



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

KÁTIA JOANA DE QUEIROZ

A EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS E O
LETRAMENTO MATEMÁTICO COMO POTENCIALIZADORES DO ENSINO E
APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

CAMPINA GRANDE - PB

2023

KÁTIA JOANA DE QUEIROZ

**A EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS E O
LETRAMENTO MATEMÁTICO COMO POTENCIALIZADORES DO ENSINO E
APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Linha de pesquisa: Metodologia, Didática e Formação do Professor de Ciências e Educação Matemática,

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade

CAMPINA GRANDE - PB

2023

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

Q3e Queiroz, Kátia Joana de.

A exploração, resolução e proposição de problemas e o letramento matemático como potencializadores do ensino e aprendizagem de multiplicação e divisão [manuscrito] / Kátia Joana de Queiroz. - 2023.

278 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.

"Orientação : Prof. Dr. Silvanio de Andrade, Coordenação do Curso de Matemática - CCT. "

1. Ensino fundamental. 2. Letramento matemático. 3. Resolução de problemas. I. Título

21. ed. CDD 327.7

KÁTIA JOANA DE QUEIROZ

**A EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS E O
LETRAMENTO MATEMÁTICO COMO POTENCIALIZADORES DO ENSINO E
APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO**

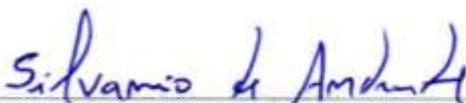
Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Linha de pesquisa: Metodologia, Didática e Formação do Professor de Ciências e Educação Matemática,

Área de concentração: Educação Matemática

Aprovado em 19/06/2023

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Silvanio de Andrade (PPGECM-UEPB)

Orientador



Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida (PPGECM-UEPB)

Examinador Interno



Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva (IFPB)

Examinador Externo

AGRADECIMENTOS

A gratidão é o sentimento que nos faz refletir e reconhecer o valor do outro para as nossas conquistas, e nos dá a certeza que não lutamos sozinhos. Isso, nos fez pensar que a construção dessa pesquisa deveu-se a colaboração de instituições importantes e ao apoio de pessoas especiais, que unidas somaram forças que contribuíram para elaboração desse trabalho.

Em primeiro lugar, agradecemos a Deus pela força de vontade e perseverança no percurso das experiências realizadas e pela superação dos desafios.

Agradecemos o apoio dos meus pais, Francisco Bonifácio (in memoriam), pelo trabalho que exerceu durante toda a vida, e Zenaide Pereira Barbosa, pela dedicação em cuidar da família, e pela educação, que juntos deram aos filhos.

Agradecemos à Universidade Estadual da Paraíba, por oportunizar a nós professores e professoras possibilidades para continuarmos nossos estudos, capacitando-nos como profissionais para atuar na educação das escolas públicas.

Agradecemos a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) por fomentar o incentivo, a expansão, a consolidação e a qualidade da pós-graduação.

Agradecemos ao PPGECM (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática), ao corpo docente, em especial ao coordenador e orientador Silvanio de Andrade, por acreditar em nossa proposta de pesquisa, pelos conhecimentos adquiridos e por nos acompanhar até concretização final.

Aos professores convidados para a banca de defesa da dissertação, José Joelson Pimentel de Almeida e Rômulo Alexandre Silva, os quais tivemos a honra de compartilhar na qualificação e apresentar nosso estudo.

Os nossos mais sinceros agradecimentos a todas, todos e todes, que de alguma forma, nos ensinaram a trilhar o caminho e nos fizeram chegar até aqui.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Este estudo tem por objetivo analisar a Metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas e o Letramento Matemático como elementos essenciais para o processo de ensino-aprendizagem de multiplicação e divisão nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Os alunos desta etapa enfrentam dificuldades no que diz respeito à leitura, à escrita e relacionadas aos conceitos matemáticos, sendo necessário desenvolver as competências de leitura e escrita em Matemática. No cotidiano escolar, conexões entre a língua materna e a Matemática dificilmente são evidenciadas, como se as disciplinas convivessem juntas, mas em aulas separadas. Desse modo, trazemos um levantamento bibliográfico da Resolução de Problemas delineada como uma proposta inovadora de caráter construtivista e sócio-político-cultural. Nela, o aluno não parte de modelos, parte de problemas que ele mesmo elabora, ou o professor. Apresentamos, também, o aporte teórico sobre o Letramento Matemático, em que se discute o ensino da Matemática mediado pela língua materna, através da qual a linguagem matemática chega ao aluno. Este ensino precisa ser conduzido de forma que permita ao aluno ler, escrever e interpretar o mundo matematicamente. A pesquisa elenca, na prática, a seleção de narrativas da Literatura Infantil e, a partir delas, a Resolução de problemas de multiplicação e divisão. Trata-se de um estudo qualitativo e de abordagem pedagógica, que articula práticas do Letramento Matemático, da análise metodológica e da mediação da Resolução de Problemas.

Palavras-chave: resolução de problemas; letramento matemático; anos iniciais do ensino fundamental.

ABSTRACT

This study aims to analyze the Methodology of Exploration, Resolution and Proposition of problems and Mathematical Literacy as essential elements for the teaching-learning process of multiplication and division in the early years of Elementary School. Students in the early years face difficulties with regard to reading, writing and related to mathematical concepts, requiring the development of reading and writing skills in mathematics. In everyday school life, connections between the mother tongue and mathematics are hardly evident, as if the disciplines lived together, but in separate classes. In this way, we bring a bibliographic survey of Problem Solving outlined as an innovative proposal of a constructivist and socio-political-cultural character. In it, the student does not start from models, the student starts from problems that he himself elaborates, or the teacher. We also present the theoretical contribution on Mathematical Literacy, in which the teaching of mathematics mediated by the mother tongue is discussed, through which the mathematical language reaches the student. This teaching needs to be conducted in a way that allows the student to read, write and interpret the world mathematically. The research lists, in practice, the selection of children's literature narratives and, from them, the resolution of multiplication and division problems. This is a qualitative study with a pedagogical approach that articulates Mathematical Literacy practices, methodological analysis and the mediation of Problem Solving.

Keywords: problem solving; mathematical literacy; early years of elementary school.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Resolução de Problema da aluna A20.....	94
Figura 2 -	Resolução de Problema da aluna A12.....	94
Figura 3 -	Resolução de Problema da aluna A18.....	95
Figura 4 -	Resolução de Problema da aluna A20.....	95
Figura 5 -	Resolução de Problema da aluna A12.....	96
Figura 6 -	Resolução de Problema da aluna A20.....	97
Figura 7 -	Resolução de Problema da aluna A18.....	101
Figura 8 -	Resolução de Problema do aluno A16.....	102
Figura 9 -	Resolução de Problema do aluno A17.....	103
Figura 10 -	Resolução de Problema da aluna A8.....	105
Figura 11 -	Resolução de Problema do aluno A10.....	105
Figura 12 -	Resolução de Problema da aluna A17.....	107
Figura 13 -	Resolução de Problema da aluna A24.....	108
Figura 14 -	Escrita da aluna A11.....	109
Figura 15 -	Resolução de Problema da aluna A17.....	110
Figura 16 -	Resolução de Problema da aluna A24.....	111
Figura 17 -	Escrita matemática do aluno A16.....	113
Figura 18 -	Resolução de Problema da aluna A24.....	113
Figura 19 -	Resolução de Problema da aluna A4.....	115
Figura 20 -	Resolução de Problema do aluno A27.....	116
Figura 21 -	Escrita da Aluna A20.....	118
Figura 22 -	Resolução de Problema da aluna A17.....	119
Figura 23 -	Escrita do aluno A8.....	122
Figura 24 -	Resolução de Problema da aluna A20.....	123
Figura 25 -	Resolução de Problema da aluna A17.....	124
Figura 26 -	Resolução de Problema da aluna A13.....	126
Figura 27 -	Resolução de Problema da aluna A9.....	127
Figura 28 -	Resolução de Problema da aluna A9.....	129
Figura 29 -	Proposição de Problema da aluna A18.....	129
Figura 30 -	Proposição escrita da Situação Problema do aluno A7.....	130
Figura 31 -	Proposição escrita de Situação Problema da aluna A12.....	131

Figura 32 -	Proposição de Problema da aluna A18.....	131
Figura 33 -	Resolução de Problema do aluno A10.....	135
Figura 34 -	Resolução de Problema da aluna A20.....	136
Figura 35 -	Resolução de Problema e escrita matemática da aluna A13.....	139
Figura 36 -	Resolução de Problema da aluna A20.....	140
Figura 37 -	Resolução de Problema do aluno A16.....	142
Figura 38 -	Resolução de Problema da aluna A5.....	146
Figura 39 -	Resolução de Problema da aluna A12.....	146
Figura 40 -	Resolução de Problema da aluna A12.....	148
Figura 41 -	Resolução de Problema da aluna A20.....	149
Figura 42 -	Resolução de Problema da aluna A8.....	150
Figura 43 -	Resolução de Problema da aluna A9.....	151
Figura 44 -	Resolução de Problema da aluna A3.....	153
Figura 45 -	Proposição de Problema da aluna A9.....	154
Figura 46 -	Escrita da aluna A9.....	158
Figura 47 -	Proposição de Problema da aluna A9.....	165
Figura 48 -	Proposição de Problema da aluna A9.....	166
Figura 49 -	Resolução de Problema da aluna A9.....	170
Figura 50 -	Resolução de Problema da aluna A17.....	172
Figura 51 -	Resolução de Problema da aluna A5.....	173
Figura 52 -	Resolução de Problema da aluna A17.....	174
Figura 53 -	Resolução de Problema da aluna A18.....	181
Figura 54 -	Resolução de Problema da aluna A9.....	182
Figura 55 -	Proposição de Problema da aluna A24.....	184
Figura 56 -	Escrita da aluna A20.....	189
Figura 57 -	Resolução de Problema da aluna A25.....	194
Figura 58 -	Resolução de Problema da aluna A18.....	197
Figura 59 -	Proposição de Problema da aluna A18.....	198
Figura 60 -	Página para escrita de mensagem de e-mail.....	200
Figura 61 -	Produção escrita do aluno A28.....	201
Figura 62 -	Produção escrita do aluno A12.....	201

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Diferenças entre o Letramento em Linguagem e o Letramento Matemático.....	44
Quadro 2 –	Aspectos do Modelo Autônomo de Letramento.....	45
Quadro 3 -	Quadro Quantitativo sobre a Atividade Diagnóstica (a).....	93
Quadro 4 -	Quadro Quantitativo sobre a Atividade Diagnóstica (b).....	93
Quadro 5 -	Proposição de problema a partir do problema anterior.....	128
Quadro 6 -	Resolução em tabela apresentando a proporcionalidade.....	135
Quadro 7 -	Proposição de Problemas da turma	155
Quadro 8 -	Quantitativo das Proposições de problemas.....	156
Quadro 9 -	Proposições de problemas da turma	167
Quadro 10-	Proposição de problemas da turma	168
Quadro 11-	Proposição de problemas da turma – item a.....	185
Quadro 12-	Proposição de problema da turma – item b.....	186
Quadro 13-	Proposição de problema da turma	199

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	17
2.1	Proposição de Problemas: língua, linguagens e formação de sentido	22
2.2	Resolução de Problemas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	29
2.3	Estratégias de Resolução de Problemas nos Anos Iniciais	33
3	ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA E LETRAMENTO MATEMÁTICO: ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	36
3.1	A Perspectiva do Letramento Matemático	39
3.2	Concepções de Letramento	41
3.3	Aspectos Socioculturais: Linguagem e Comunicação nas aulas de Matemática	46
3.4	A Literatura Infantil e o Ensino da Matemática	53
3.4.1	<i>Abordagem Crítica da Educação Matemática e da Literatura Infantil nos Anos Iniciais</i>	56
4	CONCEITO, IDEIAS E SIGNIFICADOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO	60
4.1	A abordagem do Conceito	61
4.2	Ideias e Significados de Multiplicação e Divisão	63
5	PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E LETRAMENTO MATEMÁTICO NO COTIDIANO ESCOLAR NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	68
5.1	Procedimentos Metodológicos	68
5.2	Análise de dados	92
5.2.1	<i>Encontro 1: Aplicação do Diagnóstico Inicial</i>	92
5.2.2	<i>Encontro 2: Correção do Diagnóstico Inicial</i>	98
5.2.3	<i>Encontro 3: Aplicação do Plano de Atividades 1 - 1º Momento</i>	104
5.2.4	<i>Encontro 4: Dialogando sobre as Resoluções de Problemas do Plano de Atividades 1 - 1º momento</i>	105
5.2.5	<i>Encontro 5: Aplicação do Plano de Atividades 1 - 2º momento</i>	114
5.2.6	<i>Encontro 6: Produção Escrita do texto no gênero Bilhete</i>	121
5.2.7	<i>Encontro 7: Aplicação do Plano de Atividades 1 - 3º momento</i>	125
5.2.8	<i>Encontro 8: Conclusão do Plano de Atividades 1 e Início da Aplicação do Plano de Atividades 2 – 1º Momento</i>	132
5.2.9	<i>Encontro 9: Aplicação do Plano de Atividades 2 - 1º momento (continuação)</i>	139

5.2.10	<i>Encontro 10: Aplicação do Plano de Atividades 2 - 2º momento.....</i>	142
5.2.11	<i>Encontro 11: Aplicação do Plano de Atividades 2 - 2º e 3º momento.....</i>	147
5.2.12	<i>Encontro 12: Aplicação do Plano de Atividades 2 - 2º e 3º momento (continuação).....</i>	154
5.2.13	<i>Encontro 13: Aplicação do Plano de Atividades 3 - 1º momento</i>	159
5.2.14	<i>Encontro 14: Dialogando sobre a Proposição de Problemas - Plano de Atividades 3 - 1º momento.....</i>	163
5.2.15	<i>Encontro 15: Aplicação do Plano de Atividades 3 - 2º momento.....</i>	169
5.2.16	<i>Encontro 16: Proposição de Problemas com Números de Maior Valor.....</i>	173
5.2.17	<i>Encontro 17: Aplicação do Plano de Atividades 3 - 3º momento.....</i>	176
5.2.18	<i>Encontro 18: Aplicação do Plano de Atividades 3 - (continuação).....</i>	179
5.2.19	<i>Encontro 19: Aplicação do Plano de Atividades 4 - 1º momento.....</i>	181
5.2.20	<i>Encontro 20: Aplicação do Plano de Atividades 4 - 1º e 2º momento (continuação).....</i>	186
5.2.21	<i>Encontro 20: Aplicação do Plano de Atividades 4 - 3º momento.....</i>	192
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	202
	REFERÊNCIAS.....	207
	APÊNDICE – PRODUTO EDUCACIONAL.....	213
	ANEXO – TERMO DE ANUÊNCIA	278

1 INTRODUÇÃO

Ao longo de anos, o ensino de Matemática reflete uma imagem de conhecimentos imutáveis, incontestáveis, em que o aluno sozinho precisa fazer relações com práticas sociais, buscando sentido para a linguagem matemática na vida. Dessa forma, os conhecimentos dessa área reúnem conteúdos complexos que demonstram uma linguagem específica, envolvendo números, escrita algébrica, geometria, medidas e procedimentos operatórios.

Concepções prévias e cristalizadas sobre o ensino da Matemática precisam ser reavaliadas metodologicamente ao compreender que esta área do conhecimento é um construto oriundo de processos sócio-históricos, que carrega características sócio-culturais e que engendra práticas de ensino-aprendizagem de resolução de problemas contempladas pela dinâmica entre leitura, escrita e comunicação.

É importante considerar a aprendizagem Matemática nos Anos Iniciais atentando para aspectos básicos, porém, de relevância, como: linguagens, leitura, escrita e oralidade, que podem ampliar e aprofundar a compreensão nesta disciplina. Entende-se que a leitura, a escrita e a oralidade corroboram para a aprendizagem matemática, assim como em outras áreas. Entretanto, essas ferramentas ainda não se manifestam nitidamente nas aulas de Matemática, nas quais poderiam ser mais enfatizadas mobilizando conceitos e habilidades.

Um outro fator preocupante é a forma como são sistematizados os conteúdos de Matemática, em uma linguagem organizada em lista de planos de ensino ou nos livros didáticos, com objetivos pré-estabelecidos, e, sem contar com o tempo cronológico a ser vencido pelo professor. Somado a isso, uma metodologia convencional que não provoca a investigação, nem explora a resolução de problemas.

É preciso estimular a iniciativa dos alunos e o desenvolvimento de atitudes positivas de enfrentamento às situações reais, de boas relações com o conhecimento, com as formas de fazê-lo e compreendê-lo, de ligação do conhecimento com o entendimento da realidade, possibilitando, assim, a construção da cidadania. A Matemática é uma ciência que vem progredindo muito nesse sentido ao auxiliar na promoção do raciocínio pelo aluno e na exploração de problemas, mas, para isso, o aluno deve adentrar, verdadeiramente, no conhecimento matemático, apropriando de signos, linguagens e significados.

Muitas preocupações permeiam o ensino de Matemática desde os Anos Iniciais, pois são turmas que precisam de uma atenção dedicada à apropriação do conhecimento da leitura e escrita e da Matemática. Na prática pedagógica cotidiana, os professores deparam-se com situações que provocam dúvidas e questionam: como realizar um trabalho de Letramento

Matemático e Resolução de Problemas de multiplicação e divisão nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental?

A alfabetização acontece pelo domínio de sistemas de representação da realidade e ocorre em um processo contínuo, no qual o aluno terá que conhecer um sistema de notação e utilizá-lo para a representação do mundo. Isso acontecerá em um processo gradativo de crescimento, superação e desenvolvimento das habilidades. Para dominar o código escrito, de letras e numerais, o aluno passará pela alfabetização em língua materna e Matemática, em que será preciso desenvolver atividades de reflexão sobre a escrita, sendo que isso não será suficiente para decifrar a leitura de mundo e para considerar o indivíduo letrado.

A aprendizagem da Matemática e a apropriação do sistema de notação vêm passando por várias discussões, fazendo ressignificar o pensar e o fazer matemático atualmente. Dessa forma, certos padrões vão sendo questionados à medida que surgem novas necessidades no ensino e aprendizagem da Matemática. O ensino mecânico e repetitivo dessa disciplina não tem possibilitado a resolução de desafios pelos alunos, nem a apropriação das linguagens em matemática.

Por muitos anos, acreditou-se apenas na alfabetização matemática com o uso predominante de regras, fórmulas, símbolos e códigos. A partir do Letramento Matemático, esta perspectiva foi reinventada apontando para outros direcionamentos. Antes de entrar na escola, a criança tem contato com situações que envolvem leitura, escrita, expressões matemáticas, operações e códigos numéricos. Então, ela pressupõe que aqueles signos e linguagens simbolizam algo.

As habilidades de leitura e escrita estão inseridas em atividades desenvolvidas em diferentes áreas do conhecimento, não apenas no ensino da língua materna, como é comum essa concepção. A leitura e escrita são uma necessidade no estudo das ciências, cabíveis em diferentes especificidades. Isso mostra a importância de se trabalhar com diferentes linguagens na mediação de conhecimentos matemáticos.

Nessa perspectiva, ao integrar a proposta de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas e Letramento Matemático promoveu-se um intenso trabalho de problematização, reflexão e discussão, acompanhado do incentivo à leitura e à escrita.

As práticas de Letramento Matemático são atividades que exigem do sujeito leitura, escrita, compreensão, interação com o meio e com as pessoas. É, pois, sentir-se integrante desse meio e usufruir de processos, habilidades e competências para melhor compreender e agir nesse âmbito. Enquanto a alfabetização, em uma perspectiva tradicional e neutra, leva em conta a

existência de um sujeito operante com a leitura e escrita, o letramento considera a dimensão sócio-político-cultural, a priori, o contexto e as práticas sociais.

Assim, foram incluídas, nesta proposta, a leitura de histórias da Literatura Infantil na introdução das discussões e no contexto de resolução de problemas. As narrativas selecionadas serviram como recurso motivador da leitura, com temáticas em torno das quais giravam as situações-problemas, isso para despertar a formação de opinião dos alunos, o diálogo e a formulação de posturas críticas.

No cotidiano, é comum observar, nos Anos Iniciais, que existem lacunas na aprendizagem dos alunos no que tange à leitura, à escrita e à Matemática. Segundo Smole (2012), a alfabetização não se detém apenas ao primeiro ano do Ensino Fundamental, a alfabetização percorre toda a vida escolar do estudante.

Luvison e Grando (2018, p.16) mencionam sobre as dificuldades dos alunos na compreensão de exercícios matemáticos ao afirmarem que “ler e interpretar um problema convencional e os enunciados de exercícios constitui uma das barreiras para a compreensão nas aulas de Matemática”. Nesse estudo, a leitura, a escrita e a comunicação são atos fundamentais em todas as tarefas matemáticas. “No entanto, ao ler nas aulas de Matemática, os escritos tornavam-se cada vez mais distantes dos alunos, para quem o objetivo seria ler e resolver, mesmo que nesse movimento não houvesse uma real compreensão” (Luvison; Grando, 2018, p.17).

A leitura e a escrita representam o mundo e, conseqüentemente, são influenciadas pelas representações culturais, sociais e políticas. Na escola, o ensino da língua e das linguagens parece, tradicionalmente, estar fragmentado pelos acordos e compartimentos curriculares. O foco deste estudo foi o desenvolvimento de práticas de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas e de Letramento Matemático voltadas para o contexto de Histórias da Literatura Infantil, evidenciando as formas de linguagens necessárias na formação de ideias e significados de multiplicação e divisão. Nesse contexto, é de extrema relevância a postura metodológica do professor ao conduzir a reflexão sobre processos de leitura e escrita nas aulas de Matemática.

Diante do exposto, é necessário refletir a respeito do processo ensino e aprendizagem revendo aspectos metodológicos, estudando alternativas de ensino da Matemática, a saber: o tratamento dos conteúdos e das linguagens e a construção de conceitos. Assim como, é preciso relacionar a vivência de conteúdos com às experiências do cotidiano; expandir a compreensão do conhecimento matemático, observando os aspectos sintáticos contextualizados com os fatores semânticos; e abordar a Proposição de Problemas enfatizando a atividade da leitura e escrita e oralidade como elementos fortalecedores do Letramento Matemático.

Não existem receitas prontas e acabadas para aplicar em sala de aula, mas perspectivas e metodologias inovadoras surgem para orientar o ensino de Matemática nos Anos Iniciais, assim, aparecem estudos no campo da Resolução de Problemas. Discute-se, aqui, a perspectiva da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas aplicada juntamente ao Letramento Matemático. É necessário saber questionar o aluno, interrogá-lo sem dar respostas prontas e ser escuta crítica do saber por ele construído, provocando o despertar da Matemática em cada mentalidade, compreendendo o pensamento, através da manifestação das linguagens.

Os problemas movem o conhecimento. Constantemente, o homem sente-se impulsionado a buscar melhores maneiras de sobreviver, ser e conviver. A partir dos problemas, estratégias são traçadas e se encaminham para futuras descobertas. O conhecimento produzido teoricamente pelo sujeito se manifesta por meios diversos, entre as formas de representação encontram-se códigos e símbolos.

A Resolução de Problemas é uma área autônoma, mas se relaciona com todas as áreas do conhecimento, inclusive, com a Língua Materna. Resolver problemas faz parte do cotidiano das pessoas. Eles podem se manifestar em diversas situações. A Resolução de Problemas e a leitura colaboram para o desenvolvimento do pensamento do aluno, e tem por finalidade a formação da autonomia do sujeito frente às situações cotidianas. Por isso, a importância do estudo dessa relação para um trabalho de letramento matemático e para um ensino de Matemática de qualidade.

As atividades de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas podem ser utilizadas diariamente na sala de aula em todos os anos de estudo, haja vista que não são exercícios estanques em que cabem a seleção de determinado algoritmo. Aplicar esse percurso metodológico em sala de aula exige interação, troca de conhecimentos e trabalho colaborativo. Existe uma relação entre a Matemática e a Linguagem, pois abordar situações problemas supõe o uso de várias linguagens. O ensino é encadeado pela língua materna que dá suporte oral e escrito para que os conceitos matemáticos sejam apreendidos.

O ensino da Matemática tem metas bem mais abrangentes, não se resume ao domínio de mecanismos básicos. O processo de ensino e aprendizagem da Matemática deve proporcionar ao aluno o desenvolvimento de competências e habilidades, de forma que ele possa ler e atuar matematicamente no meio em que vive. O professor é o agente que conduz o processo de ensino e aprendizagem, buscando fazer as melhores escolhas para levar o conhecimento ao aluno. Para tanto, ele precisa utilizar constantemente o diálogo e a contextualização dos conteúdos com a realidade.

Ao mesmo tempo que a língua materna dá suporte ao ensino de Matemática, o diálogo entre professor e aluno precisa dar sentido aos conceitos matemáticos durante a resolução de problemas. As formas de linguagens apresentadas precisam ser discutidas, reelaboradas, entendidas como elementos de construção de significados e de reflexão.

Tendo em vista estas considerações, o presente estudo tem o objetivo de analisar a aplicação da metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas de multiplicação e divisão, na perspectiva do Letramento Matemático, no Ensino Fundamental. Nossa pesquisa está dividida em cinco capítulos principais, a saber: Introdução; Resolução de Problemas; Alfabetização Matemática e Letramento Matemático: Ensino via Resolução de Problemas; Conceito, Ideias e Significados da multiplicação e divisão; e, por último, uma Proposta de Resolução de Problemas e Letramento Matemático no cotidiano escolar nos Anos Iniciais.

No segundo capítulo, discute-se, de maneira geral, o trabalho de Resolução de Problemas em Matemática, referindo-se a autores como Andrade, Vale, Serrazina, Kilpatrick (2017) e Diniz (2001). A ênfase é a busca constante do conhecimento através do pensamento matemático e a valorização do processo, não apenas do produto. O mesmo capítulo frisa a demanda da Resolução de Problemas nos Anos Iniciais Ensino Fundamental. Rabelo (1995) traz as contribuições de experiências realizadas em campo com alunos enfocando a importância da relação texto e Matemática para superação de dificuldades e proporção do desenvolvimento do aluno que estuda no Ensino Fundamental. Outro ponto discutido é a interdisciplinaridade enfocada por Nacarato, Mengali e Passos (2019), em relação ao conhecimento matemático, corroborando para o incentivo à leitura e à escrita matemática. Também se evidencia as ideias de Cavalcanti (2001) a respeito da valorização das estratégias de resolução de problemas dos alunos como elemento que propicia o desenvolvimento do pensamento matemático.

No terceiro capítulo, aborda-se a Alfabetização e o Letramento Matemático via Resolução de Problemas, trazendo apontamentos da Alfabetização conforme Danyluk (2015) e na concepção de Freire (2011), bem como discutimos o Letramento Matemático baseado nos pressupostos de Fonseca (2004) e de David (2004). Logo, procura-se fazer as distinções entre estas duas abordagens, assim como, compreender a sua abrangência nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Traz a concepção de Jurdak (2016) diante do Letramento Matemático, destacando os tipos de letramento identificados pelo autor. Finalizando o capítulo, é explicada a proposta da Literatura Infantil e Matemática nos Anos Iniciais, com o respaldo em Montoito (2019) e Silva (2012), juntamente, com as ideias de Jurdak (2018).

No quarto capítulo, elenca-se o conceito, ideias e significados da multiplicação e divisão com base nas reflexões de Nunes (2001), Albuquerque (2016), Moretti (2011) e Vergnaud (2011), apresentando pressupostos, propriedades e conceitos dessas operações.

No quinto e último capítulo, é realizada a apresentação de uma proposta de Resolução de Problemas e Letramento Matemático no cotidiano escolar dos Anos Iniciais, na qual se insere a pesquisa de campo, composta por um estudo qualitativo que se dedicou a aplicar a metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas atrelada à perspectiva do Letramento Matemático. Com isso, para o cotidiano dos Anos Iniciais, resgata-se a contação de histórias da Literatura Infantil como elemento que cria um contexto para a resolução de problemas matemáticos. Assim, os problemas não são soltos, mas partem de temáticas geradoras que também são socialmente problematizadas.

Essa pesquisa trouxe a elaboração do Produto Educacional: **A Matemática e o faz de conta: contos e encontros entre a matemática e a língua materna**, voltado para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O material apresenta direcionamentos e desdobramentos do estudo, diante da questão do Letramento Matemático e da metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas. Foram realizadas uma série de experiências com o fim de atender ao ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos de Multiplicação e Divisão, as quais vão desde formas mais dialogadas de Resolução de Problemas, até metodologias condensadas pela arte, Resolução e Proposição de Problemas, permeadas pela prática constante da leitura e escrita. O produto sugere a organização de oficinas de leitura e dramatização de histórias da Literatura Infantil na turma do 4ºano, e parte para a etapa seguinte, a Proposição de situações-problema, num trabalho relacionado a produção oral e escrita em articulação com ideias e significados matemáticos

A Exploração, Resolução e Proposição de Problemas e o Letramento Matemático agem como elementos articuladores da leitura, escrita e oralidade. Nesse processo, também a exploração é contínua, o encadeamento da leitura da situação e a proposição de outros problemas são propostas facilitadoras da aprendizagem. Pretende-se, nesse íterim, entender que a leitura matemática é um elemento propulsor da construção de significados e de conceitos, assim como a exploração e a proposição de novos problemas pelo aluno leva a uma reflexão sobre o conhecimento e sobre a escrita matemática.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Resolução de Problemas é uma atividade historicamente humana, pois o ser humano, para garantir a sobrevivência no planeta, sempre teve que enfrentar várias situações, como a sede, a fome, o frio, os perigos e os fenômenos naturais. A Resolução de Problemas faz parte da vida e desperta nos sujeitos a capacidade de pensar, elaborar estratégias e buscar soluções. Por isso, contempla, também, o exercício intelectual e o psiquismo do sujeito.

A concepção de problema foi mudando ao longo do tempo. Para Branca (*apud* Diniz, 2001, p. 87), “a Resolução de Problemas era descrita dentro de três concepções: como meta, processo ou habilidade básica”. A Resolução de Problemas entendida como meta predominou antes do movimento da Educação Matemática e remete à preparação anterior do indivíduo munido, a priori, de procedimentos e conceitos suficientes para resolver problemas.

Por volta de 1970, surgiu a ideia de Resolução de Problemas como processo, a qual trata dos procedimentos para se resolver problemas, não só enfatizando o produto final. Na década 80, nasce a Resolução de Problemas como habilidade básica a ser desenvolvida por todos os indivíduos. Nesse ínterim, começam as preocupações com as questões referentes aos conteúdos, tipos de problemas e métodos (Diniz, 2001).

Após 1990, emerge a Resolução de Problemas como uma metodologia para o ensino. Abriu-se um leque de possibilidades para angariar o ensino da Matemática, incluindo o perfil desafiador das questões em detrimento da técnica, da importância da problematização e da formulação de problemas (Diniz, 2001).

Com o passar dos anos, a Resolução de Problemas vem ganhando importância em vários âmbitos, impulsionando a busca por saberes e promovendo mais conhecimentos científicos. Passou-se a enxergar a Resolução de Problemas além de uma atividade rotineira, sendo, pois, capaz de provocar o pensamento do sujeito, movendo-o a encontrar caminhos alternativos para chegar a respostas, em que há possibilidade de o indivíduo conhecer e se desenvolver como ser pensante, criativo e social. Assim,

no mundo de hoje, não é suficiente ser proficiente em computação, em memorização de fatos, na fluência de procedimentos ou na resolução de problemas de rotina. Estas capacidades são importantes, mas são necessárias outras, as que permitam resolver problemas não rotineiros, gerar múltiplas resoluções, ou caminhos, buscando pela mais elegante, simples e eficiente, justificar conclusões e comunicar resultados. Estas capacidades podem ser cultivadas e alimentadas se os professores proporcionarem oportunidades de aprendizagem apropriadas para desvendar o potencial criativo, inovador e crítico de todos os alunos. (Vale, 2017, p. 134).

A partir dos estudos, a Resolução de Problemas tornou-se um campo de conhecimento da Matemática que atende, também, às necessidades de várias outras áreas, despertando processos investigativos e contribuindo para produzir mais conhecimentos. Além disso, pode ser utilizada como metodologia para aperfeiçoamento da prática pedagógica.

Segundo Lester (1994), a Resolução de Problemas é “um processo extremamente complexo, uma forma de esforço humano que envolve muito mais do que a simples recordação de fatos ou a aplicação de técnicas bem aprendidas e procedimentos (Lester, 1994, p.668 *apud* Liljedahl; Cai, 2021, p. 724, tradução nossa). Por volta de 1970, ocorreu uma mudança na pesquisa sobre Resolução de Problemas, na qual as questões dos livros didáticos deixaram de ser o foco principal para dar lugar ao aprofundamento nos estudos da heurística.

Há três aspectos principais da Resolução de Problemas:

- A Resolução de Problemas entendida como objetivo de aprendizagem: considerada um fim em si mesma para o aprimoramento das competências de Resolução de Problemas;
- A Resolução de Problema entendida como atividade cognitiva: em que se analisa e descreve como os resolvedores de problemas procedem;
- A Resolução de Problema como abordagem instrucional: um meio para desenvolver habilidades e alcançar uma finalidade (Kilpatrick e Satanic, 1989 *apud* Liljedahl; Cai, 2021, p.723-724).

Por isso, foi atribuída a característica transversal da Resolução de Problemas, tornando-se um eixo que conecta o processo investigativo ao conhecimento; o ensino à aprendizagem e os conteúdos à vida cotidiana. Contempla, na educação, a formação de atitudes positivas, como o raciocínio, a comunicação e a confiança em si mesmo no exercício da habilidade de enfrentar situações desafiadoras.

Na concepção de Serrazina (2017, p.60), “um problema é uma situação para a qual se procura uma solução, não existindo à partida um procedimento que conduza a essa solução, havendo uma fronteira tênue entre problema e tarefa de investigação.” Pode-se entender que, um problema é uma situação dada que emerge um conflito cognitivo. Nessa ocasião, vale destacar que, dependendo das experiências prévias do sujeito e do desenvolvimento, um problema pode ser facilmente solucionado ou não.

Segundo Vale (2017, p. 137), um problema se caracteriza pelo desconhecimento imediato da solução, pois o conhecimento explícito da resposta faz dele um simples exercício. Assim, como próprio nome já preconiza, a Resolução de Problemas é um processo de busca e exige um posicionamento ativo do aluno na realização da atividade.

O problema surge com a finalidade de ser pensado à luz de muitas reflexões individuais ou coletivas. O simples ato de pensar em alternativas viáveis para uma resposta já é um diferencial marcante, pois, mesmo que não se obtenha êxito em uma resposta final, valoriza-se também o raciocínio. O próprio desempenho cognitivo serviu para atender ao desenvolvimento de outras habilidades afins.

Podem surgir no ensino da Matemática as situações-problema que, neste estudo, são mencionadas e exigem que o indivíduo desenvolva um conceito, embora o desconheça, a partir do desafio que a situação enuncia. As situações-problema promovem a reflexão sobre possíveis estratégias a serem percorridas e a tomada de decisão.

O provável erro é entendido como um evento ocasional durante as aulas, porém um ponto de partida, não de chegada. O erro é um fenômeno a partir do qual se origina a procura por outras alternativas, pois, sendo fruto de uma atividade cognitiva, torna-se digno de ser retificado diante da reconstrução. Reformula-se a ideia do erro associada ao medo, punição ou vergonha, surgindo uma outra conotação voltada para um elemento de condução, de tomada de decisões e de descoberta.

Para Andrade (2017), o problema é entendido como o princípio da teoria. Nesse caso, a teoria seria a resposta formal para uma questão e, assim, deve-se refletir o processo ensino e aprendizagem. A construção de um conceito pode se dar a partir de uma situação-problema e do desdobramento em vários outros problemas dependendo das ideias matemáticas que se queira trabalhar.

Para Diniz (2001), na perspectiva da Resolução de Problemas, é necessário que haja a problematização que consiste em um processo de investigação sobre dada situação. As situações problemas requerem atividades relacionadas ao pensamento e à interação, provocando um despertar matemático, ao passo que listas imensas de exercícios de problemas convencionais não correspondem, satisfatoriamente, a essas expectativas. Trata-se de um momento motivador da aprendizagem da leitura, escrita e oralidade. Nesse sentido, a resolução de situações-problemas surge para o professor inquietar o aluno, levando-o a analisar, minuciosamente, todas as informações, os procedimentos e resultados possíveis e confrontando as ideias com a turma.

A abordagem do problema em sala de aula é considerada como um início e não um fim em si mesmo. Em geral, nas turmas dos Anos Iniciais, no ensino convencional, prioriza-se a técnica em detrimento do próprio conhecimento. Na maioria das vezes, o professor ensina o algoritmo e, quando os alunos demonstrarem um certo domínio sobre ele, serão, então, aplicados, no final, problemas na turma. Esse procedimento, utilizado por muitos anos de

escolaridade, não tem provocado a consolidação do conhecimento matemático, pois o mecanismo repetitivo não leva a refletir e a utilizar o saber nas práticas sociais.

As aulas de Matemática que atendem à repetição de mecanismos operatórios pelo aluno contribuem para torná-lo um ser passivo, sem atividade crítica e reflexiva. A Resolução de Problemas vem propor uma metodologia pedagógica de ensino-aprendizagem inovadora, um percurso de ensino em que são atribuídos a ação, a reflexão, a interdisciplinaridade e a transcendência de conhecimentos para as práticas sociais do aluno. Trata-se de uma metodologia ativa e dialógica entre professor e aluno.

No entanto, em uma visão ampliada compreende-se como Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, pois vai além do problema e da solução (Andrade, 2017). É um processo de reflexão, um caminhar pelas vias da heurística, na tentativa e insistência contínua pelo conhecimento. A construção do conhecimento matemático é algo preponderante para o sujeito em consonância com a sociedade em que ele vive, na qual o que torna mais cativante é a aprendizagem envolvida na mudança de comportamento do sujeito, como ser individual e coletivo, desempenhando o rico processo de trabalho, reflexão e síntese.

Não existem regras prontas sobre a resolução de problemas. Existem estudos teóricos aprofundados que orientam a respeito de aspectos fundamentais nesse âmbito. Para Andrade (2017, p. 357), a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas leva em consideração, inicialmente, o contexto da sala de aula, referindo-se a “multicontextualidade”, pois o “planejamento do trabalho é sempre aberto, não fechado, embora não solto, podendo ganhar vários formatos e explorações ao longo do trabalho desenvolvido pelo aluno, aluno(s)-aluno(s), aluno(s)-professor etc”.

No planejamento, o professor deve considerar o universo da sala de aula como um ambiente recheado de realidades, um laboratório de conhecimentos. Com base nisso, na prática cotidiana, surge o envolvimento ação-reflexão-ação que encaminha novos olhares e novas decisões, em que todos os alunos são partícipes, protagonistas no desenvolvimento da inteligência e do conhecimento.

Por isso, a Matemática não pode ficar isolada em aulas à parte das práticas pedagógicas rotineiras, sendo descontextualizada. Ela precisa estar conectada com o ambiente, certezas e incertezas do contexto escolar. O conhecimento matemático não é petrificado e isolado, pois relaciona-se com os demais segmentos e com o mundo. Precisa-se, no entanto, levar os sujeitos a dialogar sobre a Matemática em sala de aula para que os alunos possam experimentar o funcionamento dos conhecimentos dessa ciência e aperfeiçoar a sua apropriação.

Assim, Andrade (2017, p. 357) apresenta o conceito de “Problema – Trabalho – Reflexões e Síntese – Resultado (P-T-RS-R)”. Esse encadeamento traz o movimento experienciado pelo aluno na Exploração, Resolução e Proposição de Problemas. Essas etapas aprofundam o sentido de todo percurso de resolução e exploração de situações-problema, tendo como recurso predominante a problematização professor-aluno, aluno-professor e aluno-aluno.

De acordo com Diniz (2001, p. 99), “é muito comum observarmos que, se os problemas estão sempre associados a uma operação aritmética, os alunos perguntam insistentemente ‘Qual é a conta?’ ou, então, buscam no texto uma palavra que indique a operação a ser efetuada.” Em processos investigativos, os alunos não recebem instruções prontas de resolução de problemas, porque precisam realizar a investigação, traçar trajetórias de buscas, refletir sobre a situação e mapear estratégias, como também podem traçar outras reformulações possíveis.

Outro fator que Diniz (2001) discute é sobre a existência das palavras que indicam operações dentro do texto de um problema, como “ao todo”, “juntos”, “o total”, pois nem sempre as expressões podem indicar o real raciocínio necessário, podendo, algumas vezes, induzir o aluno ao erro. A Exploração, Resolução e Proposição de Problemas transcende ideias estereotipadas sobre os conceitos da Matemática, trazendo uma atuação mais crítica dos alunos.

A partir de problemas, o professor pode questionar o que o aluno já sabe, levando a relacioná-lo aos novos conhecimentos. Serrazina (2017, p. 60) caracteriza um bom problema da seguinte forma:

- (i) ser desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática; (ii) ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas; (iii) ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível. (Serrazina, 2017, p. 60).

Os enunciados oriundos de temáticas contextualizadas devem despertar o interesse do aluno. Aliado a isso, o professor precisa conduzir uma aula dialogada, buscando ativar os conhecimentos prévios dos alunos, somando-os aos novos e atentar para a formação de conceitos na escola e para fora dela, de forma que possam utilizá-los com autonomia em qualquer situação. Para a Resolução de Problemas acontecer favoravelmente ao aluno, deve haver dedicação e o engajamento do professor e dos alunos, isso é uma atitude decisiva, pois juntos precisam estar envolvidos no objetivo de construir conhecimentos.

A atuação do professor expressa, direta e indiretamente, objetivos de aprendizagem que deseja que o aluno adquira. Nas suas propostas, também são encontrados indícios de concepções sobre o ensino, opções e tendências. Por isso, é preciso que o professor suscite o trabalho intelectual e a superação de condições prévias do aluno. A Resolução de Problemas é,

para Vale (2017, p. 134), uma sugestão para promover o desenvolvimento de capacidades que despertem o raciocínio e possibilitem a flexibilidade de resoluções.

A Resolução de Problemas não converge para uma única direção ou fim, mas intercepta em várias direções e aprendizagens múltiplas. Esse procedimento favorece a flexibilidade por permitir o desenvolvimento de um conjunto de estratégias para se chegar à solução, bem como a justificativa delas.

Conforme Vale (2017, p. 134), através da Resolução de Problemas, podem ser desenvolvidas capacidades específicas, como a criatividade, a fluência e a flexibilidade, capacidades essas com propostas de situações que desafiem o cognitivo do aluno e o potencial criativo. A fluência é entendida pela formação de um grande número de soluções possíveis para um problema. Quanto mais o indivíduo tem oportunidade de conhecer situações, mais ideias ele adquire, assim como mais facilidade. A flexibilidade é outra dimensão, uma vez que está relacionada à versatilidade de ideias e do pensamento, considerando um número de possibilidades para se resolver e explicar as resoluções, optando pela melhor delas.

Os alunos, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, necessitam desenvolver essas capacidades, ao passo que a Matemática, juntamente com o trabalho das outras ciências, pode ajudar nessa função. Ensinar, com o objetivo de reconhecer o potencial que a Matemática tem no desenvolvimento da criança, é uma opção para desmistificar opiniões perpetuadas ao longo de anos sobre a disciplina. Isso evitaria que o aluno já a conhecesse com um preconceito de campo de conhecimento difícil que ninguém consegue compreender e que apenas alguns nasceram com o privilégio de aprender.

Nessa direção, a abordagem da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas é de fundamental importância nas escolas, pois impulsiona o desenvolvimento de processos cognitivos e sociais; esclarece o funcionamento de procedimentos metodológicos; e explica o campo de estudo. A sala de aula é um laboratório de pesquisas, onde acontece o fervilhar das demandas sociais, enquanto isso, as dificuldades são latentes e preocupantes nas escolas públicas. Por isso, a sala de aula poderá ser um ambiente de investigação coletiva, em que o processo de ensinar e aprender caminham juntos e são decisivos para a formação de uma sociedade letrada e crítica.

2.1 Proposição de problemas: língua, linguagens e formação de sentido

Os professores dos Anos Iniciais podem realizar tarefas de Proposição de Problemas

matemáticos, atividades e situações-problema desafiadores, que provoquem a reflexão sobre a língua e a compreensão de conceitos matemáticos. Ao contrário de exercícios mecânicos e repetitivos que não trabalham a linguagem matemática, os alunos podem propor problemas.

A língua materna e as formas de linguagens fazem-se presentes na formação de enunciados de problemas. Para Brait e Melo (2005), em geral, os enunciados podem se apresentar em uma sequência de frases, ou não, uma única palavra por si só pode constituir um enunciado completo, depende de fatores não só linguísticos como também extralinguísticos, verbais e não-verbais.

É preciso entender que, nas aulas de Matemática, as linguagens manifestam-se em aspectos como leitura, escrita e comunicação e poderiam ser mais exploradas pelo professor e aluno durante as aulas. Para isso, necessitam ser mais evidenciadas, pois são promotoras de compreensão de conceitos matemáticos. Em um cenário de uma aula em Resolução de Problemas, a Proposição de um enunciado de situação-problema pode ser na forma oral ou escrita, em que se representam e se depositam conhecimentos linguísticos, extralinguísticos e matemáticos. Na Proposição de uma situação-problema, o aluno levanta um conjunto de ações que reúnem os conhecimentos anteriores e as experiências do mundo, que se traduzem em saberes linguísticos (sintáticos e semânticos) e sobre o meio sociocultural, que se fundem com ideias, significados de conceitos matemáticos e, juntos, constroem uma situação problema.

A formação de um enunciado tem relação com outros textos, concepções e enunciados. Dessa forma, um enunciado é composto por muitas vozes. Na concepção bakhtiniana, a linguagem é estudada a partir da visão social, histórica e cultural, bem como, leva em consideração os sujeitos do discurso envolvidos. O processo de significação de um enunciado inclui fatores que são partilhados pelos interlocutores, compartilham o mesmo universo, os conhecimentos e experiências.

Nessa perspectiva, o enunciado e as particularidades de sua enunciação configuram, necessariamente, o processo interativo, ou seja, o verbal e o não verbal que integram a situação e, ao mesmo tempo, fazem parte de um contexto maior histórico, tanto no que diz respeito a aspectos (enunciados, discursos, sujeitos, etc) que antecedem esse enunciado específico quanto ao que ele projeta adiante. (Brait; Melo, 2005, p.67)

Há uma estreita relação entre o enunciado e a enunciação. É importante entender que são elementos distintos, todavia, no processo de comunicação eles se fundem, dando origem à significação. O contexto das relações em que se encontram os interlocutores dão origem à formação de enunciados. A interação entre eles dará origem à compreensão recíproca. Isso é

chamado de enunciado concreto, que “nasce, vive e morre no processo da interação social entre os interlocutores” (Brait; Melo, 2005, p.68).

Diante disso, o enunciado de um problema, não é apenas uma sequência de palavras desconexas, é o reflexo de um pensamento matemático e de outros conhecimentos construídos. O enunciado, para fazer sentido, necessita da participação e interação professor e aluno que são os interlocutores em processos de enunciação que surgem nas aulas. A Proposição de Problemas agrega ações cognitivas que mobilizam a coordenação entre elementos da língua materna e a linguagem matemática. Tais ações colaboram para reflexão sobre a constituição da língua e corroboram para a estruturação do raciocínio matemático.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a Proposição de Problemas é um processo complexo que requer a ativação de muitos conhecimentos; a combinação entre os mesmos; e o diálogo é fundamental entre professor e aluno. Nesse sentido, Kilpatrick (2017, p. 170) discute a Resolução de Problemas como processo de investigação e defende a formulação e a reformulação de problemas na Matemática.

Ao questionar quem poderia elaborar a melhor situação-problema, o autor chega à resposta de que são sempre os professores ou os livros, mas quase nunca os alunos. A partir de uma situação dada, o professor não só tem uma maneira de explorá-la, mas várias formas podem surgir para ampliar as ideias e os conceitos, assim como o aluno pode formular outros problemas. Dessa forma, será permitida uma maior aproximação entre o aluno e o processo de elaboração e da formação linguagem matemática aplicada.

A Proposição de Problemas traz certo nível de exigência, que permite ao aluno avançar no seu desenvolvimento. Diante da Resolução de Problemas, podem ser contempladas várias capacidades, a depender de todo um processo de envolvimento de professor e aluno no conhecimento do objeto e na execução das ações. As situações que os alunos já dominam, já alcançaram o objetivo, a partir disso o professor pode levar situações-problema novas que motivem o gosto e o prazer da descoberta.

As propostas do ensino da Matemática são fundamentais no processo de ensino e aprendizagem. Entende-se que, a Matemática não é uma ciência estática, mas está em contínuo processo de reinvenção. A formulação e reformulação podem ajudar a desmistificar o trabalho em sala de aula, pois dão condições de ampliar a compreensão do aluno em várias direções.

Nos estudos de Andrade (2017), ao abordar Exploração, Resolução e Proposição de Problemas na multicontextualidade da sala de aula, apresenta-se uma proposta de levar o aluno a um processo de reflexão frente a uma determinada situação-problema ou desdobramento em várias outras situações, em que quaisquer uma delas podem ser propostas pelo professor ou pelo

aluno. O autor tem como pressuposto não um produto finito e acabado, mas enfatiza um trabalho do aluno em torno de algo, consistindo em uma atividade de raciocínio para encontrar, possivelmente, uma solução.

Esse movimento não é fechado e estático, resume-se em “Problema – Trabalho – Reflexões e Sínteses – Resultado” (ANDRADE, 2017, p. 375). Na prática, é um ciclo gerador de novas ideias, novos problemas e novos conhecimentos, no qual o desenvolvimento do aluno é o diferencial de todo o processo. A aprendizagem com os pares e consigo mesmo e a aquisição de habilidades dão um perfil de atividade investigativa em sala de aula, sendo, por isso, promissora no campo pedagógico, mas a efetivação desse processo exige a problematização em que todos os sujeitos estão envolvidos, no qual o professor aguça a curiosidade e a capacidade inventiva do aluno. A “arte” do professor é conduzir os questionamentos em todas as discussões, sempre orientando todos para novos conhecimentos e aprendizagens.

Em contrapartida, para os alunos dos Anos Iniciais, não é tão simples produzir um texto devido ao não domínio da leitura e escrita, mas o professor pode dispor de mecanismos que conduzam o pensamento matemático, partindo de situações-problemas iniciais:

- Invente um problema com os mesmos dados [...]
- Invente um problema com a mesma pergunta [...]
- Invente um problema com as mesmas contas [...]
- Invente um problema com a mesma história, mas seja resolvido através de uma adição e de uma subtração. (DINIZ, 2001, p. 100)

É por meio do diálogo professor-aluno e aluno-aluno que o conhecimento é socializado e construído, levando o educando a compreender e discutir a Matemática, fazendo interlocuções e articulando o pensamento.

Diniz (2001) defende a produção de problemas pelo próprio aluno a partir de outras situações propostas, consistindo em uma oportunidade de o aluno retomar todo processo percorrido, apropriando-se dele e do uso da linguagem matemática:

Formular problemas exige do aluno uma volta ao problema resolvido que o faz observar novamente os dados, a história e as relações envolvidas, a pergunta e sua relação com a resposta e as operações feitas. No processo de formular problemas, assim como no de formular textos, o aluno participa ativamente de um fazer em matemática que, além de desenvolver sua linguagem, garante interesse e confiança em seu próprio modo de pensar (Diniz, 2001, p. 101).

Para Kilpatrick (2017, p. 170), os problemas são encarados como um meio de ensinar os conteúdos e, também, como um objetivo. A partir do momento que o aluno conhece uma

estrutura de um problema, pode elaborar outras situações similares. Essas são atividades que podem fazer parte do cotidiano. Inclusive os erros que, eventualmente, ocorrem na elaboração das ideias matemáticas e na constituição dos enunciados podem ser bem abordados, retificados de modo significativo no processo de construção e reconstrução de significados:

Uma vez que os aprendentes construíram um modelo matemático da situação, eles podem usar esse modelo para formular um problema. O processo de reformulação, então, pode começar imediatamente conforme os aprendentes verificam tanto o modelo quanto sua adequação à situação. (Kilpatrick, 2017, p. 171).

A Proposição de Problemas é uma forma de rever as estratégias de resolução e ressignificá-las com outros dados e sugestões. Ao propor a elaboração de problemas da própria realidade, o professor pode explorar as ideias de um campo conceitual, fazendo o aluno reconhecer características do contexto social comuns em situações propostas, bem como outras propriedades.

Nesse momento, ao produzir situações-problema, o aluno terá que atentar para os elementos que compõem o texto, a introdução, a verificação e ligação dos dados, a pergunta e o raciocínio empregado em todo contexto da situação. A estrutura textual do problema é algo a ser observado pelo aluno em todos os aspectos para que o texto se configure como um desafio matemático. A escrita do problema precisa apresentar características específicas da linguagem matemática. Por isso, ao articular todos esses conhecimentos, o aluno contribui para compreender melhor o processo de formulação.

Conforme Chica (2001), quando a criança cria os próprios problemas, compromete-se com todo o processo de elaboração, assim vai conhecendo as características e compreende melhor o procedimento. A reformulação de problemas pode ser bem aprofundada em sala de aula pelo fato de não se tratar de uma repetição, mas de um momento em que o aluno analisa outro texto, observa aspectos importantes e começa a própria construção. Trata-se de uma prática que professor e aluno podem desenvolver tranquilamente, tornando-se a cada dia mais produtiva e refinada, pois, ao propor problemas, o aluno vai adquirindo mais conhecimentos e experiências.

Outro conceito interessante para os professores conhecerem ao ensinar Matemática, proposto por Kilpatrick (2017, p. 174), é a metacognição. O processo de metacognição é importante, pois dá ao aluno um controle sobre pensamentos e ações diante da resolução de situações-problema. Compreender e explicar as etapas revisa processos e ajuda a aperfeiçoar a linguagem matemática. A metacognição pode auxiliar o professor a ter noção do progresso e

desenvolvimento do aluno e, com isso, conduzir a uma tomada de decisão ao encaminhar as próximas decisões.

A metacognição na Resolução de Problemas também é viável nos Anos Iniciais. Mesmo com crianças, é possível rever procedimentos. Obedecendo ao nível em que se encontram, elas podem revisar as ações ao explicá-las com as próprias palavras.

As práticas de Exploração de Problemas não focam apenas na solução, mas ampliam o campo de alcance a partir do momento em que se tornam espaços de discussão, colaboração e de conhecimento entre todo o grupo. Sabendo que todos os componentes envolvidos no processo estão inseridos dentro de um contexto, é necessário atender aos aspectos culturais e sociais da realidade.

Os problemas podem fazer parte da rotina dos alunos ou não, porém se configura, originalmente, a partir do momento em que traz alguma informação nova que agrega algo às experiências antigas do sujeito. Em termos metodológicos, para a situação-problema exercer um sentido, ela precisa ser problematizada e experimentada, como também despertar o interesse da criança, acionar mecanismos e atividades de pensamento, envolvendo o aluno na produção de significados e sínteses.

A aplicação da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas pode funcionar perfeitamente nas aulas de Matemática, possibilitando uma melhor motivação dos alunos e o conhecimento de novos conceitos. Contribui para conquistar a autonomia de pensar, fazer planos e tomar decisões, usufruindo do prazer da liberdade de superar obstáculos e fazer descobertas, assim como dá a oportunidade ímpar de desenvolver o raciocínio.

A Exploração de Problemas está, reciprocamente, relacionada à Proposição de Problemas, pois são ações que se intercalam mutuamente e encadeiam várias outras possibilidades e novas explorações matemáticas. A Proposição de Problemas justifica-se como uma atividade desafiadora, pois ativa conhecimentos anteriores do sujeito, a imaginação, a criatividade e a seleção de dados.

Sendo a proposição uma atividade promissora no campo da Matemática, pode ocorrer antes, durante e depois da resolução do problema. Inicialmente, pode não ser uma atividade simples para os alunos, porém a qualidade dos problemas propostos será obtida a partir do momento em que for possível ao educando deparar-se com esse tipo de situação. É provável que não seja uma atividade esporádica, mas a Proposição de Problemas pode ser incluída na rotina do professor, sendo uma proposta contínua, de modo a promover a fluência nesse tipo de atividade e o refinamento dos resultados.

Diniz (2001, p. 92) associa esse caminho ao que é realizado no processo de investigação científica, pela natureza da atitude de interesse de desvendar algo incerto e de criticidade diante do que está posto. A todo momento que o professor questiona o aluno, conduz o pensamento problematizando e cativando novas ideias e proposições. O sentido da aprendizagem passa a ser mais qualitativo, do que, estritamente, quantitativo. Há um percurso de considerável crescimento e desenvolvimento do sujeito.

A Proposição de Problemas pode ocorrer de forma oral, no momento das discussões, ou por meio da escrita como atividade proposta a partir de situações dadas. Dessa forma, o professor procurará meios de aproximar o aluno cada vez mais da habilidade de compor textos, seja a partir de figuras, dados, diagramas, gráficos ou outros problemas. Com base nisso, a produção textual é um dos eixos do Ensino Fundamental. A princípio, considerava-se restrita apenas à Língua Portuguesa. No entanto, as outras disciplinas podem contribuir para atividades de letramento escolar. De acordo com Chica (2001):

É importante que, durante sua escolaridade, a criança, como leitora e produtora de textos, possa realizar diferentes experiências com a escrita, em diferentes áreas do conhecimento, inclusive na matemática. Para tanto, é preciso que as crianças reconheçam as diferentes funções da escrita, como permitir expressar ideias, contar histórias, relatar e conservar traços, proporcionar prazer em inventar, construir um texto, compreender seu funcionamento, buscar palavras adequadas a ele, vencer dificuldades encontradas, encontrar o tipo de escrita e a formulação mais adequada à situação proposta e, finalmente, ver o texto acabado e bem-apresentado (Chica, 2001, p. 152).

A responsabilidade de produzir um texto é bem maior do que ler os textos produzidos por outras pessoas. Nele, o autor terá que pôr em jogo as próprias ideias e articulá-las adequadamente para que outros leitores possam compreendê-lo. Escrever exige um processo reflexivo em que é preciso examinar os fatos para transcrevê-los.

É comum os professores manterem uma prática de dependência do livro didático durante as atividades cotidianas, especialmente, nas atividades que envolvem problemas matemáticos. Dessa forma, os problemas se tornam rotineiros, presos apenas aos objetivos do livro. Uma alternativa é ampliar essas atividades de forma que se tornem mais desafiadoras e instigadoras à aprendizagem dos alunos. A Proposição de Problemas matemáticos é uma forma de ensinar e aprender matemática.

Para Cai e Hwang (2020), a Proposição de Problemas pode surgir como novos problemas, em questões baseadas em outras situações estabelecidas e podem aparecer a partir de expressões e diagramas. Esses autores discutem sobre a proposição de problemas, caracterizados como significativos e interessantes, como atividades que são cabíveis a

professores e aos alunos. Os professores são capazes de propor problemas de alta qualidade para os alunos e, com isso, não ficam apenas seguindo as instruções do livro didático.

Nas aulas de Matemática, para Luvison e Grando (2018), o gênero instrucional é o que mais predomina, indica ordem, execução de ações e instruções. Entretanto, normalmente, não há um direcionamento à exploração da linguagem desse gênero, em enunciados de problemas. Uma das alternativas para os Anos Iniciais do Ensino fundamental é trazer mais possibilidades de Letramento Matemático e oportunidades de exploração dos textos de problemas e textos de outros gêneros.

Luvison e Grando (2018), ao discutirem sobre o ensino de Matemática, trazem a importância das linguagens e sugerem o uso dos gêneros textuais, os quais podem atuar na (re)significação da linguagem matemática. O gênero trata da concretização de um discurso, que se manifesta na forma oral ou escrita, cada qual apresenta uma estrutura específica de composição, são construídos de acordo com as necessidades sociais, “Os gêneros apresentam-se como formadores e transformadores, pois fazem parte de um conjunto, em que estão presentes crenças, valores e convicções, que vão além da palavra propriamente dita” (Luvison; Grando, 2018, p.41).

Logo, os gêneros textuais podem atender amplamente ao ensino e aprendizagem de Matemática, realizando processos interativos, entre o leitor e o texto e outros leitores, com a finalidade de provocar mudanças, construções e reconstruções de pensamentos.

Quando se fala sobre Proposição de Problemas, é preciso considerar que há uma exploração notória do raciocínio matemático que se utiliza da língua materna e da linguagem matemática para ser representado.

Assim, defende-se um trabalho com problemas matemáticos que avance além da resolução de problemas em que haja outros desdobramentos. A Proposição de Problemas pode revelar a compreensão e a maneira de pensar do aluno sobre conceitos matemáticos e, assim, atender aos objetivos de conteúdos previamente selecionados (Cai; Hwang, 2020). Trata-se de um trabalho de construção e intervenção.

Nessa perspectiva, a Proposição faz parte do processo de construção na Exploração e Resolução de Problemas, possibilitando um domínio maior sobre todo o percurso de reflexão, criação, elaboração e registro da situação, pois, para formulá-los, o aluno precisa controlar informações e propriedades em um texto-problema, encadeando o raciocínio implícito nas frases.

2.2 Resolução de Problemas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Encontra-se, comumente, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a preocupação dos professores acerca da ausência da fluência dos alunos em atividades envolvendo leitura, escrita e resolução de problemas matemáticos. A complexidade no enunciado envolve o acionamento de conhecimentos e habilidades, que os alunos podem não estar devidamente preparados. As práticas de letramento, por trazerem consigo as habilidades de leitura e escrita, relacionam-se diretamente com as práticas de comunicação. No âmbito da Matemática, pesquisas que abordam letramento e resolução de problemas apontam diferentes olhares e possibilidades sobre a proposta.

Diante da preocupação com as dificuldades dos alunos em ler e interpretar problemas matemáticos, Rabelo (1995) discutiu o ensino da matemática de maneira interdisciplinar, para isso trouxe o trabalho intitulado *Produção e interpretação de textos matemáticos: um caminho para um melhor desempenho na resolução de problemas*. Trata-se de uma pesquisa desenvolvida com leitura e produção de textos matemáticos com alunos do Ensino Fundamental. Entre os resultados obtidos, observou-se que houve um maior envolvimento tanto por parte dos professores quanto dos alunos com a Matemática e uma maior fluência ao lidar com textos matemáticos e com a resolução de problemas.

Para o autor, a pessoa letrada é aquela que consegue usar a leitura e a escrita na vida e em diferentes áreas do conhecimento. Um ambiente alfabetizador, melhor dizendo, “letrador”, em Matemática pode auxiliar na aprendizagem, sendo que não é apenas isso, o aluno deve usufruir efetivamente do papel de leitor e escritor de textos. Porém, não é um discurso superficial que não ultrapassa as barreiras da realidade da sala de aula. As dificuldades dos alunos em leitura e na apropriação da escrita são comuns. A dificuldade de leitura inserida nos conceitos matemáticos pode incidir na aprendizagem, afetando a capacidade de análise, interpretação e generalização.

Nessa esteira, a Resolução de Problemas pode ser trabalhada em diferentes níveis escolares. As reformas curriculares trouxeram a menção de alguns pontos que merecem ser discutidos sobre o ensino a partir dessa perspectiva, apontando para o repensar do ensino e da aprendizagem.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento normativo no cenário nacional brasileiro e, a última versão de 2018, veio estabelecer as “aprendizagens essenciais” no ensino básico com o intuito de garantir a aquisição dos direitos de aprendizagem pelo aluno. A BNCC traz uma orientação geral para o ensino da Matemática; propõe uma configuração comum entre os diferentes sistemas de ensino do Brasil na aplicação de objetos do conhecimento, competências e habilidades; e aponta a distribuição desses fatores em objetos do

conhecimento, competências e habilidades. Quando se trata do ensino da Matemática nos Anos Iniciais, tomando a temática “números”, a BNCC declara que:

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática é que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção de resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras (Brasil, 2018, p. 268).

O documento aborda, de forma sucinta, a resolução de problemas nos primeiros anos do Ensino Fundamental, a formação dos diversos significados e traz a questão do posicionamento do aluno através da explicação de procedimentos e da argumentação. Assim, vê-se que práticas de resolução de problemas compreendidas como exercício de treino operacional precisam ser revistas, discutidas e reelaboradas, tornando-se um percurso metodológico bem encaminhado pelos professores no campo educacional.

Outro ponto que vale destacar na abordagem do currículo, é que são sintetizados vários elementos em que poderia esclarecer melhor a importância do desenvolvimento do raciocínio matemático através da metodologia de Resolução de Problemas, e não apenas resolução de exercícios, desmistificando ideias preconcebidas sobre tarefas de resolução de problemas, que ainda persistem no cotidiano das escolas, validando a elaboração de estratégias, a problematização e as linguagens.

Trata-se de um documento de abrangência nacional e, levando em consideração a diversidade do povo brasileiro, é necessário que, nas instituições escolares, haja a transcendência dos conteúdos e mais aprofundamentos em relação aos objetos do conhecimento. A Matemática está vinculada ao mundo real. As situações-problema são ótimas oportunidades para abordar questões que afetam o lado social dos alunos, sendo assim, podem ser questões trazidas ou produzidas pelo professor, propostas pelos alunos ou construídas por todos os envolvidos, para que, partindo dessas situações iniciais, possam ser percorridas as etapas de problematização, discussão, resolução e formalização do conhecimento.

Em linhas gerais, a proposta considera a importância do letramento matemático, vinculado juntamente com as formas de comunicação, em que são mencionados o raciocínio, a representação, a comunicação e a argumentação:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático**, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de

conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (Brasil, 2018, p. 266).

É preciso considerar, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o meio em que a criança se situa, o contexto sociocultural, para que o objeto do conhecimento não seja algo tão distante da realidade do sujeito. Conforme Luvison e Silva (2019, p.4), “a todo momento estamos imersos em situações cotidianas que envolvem a linguagem, a interação com a escrita, com a oralidade, pois é através da relação com múltiplas linguagens do nosso cotidiano que nós desenvolvemos e pertencemos a esse universo letrado”. (Luvison; Silva, 2008, p.5)

Para Luvison e Silva (2019, p.5), “nem sempre situações vivenciadas com as práticas e as experiências do cotidiano no contexto escolar são possíveis fora da escola”. Enquanto a escola procurar trabalhar a leitura e escrita matemática pelo mecanismo da aplicação e repetição de modelos, o cotidiano exige resoluções práticas, flexíveis e fluentes com uso de estratégias diversas.

