de equação e de função. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

RIBEIRO, Clayton Diógenes. **Estado do conhecimento da educação de jovens e adultos no Brasil**: um balanço de teses e dissertações (1999 – 2006). 2009. 457f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Católica de Santos, Santos, 2009. Disponível em: https://tede.unisantos.br/handle/tede/173. Acesso em: 2 set. 2022.

RIBEIRO, Emerson da Silva. **Estado da arte da pesquisa em Educação Matemática de Jovens e Adultos**: um estudo das Teses e Dissertações defendidas no Brasil na primeira década do século XXI. 2014. Tese de Doutorado. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM). Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Cuiabá, 2014. Disponível em: https://www.oasisbr.ibict.br/vufind/Record/BRCRIS_ab031c575d2b4457da32df67b7b00750. Acesso em: 2 set. 2022.

RICO, Luís; CASTRO, Encarnación; ROMERO Isabel. Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. *In:* BELTRÁN LLERA, Jesús A.; FERNÁNDEZ, Vicente Bermejo; SÁNCHEZ, Luz F. Pérez; SÁNCHEZ, María Dolores Prieto. BALIÑAS, David Vence, BLANCO, Rufino González. **Intervención psicopedagógica y curriculum**

escolar. Madrid: Ediciones Pirámide, 2000, pp. 153-182. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/470/1/RicoL00-39.PDF. Acesso em: 23 set. 2022.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, PUC/PR, v. 6, n. 19, pp. 37-50, set./dez. 2006. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/1891/189116275004.pdf. Acesso em: 4 set. 2022.

SALVIATI, Maria Elisabeth. **Manual do aplicativo Iramuteq (versão 0.7 Alpha 2 e R Versão 3.2.3) – Anexo – Exemplo de uma aplicação**. Planaltina: DF, 2017. Disponível em: http://www.iramuteq.org/documentation/fichiers/anexo-manual-do-aplicativo-iramuteq-par-maria-elisabeth-salviati. Acesso em: 7 jul 2024.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é semiótica**. São Paulo: Editora Brasiliense, 1983.

SANTAELLA, Lucia. **Matrizes da linguagem e pensamento**: sonora, visual, verbal. São Paulo: Iluminuras, 2001.

SANTAELLA, Lucia. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.

SANTAELLA, Lucia. **Leitura de imagens**. 1ª edição. São Paulo: Editora Melhoramentos, 2012. (Como eu ensino).

SANTOS, Robinson Nelson dos. **Semiótica e Educação Matemática**: registros de Representação aplicados à teoria das matrizes. 2011. 125f. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011. DOI: https://doi.org/10.11606/D.48.2011.tde-30082011-154851. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-30082011-154851/pt-br.php. Acesso em: 5 set. 2022.

SAUSSURE, Ferdinand de. **Curso de linguística geral**. 27. ed. São Paulo: Cultrix, 2006.

SCHUBRING, Gert. The History of ICMI: The First Phase as IMUK and CIEM. *In:* FURINGHETTI, Fulvia; GIACARDI, Livia (ed.). **The International Commission on Mathematical Instruction, 1908-2008**: People, events, and challenges in mathematics education. New York: Springer, 2022.

SFARD, Anna. **Thinking as Communicating**: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

SHAPIRO, Shawna; LEOPOLD, Lisa. A critical role for role-playing pedagogy. **TESL Canada Journal**, vol. 29, nº 2, 2012. pp. 120-120.

SHIMIZU, Yoshinori; VITHAL, Renuka. **Mathematics Curriculum Reforms Around the World**: The 24th ICMI Study. Springer International Publishing, 2023. Disponível em: https://library.oapen.org/handle/20.500.12657/63918. Acesso em: 26 out. 2023.

SILVA, Cintia Rosa da. **Os signos peirceanos e os registros de representação semiótica**: qual semiótica para a matemática e seu ensino?. 2013. 202f. Tese de Doutorado. Tese

(Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10982. Acesso em: 5 set. 2022.

SILVA, Moab Marques da. **Estado da arte de pesquisas brasileiras em educação matemática de jovens e adultos com foco em alternativas didático-metodológicas de ensino (1985-2015)**. 2022. 232f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Fundação Universidade Federal de Rondônia, Campus Ji-Paraná, 2022. Disponível em: https://ri.unir.br/jspui/handle/123456789/3594. Acesso em: 2 set. 2022.

SINCLAIR, John M.; COULTHARD, Malcolm. **Towards an Analysis of Discourse**. London: Routledge, 1975.

SOARES, Luciano Gomes. **Um estudo sobre as contribuições da calculadora no processo de ensino aprendizagem da Matemática**. 2016. 76f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016. Disponível em: http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/123456789/12404. Acesso em: 17 ago. 2023.

SOARES, Luciano Gomes. **Imagens virtuais e atividades matemáticas**: Um estudo sobre representação semiótica na página do facebook Matemática com Procópio. 2019. 174f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019. Disponível em: http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/4236. Acesso em: 7 set. 2023.

SOARES, Luciano Gomes. **Produtos técnico-tecnológicos e atividades matemáticas**: possibilidades para produção de significados em aulas de matemática. 209f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande/PB, 2022. Disponível em: http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/4166. Acesso em: 7 set. 2023.

SOARES, Luciano Gomes; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. Abordagens Semióticas em Desafios Matemáticos: Uma análise envolvendo imagens virtuais e livros didáticos digitais. *In:* SOVIERZOSKI, Hilda Helena *et al.* (org.). **Pesquisa e sala de aula**: leituras e escritas em educação matemática e ensino de ciências – VOLUME 2. Campina Grande: EDUEPB, 2023. Disponível em: https://zenodo.org/records/8122400. Acesso em: 17 set. 2023.

SOUSA, Evie dos Santos de *et al*. **Guia de Utilização do Software Alceste**: uma ferramenta de análise lexical aplicada à interpretação de discursos de atores na agricultura. Planaltina, DF: Embrapa Cerrados, 2009. Disponível em: https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/570666/1/doc275.pdf. Acesso em: 7 jul. 2024

SOUSA, Ivan Bezerra de. **Produção de significados a partir de investigações matemáticas**: Função afim e contextos cotidianos. 2018. 286f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018. Disponível em: http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3339. Acesso em: 5 set. 2023.

SOUSA, Zuleide Ferreira de. **Geometrias espacial e plana**: Uma análise dos significados revelados por meio dos registros de representações semióticas. 2016. 149f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016. Disponível em: http://tede.bc.uepb.edu.br/tede/jspui/handle/tede/2750. Acesso em: 6 set. 2023.

STEINBRING, Heinz. What Makes a Sign a Mathematical Sign? An Epistemological Perspective on Mathematical Interacion. *In:* Epistemological Perspective on Mathematical Interaction. **Educ Stud Math 61**, 2006, pp. 133–162. DOI: https://doi.org/10.1007/s10649-006-5892-z. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-006-5892-z. Acesso em: 19 set. 2022.

VERASZTO, Estéfano Vizconde *et al.*. Evaluation of concepts regarding the construction of scientific knowledge by the congenitally blind: an approach using the correspondence analysis method. **Ciênc. Educ.**, 24(4), Oct-Dec 2018, pp. 837-857. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1516-731320180040003. Acesso em: 7 jul. 2024.

VERGNAUD, Gerard. A Teoria dos Campos Conceptuais. *In:* BRUM, Jean (org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Wagner-Pommer/publication/325035542_A_Teoria_dos_Campos_Conceituais_de_Gerard_Vergnaud/links/5af27dafaca272bf4259dd17/A-Teoria-dos-Campos-Conceituais-de-Gerard-Vergnaud.pdf. Acesso em: 29 set. 2022.

VERGNAUD, Gerard. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Editora da UFPR, 2009. DOI: https://doi.org/10.1590/S1413-24782019240024. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbedu/a/QKDgGyTMykV3csCCDjBZwJS/. Acesso em: 28 set. 2022.

VERONEZ, Michele Regiane Dias. **As funções dos signos em atividades de Modelagem Matemática**. 2013. 176f. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: https://pos.uel.br/pecem/teses-dissertacoes/as-funcoes-dos-signos-em-atividades-de-modelagem-matematica/. Acesso em: 5 set. 2022.

VILELA, Rosana Brandão; RIBEIRO, Adenize; BATISTA, Nildo Alves. Nuvem de palavras como ferramenta de análise de conteúdo: uma aplicação aos desafios do ensino no mestrado profissional. **Millenium - Journal of Education, Technologies, and Health**, 2(11), pp. 29-36, 2010. Disponível em: https://revistas.rcaap.pt/millenium/article/view/17103. Acesso em: 29 jan. 2024. DOI: https://doi.org/10.29352/mill0211.03.00230.

VYGOTSKY, Lev Semionovitch. **Obras Escogidas III**: problemas del desarrollo de la psique. Madrid: Visor, 1995. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/348606831_Vygotski_L_S_Obras_escogidas_Vol_III_Problemas_del_desarrollo_de_la_psique_A_Alvarez_P_del_Rio_edicion_en_lengua_castellana. Acesso em: 1 out. 2022.

VYGOTSKY, Lev Semionovitch. **Obras Escogidas I**: problemas teóricos y metodológicos de la psicología. Madrid: Visor, 1997a. Disponível em:

https://www.academia.edu/71232119/Vygotski_L_S_Obras_escogidas_Vol_I_Problemas_te%C3%B3ricos_y_metodol%C3%B3gicos_de_la_Psicolog%C3%ADa_A_%C3%81lvarez_and_P_del_R%C3%ADo_edici%C3%B3n_en_lengua_castellana_. Acesso em: 1 out. 2022.

VYGOTSKY, Lev Semionovitch. **The Collected Works**. Vol. 4. Edição: Robert W. Rieber. New York: Plenum, 1997b. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4615-5939-9. Acesso em: 25 mai. 2023.

WANG, Mingyu. **Linguistic semiotics**. Peking: Springer Singapore, 2020. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-15-3246-7. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-981-15-3246-7. Acesso em: 7 mar. 2023.

REFERÊNCIAS DOS TEXTOS ANALISADOS (DOS ICMEs)

ABRAHAMSON, Dor. Topic Study Group – TSG 13: Bridging Theory: Activities Designed to Support the Grounding of Outcome-Based Combinatorial Analysis in Event-Based Intuitive Judgment – A Case Study. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-11. Disponível em: https://iase-web.org/documents/papers/icme11/ICME11_TSG13_01P_abrahamson.pdf?1402524927. Acesso em: 3 abr. 2023.

ABRAHAMSON, Dor. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 27: Learning and Cognition in Mathematics – Session 2. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 503-504. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 11 abr. 2023.

ABTAHI, Yasmine. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education – Structure of the Regular 90-Minute Sessions: Day 4 – Semiotic: Signs, tools, and meaning-making. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 630-631. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 11 abr. 2023.

ADLER, Jill. Awardees Lecture – Mathematics Discourse in Instruction (MDI): A Discursive Resource as Boundary Object Across Practices. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 125-141. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 11 abr. 2023.

ADLER, Jill. Plenary Session – 6: Mirror images of an emerging field: Researching mathematics teacher education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 123-139. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

ANASTASIADOU, Sofia; CHADJIPANTELIS, Theodore. Topic Study Group – TSG 13: The role of representations in the understanding of probabilities in tertiary education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-6. Disponível em: https://iase-web.org/documents/papers/icme11/ICME11_TSG13_18P_anastasiadou.pdf?1402524930. Acesso em: 3 abr. 2023.

ANTONINI, Samuele. Regular Lectury – Generating examples: an intriguing problem-solving activity. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 229-247. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/About_ICMI/Publications_about_ICMI/ICME_11/Antonini.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

ARTIGUE, Michéle. Teaching and Learning Elementary Analysis. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Selected Lectures** [...]. Servilha: S.A.E.M. 'THALES', 1998. pp. 15-29. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.2_1996_Sevilla_Lectures.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

ARTIGUE, Michéle. Plenary Session – 5: The Plenary Interview Session. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 105-122. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

ARTIGUE, Michèle; KILPATRICK, Jeremy. Plenary Session – What Do We Know? And How Do We Know It?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-25. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/ICMEs/Plenary_1_MA_JK_final_01.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

ARZARELLO, Ferdinando. Plenary Session – P 8: Mathematical landscapes and their inhabitants: Perceptions, languages, theories. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 158-181. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

ASSUDE, Teresa. Regular Lectury – The Notions and Roles of Theory in Mathematics Education Research. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 338-356. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/About_ICMI/Publications_about_ICMI/ICME_11/Assude.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

BANERJEE, Rakhi; PUIG, Luis. Topic Study Groups – Teaching and Learning of Algebra. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 425-430. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

BARTON, Bill. Working Groups for Action – WGA 9: Communication and Language in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 9., 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings** [...]. Tokyo/Makuhari: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. pp. 264-269. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF. Acesso em: 27 mar. 2023.

BARWELL, Richard; HALAI, Anjum. Topic Study Groups – Topic Study Group Nº 32: Mathematics Education in a Multilingual and Multicultural Environment. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 525-529. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 11 abr. 2023.

BAUERSFELD, Heinrich. 3. The Sections and Poster-Sessions – 3.1 The A - and B – Sections – B4. Research Related to the Mathematical Learning Process. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 3., 1976, Karlsruhe. **Proceedings** [...]. Karlsruhe: ORGANISING COMMITTEE OF THE THIRD INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 1977. pp. 231-245. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_03_1976_Karlsruhe.PDF. Acesso em: 21 mar. 2023.

BAZZINI, Luciana. Regular Lecture – Cognitive Processes in Algebraic Thinking and Implications for Teaching. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 9., 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings** [...]. Tokyo/Makuhari: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. pp. 97-99. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF. Acesso em: 27 mar. 2023.

BELL, Alan; KILPATRICK, Jeremy; LOW, Brian (coord.). Theme Groups – Theme Group 4: Theory, Research and Practice in Mathematical Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 177-186. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

BENDER, Peter. Basic Imagery and Understandings for Mathematical Concepts. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Selected Lectures** [...]. Servilha: S.A.E.M. ‘THALES’, 1998. pp. 57-74. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.2_1996_Sevilla_Lectures.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Philosophy of Mathematical Education: a phenomenological approach. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Selected Lectures** [...]. Servilha: S.A.E.M. ‘THALES’,

1998. pp. 463-485. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.2_1996_Sevilla_Lectures.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

BIKNER-AHSBAHS, Angelika *et al.*. Topic Study Group 57 – Diversity of Theories in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-7. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2357.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

BIKNER-AHSBAHS, Angelika; CLARKE, David. Topic Study Groups – Theoretical Issues in Mathematics Education: An Introduction to the Presentations. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 579-583. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

BILLS, Chris. Working Groups for Action – WGA 9: Communication and Language in Mathematics Education – The Third Session. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 9., 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings** [...]. Tokyo/ Makuhari: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. pp. 268-269. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF. Acesso em: 27 mar. 2023.

BOOTH, Lesley; HERSCOVICS, Nicholas. Theme Groups – Theme Group 4: Theory, Research and Practice in Mathematical Education – Algebra. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 177-186. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

BORASI, Raffaella; SIEGEL, Marjorie. Reading, Writing and Mathematics: Rethinking the “Basics” and Their Relationship. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Selected Lectures** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L’UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 35-48. Disponível em: https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec_Lectures.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

BOSCH, Marianna. Doing Research Within the Anthropological Theory of the Didactic: The Case of School Algebra. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 51-65. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

CARREIRA, Susana. Mathematical Problem Solving Beyond School: Digital Tools and Students' Mathematical Representations. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 93-111. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

CHORLAY, Renaud; HORNG, Wann-Sheng. Topic Study Groups – The Role of History of Mathematics in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 485-487. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

CLOSS, Michael P.. Mathematicians and Mathematical Education in Ancient Maya Society. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Selected Lectures** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 77-88. Disponível em: https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec_Lectures.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

COBB, Paul (org.). Working Groups – Working Group 4: Theories of Learning Mathematics – Subgroup 1: Sociological and anthropological perspectives on mathematics learning. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Proceedings** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 120-121. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_07.1_1992_Quebec.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

COBB, Paul. Accounting for mathematical learning in the social context of the classroom. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Selected Lectures** [...]. Servilha: S.A.E.M. 'THALES', 1998. pp. 85-99. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.2_1996_Sevilla_Lectures.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

CONROY, John. Action Groups – Action Group 1: Early Childhood Years – Discussion Group Reports – The role of language in early childhood mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 49-56. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

COOPER, Martin; OSTA, Iman; DONNOLEN, Joop Van (org.). Working Groups – Working Group 11: The Role of Geometry in General Education – Subgroup 2: Different aspects and roles of visualization in geometry. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Proceedings** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 163-164. Disponível em:

https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_07.1_1992_Quebec.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

CRAIG, Tracy; MORGAN, Candia. Topic Study Groups – Language and Communication in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 529-533. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

CUEVAS, Gilbert. Topic Area – Language and Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 261-272. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

DAMEROW, Peter *et al.* (coord.). Theme Groups: 1: Mathematics For All – Problems of cultural selectivity and unequal distribution of mathematical education and future perspectives on mathematics teaching for the majority. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 133-145. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

DAVIS, Brent; ERNEST, Paul. Thematic Afternoon – TA E: Perspectives on research in mathematics education from other disciplines. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 287-292. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

DORFLER, Willibald. Working Groups – Working Group 4: Theories of Learning Mathematics – The Plenary Session. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Proceedings** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 126-127. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_07.1_1992_Quebec.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

DREYFUS, Tommy. Imagery and Reasoning in Mathematics and Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Selected Lectures** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 107-122. Disponível em: https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec_Lectures.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

DRIJVERS, Paul. Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't). *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 135-149. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

DURAND-GUERRIER, Viviane. Regular Lectury – Semantic perspective in mathematics education. A model theoretic point of view. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-16. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Publications/ICME_proceedings/ICMI_2011/Durand-Guarrier.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

ELIA, Iliada *et al.*. Survey Team 2 – A Survey of Recent Research on Early Childhood Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-17. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Survey%20Teams/ST%20%232.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

ERNEST, Paul. Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Selected Lectures** [...]. Servilha: S.A.E.M. ‘THALES’, 1998. pp. 153-171. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.2_1996_Sevilla_Lectures.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

ERNEST, Paul. Topic Study Groups – TSG 25: Language and communication in the mathematics classroom – Subsession 3B: Associated challenges in doing and formulating mathematics – The semiotics of mathematical texts and myths. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 405-406. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

FIGUEIRAS, Lourdes; ARCAVI, Abraham. Learning to See: The Viewpoint of the Blind. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 175-185. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

FISCHER, Walther L.. Action Groups – Action Group 3: Junior Secondary School (ages 11-16) – 3. Reports from the Sessions – Session 3 – Subsession 1: Teaching Methods. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 6., 1988, Budapest. **Proceedings** [...]. Budapest: JÁNOS BOLYAI MATHEMATICAL SOCIETY, 1988. pp. 139-140. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_06_1988_Budapest.pdf. Acesso em: 24 mar. 2023.

FRENCH, Anthony P.. Chapter 13 – Research in Mathematics Education – 13.9 Relation Between Research on Mathematics Education and Research on Science Education. Problems of Common Interest and Future Cooperation – Relating the Teaching of Physics and

Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 513-515. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

FREUDENTHAL, Hans. Chapter 1 – Plenary Session Addresses – 1.2 Major Problems of Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 1-7. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

GJONE, Gunnar. Chapter 12 – The Begle Memorial Series on Research in Mathematics Education – 12.3 Some New Directions for Research in Mathematics Education – Where do we go from here? Some questions in Mathematics Education to be considered in the next four years. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 434-437. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

GNERRE, Maurizio. Chapter 16 – Language and Mathematics – 16.3 Teaching Mathematics in a Second Language – Native Language Vs. Second Language in Taching Elementary Mathematics: a Case from the Amazon. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 582-583. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

GOLDBERG, Samuel. Chapter 8 – Applications – 8.2 The Relationship Of Mathematics And The Teaching Of Mathematics With The Social Sciences – Social Science Applications in the Undergraduate Mathematics Curriculum. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 221-224. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

GÓMEZ-CHACÓN, Inés M.. Hidden Connections and Double Meanings: A Mathematical Viewpoint of Affective and Cognitive Interactions in Learning. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Invited Lectures** [...]. Berlim: Springer Nature, 2018. pp. 155-172. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-72170-5. Acesso em: 14 abr. 2023.

GOOD, Irving John. Chapter 7 – Stochastics – 7.2 Vigor, Variety and Vision - - the Vitality of Statistics and Probability – Vigor, Variety and Vision - - the Vitality of Statistics and Probability. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 186-190. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

GOODSTEIN, Harvey. Teaching Mathematics and Problem Solving to Deaf and Hard-Of-Hearing Students. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Selected Lectures** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 137-145. Disponível em: https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec_Lectures.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

GRAF, Klaus-D. (org.). Working Groups – Working Group 17: Technology in the Service of the Mathematics Curriculum. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Proceedings** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 197-201. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_07.1_1992_Quebec.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

GRIFFITHS, H. Brian. Chapter 11 – Mathematics Curriculum – 11.1 Successes and Failures of Mathematics Curricula in the Past Two Decades – Successes & Failures of Mathematics Curricula in the Past Two Decades. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 358-362. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

GROUWS, Douglas; LEDER, Gilah. Theme Groups – Theme Group 4: Theory, Research and Practice in Mathematical Education – Classroom Studies, Teaching Styles, Attitudes. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 177-186. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

GRUGEON, Brigitte; SIEMON, Dianne. Discussion Group – DG 21: Current problems and challenges in lower secondary mathematics education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-6. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/ICMEs/DG21_Report_BB.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

GUILBAUD, Georges-Théodule. 2. The Main Lectures – 2.5 Mathematics and Approximation. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 3., 1976, Karlsruhe. **Proceedings** [...]. Karlsruhe: ORGANISING COMMITTEE OF THE THIRD INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 1977. pp. 121-137. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_03_1976_Karlsruhe.PDF. Acesso em: 21 mar. 2023.

GUTIÉRREZ, José Francisco. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education – Structure of the Regular 90-Minute Sessions: Day 3 – Exploring tensions in the 'object-subject' dialectic. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 630-631. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

HALAI, Anjum; BARWELL, Richard. Topic Study Groups – Mathematics Education in a Multilingual and Multicultural Environment. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 539-544. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

HAWKINS, David. Part II – The Invited Papers – Nature, man and mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 2., 1972, Exeter. **Proceedings** [...]. Exeter: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1973. pp. 115-135. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_02_1972_Exeter.PDF. Acesso em: 20 mar. 2023.

HASEMANN, Klaus. Discussion Groups – DG 18: Current problems and challenges in primary mathematics education – Papers posted for discussion. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 504-505. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

HEALY, Lulu. Hands that See, Hands that Speak: Investigating Relationships Between Sensory Activity, Forms of Communicating and Mathematical Cognition. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 289-306. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

HERSHKOWITZ, Rina (coord.). Working Groups – Working Group 11: The Role of Geometry in General Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Proceedings** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 160-167. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_07.1_1992_Quebec.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

HEUVEL-PANHUIZEN, Marja Van den. Freudenthal's Work Continues. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 309-328. DOI:

https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

HIGGINSON, William. Chapter 1 – Plenary Session Addresses – 1.3 Threeks, Rainbrellas and Stunks – Reactions to Hermina Sinclair's Plenary Lecture. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 13-15. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

HILTON, Peter. Chapter 3 – Elementary Education – 3.2 Do We Still Need Fractions in the Elementary Curriculum?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 37-41. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

HITT, Fernando; GONZÁLEZ-MARTIN, Alejandro S.; MORASSE, Christian. Topic Study Group – TSG 20: Visualisation in the Teaching and Learning of Mathematics – Visualization and students' functional representations in the construction of mathematical concepts. An example: The concept of co-variation as a prelude to the concept of function. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/ICMEs/TSG_20_Report_BB.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

HOLLANDS, Roy. Chapter 13 – Research in Mathematics Education – 13.5 Error Analyses of Childrens' Arithmetic Performance – Error Analysis. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 478-479. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

HOWSON, Albert Geoffrey. Chapter 16 – Language and Mathematics – 16.1 Language and the Teaching of Mathematics – Language and the Teaching of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 568-573. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

HOYLES, Celia. Sub-plenary lecture – SP: Reflections and transformations: a mathematical autobiography. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 255-265. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

HUERTA, Manuel Pedro. Topic Study Group – TSG 13: On Conditional Probability Problem Solving Research – Structures and Contexts. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-11. Disponível em: https://iase-web.org/documents/papers/icme11/ICME11_TSG13_08P_huerta.pdf?1402524928. Acesso em: 3 abr. 2023.

ILIADA, Elia. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 1: Early Childhood Mathematics Education (Up to Age 7). *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 375-379. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

ILIADA, Elia; MULLIGAN, Joanne. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 1: Early Childhood Mathematics Education (Up to Age 7). *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 375-379. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

ISODA, Masami. Dialectic on the Problem Solving Approach: Illustrating Hermeneutics as the Ground Theory for Lesson Study in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 355-380. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

JABLONKA, Eva. Regular Lectury – Understanding “hidden rules”: the challenge of becoming a competent member of a mathematics classroom. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 357-372. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/About_ICMI/Publications_about_ICMI/ICME_11/Jablonka.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

JACOBSEN, Edward Carl; DAWE, Lloyd (coord.). Topic Area – Language and Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 261-272. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

JAHNKE, Hans Niels *et al.*. Thematic Afternoon – German-Speaking Traditions in Mathematics Education Research. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 305-317. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3.

Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

JANKVIST, Uffe Thomas. History, Application, and Philosophy of Mathematics in Mathematics Education: Accessing and Assessing Students' Overview and Judgment. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 383-403. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

JAWORSKI, Barbara *et al.*. Survey Teams – Mathematics Teachers Working and Learning Through Collaboration. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 261-273. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

KADUNZ, Gert; YERUSHALMY, Michal. Topic Study Groups – Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 463-466. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

KAZIMA, Mercy. Plenary Lecture 4: Mathematical Work of Teaching in Multilingual Context. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-17. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Plenary%20Lectures%20and%20Panels/PL%20Mercy%20Kazima.pdf. Acesso em: 13 abr. 2023.

KEITEL, Christine. Chapter 13 – Research in Mathematics Education – 13.10 Central Research Institutes for Mathematical Education. What can they contribute to the Development of the Discipline and the Interrelation Between Theory and Practice? – The Institut fuer Didaktik Der Mathematik Der Universitat Bielefeld. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 528-529. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

KERANTO, Tapio; LEINO, Jarkko. Action Groups – Action Group 1: Early Childhood Years – Discussion Group Reports – Potential and performance of mathematics learning in the early childhood years. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 49-56. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em:

https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

KIERAN, Carolyn; PANG, Pang. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 10: Teaching and Learning of Early Algebra. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 421-424. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

KIEREN, Tom; BEHR, Merlyn. Theme Groups – Theme Group 4: Theory, Research and Practice in Mathematical Education – Fractions – Rational Numbers. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 177-186. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

KIRSHNER, David. Action Groups – Topic Areas and International Study Groups – Topic Area 8: Language and Mathematics – Subgroup 1: Natural Language and Symbolism. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 6., 1988, Budapest. **Proceedings** [...]. Budapest: JÁNOS BOLYAI MATHEMATICAL SOCIETY, 1988. pp. 354-355. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_06_1988_Budapest.pdf. Acesso em: 24 mar. 2023.

KLINGEN, Leo H.. Chapter 7 – Stochastics – 7.1 Statistics: Probability: Computer Science: Mathematics. Many Phases of One Program? – The Algorithmic Strand in the Math Curriculum of Upper Secondary Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 179-182. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

KOICHU, Boris *et al.*. Topic Study Group 46 – Mathematical Competitions and Other Challenging Activities. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-5. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2346.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

KRAUSE, Christina M.; WILLE, Annika M.. Topic Study Group 60 – Semiotics in Mathematics Education – A semiotic lens on learning math in sign languages. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2360.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

KRYGOWSKA, Anna Zofia. Le texte mathématique dans I'enseignement. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 1., 1969, Lyon. **Proceedings** [...]. Lyon: D. REIDEL PUBLISHING COMPANY, 1969. pp. 228-238. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_01_1969_Lyon.pdf. Acesso em: 19 mar. 2023.

KRYGOWSKA, Anna Zofia; MASLOVA, C.G.. The Sections A2 – Mathematics Education at Upper Primary and Junior High School Level (Ages 10-16). *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 3., 1976, Karlsruhe. **Proceedings** [...]. Karlsruhe: ORGANISING COMMITTEE OF THE THIRD INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 1977. pp. 158-163. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_03_1976_Karlsruhe.PDF. Acesso em: 21 mar. 2023.

KUZNIAK, Alain. Understanding the Nature of the Geometric Work Through Its Development and Its Transformations. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 1-14. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

KYNIGOS, Chronis. Constructionism: Theory of Learning or Theory of Design?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 417-434. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

LABORDE, Colette. Chapter 16 – Language and Mathematics – 16.2 The Relationship Between The Development of Language in Children and the Development of Mathematical Concepts in Children – Relations entre Le Developpement Du Langage Et Celui Des Concepts Mathematiques Chez Les Enfants. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 578-580. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

LABORDE, Colette. Topic Study Groups – Teaching and Learning Geometry. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 431-436. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

LANGE, Jan de. Curriculum Change: an American-Dutch Perspective. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Selected Lectures** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 229-248. Disponível em: https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec_Lectures.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

LEEB-LUNDBERG, Kristino. Chapter 20 – Women and Mathematics – 20.2 Contributions of Women to Mathematics Education – Contributions of women to Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 671-674. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

LEUNG, Frederick K. S.. Making Sense of Mathematics Achievement in East Asia: Does Culture Really Matter?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 201-216. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

LEUNG, Frederick K. S.. Sub-plenary lecture – SP: Information and communication technology in mathematics education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 228-243. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

LIGHTHILL, James. Presidential Address. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 2., 1972, Exeter. **Proceedings** [...]. Exeter: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1973. pp. 88-100. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_02_1972_Exeter.PDF. Acesso em: 20 mar. 2023.

LOSADA, Maria Falk de. Topic Study Group 46 – Mathematical Competitions and Other Challenging Activities - What competitions can tell us about theories in mathematics education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-5. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2346.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

MAFFIA, Andrea; MARACCI, Mirko. Topic Study Group 60 – Semiotics in Mathematics Education – Interference between artifacts in semiotic chains. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2360.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

MARIOTTI, Maria Alessandra. Sub-plenary lecture – SP: Reasoning, proof and proving in mathematics education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA,

DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 182-204. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

MARTIGNON, Laura; KRAUSS, Stefan. Topic Study Group – TSG 13: Hands-on Modelling with Wason Cards and Tinker Cubes: First Steps in Logical and Bayesian Reasoning in Fourth Grade. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-7. Disponível em: https://iase-web.org/documents/papers/icme11/ICME11_TSG13_20P_martignon.pdf?1402524930. Acesso em: 3 abr. 2023.

MARTINEZ-LUACES, Victor; NOH, Sunsook. Topic Study Groups – Teaching and Learning of Calculus. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 447-451. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

MASCHIETTO, Michela. Teachers, Students and Resources in Mathematics Laboratory. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 527-544. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

MASHINDA, Kazadi Wa. Action Groups – Topic Areas and International Study Groups – Topic Area 8: Language and Mathematics – Subgroup 4: Cultural Aspects of Language in the Teaching of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 6., 1988, Budapest. **Proceedings** [...]. Budapest: JÁNOS BOLYAI MATHEMATICAL SOCIETY, 1988. pp. 356-357. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_06_1988_Budapest.pdf. Acesso em: 24 mar. 2023.

MAYER, Richard E.. Chapter 12 – The Begle Memorial Series on Research in Mathematics Education – 12.3 Some New Directions for Research in Mathematics Education – Recent Research in Memory and Cognition. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 424-428. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

MISFELDT, Morten. Topic Study Groups – TSG 25: Language and communication in the mathematics classroom – Session 1: Plenary presentation 2. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 402-403. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

MIWA, Tatsuro. Regular Lecture – Crucial Issues in Teaching of Symbolic Expression. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 9., 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings** [...]. Tokyo/Makuhari: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. pp. 174-176. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF. Acesso em: 27 mar. 2023.

MORGAN, Candia. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education – Structure of the Regular 90-Minute Sessions: Day 2 – Use of social semiotics to explore institutional assumptions. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 628-629. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

MOSCHKOVICH, Judit; WAGNER, David. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 31: Language and Communication in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 521-524. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

NAVARRA, Giancarlo; VISTO-YU, Catherine P.. Discussion Groups – DG 18: Current problems and challenges in primary mathematics education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 504-508. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

NEMIROVSKY, Ricardo; KRAUSE, Christina. Topic Study Group 60 – Semiotics in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2360.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

NESHER, Pearla. School Stereotype Word Problems and the Open Nature of Applications. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Selected Lectures** [...]. Servilha: S.A.E.M. 'THALES', 1998. pp. 335-342. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.2_1996_Sevilla_Lectures.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

NESHER, Pearla (coord.). Working Groups – Working Group 4: Theories of Learning Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Proceedings** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 120-127. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_07.1_1992_Quebec.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

NGANSOP, Judith Njomgang. Relevance of Learning Logical Analysis of Mathematical Statements. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Invited Lectures** [...]. Berlim: Springer Nature, 2018. pp. 441-460. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-72170-5. Acesso em: 14 abr. 2023.

NILSSON, Per; LI, Jun. Topic Study Groups – Teaching and Learning of Probability. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 437-442. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

NIMIER, Jacques. Chapter 5 – The Profession of Teaching – 5.14 What is a Professional Teacher of Mathematics – What is a Professional Teacher of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 147-149. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

NINOMIYA, Hiro. Topic Study Groups – TSG 25: Language and communication in the mathematics classroom – Subsession 1A: Semiotic aspects of mathematics learning. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 403-404. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

NISS, Mogens. Preface. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings** […]. Copenhagen: Kailow Grafic, 2008. pp. 8-9.

NORÉN, Eva; ESSIEN, Anthony. Topic Study Group 47 – Mathematics Education in a Multilingual Enviroment. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2347.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

NUNES, Terezinha. Plenary Lecture – How Mathematics Teaching Develops Pupils' Reasoning Systems. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 9., 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings** [...]. Tokyo/Makuhari: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. pp. 58-72. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9. Disponível em:

https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF. Acesso em: 27 mar. 2023.

NUNES, Terezinha. Lecture of Awardee 3 – From Thinking in Action to Mathematical Models — A View from Developmental Psychology. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-20. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Awardees/LA3%20Terezinha%20Nunes.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

OLKUN, Sinan; SWOBODA, Ewa. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 12: Teaching and Learning of Geometry (Primary Level). *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 429-433. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

OSTA, Iman; SILFVERBERG, Harry. Topic Study Groups – TSG 10: Research and development in the teaching and learning of geometry. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 331-336. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

OTTE, Michael. Intuition and Logic in Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Selected Lectures** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 271-284. Disponível em: https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec_Lectures.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

OTTE, Michael. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education – Structure of the Regular 90-Minute Sessions: Day 2 – Semiotics, epistemology, and mathematical generalization. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 628-629. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

PARK, Sungsun. Topic Study Groups – Language and Communication in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 529-533. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

PARZYSZ, Parzysz; PENKOV, Vladimir V.. Action Groups – Topic Areas and International Study Groups – Topic Area 8: Language and Mathematics – Subgroup 1: Natural Language and Symbolism. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 6., 1988, Budapest. **Proceedings** [...]. Budapest: JÁNOS BOLYAI MATHEMATICAL SOCIETY, 1988. pp. 354-355. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_06_1988_Budapest.pdf. Acesso em: 24 mar. 2023.

PELLEREY, Michele. Chapter 16 – Language and Mathematics – 16.2 The Relationship Between the Development of Language in Children and the Development of Mathematical Concepts in Children – Analysis of Reciprocal Relationships Between Linguistic Development and Mathematics Teaching: A Phychological and Socio-Cultural Point of View. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 576-578. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

PERRY, Bob (coord.). Action Groups – Action Group 1: Early Childhood Years. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 5., 1984, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: BIRKHAUSER, 1986. pp. 49-56. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF. Acesso em: 23 mar. 2023.

PHILP, Hugh. Mathematical education in developing countries – some problems of teaching and learning. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 2., 1972, Exeter. **Proceedings** [...]. Exeter: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1973. pp. 154-179. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_02_1972_Exeter.PDF. Acesso em: 20 mar. 2023.

PIRIE, Susan. Working Group 1: Communication in the Classroom. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Proceedings** [...]. Servilha: S.A.E.M. ‘THALES’, 1998. p. 111. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.1_1996_Sevilla.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

POLLAK, Henry O.. How Can We Teach Applications Of Mathematics?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 1., 1969, Lyon. **Proceedings** [...]. Lyon: D. REIDEL PUBLISHING COMPANY, 1969. pp. 261-272. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_01_1969_Lyon.pdf. Acesso em: 19 mar. 2023.

PREDIGER, Susanne; TROUCHE, Luc. Discussion Group 13: Challenges and possibilities posed by different theoretical approaches in mathematics education research. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-4. Disponível em:

https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/ICMEs/DG13_Report_BB.pdf. Acesso em: 13 abr. 2023.

PRESMEG, Norman. Action Groups – Topic Areas and International Study Groups – Topic Area 8: Language and Mathematics – Subgroup 2: Cognitive Aspects of Language in the Learning of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 6., 1988, Budapest. **Proceedings** [...]. Budapest: JÁNOS BOLYAI MATHEMATICAL SOCIETY, 1988. pp. 354-355. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_06_1988_Budapest.pdf. Acesso em: 24 mar. 2023.

PRESMEG, Norma. Topic Study Group – TSG 20: Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics – An overarching theory for research in visualization in mathematics education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/ICMEs/TSG_20_Report_BB.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

PRESMEG, Norma. Working Groups for Action – WGA 9: Communication and Language in Mathematics Education – The Second Session. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 9., 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings** [...]. Tokyo/Makuhari: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. pp. 265-268. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF. Acesso em: 27 mar. 2023.

PRESMEG, Norma. Topic Study Groups – TSG 25: Language and communication in the mathematics classroom - Session 1: Plenary presentation 3 - Use of Personal Metaphors in the Learning of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 402-403. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

PRESMEG, Norma; ARCAVI, Abraham. Topic Study Group – TSG 20: Visualisation in the Teaching and Learning of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 1-4. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/ICMEs/TSG_20_Report_BB.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

PRESMEG, Norma; RADFORD, Luis. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 627-631. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

PRESMEG, Norma; SCHMIDT, Siegbert. Topic Study Groups – TSG 25: Language and communication in the mathematics classroom. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 402-406. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

QUADLING, Douglas. Topics Areas 5: Comparative Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 6., 1988, Budapest. **Proceedings** [...]. Budapest: JÁNOS BOLYAI MATHEMATICAL SOCIETY, 1988. pp. 342-345. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_06_1988_Budapest.pdf. Acesso em: 24 mar. 2023.

QUESADA, Jose Francisco (coord.). Working Groups – Working Group 10: Mathematics and Languages. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Proceedings** [...]. Servilha: S.A.E.M. 'THALES', 1998. pp. 139-144. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.1_1996_Sevilla.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

RADFORD, Luis. Awardees Lectures – Early Algebraic Thinking: Epistemological, Semiotic, and Developmental Issues. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 209-227. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

RADFORD, Luis. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education – Structure of the Regular 90-Minute Sessions: Day 1 – The ethic of semiosis and the classroom constitution of mathematical objects. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 628-629. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

REISMAN, Fredricka K.. Chapter 13 – Research in Mathematics Education – 13.5 Error Analyses of Childrens' Arithmetic Performance – Analysis of Children's Errors: A Function of Our Errors as Mathematics Educators?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 479-482. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

ROSA, Milton; SHIRLEY, Lawrence. Topic Study Groups – Topic Study Group Nº 35: Role of Ethnomathematics in Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 543-548. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

ROTH, Wolff-Michael. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education – Structure of the Regular 90-Minute Sessions: Day 2 – Birth of signs: From triangular semiotics to communicative fields. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 628-629. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

ROUMANET, André. Une classe de mathématique: motivations et méthodes. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 1., 1969, Lyon. **Proceedings** [...]. Lyon: D. REIDEL PUBLISHING COMPANY, 1969. pp. 80-99. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_01_1969_Lyon.pdf. Acesso em: 19 mar. 2023.

SABENA, Cristina. Exploring the Contribution of Gestures to Mathematical Argumentation Processes from a Semiotic Perspective. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Invited Lectures** [...]. Berlim: Springer Nature, 2018. pp. 541-557. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-72170-5. Acesso em: 14 abr. 2023.

SABENA, Cristina; SCHÄFER, Marc. Topic Study Group 23 – Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-5. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2323.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

SÁENZ-LUDLOW, Adalira. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education – Structure of the Regular 90-Minute Sessions: Day 1 – Geometry examples of diagrammatic reasoning. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 628-629. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

SAINT-AUBIN, Yvan. The Challenges of Preparing a Mathematical Lecture for the Public. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 677-693.

DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

SALINAS-HERNÁNDEZ, Ulises; MORENO-ARMELLA, Luis; MIRANDA, Isaias. Topic Study Group 57 – Diversity of Theories in Mathematics Education – Configuration of the theoretical-methodological construct «the teaching model» by affinity between theories. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2357.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

SANABRIA, Gloria Inés. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education – Oral Communications Associated with TSG 54 – Translations between semiotic systems. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 630-631. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

SANTOS-TRIGO, Manuel; GOOYA, Zahra. Topic Study Groups – Mathematical Problem Solving. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 459-462. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

SCHOLZ, Roland W.. Chapter 13 – Research in Mathematics Education – 13.4 Alternative Methodologies for Research in Mathematics Education – Methodolological Problems of Object-Adequate Modelling and Conceptualization of Teaching, Learning, and Thinking Processes Related to Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 468-469. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

SCHMIDT, Siegbert. Semantic Structures of Word Problems – Mediators Between Mathematical Structures and Cognitive Structures?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Selected Lectures** [...]. Servilha: S.A.E.M. 'THALES', 1998. pp. 381-395. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.2_1996_Sevilla_Lectures.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

SCHREIBER, Christoph. Topic Study Groups – Teaching and Learning of Probability – Semiotic Analysis of Collective Chat-Based Problem-Solving Processes. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 465-466. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em:

https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

SCHREIBER, Christof. Topic Study Groups – TSG 25: Language and communication in the mathematics classroom – Subsession 1B: Mathematics learning in an interactionist perspective. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 403-404. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

SCHUBRING, Gert. Regular Lectury – Conceptions for Relating the Evolution of Mathematical concepts to Mathematics Learning - Epistemology, History, and Semiotics Interacting. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 129-155. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/About_ICMI/Publications_about_ICMI/ICME_11/Schubring.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

SCHÜTTE, Marcus *et al.*. Topic Study Group 39 – Language and Communication in Mathematics Classroom. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-7. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%2339.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

SCHWEIGER, Fritz. Mathematics is a Language. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Selected Lectures** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 297-309. Disponível em: https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec_Lectures.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

SCHWEIGER, Fritz . Working Groups for Action – WGA 9: Communication and Language in Mathematics Education – The Second Session. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 9., 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings** [...]. Tokyo/Makuhari: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. pp. 265-268. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF. Acesso em: 27 mar. 2023.

SCOTT, Patrick (org.). Working Groups – Working Group 10: Multicultural and Multilingual Classrooms. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Proceedings** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 154-159. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_07.1_1992_Quebec.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

SIERPINSKA, Anna. Plenary Lecture – Whither Mathematics Education?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha.

Proceedings [...]. Servilha: S.A.E.M. ‘THALES’, 1998. pp. 21-44. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.1_1996_Sevilla.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

SINCLAIR, Hermina. Chapter 1 – Plenary Session Addresses – 1.3 Young Children's Acquisition of Language and Understanding of Mathematics. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 7-13. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

SINCLAIR, Nathalie *et al.*. Survey Teams – Geometry Education, Including the Use of New Technologies: A Survey of Recent Research. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 277-285. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

SINCLAIR, Nathalie *et al.*. Topic Study Group 8 – Teaching and Learning of Geometry at Primary Level. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 14., 2021, Xangai. **Proceedings** [...]. Xangai: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2023. pp. 1-4. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%2014/Proceedings/Topic%20Study%20Groups/TSG%20%238.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

SKOWRONEK, Helmut. 3. The Sections and Poster-Sessions – 3.1 The A - and B – Sections – B4. Research Related to the Mathematical Learning Process. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 3., 1976, Karlsruhe. **Proceedings** [...]. Karlsruhe: ORGANISING COMMITTEE OF THE THIRD INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 1977. pp. 231-245. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_03_1976_Karlsruhe.PDF. Acesso em: 21 mar. 2023.

SOTO, Claudia Acuña; OSORIO, Victor Larios. Topic Study Group – TSG 20: Visualisation in the Teaching and Learning of Mathematics – Prototypes and learning of geometry: A reflection on its pertinence and its causes. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings** [...]. Monterrey: INTERNATIONAL MATHEMATICS UNION, 2008. pp. 3-4. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/ICMEs/TSG_20_Report_BB.pdf. Acesso em: 3 abr. 2023.

STANJA, Judith; PRODROMOU, Theodosia. Topic Study Groups – Teaching and Learning of Probability – Session 2: Research on Students’ Thinking and Reasoning. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 439-440. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

STEFFE, Leslie P. (coord.). Action Groups – Action Group 1: Early Childhood Years (ages 4-8). *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 6., 1988, Budapest. **Proceedings** [...]. Budapest: JÁNOS BOLYAI MATHEMATICAL SOCIETY, 1988. pp. 101-115. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_06_1988_Budapest.pdf. Acesso em: 24 mar. 2023.

STEINBRING, Heinz (org.). Working Groups – Working Group 7: Language and Communication in the Mathematics Classroom. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Quebec. **Proceedings** [...]. Quebec: LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ LAVAL, 1994. pp. 139-145. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_07.1_1992_Quebec.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

STEINBRING, Heinz. Working Groups for Action – WGA 9: Communication and Language in Mathematics Education – The First Session. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 9., 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings** [...]. Tokyo/Makuhari: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. pp. 264-265. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF. Acesso em: 27 mar. 2023.

STEINER, Gerhard. Chapter 13 – Research in Mathematics Education – 13.8 The Child's Concept of Number – Number Learning as Constructing Coherent Networks by using Piaget-Derived Operative Principles. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 508-511. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

STRØMSKAG, Heidi. Topic Study Groups – Topic Study Group No. 11: Teaching and Learning of Algebra – Evolution of the milieu for a particular piece of mathematical knowledge. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Proceedings** [...]. Berlim: Springer Nature, 2017. pp. 428-429. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

SWOBODA, Ewa. Discussion Groups – DG 18: Current problems and challenges in primary mathematics education – Papers posted for discussion. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 504-505. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

THOM, René. Modem mathematics: does it exist?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 2., 1972, Exeter. **Proceedings** [...]. Exeter: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1973. pp. 194-209. Disponível em:

https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_02_1972_Exeter.PDF. Acesso em: 20 mar. 2023.

TRIGUEROS, María *et al.*. Topic Study Groups – Theoretical Issues in Mathematics Education: An Introduction to the Presentations. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Proceedings** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 581-582. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf. Acesso em: 1 abr. 2023.

VANDEBROUCK, Fabrice. Activity Theory in French Didactic Research. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Invited Lectures** [...]. Berlim: Springer Nature, 2018. pp. 679-696. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-72170-5. Acesso em: 14 abr. 2023.

VERGNAUD, Gérard. Plenary Address: Theoretical Frameworks and Empirical Facts in the Psychology of Mathematics Education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 6., 1988, Budapest. **Proceedings** [...]. Budapest: JÁNOS BOLYAI MATHEMATICAL SOCIETY, 1988. pp. 29-47. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_06_1988_Budapest.pdf. Acesso em: 24 mar. 2023.

VERGNAUD, Gérard. Plenary Session – 5: The Plenary Interview Session. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings** [...]. Dinamarca: IMFUFA, DEPARTMENT OF SCIENCE, SYSTEMS AND MODELS, 2008. pp. 105-122. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

VILE, Adam. Working Groups – Working Group 10: Mathematics and Languages – 3. Program, Structure and Contents. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 8., 1996, Servilha. **Proceedings** [...]. Servilha: S.A.E.M. ‘THALES’, 1998. pp. 141-142. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.1_1996_Sevilla.pdf. Acesso em: 26 mar. 2023.

WEBB, Lyn. Conflicting Perspectives of Power, Identity, Access and Language Choice in Multilingual Teachers’ Voices. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 843-856. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

WHITNEY, Hassler. Part III – A Selection of Congress Papers – Are we off the track in teaching mathematical concepts?. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 2., 1972, Exeter. **Proceedings** [...]. Exeter: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1973. pp. 283-296. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_02_1972_Exeter.PDF. Acesso em: 20 mar. 2023.

WINSLOW, Carl. Working Groups for Action – WGA 9: Communication and Language in Mathematics Education - The Second Session. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 9., 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings** [...]. Tokyo/Makuhari: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. pp. 265-266. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF. Acesso em: 27 mar. 2023.

YOON, Caroline. Mapping Mathematical Leaps of Insight. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Selected Regular Lectures** [...]. Reino Unido: Springer Cham, 2015. pp. 915-932. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6. Acesso em: 1 abr. 2023.

YOUNG, Althea. Chapter 16 – Language and Mathematics – 16.3 Teaching Mathematics in a Second Language – Teaching Mathematics in a Second Language, with special reference to Jamaica. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. pp. 583-586. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

ZAZKIS, Rina. Dialogues on Numbers: Script-Writing as Approximation of Practice. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburgo. **Invited Lectures** [...]. Berlim: Springer Nature, 2018. pp. 749-765. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-72170-5. Acesso em: 14 abr. 2023.

ZWENG, Marilyn *et al.* (ed.). Acknowledgments. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. **Proceedings** [...]. Berkeley: BIRKHAUSER, 1983. p.v. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf. Acesso em: 22 mar. 2023.

APÊNDICE A – SÍNTESE DOS TRABALHOS CATALOGADOS NOS *PROCEEDINGS*, *SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* DOS ICMES (SIGNOS SEMIÓTICOS)

Quadro 3 – Síntese dos trabalhos catalogados nos *Proceedings*, *Selected Lectures* e *Invited Lectures* dos ICMEs (signos semióticos)

Autor(es)	País(es) do(s) Autor(es)	Título	Edição (Ano)	Documento (Seção)	Resumo
André Roumanet	Paris	*Une classe de mathématique: motivations et méthodes*	ICME 1 (1969)	*Proceedings* (Palestra)	O estudo de Roumanet (1969) sugere atividades para ensinar sistemas numéricos em sala de aula. Ele descreve como alunos criaram e avaliaram seus próprios sistemas de contagem e numeração, explorando adição, multiplicação e outras operações. Roumanet observa o aumento de confiança e interesse dos alunos.
Anna Zofia Krygowska	Polônia	*Le texte mathématique dans I'enseignement*	ICME 1 (1969)	*Proceedings* (Palestra)	Krygowska (1969) enfatiza a importância de ensinar leitura e interpretação de textos matemáticos, considerando tanto a compreensão linguística quanto a matemática. Ela destaca que essa habilidade é essencial para a atividade criativa e que alunos enfrentam dificuldades, necessitando orientação adequada dos professores.
David Hawkins	Estados Unidos	*Nature, man and mathematics*	ICME 2 (1973)	*Proceedings* (Palestra)	Hawkins (1973) discute a natureza da matemática e seu ensino, introduzindo o *Principle of the Extended Domain* para ampliar a aprendizagem. Ele usa exemplos históricos e filosóficos para ilustrar como a matemática pode ser generalizada e conectada a diferentes contextos, promovendo uma compreensão profunda e integrada.
Hassler Whitney	Estados Unidos	*Are we off the track in teaching mathematical concepts?*	ICME 2 (1973)	*Proceedings* (Palestra)	Whitney (1973) argumenta que, com a nova matemática, a compreensão de métodos matemáticos tornou-se essencial. Ela enfatiza a importância de ensinar crianças a explorar processos matemáticos, não apenas a memorizar fatos. Exemplos práticos ajudam a desenvolver habilidades abstratas e operacionais em matemática.
Georges-Théodule Guilbaud	França	*Mathematics and Approximation*	ICME 3 (1977)	*Proceedings* (Palestra)	Guilbaud (1977) abordou a necessidade de relacionar símbolos matemáticos com situações da mente humana. Ele destacou a importância de identificar linguagens matemáticas articulando o exato e o aproximado, para evitar confusões conceituais, especialmente no ensino e na comunicação matemática.
Heinrich Bauersfeld; Helmut Skowronek	Alemanha / Alemanha	*Research Related to the Mathematical Learning Process*	ICME 3 (1977)	*Proceedings* (Sessão de estudo B4)	Bauersfeld (1977) revisou mais de 3 mil pesquisas, destacando a necessidade de educadores matemáticos desenvolverem abordagens próprias, não restritas a métodos rigorosos. Skowronek (1977) enfatizou a importância de adaptar pesquisas para a prática escolar,

					promovendo uma "utopia realista" onde professores atuam como pesquisadores em sala de aula.
Hermina Sinclair	Suiça	*Young Children's Acquisition of Language and Understanding of Mathematics*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 1.3, Capítulo 1)	Hermina Sinclair (1983) discute a relação entre alfabetização e aritmética nos anos iniciais, destacando a independência das tarefas e a falta de atenção aos sistemas subjacentes. Ela argumenta que, embora compartilhem características, essas disciplinas possuem diferenças significativas que influenciam a aprendizagem das crianças.
William Higginson	Canadá	*Reactions to Hermina Sinclair's Plenary Lecture*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 1.3, Capítulo 1)	William Higginson (1983) comenta a apresentação de Hermina Sinclair sobre a relação entre matemática e linguagem, destacando a importância da linguagem na matemática. Ele observa mudanças na percepção dos educadores matemáticos e ressalta a necessidade de focar no processo pedagógico, não apenas no produto.
Peter Hilton	Reino Unido	*Do We Still Need Fractions in the Elementary Curriculum?*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 3.2, Capítulo 3)	Peter Hilton (1983) questiona o ensino tradicional de frações, usando maçãs para ilustrar a relação entre signos e quantidades: 3/8 de maçãs vermelhas indica 3 de 8 maçãs são vermelhas.
Leo H. Klingen	Estados Unidos	*The Algorithmic Strand in the Math Curriculum of Upper Secondary Education*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 7.1, Capítulo 7)	Leo H. Klingen (1983) discute a importância dos algoritmos no currículo de matemática, e o papel dos hardwares, softwares e sistemas computacionais. Ele descreve como signos, como "x," são usados para resolver problemas matemáticos com a ajuda do computador.
Irving John Good	Estados Unidos	*Vigor, Variety and Vision - - the Vitality of Statistics and Probability*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 7.2, Capítulo 7)	Irving John Good (1983) discute formas de ensinar probabilidade e estatística para aumentar o pensamento estatístico e modificar comportamentos. Cita Peirce para mostrar como conceitos técnicos semióticos podem ajudar no estudo de evidências e indução lógica em estatística.
H. Brian Griffiths	Inglaterra	*Successes & Failures of Mathematics Curricula in the Past Two Decades*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 11.1, Capítulo 11)	H. Brian Griffiths (1983) questiona como avaliar a educação matemática, destacando a complexidade do currículo e seu impacto em professores e alunos. Ele utiliza a teoria dos signos para exemplificar a dificuldade dos alunos em aprender matemática devido à necessidade de traduzir entre diferentes linguagens matemáticas, e ressalta habilidades adicionais como visuais, leitura de mapas e observação de padrões numéricos.
Roy Hollands	Escócia	*Error Analyses of Childrens' Arithmetic Performance*	ICME 4 (1983)	*Proceedings*	Roy Hollands (1983) diagnosticou mais de 5 mil alunos do ensino médio sobre números inteiros, frações, números decimais e resolução de problemas. Os resultados mostraram erros frequentes em subtração

				(Tópico 13.5, Capítulo 13)	e interpretação de sinais. Ele também observou que os alunos confundiam figuras com representações matemáticas.
Fredricka K. Reisman	Estados Unidos	*Analysis of Children's Errors: A Function of Our Errors as Mathematics Educators?*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 13.5, Capítulo 13)	Fredricka K. Reisman (1983) analisou erros das crianças no ensino de matemática, enfatizando a necessidade de os professores considerarem representações matemáticas, conceitos e influências de aprendizagem. Ela destacou a importância da semiótica para que os alunos representem novas ideias e associem símbolos matemáticos a suas abstrações.
Albert Geoffrey Howson	Inglaterra	*Language and the Teaching of Mathematics*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 16.1, Capítulo 16)	Albert Geoffrey Howson (1983) destacou a importância do simbolismo na aprendizagem da matemática, diferenciando a linguagem matemática da comum. Ele enfatizou que símbolos matemáticos criam seus próprios significados e discutiu a progressão simbólica na educação. Howson defendeu a necessidade de estudos sobre a eficácia do simbolismo pedagógico e suas implicações no ensino matemático.
Michele Pellerey	Itália	*Analysis of Reciprocal Relationships Between Linguistic Development and Mathematics Teaching: A Phychological and Socio-Cultural Point of View*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 16.2, Capítulo 16)	Michele Pellerey (1983) discutiu a influência da língua materna e da competência linguística na aprendizagem matemática, destacando a importância do simbolismo e das representações linguísticas. Ela enfatizou a evolução das formas linguísticas na matemática e a necessidade de múltiplas representações para promover uma aprendizagem significativa.
Maurizio Gnerre	Brasil	*Native Language Vs. Second Language in Taching Elementary Mathematics: a Case from the Amazon*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 16.3, Capítulo 16)	No tópico 16.3, Gnerre avalia a oposição entre língua nativa e segunda linguagem no ensino de matemática. Ele discute dificuldades na expressão de conceitos matemáticos pela língua nativa devido às diferenças entre sintaxe nativa e sintaxe da simbolização matemática.
Tapio Keranto; Jarkko Leino	Finlândia/ Finlândia	*Potential and performance of mathematics learning in the early childhood years*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Action Group* 1, no *Discussion Group Reports*)	Tapio Keranto e Jarkko Leino questionam o que as crianças aprendem em matemática antes da escola formal e quando é possível trabalhar com linguagens verbais, matemática mental e simbolismo escrito, no contexto de seu estudo sobre potencial e desempenho no aprendizado de matemática na infância.

John Conroy	Austrália	*The role of language in early childhood mathematics*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Action Group* 1, no *Discussion Group Reports*)	John Conroy destacou que símbolos matemáticos devem emergir das necessidades das crianças e serem introduzidos com linguagem oral e escrita. Discussões coordenadas por Bob Perry, coordenador do Grupo, sugerem que a integração da matemática e da linguagem é essencial na formação de professores, necessitando colaboração entre educadores e linguistas.
Alan Bell; Jeremy Kilpatrick; Brian Low	Reino Unido/ Estados Unidos/ Austrália	*Theory, Research and Practice in Mathematical Education*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Theme Group* 4)	Alan Bell, Jeremy Kilpatrick e Brian Low focaram em como a pesquisa matemática interage com as práticas dos professores. No TG 4, foram definidos nove tópicos para discussão entre 300 participantes, divididos em grupos de 15 a 20 pessoas.
Tom Kieren; Merlyn Behr	Canadá/ Estados Unidos	*Fractions – Rational Numbers*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Theme Group* 4)	Tom Kieren e Merlyn Behr observaram que, embora o algoritmo de multiplicação com frações seja fácil de aprender, pode prejudicar o aprendizado do algoritmo de adição. Eles sugerem que ensinar adição primeiro pode melhorar o desempenho. Destacam a importância de relacionar a instrução com a compreensão das ideias de números racionais e a atenção ao uso de símbolos e seus significados, considerando estruturas de conhecimento natural e formal.
Lesley Booth; Nicholas Herscovics	Reino Unido/ Canadá	*Algebra*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (Tópico Álgebra)	Lesley Booth e Nicholas Herscovics relataram que crianças frequentemente têm dificuldades para relacionar problemas matemáticos com conceitos e símbolos algébricos. Notaram que algumas não entendem o raciocínio algébrico ou o propósito do estudo da álgebra, embora consigam interpretar letras e símbolos como "xy" ou "4x".
Douglas Grouws; Gilah Leder	Estados Unidos/ Austrália	*Classroom Studies, Teaching Styles, Attitudes*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Topic Studies*)	Douglas Grouws e Gilah Leder afirmaram que o progresso matemático das crianças está vinculado ao uso da linguagem matemática, exceto em atividades "mecânicas". Eles destacaram que discussões focaram em estudos de sala de aula, buscando maneiras eficazes de desenvolver a linguagem matemática, como jogos e atividades cotidianas.
Gérard Vergnaud	França	*Theoretical Frameworks and Empirical Facts in the Psychology of Mathematics Education*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (Palestra)	Vergnaud (1988) discutiu como os alunos aprendem matemática e como os professores podem aprimorar seu ensino com base nisso. Analisou o papel dos símbolos e da linguagem na formação de conceitos e na solução de problemas matemáticos, enfatizando que símbolos são essenciais para identificar e expressar propriedades e relações matemáticas. Ele destacou que os símbolos podem facilitar a

					compreensão, mas também podem criar desafios de leitura e interpretação. Vergnaud associou a importância dos símbolos e da linguagem na matemática às ideias de Vygotsky sobre a relação entre linguagem e pensamento.
Leslie P. Steffe	Itália	*Early Childhood Years (ages 4-8)*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (*Action Group* 1 (AG 1))	Steffe (1988) relatou que o AG 1 visou identificar questões e oportunidades do construtivismo na educação matemática infantil e recomendar novos estudos. Segundo Steffe, os signos podem ser transmitidos, mas os significados podem não ser totalmente compreendidos como pretendido. No construtivismo, significados são estruturas conceituais que interpretam e organizam a experiência, podendo ser modificadas por futuras experiências.
Walther L. Fischer	Alemanha	*SubSession 1: Teaching Methods*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (AG1, *Session* 3)	Walther L. Fischer destacou que os termos "método" e "método de ensino" são frequentemente usados de forma vaga. Ele propôs usar a caracterização do nível escolar como "transitório" e o triângulo semiótico de Peirce como diretrizes para discutir métodos de ensino.
Pamela Matthews	Estados Unidos	*Natural Language and Symbolism*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (AG1, *Subgroup* 1)	Pamela Matthews apresentou uma pesquisa sobre álgebra elementar simbólica, comparando-a com uma linguagem natural. Ela explicou os erros de linearidade na distributividade como experimentações inconscientes dos aprendizes, que buscam descobrir o contexto ideal para distribuir.
Colette Laborde	França	*Language and Mathematics*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (*Topic Areas and International Study Groups* 8)	Colette Laborde afirmou que a relação entre linguagem e matemática é uma preocupação global. Ela destacou que os temas dos subgrupos consideraram as diferenças culturais e sociais nos contextos de ensino e buscaram identificar regularidades nos processos de linguagem envolvidos no ensino e aprendizagem da matemática, especialmente em álgebra.
Pimm	Reino Unido	*Natural Language and Symbolism*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (AG1, *Subgroup* 1)	Pimm apresentou um estudo de caso de seções cônicas para explorar certos processos matemáticos de extensão e mudança de conceitos tanto em termos dos conceitos clássicos éticos como semióticos de metáfora e metonímia.
Pearla Nesher	Israel	*Theories of Learning Mathematics*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 4)	Nesher (1994) coordenou um grupo de trabalho com mais de 200 participantes. Na primeira sessão, o Subgroup 1, liderado por Paul Cobb, focou na importância de adotar uma perspectiva interacionista simbólica nas interações sociais durante o ensino da matemática.

Paul Cobb	Estados Unidos	*Sociological and anthropological perspectives on mathematics learning*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 4, *Subgroup* 1)	Cobb (1994) examinou como os processos sociais e culturais interagem com a cognição matemática e notou que diferentes perspectivas teóricas usam termos similares de maneiras diversas, como atividade e significado. Ele também observou divergências na caracterização da linguagem matemática.
Willibald Dorfler	Áustria	*The Plenary Session*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 4, *Plenary*)	Willibald Dorfler (1994) questionou a utilidade de termos teóricos como objetos mentais e representações na explicação do pensamento matemático, argumentando contra a validade ecológica dessa abordagem. Ele sugeriu que a educação matemática deve ser vista como um processo de socialização, focando em crenças e atitudes, com ênfase em projeção metafórica e esquemas de imagem.
Rina Hershkowitz	Israel	*The Role of Geometry in General Education*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 11)	No WG 11, Rina Hershkowitz discutiu o ensino de geometria, destacando sua importância e problemas enfrentados. Hershkowitz observou que mudanças sociais e tecnológicas, especialmente o avanço dos microcomputadores, impactaram o desenvolvimento curricular e a apresentação visual de conceitos, mas notou uma carência na busca visual de padrões no ensino fundamental.
Martin Cooper; Iman Osta; Joop van Donnolen	Austrália/ Líbano/ Países Baixos	*Different aspects and roles of visualization in geometry*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 11, *Subgroup* 2)	No Subgroup 2, sobre visualização em geometria, Martin Cooper, Iman Osta e Joop van Donnolen discutiram a visualização como relacionada a cognição e formação de imagens mentais. Destacaram que o mundo real e representações externas influenciam a compreensão geométrica, sugerindo um duplo status para a geometria.
Raffaella Borasi; Marjorie Siegel	Estados Unidos/ Estados Unidos	*Reading, Writing and Mathematics: Rethinking the "Basics" and Their Relationship*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures* (Palestra)	Raffaella Borasi e Marjorie Siegel propuseram repensar a leitura, escrita e matemática como processos investigativos que produzem significado. Criticaram a visão limitada de leitura e escrita como habilidades mecânicas e sugeriram novas formas de integrá-las no ensino da matemática, abordando suas limitações.
Michael P. Closs	Canadá	*Mathematicians and Mathematical Education in Ancient Maya Society*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures* (Palestra)	Michael P. Closs discutiu a relação entre matemática e educação matemática na antiga sociedade maia, destacando seu sistema de escrita com sinais logográficos e silábicos. Embora não tenha usado formalmente a teoria dos signos, explicou que os maias usavam barras e pontos para representar números e incluíam símbolos para zero e vinte.
Tommy Dreyfus	Israel	*Imagery and Reasoning in*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures*	Tommy Dreyfus destacou a importância do raciocínio visual no ensino de matemática, argumentando que a visualização pode apoiar a intuição

		Mathematics and Mathematics Education		(Palestra)	e a compreensão de conceitos matemáticos. Ele sugeriu que a visualização deve ser reconhecida como uma ferramenta fundamental para raciocínio e prova matemática, citando Hadamard e Einstein sobre o uso de imagens mentais no pensamento matemático.
Jan de Lange	Holanda	*Curriculum Change: an American-Dutch Perspective*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures* (Palestra)	Jan de Lange discutiu mudanças curriculares de matemática no nível primário e secundário, destacando sucessos e problemas, como a necessidade de ajustar a avaliação e atitudes dos professores. Também apresentou um projeto colaborativo entre a Holanda e Wisconsin, focando na alfabetização matemática e comunicação com signos e símbolos.
Michael Otte	Alemanha	*Intuition and Logic in Mathematics*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures* (Palestra)	Michael Otte abordou a matemática como personificação do pensamento intuitivo, diferenciando-a do conhecimento discursivo. Ele usou a pintura para ilustrar a diferença entre imagens como representações e seu valor próprio, e discutiu a criatividade e a relação entre intuição e lógica, citando Peirce e Kant.
Fritz Schweiger	Áustria	*Mathematics is a Language*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures* (Palestra)	Fritz Schweiger discutiu a relação entre linguagem e matemática, enfatizando que, embora a matemática não seja uma língua como o inglês, ela usa símbolos e diagramas para transmitir ideias matemáticas. Destacou a importância dos símbolos e a semântica matemática na comunicação e ensino da matemática.
Adam Vile	Reino Unido	*Mathematics and Languages*	ICME 8 (1998)	*Proceedings* (WG 10)	Adam Vile (1998) explorou como a matemática, ao ser vista como uma linguagem, envolve aspectos sociais e interpretativos. Referiu-se à teoria semiótica de Peirce, que considera o "interpretante" como uma terceira entidade para entender o significado matemático, além do individual e social.
Jose Francisco Quesada	Espanha	*Mathematics and Languages*	ICME 8 (1998)	*Proceedings* (WG 10)	Quesada (1998) destacou que as discussões sobre linguagem e matemática ajudaram a entender a matemática como uma linguagem, envolvendo símbolos, significados, discursos e interações sociais e culturais. Ele enfatizou a importância de explorar essas relações para a compreensão da matemática.
Michéle Artigue	França	*Teaching and Learning Elementary Analysis*	ICME 8 (1998)	*Selected Lectures* (Palestra)	Michéle Artigue (1998) discutiu as potencialidades e limitações das novas abordagens em análise conceitual na experiência francesa, destacando dificuldades com conceitos matemáticos básicos e representações semióticas. Ela ressaltou a importância da compreensão

					das diferentes facetas dos conceitos e da articulação entre registros semióticos.
Peter Bender	Alemanha	*Basic Imagery and Understandings for Mathematical Concepts*	ICME 8 (1998)	*Selected Lectures* (Palestra)	Peter Bender (1998) criticou a visão de que matemática se resume a relações abstratas e cálculos, excluindo formas intuitivas e aplicadas. Ele argumentou que essa visão ignora a importância do significado e dos processos de atribuição de sentido na educação matemática.
Paul Cobb	Estados Unidos	*Accounting for mathematical learning in the social context of the classroom*	ICME 8 (1998)	*Selected Lectures* (Palestra)	Paul Cobb (1998) abordou a importância dos símbolos e ferramentas na aprendizagem matemática dentro do contexto social da sala de aula. Ele destacou que a simbolização não é separada das práticas matemáticas e evolui conforme o contexto e as preocupações dos alunos, moldando suas compreensões e processos. Cobb exemplificou com a atividade de uma loja de doces, mostrando como o significado dos símbolos se desenvolve e muda ao longo do tempo em resposta a práticas e interesses matemáticos.
Paul Ernest	Reino Unido	*Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*	ICME 8 (1998)	*Selected Lectures* (Palestra)	Paul Ernest (1998) discutiu a filosofia da matemática, destacando o falibilismo e o método de provas e refutações de Lakatos. Abordou a epistemologia e a natureza conversacional da matemática, defendendo que o conhecimento matemático é social e linguístico, emergente da interação e uso simbólico.
Siegbert Schmidt	Alemanha	*Semantic Structures of Word Problems – Mediators Between Mathematical Structures and Cognitive Structures?*	ICME 8 (1998)	*Selected Lectures* (Palestra)	Siegbert Schmidt (1998) discutiu a importância das estruturas semânticas em problemas de palavras na educação matemática, destacando a transição da linguagem natural para a matemática. Ele enfatizou que a compreensão e tradução dessas estruturas são essenciais para resolver problemas matemáticos e que a linguagem e os jogos de linguagem são fundamentais na formação do significado e no ensino matemático.
Terezinha Nunes	Inglaterra	*How Mathematics Teaching Develops Pupils' Reasoning Systems*	ICME 9 (2004)	*Proceedings (Plenary Lecture)*	Na sessão plenária, Nunes (2004) comparou as teorias de Piaget e Vygotsky, sugerindo que ambas são complementares na análise do desenvolvimento do raciocínio matemático. Nunes destacou a importância da coordenação de sistemas de signos e raciocínio multiplicativo, argumentando que o uso de correspondências é mais eficaz que a adição repetida. Ela conclui que a coordenação de sistemas de signos pode facilitar a resolução de problemas multiplicativos e a criação de novos sistemas de signos pelos alunos.