Assim, criar ambientes de investigação através de situações-problema, explorando a leitura e escrita e oralidade, viabiliza oportunidades de reflexão sobre o conhecimento científico. “[...] letramento é algo que se entrecruza e se articula com o conhecimento, perpassado pelas linguagens. Linguagens que se fazem presentes como práticas verbais (comunicação) e não verbais (sinais, gestos, expressões faciais, corporais etc.) e como registros (escrita)” (idem, 2019, p.5).

Nos Anos Iniciais, acontecem grandes descobertas pela criança, sendo uma fase em que o processo de alfabetização está bem evidente, oferecendo amplas possibilidades de crescimento e desenvolvimento na escola e fora dela. É por meio da apropriação das práticas letradas e do conhecimento científico que é possível ler e atuar no mundo, ativa e criticamente. No documento, embora haja a menção do Letramento Matemático, é preciso aprofundar a importância da exploração da leitura e escrita e oralidade no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. As ações humanas são intermediadas pelas linguagens. As linguagens representam o mundo, utilizam-se de representações diversas e estão em constante movimento, significando e (re)significando a realidade.

Segundo Luvison e Silva (2008), as linguagens são participantes do processo de Letramento Matemático e desenvolvimento de conceitos científicos, ganham destaque juntamente com fatores contextuais, políticos e ideológicos, “Linguagens que se entrecruzam

com o conhecimento, que estão aliadas com as práticas sociais, contextuais e científicas, por isso a dialogicidade com o letramento”. (Luvison; Silva, 2008, p.5)

Nacarato, Mengali e Passos (2019) mostram que, nos Anos Iniciais, podem ser desenvolvidos trabalhos interdisciplinares junto à Matemática. Como são turmas lecionadas por um único professor, a Matemática pode ser abordada interligada com a Literatura, a Arte, a Língua Portuguesa, envolvendo as atividades de leitura e escrita:

É importante propor esse tipo de atividade, para que, na medida do possível, os alunos encontrem, na diversidade dos textos apresentados, uma relação entre a leitura e os conteúdos matemáticos, o que não deixa de ser uma “situação problema”. Com isso devem-se explorar as ideias matemáticas e a compreensão dos textos, ao mesmo tempo. Diante dessa ação, as habilidades podem ser desenvolvidas concomitantemente, enquanto os alunos leem, escrevem e discutem, pois nesse momento as ideias e os conceitos abordados por eles serão linguísticos e matemáticos. (Nacarato; Mengali; Passos, 2019, p. 90).

Portanto, o ensino da Matemática pode fazer conexões entre conhecimentos de naturezas distintas ao realizar atividades que acionem habilidades diferentes, ao contemplar a leitura, a escrita, a oralidade e as situações matemáticas.

2.3 Estratégias de Resolução de Problemas nos Anos Iniciais

É comum os alunos, diante de situações-problema, questionarem o professor, perguntando “qual é a conta?”. Sem ter parado para ler o texto e construir um sentido, espera-se a resposta do professor. Assim, a proposta da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas não cumpre o objetivo, pois não se trata de uma receita com várias instruções a serem seguidas. O aluno precisa ter contato com a linguagem do problema, se sentir motivado a selecionar as próprias ferramentas e refletir sobre o procedimento adequado para a situação problema.

Nos Anos Iniciais, a princípio, os alunos podem não utilizar os algoritmos usuais, convencionalmente aceitos pelas escolas. Eles podem mostrar um certo entendimento da questão e representá-la de diversas formas. Contudo, isso não quer dizer que outras formas de resolução não devam ser consideradas. O processo de investigação deve ser incentivado e faz parte do desenvolvimento do pensamento matemático.

No processo de construção, é importante deixar a criança se utilizar dos próprios recursos para resolver problemas. Como não domina determinados mecanismos, a criança utiliza as próprias estratégias de pensamento. Logo, convém considerar todos os percursos de reflexão percorridos pelas crianças. É relevante que os alunos possam ter a liberdade de

selecionar a estratégia de resolução, formulando formas próprias e aproximando-se da linguagem matemática.

Dessa forma, Cavalcanti (2001, p. 122) acrescenta que os alunos estão “buscando caminhos próprios e compreendendo a linguagem matemática como um recurso de comunicação de ideias”. O problema como início de um novo conteúdo surge como proposta interessante, pois substitui a ideia de apenas treino e de atividade sem significado. O ensino do algoritmo antes da resolução do problema não o permite raciocinar, aprofundar-se na linguagem de todo o texto. Através da leitura, o aluno apreende o contexto e compreende as informações contidas no problema. Assim, ele também passa pelo contato com a apresentação da linguagem matemática, pois tudo está relacionado.

Nos Anos Iniciais, Cavalcanti (2001, p. 123) discute algo fundamental sobre a exigência precoce do algoritmo:

Decorre também dessa postura uma outra prática comum que é exigir que os alunos comecem a resolver problemas escrevendo corretamente a sentença ou a expressão matemática que o traduz. No entanto, temos notado que a exigência precoce pelo algoritmo na resolução de problemas pode criar dificuldades para os alunos, quer na compreensão do que o problema pede, quer na elaboração adequada de uma estratégia para a resolução. (Cavalcanti, 2001, p. 123).

Considerar esses pressupostos é essencial na infância, pois a constituição da abstração é um processo não imediato, haja vista que a criança está em desenvolvimento. O ensino do algoritmo como a primeira e única estratégia limita o aluno a uma só possibilidade tida como verdadeira. Com isso, ele pode não tentar testar outras trajetórias de resolução.

Sem a determinação precoce do algoritmo, o pensamento matemático tem a chance de seguir várias direções do raciocínio (Cavalcanti, 2001). A partir da exigência de padrões, as crianças tendem a desistir facilmente ao serem desafiadas por causa do não domínio de determinados modelos, ou quando aplicam o algoritmo de maneira incorreta. É preciso permitir ao aluno alçar outros horizontes; encontrar as respostas por si mesmos; usar alternativas próprias. Depois das discussões e problematizações, o professor demonstra a formalização do algoritmo para consolidar todo o processo de compreensão.

A imposição imediata dos padrões pode não permitir o surgimento de novas experiências. Enquadrar o pensamento na repetição de modelos únicos não permite cultivar as várias estratégias de aprendizagem. O processo de formalização convencional será apresentado pelo professor como uma das estratégias de resolução de problemas, visto que existem possibilidades outras de representação e de criação pelos próprios alunos.

O ato de resolver problemas sem saber o conteúdo dado, ou mesmo sem ainda dominá-lo por completo, provoca no aluno a exigência do raciocínio ao refletir sobre que outras alternativas seriam possíveis. De acordo com Cavalcanti (2001, p. 125), “ao criar uma estratégia pessoal, o aluno poderá refletir sobre um conceito matemático”. A construção de estratégias leva à compreensão individual de conceitos, o professor deixa o papel principal de dar as respostas prontas e passa o protagonismo da atividade para o aluno.

O aluno pode até pensar que só existem formas únicas e verídicas de resolução de problemas, por isso o caminho é algo que nem sempre ele consegue adivinhar. Em contrapartida, a Matemática é uma ciência para ser pensada que valoriza as diversas formas de pensamento e de produção do conhecimento. Cavalcanti (2001) sugere o cultivo das várias estratégias de resolução de problemas, como também dá sugestões de intervenções no momento de abordagem na turma.

No momento da correção, colocamos as alternativas encontradas pelas crianças no quadro e discutimos com elas, para assegurar que todos compreenderam as soluções apresentadas para o problema.

Se não surgirem várias soluções diferentes, apresentamos um jeito que difere daquele que pode ter surgido em outra classe ou que tenhamos preparado antes.

O professor coloca a solução no quadro para que a classe analise e tente explicá-la;

Ao terminar a discussão, os alunos devem copiar duas ou três soluções diferentes, anotando o nome dos autores para garantir a autoria e sistematizar o trabalho realizado. (Cavalcanti, 2001, p. 136).

Ao cativar o desenvolvimento de estratégias com as crianças, o professor contribui para que o aluno se sinta capaz de resolver os próprios problemas. Ao observar o caminho percorrido pelos outros colegas, o aprendiz reconhece diferentes maneiras de pensar matematicamente que podem ser utilizadas em situações posteriores.

Ao se deter a pesquisa da atividade mental de resolvedores de problemas, Bruder (2016), com base em Polya *et al.* (also Bruder, 2000), descreveu aspectos da agilidade mental de solucionadores de problemas bem sucedidos, como: a **redução** significa que os resolvedores de problemas tendem a reduzir os problemas ao essencial, para isso usam formas de organização, figuras, tabelas e gráficos; a **reversibilidade** é a capacidade que os solucionadores tem de reverter linhas de pensamento, a heurística exige a atividade cognitiva ao contrário; a **transferência** trata-se da capacidade de associar procedimentos já utilizados em certas situações à outras circunstâncias; **consideração de aspectos**, resolvedores de problemas bem sucedidos reconhecem vários aspectos envolvidos em uma situação e a dependência entre os mesmos, construindo linhas de pensamento; **mudança de aspectos** é a capacidade de mudar de uma ideia para outra para encontrar a solução, modificando critérios ou suposições.

3 ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA E LETRAMENTO MATEMÁTICO: ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No processo de ensino e aprendizagem através da metodologia de Resolução de Problemas, o uso da língua materna é fundamental. São nestas situações que se manifesta, nitidamente, a interação e nas quais surgem as notações entre símbolos e demais representações. A situação problema é um encontro plausível entre a linguagem materna e a linguagem matemática. Todavia, nem sempre os alunos que têm mais habilidades no domínio da Língua Portuguesa obtêm o mesmo sucesso na resolução de problemas matemáticos.

De fato, as aulas de Matemática tradicionais não enfatizam a leitura e nem o uso dos diversos registros escritos em língua materna, mas os alunos, em processo de alfabetização, quando deparados com situações-problema, precisam ativar vários conhecimentos e, conseqüentemente, podem enfrentar dificuldades diversas relacionadas à leitura, à escrita e à interpretação referentes aos conteúdos matemáticos. Por isso, há necessidade de estudar sobre a leitura e escrita matemática como elemento propulsor do desenvolvimento nesse âmbito.

A Resolução de Problemas, nos primeiros anos escolares, aponta para práticas de letramento em sala de aula, caracterizando um ensino de abordagem interdisciplinar dos conteúdos que resgata o uso social dos conhecimentos adquiridos na escola. É inegável que os problemas matemáticos exigem o domínio de habilidades de leitura, escrita e compreensão de textos, assim como dos conteúdos matemáticos.

O professor, mesmo em turmas que estão em processo de desenvolvimento da leitura, pode utilizar-se da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas como elemento fortalecedor do desenvolvimento da leitura, escrita e matemática.

A Resolução de Problemas passa por esse encadeamento entre diferentes experiências do sujeito. A leitura, enquanto processo de interação entre o leitor e o texto, no qual o leitor ativa conhecimentos prévios para a construção de um sentido para o texto lido, também acontece na Matemática, especialmente, nas tarefas com situações-problema. O fazer matemático não é uma atividade mecânica, sem significado e que apenas decodifica um sistema de notação. A atividade produtiva não pode se dar atuando em um conjunto de signos isolados. É preciso ler, compreender, ouvir, analisar, fazer relações e sintetizar informações para que a aprendizagem aconteça.

As práticas de alfabetização e letramento nas aulas de Matemática são merecedoras de atenção, visto que a apropriação da linguagem matemática é fundamental na compreensão dos textos desta área, constituídos por palavras, enunciados, simbologias, regras e outros fatores

que são peculiares. É necessário esse olhar sensível às questões nesta disciplina, à apropriação do texto matemático como ato decisivo no desenrolar de outros processos subjacentes ao pensamento matemático e que afetam a vida social, política e cultural.

Danyluk (2015) pontua que o processo da escrita da linguagem matemática é fruto de um histórico processo de construção humana. A observação da escrita inicia antes do indivíduo entrar na escola, uma vez que, antes disso, ele já possui percepções rebuscadas, as quais representa por linhas, rabiscos e bolinhas. Com o tempo, as experiências e as trocas com outras pessoas, a criança passa a vivenciar as finalidades da escrita, entendidas como memória, comunicação e meio de expressão. Assim como os povos primitivos, a criança passa a dar significado ao que escreve, mesmo que, inicialmente, isso não seja perceptível.

No estudo de Danyluk (2015) com crianças que não tinham o domínio sobre a leitura e escrita e dos números, a autora verificou que é por meio da socialização, na relação com outras pessoas, que a criança começa a representar quantidades e a construir a linguagem matemática escrita. De modo geral, as crianças carregam conhecimentos prévios sobre quantidades, noções de ordem, signos e contagem, embora tenham dúvidas, levantam formas criativas de representação.

Danyluk (2015) explica a própria concepção sobre a alfabetização matemática:

Assim considerada, entendo que a *alfabetização matemática* diz respeito aos atos de aprender a ler e a escrever a linguagem matemática, usada nas séries iniciais da escolarização. Compreendo a *alfabetização matemática*, portanto, como fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola, tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático. (Danyluk, 2015, p. 26).

Assim, percebe-se a importância da alfabetização a partir de um olhar que considere a Matemática inserida nos processos de leitura e escrita escolares. Nessa ótica, a alfabetização matemática inclui compreensão e comunicação de ideias. Nos Anos Iniciais, a Matemática não tem como ser silenciada, muito pelo contrário, precisa ser debatida, experimentada e representada por alunos e professores. Isso posto, a alfabetização matemática interligada com o letramento matemático precisa voltar o ato de ler e escrever a própria realidade social vivenciada pelo aluno, de forma que o aluno possa compreender conceitos e relações, comunicar de forma consciente o conhecimento explorado e, em meio as circunstâncias, criar uma postura crítica.

Danyluk (2015) se detém ao “ato de ler” nas aulas de Matemática, bem como aos discursos que eram emitidos nessas ocasiões. Para a autora, “a leitura da linguagem matemática ocorre a partir da compreensão e da interpretação dos signos e das relações implícitas naquilo

que é dito de Matemática” (Danyluk, 2015, p. 25). No entanto, a questão é que foi observada a inexistência do diálogo nas aulas de matemática, ou seja, o aluno não discutia o conhecimento e não trabalhava linguagem matemática, apenas executava formas prontas de resolver as atividades.

O discurso matemático privilegiava não o conhecimento, mas o silêncio que imperava para o controle comportamental da turma, “as crianças eram oprimidas” (Danyluk, 2015, p. 22), pois tinham que ouvir e aceitar, mesmo que aquilo não chegasse ao próprio pensamento. Desse modo, o ato de ler, nas aulas de Matemática, não satisfez à autora, não levava à compreensão, à formação de sentido, sendo de natureza mecânica.

Ao escrever sobre alfabetização e, simultaneamente, ao reviver os tempos de infância, Freire (2011, p. 26) relembra que os alunos, na época dele, não tinham que “memorizar mecanicamente a descrição do objeto, mas aprender a sua significação profunda”. A memorização mecânica resulta em um aluno que não responde a situações diversas, pois a instrução vertical determinava procedimentos padronizados. Nessa direção, para o autor, a memorização é uma consequência do próprio ato de aprender.

A tabuada é um instrumento de discussão no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pois os professores dos Anos Iniciais, normalmente, têm dúvidas sobre o uso ou não em sala de aula. Mas, a questão principal é a forma como a tabuada é introduzida e trabalhada nesse ambiente. Ao longo do tempo, predominou a cobrança pela memorização dos fatos, no entanto, outras explorações podem ser realizadas, de forma a conduzir observações mais significativas.

Na pesquisa de Azerêdo (2013), intitulada *As representações semióticas de multiplicação: um instrumento de mediação pedagógica*, a tabuada foi um assunto discutido entre a pesquisadora e os professores em formação, em que a autora questionou os professores sobre o uso ou não do material. Após uma análise, Azerêdo (2013) põe críticas sobre considerações a respeito do ensino da tabuada, entendida como memorização, exigência dos professores dos anos posteriores e instrumento de resolução de problemas. E, a partir disso, pontua: “corroboramos que além do processo de construção e consulta, pode ser realizado um trabalho de observação, análise e reflexão sobre as regularidades e propriedades presentes nos fatos fundamentais” (Azerêdo, 2013, p. 153).

Tendo a alfabetização como ato criador do professor e do aluno conjuntamente, Freire (2011) destaca a importância do universo de vida do aluno como forma de comunicar a linguagem, os anseios, as experiências prévias e os sonhos.

O conhecimento é uma forte possibilidade de libertação, pois através dele é possível perceber as questões de dominação e de submissão em que o corpo social está imergido. O conhecimento matemático pode ser um instrumento de opressão, já que concepções foram perpetuadas ao longo do tempo, fazendo com que pessoas não se apropriem efetivamente dele ou pouco se interessem.

O conhecimento matemático como instrumento de exclusão é digno apenas para pessoas que se digam bem capacitadas: essa ideia camufla o fato da não aprendizagem. Nesse sentido, o conhecimento matemático não apropriado no Ensino Fundamental torna-se um conhecimento opressor, que subjuga o indivíduo impondo dependência e dificuldades, tornando-o alheio ao olhar crítico sobre fatos da realidade.

3.1 A Perspectiva do Letramento Matemático

O letramento matemático abrange não apenas a aquisição da linguagem simbólica, mas, também, leva em consideração a história, as experiências e os aspectos socioculturais em que se encontra o indivíduo. Nesse sentido, o intuito é possibilitar ao aluno ler, escrever e interpretar o mundo matematicamente, permitindo-o solucionar os problemas propostos e atuar de maneira crítica nas relações em sociedade.

Por isso, o letramento matemático é viável e necessário, levando o sujeito a atuar ativamente com diferentes representações. Há, na realidade, uma diversidade de textos existentes, em especial, os textos matemáticos. É preciso que os alunos venham a se tornar leitores fluentes dos diversos textos, não apenas detentores de uma leitura mecânica e induzida. O aluno pode ler e fazer uso da escrita em diferentes contextos e finalidades, atuando de maneira construtiva e produzindo as próprias opiniões.

Portanto, nesse estudo as práticas de letramento matemático foram relacionadas à Exploração, Resolução e Proposição de Problemas e objetivaram a produção de significados, os quais são produzidos a partir de mecanismos que envolvem o encadeamento entre a leitura, a compreensão, a comunicação e a problematização do texto, a escrita e a criação de novos problemas. Com base nos questionamentos conduzidos pelo professor, conceitos são construídos e mediados.

Nesse percurso, a Exploração, a Resolução e a Proposição estarão presentes em todos os momentos, pois, nas observações e discussões, o professor pode levar o aluno a pensar a Matemática explorando diferentes estratégias e propriedades.

Smole e Diniz (2001) discutem a importância da leitura de textos matemáticos nas aulas, sugerindo que a formação da competência leitora é também uma atividade nas aulas de Matemática. Todas as disciplinas podem enfatizar a leitura e valorizá-la, visto que é um ato cultural e não se restringe apenas às aulas de linguagem, é um meio para se obter conhecimentos, adquirir informações e um modo de entretenimento e diversão:

A leitura constrói-se na interação entre o leitor e o texto por meio de um processo no qual pensamento e linguagem estão envolvidos em trocas contínuas. Ler é uma atividade dinâmica, que abre o leitor amplas possibilidades de relação com o mundo e compreensão da realidade que o cerca, que lhe permite inserir-se no mundo cultural da sociedade em que vive. (Smole; Diniz, 2001, p. 70)

A língua materna complementa a estruturação do saber matemático e, através da escrita, compõe-se uma teoria, assim como acontece nas outras ciências. Para aprender Matemática é preciso ler, assim como aprender a ler a própria Matemática (Smole; Diniz, 2001). Nessa área, os textos são específicos, nos quais há uma combinação de enunciados e simbologias. A linguagem matemática é singularmente apreendida a partir da proporção de vivências significativas ao aluno. A leitura em Matemática deve ter um sentido para o educando atender a certos fins, incluindo o uso social. Normalmente, utiliza-se a leitura para atender a determinados requisitos prévios, à necessidade de informação ou para o próprio deleite do leitor.

As autoras Smole e Diniz (2001, p. 70) entendem o significado da leitura como “um ato de conhecimento, uma ação de compreender, transformar e interpretar o que o texto escrito apresenta”. Desse modo, elas consideram também a leitura como “um processo de comunicação”, em que se apreende novas informações e, diante delas, o sujeito pode formular opiniões próprias. A leitura está inserida na realidade, nas necessidades das pessoas, no trabalho, em casa e na escola, logo, não é um processo solto e desconexo, faz parte do contexto sociocultural.

No cotidiano das escolas, é comum surgirem questões dos professores a respeito das dificuldades dos alunos em resolver problemas matemáticos, relacionadas, de alguma forma, ao não domínio dos estudos da língua materna, a exemplo da falta de leitura e interpretação de textos. Em contrapartida, o letramento matemático vem desmistificar essa condição e apontar outros direcionamentos pedagógicos.

Na escola, a leitura é entendida como uma apropriação cultural. Para o aluno ler fluentemente, precisa desenvolver habilidades que podem ser oportunizadas pelo professor. Na vida social, as pessoas são movidas pelos objetivos da leitura, usam o processo com alguma

finalidade pré-estabelecida, de algum modo a leitura vai se tornando inerente ao sujeito. Do mesmo modo, poderia se dar na instituição escolar, ao invés das atividades de leituras rotineiras e mecanizadas, uma prática leitora mais objetiva seria ideal para o letramento matemático.

O letramento é uma ferramenta essencial para atuação crítica em sociedade, condiciona o indivíduo a apropriar-se da leitura do mundo em um contexto geral, isso inclui diferentes áreas do conhecimento, inclusive a Matemática ou a Língua Portuguesa.

Nessa discussão sobre letramento matemático e a resolução de problemas, vale trazer a explicação de Andrade (2017) acerca de duas ferramentas essenciais, que são a codificação e a descodificação de problemas:

Codificar um problema é representá-lo em uma outra forma, outro código, outra linguagem, numa forma mais curta, mais simplificada e mais conveniente. A codificação refere-se também a todo trabalho de síntese que é desenvolvido em torno de um problema. Vale ressaltar que o próprio problema dado já se constitui num código. (Andrade, 2017, p. 369).

Essa concepção aponta para a compreensão global de problemas por um caminho acessível aos alunos, consiste em uma maneira de representar as ideias envolvidas de forma simplificada, seja através da fala, desenhos e de outros registros. Desde os primeiros anos, o exercício da codificação é de grande importância para os alunos trabalharem a apreensão das informações em cada situação. Desse modo, pode também possibilitar a familiarização do aluno.

Descodificar um problema é procurar o seu significado, é procurar entendê-lo, é decifrar a mensagem que ele expressa e, sobretudo, é também fazer uma análise crítica dessa mensagem. Neste trabalho, a descodificação refere-se, principalmente, a toda análise crítica que se faz sobre um problema, sua resolução ou sobre cada trabalho feito. (Andrade, 2017, p. 369).

A descodificação exige um aprofundamento bem maior do aluno diante da resolução, exploração e proposição de um problema matemático, pois certas propriedades que são comuns a determinados conteúdos da Matemática podem ser vislumbradas e melhor entendidas nessa etapa, como também a descodificação requer uma compreensão geral do problema, o domínio estrutural dos dados e um posicionamento crítico do aluno a respeito da situação.

Ao codificar, o aluno tem a oportunidade de recriar uma situação, reproduzindo todo o imaginário dos fatos. Enquanto, ao descodificar, o discente pode ir um pouco mais além, observar a linguagem utilizada na mensagem e fazer as devidas relações, analisando as analogias de maneira crítica.

3.2 Concepções de Letramento

Há alguns termos usados para referir-se à alfabetização matemática e, ao mesmo tempo, que buscam aprofundá-la à luz das demandas sociais. Esses termos, algumas vezes, podem causar dúvidas pela aproximação e, principalmente, quando não se conhece a abrangência do processo de funcionamento deles, como vale citar o Alfabetismo, o Numeramento e o Letramento Matemático.

O Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF) estuda o índice de alfabetismo da população brasileira. Na última pesquisa que aconteceu em 2018, os dados obtidos servem para orientar novas estratégias de atuação na educação, no sentido da implantação de políticas públicas e iniciativas sociais que venham a contribuir para o acesso à cultura letrada, à cidadania e à participação social e política:

Para o INAF, Alfabetismo é a capacidade de compreender e utilizar a informação escrita e refletir sobre ela, um contínuo que abrange desde o simples reconhecimento de elementos da linguagem escrita e dos números até operações cognitivas mais complexas, que envolvem a integração de informações textuais e dessas com os conhecimentos e as visões de mundo aportados pelo leitor. Dentro desse campo, distinguem-se dois domínios: o das capacidades de processamento de informações verbais, que envolvem uma série de conexões lógicas e narrativas, denominada pelo INAF como letramento, e as capacidades de processamento de informações quantitativas, que envolvem noções e operações matemáticas, chamada numeramento. (Inaf, 2018, p. 4).

A escolaridade influencia na definição do nível de alfabetismo das pessoas, pois, quanto maior a escolaridade, maior é o índice de alfabetismo das pessoas. As habilidades matemáticas estão cada vez mais inseridas no alfabetismo funcional. O INAF busca verificar o alfabetismo funcional das pessoas, habilidades funcionais de letramento e numeramento relacionadas à localização de informações, integração, elaboração e avaliação; além disso, levanta dados socioeconômicos e culturais dos entrevistados e o acesso a recursos materiais, conduzindo, também, a uma autoavaliação das capacidades individuais.

Em relação ao Numeramento, a pessoa precisa mobilizar bem as habilidades matemáticas de quantificação, ordenação, operações e resolução de problemas. Isso envolve o conhecimento matemático no enfrentamento de situações do dia a dia e a compreensão da Matemática em várias representações (David, 2004).

Em uma sociedade cada vez mais exigente, as habilidades de leitura e escrita, combinadas com as habilidades matemáticas, são demandas necessárias. O Numeramento surgiu para atender ao letramento, em sentido estrito da leitura e escrita, quando associado às habilidades matemáticas (Toledo, 2004). Em contrapartida, segundo David (2004), as

concepções de alfabetização matemática e numeramento que vislumbram o lado prático e funcional da matemática não contemplam um ponto de vista crítico.

Fonseca (2004) entende as habilidades matemáticas como componentes importantes para a compreensão da diversidade de textos presentes no meio social. Para a autora, o letramento foi usado para “compreender a leitura e escrita como *práticas sociais complexas*, marcadas pelas dimensões culturais, sociais, políticas e ideológicas e conformadas pela diversidade que essas dimensões lhe imprimem.” (Fonseca, 2004, p. 27). O letramento matemático consegue sintetizar a conexão entre conhecimento matemático, comunicação e cultura, como pontos cruciais para a construção do saber matemático.

O termo letramento foi selecionado no presente estudo por interessar-se pela compreensão da leitura e da escrita na Matemática em relação à condição individual atravessada por fatores sociais e culturais, entendidos como fatores fundamentais para a promoção da leitura crítica da realidade.

O Pisa, programa de avaliação internacional, é uma avaliação trienal de estudantes aos 15 (quinze) anos de idade, organizada pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Essa avaliação atende Leitura, Matemática e Ciências. O PISA observa os dados referentes ao desempenho dos estudantes, como demonstram aprendizagem em situações propostas. Dessa forma, cada país pode avaliar os conhecimentos dos alunos, relacionar e comparar com outros países, sendo possível adotar políticas e práticas externas, formular projetos de atuação e atuar no melhoramento dos resultados.

A avaliação do PISA traz uma ideia de letramento ligada ao contexto social em que está o aluno, levando em consideração a época, a cultura e o processo histórico de leitura no mundo. No século XXI, surgiram novas demandas sociais e outras práticas de leitura e escrita foram incorporadas. Espera-se do letramento a compreensão, interpretação e reflexão sobre os textos propostos e a condução para a participação na vida econômica, política, comunitária e cultural no meio social atual. Tal participação trata-se do atendimento das necessidades individuais e funcionais e se refere, também, a uma participação efetiva em sociedade. Isso significa que essa maneira de conceber o letramento reforça a necessidade de adquirir autonomia, empoderamento e criticidade nos desafios e nas situações da vida real.

No Pisa 2018, foi adotado como aspecto principal o letramento em leitura. A avaliação não visou apenas mensurar a decodificação, a capacidade de ler em voz alta, mas incluiu outros fatores e processos cognitivos, entre os quais conhecimentos linguísticos, textuais e de mundo, e competências metacognitivas.

- Letramento em Leitura é definido como a capacidade de compreender, usar, avaliar, refletir sobre e envolver-se com textos, a fim de alcançar um objetivo, desenvolver conhecimento e potencial, e participar da sociedade.
- Letramento em Matemática é definido como a capacidade de formular, empregar e interpretar a matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. (Pisa, 2018, p. 24).

A necessidade do letramento em leitura evolui conforme as mudanças sociais, “a leitura é parte da aprendizagem ao longo da vida” (Pisa, 2018, p. 44). A aprendizagem da leitura não encerra na infância; é um processo contínuo que se dá na interação com textos diversos e com outras pessoas. As habilidades de leitura são essenciais no desempenho pessoal, carreira profissional e no exercício da cidadania.

Jurdak (2016) traz uma análise mais profunda sobre a existência do letramento matemático. Segundo o autor, para haver letramento é necessária a existência de um sistema simbólico que serve para representar elementos da cultura e do mundo, isso se refere tanto para o letramento em linguagem como matemático. Pensar que letramento corresponde apenas à leitura e escrita de textos trata-se de uma visão limitada, pois inclui leitura e escrita de textos envolvidas em práticas sociais, culturais, críticas e ideológicas.

Jurdak (2016) elenca aspectos importantes para caracterizar o letramento em linguagem e o letramento matemático; com base nesse autor, o quadro foi construído abaixo, nele são identificadas algumas das diferenças.

Quadro 1 - Diferenças entre o Letramento em Linguagem e o Letramento Matemático

Letramento em Linguagem	Letramento Matemático
O sistema simbólico é a linguagem.	O sistema simbólico é a matemática.
A cultura é o mundo externo de referentes.	Codifica somente objetos e as relações são restritas a quantificação, espaço e medida.
O significado em linguagem acontece em termos de práticas sociais e culturais.	No nível científico, significações são determinadas por definições formais em termos de símbolos do sistema.
São desenvolvidas mais práticas orais.	São desenvolvidas menos práticas orais.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Pela observação do quadro, são verificadas as funcionalidades do letramento em linguagem e do letramento matemático. Percebe-se a abrangência do letramento em linguagem e as limitações do letramento matemático. Jurdak (2016) aponta alguns problemas para a realização do letramento matemático como a descontextualização de significados nesse campo, por não abordarem relações com as práticas sociais e o mundo real, que tornam os significados

difíceis de serem construídos. O autor seleciona e explica diferentes modelos de letramento matemático:

Modelo Autônomo de Letramento (Autonomous Model of Literacy): esse modelo trabalha com as habilidades técnicas e cognitivas, que dizem respeito à leitura e escrita de textos, conta com expectativas econômicas e de formação para a cidadania, mas não relaciona ao contexto social do aluno. O quadro, a seguir, mostra aspectos positivos e negativos que explicam o Modelo Autônomo de Letramento:

Quadro 2 – Aspectos do Modelo Autônomo de Letramento

Pontos Positivos	Pontos Negativos
<ul style="list-style-type: none"> • Habilidades técnicas; • Habilidades cognitivas; • Perspectivas econômicas; • Formação para a cidadania. 	<ul style="list-style-type: none"> • Habilidades técnicas de leitura e escrita de textos neutras; • O aluno estabelece relações com o texto independente do contexto cultural; • Disfarça pressupostos culturais e ideológicos.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Entre os fatores negativos, observa-se que, no Modelo Autônomo de Letramento, as habilidades técnicas de leitura e escrita de textos são neutras, não estabelecendo nenhum significado com quem as realiza ou associações com o contexto cultural. Além disso, disfarça pressupostos culturais e ideológicos.

Modelo Ideológico de Letramento (Ideological Model of Literacy): nesse modelo prevalece a concepção de letramento não só para aquisição de habilidades de ler, escrever e contar, mas insere, na prática social, a reflexão sobre a visão de mundo em que há relações entre dominantes e marginalizados. Outro ponto é que esse modelo tem abertura para discutir as experiências trazidas pelos alunos de casa e da comunidade, valorizando letramentos múltiplos, de uma cultura para outra, de um contexto para outro.

Letramento crítico (Critical Literacy): nesse modelo, Jurdak (2016) traz a evidência das ideias de Freire de educação emancipatória e consciência crítica, em que o indivíduo aprende a ler e escrever, lendo e escrevendo o mundo (Freire apud Jurdak, 2016). Isso engendra não apenas uma alfabetização no sentido técnico, mas a alfabetização política e a formação da consciência de mundo.

Letramento como um capital cultural (Literacy as a Cultural Capital): a Matemática trata-se de conceitos complexos. Com isso, pode favorecer o distanciamento do conhecimento. Jurdak (2016) traz a discussão da Matemática como Capital Educacional, o domínio da

linguagem matemática se transforma em um instrumento de poder que marginaliza quem não domina o conhecimento. Para Williams (2012), Letramento como um capital cultural:

[...] é a matemática (mais que linguagem como tal) que se tornou comercializável, capital educacional que muitos estudantes precisam ter acesso aos cursos preferidos e instituições superiores. Assim, a matemática se tornou um novo capital cultural do campo educacional, que aflige a violência simbólica que reflete o poder que é arbitrário, e oculto, ou desconhecido. (Williams, 2012, p.67 *apud* Jurdak, 2016, p.41, tradução nossa)

Após a leitura desses tipos de letramentos, é possível construir diferentes concepções e percepções de letramentos e reconceitualizar a ótica do INAF e do PISA sobre letramento, em que prevalecem visões mais voltadas para o lado técnico da oralidade e da escrita. Outro fator preocupante é a dúvida da existência ou não do letramento matemático. Em primeiro lugar, são percebidas restrições quanto ao estudo do letramento matemático, limitações orais e escritas, e tratando-se da descontextualização do conhecimento matemático. Em segundo lugar, há a questão da organização do conhecimento em diferentes séries e disciplinas, em uma ordem específica. Esses fatores, em conjunto, contribuem para limitar a existência do Letramento Matemático Crítico, o qual seria ideal para compreensão da leitura e escrita matemática envolvida nas relações de poder existentes.

3.3 Aspectos Socioculturais: Linguagem e Comunicação nas Aulas de Matemática

A infância é a idade fértil de reprodução cultural. A criança cresce aprendendo a agir no meio em que vive, vivencia experiências de crescimento e desenvolvimento. Com isso, ao se relacionar com os pais e outras pessoas, aprende a falar a língua do seu povo, os hábitos culturais a que pertence e a fazer várias outras atividades.

Em estudos realizados na resolução de problemas práticos com crianças que ainda não dominavam a fala, o comportamento delas permanecia dependente dos mecanismos sensoriais, movidas por tentativas e impulsos. E, a partir do momento em que começavam a executar ações aliadas à fala na resolução de problemas, as crianças tinham condições de planejar a solução através da organização de ações e isso se tornava perceptível através das observações (Vygotski, 1991). Portanto, o uso da fala tornou-se um marco de evolução da espécie humana, pois permitiu ao ser humano controlar o ambiente e as próprias ações no meio em que se situa.

Isso acontece porque o cérebro humano é um órgão dotado de plasticidade e é afetado pelas influências do meio externo. Os fatores sócio-históricos e culturais exercem grande participação no desenvolvimento psicológico. Esse processo de superação, em que o ser,

biologicamente formado. passa a ser modificado a partir interações socioculturais, é determinado pelos mecanismos de mediação. Os instrumentos e signos são decisivos na relação do indivíduo com o meio. Enquanto, os instrumentos são elementos operativos de natureza externa, os signos são operativos que agem psicologicamente. Os signos são grandes auxiliares na organização do pensamento e no controle das ações e, conseqüentemente, do comportamento humano.

A importância da linguagem se dá nas interações que a criança desencadeia com o outro e consigo no ambiente, determinando o mecanismo interpessoal e intrapessoal em que a criança realiza a fala interna, na qual não se tem a necessidade de expressar tudo aquilo que pensa. É na relação interpessoal e com o meio que as funções cognitivas e comunicativas da linguagem vão sendo ativadas.

É através da linguagem e da mediação de signos que a criança estrutura as experiências antigas às novas, desenvolvendo formas de entender e interpretar o mundo construindo representações. Nesse processo dialético, de constituição intelectual e cognitiva, é que se dá, também, o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, as quais são responsáveis pelo ato de planejar, comparar, pensar e imaginar.

De acordo com Luvison e Silva (2019), a linguagem matemática não é um produto pronto, finalizado, exige a compreensão do processo de escrita e leitura. Os estilos de linguagem e da escrita matemática, composta por símbolos, requerem reflexão e construção do aluno. Logo, um sinal não é entendido no isolamento, é compreendido diante de um conjunto de relações que desencadeia, tornando-se signo.

No processo ensino e aprendizagem de Matemática nos Anos Iniciais, através do letramento matemático, são expressos e valorizados os registros e as falas dos alunos e a Exploração e Resolução de Problemas permite a negociação de significados nos diálogos. Esse diálogo entre a leitura e escrita, signos e resolução de situações-problema formam as enunciações e contribuem por transformar símbolos em signos.

O discurso matemático é expresso na articulação da linguagem matemática, articulando os atos de ler, escrever e comunicar:

Antes de o homem envolver-se com o simbolismo matemático, ele faz cálculos mentais realizando a sua possibilidade de pensar matematicamente. Isso é visto no cotidiano e mostra que o homem consegue desenvolver a sua compreensão, interpretação e comunicação mediante as relações que estabelece no seu mundo-vida. Ao expor-se, mostrando o seu pensar, ele o faz mediante a linguagem. Essa pode ser a forma que expressa verbalmente afirmações sobre o mundo. Nesse caso, o homem se vale da linguagem falada, manifestando, assim, sua racionalidade, aqui também compreendida como inteligibilidade. (Danyluk, 2015, p. 28).

Com base nesse pressuposto, é possível observar que o indivíduo lê, primeiramente, o mundo matematicamente, faz cálculos mentais nas relações que estabelece e, para expressar tudo isso, utiliza-se da linguagem. A forma de comunicar pode ser oral ou escrita. Oralmente, o sujeito expõe o pensamento, de maneira que o outro possa compreendê-lo. Contudo, a fala se esvai com o tempo e a escrita passa a ser uma forma importante de registro e comunicação:

Assim, os atos de compreender e de interpretar os sinais que a linguagem emite levam o homem ao trabalho de leitura. Ao ler, ele tem a possibilidade de expressar aquilo que compreendeu e interpretou do lido. Uma das formas de o fazer é por meio do discurso oral, ou seja, da fala. Na fala, portanto, é expresso algo que foi compreendido. (Danyluk, 2015, p. 55).

Com base nisso, percebe-se que a concepção de leitura, linguagem e pensamento estão entrelaçadas, exercendo um trabalho cognitivo preponderante para o desenvolvimento da aprendizagem do sujeito. O processo da leitura ativa os conhecimentos prévios, como os da língua, fazendo a conexão entre novos conhecimentos.

Como disciplina, composta por cálculos e fórmulas, a comunicação parece não estar associada ao ensino da Matemática, mas, ao contrário disso, a comunicação é um aspecto essencial para a compreensão dos conceitos matemáticos. O entrelaçamento entre a língua materna e a linguagem matemática dá respaldo para a didatização do conhecimento matemático e isso se efetiva através da comunicação. Comunicar-se, matematicamente, é dar vida ao conhecimento matemático. Assim, trocar ideias, ouvir, ler e fazer registros fazem parte disso. Ao comunicar algo, o sujeito processa as informações e as transforma em ideias e pode transmiti-las para outras pessoas.

A linguagem matemática, aparentemente complexa, pode ser adquirida através de experiências com comunicação em Resolução de Problemas, realizadas pelo aluno e com a mediação do professor. Isso não acontece instantaneamente, pois os mecanismos de comunicação, quando explorados, contribuem no processo de compreensão do problema e ampliação do repertório dos alunos.

Cândido (2001) relaciona muito bem o ensino, a aprendizagem e a função da comunicação. O ensino é um trabalho sistematizado em que o professor planeja e organiza atenciosamente atividades para compartilhar significados com os alunos. Entende-se por aprendizagem a apropriação de algo de maneira significativa, considerando a adição dos conhecimentos prévios e novos, tudo isso conduzindo a uma tomada de decisão diante dos conflitos e promovendo mudanças de comportamento. Para Cândido (2001),

Nessa perspectiva de ensino e aprendizagem, promover a comunicação em sala de aula é dar aos alunos uma possibilidade de organizar, explorar e esclarecer seus

pensamentos. O nível ou o grau de compreensão de um conceito ou ideia está intimamente relacionado à comunicação eficiente desse conceito ou ideia. A compreensão é acentuada pela comunicação, do mesmo modo que a comunicação é realçada pela compreensão. (Cândido, 2001, p. 16).

Por meio da comunicação, as etapas de Resolução de Problemas podem ser bem percorridas. Nessa interlocução, o professor dirige o pensamento do aluno através de questionamentos orais, conduzindo-o a buscar caminhos para encontrar uma solução. A partir do momento em que o aluno dialoga nas aulas de Matemática, mostra que está pensando matematicamente e utiliza a linguagem dessa área nas interações.

Com base nesses pressupostos, para a Resolução de Problemas, o diálogo professor e aluno provoca a ativação de vários conhecimentos. Desse modo, conduzir a estruturação do pensamento do aluno é algo decisivo para a construção de conceitos e aprendizagem. É na atividade dialógica que nascem inúmeras ideias, questões e dúvidas podem ser esclarecidas e sanadas:

A problematização inclui o que é chamado de processo metacognitivo, isto é, quando se pensa sobre o que se pensou ou fez. Isto requer uma forma mais elaborada de raciocínio, esclarece dúvidas que ficaram, aprofunda a reflexão feita e está ligado à ideia de que a aprendizagem depende da possibilidade de se estabelecer o maior número possível de relações entre o que se sabe e o que se está aprendendo. (Diniz, 2001, p. 94).

O domínio da linguagem simbólica da Matemática não acontece automaticamente, exige um processo de reflexão e construção constante do professor em mediação com o aluno. Ao se promover o desenvolvimento cognitivo do aluno a partir da Resolução de Problemas, é preciso explicitar o papel da linguagem matemática.

A língua materna atua no encadeamento entre o aluno e o conhecimento matemático, servindo de suporte para que o conhecimento seja apreendido, mas isso ocorre em um fenômeno chamado “aula”, que envolve orientação, mediação e comunicação entre professor e aluno empenhados na resolução de situações-problema, contribuindo, com isso, para compreensão de conceitos.

A palavra exerce uma função importante na aquisição das linguagens. Na resolução de problemas, o resolvidor precisa possuir conhecimentos linguísticos, conhecimentos matemáticos e culturais para encontrar um caminho de resolução do problema. Nesse encadeamento, entre a linguagem de situações-problema e a comunicação, a linguagem matemática deixa de ser imposta e verticalizada pelos enunciados de problemas e passa a ser concebida, para uma linguagem formal, produzindo registros científicos.

Para Cavalcanti (2001, p. 126), “falar e ouvir nas aulas de Matemática permite uma maior troca de experiências entre as crianças, amplia o vocabulário matemático e linguístico da classe e faz com que ideias e procedimentos sejam compartilhados.” Quando as situações-problema forem lidas, imaginadas, representadas e dialogadas pelos alunos, mais compreensíveis poderão vir a se tornar.

A comunicação em Matemática pode acontecer de diferentes maneiras. Cândido (2001) explica três dessas formas: da oralidade, das representações pictóricas e por meio da escrita. O aluno, ao utilizar das linguagens, tem a oportunidade de aprender e se desenvolver individual e socialmente, aceitar-se e aceitar o outro. Ao interagir com os pares em atividades de Matemática em grupos, o aluno tem condições de falar o que sabe, ouvir as ideias dos outros colegas e enriquecer o repertório de informações.

Conforme Cândido (2001), a necessidade de fazer justificativas orais, desenhos e registros leva o aluno a refletir sobre o conhecimento e a destacar os aspectos considerados mais importantes no decorrer das discussões. O trabalho com desenhos nas aulas de Matemática pode acontecer de diversas maneiras, desde que se tenha os objetivos direcionados para aprofundar habilidades e competências dos alunos. Ao finalizar a aula, o professor pode solicitar ao aluno a representação pictórica do que foi aprendido no decorrer das explicações.

A partir das interações em sala de aula e dessas primeiras representações, é possível trabalhar o conhecimento e adquirir a linguagem específica da Matemática, composta por símbolos, regras, letras e fórmulas. A Matemática também é compreendida por meio da escrita. Ao longo dos anos, a escrita serviu para registrar e perpetuar a existência do conhecimento nessa área. As vivências de situações de escrita incentivam experiências proveitosas relacionando o uso da língua materna ao conhecimento matemático:

Para as crianças que já participaram das discussões orais, ou que puderam registrar através do desenho suas percepções e descobertas, podemos propor um texto coletivo, em grupo ou em dupla que represente de alguma maneira a atividade realizada: no caso da resolução de problemas, [...] Escrever em cada uma dessas e de outras situações nas aulas de matemática favorece a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos ao mesmo tempo que aproxima a aprendizagem da matemática e a língua materna. (Cândido, 2001, p. 24).

Diante dessas perspectivas, é preciso que o aluno vivencie momentos de comunicação matemática no decorrer do processo escolar, por meio da fala e da escrita, sabendo atuar nesses dois campos e expressar adequadamente o conhecimento matemático. Ler, escrever, interpretar e operar o conhecimento matemático são habilidades preponderantes a serem desenvolvidas nos primeiros anos. Propostas de formulação, resolução e proposição de problemas

correspondem às necessidades a serem desenvolvidas no letramento, pois articulam diferentes competências. Assim,

foi dada aos alunos a oportunidade de repensarem sobre o que fizeram, registrarem suas reflexões, percepções e descobertas [...] de um modo próprio. Segundo, puderam rever e aprofundar os conceitos envolvidos nas ações realizadas e, ao produzirem um texto baseado nos conhecimentos abordados durante a aula, tiveram chance de se tornar melhores leitores de textos referentes à matemática. (Smole, 2001, p. 30).

Na condição do aluno, não é fácil falar sobre aquilo que não se sabe ou pouco se conhece, mas, a partir do momento em que se tem a oportunidade de conhecer, ao ver, ouvir, questionar, sentir e ler, torna-se possível criar representações sobre determinados assuntos. Nesse sentido, o aluno pode registrar da maneira dele a aprendizagem adquirida diante das discussões nas aulas de Matemática. As atividades de escrita nessa disciplina podem ser adaptadas às turmas dos Anos Iniciais. Mesmo que os alunos ainda não dominem a leitura e a escrita, o professor pode mediar aulas através de estratégias, como a escrita espontânea e coletiva de textos.

A compreensão amplia-se quanto mais possível for construir as formas de representação e de comunicação. Sendo assim, a linguagem vai sendo modificada e tornando-se mais elaborada. Outro ponto acrescentado por Cavalcanti (2001, p. 131) é sobre a aquisição da forma convencional de representação, a qual a autora denomina como “não como única”, sendo mais uma alternativa para o aluno para resolver as questões. Criar outras formas de representação e resolução faz parte do processo de compreensão e construção. É importante a escola mostrar a maneira de resolução convencionalmente aceita pela sociedade, sendo possível o sujeito se deparar com situações em que esses padrões sejam envolvidos e exigidos.

Ao propor situações-problema, o professor pode trabalhar diferentes conteúdos, inclusive, explorar as questões em torno das propriedades matemáticas. Isso significa que a Resolução e a Proposição de Problemas não são indicadas no fechamento de um conteúdo, entretanto, podem ser, tranquilamente, exploradas no início da abordagem de um assunto que se deseje ministrar:

isso fica claro quando percebemos que os objetivos das atividades propostas estavam ligados a conceitos e fatos [...], assim como a habilidades básicas como ler, escrever, argumentar e habilidades mais específicas da matemática como realizar cálculos e fazer representações [...]. Ao mesmo tempo, o desenvolvimento de atitudes, como ouvir e respeitar o outro, perseverar na busca de uma solução e trabalhar de forma cooperativa, estavam presentes nas atividades descritas. (Diniz, 2001, p. 94-95).

Isso explica a concepção sociocultural da Resolução de Problemas baseada na troca dialogada de conhecimentos diante da atividade problematizadora proposta pelo professor,

aliando conceitos e habilidades de ler, escrever e calcular. Nesse percurso, outras aprendizagens são acionadas, como a criatividade e a criticidade, assim como a socialização com o outro e a convivência.

A Resolução de Problemas é compreendida além da repetição de técnicas e procedimentos isoladamente (Lester, 1994, p.668 *apud* Liljedahl; Cai, 2021, p.724). Conforme Lester (1994), a Resolução de Problemas articula fatores caracterizados como interdependentes, conhecimentos, crenças e afeta a todos os envolvidos no contexto sociocultural. Dessa forma, Lester (1994) concebe a Resolução de Problemas por meio de grupos colaborativos engajados em resolver problemas. Esses grupos colaborativos não trabalham por meio de modelos normativos, mas constroem um ambiente de aprendizagem colaborativa, onde se pode compartilhar ideias, esclarecer pensamentos e explicar soluções.

A resolução colaborativa de problemas é um processo sociocultural, em que o aluno deixa de resolver os problemas sozinho com base nos próprios conhecimentos e experiências. Esse processo acontece pela negociação de significados entre indivíduos do grupo buscando alcançar um objetivo, resultando em uma solução compartilhada e negociada (Koichu, 2019 *apud* Liljedahl; Cai, 2021). Na resolução colaborativa de problemas, o grupo é moldado e molda contribuições dos outros membros do grupo (Liljedahl; CAI, 2021).

Quando assumimos que a Resolução de Problemas está intimamente relacionada à aprendizagem de conteúdos, o recurso à comunicação é essencial, pois é o aluno, falando, escrevendo ou desenhando, que mostra ou fornece indícios e que habilidades ou atitudes ele está desenvolvendo e que conceitos ou fatos ele domina, apresenta dificuldades ou incompreensões. Os recursos da comunicação são novamente valiosos para interferir nas dificuldades encontradas ou para permitir que o aluno avance mais, propondo-se outras perguntas ou mudando-se a forma de abordagem. (Diniz, 2001, p. 95).

É desse modo que funciona a concepção de Resolução de Problemas, na qual o sujeito vive o conhecimento matemático, ao pensar, discutir e reelaborar, utilizando a linguagem e representações. O aluno apreende conceitos e fatos ao percorrer todas as etapas de exploração do problema, deparando-se com saberes que transitam entre a leitura, a linguagem, o pensamento lógico-matemático, conceitos e significados. A Resolução de Problemas é uma metodologia completa, pois traz no bojo o método, o objeto do conhecimento e as habilidades para diferentes níveis de aprendizagem.

Com as experiências desencadeadas em sala de aula na ação de resolver problemas, em que o professor provoca o aluno na construção de conceitos matemáticos, as estruturas psíquicas do sujeito começarão a ser desenvolvidas, pois é preciso que o aluno compreenda o

conhecimento matemático não considerado fora da realidade e intransponível, mas um conhecimento que faça parte da existência dele no mundo.

3.4 A Literatura Infantil e o ensino da matemática

Ao refletir sobre recursos que possam favorecer o ensino e a aprendizagem da Matemática nos Anos Iniciais, de maneira não solta, que possibilite uma aprendizagem significativa pelos alunos, encontram-se pesquisas que, com o intuito de envolver mais as crianças, despertam a criatividade e a imaginação, como a proposta de incluir a Literatura Infantil para impulsionar a articulação entre a linguagem matemática e a língua materna.

A opção pelas histórias infantis explica-se pelo fato de fazer parte do cotidiano escolar, por fazer parte da idealização de um mundo imaginário e do faz de conta por parte da criança. Essas narrativas caem facilmente no gosto das crianças, por serem boas ouvintes de contos e recontos de enredos. Além disso, as histórias trazem situações que remetem à vida real, as quais anseiam discussões.

Assim, elas trazem conhecimentos prévios sobre essas narrativas que podem ser enriquecidos com profundas explorações. Esses textos podem ser bem abordados em boas práticas de letramento matemático, através da interdisciplinaridade entre o estudo da língua materna e da linguagem matemática.

Para Montoito (2020), a Literatura infantil desperta o lúdico, convidando a criança para um mundo compreensível, por fazer parte de uma trama imaginária. Ela diverte o leitor pelas ações dos personagens, ao mesmo tempo em que dialoga de uma maneira fantástica com os leitores. É uma forma da criança encontrar aprendizagem, prazer e diversão, ao misturar aspectos cognitivos e as próprias emoções. A criança envolve-se cognitivamente na literatura. O imaginário aflora e as emoções nascem criando expectativas no decorrer do enredo.

A opção por trabalhar de maneira simbiótica a Literatura e a Matemática, quando possível, é uma maneira de incentivar a ler e escrever nas aulas de Matemática e, também, a valorização de um aspecto muito importante que tem ficado relegado ao segundo plano: o reconhecimento da imaginação e da afetividade na construção de ideias, conceitos e visões de mundo e, portanto, de ciência. (Montoito, 2019, p. 899).

A abordagem da Literatura Infantil relacionada à Matemática abre um campo de perspectivas, pois há o incentivo à leitura e escrita que favorece todas as áreas: na Matemática, a partir do rigor da linguagem e da formação de conceitos e na língua materna, no que concerne ao processo de letramento. Outro fato que fica explícito, na opinião de Montoito (2020), é a

interação de outras dimensões humanas, como a afetividade e a imaginação, dando margem à criatividade.

O “faz de conta” acontece através da projeção das atitudes dos personagens na própria vivência do aluno, dando respaldo para a relação entre o mundo imaginário e a realidade da criança. A relação entre a imaginação e a realidade dá respaldo para a compreensão dos fatos do mundo, pois a criança passa a conhecer situações pelas quais possa ou não ter vivenciado de forma similar como: problemas, conflitos, perigos, alegrias e tristezas.

Ao ler e ouvir histórias lidas por outras pessoas, o aluno tem contato com a linguagem sistematizada (Montoito; Cunha, 2020), contribuindo para a familiarização com o estilo, organização textual do gênero e a “aquisição do vocabulário”. A linguagem descreve o mundo para a criança. Na literatura infantil, ela pode encantar na sucessão de fatos e cenários.

Deste modo, entendemos que o contato com a literatura infantil é importante no processo de desenvolvimento da criança, principalmente no que tange à linguagem, pois além de proporcionar um alargamento do vocabulário, estimula a comunicação e, conseqüentemente, amplia sua compreensão de mundo. (Montoito; Cunha, 2020, p. 165).

Vale destacar que a linguagem é um elemento primordial na estruturação do pensamento e na organização de conceitos e ideias que são veiculadas a partir das relações externas para mecanismos internos. Trata-se de um processo longo e complexo, pois os conceitos carecem de experiências diversas e significativas.

Montoito (2019) empenhou-se no estudo do binômio Literatura e Matemática, citando o trabalho de ler enunciados. Como comumente acontece na disciplina, incluindo a leitura de tabelas e gráficos, estas atividades ocorrem, contudo, não se esgotam, pois a abordagem utilitarista da Matemática não é suficiente. O autor explica que a importância de ensinar a ler em Matemática é para contemplar a própria aprendizagem, isso possibilita o entendimento de informações, a formulação de críticas sobre dados disseminados por veículos de comunicação e ilustrados por estatísticas que tentam manipular a visão das pessoas.

Outro ponto que Montoito (2019) apresenta é ensinar “escrever em e sobre Matemática”. Como uma linguagem, essa ciência tem singularidades apresentadas na forma escrita e explicadas pela veiculação da língua materna, esse trabalho acontece na escola. Logo, a língua materna auxilia na intermediação e produção de significados a partir das situações matemáticas.

No estudo de Silva (2012), o autor buscou aprofundar a compreensão do conceito de multiplicação implementando a Literatura infantil. A pesquisa teve embasamento na concepção sócio-histórica ao elencar aspectos como: a importância do outro, da cultura e do social, a

influência dos conhecimentos prévios na aprendizagem de novos conhecimentos e o papel da linguagem como instrumento de mediação.

Na pesquisa, Silva (2012) propôs a superação da fragmentação do conhecimento na escola, pois é o local onde o aluno tem a oportunidade ímpar de ter contato com diferentes linguagens. Ao objetivar esta conexão entre a Matemática e a língua materna, ele pensou em um processo de ensino e aprendizagem que contasse com o acionamento da capacidade de ler, interpretar e produzir textos inseridos em desafios linguísticos e matemáticos.

Percebe-se que, o processo de ensino e aprendizagem de Literatura Infantil que busca desenvolver conceitos matemáticos possibilita ao professor transitar entre diferentes áreas do conhecimento, aproximando o aluno da linguagem matemática, resgatando a cultura e a realidade. Isso inclui o incentivo à leitura e à escrita que são primordiais nos Anos Iniciais, por meio da reflexão e da justificação do pensamento matemático através da resolução, proposição e formulação de problemas.

Para Silva (2012), Literatura Infantil e Matemática interligadas não servem para traduzir apenas uma união simplória de disciplinas, mas é uma atividade interdisciplinar de valorização de conhecimentos e de estabelecimento de uma aprendizagem significativa. Nessa direção, fica proposto que “a aprendizagem só se torna significativa para a criança quando ela consegue fazer uso de um conhecimento em outras situações e contextos, e em outras áreas do conhecimento” (Silva, 2012, p.53).

Para que a aprendizagem aconteça, é preciso mobilizar conhecimentos antigos, a fim de que novos conhecimentos sejam apreendidos. Quando o indivíduo aprende, consegue reproduzir ideias e reelaborar o conhecimento. Com isso, ele não só aplica um modelo dado, mas adapta o conceito em diferentes situações com as quais se depara.

Desse modo, apoiados na literatura de textos da Literatura Infantil na língua materna, pretende-se realizar um estudo voltado para o letramento matemático e desenvolver a metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas de multiplicação e divisão, promovendo a mediação entre leitura, escrita e resolução de problemas, bem como, fomentando o diálogo em sala de aula, a formulação e a resolução de problemas.

Logo, a partir das narrativas, serão abordados aspectos característicos e elaboradas sequências de atividades com problemas, como forma de suscitar, após as leituras das histórias, o debate, as problematizações e a construção de conceitos matemáticos no contexto desses contos.

3.4.1 Abordagem Crítica da Educação Matemática e da Literatura Infantil nos Anos Iniciais

É importante que, no processo ensino e aprendizagem de Matemática, seja possível problematizar fatos e desmistificar problemas da realidade, pois essa área do conhecimento é um construto que envolveu um encadeamento de ações e pensamentos executados por pessoas munidas de uma realidade histórica, cultural, e movidas por linguagens, valores, objetivos e necessidades. A aprendizagem matemática é essencial para promover o desenvolvimento do raciocínio do aluno, além de contribuir para o progresso científico. Entretanto, outras condições devem ser observadas pelo professor que a ensina. A memorização e o treino de operações camuflam uma realidade de controle social. As problemáticas sociais são abordagens interessantes para serem debatidas no ensino da Matemática.

Jurdak (2018), ao realizar um estudo sobre a Educação Matemática, faz uma linha de tempo e relata que o ensino dessa disciplina nos anos 60 era considerado importante para o desenvolvimento intelectual, progresso acadêmico e base para a ciência e tecnologia. No século XXI, outras concepções ganham evidência, entendem o ensino e aprendizagem como produção e reprodução cultural. O autor ressalta na pesquisa a dimensão social da Educação Matemática, que as ações de aprendizagem e o ensino são resultado da atividade social, visto que juntos são componentes da instrução. O autor procura integrar o lado sociocultural ao aspecto sociopolítico, em que analisa as relações de poder e relações com o contexto sociocultural.

Jurdak (2018) busca integrar a perspectiva sociopolítica da sociocultural da Educação Matemática. Na visão sociocultural, a educação é uma atividade humana que tem o intuito de levar o aluno a vivenciar experiências matemáticas em consonância com o contexto social; a concepção sociopolítica traz debate sobre o poder, o qual se reproduz por meio de processos culturais, não objetiva formas de aculturação em especial, mas atua reproduzindo a exclusão e as desigualdades, através da implementação de ideias e valores.

Ao considerar as vertentes sociocultural e sociopolítica da Educação Matemática, Jurdak (2018) explica que na sua aprendizagem, em atividades humanas coletivas, alunos utilizam artefatos, que são as ferramentas simbólicas, como a linguagem, e ferramentas materiais, como recursos manipulativos e computadores. Para o autor, a cultura exerce um papel primordial na Educação Matemática escolar, porque a comunidade escolar é uma pequena parte integrante de um sistema cultural mais amplo. Os processos de aculturação e aprendizagem estão intimamente relacionados e afetam as formas pedagógicas. Assim, o autor destaca três modos de aculturação, a saber:

- Modo de aculturação por transmissão: ver o ensino como o preenchimento de déficits dos alunos;
- Modo de aculturação por participação: observa o modo de ensinar como uma construção e negociação de significados;
- Modo de inculcação: traz o modo de ensino como imposição de conhecimentos e valores.

Ao discutir as ideias marxistas na Educação Matemática, Jurdak (2018) fala da produção e reprodução de conhecimento que servem aos grupos privilegiados, controladores dos meios de produção. Isso se reveste de práticas bem intencionadas aparentemente neutras. No entanto, os diferentes níveis de ensino estão passivos à influência do poder e, com isso, a linguagem matemática pode servir como meio de exercício de poder. Sendo assim, o poder traz consigo a exclusão daqueles que estão à margem do domínio da linguagem matemática.

No presente estudo, esses dois aspectos, o sociocultural e o sociopolítico, surgiram da própria natureza das narrativas da Literatura Infantil. Entende-se que histórias de Literatura Infantil foram escritas em um contexto distinto do atual, em momentos históricos diferentes. Desde a sociedade feudal até a sociedade burguesa, existiram diferentes conotações do ser criança. Nos primórdios, os contos não eram voltados para o público infantil, a criança era considerada um adulto em miniatura. Nessa perspectiva, é importante salientar que,

Ao ler uma história, a criança também desenvolve todo um potencial crítico. A partir daí ela pode pensar, duvidar, se perguntar, questionar[...]. Pode se sentir inquietada, cutucada, querendo saber mais e melhor ou percebendo que se pode mudar de opinião [...] E isso não sendo feito uma vez ao ano [...]. Mas fazendo parte da rotina escolar, sendo sistematizado, sempre presente – o que não significa trabalhar em cima dum esquema rígido e apenas repetitivo. (Abramovich, 1997, p.143)

No século XVIII, a etapa da infância passa a ser considerada, valorizando-se o núcleo familiar. A criança, com o tempo, passou a adquirir conotações ligadas a fatores como menoridade, fragilidade e imaturidade. Surge a escola criada pela sociedade burguesa. A instituição recebe o papel de cuidar da fase da infância, para, posteriormente, ingressar na fase adulta. Observa-se que, a escola assume um papel normativo, enquadrando a inclinação a certos perfis sociais.

No momento histórico, o ideal da sociedade era a formação para a obediência, o conformismo e o trabalho. Segundo Abramovich (1997), Charles Perrault escreveu contos oriundos da oralidade que preservaram a crueldade, a moralidade e o lado poético. Depois, surgiram os Irmãos Grim, alemães que viajavam e ouviam as histórias contadas pelo povo, que

recontaram as histórias de Perrault. Dessa forma, as histórias foram ganhando novas versões e perdendo a originalidade dos primeiros contos.

A Literatura Infantil reflete a doutrinação do mundo adulto sob a criança (Zilberman, 2012). Zilberman (2012) aponta uma reflexão crítica sobre o contexto do início da produção da Literatura Infantil, em que elenca a influência ideológica através da escola e das obras induzida pela dominação da burguesia e do mundo adulto.

Segundo Zilberman (2012), a Literatura Infantil contribuiu para a normatização da criança e a adequação às expectativas adultas. Direta ou indiretamente, coube a reprodução de valores, comportamentos, padrões e ideais. Logo, a criança passa a ser manipulada dentro de um sistema ideológico e os enredos apresentam um sentido moralista e conservador.

Para Zilberman (2012), usa-se, na Literatura Infantil, o recurso da ficção que, de certa forma, relaciona-se com a realidade do leitor. É necessário que as obras sejam compreendidas de uma maneira global e não reduzidas apenas às atividades pedagógicas. O professor pode problematizar o conteúdo das narrativas, levando em conta os aspectos sociais, como a cidadania e a justiça.

Conforme Zilberman (2012), por todas as questões já discutidas anteriormente, a Literatura Infantil não deve ser descartada da escola, pelo contrário, trata-se de um objeto de consumo escolar que beneficia o lado cognitivo, bem como propicia a discussão de valores em que se fundamenta a sociedade.

A literatura se manifesta como a arte da palavra influenciada pelas relações humanas em sociedade. Um aspecto que acomete o trabalho com Literatura Infantil na escola é o caráter nitidamente pedagógico, não explorando a natureza artística, social, cultural e crítica.

Abramovich (1997, p. 143) discute bem a leitura dessas narrativas e chama atenção, “pois é preciso saber se se gostou ou não do que foi contado, se se concordou ou não com o que foi contado”. Sendo assim, é possível explorar a criticidade do aluno, discutir a inaceitabilidade de certos fatos que acontecem em histórias que se apresentam ingenuamente.

É mister entender que a sociedade evoluiu em um ritmo muito rápido, caracterizada como sociedade moderna e globalizada do século XXI, mas essa mesma evolução não se deu no mesmo ritmo da garantia da justiça social.

As injustiças sociais podem acontecer em qualquer ambiente, podem surgir de maneira discreta ou não, camufladas de boas intenções e de caráter neutro. Vieira e Moreira (2018) defendem uma prática de ensino de Matemática que contemple não só aspectos cognitivos, mas que sirva de atuação na realidade social. O intuito é promover uma educação matemática que

favoreça um mundo mais justo e humanizado, por meio da compreensão de fatos e transformação de mentalidades, substanciando uma postura crítica e política.

O professor é um agente sociocultural que precisa agir de maneira reflexiva sobre a própria atuação no processo ensino e aprendizagem, sobre como processos podem interferir no respeito à dignidade da pessoa humana. Para Vieira e Moreira (2018, p.550), “[...] a sociedade está marcada por políticas neoliberais e o professor, nesse contexto, muitas vezes, é concebido como um profissional que atua na reprodução deste sistema reforçando práticas da racionalidade técnica”.

Problemas como exploração, violência, preconceito e abandono são fatores atenuantes em uma sociedade competitiva, pois provêm das relações conflitantes. Porém, é preciso reconhecer os direitos humanos comuns a qualquer pessoa, direitos sociais e econômicos em quaisquer contextos. Conforme Candau (2012), a educação em direitos humanos é componente do direito à educação. Nessas condições, esse trabalho é essencial na sociedade contemporânea para a afirmação e conscientização da democracia, visto que as iniciativas se encontram em ritmo lento:

Estas duas preocupações se entrelaçam na busca da construção de uma educação comprometida com a formação de sujeitos de direito e a afirmação da democracia, da justiça e do reconhecimento da diversidade na sociedade brasileira. A construção de uma cultura dos direitos humanos em diferentes âmbitos da sociedade constitui seu eixo principal. No entanto, se no plano teórico esta articulação foi sendo conquistada, ainda é muito frágil no âmbito das políticas públicas, da formação de educadores e das práticas pedagógicas. (Candau, 2012, p. 724).

Observa-se, ainda, aspectos que afetam os direitos de grupos sociais e étnicos vulneráveis, por isso é preciso cultivar, na escola, o reconhecimento de situações que ferem os direitos das pessoas e discuti-las criticamente, para que não aconteçam de forma despercebida, nem sejam naturalizadas.

Abordar os Direitos Humanos na escola pode ser uma temática complexa para trabalhar com crianças. É possível que o funcionamento da rotina escolar entre em confronto com a cultura dos Direitos Humanos, por causa dos padrões estabelecidos, rotinas imutáveis e conteúdos pré-selecionados. No entanto, a instituição escolar pode contribuir para a afirmação da cultura dos direitos humanos, ao identificar contradições, conflitos, cenas de exclusão e entrelinhas dos diversos discursos emanados dentro da escola, na tentativa de desconstruí-los, de modo que favoreça a orientação para processos democráticos.

Vieira e Moreira (2018) destacam a atitude do professor, voltada para a valorização da diversidade, da pluralidade, da discussão e da negação à violência, e falam “[...] no entanto, a realidade mostra que o professor, muitas vezes, viola esses direitos, seja pelo seu silêncio ou

pelo ato de violência” (Vieira; Moreira, 2018, p.551). É importante atentar para posturas que validam o preconceito e que reafirmam a negação de direitos, como através da omissão ou da reafirmação do conformismo. Histórias infantis são carregadas de cenas de violência, abandono e exploração. Essas leituras difundem muitas mensagens, as quais carecem da avaliação crítica dos professores envolvidos em processos de aprendizagem de leitura, escrita e Matemática.

Os Direitos Humanos dão respaldo para uma vida digna para todos, independentemente da idade, classe social, raça, sendo ofertado um estado de bem-estar social. Os direitos humanos estão ligados à promoção da cidadania e reformam a democracia.

Uma educação em Direitos Humanos presta-se a discutir atos que acometem a violação dos direitos. Certos ideais, como democracia e cidadania, por serem tão disseminados, correm o risco de cair no abstracionismo, como se constituíssem uma utopia. Por isso, é necessário redimensionar a escola que se tem, tendo em vista a realidade e o que pode ser explorado.

Logo, a cultura dos direitos humanos se faz necessária, porque as crianças, dificilmente, demonstram consciência desses direitos, desconhecendo-os e não identificando violações. No século XXI, questões podem ser repensadas em relação aos direitos humanos e à educação. A exploração de narrativas pode ser canalizada para reflexões sobre o direito à vida, à liberdade, à segurança e à propriedade. Algumas narrativas trazem discussões sobre a questão da proteção à criança, o direito à moradia, à igualdade e o direito dos idosos.

Os direitos humanos expressam-se nas relações entre as pessoas, no contexto diário das escolas, de forma explícita e implícita. O convencional é que as histórias da Literatura Infantil sejam abordadas em sentido literal dos acontecimentos, entretanto, é possível enxergar nuances que não ficam evidenciadas e despertar o olhar crítico para certos fatos.

Diante do exposto, a escola e a Literatura Infantil não são alvos de confrontos ou agentes dispensáveis como instituições formadoras, entretanto, precisam ser cada vez mais espaços de reflexão sobre as contradições impostas pelo meio social (Zilberman, 2012). A exploração da Literatura Infantil se dá no trabalho cognitivo, ao mesmo tempo que traz ao debate os valores em que se fundamenta a sociedade. A transformação social está ligada ao diálogo sobre posturas sociais que geraram aceitação com o passar do tempo, mas trazem, em seu bojo, contradições atenuantes.

4 CONCEITO, IDEIAS E SIGNIFICADOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

4.1 A abordagem do Conceito

A formação do conceito não é um ato passivo, uma vez que se dá pela atividade do aluno, “a apropriação de conceitos científicos dá-se dessa forma, por meio de uma atividade humana consciente, na qual as ações realizadas pelo sujeito são repletas de sentido” (MORETTI; SOUZA, 2015, p. 24). Portanto, as atividades não são de natureza mecânicas e de execução vazia de sentido, são atividades motivadas por necessidades. A proporção de momentos significativos de aprendizagem é um elemento decisivo para a produção de conceitos:

Uma vez que a aprendizagem dos conceitos científicos não se dá de maneira espontânea, cabe à escola organizar situações de ensino que coloquem as crianças diante de situações cuja resolução necessite do conceito que se deseja ensinar e, ao mesmo tempo, de forma mediada pelos professores, possibilitem a superação da superficialidade do contexto e a exploração de características essenciais dos conceitos, em direção à abstração. (Moretti; Souza, 2015, p. 25).

Para Moretti e Souza (2015), o domínio consciente do conceito permite ao aluno agir com autonomia no uso em diversas situações, o que vem, também, a caracterizar o que se chama de “indivíduo letrado como aquele que não aprende somente determinadas técnicas para ler, escrever e contar, mas sim usá-las de forma consciente em diferentes contextos e práticas sociais” (Moretti; Souza, 2015, p. 27).

A operacionalização com conceitos faz parte do desenvolvimento infantil e trata-se de um longo processo de construção. A formação dos conceitos surge sempre no processo de solução de algum problema (Ivic; Coelho, 2010). Os conceitos são formas de pensamento superior e exigem um pensamento mais elaborado. Em geral, as pessoas trabalham com formas elementares de formação de conceitos até com conceitos mais complexos.

Diferentemente de outras espécies, o ser humano desenvolve funções psicológicas superiores, caracterizadas pela capacidade de imaginar, planejar, tomar decisões, fazer planos, tomar atitudes conscientes. A Zona de Desenvolvimento Proximal, conforme os estudos Vygotskyanos, é identificada pela distância entre o que o aluno já domina (Zona de desenvolvimento real) e o que ele faz apenas com a mediação de outras pessoas (Zona de desenvolvimento potencial). Isso evoca o desenvolvimento de natureza sociocultural, pois a educação dada pela família e escola dão condições de a criança adquirir conhecimentos e desempenhar atividades em colaboração com os outros. O ser humano é, em essência, social,

pois o desenvolvimento toma forma e se completa com a presença do outro. São nas primeiras relações com os adultos que mensagens culturais vão sendo adquiridas pela criança (Ivic; Coelho, 2010).

Logo, a apreensão dos objetos depende da qualidade dessas interações em que a criança, com ajuda de outra pessoa, adquire novos conhecimentos. A linguagem humana é intelectualizada, “o pensamento verbal não é uma forma natural e inata de comportamento, mas uma forma histórico-social” (Ivic; Coelho, 2010, p.45). Os signos da linguagem exercem a função de comunicação e, especialmente, realizam grande influência na organização do pensamento e controle do comportamento.

Na educação escolar, quando os conceitos prontos expressos em signos são abordados, eles partem aparentemente de um modelo mecanicista, porque passam a imagem de que são indissolúveis. Assim entendidos, no ambiente escolar, não provocam associações e relações com outras experiências dos alunos.

Na formação de conceitos, a criança parte, inicialmente, do pensamento por complexo, em que gera classificações de elementos que lhe são familiares. Com as relações que desencadeia, a criança forma pseudoconceitos, que, posteriormente, se transformarão em conceitos (Ivic; Coelho, 2010). Operar com conceitos exige formas superiores de pensamento, nas quais acontecem funções de raciocínio mais elaboradas.

A aquisição de conceitos científicos é um elemento capaz de potencializar as capacidades intelectuais. Entretanto, esses conceitos devem ser propostos a partir de um ponto de vista estrutural em uma cadeia de relações, em que essas estruturas são internalizadas no pensamento da criança e várias operacionalizações podem ser realizadas.

A Zona de Desenvolvimento Potencial é um espaço que pode ser enriquecido com atividades significativas mediadas por trocas dialógicas contribuidoras da aprendizagem. Esse trabalho antecede a constituição da Zona de Desenvolvimento Real, na qual o aluno poderá agir com autonomia na resolução de problemas.

Na proposta de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas é comum acontecer a ação do professor conduzindo a atividade intelectual do aluno. Ao atuar em torno da Zona de Desenvolvimento Potencial, o professor realiza perguntas instigantes, questionamentos e cria possibilidades diversas de exploração. Dessa forma, o avanço do indivíduo acontece com a interação e o auxílio de um adulto no processo de aprendizagem de conceitos.

Assim, o essencial levar o aluno a aprender. A aprendizagem em resolução de problemas parte não de uma imposição, de um conceito pronto e posto nos livros didáticos fazendo uma repetição de exercícios, mas trata-se de uma construção que acontece no coletivo e

individualmente. É o aluno que reflete, troca, internaliza e compreende o que está sendo colocado. Desse modo, o conceito não é dado de maneira inicial, mas é trabalhado e construído a partir de ricas propostas e experiências de reflexão.

4.2 Ideias e Significados de Multiplicação e Divisão

Antes de explicar os conceitos de multiplicação, é importante discutir sobre a seguinte questão: por que ensinar multiplicação? O conhecimento matemático surgiu das próprias situações em que se encontrava o ser humano. Em determinados momentos, o indivíduo viu-se diante do conflito de desenvolver o raciocínio multiplicativo e suas descobertas. Além disso, a aprendizagem matemática é uma forma de colaborar com o exercício da cidadania. Na leitura de mundo, acontece o contato com informações de diferentes naturezas sociais, políticas e culturais, simples ou complexas, que demandam compreensão e tomada de uma postura crítica. “Para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc.” (Brasil, 1997, p. 25)

Ao discutir sobre Resolução de Problemas nos Anos Iniciais, Van de Walle (2009) pensa em uma sala em que os alunos não apenas resolvem problemas. Entretanto, ele defende que é preciso que os alunos compreendam o significado dos problemas, não se restringindo à execução de operações envolvendo números, mas que possam fazer o uso de palavras, figuras e números.

Assim, a multiplicação é necessária para que se possa resolver problemas de contagem que exijam o pensamento multiplicativo, com a aplicação das ideias e propriedades inerentes. No processo de ensino e aprendizagem, é preciso mediar a apropriação fazendo relações com os usos da multiplicação, pois não envolve apenas ideias básicas, mas um conjunto de significados. Para isso, sugere-se a mediação do ensino e aprendizagem de multiplicação e divisão através de situações-problema contextualizadas com ambiente escolar e com a realidade social.

Para Van de Walle (2009, p.171), “problemas contextualizados podem derivar das experiências recentes vividas em sala de aula, de uma viagem de campo, de uma discussão que você tenha tido em artes ou estudos sociais ou na literatura infanto-juvenil adotada”. De acordo com o autor, essas situações são úteis para compreender conceitos das estruturas multiplicativas, quantidade de grupos e de elementos por grupos.

A multiplicação e divisão envolvem uma complexidade de significados, sendo comum, serem tardiamente introduzidas nos Anos Iniciais, entretanto, poderiam ser bem trabalhadas no

início do Ensino Fundamental, possibilitando, previamente, a construção de conceitos. Conforme Van de Walle (2009, p.171), “quando a quantidade e o tamanho dos grupos são conhecidos, o problema é uma situação de multiplicação. Quando ou a quantidade de conjuntos ou o tamanho dos conjuntos é desconhecido, temos uma divisão.”

Na multiplicação, é predominante a ideia de situações de soma de parcelas iguais. Nos Anos Iniciais, é comum os alunos fixarem-se apenas nessa ideia, entretanto, esse objeto apresenta várias outras propriedades e significados, como conceitos de proporção, combinatória e disposição retangular.

Essas ideias e significados podem ser simplificadas pela ideia de contagem, assim, “a operação multiplicação é muito útil para a realização de contagens. Com o uso dessa operação, faz-se a contagem de agrupamentos e não de unidades simples, como ocorre quando se usa a adição. A contagem é, portanto, facilitada e mais rápida” (Albuquerque, 2016, p. 88). As contagens multiplicativas se manifestam de diferentes formas, englobando mais competências meramente aditivas, isso exige um pensamento mais prático.

De acordo com o enunciado de cada problema de multiplicação, podem ser exigidas operacionalizações distintas de pensamento, que nem sempre atenderão explicitamente à soma de números iguais. Isso fica claro quando, ao resolver problemas envolvendo a adição de parcelas iguais, os alunos não identificam claramente a necessidade do uso da multiplicação em casos de proporcionalidade (Moretti; Souza, 2015). A construção do problema, bem como a leitura e interpretação são fenômenos complexos, por isso, quanto mais o aluno for exposto às situações de naturezas diversas, mais possibilidades de apropriação encontrará.

Na proposta de Vergnaud (2011), existem duas características importantes no aprendizado: as filiações e as rupturas. As filiações são entendidas como a utilização de competências já pré-estabelecidas, enquanto as rupturas exigem novas formas de agir. Conforme o tipo de situações que os alunos são expostos a resolverem, mais compreendem a composição de um campo conceitual.

Sendo assim, a ruptura acontece quando a adição de parcelas iguais não consegue satisfazer todas as situações propostas com estruturas multiplicativas, em que demanda a estruturação de outros pensamentos. Desse modo, nas situações multiplicativas que envolvem a ideia de proporcionalidade, que é uma regularidade na relação entre elementos, Vergnaud (2011) destaca, na proporção simples, a multiplicação em uma relação comum de um para muitos e, também, acrescenta a partição, a cota e a quarta proporcional.

Na proporção por partição, busca-se o valor da unidade correspondente a outros valores (exemplo: comprei 5 trufas, elas custaram 10 reais. Quanto custou cada trufa?); na cota,

procura-se descobrir o valor de uma grandeza a partir da unidade (exemplo: em uma fábrica, os rolos de papel higiênico são colocados em pacotes, em cada pacote cabem 4 rolos. Quantos pacotes serão necessários para colocar 64 rolos de papel higiênico?); na quarta proporcional, não se dá o valor da unidade, pois ele está inserido na relação entre outros valores fornecidos e busca-se estabelecer um quarto valor (exemplo: Em dois pacotes de biscoitos, cabem 12 biscoitos. Quantos biscoitos há em seis pacotes?).

A resolução de problemas pode iniciar o processo de construção do conceito e conhecimentos de ideias e significados da multiplicação e divisão. Entretanto, o foco não é o algoritmo, nem a tabuada, mas todo o processo de reflexão e de desempenho do aluno. Sendo assim, é interessante que o aluno tenha contato, resolva situações-problema que englobem diversos raciocínios, se depare com o pensar matemático e que, principalmente, seja levada em consideração a qualidade desses momentos de construção.

Apesar do raciocínio multiplicativo agregar a ideia aditiva, há distinções que merecem ser apontadas. A adição aplicada à multiplicação funciona quando um número é, sucessiva e igualmente, somado quantas vezes forem necessárias. A relação de multiplicação, propriamente dita, ocorre quando um número se relaciona com outro, encontrando-se em função dele (Azerêdo, 2013).

É comum prevalecer o conceito de multiplicação restrito à soma de parcelas iguais na maioria das situações, impossibilitando o aluno de conhecer outros significados importantes do campo multiplicativo, inclusive, envolvendo características de proporção de distribuição e divisão.

Uma ideia em desconstrução é que toda multiplicação resulta sempre em um produto maior, quando, na realidade, isso nem sempre é possível, especialmente, quando se trata de números racionais, como na seguinte situação proposta por Azerêdo (2013, p. 5): “bastando considerar que $0,5 \times 2 = 1$ ou $0,5 \times 0,5 = 0,25$ ”.

A multiplicação e divisão fazem parte do mesmo campo de estudo, não são apenas procedimentos que, normalmente, são aprendidos na escola, “são formas de organização do pensamento a partir de estruturas e conceitos matemáticos específicos de um determinado raciocínio” (BRASIL, 2014, p. 31). Portanto, entende-se que essas formas de raciocínio não funcionam como regras, mas como conceitos que se desenvolvem em diferentes contextos e situações.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), percebe-se a defesa de um trabalho conjunto da multiplicação e divisão articulado com a resolução de problemas. No documento, destacam-se as seguintes classificações em problemas de multiplicação:

- 1- Problemas de multiplicação comparativa: em que se comparam valores para alcançar outro valor, assim como propõe situações inversas envolvendo a divisão.
- 2- Situações associadas à comparação entre razões: os problemas envolvem a ideia de proporcionalidade. Nesses casos, também são apresentadas situações inversas com divisão.
- 3- Situações associadas à configuração retangular: a constituição de uma figura permite ao aluno observar procedimentos multiplicativos.
- 4- Situações associadas à ideia de combinatória: em que os alunos resolvem problemas analisando possíveis combinações. Inicialmente, podem se utilizar de demonstrações, como desenhos e diagramas de árvore para realizar procedimentos.

No Caderno número 4 (quatro) do Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), no campo multiplicativo, são destacados: situações de comparação entre razões (em que medidas estão relacionadas por uma relação fixa); situações de configuração retangular (exploração da leitura de linhas por colunas); situações envolvendo o raciocínio combinatório (verificação das possibilidades de combinação de elementos de conjuntos e uso de representações gráficas, como diagramas, registros e desenhos). Além dessas, neste caderno, são explicitadas mais duas situações inclusas no campo multiplicativo: a de divisão por distribuição (divisão típica por distribuição) e situações de divisão envolvendo a formação de grupos (determinação do número de grupos).

Na proposta do PNAIC, chama-se atenção para ideias, como de proporcionalidade entre números em esquemas fazendo relações para mais ou para menos. Outro aspecto discutido na proposta do PNAIC é a conexão entre a multiplicação e a divisão. É dada pela existência da covariação das relações entre as variáveis e a evidência de uma relação fixa. Sendo assim, a determinação de uma constante influência nas demais variáveis, quando essas mudam de valor. Essas discussões sobre proporcionalidade e covariação são importantes, pois estão relacionadas à compreensão do aluno sobre a estruturação do pensamento multiplicativo. Ao perceber aspectos envolvidos na resolução de situações-problema propostos, o aluno tem a oportunidade de superar o pensamento aditivo adquirindo outros conceitos.

Em Nunes *et al.* (2002), há comparações pontuais entre o ensino da multiplicação e da adição. Para a autora, não se trata de uma questão conceitual, mas apenas referente ao cálculo. A autora esclarece que, no pensamento aditivo, há uma relação de partes com o todo, já o raciocínio multiplicativo busca descobrir uma constante entre variáveis, “o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis

(ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si” (Nunes *et al.*, 2002, p. 78).

Na concepção de Nunes *et al.* (2002), o pensamento multiplicativo pode ser desenvolvido não só nos anos posteriores, mas antes disso. A autora realizou estudos com crianças e observou que elas conseguiam desenvolver, em situações práticas, a relação de multiplicação e divisão. A divisão apresenta mais afinidades com a multiplicação, pois também “envolve duas variáveis numa relação constante” (Nunes *et al.*, 2002, p. 83).

Em estudos, Nunes *et al.* (2002) apresentam os esquemas de ação das crianças diante de situações de multiplicação e divisão:

- A correspondência um-a-muitos: trata-se de uma relação entre conjuntos diferentes. Algumas crianças podem recorrer ao método aditivo. Porém, vale frisar que, nessas situações, há uma relação determinada e classificada como constante e invariável, sendo que, a partir dessa relação, podem ser desencadeadas outras, fazendo valer a ideia de proporcionalidade e do fator escalar. Em situações práticas, esses problemas são mais simples de serem solucionados do que quando apresentados com lápis e papel.
- Esquema da distribuição equitativa: lembra a relação das partes na composição do todo, como na adição, entretanto, remete, também, à multiplicação, por considerar duas variáveis em relação constante e a necessidade de uma distribuição equitativa é decisiva.

Ao analisar as similaridades entre a multiplicação e a divisão, percebe-se a existência de uma continuidade e, ao mesmo tempo, uma descontinuidade. Continuidade porque a multiplicação dá um certo prosseguimento em relação ao pensamento aditivo. Quanto à descontinuidade, é explicada pela questão da abrangência e diferenciações do pensamento multiplicativo referente à adição.

Com base em Albuquerque (2016), na multiplicação, são explicadas as seguintes propriedades:

- **Associativa:** quando se tem mais de dois números em uma multiplicação, multiplica-se os números na ordem em que aparecem:

$$a \times b \times c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a \times (b \times c) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(a \times b) \times c = \underline{\hspace{2cm}}$$

- **Comutativa:** a ordem em que são colocados os fatores não altera o produto, como:

$$a \times b = b \times a$$

- **Elemento Neutro:** o número 1 (um) é o único algarismo que, multiplicado por outro de qualquer valor, dá como resultado o mesmo algarismo:

$$a \times 1 = a$$

- **Distributiva:** a multiplicação é distributiva em relação à adição, em que: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

5 PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E LETRAMENTO MATEMÁTICO NO COTIDIANO ESCOLAR NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

5.1 Procedimentos metodológicos

O conhecimento surge das relações do homem com a natureza e dos homens entre si em um interessante processo de investigação e de transformação. Nesse sentido, pretendemos, através deste estudo, analisar as relações desencadeadas em sala de aula, descrevê-las na tentativa de refletir sobre melhores formas geradoras de aprendizagem de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, valorizando, dessa forma,

as pedagogias da pergunta, o incentivo à curiosidade e o desenvolvimento da capacidade de duvidar e perguntar sem precisar desprezar os saberes acumulados e os conteúdos clássicos. A formação de novos pesquisadores torna-se necessariamente mais complexa, já que precisa de novas práticas perante os compromissos históricos de potencializar a sociedade do futuro. (Sanchez gamboa, 2013, p. 153)

Assim entendido, fica explicitada a necessidade de refletir continuamente sobre o processo de ensinar e aprender Matemática no cenário atual, a fim de buscar melhores formas de trabalho, não descartando o que já foi conquistado, mas superando, cada vez mais, o ato de conhecer, refinando, continuamente, o conhecimento.

Com o intuito de analisar a aplicação da metodologia Exploração, Resolução e Proposição de problemas, foram relacionados, a priori, um conjunto de procedimentos a serem aplicados em uma turma do 4º ano de Ensino Fundamental. A abordagem da pesquisa foi qualitativa, pois está relacionada à compreensão metodológica da Exploração, Resolução e Proposição de problemas no âmbito do ensino de Matemática, na busca de reflexões e interpretações do ensino com resolução de problemas na perspectiva do Letramento Matemático. O objeto de estudo é o ensino da multiplicação e divisão nos Anos Iniciais, através da mediação da metodologia, tomando como referência o Letramento Matemático.

A abordagem qualitativa busca construir significados. Dessa forma, a metodologia qualitativa foi selecionada pela necessidade de uma investigação de um fenômeno em uma realidade específica, no intuito de compreender, descrever e discutir sobre o funcionamento desse processo em uma instituição frequentada por alunos oriundos das camadas populares. Diante disso, demonstra-se um caráter subjetivo, pois desencadeia a interpretação de algo que desperta o interesse do pesquisador.

Sendo assim, a pesquisa empregada foi qualitativa e de modalidade pedagógica, pois envolveu o estudo realizado pelo professor-pesquisador em sala de aula. A aplicação da pesquisa pedagógica é importante para que os professores pesquisem e reflitam sobre a prática pedagógica, tornando-se mais críticos sobre as próprias ações em sala de aula, assim como para que possam contribuir com experiências exitosas para comunidade acadêmica, futuros professores e profissionais atuantes.

O campo de estudo foi uma turma de uma escola pública da rede municipal de Campina Grande (PB) que atende alunos da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O plano de atividades foi planejado intencionalmente para uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de potencializar o Letramento Matemático a partir da Exploração, Resolução e Proposição de problemas de multiplicação e divisão. Com isso, articulamos a metodologia às formas de comunicação matemática.

Inicialmente, o estudo buscou uma aproximação com a escola e os alunos da turma, apresentando a proposta à direção da escola e à professora da turma. Em seguida, foi preciso verificar os saberes dos alunos sobre multiplicação e divisão. Para isso, foi utilizado como instrumento de pesquisa uma atividade diagnóstica. Após a tomada dos primeiros dados, aconteceram ações direcionadas à metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas contempladas pelo Letramento Matemático com a abordagem do conceito desenvolvido de multiplicação e divisão.

Com base nisso, realizamos um trabalho voltado ao trato da linguagem materna relacionando a abordagem da linguagem matemática na resolução de problemas. O ensino da multiplicação, através da Resolução de Problemas, é um elemento que favorece a aprendizagem. Entendemos que existem, em um único problema, vários outros conceitos envolvidos e não necessariamente um conteúdo. Outro ponto é que há diferentes tipos de problemas que nem sempre carregam o mesmo significado.

Após a coleta dos primeiros dados, fizemos o levantamento das informações para verificar os conhecimentos que os alunos mobilizam na resolução de problemas de multiplicação, quais as estratégias são utilizadas e identificar possíveis dificuldades encontradas.

Em seguida, o estudo partiu para a aplicação de outro instrumento de pesquisa, que correspondeu aos Planos de Atividades. Os planos são compostos por um conjunto organizado de situações-problema devidamente contextualizadas com as histórias lidas pela pesquisadora. O intuito desse plano é dar sentido à construção do pensamento matemático, tomando como referência as histórias infantis.

Foram abordadas leituras de histórias da Literatura Infantil da própria vivência das crianças. Após isso, foram realizadas as discussões sobre as relações sociais desencadeadas nessas narrativas com a finalidade de atrair a atenção dos alunos para que se possa acionar um olhar crítico sobre problemas da realidade. Em seguida, a partir das histórias, construímos um fazer matemático através da resolução e proposição de problemas, aguçando a criatividade e a curiosidade. Assim, o texto foi inserido como objeto de referência e de produção de sentido para práticas de leitura, criticidade, resolução e proposição de problemas.

Na aplicação dos Planos de Atividades, foram realizadas observações, gravações das aulas, anotações de aspectos observados, como falas, atitudes e comportamentos. Diante dessas informações, foi realizada uma análise minuciosa das observações das ocorrências na turma, apontamentos, ideias, dúvidas, estratégias de resolução e considerações dos alunos nos momentos vivenciados no desenvolvimento da proposta da pesquisa.

Os conhecimentos prévios dos alunos e Planos de Atividades

O instrumento aplicado para identificar os conhecimentos prévios na turma de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental foi uma atividade diagnóstica composta de 5 (cinco) situações-problema que articulavam assuntos diversos e exigiam diferentes raciocínios da multiplicação e divisão. Em seguida, foram aplicados os Planos de Atividades propostos no material.

Diagnóstico do aluno (a)

Objetivos:

- Compreender problemas lidos pela professora;
- Utilizar estratégias próprias para resolver as situações-problema propostas.

Atividade Diagnóstica

- 1) Lara foi ao mercado e comprou 2 caixas de chocolate. Cada caixa de chocolate custou 9 reais. Quantos reais Lara gastou ao todo?

2) João comprou uma bandeja com ovos. Como a caixa estava fechada, ele observou que havia 2 linhas e 6 colunas de ovos. Quantos ovos havia ao todo na bandeja que João comprou?

3) Pedro ganhou da mãe um álbum de figuras de jogadores. Ele comprou 20 figuras e dividiu entre ele e mais 3 amigos. Ao distribuir as figuras, quantas figuras cada um deverá receber?

4) No painel promocional de uma lanchonete, há diferentes sabores de sorvetes e de coberturas disponíveis para o dia, que podem ser combinados à gosto do cliente. Quantas combinações possíveis posso fazer entre um sabor de sorvete e um sabor de cobertura disponível?

Sabores	
Opções de Sorvetes	Opções de coberturas
 Sorvete de creme	 Chocolate
 Sorvete de morango	 Caramelo
	 Leite condensado

Plano de Atividades 1

Gênero: Conto

Tema: Chapeuzinho Vermelho

Objetivos:

- Construir significados sobre a multiplicação e divisão, por meio da resolução de problemas, a partir do contexto da contação de histórias;
- Propor situações-problema a partir de outras trabalhadas, propondo novos dados e informações;
- Ler textos instrucionais e identificar aspectos como dados, instruções e informações explícitas para resolver situações-problema;
- Resolver situações-problema que englobam as ideias de multiplicação e divisão, fazendo os próprios registros; justificando os procedimentos aplicados; levantando hipóteses; desenvolvendo estratégias diversas; e socializando os resultados com o grupo.

1º Momento

- **Roda de conversa sobre aspectos sociais da narrativa:** levantamento de pontos importantes da história, características textuais e discussão sobre aspectos sociais envolvidos.

Situações-problema

- 1) A vovó de Chapeuzinho Vermelho comprou 3 pacotes de brigadeiros. Em cada pacote havia 5 brigadeiros. Chapeuzinho Vermelho comprou 5 pacotes, cada qual com 3 brigadeiros. Quem comprou mais brigadeiros?

--

- Explique como você resolveu o problema:

- 2) Cada vez que a mãe de Chapeuzinho prepara um Bolo de Banana, ela gasta 6 bananas. Se ela preparar 1 bolo por semana, quantas bananas ela precisará em um mês?

--

- 3) Leia a receita abaixo:

PÃO DE MILHO
INGREDIENTES:
4 OVOS
2 XÍCARAS DE AÇÚCAR
2 XÍCARAS DE FARINHA DE TRIGO
1 XÍCARA DE FARINHA DE MILHO
3 COLHERES (DE SOPA) DE MARGARINA
1 XÍCARA DE LEITE
1 COLHER (DE CHÁ) DE FERMENTO EM PÓ
MODO DE PREPARO:
<p>INICIALMENTE, SEPRE TODOS OS INGREDIENTES QUE IRÁ PRECISAR. COMECE BATENDO AS CLARAS EM NEVE E JUNTE O AÇÚCAR DELICADAMENTE. ACRESCENTE, AOS POUCOS, OS DEMAIS INGREDIENTES E CONTINUE BATENDO. POR ÚLTIMO, PONHA O FERMENTO EM PÓ. PRÉ-AQUEÇA O FORNO, UNTE UMA FORMA E DESPEJE TODA A MASSA. DEIXE ASSAR POR 30 MINUTOS.</p>

a) Essa é a receita de Pão de milho. Digamos que a vovó fará um chá para as amigas na casa dela, durante a tarde. Ela precisará fazer três pães grandes. Ajude a vovó a reescrever a quantidade dos ingredientes da receita.

- Explique como você resolveu essa situação:

2º Momento

Situações-problema

1) A Chapeuzinho Vermelho organizou as meias da vovó no guarda-roupa. Para a vovó não se confundir e trocar as cores ao colocá-las, ela pegou os pares de meias e organizou cada par em caixinhas diferentes. As caixinhas ficaram dispostas na gaveta, em que era possível visualizar da seguinte maneira:

- 3 fileiras horizontais;
- 4 fileiras verticais.

a) Represente a(s) maneira(s) que você pode fazer para descobrir o total de caixinhas:

b) Como faço para descobrir o número total de pares de meias da vovó?

c) Qual é o número total de pares de meias da vovó?

d) Qual é o número total de caixinhas utilizadas pela Chapeuzinho Vermelho?

2) Chapeuzinho Vermelho adora a capinha vermelha e sempre usa combinando com todos os vestidos que a vovó costura. Já a vovó usa toucas e pijamas coloridos. Observe como a vovó pode combinar essas peças:

Toucas	Pijamas
<ul style="list-style-type: none"> • 1 touca azul; • 1 touca amarela; • 1 touca vermelha. 	<ul style="list-style-type: none"> • 1 pijama de bolinhas; • 1 pijama de listras; • 1 pijama xadrez.

a) Quais as combinações entre toucas – uma azul, uma amarela e uma vermelha – e pijamas – um com bolinhas, um com listras e um xadrez – são possíveis a vovó realizar?

--

- 3) Com base nas discussões realizadas, escreva um bilhete para sua Professora Pesquisadora contando o que você observou no estudo da multiplicação e divisão.

3º Momento

Situações-problema

- 1) Chapeuzinho Vermelho viu 2 árvores cheias de borboletas. A menina apreciou as borboletas e verificou que, em cada árvore, havia 8 delas. Determine o total de borboletas das árvores.

--

- 2) Use sua criatividade e proponha um novo problema a partir do lido na questão 1.

--

3) Com base na história lida, proponha uma situação-problema que corresponda a:

$2 \times 3 = \underline{\quad}$

4) Um lobo tem 4 patas, 20 patas correspondem a quantos lobos?

--

Plano de atividades 2

Gênero: Conto

Tema: Branca de Neve

Objetivos:

- Compreender diferentes ideias e significados de multiplicação e divisão (configuração retangular, proporção e combinação), em situações contextualizadas;
- Propor situações-problema a partir de outras trabalhadas, propondo novos dados e informações;
- Resolver situações-problema que englobam as ideias de multiplicação e divisão, fazendo os próprios registros e justificando os procedimentos aplicados;

- Identificar informações na leitura de gráficos e tabelas, observando dados relevantes para a resolução de problemas.

1º momento

- **Roda de conversa sobre aspectos sociais da narrativa:** levantamento de pontos importantes da história, características textuais e discussão sobre aspectos sociais envolvidos.

Situações-problema

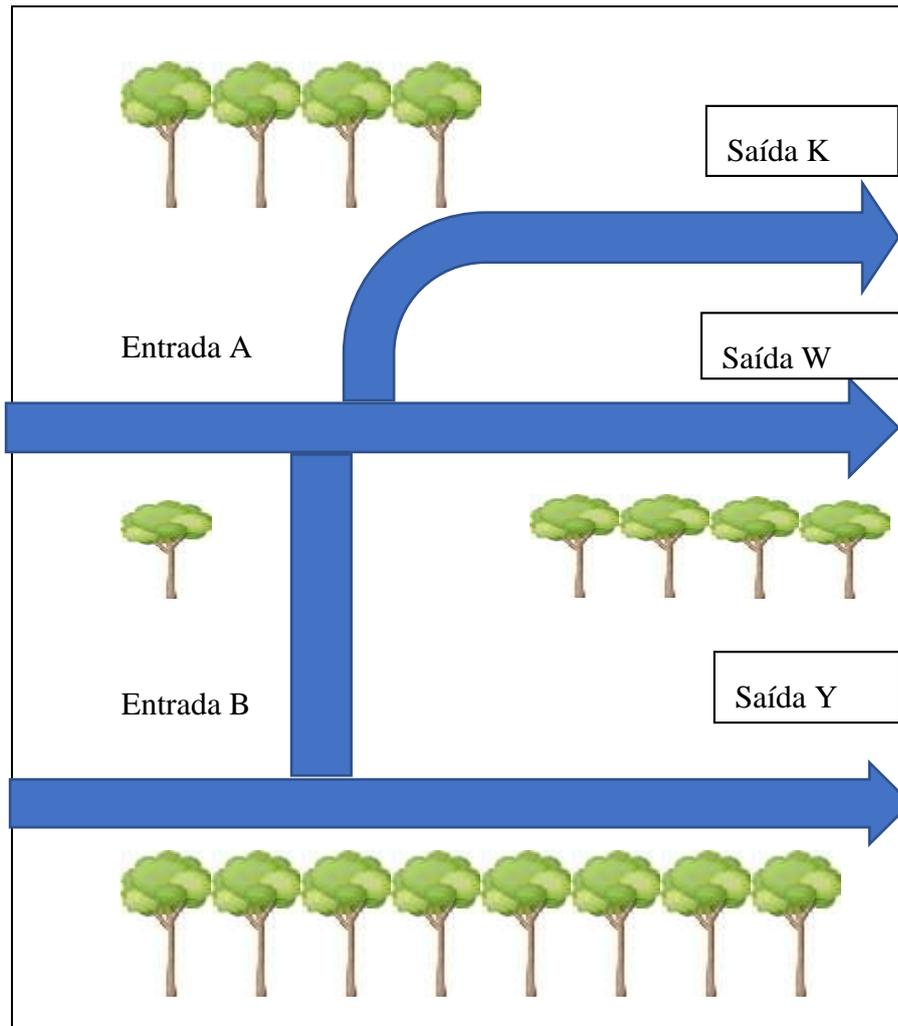
1) Os anões foram vender as maçãs no mercado. Se 1kg (quilograma) de maçãs custa R\$ 7,50, quantos reais custam 3kg de maçãs?

2) Os anões colheram, no pomar, 30 maçãs para vender no mercado. Na cidade, as maçãs foram distribuídas em bandejas para a venda, o vendedor verificou que, em cada bandeja, caberia 4 maçãs.

a) Quantas bandejas serão necessárias para empacotar todas as maçãs?

- O que você verificou nessa situação-problema?

2) Um dos anões, o Dengoso, falou que é muito fácil se perder na floresta. É preciso saber entrar e sair dela. Há apenas dois caminhos abertos para entrar na floresta, **caminho A** e **caminho B** e apenas três saídas abertas: **saída K**, **saída W** e **saída Y**. Observe a imagem:



- a) Quantos e quais percursos de entradas e saídas podem ser realizados para não se perder na floresta?

2º momento

Situações-problema

1) A Branca de Neve teve que organizar um saco de maçãs em caixotes de madeira. Ela organizou as maçãs de modo que não fossem esmagadas, colocando em camadas sobrepostas e separadas por uma folha de papelão. Assim, ela começou colocando 4 filas de maçãs distribuídas na lateral (esquerda para direita) do caixote e 8 filas de maçãs organizadas na parte superior (de cima para baixo) do mesmo caixote.

a) Ao término da primeira camada, quantas maçãs, no total, ficaram postas?

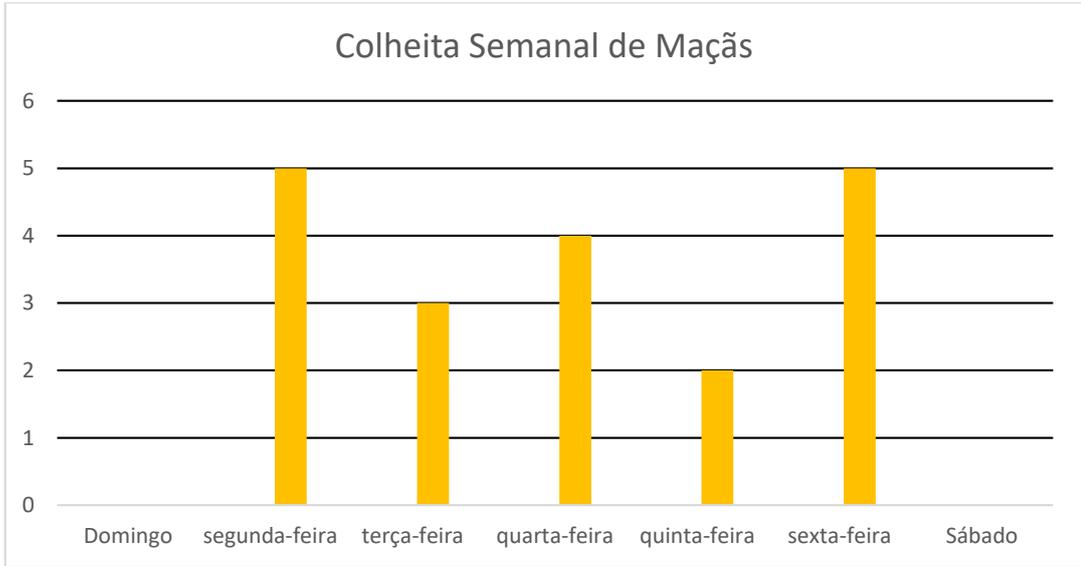
b) Em cada caixote de maçãs couberam 4 camadas organizadas igualmente. Quantas maçãs ficaram em cada caixote?

c) Quantas maçãs caberiam em 3 caixotes?

3º momento

Situações-problema

1) Leia, atentamente, o gráfico com as informações sobre a colheita de maçãs de cada anãozinho, durante a semana:



a) Sabendo que a colheita de maçãs foi igual para todos nessa semana, determine a colheita total de maçãs realizada pelos 7 anõezinhos, nesse período.

2) Numa cesta, há 18 maçãs para serem distribuídas igualmente entre 6 bruxas. Quantas maçãs cada bruxa deverá receber?

3) Use sua criatividade e proponha um novo problema a partir do lido no número 2.

- 4) Com base nas discussões realizadas, escreva um bilhete para Professora Pesquisadora contando o que você observou no estudo da multiplicação e divisão.

Plano de atividades 3

Gênero: Conto

Tema: Os três porquinhos

Objetivos:

- Utilizar estratégias próprias para resolver problemas propostos, como: cálculos mentais, desenhos e registros escritos;
- Propor situações-problema a partir de outras trabalhadas, propondo novos dados e informações;
- Escrever textos de outros gêneros, descrevendo argumentos para resolver problemas;
- Compreender e utilizar as ideias multiplicativas ao resolver problemas.

1º Momento

- **Roda de conversa sobre aspectos sociais da narrativa:** levantamento de pontos importantes da história, características textuais e discussão sobre aspectos sociais envolvidos.

Situações-problema

1) O porquinho mais novo pesa 32 kg, o porquinho do meio pesa duas vezes esse peso e o porquinho mais velho pesa três vezes a quantidade de massa do porquinho mais novo.

a) Qual é o peso do porquinho do meio?

--

b) Qual é o peso do porquinho mais velho?

--

2) O porquinho da casa de tijolos, ao revestir a parede da cozinha com azulejos, já colocou, até o momento, 8 fileiras de azulejos horizontais e 5 fileiras de azulejos posicionados verticalmente. Quantos azulejos o porquinho colocou ao todo na parede da cozinha?

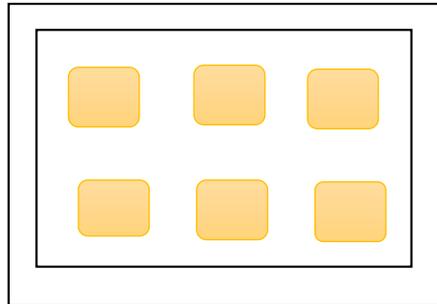
--

3) Proponha um novo problema a partir do anterior colocando novas informações, modificando ou acrescentando dados. Use a sua criatividade.

2º Momento

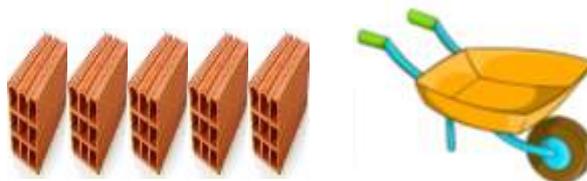
Situações-problema

- 1) Observe a janela que o porquinho pretende colocar na casa dele. Para fazer o serviço, pretende saber quantos vidros serão necessários para pôr em 8 janelas iguais. Qual é a quantidade de vidros que o porquinho precisará para pôr em todas as janelas?

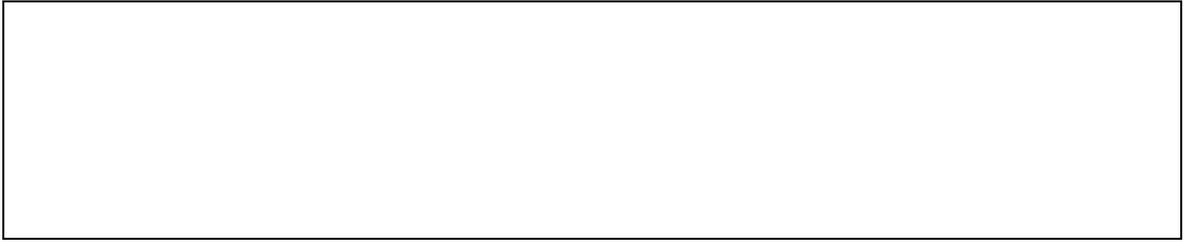


--

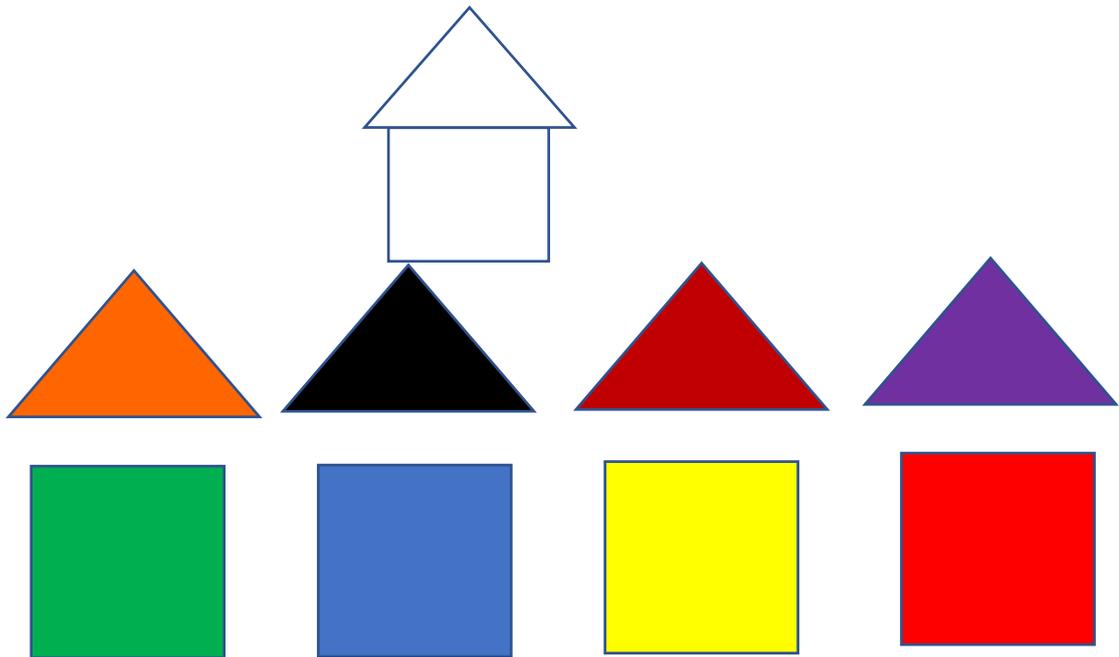
- 2) Para se proteger de qualquer perigo, a decisão dos porquinhos foi cada um possuir a própria casa feita de tijolos. Sendo assim, cada porquinho precisou carregar os tijolos necessários para a construção da casa utilizando uma carroça de mão. Em cada percurso de ida e volta do armazém, o porquinho conseguia carregar apenas 5 tijolos.



- a) Em cada percurso dado pelo porquinho, ele levava a quantidade de 5 tijolos na carroça. Em qual percurso completou 45 tijolos?



- 3) Observe as figuras abaixo. Quando combinadas, elas podem formar a imagem de uma casa.
Quantas casas podemos formar com figuras de cores diferentes.



3º momento

Situações-problema

- 1) Um saco grande de cimento pesa 50kg. O porquinho resolveu distribuir todo o cimento em sacos menores contendo 5kg cada um. Quantos sacos de 5kg ele formou ao todo?

--

- O que você verificou nessa situação-problema?

- 2) O porquinho comprou outro saco de cimento de 50kg. Como os sacos de 5kg acabaram, ele resolveu distribuir todo o cimento nos saquinhos menores contendo 2kg cada um. Quantos sacos de 2kg ele fez ao todo?

--

- 3) Proponha uma situação-problema correspondente a:

$10 : 2 = \underline{\quad}$

- 4) Com base nas discussões realizadas, escreva um bilhete para Professora Pesquisadora contando o que você observou no estudo da multiplicação e divisão.

- **Roda de conversa sobre aspectos sociais da narrativa:** levantamento de pontos importantes da história, características textuais e discussão sobre aspectos sociais envolvidos.

Situações-problema

1) A partir da história, proponha situações problemas com base nas operações abaixo:

a) $4 \times 5 = 20$

b) $3 \times 3 = 9$

2) Se um vendedor de leite na feira já faturou até o momento 24 reais vendendo 6 garrafas de leite, quanto custou cada garrafa de leite?

- Explique como você resolveu o problema:

- 3) A menina observa, na grama, 5 galinhas passeando, cada qual com 1 dúzia de pintinhos. Quantos pintinhos tem ao todo passeando na grama?

--

2º momento

Situações-problema

- 1) Supondo que o litro de leite custa R\$ 4,10 e que a caixa de ovos custa três vezes essa quantidade em dinheiro, quanto custa a caixa de ovos?

--

- 2) Duas galinhas custam 53 reais. A menina comprou 5 galinhas. Quantos reais a menina pagou por todas as galinhas?

--

3º momento

Situações-problema

- 1) Suponha que 14 leitões custem 28 reais cada um. Qual seria o valor de todos eles?

--

- 2) Com base na história “A menina do leite”, proponha uma situação-problema para a sentença a seguir:

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = 150$$

- 3) Com base nas discussões realizadas e experiências, escreva um e-mail para Professora Pesquisadora, descrevendo suas compreensões no estudo da multiplicação e divisão.

Para	Cc Cco
Assunto	



5.2 Análise de dados

5.2.1 Encontro 1: Aplicação do Diagnóstico Inicial

Ao escolhermos a escola, consultamos a direção escolar sobre a possibilidade de realizar a pesquisa. Nesse momento, foi comunicado que seria possível através do encaminhamento da Secretaria de Educação do Município de Campina Grande. Após resolvidas estas questões, voltamos à instituição para a aplicação da pesquisa de campo. A turma selecionada foi o 4º ano, composta por 31 alunos, os quais identificamos por siglas desde A1 até A31, e as professoras PP (Professora Pesquisadora) e PR (Professora Regente). As aulas foram gravadas para a posterior análise das informações.

Nas primeiras conversações com a equipe pedagógica, foi relatado que os alunos, devido às circunstâncias enfrentadas durante a Pandemia do Covid-19, estavam com muitas dificuldades de leitura e escrita e que ainda não dominavam a multiplicação e divisão, motivo insuficiente para desistirmos do grupo, pois:

[...], observamos que parece haver um acordo que um problema é uma situação na qual um indivíduo ou grupo de indivíduos é chamado a solicitar uma tarefa, mas que o mesmo não tem uma resposta nem um procedimento disponível de imediato para determinar a resolução e encontrar a solução. (Andrade, 2017, p. 363)

Informamos que iríamos trabalhar a metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas juntamente com o Letramento Matemático para observar dificuldades, como eles iriam responder ao procedimento e desenvolver o pensamento matemático.

No primeiro dia que entramos em sala para iniciarmos a parte prática, questionamos os alunos sobre o que era multiplicação e divisão com a intenção de explorar os conhecimentos prévios. Eles reagiram de maneira apreensiva como se não tivessem visto de maneira aprofundada o assunto. Explicamos que todos eram capazes de aprender Matemática; esclarecemos os objetivos da atividade, aplicando a atividade diagnóstica; lemos todas as questões; e fizemos questionamentos iniciais (Já ouviu um problema semelhante? Qual é a situação inicial? Qual é a situação final?).

Os problemas da atividade diagnóstica abordavam diversos temas e tratavam de conhecimentos de multiplicação e divisão. No dia de aplicação, estavam presentes 20 alunos na sala de aula. Percebemos que alguns alunos tinham dificuldades de leitura e escrita. O fato de fazer a leitura oral para eles auxiliou bastante durante a resolução dos problemas. Outra dificuldade observada foi na escrita, na qual alguns apresentavam problemas em reproduzir o próprio nome. Em alguns momentos, a PR da sala de aula chamava a atenção para os alunos e alunas que tinham dificuldade em leitura, a quem a PP dirigiu-se e leu novamente o problema.

Nas questões, a turma apresentou o seguinte resultado:

Quadro 3 – Quadro quantitativo sobre a Atividade Diagnóstica (a)

Questões	Resultados corretos	Resultados incorretos	Em branco
1	19	1	-
2	11	9	-
3	18	1	1
4	0	20	-

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Quadro 4 - Quadro quantitativo sobre a Atividade Diagnóstica (b)

Questões	Resultados com procedimentos de resolução esperados	Resultados com apenas a resposta final	Resultados com procedimentos esperados, mas incorretos	Em branco
1	4	16	-	-
2	5	7	8	-
3	2	17	-	1
4	2	-	18	-

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

No primeiro problema, embora os alunos tivessem acertado o resultado final, não havia a apresentação do processo de resolução do problema. Na questão, a maioria não desenvolveu o processo de resolução, colocando apenas a resposta final. Embora, a maioria tenha acertado, pelo cálculo mental e registro da resposta, isso chamou atenção para incentivar a elaboração de estratégias ao promover processos heurísticos na resolução de situações problemas.

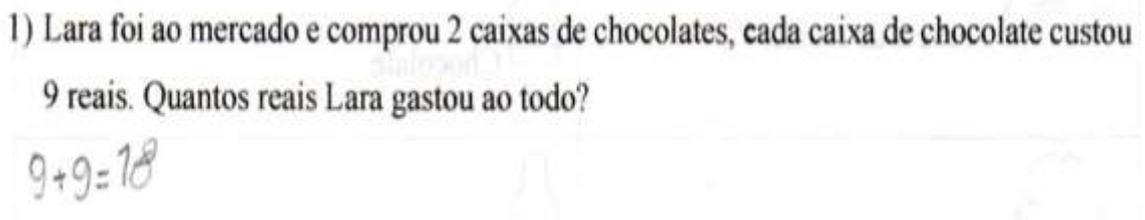
Figura 1 – Resolução de Problema da aluna A20

1) Lara foi ao mercado e comprou 2 caixas de chocolates, cada caixa de chocolate custou 9 reais. Quantos reais Lara gastou ao todo? 18 Reais

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Após alguns questionamentos a respeito do processo de resolução, foi possível observar que quatro alunos apresentaram a resolução do problema de multiplicação, recorrendo a soma de parcelas iguais. Conforme Moretti e Souza (2015), a adição de números iguais é mais recorrente em sala de aula.

Figura 2 - Resolução de Problema da aluna A12

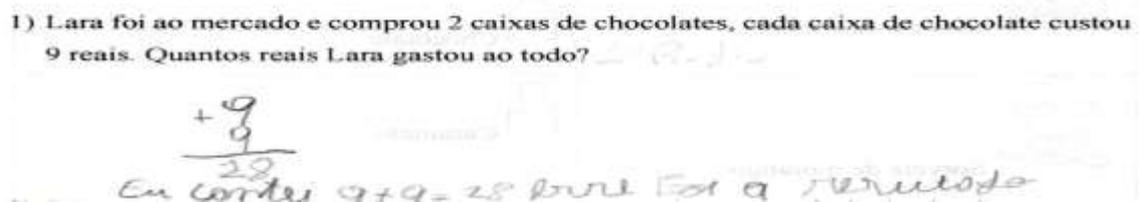


Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Com base nisso, é perceptível que a aluna não utilizou a multiplicação e recorreu à adição de números iguais, o que demonstra a necessidade de mais aprofundamentos em relação a multiplicação e divisão. Segundo Nunes (2001), no raciocínio aditivo há a relação da soma das partes para a formação do todo. Logo, para saber o todo são somadas as partes, ao determinar uma parte é necessário subtrair do todo a outra parte, “por essa razão, diz-se que o invariante conceitual do raciocínio aditivo é a relação parte-todo” (Nunes, 2001, p.78). Isso, demonstra a necessidade de abordar a Resolução de Problemas, explorando o conceito de multiplicação e divisão em diferentes níveis.

A aluna, a seguir, utilizou a soma de números iguais e colocou a explicação logo em seguida. Embora a criança não tenha explicado oralmente o que havia pensado, com as discussões e a escrita dela, foi possível observar que os alunos podem desenvolver processos leitura e escrita em Matemática.

Figura 3 - Resolução de Problema da aluna A18



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

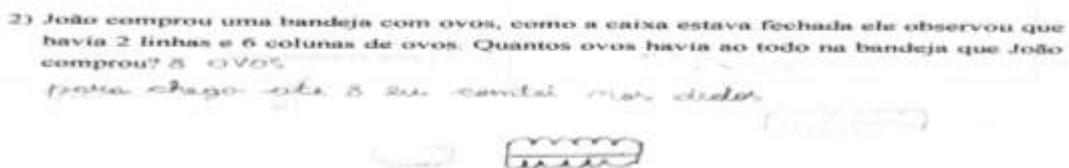
Nas respostas anteriores, a adição auxiliou na resolução do problema. O próximo problema envolveu a organização retangular. Convidamos os alunos à leitura coletiva da

situação-problema. A princípio, entre os alunos presentes no dia, alguns apresentaram procedimentos de resolução esperados e seguiram pelo plano do desenho da caixa de ovos. Verificamos que alguns desses alunos acertaram. Nenhum aluno colocou o cálculo de adição de números iguais; outros recorreram à soma de linhas mais colunas, o que ficou incorreto. Com base nesse dado, é possível interpretar que, nos Anos Iniciais, a adição em algumas situações atende às ideias da multiplicação, já em outros problemas os alunos necessitam aprofundar o entendimento dos fatos.

Conforme Nunes (2001, p.78), “em contraste, o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si”. Isso afirma que há uma relação de troca entre os números, o que estabelece uma constante, isso difere da adição em que os números estabelecem uma relação em que um complementa o outro na composição do todo.

O problema de disposição retangular refere-se à organização de elementos a serem contados em linhas e colunas. Neste, os alunos demonstraram dificuldades para compreender o texto do enunciado. Primeiramente, incentivamos a leitura para a compreensão da situação com a leitura da Professora Pesquisadora, da turma e leituras individuais. Após isso, observamos que os alunos não conseguiam entender a organização de linhas e colunas referente à caixa de ovos.

Figura 4 - Resolução de Problema da aluna A20



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022

A aluna não conseguiu compreender a organização em linhas e colunas da caixa de ovos e chegar a estabelecer a relação multiplicativa entre as mesmas. Mesmo fazendo um desenho que lembrasse a própria caixa de ovos não conseguiu determinar a solução almejada. A aluna recorreu à soma da quantidade de linhas mais o número de colunas.

No terceiro problema, a leitura foi realizada em voz alta pela PP e remetia à ideia de divisão por partição. Após a leitura, alguns alunos responderam instantaneamente o resultado. Continuamos solicitando que os alunos não só colocassem e dissessem a resposta final, mas que demonstrassem a forma como pensaram matematicamente a resolução do problema. O

intuito era entender e aprofundar o estudo da expressão do aluno. Assim, dois alunos reproduziram as estratégias em desenhos.

Figura 5 - Resolução de Problema da aluna A12

3) Pedro ganhou da mãe um álbum de figuras de jogadores, ele comprou 20 figuras e dividiu entre ele e mais 3 amigos. Ao distribuir as figuras, quantas figuras cada um deverá receber?



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022

A aluna A12 distribuiu igualmente as figuras, o que remete à distribuição equitativa dos elementos e também registrou os numerais correspondentes às quantidades que cada amigo deveria receber. Ela conseguiu compreender os dados, construir e executar um plano de resolução que resulta no registro de quatro numerais, a saber, 5.

O último problema foi relacionado ao raciocínio combinatório. Eram dois conjuntos distintos, cujos elementos deveriam ser combinados. Explanamos que a combinação seria um a um entre os sabores. O procedimento foi o mesmo que os outros com a leitura inicial realizada pela PP. A situação gerou muitas discussões, pois os alunos pareciam que tinham muitas dúvidas em problemas de combinações. Outro aspecto observado foram alguns alunos que não conseguiam ler a tabela e apresentavam apenas inferências sobre a leitura do texto.

Figura 6 – Resolução de Problema da aluna A20

Sabores	
Opções de Sorvetes	Opções de coberturas
 Sorvete de creme	 Chocolate
 Sorvete de morango	 Caramelo
	 Leite condensado

~~Sorvete de morango com cobertura de chocolate~~
~~Sorvete de creme com cobertura de caramelo~~
~~Sorvete de morango com cobertura de leite condensado~~
~~Sorvete de creme com cobertura de chocolate, caramelo e leite condensado~~

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A aluna utilizou o registro de combinações de sorvetes e coberturas. No entanto, não redigiu todas as combinações possíveis, nem estabeleceu a quantidade correta. A ideia de raciocínio combinatório relaciona-se com o pensamento multiplicativo, através da verificação das possibilidades de combinação de elementos de conjuntos diferentes a multiplicação também acontece.

Ao final desse encontro, refletimos sobre a necessidade de se fazer pensar matematicamente; elaborar diferentes estratégias de resolução de problemas; e vivenciar explorações matemáticas. Percebemos que era preciso levar as crianças a “interagirem com os diferentes significados das operações, levando-as a reconhecer que um mesmo problema pode ser resolvido por diferentes operações, assim como, uma mesma operação pode estar associada a diferentes problemas” (Pcn, 1997, p.73). Além disso, notamos que nos Anos Iniciais do

Ensino Fundamental, a leitura é um processo que faz parte do ensino e aprendizagem com Resolução de Problemas e a escrita fornece significados sobre a compreensão do aluno.

5.2.2 Encontro 2: Correção do Diagnóstico Inicial

No dia seguinte, partimos para a correção da atividade diagnóstica. Nesse momento, atuamos nas estratégias de resolução apresentadas pelos alunos, devido a uma parte significativa da turma que colocou apenas a resposta final. Selecionamos alguns alunos para colocarem no quadro branco o plano que utilizaram para resolver o problema.

Nessa ideia aqui de problema não estamos interessados, em primeira instância, que o aluno resolva a tarefa ou a questão proposta, mas que a situação ou tarefa proposta possa desencadear no aluno a realização de algum trabalho efetivo, que num processo de reflexão e síntese, com mediação-refutação do professor e/ou dos próprios alunos, possa se chegar à resolução e solução da tarefa proposta e ir inclusive além dela. (Andrade, 2017, p.365)

A primeira questão dezenove alunos acertaram e um errou, apesar de que apenas quatro colocaram os procedimentos esperados e dezesseis registraram apenas a resposta final. Ao ler a primeira situação: 1) Lara foi ao mercado e comprou 2 caixas de chocolates. Cada caixa de chocolate custou 9 reais. Quantos reais Lara gastou ao todo? Alguns alunos começaram a verbalizar:

A16: Posso falar? [...]

A17: Dezoito reais.

A16: Eu fiz as contas.

PP: Fizesse como?

A16: contei nos dedos.

PP: Pronto, ele contou nos dedos. Alguém fez de outra forma sem ser nos dedos?

A19: Fiz os bonequinhos. [...]

PP: A18 fez como?

A18: Naquele dia, eu contei nove mais nove e nos dedos também. [...]

A23: Eu fiz a continha dos tracinhos.

A18: Eu fiz a continha.

Começamos a enfatizar as estratégias de resolução dos alunos para que eles atentarem para a elaboração de planos de resolução de problemas. Solicitamos que alguns alunos explicassem o que fizeram:

PP: Aqui o que você escreveu?

A17: Eu contei nove mais nove dezoito. Esse foi o meu resultado.

Nesse estudo, buscou-se trabalhar a Exploração e Resolução de Problemas e valorizar a leitura e a escrita como formas de linguagem e de construção de conceitos. Luvison e Grandó (2018) apresentam a resolução de problemas como favorecedora do Letramento Matemático e defendem o ensino de Matemática além da memorização de fórmulas e símbolos. As autoras tomam o protagonismo do aluno na aprendizagem em movimentos de investigação, análise e mobilização de conhecimentos.

Assim, não tem como separar a língua materna e a linguagem matemática, pois estabelecem um conjunto significativo de representação da realidade, em que vão se complementando e interagindo no processo ensino e aprendizagem. Na prática, ler, escrever, interpretar e comunicar estabelecem um movimento para a compreensão e investigação de situações-problema e de conceitos matemáticos.

Na segunda situação, onze alunos acertaram e nove colocaram o resultado incorreto. Entre eles, cinco estabeleceram um procedimento de resolução esperado, enquanto oito colocaram um procedimento com resultado incorreto e sete registraram apenas a resposta final. O problema era o seguinte: 2) João comprou uma bandeja com ovos. Como a caixa estava fechada, ele observou que havia 2 linhas e 6 colunas de ovos. Quantos ovos havia ao todo na bandeja que João comprou? O aluno A16 falou:

A16: doze.

PP: Como você pensou? Você imaginou o quê?

A16: Uma coluna de ovos 6 mais 6 (gesticulando com as mãos).

Observamos que o aluno, na fala, trocou a quantidade de linhas e colunas proposta no problema, com duas linhas e seis colunas. Isso fez observar a importância de permitir que o

aluno oralize o pensamento matemático desenvolvido ao resolver o problema, para que isso seja retificado. O uso da comunicação nas aulas de Matemática lembra-nos Nacarato, Mengali e Passos (2019) que discutem a linguagem oral ou escrita, linguagem matemática e linguagem gestual no processo de “negociação de significados”.

Assim, a primeira característica desse ambiente de aprendizagem é a relação dialógica que se estabelece na sala de aula entre os alunos e entre estes e o professor. É o ambiente de dar a voz e ouvidos aos alunos, analisar o que eles têm a dizer e estabelecer uma comunicação pautada no respeito e no (com) partilhamento de ideias e saberes. (Nacaratto; Mengali; Passos, 2019, p.38)

Na Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, a comunicação por meio da linguagem oral permite que o aluno retorne ao problema, verifique as ideias que utilizou e use a linguagem materna para argumentar os procedimentos matemáticos postos em prática. Assim, certos erros podem imediatamente ser identificados pelo professor. É importante quando Luvison e Grandó (2018) esclarecem que, para que o processo de leitura e escrita tenha significado, é necessária a intervenção do professor como promotor de reflexão.