Luciana Bazzini	Itália	*Cognitive Processes in Algebraic Thinking and Implications for Teaching*	ICME 9 (2004)	*Proceedings* (*Regular Lecture*)	Bazzini (2004) analisou os processos cognitivos no pensamento algébrico sob uma perspectiva semiótica, destacando a importância de um modelo triádico para compreender signos. Ela enfatizou que o significado é apreendido por atos semióticos e que processos cognitivos se desenvolvem em espaços mentais criados pelos alunos. A reflexão e nomeação de elementos em problemas algébricos ajudam na representação e controle das variáveis, exigindo que os alunos traduzam informações complexas em expressões simbólicas concisas e relacionais.
Tatsuro Miwa	Japão	*Crucial Issues in Teaching of Symbolic Expressions*	ICME 9 (2004)	*Proceedings* (*Regular Lecture*)	Miwa (2004) abordou o ensino de expressões simbólicas, destacando sua importância como linguagem matemática essencial para comunicação e pensamento. Ela discutiu os processos de “expressar”, “ler” e “transformar” expressões simbólicas e enfatizou que a tecnologia pode auxiliar, mas não substituir o ensino dessas expressões.
Bill Barton	Nova Zelândia	*Communication and Language in Mathematics Education*	ICME 9 (2004)	*Proceedings* (WGA 9)	Bill Barton (2004) destacou que o grupo de trabalho abrangeu uma ampla gama de tópicos, sugerindo que as discussões poderiam levar a diversas perspectivas sobre comunicação e linguagem na educação matemática.
Heinz Steinbring	Alemanha	*Communication and Language in Mathematics Education*	ICME 9 (2004)	*Proceedings* (WGA 9)	Heinz Steinbring (2004) destacou que o WGA 9 deve focar na matemática em diferentes linguagens e como linguagem. Ele abordou a tríade semiótica (símbolo, conceito e objeto) e discutiu como símbolos matemáticos podem ser interpretados e usados na comunicação matemática, considerando a importância da interpretação ativa dos significantes.
Fritz Schweiger	Áustria	*The Second Session*	ICME 9 (2004)	*Proceedings* (WGA 9)	Fritz Schweiger (2004) discutiu a gramática do simbolismo matemático, observando que a maioria das regras é aprendida implicitamente. Ele destacou a influência de tecnologias como calculadoras e álgebra computacional na conscientização sobre essas regras e abordou princípios semióticos, incluindo serialização, simetria e iconicidade dos símbolos.
Norma Presmeg	Estados Unidos	*The Second Session*	ICME 9 (2004)	*Proceedings* (WGA 9)	Norma Presmeg (2004) explorou a comunicação matemática na sala de aula, levantando questões sobre o que define a comunicação matemática, como ocorre a transformação entre diferentes representações (linguagem simbólica, natural, figuras, etc.), e o papel

					da linguagem na compreensão e uso de símbolos matemáticos, especialmente em contextos multilíngues.
Chris Bills	Estados Unidos	*The Third Session*	ICME 9 (2004)	*Proceedings* (WGA 9)	Chris Bills (2004) discutiu um estudo longitudinal sobre o desenvolvimento das representações mentais de crianças pequenas, mostrando que essas representações são influenciadas pelas representações externas fornecidas pelos professores. Ele também observou que as crianças frequentemente usam linguagem metafórica para expressar seus métodos de cálculo, refletindo suas experiências reapresentadas.
Ferdinando Arzarello	Itália	*P 8: Mathematical landscapes and their inhabitants: Perceptions, languages, theories*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (*Plenary Session*, P 8)	Na palestra P 8, Arzarello (2008) abordou a discrepância entre a verdade empírica e a lógica na matemática, destacando o papel das diferentes perspectivas dos objetos matemáticos na sala de aula. Ele introduziu o conceito de espaço cognitivo de ação, produção e comunicação (APC) e enfatizou a importância da semiótica e dos gestos na interação e no significado matemático. Arzarello também discutiu o uso de ferramentas e modelos matemáticos no aprendizado, destacando a necessidade de considerar a semiótica cultural e os aspectos corporificados na análise de signos.
Maria Alessandra Mariotti	Itália	*SP: Reasoning, proof and proving in mathematics education*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (*Sub-plenarys lectures*)	Maria Alessandra Mariotti (2008) discutiu a influência das provas em sala de aula e sua importância no currículo escolar, destacando como a álgebra simbólica alterou a noção de prova. Ela enfatizou o papel das ferramentas semióticas e a mediação tecnológica para a compreensão matemática.
Frederick K. S. Leung	China	*SP: Information and communication technology in mathematics education*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (*Sub-plenarys lectures*)	Leung (2008) destacou a importância das TIC na educação matemática, mencionando como calculadoras gráficas, planilhas e CAS auxiliam na transição entre representações e na mediação semiótica. Ele enfatizou a eficiência, a multiplicidade de representações e a interatividade proporcionadas pelas TIC.
Celia Hoyles	Reino Unido	*SP: Reflections and transformations: a mathematical autobiography*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (*Sub-plenarys lectures*)	Hoyles (2008) destacou os desafios da educação matemática ao longo de sua carreira e seu micromundo Mathsticks, que conecta ações enativas, representações icônicas e simbólicas. Ela enfatizou a importância das ferramentas simbólicas no ensino e na pesquisa em matemática.

Brent Davis; Paul Ernest	Canadá/ Reino Unido	*TA E: Perspectives on research in mathematics education from other disciplines*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (*Thematic Afternoon*, TA E)	Brent Davis e Paul Ernest (2008) sugerem que a semiótica pode aprofundar a compreensão dos sistemas de signos na matemática e na educação matemática, destacando seu potencial para enriquecer a análise desses sistemas e suas implicações educacionais.
Iman Osta; Harry Silfverberg	Líbano/ Finlândia	*TSG 10: Research and development in the teaching and learning of geometry*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (TSG, TSG 10)	Osta e Silfverberg (2008) distinguem entre artefatos primários (instrumentos concretos) e secundários (textos ou sistemas de signos), defendendo que a polifonia desses artefatos pode enriquecer a sala de aula. Eles investigaram como representações visuais afetam o conceito de "triângulo isósceles" e exploraram o pensamento algébrico em símbolos, representações e generalizações.
Norma Presmeg; Siegbert Schmidt	Estados Unidos/ Alemanha	*TSG 25: Language and communication in the mathematics classroom*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (TSG, TSG 25)	O TSG 25, coordenado por Norma Presmeg e Siegbert Schmidt, focou na importância da linguagem e comunicação na sala de aula de matemática. Presmeg e Schmidt (2008) discutiram aspectos significativos e de interesse para a comunidade de educação matemática.
Morten Misfeldt	Dinamarc a	*Session 1: Plenary presentation 2*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (TSG, TSG 25, S 1)	Morten Misfeldt (2008) usou uma estrutura semiótica para analisar a escrita matemática em grupos, destacando o papel do LaTeX em cinco funções: heurística, controle, armazenamento, comunicação e produção de artigos.
Hiro Ninomiya	Japão	*SubSession 1A: Semiotic aspects of mathematics learning*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (TSG, TSG 25, *SubSession* 1A)	Hiro Ninomiya (2008) combinou a teoria peirciana dos signos com as noções de Hirabayashi para analisar anotações metacognitivas de alunos do ensino fundamental em representação decimal. Ele defendeu a escrita reflexiva, que expõe o "eu interior" através de comentários metacognitivos, e esclareceu dúvidas sobre a identificação direta de objetos e signos nos trabalhos dos alunos.
Christof Schreiber	Alemanha	*SubSession 1B: Mathematics learning in an interactionist perspective*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (TSG, TSG 25, *SubSession* 1B)	Christof Schreiber (2008) estudou o uso do Microsoft NetMeeting para interação escrita e gráfica entre duplas de alunos de 9 a 10 anos. Ele aplicou o modelo triádico de Peirce e o contexto de significação de Hoffmann para analisar o papel dinâmico das representações simbólicas na comunicação de soluções. A discussão levantou questões técnicas sobre a análise da escrita e argumentação dos alunos.
Paul Ernest	Reino Unido	*The semiotics of mathematical texts and myths*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (TSG, TSG 25,	Paul Ernest (2008) explorou a metáfora do herói e dos mitos da criação para representar a agência humana em provas e definições matemáticas. Ele argumentou que a prova matemática é uma forma

				SubSession 3B)	discursiva e narrativa, suscetível a ferramentas linguísticas, semióticas e literárias.
Giancarlo Navarra; Catherine P. Visto-Yu	Itália/ Filipinas	*DG 18: Current problems and challenges in primary mathematics education*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (DG, DG 18)	Navarra e Visto-Yu (2008) destacaram a importância de permitir que todas as crianças usem a linguagem matemática desde cedo. Eles afirmaram que a mediação da linguagem natural deve preceder a formalização de notações simbólicas, e enfatizaram a educação matemática baseada em aspectos metacognitivos e metalinguísticos como uma estratégia crucial para construir significados com os alunos.
Klaus Hasemann	Alemanha	*DG 18: Current problems and challenges in primary mathematics education*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (DG, DG 18)	Klaus Hasemann (2008) revelou que uma abordagem simbólica abstrata para problemas de palavras ajudou alunos de segunda série com baixo desempenho a melhorar tanto na resolução de problemas quanto em habilidades aritméticas.
Michèle Artigue; Jeremy Kilpatrick	França/ Estados Unidos	*What Do We Know? And How Do We Know It?*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (*Plenary Session*)	Artigue e Kilpatrick (2008) discutiram descobertas recentes em educação matemática, evidências disponíveis e expectativas sociais. Abordaram a teoria dos signos, destacando a importância das dimensões semióticas e discursivas nas práticas matemáticas, e sugeriram ampliar o foco para incluir gestos como signos visuais.
Gert Schubring	Alemanha	*Conceptions for Relating the Evolution of Mathematical concepts to Mathematics Learning - Epistemology, History, and Semiotics Interacting*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (*Regular Lecture*)	Schubring (2008) discutiu como a interseção entre epistemologia, história da matemática e semiótica pode qualificar professores e melhorar a educação matemática. Ele destacou o papel da semiótica para refletir sobre práticas matemáticas e notações históricas, como os doze significados das letras x e y, e a importância da historiografia para a formação de professores.
Samuele Antonini	Itália	*Generating examples: an intriguing problem-solving activity*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (*Regular Lecture*)	Samuele Antonini (2008) abordou a dificuldade de gerar exemplos matemáticos e a sua importância como atividade de resolução de problemas. Ele destacou a necessidade de integrar atividades semióticas e argumentação, e enfatizou o papel das transformações e registros semióticos na conceituação matemática e no ensino.
Viviane Durand-Guerrier	França	*Semantic perspective in mathematics education. A model theoretic point of view*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (*Regular Lecture*)	Durand-Guerrier (2008) argumentou que uma perspectiva teórica baseada em modelos pode destacar a importância da semântica na educação matemática, oferecendo ferramentas para articular formas e conteúdos. Ela relacionou semântica, sintaxe e pragmática com estudos

					de Morris e Eco, e destacou a necessidade de considerar esses aspectos para entender os campos matemáticos lógicos.
Teresa Assude	França	*The Notions and Roles of Theory in Mathematics Education Research*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (*Regular Lecture*)	Teresa Assude (2008) buscou identificar e analisar diferentes noções e funções de "teoria" na pesquisa em educação matemática, explorando sua origem, natureza e implicações. Ela destacou que a aprendizagem é um processo social de objetivação mediado por signos, linguagem e interação cultural.
Eva Jablonka	Suécia	*Understanding "hidden rules": the challenge of becoming a competent member of a mathematics classroom*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (*Regular Lecture*)	Jablonka (2008) explorou as dimensões ocultas nas aulas de matemática e destacou a importância da metodologia e teorização na pesquisa. Ela mencionou o interacionismo simbólico e a fenomenologia como abordagens úteis e observou que a matemática escolar tem características epistemológicas e simbólicas distintas, que podem afetar a inclusão e exclusão dos alunos.
Brigitte Grugeon; Dianne Siemon	França/ Austrália	*Current problems and challenges in lower secondary mathematics education*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (*Discussion Group* (DG), DG 21)	Grugeon e Siemon (2008) visaram discutir e compartilhar estratégias para o ensino da matemática no nível secundário inferior (12 a 15 anos). Eles enfatizaram a importância dos alunos se envolverem flexivelmente com conceitos de multiplicação e divisão, trabalhando com símbolos e generalizações para melhorar seu desempenho.
Sofia Anastasiadou; Theodore Chadjipantelis	Grécia/ Grécia	*The role of representations in the understanding of probabilities in tertiary education*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (TSG, TSG 13)	Anastasiadou e Chadjipantelis (2008) investigaram abordagens de resolução de atividades probabilísticas e sua correlação com o sucesso dos alunos. Eles destacaram a crescente importância da probabilidade no currículo escolar e a necessidade de múltiplas representações semióticas no ensino, como imagens e textos combinados, para melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos. A pesquisa também diferenciou representações internas (imagens mentais) e externas (tabelas e gráficos).
Dor Abrahamson	Estados Unidos	*Bridging Theory: Activities Designed to Support the Grounding of Outcome-Based Combinatorial Analysis in Event-Based Intuitive Judgment – A Case Study*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (TSG, TSG 13)	Abrahamson (2008) analisa o aprendizado de um menino de 11 anos em análise combinatória, enfatizando a relevância das experiências perceptivas e contextos semióticos. Ele argumenta que professores devem criar situações que provoquem perspectivas e resolvam ambiguidades matemáticas.

Manuel Pedro Huerta	Espanha	*On Conditional Probability Problem Solving Research – Structures and Contexts*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (TSG, TSG 13)	Huerta (2008) visa melhorar a compreensão da probabilidade condicional em alunos do ensino médio usando resolução de problemas contextuais e objetos matemáticos. Ele explora a teoria dos signos e usa exemplos de diagnóstico em saúde para ilustrar como sinais e termos, como "sensibilidade", representam probabilidades e incertezas.
Laura Martignon; Stefan Krauss	Alemanha / Alemanha	*Hands-on Modelling with Wason Cards and Tinker Cubes: First Steps in Logical and Bayesian Reasoning in Fourth Grade*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (TSG, TSG 13)	Martignon e Krauss (2008) introduzem cartões (Wason Cards) e cubos (Tinker Cubes) para avaliar e educar habilidades de raciocínio. Embora não mencionem diretamente a teoria dos signos, observam que os cartões podem ser adaptados para contextos lógicos variados.
Norma Presmeg; Abraham Arcavi	Estados Unidos/ Israel	*Visualisation in the Teaching and Learning of Mathematics*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (TSG, TSG 20)	Presmeg e Arcavi (2008) abordam a visualização no ensino e aprendizagem matemática, destacando seu crescente foco na educação matemática.
Norma Presmeg	Estados Unidos	*An overarching theory for research in visualization in mathematics education*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (TSG, TSG 20)	Presmeg (2008) sintetiza teóricos aspectos visuais da educação matemática, incluindo imagens, inscrições e a teoria semiótica de Peirce sobre signos e metáforas.
Fernando Hitt; Alejandro S. González-Martin; Christian Morasse	Espanha/ Espanha/ Estados Unidos	*Visualization and students' functional representations in the construction of mathematical concepts. An example: The concept of co-variation as a prelude to the concept of function*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (TSG, TSG 20)	Hitt, González-Martin e Morasse (2008) investigaram as representações semióticas dos alunos para entender como constroem conceitos matemáticos e desenvolvem habilidades. Eles descobriram que representações espontâneas dos alunos são cruciais na resolução de problemas e facilitam a articulação entre diferentes representações.
Claudia Acuña Soto; Victor Larios Osorio	Espanha/ Espanha/	*Prototypes and learning of geometry: A reflection on its pertinence and its causes*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (TSG, TSG 20)	Acuña Soto e Larios Osorio (2008) destacam que a visualização facilita a manipulação abstrata de objetos geométricos e o desenvolvimento dinâmico de diagramas como entidades semióticas. Eles analisam protótipos em quatro categorias: Filiatória, Situacional, Familiar e Epistemológica, diferenciando conceito de objeto e desenho de figura.

Luis Radford	Canadá	*Early Algebraic Thinking: Epistemological, Semiotic, and Developmental Issues*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (*Awardees Lectures*)	Radford (2015) explora a origem e evolução do pensamento algébrico não-simbólico para o simbólico, destacando que o simbolismo algébrico moderno surgiu recentemente. Ele investiga como alunos constroem fórmulas algébricas e a interação entre pensamento, linguagem, gestos e símbolos.
Rakhi Banerjee; Luis Puig	Índia/ Espanha	*Teaching and Learning of Algebra*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Banerjee e Puig (2015) reuniram pesquisadores para discutir temas relacionados ao ensino de álgebra, como uso de TIC, prova e resolução de problemas. Destacaram a falta de foco na semiótica e como ela pode esclarecer o desenvolvimento do conhecimento simbólico dos alunos.
Colette Laborde	França	*Teaching and Learning Geometry*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Laborde (2015) discutiu o ensino e a aprendizagem da geometria em diferentes níveis educacionais, abordando aspectos históricos, epistemológicos, cognitivos e pedagógicos. Destacou a importância das representações geométricas, desde mentais até simbólicas, e a riqueza do campo para investigação.
Per Nilsson; Jun Li	Suécia/ China	*Teaching and Learning of Probability*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Nilsson e Li (2015) discutem o estado atual e as novas tendências na pesquisa sobre o ensino de probabilidade. Elas notam que, apesar da inclusão da probabilidade nos currículos escolares, muitos problemas persistem e a pesquisa ainda não acompanha adequadamente essa inclusão.
Judith Stanja; Theodosia Prodromou	Alemanha / Austrália	*Session 2: Research on Students' Thinking and Reasoning*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG, *Session* 2)	Stanja e Prodromou (2015) estudaram o pensamento elementar de crianças de 8 a 9 anos, usando ideias de Duval para analisar entrevistas e avaliar a compreensão. Elas destacaram a importância da relação entre signo e som na construção de modelos e na observação de situações reais.
Victor Martinez-Luaces; Sunsook Noh	Uruguai/ Coréia	*Teaching and Learning of Calculus*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Martinez-Luaces e Noh (2015) discutiram avanços e novas tendências no ensino de Cálculo no ensino médio e superior. Mencionaram brevemente a teoria dos signos em uma palestra de Rafael Martinez-Planell, focando na representação gráfica de funções variáveis com base em estudos de Duval (1995).
Manuel Santos-Trigo; Zahra Gooya	México/ Irã	*Mathematical Problem Solving*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Santos-Trigo e Gooya (2015) discutiram a organização e estruturação da resolução de problemas matemáticos, incluindo o uso de ferramentas digitais. Abordaram a semiótica, introduzindo a ontosemiótica, que integra análise epistêmica, cognitiva e mediação de tarefas para apoiar a resolução de problemas e a linguagem matemática.

Gert Kadunz; Michal Yerushalmy	Áustria/ Israel	*Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Kadunz e Yerushalmy (2015) exploraram a história da visualização na educação matemática, destacando a importância das habilidades visuais, com base nos estudos de Presmeg. Usaram a semiótica de Peirce para investigar o pensamento diagramático e mencionaram o trabalho de Schreiber (2015).
Christoph Schreiber	Alemanha	*Semiotic Analysis of Collective Chat-Based Problem-Solving Processes*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Schreiber (2015) discutiu sobre processos semióticos em resolução de problemas, que utilizou Cartões de Processo Semiótico para documentar representações visuais e interações dos alunos.
Renaud Chorlay; Wann-Sheng Horng	França/ Taiwan	*The Role of History of Mathematics in Mathematics Education*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Chorlay e Horng (2015) discutiram a história da matemática na educação matemática, apresentando onze palestras e quatorze pôsteres de participantes de vários continentes. Destacaram a apresentação de A. Michel-Pajus, que estudou textos algorítmicos de uma perspectiva epistemológica e semiótica, abordando expressão e justificação.
Tracy Craig; Candia Morgan	África do Sul/ Reino Unido	*Language and Communication in Mathematics Education*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Craig e Morgan (2015) exploraram a definição de "linguagem" em matemática, interações comunicativas em aulas e questões de ensino em ambientes multilíngues. Destacaram o trabalho de Park (2015), que usou uma abordagem semiótica para analisar o raciocínio proporcional dos alunos, mostrando que estratégias multiplicativas foram mais eficazes que as aditivas ou formais.
Angelika Bikner-Ahsbahs; David Clarke	Alemanha / Austrália	*Theoretical Issues in Mathematics Education: An Introduction to the Presentations*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Bikner-Ahsbahs e Clarke (2015) discutiram como a educação matemática pode integrar diferentes teorias. Em relação à semiótica, mencionaram que um participante defendeu que o aprendizado deve ser visto como uma atividade histórico-cultural mediada por signos, aplicando essa perspectiva ao ensino de álgebra.
Trigueros *et al.*	Alemanha / Austrália	*Theoretical Issues in Mathematics Education: An Introduction to the Presentations*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Trigueros *et al.* (2015) conduziram um estudo teórico para explorar os diferentes significados do objeto matemático nas teorias *Actions, Processes, Objects, Schemas* (APOS) e ontosemiótica.
Alain Kuzniak	França	*Understanding the Nature of the Geometric Work Through Its*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Kuzniak (2015) investigou as gêneses figural, instrumental e discursiva na transformação do conhecimento geométrico escolar, utilizando paradigmas geométricos e abordagens cognitiva e epistemológica. Destacou que a geometria é uma atividade humana e social, não apenas um sistema formal. Baseando-se em Duval (2005), apresentou uma

		Development and Its Transformations			abordagem cognitiva dos processos de visualização, construção e discursivo, e discutiu a transição de desenhos tangíveis para figuras abstratas.
Marianna Bosch	Espanha	*Doing Research Within the Anthropological Theory of the Didactic: The Case of School Algebra*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Bosch (2015) discutiu como a Teoria Antropológica do Didático (ATD) pode ajudar pesquisadores a superar pontos de vista dominantes no ensino e aprendizagem. Em relação à teoria dos signos, refletiu sobre a falta de sentido das fórmulas na cultura ocidental e seus efeitos na introdução da álgebra, destacando a importância de considerar o significado das expressões algébricas e igualdades, além de suas estruturas formais.
Susana Carreira	Portugal	*Mathematical Problem Solving Beyond School: Digital Tools and Students' Mathematical Representations*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Carreira (2015) apresentou o projeto *Problem@Web*, focado na resolução de problemas extraescolares e no desempenho matemático digital dos alunos. Destacou a importância da semiótica, ressaltando como a representação, comunicação e explicação do pensamento são mediadas por diversos signos digitais, como cores, linguagens e imagens. A pesquisa explora como a compreensão desses signos simbólicos pode auxiliar na resolução de problemas matemáticos.
Paul Drijvers	Países Baixos	*Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't)*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Drijvers (2015) discutiu o potencial das TIC para o ensino e aprendizagem de matemática, destacando como a tecnologia pode ser usada para explorar múltiplas representações de objetos matemáticos. Referenciou Peirce para sustentar a ideia de que ferramentas digitais ajudam os alunos a conceituar distribuições de frequência como objetos, promovendo raciocínio esquemático e abstração hipostática.
Lourdes Figueiras; Abraham Arcavi	Espanha/ Israel	*Learning to See: The Viewpoint of the Blind*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Figueiras e Arcavi (2015) estudaram a produção de significados matemáticos usando recursos sensoriais para deficientes visuais e simulação de cegueira. Destacaram como múltiplos signos podem induzir erros e confusão na representação matemática, ressaltando a importância da visualização na educação matemática.
Lulu Healy	Brasil	*Hands that See, Hands that Speak: Investigating Relationships Between Sensory Activity, Forms of Communicating and*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Healy (2015) explorou como alunos com deficiência usam sentidos corporais na matemática, destacando a importância dos gestos e signos na construção de significados. Referiu-se a Condillac sobre signos como "sensações transformadas" e enfatizou a necessidade de criar signos compartilháveis para a compreensão e inclusão.

		Mathematical Cognition			
Marja Van den Heuvel-Panhuizen	Países Baixos	*Freudenthal's Work Continues*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Heuvel-Panhuizen (2015) apresentou projetos do Instituto Freudenthal focados em livros ilustrados para o jardim de infância, revelação do potencial matemático de alunos com necessidades especiais e análise de livros didáticos. Destacou o suporte das imagens e histórias para o desenvolvimento simbólico e semiótico da matemática.
Uffe Thomas Jankvist	Dinamarca	*History, Application, and Philosophy of Mathematics in Mathematics Education: Accessing and Assessing Students' Overview and Judgment*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Jankvist (2015) discutiu como as atividades de ensino podem moldar as visões e crenças dos alunos sobre matemática, integrando história, aplicação e filosofia da disciplina. Destacou oito competências essenciais: pensamento matemático, modelagem, raciocínio, representação, símbolos e formalismo, comunicação, e uso de ferramentas.
Chronis Kynigos	Grécia	*Constructionism: Theory of Learning or Theory of Design?*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Kynigos (2015) abordou a evolução da teoria da aprendizagem, destacando abstrações situadas e o design de artefatos. Comentou que a semiótica social e a mediação semiótica, especialmente em mídias digitais, podem complementar o construcionismo, destacando a conectividade e a dinâmica das representações.
Michela Maschietto	Itália	*Teachers, Students and Resources in Mathematics Laboratory*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Maschietto (2015) explora o laboratório de matemática como uma metodologia de formação e ensino, destacando três componentes teóricos: epistemológico, didático e cognitivo. Relaciona a teoria da mediação semiótica ao uso de artefatos na construção de significados matemáticos.
Yvan Saint-Aubin	Canadá	*The Challenges of Preparing a Mathematical Lecture for the Public*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Saint-Aubin (2015) discute novos desafios na preparação de aulas de matemática e como eles afetam o comportamento em sala. Sobre a teoria dos signos, menciona a importância da teoria matemática de Fourier para tecnologias de transmissão e análise de signos, destacando a complexidade dos conceitos envolvidos.
Caroline Yoon	Nova Zelândia	*Mapping Mathematical Leaps of Insight*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Yoon (2015) propõe a análise de diagramas matemáticos SPOT para estudar como os alunos percebem estruturas matemáticas ao resolver problemas. Baseada em Arzarello *et al.* (2009), analisa signos e feixes semióticos, como linguagem e diagramas, como evidências das percepções dos alunos.

Jill Adler	África do Sul	*Mathematics Discourse in Instruction (MDI): A Discursive Resource as Boundary Object Across Practices*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (*Awardees'*)	Adler (2017) apresenta o MDI como uma estrutura para planejamento e reflexão no desenvolvimento profissional, ajudando a descrever e interpretar contextos e mudanças na prática em sala de aula. Destaca a mediação de signos e a importância da exemplificação, fala explicativa e participação dos alunos.
Barbara Jaworski; Olive Chapman; Alison Clark-Wilson; Annalisa Cusi; Cristina Esteley; Merrilyn Goos; Masami Isoda; Marie Joubert; Ornella Robutti	Inglaterra/ Canadá/ Reino Unido/ Itália/ Argentina / Austrália/ Japão/ África do Sul/ Itália	*Mathematics Teachers Working and Learning Through Collaboration*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (*Survey Teams*)	Jaworski *et al.* (2017) analisaram 316 artigos sobre a colaboração de professores de matemática e identificaram contribuições internacionais não representadas na literatura. Destacam como a mediação de ferramentas, signos e artefatos influencia o crescimento do conhecimento.
Nathalie Sinclair; Maria G. Bartolini Bussi; Michael de Villiers; Keith Jones; Ulrich Kortenkamp; Allen Leung; Kay Owens	Canadá/ Itália/ África do Sul/ Reino Unido/ Alemanha / Hong Kong/ Austrália	*Geometry Education, Including the Use of New Technologies: A Survey of Recent Research*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (*Survey Teams*)	Sinclair *et al.* (2017) discutem o uso de teorias na educação geométrica, incluindo a mediação semiótica, destacando o papel de diagramas, gestos e tecnologias digitais. Ressaltam a importância da abordagem semiótica e corporificada para o ensino e aprendizagem da geometria.
Hans Niels Jahnke; Rolf Biehler;	Alemanha /	*German-Speaking Traditions in*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (*Thematic Afternoon*)	Jahnke *et al.* (2017) analisam 40 anos de pesquisa em educação matemática na Alemanha, destacando influências internacionais e o surgimento de metodologias baseadas em Peirce. Discutem a

Angelika Bikner-Ahsbahs; Uwe Gellert; Gilbert Greefrath; Lisa Hefendehl-Hebeker; Götz Krummheuer; Timo Leuders; Marcus Nührenbörger; Andreas Obersteiner; Kristina Reiss; Bettina Rösken-Winter; Andreas Schulz; Andreas Vohns; Rudolf vom Hofe; Katrin Vorhölter	Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha / Alemanha	*Mathematics Education Research*			perspectiva semiótica da matemática como atividade de raciocínio diagramático e sua relação com o conceito de signo.
Elia Iliada; Joanne Mulligan	Chipre/ Austrália	*Topic Study Group No. 1: Early Childhood Mathematics Education (Up to Age 7)*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 1)	Iliada e Mulligan (2017) exploraram aspectos multimodais e semióticos da aprendizagem matemática com e sem tecnologia, destacando como a tecnologia pode apoiar a articulação de signos. Iliada (2017) analisou como gestos e outros recursos semióticos ajudam na compreensão de conceitos geométricos em crianças, mostrando que

					gestos e linguagem evoluem para conceitos geométricos mais abstratos ao longo do tempo.
Carolyn Kieran; JeongSuk Pang	Canadá/ Coréia do Sul	*Topic Study Group No. 10: Teaching and Learning of Early Algebra*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 10)	Kieran e Pang (2017) discutiram perspectivas epistemológicas sobre álgebra inicial e o pensamento algébrico infantil. Citando Radford (2011), destacaram que a consciência de estruturas algébricas envolve uma complexa relação entre fala, visualização, imaginação, gesto e atividade com signos.
Heidi Strømskag	Alemanha	*Topic Study Group No. 10: Teaching and Learning of Early Algebra*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 10)	Heidi Strømskag (2017) analisou a evolução semiótica de três alunos-professores ao generalizar em geometria, mostrando como manipuláveis geométricos e a transformação de notações em figuras ajudaram na expressão matemática. Destacou a importância da coordenação entre valores e registros semióticos para a generalização algébrica.
Sinan Olkun; Ewa Swoboda	Turquia/ Polônia	*Topic Study Group No. 12: Teaching and Learning of Geometry (Primary Level)*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 12)	Olkun e Swoboda (2017) exploraram pesquisas sobre pensamento e compreensão geométrica precoce, focando no jardim de infância e ensino primário. Discutiram o ensino e aprendizagem da geometria sob perspectivas histórica, epistemológica, cognitiva, semiótica e educacional, abordando dificuldades e design curricular.
Dor Abrahamson	Estados Unidos	*Topic Study Group No. 12: Teaching and Learning of Geometry (Primary Level)*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 12, *Session* 2)	Dor Abrahamson (2017) explorou como a mente funciona em contextos naturais e socioculturais, mostrando como experiências dinâmicas e imersivas contribuem para o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Ele enfatizou o papel dos esquemas sensóriomotores na formação de registros semióticos no discurso matemático.
Judit Moschkovich; David Wagner	Estados Unidos/ Canadá	*Topic Study Group No. 31: Language and Communication in Mathematics Education*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 31)	Moschkovich e Wagner (2017) discutiram as pesquisas recentes sobre linguagem e comunicação na educação matemática, destacando a importância da multimodalidade e dos sistemas de signos. Eles abordaram como diferentes teorias e métodos contribuem para entender essas interações na aprendizagem matemática.
Norma Presmeg; Luis Radford	Estados Unidos/ Canadá	*Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54)	Presmeg e Radford (2017) destacaram a relevância da semiótica na pesquisa e prática do ensino de matemática, enfatizando sua aplicação em diversos níveis de ensino. Eles organizaram sessões para discutir a teoria dos signos e envolver tanto veteranos quanto novatos em suas abordagens teóricas.

Luis Radford	Canadá	*The ethic of semiosis and the classroom constitution of mathematical objects*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54, *Day* 1)	Radford (2017) explorou a produção de subjetividades na sala de aula de matemática como um problema semiótico, analisando um jogo de aritmética com crianças em idade pré-escolar. Ele focou na forma como as crianças usam signos corporificados e materiais para se posicionar como sujeitos matemáticos e entender a matemática e as regras do jogo.
Adalira Sáenz-Ludlow	Estados Unidos	*Geometry examples of diagrammatic reasoning*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54, *Day* 1)	Adalira Sáenz-Ludlow (2017) discutiu o raciocínio diagramático baseado nos conceitos semióticos de Peirce, argumentando que ele envolve raciocínio abdutivo, indutivo e dedutivo. Os diagramas matemáticos são vistos como ferramentas epistemológicas que ajudam os alunos a entender melhor a estrutura e as inter-relações dos conceitos matemáticos.
Wolff-Michael Roth	Estados Unidos	*Birth of signs: From triangular semiotics to communicative fields*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54, *Day* 2)	Wolff-Michael Roth (2017) explorou o desenvolvimento teórico de Vygotsky sobre signos, destacando uma revisão radical de suas operações. Roth argumentou que o foco no campo comunicativo comum entre participantes oferece uma nova perspectiva sobre signos e suas operações.
Candia Morgan	Inglaterra	*Use of social semiotics to explore institutional assumption*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54, *Day* 2)	Candia Morgan (2017) apresentou o uso da semiótica social na educação matemática, analisando documentos oficiais. Ela identificou padrões textuais que revelam suposições sobre matemática, professores e alunos, destacando como esses padrões influenciam a prática educacional.
Michael Otte	Alemanha	*Semiotics, epistemology, and mathematical generalization*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54, *Day* 2)	Michael Otte (2017) abordou as dificuldades iniciais da semiótica na pesquisa em educação matemática e discutiu diferenças entre as semióticas de Saussure e Peirce. Ele explorou questões semióticas na matemática e a generalização matemática sob uma perspectiva semiótica.
José Francisco Gutiérrez	Espanha	*Exploring tensions in the 'object-subject' dialectic*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54, *Day* 3)	José Francisco Gutiérrez (2017) investigou a dialética entre objetivação e subjetivação no aprendizado de matemática. Ele argumentou que os meios semióticos usados para objetivar conceitos matemáticos também podem funcionar como ferramentas de subjetivação para os alunos.
Yasmine Abtahi	Noruega	*Semiotic: Signs, tools, and meaning-making*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54, *Day* 4)	Yasmine Abtahi (2017) explorou a transformação da relação objeto/significado para significado/objeto com base na teoria de Vygotsky. Ela ilustrou essa mudança com um problema matemático, onde o significado dos materiais concretos evolui conforme a atividade em sala de aula se desenvolve.

Gloria Inés Sanabria	Colômbia	*Translations between semiotic systems*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54, *Day* 4)	Gloria Inés Sanabria (2017) discutiu o problema da tradução entre sistemas semióticos na perspectiva de Duval, explorando o papel dos signos e da atividade semiótica na produção de objetos matemáticos.
Inés M. Gómez-Chacón	Espanha	*Chapter 10 - Hidden Connections and Double Meanings: A Mathematical Viewpoint of Affective and Cognitive Interactions in Learning*	ICME 13 (2018)	*Invited Lectures* (Palestra, Capítulo 10)	Gómez-Chacón (2018) discutiu a avaliação da emoção no aprendizado matemático, focando na interação entre emoção e cognição. Ela destacou características emocionais únicas da matemática, como a dificuldade de transição entre raciocínios e a necessidade de linguagem formal. Referiu também os três processos cognitivos de Duval (2005) na atividade geométrica: visualização, construção e argumentação discursiva.
Cristina Sabena	Itália	*Chapter 30 - Exploring the Contribution of Gestures to Mathematical Argumentation Processes from a Semiotic Perspective*	ICME 13 (2018)	*Invited Lectures* (Palestra, Capítulo 30)	Sabena (2018) investigou o papel dos gestos e sua interação com outros signos na argumentação matemática, usando uma abordagem semiótica e multimodal. Destacou que, conforme Vygotsky, signos são cruciais para a mediação do pensamento e evolução dos significados. Sua pesquisa indica que gestos, fala e outros recursos semióticos formam "cadeias semióticas multimodais" importantes para a aprendizagem, com potencial significativo ainda a ser explorado.
Fabrice Vandebrouck	França	*Chapter 38 - Activity Theory in French Didactic Research*	ICME 13 (2018)	*Invited Lectures* (Palestra, Capítulo 38)	Vandebrouck (2018) discutiu a evolução das ferramentas teóricas da primeira geração da teoria da atividade, agora ampliadas por ergonomistas cognitivos e pesquisadores em didática da matemática. Relacionado à teoria dos signos, abordou a diversidade de sistemas de representação e adotou uma perspectiva vygotskiana sobre mediações semióticas, referenciando também os estudos de Duval (1995) sobre registros de representação semiótica.
Terezinha Nunes	Inglaterra	*From Thinking in Action to Mathematical Models — A View from Developmental Psychology*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (*Lecture of Awardee* 3)	Nunes (2023) explorou como o ensino pode conectar o pensamento em ação com modelos matemáticos, destacando a transformação do pensamento das crianças ao usar sinais matemáticos convencionais. Ela identificou dois significados dos números: um referencial, que conecta números às quantidades, e outro analítico, intrínseco ao sistema. Nunes (2023) também discutiu como a aquisição de sistemas de signos altera a inteligência e o desenvolvimento conceitual das crianças.

Iliada Elia; Anna E. Baccaglini-Frank; Esther Levenson; Nanae Matsuo; Nosisi Feza	Chipre/ Itália/ Israel/ Japão/ África do Sul	*A Survey of Recent Research on Early Childhood Mathematics Education*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (*Survey Team* 2)	Elia *et al.* (2023) revisaram pesquisas sobre a educação matemática na primeira infância, abrangendo de 2012 a 2020. Destacaram o ensino de geometria, focando em habilidades espaciais, formas, e abordagens corporificadas e semióticas. Observou-se que recursos semióticos e linguísticos desempenham papéis mediadores nos processos de ensino-aprendizagem.
Nathalie Sinclair; Michael Battista; Eszter Herendiné-Kónya; Haiyue Jin; Jesús Victoria Flores Salazar	Canadá/ Estados Unidos/ Hungria/ China/ Peru	*TSG 8 – Teaching and Learning of Geometry at Primary Level*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 8)	Sinclair *et al.* (2023) discutiram novas tendências no ensino e aprendizagem da geometria nos anos iniciais, abordando desenvolvimentos recentes em pesquisa e prática. Em relação à semiótica, mencionaram que as questões foram consideradas sob perspectivas histórica, epistemológica, ontológica, cognitiva e educacional.
Cristina Sabena; Marc Schäfer	Itália/ África do Sul	*TSG 23 – Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 23)	Sabena e Schäfer (2023) investigaram o papel dos processos de visualização no ensino e aprendizagem da matemática. Propuseram explorar temas como a visualização e linguagem, enfocando as relações entre visualização, signos, linguagem, e aspectos corporificados como gestos e ações corporais.
Marcus Schütte; Jenni Ingram; Tran Vui; Maíre Ní Riordáin; Fengjuan Hu	Alemanha / Inglaterra/ Vietnã/ Irlanda/ China	*TSG 39 – Language and Communication in Mathematics Classroom*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 39)	Schütte *et al.* (2023) exploraram abordagens teóricas e metodológicas na pesquisa sobre linguagem e comunicação na educação matemática. Destacaram estudos focados na natureza multissemiótica das atividades matemáticas e a influência de teorias de diversas áreas, incluindo sociologia, psicologia, antropologia, linguística e semiótica.
Boris Koichu; Peter Taylor; Ingrid Semanišinová; Yijun Yao; Sergei Dorichenko	Israel/ Austrália/ Eslováquia/ China/ Rússia	*TSG 46 – Mathematical Competitions and Other Challenging Activities*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 46)	Koichu *et al.* (2023) exploraram como as competições matemáticas e desafios promovem o desenvolvimento matemático dos alunos. Destacaram a pesquisa sobre como essas atividades desafiadoras podem influenciar o aprendizado. No TSG, Maria Falk de Losada analisou problemas de competição com base na teoria dos registros semióticos de Duval, mostrando como a mudança de registro semiótico pode facilitar a resolução de problemas.

Maria Falk de Losada	Colômbia	*What competitions can tell us about theories in mathematics education*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 46)	Losada (2023) argumentou que o pensamento matemático vai além de representações e tratamentos na teoria de Duval. Ela vê a matemática não apenas como uma linguagem, mas como um meio elástico que facilita a busca de novas e inesperadas conexões.
Eva Norén; Anthony Essien	Suécia/ Holanda	*TSG 47 – Mathematics Education in a Multilingual Enviroment*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 47)	Norén e Essien (2023) examinaram a educação matemática em ambientes multilíngues, destacando a variedade de perspectivas teóricas e metodológicas usadas nesse estudo. Referenciaram Raja e Pugalee (2016) ao mencionar que a semiótica pode ajudar a explorar questões multilíngues nas aulas de matemática.
Angelika Bikner-Ahsbahs; Ivy Kidron; Erika Bullock; Yusuke Shinno; Qinqiong Zhang	Alemanha / Israel/ Estados Unidos/ Japão/ China	*TSG 57 – Diversity of Theories in Mathematics Education*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 57)	Bikner-Ahsbahs *et al.* (2023) discutiram a diversidade de teorias em educação matemática, especialmente em relação ao uso da tecnologia.
Angelika Bikner-Ahsbahs; Ivy Kidron; Erika Bullock; Yusuke Shinno; Qinqiong Zhang	Alemanha / Israel/ Estados Unidos/ Japão/ China	*TSG 57 – Diversity of Theories in Mathematics Education*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 57, *Subtheme* 1)	Bikner-Ahsbahs *et al.* (2023) destacaram que a tecnologia exige ferramentas teóricas e recursos semióticos para o ensino e a aprendizagem da matemática na era digital.
Ulises Salinas-Hernández; Luis Moreno-Armella; Isaias Miranda	França e México/ México/ México	*Configuration of the theoretical-methodological construct «the teaching model» by affinity between theories*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 57, *Subtheme* 1)	Ulises Salinas-Hernández, Luis Moreno-Armella e Isaias Miranda discutiram a ideia de “afinidade” como uma alternativa às estratégias de rede para configurar o modelo de ensino. Eles abordaram três teorias com base em uma visão mediadora semiótica.

Ricardo Nemirovsky; Christina Krause	Reino Unido/ Alemanha	*TSG 60 – Semiotics in Mathematics Education*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 60)	Nemirovsky e Krause (2023) exploraram o papel da semiótica e os diversos usos dos signos no ensino e aprendizagem da matemática. Destacaram que a importância da semiótica é amplamente reconhecida na literatura de educação matemática. O TSG 60 focou em como a semiótica ilumina a abstração, analisando dois episódios de vídeo e evidenciando a complexidade da expressão em materiais físicos e linguagem gestual.
Christina M. Krause; Annika M. Wille	Estados Unidos/ Alemanha / Áustria	*A semiotic lens on learning math in sign languages*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 60)	Christina M. Krause e Annika M. Wille (2023) analisaram o uso da língua de sinais em aulas de matemática para alunos surdos, explorando diversas abordagens semióticas para entender como a semiótica contribui para a aprendizagem matemática nesse contexto.
Andrea Maffia; Mirko Maracci	Itália/ Itália	*Interference between artifacts in semiotic chains*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 60)	Andrea Maffia e Mirko Maracci (2023) utilizaram a semiótica peirceana para explorar o processo de encadeamento semiótico, introduzindo a noção de "interferência" para descrever como diferentes artefatos interagem e influenciam a formação de um encadeamento semiótico.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

APÊNDICE B – SÍNTESE DOS TRABALHOS CATALOGADOS NOS *PROCEEDINGS*, *SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* DOS ICMES (SIGNOS LINGUÍSTICOS)

Quadro 4 – Síntese dos trabalhos catalogados nos *Proceedings*, *Selected Lectures* e *Invited Lectures* dos ICMEs (signos linguísticos)

Autor(es)	**País(es) do(s) Autor(es)**	**Título**	**Edição (Ano)**	**Documento (Seção)**	**Resumo**
Anna Zofia Krygowska	Polônia	*Le texte mathématique dans I'enseignement*	ICME 1 (1969)	*Proceedings* (Palestra)	Krygowska (1969) destacou que a compreensão matemática inicia com uma análise linguística formal dos textos, mas avança para a construção concreta de objetos matemáticos. Ela argumenta que o estudo de textos matemáticos não se limita à interpretação linguística.
Henry O. Pollak	Áustria	*How Can We Teach Applications Of Mathematics?*	ICME 1 (1969)	*Proceedings* (Palestra)	Pollak (1969) discutiu como os alunos se envolvem nas aplicações matemáticas, observando que problemas matemáticos em livros didáticos são conhecidos como problemas de "palavras". Ele notou que alguns problemas combinam raciocínio natural e linguístico.
Sir James Lighthill	França	*Presidential Address*	ICME 2 (1973)	*Proceedings* (Palestra)	Lighthill (1973) destacou a crescente importância da educação matemática e a influência da ICMI na IMU. Ele enfatizou o "aspecto linguístico" na aplicação da matemática e os desafios de comunicação enfrentados pelos matemáticos. Lighthill observou que a habilidade de traduzir problemas matemáticos para diferentes contextos é crucial e que a "arte" dessa comunicação não é replicável por computadores, que frequentemente falham na tradução de idiomas devido à complexidade da linguagem.
Hugh Philp	Reino Unido	*Mathematical education in developing countries – some problems of teaching and learning*	ICME 2 (1973)	*Proceedings* (Palestra)	Philp (1973) abordou desafios na educação matemática em países em desenvolvimento, focando na assimilação de objetos como blocos de madeira aos esquemas educacionais locais. Ele sugeriu mapear a dimensão linguística dos alunos e analisar a estrutura da língua materna para ajustar o currículo matemático. Philp destacou que a classificação de objetos é frequentemente influenciada por categorias linguísticas em vez de naturais ou lógicas.
René Thom	França	*Modem mathematics: does it exist?*	ICME 2 (1973)	*Proceedings* (Palestra)	Thom (1973) discutiu a Matemática Moderna e sua proposta de renovação pedagógica. Ele refletiu sobre o ensino de línguas e a dificuldade de transmitir conceitos matemáticos devido às diferenças entre estruturas linguísticas superficiais e profundas, que afetam a compreensão e comunicação.

Georges-Théodule Guilbaud	França	*Mathematics and Approximation*	ICME 3 (1977)	*Proceedings* (Palestra, *The Main Lecture*)	Guilbaud (1977) destacou a importância de identificar linguagens matemáticas que combinem precisão e aproximação. Ele sugeriu que seria útil estudar as palavras e signos em diferentes idiomas e modos de expressão para marcar essas modalidades, apesar de não ser especialista em linguística ou semiótica.
Anna Zofia Krygowska; C.G. Maslova	Polônia/ Rússia	*Mathematics Education at Upper Primary and Junior High School Level (Ages 10-16)*	ICME 3 (1977)	*Proceedings* (*The Sections A* 2)	Na sessão A2, Krygowska e Maslova (1977) discutiram o nível da matemática e das pesquisas educacionais no ensino fundamental e médio. Eles destacaram a necessidade de melhorar a estrutura de estudos e equilibrar habilidades linguísticas com terminologia matemática no ensino.
Hans Freudenthal	Países Baixos	*Major Problems of Mathematics Education*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (*Plenary Session Addresses*)	Freudenthal (1983) discutiu a diferença entre problemas matemáticos e problemas na educação matemática, ressaltando que problemas na matemática surgem da ciência e suas necessidades sociais. Ele abordou a variabilidade linguística na educação e a importância do desenvolvimento da linguagem para alcançar objetivos matemáticos, destacando a necessidade de manter a matemática dentro de contextos relevantes e convencionais.
Hermina Sinclair	Suiça	*Young Children's Acquisition of Language and Understanding of Mathematics*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 1.3, Capítulo 1)	Sinclair (1983) analisou como crianças aprendem leitura, escrita e cálculo, destacando que a linguagem falada está mais ligada ao contexto cotidiano, enquanto textos escritos evitam ambiguidades. Ela observou que, apesar de a matemática ser explícita e não comunicativa, línguas naturais expressam quantidades de várias formas, não apenas com numerais.
William Higginson	Canadá	*Threeks, Rainbrellas and Stunks (Reactions to Hermina Sinclair's Plenary Lecture)*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Tópico 1.3, Capítulo 1)	Higginson (1983) comentou a apresentação de Sinclair (1983), sugerindo que educadores matemáticos podem ter desenvolvido uma nova compreensão sobre o papel da linguagem na criação e transmissão do ensino de matemática, destacando a importância do componente linguístico na relação entre matemática e linguagem na sociedade.
Jacques Nimier	França	*What is a Professional Teacher of Mathematics*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (*The Profession of Teaching*)	Nimier (1983) observou que, ao discutir o ensino de matemática, frequentemente se pensa em suas raízes na realidade e na experiência, bem como em sua abstração, aspectos simbólicos e linguísticos.
Samuel Goldberg	Estados Unidos	*Social Science Applications in the*	ICME 4 (1983)	*Proceedings*	Goldberg (1983) discutiu a integração das ciências sociais no currículo de matemática, incluindo a linguística como um tema

		Undergraduate Mathematics Curriculum		(Capítulo *Applications*)	valioso para professores. Ele mencionou os estudos de Brainerd (1971) e Partee (1976) como exemplos de como essas ciências podem enriquecer o ensino de matemática.
H. Brian Griffiths	Inglaterra	*Successes & Failures of Mathematics Curricula in the Past Two Decades*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Mathematics Curriculum*)	Griffiths (1983) analisou os sucessos e falhas nos currículos de matemática das últimas duas décadas, destacando a dificuldade em introduzir tópicos complexos como conjuntos e lógica. Ele discutiu como essas complicações aumentam a complexidade linguística e a importância de padrões críticos para avaliar currículos.
Richard E. Mayer	Estados Unidos	*Recent Research in Memory and Cognition*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *The Begle Memorial Series on Research in Mathematics Education*)	Mayer (1983) revisou pesquisas sobre memória e cognição, focando em como o conhecimento linguístico e fatual influencia a compreensão e resolução de problemas matemáticos. Ele destacou a importância de traduzir palavras em representações internas e a necessidade de diagnosticar deficiências linguísticas e de conhecimento para melhorar o desempenho dos alunos.
Gunnar Gjone	Noruega	*Where do we go from here? Some questions in Mathematics Education to be considered in the next four years*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *The Begle Memorial Series on Research in Mathematics Education*)	Gjone (1983) abordou questões para a educação matemática futura, destacando que o ensino deve ser visto como uma interação complexa em ambientes institucionais. Ele enfatizou a importância de usar métodos linguísticos para analisar a comunicação em sala de aula.
Roland W. Scholz	Alemanha	*Methodolological Problems of Object-Adequate Modelling and Conceptualization of Teaching, Learning, and Thinking Processes Related to Mathematics*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Research in Mathematics Education*)	Scholz (1983) discutiu habilidades, processos de aprendizagem e metodologias no ensino de matemática, mencionando a importância da modelagem adequada. Referenciou estudos de Kounin (1970) sobre sistemas de signos em sala de aula e de Sinclair e Coulthard (1975) sobre pragmalinguística e análise de discurso na educação.
Gerhard Steiner	Suíça	*Number Learning as Constructing Coherent Networks by using*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Research in*	Steiner (1983) pesquisou as dificuldades de alunos das séries iniciais com operações aritméticas e discutiu princípios de planejamento de aulas para ajudar alunos com dificuldades ou baixo QI. Ele observou

		Piaget-Derived Operative Principles		*Mathematics Education*)	que, embora as relações aritméticas sejam limitadas, números podem formar novos conceitos assim como elementos linguísticos.
Anthony P. French	EstadosUnidos	*Relating the Teaching of Physics and Mathematics*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Research in Mathematics Education*)	French (1983) explorou a relação entre o ensino de matemática e física, destacando que a física está mais próxima da matemática do que outras ciências. Ele enfatizou o valor da representação gráfica na física para ilustrar a dependência entre grandezas e funções, ressaltando aspectos "linguísticos" dessa relação.
Christine Keitel	Alemanha	*The Institut fuer Didaktik Der Mathematik Der Universitat Bielefeld*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Research in Mathematics Education*)	Keitel (1983) relatou atividades do *Institut fuer Oidaktik der Mathematik* (IDM), incluindo estudos sobre a inter-relação entre ensino e aprendizagem da matemática e análise da comunicação em sala de aula. Ele destacou a importância de aspectos linguísticos e paralinguísticos na formação inicial de professores.
Albert Geoffrey Howson	Inglaterra	*Language and the Teaching of Mathematics*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Language and Mathematics*)	Howson (1983) abordou a interação entre a aprendizagem matemática e problemas de linguagem através do simbolismo. Ele explicou que, na matemática, símbolos representam "a coisa significada" e "aquilo que a significa". Howson destacou que símbolos matemáticos estruturam a linguagem e práticas de escrita, carregando exigências linguísticas específicas.
Michele Pellerey	Itália	*Analysis of Reciprocal Relationships between Linguistic Development and Mathematics Teaching: A Phychological and Socio-Cultural Point of View*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Language and Mathematics*)	Pellerey (1983) analisou a influência da língua materna na aprendizagem matemática, destacando que as crianças desenvolvem "competência linguística" ao dominar palavras, regras e normas da linguagem. Ela explorou funções da linguagem, como heurística e representativa, considerando-a tanto uma ferramenta para estudar a realidade quanto uma metalinguagem para comunicar e expressar conceitos diversos.
Colette Laborde	França	*Relations entre Le Developpement Du Langage Et Celui Des Concepts Mathematiques Chez Les Enfant*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Language and Mathematics*)	Laborde (1983) discutiu a relação entre o desenvolvimento da linguagem e conceitos matemáticos em crianças, destacando a coexistência de linguagem natural e escrita simbólica na matemática. Ele observou que o uso de códigos simbólicos nem sempre é espontâneo, com alunos frequentemente expressando problemas algébricos na língua natural em vez de usar símbolos matemáticos.
Maurizio Gnerre	Brasil	*Native Language Vs. Second Language in*	ICME 4 (1983)	*Proceedings*	Gnerre (1983) avaliou a oposição entre a língua nativa e uma segunda língua no ensino de matemática elementar. Ele destacou a

		teaching elementary Mathematics: A Case from the Amazon		(Capítulo *Language and Mathematics*)	importância de considerar fatores linguísticos e sociolinguísticos, observando que o uso de terminologia matemática pode levar a uma "adaptação" que redefine e esclarece termos, reduzindo ambiguidades no ensino de matemática em uma segunda língua.
Althea Young	Jamaica	*Teaching Mathematics in a Second Language, with special reference to Jamaica*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Language and Mathematics*)	Young (1983) discutiu o ensino de matemática na Jamaica, onde coexistem o inglês e uma língua local. Ela observou que, muitas vezes, é difícil distinguir claramente entre os dois dialetos devido à troca frequente de formas linguísticas e à dificuldade das crianças em mudar suas formas linguísticas até uma idade mais avançada.
Kristino Leeb-Lundberg	Estados Unidos	*Contributions of women to Mathematics Education*	ICME 4 (1983)	*Proceedings* (Capítulo *Women and Mathematics*)	Leeb-Lundberg (1983) destacou as contribuições das mulheres à educação matemática, enfatizando a importância de entender o impacto das educadoras no desenvolvimento infantil e humano. Ele também abordou a necessidade de crescimento na matemática através da fala e da linguagem, ressaltando a relevância da interação entre linguística e matemática e a necessidade de mais pesquisa nessa área.
Peter Damerow; Bienvenido Nebres; Mervyn Dunkley; Bevan Werry	Alemanha / Filipinas/ Austrália/ Nova Zelândia	*Mathematics For All – Problems of cultural selectivity and unequal distribution of mathematical education and future perspectives on mathematics teaching for the majority*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Theme Group* 1)	Damerow *et al.* (1986) discutiram a mudança para a educação matemática secundária universal, impulsionada por demandas por competências em um mundo científico e tecnológico. Destacaram a influência crescente das ideias linguísticas no ensino e a necessidade de tradutores de material matemático terem um conhecimento básico de matemática.
Alan Bell; Jeremy Kilpatrick; Brian Low	Reino Unido/ Estados Unidos/ Austrália	*Theory, Research and Practice in Mathematical Education*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Theme Group* 4)	Bell, Kilpatrick e Low (1986) discutiram como a atividade de pesquisa, realizada por pesquisadores profissionais ou amadores, interage com as abordagens e práticas dos professores, explorando a influência e a integração das descobertas de pesquisa na prática pedagógica da matemática.
Douglas Grouws; Gilah Leder	Estados Unidos/ Austrália	*Theory, Research and Practice in Mathematical Education*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Theme Group* 4)	Douglas Grouws e Gilah Leder (1986) destacaram que o progresso matemático está frequentemente ligado ao poder linguístico, exceto em tarefas "mecânicas". Eles sugeriram usar métodos como jogos e calculadoras para provocar a linguagem e mencionaram as dificuldades de aprender matemática em uma língua desconhecida.

Edward Carl Jacobsen; Lloyd Dawe	UNESCO/ França/ Austrália	*Language and Mathematics*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Topic Area*)	Jacobsen e Dawe (1986) organizaram a TA linguagem e matemática em três temas: Matemática Oral, Leitura e Escrita da Matemática, e Ensino e Aprendizagem da Matemática em uma Segunda Língua. Jacobsen destacou a interação entre linguística e educação matemática, usando línguas africanas como exemplo de estruturas lógicas para o aprendizado de conceitos matemáticos.
Gilbert Cuevas	Estados Unidos	*Language and Mathematics*	ICME 5 (1986)	*Proceedings* (*Topic Area*)	Gilbert Cuevas (1986) discutiu o ensino de habilidades linguísticas em salas de aula de matemática dos EUA, destacando um modelo que inclui: um componente de incentivo para sensibilizar professores, um componente procedimental com estratégias de treinamento, e um componente de conteúdo abordando tópicos culturais, linguísticos, matemáticos e pedagógicos.
Gérard Vergnaud	França	*Theoretical Frameworks and Empirical Facts in the Psychology of Mathematics Education*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (Palestra, *Plenary Address*)	Vergnaud (1988) discutiu como os alunos aprendem matemática e desenvolvem suas próprias ideias, destacando a importância das representações dos objetos matemáticos, tanto através de elementos simbólicos linguísticos quanto não linguísticos.
Douglas Quadling	Reino Unido	*Comparative Education*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (*Topic Areas and International Study Groups* 5)	Quadling (1988) coordenou uma discussão comparativa sobre a tarefa do professor, a gestão da mudança curricular e a diferenciação entre alunos no TA 5. Ele sugeriu que tendências cultural, linguística, política e social podem estruturar estudos comparativos no ICME.
Colette Laborde	França	*Language and Mathematics*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (*Topic Areas and International Study Groups* 8)	Laborde (1988) coordenou subgrupos que discutiram aspectos da interação entre linguagem e matemática.
Parzysz e Penkov	França/ Bulgária	*Natural Language and Symbolism*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (*Topic Areas and International Study*	Parzysz e Penkov discutiram atividades integradas em linguagem e matemática. Penkov (1988) propôs um ensino experimental na Bulgária, unindo as áreas, enquanto Parzysz (1988) descreveu uma formação contínua para professores focada em problemas linguísticos nas aulas de matemática.

				Groups 8, *Subgroup* 1)	
Norma Presmeg	Estados Unidos	*Cognitive Aspects of Language in the Learning of Mathematics*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (*Topic Areas and International Study Groups* 8, *Subgroup* 2)	Norma Presmeg (1988) explorou como ideias linguísticas se aplicam às habilidades matemáticas dos alunos. Ela sugeriu que a noção de transformação linguística pode ser usada para investigar estratégias na unitização de complexos literais.
Kazadi wa Mashinda	Zaire	*Cultural Aspects of Language in the Teaching of Mathematics*	ICME 6 (1988)	*Proceedings* (*Topic Areas and International Study Groups* 8, *Subgroup* 4)	Kazadi wa Mashinda (1988) investigou problemas lógico-linguísticos de estudantes zairenses de 14 a 17 anos que são ensinados em francês.
Pearla Nesher	Israel	*Theories of Learning Mathematics*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 4)	Nesher (1994) coordenou um grupo de trabalho com mais de 200 participantes. Na primeira sessão, o Subgroup 1, liderado por Paul Cobb, focou na importância de adotar uma perspectiva interacionista simbólica nas interações sociais durante o ensino da matemática.
Heinz Steinbring	Alemanha	*Language and Communication in the Mathematics Classroom*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 7)	Steinbring (1994), no WG 7, abordou o conhecimento matemático como um "organismo" dinâmico, sujeito a crescimento e reorganização. Ele sugeriu a "análise linguística de figuras de linguagem" como uma abordagem teórica para ambientes de aprendizagem e destacou que cognição, linguística e emoção podem impactar a comunicação em sala de aula.
Patrick Scott	Estados Unidos	*Multicultural and Multilingual Classrooms*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 10)	Scott (1994) mediou um debate sobre o uso de materiais e abordagens em salas de aula multiculturais e multilíngues para o ensino e aprendizagem da matemática.
Patrick Scott	Estados Unidos	*Multicultural/multilingual classrooms for the 21st century*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 10, *Subgroup* 3)	Scott (1994) afirmou que o currículo do século 21 deve ser projetado para superar barreiras linguísticas e culturais, garantindo uma aprendizagem contínua e aplicável da matemática. Ele ressaltou a importância de basear o currículo no conhecimento prévio dos alunos, abrangendo aspectos matemáticos, linguísticos e sociais.

Klaus-D. Graf	Alemanha	*Technology in the Service of the Mathematics Curriculum*	ICME 7 (1994)	*Proceedings* (WG 17)	Graf (1994), no WG 17, investigou os fundamentos empíricos, sociais e filosóficos do uso da tecnologia no currículo de matemática. Ele destacou dificuldades como barreiras linguísticas, culturais e de planejamento ao resolver problemas em computadores. Graf também sugeriu que projetos educacionais modernos devem incluir aspectos bilaterais, bilíngues, multimídia e habilidades linguísticas.
Michael P. Closs	Canadá	*Mathematicians and Mathematical Education in Ancient Maya Society*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures* (Palestra)	Closs (1994) discutiu a matemática e a educação matemática na antiga sociedade maia. Ele mencionou que, apesar das questões não resolvidas, há um consenso sobre a interpretação linguística de muitos hieróglifos maias.
Harvey Goodstein	Estados Unidos	*Teaching Mathematics and Problem Solving to Deaf and Hard-Of-Hearing Students*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures* (Palestra)	Goodstein (1994) abordou o ensino de matemática e a resolução de problemas para surdos e alunos com dificuldade auditiva. Ele destacou as dificuldades encontradas, especialmente relacionadas às deficiências linguísticas na língua de sinais.
Michael Otte	Alemanha	*Intuition and Logic in Mathematics*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures* (Palestra)	Otte (1994) discutiu a intuição e a lógica na matemática. Ele afirmou que a matemática escolar pode se reduzir a um exercício de lógica formal e correção linguística, e que, sem a intuição como base cognitiva, o conhecimento se divide entre formalismo e adivinhação empírica.
Fritz Schweiger	Áustria	*Mathematics is a Language*	ICME 7 (1994)	*Selected Lectures* (Palestra)	Schweiger (1994) refletiu sobre a linguística matemática, observando que suas descobertas não impactaram significativamente a educação matemática. Ele destacou que a matemática não introduziu novos sons nas línguas e que a matemática, como linguagem especializada, se foca na precisão espacial e lógica, menos dependente da linguagem comum.
Anna Sierpinska	Canadá	*Whither Mathematics Education?*	ICME 8 (1998)	*Proceedings* (*Plenary Lecture*)	Sierpinska (1998) discutiu a linguagem e a comunicação em sala de aula de matemática, destacando a ênfase no caráter linguístico do conhecimento e na fala dos alunos. Ela alertou para o risco de negligenciar aspectos não linguísticos das noções matemáticas e ressaltou que a imaginação é crucial no pensamento matemático. A autora também sugeriu que matemática e linguagem devem ser usadas para compreender e expandir ideias matemáticas.
Susan Pirie	Canadá	*Communication in the Classroom*	ICME 8 (1998)	*Proceedings* (WG 1)	Pirie (1998), no WG 1, relatou que o grupo facilitou a troca de ideias e resultados, discutindo problemas como a pesquisa empírica sobre a comunicação cotidiana em sala de aula. Enfatizou métodos

					quantitativos e qualitativos com perspectivas psicológicas, sociológicas e linguísticas.
Jose Francisco Quesada	Espanha	*Mathematics and Languages*	ICME 8 (1998)	*Proceedings* (WG 10)	Quesada (1998), no WG 10, discutiu o papel das linguagens na matemática e educação matemática, dividindo o grupo em duas áreas: a) linguagens matemáticas e da matemática, incluindo tipologia, psicolinguística, metáfora e sintaxe; b) lógica, semiótica e informática, abordando formalização, inteligência artificial e linguística computacional para software educacional de matemática.
Paul Ernest	Reino Unido	*Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*	ICME 8 (1998)	*Selected Lectures* (Palestra)	Paul Ernest (1998) discutiu a filosofia da matemática, destacando o falibilismo e o método de provas e refutações de Lakatos. Abordou a epistemologia e a natureza conversacional da matemática, defendendo que o conhecimento matemático é social e linguístico, emergente da interação e uso simbólico.
Pearla Nesher	Israel	*School Stereotype Word Problems and the Open Nature of Applications*	ICME 8 (1998)	*Selected Lectures* (Palestra)	Nesher (1998) abordou o ensino de "problemas de palavras" e sua aplicação, enfatizando que a chave para a aprendizagem matemática é saber quando e como aplicá-la. Ela também destacou que problemas de adição podem ser representados de várias formas linguísticas.
Siegbert Schmidt	Alemanha	*Semantic Structures of Word Problems – Mediators Between Mathematical Structures and Cognitive Structures?*	ICME 8 (1998)	*Selected Lectures* (Palestra)	Schmidt (1998) discutiu a resolução de problemas de adição, subtração, multiplicação e divisão por alunos do ensino fundamental, abordando as estruturas semânticas dos "problemas de palavras" na educação matemática. Ele destacou que os "jogos de linguagem" são parte de uma prática social e que componentes não linguísticos, como gestos e imagens, são essenciais para a compreensão da linguagem.
Maria Aparecida Viggiani Bicudo	Brasil	*Philosophy of Mathematical Education: a Phenomenological Approach*	ICME 8 (1998)	*Selected Lectures* (Palestra)	Bicudo (1998) abordou a educação matemática e a filosofia da educação, destacando que a escrita garante a durabilidade das entidades matemáticas e transforma a estrutura e o sentido dos objetos ideais. Ela ressaltou que a escrita perpetua a lógica e facilita a interpretação e representação dos significados sociais.
Bill Barton	Nova Zelândia	*Communication and Language in Mathematics Education*	ICME 9 (2004)	*Proceedings* (WGA 9)	Barton (2004), no WGA 9, organizou discussões sobre comunicação e linguagem na educação matemática. Carl Winslow (2004) abordou aspectos técnicos do discurso matemático e a estrutura semântica da escrita matemática. Questões surgiram sobre a confusão entre desempenho matemático e habilidade linguística, benefícios do

					bilinguismo para a aprendizagem matemática e crenças culturais associadas à matemática.
Michéle Artigue	França	*P 5: The Plenary Interview Session*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (*Plenary Session*, P 5)	Artigue (2008), no P 5, mediou uma entrevista com Ubiratan D'Ambrosio, Gila Hanna, Jeremy Kilpatrick e Gérard Vergnaud. Vergnaud (2008) revelou que sua entrada na educação matemática foi motivada por um convite em 1967 para ser conselheiro de professores, quando se introduziu a matemática moderna em uma escola primária.
Ubiratan D'Ambrosio; Gila Hanna; Jeremy Kilpatrick; Gérard Vergnaud	Brasil/ Canadá/ Estados Unidos/ França	*P 5: The Plenary Interview Session*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (*Plenary Session*, P 5, Entrevista)	Vergnaud (2008) explicou que, ao assistir muitas aulas e ajudar na escolha de situações para o ensino, desenvolveu a teoria dos campos conceituais. Embora tenha nascido na época, foi só anos depois que ele formalizou a teoria, envolvendo situações, invariantes operacionais e representações simbólicas e linguísticas.
Jill Adler	África do Sul	*P 6: Mirror images of an emerging field: Researching mathematics teacher education*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (*Plenary Session*, P 6)	Adler (2008) analisou a formação de professores de matemática de 1999 a 2003, revisando quase 300 artigos e publicações internacionais. Ele observou que as salas de aula de matemática incluem alunos com diversas práticas culturais e linguagens, além de diferentes competências linguísticas e matemáticas.
Norma Presmeg; Siegbert Schmidt	Estados Unidos/ Alemanha	*TSG 25: Language and communication in the mathematics classroom*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (TSG, TSG 25)	Mariotti (2008) discutiu raciocínio, avaliação e comprovação em salas de aula de matemática, destacando que o desenvolvimento do senso de prova é um objetivo crucial da formação matemática. Este objetivo está interligado com habilidades linguísticas e competências matemáticas, exigindo estratégias de intervenção de longo prazo dentro de uma perspectiva curricular abrangente.
Maria Alessandra Mariotti	Itália	*SP: Reasoning, proof and proving in mathematics education*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (*Sub-plenarys lectures*)	Presmeg e Schmidt (2008) discutiram aspectos da linguagem e da comunicação que têm forte significado e interesse para a comunidade de educação matemática.
Norma Presmeg	Estados Unidos	*Use of Personal Metaphors in the Learning of Mathematics*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (TSG, TSG 25, *Session* 1, *Plenary*	Presmeg (2008) relatou que os dispositivos linguísticos da metáfora e da metonímia têm atraído interesse na educação matemática. No entanto, poucos estudos investigaram como metáforas pessoais idiossincráticas ajudam a dar significado às construções matemáticas.