Diante do movimento Problema – Trabalho – Reflexão e Síntese - Resultado, trabalhamos as reflexões sobre as resoluções propostas pelos alunos com resultados corretos e errados e, em seguida, exploramos as sínteses e resultados das multiplicações.

PP: Vocês entenderam, por que dois vezes nove?

A16: Porque é nove duas vezes.

PP: Não foram duas caixas de chocolate?

A16: Sim.

A18: Vezes nove tem que contar nove duas vezes.

PP: Porque cada uma [...]

A20: Porque cada uma custou nove reais.

PP: Essa (mostrando a resolução). Duas linhas e seis colunas de ovos.
Como seria a multiplicação?

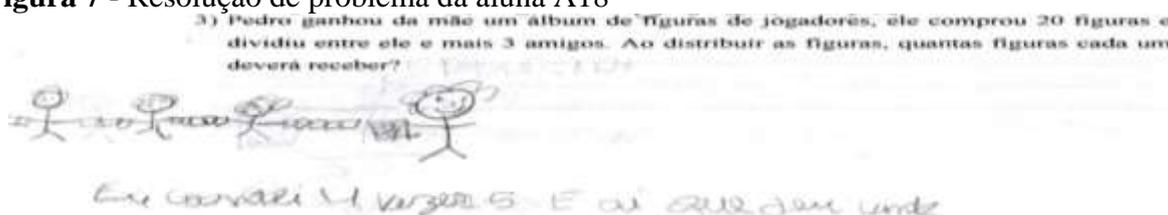
A18: Seis vezes dois.

PP: Quanto é seis vezes dois?

Na situação-problema número 3, dezoito alunos acertaram, um apresentou o resultado incorreto, dois apresentaram resultados com procedimentos de resolução esperados, dezessete

colocaram apenas a resposta final e um deixou em branco. A terceira questão: Pedro ganhou da mãe um álbum de figuras de jogadores. Ele comprou 20 figuras e dividiu entre ele e mais 3 amigos. Ao distribuir as figuras, quantas figuras cada um deverá receber? Depois de realizar os registros no quadro, pedimos aos alunos que explicassem cada resolução.

Figura 7 - Resolução de problema da aluna A18



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

PP: A18, explique por favor como você imaginou.

A18: Como naquele dia a senhora disse que podia fazer com desenho, eu peguei o quatro e fiz cinco figurinhas na mão de cada.

PP: E você escreveu alguma coisa? O que você escreveu?

A18: Eu contei quatro vezes cinco e aí que deu vinte (leitura da aluna).

PP: Você fez as tentativas [...]

Depois, apontamos para a resolução em que só havia o numeral 5. E questionamos novamente:

PP: Quem fez esse?

Todos: A22.

PP: A22, poderia fazer de outra forma?

Todos: Desenhando, contando, com os dedos [...]

Ao concluir, chamamos atenção para a importância do ato da leitura para a compreensão e resolução do problema. Na última questão, referente à ideia de combinação de possibilidades, vinte alunos apresentaram resultados incorretos, apenas dois alunos fizeram todas as combinações por escrito, mas não colocaram o total de combinações final, dezoito não conseguiram construir todas as combinações possíveis. Acreditamos que, pelo desconhecimento de situações desse tipo, alguns colocaram combinações que preferiam e não conseguiram constatar a quantidade de combinações possíveis. Discutimos bastante, como

poderíamos combinar e contar, uma vez que a maioria descreveu graficamente as respostas sem estabelecer a quantidade de possibilidades. Sugerimos buscar outro caminho:

PP: Qual outra forma, a gente poderia resolver?

PP: Quem sabe imaginar outra forma?

Silêncio [...]

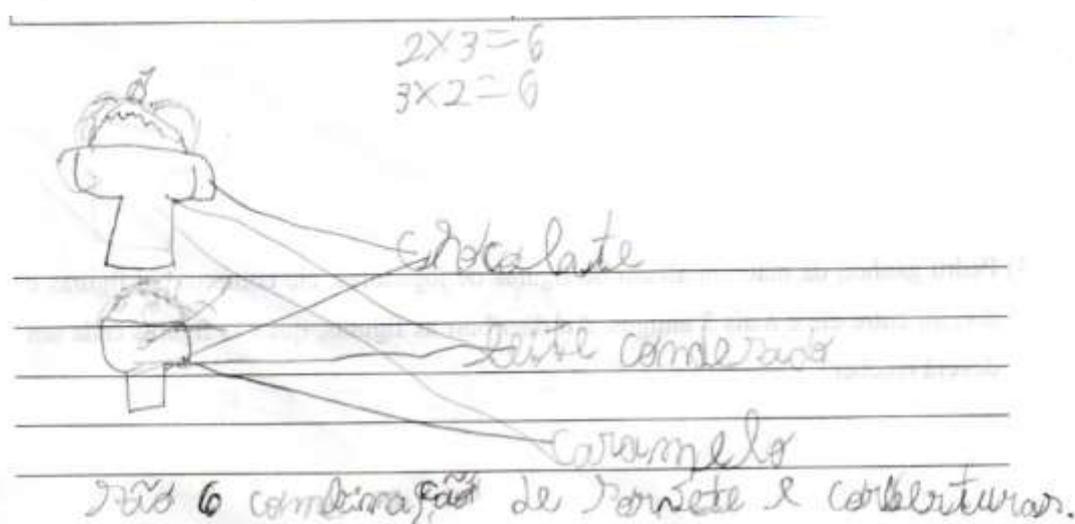
Convidamos ao quadro branco a aluna A17 para representar outro registro. A aluna nos surpreendeu com o desenho de um diagrama.

PP: A17 fez algo diferente aqui. Como você pensou A17?

A17: Eu comecei a desenhar e do lado escrevi os nomes das coberturas, aí eu liguei o sorvete de creme com chocolate, creme com caramelo e creme com leite condensado.

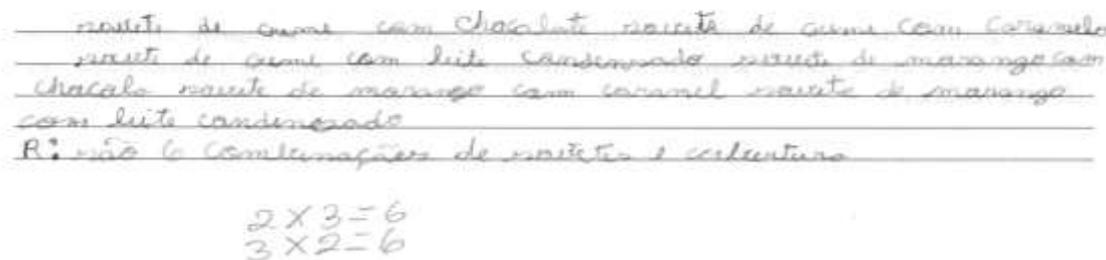
Com isso, vimos que os alunos após as explorações conseguiram elaborar outra estratégia que levasse à resolução do problema: seja através da escrita das combinações possíveis, seja por meio de diagramas, como nas imagens apresentadas por A16 e A17:

Figura 8 – Resolução de Problema do aluno A16



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Figura 9– Resolução de Problema da aluna A16



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Levando em consideração que a maioria da turma apresentou resoluções incorretas, é possível sugerir mais explorações durante a resolução de problemas desse tipo para levar os alunos à compreensão e representação do problema. Na Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, acionamos duas ferramentas: a codificação e a decodificação. Segundo Andrade (2017, p.369):

Codificar um problema é representá-lo em uma outra forma, outro código, outra linguagem, numa forma mais curta, mais simplificada e mais conveniente. A codificação refere-se também a todo trabalho de síntese que é desenvolvido em torno de um problema. Vale ressaltar que o próprio problema dado já se constitui num código.

Já a decodificação.

Decodificar um problema é procurar o seu significado, é procurar entendê-lo, é decifrar a mensagem que ele expressa e, sobretudo, é também fazer uma análise crítica dessa mensagem. Neste trabalho, a decodificação refere-se, principalmente, a toda análise crítica que se faz sobre um problema, sua resolução ou sobre cada trabalho feito. (Andrade, 2017, p. 369)

Apesar dos alunos apresentarem dificuldades na leitura, escrita e Matemática, as explorações em torno dos problemas contribuíam para a resolução. As leituras dirigidas, as problematizações iniciais, a exploração da situação inicial proposta e da pergunta do problema foram instrumentos importantes para quem ainda não dominava a multiplicação e divisão.

Para Cândido (2001), na Matemática, é interessante que a criança explique o que fez, justifique, fale sobre os procedimentos adotados e sobre a escrita, relatando todas as etapas, pois isso permite que ela modifique conhecimentos prévios construindo novos significados. “Dessa forma, simultaneamente, os alunos refletem sobre os conceitos e os procedimentos envolvidos na atividade proposta, apropriam-se deles, revisam o que não entenderam, ampliam o que compreenderam e, ainda, explicitam suas dúvidas e dificuldades” (Cândido, 2001, p.17).

Assim, quanto mais o aluno tiver oportunidade de verbalizar o conhecimento em situações-problema, mais favorável será a aprendizagem. O ensino da Matemática deve abrir espaço para o diálogo, a troca de ideias, os questionamentos orais direcionados e a produção ativa do aluno oral e escrita.

5.2.3 Encontro 3: Aplicação do Plano de Atividades 1 – 1º Momento

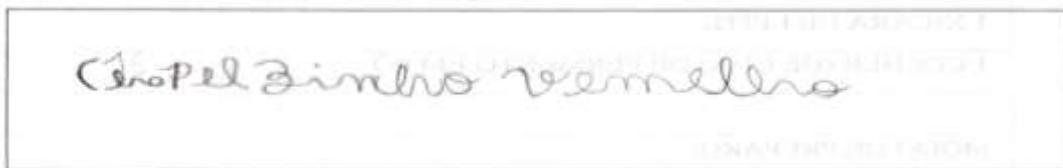
Ao pensarmos em uma proposta de pesquisa que abordasse o cotidiano dos alunos dos Anos Iniciais, que aliasse leitura, escrita e Resolução de problemas, chegou-se à possibilidade de trabalharmos a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas e o Letramento Matemático. Para entrar dentro do universo da criança, de forma que nossas atividades e ações não ficassem soltas no contexto sócio, político e cultural, resolvemos abordar as narrativas da Literatura Infantil.

Nosso intuito, nesse dia, era iniciar o Plano de Atividades elaborado com situações-problema partindo da leitura da história Chapeuzinho Vermelho. Após isso, fomos para a roda de conversa sobre a narrativa. Desse 1º momento, participaram 27 alunos e alunas, foi realizada a contação da história pela PP. Explicamos algumas ideias iniciais sobre o gênero, sequência de acontecimentos, características textuais. Continuamos o diálogo sobre os aspectos sociais envolvidos. Conversamos sobre fatos da narrativa, sobre o que não gostaram na história, o que poderia ser modificado, atitudes dos personagens e a violência relacionada aos idosos.

Essa foi a preparação inicial para criar um ambiente de Resolução de Problemas. Após isso, abordamos o modelo adotado Problema -Trabalho - Reflexões e Sínteses – Resultado (P-T-RS-R). Lemos as situações e formamos duplas de alunos para resolverem juntos. Deixamos a turma fazer as reflexões aluno-aluno, traçando caminhos de resolução e percorremos a sala acompanhando o processo.

Nesse momento, observamos que a primeira questão pareceu complexa, em que os alunos, na maioria das vezes, apenas levavam em conta a quantidade de pacotes, não de brigadeiros, ou vice-versa, e respondiam supondo um nome de uma personagem. Como observamos em: 1) A vovó de Chapeuzinho Vermelho comprou 3 pacotes de brigadeiros, em cada pacote havia 5 brigadeiros. Chapeuzinho Vermelho comprou 5 pacotes, cada qual com 3 brigadeiros. Quem comprou mais brigadeiros?

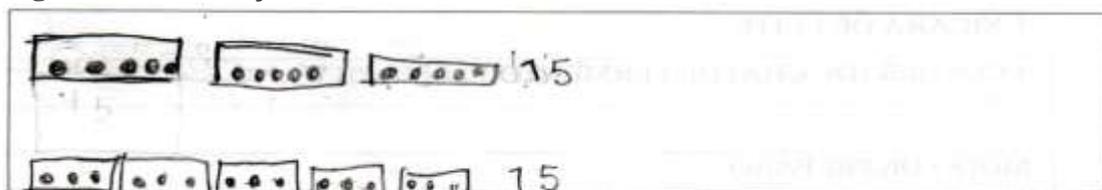
Figura 10 – Resolução de problema da aluna A8



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Vemos que a aluna não estabeleceu um comparativo entre as duas condições dadas sobre cada personagem. Pareceu uma resposta intuitiva, não levando em consideração as quantidades corretamente. A princípio, os procedimentos de resolução pareceram parciais, faltavam informações. Desse modo, fomos problematizando para que eles estabelecessem um plano que chegasse à quantidade de doces da vovó e de doces da Chapeuzinho Vermelho.

Figura 11 - Resolução de Problema do aluno A10



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Conforme questionávamos sobre as respostas, os alunos refletiam sobre outras formas de resolução do problema, como mostra a imagem proposta por A10. O aluno criou uma representação pictórica em que representou os pacotes comprados por cada personagem. Nesse procedimento, percebe-se a demonstração da reflexão que o aluno realizou e apresenta a compreensão da situação-problema.

Portanto, através da comparação da resolução de A8 com a resolução de A10, verifica-se que a escrita apresenta diferenças na elaboração do pensamento matemático. A escrita intuitiva, após as explorações, canalizou a representação pictórica e chegou-se a resultados diferentes das respostas dadas inicialmente.

5.2.4 Encontro 4: Dialogando sobre as Resoluções de Problemas do Plano de Atividades 1 - 1º momento

Nesse encontro, iniciamos com a retomada da história com uma roda de conversa.

PP: Teve alguma coisa na história que você gostou, não concorda?

A8: Sim.

PP: O que foi A8?

A8: O lobo prendeu a vovozinha no armário.

PP: É correto maltratar os idosos?

Todos: Não.

PP: Cometer violência contra os idosos é uma ameaça aos nossos direitos, Direitos Humanos, todos nós devemos zelar pela preservação dos direitos da criança, dos nossos direitos, dos idosos [...]

PP: Alguém poderia sugerir outra ação na história para isso não ter acontecido com a Chapeuzinho, de ser perseguida, de estar correndo perigo? [...]

A25: Era só ela não ter ido pela floresta.

A19: Ela deveria ter obedecido à mãe [...]

A17: A mamãe não poderia ter deixado ela ir sozinha.

PP: Também a mãe dela não poderia ter deixado ela ir sozinha, por quê?

A17: Porque deixar a criança andando sozinha não pode [...]

PP: E quanto à vovó[...] outra ação na história, para não ter acontecido aquilo com a vovó?

A27: Não deveria ter “abrido” (aberto) a porta [...]

A1: Deveria ter “pego” um cabo e batido no lobo.

PP: E vai resolver violência com violência? [...] Quando a pessoa está correndo perigo, ela deve acionar quem?

Todos: A polícia [...]

A roda de conversa sobre a história serviu para discutirmos alguns aspectos que se apresentam como naturais nos contos tradicionais, mas que, na realidade, não são. Nesse caso, fatos que envolvem a obediência e o conformismo, a culpabilização da vítima, a naturalização da violência às crianças e aos idosos foram pontuados pelos alunos.

Houve a continuação do Plano de Atividades elaborado e o processo de problematização com alguns grupos, questionando o porquê da resposta e como chegaram à conclusão, no que se refere à primeira situação-problema: A vovó de Chapeuzinho Vermelho comprou 3 pacotes de brigadeiros, em cada pacote havia 5 brigadeiros. E Chapeuzinho Vermelho comprou 5 pacotes, cada qual com 3 brigadeiros. Quem comprou mais brigadeiros?

A1: Deu empate, tia.

PP: Deu empate. Empate[...] como assim, A1?

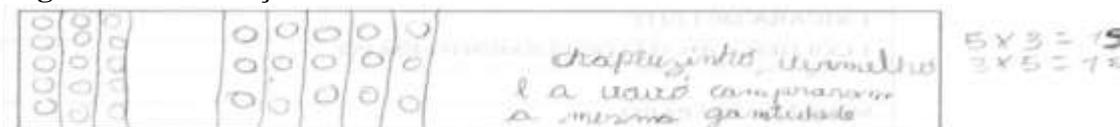
A1: Eu somei (gesticulando com os dedos).

PP: Somou o quê?

A1: Continuou a contagem [...]

Levando em consideração que tiveram alunos que optaram por uma das personagens, sem estabelecer procedimentos esperados, pedimos que a aluna A17 explicasse o caminho percorrido para a resolução do problema e iniciármos as explorações:

Figura 12 - Resolução de Problema da aluna A17



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A17: Eu desenhei pra poder somar pra ver quanto deu, aí deu empate [...]

PP: Isso aqui é o quê (mostrando o desenho)?

A17: Os pacotes de bombons.

PP: Vovó comprou como?

A17: Três pacotes com cinco brigadeiros.

PP: Esse aqui é o quê?

A17: Cinco pacotes com três bombons da Chapeuzinho Vermelho [...]

PP: Dá quantos brigadeiros?

A17: Quinze.

PP: E por que foi Chapeuzinho Vermelho que comprou mais? As quantidades foram iguais ou diferentes? [...]

Todos: Iguais [...]

PP: Por que, gente?

A16: Porque o número é igual.

PP: Vamos melhorar aqui a resposta [...]

Dessa forma, a escrita do aluno foi explorada, conduzindo o pensamento matemático ao questionar o desenho proposto em busca de justificativas. Encontramos outra resolução que oportunizou explorar o problema através da resolução da aluna.

Figura 13- Resolução de Problema da aluna A24

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. On the left side, the equation $5+5+5+5=15$ is written. On the right side, the equation $3+3+3+3+3=15$ is written. The handwriting is somewhat messy and the paper has some faint background text.

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

PP: Está certo ou errado?

A6: Não está errado.

PP: E, se eu quisesse usar uma multiplicação, como é que seria?

A16: Cinco vezes três.

PP: Quanto dá cinco vezes três?

A16: Seis.

A17: Quinze.

PP: E como é que representa a conta da vovó?

A17: Três vezes cinco.

Depois, solicitamos que cada aluno explicasse por escrito como tinha resolvido a questão:

Figura 14 - Escrita da aluna A11

Explique como você resolveu o problema:

The image shows a student's handwritten explanation for a problem. The text is written in a box and is mostly illegible due to blurring and being upside down. It appears to start with "A mesma coisa..." and ends with "...a mesma coisa".

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Observamos que alguns alunos tinham dificuldades para escrever palavras, outros escreviam com erros ortográficos, precisando, assim, de ajuda e mediação em relação à escrita do texto. Isso reafirma a necessidade de se trabalhar a leitura e a escrita em Matemática nos Anos Iniciais, não como conhecimentos isolados, mas, interdependentes e complementares, na interdisciplinaridade. Luvison e Grando (2018) compreendem a escrita como ação que exige uma finalidade: narrar, relatar, argumentar, informar, entre outras, bem como a leitura, que é conduzida pela necessidade do leitor de obter informações e compreender assuntos.

Todos esses aspectos corroboram para o entendimento da leitura e escrita como função social, fazendo parte das atividades de vida real das pessoas, assim como, são instrumentos de interpretação do meio. A leitura e escrita como atos de significação e ressignificação de conceitos não deixam de estar presentes na Matemática.

Vejam, agora, como se deu o desenvolvimento da situação-problema: 2) Cada vez que a mãe de Chapeuzinho prepara um Bolo de Banana, ela gasta 6 bananas. Se ela preparar 1 bolo por semana, quantas bananas ela precisará em um mês?

Os alunos não compreenderam o problema, porque ficaram com muitas dúvidas. Não sabiam quantas semanas tinham em um mês; perguntavam quantos dias tem um mês e quantas semanas. Dessa forma, mostramos o calendário do mês vigente e, assim, questionamos quantas bananas seriam necessárias para fazer os bolos.

PP: Quantas bananas será que ela precisará gastar?

A16: Cento e setenta e um [...]

A20: Trinta e oito.

PP: A17?

A17: Eu desenhei o mês [...] aí eu fiz os números [...] aí eu somei quantas bananas ela gastou no mês.

PP: Somou o quê?

A17: Somei seis mais seis mais seis [...]

PP: Como eu posso saber quantas bananas a mãe de Chapeuzinho gastou?

A18: Contando as cinco semanas [...]

Após mais discussões, exploramos a multiplicação necessária para a resolução:

PP: Como resolvemos? Essa colocou trinta bananas. Será que ela está correta? Como é a multiplicação? Vamos fazer a multiplicação [...]

A16: Pra dá trinta? É 5×6 ?

PP: É cinco vezes seis ou seis vezes cinco?

A16: Os dois muda de lugar só que é a mesma coisa.

A28: É trinta.

PP: A17, como você fez?

A17: Eu desenhei o mês e somei. Deu trinta bananas.

PP: Como você somou?

A17: Seis mais seis mais seis...

PP: A18, como fez?

A18: Eu contei 6 bananas em 5 semanas, o resultado deu 30.

PP: Isso ela escreveu, ela explicou [...]

Observamos que, a aluna A16 reconheceu a propriedade comutativa da multiplicação. Para Van de Walle (2009), essa relação entre variáveis não precisa ser rígida. O importante é os alunos realizarem as descobertas necessárias.

Figura 15 - Resolução de Problema da aluna A17

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

30 bananas

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Na multiplicação, há uma relação fixa entre duas variáveis, como na situação-problema proposta. O problema tratou de uma situação de Comparação entre Razões com ideia de proporcionalidade. No problema, as variáveis são o número de semanas do mês e a quantidade de bananas necessárias, enquanto, a relação fixa são 6 bananas. A escrita da aluna A17 condiciona a pensar que ela desejou fazer a representação do calendário do lado esquerdo, fez a contagem por semanas e, provavelmente, pôs a resposta final.

Em seguida, pedimos a leitura em voz alta de uma aluna do texto do gênero receita. Discutimos sobre a estrutura textual. Lemos mais uma vez de maneira compartilhada, destacando diferentes partes da receita. Problemas que envolvem receitas permitem explorar a ideia de proporcionalidade na multiplicação. Neles, podemos dobrar, triplicar, em diferentes situações.

Luvison e Grando (2018) colocam a preocupação com um trabalho que envolva a interação do aluno leitor com o texto matemático, pois questionam a supervalorização da língua materna. Embora haja as especificidades língua materna e da linguagem matemática, existe uma notória interação entre essas áreas nos discursos e práticas sociais.

Partimos para a situação-problema proposta: a) Essa é a receita de Pão de milho. Digamos que a vovó fará um chá para as amigas na casa dela, durante a tarde. Ela precisará fazer três pães grandes. Ajude a vovó a reescrever os ingredientes da receita.

Figura 16 – Resolução de Problema da aluna A24

a) Essa é a receita do Pão de milho, digamos que a vovó fará um chá para as amigas na casa dela, durante a tarde. Ela precisará fazer três pães grandes. Ajude a vovó a reescrever os ingredientes da receita.

12-ovos
6-xicaras de agua
6-xicaras de farinha de trigo
2 xicaras de farinha de milho
2 colheres de sopa de margarina
2 xicaras de leite
3 colheres de chá de fermento em pó
Modo de preparar:

- Explique como você resolveu essa situação:

eu dobrei os ingrediente em 3 vezes

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

PP: Vamos ler todo mundo (leitura coletiva do enunciado).

A16: É pra acrescentar mais?

PP: É, mas eu não sei quantos mais. Vocês que vão me dizer.

A16: É 8 ovos.

PP: Essa receita é de quantos pães?

Todos: Um pão.

PP: Mas a vovó vai fazer quantos pães?

Todos: Três.

A18: Ah tá tudo explicado, nessa aqui é só um pão, nessa aqui tem que ser três pães! [...]

PP: É [...] vão ser mais, mas lembre-se que são três vezes.

A16: É oito ovos.

A18: Ah! Se tem quatro ovos vai calcular mais três ovos.

A aluna A18 condiciona a multiplicação à adição, mas é corrigida pelo colega A16:

A16: Não, mas é quatro ovos, três vezes quatro ovos.

PP: Isso mesmo, não são três vezes [...]

A16: Dezesseis ovos.

PP: Todos os ingredientes você tem que calcular pra três pães.

Após as discussões, conduzimos os alunos à resolução do problema através da reescrita da receita. À medida que os alunos calculavam o triplo de ingredientes, faziam o registro escrito. Dessa forma, chamávamos também a atenção para o uso da língua materna, a associação som e grafia na escrita das palavras e a escrita matemática. A resolução da questão exigiu o domínio do sistema simbólico e de conceitos matemáticos.

O papel da escola é levar o aluno a compreender múltiplas linguagens de contextos diversos. Essas linguagens não precisam no cotidiano ser trabalhadas em compartimentos “cabe a ela proporcionar momentos nos quais o trabalho com diferentes gêneros textuais e linguagens seja assegurado por meio de um ambiente no qual a inferência e a discussão sejam aliadas às investigações, em que o texto se torna um problema a ser resolvido” (Luvison; Grando, 2018, p.39).

A reescrita dos ingredientes da receita tornou-se um problema para os alunos, pois eles tiveram que pensar no triplo dos produtos alimentícios, apesar de não dominarem o pensamento multiplicativo. A próxima questão solicitava a explicação escrita da resolução realizada. Continuamos refletindo agora sobre a descrição e justificção de procedimentos, contribuindo para o uso da linguagem matemática.

Figura 17 – Escrita matemática do aluno A16

Explique como você resolveu essa situação:

eu multipliquei em tripla

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Desse modo, Luvison e Grando (2018) defendem que a linguagem matemática é construída quando os alunos comunicam as próprias conclusões emanadas por conceitos. A concepção das autoras sobre a leitura e escrita em Matemática é diferenciada, assume uma função social e tem caráter ativo, dinâmico e investigativo. Ao descreverem o plano de resolução, desafiamos os alunos com mais explorações, propomos um novo problema: Uma flor tem 4 pétalas. Quantas pétalas tem 3 flores? Eles conseguiram resolver, manifestando diferentes maneiras (desenhos, números e operações).

Imagem 18 - Resolução de Problema da aluna A24**Fonte:** Elaborada pelo autor, 2022.

O fato de alguns alunos não estarem completamente alfabetizados gerou uma certa preocupação. Essa característica da turma fazia com que alguns alunos não lessem com autonomia as situações-problema. O processo de alfabetização e letramento, nesse contexto, seria importante incluindo a dimensão do letramento matemático, através de ações significadas do aluno. Os alunos não precisam aprender as letras e, só depois, os números. Conforme Moretti e Souza (2015), é possível organizar o ensino sem priorizar uma linguagem em detrimento de outra, mas potencializando diferentes linguagens.

É comum priorizar nos Anos Iniciais o ensino da leitura, deixando o ensino da Matemática mais voltado à execução de procedimentos. Moretti e Souza (2015) sinalizam que a aprendizagem da criança não se dá em compartimentos, pode haver uma integração entre conhecimentos diferentes. Logo, não é necessário alfabetizar os alunos na língua materna, para depois abordar a resolução de problemas matemáticos. Tais aprendizagens podem ser desenvolvidas conjuntamente. Propomos então, situações-problema que trouxessem práticas de

leitura e escrita matemática em seu bojo e, simultaneamente, problematizassem conceitos matemáticos.

Embora, partíssemos de situações-problema do contexto de histórias de Literatura Infantil, de narrativas simples, com linguagem fácil e, tradicionalmente, conhecidas, nosso intuito era que, a partir de conceitos espontâneos, fossem construídos outros conceitos. Para Moretti e Souza (2015, p.24), “a apropriação de conceitos científicos dá-se dessa forma, por meio de uma atividade humana consciente, na qual as ações realizadas pelo sujeito são repletas de sentido”.

A instituição escolar difere-se justamente por isso. Ao promover transformações de pensamento, a condição de saberes elementares passa pela necessidade de novos conceitos matemáticos, que permitam, assim, deparar-se em meio a situações mais complexas.

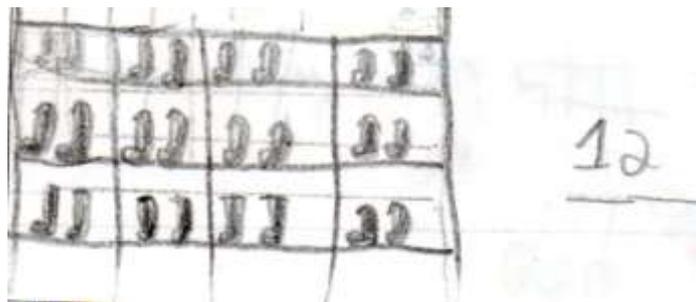
5.2.5 Encontro 5: Aplicação do Plano de Atividades 1 – 2º Momento

Pensando em Alfabetização Matemática de crianças, podemos constatar que são comuns práticas de memorização de algarismos isolados, bem como a preocupação com a repetição e a memorização; conseqüentemente, há pouco espaço para a construção de conceitos matemáticos por parte dos estudantes. Muitas vezes, o próprio professor, por desconhecimento, não se dá conta da importância de possibilitar um ambiente de alfabetização matemática, no qual o estudante possa ser desafiado a resolver situações matemáticas significativas. (Danyluk, 2015, p.14)

No quinto encontro, trabalhamos as atividades do 2º momento. Desse momento, participaram 12 alunos e alunas. Lemos a questão, depois lemos coletivamente e discutimos os dados. Inicialmente, os alunos não estranharam a questão que envolviam linhas e colunas. Depois da leitura do problema, começaram a questionar o que era horizontal e vertical. Nesse momento, estavam buscando alguma forma de compreensão para a busca de um caminho. Ao circularmos pela sala, enfocávamos na releitura do problema. Ao realizar a representação da situação, percebemos que os alunos colocavam mais linhas ou colunas que o necessário.

- 5) A Chapeuzinho Vermelho organizou as meias da vovó no guarda-roupa. Para a vovó não se confundir e trocar as cores ao colocá-las, ela pegou os pares de meias e organizou cada par em caixinhas diferentes. As caixinhas ficaram dispostas na gaveta, em que era possível visualizar da seguinte maneira: 3 fileiras horizontais; 4 fileiras verticais.

Represente a(s) maneira(s) que você pode fazer para descobrir o total de caixinhas:

Figura 19 - Resolução de Problema da aluna A4

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

No momento da exploração da situação-problema, alguns alunos começaram a traçar o desenho de representação da organização das caixas na gaveta. De acordo com Cândido (2001, p.18), “o desenho é pensamento visual”, “é a sua primeira escrita” (2001, p.19). Trata-se da expressão da reflexão realizada pelo aluno sobre dada situação-problema. A autora assume o desenho como linguagem, bem como, o gesto e a fala, pois as crianças utilizam os desenhos para revelar sentimentos, desejos e ideias. “Assim, o desenho surge como uma possibilidade de a criança iniciar a construção de uma significação para as novas ideias e conceitos com os quais terá contato ao longo da escolaridade” (2001, p.19). Como os alunos ainda não dominavam a multiplicação e a divisão, nem encontravam modelos prontos para serem aplicados, recorriam a outras representações para resolução dos problemas.

A aluna A18 citou sete caixinhas. A escrita da resolução da aluna indicou que ela somou linhas e colunas ($3 + 4 = 7$), assim como o aluno A27 (p.116). E outros alunos estavam fazendo olhando pelo dos colegas. Convidamos um desses alunos para o entendimento do problema.

PP: A13, como você fez?

A13: Desenhei as meias [...]

PP: Os pares, você desenhou aqui de duas em duas. Isso aqui é o quê embaixo? [...]

A27: As caixas. [...]

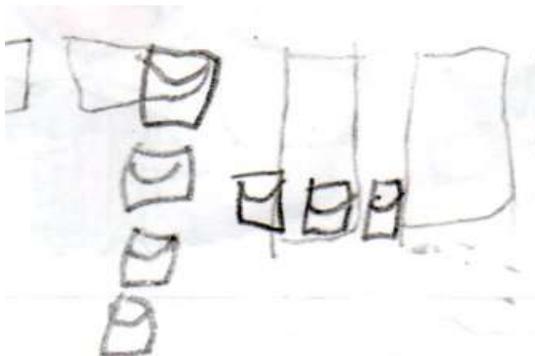
PP: Aqui, você fez quantas fileiras?

A13: Três.

PP: E assim, você fez quantas fileiras?

A13: Quatro.

Figura 20 - Resolução de Problema do aluno A27



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A escrita pode mostrar à PP que os alunos estavam pensando o fazer matemático. Na resolução proposta por A27, foi necessário realizar algumas intervenções a respeito de situações-problema envolvendo disposição retangular. Observamos que a resposta seria sete pares de meias. Comparamos os dois procedimentos de diferentes resoluções de dois alunos.

PP: E essa forma aqui A20? A20 fez do mesmo jeito que A13?

Todos: Não [...]

PP: Quantas caixinhas?

A20: Tem sete no total. [...]

PP: Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete. Será que são só sete?

Todos: Não.

PP: Ela fez aqui três linhas e as colunas ela fez separadas. Aqui tem quantos pares de meias?

A13: Doze.

PP: Aqui tem doze pares (mostrando a resolução de A20) e aqui sete (mostrando a resolução de A13). Será que são sete caixinhas ou doze?

A26: Sete.

PP: Vocês acham que as linhas e colunas ficam separadas na gaveta?

Todos: Não. [...]

Observamos na exploração da linguagem escrita representadas e no diálogo que os alunos associaram a ideia de multiplicação à adição nas situações-problema. No entanto, quando se deparavam com outros significados como a organização retangular entre linhas e colunas, a tendência foi apenas adicionar os números propostos. Cândido (2001) discute que a comunicação nas aulas de Matemática é um elemento que auxilia a criança a fazer relações entre experiências anteriores e novos conhecimentos. Por isso, a comunicação favorece a aprendizagem significativa, assim,

Em nossa concepção de trabalho, para que a aprendizagem ocorra ela deve ser significativa e relevante, sendo vista como compreensão de significados, possibilitando relações com experiências anteriores, vivências pessoais e outros conhecimentos, dando espaço para a formulação de problemas de algum modo desafiantes, que incentivem o aluno a aprender mais; modificando comportamentos e permitindo a utilização do que é aprendido em situações escolares ou não. (Cândido, 2001, p. 16)

Com base nisso, as tarefas que envolvem a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas estão respaldadas na aprendizagem significativa, na qual o aluno não aprende de forma passiva, apenas retendo informações. Nesse percurso de ensino da Matemática, exige-se uma postura ativa, dinâmica e a exploração de significados pelo aluno sendo conduzida pelo professor. Esse protagonismo de ações em torno da exploração de situações-problema viabiliza um melhor entendimento da realidade.

Outro ponto observado na pesquisa é que houve uma atenção às linguagens no ensino e aprendizagem da Matemática, em que o aluno teve abertura para expressar os conhecimentos manifestando a própria linguagem; reconstruindo-a.

Assim, prosseguimos nas discussões com os alunos:

PP: Tem outra maneira de representar?

A17: Duas vezes seis.

PP: Será que são duas vezes seis? [...]

A18: Sim. [...]

PP: São quantas caixas?

A26: Doze.

PP: Que outra forma?

A18: Seis vezes dois.

Outra aluna deu outra sugestão:

A9: Quatro vezes três ou três vezes quatro.

PP: Por que A9?

A9: [...] porque vou somar quatro três vezes, porque conta três quatro vezes.

Todos: Três vezes quatro igual a doze.

PP: Por que três?

Todos: Porque são três linhas.

PP: Por que quatro?

Todos: Porque quatro colunas.

PP: Então, três vezes quatro igual a doze.

Percebemos que, a aluna A9 expressou sua compreensão sobre a relação entre os números. Para Van de Walle (2009), o obstáculo para entender o raciocínio multiplicativo é compreender a constituição dos grupos como entidades únicas e a formação dos agrupamentos.

Diante das respostas que exigiram escrita, como no item b, fizemos as perguntas e os alunos respondiam oralmente. Assim, a PP fazia a mediação da língua materna e linguagem matemática, chamando atenção para a escrita das crianças. Conforme conversávamos, os alunos descreviam os procedimentos, revisavam as representações pictóricas e apresentavam as respostas.

Figura 21– Escrita da Aluna A20

b) Como faço para descobrir o número total de pares de meias da vovó?
eu contei as caixinhas

c) Qual é o número total de pares de meias da vovó?
doze pares

d) Qual é o número total de caixinhas utilizadas pela Chapeuzinho Vermelho?
12 caixinhas

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

O próximo problema que resolvemos foi abordando combinações de possibilidades. Convidamos os alunos para a leitura das informações. A princípio, alguns só reconheciam algumas combinações que lhes pareceram convenientes. Enquanto, outras possibilidades não poderiam combinar devido às cores. Isso gerou discussões, pois outros alunos contestavam que

seria possível realizar as combinações.

- 6) Chapeuzinho Vermelho adora a capinha vermelha e sempre usa e combina essa capinha com todos os vestidos que a vovó costura. Já a vovó usa toucas e pijamas coloridos. Observe como a vovó pode combinar essas peças:

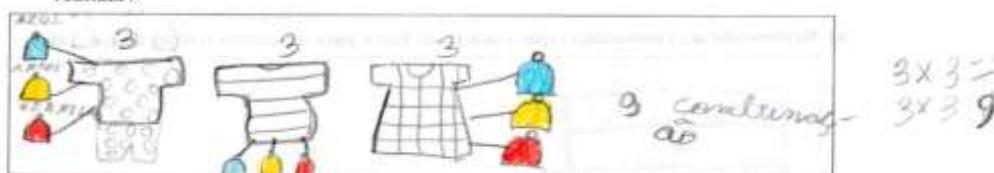
Toucas	Pijamas
<ul style="list-style-type: none"> • 1 touca azul; • 1 touca amarela; • 1 touca vermelha. 	<ul style="list-style-type: none"> • 1 pijama de bolinhas; • 1 pijama de listras; • 1 pijama xadrez

- b) Quais as combinações entre toucas - uma azul, uma amarela e uma vermelha - e pijamas - um com bolinhas, um com listras e um xadrez - são possíveis a vovó realizar?

Os alunos, no decorrer das explorações, foram fazendo algumas descobertas. Perguntamos sobre as combinações que poderiam acontecer. Eles informaram que poderiam ser mais de duas ou mais de quatro. Deixamos os alunos colorirem as toucas e pijamas para entenderem melhor o contexto da situação.

Figura 22 – Resolução de problema da aluna A17

a) Quais as combinações entre toucas - uma azul, uma amarela e uma vermelha - e pijamas - um com bolinhas, um com listras e um xadrez - são possíveis a vovó realizar?



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Observamos que, a turma tinha muitos problemas em relação ao comportamento, indisciplina, dificuldades de leitura e escrita e Matemática. Todavia, foi interessante que, aos poucos, conseguiam fazer estratégias próprias. Inicialmente com desenhos, esquemas representando a situação, caminhos que, depois, buscamos sintetizá-los nas multiplicações correspondentes. Eles foram progredindo na forma de representar e resolver as situações-problema. No início, a linguagem escrita era rebuscada com repostas parciais. Depois, as estratégias foram especializando-se, bem como a compreensão das estruturas multiplicativas.

A17: [...] A touca azul com o pijama listrado, a touca amarela com o pijama listrado e a touca vermelha com o pijama listrado.

PP: São quantas combinações?

A18: Nove. [...]

PP: Como vai ser a multiplicação?

A20: Três vezes nove.

A6: Quatro.

PP: Só quatro. A multiplicação?

A20: Três, três, três [...] três vezes três.

Entendemos que, os alunos colocavam as próprias ideias sobre o que sabiam a respeito da multiplicação, às vezes equivocadas, confusas, mas que não deixavam de ser formas de pensamento. Diante da Resolução de Problemas, partimos das situações para que os alunos entendessem como se daria as resoluções. Seria diferente se explicássemos todo o processo multiplicativo anteriormente aos próprios problemas. Em contrapartida, o intuito foi explorar, de maneira cuidadosa, a leitura, problematizar as situações e levar à compreensão, a partir das discussões realizadas.

Grande parte dos problemas no interior da Matemática e fora dela são resolvidos pelas operações fundamentais. Seria natural, portanto, que, levando em conta essa relação, as atividades para o estudo das operações se iniciassem e se desenvolvessem num contexto de resolução de problemas. No entanto, muitas vezes se observa que o trabalho é iniciado pela obtenção de resultados básicos, seguido imediatamente pelo ensino de técnicas operatórias convencionais e finalizado pela utilização das técnicas em “problemas-modelo”, muitas vezes ligados a uma única ideia das várias que podem ser associadas a uma dada operação. (Pcn, 1998, p. 48-49)

Após as discussões em sala, podemos refletir sobre a alfabetização matemática com os alunos, corroborando com a proposta estudada por Danyluk (2015), na qual a autora defende que o ensino da Matemática deve fazer sentido para o aluno, desvinculado da repetição. A alfabetização matemática deve estar relacionada ao mundo, à vida do aluno, e conduzi-lo a encontrar significado no que lê e escreve na linguagem matemática; explicitando que a escrita é uma forma de comunicar o que se interpreta do conhecimento matemático.

Os professores precisam reconhecer que, os alunos trazem saberes matemáticos para escola, os quais precisam ser problematizados na formulação de conceitos intermediados por práticas de ler, escrever e comunicar a linguagem matemática. Sendo assim, a leitura é tomada

como ato de conhecimento, em que o aluno lê, interpreta e escreve o que compreende da linguagem matemática.

5.2.6 Encontro 6: Produção escrita de texto do gênero Bilhete

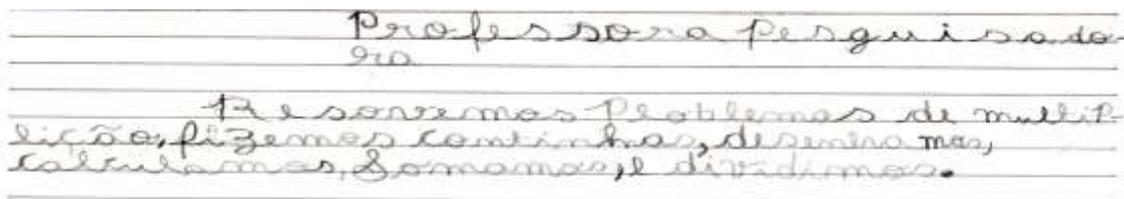
O ato de ler e de ler a linguagem matemática está fundamentado nos atos humanos de compreender, de interpretar e de comunicar a experiência vivida. Assim, a leitura, quando é compreensão e interpretação, abre para o leitor novas possibilidades de compreensão de si, do outro e do mundo. (Danyluk, 2015, p.23)

A atividade de produção de bilhetes para a PP mostrou-se desafiadora. Nela, os alunos descreveram o que tinham observado no estudo da multiplicação e divisão. Tal atividade foi proposta como maneira de incentivar os alunos a escrever as próprias considerações sobre a aprendizagem das estruturas multiplicativas, no entanto, a tarefa indicou que os alunos não tinham o hábito de escrever em Matemática.

Começamos a questionar aos alunos sobre o que fizemos nos encontros passados, como: problemas envolvendo combinações de objetos; problemas abordando a relação entre linhas e colunas; situações que traziam a ideia de divisão e enunciados que foram resolvidos com a adição de números iguais. Essa discussão permitiu que discutíssemos os conhecimentos explorados pelos alunos.

Perguntamos aos alunos se eles sabiam como produzir um bilhete. Eles disseram que não sabiam escrever o texto. Para Alevatto e Onuchic (2014), o professor conduz o processo de compreensão e a resolução do problema dos grupos. Desse modo, os alunos vão trabalhando a expressão e a melhoria da linguagem com a finalidade de expressar as ideias com clareza e serem compreendidos.

Começamos a incentivar a escrita, explicando que no bilhete coloca o destinatário do texto, escreve uma mensagem curta e finaliza com o nome. Fomos explicando a escrita das palavras. Na mensagem do bilhete, discutimos o que já tínhamos realizado em dias anteriores e os alunos foram escrevendo. Finalizado o texto, todos assinaram e devolveram. Observamos que muitos participaram e fizeram a escrita acompanhando as discussões. Nessa ocasião, a relação entre a língua materna e as tarefas matemáticas realizadas ficou mais evidente. A condução oral da PP foi importante, uma vez que deu respaldo ao diálogo e à oralidade. Vimos que, através da escrita, os conhecimentos são revisados e que, necessariamente, a escrita impõe a organização das ideias.

Figura 23 – Escrita da aluna A8

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Realizar um trabalho com gêneros textuais não cabe apenas às aulas de língua materna. A aula de Matemática pode comungar da exploração de gêneros textuais. Para Luvison e Grando (2018), o entendimento do sistema simbólico depende da leitura do contexto e do desenvolvimento de práticas de leitura e escrita da linguagem matemática. Lemos para diversão, discussão, aquisição de informações, interpretação, pesquisa, e escrevemos com finalidades fundamentais, expressas em descrever experiências, narrar, argumentar e sustentar posicionamentos.

Depois, propomos um novo problema:

O piso da casa da vovó lembra a figura de um retângulo revestido por cerâmica. No piso, há 4 linhas e 7 colunas de cerâmicas. Quantas cerâmicas há nesse piso?

A Professora Regente da sala de aula formou duplas de alunos para colaborarem no processo de aprendizagem da leitura e escrita. Sendo assim, circulamos pela sala fazendo as explorações.

No contexto da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, podemos trabalhar não apenas um fato ou ideia, todavia, outros conhecimentos vão surgindo no decorrer das explorações. Assim, depreende-se que, a resolução de problemas vai além de uma atividade de rotina, com exercícios em que o final é a seleção de soluções corretas com a aplicação de técnicas e procedimentos. Nessa discussão, o problema é o ponto de partida para a construção de novos significados, novas ideias e novos problemas (ANDRADE, 2017). A Exploração, Resolução de Problemas é uma metodologia que aprofunda fatos e conhecimentos.

Seguimos as explorações da situação-problema com outros alunos. Observamos que, algumas duplas fizeram mais colunas que o suficiente e corrigimos com os grupos a quantidade linhas, colunas e a semântica de palavras do problema.

PP: Não. 28 (Vinte e oito) pisos? Olha a pergunta!

A18: Ah, cerâmicas!

PP: Agora, pense na multiplicação.

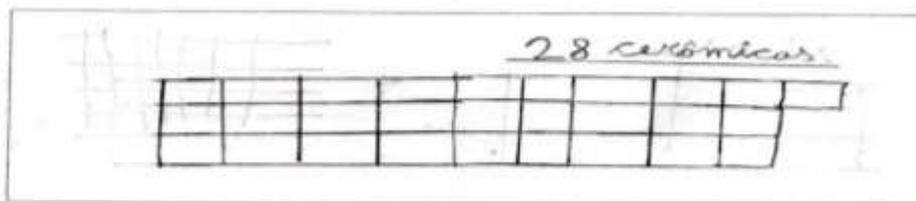
A18: Eu tenho que fazer uma conta pra dá vinte e oito.

É perceptível nos diálogos que a leitura e escrita matemática precisam ser objetos de atenção, o que fica claro quando, de acordo com a leitura da pergunta, a aluna deveria ter escrito a palavra “cerâmicas” em substituição a “pisos”. A leitura inicial e a representação escrita da resolução estão interligadas, ambas dão respaldo a construção da linguagem matemática.

Continuamos, coletivamente, as reflexões, sínteses e resultados. Convidamos primeiro um aluno dos grupos para falar sobre os procedimentos de resolução. Foi possível ver algumas representações equivocadas, todavia, que poderiam ser exploradas, como, por exemplo, a resolução da aluna A20:

O piso da casa da vovó lembra a figura de um retângulo revestido por cerâmica. No piso, há 4 linhas e 7 colunas de cerâmicas. Quantas cerâmicas há nesse piso?

Figura 24 – Resolução de Problema da aluna A20



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A20: Eu fiz os quadrinhos, contei tudo e deu vinte e oito. [...]

PP: Olha o de A20. Como era o piso da casa da vovó? Lembrava o quê?

A17: Um retângulo.

PP: Como é um retângulo?

A17: É um quadrado maior.

A25: É um quadrado só que puxado.

PP: [...] lembrava um retângulo revestido por cerâmicas, na organização dessas cerâmicas lembrava linhas e colunas. Olha o piso da sala de vocês! [...] Lembra um retângulo ou um quadrado?

A17: Lembra um retângulo.

PP: Acho mais parecido com um quadrado. Na parede (mostrando as cerâmicas)?

A17: Lembra o quadrado.

PP: Qual a diferença do retângulo para o do quadrado? [...]

A17: A diferença que o quadrado é menor e o retângulo é maiorzinho e mais puxadinho.

PP: No quadrado os lados são iguais. Já no retângulo não. Os lados são diferentes.

A20: No caso de A20, sobrou um [...] e pode sobrar uma cerâmica aqui?

PP: Qual é o problema de A20? A20 não observou o quê?

A17: Aqui tem nove, aqui tem três (apontando para quantidade incorreta de linhas e colunas).

A resolução da aluna A20 proporcionou mais explorações e não correspondia a uma imagem associada à situação-problema proposta. Ao analisarmos, a imagem não forma uma figura semelhante a um retângulo, pois sobra um quadrado à direita. Provavelmente, a aluna não conseguiu organizar as linhas e as colunas, representadas no desenho do piso da casa, devido a alguns fatores possíveis como: a não compreensão do enunciado do problema pela dificuldade de leitura e/ou a falta de um trabalho com o texto matemático e aprofundamento nos conceitos.

Luvison e Grando (2018) entendem a leitura como um processo de mobilização, no qual aspectos cognitivos são acionados ao relacionar experiências anteriores, como: leitura de outros textos e o conhecimento da realidade. “Ao mobilizar-se, é preciso compreender qual o sentido que a escrita possui, quais os caminhos de compreensão e de relações que esta possibilita ao leitor realizar e, principalmente, que representações é possível estabelecer no momento da leitura.” (Luvison; Grando, 2018, p.33)

Convidamos A17 para apresentar a resolução ao grupo.

Figura 25 – Resolução de Problema da aluna A17



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A17: Eu fiz 4 linhas e 7 colunas. Aí, eu contei os quadradinhos e deu vinte e oito cerâmicas [...]

Após a exploração dos caminhos de resolução apresentados pelos alunos, um incorreto e outro correto, fomos para a conclusão com a multiplicação.

PP: E aquela questão ali, qual é a multiplicação? Observe a organização de linhas e colunas [...]

A17: Sete vezes quatro.

PP: Essa linha tem quantas cerâmicas?

A17: Sete.

PP: E cada coluna tem quantas cerâmicas?

A17: Quatro.

PP: Qual é a multiplicação?

A17: Quatro vezes sete.

Ao final dessa vivência, podemos perceber que a linguagem matemática muito foi explorada, em todos os momentos, através da produção do bilhete em que a turma utilizou a comunicação na forma oral, durante a discussão, e na forma escrita, ao registrar as próprias percepções no estudo da multiplicação e divisão.

Em seguida, a PP propôs um novo problema para ser discutido com todos, no qual surgiram resoluções diferentes que permitiram entrar em outros conceitos e, finalizando, a síntese da operação entre linhas e colunas realizamos questionamentos e esclarecimentos.

5.2.7 Encontro 7: Aplicação do Plano de Atividades 1 – 3º Momento

Do 3º momento, participaram 22 alunos e alunas. Nesse encontro, os alunos estavam em duplas ou trios. A leitura da situação-problema ocorreu de maneira dirigida pela PP. Em seguida, houve o incentivo à compreensão oral. Enfatizamos a exploração das informações e a pergunta do problema. O primeiro problema lido foi:

5) Chapeuzinho Vermelho viu 2 árvores cheias de borboletas. A menina apreciou as borboletas e verificou que em cada árvore havia 8 delas. Determine o total de borboletas das árvores.

PP: A situação inicial qual é?

A18: A Chapeuzinho viu duas árvores cheias de borboletas.

PP: O que foi que ela observou?

A17: Que cada árvore havia 8 borboletas.

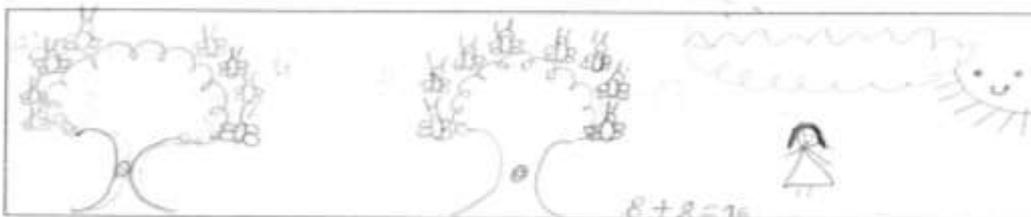
PP: Determine o total de borboletas.

A18: Dezesseis.

A18: Pode fazer desenho?

PP: Pode fazer desenhando, pode fazer a operação [...]

Figura 26 – Resolução de Problema da aluna A13



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Nesse dia, percebemos que os alunos estavam construindo as próprias estratégias. A maioria utilizava desenhos e poucos recorreram à soma de números iguais ou ao registro único da resposta final. Incentivamos os grupos a sintetizarem as multiplicações correspondentes. A situação pareceu simples, mas aproveitamos um resultado com procedimento incorreto. Convidamos o aluno A23 para fazer a resolução no quadro branco:

PP: A resolução de A23 está correta?

Todos: Não. (Risos)

PP: A1 [...]!

A1: Oh conta oito duas vezes, um, dois, três, quatro cinco, seis, sete, oito [...]

A18: Duas vezes oito. Ele tem que fazer, porque duas vezes oito dá a dezesseis.

A4: No caso, oito duas vezes.

PP: Aqui ele botou 16. Mas aqui [...]?

Todos: Oito vezes oito.

PP: Qual o problema aqui?

PP e A18: Dois vezes oito igual a dezesseis.

PP: Aqui, ele colocou só uma árvore! O que ele deveria fazer?

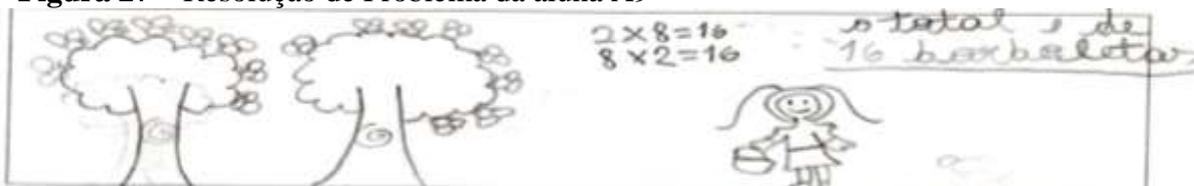
A25: Duas árvores. [...]

PP: Cada qual com quantas borboletas?

Todos: Oito.

A9 trouxe nos procedimentos elaborados informações que mereciam mais explorações. Logo, convidamos a aluna para registrar no quadro branco e explicar para os colegas.

Figura 27 – Resolução de Problema da aluna A9



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A9: Eu fiz as borboletas, contei todas e o total deu dezesseis. [...]

PP: Será que são dois vezes oito ou oito vezes dois?

A23: Dois vezes oito.

PP: Quando eu digo dois vezes oito quer dizer o quê?

A23: É igual a dezesseis. [...]

PP: Quantas árvores?

A3: Duas.

PP: Dois vezes oito [...] eu tenho oito árvores ou eu tenho duas árvores?

Agora me digam: são dois vezes oito ou oito vezes dois?

A5: Dois vezes oito. Os dois é a mesma coisa, porque tem o mesmo número, mas só que ao contrário.

PP: Mas, por que não é oito vezes dois?

A18: Porque não é oito árvores, é duas árvores.

Nessa questão, aproveitamos a oportunidade para explanarmos sobre 2×8 e 8×2 . Apesar do produto ser o mesmo (16), o enunciado da questão tratava de duas árvores e não de oito árvores. “Saber distinguir o valor que se repete do número de repetições é um aspecto importante para a resolução de situações como esta” (PCN, 1998, p.71). Sendo assim, observamos que foi preciso pontuar para esclarecer possíveis ambiguidades entre problemas e as respectivas resoluções.

Van de Walle (2009) apresenta a explicação que, nos problemas de estruturas multiplicativas, um fator indica a quantidade de grupos e o outro refere-se ao tamanho de cada grupo, enquanto, o outro elemento é o produto das grandezas. O autor não estabelece considerações notáveis sobre isso, mas acrescenta que não é necessária tanta rigidez. Interessa que o aluno compreenda e consiga explicar a natureza de cada grandeza.

Diante da apresentação das primeiras ideias sobre multiplicação e divisão, é importante que o aluno compreenda a função do multiplicador e do multiplicando. “O multiplicador opera sobre o multiplicando. O multiplicador diz o número de vezes que o multiplicando vai se repetir, para produzir a resposta.” (Onuchic; Botta, 1998, p.23).

Onuchic e Botta (1998) trazem essa reflexão porque “se o aluno conhece o papel do multiplicador e do multiplicando, em uma situação de esquecimento saberá raciocinar. Se não se lembra quanto é 7×8 , mas sabe que 6×8 é igual a 48, então, basta adicionar mais uma vez a quantidade 8 a 48, resultando 56” (Onuchic; Botta, 1998, p.23).

A próxima questão exigia a proposição de situação, com base no problema anterior:

- 6) Use sua criatividade e proponha um novo problema a partir do lido na questão 1.

Conversamos sobre o entendimento da questão para que os alunos propusessem um novo problema semelhante ao anteriormente lido e resolvido. Inicialmente, ao acompanharmos os grupos, observamos que os alunos estavam propondo problemas que remetiam não à multiplicação e divisão, mas à adição.

De acordo com Chica (2001), na Proposição de Problemas, o aluno deixa de ser um resolvidor para ser “autor” de problemas. Assim, conhecimentos já adquiridos são mobilizados para a criação de um problema que atenda às necessidades. O aluno sistematiza o que sabe dando sentido e, desse modo, vai tendo o controle sobre o fazer matemático.

Surgiram, ao todo, sete proposições de situações-problema: cinco, que correspondiam às ideias e significados da adição (A16, A9, A17, A18 e A24) e dois problemas que remetiam à multiplicação (A12 e A25).

Quadro 5 – Proposição de Problema a partir do problema anterior

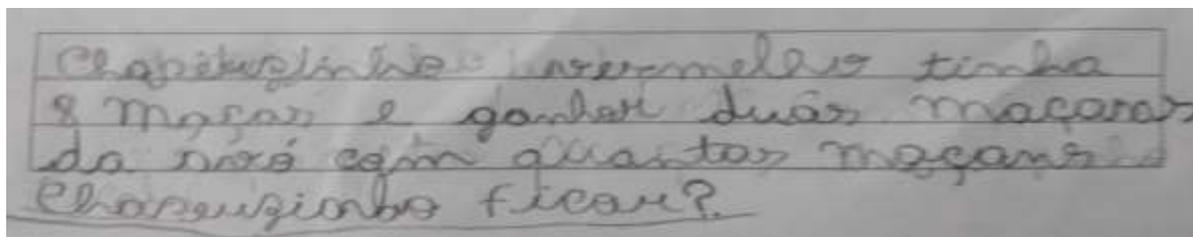
Problemas com ideias e significados da Adição	Problemas com ideias e significados da Multiplicação e Divisão
5	2

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Solicitamos aos alunos que propuseram os problemas de adição que reelaborassem com as ideias e significados de multiplicação e divisão. Assim, propomos um novo problema junto com os grupos que não conseguiram.

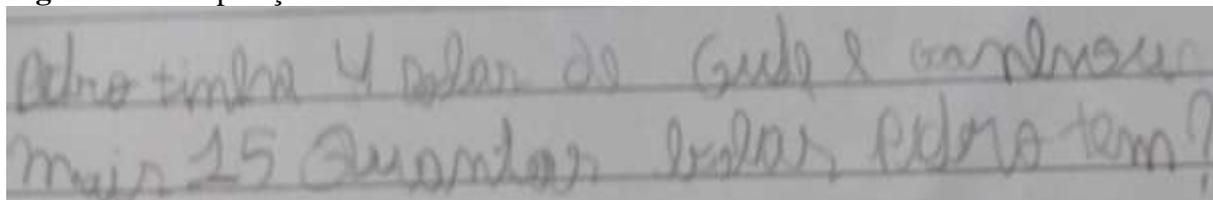
De acordo com Chica (2001), a formulação de problemas exige paciência. Esse processo requer tempo para o professor realizar as intervenções adequadamente, de forma que haja avanços na aprendizagem. A autora ainda acrescenta que, mais importante que a quantidade de problemas que professor oferece aos alunos, é observar a qualidade das intervenções nos momentos de criação de problemas.

Figura 28 – Proposição de Problema da aluna A9



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Figura 29 – Proposição de Problema da aluna A18



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A9: Chapeuzinho Vermelho tinha 8 maçãs e ganhou 2 maçãs da avó.

Com quantas maçãs Chapeuzinho ficou? [...]

PP: (Releitura do problema) Quem sabe dizer?

Todos: Dez maçãs.

PP: Por que dez?

A17: Porque oito mais dois igual a dez.

PP: Eu pedi um problema de multiplicação.

A16: Fica dezesseis.

PP: Ficam dezesseis? [...] Aqui houve uma soma. Eu quero uma multiplicação viu meninas.

A16: Fica cinco vezes oito.

PP: A questão é que a ideia é de adição. Vamos inventar um problema de multiplicação envolvendo maçãs! Quem ajuda as meninas a fazer um problema de multiplicação envolvendo maçãs?

Proposição de um novo problema junto ao grupo de A9 e registro no quadro branco:

Chapeuzinho Vermelho tem 2 cestas. Cada cesta tem 10 maçãs. Quantas maçãs tem nas duas cestas juntas?

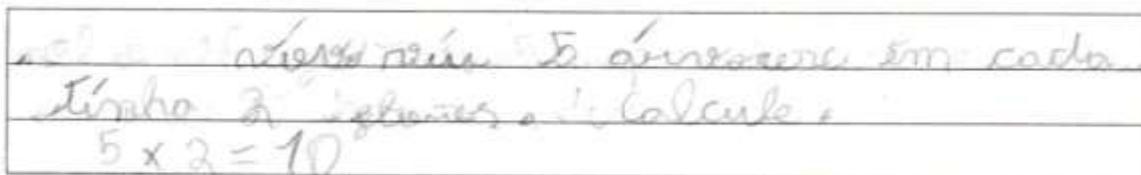
Foi importante ler todos os problemas com toda a turma, explorando os contextos de adição e de multiplicação, para assim, os alunos compreenderem que a situação-problema formulada por alguns não correspondia ao pensamento multiplicativo. Ao ler, escrever e comunicar as questões propostas pelos alunos, foi possível perceber, além de pensamentos equivocados, como também o surgimento de uma rede de ideias e significados de multiplicação e divisão.

Chica (2001) discute sobre a produção escrita em outras áreas e, principalmente, em Matemática. Na proposição de problemas, os alunos tem a oportunidade de formular um enunciado de problema em que associa a língua materna à Matemática. A Proposição de problema é uma tarefa criadora em que o aluno tem a oportunidade de exercer a criatividade, relacionando números, fatos e operações em uma mesma situação. O aluno deixa de ser um receptor de problemas formulados por outros autores para se tornar autor dos próprios problemas. A seguir, a Proposição escrita de situações-problema:

Figura 30 – Proposição escrita de situação-problema do aluno A7

EU VI 8 ÁRVORES. CADA UMA DE 2 BORBOLETAS E EM CADA ÁRVORE
 TINHA 2 BORBOLETAS. QUANTAS
 BORBOLETAS HAVIA NO TOTAL? $8 \times 2 = 16$ R: HAVIA 16 BOLETAS.

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Figura 31 – Proposição escrita de situação-problema da aluna A12

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

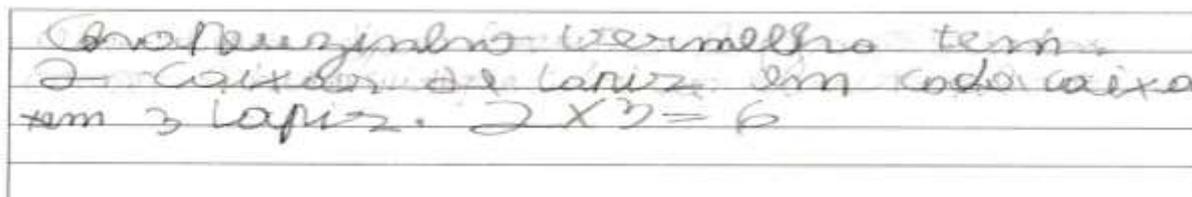
Para finalizar a questão, resolvemos as situações de multiplicação propostas pelos alunos e alunas da turma. Observamos que, a Proposição de Problemas é uma tarefa que exigiu raciocínio, discussão e mais tempo, uma vez que, simultaneamente, os alunos tinham que ativar os conhecimentos linguísticos para organizar o texto.

A próxima questão do plano de atividades abordou também uma Proposição de Problemas, na qual foi dada uma sentença:

7) Com base na história lida, proponha uma situação-problema que corresponda a:

$$2 \times 3 = \underline{\quad}$$

Os alunos resolveram a sentença e, novamente, encontravam-se na situação de propor um novo problema. A seguir, veremos os problemas propostos pelos alunos:

Figura 32 – Proposição de Problema da aluna A18

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

No problema de A18, foi produzida uma situação que remetia às ideias da multiplicação de grupos iguais, conseguindo realizar a resolução, mas, ao final, não estabeleceu a pergunta do problema. Outro aspecto observado é que as ideias de adição e subtração ganharam evidência na Proposição de Problemas. Elas se condensaram e, ao mesmo tempo, a partir da Exploração e Resolução podem se distinguir perfeitamente. Esses fatores foram observados no uso da linguagem materna e na constituição do texto. As tarefas, que envolviam a Proposição de Problemas pelo aluno, provocaram a reflexão sobre a distinção entre o funcionamento da

multiplicação e adição, mesmo porque o sentido de certos problemas era de adição, não de multiplicação.

Alevatto e Onuchic (2014), com base nas ideias socioconstrutivistas, defendem que a aprendizagem é concebida pela construção de conceitos pelo próprio aluno em situações de resolução de problemas. “Dessa forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático” (Alevatto; Onuchic, 2014, p.40).

Na multiplicação, existe a possibilidade de operacionalizar através da adição. O conceito de multiplicação é bem mais abrangente, pois não envolve a relação entre partes de um todo. Entretanto, traz a ideia de interação entre quantidade de grupos e de elementos por grupos. Na análise semântica dos problemas, havia a tendência de propor problemas de adição. Sendo assim, o trabalho com o significado da multiplicação ficou evidente na exploração por proposição de problemas. Foi possível observar que, a Proposição de problemas desafiou os alunos, confrontando cada vez mais as ideias aditivas e multiplicativas.

Considerada o “coração” da atividade matemática, a resolução de problemas tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, novos conhecimentos proporcionam a proposição e resolução de intrigantes e importantes problemas. (Alevatto; Onuchic, 2014, p.35)

A Proposição de Problemas está conectada com a Resolução de Problemas. Não consiste em uma atividade de execução de procedimentos desconectados. A exploração das situações-problema deve estar presente em todos os momentos, permitindo a investigação, a interação e as relações entre conhecimentos e conceitos. Conforme Cai e Hwang *et al.* (2015, tradução nossa), a proposição de problemas foi considerada como uma atividade criticamente importante na investigação científica. Nas discussões propostas, a proposição de problemas enquadra-se em um fazer matemático de alta-qualidade. Além disso, a Reformulação de Problemas é mais importante que a resolução de problemas (Eirnest apud Cai; Hwang, *et al.*, 2015, p. 5, tradução nossa). Entretanto, ainda se trata de um estudo teórico e metodológico em ascensão, em torno do qual, estão surgindo pesquisas sobre aplicação no campo científico e educacional.

5.2.8 Encontro 8: Conclusão do Plano de Atividades 1 e início da Aplicação do Plano de Atividades 2 – 1º Momento

Antes de iniciarmos o Plano de Atividades 2, retomamos a Proposição de Problemas da aula anterior, discutindo novamente algumas situações. Voltamos à Proposição de problemas, pois, segundo Andrade (2017), a Resolução e Proposição de problemas não se limita apenas a chegar à solução. Ela pode aparecer no início, durante e depois da resolução. Lemos todos os problemas que aludiam à multiplicação e outros que eram, explicitamente, de adição. Solicitamos que os alunos propusessem e redigissem um novo problema abordando multiplicação e divisão. A aluna A18 propôs uma nova situação, no entanto, com as ideias de adição. Ela reconheceu que era de adição e reelaboramos o texto com a ideia de multiplicação.

A18: Pedro tinha 5 pães em uma caixa e ele fez mais dois pães. Ah não, é de mais.

A18: A vovó tinha 2 caixas. Em cada caixa havia 3 pães. [...]

PP: Em cada caixa havia 3 pães. Não são dois vezes três igual a seis. [...]

A18: A vovó tinha 2 caixas, em cada caixa havia 3 pães.

PP: Quantos pães havia no total? [...]

A16: Seis.

PP: Porque aqui ela está tratando de agrupamentos. Quais são os agrupamentos?

A18: As duas caixas.

PP: Cada uma com?

A18: Três. [...]

PP: Dois vezes três igual a seis.

Para Andrade (2017), a exploração de problemas inclui a sua resolução e proposição, pois, à medida que se propõe novos problemas, estes são explorados. É possível perceber que, a proposição favorece o trabalho com a construção de conceitos e a exploração da linguagem matemática. Houve o incentivo à leitura e escrita matemática. O intuito desse momento era realizar a proposição e demonstrar a forma escrita dos problemas criados pela turma. Após isso, foi realizada a leitura e a comunicação das ideias. Foi preciso levar os alunos a distinguir a semântica das situações-problema propostas, realizando as intervenções necessárias, a partir de questionamentos.

Logo, partimos do movimento Problema, Trabalho, Reflexão e Síntese, Resultado (Andrade, 2017), no qual a situação foi proposta pelo aluno na forma escrita, depois, houve o

trabalho de exploração do problema através da leitura e discussão das ideias e significados envolvidos, a reflexão e síntese geradas pela verificação das ideias e a exposição dos resultados.

Após isso, seguimos para a leitura dirigida da última situação: 4) Um lobo tem 4 patas. 20 patas correspondem a quantos lobos? Os alunos responderam imediatamente cinco, mas aproveitamos a oportunidade para realizar outras explorações, segue o diálogo entre a PP e os alunos:

A25: Porque cada lobo tem quatro patas, se juntar todos fica cinco.

PP: Junta todos como? Eu quero que vocês mostrem como é que vocês calcularam essas vinte patas.

A17: Eu contei deu quatro lobos aí deu vinte.

PP: Quatro lobos só?

A18: Deu cinco A17 [...] Quatro mais quatro oito mais quatro [...] oh tia, esse problema é de adição ou de multiplicação?

PP: Você pode resolver com uma adição, mas o problema em si é de quê? Aproveitando a sua pergunta. São vinte patas. Cada lobo tem quatro. Ele pode ser de divisão? [...]

PP: Ao todo são quantas patas?

Todos: Vinte

PP: Cada lobo tem quantas patas?

Todos: Quatro.

PP: Essa ideia desse problema é de adição, multiplicação ou será de divisão?

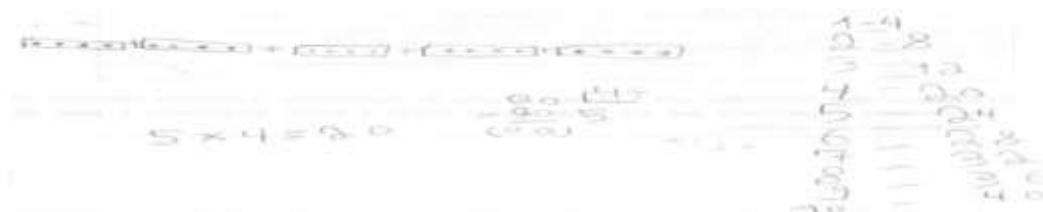
Chamamos o aluno a A16 para fazer a resolução no quadro branco. Ele realizou a contagem para os colegas, somando grupos de quatro em quatro que resultou em vinte. Exploramos a divisão do problema, como a operação inversa da multiplicação. Começamos a propor novos problemas oralmente para as crianças, de forma a explorar a ideia de divisão: vinte patas são de quantos lobos? trinta e seis patas são de quantos lobos?

Nessa situação, exploramos a questão da proporcionalidade entre número de lobos e quantidade de patas. Esperamos os alunos traçarem os caminhos de resolução. Depois, apresentamos outra forma de resolução.

Quadro 6 – Resolução em tabela apresentando a proporcionalidade

1 lobo	4 patas
2 lobos	8 patas
3 lobos	12 patas
4 lobos	16 patas
5 lobos	20 patas
6 lobos	24 patas
7 lobos	28 patas
8 lobos	32 patas
9 lobos	36 patas
10 lobos	40 patas

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Figura 33 – Resolução de Problema do Aluno A10

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Na concepção de Van de Walle (2009), há dificuldade conceitual para se trabalhar as estruturas multiplicativas no entendimento de grupos como entidades individuais e, também, do grupo como entidade coletiva que agrega determinado número de elementos. Portanto, pensar multiplicativamente exige a conceitualização de grupos e a contagem dos mesmos, “as experiências de formar e contar grupos, especialmente em situações contextualizadas, são extremamente úteis” (Van de Walle, 2009, p. 179).

Iniciamos o Plano de Atividades 2, o qual começou com a contação da história da Branca de Neve. Nesse dia, havia pouco tempo para o término do encontro. Houve o momento inicial de contação da história. Realizamos uma roda de conversa sobre o conto e a apresentação textual. Deixamos o aprofundamento das discussões para o dia seguinte. Depois, partimos para a Resolução de Problemas. O primeiro problema: 1) Os anões foram vender as maçãs no mercado. Se 1 kg (quilograma) de maçãs custa R\$ 7,50, quantos reais custam 3kg de maçãs?

Os alunos, nesse problema, não tinham ideia de como resolver, devido ao fato de não saberem relacionar pesos, medidas e sistema monetário. Começamos a questionar se eles sabiam realizar a contagem de dinheiro em moedas, eles responderam que não sabiam. Logo, fizemos algumas intervenções:

A17: Sete e cinquenta mais sete e cinquenta. Sete mais sete quatorze, cinquenta mais cinquenta um real. Vai dar quinze. Aí, quinze mais sete, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte, vinte e um, vinte e dois, aí fica sobrando cinquenta centavos, vinte e dois reais e cinquenta centavos. [...]

PP: Vem fazer a escrita A16. Ele vai explicar [...]

A16: Sete e cinquenta mais sete e cinquenta mais sete e cinquenta dá vinte e dois e cinquenta no total.

PP: Está vendo. Então, três quilos de maçãs dão vinte e dois reais e cinquenta centavos. Vamos fazer de outras formas!

Houve a exploração oral do problema, na qual problematizamos e discutimos, embora os alunos não dominassem a questão de pesos, medidas e do sistema monetário. Através do diálogo professor-aluno e aluno-aluno, foi possível conduzir a resolução da situação, bem como solicitamos a resolução escrita do problema. Percebemos que, os alunos são capazes de elaborar estratégias próprias de resolução de situações. Na ocasião, percebemos que a aluna A17 conseguiu desenvolver a resolução oralmente. Elaboramos outras formas de resolução do problema com os alunos para explorarmos e aprofundarmos o conteúdo, através da adição e da multiplicação convencional.

Figura 34 – Resolução de Problema da aluna A20

1) Os anões foram vender as maçãs no mercado, se um Kg (quilograma) de maçãs custa R\$ 7,50, quantos reais custam 3Kg de maçãs?

Handwritten solutions for the problem:

Left side (Addition):

$$\begin{array}{r} 7,50 \\ + 7,50 \\ + 7,50 \\ \hline 22,50 \end{array}$$

Right side (Multiplication):

$$\begin{array}{r} 7,50 \\ \times 3 \\ \hline 22,50 \end{array}$$

Text next to multiplication: R. vinte e dois reais e cin-

Equation below multiplication: $7,50 + 7,50 + 7,50 = 22,50$ quenta

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A leitura e escrita matemática da resolução do problema da aluna A20 indica que ela conseguiu elaborar seu pensamento apresentando mais de um caminho de resolução do problema. A Resolução de Problemas permite o desenvolvimento de capacidades como a flexibilidade. Isso lembra Vale (2017), a flexibilidade está relacionada à criação de ideias, considerando um número de possibilidades para se resolver e explicar as resoluções, optando pela melhor delas.

O segundo problema trouxe a ideia de divisão, entretanto, o resultado não era exato: 2) Os anões colheram no pomar 30 maçãs para vender no mercado. Na cidade, as maçãs foram distribuídas em bandejas para a venda. O vendedor verificou que, em cada bandeja, caberiam 4 maçãs. a) Quantas bandejas serão necessárias para empacotar todas as maçãs?

Após a leitura da situação-problema, questionamos para a compreensão. Lemos coletivamente a questão. Os alunos compreenderam com facilidade. A princípio, a ideia de alguns foi desenhar as maçãs de quatro em quatro até alcançar a quantidade total.

PP: Entendeu o quê A16?

A16: Que você tem que somar as bandejas certas pra caber as trinta maçãs. [...]

PP: São quantas maçãs?

A20: Quatro maçãs em cada bandeja. [...]

PP: Ao todo são quantas maçãs?

Todos: Trinta.

Na fala de A16, observamos o aluno trabalhar com os esquemas de adição da quantidade de maçãs, repetidamente, conforme nas bandejas. Entretanto, a partir da situação-problema, o objetivo era explorar a ideia de divisão com resto. Começamos a dialogar sobre a representação escrita do aluno A25 para chamar atenção dos alunos.

PP: A25 está fazendo o que aqui? Vamos tentar entender. [...]

A6: As maçãs.

PP: Só cabem quantas maçãs?

A6: Quatro. Contagem coletiva [...]

PP: Ele distribuiu todas? Aqui tem vinte e oito, sobraram quantas?

A20: Duas.

PP: Como faz a multiplicação? [Silêncio] São quantas bandejas?

Todos: Sete. [...]

A20: Sete vezes quatro?

A16: Trinta.

A18: Vinte e oito.

PP: E eles só colheram vinte oito?

Todos: Não. Trinta.

PP: Vamos fazer a divisão. Eram quantas ao todo?

A18: Trinta maçãs pra colocar em bandejas que cabem quatro.

[Contagem coletiva]

- 3) Os anões colheram no pomar 30 maçãs para vender no mercado. Na cidade, as maçãs foram distribuídas em bandejas para a venda. O vendedor verificou que, em cada bandeja, cabem 4 maçãs.

PP: Tinha um total de trinta e foram distribuindo nas bandejas, isso lembra o quê?

A20: Divisão.

PP: Isso mesmo, tinha trinta e ele foi dividindo de quatro em quatro até que sobraram duas [...] E duas não davam pra completar a bandeja [...] relembro como foi que vocês fizeram?

A25: Eu desenhei sete bandejas com quatro maçãs cada uma, e eu coloquei duas do lado [...]

A17: Eu desenhei as maçãs assim e fui circulando aí sobraram duas.

PP: Circulando de quanto em quanto?

A17: Quatro em quatro [...]

PP: Formou quantos grupos?

A17: Sete. [...]

A18: Eu fiz a continha e coloquei sete vezes quatro.

PP: Sete vezes quatro deu quanto?

A18: Deu vinte e oito. Aí sobra duas. Vinte e oito mais dois é trinta.

PP: A continha dela deu vinte e oito, porque tinha duas sobrando, vinte e oito mais duas que sobraram igual a trinta.

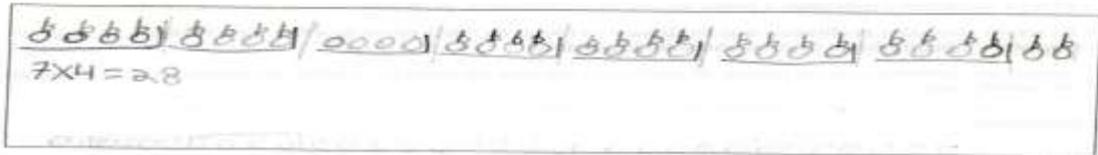
A exploração dos conhecimentos prévios e das representações, na forma escrita, apresentadas pelos alunos, foi decisiva para a construção de significados e para a verificação dos conhecimentos. Após a leitura cuidadosa do problema, trabalhamos a compreensão geral das informações. Depois, seguimos para exploração e resolução do problema. A exploração oral nos trouxe ideias de como funcionava o pensamento e a escrita demonstrou o real raciocínio dos alunos.

5.2.9 Encontro 9: Aplicação do Plano de Atividades 2 – 1º Momento (continuação)

No nono encontro, retomamos a atividade um do Plano de Atividades 2. Desse 1º momento, participaram 23 alunos e alunas. Conversamos com a turma sobre a resolução de alguns alunos. A questão seguinte, foi abordando a explicação escrita do procedimento percorrido pelo aluno diante da resolução da situação-problema.

Figura 35 – Resolução de Problema e escrita matemática da aluna A13

a) Quantas bandejas serão necessárias para empacotar todas as maçãs?



7x4=28

• O que você verificou nessa situação-problema?

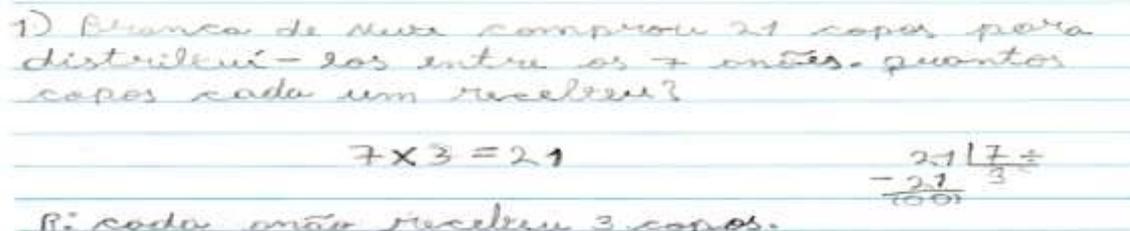
eu dividi as maçãs e notei que dá para encaixar dentro de 7 bandejas

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A escrita em Matemática é um processo ativo de elaboração. O aluno não redige respostas prontas do quadro ou do professor, mas ele tem autonomia para expor seu pensamento com as próprias palavras. A aluna A13 descreveu os procedimentos de resolução adotados. Propomos um novo problema a partir das atividades propostas, em seguida, propomos oralmente outra situação.

A Branca de Neve comprou 21 copos para distribuí-los igualmente entre os sete anões. Quantos copos cada anãozinho recebeu?

Figura 36 – Resolução de Problema da aluna A20



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

PP: Qual é a ideia do problema?

A16: Divisão.

A20: Sete vezes três?

PP: Vinte e um copos para sete anões. Cada um vai receber quantos?

A18 e A20: Três.

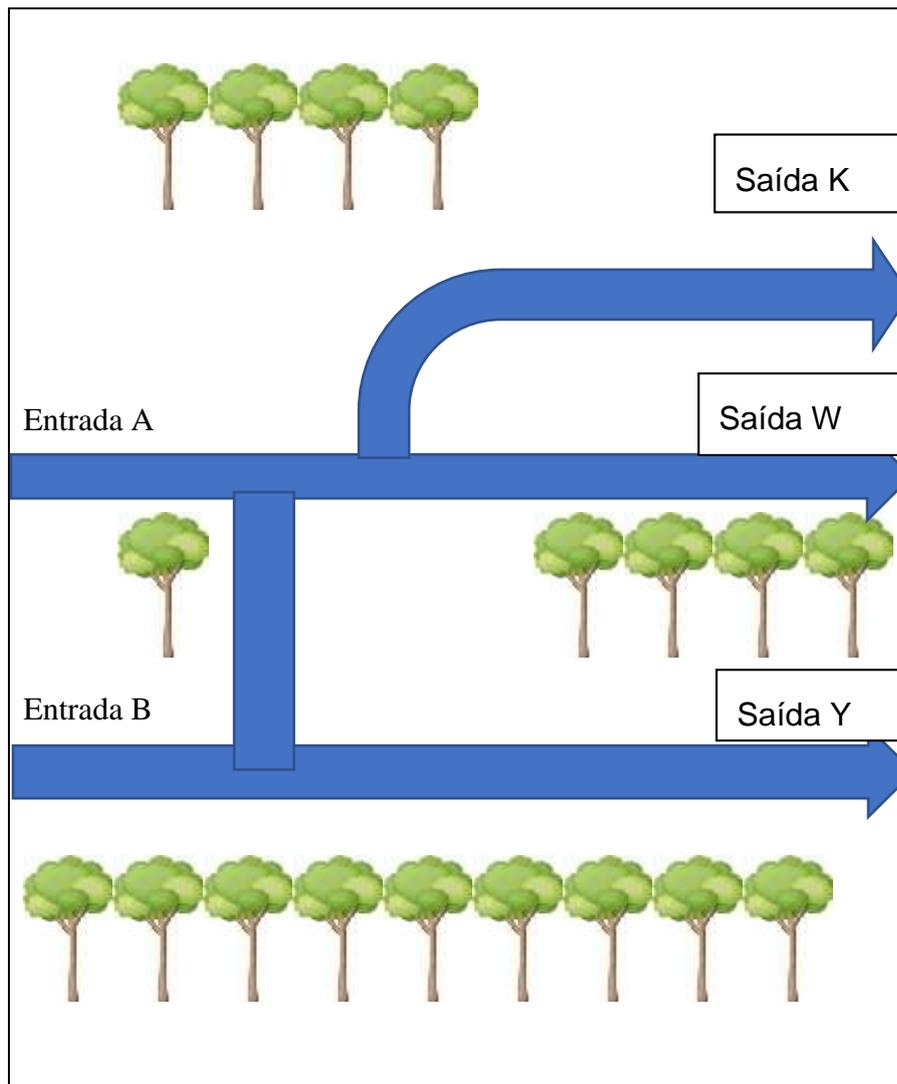
PP: Agora, vamos supor que: A Branca de Neve comprou 28 copos, para distribuí-los igualmente entre os sete anões. Quantos copos cada anãozinho recebeu?

A20: Quatro para cada.

Para Cai e Hwang (2015), os alunos são capazes de melhorar a qualidade das proposições de problemas quando tem experiências em resolução e exploração de problemas; são incentivados por contextos como imagens; e possuem um ambiente de exploração, em substituição da forma do contextos simbólicos.

O próximo problema foi envolvendo combinações entre entradas e saídas da floresta. Percebemos que, os alunos ainda enfrentavam muitas dúvidas em resolver esses tipos de situações e em realizar a escrita matemática.

4) Um dos anões, o Dengoso falou que é muito fácil se perder na floresta. É preciso saber entrar e sair dela. Há apenas dois caminhos abertos para entrar na floresta: **caminho A** e **caminho B**, e apenas três saídas abertas na mesma floresta: **saída K**, **saída W** e **saída Y**. Observe a imagem:



- a) Quantos e quais percursos de entradas e saídas podem ser realizados para não se perder na floresta.

A20: Tem como fazer uma passagem até a saída K [...]

PP: Tem mais, entradas e saídas? [...]

A16: Professora tem mais combinações aqui!

A25: Observei que tem vários caminhos.

PP: Tem vários caminhos. Quais são eles?

A25: Entrada A, Entrada B, saída K, saída W, saída Y. [...]

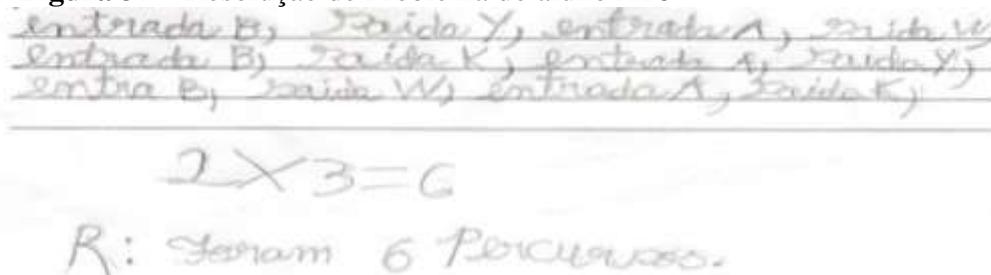
PP: Quantos percursos de entradas e saídas podem ser realizados para não se perder na floresta?

A18: Três.

PP: São só três? [...]

PP: Eu quero que cada um faça todos os percursos possíveis.

Figura 37 – Resolução de Problema do aluno A16



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A resolução da situação tinha o apoio da ilustração de um mapa, aspecto que ajudou bastante, mas novamente alguns dos alunos só colocaram algumas das possibilidades. E insistimos em questionar todas as combinações possíveis.

5.2.10 Encontro 10: Aplicação do Plano de Atividades 2 – 2º Momento

Do 2º momento, participaram 25 alunos e alunas. A aula iniciou com a roda de conversa sobre a história. Retomamos aspectos que os alunos gostaram e não gostaram da história.

PP: Eu quero que vocês me digam, a parte que não gostou e a parte que gostou da história?

A25: Não gostei da parte que a mãe dela morreu.

PP: E a parte que gostou?

A25: Que eles se casaram.

PP: Mas naquele dia você me disse outra informação!

A25: Que eles se casaram muito cedo.

PP: Que a Branca de Neve era muito nova para casar. [...]

A20: Eu não gostei da parte que a mãe dela morreu e da madrasta deu a maçã envenenada.

PP: Quantas vezes a madrasta atentou contra a vida da Branca de Neve?

A: Duas vezes. [...]

PP: E é correto atentar contra a vida de alguém?

Todos: Não. [...]

PP: O nosso primeiro direito é o direito à vida. Então, essa história traz alguém que quer tirar a vida de outra pessoa.

Percebemos que os alunos trouxeram percepções como o fato de a Branca de Neve não ter ainda idade para casar, associando que era ainda uma criança nas discussões. Outro fato crítico foi trazer a questão do atentado do direito à vida como um dos Direitos Humanos fundamentais. E realizamos outros questionamentos:

PP: Aqui, no texto, diz que é Branca de Neve. Ela poderia ser de outra cor?

A18: Ela poderia ser da minha cor, poderia ser mais negra.

PP: Ela poderia ter outras características?

Todos: Sim.

A20: Poderia ter o cabelo liso, cabelo cacheado, aqueles cabelos assim [...]

A18: Ela poderia ter o olho azul.

PP: Poderia ser preta?

Todos: Sim.

A5: Ela poderia ser de outra cor porque nós todos somos iguais.

PP: Ela poderia ser de outra cor. Vocês acham que todos dessa sala são iguais?

A17: Nós temos os mesmos direitos, não somos todos iguais. [...]

PP: Outra coisa que eu iria perguntar, por qual motivo ela mandou tirar a vida da menina?

Todos: Porque ela era bonita.

PP: Tem todos os tipos de beleza.

Vimos que os alunos começaram a opinar sobre a história a partir de outros e novos olhares. Sendo assim, é preciso pontuar que esses contos clássicos refletem ideias cristalizadas que ficam implícitas e que podem ser reconstruídas como a questão das diferenças étnicas.

Danyluk (2015) concebe que o ato de leitura é um ato de transformação, de pensar e de agir. “É refletindo sobre o lido e buscando novas leituras que o leitor, dirigido por sua interrogação e impulsionado por sua vontade de conhecer mais, pode participar de forma ativa, crítica e reflexiva do lugar onde vive” (Danyluk, 2015, p.24). Assim, tomamos a sala de aula

como um espaço sociocultural de ensino e aprendizagem, onde acontecem relações sociais, culturais e políticas.

A partir dessa premissa, é possível que haja diálogo, trocas, formação de pensamentos e opiniões sobre o que está sendo trabalhado e as relações com o mundo. Desse modo, certas concepções necessitam ser reelaboradas em sala de aula para a transformação. Depois desse momento, partimos para os problemas matemáticos. A primeira questão desse momento foi a seguinte:

1) A Branca de Neve teve que organizar um saco de maçãs em caixotes de madeira. Ela resolveu organizar as maçãs de modo que não fossem esmagadas, colocando em camadas sobrepostas e separadas por uma folha de papelão. Assim, ela começou colocando 4 filas de maçãs distribuídas na lateral (esquerda para direita) do caixote e 8 filas de maçãs organizadas na parte superior (de cima para baixo) do mesmo caixote. a) Ao término da primeira camada, quantas maçãs no total ficaram postas?

A princípio, a leitura do enunciado do problema pareceu complexa. Surgiram dificuldades para codificar a linguagem apresentada pelo problema. O processo de compreensão do texto matemático é importante para a construção de estratégias de resolução do problema.

PR: A gente escuta ela falar a primeira vez [...] a segunda [...] para a gente poder compreender.

A23: Entendi o nome fileiras.

PP: Então, é um problema que envolve fileiras. Lembra dos problemas que a gente fez envolvendo fileiras?

Todos: Sim.

Insistimos para que os alunos lessem novamente para compreenderem o enunciado, pois apareceram outras noções que os alunos ainda tinham dúvidas como esquerda e direita, relação entre linhas e colunas. Deixamos um tempo para que a turma refletisse e criasse mais autonomia diante da Resolução de Problemas envolvendo disposição retangular.

Goldin and McClintock (*apud* Cai; Hwang, *et al.*, 2015, p. 9, tradução nossa) relataram variáveis identificadas na Resolução de Problemas: variáveis de sintaxe, variáveis de conteúdo e contexto, variáveis de estrutura, variáveis de comportamento heurístico.

variáveis de sintaxe são fatores que determinam como declarações de problemas são escritas. Esses fatores podem contribuir para a facilidade ou dificuldade na compreensão da leitura, como a extensão do problema e as formas numéricas e simbólicas do problema. As variáveis de conteúdo referem-se aos elementos semânticos do problema, como o tópico matemático ou o campo de aplicação, enquanto as variáveis de contexto referem-se à representação do problema e ao formato da informação no problema. Variáveis de estrutura referem-se a fatores envolvidos no processo de solução, como complexidade do problema e fatores relacionados a algoritmos específicos ou estratégias de soluções. Finalmente, as variáveis de processo heurísticas referem-se às interações entre as operações mentais do solucionador de problemas e a tarefa. Considerar as variáveis heurísticas separadamente das variáveis de assunto (fatores que diferem entre as resoluções individuais e o problema) é difícil, pois os processos heurísticos envolvem o solucionador do problema interagindo com a tarefa. (Goldin, Mcclintock, 1984 *apud* Cai; Hwang, *et al.*, 2015, p.9, tradução nossa)

É importante que, os professores conheçam os processos envolvidos na Resolução de Problemas para melhor intervirem e mediar a atividade. Diante disso, consideramos que o problema dado apresentava muitas informações para os alunos, surgindo dificuldades. Eles não entenderam o significado da palavra “sobrepostas” e não compreenderam o sentido (direita e esquerda) e a contagem das fileiras de maçãs. Com alunos dos Anos Iniciais, a exploração do problema, por meio da leitura, discussão e argumentação, pode esclarecer as dificuldades na compreensão da linguagem escrita.

PP: Deu quanto o seu?

A17: Trinta e dois. [...]

A17: Eu desenhei 8 assim (mostrando o papel), 4 assim (mostrando o papel), aí eu desenhei as maçãs. [...]

Tinha um grupo de meninas conversando bastante, fomos lá ver o que estavam fazendo:

PP: Tem alguma coisa errada A5.

(Contagem das fileiras e verificação das fileiras ora faltavam, ora sobravam)

A5: A multiplicação vai dá quatro vezes oito.

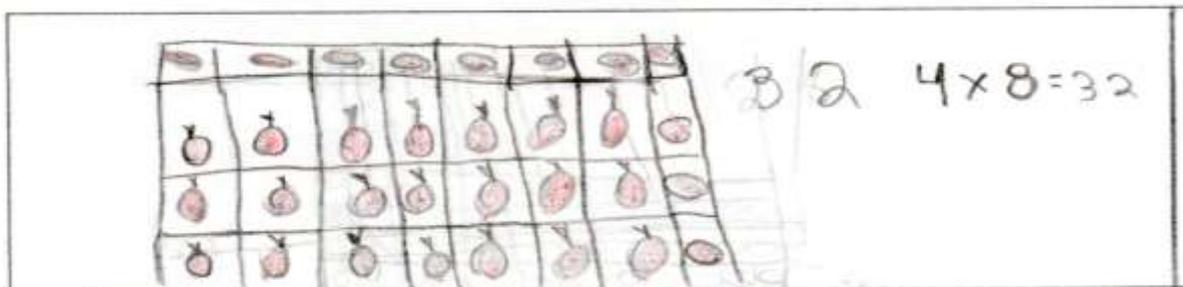
PP: Por quê?

A5: Tem 4 filas assim e oito filas assim.

PP: E vai dá quanto?

A5: Eu vou contar. Deu trinta e dois.

Figura 38 – Resolução de Problema da aluna A5



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Logo após, discutimos sobre as demais questões: b) Em cada caixote de maçãs couberam 4 camadas organizadas igualmente. Quantas maçãs ficaram em cada caixote?

Enquanto explorávamos os problemas entre os grupos na sala, fazíamos as discussões professor-aluno e aluno-professor:

A6: Quinze.

PP: Não pode ser quinze. Quantos tinham nessa camada?

A17: Trinta e dois.

PP: Mas são quatro camadas [...]

A2: Trinta e dois mais trinta e dois é sessenta e quatro. Sessenta e quatro mais trinta e dois, noventa e seis. Noventa e seis mais trinta e dois noventa e seis é cento e vinte e oito.

Em seguida, exploramos a resolução proposta pela aluna A12, em que a mesma chegou à resposta, por meio da representação de um desenho da seguinte forma:

Figura 39 – Resolução de Problema da aluna A12

b) Em cada caixote de maçãs couberam 4 camadas organizadas igualmente. Quantas maçãs ficaram em cada caixote?



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

PP: Olha só a forma que ela encontrou para a solução. O que tem aqui?

A12: A quantidade de maçãs por camadas [...]

PP: Na primeira camada, na segunda [...]

A12: Trinta e duas.

PP: Se cada camada tinha trinta e duas maçãs, faz o quê agora?

A5: Juntar e ver quanto deu.

PP: Juntar como?

A18: Porque trinta e dois mais trinta e dois mais trinta e dois mais trinta e dois dá cento e vinte e oito [...] A multiplicação!

PP: Isso, como faz?

A5: Quatro vezes trinta e dois.

PP: A forma como ela disse foi somando. A multiplicação como é uma forma mais rápida de fazer a adição. Como faz quatro vezes trinta e dois? (Realização do procedimento convencional)

A aluna A5 mencionou no diálogo a palavra “juntar”. Ao perceber isso, provocada pela PP, redirecionou o pensamento ao conceito multiplicativo. Ao finalizar essa tarefa, realizamos o cálculo pelo procedimento convencional e fizemos o comparativo entre o cálculo através da soma e por meio da multiplicação.

5.2.11 Encontro 11: Aplicação do Plano de Atividades 2 – 2º e 3º Momento

Proença (2021) defende a utilização de problemas como ponto de partida na abordagem de conceitos. Quando a aplicação de problemas só acontece posteriormente, ocorre a dificuldade na própria formação do conceito, bem como a falta de estabelecimento de uma relação entre os conceitos aprendidos e os contextos dos problemas (novas situações).

Nesse intervalo, pela imposição vertical dos procedimentos padrões, também se acrescenta a ausência da exploração da linguagem matemática, porque a leitura e escrita tornam-se instrumentalizadas como atos prontos e mecânicos, assim como, o diálogo fica comprometido à inexistência. O paradoxo, que Proença (2021) estabelece, especifica que a Resolução de Problemas é tida como princípio do processo ensino e aprendizagem e não a finalização. Em meio a isso, a Resolução de Problemas é uma estratégia que canaliza a formação de conceitos. Nesse sentido, o autor menciona que, para resolver um problema, o aluno realiza na estrutura cognitiva a mobilização de outros conceitos, conhecimentos já adquiridos, princípios e procedimentos.

Nesse estudo, a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas trouxe como um dos instrumentos a problematização. Partimos de problemas geradores e fomos levantando questões, hipóteses sobre as situações a partir do que os alunos argumentavam. Assim, fomos

intervindo com o letramento matemático; explorando os dados através da leitura e compreensão com levantamento de informações através da comunicação; e construindo diferentes representações para a formação de conceitos.

Iniciamos retomando a tarefa do encontro anterior com a leitura da PP da situação-problema, a saber: c) Quantas maçãs caberiam em 3 caixotes?

A17: Trezentos e oitenta e quatro!

PP: Por quê? Como é que vocês fizeram?

A17: Cento e vinte e oito, mais cento e vinte e oito, mais cento e vinte e oito é igual a trezentos e oitenta e quatro.

PP: Por que cento e vinte e oito?

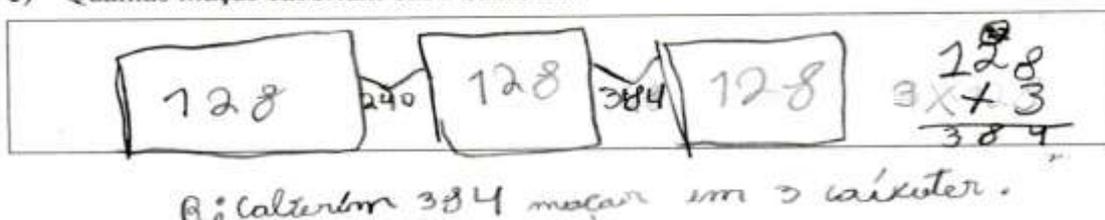
A20: Em um caixote dá cento e vinte oito. Cento e vinte e oito mais cento e vinte e oito mais cento e vinte e oito é igual a trezentos e oitenta e quatro.

PP: Mas, nós estamos estudando a multiplicação? Como faz a multiplicação?

A20: Três vezes cento e vinte oito!

Figura 40 – Resolução de Problema da aluna A12

c) Quantas maçãs caberiam em 3 caixotes?

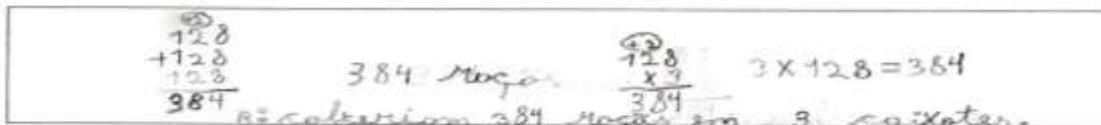


Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A estratégia foi interessante. A aluna A12 utilizou da representação do pensamento de três caixotes, apesar de ter registrado 240 na primeira contagem, onde seria 256, na representação escreveu 384. Os alunos fizeram pelo caminho da adição. Discutimos os registros e operações. Dessa vez, alguns deles armaram o algoritmo da adição e resolveram. Sugerimos, o procedimento de multiplicação, pois é uma forma mais prática de realizar a adição.

Figura 41 – Resolução de Problema da aluna A20

c) Quantas maçãs caberiam em 3 caixotes?

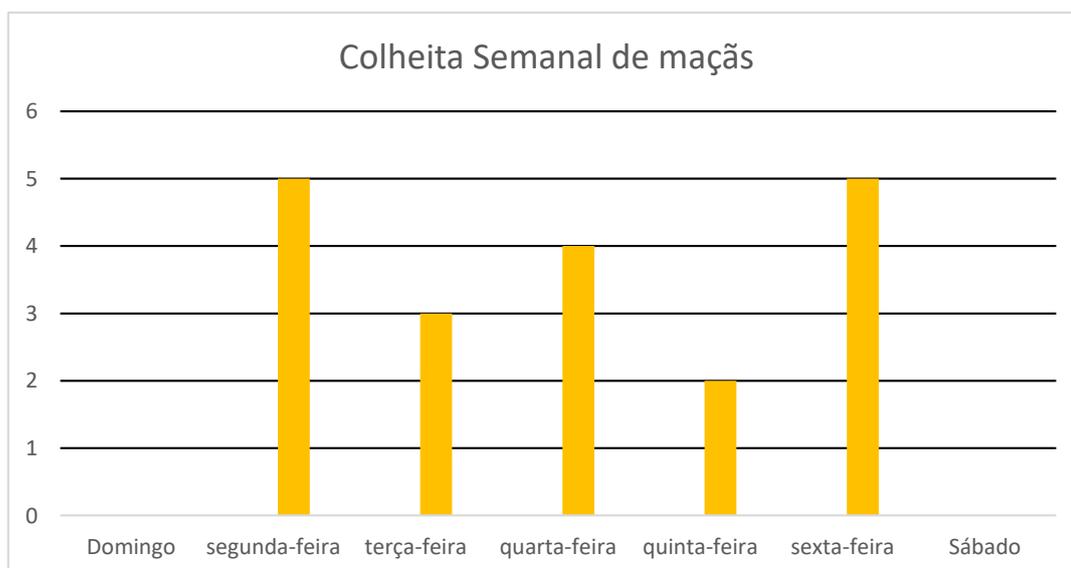


Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Para Van de Walle (2009), no início do processo, os alunos, ao estudarem as estruturas multiplicativas, utilizarão a soma de números repetidos, isso se trata de uma oportunidade de iniciar uma conversa sobre o uso do sinal de multiplicação, explicando a utilidade dos fatores.

Após o intervalo da aula, iniciamos outro momento do mesmo Plano de Atividades. A situação apresentava um problema com um gráfico. Para Luvison e Grandó (2018), o gênero está presente nas relações sociais; está ligado à materialização oral ou escrita; e traz consigo características como o assunto que irá tratar. A estrutura em que irá organizar as informações e a configuração correspondente à linguagem, isso é somado ao estilo individual de cada autor e peculiaridades. Nesse momento, conduzimos a leitura e compreensão do gráfico para a resolução do problema:

1) Leia atentamente o gráfico com as informações sobre a colheita de maçãs de cada anãozinho, durante a semana:



a) Sabendo que a colheita de maçãs foi igual para todos nessa semana, determine a colheita total de maçãs realizada pelos 7 anõesinhos nesse período.

PP: Cada um, na segunda-feira, colheu quantas?

Todos: Cinco.

PP: Tinham quantos anões?

A1: Cinco sete vezes professora.

A20: Vinte.

A18: Tia, vai dá trinta e cinco.

PP: Como foi A1?

A1: Somei, cinco, dez, quinze, vinte, vinte e cinco, trinta, quarenta.

PP: Trinta mais cinco. Então, na segunda-feira trinta e cinco.

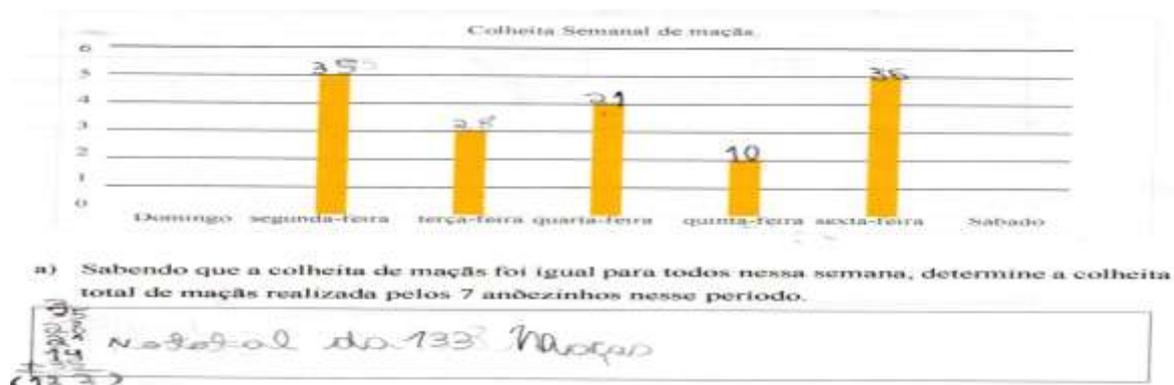
A17: Professora, eu sei a multiplicação, é cinco vezes sete. [...]

A20: Cinco vezes sete.

PP: Faça o cálculo, na segunda feira, cada anãozinho colheu cinco maçãs.

A partir dessa ocasião, deixamos os alunos refletirem sobre os demais dias de colheita dos anões. Observamos que a turma estava realizando as contagens e compreendendo, aos poucos, o fazer matemático na multiplicação e divisão. Deixamos concluir as resoluções e registrar no gráfico cada dia indicado, utilizando-se das próprias estratégias.

Figura 42 - Resolução de Problema da aluna A8



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Começamos a questionar a resolução do problema da aluna A8. Observamos que apesar do resultado estar correto, a aluna trocou o número total de maçãs colhidas na terça-feira (21) e na quarta-feira (28). Na quinta-feira, A8 pôs um total de 10 (dez) maçãs, onde o correto seria 14 (quatorze) maçãs. Solicitamos que os alunos encontrassem o equívoco da resolução. A aluna A5 identificou na quinta-feira e explicou que seriam 14 (quatorze) maçãs, e não 10 (dez).

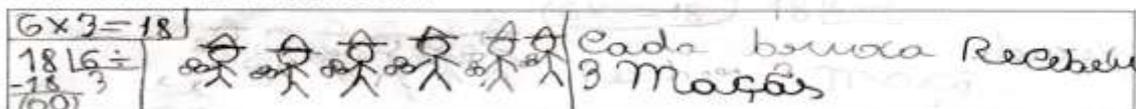
A situação-problema seguinte abordava a divisão:

- 2) Numa cesta tem 18 maçãs para serem distribuídas igualmente entre 6 bruxas. Quantas maçãs cada bruxa deverá receber?

Iniciamos por questionar a leitura e os dados do problema conduzindo o pensamento matemático da turma. Uma das alunas apresentou as tentativas de resolução do problema.

Figura 43 - Resolução de Problema da Aluna A9

- 2) Numa cesta, tem 18 maçãs para serem distribuídas igualmente entre 6 bruxas. Quantas maçãs cada bruxa deverá receber?



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Realizamos a discussão sobre a escrita representada e resolução proposta pela aluna A9 no quadro branco. Dialogamos sobre o pensamento matemático desencadeado pela aluna e refletimos sobre o conceito de divisão e multiplicação. Assim, na discussão, exploramos a escrita da aluna e a divisão e a multiplicação como operações inversas.

PP: Eram quantas maçãs?

Todos: Dezoito.

PP: Pra dividir para quantas bruxas?

Todos: Seis.

PP: Três vezes seis?

A5: Dezoito [...]

PP: Dezoito menos dezoito?

Todos: zero.

A20: Por que sempre dá zero?

PP: Hoje sobrou maçãs?

A20: Não. [...]

PP: Porque aqui a divisão foi exata. Por que nesse problema ela usou uma multiplicação e uma divisão?

A20: Fez essa para saber o total (apontando para a multiplicação 6×3)

= 18), para saber quantas maçãs sobraram (apontando para a divisão $18:6 = 3$).

PP: [...] prestem bem atenção: aqui tem os mesmos números que aqui, mas só que aqui temos uma multiplicação e aqui uma divisão [...] A divisão é a inversa da multiplicação [...], vocês usam a multiplicação para resolver a divisão [...] Dezoito, o total dividido para seis bruxas. Cada uma recebeu três, porque seis vezes três igual a dezoito. A divisão é a inversa da multiplicação.

Nessa tarefa, questionamos os alunos sobre qual seria a divisão e multiplicação correspondente, de forma que, os alunos pudessem perceber transformações da escrita matemática a partir dos desenhos e tentativas de resolução.

A próxima questão, antes mesmo que lêssemos, o aluno A1 já veio dizer a ideia, que era para inventar uma situação-problema.

2) Use sua criatividade e proponha um novo problema a partir do lido no número 2.

Logo, explicamos que a ideia da situação-problema anterior era de divisão e eles iriam propor um problema em que poderiam inserir outras informações ou modificar os dados. Dois alunos verbalizaram o problema, mas não sabiam escrever na tarefa. Pedimos o auxílio de outros colegas que já dominavam a leitura e escrita da turma para ajudá-los. A1, apesar de ter compreendido o que solicitava a questão, propôs uma situação-problema de adição. Esclarecemos que o problema seria de divisão e não de adição. Os demais foram fazendo também a proposição do problema, sendo convidados à leitura:

A25: Tinha algumas uvas em uma feira. Na feira, tinha 16 uvas para dividir com duas mulheres. Quantas uvas elas deveriam receber?

PP: Eram 16 uvas para dividir entre duas mulheres. Quantas cada uma deveria receber?

Todos: Oito. [...]

A26: Eu fiz o meu problema. O meu problema foi bem curtinho.

PP: A26 como foi o seu?

A18: Ele não sabe ler.

PP: São doze sacolas de maçãs para dividir para 4 pessoas igualmente.

A18: Cada uma vai receber quatro. [...]

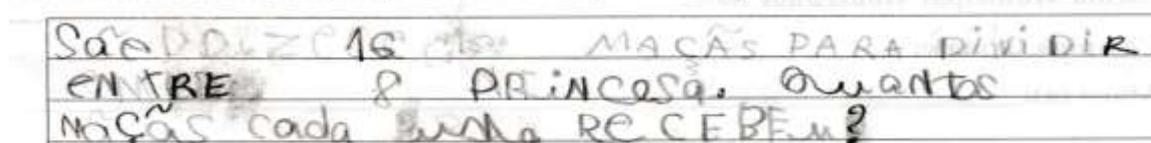
PP: Fale A3 o seu.

A3: Não sei ler.

PP: Mas fale o problema [...] São 16 maçãs para dividir entre 8 princesas. (Nesse momento, a aluna precisou de ajuda para concluir o texto do problema).

Figura 44 - Resolução de Problema da aluna A3

3) Use sua criatividade e proponha um novo problema a partir do lido no número 2.



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A informalidade das situações-problema propostas pelos alunos justifica-se pelo fato deles estarem desenvolvendo processos de leitura e escrita em Matemática e conhecendo as estruturas multiplicativas. Eram alunos que não estavam habituados a explorar a leitura e escrita nas aulas de Matemática. Isso é constatado no diálogo, quando a aluna A18 mencionou que o colega A26 não sabia ler, por isso não poderia realizar a leitura da proposição do problema que fez com o colega. Outro aspecto observado é que os alunos não resolviam tarefas de Proposição de Problemas cotidianamente.

Diante da discussão proposta, podemos verificar o quanto os processos de leitura e escrita são essenciais no ensino e aprendizagem de Matemática, pois a aluna A3 havia formulado mentalmente a situação-problema, no entanto, não sabia escrevê-la corretamente, necessitando de auxílio para concretizar a representação escrita da proposição.

A criança precisa experimentar as reais necessidades da escrita como veículo de comunicação, contação de histórias, memória escrita e produção de textos. Em Matemática, o aluno precisa ler, produzir, escrever e criar. “Na formulação de problemas, a criança empenha-se em pensar nele como um todo, não se detendo apenas nos números, em algumas palavras-chave ou na pergunta. Ela se familiariza e compreende melhor as características das situações-problema” (Chica, 2001, p.152). Entendemos a Proposição como um recurso facilitador da aprendizagem matemática em resolução de problemas, pois permite a reflexão sobre a leitura e escrita e aprofunda a compreensão de conceitos matemáticos.

5.2.12 Encontro 12: Aplicação do Plano de Atividades 2 – 2º e 3º momento (continuação)

Do momento, participaram 26 alunos e alunas. Iniciamos o encontro retomando a atividade do dia anterior, na qual os alunos propuseram problemas de divisão. Percebemos que a turma demonstrava envolvimento na tarefa. Algumas escritas estavam relacionadas à adição e a maioria das proposições apresentava a ideia de divisão e multiplicação.

Figura 45 – Proposição de Problema da aluna A9

3) Use sua criatividade e proponha um novo problema a partir do lido no número 2.

em uma festa havia 18 Potes de Pó Mágico
Para serem distribuídos entre 6
Fadas quantos Potes de Pó Mágico cada
fada deve escrever?

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

O problema da aluna A9, apesar das questões ortográficas e de escrita, pareceu alinhado à tarefa que sugerimos. Na exploração das proposições, lemos e discutimos todos os problemas propostos pelos alunos.

Inicialmente, é dado ou proposto um problema ou situação-problema, que pode partir tanto do professor como dos alunos, em que os alunos realizaram um trabalho sobre ele e, juntos, professor e alunos, discutem o trabalho desenvolvido num processo de reflexões e sínteses. Chegando, assim, possivelmente à solução do problema, a novos conteúdos, a novos problemas, à realização de novos trabalhos, as novas reflexões e sínteses. (Andrade, 2017, p.365)

Nessa perspectiva, exploramos as proposições dos alunos, convidando voluntários para irem ao quadro branco resolver os problemas dos colegas. A seguir, apresenta-se o quadro das proposições de problemas dos alunos do 4º ano.

Quadro 7 - Proposição de Problemas da turma

1	A8 - Branca de Neve tem 19 bombons para dividir entre 6 amigas. Quantos bombons cada uma recebeu?
2	A24 - João tinha 14 bolas ganhou 5 bolas.
3	A27 - São 12 sacos de maçãs para dividir para 4 pessoas igualmente. Quantos para cada?
4	A19 - As bruxas estavam voando na floresta, viram 3 árvores em cada uma com 13 maçãs. multiplicação. $4 \times 9 = 36$.
5	A11, A10, A1, A28, A26, A22, A7, A14, A21, A4, A12 - Merlin tinha um saco com 13 maçãs para dividir igualmente entre 6 bruxas. Quantas maçãs cada uma deve receber?
6	A17 - Luara tinha dez balas e decidiu dividir entre 3 crianças. $10 : 3 = 3$.
7	A6 - Batman tinha 15 reais e deu 3 reais a Roben. Quantos reais ele ficou?
8	A20 - Maria tinha 10 bonecas ela dividiu entre 3 amigas. Ela distribuiu 3 para cada uma, com quantas Maria ficou. 1 boneca.
9	A9 - Em uma cesta havia 18 potes de pó mágico para serem distribuídos entre 6 fadas. Quantos potes de pó mágico cada fada deve receber?
10	A13 e A3 - São 16 maçãs para dividir entre 8 princesas. Quantas maçãs cada uma recebeu?
11	A18 - Rosa tinha dez bonecas para dividir para 10 amigas. Com quantas boneca ela ficou?
12	A2 - Eu tenho 20 lápis e quero dividir entre eu e mais 4 amigos. Quantos lápis cada um deve receber? Resposta: Cada um deve receber 4 lápis.
13	A25 - Tinham algumas uvas em um saco, tinham 16 uvas para dividir com 2 mulheres. Quantas uvas elas deveriam receber?
14	A5 - Numa caixa tem 36 bananas para dividir entre 9 crianças igualmente. Quantas bananas cada criança deverá receber?

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Observamos, pela leitura do quadro, as 14 proposições realizadas pelos alunos, ou seja, mais proposições do que encontros anteriores. Um aluno apresentou o enunciado do problema ilegível e A6, A24 e A20 apresentaram problemas com raciocínio aditivo. Percebemos, também, alguns enunciados incompletos, como A24, A17 e A19 não desenvolveram a situação problema; A19 apresentou uma situação problema de multiplicação e a resolução incorreta; textos que trazem outros personagens do cotidiano dos alunos; e contextos que geraram muitas discussões.

Quadro 8 – Quantitativo das proposições de problemas

Proposições de problemas com ideia aditiva	Proposições de problemas com ideia multiplicativa
3	11

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Entre os problemas, consideramos que 3 trouxeram a ideia aditiva, enquanto 11 remeteram à ideia de divisão e multiplicação. A seguir, expomos algumas problematizações que fizemos com a turma:

PP: Branca de Neve tem 19 bombons para dividir igualmente para 6 amigas. Quantos bombons cada uma deve receber? [...] Quanto cada uma deve receber? Quem quer ser um voluntário? [...]

A1: Dois bombom para cada.

PP: Dois vezes seis?

A17: Doze.

PP: Lembra que a divisão é a inversa da multiplicação? Dois vezes seis doze está longe de dezenove.

A17:Cada um deve receber cinco.

PP: Cinco vezes seis?

A28: Trinta.

PP: Trinta já passou de dezenove.

A18: É três.

PP: Coloca três. Três vezes seis?

A24: Dezoito. [...]

PP: Subtrai. [...] Gente, sobrou o quê?

A17: Um [...] um bombom.

PP: Faz o que com esse bombom que sobrou?

Todos: Come.

A26: Divide!

PP: Divide em quê?

A26: Pedacinhos

PP: Quantos pedacinhos para cada?

A17: Fica um.

PP: Agora, a gente vai usar os decimais. Para usar uma unidade menor do bombom.

PP: Dez dividido para seis?

A18: Um.

O problema proposto gerou algumas problematizações. Inicialmente, na identificação da ideia central do problema, levamos os alunos a refletirem sobre o sentido que a situação trouxe analisando a linguagem proposta. Após a resolução, tendo um aluno como voluntário e escriba, realizamos outras explorações que surgiram como a divisão com decimais.

Martins (2020) afirma que, a Proposição ajuda na Resolução de Problemas, mas ainda acontece de maneira restrita na sala de aula. A Proposição contribui para o desenvolvimento do aluno no pensamento matemático, na criatividade, na codificação e na decodificação. As tarefas de Proposição conforme vão sendo desenvolvidas, vão se tornando cada vez mais sofisticadas.

Continuamos a leitura e exploração das proposições dos alunos e realizamos a resolução das situações. No entanto, o problema seguinte trouxe muitas ideias que precisaram ser discutidas, corrigidas e organizadas. Exploramos o texto, a linguagem utilizada, o cálculo da aluna e fizemos as correções devidas.

PP: As bruxas estavam voando na floresta, viram 3 árvores, em cada uma com 13 maçãs. multiplicação. $4 \times 9 = 36$. Vocês entenderam?

Todos: Não.

PP: O que há de errado aqui? [...] No total, dá trinta seis maçãs é verdade?

Todos: Não.

PP: [...] esse problema é de divisão? [...] Dá trinta e seis? (Releitura do problema)

A28: Dá trinta e nove.

PP: Esse problema é de divisão ou de multiplicação?

A17: Multiplicação. É três vezes treze.

PP: Como é que resolve essa multiplicação? Quem vai ajudar a A18?

A28: Trinta e nove.

PP: Eu pedi a vocês um problema de divisão. Ela fez de multiplicação. Vamos fazer um problema de divisão. Quem ajuda? Fale A26 a ideia.

A26: Merlin tinha 13 maçãs em saco para dividir igualmente entre 6 bruxas. Quantas maçãs cada um deve receber?

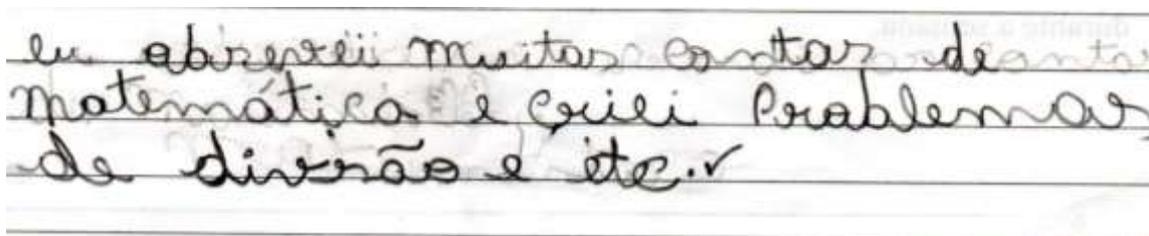
Realizamos a escrita e proposição do problema para a aluna. Assim, mediamos a leitura e escrita do problema proposto pelo aluno A26. A última questão foi para elaboração de um

novo bilhete para Professora Pesquisadora. Solicitamos novamente que os alunos escrevessem o que havíamos estudado sobre a multiplicação e divisão:

- 4) Com base nas discussões realizadas, escreva um bilhete para professora pesquisadora contando o que você observou no estudo da multiplicação.

Um dos alunos, A28 escreveu que: “A multiplicação servia para ajudar na divisão”. A aluna A9, escreveu o seguinte:

Figura 46 – Escrita da aluna A9



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Nas turmas dos Anos Iniciais, é comum acontecer práticas de resolução de problemas nas aulas de Matemática, embora seja necessário explicitar que há especificidades que merecem ser esclarecidas, como quando o professor propõe tarefas com problemas para “resolver contas” apenas.

Onuchic (2014) distingue três fenômenos: ensinar para resolver problemas; ensinar sobre resolução de problemas; e ensinar via resolução de problemas. Ensinar para resolver problemas é uma prática tradicional que acontece há muitos anos nas escolas. Entretanto, nesse caso, ensina-se o modelo padrão para depois resolver problemas. O aluno é preparado para, posteriormente, resolver problemas, para isso, tem que conhecer e dominar as ferramentas necessárias. A segunda categoria é ensinar sobre resolução de problemas, na qual se discute a teoria e a metodologia de Resolução de Problemas. E, a terceira categoria, ensinar via resolução de problemas, na qual se aprende fazendo Matemática no contexto de situações-problema.

Um outro aspecto importante que A9 menciona é “criei problemas de divisão”. A Proposição de Problemas precisa ser uma tarefa mais explorada nos Anos Iniciais. Essa proposta configura-se como uma ferramenta essencial da metodologia de Exploração e Resolução de Problemas, pois atua como mais um elemento teórico e prático que colabora na compreensão de significados e de problemas e desenvolve o pensamento matemático, a leitura e escrita e a criatividade. Sendo assim, à medida que se propõe problema, também se explora

todo o contexto da situação dada. Um problema pode ser proposto a partir de outros problemas, dados, perguntas ou expressões.

5.2.13 Encontro 13: Aplicação do Plano de Atividades 3 – 1º Momento

Partimos para um novo Plano de Atividades. Do 1º momento, participaram 27 alunos e alunas. Para criarmos um ambiente matemático propício para trabalhar a leitura e a escrita e resolução de problemas, lemos a história: Os três porquinhos. Nesse dia, tivemos uma roda de conversa inicial, chamando atenção para alguns aspectos da narrativa: as relações sociais e familiares, as atitudes dos personagens, as moradias das pessoas. Lemos, em voz alta, os objetivos do próximo Plano de Atividades e, assim, fomos levando os alunos a refletirem sobre passagens da história e contribuindo para a formação de opinião.

[...] pensamos que a leitura tem suas bases na transformação. Ao ler e compreender, estabelecendo analogias, relações, comparações, enfim, inferindo, o leitor transforma-se o tempo todo; coloca-se na leitura a partir do momento em que esta lhe traz significados, lhe traz a proximidade com a sua própria vida. (Luvison; Grando, 2018, p.37)

Luvison e Grando (2018) discutem a leitura e escrita como processos que vão além da decodificação, aliando-se às linguagens inseridas em contextos diversificados e que são procedimentos de mobilização de conhecimentos e de transformação. À medida que oportunizamos a interação com textos, o diálogo na relação leitor-autor, provocando inferências, questionando e fazendo relações com outros textos, abrimos espaços para a transformação de conceitos e da maneira de ler o mundo.

Luvison e Grando (2018) trazem discussões sobre o letramento matemático e a importância da leitura na matemática como elemento ligado à compreensão de problemas. “Há necessidade de focar a questão da leitura, pela dificuldade que os alunos apresentam na compreensão do texto matemático” (Luvison; Grando, 2018, p.28). Logo, as autoras sugerem um trabalho voltado para a ênfase na leitura atrelada à linguagem matemática, tendo o suporte do uso de gêneros textuais para a aquisição de conceitos matemáticos, ou seja, um estudo que contempla a criação de um ambiente leitor e escritor no âmbito da Matemática, assim como, é possível em outros campos do conhecimento.

Partimos para as situações-problema:

- 1) O porquinho mais novo pesa 32 Kg, o porquinho do meio pesa duas vezes esse peso e o porquinho mais velho pesa três vezes a quantidade de massa do porquinho mais novo.

- a) Qual é o peso do porquinho do meio?
- b) Qual é o peso do porquinho mais velho?

Direcionamos os alunos para que lessem em grupos. Fizemos as observações introdutórias e alguns alunos já mencionaram uma possível resolução.

PP: Qual é o peso do porquinho do meio?

A26: Pesa duas vezes o peso do porquinho mais novo.

PP: E o mais novo pesa quanto?

A31: Trinta e dois quilos.

A18: Dá sessenta e quatro.

PP: Por que sessenta e quatro?

A18: Três e três seis, dois e dois quatro. [...]

Na comunicação em sala de aula, identificamos que a aluna A18 apresentou o resultado do cálculo correto, mas ao explicar o procedimento adicionou as dezenas, para depois, somar as unidades; isso pode funcionar quando não há reagrupamento. Explicamos à turma que, na adição, começamos a operacionalizar o algoritmo pelas unidades e, depois, somamos as dezenas. A metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas permite identificar erros provenientes da oralidade e da escrita, porque não oferecemos respostas prontas, mas aguardamos o protagonismo dos alunos, ou seja, deixamos eles expressarem as próprias ideias. Esse percurso permite entender o pensamento do aluno e agir imediatamente tomando decisões.

Observamos que, nesse dia, os registros das multiplicações dos alunos não estavam correspondendo às situações e às demais estratégias. Os alunos pesquisavam na tabuada e apenas registravam uma sentença de mesmo resultado.

PP: Oito vezes oito igual a sessenta e quatro. Por que oito vezes oito?

A17: Por que, tia?

PP: Não é o peso dele, 32 quilos.

A18: Duas vezes trinta e dois.

Fomos visitar outro grupo em que os alunos registraram incorretamente a multiplicação $32 \times 32 = 64$. Realizamos alguns questionamentos:

PP: Por que trinta e dois vezes trinta e dois igual a sessenta e quatro?

Você somou quantas vezes o trinta e dois?

A5: Duas vezes trinta e dois.

PP: Que vai dá?

A5: Sessenta e quatro.

O item seguinte solicitava o peso do porquinho mais velho. Quando partimos para a situação similar à anterior, algumas alunas já trouxeram a resolução:

Alunas (A17, A5, A20, A18): Noventa e seis.

A17: Trinta e dois mais trinta e dois mais trinta e dois.

A18: E a multiplicação será três vezes trinta e dois.

A próxima situação-problema abordava a disposição retangular:

- 4) O porquinho da casa de tijolos, ao revestir a parede da cozinha com azulejos, já colocou, até o momento, 8 fileiras de azulejos horizontais e 5 fileiras de azulejos posicionados verticalmente. Quantos azulejos o porquinho colocou ao todo na parede da cozinha?

O aluno A28 perdeu as aulas em que havíamos trabalhado os significados da multiplicação e divisão. Apesar de dominar bem a tabuada, quando questionávamos, somou a quantidade de linhas com colunas na situação-problema. Quando nos aproximamos do aluno A28, realmente, ele havia realizado uma soma ($8 + 5 = 13$). Solicitamos que ele criasse a outra representação para compreender o contexto da situação.

Os alunos não relacionaram o cálculo escrito à multiplicação correspondente, colocando outra sentença diferente de mesmo resultado ($4 \times 10 = 40$). Chamamos atenção para a contagem de linhas e colunas.

PP: Eu vi que vocês conseguiram fazer um desenho. Fizeram uma representação da parede, mas está faltando a multiplicação. [...]

A17: Quatro vezes dez. [...]

PP: Como é que vocês chegaram a quarenta A17?

A17: Eu fiz a parede. Depois contei, deu quarenta.

PP: Aqui tem quantas fileiras?

Todos: Oito.

PP: E aqui?

Todos: Cinco.

PP: São oito assim e cinco assim (mostrando a representação da aluna A17). Essa linha aqui tem quantos azulejos?

A20: Cinco.

PP: Você acha que a multiplicação é quatro vezes dez? Como é a multiplicação?

A9: Oito vezes cinco dá quarenta.

PP: Por que?

A9: Tem oito linhas e cinco colunas.