				presentation 3)	
Giancarlo Navarra; Catherine P. Visto-Yu	Itália/ Filipinas	*DG 18: Current problems and challenges in primary mathematics education*	ICME 10 (2008)	*Proceedings* (DG, DG 18)	Navarra e Visto-Yu (2008) discutiram problemas e desafios no ensino e aprendizagem de matemática no nível primário. Eles destacaram a importância da abordagem linguística e da investigação sobre álgebra como linguagem, especialmente quando associada à iniciação precoce ao ensino algébrico e às relações entre aritmética e álgebra.
Susanne Prediger; Luc Trouche	Alemanha / França	*Challenges and possibilities posed by different theoretical approaches in mathematics education research*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (DG, DG 13)	Prediger e Trouche (2008) discutiram desafios e possibilidades das abordagens teóricas na pesquisa em educação matemática. Eles analisaram processos cognitivos e obstáculos na resolução de exemplos como "5x – 10 = 4x + 10", destacando que um problema importante é a dificuldade dos alunos em aceitar que 1x é igual a x.
Norma Presmeg; Abraham Arcavi	Estados Unidos/ Estados Unidos	*Visualisation in the Teaching and Learning of Mathematics*	ICME 11 (2008)	*Sites* da *internet* (TSG, TSG 20)	Presmeg e Arcavi (2008) abordam a visualização no ensino e aprendizagem matemática, destacando seu crescente foco na educação matemática.
Gert Kadunz; Michal Yerushalmy	Áustria/ Israel	*Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Kadunz e Yerushalmy (2015) discutiram a longa história da visualização na educação matemática, destacando seu crescente interesse nas últimas duas décadas. Eles mencionaram uma mudança cultural de uma "virada linguística" para uma "virada pictórica" ou "virada icônica", conforme os estudos de Thomas Mitchel (1994) e Gottfried Boehms (1994).
Tracy Craig; Candia Morgan	África do Sul/ Reino unido	*Language and Communication in Mathematics Education*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Craig e Morgan (2015) refletiram sobre a relação entre linguagem e comunicação na educação matemática. O'Keefe e O'Donoghue analisaram livros didáticos para caracterizar a representação da matemática. Nachlielli e Tabach discutiram a semiótica social e a linguística funcional sistêmica de Halliday (1974), bem como a teoria da comunicação de Sfard (2008) sobre o discurso matemático.
Anjum Halai; Richard Barwell	Tanzânia/ Canadá	*Mathematics Education in a Multilingual and Multicultural Environment*	ICME 12 (2015)	*Proceedings* (TSG)	Halai e Barwell (2015) discutiram a educação matemática em ambientes multilíngues e multiculturais, destacando a "translinguagem" e o uso de técnicas de ensino de segunda língua para promover aprendizado. Eles também mencionaram a importância de estratégias linguísticas e culturais em contextos educacionais pós-coloniais e ressaltaram a necessidade de debater e

					esclarecer conceitos como "cultura" e "língua" na educação matemática.
Lulu Healy	Brasil	*Hands that See, Hands that Speak: Investigating Relationships Between Sensory Activity, Forms of Communicating and Mathematical Cognition*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Na palestra de Healy (2015), foram discutidas atividades matemáticas para alunos com deficiência, focando no papel dos sentidos do corpo nas práticas matemáticas. Em relação à linguística, Healy abordou a aplicação dos princípios de "interdependência linguística" em contextos bilíngues para alunos surdos.
Masami Isoda	Japão	*Dialectic on the Problem Solving Approach: Illustrating Hermeneutics as the Ground Theory for Lesson Study in Mathematics Education*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Na palestra de Isoda (2015), discutiu-se o estudo da aula na educação matemática, focando no desenvolvimento e compartilhamento de boas práticas e na teorização de conceitos para o ensino e o currículo. Isoda destacou que a expressão linguística é crucial para a interpretação objetiva.
Lyn Webb	África do Sul	*Conflicting Perspectives of Power, Identity, Access and Language Choice in Multilingual Teachers' Voices*	ICME 12 (2015)	*Selected Regular Lectures* (Palestra)	Webb (2015) analisou os conflitos de poder e contradições de linguagem em salas de aula multilíngues, destacando a dominação do inglês em contraste com a subordinação das línguas nativas. Webb sugeriu que reconhecer essas contradições pode levar à pesquisa de estratégias linguísticas criativas para facilitar o acesso e preservar a identidade.
Frederick K. S. Leung	Hong Kong	*Mathematics Discourse in Making Sense of Mathematics Achievement in East Asia: Does Culture Really Matter?*	ICME 13 (2017)	*Proceedings (Awardees')*	Leung (2017) explorou a influência cultural e linguística no desempenho matemático, focando em países de alto desempenho no leste asiático. Destacou que a linguagem molda o conhecimento matemático e investigou como diferentes grupos linguísticos processam matemática, citando Galligan (2001) sobre as diferenças linguísticas na matemática.
Judit Moschkovich; David Wagner	Estados Unidos/ Canadá	*Topic Study Group No. 31: Language and Communication in*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 31)	Moschkovich e Wagner (2017) discutiram as pesquisas recentes sobre linguagem e comunicação na educação matemática, destacando a importância da multimodalidade e dos sistemas de signos. Eles abordaram como diferentes teorias e métodos

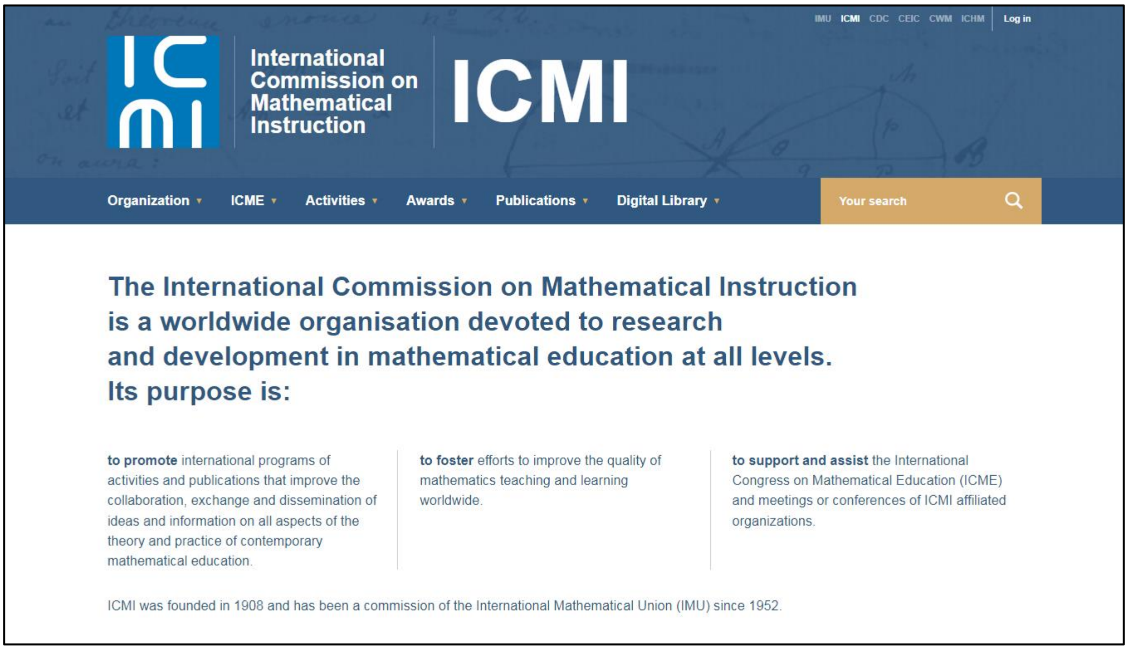
		Mathematics Education			contribuem para entender essas interações na aprendizagem matemática.
Richard Barwell; Anjum Halai	Canadá/ Paquistão	*Topic Study Group No. 32: Mathematics Education in a Multilingual and Multicultural Environment*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 32)	Barwell e Halai (2017) analisaram desafios da pesquisa em educação matemática em contextos multilíngues e multiculturais, considerando diversidade histórica, colonialismo, migração e globalização. Discutiram a preparação de professores para desenvolver competências matemáticas e linguísticas e questionaram a utilidade do vocabulário matemático em diferentes contextos culturais.
Milton Rosa; Lawrence Shirley	Brasil/ Estados Unidos	*Topic Study Group No. 35: Role of Ethnomathematics in Mathematics Education*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 35)	Rosa e Shirley (2017) discutiram temas relacionados à etnomatemática e sua ação pedagógica, conectados por pedagogia culturalmente relevante e abordagens inovadoras. Destacaram que a linguística na etnomatemática se expande devido à crescente sensibilidade para compreender ideias e práticas matemáticas de diferentes grupos culturais.
Norma Presmeg; Luis Radford	Estados Unidos/ Canadá	*Topic Study Group No. 54: Semiotics in Mathematics Education*	ICME 13 (2017)	*Proceedings* (TSG, TSG 54)	Presmeg e Radford (2017) destacaram a relevância da semiótica na pesquisa e prática do ensino de matemática, enfatizando sua aplicação em diversos níveis de ensino. Eles organizaram sessões para discutir a teoria dos signos e envolver tanto veteranos quanto novatos em suas abordagens teóricas.
Judith Njomgang Ngansop	Camarões	*Relevance of Learning Logical Analysis of Mathematical Statements*	ICME 13 (2018)	*Invited Lectures* (Palestra)	Ngansop (2018) discutiu a relação entre lógica e linguagem em uma universidade em Camarões, abordando ambiguidades no discurso matemático e introdução tardia do simbolismo. A pesquisadora sugeriu familiarizar alunos com exercícios de lógica e linguagem para melhorar compreensão e competências linguísticas.
Rina Zazkis	Canadá	*Dialogues on Numbers: Script-Writing as Approximation of Practice*	ICME 13 (2018)	*Invited Lectures* (Palestra)	Zazkis (2018) propôs a escrita de roteiros como uma nova abordagem pedagógica em educação matemática. A tarefa envolve argumentos incompletos ou errôneos de alunos. A dramatização em sala, segundo Shapiro e Leopold (2012), fomenta o crescimento cognitivo e linguístico.
Mercy Kazima	Malawi	*Mathematical Work of Teaching in Multilingual Context*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (*Plenary Lecture* 4)	Kazima (2023) explorou a relação entre a língua de ensino e a língua materna dos alunos no ensino matemático em contextos multilíngues, destacando a importância do conhecimento linguístico dos professores. Ela identificou três categorias de foco: terminologia matemática, grupos linguísticos minoritários e ensino em língua estrangeira.

Iliada Elia; Anna E. Baccaglini-Frank; Esther Levenson; Nanae Matsuo; Nosisi Feza	Chipre/ Itália/ Israel/ Japão/ África do Sul	*A Survey of Recent Research on Early Childhood Mathematics Education*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (*Survey Team* 2)	Elia *et al.* (2023) revisaram pesquisas sobre a educação matemática na primeira infância, abrangendo de 2012 a 2020. Destacaram o ensino de geometria, focando em habilidades espaciais, formas, e abordagens corporificadas e semióticas. Observou-se que recursos semióticos e linguísticos desempenham papéis mediadores nos processos de ensino-aprendizagem.
Marcus Schütte; Jenni Ingram; Tran Vui; Maire Ní Riordáin; Fengjuan Hu	Alemanha / Inglaterra/ Vietnã/ Irlanda/ China	*TSG 39 – Language and Communication in Mathematics Classroom*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 39)	Schütte *et al.* (2023) analisaram a influência de diversas teorias e metodologias nas pesquisas sobre linguagem e comunicação matemática em sala de aula. Eles discutiram como análises interacionais e marcadores linguísticos ajudam a reconstruir as conexões do mundo da vida na negociação do significado matemático.
Ricardo Nemirovsky; Christina Krause	Reino Unido/ Alemanha	*TSG 60 – Semiotics in Mathematics Education*	ICME 14 (2023)	*Site* da *internet* (TSG, TSG 60)	Nemirovsky e Krause (2023) exploraram a semiótica e o uso de signos no ensino da matemática. Discutiram temas como a "semiótica dentro e fora da educação matemática", abordando diferenças e semelhanças com arte, linguística e cinema, embora a linguística não tenha sido novamente mencionada.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

APÊNDICE C – EXEMPLOS DE *SITES* UTILIZADOS PARA AS PESQUISAS DOS *PROCEEDINGS, SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES*

Figura 15 – *Template* do *site* da ICMI



Fonte: ICMI[114].

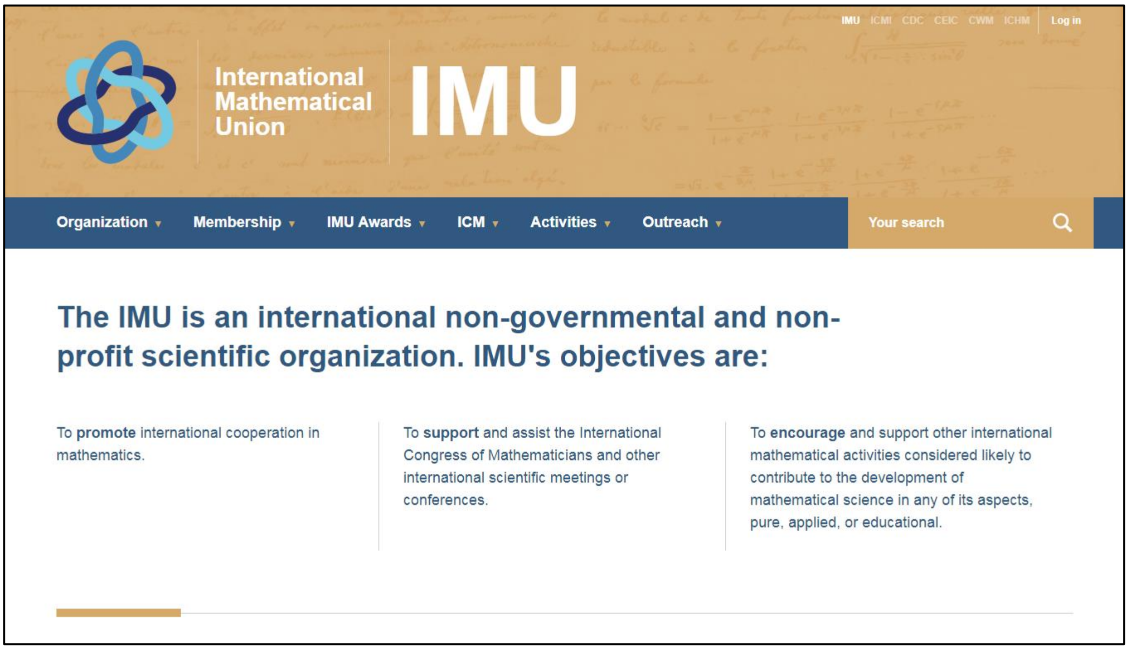
Figura 16 – Página dos ICMEs no *site* da ICMI

Fonte: ICMI[115].

[114] Ver: https://www.mathunion.org/icmi. Acesso em: 31 set. 2023.

[115] Página do *site* da ICMI com os ICMEs anteriores. É informado que os anos, locais e *proceedings* dos ICMEs anteriores podem ser encontrados nessa página. Ver: https://www.mathunion.org/icmi/icme/past-icmes. Acesso em: 31 set. 2023.

Figura 17 – *Site* da IMU



Fonte: IMU[116].

Figura 18 – Série de estudos do ICME e da ICMI no *site Faculty of Mathematics*

ICME and ICMI Study Series

Series No	Year	Location	Title	Pages	Djvu (MB)	Pdf (MB)
ICME 01	1969	Lyon	Proceedings of the First International Congress on Mathematical Education	286	14.5	27.4
ICME 01	1969	Lyon.ocr	Proceedings of the First International Congress on Mathematical Education	286	14.5	0.0
ICME 04	1980	Berkeley	Proceedings of the 4th International Congress on Mathematical Education	737	69.4	124.0
ICME 06	1988	Budapest	Proceedings of the 6th International Congress on Mathematical Education	392	21.6	38.0
ICME 07	1992	Quebec	Proceedings of the 7th International Congress on Mathematical Education	530	56.7	496.6
ICME 07	1992	Quebec	Proceedings of the 7th International Congress on Mathematical Education (Lectures)	380	19.0	35.1
ICME 08	1996	Sevilla	Proceedings of the 8th International Congress on Mathematical Education	540	50.7	980.0
ICME 08	1996	Sevilla	Proceedings of the 8th International Congress on Mathematical Education (Lectures)	494	21.0	43.0
ICMI CIEM	1965	Echternach	Les Repercussions de la Recherche Mathematique sur l'Enseignement	290	13.2	19.7
ICMI Study 01	1985	Strasbourg	The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching	160	7.8	15.2
ICMI Study 01	1985	Strasbourg	The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching (Supporting Papers)	326	23.7	37.7
ICMI Study 02	1986	Kuwait	School Mathematics in the 1990s	112	5.9	10.3
ICMI Study 03	1987	Udine	Mathematics as a Service Subject	96	5.4	10.0
ICMI Study 03	1987	Udine	Selected Papers on the Teaching of Mathematics as a Service Subject	190	8.2	16.1
ICMI Study 04	1990		Mathematics and Cognition	188	13.0	23.6
ICMI Study 05	1989	Leeds	The Popularization of Mathematics	220	9.8	17.2
ICMI Study 05	1989	Leeds	Papers on The Popularization of Mathematics	298	11.0	20.3
ICMI Study 07	1993	Hoor	Gender and Mathematics Education	428	25.5	47.8

Total number of pages: 7583

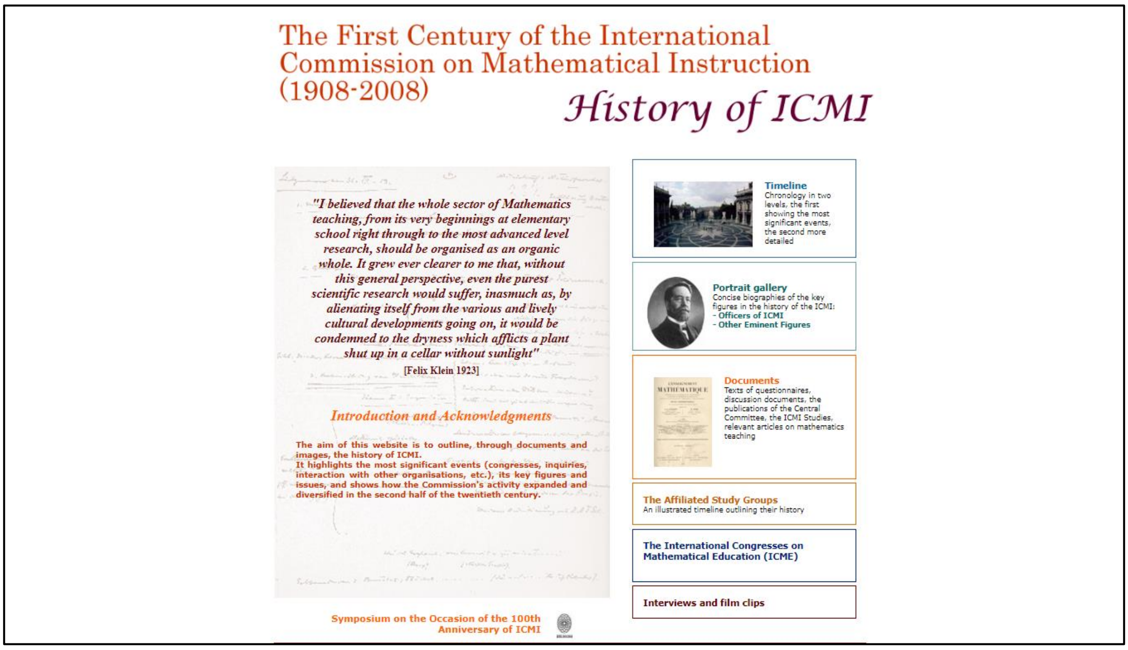
Server Home Page: http://www.math.uni-bielefeld.de/
WWW Server: Fakultät für Mathematik, University of Bielefeld, Germany
Ulf Rehmann, E-Mail: rehmann@math.uni-bielefeld.de

W3C HTML 4.01

Fonte: *Faculty of Mathematics*[117].

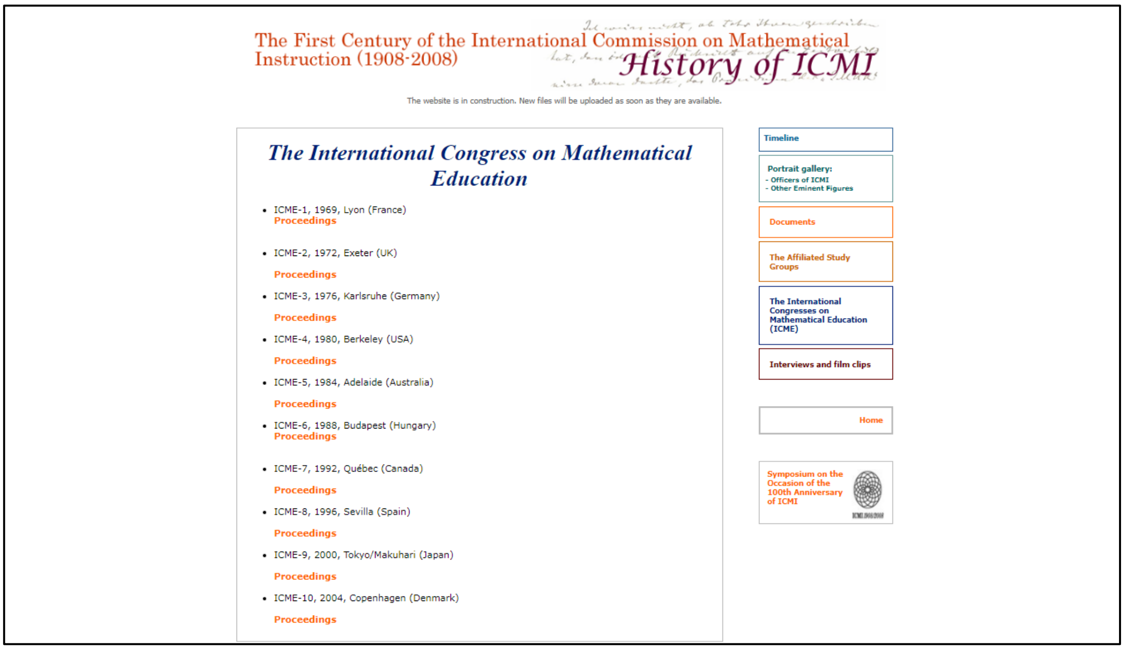
[116] A IMU é uma organização científica internacional não governamental e sem fins lucrativos. Ver: https://www.mathunion.org/. Acesso em: 31 set. 2023.
[117] Série de estudos do ICME e da ICMI. Ver: https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/. Acesso em: 31 set. 2023.

Figura 19 – Template do *site* ICMI *History*



Fonte: ICMI *History*[118].

Figura 20 – *Proceedings* no *site* ICMI *History*

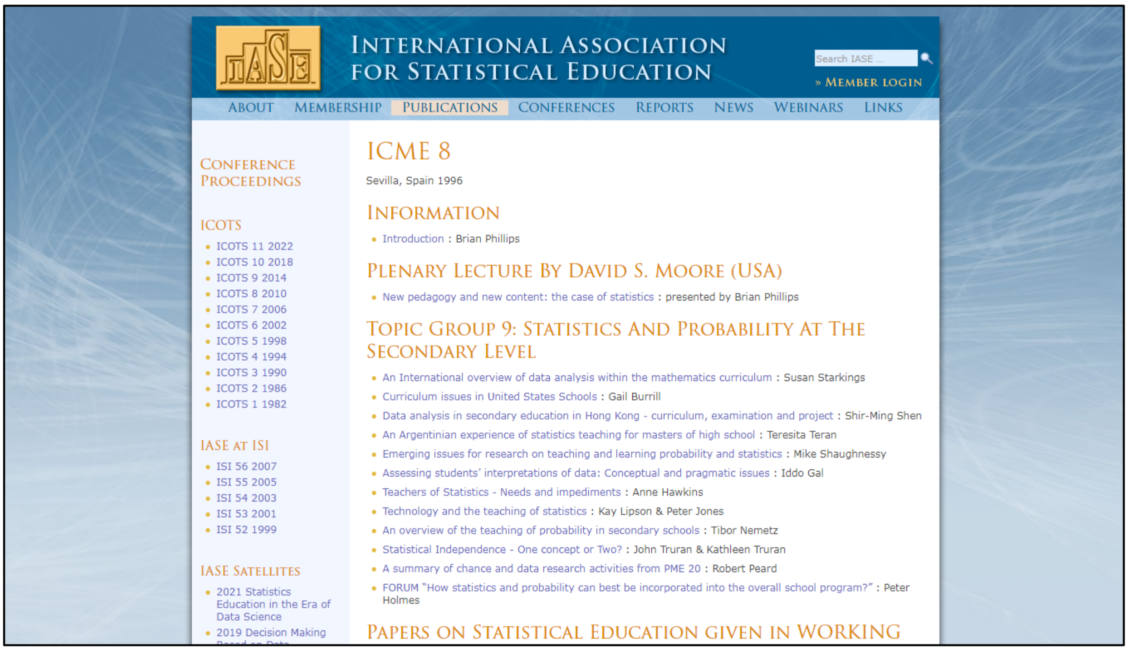


Fonte: ICMI History[119].

[118] *Site History* of ICMI. Ver: https://www.icmihistory.unito.it/. Acesso em: 31 set. 2023.

[119] *History of* ICMI: *The International Congress on Mathematical Education*. Ver: https://www.icmihistory.unito.it/congress.php. Acesso em: 31 set. 2023.

Figura 21 – *Proceedings* do ICME 8 no *site* da *International Association for Statistics Education* (IASE)[120]



Fonte: IASE[121].

Figura 22 – *Proceedings* do ICME 9 no *site* da IASE

Fonte: IASE[122].

[120] IASE corresponde à sigla de *International Association for Statistics Education*, traduzido em português como Associação Internacional de Educação Estatística.
[121] Ver: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_8_1996. Acesso em: 31 set. 2023.
[122] Ver: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_9_2000. Acesso em: 31 set. 2023.

Figura 23 – *Proceedings* do ICME 10 no *site* da IASE

Fonte: IASE[123].

Figura 24 – *Proceedings* do ICME 11 no *site* da IASE

Fonte: IASE[124].

[123] Ver: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_10_2004. Acesso em: 31 set. 2023.
[124] Ver: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_11_2008. Acesso em: 31 set. 2023.

Figura 25 – *Proceedings* do ICME 12[125] no *site* da IASE

Fonte: IASE[126].

Figura 26 – *Proceedings* do ICME 13 no *site* da IASE

Fonte: IASE[127].

[125] É informado que se trata dos *proceedings* do ICME 12, mesmo que no próprio *site* esteja ICME 11. Diferente dos *proceedings* de outros ICMEs (8, 9, 10, 11 e 13) que também estão no referido *site*, no que se refere aos *proceedings* do ICME 12, é disponibilizado apenas um relatório referente ao *Topic Study Group* 12 (TSG-12), com a coordenação de Dani Ben-Zvi (Israel) e Katie Makar (Austrália), cujo título do TSG-12 é *"TEACHING AND LEARNING OF STATISTICS"*.

[126] Ver: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_12_2012. Acesso em: 31 set. 2023.

[127] Ver: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_13_2016. Acesso em: 31 set. 2023.

APÊNDICE D – INFORMAÇÕES BIBLIOGRÁFICAS DOS *PROCEEDINGS*, *SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* DOS ICMEs

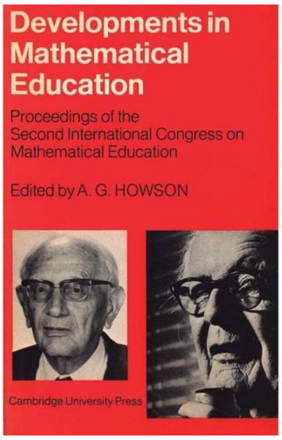
Quadro 5 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 1

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12">
</td><td colspan="6">Título</td></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the First International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><td colspan="6">Subtítulo</td></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><td>Editor(es)</td><td colspan="5">The Editorial Board of Educational Studies in Mathematics</td></tr>
<tr><td>Editora</td><td colspan="5">D. Reidel Publishing Company</td></tr>
<tr><td>Ano</td><td>1969</td><td>Edição</td><td>1</td><td>Páginas</td><td>286</td></tr>
<tr><td colspan="2">ISBN</td><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><td colspan="2">e-book ISBN</td><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><td>DOI</td><td colspan="5">-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Link 1</th></tr>
<tr><td>https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_01_1969_Lyon.pdf</td></tr>
<tr><td>Link 2</td></tr>
<tr><td>https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_01_1969_Lyon.pdf</td></tr>
<tr><td>Link 3</td></tr>
<tr><td>https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_01_1969_Lyon.ocr.djvu</td></tr>
<tr><td>Link 4</td></tr>
<tr><td>https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_01_1969_Lyon.ocr.ocr.djvu</td></tr>
<tr><td>Link 5</td></tr>
<tr><td>https://www.icmihistory.unito.it/icme1.php</td></tr>
<tr><td>Sobre o livro</td></tr>
<tr><td>-</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

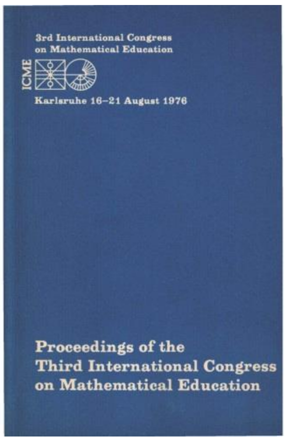
Quadro 6 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 2



Informação Bibliográfica					
Título	Developments in Mathematical Education				
Subtítulo	Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education				
Editor(es)	Albert Geoffrey Howson				
Editora	Cambridge University Press				
Ano	1973	**Edição**	1	**Páginas**	IX, 329
ISBN	0 521 20190 X, 0 521 09803 3				
***e-book* ISBN**	-				
DOI	-				
***Link* 1**	https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_02_1972_Exeter.PDF				
***Link* 2**	https://www.icmihistory.unito.it/icme1.php				
Sobre o livro	-				

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

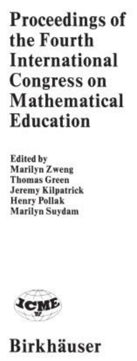
Quadro 7 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 3



Informação Bibliográfica					
Título	Proceedings of the Third International Congress on Mathematical Education				
Subtítulo	-				
Editor(es)	Hermann Athen; Heinz Kunle				
Editora	Organising Committee of the Third International Congress on Mathematical Education				
Ano	1977	**Edição**	1	**Páginas**	403
ISBN	0 521 20190 X, 0 521 09803 3				
***e-book* ISBN**	-				
DOI	-				
***Link* 1**	https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_03_1976_Karlsruhe.PDF				
***Link* 2**	https://www.icmihistory.unito.it/icme3.php				
Sobre o livro	-				

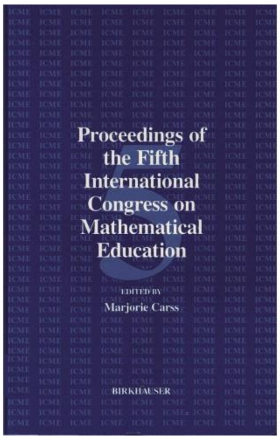
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 8 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 4

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="10">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><th colspan="6">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">Marilyn Zweng; Thomas Green; Jeremy Kilpatrick; Henry Pollak; Marilyn Suydam</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">Birkhauser</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>1983</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td>XV, 725</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">978-0-8176-3082-9</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">978-1-4684-8223-2</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">https://doi.org/10.1007/978-1-4684-8223-2</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 1</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_04_1980_Berkeley.pdf</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 2</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4684-8223-2</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 3</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_04_1980_Berkeley.pdf</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 4</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_04_1980_Berkeley.ocr.djvu</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 5</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.icmihistory.unito.it/icme4.php</td></tr>
<tr><th colspan="7">Sobre o livro</th></tr>
<tr><td colspan="7">O Quarto Congresso Internacional sobre Educação Matemática foi realizado em Berkeley, Califórnia, EUA, de 10 a 16 de agosto de 1980. Os congressos anteriores foram realizados em Lyon em 1969, Exeter em 1972 e Karlsruhe em 1976. A participação em Berkeley foi de cerca de 1.800 membros titulares e 500 membros associados de cerca de 90 países; pelo menos metade deles vem de fora da América do Norte. Cerca de 450 pessoas participaram do programa como palestrantes ou presidentes. Aproximadamente 40 por cento deles vieram dos EUA ou Canadá. Houve quatro discursos plenários: foram ministrados por Hans Freudenthal sobre os principais problemas da Educação Matemática; Hermina Sinclair sobre a relação entre a aprendizagem da linguagem e da matemática; Seymour Papert sobre o computador como portador da cultura matemática; e Hua Loo-Keng sobre a popularização e aplicação de métodos matemáticos. George Pólya foi o presidente honorário do Congresso. A doença impediu sua presença planejada, mas ele enviou uma breve apresentação intitulada Mathematics Improves the Mind. Houve uma programação completa de palestrantes, painelistas, debates, miniconferências e reuniões de grupos de trabalho e estudo. Além disso, 18 grandes projetos de todo o mundo foram convidados a fazer apresentações, e vários grupos representando áreas especiais de preocupação tiveram a oportunidade de se reunir e planear as suas atividades futuras (tradução nossa).</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

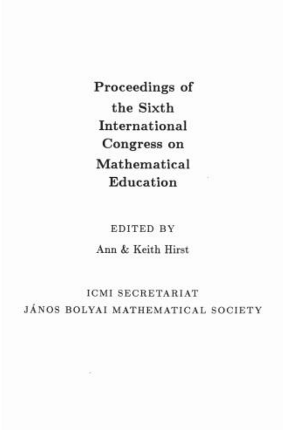
Quadro 9 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 5

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12">
</td><td colspan="6">Título</td></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><td colspan="6">Subtítulo</td></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><td>Editor(es)</td><td colspan="5">Marjorie Carss</td></tr>
<tr><td>Editora</td><td colspan="5">Birkhauser</td></tr>
<tr><td>Ano</td><td>1986</td><td>Edição</td><td>1</td><td>Páginas</td><td>XI, 401</td></tr>
<tr><td colspan="2">ISBN</td><td colspan="4">978-0-8176-3330-1</td></tr>
<tr><td colspan="2">e-book ISBN</td><td colspan="4">978-1-4757-4238-1</td></tr>
<tr><td>DOI</td><td colspan="5">https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4238-1</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Link 1</th></tr>
<tr><td>https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_05_1984_Adelaide.PDF</td></tr>
<tr><td>Link 2</td></tr>
<tr><td>https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4757-4238-1</td></tr>
<tr><td>Link 3</td></tr>
<tr><td>https://www.icmihistory.unito.it/icme5.php</td></tr>
<tr><td>Sobre o livro</td></tr>
<tr><td>Os Congressos Internacionais de Educação Matemática (ICMEs), sob os auspícios da Comissão Internacional de Instrução Matemática, são realizados a cada quatro anos. Congressos anteriores foram realizados na França (Lyons), na Inglaterra (Exeter), na República Federal da Alemanha (Karlsruhe) e nos Estados Unidos da América (Berkeley). O Quinto Congresso Internacional de Educação Matemática (lCME 5) foi realizado em Adelaide, Austrália, de 24 a 30 de agosto de 1984. Mais de 1.800 participantes de mais de 70 países participaram do Congresso, enquanto cerca de 200 pessoas adicionais participaram de funções sociais e excursões. O programa do ICME 5 foi planejado e estruturado por um Comitê de Programa Internacional e implementado pelo Comitê de Programa Nacional na Austrália. Para a parte principal do programa, os organizadores principais, assistidos pelos coordenadores australianos, foram convidados a planear e preparar os componentes individuais do programa que abordaram uma vasta gama de tópicos e áreas de interesse. Cada uma destas equipes envolveu muitas pessoas de todo o mundo no planeamento detalhado e na preparação das sessões de trabalho para a sua área de responsabilidade do programa. Para as sessões de trabalho propriamente ditas do Congresso, o menor grupo contou com cerca de 60 membros, enquanto o maior teve bem mais de 300. Além das sessões de trabalho, houve três grandes discursos plenários, várias apresentações especialmente convidadas e mais de 420 comunicações individuais na forma de comunicações curtas, seja na forma de pôsteres ou palestras breves (tradução nossa).</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