No trabalho de exploração e resolução do problema, observamos que alguns alunos conseguiram resolver os problemas com mais facilidade do que nos dias anteriores, demonstrando iniciativa e desenvoltura. Nesse dia, apresentaram dificuldades para transformar adições que utilizaram para resolver os problemas em multiplicações, colocando outras expressões descontextualizadas. Então, levamos os alunos a fazer outras contagens, percepções e observarem as próprias construções, refletindo sobre o sentido da multiplicação nas produções que fizeram. Portanto, as falas e os registros dos alunos têm muito a comunicar sobre o processo ensino e aprendizagem de Matemática. Avanços e retrocessos, erros e acertos tratam-se de elementos que podem orientar novas decisões.

5.2.14 Encontro 14: Dialogando sobre Proposições do Plano de Atividades 3 – 1º Momento

No encontro, havia 27 alunos e alunas, retomamos a história lida na semana anterior, enfatizando a leitura nas aulas de Matemática como promotora de reflexão e de interação com a realidade sociocultural.

Ler, muito mais do que decodificar palavras e frases, encontra sua máxima expressão na comunicação e na reflexão. Ao ler, é possível alimentar a curiosidade, fazer “descobertas”, compreender, analisar, estabelecer comparações e despertar a imaginação em busca do desconhecido, trilhando novos caminhos. (Luvison; Grando, 2018, p. 34)

Logo, direcionamos o diálogo para alguns aspectos que poderiam ser discutidos trazendo para nossa realidade. Iniciamos a roda de conversa:

PP: Gente, lembra que nós conversamos sobre essa história? O que chamou atenção?

Todos: Sim.

PP: O que a gente conversou? Quem lembra?

A17: Sobre os porquinhos e as casas deles [...]

PP: O que aconteceu com as casas?

A23: Destruídas, menos a de tijolo.

PP: Mas o lobo deveria ter feito isso?

Todos: Não.

PP: Por quê?

A28: Não era dele.

PP: Pelo fato da casa ser de palha ele deveria ter derrubado? E se fosse a casa da gente? Por ser um material menos resistente?

PP: E depois, o que chamou sua atenção?

A17: Chamou que a casa queria derrubar a casa dele? [...]

PP: Pessoas moram em casa de madeira?

Todos: Sim.

A23: Existe casa de madeira, de barro.

PP: Quem mora em casa de palha?

A18: Os índios!

PP: Os povos indígenas. Pelo fato da casa ser de madeira pode alguém vir e derrubar a casa do outro?

A18: Mas ele não queria só derrubar queria derrubar a casa como comer os porquinhos.

PP: Exatamente. Além de derrubar, porque era um material menos resistente, ele queria devorar os porquinhos... tirar a vida deles. Quando a gente trata dos direitos humanos: o direito à vida, à educação, à moradia é um direito [...] As políticas devem ser dirigidas para as pessoas terem suas casas. Uma casa precisa de quê?

A14: Tudo.

PP: [...] é um ponto a ser levado em conta. A casa onde a gente mora precisa de água, encanção, [...]

A5: Eletricidade.

PP: E quem não tem casa?

A27: Mora na rua.

PP: Vocês viram como choveu ontem?

Todos: Sim.

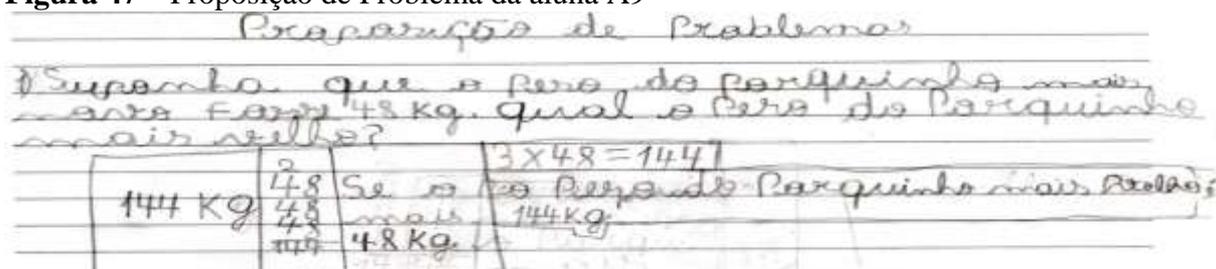
PP: Está vendo como é importante que existam políticas que ajudem às pessoas a terem suas próprias habitações, com saneamento, encanação, luz elétrica. Tem gente que tem uma moradia, mas tem gente que não tem.

Essas narrativas proporcionam temáticas sociais atenuantes, que podem passar despercebidas do entendimento da criança. Entretanto, quando passamos a problematizar trazendo para nossa realidade, os alunos começam perceber fatos importantes, contradições e injustiças sociais. Quando há a preocupação com uma educação para a democracia, essas questões não podem passar despercebidas, tanto por meio de diálogos sobre problemáticas gerais, como a reflexão sobre conceitos matemáticos que envolvem informações e tomada de decisão.

Após esse momento de discussão, retomamos a tarefa com problemas do encontro anterior. Alguns dias se passaram devido ao feriado (21 de abril), então, partimos para a proposição de problemas. Inicialmente, propomos duas situações semelhantes as que eles tinham resolvido na aula anterior:

- 1) Suponha que o peso do porquinho mais novo fosse 48kg. Qual o peso do porquinho mais velho?
- 2) Para fazer a calçada da casa, o porquinho colocou 6 linhas e 8 colunas de pedras. De quantas pedras ele precisou?

Figura 47 – Proposição de Problema da aluna A9



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Modificamos alguns dados do problema que já havíamos trabalhado. Deixamos que os alunos resolvessem com as próprias iniciativas. Nessa ocasião, observamos que os alunos aplicavam a adição e, em seguida, associavam à multiplicação.

PP: Como você fez A28?

A28: Multipliquei três vezes quarenta oito. [...]

PP: Como você fez? Explique para quem não entendeu? (Dirigindo-se para A9)

A9: Eu coloquei quarenta e oito mais quarenta e oito mais quarenta e oito, somei oito mais oito mais oito deu vinte e quatro, quatro mais quatro mais quatro mais dois deu quatorze. [...]

A18: Foi mesmo. A multiplicação foi três vezes quarenta e oito.

PP: Agora, eu vou propor outro problema para vocês: Para fazer a calçada da casa, o porquinho colocou 6 linhas e 8 colunas de pedras. De quantas pedras ele precisou? [...]

A17: Quarenta e oito.

PP: Fez como?

A17: Fiz o quadrado. Conteí e deu quarenta e oito.

PP: E você?

A28: Eu coloquei seis vezes oito e deu quarenta e oito. [...]

A18: Oh tia! Esse problema é igual a esse?

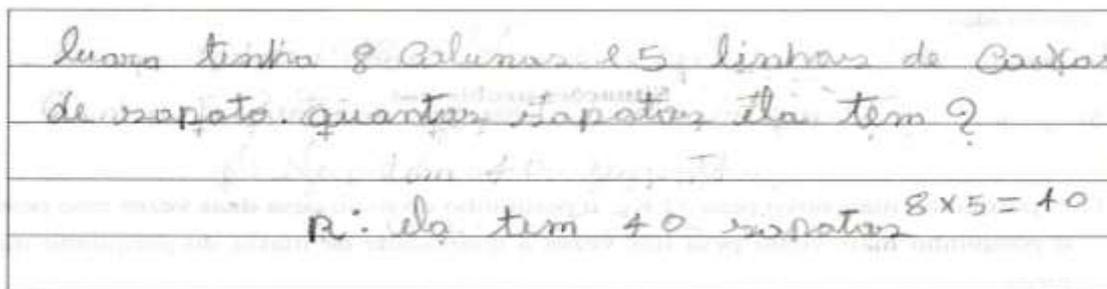
PP: Sim. Só que eu propus outras ideias. Ela saiu numerando pedrinha por pedrinha. (Análise da Resolução de A17 reproduzida no quadro).

A18: Ela fez a calçada, colocou 8 colunas e 6 linhas. Contou, depois colocou a multiplicação e fez a resposta.

PP: Eu já iria perguntar a vocês qual seria a multiplicação, mas ela já colocou aqui seis vezes oito igual a quarenta e oito.

Voltamos ao Plano de Atividades proposto e solicitamos que os alunos fizessem a terceira questão, em que apontava a proposição escrita de uma situação-problema:

- 3) Proponha um novo problema a partir do anterior colocando novas informações, modificando ou acrescentando dados. Use a sua criatividade.

Figura 48 – Proposição de Problema da aluna A9

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A questão solicitava a Proposição de problema que envolvesse linhas e colunas. Aos poucos, foram surgindo os primeiros problemas. Tratou-se de uma tarefa que exigiu esforço. As primeiras situações estavam de acordo com a proposta: uma proposição que contasse com linhas e colunas. Observamos que a turma demonstrava uma compreensão positiva dos problemas trabalhados, apresentando mais desenvoltura e criatividade na formulação das situações-problema, ao todo foram construídos 21 enunciados e 6 alunos não realizaram a proposta.

Quadro 9 – Proposições de Problemas da turma

1	A20 – Maria tinha muitas bonecas ela queria “ageitar” (ajeitar) “nais” (nas) gavetas “nais” (nas) gavetas tinha 6 colunas e 5 linhas quantos “espasos” (espaços) ela tem $6 \times 5 = 30$ Ela tem 30 bonecas
2	A19, A1, A29, A23, A14, A25, A26, A11, A10 – Kakashi organizou as mesas da sala de aula em 5 fileiras horizontais e 6 fileiras verticais quantas mesas tem na sala de aula? R: São 30 mesas na sala de aula. $5 \times 6 = 30$
3	A2 – Evelin organizou as suas borrachas em linhas botando 6 linhas de borrachas de cima para baixo e 3 linhas de borrachas da esquerda para a direita quantas borrachas Evelin tem? Evelin tem 18 borrachas.
4	A18 – Maria tem uma casa de boneca a casa é pequena tem 3 linhas e 3 colunas. Ela quer saber quantos quadrados tem na casinha de Maria? $3 \times 3 = 9$ R: A casinha de Maria tem 9 quadrados.
5	A9 – Na parede do quarto de Felipe Neto tem 6 linhas e 8 colunas de cartinhas de “fás”(fãs) quantas cartinhas tem na parede do quarto de Felipe Neto? $8 \times 6 = 48$
6	A17– Luara tinha 8 colunas e 5 linhas de caixas de sapato. Quantos sapatos ela tem? $8 \times 5 = 40$

	R: ela tem 40 sapatos
7	A28, A6 – Eu coloquei 16 colunas e 56 linhas de cerâmicas no muro fica 560.
8	A8 – Marina organizou a estante (estante) de bonecas tem 5 linhas e 7 colunas de bonecas. Quantas bonecas tem na estante? Marina tem 37 bonecas
9	A12, A4 - O porquinho do meio “vio” (viu) que a parede da sala estava faltando 8 linhas e 6 colunas de cerâmicas. Quantas cerâmicas “falta.” (faltam?)
10	A5 – Maria tinha uma estante ela tinha 7 linhas “é” (e) 8 colunas quantos quadradinhos tinha a estante?
11	A24 – Na casa no “pizo” (piso) tinha 4 linha e 4 colunas. R: 16 colunas $4 \times 4 = 16$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022

Desse modo, fomos lendo e dialogando, conforme as proposições eram concluídas, como forma de inspirar os demais. De maneira geral, alguns alunos trouxeram ideias multiplicativas de organização retangular, a maioria soltou a criatividade, trazendo situações da realidade deles; os alunos A28, A6 e A24 não obedeceram a estrutura ideal do problema; um outro ponto, que chama a atenção é a presença de erros ortográficos e de concordância na escrita, e ausência de pontuação. Observamos que, a Proposição de Problemas nos Anos Iniciais partiu das reflexões e dos conhecimentos de leitura e escrita, ao aprofundamento de conceitos multiplicação e divisão. Através do diálogo, chegou-se à distinção do sentido de problemas diferentes. Isso ajuda a reafirmar ideias que “a leitura e a escrita são indissociáveis, na prática. Ao escrever, existe uma relação entre os pensamentos, as hipóteses e as conclusões do escritor, ou seja, existe uma relação dialógica, pois não há como escrever e não pensar no leitor do seu próprio texto” (Luvison; Grando, 2018, p.37). A Proposição de Problemas, como tarefa escolar, exige reflexões matemáticas e atenua a necessidade de procedimentos de leitura e escrita, contribuindo para o Letramento Matemático.

Continuamos as Proposições de mais Problemas. Dessa vez, era preciso que os alunos criassem problemas orais para toda a turma resolver. Surgiram as seguintes proposições de orais:

Quadro 10 - Proposições de Problemas da turma

1	A28 – Na sala de aula, tinha 30 fileiras horizontais e 5 colunas de azulejos. Quantos azulejos tinham ao todo?
2	A20 – Joãozinho tinha muitos livros, ele queria ajeitar no armário em 5 colunas e 4 linhas. Quantos livros Joãozinho tem?
3	A17 – Maria tinha 20 colunas de maçãs e 5 linhas. Quantas maçãs Maria tinha?
4	A2 – Maria organizou as canetas em 5 colunas e 6 linhas. Quantas canetas Maria tem?
5	A9 – Laura tinha 8 colunas e 5 linhas de caixas de sapatos. Quantos sapatos ela tem?
6	A8- Marina ao revestir a estante de bonecas em 5 linha e 7 colunas de bonecas. Quantas bonecas tem na estante?

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A28: Na sala de aula tinha 30 fileiras horizontais e 5 colunas de azulejos. Quantos azulejos tinham ao todo?

PP: Você já sabe a resposta A28?

A28: Sim.

PP: Quem conseguiu fazer?

Todos: [...]

PP: Na sala de aula tinha 30 fileiras horizontais e 5 colunas de azulejos. Quantos azulejos tinham ao todo?

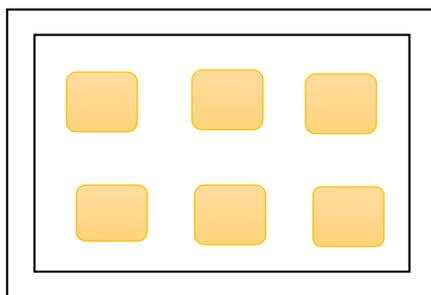
A2: Cento e cinquenta.

Cai e Hwang (2015) realizaram uma reflexão interessante sobre a Proposição de Problemas nas aulas de Matemática, buscando explicar a importância dessa metodologia, que possibilita a aprendizagem matemática, “assim, se o objetivo da educação é preparar os alunos para os tipos de pensamento de que precisarão, parece razoável que a formulação de problemas seja uma parte importante do currículo” (Cai; Hwang, *et al.*, p. 6, 2015, tradução nossa). Embora a Resolução de Problemas possa auxiliar em fatores cognitivos e metacognitivos, a Proposição é mais importante que a própria resolução (Einstein ; Infeld, 1938 *apud* Cai; Hwang, *et al.*, p. 5, 2015, tradução nossa). Isso demonstra seu potencial de aprendizagem transformadora e inovadora, pois ao realizar a tarefa de proposição, simultaneamente, o aluno é desafiado à exploração e à resolução do problema.

5.2.15 Encontro 15: Aplicação do Plano de Atividades 3 – 2º Momento

No encontro, havia 23 alunos e alunas, partimos da seguinte situação-problema:

- 4) Observe a janela que o porquinho pretende colocar na casa dele. Para fazer o serviço, quer saber quantos vidros serão necessários para pôr em 8 janelas iguais. Qual é a quantidade de vidros que o porquinho precisará para pôr em todas as janelas?



Na resolução do problema, a maioria das crianças recorreu à estratégia do desenho e, após concluída as representações, alguns encontraram a multiplicação correspondente. Outros, solicitamos que mostrassem aos demais a multiplicação. Inicialmente, discutimos sobre o ambiente da sala de aula e a contagem dos vidros das janelas.

Os alunos compreenderam a contagem multiplicativa, tanto do próprio ambiente da sala de aula, como da situação-problema proposta. Assim, procuramos intensificar a exploração da multiplicação e divisão. Para isso, convidamos alguns alunos para registrarem as resoluções no quadro branco e propomos mais observações sobre as resoluções propostas pelos alunos.

PP: Como é mais rápido?

A17: Daquele jeito.

A5: Pelo cálculo. [...]

PP: Por que coloca o seis?

A18: Por que são seis vidros.

PP: E por que oito?

A17: Porque são oito janelas.

PP: E se fossem 10 janelas, quantos vidros seriam necessários?

A6: Sessenta.

A2: Tem uma maneira bem mais fácil de fazer isso aqui [...] contando pelo desenho oito vezes.

PP: E se fossem nove janelas?

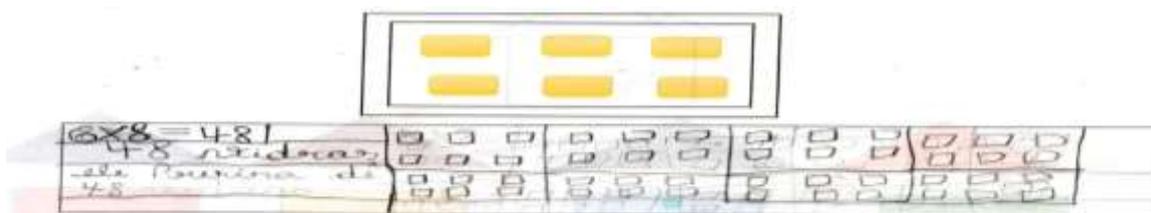
A2: Cinquenta e quatro. [...]

PP: Um porquinho comprou apenas 24 vidros? Vinte e quatro vidros darão para quantas janelas?

A28: Quatro. Olha seis mais seis igual a doze e doze mais doze igual a vinte e quatro.

Foi nesse intercâmbio, entre resolução, registro e exploração oral, que a escrita dos alunos se apresentava como elemento de discussão e reflexão. Buscamos na Exploração, Resolução e Proposição de Problemas que os alunos refletissem, com base em situações contextualizadas, sobre o funcionamento do raciocínio multiplicativo.

Figura 49 - Resolução de Problema da aluna A9



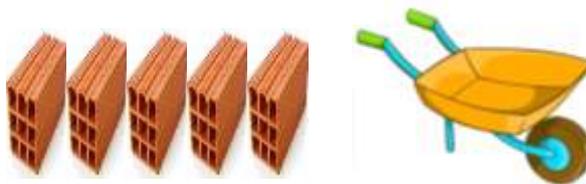
Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Conforme Vieira e Abrahão (2021), por mais simples que seja uma situação, ela envolve mais de um conceito, bem como um só conceito deve ser explorado por meio de várias situações-problema. O diálogo da PP com os alunos apresentou uma proposição oral - Um porquinho comprou apenas 24 vidros? Vinte e quatro vidros darão para quantas janelas? -, essa proposição foi diferente das quais comumente acontecem nos livros didáticos ($a \times b = c$), onde o objetivo é o produto final (Vieira; Abrahão, 2021, p.8).

A segunda situação-problema tratava de uma situação de proporcionalidade:

- 5) Para se proteger de qualquer perigo, a decisão dos porquinhos foi cada um possuir a própria casa feita de tijolos. Sendo assim, cada porquinho precisou carregar os tijolos necessários para a construção da casa utilizando uma carroça de mão. Em cada percurso de ida e volta do armazém, o porquinho conseguia carregar apenas 5 tijolos.

NOME



Fonte: <https://casarossi.com.br/tijolo-de-ceramica-baiano-6-furos-frisado.html/>

- a) Em cada percurso dado pelo porquinho, ele levava a quantidade de 5 tijolos na carroça, em qual percurso ele completou 45 tijolos?

Após a leitura, deixamos alguns minutos para os alunos pensarem na resolução. Para eles pareceu complexo. Um dos alunos sugeriu uma estratégia:

A28: Quarenta e cinco, não é? Olha quarenta e cinco tira cinco fica quarenta, quarenta tira cinco, trinta e cinco [...]

PP: Entendi, tirando. Ele colocou nove vezes cinco a multiplicação. [...]

Gente, se fosse fazer pela tabela como é que ficaria?

Nesse momento, o aluno A28 encontrou uma estratégia em que conseguiu chegar ao resultado subtraindo. A multiplicação é uma relação entre a quantidade de grupos e a correspondência entre o tamanho de cada grupo. Quando um desses elementos (quantidade de grupos ou tamanho do grupo) não é conhecido, temos uma situação de divisão. E pode-se acrescentar que “se a quantidade de conjuntos é desconhecida, mas o tamanho dos conjuntos iguais é conhecido, os problemas são chamados de problemas de medida ou, às vezes, problemas de subtração-repetida. O todo é “medido” em conjuntos do determinado tamanho.” (Wan de Vale, 2009, p. 177)

A maioria dos alunos não conseguia criar uma representação do problema. Sugerimos a elaboração de uma tabela com o número de percursos e a quantidade de tijolos e criamos mais questionamentos em torno do instrumento.

PP: Como foi a contagem pela tabela?

A17: De cinco em cinco. [...]

PP: O que está acontecendo nessa sequência?

A17: A contagem é de cinco em cinco.

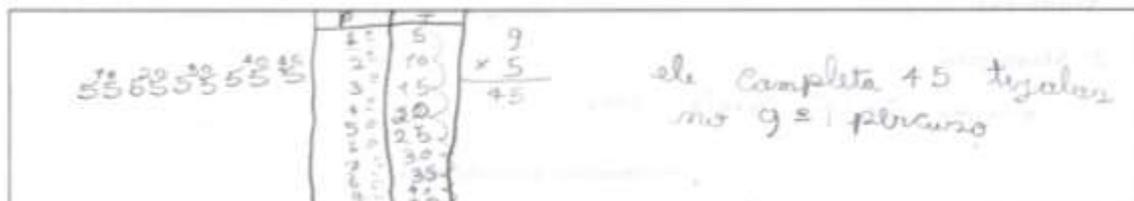
PP: Quantos tijolos ele carregou no sétimo percurso?

Todos: Trinta e cinco.

PP: Quantos tijolos ele carregou no oitavo percurso?

Todos: Quarenta.

Figura 50 – Resolução de Problema da aluna A17



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

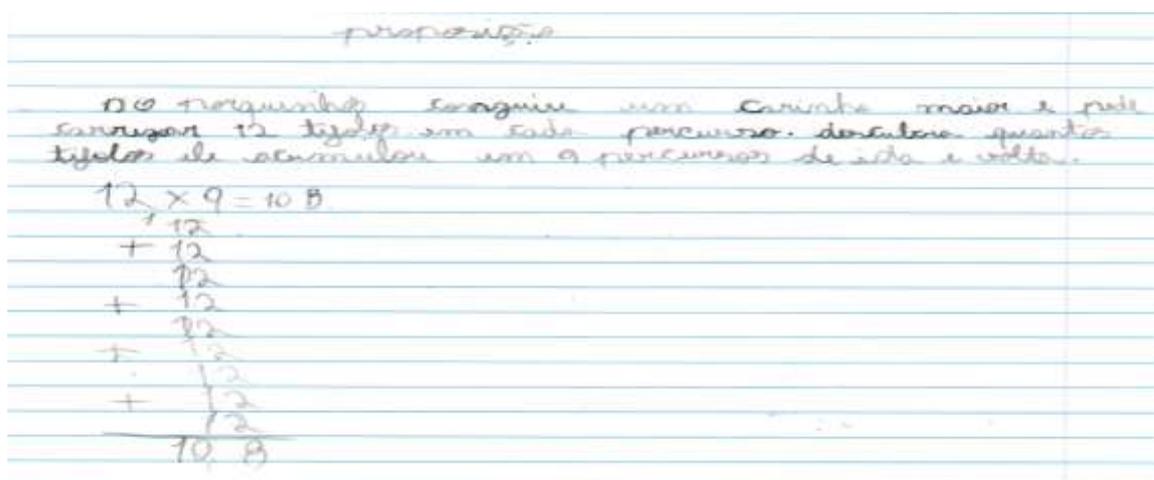
A escrita da aluna A17 demonstra a sua interpretação da situação-problema, realizando duas estratégias iniciais de resolução: contagem e construção de tabela. Depois, registro do algoritmo e descrição gráfica da resposta correta. O registro da tabela foi um novo modo de representar a situação, na forma escrita e permitiu a discussão do problema. A leitura da tabela favoreceu a realização de relações de proporcionalidade ao associar percursos e o quantitativo de tijolos.

De acordo com Hoffman e Zanon *et al.* (2021), as operações aritméticas parecem ser trabalhadas em momentos diferentes, em sequência linear, e nem sempre são trabalhadas as ideias e significados e a noção de operação inversa. Essa divisão no ensino dos significados das operações aritméticas, em uma sequência estabelecida, dando prioridade no ensino da adição e subtração e à exploração de visões parciais dos fatos fundamentais, tem interferido na compreensão das ideias e significados da multiplicação e divisão.

Propomos, um novo problema para a turma:

O porquinho conseguiu um carrinho maior que carregava 12 tijolos por percurso. Quantos tijolos ele acumulou no nono percurso?

Analisando o pensamento matemático dos alunos, através da escrita, observamos que, ao aumentarmos a quantidade de tijolos, alguns alunos não utilizaram a representação de desenhos e recorreram à soma de números iguais. Além disso, notamos que a quantidade de tijolos era maior para eles desenharem repetidamente.

Figura 51 – Resolução de Problema da aluna A5

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Ao término desse encontro e com as observações realizadas, remetemos ao estudo de Onuchic e Botta (1998), no qual, as operações aritméticas precisam passar por uma reconceitualização e os conceitos precisam ser trabalhados sem explorar regras e técnicas, mas dando ênfase à resolução de problemas. Isso perpassa pela consideração da atividade com número, pois enquanto na adição e subtração há a ideia de quantificação; na multiplicação e divisão acontece a relação e manipulação de quantidades (Onuchic; Botta, 1998, p.24).

5.2.16 Encontro 16: Proposição de Problemas com números de maior valor

No encontro anterior, vimos que os alunos estavam resolvendo os problemas utilizando inicialmente a estratégia do desenho e, quando aumentamos o desafio, recorreram à soma de parcelas iguais. Decidimos realizar tarefas de Proposição de Problemas, aumentando cada vez mais o desafio para aprofundarmos novas ideias da multiplicação. Desse encontro, participaram 23 alunos e alunas.

O primeiro problema foi lido e proposto pela professora pesquisadora:

- 1) Para calçar a rua de João foram gastos 3.536 paralelepípedos. Tendo em vista que a rua de Pedro é 12 vezes maior que a de João, quantos paralelepípedos serão necessários para calçar a rua de Pedro?

PP: Como nós vamos fazer?

A17: Eu fiz três mil quinhentos e trinta e seis doze vezes.

PP: Não é muito não?

A28: Quarenta e dois mil e trezentos.

PP: Se a gente colocar três mil quinhentos e trinta e seis doze vezes não vai dá muito trabalho? Qual é a forma mais rápida?

A20: É a multiplicação [...]

PP: A rua de Pedro não é doze vezes maior que a rua de João.

Figura 52 - Resolução de Problema da aluna A17

The image shows handwritten mathematical work. On the left, there are several vertical additions of 3536. On the right, there is a multiplication problem: $3536 \times 12 = 42432$. The student has written the multiplication in a standard algorithmic format, with the final result 42432. Below the multiplication, there is a note: "A: João necessariamente + 2.432 Paralelepipedos".

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Nesse momento, os alunos operaram pelo algoritmo convencional. Com isso, continuamos a propor outros problemas com números maiores.

- 2) Paulo mora em uma casa comum. Para fazer a casa dele, foram necessários 2542 tijolos. Já Ana mora em um apartamento pequeno de um prédio, mas para fazer todo prédio foram usados 23 vezes a quantidade de tijolos da casa de Paulo. Quantos tijolos foram necessários para construir o prédio em que Ana mora?

PP: Compreenderam?

A18: É o mesmo dali. [...] Só que aqui o prédio de Ana é vinte e três vezes maior.

A17: O meu 12713.

A9: O meu deu 49000.

PP: Como você fez?

A9: Pela conta de mais.

PP: Fez A28? Qual é o certo? Estou vendo valores diferentes?

A28: Deu sete mil, quinhentos e trinta e nove.

PP: É maior a casa de Paulo ou o prédio? Qual é a pergunta do problema?

A18: Quantos tijolos foram necessários para construir o prédio em que Ana mora?

PP: A2 fez o dois? Fez por que caminho?

A2: A multiplicação.

Na discussão, enfatizamos a leitura e a compreensão na exploração da situação-problema. Após isso, foi resolvido pelo algoritmo convencional. Nesse momento, pela diversidade de resultados que foram surgindo, observamos que os alunos continuavam criando outras formas de resolver os problemas, embora algumas vezes não encontrassem o resultado almejado.

Para Nunes (2002, p.79), “ao resolver problemas de raciocínio multiplicativo, estamos buscando um valor numa variável que corresponda a um valor dado na outra variável. A relação constante entre as duas variáveis é que possibilita a dedução na resolução de problemas de raciocínio multiplicativo.”

Convidamos uma aluna para ler o terceiro problema:

3) Luíza e Tereza resolveram construir uma piscina, cada uma, no quintal da casa delas. Para isto, Luíza vai gastar 17 sacos de cimento. E Tereza, vai fazer uma piscina 13 vezes maior que a de Luíza. Quantos sacos de cimento Tereza vai gastar para construir a piscina?

PP: O que vocês compreenderam? Luíza vai fazer o quê?

A18: Luíza vai fazer uma piscina. [...]

PP: Tem uma condição. Qual é a condição?

A18: A piscina de Tereza é treze vezes maior.

PP: Tereza vai fazer também uma piscina. [...] Qual é a pergunta?

A20: Quantos sacos de cimento Tereza vai gastar para construir sua piscina?

A28: Duzentos e vinte e um.

PP: Olha gente: multiplicação com números maiores.

A resolução pelo método convencional, a princípio, pareceu complexa para os alunos. De acordo com Wan de Vale (2009), ao aguardar até que os alunos entendam o valor posicional dos numerais, conforme o sistema de numeração decimal e desenvolvam técnicas de cálculo, seria mais interessante abordar resolução de problemas como uma possibilidade de aprender simultaneamente os números e as operações.

Na pesquisa, fomos detalhando e discutindo a resolução proposta com números maiores para os alunos compreenderem que nem sempre a estratégia do desenho e de soma de números iguais atendem a situações que exigem uma maior complexidade.

Porém, quando aprofundamos essa técnica de multiplicação com mais de dois algarismos, observamos dificuldades nos alunos, pois o processo de cálculo começa a apresentar erros. Consideramos que esses erros se devem ao fato de o aluno ainda não ter um pensamento flexível, compreendendo a composição e decomposição no sistema de numeração decimal. E essa falta de destreza no cálculo mental também o leva a não compreender os agrupamentos e as reservas nas dezenas e centenas, quando aplica o algoritmo formal de multiplicação. (Hoffman, Zanon, et al., 2021, p.73)

Com isso, entendemos que o processo multiplicativo engendra complexidade. É necessário ir além da técnica, mas englobar a compreensão sobre vários conceitos envolvidos.

5.2.17 Encontro 17: Aplicação do Plano de Atividades 3 – 3º Momento

No encontro, havia 23 alunos e alunas. Iniciamos o terceiro momento do Plano de atividades levando os alunos à leitura e à compreensão da situação-problema: 1) Um saco grande de cimento pesa 50kg. O porquinho resolveu distribuir todo o cimento em sacos menores contendo 5kg cada um. Quantos sacos de 5kg ele formou ao todo?

PP: Esse problema é de quê?

A28: Divisão.

PP: O porquinho fez o quê?

A2: Ele dividiu o saco de cimento.

PP: Qual é a pergunta do problema?

A20: Quantos sacos de 5kg ele formou ao todo?

Todos: Dez.

PP: Quantos cincos tem aí?

Todos: Dez.

PP: Por que tem dez cincos?

A18: Porque cinco, dez, quinze, vinte, vinte e cinco, trinta, trinta e cinco, [...], cinquenta. [...]

Circulamos pelo ambiente, discutindo entre as duplas a resolução do problema. Encontramos um grupo que não tinha encontrado a divisão, mas a inversa correspondente: a multiplicação.

PP: Lembre-se que vocês já deram um passo: encontraram a multiplicação. Agora, façam a divisão [...] Como é a multiplicação?

A2: Dez vezes cinco. [...]

PP: E como é a divisão?

A2: Cinquenta dividido por cinco.

PP: Venha A6 fazer a divisão. Cinquenta quilos de cimento dividido por cinco, deram quantos saquinhos?

Todos: Dez. [...]

PP: Vocês perceberam o quê nesse problema?

A20: Que é de divisão.

A28: Quantas vezes o cinco se repete para completar cinquenta.

PP: E depois, a gente percebeu o quê? [...]

A26: Dez vezes cinco igual a cinquenta.

PP: E aqui?

A26: Cinquenta dividido por cinco dez.

PP: O que tem a ver?

A28: É ao contrário.

PP: Dez vezes cinco igual a cinquenta. Cinquenta dividido por cinco dez.

A28: Só muda a multiplicação e divisão.

PP: Agora, se eu dissesse assim a vocês, um saco grande pesa 50kg e o porquinho quer dividir em sacos de dez.

A12: Cinco.

Conforme Nunes (2002, p.90), “os problemas diretos de multiplicação são problemas em que se descreve uma correspondência uma-a-muitos entre as variáveis e indica-se o valor dos fatores; nos problemas inversos, um dos fatores está ausente e a pergunta é feita sobre o valor desse fator”. No entanto, os alunos estabeleceram a multiplicação, e não a divisão, como esperávamos. Através da exploração do problema foram realizadas as devidas observações. Para Bruder (2016), com base na abordagem de Polya *et al.* (also Bruder, 2000), a reversibilidade de pensamento é a capacidade que os solucionadores de problemas, bem sucedidos, têm de reverter linhas de pensamento, pois a heurística exige a atividade cognitiva ao contrário.

A próxima questão era um item que solicitava a escrita dos alunos. Conversamos sobre o que os alunos tinham observado na resolução do problema anterior:

- O que você verificou nessa situação-problema?

A2: O problema é de divisão. Quantas vezes o cinco se repete e que a divisão ajuda na multiplicação e a multiplicação ajuda na divisão.

PP: Leia A18.

A18: Pra dar cinquenta, vamos contando dez vezes cinco, igual a cinquenta.

Percebemos que, quando os alunos são incentivados a explorar as linguagens na comunicação, começam a traçar considerações sobre as próprias atividades realizadas. Fato que ressalta a atividade metacognitiva na resolução de problemas matemáticos, na qual o aluno tem a oportunidade de rever sobre o que pensou ou fez, revisando procedimentos adotados e estabelecendo sínteses.

Partimos para a leitura da próxima questão. Algumas alunas já deduziram através da questão anterior a resolução do problema: 2) O porquinho comprou outro saco de cimento de 50kg. Como os sacos de 5kg acabaram, resolveu distribuir todo o cimento nos saquinhos menores contendo 2kg cada um. Quantos sacos de 2kg ele fez ao todo?

A18: Vinte e cinco.

PP: Qual é a ideia do problema?

A17: Só tira o cinco pelo dois.

A2: Você pega o cinquenta e divide por dois.

PP: Faça o processo agora. [...]

A2: Professora fiz o dois vinte e cinco vezes, contei e deu cinquenta.

[...]

PP: Faça a divisão agora.

Através das discussões, podemos constatar que, não só na multiplicação, como na divisão, a tentativa dos alunos é fazer uso da soma de números iguais.

5.2.18 Encontro 18: Aplicação do Plano de Atividades 3 – (continuação)

No encontro, havia 20 alunos e alunas. Iniciamos a aula dialogando sobre a multiplicação: ideias e significados. Estávamos conversando sobre o conceito de multiplicação, quando a aluna A18 trouxe, espontaneamente, a proposição de um problema, que gerou algumas discussões:

Joãozinho decidiu fazer uma construção. Ele pegou uma carroça que só cabiam 7 tijolos. Quantos percursos ele deu para chegar a 30 tijolos?

PP: Quatro ou cinco voltas?

A2: É porque quatro dá vinte e oito, aí pra completar trinta tijolos [...]

A18: Aí $28 + 7$?

PP: Quatro ou cinco?

A2: Cinco.

PP: Como é A18?

A18: Joãozinho decidiu fazer uma construção. Ele pegou uma carroça. Nessa carroça, só cabia 7 tijolos. Quantos percursos ele deu para chegar em 30 tijolos?

A2: Cinco professora. É porque se ele der 4 percursos vai dá 28.

PP: E 28 vão dá?

A2: Não. Vai dar mais uma. Teve que dar cinco.

PP: Concordam com A2?

Todos: Sim.

A2: Ele teve que dá cinco, porque vão faltar dois.

PP: 4×7 vinte e oito. Dá pra fazer a reforma?

Todos: Não.

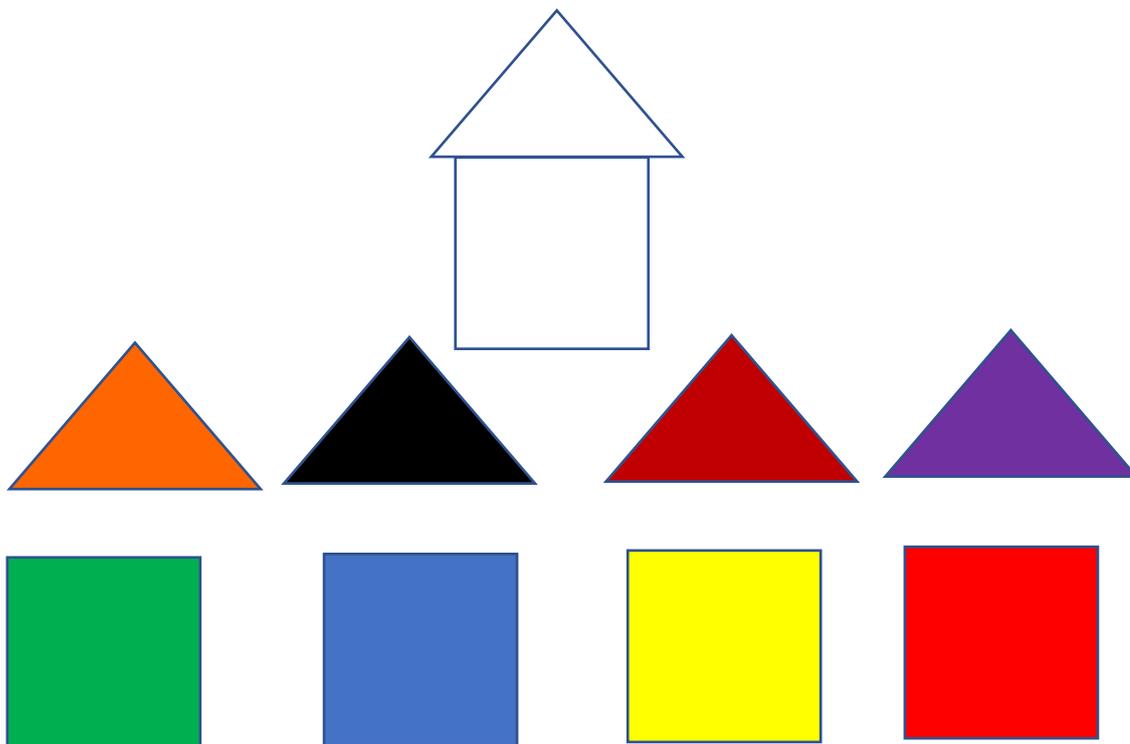
PP: Vai sobrar tijolos? Vão sobrar quantos tijolos?

Todos: Cinco.

A discussão, em torno do problema, permitiu os alunos interpretarem a situação. A turma associou a questão proposta à realidade. A própria autora do problema acreditava em quatro percursos, pois 4×7 é igual a 28, mas o colega discordou e argumentou a necessidade de mais um percurso, embora sobrassem tijolos, pois sem a quantidade ideal não seria possível fazer a construção. Entendemos esse exemplo como o funcionamento da Matemática na vida real das pessoas, pois nem sempre as quantidades e medidas atendem ao padrão estabelecido, acarretando sobras e excessos.

O próximo problema foi sobre combinações de possibilidades:

Observe as figuras abaixo. Quando combinadas, podem formar a imagem de uma casa.
Quantas casas podemos formar com figuras de cores diferentes?



PP: Então podemos formar quantas casas?

A26: Quatro.

PP: Só quatro?

A18: Eu contei deu dezesseis.

A28: Cada forma que tem aqui são quatro combinações. [...]

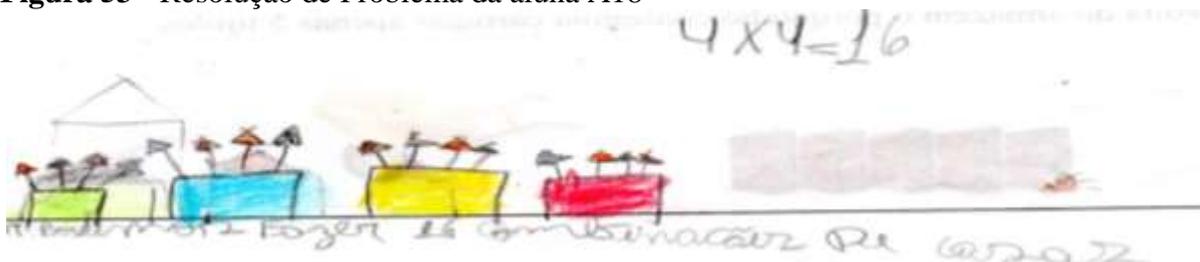
A17: A multiplicação é 4×4 .

PP: Se temos quatro quadrados e quatro triângulos, fizemos as combinações, quatro vezes quatro igual a [...]

Todos: Dezesseis.

Discutimos também as resoluções das alunas para explorar a multiplicação.

Figura 53 - Resolução de Problema da aluna A18



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A aluna A18 fez a resolução do problema relacionado ao raciocínio combinatório por meio de um diagrama. Para destacar os telhados, pintou cada triângulo de uma cor diferente e, pela contagem, chegou a dezesseis combinações. Conforme Van de Walle (2009), os alunos devem resolver problemas utilizando as técnicas de preferência, além disso, que possam explicar o que fizeram e o sentido, especialmente, na forma escrita. Para isso, eles podem se utilizar de palavras, figuras e números para esclarecer os procedimentos e raciocínios realizados. Logo, o pensamento matemático não é estático e único, mas sofre modificações de acordo com as experiências do indivíduo.

5.2.19 Encontro 19: Aplicação do Plano de Atividades 4 – 1º Momento

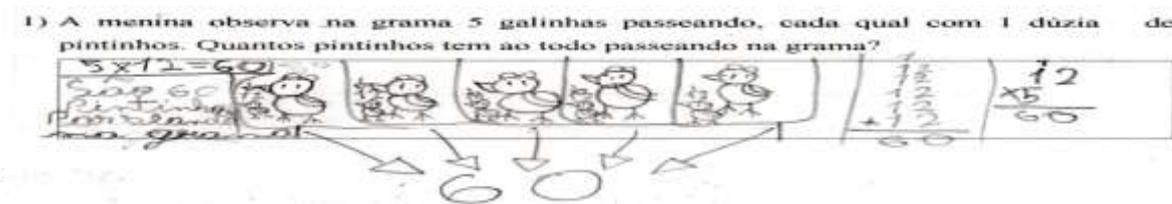
Preparamos o ambiente para a execução de um novo plano. Iniciamos o encontro com a leitura da história: A menina do leite, havia 28 alunos e alunas. Realizamos interpretações e conversações iniciais. Os alunos levantaram alguns pontos da história. As relações que a menina faria com a venda do leite no mercado chamaram a atenção deles: o dinheiro arrecadado seria destinado à compra de outros elementos. De forma muito criativa, foram imaginadas algumas trocas, que trariam muitas vantagens para a personagem.

Na leitura, as comparações e as analogias com outros textos, com experiências vividas, em outros contextos, e as representações são apresentadas através de um movimento constante, no qual o sentido da leitura se faz presente. Nessa relação, existe uma mobilização, que é pessoal, ou seja, é do próprio sujeito leitor. Essa mobilização acontece quando o leitor deseja e observa sentido e valor a leitura e ao mesmo tempo estabelece uma troca com o mundo. (Luvison; Grando, 2018, p.33)

Do mesmo modo que, no ensino da língua materna privilegia-se na leitura a relação entre leitor e autor, na Matemática, essa interação também precisa trazer sentido. Após a contação da história, chamamos os alunos para realizar a leitura individual dos enunciados dos problemas, convidando-os para a compreensão, a fim que eles apresentassem as próprias resoluções.

A menina observa na grama 5 galinhas passeando. Cada qual com 1 dúzia de pintinhos. Quantos pintinhos tem ao todo passeando na grama?

Figura 54 - Resolução de Problema da aluna A9



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A situação-problema acima trata de comparação entre razões, em que o objetivo é determinar um número fixo a partir da relação entre duas variáveis que apresentam proporcionalidade. A resolução do problema da aluna A9 apresenta várias estratégias. Fomos encaminhando também com toda a turma para a escrita da resposta, de modo a ficar explícito para alguns que estavam em processo de aprendizagem da leitura e escrita da língua materna. Esse momento foi de mediação da PP, explicando a formação das palavras em língua materna e, juntamente, com a linguagem matemática a elaboração a resposta final.

Ler e escrever em aulas de Matemática contribui para a apropriação de uma linguagem que nem sempre é utilizada nas situações do dia a dia. Apropriar-se dessa linguagem, relacioná-la ao contexto cultural e ao mesmo tempo compreendê-la como parte de uma prática social possibilita que os conceitos matemáticos sejam gradualmente inseridos na vida dos alunos, fazendo parte de sua formação humana. (Luvison; Grando, 2018, p.28)

As autoras compactuam com a possibilidade de que haja mais espaço para a comunicação nas aulas de Matemática, bem como práticas que enfatizem o uso das linguagens nas discussões em torno dos conceitos matemáticos.

A próxima questão abordava a Proposição de Problemas, a partir da operação apresentada.

4) A partir da história, proponha situações problemas com base nas operações abaixo:

c) $4 \times 5 = 20$

Ao caminharmos pela sala, foi necessária a mediação escrita de problemas com as duplas. A aluna A9 foi a primeira a apresentar a proposta:

A9 – Eram 4 galinhas que colocaram 5 ovos. Maria colocou todos os ovos em uma cesta. Quantos ovos ficaram?

Conforme os alunos liam os problemas, questionávamos a turma se a situação correspondia realmente à sentença proposta ($4 \times 5 = 20$). A aluna não especificou se todas as galinhas colocaram 5 ovos ou cada uma delas pôs 5 ovos. O aluno A2 propôs o seguinte problema:

A2: Na fazenda tem 4 galinhas. Cada galinha tem 5 pintinhos. Quantos pintinhos tem nessa fazenda?

PP: É de multiplicação? (releitura realizada pela PP). Resolve assim (mostrando a sentença 4×5)? Quatro galinhas cada uma com cinco pintinhos.

A26: Vinte. [...]

PP: Como foi o seu A17?

A17: Carolina tinha um saco com 5 balinhas, 4 sacos têm quantas balinhas?

A18: Pode ler?

PP: Pode.

A18: Lá na casa do avô de Amanda tem 4 galinhas. Cada galinha tem 5 pintinhos. Ao todo, quantos pintinhos tem?

PP: Ponto de interrogação. (mostrando no texto proposto pela aluna)

Nesse momento, alguns alunos criavam a proposição da situação e liam para toda a turma. Assim, os demais conseguiam reformular as ideias para elaboração dos próprios problemas.

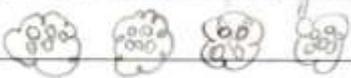
Observamos que, os alunos que sabiam ler e escrever tinham mais iniciativa para propor problemas e formular enunciados, embora apresentassem erros ortográficos. A aluna A18 não pôs a pontuação no texto, em que a PP solicita “ponto de interrogação”. De modo geral, fica explícita a importância de se trabalhar a linguagem materna associada à linguagem matemática. Para Luvison e Grando (2018), no processo de ensino e aprendizagem da língua materna, as marcas da oralidade se refletem na escrita. Já na linguagem matemática torna-se mais complexo, pois o aspecto formal da linguagem dificulta a comunicação. A formalização da Matemática pode causar dificuldades e, conseqüentemente, distanciamento em vários aspectos das linguagens, tanto na forma oral entre interlocutores, como por meio da escrita.

Figura 55 - Proposição de Problema da aluna A24

2) A partir da história, proponha situações problemas com base nas operações abaixo:

a) $4 \times 5 = 20$

No fazenda tinha 4 minho cada minho tinha 5
Pintinhas. Quantas pintinhas tem? $4 \times 5 = 20$



R: são 20 pintinhas ao todo

b) $3 \times 3 = 9$

Enrique tem 3 baldes de leite, já Lucas
tem 3 vezes a quantidade de baldes Enrique.
Quantos baldes Lucas tem? $3 \times 3 = 9$

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Conforme Chica (2001), ao formular um problema, o aluno precisa elaborar um texto que comunique algo; organizar o que já conhece; e pensar na estruturação do texto. Assim, a língua materna e a linguagem matemática se completam na Proposição de Problemas, corroborando para o desenvolvimento da linguagem específica e “o aluno deixa, então, de ser um resolvidor para ser um propositor de problemas, vivenciando o controle sobre o texto e as ideias matemáticas”. (CHICA, 2001, p. 151)

A seguir, o levantamento do quadro das proposições do encontro:

Quadro 11 – Proposição de problemas da turma - item a

1	a) $4 \times 5 = 20$ A24, A20, A23 - Na fazenda tinha 4 “ninho” (ninhos) cada ninho tinha 5 pintinhos quantos pintinhos tem? $4 \times 5 = 20$
2	a) $4 \times 5 = 20$ A2 – Na fazenda tem 4 galinhas, cada galinha tem 5 pintinhos quantos pintinhos tem nessa fazenda? $4 \times 5 = 20$
3	a) $4 \times 5 = 20$ A9 , A11 – Eram 4 galinhas colocaram 5 ovos Maria colocou todos os ovos em uma cesta quantos ovos ficaram?
4	a) $4 \times 5 = 20$ A31 – Amanda tem 4 sacos de balinhas cada saco tinha 5 balinhas quantas balas “altodo deu” (Amanda tinha ao todo?)
5	a) $4 \times 5 = 20$ A8 – Marina tinha 4 livros quantos livros ela tem em 5 sacos? 20
6	a) $4 \times 5 = 20$ A18, A27 - Lá na casa do avó de Amanda tem 4 galinhas. Cada galinha tem 5 pintinhos quantos pintinhos tem? $4 \times 5 = 20$ R: Na casa dele tem 20 pintinhos
7	a) $4 \times 5 = 20$ A13– Luísa tinha 4 galinhas cada uma com 5 pintinhos quantos ela ficou?
8	a) $4 \times 5 = 20$ A7, 17 – Cecília tinha 1 saco “com” 5 balinhas 4 sacos de balinhas tem quantas “balinha” (balinhas)? R: em 4 sacos tem 20 balas $4 \times 5 = 20$
9	a) $4 \times 5 = 20$ A19 - Ana tinha 4 caixas cada caixa tinha 5 morangos quantos morangos ela ficou. 20
10	a) $4 \times 5 = 20$ A28 - Havia 4 galinhas e cada galinha colocou 5 ovos quantos ovinhos são?
11	a) $4 \times 5 = 20$ Maria tinha 4 caixas cada caixa tinha 5 maçãs com quantas maçãs ela ficou

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Quadro 12 – Proposição de problemas da turma - item b

1	b) $3 \times 3 = 9$ A11, A9, A9 - 3 galinhas colocaram 3 ovos quantos ovos colocaram?
2	b) $3 \times 3 = 9$ A27, A5, A14, A6, A7, A13 - A7, A30, A18, A10, A24 – Evelyn tem 3 baldes de leite já Lucas tem 3 vezes mais quantos baldes Lucas tem?
3	b) $3 \times 3 = 9$ A12 –Lia tem 3 laços e Luísa tem o triplo. Quantos laços tem Luísa. $3 \times 3 = 9$
4	b) $3 \times 3 = 9$ A25 – Ruan tem 3 baldes de leite, já Lucas tem 3 vezes a quantidade de baldes de Ruan quantos “baudes” (baldes) Lucas tem
5	b) $3 \times 3 = 9$ A17 – “luara” (Luara) tinha 1 saco de “Maçã” (maçãs) no saco tem 3 “Maçã” (maçãs) em 3 “saco” (sacos) tem quantas “Maçãs” (maçãs)? R: em 3 sacos tem 9 Maçãs. 3
6	b) $3 \times 3 = 9$ A20 – Maria tinha 3 caixas de lápis cada caixa tinha 3 lápis quantos lápis Maria tinha ao todo?
7	b) $3 \times 3 = 9$ A2 – Evelyn tem 3 lápis, já Lucas tem “3x” (três vezes) esse valor quantos lápis tem Lucas? R: Lucas tem 9 lápis.

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Nas proposições dos itens a e b, as situações problema propostas pelos alunos foram todas elas de multiplicação, observamos a presença de erros ortográficos, enunciados inconclusos e a ausência de pontuação em algumas proposições. Isso vem reafirmar que, é preciso metodologias de ensino e aprendizagem nos Anos Iniciais que considerem o diálogo entre linguagens na Matemática ao aproximar a língua materna e a linguagem matemática para uma melhor compreensão. “Destacar a presença de um processo dialógico entre as práticas da língua materna e da linguagem matemática seria explicitar que não há separação entre as linguagens, mas traços característicos que as configuram e as difundem.” (Luvison; Grando, 2018, p. 32)

5. 2.20 Encontro 20: Aplicação do Plano de Atividades 4 – 1º e 2 Momento (continuação)

No encontro, retomamos a mesma atividade. Aproveitamos o momento para analisar a sentença ($4 \times 5 = 20$) e explicar alguns conceitos.

Todos: Quatro vezes cinco?

PP: Como é que fazemos essa operação?

A17: Contando cinco quatro vezes.

PP: Esse número é multiplicador. Esse diz quantas vezes o outro vai se repetir, esse é o multiplicador e esse o multiplicando. A multiplicação é igual a adição?

A17: É! [...]

PP: Não. Na multiplicação realizamos uma contagem mais rápida, utilizamos agrupamentos, já na adição contamos as unidades. [...]

A20: Na fazenda, tinha 4 ninhos cada ninho tinha 5 pintinhos. Quantos pintinhos tem?

PP: Lembram da história da Menina do Leite (realização do reconto pelo aluno A2 e pela aluna A17).

Ao percorrer a sala de aula, fomos lendo e corrigindo a escrita dos alunos na proposição de problemas, mostrando algumas inadequações, chamando a atenção para a escrita de palavras, e as ideias e significados da multiplicação presentes nas proposições. A princípio, a PP conduziu o diálogo e a leitura da sentença matemática $4 \times 5 = 20$, permitindo o entendimento da relação entre as variáveis. Após isso, os alunos começam a construir as proposições:

A2: Evelyn tinha 3 caixas de lápis. Lucas tinha 3 vezes esse valor. Quantos lápis Lucas tem?

A20: Pode ser assim, Maria tinha 3 caixas de lápis e ganhou mais 3.

PP: Não.

A9: Três galinhas colocaram cada uma três ovos. Quantos ovos colocaram?

PP: Eu vou colocar aqui o problema de A2: Evelyn tinha 3 caixas de lápis [...] vamos fazer de acordo com a história!

O problema foi reformulado da seguinte maneira:

Evelyn tem 3 baldes de leite. Lucas tem 3 vezes essa quantidade. Quantos baldes Lucas tem?

Nesse momento, realizamos a escrita coletiva com a turma. E continuamos com as intervenções e os diálogos em grupos. Embora haja um trabalho voltado para a ênfase no ensino da língua materna (Luvison; Grando, 2018), no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a exploração da leitura, escrita e oralidade, no Letramento Matemático considera-se todos esses aspectos e a fusão da língua materna com a Matemática. Na realidade, não fazemos uso de apenas uma linguagem nas aulas, podemos fazer uso mais de uma linguagem simultaneamente.

Finalizado esse momento, seguimos para a próxima situação:

Se um vendedor de leite na feira já faturou até o momento 24 reais vendendo 6 garrafas de leite, quanto custou cada garrafa de leite?

A9: Cada garrafa custou 4 reais.

PP: Por quê?

A9: contei quatro seis vezes.

PP: Como assim? Esse problema é de quê?

A24: Divisão.

PP: Ele faturou quanto?

A20: Vinte e quatro.

PP: Como é que fazemos pela operação de divisão?

A9: Professora, eu fiz a conta de vezes.

PP: Como assim?

A9: Eu fiz seis vezes quatro.

PP: Seis vezes quatro é igual a quanto?

A31: Vinte e quatro.

PP: E a divisão? [...]

A20: Vinte e quatro dividido por seis. Aí, o quatro desce pra baixo do seis?

PP: Coloca o quatro no quociente.

Pelo diálogo, observamos que os alunos começam naturalmente a justificar os procedimentos e adotá-los na resolução de problemas. O próximo item questionava como tinha resolvido a tarefa anterior:

- Explique como você resolveu o problema:

Figura 56 - Escrita da aluna A20

eu entendi sobre um vendedor que vendia leite e pelo a divisão eu descobri que cada caixa de leite era 4,00 R\$

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Esse item recomendou que o aluno escrevesse os passos que seguiu para resolver o problema anterior. Acionamos algumas duplas para lerem o que conseguiram escrever sobre a resolução. Esse percurso lembra Smole (2021) ao defender que, para o aluno aprender Matemática, precisa aprender a ler a própria Matemática. Portanto, ler e escrever, matematicamente, são ações imprescindíveis para adquirir o domínio dessa linguagem.

Através da escrita, podemos ver que A20 escreveu o símbolo da nossa moeda (R\$) após a numeração, aspecto que leva a perceber a importância de oportunizar ocasiões de estudo da escrita matemática dos alunos. Por meio dos diálogos e da comunicação, entendemos como os alunos estavam compreendendo os conceitos de multiplicação e divisão e que, as justificativas escritas, quando oralizadas, podem gerar mais compreensão no falante, bem como no ouvinte. “Entendemos o dialogismo como a relação estabelecida entre os sujeitos, na interação verbal, mas, de certa forma, também na interação escrita. O dialogismo não possui suas raízes na

individualidade, mas, sim, entre os sujeitos, os textos e seus escritos” (Luvison, Grando, 2018, p.36).

Nesse mesmo encontro, introduzimos o segundo momento do Plano de Atividades, havia 23 alunos e alunas. Partimos da seguinte situação:

- 1) Supondo que o litro de leite custa R\$ 4,10 e a caixa de ovos custa três vezes essa quantidade em reais. Quanto custa a caixa de ovos?

Fomos para as discussões. Iniciamos pela leitura coletiva do texto da situação. Fizemos também a releitura, trazendo os alunos para a compreensão do problema. Conforme os alunos resolviam, questionávamos qual seria a multiplicação. Fomos nas duplas, levantando as hipóteses, informações e convidando os alunos para releitura e identificação de dados do problema.

PP: Em primeiro lugar, vocês entenderam?

Todos: Não.

PP: Vou ler novamente. (releitura pela Professora Pesquisadora)

A9: Eu entendi, tia. [...]

PP: Vamos pensar em como fazer [...]

A9: Quatro e dez centavos vezes três. [...]

A31: Eu fiz quatro e dez três vezes, zero mais zero, um mais um mais um, quatro mais quatro mais quatro.

PP: E a multiplicação? Vocês fizeram? Leia aqui A18.

A18: (leitura realizada pela aluna). [...]

A31: Dá doze. [...]

PP: Então, a caixa de ovos custa quanto?

A20: R\$ 12,30 (Doze reais e trinta).

PP: A17 está dizendo outra coisa.

A17: A multiplicação é quatro e dez vezes três

PP: Por quê?

A17: Porque é três vezes esse valor.

Durante o procedimento de Exploração e Resolução do Problema, chamamos atenção para leitura e releitura, conduzimos reflexões e questionamentos. Polya (1887) defende quatro

fases importantes e subsequentes da Resolução de problemas. A primeira delas é a compreensão do problema, na qual o autor estabelece uma visão clara do problema; a segunda fase, refere-se à relação entre informações do problema para se formar estratégias, é a elaboração do plano; a terceira, trata-se de pôr em prática o plano; e a quarta, o retrospecto da resolução do problema, fase em que se verifica e revisa todo o processo.

Dando continuidade, a segunda situação foi lida pela aluna A31. Novamente, convidamos os alunos para a compreensão do problema.

3) Duas galinhas custam 53 reais. A menina comprou 5 galinhas. Quantos reais a menina pagou por todas as galinhas?

PP: Vamos ler novamente para entender. (Releitura)

PP: Quem entendeu e quer falar?

A17: Está falando aí duas galinhas custam 53 reais. Aí, o feirante comprou 5.

PP: Comprou duas ou cinco? E duas custam quanto?

A5: Cinquenta e três reais.

A17: Eu estava fazendo 53 cinco vezes.

PP: É para fazer cinquenta e três cinco vezes?

A2: Professora, são duas galinhas que custam cinquenta três reais, são duas não uma. Então, uma deve custar uns vinte e cinco reais.

PP: Uma galinha custa quanto?

A2: Professora, vinte e seis e cinquenta.

PP: Por quê?

PP: Se eu quiser comprar só uma, vou pagar quanto?

A2: Vinte e seis e cinquenta.

Entendemos que a leitura precisa levar a compreensão da situação-problema, por isso deve ser uma leitura cuidadosa em que a comunicação e o diálogo sejam ferramentas essenciais no processo de exploração da leitura. Sem a leitura e a comunicação professor-aluno, o entendimento que 53 reais correspondiam a duas galinhas não ficaria explícito. Sendo assim, Luvison e Grando (2018) defendem que a leitura em Matemática, para resolver exercícios, não leva à aquisição da linguagem matemática; ler e escrever vai além de simplesmente ler e responder. A aquisição da linguagem matemática necessita de mobilização ao comunicar ideias, levantar hipóteses e interagir com o texto.

A resposta de A17 demonstra importância de se trabalhar a exploração da leitura do problema nos Anos Iniciais, pois a aluna valeu-se de noções intuitivas e pensou em multiplicar 5×53 , o que ficaria incorreto, necessitando explorar melhor as ideias que o problema trazia. Conforme Cândido (2001), a linguagem usada para ensinar Matemática, por muito tempo, privilegiou o silenciamento, em contrapartida, a comunicação nessa área do conhecimento tem a função de superar concepções informais, conduzindo à linguagem abstrata e simbólica.

A formalização dos conceitos matemáticos depende do desencadeamento da comunicação sobre as situações-problema que gerem compreensão. Segundo Cândido (2001), à medida que aluno vai desenvolvendo a comunicação e adquirindo conhecimentos matemáticos, vai se apropriando da linguagem matemática, isso se torna possível por meio de trabalhos em grupos em que se comunica as descobertas e tira dúvidas. Ações de leitura e escuta dos demais colegas somam na interiorização de conceitos e significados. Na Exploração, Resolução e Proposição de Problemas há uma diferenciação, desse modo, não tem sentido trabalhar exercícios e só, posteriormente, resolver problemas.

Os estudantes, através de um processo de codificação e decodificação, aprendem e entendem aspectos importantes de um conceito ou ideia matemática explorando, resolvendo e propondo problemas ou situações-problema. Esses conceitos ou ideias nunca são formados apenas a partir de um único problema ou situação-problema, mas de um conjunto de problemas nos quais a exploração, a resolução e a proposição de um problema se desenvolvem a partir do movimento Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Resultado (P-T-RS-R). (Andrade, 2017, p.357)

Os alunos começaram a refletir sobre possíveis formas de resolver o problema. O aluno A2 deu uma importante contribuição sobre o valor de uma galinha (R\$ 26,50). Isso facilitou bastante para que os demais encontrassem caminhos possíveis.

A2: Professora, a resposta é R\$ 132,50. Duas galinhas custam 53 reais, quatro galinhas são cento e seis, mais vinte e seis e cinquenta dá cento e trinta e dois e cinquenta.

Observamos que os alunos apresentam procedimentos interessantes, fato que demonstra que estão em busca de formas próprias de resolução e desenvolvendo o raciocínio matemático. A2 demonstrou compreensão do problema e apresentou relações com os números operando mentalmente.

De acordo com Cavalcanti (2001), apresentar diferentes formas de resolver problemas favorece autonomia dos alunos, possibilitando um maior envolvimento, empenho e responsabilidade durante a resolução e apresentam propriedade para externalizar o que fizeram,

sem enfatizar apenas a técnica. Além disso, os registros de resolução de problemas permitem intervenções direcionadas às dificuldades identificadas pelo professor, bem como podem revelar progressos dos alunos.

PP: E, se eu perguntasse, qual seria a multiplicação?

A17: Cinco vezes cinquenta e três.

PP: Aí já são dez galinhas, são duas galinhas por cinquenta e três.

A17: Vinte e seis e cinquenta vezes cinco.

Aproveitamos para apresentar outra maneira que poderia ser utilizada para a resolução do problema no quadro branco.

$$2 \text{ ______ } 53$$

$$5 \text{ ______ } x$$

$$2x = 265$$

$$x = 265/2$$

$$x = 132,50$$

Os alunos estranharam a presença da letra x. Explicamos que era preciso relacionar os números, isolar a letra x e descobrir o valor correspondente. Realizamos de forma detalhada a divisão $265 : 2 = 132,50$. Havíamos discutido bastante a situação, resolvemos aumentar o desafio da questão, acrescentando a quantidade de galinhas compradas pelo feirante. Sendo assim, propomos o problema na forma escrita, em que fomos escrevendo no quadro branco com a colaboração de todos da turma, como uma forma de incentivar a leitura e escrita nas aulas de Matemática. Solicitamos às crianças que ajudassem na construção do texto, expressando oralmente letras, sílabas, símbolos, palavras e numerais necessários. Situação-problema proposta:

Duas galinhas custam 53 reais. Um feirante comprou 18 galinhas. Quantos reais ele pagou por todas as galinhas?

[...] usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou, no que poderia ser melhor. É como se

pudesse refletir sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu. (Smole, 2001, p. 31)

Smole (2001) defende a escrita de texto nas aulas de Matemática como uma atividade interdisciplinar que traz proximidade com a língua materna, promotora de formas de reflexão sobre ações e registro de conceitos. Após a escrita, incentivamos a leitura dos alunos de maneira individual. Alguns alunos leram, depois pedimos a explicação do problema, aspecto que gerou mais discussões e processos longos de resolução. Destacaram-se duas estratégias diferentes utilizadas por dois alunos: A2 e A28.