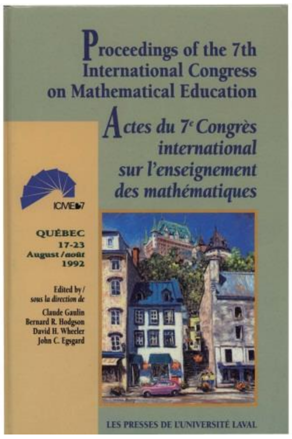
Quadro 10 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 6

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the Sixth International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><th colspan="6">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">Ann Hirst; Keith Hirst</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">János Bolyai Mathematical Society</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>1988</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td>398</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">963-8022-48-5</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Link 1</th></tr>
<tr><td>https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_06_1988_Budapest.pdf</td></tr>
<tr><th>Link 2</th></tr>
<tr><td>https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_06_1988_Budapest.pdf</td></tr>
<tr><th>Link 3</th></tr>
<tr><td>https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_06_1988_Budapest.ocr.djvu</td></tr>
<tr><th>Link 4</th></tr>
<tr><td>https://www.icmihistory.unito.it/icme6.php</td></tr>
<tr><th>Sobre o livro</th></tr>
<tr><td>-</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 11 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 7

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the 7th International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><th colspan="6">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">Claude Gaulin; Bernard R. Hodgson; David H. Wheeler; John C. Egsgard</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">Les Presses De L’université Laval</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>1994</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td>XXV, 534</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">2-7637-7362-1</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">-</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 1</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_07.1_1992_Quebec.pdf</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 2</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec.pdf</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 3</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec.ocr.djvu</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 4</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.icmihistory.unito.it/icme7.php</td></tr>
<tr><th colspan="7">Sobre o livro</th></tr>
<tr><td colspan="7">-</td></tr>
</table>

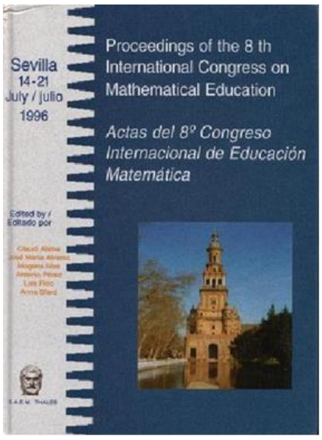
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 12 – Informações bibliográficas do *Selected Lectures* do ICME 7

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="10">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Selected Lectures from the 7th International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><th colspan="6">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">David F. Robitaille; David H. Wheeler; Carolyn Kieran</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">Les Presses De L’université Laval</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>1994</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td>XII, 380</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">2-7637-7370-2</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">-</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 1</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec_Lectures.pdf</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 2</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_07_1992_Quebec_Lectures.ocr.djvu</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 3</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.icmihistory.unito.it/icme7.php</td></tr>
<tr><th colspan="7">Sobre o livro</th></tr>
<tr><td colspan="7">-</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 13 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 8

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the 8th International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><th colspan="6">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">Claudi Alsina; José Mª Alvarez; Mogens Niss; Antonio Pérez; Luis Rico; Anna Sfard</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">S.A.E.M. ‘THALES’</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>1998</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td>542</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">84-923760-2-3</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">-</td></tr>
</table>

Link 1
https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.1_1996_Sevilla.pdf
***Link* 2**
https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_08_1996_Sevilla.pdf
***Link* 3**
https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_8_1996
***Link* 4**
https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_08_1996_Sevilla.ocr.djvu
***Link* 5**
https://www.icmihistory.unito.it/icme8.php
Sobre o livro
-

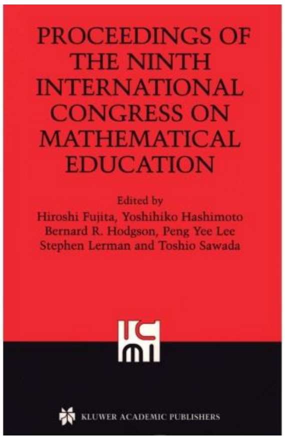
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 14 – Informações bibliográficas do *Selected Lectures* do ICME 8

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="11">
</td><td colspan="6">Título</td></tr>
<tr><td colspan="6">8th International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><td colspan="6">Subtítulo</td></tr>
<tr><td colspan="6">Selected Lectures</td></tr>
<tr><td>Editor(es)</td><td colspan="5">Claudi Alsina, José Mª Alvarez, Bernard Hodgson, Colette Laborde e Antonio Pérez</td></tr>
<tr><td>Editora</td><td colspan="5">S.A.E.M. ‘THALES’</td></tr>
<tr><td>Ano</td><td>1998</td><td>Edição</td><td>1</td><td>Páginas</td><td>VIII, 494</td></tr>
<tr><td colspan="2">ISBN</td><td colspan="4">84-923760-3-1</td></tr>
<tr><td colspan="2">e-book ISBN</td><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><td>DOI</td><td colspan="5">-</td></tr>
<tr></tr>
<tr><th colspan="7">Link 1</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_08.2_1996_Sevilla_Lectures.pdf</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 2</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_08_1996_Sevilla_Lectures.pdf</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 3</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_8_1996</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 4</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.math.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_08_1996_Sevilla_Lectures.ocr.djvu</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 5</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.icmihistory.unito.it/icme8.php</td></tr>
<tr><th colspan="7">Sobre o livro</th></tr>
<tr><td colspan="7">-</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 15 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 9



Informação Bibliográfica					
Título					
Proceedings of the Ninth International Congress on Mathematical Education					
Subtítulo					
-					
Editor(es)	Hiroshi Fujita; Yoshihiko Hashimoto; Bernard R. Hodgson; Peng Yee Lee; Stephen Lerman; Toshio Sawada				
Editora	Kluwer Academic Publishers				
Ano	2004	**Edição**	1	**Páginas**	XVIII, 451
ISBN	1-4020-8093-X, 1-4020-7902-8, 978-1-4020-7902-3				
***e-book* ISBN**	1-4020-7910-9, 978-94-010-9046-9				
DOI	https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9				
***Link* 1**					
https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_09_2000_Tokyo.PDF					
***Link* 2**					
https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-010-9046-9					
***Link* 3**					
https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_9_2000					
***Link* 4**					
https://www.icmihistory.unito.it/icme9.php					
Sobre o livro					
Entre as organizações dedicadas à Educação Matemática, a Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI) distingue-se devido aos seus laços estreitos com a comunidade matemática. Os grandes desafios que a Educação Matemática enfrenta atualmente em todo o mundo exigem um envolvimento mais profundo e mais sensível dos matemáticos disciplinares do que o que temos agora, tanto no trabalho de melhorias educativas como na investigação sobre a natureza do ensino e da aprendizagem. Este livro constitui os *Proceedings* do Nono Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 9), que foi realizado em Tóquio/Makuhari, Japão, em julho e agosto de 2000. O ICME 9 reuniu especialistas de 70 países, trabalhando para compreender os desafios da Educação Matemática, incluindo cruzamento de fronteiras e colaboração, como a necessidade de conciliar linguagem, epistemologia, normas de evidência e, em geral, todos os desafios intelectuais e de atitude que enfrentam a investigação e o desenvolvimento multidisciplinares (tradução nossa).					

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 16 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 10

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12">
</td><td colspan="6">Título</td></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><td colspan="6">Subtítulo</td></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><td>Editor(es)</td><td colspan="5">Mogens Niss</td></tr>
<tr><td>Editora</td><td colspan="5">IMFUFA, Department of Science, Systems and Models</td></tr>
<tr><td>Ano</td><td>2008</td><td>Edição</td><td>1</td><td>Páginas</td><td>559</td></tr>
<tr><td colspan="2">ISBN</td><td colspan="4">978-87-7349-733-3</td></tr>
<tr><td colspan="2">e-book ISBN</td><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><td>DOI</td><td colspan="5">-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Link 1</th></tr>
<tr><td>https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_10_2004_Copenhagen.pdf</td></tr>
<tr><td>Link 2</td></tr>
<tr><td>https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_10_2004</td></tr>
<tr><td>Link 3</td></tr>
<tr><td>https://www.icmihistory.unito.it/icme10.php</td></tr>
<tr><td>Sobre o livro</td></tr>
<tr><td>-</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 17 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 11

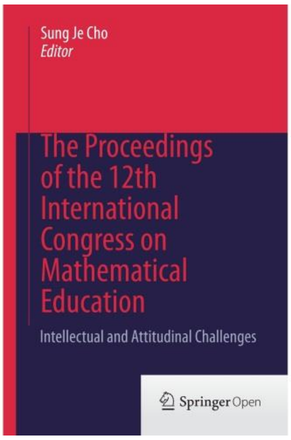
<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12"></td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education[128]</td></tr>
<tr><th colspan="6">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">-</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">-</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>2008</td><th>Edição</th><td>-</td><th>Páginas</th><td>-</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">-</td></tr>
</table>

***Link* 1**	
https://www.mathunion.org/icmi/publications/icme-proceedings-and-publications	
***Link* 2**	
https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_11_2008	
Sobre o livro	
-	

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

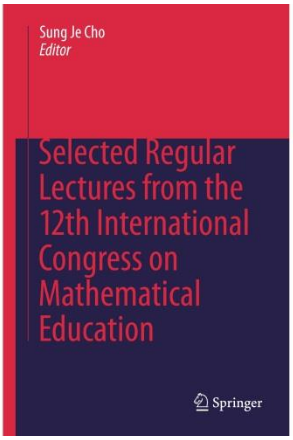
[128] Seguindo os *proceedings* dos eventos anteriores, acredita-se que possa ser intitulado *Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education*. Até o momento em que estamos escrevendo este texto, como não encontramos os *proceedings*, a capa também não foi encontrada. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME11/www.icme11.org/index.html. Acesso em: 31 set. 2023.

Quadro 18 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 12

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><th colspan="6">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="6">Intellectual and Attitudinal Challenges</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">Sung Je Cho</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">Springer Open</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>2015</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td>XVIII, 648</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">978-3-319-10685-4</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">978-3-319-12688-3</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 1</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_12_2012_Seoul.pdf</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 2</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-12688-3</td></tr>
<tr><th colspan="7">Sobre o livro</th></tr>
<tr><td colspan="7">Este livro compõe os Proceedings do 12º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 12), que foi realizado no COEX em Seul, Coreia, de 8 a 15 de julho de 2012. O ICME 12 reuniu 3.500 especialistas de 92 países, trabalhando para compreender todos os desafios intelectuais e atitudinais na disciplina de Educação Matemática como uma investigação e prática multidisciplinar. Este trabalho pretende servir como uma plataforma para um envolvimento mais profundo, mais sensível e mais colaborativo de todos os principais contribuintes para a melhoria educacional e na investigação sobre a natureza do ensino e da aprendizagem na Educação Matemática. Apresenta as principais atividades do ICME 12 que contribuíram com sucesso para o desenvolvimento sustentável da Educação Matemática em todo o mundo. O programa fornece alimento para o pensamento e inspiração para a prática a todos os interessados na Educação Matemática e constitui uma referência essencial para formadores de professores, criadores de currículos e investigadores em Educação Matemática. O trabalho inclui os textos das quatro palestras plenárias e dos três painéis plenários e relatórios de três grupos de pesquisa, cinco apresentações nacionais, os resumos de cinquenta e uma palestras regulares, relatórios de trinta e sete Grupos de Estudo Temáticos e dezessete Grupos de Discussão (tradução nossa).</td></tr>
</table>

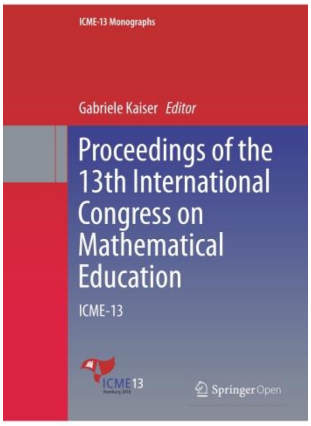
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 19 – Informações bibliográficas do *Selected Lectures* do ICME 12

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="11">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><th colspan="6">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">Sung Je Cho</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">Springer Cham</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>2015</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td>XIII, 932</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">978-3-319-37342-3, 978-3-319-17186-9</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">978-3-319-17187-6</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6</td></tr>
<tr><td colspan="6"></td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 1</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-17187-6</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 2</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_12_2012</td></tr>
<tr><th colspan="7">Sobre o livro</th></tr>
<tr><td colspan="7">Este livro compreende a íntegra das Palestras Regulares selecionadas dos Proceedings do 12º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 12), que foi realizado no COEX em Seul, Coreia, de 8 a 15 de julho de 2012. O ICME 12 reuniu 4.700 especialistas. de 100 países, trabalhando para compreender todos os desafios intelectuais e atitudinais no tema da Educação Matemática como uma pesquisa e prática multidisciplinar. Estas Palestras Regulares selecionadas apresentam o trabalho de cinquenta e um proeminentes Educadores Matemáticos de todo o mundo. As Palestras cobrem um amplo espectro de tópicos, temas e questões e visam orientar futuras pesquisas no sentido da melhoria educacional no ensino e aprendizagem da Educação Matemática. Este livro é de particular interesse para pesquisadores, professores e desenvolvedores de currículos em Educação Matemática (tradução nossa).</td></tr>
</table>

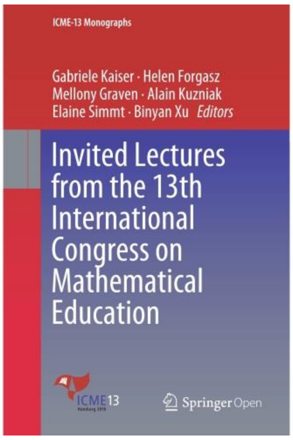
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 20 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 13

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><th colspan="6">Título da série</th></tr>
<tr><td colspan="6">ICME-13 Monographs</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">Gabriele Kaiser</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">Springer Open</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>2017</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td>XVIII, 766</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">978-3-319-73756-0, 978-3-319-62596-6</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">978-3-319-62597-3</td></tr>
<tr><th>ISSN</th><td colspan="2">2520-8322</td><th>E-ISSN</th><td colspan="2">2520-8330</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3</td></tr>
<tr><td colspan="6"></td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 1</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME%20proceedings/ICME_13_2016_Hamburg.pdf</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 2</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-62597-3</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 3</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_13_2016</td></tr>
<tr><th colspan="7">Sobre o livro</th></tr>
<tr><td colspan="7">Este livro é de acesso aberto sob licença CC BY 4.0. O livro apresenta os Proceedings do 13º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 13) e é baseado nas apresentações feitas no 13º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 13). O ICME-13 ocorreu de 24 a 31 de julho de 2016 na Universidade de Hamburgo, em Hamburgo (Alemanha). O congresso foi organizado pela Sociedade de Didática da Matemática (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik - GDM) e decorreu sob os auspícios da ICMI. O ICME 13 reuniu cerca de 3.500 educadores matemáticos de 105 países, além disso, 250 professores de países de língua alemã reuniram-se para atividades específicas. Imediatamente, antes do congresso, foram oferecidas atividades para 450 pesquisadores em início de carreira. Os proceedings fornecem uma visão abrangente sobre o estado da arte atual das discussões sobre Educação Matemática e mostram a amplitude e profundidade da pesquisa atual sobre processos de ensino e aprendizagem da matemática. O livro apresenta as principais atividades do ICME 13, nomeadamente artigos dos quatro palestrantes plenários e dois painéis plenários, artigos dos cinco premiados da ICMI, relatórios de seis apresentações nacionais, três relatórios da tarde temática dedicada a características específicas do ICME 13. Além disso, os proceedings contêm descrições dos 54 Grupos de Estudo Temáticos, que formaram o coração do congresso e relatórios de 29 Grupos de Discussão e 31 Workshops. As atividades adicionais importantes do ICME 13, nomeadamente artigos dos docentes convidados, serão apresentadas no segundo volume dos proceedings (tradução nossa).</td></tr>
</table>

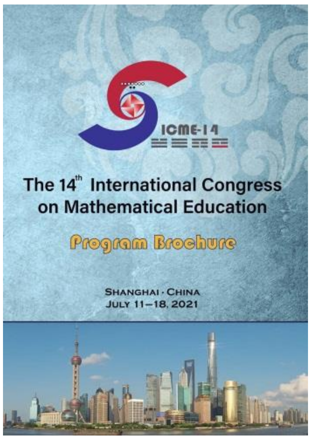
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Quadro 21 – Informações bibliográficas do *Invited Lectures* do ICME 13

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="13">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education</td></tr>
<tr><th colspan="6">Título da série</th></tr>
<tr><td colspan="6">ICME-13 Monographs</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">Gabriele Kaiser; Helen Forgasz; Mellony Graven; Alain Kuzniak; Elaine Simmt; Binyan Xu</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">Springer Open</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>2018</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td>X, 786</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">978-3-319-89151-4, 978-3-319-72169-9</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">978-3-319-72170-5</td></tr>
<tr><th>ISSN</th><td>2520-8322</td><th colspan="2">E-ISSN</th><td colspan="2">2520-8330</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5</td></tr>
<tr><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td colspan="6"></td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 1</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-72170-5</td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 2</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_13_2016</td></tr>
<tr><th colspan="7">Sobre o livro</th></tr>
<tr><td colspan="7">O livro apresenta as Palestras Convidadas proferidas no 13º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 13). O ICME 13 ocorreu de 24 a 31 de julho de 2016 na Universidade de Hamburgo, em Hamburgo (Alemanha). O congresso foi organizado pela Sociedade de Didática da Matemática (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik - GDM) e decorreu sob os auspícios da ICMI. O ICME 13, o maior ICME até agora, reuniu cerca de 3.500 educadores matemáticos de 105 países, além disso, 250 professores de países de língua alemã reuniram-se para atividades específicas. Os acadêmicos reuniram-se para partilhar o seu trabalho sobre a melhoria da Educação Matemática em todos os níveis de ensino. Os artigos apresentam o trabalho de educadores matemáticos proeminentes de todo o mundo e fornecem informações sobre a discussão atual na Educação Matemática. As Palestras Convidadas cobrem uma ampla gama de tópicos, temas e questões e visam orientar futuras pesquisas para a melhoria educacional no ensino e aprendizagem da Educação Matemática. Este livro é de particular interesse para pesquisadores, professores e desenvolvedores de currículos em Educação Matemática (tradução nossa).</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

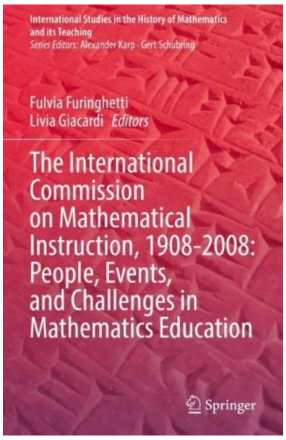
Quadro 22 – Informações bibliográficas dos *Proceedings* do ICME 14

<table>
<tr><th colspan="7">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="12">
</td><th colspan="6">Título</th></tr>
<tr><td colspan="6">Proceedings of the 14th International Congress on Mathematical Education[129]</td></tr>
<tr><th colspan="6">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="5">-</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="5">Springer Open</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>2023</td><th>Edição</th><td>-</td><th>Páginas</th><td>-</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="4">-</td></tr>
<tr><th>ISSN</th><td colspan="2">-</td><th>E-ISSN</th><td colspan="2">-</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="5">-</td></tr>
<tr><td colspan="6"></td></tr>
<tr><th colspan="7">Link 1</th></tr>
<tr><td colspan="7">https://www.mathunion.org/icmi/proceedings-icme-14</td></tr>
<tr><th colspan="7">Sobre o livro</th></tr>
<tr><td colspan="7">-</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

[129] Seguindo os *proceedings* dos eventos anteriores, acredita-se que possa ser intitulado *Proceedings of the 14th International Congress on Mathematical Education*. Até o momento em que estamos escrevendo este texto, como os *proceedings* ainda não foram publicados oficialmente, a capa também não foi divulgada oficialmente. Dessa forma, a imagem que usamos em nosso quadro corresponde a programação (folheto) do ICME 14. Disponível em: https://www.mathunion.org/icmi/proceedings-icme-14. Acesso em: 31 set. 2023.

Quadro 23 – Informações bibliográficas dos ICMIs (1908-2008)

<table>
<tr><th colspan="9">Informação Bibliográfica</th></tr>
<tr><td rowspan="13">
</td><th colspan="8">Título</th></tr>
<tr><td colspan="8">The International Commission on Mathematical Instruction, 1908-2008</td></tr>
<tr><th colspan="8">Subtítulo</th></tr>
<tr><td colspan="8">People, Events, and Challenges in Mathematics Education</td></tr>
<tr><th>Editor(es)</th><td colspan="7">Fulvia Furinghetti; Livia Giacardi</td></tr>
<tr><th>Editora</th><td colspan="7">Springer</td></tr>
<tr><th>Ano</th><td>2022</td><th>Edição</th><td>1</td><th>Páginas</th><td colspan="3">XXVI, 735</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISBN</th><td colspan="6">978-3-031-04315-4, 978-3-031-04312-3</td></tr>
<tr><th colspan="2">e-book ISBN</th><td colspan="6">978-3-031-04313-0</td></tr>
<tr><th colspan="2">ISSN</th><td colspan="2">2524-8022</td><th colspan="2">E-ISSN</th><td colspan="2">2524-8030</td></tr>
<tr><th>DOI</th><td colspan="7">https://doi.org/10.1007/978-3-031-04313-0</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Link 1</th></tr>
<tr><td>https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-04313-0</td></tr>
<tr><th>Sobre o livro</th></tr>
<tr><td>O livro é uma prova das milhares de horas investidas pelos editores para registrar e compartilhar a história da ICMI com qualquer pessoa interessada em Educação Matemática. Seu foco em fontes e dados primários complementa muito bem as diversas perspectivas encontradas em “O Primeiro Século”. Assim, vale a pena adquiri-lo por qualquer biblioteca de faculdade ou universidade com programa de Educação Matemática e por historiadores da Educação Matemática.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

APÊNDICE E – LEVANTAMENTO DAS PALAVRAS-CHAVE NOS *PROCEEDINGS*, *SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* DOS ICMEs

Em nosso estudo, realizamos o cálculo rápido de diversas métricas, como contagem de caracteres e palavras (inclusive espaços), contagem de frases e parágrafos, análise de termos, extração de frequência de palavras, análise de rede semântica, tempos estimados de leitura e fala e as primeiras dez densidades de palavras-chave. Os Quadros abaixo foram elaborados a fim de complementar nossos estudos.

Quadro 24 – Signos no estudo de Krygowska (1969)

ICME 1								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
texto	41	4	texto matemático	13	1	leitura do texto matemático	3	0
matemática	37	4	livro matemático	6	0	chamados métodos ativos	2	0
leitura	24	2	leitura matemática	4	0	ensino baseado em métodos	2	0
alunos	24	2	leitura texto	4	0	texto matemático eficaz	2	0
matemático	23	2	linguagem matemática	4	0	texto matemático exige	2	0
aluno	18	2	educação matemática	3	0	exige esforço matemático	2	0
construção	17	2	chamados métodos	3	0	apresentação de conteúdos matemáticos	2	
livro	15	1	métodos ativos	3	0	situação da sala de aula	2	0
definição	14	1	matemática moderna	3	0	análise linguística do texto	2	0
dificuldades	13	1	construção mental	3	0	construção mental do objeto	2	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Na apresentação de Krygowska (1969), o signo linguístico “texto” foi o termo que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 41 vezes, compreendendo 4% do texto. Já “matemática” apareceu 37 vezes no texto, compreendendo, também 4%. E “matemático” mostrou-se 23 vezes, em um total de 2%.

Foram mencionados 24 vezes “leitura” e “alunos” que, juntos, somam 4% do texto. Apenas o termo “aluno” foi mencionado 18 vezes (2%). Percebemos que a apresentação de Krygowska (1969) trouxe elementos de sua área de atuação, pois foram citados termos como “linguagem matemática” (4x), “educação matemática” (3x) e “matemática moderna” (3x).

Ao final do ICME 1, percebemos que esse estudo de Krygowska (1969) discutiu aspectos relacionados a formação do professor, leitura matemática, sala de aula e linguagem matemática.

Quadro 25 – Signos no estudo de Guilbaud (1977)

ICME 3								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	27	2	números reais	4	0	prática matemática exclui	1	0
aproximação	18	1	prática matemática	3	0	matemática exclui algo	1	0
quase	12	1	educação matemática	3	0	exclui algo aproximado	1	0
prática	11	1	quantos minutos	3	0	diriam que a prática matemática	1	0
aproximado	11	1	função contínua	3	0	prática matemática remédio	1	0
aproximações	11	1	espaço vetorial	3	0	matemática remédio infeliz	1	0
números	11	1	algo aproximado	2	0	remédio infeliz tendencia	1	0
precisão	9	1	cálculos exatos	2	0	infeliz mente tendencia	1	0
intervalo	9	1	é útil examinar	2	0	mente humana tendencia	1	0
pensar	8	1	professor de matemática	2	0	muitas ideias contentam	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Dando sequência aos estudos que foram catalogados, na apresentação de Guilbaud (1977), o signo linguístico “matemática” foi o termo que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 27 vezes, compreendendo 2% do texto. Já “números” apareceu 11 vezes no texto, compreendendo 1%.

A apresentação de Guilbaud (1977) também trouxe elementos do âmbito da matemática, pois foram citados termos como “prática matemática” (3x), “educação matemática” (3x) e “professor de matemática” (2x). Já em relação aos conceitos, que foram trabalhados nesse texto, podemos citar “números reais” (4x), “função contínua” (3x) e “espaço vetorial” (3x).

Em relação ao final do ICME 3, percebemos que esse trabalho discute aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem, prática do professor e resolução de problemas.

Quadro 26 – Signos no estudo de Sinclair (1983)

ICME 4								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
crianças	90	6	linguagem falada	10	1	questionado o significado dos números	5	0
escrita	41	3	crianças pequenas	10	1	encontramos várias crianças	5	0
números	40	3	escrita alfabética	8	0	várias crianças explicaram	5	0
linguagem	24	2	linguagem escrita	6	0	crianças explicaram que ônibus	5	0
letras	23	2	aritmética escrita	6	0	explicaram o seguinte que ônibus	5	0
significado	23	2	muitas crianças	6	0	ônibus da seguinte maneira	5	0
criança	21	1	leitura e escrita	5	0	a seguinte maneira chama-se	5	0
numerais	20	1	crianças pensam	5	0	a maneira que se chama trailer	5	0
aritmética	19	1	o significado questionado	5	0	existem modalidades que se chamam	5	0
ordem	19	1	significado dos números	5	0	os números tem significados	5	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Ao analisarmos o estudo de Sinclair (1983), o signo linguístico “crianças” foi o termo que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 90 vezes, compreendendo 6% do texto. Já “criança”, no singular, apareceu 21 vezes (1%). Outros termos, por serem ideias que também são utilizadas na matemática, foram citados, como “escrita” (41x), “números” (40x), “linguagem” (24x), “letras” (23x) e “significado” (23x).

Percebemos também que o texto de Sinclair (1983) apresentou práticas que se relacionam com a leitura e escrita na matemática, pois termos a métrica “linguagem falada” (10x), “escrita alfabética” (8x), “linguagem escrita” (6x) e “leitura e escrita” (5x). E em relação ao conceito que foi mencionado no texto, podemos citar “aritmética” (19x) e o termo “aritmética escrita” (6x). Também surgiu a classe gramatical referente aos “numerais” que foi citada 20 vezes, compreendendo 1% do texto.

Quadro 27 – Signos no estudo de Higginson (1983)

ICME 4								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	32	5	crianças pequenas	6	1	artigo da professora sinclair	2	0
crianças	13	2	educação matemática	5	1	crianças velhas na matemática	2	0
linguagem	10	1	linguagem matemática	3	0	congresso internacional educação	2	0
sinclair	8	1	professora sinclair	3	0	internacional educação matemática	2	0
1980	8	1	crianças na matemática	3	0	reações palestra plenária	1	0
educação	8	1	cultura humana	2	0	palestra da professora sinclair	1	0
matemáticos	6	1	particularmente importante	2	0	william higginsonqueen's university	1	0
pequenas	6	1	educadores matemáticos	2	0	higginsonqueen's university kingston	1	0
1978	5	1	cassirer	2	0	opor apoiar eun	1	0
higginson	5	1	waddington	2	0	professora sinclair na palestra	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Já o texto de Higginson (1983), em relação aos signos linguísticos que foram mencionados, podemos destacar que “matemática” foi o termo que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 32 vezes, compreendendo 5% do texto, e “matemáticos” apenas foi citado 6 vezes (1%). Já “crianças” (13x), “linguagem” (10x) e “educação” (8x), também foram brevemente citados.

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Higginson (1983) também trouxe elementos do âmbito da matemática, pois foram citados termos como “educação matemática” (5x), “linguagem matemática” (3x) e “educadores matemáticos” (2x).

Quadro 28 – Signos no estudo de Griffiths (1983)

ICME 4								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	73	6	educação matemática	6	0	anais da conferência nottingham	3	0
professores	31	2	ensino de matemática	5	0	consistem em versões editadas	3	0
currículo	29	2	currículo de matemática	4	0	versões editadas e escritas	3	0
alunos	18	1	conferência nottingham	4	0	melhoria ao longo é animadora	3	0
currículos	16	1	currículos de matemática	3	0	relativamente os participantes seriamente	3	0
ensino	15	1	professores e alunos	3	0	participantes seriamente afetados	3	0
educação	14	1	sala de aula	3	0	seriamente afetados no processo	3	0
professor	9	1	professores de matemática	3	0	sucessos e falhas nos currículos	2	0
problema	9	1	anais da conferência	3	0	falhas nos currículos de matemática	2	0
países	9	1	consistem em versões	3	0	últimos currículos de matemática	2	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No que compete aos signos linguísticos que foram citados no estudo de Griffiths (1983), percebemos que, assim como em outros textos, o termo “matemática” foi o que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 73 vezes, compreendendo 6% do texto. Em seguida, outros termos também foram os mais citados, a exemplo de "professores" (31x) e "currículo" (29x).

A partir do Quadro 25, também percebemos que outros termos, que são ideias que são utilizadas na matemática, foram citados, como "ensino" (15x), "educação" (14x) e "problema" (9x). Em relação aos termos que possuem mais de duas caudas, Griffiths (1983) também trouxe elementos do campo da matemática, pois foram mencionados termos como "educação matemática" (6x), "ensino de matemática" (5x), "currículo de matemática" (4x) e "professores de matemática" (3x).

Percebemos também que o texto de Griffiths (1983) apresentou relações que se associam a metodologia dos professores em sala de aula, pois temos a métrica "professores e alunos" (3x) e "sala de aula" (3x).

Quadro 29 – Signos no estudo de Howson (1983)

ICME 4								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	55	4	manipular símbolos	6	0	crianças na idade escolar	3	0
simbolismo	37	3	educação matemática	5	0	responderam igualmente antinatural	3	0
símbolos	36	3	ensino de matemática	4	0	matemática discutida na língua	3	0
linguagem	26	2	linguagem comum	4	0	absorvida e discutida na língua	3	0
problemas	22	2	problemas da língua	3	0	a língua absorvida na cultura	3	0
entanto	18	1	idade das crianças	3	0	linguagem no ensino da matemática	2	0
língua	16	1	idade escolar	3	0	capacidade de manipular símbolos	2	0
matemático	12	1	responderam igualmente	3	0	manipular símbolos algébricos	2	0
ensino	10	1	igualmente antinatural	3	0	retórica, sincopada e simbólica	2	0
crianças	10	1	matemática	3	0	capítulo de	1	0

			discutida			linguagem matemática		

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No texto de Howson (1983), no que se refere aos signos linguísticos citados, identificamos que, assim como em outros textos, o termo “matemática” foi o que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 55 vezes, compreendendo 4% do texto. Em seguida, outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “simbolismo” (37x), “símbolos” (36x), “linguagem” (26x), “problemas” (22x) e “ensino” (10x). Também foi citado o momento “simbolismo” (37x), que pode se referir ao movimento literário. Pelo contexto, acreditamos que Howson (1983) se referiu ao simbolismo para a forma como os alunos, ou “crianças” (10x), conseguem “manipular símbolos algébricos” (2x), como pode ser visto na coluna do Quadro 29, que se refere as palavras com mais de três caudas.

Em relação aos termos que possuem mais de duas caudas, Howson (1983) trouxe elementos do campo da matemática, pois foram mencionados termos como “educação matemática” (5x) e “ensino de matemática” (4x). Percebemos, também, que o texto de Howson (1983) apresentou relações que se associam a resolução de problemas em sala de aula.

Quadro 30 – Signos no estudo de Pellerey (1983)

ICME 4								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
criança	22	4	competência linguística	8	1	cultura que a criança pertence	3	1
matemática	16	3	estrutura cognitiva	5	1	estrutura cognitiva da criança	3	1
conceitos	15	3	formas linguísticas	4	1	competência linguística da criança	2	0
linguagem	14	2	língua materna	3	0	conceitos e procedimentos matemáticos	2	0
formas	12	2	procedimentos matemáticos	3	0	competência da função linguística	2	0
matemáticos	11	2	cultura da criança	3	0	análise e relações recíprocas	1	0
códigos	10	2	criança pertence	3	0	desenvolvimento	1	0

						de relações recíprocas		
linguística	9	2	mundo físico	3	0	recíprocas para o desenvolvimento linguístico	1	0
mundo	9	2	conceitos e procedimentos	3	0	desenvolvimento do ensino linguístico	1	0
cultura	9	2	conceitos matemáticos	3	0	linguística no ensino da matemática	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Percebemos que o texto de Pellerey (1983), no que se refere aos signos linguísticos mais citados, identificamos que a palavra-chave “criança” foi o que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 22 vezes, compreendendo 4% do texto. Em seguida, temos o termo “matemática” (16x). Já outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “conceitos” (15x) e “formas” (12x).

Também foi citado o estudo científico “linguística” (9x), que versa sobre a “linguagem” (14x). Pelo contexto, acreditamos que Pellerey (1983) se referiu a linguística como estrutura para se estudar a “competência linguística da criança” (2x), como também a “linguística no ensino da matemática” (1x), como pode ser visto na coluna do Quadro 27, que se refere as palavras com mais de três caudas.

Em relação aos termos que possuem mais de duas caudas, Pellerey (1983) trouxe elementos do campo da matemática, pois foram mencionados termos como “língua materna” (3x), que pode se referir aos registros de representação semiótica, de Duval (2008).

Quadro 31 – Signos no estudo de Gnerre (1983)

ICME 4								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
língua	41	8	língua nativa	27	5	uso da língua nativa	8	2
matemática	28	6	uso da língua	8	2	utilização da língua nativa	8	2
nativa	27	5	utilização da língua	8	2	espanhol é exigido na matemática	7	2
espanhol	27	5	ensino da matemática	7	1	exigido para aprender matemática	7	2
linguagem	19	4	crianças	7	1	necessidade para	7	2

			indígenas			aprender matemática		
crianças	12	2	espanhol exigido	7	1	necessidade para aprender e correlaciona-lo	7	2
problemas	12	2	exigido matemática	7	1	necessidade de correlacioná-lo a variedade	7	2
ordem	11	2	aprendendo matemática	7	1	correlacioná-lo a variedade regional	7	2
indígenas	10	2	necessidade de aprender	7	1	variedade regional no espanhol	7	2
sociolinguístico	10	2	necessidade de correlacioná-lo	7	1	principal problema sociolinguístico	7	2

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No que compete aos signos linguísticos que foram citados no estudo de Gnerre (1983), identificamos que o termo “língua” foi o que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 41 vezes, compreendendo 8% do texto. Em seguida, temos que o signo “matemática”, que em outros textos apareceu como o mais citado, apareceu 28 vezes (6%). Já outros termos também foram bem citados, como “linguagem” (19x), “crianças” (12x), “problemas” (12x) e “sociolinguístico” (10x).

No Quadro 31, percebemos que o termo “ensino da matemática” (7x) também aparece entre os mais citados. Ainda é possível identificar que o texto de Gnerre (1983) apresentou conceitos que possam relacionar o ensino com a aprendizagem da matemática.

Por fim, em relação aos estudos que foram apresentados e discutidos no ICME 4, percebemos que esses trabalhos discutem aspectos relacionados a escrita matemática, metodologia, linguagem matemática, currículo, ensino e aprendizagem da matemática, e resolução de problemas.

Quadro 32 – Signos no estudo de Bell, Kilpatrick e Low (1986)

ICME 5								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
problemas	54	4	resolução de problemas	27	1	ensino para resolução de problemas	5	0
crianças	34	3	sala de aula	7	0	investigação da interação	3	0

						professor-aluno		
matemática	33	3	ensino e resolução	6	0	a interação professor-aluno sugere	3	0
alunos	33	3	reino unido	5	0	professor-aluno sugere aos professores	3	0
ensino	32	3	grupos pequenos	5	0	sugere que professores necessitam	3	0
investigação	29	2	resolver problemas	5	0	professores necessitam variar	3	0
resolução	27	2	matemática superior	5	0	necessitam variar o método	3	0
professores	24	2	educação matemática	4	0	variar o método da apresentação	3	0
pesquisa	20	2	interação professor-aluno	4	0	método da apresentação normalmente	3	0
conceitos	17	1	ensino de matemática	3	0	a apresentação normalmente ocorre	3	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No que compete aos signos linguísticos que foram citados no estudo de Bell, Kilpatrick e Low (1986), percebemos que o termo “problemas” foi o que mais apareceu no corpo do texto, em um total de 54 vezes, compreendendo 4% do texto. Em seguida, temos que “crianças” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 34 vezes (3%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “matemática” (33x), “alunos” (33x), “ensino” (32x) e “investigação” (29x).

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Bell, Kilpatrick e Low (1986) também trouxe elementos do campo da matemática, pois foram mencionados termos como “resolução de problemas” (27x), “matemática superior” (5x), “educação matemática” (4x) e “ensino de matemática” (3x).

Percebemos também que o texto de Bell, Kilpatrick e Low (1986) apresentou relações que se associam a uma proposta metodológica, que é a resolução de problemas, em “sala de aula” (7x), pois temos a métrica “resolução” (27x), “problemas” (54x), “resolver problemas” (5x), “ensino e resolução” (6x) e “ensino para resolução de problemas” (5x).

Ao final do ICME 5, percebemos que esse estudo catalogado e analisado discute aspectos relacionados a formação de professores, ensino de matemática, e resolução de problemas.

Quadro 33 – Signos no estudo de Vergnaud (1988)

ICME 6								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
alunos	46	3	bolinhas de gude	14	1	psicologia da educação matemática	3	0
crianças	31	2	educação matemática	9	0	organização invariante do comportamento	3	0
matemática	30	2	competências e concepções	8	0	compreender como os alunos aprendem	2	0
problemas	30	2	estruturas aditivas	7	0	escolher dados para as operações	2	0
problema	27	2	invariantes operacionais	6	0	ideias matemáticas implícitas	2	0
situações	23	2	adição e subtração	5	0	jovens de 13 e 14	2	0
conceito	21	2	estruturas multiplicativas	5	0	começar a contar passos	2	0
conceitos	20	1	conceito de volume	5	0	quantas de bolas gude	2	0
números	20	1	comportamento matemático	4	0	perdeu bolinhas de gude	2	0
álgebra	19	1	função variável	4	0	requer inversão e transformação	2	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Vergnaud (1988), no que compete aos signos linguísticos que foram citados no referido estudo, em seu texto, identificamos que foi citado o termo “alunos” como o que mais apareceu, totalizando 46 vezes, compreendendo 3% do texto. Em seguida, temos que “crianças” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 31 vezes (2%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “matemática” (30x), “problemas” (30x), “problema” (27x), “situações” (23x) e “conceito” (21x). Já em relação aos conteúdos matemáticos, no estudo de Vergnaud (1988) foi mencionado 19 vezes o termo “álgebra” que foi o conteúdo trabalhado nessa pesquisa.

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Vergnaud (1988) também trouxe elementos do campo da matemática, pois foram mencionados termos como “educação matemática” (9x), “estruturas aditivas” (7x), “adição e subtração” (5x), “estruturas multiplicativas” (5x), “conceito de volume” (4x) e “função variável” (4x).

Percebemos também que o texto de Vergnaud (1988) apresentou relações que se associam a uma proposta metodológica, que é a resolução de problemas, em “sala de aula” (7x), pois temos a métrica “resolução” (27x), “problemas” (54x), “resolver problemas” (5x), “ensino e resolução” (6x) e “ensino para resolução de problemas” (5x).

Ao final do ICME 6, percebemos que esse trabalho de Vergnaud (1988) discute aspectos relacionados a aprendizagem da matemática, resolução de problemas, e situações matemáticas.

Quadro 34 – Signos no estudo de Nesher (1994)

ICME 7								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	35	4	aprendizagem matemática	10	1	actes procedimentos icme-7	8	1
aprendizagem	20	2	teorias da matemática	8	1	icme-7 procedimentos actes	2	0
eua	18	2	teoria da matemática	8	1	procedimentos actes d'icme-7	2	0
teorias	13	2	sala de aula	6	1	grupos sociais e culturais	2	0
teoria	13	2	educação matemática	6	1	grupos culturais e sociais	2	0
construtivismo	13	2	cognição matemática	4	0	eua forneceu visão	2	0
objetivos	10	1	sociais e culturais	3	0	eua apresentou conjunto	2	0
subgrupo	9	1	pensamento matemático	3	0	teorias do aprendizado matemático	1	0
processos	9	1	gerald goldin	3	0	teorias aprendizagem matemática	1	0
crianças	9	1	apresentou o conjunto	3	0	chefe da organização é responsável	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Sobre esse estudo de Nesher (1994), percebemos que, assim como em outros textos, o termo “matemática” foi o que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 35 vezes, compreendendo 4% do texto. Em seguida, temos que “aprendizagem” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 20 vezes (2%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “teorias” e “teoria”, com 13 vezes cada termo, “construtivismo” (13x) e “objetivos” (10x).

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Nesher (1994) também trouxe elementos do campo da matemática, pois foram mencionados termos como “aprendizagem matemática” (10x), “educação matemática” (6x), “cognição matemática” (4x) e “pensamento matemático” (3x).

Quadro 35 – Signos no estudo de Closs (1994)

ICME 7								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
escribas	29	3	senhor escriba	11	1	vaso maia clássico	8	1
figura	28	3	maia clássico	9	1	senhor escriba sentado	3	0
escriba	27	2	vaso maia	8	1	escriba sentado no trono	3	0
maia	26	2	período clássico	5	0	maia clássico mostrando	3	0
maias	25	2	antigos maias	5	0	eclipses solares e lunares	2	0
escrita	22	2	escriba sentado	5	0	cenas em sala de aula	2	0
vaso	19	2	números como barras	4	0	salas de aula consecutivas	2	0
matemática	18	2	maia clássica	4	0	pergaminho fala da escrita	2	0
clássico	15	1	texto glífico	4	0	a boca fala da escrita	2	0
códice	13	1	última seção	4	0	cidades forneciam sacerdotes	2	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Ainda em relação ao ICME 7, no estudo de Closs (1994), percebemos que o termo “escribas” foi o que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 29 vezes, compreendendo 3% do texto. Em seguida, temos que “figura” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 28 vezes (3%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “maia” (26x), “escrita” (22x), “vaso” (19x) e “matemática” (18x).

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Closs (1994) também trouxe elementos que são utilizados na história da matemática, tais como “período clássico” (5x), “números como barras” (4x) e “texto glífico” (4x). Ainda é possível identificar que o texto de Closs (1994) apresentou conceitos que possam relacionar a aprendizagem da matemática a partir da história da matemática.

Quadro 36 – Signos no estudo de Otte (1994)

ICME 7								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	42	3	conhecimento intuitivo	6	0	matemática aplicada na matemática	2	0
conhecimento	37	3	ideia do triângulo	5	0	aplicação matemática ruim	2	0
triângulo	27	2	teorema de ceva	5	0	encarnação do conhecimento matemático	2	0
intuição	24	2	conhecimento discursivo	4	0	encarnação do conhecimento intuitivo	2	0
kant	24	2	conhecimento matemático	4	0	capacidade de perceber a matemática	2	0
teorema	17	1	matemática pura	3	0	existem diferentes provas	2	0
ideia	16	1	disse kant	3	0	diferentes provas e teorema	2	0
prova	15	1	teorema matemático	3	0	intuição lógica matemática	1	0
objetos	13	1	educação matemática	3	0	michael otte university	1	0
particular	12	1	aceitação do teorema	3	0	otte university bielefeld	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No estudo de Otte (1994), percebemos que o termo “matemática”, assim como em outros textos ou apresentações, foi o que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 42 vezes, compreendendo 3% do texto. Em seguida, temos que “conhecimento” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 37 vezes (3%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “triângulo” (27x), “teorema” (17x), “ideia” (16x) e “prova” (15x).

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Otte (1994) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “ideia do triângulo” (5x), “teorema de ceva” (5x), “conhecimento matemático” (4x), “matemática pura” (3x) e “educação matemática” (3x).

Ainda é possível identificar que o texto de Otte (1994) apresentou conceitos que possam relacionar com a teoria do conhecimento, pois o autor cita “kant” 24 vezes, compreendendo 2% do texto.

Quadro 37 – Signos no estudo de Schweiger (1994)

ICME 7								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	89	6	textos matemáticos	8	1	sentido da metáfora estrutural	2	0
linguagem	56	4	linguagem matemática	7	0	sentido estrutural de lakoff	2	0
língua	37	3	linguagem da matemática	7	0	sentido de lakoff e johnson	2	0
palavras	20	1	educação matemática	5	0	expressar ideias matemáticas	2	0
matemáticos	15	1	língua estrangeira	5	0	espaço métrico completo	2	0
uso	13	1	língua matemática	4	0	aprendizagem de língua estrangeira	2	0
línguas	13	1	ideias matemáticas	4	0	universidade de fritz schweiger	1	0
símbolos	12	1	aprender a língua	4	0	fritz schweiger salzburg	1	0
comunicação	12	1	palavras numéricas	4	0	assistimos o interesse considerável	1	0
especial	10	1	expressar ideias	4	0	interesse considerável da relação entre	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Em relação ao texto de Schweiger (1994), como pode ser visto no Quadro 37, identificamos que o termo “matemática” foi o que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 89 vezes, compreendendo 6% do texto. Em seguida, temos que “linguagem” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 56 vezes (4%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “língua” (37x), “palavras” (20x), “matemáticos” (15x) e “símbolos” (12x).

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Schweiger (1994) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “textos matemáticos” (8x), “linguagem matemática” (7x), ou sua variação “linguagem da matemática” (7x), “educação matemática” (5x) e “ideias matemáticas” (4x).

Ainda é possível identificar que o texto de Schweiger (1994) apresentou conceitos que possam relacionar com a metáfora e a cognição, a partir dos estudos de Lakoff e Johnson, pois foi citado que se pode “expressar ideias matemáticas” (2x) a partir do “sentido de lakoff e johnson” (2x).

Ao final do ICME 7, percebemos que esses trabalhos discutem aspectos relacionados a metodologia, ensino e aprendizagem da matemática, pensamento matemático, escrita matemática, história da matemática e linguagem matemática (ou linguagem da matemática).

Quadro 38 – Signos no estudo de Quesada (1998)

ICME 8								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	46	10	linguagens matemáticas	8	2	charles sanders peirce	5	1
linguagem	20	4	educação matemática	7	1	sanders peirce antecipou-se	5	1
linguagens	20	4	charles sanders	5	1	peirce antecipou o debate	5	1
semiótica	17	4	sanders peirce	5	1	antecipou-se ao debate e modelou	5	1
matemáticas	11	2	peirce antecipou-se	5	1	debate e modelou a divisão	5	1
peirce	11	2	antecipou-se ao debate	5	1	modelou a divisão e a experiência	5	1
línguas	10	2	o debate modelou	5	1	divisão experiência e a transcende	5	1
conhecimento	9	2	modelou a divisão	5	1	experiência transcende o conhecimento	5	1

lógica	9	2	divisão e a experiência	5	1	transcende o conhecimento objetivo	5	1
vile	8	2	e a experiência transcende	5	1	conhecimento objetivo e subjetivo	5	1

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Chegando ao ICME 8, como pode ser visto no Quadro 38, em relação ao texto de Quesada (1998), identificamos que o termo “matemática” foi o que mais apareceu no corpo do documento, em um total de 46 vezes, compreendendo 10% do texto. Em seguida, temos que “linguagem” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 20 vezes (4%), e seu plural “linguagens” foi mensurado com os mesmos números. Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “semiótica” (17x), “línguas” (10x), “conhecimento” (9x) e “lógica” (9x). Também percebemos que o referido estudo apresenta teorias de “peirce” (11x), ou “charles sanders peirce” (5x), e “vile” (8x).

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Quesada (1998) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “linguagens matemáticas” (8x) e “educação matemática” (7x).

Ao percebermos a interação entre a linguagem e a semiótica, o viés do trabalho de Quesada (1998) visava relacionar a “linguagem” (20x) com a “semiótica” (17x) como forma de produção de significados matemáticos.

Quadro 39 – Signos no estudo de Ernest (1998)

ICME 8								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	114	8	conhecimento matemático	48	3	a lógica da descoberta matemática	4	0
conhecimento	96	7	filosofia da matemática	15	1	validade absoluta do conhecimento	3	0
matemático	56	4	construtivismo social	13	1	absoluta do conhecimento matemático	3	0
social	31	2	descoberta matemática	8	0	aceitação do conhecimento matemático	3	0
prova	29	2	prova matemática	7	0	lakatos e a descoberta	3	0

						matemática		
filosofia	27	2	conhecimento pessoal	5	0	descoberta da lógica generalizada	3	0
lógica	20	1	educação matemática	4	0	descoberta generalizada da matemática	3	0
lakatos	20	1	filosofia social	4	0	construção social do conhecimento	3	0
matemáticos	18	1	prática matemática	4	0	social do conhecimento matemático	3	0
teoria	18	1	aceitação do conhecimento	4	0	filosofia social construtivista	2	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Em relação ao texto de Ernest (1998), identificamos que o termo "matemática" foi o que mais apareceu, em um total de 114 vezes, compreendendo 8% do texto. Em seguida, temos que "conhecimento" foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 96 vezes (7%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de "matemático" (56x), "prova" (29x), "filosofia" (27x), "lógica" (20x) e "teoria" (18x). Também percebemos que o referido estudo aborda a teoria sobre a epistemologia de "lakatos" (20x).

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Ernest (1998) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como "conhecimento matemático" (48x), "filosofia da matemática" (15x), "descoberta matemática" (8x), "prova matemática" (7x) e "educação matemática" (4x).

Quadro 40 – Signos no estudo de Schmidt (1998)

ICME 8								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
linguagem	44	4	estruturas semânticas	25	2	estruturas semânticas de problemas	5	0
estruturas	31	3	jogo de linguagem	17	1	bell *et al.*	4	0
semânticas	25	2	problemas e palavras	10	1	sistemas de estruturas semânticas	4	0
problemas	20	2	sala de aula	10	1	realismo ou ontológico idealismo	4	0

palavras	18	2	seres humanos	7	1	alunos do ensino fundamental	3	0
jogo	18	2	jogos de linguagem	7	1	perspectiva jogo de linguagem	3	0
matemática	17	2	ensino fundamental	6	0	semânticas de problemas de palavras	3	0
diferentes	16	2	educação matemática	6	0	problemas de palavras multiplicativas	3	0
estrutura	16	2	obter conhecimento	6	0	problemas simples de palavras	3	0
problema	14	1	realismo ontológico	6	0	combinação de realismo ontológico	3	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Já sobre a pesquisa de Schmidt (1998), percebemos que o termo "linguagem" foi o que mais apareceu, em um total de 44 vezes, compreendendo 4% do texto. Em seguida, temos que "estruturas" foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 31 vezes (3%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de "semânticas" (25x), "problemas" (20x), "palavras" (18x), "jogo" (18x) e "matemática" (6x).

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Schmidt (1998) também mencionou elementos que são utilizados no âmbito da matemática. Dentre esses, podemos citar as "estruturas semânticas" (25x), "jogo de linguagem" (17x), "sala de aula" (10x) e "educação matemática" (4x).

Ao final do ICME 8, percebemos que esses trabalhos discutem aspectos relacionados a formação de professores, currículo, metodologia, ensino e aprendizagem da matemática, filosofia da matemática e linguagem matemática.

Quadro 41 – Signos no estudo de Barton (2004)

ICME 9								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	49	8	comunicação matemática	9	1	comunicação em sala de aula	3	0
comunicação	32	5	aprendizagem matemática	7	1	comunicação e linguagem na educação	2	0
linguagem	23	4	sala de aula	6	1	linguagem na educação	2	0

						matemática		
alunos	16	3	educação matemática	4	0	sala de aula matemática	2	0
professores	15	2	questões de pesquisa	4	0	comunicação matemática em sala	2	0
questões	13	2	comunicação e linguagem	3	0	matemática em sala de aula	2	0
sessão	10	2	linguagem matemática	3	0	questões de pesquisa geradas	2	0
aprendizagem	10	2	comunicação na sala	3	0	pesquisa em educação matemática	2	0
pesquisa	10	2	linguagem e comunicação	3	0	educação matemática na austrália	2	0
símbolos	8	1	professores e alunos	3	0	representações mentais das crianças	2	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No estudo de Barton (2004), percebemos que o termo "matemática" foi o que mais apareceu, em um total de 49 vezes, compreendendo 8% do texto. Em seguida, temos que "comunicação" foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 32 vezes (5%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de "linguagem" (23x), "alunos" (16x), "professores" (15x), "aprendizagem" (10x), "pesquisa" (10x) e "símbolos" (8x).

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Barton (2004) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como "comunicação matemática" (9x), "aprendizagem matemática" (7x), "educação matemática" (4x) e "linguagem matemática" (3x).

Ao final do ICME 9, percebemos que esse estudo discute aspectos relacionados a metodologia em sala de aula, ensino e aprendizagem da matemática, comunicação matemática e linguagem matemática.

Quadro 42 – Signos no estudo de Presmeg e Schmidt (2008)

ICME 10								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	46	6	aprendizagem matemática	8	1	estudo tópico-grupo 25	5	1
alunos	27	3	sala de aula	7	1	apresentou o artigo intitulado	3	0

estudo	15	2	presidente com gravador	6	1	comunicação em sala de aula	2	0
artigo	15	2	estudo tópico-grupo	5	1	sala de aula de matemática	2	0
aprendizagem	13	2	tópico-grupo 25	5	1	sessão 1 com apresentação plenária	2	0
escrita	13	2	escrita matemática	5	1	uso diferentes de mídias	2	0
ensino	13	2	linda galligan	4	0	presidente com gravador em carl	2	0
apresentados	11	1	artigos apresentados	4	0	gravador em carl winslow	2	0
aula	10	1	metáforas pessoais	4	0	presidente com gravador em linda	2	0
artigos	9	1	apresentou o artigo	4	0	gravador em linda galligan	2	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Ao realizarmos uma análise na pesquisa de Presmeg e Schmidt (2008), identificamos que o termo “matemática” foi o que mais apareceu, em um total de 46 vezes, compreendendo 6% do texto. Em seguida, temos que “alunos” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 27 vezes (3%). Outros termos também foram citados, a exemplo de “estudo” (15x), “aprendizagem” (13x), “escrita” (13x) e “ensino” (13x).

Sobre os termos que possuem duas caudas, Presmeg e Schmidt (2008) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “aprendizagem matemática” (8x), “sala de aula” (7x) e “escrita matemática” (5x).

Quadro 43 – Signos no estudo de Navarra e Visto-Yu (2008)

ICME 10								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	49	7	ensino primário	6	1	ensino primário de matemática	3	0
ensino	25	4	educação matemática	6	1	tornar o professor de matemática	3	0
alunos	21	3	matemática primária	5	1	professor precisa estar envolvido	3	0
professores	19	3	aprendizagem matemática	5	1	precisa estar envolvido num certo	3	0
aprendizagem	13	2	ensino	5	1	envolvido	3	0

			fundamental			num certo desenvolvimento		
desenvolvimento	11	2	dg 18	4	0	certo desenvolvimento profissional	3	0
geometria	11	2	escola primária	4	0	modo a melhorar o conhecimento	3	0
dg	10	1	pensamento matemático	4	0	melhorar o conhecimento do conteúdo	3	0
educação	10	1	conhecimento do conteúdo	4	0	conhecimento do conteúdo necessário	3	0
primária	10	1	desenvolvimento profissional	4	0	conteúdo necessário o suficiente	3	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Em relação à pesquisa de Navarra e Visto-Yu (2008), percebemos que o termo "matemática" foi o que mais apareceu, em um total de 49 vezes, compreendendo 7% do texto. Em seguida, temos que "ensino" foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 25 vezes (4%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de "alunos" (21x), "professores" (19x), "aprendizagem" (13x) e "desenvolvimento" (11x).

Sobre os conteúdos matemáticos que foram trabalhados no estudo de Navarra e Visto-Yu (2008), destacamos a "geometria" que foi mencionada 11 vezes no texto, correspondendo 2% do documento.

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Navarra e Visto-Yu (2008) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como "educação matemática" (6x), "matemática primária" (5x), "aprendizagem matemática" (5x), "pensamento matemático" (4x).

Ao final do ICME 10, percebemos que esse estudo discute aspectos relacionados a didática, metodologia, ensino e aprendizagem da matemática, situações matemáticas, pensamento matemático e escrita matemática.

Quadro 44 – Signos no estudo de Presmeg e Arcavi (2008)

ICME 11								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
visualização	25	4	resolução de problemas	9	1	visualização no ensino e aprendizagem	3	0

alunos	23	4	athanasios gagatsis	8	1	ensino e aprendizagem da matemática	3	0
matemática	21	3	ensino aprendizagem	6	1	presidente athanasios gagatsis	3	0
ensino	20	3	aprendizagem da matemática	6	1	visualização na educação matemática	2	0
representações	19	3	educação matemática	5	1	construção de conceitos matemáticos	2	0
aprendizagem	13	2	visualização no ensino	4	1	representações visuais e conversões	2	0
resolução	11	2	visualização matemática	4	1	conceito complementar do pensamento	2	0
problemas	11	2	o estudo investigou	4	1	complementar do pensamento visual	2	0
aspectos	10	2	norma presmeg	3	0	incluindo questões tecnológicas	2	0
artigo	10	2	patricia salinas	3	0	presidente patrícia salinas	2	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Em relação aos signos linguísticos no estudo de Presmeg e Arcavi (2008), percebemos que o termo “visualização” foi o que mais apareceu, em um total de 25 vezes, compreendendo 4% do texto. Em seguida, temos que “alunos” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 23 vezes (4%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “matemática” (21x), “ensino” (20x), “representações” (19x) e “aprendizagem” (13x).

Sobre o foco do trabalho, percebemos que o estudo de Presmeg e Arcavi (2008) veio com uma proposta que envolve a “resolução” (11x) de “problemas” (11x) para a “construção de conceitos matemáticos” (2x). Presmeg e Arcavi (2008) também citaram o autor “athanasios gagatsis” (8x) que trabalha com uma abordagem semiótica relativa à aprendizagem de funções, frações, decimais, reta numérica etc.

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Presmeg e Arcavi (2008) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “resolução de problemas” (9x), “ensino aprendizagem” (6x), “aprendizagem da matemática” (6x), “educação matemática” (5x), “visualização no ensino” (4x) e “visualização matemática” (4x).

Ao final do ICME 11, percebemos que esse trabalho discute aspectos relacionados a metodologia, didática, currículo, formação de professores, resolução de problemas, ensino e aprendizagem da matemática, e visualização matemática.

Quadro 45 – Signos no estudo de Kadunz e Yerushalmy (2015)

ICME 12								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
visualização	20	3	educação matemática	8	1	visualização na educação matemática	2	0
matemática	17	3	michal yerushalmy	3	0	sala de aula matemática	2	0
educação	9	1	uso de imagens	3	0	university chicago press	2	0
imagens	9	1	gert kadunz	2	0	visualização no ensino e aprendizagem	1	0
1994	6	1	relutância em visualizar	2	0	ensino e aprendizagem da matemática	1	0
uso	6	1	mathias hattermann	2	0	kadunz michal yerushalmy	1	0
yerushalmy	5	1	resolução de problemas	2	0	história da visualização dentro da matemática	1	0
matemático	5	1	ciências culturais	2	0	gert kadunz michal	1	0
tecnologia	5	1	debate científico	2	0	início da década 1980	1	0
pensamento	5	1	ciência cultural	2	0	educadores matemáticos são interessados em desafios	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Percebemos no estudo de Kadunz e Yerushalmy (2015) que o termo “visualização” foi o que mais apareceu, em um total de 20 vezes, compreendendo 3% do texto. Em seguida, temos que “matemática” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 17 vezes (3%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “educação” (9x), “imagens” (9x), “tecnologia” (5x) e “pensamento” (5x).

Sobre o foco do trabalho, percebemos que o estudo de Kadunz e Yerushalmy (2015) veio com uma proposta que envolve o “uso” (6x) de “imagens” (9x) para “visualização no ensino e aprendizagem" (1x). Kadunz e Yerushalmy (2015) também citaram a autora "michal yerushalmy" (5x) e "mathias hattermann" (2x) que trabalham com geometria, tecnologia, conhecimentos matemáticos, dentre outros.

Em relação aos termos que possuem duas caudas, Kadunz e Yerushalmy (2015) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como "educação matemática" (8x), "uso de imagens" (3x), "resolução de problemas" (2x), "debate científico" (2x), "visualização na educação matemática" (2x) e "sala de aula matemática" (2x).

Quadro 46 – Signo no estudo de Craig e Morgan (2015)

ICME 12								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	24	4	sala de aula	9	1	questões de ensino envolvidas	2	0
alunos	20	3	educação matemática	6	1	ensino e aprendizagem envolvidos	2	0
linguagem	17	3	salas de aula	4	1	ensino e aprendizagem da matemática	2	0
aula	13	2	ensino aprendizagem	4	1	questões teóricas e metodológicas	2	0
língua	13	2	linguagem e comunicação	3	0	interações em sala de aula	2	0
questões	11	2	reino unido	3	0	artigos apresentados no tsg	2	0
ensino	11	2	artigos apresentados	3	0	interação em sala de aula	2	0
aprendizagem	11	2	métodos de ensino	3	0	ni riorditin mcclusky	2	0
línguas	11	2	língua principal	3	0	linguagem e comunicação na educação	1	0
educação	10	2	ni riorditin	3	0	comunicação na educação matemática	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Sobre os signos linguísticos na pesquisa de Craig e Morgan (2015), percebemos que o termo "matemática" foi o que mais apareceu, em um total de 24 vezes, compreendendo 4% do texto. Em seguida, temos que "alunos" foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 20 vezes (3%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “linguagem” (17x), “aula” (13x) e “língua” (13x).

Sobre o foco do trabalho, percebemos que o estudo de Craig e Morgan (2015) veio com uma proposta que envolve o “ensino” (11x) e “aprendizagem” (11x) sobre a “linguagem e comunicação na educação” (1x).

Em relação aos termos que possuem duas ou mais caudas, Craig e Morgan (2015) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “sala de aula” (9x), “educação matemática” (6x), “ensino aprendizagem” (4x), “linguagem e comunicação” (3x) e “ensino e aprendizagem da matemática” (2x).

Quadro 47 – Signos no estudo de Healy (2015)

ICME 12								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
alunos	105	6	alunos surdos	31	1	tornou o ambiente de aprendizagem	5	0
matemática	44	2	alunos cegos	11	0	ambiente de aprendizagem diferente	5	0
surdos	39	2	matemática e alunos	8	0	aprendizagem diferente na sala	5	0
gestos	37	2	natureza corporificada	6	0	diferente na sala de aula	5	0
gesto	34	2	línguas e sinais	6	0	sala de aula habitual	5	0
atividades	22	1	alunos ouvintes	6	0	necessário perder discussões	5	0
tartaruga	20	1	falava libras	6	0	perder discussões e os alunos	5	0
comandos	19	1	tartaruga vermelha	6	0	discussões e os alunos surdos	5	0
mãos	18	1	educação matemática	5	0	extraídos episódios que seguem	5	0
sinais	18	1	ambiente tornou	5	0	episódios que seguem participaram	5	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No estudo de Healy (2015), em relação aos signos linguísticos, identificamos que o termo “alunos” foi o que mais foi mencionado, em um total de 105 vezes, compreendendo 6% do texto. Em seguida, temos que “matemática” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 44 vezes (2%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “surdos” (39x), “gestos” (37x), “atividades” (22x) e “sinais” (18x).

Sobre os termos que possuem duas caudas, Healy (2015) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “resolução de problemas” (9x), “línguas e sinais” (6x) e “educação matemática” (5x).

Ao final do ICME 12, percebemos que esses trabalhos discutem aspectos relacionados a metodologia, história da matemática, ensino e aprendizagem da matemática, resolução de problemas, e visualização matemática.

Quadro 48 – Signos no estudo de Moschkovich e Wagner (2017)

ICME 13								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
universidade	19	5	educação matemática	10	3	comunicação na educação matemática	3	1
matemática	17	5	áfrica do sul	5	2	jackeline rodrigues mendes	3	1
linguagem	12	3	david wagner	4	1	essa sessão incluiu as seguintes apresentações	3	1
educação	10	3	arindam bose	4	1	universidade nacional seul	3	1
comunicação	7	2	marcus schutte	4	1	linguagem e comunicação na educação	2	1
aprendizagem	7	2	seguintes apresentações	4	1	pesquisas na educação matemática	2	1
sessão	6	2	linguagem e comunicação	3	1	investigação na educação matemática	2	1
moschkovich	5	1	comunicação na educação	3	1	universidade técnica de dresden	2	1
david	5	1	judit moschkovich	3	1	universidade da áfrica do sul	2	1
wagner	5	1	jackeline	3	1	universidade	2	1

			rodrigues			autônoma de barcelona		

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Em relação aos signos linguísticos no estudo de Moschkovich e Wagner (2017), identificamos que o termo “universidade” foi o que mais apareceu, em um total de 19 vezes, compreendendo 5% do texto. Em seguida, temos que “matemática” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 17 vezes (5%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “linguagem” (12x), “educação” (10x), “comunicação” (7x) e “aprendizagem” (7x).

Sobre o foco do trabalho, percebemos que o estudo de Moschkovich e Wagner (2017) trabalha com um viés a partir dos estudos de “marcus schutte” (4x), “jackeline rodrigues mendes” (3x) e “arindam bose” (4x) que versam sobre a “linguagem e comunicação” (3x) na “educação matemática” (10x).

Em relação aos termos que possuem duas ou mais caudas, Moschkovich e Wagner (2017) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “educação matemática” (10x), “linguagem e comunicação” (3x) e “comunicação na educação” (3x), “linguagem e comunicação na educação” (2x), “pesquisas na educação matemática” (2x) e “investigação na educação matemática” (2x).

Quadro 49 – Signos no estudo de Presmeg e Radford (2018)

ICME 13								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	22	4	educação matemática	8	1	semiótica na educação matemática	3	0
semiótica	17	3	sala de aula	6	1	sala de aula de matemática	2	0
alunos	14	2	semiótica na educação	3	0	uso da semiótica social	2	0
gestos	11	2	luis radford	3	0	teoria da objetivação do conhecimento	2	0
signos	9	1	gert kadunz	3	0	petra menz e nathalie	2	0
semióticos	9	1	objetos matemáticos	3	0	menz e nathalie sinclair	2	0
educação	8	1	raciocínio diagramático	3	0	estudos temáticos 54	1	0
significado	7	1	objetivação do	3	0	temáticos 54	1	0

			conhecimento			sobre semiótica		
matemáticos	7	1	artefatos e gestos	3	0	54 sobre semiótica na educação	1	0
semiótico	7	1	encadeamento semiótico	3	0	luis puige wolff-michael	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Já em relação à pesquisa de Presmeg e Radford (2018), percebemos que o termo “matemática” foi o que mais apareceu, em um total de 22 vezes, compreendendo 4% do texto. Em seguida, temos que “semiótica” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 17 vezes (3%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “alunos” (14x), “gestos” (11x), “signos” (9x), “educação” (8x) e “significado” (7x).

Sobre o foco do trabalho, percebemos que o estudo de Presmeg e Radford (2018) veio com uma proposta que envolve a “semiótica na educação matemática” (3x), de forma mais específica, a semiótica em “sala de aula de matemática” (2x). Os autores também citaram os estudos de Petra Menz e Nathalie Sinclair que versam sobre a natureza da semiótica e seu significado para a educação matemática.

Em relação aos termos que possuem duas ou mais caudas, Presmeg e Radford (2018) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “educação matemática” (8x), “sala de aula” (6x), “semiótica na educação” (3x), “objetos matemáticos” (3x) e “raciocínio diagramático” (3x).

Ao final do ICME 13, percebemos que esses trabalhos discutem aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem da matemática, linguagem matemática, comunicação na matemática e objetos matemáticos.

Quadro 50 – Signos no estudo de Elia *et al.* (2023)

ICME 14								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	72	3	aprendizagem matemática	12	0	ensino e aprendizagem da matemática	3	0
crianças	62	3	educação matemática	10	0	idade das crianças no pré-escolar	3	0
educação	34	1	domínios de conteúdo	9	0	aprendizagem precoce da matemática	3	0
habilidades	34	1	sentido numérico	7	0	associadas ao	2	0

						desempenho matemático		
aprendizagem	33	1	desempenho matemático	7	0	habilidades motoras finas	2	0
desenvolvimento	30	1	crianças pequenas	6	0	intervenção math shelf	2	0
2017	29	1	cham springer	6	0	abordagens dinâmicas e semióticas	2	0
professores	28	1	matemática inicial	5	0	dinâmicas e semióticas no pensamento	2	0
pesquisa	27	1	habilidades cognitivas	5	0	semióticas no pensamento e aprendizagem	2	0
2018	27	1	idade das crianças	5	0	pensamento e aprendizagem geométrica	2	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No estudo de Elia *et al.* (2023) foi mencionado que o termo “matemática” foi o que mais apareceu, em um total de 72 vezes, compreendendo 3% do texto. Em seguida, temos que “crianças” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 62 vezes (3%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “educação” (34x), “habilidades” (34x), “aprendizagem” (33x) e “professores” (28x).