PP: Vamos ler! Primeiro, a gente tem que ler, compreender. Se não compreender, pergunta.

A2: Professora, achei a resposta.

PP: Diga não, deixa eles aprenderem.

PP: Quem quer ler?

(Leitura dos alunos A20, A31, A25 e A5)

PP: O que nós entendemos?

A2: Está perguntando quantos reais gastou na compra de 18 galinhas.

PP: Ele comprou agora muitas. [...] Diga A2.

A2: Posso falar como eu fiz? Se 5 galinhas são 132,50; 132,50 mais 132, 50 igual a duzentos e noventa e sete, já foram dez galinhas, mais 132, 50, [...]

PP: Tem alguma coisa errada, [...]

A28 estava desenvolvendo outra estratégia e explicou que havia realizado 18 vezes 0,50; 18 vezes 6; e 18 vezes 20; que correspondia a R\$26,50. As estratégias apresentadas tinham sentido, porém os cálculos não estavam corretos. Dessa forma, solicitamos ao aluno para rever algumas operações.

É importante considerar que, para Andrade (2017) e Cavalcanti (2001), há oportunidades para os alunos desenvolverem meios para a resolução de problemas sem a necessidade prévia do treino de métodos e fórmulas e sem se limitar apenas à solução do problema. Segundo Cavalcanti (2001), abrir espaço para discutir sobre a resolução de problemas, elaborar estratégias, realizar registros de solução, contribuem para que os alunos apresentem diferentes estratégias de resolução.

O aluno não tem ou não conhece nenhum processo que lhe permita encontrar de imediato a solução. O problema precisa exigir, de parte do aluno, a realização de um trabalho não-repetitivo, não rotineiro, precisa estabelecer conexão entre o que o aluno já sabe e aquilo que ele ainda não sabe, precisa ser um nó entre o que o aluno sabe e aquilo que ele não sabe. (Andrade, 2017, p. 364)

Apresentamos os registros dos alunos no quadro branco com a colaboração dos mesmos para que os demais vissem as estratégias encontradas pelos colegas.

Figura 57 – Resolução de Problema do aluno A25

The image shows handwritten mathematical work on lined paper. It consists of three multiplication problems arranged horizontally, followed by a sum of their results and a concluding sentence.

$$\begin{array}{r} 0,50 \\ \times 18 \\ \hline 4,00 \\ + 9,00 \\ \hline 9,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 6 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 20 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,00 \\ + 108 \\ + 240 \\ \hline 347 \end{array}$$

Essa quantidade gastada é 347 reais.

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022

O aluno A28 justificou oralmente como resolveu a situação e realizou os procedimentos, nos quais conseguiu identificar e realizar as relações entre as variáveis, “[...] o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si” (Nunes; Campos, 2002, p.78). Por último, apresentamos a multiplicação pelo método convencional. Foram expostas estratégias de Resolução do Problema proposta pela PP.

Ao final, discutimos sobre cada estratégia utilizada para que os alunos observassem diferentes caminhos de resolução, discutindo processos mais longos, curtos e convencionais de resolução.

5.2.21 Encontro 21: Aplicação do Plano de Atividades 4 – 3º Momento

Nesse encontro, retomamos e recontamos a história: A menina do leite. Enquanto isso acontecia, discutíamos a narrativa. Havia 24 alunos e alunas. Realizamos perguntas sobre a narrativa como: quem era a personagem principal; o que foi mais interessante; quais os investimentos pretendidos pela menina, como seriam as trocas que a menina pretendia realizar. Dessa forma, chamamos atenção para aspectos socioculturais presentes na história.

PP: A menina planejava negócios articulados e vantajosos para ela?

Todos: Sim.

PP: Como eram essas trocas?

A3: Ela iria vender o leite e comprar os ovos [...] comprar os galos [...]

PP: Esses planos deram certo?

Todos: Não. [...]

PP: Essas trocas iriam render lucros para a menina?

Todos: Sim.

A31: Iria ganhar dinheiro. [...]

A28: Ela ganha dinheiro, depois gasta para mais investimentos. [...]

PP: Mas a história gente, havia um problema, qual era o problema? [...]

Quando a gente diz menina dá ideia de pessoa adulta ou criança.

Todos: Criança.

PP: E criança é para trabalhar?

Todos: Não. [...]

A25: E se ela mora na rua?

PP: Ela morava na rua?

A18: Ela morava num sítio. [...]

PP: Nesses dias, vocês já viram crianças trabalhando na rua? [...]

A20: Sim, lavando carro.

A18: Vendendo balinha. [...]

PP: É comum nós vermos crianças trabalhando, como ambulantes, guardador de carros, guia [...], mas a criança é para vivenciar essa fase do desenvolvimento, brincar, estudar, [...]. Isso prejudica o desenvolvimento dela. Vai deixar de estar na escola estudando para estar trabalhando. [...]

PP: Essa menina era para estar onde?

A6: Estudando.

A25: Em casa.

PP: A criança tem que frequentar uma escola. Antes dos 14 anos, a criança não pode trabalhar. A criança que trabalha traz consequências psicológicas...é preciso... brincar, se socializar, estudar, se desenvolver de forma integral. E mesmo que ela venha a trabalhar aos 14 anos como aprendiz, precisa de regulamentação. Tem que comprovar que ela realmente estuda, frequenta uma escola, ter a carteira assinada e a

questão da profissionalização. Essa questão foi para vocês verem que o trabalho infantil é ilegal. Por que será que tem criança que tem que trabalhar?

A18: Porque não tem comida. [...]

A25: E porque os próprios pais não trabalham?

PP: Por isso, é um conjunto: a família, a comunidade, a sociedade, o poder público. Eles devem oferecer esse direito às crianças: direito à vida, à saúde, à educação, ao esporte, ao lazer, à cultura, à convivência familiar e comunitária.

A roda de conversa serviu para abrir e situar nossos estudos. Segundo Andrade (2017), a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas assume-se além de uma metodologia de ensino, mas leva em consideração uma perspectiva crítica, libertadora e sócio-político-cultural, englobando múltiplos aspectos e em um intenso trabalho que deve ser desenvolvido em sala de aula.

As dimensões sociopolítica e sociocultural apresentaram-se claramente no estudo, desde o momento inicial da contação de histórias, passando pela roda de conversa, até a resolução do plano de atividades em todas as situações propostas. Para Judark (2018), a dimensão sociopolítica pode ser identificada nas relações de poder existentes na educação que vão sendo culturalmente reproduzidas; já a dimensão sociocultural, diz respeito às formas sociais de aculturação que influenciam as experiências do aluno e as práticas pedagógicas.

Após a roda de conversa inicial, seguimos o planejamento das atividades em Letramento e Exploração, Resolução e Proposição de Problemas. No Plano de atividades, havia a seguinte situação-problema que foi aplicada à turma:

Suponha que 14 leitões custem 28 reais cada um. Qual seria o valor de todos eles?

Realizamos a leitura do problema. Para compreensão, solicitamos que os alunos destacassem informações importantes. Nesse momento, os alunos sentiram a dificuldade de usar estratégias que sempre usavam ao operar com números maiores. Ao multiplicar 14×28 , pedimos a A18 para explicar como poderia ser feito. A aluna explicou pelo modo convencional. A seguir, a resolução da aluna:

Figura 58 – Resolução de Problema da aluna A18

1) Suponha que 14 leitões custem 28 reais cada um. Qual seria o valor de todos eles?

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Durante a leitura, os alunos destacaram os dados do problema. “Outro ponto importante desse questionamento é o de provocar uma análise mais qualitativa da situação-problema quando são discutidas as soluções, os dados e, finalmente, a própria questão dada” (DINIZ, 2001, p.92). Isso revela a importância de trabalhar a linguagem, as ideias, as informações, as condições e a pergunta da situação-problema. Isso faz a diferença, especialmente, em turmas dos Anos Iniciais, em que há alunos com dificuldades em leitura e escrita e em compreender os conceitos matemáticos. A próxima questão abordou a Proposição de Problemas:

4) Com base, na história: A menina do leite proponha uma situação-problema para a sentença a seguir:

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = 150$$

Figura 59 – Proposição de Problema da aluna A18

$$\underline{13} \times \underline{50} = 150$$

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Começamos a discutir sobre o que havia no quadro:

PP: Olhe, está faltando o quê? Qual é primeiro número? Multiplicador?

Que números posso colocar para dá cento e cinquenta?

A25: Trinta vezes cinco.

PP: Cinco vezes trinta dá?

A28: Vinte e cinco vezes seis.

PP: Seis vezes vinte e cinco, dá certo?

Prosseguimos nos questionamentos. Fomos para a leitura das Proposições de Problemas:

A28: Eu comprei 15 bandejas de ovos. Cada bandeja tem 10 ovos.

Quantos ovos foram comprados?

A17: Professora, eu já fiz um.

PP: Pronto, pode ler A17.

A17: Laura tinha 3 sacos de balas e Júlia tinha 50 vezes a mais que

Laura. Quantos sacos de balas Júlia tinha a mais?

PP: O problema de A18.

A18: Laura tinha 15 sacos de pães. Cada saco tem 10 pães. Quantos pães Laura tem?

A28: Eu posso falar outra ideia?

PP: Pode.

A28: Tem 30 porcas. Cada uma colocou 5 filhotes. Quantos são os filhotes?

Percebemos que, no decorrer do tempo, de estudos e investigações, os alunos foram melhorando bastante na iniciativa para a Proposição de Problemas. As ideias foram surgindo espontaneamente no decorrer da tarefa.

Quadro 13 - Proposição de Problemas da turma

1	A12, A13, A28, A22 e A23 - Eu comprei 15 bandejas de ovos. Em cada bandeja tinha 10 ovos. Quantos ovos eu comprei ao todo?
2	A17 - Laura tinha 3 sacos de balas e Júlia tinha 50 vezes a mais que Laura. Quantos sacos de balas Júlia tinha a mais?
3	A12 - Júlia tem 50 ovelhas, já Maria tem 3 vezes o valor de ovelhas. Quantas ovelhas Maria tem?

4	A5 e A3 - Cecília tinha 15 caixas de livros e cada caixa tinha 10 livros. Quantos livros tinha no total?
5	A2 - A menina do leite tem 25 baldes de leite e o vizinho dela tem 6 vezes essa quantidade. Quantos baldes de leite tem o vizinho da menina?
6	A8 - Evellyn tinha 15 sacos de livros. Cada saco tinha 10 livros. Quantos livros ela tem?
7	A24 - Maria comprou 15 sacos de maçãs. Em cada saco tem 10 maçãs. Quantas maçãs ela tem?
8	A23 - Laura tinha 15 sacos de pão. Em cada saco tinha 10 pães. Quantos pães Laura tem?
9	A31 – Luna tinha 10 sacos de pelotas Amanda tinha já 15 vezes “mas” (a mais) que Luna quantas pelotas “deu” (tinha Amanda) ?

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Observamos que as situações problemas corresponderam à sentença ($___ \times ___ = 150$), o aluno A31 apresentou o enunciado escrito com alguns erros ortográficos. A Proposição de Problemas tem sido vista como um ponto de avanço da Matemática. Por volta de 1980, voltou-se a atenção não apenas para a resolução de problemas, mas para a maneira como os problemas eram propostos (Butts, 1980 *apud* Liljedahl; Cai, 2021). A Proposição de Problemas proporciona ações de generalidade, ao se refletir sobre os conceitos que estão sendo trabalhados e flexibilidade diante das possibilidades de resolução que surgem. Para Kilpatrick (1987), a experiência de criar os próprios problemas deve ser realizada na educação de todos os alunos (Kilpatrick, 1987 *apud* Liljedahl; Cai, 2021).

A proposta do Letramento Matemático traz a compreensão da leitura e escrita como práticas complexas, que envolvem práticas sociais e culturais. Pensando nisso, a próxima atividade de leitura e escrita solicitada foi escrever um e-mail para a PP, descrevendo a compreensão sobre o estudo da multiplicação e divisão.

Figura 60 – Página para escrita de mensagem de e-mail

Fonte: <https://www.leak.pt/gmail-medo/>

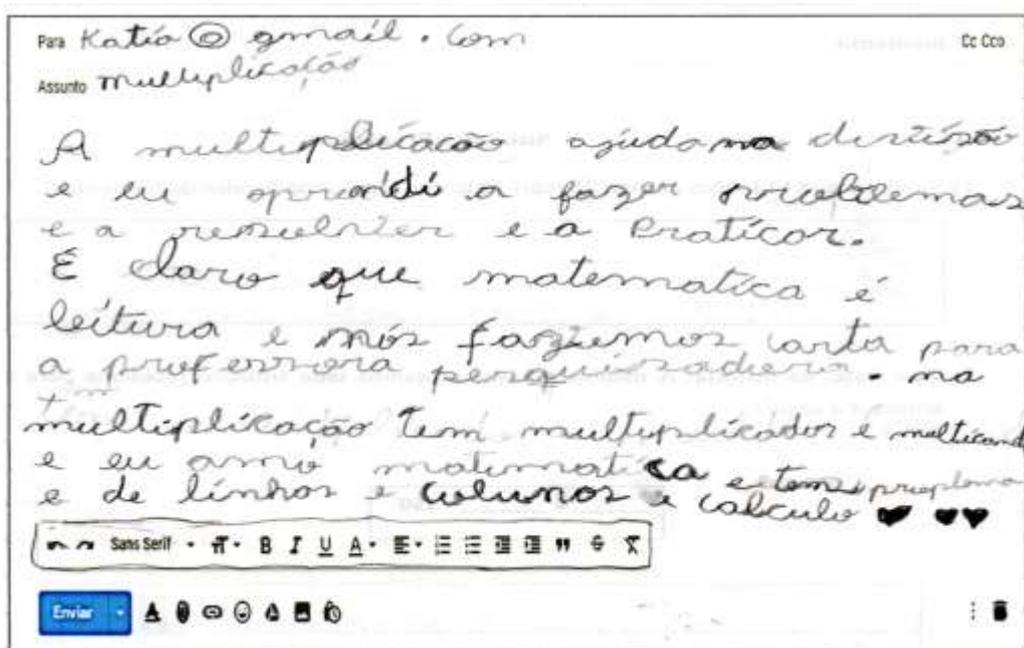
Nesse momento, a turma estava dividida em grupos. Deixamos os alunos escreverem os próprios textos. Ao percorrermos pela sala, pedimos que lessem as produções e, ao fazer isso, verificávamos alguns erros ortográficos, orações incompletas e solicitávamos que os alunos reescrevessem e corrigissem.

Com base nas discussões realizadas e experiências, escreva um e-mail para Professora Pesquisadora, descrevendo suas compreensões no estudo da multiplicação e divisão.

Figura 61 - Produção escrita do aluno A28

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Figura 62 - Produção escrita do aluno A12



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Na produção de texto do gênero email, os alunos estavam mais confiantes. Ao escrever sobre o fazer matemático desenvolvido durante a pesquisa, sentiram-se mais à vontade para expressar as próprias ideias. “A matemática não se reduz à linguagem de códigos e símbolos: está representada em torno de um conjunto de significações que lhes são próprias, mas também faz uso do movimento de outras linguagens” (Luvison; Grando, 2018, p.32).

As atividades que envolvem Proposição de Problemas, leitura e escrita matemática, produção de textos contemplam o ensino e aprendizagem e a reflexão matemática. Observamos que, na escrita do e-mail, A28 descreve a importância da Resolução de Problemas e da “criatividade ao criar problemas”. A forma como prevaleceu por muitos anos foi o ensino em que o aluno ao resolver problemas buscava unicamente o resultado, como um ato mecânico, passivo, sem ir além disso e sem explorar as linguagens na Resolução de problemas.

A aluna A12 menciona no e-mail: “eu aprendi a fazer problemas”, em que remete às situações de proposição de problemas. Segundo Singer e Voica (2015, p. 143) “Isso é relevante para a aprendizagem, pois assumimos que a essência da matemática é o pensamento criativo, e não apenas a identificação da resposta certa”. A Proposição de Problemas permite trazer o cotidiano do aluno para dialogar com os conceitos matemáticos, favorece a análise crítica da realidade, ao mesmo tempo, que abre espaço para se trabalhar as linguagens.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse estudo contribuiu para evidenciar uma investigação de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas em conexão com o Letramento Matemático nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A princípio, pareceu um caminho metodológico promissor para o ensino e aprendizagem de Matemática, focando não apenas na apreensão dos procedimentos, mas na compreensão de como o aluno aprende, incentivando as estruturas cognitivas e a aprendizagem matemática. A metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, em conjunto com o Letramento Matemático atua no desenvolvimento cognitivo dos alunos, pois possibilita a mobilização de diferentes conhecimentos e capacidades diante de situações-problema, como também a inclusão de temáticas que discutem problemas da realidade sociocultural.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a resolução de problemas ainda é uma grande dificuldade no ensino e aprendizagem de multiplicação e divisão. Nesse estudo, propomos vários problemas abordando diferentes ideias e significados dessas operações, não para obter uma resposta final e rápida, mas para criar um ambiente de Resolução de Problemas. Desse modo, a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas nos fez refletir sobre o que vem a ser ensinar e aprender Matemática com base na metodologia de Resolução de Problemas. A Resolução de problemas nos anos iniciais, permite explorar habilidades de leitura e escrita e de produção de textos partindo da Proposição de problemas, mobilizando as linguagens.

A metodologia adotada nas aulas de campo permitiu explorar habilidades e aprimorar o pensamento matemático sem restrições e limitações dadas por padrões pré-estabelecidos, além de voltar a atenção para práticas significativas de leitura e escrita e oralidade. Um outro ponto que chamou a atenção foi a potencialidade gerada primeiramente pela Resolução de Problemas propriamente como caminho metodológico que exigiu uma intervenção ativa do professor e, assim, o aluno foi correspondendo à forma mais dialogada de intervenção, trazendo a exposição de estratégias e apresentando resultados; segundo, a Proposição de problemas seguiu o trabalho metodológico e veio a afirmar que criar problemas é uma forma de aprender Matemática.

Foi um desafio aprofundar-se na investigação em Resolução de Problemas aliada ao Letramento Matemático; estabelecer pontes através da interdisciplinaridade, encontros com as formas de linguagens, tendo como referência aspectos históricos e culturais. Logo, partimos do contexto sociopolítico e sociocultural das histórias de literatura Infantil. Vivenciamos a exploração de problemas, atenuando atos de leitura e escrita envolvidos nas situações-problema propostas pela Professora Pesquisadora e pelos alunos. As narrativas serviram para despertar o olhar crítico dos alunos sobre fatos e fenômenos que, às vezes, passam despercebidos na leitura,

naturalizando sérios conflitos sociais. As histórias de Literatura Infantil foram espaços de enunciação para a Resolução e a Proposição de Problemas.

A Exploração, Resolução e Proposição de Problemas mediada pelas atividades de Letramento Matemático possibilitou a visão de uma nova cultura, outros horizontes nas aulas de Matemática, ao desencadear diferentes leituras e, conseqüentemente, favorecer a apropriação de linguagens, tomando por base a leitura por meio da exploração e interpretação de informações, identificação de dados, releituras individuais e coletivas, leitura de gêneros diversos fazendo relações com a matemática, leitura de enunciados, tudo isso, contribuindo para estabelecer um conjunto de significados.

Diante do trabalho com a Resolução de Problemas e o Letramento Matemático, a leitura e escrita foram processos essenciais na exploração de problemas nos Anos Iniciais e de construção da linguagem matemática, tanto no que se refere à leitura inicial dos enunciados, sendo uma atividade em que o aluno foi um leitor participante ao ler, ouvir e debater ideias, para assim, compreender e construir planos; como também, em relação à escrita, na valorização, promoção de formas de representação e de comunicação de ideias do pensamento matemático.

No desenvolver das atividades na Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, observamos que encontramos mais liberdade para trabalhar os conceitos matemáticos que foram surgindo, além do conceito de multiplicação e divisão e a linguagem matemática, entretanto isso não significa que não foi um trabalho sistemático.

Nessa perspectiva, exploramos mais os problemas e estabelecemos abertura para o aluno ler, compreender, refletir, resolver, demonstrar e trabalhar cada vez mais a linguagem matemática. Desse modo, os conceitos pareceram interconectados ao cotidiano dos alunos nas situações-problema. Dialogamos sobre as questões ao resolvê-las, tornando-nos mais flexíveis diante dos pensamentos alheios e tivemos mais oportunidade para compartilharmos nossas ideias. Assim, a aprendizagem se deu pela problematização e descobertas que foram acontecendo. Os conceitos foram, aos poucos, aflorando a partir de erros e acertos, dúvidas e dificuldades e da exploração da escrita matemática.

Os resultados dessa investigação demonstram que os alunos dos anos iniciais, tem capacidade para criar situações problemas e desenvolver estratégias diversas para resolver problemas de multiplicação e divisão. Com as explorações em torno das situações, começaram a refletir e aperfeiçoar os procedimentos de Resolução de Problemas, partindo de desenhos até formas mais elaboradas. Sendo assim, a Resolução Problemas promoveu habilidades de raciocínio dos alunos do 4º ano, criando condições para a conquista da iniciativa para resolução de situações-problema, envolvendo multiplicação e divisão.

A Proposição de Problemas possibilitou uma nova experiência ao aluno para vivenciar o real significado da escrita em Matemática, que conecta a língua materna e a linguagem matemática, a oralidade e a escrita, interceptada pela formação de conceitos matemáticos. A Proposição foi um momento de reflexão, que exigiu mais atividade do aluno e esforço cognitivo na verificação dos próprios erros, assim como, favoreceu o aprofundamento dos fatos fundamentais da multiplicação e divisão.

Desse modo, o estudo possibilitou criar oportunidades significativas em que os alunos puderam adquirir ideias e conceitos sobre multiplicação e divisão. Na prática, percebemos que, inicialmente, os alunos apresentaram habilidades pessoais e informais rebuscadas, em relação às operações e, por meio de intervenções a partir Exploração, Resolução e Proposição e o Letramento Matemático novas habilidades foram desenvolvidas, como a exploração da leitura e informações do problema, elaboração de estratégias diversas de resolução e registro e apresentação oral, como forma de atenuar a compreensão contribuindo para produzir escritas, reflexões e significados. A Proposição de Problemas foi um caminho que veio acrescentar em todo processo, atuando na ressignificação da leitura e escrita matemática em conexão com a Resolução de Problemas de multiplicação e divisão.

Ao analisar a aplicabilidade da metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas em articulação com as práticas de Letramento Matemático no processo ensino e aprendizagem de multiplicação e divisão, observamos que há necessidade de pesquisas nesse sentido para aprofundar-se nos aspectos das linguagens na aquisição da linguagem matemática e de conceitos matemáticos envolvidos em resolução de problemas, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Esse estudo aponta novos olhares sobre a aprendizagem matemática, trazendo respaldo teórico e científico para a melhoria da prática pedagógica cotidiana. A pesquisa, trouxe apontamentos e possíveis direcionamentos para a futuras pesquisas no que concerne à resolução de problemas nos Anos Iniciais, como a importância das linguagens na aprendizagem matemática e a postura do professor e do aluno no processo ensino e aprendizagem em Resolução de Problemas. A abordagem, também sugere experiências matemáticas que podem ser reproduzidas em outras salas de aulas e com outros professores.

A exploração das linguagens potencializa o processo de investigação das situações-problema e oferece um maior protagonismo ao aluno, pois a valorização dos momentos de leitura de textos de situações-problema e textos de outros gêneros, tornou-se uma forma promotora da reflexão e compreensão, favoreceu a matemática e outras áreas; a consideração da escrita matemática, oriunda da leitura e interpretação de problemas é um recurso de investigação, pois a escrita expressa a construção do pensamento matemático e vai

progressivamente tomando forma de linguagem, sendo delineada nas relações professor-aluno e aluno-aluno, um outro fator, é que através da escrita que são reveladas as dificuldades e avanços dos alunos; e a argumentação do aluno sobre as escritas matemáticas é preponderante para naturalizar o falar sobre o fazer matemático.

REFERÊNCIAS

- ABRAMOVICH, F. **Literatura Infantil**: gostosuras e bobices. 5 ed. São Paulo: Scipione, 1997.
- ALLEVATO, N.; ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. **Resolução de Problemas**: teoria e prática. São Paulo: Paco Editorial, 2014.
- ALBUQUERQUE, I. M. B. A operação de multiplicação. In: ALBUQUERQUE, I. M. B. **Os números e suas operações fundamentais**: uma discussão sobre ensino e aprendizagem. Campina Grande: EDUFPG, 2016.
- ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: ONUCHIC, L.R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017.
- AZERÊDO, M.A. **As representações semióticas de multiplicação**: instrumento de mediação pedagógica. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal da Paraíba - UFPB. João Pessoa, 2013.
- BRAIT, B.; MELO, R. Enunciado/ Enunciado concerto/ Enunciação. In: BRAIT, B.; **Bakhtin**: conceitos-chave. São Paulo: Contexto, 2005.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica – SEB. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: operações na resolução de problemas. Ministério da Educação, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC/SEB, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Educação é a base. Brasília: CONSED/UNDIME, 2018.
- BRUDER, R.; LILJEDAHL, P *et al.* Problem solving in mathematics education In: LILJEDAHL, P.; TRIGO-SANTOS, M. *et al.* **Problem solving in mathematics education**. Hamburgo: Springer, 2016.
- CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through mathematical problem posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. **International Journal of Educational Research**, USA, University of Delaware, 2020.
- CAI, J.; HWANG, S. et al. Problem-posing research in mathematics education: some answered and unanswered questions. In: SINGER, F.M.; ELLERTON, N.F. *et al.* **Mathematical problem posing**: from research to effective practice. New York, Research in mathematics education: Springer, 2015. p.3 - 34

CANDAU, V. M. F. Direito à educação, diversidade e educação em direitos humanos. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 33, n. 120, 2012. p. 715 – 726.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em matemática. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.(orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

DANYLUK, O. S. **Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil**. 5 ed. Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo. 2015.

DAVID, M. M. M. S. Habilidades funcionais em matemática e escolarização. In: FONSECA, M. C. F. R (org). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global/ Ação Educativa Assessoria/ Instituto Paulo Montenegro, 2004.

DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.(orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. p. 87-97.

DINIZ, M. I. Os problemas convencionais nos livros didáticos. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.(orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. p. 99-101.

FONSECA, M. C. F. R. A educação matemática e a ampliação das demandas de leitura e escrita da população brasileira. In: FONSECA, M. C. F. R (org). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global/ Ação Educativa Assessoria/ Instituto Paulo Montenegro, 2004.

FONSECA, M. C. F. R.; CARDOSO, C. A. Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática e matemática para ler o texto. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E (orgs.). **Escritas e leituras na educação matemática**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. P. 63-76.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler: em três artigos que se completam**. 51 ed. São Paulo: Cortez, 2011.

Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF). **Inaf Brasil 2018: resultados preliminares**. São Paulo: Instituto Paulo Montenegro/ Ação Educativa. Disponível em:< <https://drive.google.com/file/d/1ez-6jrlrRRUm9JJ3MkwxEUffltjCTEI6/view>>. Acesso em: 21 ago 2021.

Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF). **Resultados Inaf**: Alfabetismo no Brasil. Disponível em: < <https://alfabetismofuncional.org.br/alfabetismo-no-brasil/>>. Acesso em: 20 mar 2022.

IVIC, I.; COELHO, E. P. **Lev Semionovich Vygotsky**. Tradução José Eustáquio Romão. Recife: Fundação Joaquim Nabuco/ Massangana, 2010.

JURDAK, M. Integrating the sociocultural and the sociopolitical in mathematics education. In: JURDAK, M.; VITHAL, R. **Sociopolitical dimensions of mathematics education**. Springer international Publishing: Beirut, 2018.

JURDAK, M. Mathematical Literacy: does it exist? In: JURDAK, M. **Learning and teaching real world problem solving in school mathematics**: a multiple-perspective framework for crossing the bounday. Springer international Publishing: Switzerland,, 2016.

KILPATRICK, J.. Reformulando: Abordando a Resolução de Problemas como investigação. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

LA FONTAINE, J. **A menina do leite**. 1º ed. Literatura Infanto - Juvenil. 2020.

LAJOLO, M.; ZILBERMAN, R. **Literatura infantil brasileira**: histórias e histórias. 6. ed. São Paulo: Ática. 2007. Disponível em: <academia.edu/33861303/Marisa_lajolo_regina_zilberman_literatura_infantil_brasileirahistoria_e_historiasdoceev> Acesso em: 15 dez 2012.

LILJEDAHN, P.; CAI, J. Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. **ZDM**, Newark (USA), Springer, 2021.

LOPES, C. E.; NACARATO, A. M. **Orquestrando a oralidade, a leitura e a escrita na educação matemática**. Campinas, SP: Mercado das letras, 2018.

LUNA, A. S. A. **Matemática e linguagem**: um estudo sobre leitura e escrita em sala de aula. Dissertação de Mestrado (João Pessoa, PB), 2011.

LUVISON, C.C.; GRANDO, R. C. Leitura, escrita e linguagem matemática: uma construção de sentidos. **Leitura e escrita nas aulas de matemática**: jogos e gêneros textuais. Campinas (SP): Mercado das letras, 2018.

LUVISON, C.C.; SILVA, L. B. O. Letramento matemático: um processo construído pelo narrar e pelas linguagens. **Periódicos Horizontes**, USF, São Paulo, 2019.

MARTINS, F. C. Proposição de Problemas: possibilidades de aprendizagem no ensino médio. **EMR-RS**, 21, 2020, n 21, v.2, p. 161-169.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M.M. O significado no número e alguns usos sociais: contar, operar, estimar...In: MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M.M. **Educação matemática**: nos anos iniciais do ensino fundamental princípios e práticas pedagógicas. 1.ed. São Paulo: Cortez, 2015.

MONTOITO, R.; CUNHA, A. V. Era uma vez, um, dois, três: estudos sobre como a literatura infantil pode auxiliar no ensino da construção do conceito de número. **EMP** (Educação Matemática Pesquisa), São Paulo, v. 22, n 1, p. 160 – 184, 2020.

MONTOITO, R. Entrelugares: pequeno inventário inventado sobre matemática e literatura. **Bolema**, v. 33, n. 64, p. 892 – 915, 2019.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C.L.B. Um ambiente para ensinar e aprender matemática. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 3ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2019.

_____. Possibilidades e desafios da interdisciplinaridade nas séries iniciais: a matemática e outras áreas do conhecimento. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S. et al. As estruturas multiplicativas avaliando e promovendo o desenvolvimento dos conceitos de multiplicação e divisão em sala de aula. In: NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M. C.; MAGINA, S. *et al.* **Introdução à educação matemática**: os números e as operações numéricas. 2 ed. São Paulo: Proem, 2002. p. 77 – 110.

ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ONUCHIC, L.R; BOTTA, L. S. Reconceitualizando as quatro operações fundamentais. **Revista de Educação Matemática**, n. 4, 1998.

ONUCHIC, L.R; BOTTA, L. S. Reconceitualizando as quatro operações fundamentais. **Revista de Educação Matemática**, n. 4, 1998.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (orgs). **Resolução de problemas: teoria e prática**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. Jundiaí: Paco editorial, 2014. p. 35-52.

POSSAMAI, J. P.; SILVA, V. C. S. Comunicação Matemática na Resolução de Problemas. **REMAT** (Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática), São Paulo, 2020.

PROENÇA, M. C. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **REMAT**, São Paulo, v.18, 2021. P.1 – 14

Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA). **Relatório Brasil no PISA 2018**: versão preliminar. Brasília (DF): Inep/MEC. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf. Acesso em: 19 jul. 2021.

PROENÇA, M. C. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **REMAT**, São Paulo, v.18, 2021. p.1 – 14

RABELO, E. H. **Produção e interpretação de textos matemáticos**: um caminho para um melhor desempenho na resolução de problemas. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, SP, 1995. Disponível em: <<http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253100>>. Acesso em: 03/02/2021.

REZENDE, V.; BORGES, F. A. Futuros professores de matemática nos anos iniciais e suas estratégias diante de problemas do campo conceitual aditivo. **EMP (Educação Matemática Pesquisa)**, São Paulo, v. 19, n. 21, p. 327 – 352, 2017.

SANCHEZ GAMBOA, S. A construção das perguntas. In: **Projetos de pesquisa, fundamentos lógicos**: a dialética entre perguntas e respostas. Chapecó: Argos, 2013.

SERRAZINA, L. Resolução de Problemas e Formação de Professores: um olhar sobre a situação em Portugal. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

SILVA, A. C. Literatura Infantil e a formação de conceitos matemáticos em crianças pequenas. **Ciência & Cognição**, v. 17, p. 037-057, 2012.

SINGER, F. M.; VOICA, C. Is Problem Posing a tool for identifying and developing mathematical creativity? In: SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. **Mathematical Problem Posing: from research to effective practice**. New York: Springer, 2015

SMOLE, K. S. Textos em matemática: por que não? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs). Ler e aprender matemática. In: **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOUSA, M. **Os três porquinhos**. Editora: Girassol. (Clássicos para sempre).

_____. **Branca de Neve**. Editora: Girassol. (Clássicos Ilustrados).

_____. **Chapeuzinho Vermelho**. Editora: Girassol. (Clássicos para sempre).

TOLEDO, M. E. R. O. Numeramento e escolarização: o papel da escola no enfrentamento das demandas matemáticas cotidianas. In: FONSECA, M. C. F. R (org). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global/ Ação Educativa Assessoria/ Instituto Paulo Montenegro, 2004.

VALE, I. Resolução de problema um tema em contínua discussão: vantagens das resoluções visuais. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

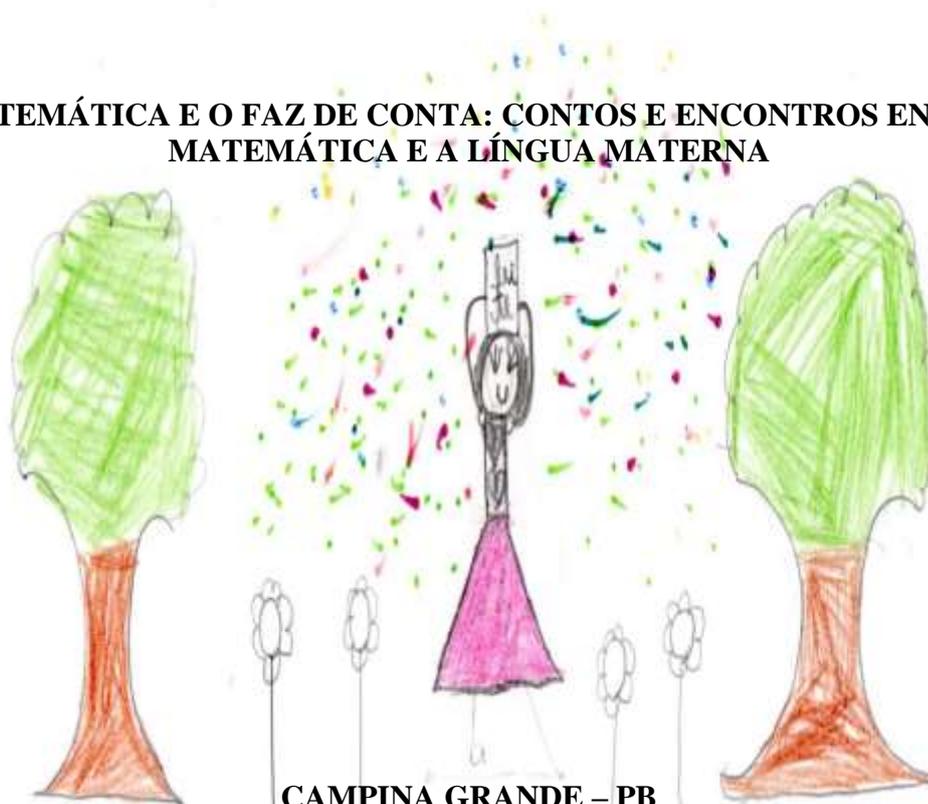
VAN de WALLE, J.A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em revista**, Curitiba, n. 1, 2011.

VYGOTSKI, L. **A formação social da mente**. 4ed. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1991.

VIEIRA, L. B.; MOREIRA, G. E. Direitos humanos e educação: o professor de matemática como agente sociocultural e político. **REMAT**: São Paulo, v.15, n. 20, 2018.

ZILBERMAN, R. 1.ed. digital. **Literatura infantil na escola**. São Paulo: global. 2012. Disponível em: <<https://www.topleituras.com/livros/literatura-infantil-escola-847d>>. Acesso em: 15 dez 2012.

APÊNDICE – PRODUTO EDUCACIONAL**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA****CAMPUS I - CAMPINA GRANDE****PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA****PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA****MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA****KÁTIA JOANA DE QUEIROZ****SILVANO DE ANDRADE****A MATEMÁTICA E O FAZ DE CONTA: CONTOS E ENCONTROS ENTRE A
MATEMÁTICA E A LÍNGUA MATERNA****CAMPINA GRANDE – PB****2023**

**KÁTIA JOANA DE QUEIROZ
SILVÂNIO DE ANDRADE**

**A MATEMÁTICA E O FAZ DE CONTA: CONTOS E ENCONTROS ENTRE A
MATEMÁTICA E A LÍNGUA MATERNA**

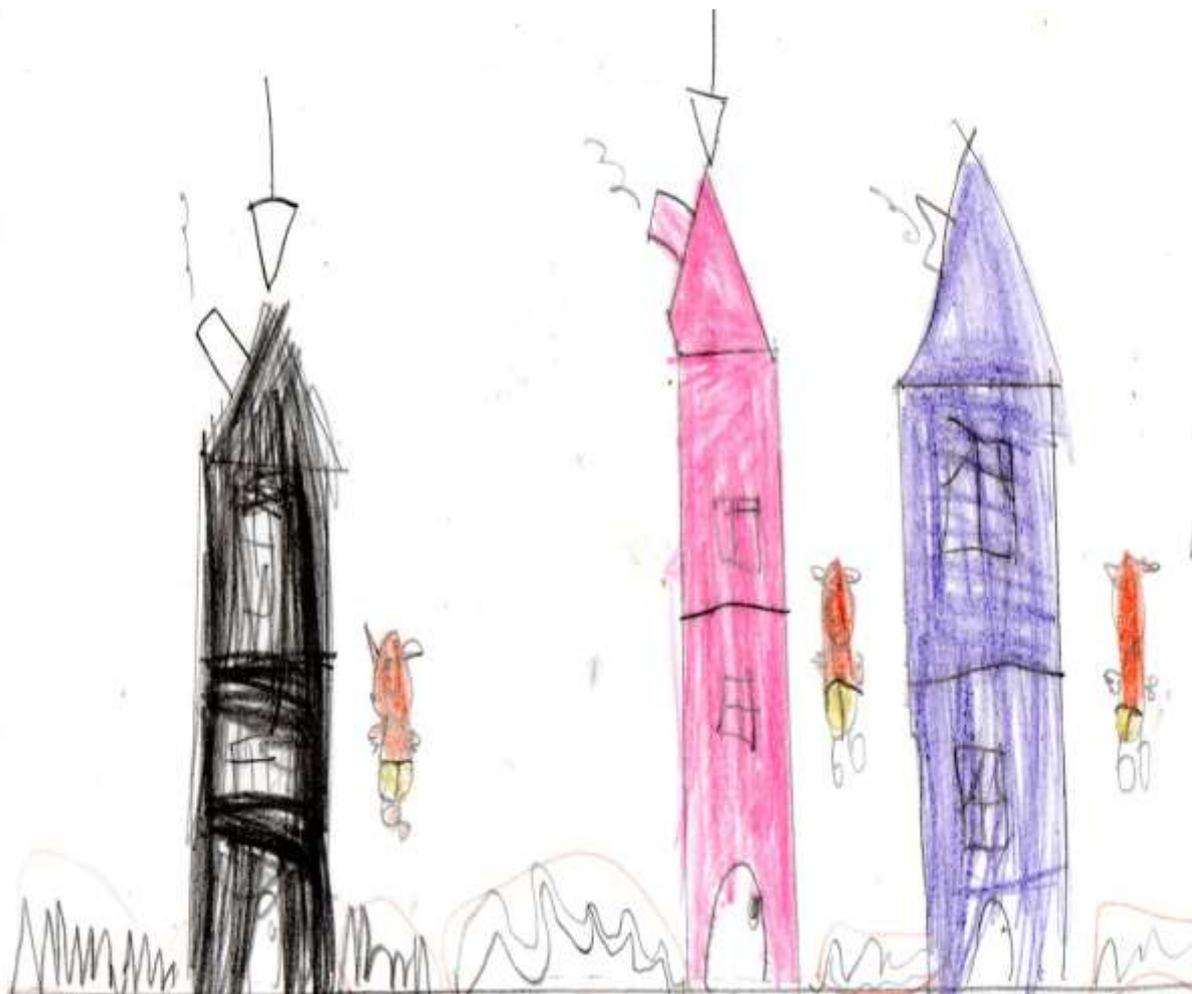
Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração Educação Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Linha de pesquisa: Metodologia, Didática e Formação do Professor de Ciências e Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade

CAMPINA GRANDE - PB

2023



A Proposta desse trabalho é apresentar o Produto de um estudo que abordou a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, Letramento Matemático e Literatura Infantil. Foram realizadas uma série de experiências com o fim de atender ao ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos de Multiplicação e Divisão nos anos iniciais, as quais vão desde formas mais dialogadas de Resolução de Problemas, até metodologias condensadas pela arte, Resolução e Proposição de Problemas, permeadas pela prática constante da leitura e escrita. Esse material inclui sugestões para intervenção nos anos iniciais com situações problemas, inclui o trabalho alusivo às Histórias da Literatura Infantil, os Planos de Atividades, os fundamentos teóricos da abordagem e as possíveis vivências para serem aplicadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental (4º ano).



Prezado(a) professor(a),

Você está recebendo uma proposta didática oriunda de uma experiência desenvolvida no 4º ano dos Anos Iniciais Ensino Fundamental que inclui a aplicação da metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas contextualizada com referência à prática de Letramento Matemático e à leitura de histórias da Literatura Infantil.

Nos Anos Iniciais, é comum encontrarmos alunos com dificuldades em relação à alfabetização em língua materna e alfabetização matemática em que se observa alunos que não conseguem realizar a leitura com autonomia, nem resolver situações matemáticas simples do cotidiano, sendo assim, não sabem se posicionar quanto a leitura de fatos da realidade. Diante das atividades propostas em resolução de problemas, certas crianças não conseguem ler, compreender e resolver tais situações com desenvoltura, causando preocupações quanto ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática. É preciso uma tomada de postura quanto à metodologia aplicada em sala de aula, de forma que se possa considerar a Exploração de problemas, a Leitura e Escrita. Entende-se a Resolução de Problemas como uma nova perspectiva metodológica de ensinar e de aprender matemática, que substitui a concepção de resolução de exercícios mecânicos e repetitivos. Nesse âmbito, o aluno parte da leitura, escrita e resolução de problemas, sendo convidado a discutir e a refletir sobre os problemas propostos pelo professor ou por ele mesmo.

O trabalho com a Exploração de problemas reitera o Letramento Matemático nos Anos Iniciais, ao permitir explorar a Leitura e Escrita na compreensão de problemas. A Exploração de problemas nos parece uma proposta mais flexível, pois possibilita não apenas a preocupação com a solução, mas encaminha a problematização e traz a Proposição problemas, como elemento que vem atenuar o resgate da Leitura e Escrita Matemática. Isso posto, pretendemos trazer alternativas para auxiliar o trabalho do professor em Matemática nos Anos Iniciais.

Kátia Joana

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Dramatização da história: O Patinho Feio.....	36
Figura 2 -	Proposição de Problema da aluna A29.....	38
Figura 3 -	Proposição de Problema da aluna A5.....	39
Figura 4 -	Proposição de Problema do aluno A25.....	40
Figura 5 -	Proposição de Problema do aluno A2.....	40
Figura 6 -	A venda de ovos na feira.....	41
Figura 7 -	Proposição de Problema da aluna A31.....	41
Figura 8 -	Proposição de Problema do aluno A28.....	42
Figura 9 -	Proposição de Problema da aluna A5.....	43
Figura 10 -	Dramatização da história: Pinóquio.....	44
Figura 11 -	Proposição de Problema com base na imagem do Pinóquio.....	44
Figura 12 -	Proposição de Problema da aluna A24.....	44
Figura 13 -	Proposição de Problema relacionado à tabela de brinquedos no parque...	45
Figura 14 -	Proposição de Problema do aluno A10.....	46
Figura 15 -	Dramatização da história: João e Maria.....	47
Figura 16 -	Dramatização da história: João e Maria.....	47
Figura 17 -	Proposição de Problema sobre a bandeja de doces.....	47
Figura 18 -	Proposição de Problema a partir de texto do gênero Cardápio digital.....	49

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Proposição de Problema da turma - oficina 1.....	37
Quadro 2 -	Proposição de Problemas da turma – oficina 3.....	48
Quadro 3 -	Proposição de Problemas da turma – oficina 3.....	49

SUMÁRIO

1	APRESENTAÇÃO.....	8
1.1	Objetivo.....	9
2	PARTE I.....	14
2.1	Conhecimentos prévios dos alunos e Planos de Atividades.....	14
2.2	Planos de atividades de intervenção com a metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas.....	16
3	PARTE II.....	35
3.1	Dialogando sobre Proposição de problemas.....	35
3.2	Oficina matemática de Proposição de problemas – História: O Patinho Feio...	36
3.3	Oficina matemática de Proposição de problemas – História: Pinóquio.....	43
3.4	Oficina matemática de Proposição de problemas – História: João e Maria.....	47
4	PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DO PRODUTO EDUCACIONAL.....	53
4.1	Concepções freirianas da alfabetização.....	53
4.2	Resolução de problemas e Letramento Matemático: uma proposta de impregnação mútua.....	54
4.3	O contexto da literatura infantil.....	57
4.4	Significados da multiplicação e divisão.....	58
	REFERÊNCIAS.....	61
	ANEXO – A	63
	História: O Patinho Feio.....	63
	História: O Pinóquio.....	65
	História: João e Maria.....	67

1 APRESENTAÇÃO

A distância entre a língua materna e a linguagem matemática merece ser superada. Há anos, essa dicotomia entre esses campos prevalece e se concretiza na prática cotidiana. Desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, os alunos são imersos nas exigências educacionais de domínio da leitura, escrita e cálculo, sem estabelecer relações bem consolidadas entre si. Esses conhecimentos encontram-se fragmentados em disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, os quais são normalmente organizados em listas específicas nos livros didáticos e em uma sequência linear. No cotidiano, assumir as habilidades e competências torna-se um grande desafio para professores e alunos.

No ensino tradicional, a Resolução de Problemas não é desenvolvida do mesmo modo que a perspectiva sócio-político-cultural. Por muito tempo, o objetivo que predominou foi a aplicação de fórmulas e cálculos e o êxito na solução correta. Nessa concepção, o conteúdo, o significado e as habilidades relacionadas ao senso crítico e a criatividade pouco importam. Construir uma proposta que interligasse o ensino da Língua Materna e da Matemática seria ideal para despertar o pensamento criativo e a reflexão matemática. Nesse aspecto, pode ser viabilizado o Letramento Matemático mediado pela Resolução de Problemas e o resgate de textos da Literatura Infantil.

A Exploração, Resolução e Proposição de Problemas é uma proposta de caráter sócio-político-cultural promissora no campo educativo. Aplicar essa metodologia em sala de aula no ensino da Matemática é mais que oferecer uma lista de situações, as quais exige-se a demonstração de uma operação designada pelo aluno. No entanto, viabiliza promover a contextualização do conhecimento matemático; despertar o interesse da criança; e possibilitar a estruturação do pensamento matemático do sujeito por meio de vários mecanismos, como através da comunicação e da problematização.

Esse Produto Educacional partiu da pesquisa intitulada: **A Exploração, Resolução e Proposição de problemas e o Letramento Matemático como potencializadores do ensino e aprendizagem de multiplicação e divisão**, no estudo apresenta-se a fundamentação teórica da metodologia de Exploração de Problemas e do Letramento Matemático. A revisão teórica é seguida pela descrição metodológica, em que buscou-se realizar um estudo teórico-prático que atendesse às necessidades dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Na pesquisa, a Exploração de problemas orientou a prática docente na abordagem de problemas, e tratou o Letramento

Matemático como parte desse trabalho, o que atenuou as formas de linguagens levando à compreensão de conceitos matemáticos.

Desse modo, apoiados na leitura de contos clássicos da Literatura Infantil, foram organizadas oficinas voltadas para o Letramento Matemático e a resolução de problemas. Ao desenvolver a metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas de Multiplicação e Divisão, promoveu-se a mediação entre a leitura e escrita e matemática, bem como fomentou-se o diálogo em sala de aula e a Proposição de Problemas.

1.1 Objetivo

- Desenvolver uma série de oficinas abordando a metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas de Multiplicação e Divisão com base em histórias da Literatura Infantil, promovendo a mediação entre leitura e escrita, arte e Proposição de Problemas.

Na parte I, o material sugere um trabalho com os alunos desenvolvendo uma interlocução entre Matemática, Leitura e Escrita e Literatura Infantil a partir da contação de histórias, na qual foram realizadas: rodas de conversa, constituídas por diálogos sobre aspectos sociais de cada narrativa (Chapeuzinho Vermelho, Branca de Neve, Os três Porquinhos e A Menina do Leite); e levantamento de pontos importantes da história, características textuais e discussão sobre aspectos sociais envolvidos. Os alunos podem ser desafiados pela exploração de situações-problema mobilizando diversos conhecimentos, linguísticos, textuais e conceitos de Multiplicação e Divisão.

Na parte II, o objetivo é descrever o desenvolvimento de uma série de oficinas abordando a metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas de Multiplicação e Divisão com base em histórias da Literatura Infantil, promovendo a mediação entre a Leitura e Escrita, Arte e Proposição de Problemas. Esse material, orienta atividades sistematizadas para serem desenvolvidas em sala de aula, criando um ambiente propício ao ensino com Resolução de Problemas, impulsionando a arte e a criatividade no ensino da Matemática. Na execução, os alunos foram organizados em equipes para realizar a dramatização das histórias (O Patinho Feio, Pinóquio e João e Maria) e foram conduzidos ao trabalho de Leitura e Escrita através da Proposição de Problemas. Entre as oficinas encontram-se:

- ✚ **Oficina Matemática de Proposição de problemas – História: O Patinho Feio;**
- ✚ **Oficina Matemática de Proposição de problemas – História: Pinóquio;**
- ✚ **Oficina Matemática de Proposição de problemas – História: João e Maria.**

Essa proposta leva a compreensão dos conceitos matemáticos em um contexto em que a Arte, a Matemática e a aprendizagem estão em uma relação de correspondência. Portanto, o professor deixa de impor uma Matemática fragmentada, fechada e verticalizada, para ampliar as observações do aluno a respeito do mundo matemático.

As construções dos alunos obedecem à temática da história selecionada, podendo abordar elementos diversos presentes nas narrativas. Assim, os conceitos de Multiplicação e Divisão são explorados a partir da Proposição de situações problemas contextualizadas. A opção pela Proposição deve-se ao fato de que, a medida que se propõe um novo problema, é possível explorar o problema, e a criação de situações problemas acentua a exploração da aprendizagem da leitura e escrita e dos conceitos envolvidos.

A transmissão de um conceito como algo pronto e acabado não é suficiente. Um conceito precisa ser experimentado para ser aprendido, especialmente através de situações problemas de diversos tipos. Os problemas quando explorados dão suporte à apreensão de conceitos, de modo que podem surgir as reflexões sobre os conhecimentos prévios junto com as rupturas necessárias para novas estruturas e novos raciocínios.

Para Moretti e Souza (2015, p. 28), “uma vez que a aprendizagem ocorre em atividade, o desafio da organização do ensino é planejar situações educativas que sejam desafiadoras e lúdicas e, ao mesmo tempo, coloquem para as crianças a necessidade do conceito que se quer ensinar”. A metodologia do professor precisa conduzir a exploração de conceitos com os alunos, deve permitir o protagonismo do aluno. Somado a isso, pode-se levar em consideração as necessidades sociais a que se aplicam esses conceitos e cultivar os interesses e curiosidades dos alunos.

Moretti e Souza (2015, p.22) destacam a construção do conceito matemático pelo aluno de maneira “significada” e relaciona à vivência de experiências. Contudo, para as autoras isso não é determinado apenas pela prática cotidiana, pois a aprendizagem do conceito requer muito mais consistência e desenvoltura. Esse torna-se o grande papel da escola em transformar o senso comum, aprofundando-o e dando o respaldo científico almejado.

Silva (2012) destaca algo importante no uso da Literatura Infantil e Matemática no contexto escolar, porque apresenta ludicidade e entretenimento. A linguagem é

“plurisignificativa”, permitindo ao aluno progredir por tratar-se de um processo que integra arte, literatura e ciências.

Para Silva (2012), Literatura Infantil e Matemática interligadas não servem para traduzir apenas uma união simplória de disciplinas, mas é uma atividade interdisciplinar de valorização de conhecimentos e de estabelecimento de uma aprendizagem significativa. Nessa direção, fica proposto que, “a aprendizagem só se torna significativa para a criança quando ela consegue fazer uso de um conhecimento em outras situações e contextos, e em outras áreas do conhecimento.” (Silva, 2012, p.53). A aprendizagem é um ponto crucial, pois através da aprendizagem que o aluno se desenvolve. Para que a aprendizagem aconteça, é preciso mobilizar conhecimentos antigos para que novos conhecimentos sejam apreendidos. Quando o indivíduo aprende, consegue reproduzir ideias e reelaborar o conhecimento. Com isso, ele não só aplica um modelo dado, todavia adapta o conceito em diferentes situações com as quais se depara.

Diferentemente da outras espécies, o ser humano desenvolve funções psicológicas superiores, caracterizadas pela capacidade de imaginar, planejar, tomar decisões, fazer planos, tomar atitudes conscientes. A Zona de Desenvolvimento Proximal conforme os estudos Vygotskyanos é identificada pela distância entre o que o aluno já domina (Zona de desenvolvimento real), e o que ele faz apenas com a mediação de outras pessoas (Zona de desenvolvimento potencial). Isso evoca o desenvolvimento de natureza sociocultural, pois a educação dada pela família e escola dão condições da criança adquirir conhecimentos e desempenhar atividades em colaboração com os outros. O ser humano é em essência social, pois o desenvolvimento toma forma e se completa com a presença do outro. São nas primeiras relações com os adultos que mensagens culturais vão sendo adquiridas pela criança (Ivic; Coelho, 2010).

Com base nesses pressupostos, organizamos momentos de Exploração, Resolução e Proposição de problemas voltados para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no formato de oficinas de Arte e Proposição de Problemas. As oficinas contaram com a realização de atividades que contemplaram a dramatização de histórias da Literatura Infantil, a prática da leitura e escrita e a interdisciplinaridade com a Matemática, através da Proposição de Problemas. Foram organizados grupos de alunos. Cada um ficou responsável por uma história e juntos os componentes foram responsáveis pela organização de uma apresentação de uma narrativa, através da dramatização da história proposta. Foi dado um tempo para eles se organizarem com os ensaios.

Após a primeira etapa, no dia marcado aconteceu a apresentação dos grupos e da história selecionada. Em seguida, foi conduzido o fazer matemático nas explorações matemáticas, isso

foi mediado por meio da metodologia de Exploração e Resolução de Problemas, na qual os alunos se envolveram em situações que precisaram realizar a Proposição de Problemas com base na história apresentada.

A partir da dramatização das narrativas pelos grupos de alunos, foram explorados aspectos característicos de cada conto e formulados problemas de Multiplicação e Divisão pelos alunos, como forma de suscitar a leitura de histórias, o debate, as problematizações e a construção de conceitos de Multiplicação e Divisão no contexto das histórias da Literatura Infantil.



2 PARTE I

2.1 Conhecimentos prévios dos alunos e planos de atividades

Para iniciar o estudo, foi utilizada uma Atividade Diagnóstica composta por 5 (cinco) situações-problema que articulavam temas diversos e exigiam diferentes raciocínios de Multiplicação e Divisão. O instrumento foi aplicado para identificar os conhecimentos prévios da turma de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. Em seguida, foram aplicados os Planos de Atividades que compõem o material. Cada plano apresenta uma temática distinta com a abordagem de um conto da Literatura Infantil.

✚ **Chapeuzinho Vermelho;**

✚ **Branca de Neve;**

✚ **Os três Porquinhos;**

✚ **A Menina do Leite.**

É válido ressaltar que a metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas realizou a orientação teórico-prática do estudo, contemplou o planejamento, a elaboração e a aplicação dos Planos de Atividades em sala de aula. Na prática, o trabalho foi a partir de situações problemas não no sentido de aplicação de exercícios, todavia observando a orientação metodológica da Resolução de Problemas. Desse modo, recorreu-se à problematização dos enunciados, à reflexão, à compreensão das ideias, à argumentação do aluno e do professor e à resolução das situações problemas.

Diagnóstico do aluno (a)

Objetivos:

- Compreender problemas lidos pela professora;
- Utilizar estratégias próprias para resolver as situações-problema propostas.

Atividade Diagnóstica

5) Lara foi ao mercado e comprou 2 caixas de chocolate. Cada caixa de chocolate custou 9 reais. Quantos reais Lara gastou ao todo?

--

6) João comprou uma bandeja com ovos. Como a caixa estava fechada, ele observou que havia 2 linhas e 6 colunas de ovos. Quantos ovos havia ao todo na bandeja que João comprou?

--

7) Pedro ganhou da mãe um álbum de figuras de jogadores. Ele comprou 20 figuras e dividiu entre ele e mais 3 amigos. Ao distribuir as figuras, quantas figuras cada um deverá receber?

--

8) No painel promocional de uma lanchonete, há diferentes sabores de sorvetes e de coberturas disponíveis para o dia, que podem ser combinados à gosto do cliente. Quantas combinações possíveis posso fazer entre um sabor de sorvete e um sabor de cobertura disponível?

Sabores	
Opções de Sorvetes	Opções de coberturas
 Sorvete de creme	 Chocolate
 Sorvete de morango	 Caramelo
	 Leite condensado

Plano de Atividades 1

Gênero: Conto

Tema: Chapeuzinho Vermelho

Objetivos:

- Construir significados sobre a multiplicação e divisão, por meio da resolução de problemas, a partir do contexto da contação de histórias;
- Propor situações-problema a partir de outras trabalhadas, propondo novos dados e informações;
- Ler textos instrucionais e identificar aspectos como dados, instruções e informações explícitas para resolver situações-problema;
- Resolver situações-problema que englobam as ideias de multiplicação e divisão, fazendo os próprios registros; justificando os procedimentos aplicados; levantando hipóteses; desenvolvendo estratégias diversas; e socializando os resultados com o grupo.

1º Momento

- **Roda de conversa sobre aspectos sociais da narrativa:** levantamento de pontos importantes da história, características textuais e discussão sobre aspectos sociais envolvidos.

Situações-problema

- 4) A vovó de Chapeuzinho Vermelho comprou 3 pacotes de brigadeiros. Em cada pacote havia 5 brigadeiros. Chapeuzinho Vermelho comprou 5 pacotes, cada qual com 3 brigadeiros. Quem comprou mais brigadeiros?

- Explique como você resolveu o problema:

- 5) Cada vez que a mãe de Chapeuzinho prepara um Bolo de Banana, ela gasta 6 bananas. Se ela preparar 1 bolo por semana, quantas bananas ela precisará em um mês?

--

- 6) Leia a receita abaixo:

PÃO DE MILHO
INGREDIENTES:
4 OVOS
2 XÍCARAS DE AÇÚCAR
2 XÍCARAS DE FARINHA DE TRIGO
1 XÍCARA DE FARINHA DE MILHO
3 COLHERES (DE SOPA) DE MARGARINA
1 XÍCARA DE LEITE
1 COLHER (DE CHÁ) DE FERMENTO EM PÓ
MODO DE PREPARO:
INICIALMENTE, SEPRE TODOS OS INGREDIENTES QUE IRÁ PRECISAR. COMECE BATENDO AS CLARAS EM NEVE E JUNTE O AÇÚCAR DELICADAMENTE. ACRESCENTE, AOS POUCOS, OS DEMAIS INGREDIENTES E

CONTINUE BATENDO. POR ÚLTIMO, PONHA O FERMENTO EM PÓ. PRÉ-AQUEÇA O FORNO, UNTE UMA FORMA E DESPEJE TODA A MASSA. DEIXE ASSAR POR 30 MINUTOS.

b) Essa é a receita de Pão de milho. Digamos que a vovó fará um chá para as amigas na casa dela, durante a tarde. Ela precisará fazer três pães grandes. Ajude a vovó a reescrever a quantidade dos ingredientes da receita.

- Explique como você resolveu essa situação:

2º Momento

Situações-problema

7) A Chapeuzinho Vermelho organizou as meias da vovó no guarda-roupa. Para a vovó não se confundir e trocar as cores ao colocá-las, ela pegou os pares de meias e organizou cada

par em caixinhas diferentes. As caixinhas ficaram dispostas na gaveta, em que era possível visualizar da seguinte maneira:

- 3 fileiras horizontais;
- 4 fileiras verticais.

e) Represente a(s) maneira(s) que você pode fazer para descobrir o total de caixinhas:



f) Como faço para descobrir o número total de pares de meias da vovó?

g) Qual é o número total de pares de meias da vovó?

h) Qual é o número total de caixinhas utilizadas pela Chapeuzinho Vermelho?

8) Chapeuzinho Vermelho adora a capinha vermelha e sempre usa combinando com todos os vestidos que a vovó costura. Já a vovó usa toucas e pijamas coloridos. Observe como a vovó pode combinar essas peças:

Toucas	Pijamas
<ul style="list-style-type: none"> • 1 touca azul; • 1 touca amarela; • 1 touca vermelha. 	<ul style="list-style-type: none"> • 1 pijama de bolinhas; • 1 pijama de listras; • 1 pijama xadrez.

- c) Quais as combinações entre toucas – uma azul, uma amarela e uma vermelha – e pijamas – um com bolinhas, um com listras e um xadrez – são possíveis a vovó realizar?

--

- 9) Com base nas discussões realizadas, escreva um bilhete para sua Professora Pesquisadora contando o que você observou no estudo da multiplicação e divisão.

3º Momento

Situações-problema

- 8) Chapeuzinho Vermelho viu 2 árvores cheias de borboletas. A menina apreciou as borboletas e verificou que, em cada árvore, havia 8 delas. Determine o total de borboletas das árvores.
- 9)

--

- 10) Use sua criatividade e proponha um novo problema a partir do lido na questão 1.

- 11) Com base na história lida, proponha uma situação-problema que corresponda a:

$$2 \times 3 = \underline{\quad}$$

- 12) Um lobo tem 4 patas, 20 patas correspondem a quantos lobos?

--

Gênero: Conto

Tema: Branca de Neve

Objetivos:

- Compreender diferentes ideias e significados de multiplicação e divisão (configuração retangular, proporção e combinação), em situações contextualizadas;
- Propor situações-problema a partir de outras trabalhadas, propondo novos dados e informações;
- Resolver situações-problema que englobam as ideias de multiplicação e divisão, fazendo os próprios registros e justificando os procedimentos aplicados;
- Identificar informações na leitura de gráficos e tabelas, observando dados relevantes para a resolução de problemas.

1º momento

- **Roda de conversa sobre aspectos sociais da narrativa:** levantamento de pontos importantes da história, características textuais e discussão sobre aspectos sociais envolvidos.

Situações-problema

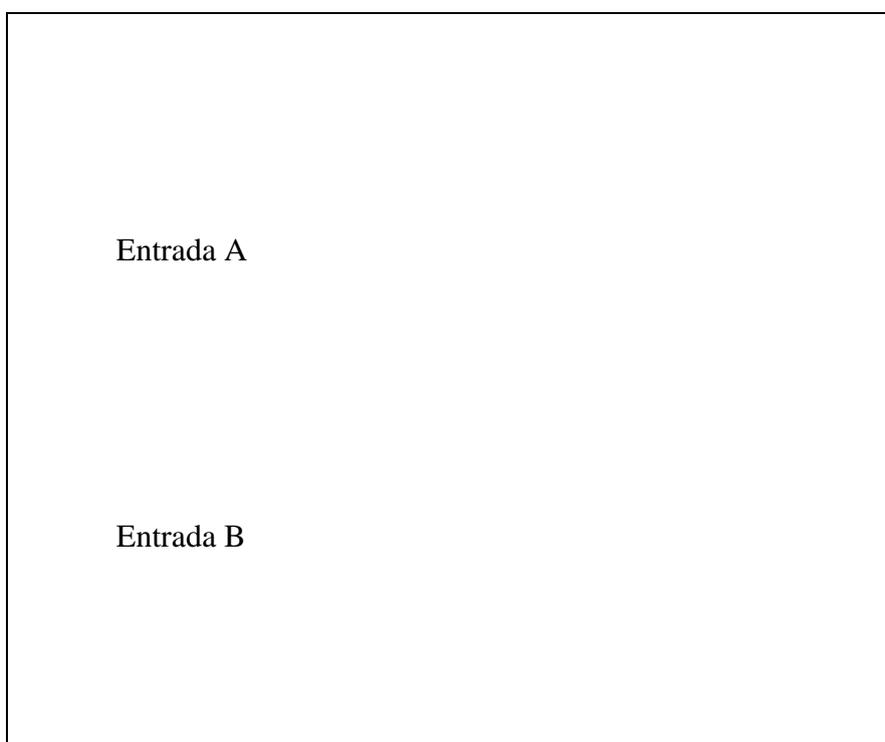
5) Os anões foram vender as maçãs no mercado. Se 1kg (quilograma) de maçãs custa R\$ 7,50, quantos reais custam 3kg de maçãs?

2) Os anões colheram, no pomar, 30 maçãs para vender no mercado. Na cidade, as maçãs foram distribuídas em bandejas para a venda, o vendedor verificou que, em cada bandeja, caberia 4 maçãs.

b) Quantas bandejas serão necessárias para empacotar todas as maçãs?

- O que você verificou nessa situação-problema?

- 6) Um dos anões, o Dengoso, falou que é muito fácil se perder na floresta. É preciso saber entrar e sair dela. Há apenas dois caminhos abertos para entrar na floresta, **caminho A** e **caminho B** e apenas três saídas abertas: **saída K**, **saída W** e **saída Y**. Observe a imagem:



- b) Quantos e quais percursos de entradas e saídas podem ser realizados para não se perder na floresta?

2º momento**Situações-problema**

2) A Branca de Neve teve que organizar um saco de maçãs em caixotes de madeira. Ela organizou as maçãs de modo que não fossem esmagadas, colocando em camadas sobrepostas e separadas por uma folha de papelão. Assim, ela começou colocando 4 filas de maçãs distribuídas na lateral (esquerda para direita) do caixote e 8 filas de maçãs organizadas na parte superior (de cima para baixo) do mesmo caixote.

d) Ao término da primeira camada, quantas maçãs, no total, ficaram postas?

e) Em cada caixote de maçãs couberam 4 camadas organizadas igualmente. Quantas maçãs ficaram em cada caixote?

f) Quantas maçãs caberiam em 3 caixotes?

3º momento**Situações-problema**

4) Leia, atentamente, o gráfico com as informações sobre a colheita de maçãs de cada anãozinho, durante a semana:

Plano de atividades 3

Gênero: Conto

Tema: Os três porquinhos

Objetivos:

- Utilizar estratégias próprias para resolver problemas propostos, como: cálculos mentais, desenhos e registros escritos;
- Propor situações-problema a partir de outras trabalhadas, propondo novos dados e informações;
- Escrever textos de outros gêneros, descrevendo argumentos para resolver problemas;
 - Compreender e utilizar as ideias multiplicativas ao resolver problemas.

1º Momento

- **Roda de conversa sobre aspectos sociais da narrativa:** levantamento de pontos importantes da história, características textuais e discussão sobre aspectos sociais envolvidos.

Situações-problema

5) O porquinho mais novo pesa 32 kg, o porquinho do meio pesa duas vezes esse peso e o porquinho mais velho pesa três vezes a quantidade de massa do porquinho mais novo.

c) Qual é o peso do porquinho do meio?

d) Qual é o peso do porquinho mais velho?

--

- 6) O porquinho da casa de tijolos, ao revestir a parede da cozinha com azulejos, já colocou, até o momento, 8 fileiras de azulejos horizontais e 5 fileiras de azulejos posicionados verticalmente. Quantos azulejos o porquinho colocou ao todo na parede da cozinha?

--

- 7) Proponha um novo problema a partir do anterior colocando novas informações, modificando ou acrescentando dados. Use a sua criatividade.

2º Momento

Situações-problema

- 6) Observe a janela que o porquinho pretende colocar na casa dele. Para fazer o serviço, pretende saber quantos vidros serão necessários para pôr em 8 janelas iguais. Qual é a quantidade de vidros que o porquinho precisará para pôr em todas as janelas?

- 7) Para se proteger de qualquer perigo, a decisão dos porquinhos foi cada um possuir a própria casa feita de tijolos. Sendo assim, cada porquinho precisou carregar os tijolos necessários para a construção da casa utilizando uma carroça de mão. Em cada percurso de ida e volta do armazém, o porquinho conseguia carregar apenas 5 tijolos.
- b) Em cada percurso dado pelo porquinho, ele levava a quantidade de 5 tijolos na carroça. Em qual percurso completou 45 tijolos?

- 8) Observe as figuras abaixo. Quando combinadas, elas podem formar a imagem de uma casa. Quantas casas podemos formar com figuras de cores diferentes.

3º momento

Situações-problema

- 5) Um saco grande de cimento pesa 50kg. O porquinho resolveu distribuir todo o cimento em sacos menores contendo 5kg cada um. Quantos sacos de 5kg ele formou ao todo?

--

- O que você verificou nessa situação-problema?

- 6) O porquinho comprou outro saco de cimento de 50kg. Como os sacos de 5kg acabaram, ele resolveu distribuir todo o cimento nos saquinhos menores contendo 2kg cada um. Quantos sacos de 2kg ele fez ao todo?

--

- 7) Proponha uma situação-problema correspondente a:

- 8) Com base nas discussões realizadas, escreva um bilhete para Professora Pesquisadora contando o que você observou no estudo da multiplicação e divisão.

Plano de atividades 4

Gênero: Conto

Tema: A Menina do Leite

Objetivos:

- Compreender que os problemas podem ser resolvidos utilizando diferentes estratégias e que uma mesma operação pode estar relacionada a problemas diferentes;
- Interpretar enunciados verbais de situações-problema diversas, produzindo significados para a linguagem oral e escrita, evidenciando a linguagem matemática e o uso de representações;
- Desenvolver estratégias de cálculo mental e escrito, através da observação das regularidades e propriedades investigadas;
- Realizar a produção de texto escrito, descrevendo a linguagem matemática proposta nas situações-problema.

1º Momento

- **Roda de conversa sobre aspectos sociais da narrativa:** levantamento de pontos importantes da história, características textuais e discussão sobre aspectos sociais envolvidos.

Situações-problema

- 5) A partir da história, proponha situações problemas com base nas operações abaixo:

d) $4 \times 5 = 20$

e) $3 \times 3 = 9$

6) Se um vendedor de leite na feira já faturou até o momento 24 reais vendendo 6 garrafas de leite, quanto custou cada garrafa de leite?

- Explique como você resolveu o problema:

- 7) A menina observa, na grama, 5 galinhas passeando, cada qual com 1 dúzia de pintinhos. Quantos pintinhos tem ao todo passeando na grama?

2º momento

Situações-problema

- 4) Supondo que o litro de leite custa R\$ 4,10 e que a caixa de ovos custa três vezes essa quantidade em dinheiro, quanto custa a caixa de ovos?

- 5) Duas galinhas custam 53 reais. A menina comprou 5 galinhas. Quantos reais a menina pagou por todas as galinhas?

3º momento

Situações-problema

- 5) Suponha que 14 leitões custem 28 reais cada um. Qual seria o valor de todos eles?

- 6) Com base na história “A menina do leite”, proponha uma situação-problema para a sentença a seguir:

- 7) Com base nas discussões realizadas e experiências, escreva um e-mail para Professora Pesquisadora, descrevendo suas compreensões no estudo da multiplicação e divisão.

3 PARTE II

3.1 Dialogando sobre Proposição de problemas

A Proposição de Problemas é a tradução de Problem Posing, refere-se à formulação e criação de problemas. A proposição de problemas pode partir de outros problemas geradores para a construção de conceitos matemáticos.

Esse estudo tem a Proposição de Problemas como uma metodologia que vem potencializar com o Letramento Matemático a aprendizagem nos Anos Iniciais. A Exploração, Resolução e Proposição de Problemas trabalhando em conexão, no movimento entre leitura e escrita, e Exploração de Problemas, corrobora para a promoção de significados nas aulas de Matemática, afirmando a ideia de que o trabalho com as linguagens nessas aulas é necessário e promove sentido na construção de conceitos de Multiplicação e Divisão. Diante disso, foi realizado um trabalho com alunos do 4º ano em que foram aplicados planos de atividades que contemplaram a Proposição e a Resolução de Problemas. Observou-se que nos Anos Iniciais, as habilidades de leitura e escrita em Matemática são geradoras de conflitos e dificuldades, merecedoras de mais atenção por parte do professor. Com essa intervenção, é possível tornar as aulas de Matemática mais lúdicas e promotoras da criatividade.

Andrade (2017, p.359), encara a Resolução de problemas, como Exploração, Resolução e Proposição de Problemas,

não é olhada apenas no nível de processos e conceitos matemáticos, mas também no nível de questões de natureza sócio-político-cultural, da educação em geral e da educação matemática em particular e a sala de aula é observada/olhada em todos os seus múltiplos aspectos, isto é, em toda sua multicontextualidade. (Andrade, 2017, p.359)

Para Diniz (2001, p. 89), “a Resolução de Problemas trata de situações que não possuem solução evidente e que exigem que o resolvidor combine seus conhecimentos e decida pela maneira de usá-los em busca da solução”. O problema difere do exercício, no problema o aluno não sabe a solução, ele usará os próprios conhecimentos para elaborar estratégias para uma possível resolução.

A seguir, encontram-se um conjunto de procedimentos voltados para a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas.

3.2 Oficina Matemática de Proposição de problemas - História: O Patinho Feio

Inicialmente, na execução da Proposição de situações Problemas, partimos da leitura e dramatização das histórias da Literatura Infantil selecionadas. Hoffman, Zanon *et al.* (2021), acreditam em um ensino de Matemática que propicie a formação de sujeitos confiantes, conhecedores de conhecimentos culturais e transformadores da realidade. O modelo de ensino de Matemática em que prevalecem concepções negativas de aprendizagem sobre esse campo o torna inatingível e excludente. Somado a isso, os autores consideram uma nova forma de ensinar e aprender Matemática, “Defendemos um ensino e aprendizagem de matemática que envolva professor e aluno, ambos engajados em resolver problemas com novas heurísticas que primem pela criatividade, mas que também permitam aprendizados dos algoritmos com leveza.” (Hoffman, Zanon *et al.*, 2021, p.69)

Foi selecionada a história: O Patinho Feio. Foi um momento de brincadeira e descontração e de encontro da leitura literária e a Matemática.

Figura 1 - Dramatização da história: O Patinho Feio



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Alguns alunos interessaram-se bastante pela leitura e dramatização da narrativa, preferindo ficar ensaiando a peça a outras brincadeiras, demonstrando que gostavam dos personagens e gostariam de representá-los.

Após o primeiro momento da oficina, a apresentação da história pelo grupo, na qual a equipe organizou-se para a apresentação para a turma. Em seguida, iniciamos a abordagem Matemática. A primeira questão de Proposição de Problemas, a princípio, pareceu uma questão simples, pois os alunos já vinham desenvolvendo esse tipo de atividade em outras situações.

A tarefa exigia a proposição a partir de uma palavra:

LAGOA

Realizamos os encaminhamentos: convidamos os alunos para criarem a história do problema, realizarem a leitura individual para toda a turma, discutirem o problema com todos e apresentarem a resolução. Entendemos que as tarefas de Proposição de Problemas permitem uma integração específica entre a língua materna e a linguagem matemática, estabelecendo critérios de representação da realidade e uma relação de significação. Para Luvison e Grando (2018), a Matemática não inclui apenas códigos e símbolos, é preciso ler e fazer relações com a linguagem materna para uma melhor compreensão da linguagem matemática. Sendo assim, a leitura para a simples resolução de exercícios não é significativa, é necessário encarar a leitura e escrita como formas de apropriação da linguagem de modo que “os alunos comuniquem suas ideias, levantem hipóteses e, ao mesmo tempo, relacionem-se com o texto” (Luvison; Grando, 2018, p.34). A seguir, a proposição de problemas dos alunos:

Quadro 1 - Proposição de Problemas da turma – Oficina 1

1	A10 e A28 - Num sítio, tinha 3 lagoas, cada lagoa tinha 43 pedras. Quantas pedras havia em todas as lagoas?
2	A28 - Havia 16 crocodilos, cada crocodilo engoliu 80 pedras. Quantas pedras foram engolidas pelos crocodilos?
3	A2 - Na lagoa tem 5 patos e na lagoa ao lado tem cinco vezes mais patos. Qual o total de patos?
4	A24 - Numa lagoa, tinha 10 peixes e uma menina colocou 3 vezes a mesma quantidade. Quantos são os peixes?
5	A25 - Em uma lagoa tem 50 crocodilos na lagoa ao lado tem 3 vezes essa quantidade. Quantos crocodilos tem na lagoa ao lado?
6	A2 - Uma lagoa tem 8 metros, a lagoa ao lado tem 2 vezes essa quantidade em metros. Quantos metros tem a lagoa ao lado?

7	A11, A22, A1, A6 e A23 - O Patinho Feio morava no sítio, lá tinha 5 lagoas, em cada lagoa nadavam 10 patinhos. Quantos patinhos eram?
8	A14 - Tinha 5 lagoas e tinha 7 patinhos em cada lagoa. Quantos são os patinhos?
9	A17 - Em uma lagoa, tinha 3 patas na outra tem 4 vezes a quantidade de patas. Quantas patas tem a segunda lagoa?
10	A9 - Em uma lagoa, há 13 patos, se essa lagoa tivesse 10 vezes a quantidade de patos quantos patos teria essa lagoa?
11	A31 - A lagoa tinha 7 patinhos, tinha mais duas lagoas com 7 patinhos cada uma. Quantos patinhos todas as lagoas tinham?
12	A29 - Tinha 5 lagoas e tinha 7 patinhos em cada lagoa. Quantos são os patinhos?
13	A13 - Em uma lagoa tem 50 crocodilos, na lagoa ao lado tem 3 vezes a quantidade. Quantos crocodilos tem na lagoa ao lado?
14	A5 - Cada lagoa tem 9 patinhos e tem 5 lagoas. Quantos patinhos tem no total?
15	A12 - Na lagoa tem 5 patos, e na lagoa ao lado tem cinco vezes mais patos. Qual o total de patos da lagoa ao lado?

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Observamos que os problemas criados pelos alunos distribuem-se na classificação de comparação entre razões e comparação multiplicativa. Essa proposta revelou uma participação positiva da turma, além da Proposição, os alunos foram também convidados a resolverem a situação problema. A seguir, observa-se a tarefa da aluna A29:

Figura 2 - Proposição de Problema da aluna A29

1) Proponha uma situação problema a partir da palavra:

LAGOA

Tinha 5 lagoas e tinha 7 patinhos em cada lagoa. Quantos são os patinhos?

• Resolução do Problema Proposto:

35
 5 lagoas em cada lagoa 35

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A correspondência um para muitos, trata-se de uma relação entre conjuntos diferentes. Algumas crianças podem recorrer ao método aditivo. Porém, vale frisar que, nessas situações, há uma relação determinada e classificada como constante e invariável, sendo que, a partir dessa relação, outras podem ser desencadeadas, fazendo valer a ideia de proporcionalidade e do fator escalar. Em situações práticas, esses problemas são mais simples de serem solucionados do que quando apresentados com lápis e papel (Nunes, 2002).

A aluna A29 conseguiu elaborar o pensamento, coordenando conhecimentos de diferentes naturezas e registrou, em seguida, a Proposição escrita do problema, ao final, a mesma aluna resolveu o problema utilizando-se de diferentes estratégias: o desenho dos patos distribuídos em cinco grupos, o algoritmo ao lado, a resposta escrita e o numeral trinta e cinco ficou no canto esquerdo do quadro.

O momento de ler e o de escrever são únicos. Ao escrever, o autor-leitor mostra o caminho percorrido, evidencia seus valores, suas crenças, suas construções, suas hipóteses e conjecturas, ele se coloca no texto e, ao estabelecer esse movimento, seria como plantar uma semente, mas sem o controle de sua germinação. (Luvison; Grando, 2018, p.38)

Assim, observa-se a importância de ler, escrever, reescrever, interpretar e comunicar também nas aulas de Matemática. Os conceitos não são transmitidos aos alunos, são compreendidos a partir de problemas detonadores. É através da problematização de problemas detonadores (Diniz, 2001) que os significados são trabalhados, isso está ligado ao questionamento da situação que pode ser realizado pelos sujeitos envolvidos no processo ensino e aprendizagem.

Figura 3 - Proposição de Problema da aluna A5

1) Proponha uma situação problema a partir da palavra:

LAGOA

Cada lagoa tem 9 patinhos e tem 5 lagoas quantos patinhos tem no total?

• Resolução do Problema Proposto:

$$\begin{array}{r} 45 \\ 5 \overline{) 45} \\ \underline{50} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array}$$

Resposta: 45 patinhos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A aluna A5 articulou o pensamento em torno da palavra geradora Lagoa e acrescentou a informação do número de lagoas, caracterizando um problema que lembra a relação de um para muitos, uma relação quaternária envolvendo quatro unidades e apresenta a ideia de proporcionalidade, do eixo proporção simples. Na multiplicação, há uma relação fixa entre duas

variáveis, como na situação problema que foi proposta pela aluna A5. As variáveis são o número de lagoas e quantidade de patinhos, e a relação fixa são 9 (nove) patinhos em cada lagoa. O problema tratou de uma situação de Comparação entre Razões com ideia de proporcionalidade, se uma das variáveis aumentar ou diminuir, isso interferirá no produto. A aluna A5 demonstrou a resolução, apenas numérica através da adição de números iguais e da multiplicação e registrou a resposta final.

Figura 4 - Proposição de Problema do aluno A25

1) Proponha uma situação problema a partir da palavra:

LAGOA

Em uma lagoa havia 50 crocodilos. Na lagoa ao lado tem 3 vezes essa quantidade. Quantos crocodilos tem na lagoa ao lado?

R= 150 crocodilos na lagoa

• Resolução do Problema Proposto:

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 3 \\ \hline 150 \end{array}$$

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

O problema de A25 encaixa-se nas situações associadas à comparação multiplicativa. A Multiplicação e Divisão envolve diferentes conhecimentos: dobro, metade, triplo, fração, razão, taxa, proporção, entre outros.

Figura 5 - Proposição de Problema do aluno A2

1) Proponha uma situação problema a partir da palavra:

LAGOA

Uma lagoa tem 8 crocodilos e de 4 lagoas ao lado tem 3 vezes essa quantidade de crocodilos. Quantos crocodilos tem a lagoa ao lado? R: a lagoa ao lado tem 16 crocodilos.

• Resolução do Problema Proposto:

$\frac{8}{\times 2} = 16$

8 crocodilos
2 lagoas
16 crocodilos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

O problema do aluno A2, trata-se de uma Comparação Multiplicativa, com a ideia de dobro. Observamos que os alunos ampliaram a ideia de multiplicação, elaborando situações problemas não caracterizadas apenas como soma de grupos iguais. A turma trouxe noções de proporcionalidade e a comparação entre variáveis.

A próxima questão foi para propor um problema. Nesse caso não havia o início do problema, e a partir de uma pergunta, seria necessário propor as informações que faltavam: Quantos reais custou cada bandeja de ovos que Manuel vendeu na feira?

Figura 6 – A venda de ovos na feira



Fonte: https://www.freepik.es/vector-premium/concepto-puesto-mercado-puesto-huevos_24906614.htm

Essa tarefa de Proposição de problemas não pareceu simples para a maioria da turma, começamos a questionar os alunos para eles desenvolverem a situação problema. Observe a Proposição da aluna A31:

Manuel vendeu 3 bandejas de ovos por 30 reais ao feirante. Quantos reais o feirante gastou?

Figura 7 - Proposição de Problema da aluna A31

Manuel vendeu 3 bandejas de ovos por 30 reais ao feirante. Quantos reais o feirante gastou?

Resolução do Problema Proposto:

$$30 \times 3 = 60$$

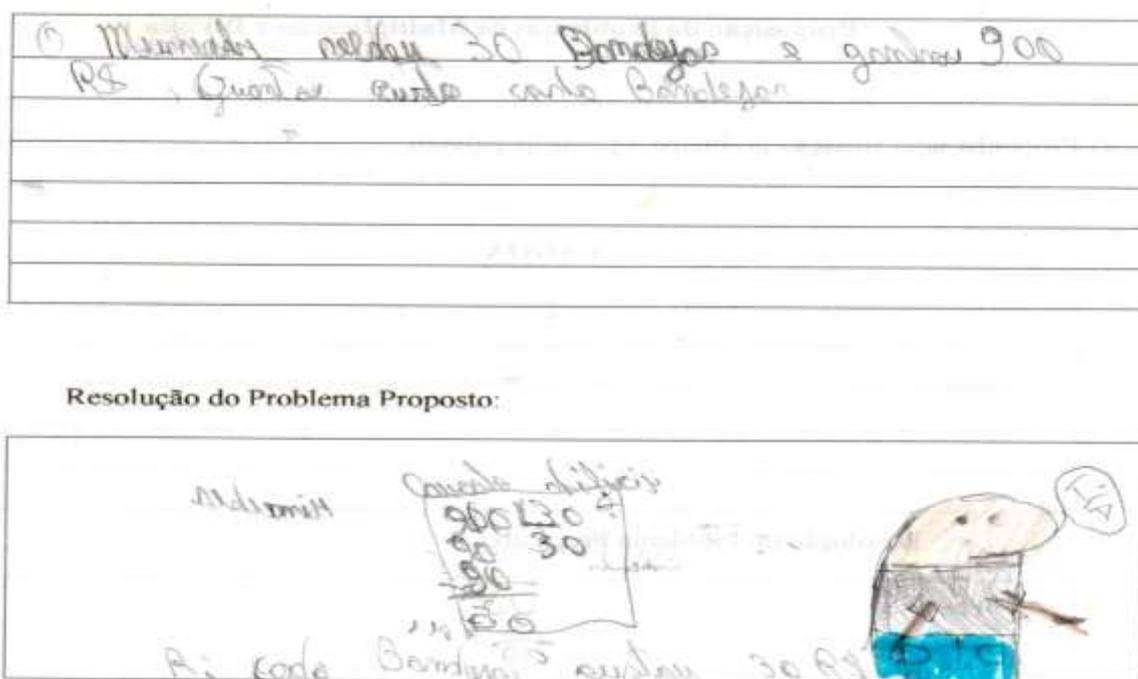
30	3	60
30		60
60		

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A aluna A31 trouxe um problema de multiplicação, entretanto, provavelmente não compreendeu a proposta da atividade, que objetivava o início do problema, a história do problema e os dados necessários. A31 elaborou um novo problema, porém estabeleceu previamente o valor da unidade de caixa de ovos (em que se verifica no enunciado e na resolução), e resolveu pela soma de números iguais. O objetivo da tarefa de Proposição era formular uma situação problema com a ideia de Divisão. A aluna A31 colocou a pergunta: Quantos reais o feirante gastou? Nesse caso, a pergunta seria: Quantos reais custou cada bandeja de ovos que Manuel vendeu na feira?

A seguir, houve outra proposição que os alunos apresentaram:

Figura 8 - Proposição de Problema do aluno A28

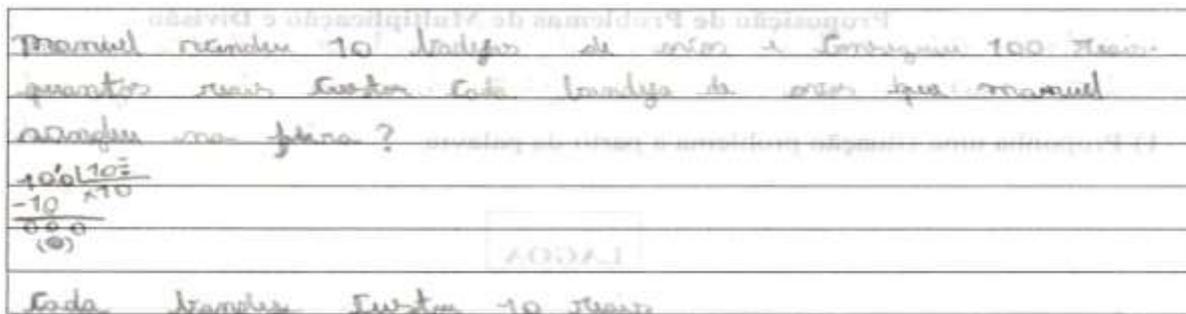


Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A Proposição do aluno A28 conseguiu atender à pergunta do problema. A28 formulou um problema de Divisão por grupos e resolveu pelo algoritmo usual. Logo, resolvemos construir juntamente com os alunos a Proposição de um Problema, com base nas ideias que a turma emitia e construímos um problema similar ao do aluno A28.

Manuel vendeu 10 bandejas de ovos e conseguiu 100 reais. Quantos reais custou cada bandeja de ovos que Manuel vendeu na feira?

Figura 9 - Proposição de Problema da aluna A5



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

3.3 Oficina Matemática de Proposição de problemas – História: Pinóquio

Em todas as oficinas, a contação de história antecedia a Exploração de problemas. O intuito foi pensar em um ensino de Matemática prazeroso, motivador e provocador, com menos memorização e mais diálogo. Optamos por realizar a dramatização de histórias da Literatura Infantil com os alunos. Para Luvison e Grandó (2018), as várias linguagens são reveladoras dos contextos. A escola é uma instituição que permite o trabalho com as múltiplas linguagens, ao explorar diferentes gêneros textuais e linguagens de maneira a evidenciar a inferência e a discussão em conexão com a investigação, “em que o texto se torna um problema a ser resolvido”. (Luvison; Grandó, 2018, p.39)

Nesse dia, os alunos se organizaram e começamos as apresentações. Foi uma aula de Matemática diferente, em que houve leitura e contação da história, dramatização com a participação dos alunos e a Resolução e Proposição de Problemas.

Figura 10 - Dramatização da história: Pinóquio



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

No momento da exploração das situações problema, surgiram as Proposições de Problemas de classificações diferentes. Inicialmente, uma das alunas propôs um problema relativo à soma de agrupamentos iguais, e depois incentivamos mais ideias e significados da Multiplicação e Divisão, quando, posteriormente, surgiram problemas de disposição retangular.

Figura 11 – Proposição de Problema com base na imagem do Pinóquio



Fonte: magazineluiza.com.br/busca/quebra+cabeça+educativo+do+pinoquio/ Acesso em: 08 jun 2022

Figura 12 - Proposição de Problema da aluna A24

<p>Maria tinha 2 quebra-cabeças - colteq - cada quebra-cabeça colteq custa R\$ 27,45. Quando veio do gantou?</p> <p>55,90</p>
<p>• Resolução do Problema Proposto:</p>
<p> $\begin{array}{r} 27,45 \\ \times 2 \\ \hline 54,90 \end{array}$ </p>

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Essa Proposição referiu-se ao valor do brinquedo. Observamos que a tarefa também solicitou a resolução do problema, a aluna A24 escreveu acima da questão o resultado R\$55,90, com efeito incorreto, já na resolução do problema proposto, chegou ao resultado R\$54,90, corretamente. São aspectos da escrita matemática dos alunos que se apresentaram, reveladores de conhecimentos adquiridos ou não apreendidos, que foram aos poucos sendo explorados. Ao aprofundarmos as explorações, outros alunos construíram problemas que relacionavam linhas e colunas.

Ao iniciarmos a segunda questão, discutimos sobre os valores correspondentes ao uso dos brinquedos com os alunos, para isso, lançamos proposições oralmente.

Figura 13 – Proposição de problema relacionado à tabela de brinquedos do parque

Brinquedos do parque	Valor a cada 15 minutos
	R\$ 2,00
	R\$ 3,00
	R\$ 4,00
	R\$ 5,00

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022. <https://www.dinamicadiversoes.com.br/piscina-de-bolinhas?locacao>; <https://m.extra.com.br/cama-elastica-pula-pula-infantil-200-metros-residencial-eventos-super-resistente/p/1559942498>; https://www.babybrinquedos.com.br/MLB-1307941140-balo-pula-pula-castelinho-inflavel-completo-com-motor-_JM; https://www.playbrinquedos.com.br/brinquedos-inflaveis/toboga/toboga-premium-5m-x-3m-c-motor-play-brinquedos?gclid=EAIaIQobChMIw9Suppm9ggMV-FRIAB1oOQ4xEAkYBCABEgI12vD_BwE. Acesso em 11 nov 2023.

PP: Vocês já brincaram nesses brinquedos? Paga pra brincar nesses brinquedos?

A17: Paga mas no aniversário da minha prima não pagou.

PP: Mas aqui é no parque. Se uma criança ficar na piscina de bolinhas por 45 minutos. Quantos reais ela pagará?

A2: Seis reais.

PP: Suponha que uma criança ficou uma hora no pula-pula. Quantos reais ela pagará?

A28: Doze reais.

PP: Uma criança estava no parquinho e ficou 2h no escorrego. Quantos reais ela pagou?

A17: Eu acho que é 24 reais.

PP: Bruna foi ao parque e levou 25 reais. Com esse valor, quantas vezes ela pode ir no escorrego do parque?

Na oficina, a mediação através da interação e problematização foi uma constante, bem como outras formas reconhecidas de diálogo. Luvison e Grando (2018), discutem a importância da interação em vários aspectos, a interação leitor e texto, entre sujeitos e a interação escrita, tomando-a não como processo passivo, mas como processo dialógico que se estabelece entre sujeitos, textos e os escritos. Desse modo, a Proposição de Problemas é uma metodologia em que um desdobramento aciona vários outros, não há conclusão nas ideias, todavia um movimento constante ao ler, refletir, planejar novas ideias, escrever e comunicar.

Figura 14 - Proposição de Problema do Aluno A10

Existem 3 prateleiras, cada uma com 6
 quebra-cabeças. Quantos quebra-cabeças
 existem no total?

Resolução do Problema Proposto:

3	□□□□□□	$\begin{array}{r} \times 6 \\ \hline 18 \end{array}$
	□□□□□□	
	□□□□□□	

Resposta: 18 quebra-cabeças

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A proposta de Proposição de Problemas objetiva a formação de conceitos em meio a resolução e criação de situações problemas, isso é um fator essencial para o desenvolvimento da aprendizagem matemática.

A última etapa que propusemos visa justamente levar os alunos a relacionarem os conceitos, aprendidos pelas atividades de formação conceitual, às novas situações ('novos problemas'). A nossa preocupação foi a de que haja significado na aprendizagem, uma vez que os contextos das situações exigem vários conhecimentos por parte dos alunos e, por ser complexo, isso necessita de que os conceitos estejam bem formados e que ocorra sua ampliação e/ou ressignificação no envolvimento a vários outros contextos. (Proença, 2021, p.12)

Ao repetir modelos os alunos não realizam uma aprendizagem significativa, pois não conseguem utilizar os próprios conhecimentos em novas situações. É preciso dá condições para que o aluno consiga levantar conhecimentos no enfrentamento de situações problemas, pois

assim terá contato com a língua materna e a linguagem matemática dentro de contextos variados.

3.4 Oficina Matemática de Proposição de problemas – História: João e Maria

A apresentação da história João e Maria ocorreu no início da oficina, visando contribuir para criar conexões entre a Resolução e Proposição de Problemas, a Arte, o faz de conta e o conceito de Multiplicação e Divisão, aproximando elementos, fatos e contos da infância.

Figura 15 - Dramatização da história: João e Maria



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Figura 16 - Dramatização da história: João e Maria



Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A primeira questão apresentava uma bandeja com doces, e a partir disso, começamos a levantar hipóteses, informações para a Proposição de situações-problema.

Figura 17 – Proposição de problema sobre a bandeja de doces



Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/47623549>.

Nesse momento, ao circularmos pela sala colaborando entre os grupos, observamos que alguns alunos não estavam conseguindo propor os próprios problemas porque tinham

dificuldades em ler e escrever. Essa foi uma oportunidade de auxiliar no processo de leitura e escrita na Proposição de situações-problema, trabalhando juntamente, com a reflexão sobre conceitos matemáticos.

Observamos que a participação dos alunos foi boa na Proposição dos problemas. Percebemos ainda, que os alunos ciaram em grupos situações problemas e com ideias relativas à disposição retangular e à comparação entre razões. Vejamos no quadro a seguir.

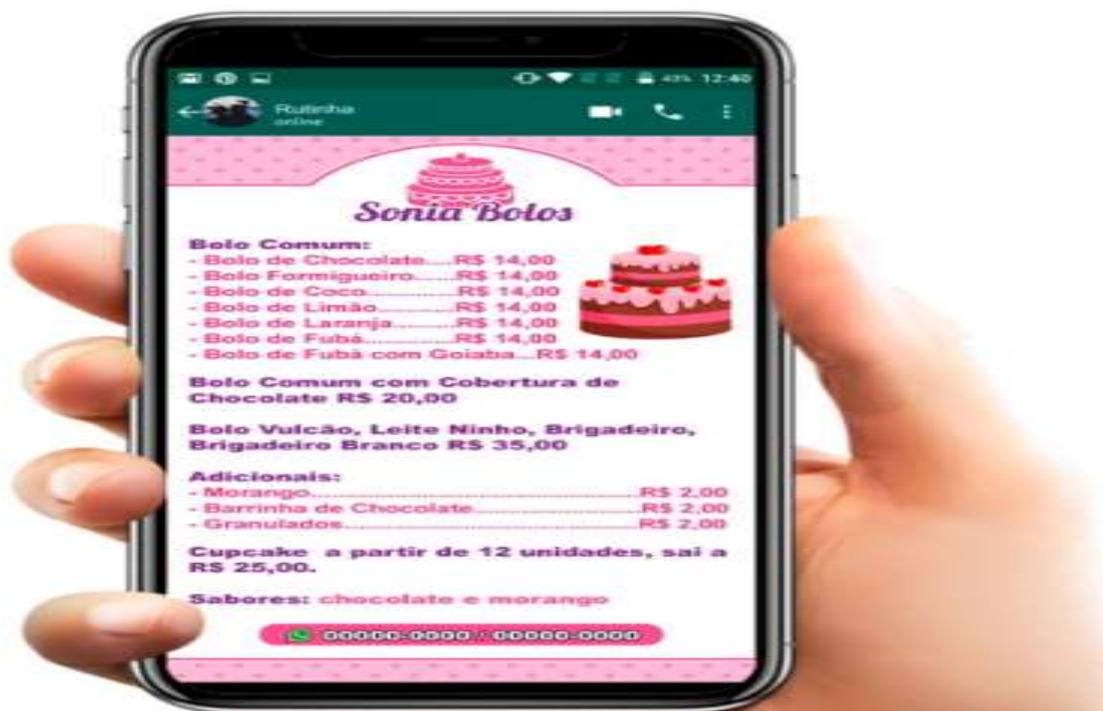
Quadro 2 – Proposição de Problemas da turma – Oficina 3

1	A1 e A6 - João e Maria fizeram 55 brigadeiros, eles organizaram em 5 linhas e colunas dentro de uma bandeja. Quantos brigadeiros ficaram em cada linha?
2	A7 - Na casa da bruxa, tinha uma bandeja de doces, havia 5 linhas de brigadeiros pretos e 6 colunas, e 5 linhas e 5 colunas de brigadeiros brancos. Qual o total?
3	A24, A20 e A9 - A bruxa fez brigadeiros, ela organizou em 5 fileiras de 11 brigadeiros. Quantos brigadeiros tinha na bandeja?
4	A29 - Aline estava vendendo brigadeiros e beijinhos que custavam R\$3,00, Laura comprou 5 de cada um. Quanto Laura gastou?
5	A25 - João fez brigadeiros brancos e pretos, os brancos estavam organizados em 5 linhas e 5 colunas, os pretos estavam organizados em 5 linhas e 6 colunas de brigadeiros. Quantos brigadeiros brancos e pretos tinham no total?
6	A4, A22, A23, A31, A30, A10, A13 e A19 - Numa bandeja, havia brigadeiros brancos e pretos, foram colocados em 5 linhas e 11 colunas. Quantos são os brigadeiros da bandeja?

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

A próxima questão, abordava a Proposição de Problemas a partir da leitura de um Cardápio Digital. Conforme Luvison e Grandó (2018), o gênero é caracterizado como a materialização do discurso, na forma oral e escrita, é adquirido e produzido socialmente, “Os gêneros apresentam-se como formadores e transformadores, pois fazem parte de um conjunto, em que estão presentes crenças, valores e convicções, que vão além da palavra propriamente dita” (Luvison e Grandó, 2018, p.39). Logo, os alunos realizaram a leitura coletiva e individual. Depois, conversamos sobre a utilidade do texto, as informações que estavam no cardápio, o produto de menor e maior valor e como os doces poderiam ser comprados e comercializados, observando as possibilidades.

Figura 18 – Proposição de problema a partir de texto do gênero: Cardápio digital



Fonte: <https://www.elo7.com.br/cardapio-digital-bolos-e-doces-confeitaria-modelo-2/dp/1633FA8>

Quadro 3 – Proposição de Problemas da turma – oficina 3

1	A14 - Mario comprou 3 bolos de chocolate. Quantos reais ele gastou?
2	A19 e A31 - Maria comprou 3 bolos para a festa da escola. Quantos reais ela gastou?
3	A13 - João comprou 4 bolos de fubá com cobertura de chocolate. Quantos reais, João gastou com os bolos?
4	A11 - Emily comprou 4 bolos de chocolate, com cobertura de chocolate. Quantos reais Emily gastou com os bolos?
5	A9 - Luisa comprou 2 bolos de chocolate para a festa de Emily. Ela mandou adicionar morangos e granulados. Quanto Luísa gastou?
6	A20 - João comprou 4 bolos de fubá com cobertura de chocolate. Quantos reais João gastou com os bolos?

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Conforme Vale (2017, p. 134), através da Resolução de Problemas podem ser desenvolvidas capacidades específicas, como a criatividade, a fluência e a flexibilidade, capacidades essas com propostas de situações que desafiem o cognitivo do aluno e o potencial criativo. A fluência é entendida pela formação de um grande número de soluções possíveis para um problema, quanto mais o indivíduo tem oportunidade de conhecer situações, mais ideias ele adquire, assim como, mais facilidade. A flexibilidade é outra dimensão, uma vez que está

relacionada à versatilidade de ideias e do pensamento, considerando um número de possibilidades para se resolver e explicar as resoluções, optando pela melhor delas.

De acordo com Crespo e English (apud Cai e Hwang *et al.*, 2015, p.10), “alunos são capazes de melhorar a amplitude e o nível do desafio de problemas quando eles têm experiências na resolução de problemas, e são estimulados em contextos informais como imagens, que podem deixar mais espaço para a exploração, em vez de contextos simbólicos formais”. Por isso, foi de grande valia trazer o contexto de histórias da Literatura Infantil, exploração de diferentes gêneros textuais para, de algum modo despertar e cultivar os conhecimentos relacionados à Matemática, não só enfatizando modelos prontos, mas oportunizando a abertura para o diálogo, estabelecimento de estratégias diversas e para a formulação dos próprios problemas. Tudo isso, de maneira a incentivar a criatividade Matemática, pois para Singer e Voica (2015), a Proposição de Problemas é um sinal de criatividade.

Singer e Voica (2015), realizaram um estudo sobre a natureza da criatividade matemática em atividades de Proposição de Problemas. Nesse estudo, sugerem que a criatividade pode estar relacionada à revelação de algo novo ou novidade. Os autores discutiram o interesse em investigar sobre o comportamento criativo dos estudantes em contextos matemáticos, “Isso é relevante para a aprendizagem pois assumimos que a essência da matemática é o pensamento criativo, e não apenas a identificação da resposta certa” (Singer, Voica, 2015, p. 143).

Singer e Voica (2015) discutem a correlação entre a Proposição de Problemas e a Resolução de Problemas, questionando qual delas é mais importante, compreendem que as pessoas podem ser capazes não só de resolver problemas, mas de propor problemas. E no estudo da Matemática criativa, a Proposição de Problemas tornou-se mais significativa. Nessa direção, a abordagem da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas é de fundamental importância nas escolas, uma vez que impulsiona o desenvolvimento de processos cognitivos e sociais, pois é uma forma de aprender matemática.

Liljedahl e Cai (2021) estudam a Proposição de Problemas associada à criatividade, Liljedahl (2016) levanta alguns fenômenos relacionados à criatividade, são eles: a iniciação, a incubação, a iluminação e a verificação (Hadamard, 1945, *apud* Liljedahl, 2016). Na iniciação, há o trabalho consciente e voluntário para resolver o problema recorrendo as experiências passadas. “Esta é uma parte importante do processo inventivo porque cria uma tensão e esforço não resolvido” (Liljedahl, 2016, p.8-9). Após o primeiro estágio, há um período de atividade inconsciente em que o indivíduo não consegue achar a solução, a incubação. Seguido o tempo,

longo ou curto do processo de incubação, podem surgir lembranças de outras situações resolvidas, e isso gera emoções positivas e satisfação. A iluminação acontece com o surgimento de ideias. E, por último, a verificação das ideias e dos detalhes do problema, logo, o indivíduo analisa o problema como um todo, verificando conceitos e ideias.

Comumente, a criatividade é utilizada ampla e difusa pelas pessoas para designar objetos e coisas sem restrições. Segundo Liljedahl (2016), no campo acadêmico é diferente, pois as análises são mais aprofundadas. Leva-se em consideração o processo de elaboração. A elaboração “É o ato de transformar uma boa ideia em um produto acabado, e o produto acabado é, em última análise, o que determina a criatividade do processo que o gerou” (Liljedahl, 2016, p.10).



4 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DO PRODUTO EDUCACIONAL

4.1 Concepções Freirianas da Alfabetização

Freire (2011) ao relatar a trajetória pessoal de apropriação do ato de ler descreve acontecimentos da infância, adolescência até chegar à experiência, quando adulto, no ensino ao tornar-se professor alfabetizador. Para o autor, a alfabetização é um ato de conhecimento e um ato político, por isso a alfabetização não acontece pela mecanização da palavra, sem significado algum para na vida real do aluno. A alfabetização é um processo de criação, onde é preciso sentir, perceber, dizer, escrever e ler a vida, tudo isso funciona em colaboração para a aprendizagem da leitura.

Entende-se que a alfabetização abrange aspectos da língua materna e matemáticos. E ao refletir sobre a circunstância atual da alfabetização nos anos iniciais, encontra-se normalmente uma grande preocupação por parte dos professores, problemas de leitura, escrita e matemática são recorrentes. Em matemática, é comum os alunos tentarem memorizar procedimentos usuais, especialmente relacionados a execução de algoritmos. Freire (2011) não acreditava numa aprendizagem que se desse pela memorização, conforme o autor só através da aprendizagem e da significação profunda que se poderia obter a apreensão dos objetos e, assim, a fixação.

O ensino autoritário parte apenas das escolhas do professor, é preciso resgatar as palavras-mundo do universo do aluno, as quais são palavras geradoras de discussões e de produção de significados.

O ensino da matemática também pode tornar-se autoritário, quando ele assume o caráter absoluto, estável e imutável, não levando em conta os interesses e o mundo da criança. Assim ele não é democrático, porque nem todos conseguem apreendê-lo de maneira profunda.

De uma maneira geral, Freire (2011) remete a alfabetização para uma compreensão crítica do ato de ler, e afirma “Refiro-me a que a leitura do mundo precede sempre a leitura da palavra e a leitura desta implica a continuidade da leitura daquele” (Freire, p.29). Por isso, é necessário que através da atividade criadora dos professores que os alunos possam conciliar a leitura da palavra, a aprendizagem matemática e a realidade.

Ao se tratar da alfabetização e do letramento matemático, deseja-se trazer para discussão a importância das ideias de Freire. O mundo também apresenta a linguagem matemática, há necessidade diante dos saberes dos alunos de aprofundar e problematizar conhecimentos. Respaldados nas ideias de Freire, ler matematicamente o mundo é poder enxergar outras realidades. Os alunos precisam ter a compreensão da leitura e escrita da linguagem matemática.

4.2 Resolução de problemas e Letramento Matemático: uma proposta de impregnação mútua

A alfabetização se completa com a Matemática, domínio da língua materna e da Matemática é necessário para que o sujeito possa lidar com diferentes situações. Isso faz parte algumas vezes de experiências tão espontâneas, que o indivíduo não se dá conta da intermediação desses conhecimentos, e da interação entre os saberes da língua materna e da Matemática. Ou também, situações que não são tão espontâneas, em que o sujeito se depara com problemas os quais não sabe como resolver.

Assim, como o ensino da língua materna, a Matemática faz parte de um processo de aculturação das pessoas. Mas essas duas áreas residem em dois mundos distantes, há o paradigma que o ensino da matemática acontece num departamento enquanto o ensino da língua em outro. Apesar dos conhecimentos terem cada qual peculiaridades, há uma grande segregação. Por um lado, o rigor e a exatidão exigidos pela matemática, e por outro, a polissemia, a ambiguidade e a flexibilidade presentes na língua materna.

Machado (2001), defende a interação e a interdependência entre o ensino da Língua Materna e da Matemática, mas como isso se daria onde as dificuldades existentes, tanto em uma área, como em outra, são questões a serem levadas em conta pelos professores. A disseminação de ideias como a impossibilidade de aprender matemática, apenas algumas pessoas privilegiadas conseguem compreendê-la e a crença na incapacidade para desenvolver o raciocínio matemático, isso são paradigmas que não deveriam ser refletidos na prática pedagógica. Com abordagens adequadas que atendam aos aspectos sintáticos e semânticos é possível desenvolver um processo de ensino e aprendizagem que articulem o conhecimento de uma maneira mais ampla. No currículo escolar, a Matemática e a Língua materna funcionam em paralelo, uma possibilidade transcender esse paralelismo seria através da proposta da Resolução de Problemas e do Letramento Matemático.

Conforme D'Ambrósio (2004), é um engano acreditar que a alfabetização, no sentido de ensinar a ler, escrever e contar, conduza ao pleno exercício da cidadania. Isso quer dizer que não adianta apropriar-se minimamente de instrumentos da aprendizagem, especialmente quando se trata da matemática. É uma ingenuidade considerar a matemática uma disciplina neutra, pois essa condição é passiva de equívocos pela falta de capacidade crítica na interpretação de informações que são veiculadas cotidianamente pelos diversos meios. D'Ambrósio, explica que a relação entre a educação na sociedade moderna deve atender aos seguintes instrumentos:

- Literacia (instrumentos comunicativos) é a capacidade de processar informação escrita, o que inclui escrita, leitura e cálculo, na vida cotidiana.
- Materacia (instrumentos analíticos) é a capacidade de interpretar e manejar sinais e códigos e de propor e utilizar modelos na vida cotidiana.
- Tecnoocracia (instrumentos tecnológicos) é a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, avaliando suas possibilidades, limitações e adequação a necessidades e situações. (D'Ambrósio, 2004, p. 36)

A leitura e escrita em matemática são práticas em que se negociam aprendizagens significativas. Fonseca (2004) ao cunhar o termo letramento para o livro *Letramento no Brasil: habilidades matemáticas* o qual foi organizadora, o selecionou justificando “a partir dessa abordagem que procura compreender a leitura e a escrita como práticas sociais complexas, marcadas pelas dimensões culturais, sociais, políticas e ideológicas e conformadas pela diversidade que essas dimensões lhe imprimem” (Fonseca, 2004, p.27). Logo, o letramento em sentido geral não é “funcional” servindo para resolver situações imediatas, objetiva outras conotações que abarcam o uso de práticas de leitura e escrita e matemática associadas ao contexto social, cultural e político em que se encontra o indivíduo.

Outro ponto importante, sobre o letramento é não só o atendimento de habilidades de leitura e escrita, como pode ser subentendido. A sociedade apresenta uma diversidade de textos que algumas vezes carecem de conhecimentos matemáticos para serem bem compreendidos e analisados de maneira reflexiva. O processamento de certas informações se dá pela leitura e interpretação da linguagem matemática. Uma pessoa letrada consegue realizar a leitura e a compreensão do texto de forma ampla através do acionamento de diferentes conhecimentos, relacionando diferentes argumentos, com isso ela agrega análises e juízos de valor sobre o contexto sócio-político e cultural.

Entretanto, nem sempre as habilidades de leitura, escrita e matemática foram bem desenvolvidas na escola, lacunas ficaram e são percebidas na resolução de situações problemas cotidianas. Por isso, o pensamento matemático, a leitura e escrita da linguagem matemática precisam ser desenvolvidos por meio de várias situações-problema propostas aos alunos, constituindo pontos de encontro e impregnação mútua.

As discussões baseadas na Resolução de Problemas tem contribuído para ressignificar o ensino da Matemática nos anos iniciais. O simples treino das habilidades matemáticas através das situações de resolução de operações básicas de aritmética e álgebra não tem contribuído para uma aprendizagem significativa. A atividade puramente técnica não desperta a capacidade heurística da criança, pois não o leva a traçar ações pertinentes para a resolução de uma situação desafiadora e contextualizada.

A Exploração, Resolução e Proposição de Problemas é uma metodologia do ensino da Matemática, se distingue pelo seu caráter dinâmico, reflexivo e interativo. Dinâmico pois mobiliza vários conhecimentos diante de situações problemas propostos, reflexivo porque exige mais o pensamento matemático e não uma só resposta, há uma flexibilidade para representação de ideias e de diferentes estratégias, e por último interativo pois está ligado ao processo de problematização e argumentação constante em trocas contínuas.

O problema precisa desafiar o aluno, conduzindo-o a aprendizagem. Vale (2017, p.132), discute que apesar da falta de motivação dos alunos nas aulas de matemática, deve-se inspirá-los ao prazer da aprendizagem selecionando materiais e recursos apropriados para a aula e adequando as tarefas ao desafio cognitivo. Dessa forma, o professor pode trabalhar com problemas diversos que explorem o cognitivo do aluno e proporcionem a aprendizagem, esses problemas, podem ser elaborados pelo professor e criados pelos próprios alunos.

O processo de ensino e aprendizagem por meio de Resolução de Problemas contempla a melhoria das capacidades individuais dos alunos, como a criatividade, a fluência e a flexibilidade. Capacidades essas com propostas de situações que desafiem o cognitivo do aluno e o potencial criativo. A fluência é entendida pela formação de um grande número de soluções possíveis para uma situação problema, quanto mais o indivíduo tem oportunidade de conhecer os procedimentos mais ideias ele adquire, assim como mais facilidade. A flexibilidade é outra dimensão, está relacionada a versatilidade de ideias e do pensamento considerando número de possibilidades de se resolver e explicar as resoluções, optando pela melhor delas (Vale, 2017).

A formulação de problemas pode auxiliar o professor no ensino da Matemática, pois dá condições de ampliar a compreensão do aluno em várias direções. Ao formular um problema a partir de outro pré-estabelecido dá margem para análise individual do aluno, com isso ele terá a oportunidade de prestar atenção nas informações propostas reelaborando-as conforme as próprias ideias.

Dar oportunidade para que os alunos formulem problemas é uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação; que relação há entre os dados apresentados; a pergunta a ser respondida e a resposta; como articular o texto, os dados e a operação a ser usada. Mais que isso, ao formularem problemas, os alunos sentem que têm controle sobre o fazer matemática e que podem participar desse fazer, desenvolvendo interesse e confiança diante de situações-problema. (Chica, 2001, p.152)

Assim, a formulação exige do aluno a leitura e identificação de informações importantes no enunciado, permitindo recriá-las conforme a criatividade. Esse manejo de dados, ideias e conhecimentos subsidiam a prática da leitura e escrita.

Nas propostas de formulação e proposição de problemas há uma inversão de papéis, onde o aluno deixa de ser um receptor passivo de problemas, para tornar-se autor dos próprios problemas.

A Proposição de Problemas é um campo em expansão, é importante para o professor aprender a ensinar propondo problemas de alta qualidade que despertem o pensamento e a compreensão de conceitos matemáticos (Cai & Hwang, 2020). Ao propor problemas, os professores precisam conhecer os fundamentos dessa proposta que se torna cada vez mais crescente e interessante nas aulas de matemática, considerar contextos desafiadores e conteúdos significativos.

A Resolução de Problemas, bem como a Proposição de Problemas, não obrigatoriamente, acontecem no final de um período, podendo interferir antes, durante e depois do processo de ensino e aprendizagem. Por meio de profundas explorações é possível resolver e propor problemas que gerem novos conhecimentos. Ao propor problemas o aluno passa a assumir uma postura ativa em que ele será o responsável pela construção de um texto o qual contará com o encadeamento de informações e dados.

A proposição de problemas justifica-se como uma atividade desafiadora, pois ativa conhecimentos anteriores do sujeito, a imaginação, a criatividade e a seleção de dados. Quanto mais o aluno é posto em situações de proposição de novos problemas, mais ele produz problemas cada vez melhores.

4.3 O contexto da Literatura Infantil

A abordagem da Literatura Infantil possibilita a valorização da realidade social e cultural, traz o resgate das histórias, despertando o lúdico, a imaginação e o prazer de ouvir contos que fazem parte do universo da criança. E o trabalho pode ir mais além da contação de histórias apenas em momentos soltos e isolados da rotina escolar, as atividades pedagógicas podem ser organizadas e planejadas de maneira mais conectada com a arte, a língua e a matemática.

Nos contos da Literatura Infantil são atenuantes a importância do outro, da linguagem e do meio social. Antes mesmo de entrar na escola as crianças recebem de seu meio conhecimentos de histórias que os adultos contaram, formando experiências prévias. Quando ingressam na instituição escolar, as crianças começam a ouvir as histórias lidas pelas professoras e começam a realizar o estudo teórico desses textos, entretanto é comum serem mais enfatizados os aspectos linguísticos aos aspectos e conteúdos matemáticos, que poderiam

ser explorados com a mesma intensidade.

Segundo Zacarias e Moro (2005, p.3), “Quase sempre, as histórias infantis são utilizadas no trabalho de linguagem oral e escrita das crianças pequenas. Por meio delas, alfabetiza-se, desenvolve-se o gosto e o prazer pela leitura e escrita de textos, amplia-se a capacidade linguística e o vocabulário dessas crianças.” Na abordagem da linguagem materna de contos pode-se criar oportunidades para exploração da linguagem matemática, ensinar e aprender em contextos os quais dificilmente se encontram pontes e encontros para planejar atividades matemáticas. Essa intermediação torna-se uma importante oportunidade de levantar temas e questões para resolver e propor problemas.

Em matemática, é possível também ler, interpretar, analisar e produzir textos, ações que sempre são realizadas para a leitura e aprendizagem da língua materna. Signos e significados específicos da linguagem matemática podem ser melhor compreendidos em situações que envolvam o aluno como o protagonista do conhecimento, compondo a formação de estruturas e do pensamento matemático.

Zacarias e Moro explicam que: “Também é o caso de estimular as crianças a explorar e a formular problemas para serem resolvidos por elas próprias e pelos colegas. As questões colocadas farão com que elas debatam, dialoguem, critiquem e criem diversas estratégias de solução” (Zacarias; Moro, 2005, p.4). É fato que teoricamente os anos iniciais tem como meta a formação do leitor denominado crítico, mas não fica claro para o professor como desenvolver isso. A organização que faz parte da rotina escolar são estranhas à interdisciplinaridade, principalmente em relação a leitura, escrita e matemática, enquanto que a abordagem social dos conteúdos requer pesquisa, planejamento e organização das atividades.

Na escola, a tendência é sistematizar os conhecimentos em disciplinas diferentes, o aluno irá assistir as aulas, é como se caminhasse em territórios distantes, porém situado numa mesma sala de aula. O ensino acontece diariamente, só que fragmentado. É no intuito de mobilizar a criatividade dos alunos pretende-se encontrar pontos e encontros entre mundos distintos.

4.4 Significados da multiplicação e divisão

O ensino da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental pode aparecer ainda baseado nas ideias tradicionais, como a permanência da sequência linear e metódica do ensino dos algoritmos. O professor ensina na sala de aula, primeiro a adição, a subtração, e só

posteriormente a multiplicação, e por último a divisão. De certa forma, há uma ênfase na adição e subtração, enquanto a multiplicação e divisão fica nesse instante, em segundo plano. Isso pode acarretar o retardo na apropriação de ideias e significados importantes nos anos iniciais, provocando dificuldades posteriores.

É frequente, associar a ideia de multiplicação à adição, como uma soma repetida de parcelas iguais, e faz parte do raciocínio multiplicativo. Entretanto, há outras ideias e significados que demandam a multiplicação.

A aproximação entre multiplicação e adição se deve ao cálculo, a multiplicação não é um tipo de adição, como demonstra ficar subentendido. Conforme Nunes (2002), o conceito de multiplicação se distingue do conceito de adição, pois na primeira há uma relação entre duas variáveis, grandezas ou quantidades, essas variáveis determinam entre si uma ligação constante; enquanto que a segunda existe uma relação parte e todo.

A divisão é uma operação inversa à multiplicação, nas pesquisas de Nunes (2002), a autora observou que os alunos tem mais facilidade para responder problemas diretos, os quais parecem ser mais simples de solução pelas crianças, quando comparados aos problemas inversos.

Os problemas diretos de multiplicação são problemas em que se descreve uma correspondência uma-a-muitos entre as variáveis e indica-se o valor dos fatores; nos problemas inversos, um dos fatores está ausente e a pergunta é feita sobre o valor desse fator. (Nunes, 2002, p.90)

O procedimento da divisão é caracterizado pela interação entre duas quantidades em busca de estabelecer uma relação fixa entre as mesmas.

Grande parte dos problemas no interior da Matemática e fora dela são resolvidos pelas operações fundamentais. Seria natural, portanto, que, levando em conta essa relação, as atividades para o estudo das operações se iniciasse e se desenvolvesse num contexto de resolução de problemas. (Brasil, 1997, p.48)

No cotidiano, as crianças observam questões matemáticas, e resolvem problemas utilizando operações matemáticas. Isso, poderia se dá também nas aulas onde os alunos fossem confrontados em situações de exploração problemas que lhes permitissem formar significados. Contudo, quando se trata da multiplicação e divisão, é necessário conhecer os fundamentos além da soma de números iguais. No documento dos PCNs (BRASIL, 1997, p.68 - 69) encontra-se quatro grupos em que se distribuem as situações problemas, seguidas dos respectivos exemplos:

Multiplicação comparativa:

Pedro tem R\$ 5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?

Comparação entre razões:

Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R\$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes? (A idéia de proporcionalidade está presente: 1 está para 8, assim como 3 está para 24.)

Configuração retangular:

Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

Ideia combinatória:

Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

A Resolução de Problemas pode ser trabalhada para proporcionar uma maior compreensão do conceito de multiplicação. Sendo que os conceitos de multiplicação e divisão não serão dados prontamente, para o aluno decodificá-lo. O conceito será trabalhado por meio da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, dentro do contexto da dos problemas construídos com sucessivas observações e reflexões. Na resolução de problemas é incentivado o protagonismo do aluno que não recebe instruções de modelos aplicáveis.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luíz Carlos Leal; PIRONEL, Márcio (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through mathematical problem posing; theoretical considerations, methodology, and directions for future research. **International Journal of Educational Research**. University of Delawre (USA), 2020.
- CAI, J.; HWANG, S. et all. Problem-posing research in mathematics education: some answered and unanswered questions. In: SINGER, F.M.; ELLERTON, N.F. et all. **Mathematical problem posing: from research to effective practice**. 2015. p.3 - 34
- CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.
- D'AMBRÓSIO, U. A relevância do projeto Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF como critério de avaliação da qualidade do ensino de matemática. FONSECA, M. C. F. R (org). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global, Ação Educativa Assessoria, Instituto Paulo Montenegro, 2004.
- DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.(orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. p. 87-97.
- DINIZ, M. I. Os problemas convencionais nos livros didáticos. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.(orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. p. 99-101.
- FONSECA, M. C. F. R. A educação matemática e a ampliação das demandas de leitura e escrita da população brasileira. In: FONSECA, M. C. F. R (org). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global/ Ação Educativa Assessoria/ Instituto Paulo Montenegro, 2004.
- FREIRE, P. **A importância do ato de ler: em três artigos que se completam**. 51. ed. São Paulo: Cortez, 2011.
- HOFFMAN, B. V. S.; ZANON, T. X. D. *et al.* Exploração de Algoritmos Históricos de Multiplicação: um diálogo entre Paulo Freire e ideias decoloniais. **RIPEM**, v.11, n.2, 2021.
- IVIC, I.; COELHO, E. P. **Lev Semionovich Vygotsky**. Tradução José Eustáquio Romão. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Massangana, 2010.

LILJEDAHL, P.; CAI, J. Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. **ZDM**, Newark (USA), Springer, 2021.

LILJEDAHL, P.; TRIGO-SANTOS, M. *et al.* **Problem solving in mathematics education**. Hamburgo: Springer, 2016.

LUVISON, C.C.; GRANDO, R. C. Leitura, escrita e linguagem matemática: uma construção de sentidos. **Leitura e escrita nas aulas de matemática: jogos e gêneros textuais**. Mercado das letras: Campinas (SP), 2018.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M.M. O significado no número e alguns usos sociais: contar, operar, estimar...In: MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M.M. **Educação matemática: nos anos iniciais do ensino fundamental princípios e práticas pedagógicas**. 1.ed. São Paulo: Cortez, 2015.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, Sandra; BRYAN, P. As estruturas

multiplicativas: avaliando e promovendo o desenvolvimento dos conceitos de multiplicação e divisão em sala de aula. In: NUNES, Terezinha; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, Sandra; BRYAN, P. **Introdução à educação matemática: os números e as operações numéricas**. 1. ed. São Paulo: Proem, 2001.

PROENÇA, M. C. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **REMAT**, São Paulo, v.18, 2021. p.1 – 14

SILVA, A. C. Literatura Infantil e a formação de conceitos matemáticos em crianças pequenas. **Ciência & Cognição**, v. 17, 2012. p. 037-057

SINGER, F. M.; VOICA, C. Is Problem Posing a tool for identifying and developing mathematical creativity? In: SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. **Mathematical Problem Posing: from research to effective practice**. New York: Springer, 2015

VALE, I. Resolução de problema um tema em contínua discussão: vantagens das resoluções visuais. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luíz Carlos Leal; PIRONEL, Márcio (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ZACARIAS, Eloísa; MORO, Maria Lucia Faria. A matemática das crianças pequenas e a literatura infantil. **Educar**: Curitiba, UFPR, n 25, 2005. p. 275 – 299

ANEXO A - História: O Patinho Feio

Aluno (a): _____

Dramatização da História: _____

Objetivos:

- ✚ Ler, interpretar, resolver e propor problemas com base em vivências do cotidiano;
- ✚ Explorar a autonomia e a criatividade na proposição de situações problemas.

Proposição de Problemas de Multiplicação e Divisão

1) Proponha uma situação problema a partir da palavra:

LAGOA

- Resolução do Problema Proposto:

2) Proponha uma história **a partir da pergunta:**

a) QUANTOS REAIS CUSTOU CADA BANDEJA DE OVOS QUE MANUEL VENDEU NA FEIRA?



Fonte: https://www.freepik.es/vector-premium/concepto-puesto-mercado-puesto-huevos_24906614.htm

Resolução do Problema Proposto:

--

História: Pinóquio

Aluno (a): _____

Dramatização da História: _____

Objetivos:

- ✚ Ler, interpretar, resolver e propor problemas com base em textos com dados apresentados em gráficos e tabelas, identificando informações como título, legenda, fontes, tempo de duração, unidades de medida, entre outras;
- ✚ Explorar a autonomia e a criatividade na Proposição de situações problemas.

Proposição de Problemas de Multiplicação e Divisão

- 1) Proponha um problema a partir da imagem do site da loja de brinquedos:



Quebra-Cabeça Do Pinóquio
Brinquedo Educativo Em Madeira

~~R\$ 30,88~~
R\$ 27,45

Fonte: magazineluiza.com.br/busca/quebra+cabeça+educativo+do+pinoquio/ Acesso em: 08 jun 2022

- Resolução do Problema Proposto:

--

- 2) Proponha um problema relacionado à tabela de brinquedos do parquinho.

Brinquedos do parque	Valor a cada 15 minutos
	R\$ 2,00
	R\$ 3,00
	R\$ 4,00
	R\$ 5,00

Fonte: Elaborada pelo autor, 2022.

Resolução do Problema Proposto:

--

- *História: João e Maria*

Aluno (a): _____

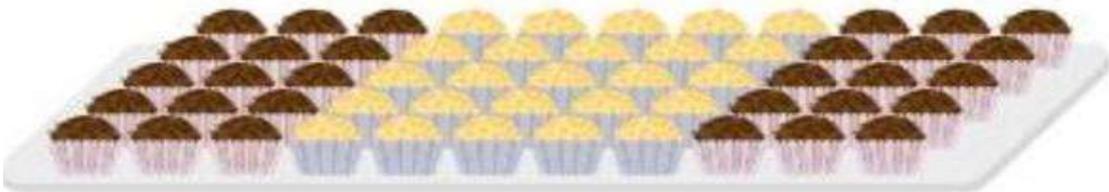
Dramatização da História: _____

Objetivos:

- ✚ Ler, interpretar, resolver e propor problemas com base em textos com dados apresentados em gráficos e tabelas, identificando informações como título, legenda, fontes, tempo de duração, unidades de medida, entre outras;
- ✚ Explorar a autonomia e a criatividade na Proposição de situações problemas.

Proposição de Problemas de Multiplicação e Divisão

1) Observe a bandeja de doces e proponha um problema:



Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/16240710>

- Resolução do Problema Proposto:

1) Leia as informações de venda de doces, contidas no Cardápio digital oferecido por Sonia bolos.



Fonte: <https://www.elo7.com.br/cardapio-digital-bolos-e-doces-confeitaria-modelo-2/dp/1633FA8>

2) Proponha um problema relacionado aos itens do Cardápio digital.

- Resolução do Problema Proposto:

ANEXO – Termo de anuência



Estado da Paraíba
 Prefeitura Municipal de Campina Grande
 Secretaria Municipal de Educação de Campina Grande
 Gerência de Projetos

TERMO DE ANUÊNCIA

A Secretaria Municipal de Educação de Campina Grande - Paraíba está de acordo com a execução do Projeto de Pesquisa **“EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS DE E DIVISÃO COMO ELEMENTO POTENCIALIZADOR DO LETRAMENTO MATEMÁTICO NOS ANOS INICIAIS”**, a ser desenvolvido por **Katia Joana de Queiroz**, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática-PPGECM da Universidade Estadual da Paraíba, sob a orientação do Dr. Silvanio de Andrade, a ser desenvolvido em Escola da Rede Municipal de Ensino.

A Secretaria Municipal de Educação de Campina Grande apoia o desenvolvimento da referida pesquisa pela autorização da coleta de dados, desde que respeitados os limites éticos e legais, sem a criação de vínculo administrativo ou empregatício com a requerente.

Declaramos ciência de que esta instituição é coparticipante do presente projeto de pesquisa, e requeremos o compromisso da pesquisadora responsável com o resguardo da segurança e bem-estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, respeitando todas as Leis, especialmente as de proteção e tutela dos direitos das crianças e dos adolescentes, bem como das informações e dados a elas inerentes.

Findo o prazo da pesquisa, deverá o requerente protocolar cópia do projeto e dos dados coletados nesta Secretaria.

Campina Grande, 22 de outubro de 2021.

Fabiola Alessandra Gaudêncio Vilar
 Fabiola Alessandra Gaudêncio Vilar
 Gerente de Projetos - Seduc/CG
 Matrícula 6307