Em relação aos termos que possuem duas ou mais caudas, Elia *et al.* (2023) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “aprendizagem matemática” (12x), “educação matemática” (10x), “sentido numérico” (7x), “desempenho matemático” (7x) e “ensino e aprendizagem da matemática” (3x).

Quadro 51 – Signos no estudo de Nemirovsky e Krause (2023)

ICME 14								
Palavras-chave (x1)	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x2)**	**Q**	**%**	**Palavras-chave (x3)**	**Q**	**%**
matemática	12	3	educação matemática	3	1	estudo do tópico 60	1	0
semiótica	8	2	encadeamento semiótico	3	1	semiótica na educação matemática	1	0
uso	4	1	álgebra linear	3	1	tsg-60 destinado a explorar o significado	1	0
linguagem	4	1	submissões	2	1	explorar o	1	0

						significado da semiótica		
álgebra	4	1	currículo co-emergente	2	1	significado da semiótica e de diversos	1	0
gestos	4	1	aula de matemática	2	1	semiótica e de diversos usos de signos	1	0
encadeamento	4	1	estudo do tópico	1	0	usos de signos no ensino	1	0
educação	3	1	tópico 60	1	0	diversos usos de signos no ensino	1	0
significado	3	1	semiótica na educação	1	0	signos no ensino e na aprendizagem	1	0
aprendizagem	3	1	educação e semiótica	1	0	ensino e na aprendizagem da matemática	1	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

E na pesquisa de Nemirovsky e Krause (2023), identificamos que o termo “matemática” foi o que mais apareceu, em um total de 12 vezes, compreendendo 3% do texto. Em seguida, temos que “semiótica” foi o segundo termo que mais foi mencionado, em um total de 8 vezes (2%). Outros termos também foram os mais citados, a exemplo de “linguagem” (4x), “educação” (3x), “significado” (3x) e “aprendizagem” (3x).

Já em relação aos conteúdos matemáticos, no estudo de Nemirovsky e Krause (2023) foi mencionado 4 vezes o termo “álgebra”, em especial, a “álgebra linear” (3x), que foi o conteúdo trabalhado nessa pesquisa. Sobre o foco do trabalho, percebemos que o estudo de Nemirovsky e Krause (2023) veio com uma proposta que envolve a “semiótica na educação matemática” (1x).

Em relação aos termos que possuem duas ou mais caudas, Nemirovsky e Krause (2023) também trouxe elementos que são utilizados no contexto da matemática, tais como “educação matemática” (3x), “aula de matemática” (2x) e “semiótica na educação” (1x).

E, por fim, ao terminar a décima quarta edição do ICME, percebemos que esses trabalhos discutem aspectos relacionados a metodologia, ensino e aprendizagem da matemática, e linguagem matemática.

Após realizarmos o cálculo rápido de diversas métricas, seja por meio das primeiras 10 densidades de palavras-chave em 1, 2 e 3 caudas, também fizemos a contagem de palavras, frases e parágrafos dos trabalhos que foram analisados nos *proceedings* dos ICMEs, como pode ser visto no Quadro 52.

Quadro 52 – Contagem de palavras, frases e parágrafos dos estudos analisados nos ICMEs

Nº	AUTOR(A)	ICMEs	ANOS	PALAVRAS	FRASES	PARÁGRAFOS
1	Krygowska	1	1969	3944	173	98
2	Guilbaud	3	1977	4775	215	248
3	Sinclair	4	1983	7095	269	116
4	Higginson	4	1983	1823	106	60
5	Griffiths	4	1983	4722	215	128
6	Howson	4	1983	4896	242	138
7	Pellerey	4	1983	2803	84	63
8	Gnerre	4	1983	2509	107	50
9	Bell, Kilpatrick e Low	5	1986	4897	163	124
10	Vergnaud	6	1988	6789	224	272
11	Nesher	7	1994	2738	68	116
12	Closs	7	1994	3894	210	101
13	Otte	7	1994	5370	260	142
14	Schweiger	7	1994	4612	257	135
15	Quesada	8	1998	1962	78	36
16	Ernest	8	1998	5740	216	183
17	Schmidt	8	1998	4193	109	196
18	Barton	9	2004	2175	57	81
19	Presmeg e Schmidt	10	2008	2507	78	97
20	Navarra e Visto-Yu	10	2008	2657	101	105
21	Presmeg e Arcavi	11	2008	2050	76	73
22	Kadunz e Yerushalmy	12	2015	1351	135	58
23	Craig e Morgan	12	2015	2009	81	43
24	Healy	12	2015	8116	294	134
25	Moschkovich e Wagner	13	2017	889	37	72
26	Presmeg e Radford	13	2018	1747	60	74
27	Elia *et al.*	14	2023	6016	778	205
28	Nemirovsky e Krause	14	2023	743	69	57
T	**28**	-	-	103022	4762	3205
M	-	-	-	3679,357143	170,0714286	114,4642857

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Como pode ser visto no Quadro 52, foram analisados 28 estudos nas 14 edições dos ICMEs, totalizando 103022 palavras, 4762 frases e 3205 parágrafos. O total de palavras contabilizou, em média, 3679,36 palavras, 170,1 frases e 114,5 parágrafos para cada estudo analisado.

APÊNDICE F – LEVANTAMENTO DOS SIGNOS NOS *PROCEEDINGS*, *SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* DOS ICMEs

Quadro 53 – Levantamento dos signos nos *Proceedings*, *Selected Lectures* e *Invited Lectures* dos ICMEs

	ICMEs																													
	1	3	4						5	6	7				8				9	10			11	12			13		14	
Autor(a) / Palavras-chave	K	G¹	S¹	H¹	G²	H²	P	G³	B; K; L	V	N	C	O	S²	Q	E¹	S³	-	B	-	P;S	N;V	P;A	K;Y	C;M	H³	M;V	P;R	E²	N;K
texto	41	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
matemática	37	27	-	32	73	55	16	28	33	30	35	18	42	89	46	114	17	-	49	-	46	49	21	17	24	44	17	22	72	12
leitura	24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
alunos	24	-	-	-	18	-	-	-	33	46	-	-	-	-	-	-	-	-	16	-	27	21	23	-	20	105	-	14	-	-
matemático	23	-	-	6	-	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	56	-	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-	-	-	-
aluno	18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
construção	17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
livro	15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
definição	14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
dificuldades	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
aproximação	-	18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
quase	-	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
prática	-	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
aproximado	-	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
aproximações	-	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
números	-	11	40	-	-	-	-	-	-	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
precisão	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
intervalo	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
pensar	-	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
crianças	-	-	90	13	-	10	-	12	34	31	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	62	-
escrita	-	-	41	-	-	-	-	-	-	-	-	22	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
linguagem	-	-	24	10	-	26	14	19	-	-	-	-	-	56	20	-	44	-	23	-	-	-	-	-	17	-	12	-	-	4
letras	-	-	23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
significado	-	-	23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	-	3
criança	-	-	21	-	-	-	22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
numerais	-	-	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
aritmética	-	-	19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ordem	-	-	19	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
sinclair	-	-	-	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1980	-	-	-	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
educação	-	-	-	8	14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	-	9	10	-	10	8	34	3

pequenas	-	-	-	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1978	-	-	-	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
higginson	-	-	-	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
professores	-	-	-	-	31	-	-	-	24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15	-	-	19	-	-	-	-	-	-	28	-
currículo	-	-	-	-	29	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
currículos	-	-	-	-	16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ensino	-	-	-	-	15	10	-	-	32	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	25	20	-	11	-	-	-	-	-
professor	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
problema	-	-	-	-	9	-	-	-	-	27	-	-	-	-	-	-	14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
países	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
simbolismo	-	-	-	-	-	37	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
símbolos	-	-	-	-	-	36	-	-	-	-	-	-	-	12	-	-	-	-	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
problemas	-	-	-	-	-	22	-	12	54	30	-	-	-	-	-	-	20	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	-
entanto	-	-	-	-	-	18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
língua	-	-	-	-	-	16	-	41	-	-	-	-	-	37	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-
conceitos	-	-	-	-	-	-	15	-	17	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
formas	-	-	-	-	-	-	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
matemáticos	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	15	-	18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	-	-
códigos	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
linguística	-	-	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
mundo	-	-	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
cultura	-	-	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
nativa	-	-	-	-	-	-	-	27	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
espanhol	-	-	-	-	-	-	-	27	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
indígenas	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
sociolinguístico	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
investigação	-	-	-	-	-	-	-	-	29	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
resolução	-	-	-	-	-	-	-	-	27	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	-
pesquisa	-	-	-	-	-	-	-	-	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	27	-
situações	-	-	-	-	-	-	-	-	-	23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
conceito	-	-	-	-	-	-	-	-	-	21	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
álgebra	-	-	-	-	-	-	-	-	-	19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4
aprendizagem	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	20	-	-	-	-	-	-	-	10	-	13	13	13	-	11	-	7	-	33	3
eua	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Teorias	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

teoria	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
construtivismo	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
objetivos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
subgrupo	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
processos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
escribas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	29	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
figura	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	28	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
escriba	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	27	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
maia	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	26	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
maias	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
vaso	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
clássico	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
códice	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
conhecimento	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	37	-	9	96	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
triângulo	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	27	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
intuição	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
kant	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
teorema	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ideia	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
prova	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15	-	-	29	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
objetos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
particular	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
palavras	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	20	-	-	18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
línguas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-
uso	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-	-	4
comunicação	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12	-	-	-	-	32	-	-	-	-	-	-	-	7	-	-	-
especial	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
linguagens	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
semiótica	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	17	-	8
matemáticas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
peirce	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
lógica	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
[adam] vile	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
social	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	31	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Filosofia	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	27	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

lakatos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
estruturas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	31	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
semântica	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
jogo	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
diferentes	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
estrutura	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
sentido	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
percepção	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
realidade	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
crítica	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
consciência	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
questões	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-
sessão	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-
didática	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
observação	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
estudo	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15	-		-	-	-	-	-	-	-
artigo	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15	-	10	-	-	-	-	-	-	-
apresentados	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-
aula	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	13	-	-	-	-	-
artigos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-
desenvolvimento	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	30	-
geometria	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	-	-
dg	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-
primária	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-
visualização	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	25	20	-	-	-	-	-	-
representações	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	19	-	-	-	-	-	-	-
aspectos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-
imagens	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9	-	-	-	-	-	-
1994	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-	-	-
[michal] yerushalmy	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-	-	-	-
tecnologia	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-	-	-	-
pensamento	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-	-	-	-
surdos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	39	-	-	-	-
gestos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	37	-	11	-	4

gesto	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	34	-	-	-	-
atividades	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	22	-	-	-	-
tartaruga	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	20	-	-	-	-
comandos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	19	-	-	-	-
mãos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	18	-	-	-	-
sinais	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	18	-	-	-	-
universidade	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	19	-	-	-
moschkovich	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-
david	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-
wagner	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-
signos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9	-	-
semióticos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9	-	-
semiótico	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	-	-
habilidades	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	34	-
2017	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	29	-
2018	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	27	-
encadeamento	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4

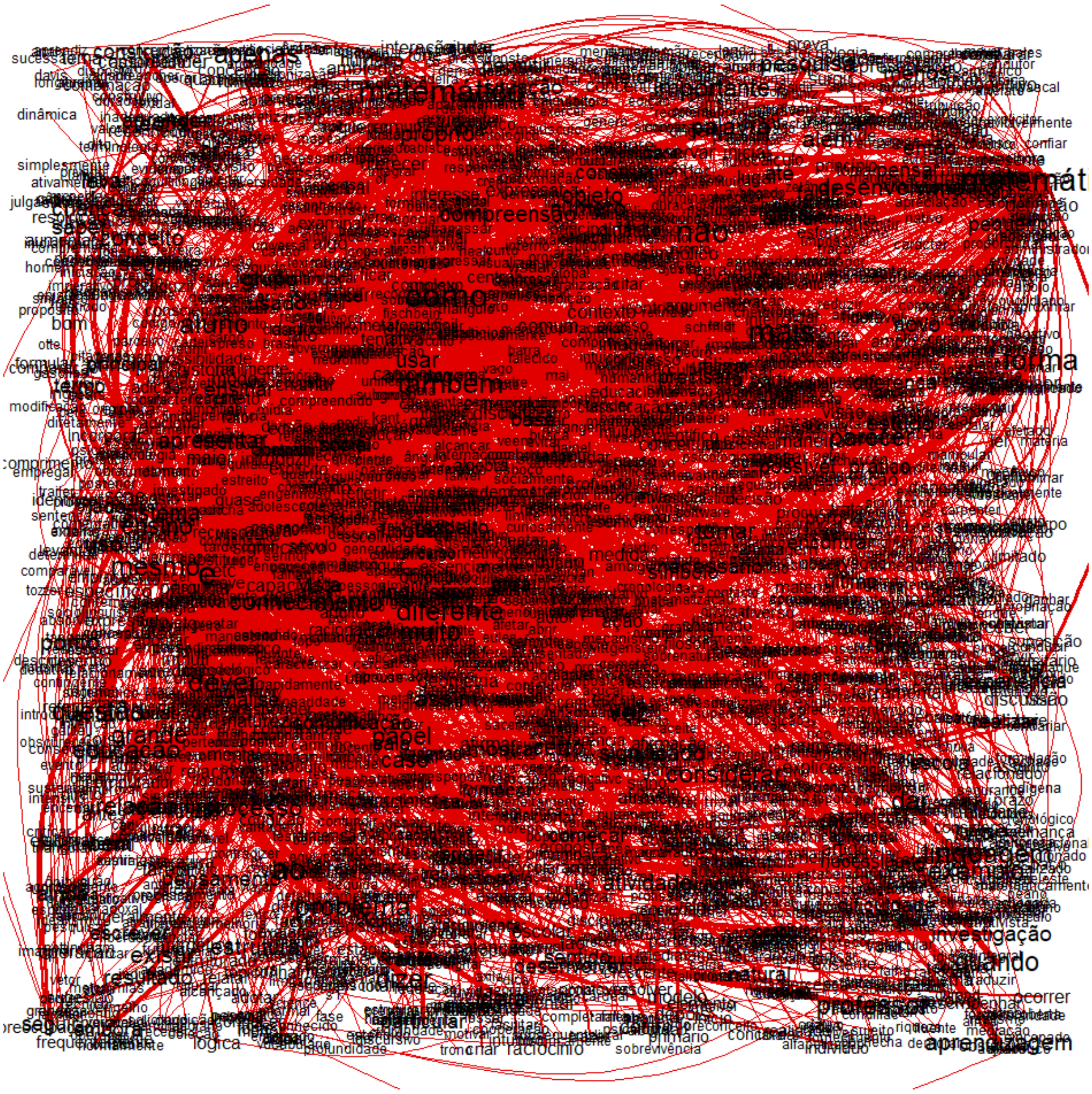
Fonte: Elaborado pelo autor.

Legenda 1: 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 e 14 se referem aos ICMEs.

Legenda 2: **K** = Krygowska; **G^1** = Guilbaud; **S^1**= Sinclair; **H^1** = Higginson; **G^2** = Griffiths; **H^2** = Howson; **P** = Pellerey; **G^3** = Gnerre; **B; K; L** = Bell, Kilpatrick e Low; **V** = Vergnaud; **N** = Nesher; **C** = Closs; **O** = Otte; **S^2**= Schweiger; **Q** = Quesada; **E^1** = Ernest; **S^3** = Schmidt; **B** = Barton; **P; S** = Presmeg e Schmidt; **N; V** = Navarra e Visto-Yu; **P; A** = Presmeg e Arcavi; **K; Y** = Kadunz e Yerushalmy; **C; M** = Craig e Morgan; **H^3** = Healy; **M; V** = Moschkovich e Wagner; **P; R** = Presmeg e Radford; **E^2** = Elia *et al.*; **N; K** = Nemirovsky e Krause.

APÊNDICE G – ANÁLISE DE SIMILITUDE DOS ESTUDOS NOS *PROCEEDINGS*, *SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* ANALISADOS DOS ICMEs

Figura 27 – Análise de Similitude dos estudos catalogados dos ICMEs



Fonte: Dados do Iramuteq.

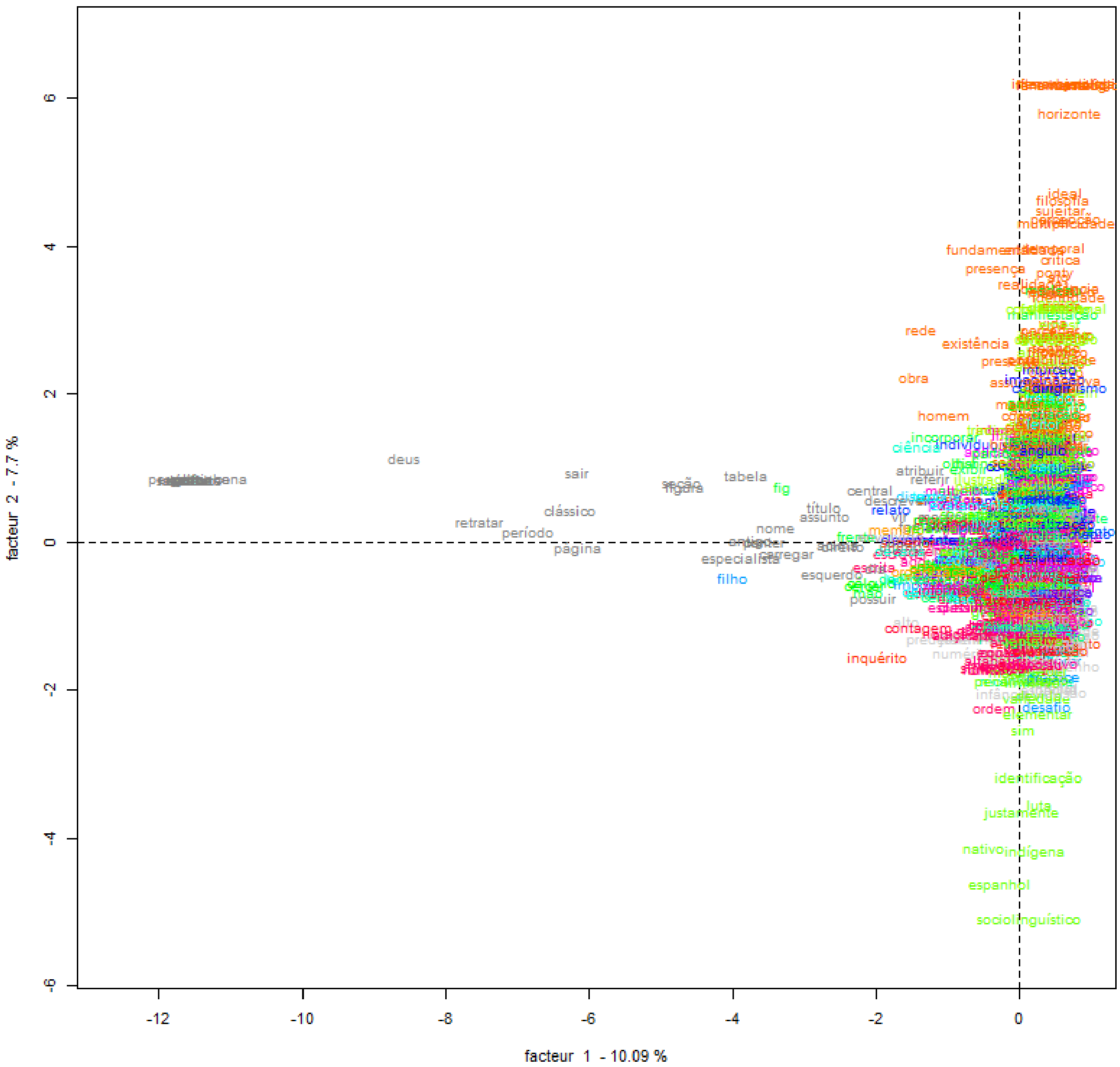
APÊNDICE H – ANÁLISE FATORIAL DE CORRESPONDÊNCIA DOS ESTUDOS NOS *PROCEEDINGS, SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* ANALISADOS DOS ICMEs

Figura 28 – Análise de Similitude dos estudos catalogados dos ICMEs

Fonte: Dados do Iramuteq.

APÊNDICE I – ANÁLISE FATORIAL DE CORRESPONDÊNCIA DAS PALAVRAS-CHAVE DOS ESTUDOS NOS *PROCEEDINGS*, *SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* ANALISADOS DOS ICMEs

Figura 29 – Análise Fatorial de Correspondência das palavras-chave dos estudos catalogados ICMEs



Fonte: Dados do Iramuteq.

APÊNDICE J – ASPECTOS TEMÁTICOS, TENDÊNCIAS E METODOLOGIAS NOS *PROCEEDINGS, SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* ANALISADOS DOS ICMEs

Quadro 54 – Aspectos temáticos, tendências e metodologias nos *Proceedings*, *Selected Lectures* e *Invited Lectures* analisados dos ICMEs

ICMEs / ASPECTOS	**1**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**T**
Ensino e Aprendizagem		X	X			X	X	X	X	X	X	X	X	10
Metodologia			X			X	X	X	X	X	X		X	8
Linguagem Matemática	X		X			X	X					X	X	6
Resolução de Problemas		X	X	X	X					X	X			6
Formação do professor	X			X			X			X				4
Currículo			X				X			X				3
Escrita da Matemática			X			X			X					3
Didática									X	X				2
Situações Matemáticas					X				X					2
Visualização Matemática										X	X			2
Aprendizagem da Matemática					X									1
Ensino de Matemática				X										1
História da Matemática											X			1
Leitura Matemática	X													1
Objetos Matemáticos												X		1
Pensamento Matemático						X								1
Prática do professor		X												1
Sala de aula	X													1

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Evento: ICME 1 (1969)
Aspectos: Formação do professor, leitura matemática, sala de aula e linguagem matemática.

Evento: ICME 3 (1977)
Aspectos: Ensino e aprendizagem, prática do professor e resolução de problemas.

Evento: ICME 4 (1983)
Aspectos: Escrita matemática, metodologia, linguagem matemática, currículo, ensino e aprendizagem da matemática, e resolução de problemas.

Evento: ICME 5 (1986)
Aspectos: Formação de professores, ensino de matemática, e resolução de problemas.

Evento: ICME 6 (1988)
Aspectos: Aprendizagem da matemática, resolução de problemas, situações matemáticas.

Evento: ICME 7 (1994)

Aspectos: Metodologia, ensino e aprendizagem da matemática, pensamento matemático, escrita matemática, e linguagem matemática.

Evento: ICME 8 (1998)
Aspectos: Formação de professores, currículo, metodologia, ensino e aprendizagem da matemática, e linguagem matemática.

Evento: ICME 9 (2004)
Aspectos: Metodologia em sala de aula, ensino e aprendizagem da matemática, linguagem matemática.

Evento: ICME 10 (2008)
Aspectos: Didática, metodologia, ensino e aprendizagem da matemática, situações matemáticas, escrita matemática.

Evento: ICME 11 (2008)
Aspectos: Metodologia, didática, currículo, formação de professores, resolução de problemas, ensino e aprendizagem da matemática, visualização matemática

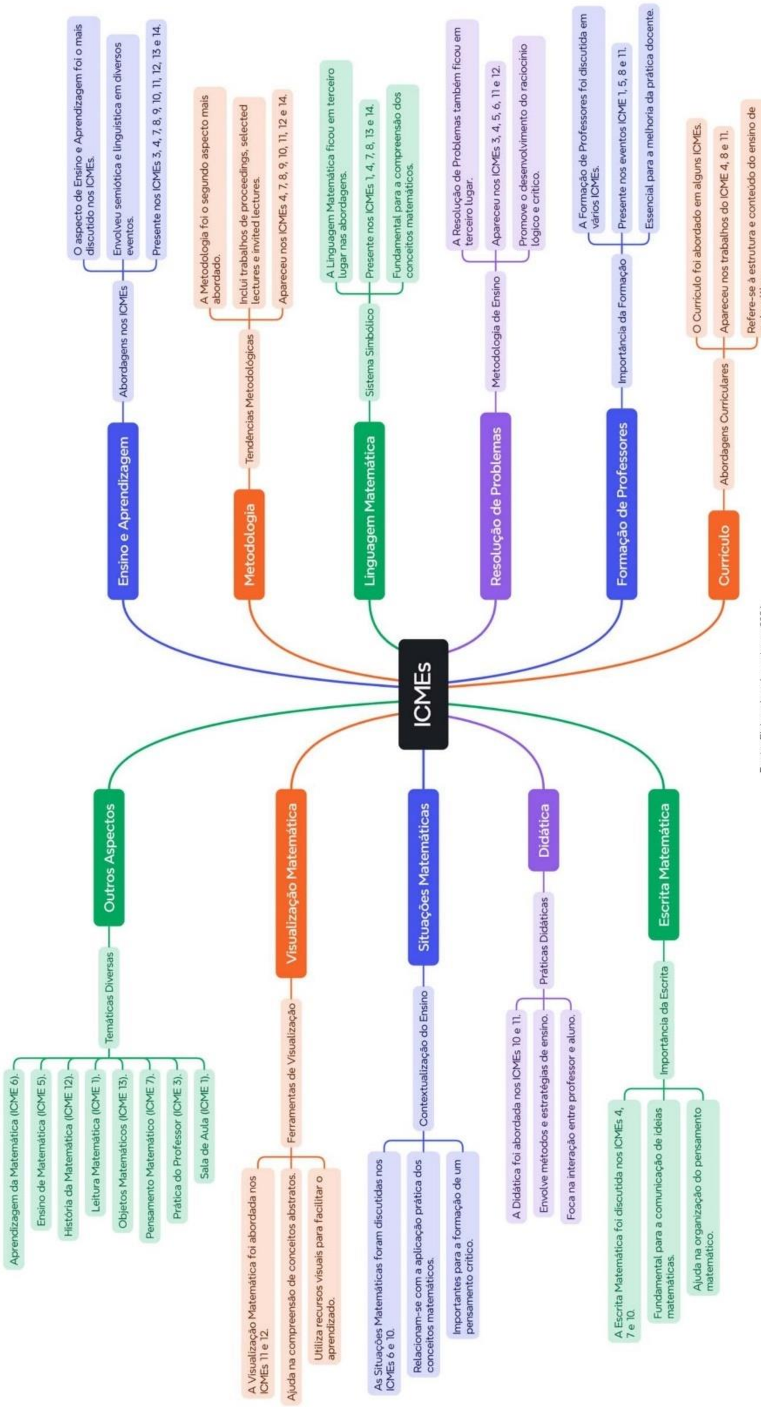
Evento: ICME 12 (2015)
Aspectos: Metodologia, história da matemática, ensino e aprendizagem da matemática, resolução de problemas, visualização matemática.

Evento: ICME 13 (2017/2018)
Aspectos: Ensino e aprendizagem da matemática, linguagem matemática, objetos matemáticos.

Evento: ICME 14 (2023)
Aspectos: Metodologia, ensino e aprendizagem da matemática, linguagem matemática.

APÊNDICE K – MAPA MENTAL SOBRE OS ASPECTOS TEMÁTICOS, TENDÊNCIAS E METODOLOGIAS NOS *PROCEEDINGS*, *SELECTED LECTURES* E *INVITED LECTURES* ANALISADOS DOS ICMEs

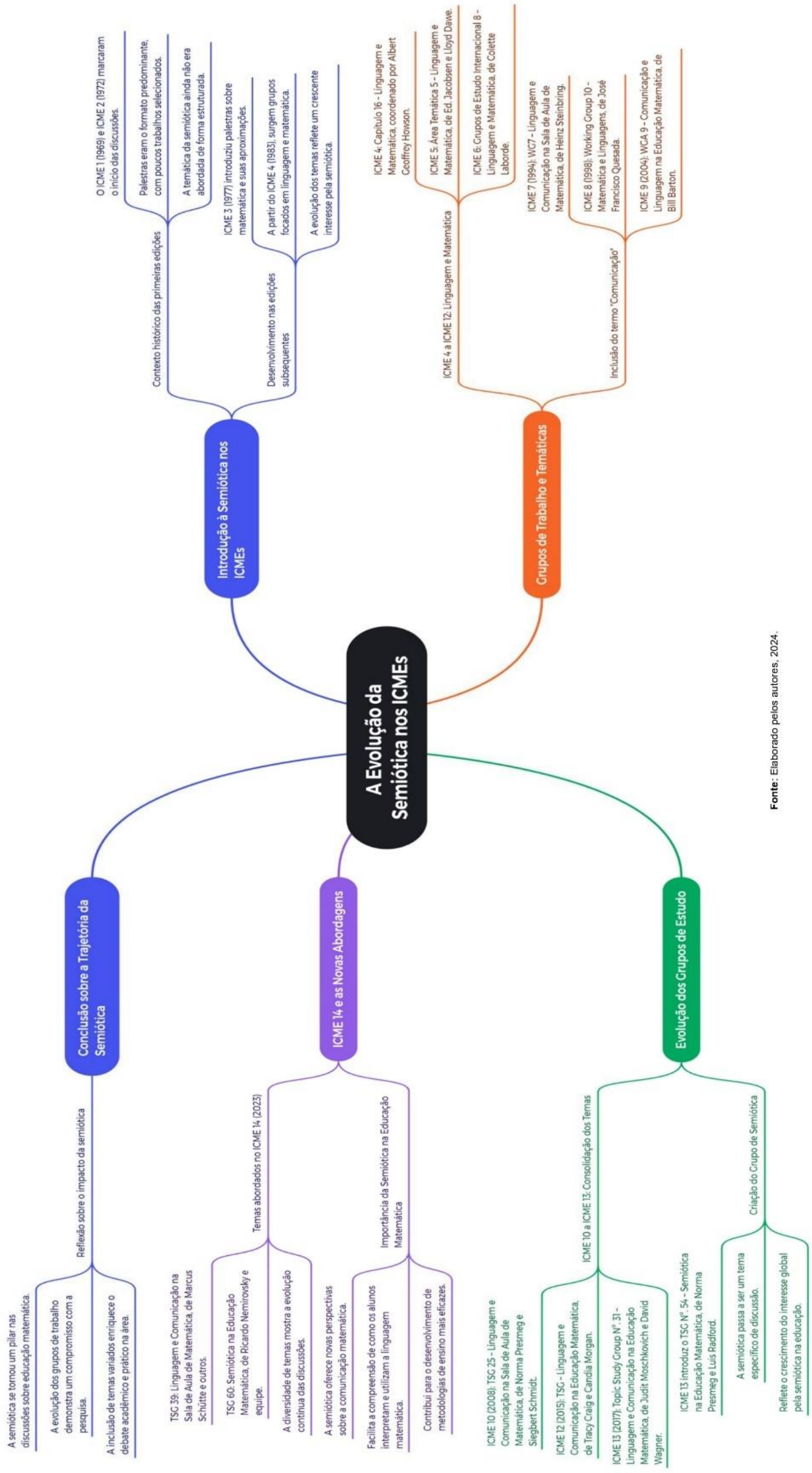
Figura 30 – Mapa mental sobre os aspectos temáticos, tendências e metodologias nos *proceedings*, *selected lectures* e *invited lectures* analisados dos ICMEs



Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

APÊNDICE L – MAPA MENTAL SOBRE A EVOLUÇÃO DA SEMIÓTICA NOS ICMEs

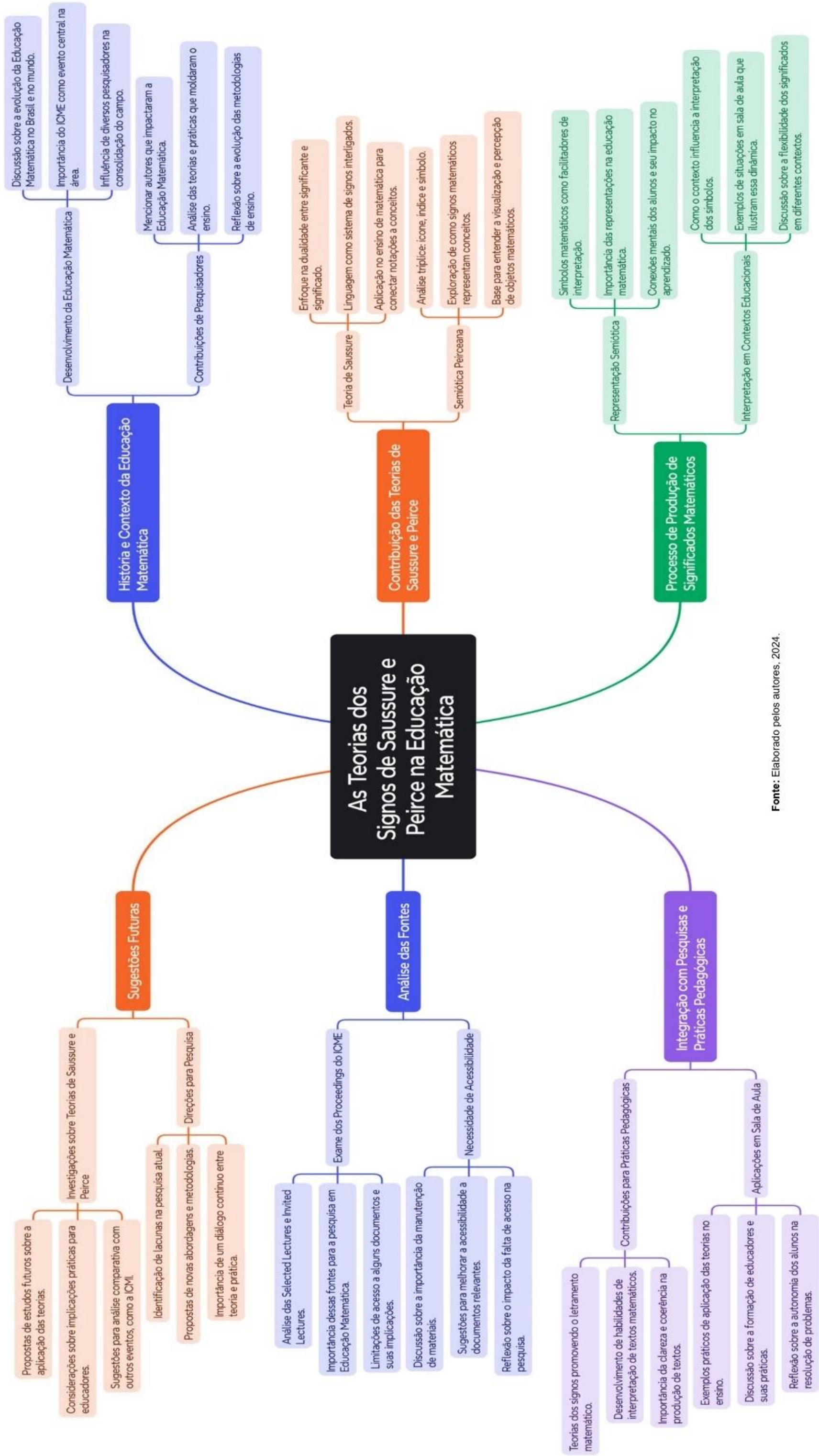
Figura 31 – Mapa mental sobre a evolução da semiótica nos ICMEs



Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

APÊNDICE M – MAPA MENTAL SOBRE AS TEORIAS DOS SIGNOS DE SAUSSURE E PEIRCE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Figura 32 – Mapa mental sobre as teorias dos signos de Saussure e Peirce na Educação Matemática



Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.