



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

LILIA SANTOS GONÇALVES

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E QUADRINHOS:
AS IDEIAS DE INFINITÉSIMOS DESENVOLVIDAS POR ZENÃO, EUDOXO E
ARQUIMEDES**

**CAMPINA GRANDE/PB
2023**

LILIA SANTOS GONÇALVES

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E QUADRINHOS:
AS IDEIAS DE INFINITÉSIMOS DESENVOLVIDAS POR ZENÃO, EUDOXO E
ARQUIMEDES**

Dissertação de Mestrado Acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida.

**CAMPINA GRANDE/PB
2023**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

G635h Gonçalves, Lilia Santos.
História da Matemática e quadrinhos [manuscrito] : as ideias de infinitésimos desenvolvidas por Zenão, Eudoxo e Arquimedes / Lilia Santos Gonçalves. - 2023.
103 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.

"Orientação : Prof. Me. José Joelson Pimentel de Almeida, Coordenação do Curso de Matemática - CCT. "

1. História da Matemática. 2. História em quadrinhos. 3. Educação matemática. I. Título

21. ed. CDD 372.7

LILIA SANTOS GONÇALVES

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E QUADRINHOS:
AS IDEIAS DE INFINITÉSIMOS DESENVOLVIDAS POR ZENÃO, EUDOXO E
ARQUIMEDES**

Dissertação de Mestrado Acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

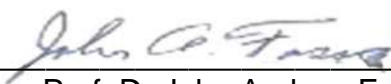
Área de concentração: Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Aprovado em:13/03/2023.

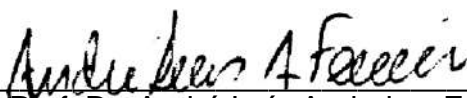
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. John Andrew Fossa
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. André Luís Andrejew Ferreira
Universidade Federal de Pelotas (UFPel)

Aos meus pais,
Luiz Gonçalves Sobrinho e
Elita Santos Gonçalves.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer a Deus pelo dom da vida e pela oportunidade de realizar esse sonho e pelas pessoas tão especiais, sem as quais certamente não teria dado conta desta pesquisa!

Aos meus pais, Elita Santos Gonçalves e Luiz Gonçalves Sobrinho, pelos ensinamentos, pela confiança, por estarem sempre do meu lado a cada decisão que foi tomada.

Aos meus irmãos, Livia Santos Gonçalves, Izabel Santos Gonçalves Farias, Elizabete Santos Gonçalves, Leonardo Santos Gonçalves e Ligia Santos Gonçalves Bispo, por me ajudarem sempre que solicitado, cada um da forma que podia.

Aos meus sobrinhos, pelos momentos de alegria compartilhados. Obrigada pelo carinho!

Aos meus amigos, pela paciência com as constantes justificativas das ausências. Obrigada pela amizade!

A Aylla Gabriela Paiva de Araújo, que esteve comigo desde o processo seletivo até o dia da minha defesa, sempre me apoiando nos momentos mais difíceis dessa caminhada, com palavras de conforto, mostrando que no final tudo daria certo.

O Francisco Ronald Feitosa Moraes, pelos conselhos ao longo da caminhada, por nossas discussões e pela parceria que sempre tivemos

A Kissia Carvalho e a Luciene, pela torcida e apoio durante todo o processo de seleção do mestrado.

A Daniela Passos e sua família, por terem me acolhido em sua casa durante a seleção do mestrado.

A Carliane Oliveira de Freitas e Gutierri de Sousa Craveiro, por todo apoio e carinho prestados ao longo da jornada.

Ao orientador José Joelson Pimentel de Almeida que acreditou em meu potencial, sou grata pelos ensinamentos durante as reuniões de orientação, pela confiança que depositou na minha pesquisa, e por ter me acolhido na Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa (LEEMAT). Nele tive a oportunidade de dividir com os colegas inúmeras experiências, desde discussões dos artigos, ideias para projetos e publicações e até mesmo para a escrita desta pesquisa.

Ao Alfabetização! Grupo de estudos criado pela História em Quadrinhos no Ensino de Matemática (HQEM), projeto filiado ao Programa Dá Licença da Universidade Federal Fluminense (UFF) /Instituto de Matemática e Estatística (IME), no qual tive o meu primeiro contato com a História em Quadrinhos (HQ) como um recurso para o ensino. Lá tive a oportunidade de conhecer e discutir a respeito dos vários artigos e dissertações que trazem em sua essência a História em Quadrinhos e a História da Matemática, possibilitando a oportunidade de partilhar experiências com o professor Dr. Wanderley Moura Rezende da Universidade Federal Fluminense (UFF).

Aos membros da banca, Prof. Dr. John Andrew Fossa e Prof. Dr. André Luiz Andrejew Ferreira, pelas valiosas sugestões e contribuições para a realização desta pesquisa.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), pela hospitalidade e generosidade no ensinamento de seus conhecimentos.

Aos meus colegas do mestrado, pelos momentos divididos juntos, especialmente Silmara, Ellen Fabrícia, David e Elvira, que se tornaram verdadeiros amigos e deixaram mais leve meu trabalho. Obrigado por dividir comigo as angústias e alegrias e ouvirem minhas bobagens. Foi muito bom poder contar com vocês!

E não poderia esquecer-me dos novos amigos: Lidiane, Reginaldo e a menina Liz Campelo, que me acolheram em Patos/PB. Eles fizeram parte dessa construção após a qualificação. Meu muito obrigado.

Aos estudantes do curso de Matemática da Universidade Regional do Cariri (URCA) que participaram espontaneamente desta pesquisa. Devido a eles é que esta dissertação se concretizou. Vocês merecem meu eterno agradecimento! Não conseguiria sem vocês. Obrigada a todos!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Esta pesquisa se propõe a considerar, na História da Matemática, uma temática a ser desenvolvida na produção da História em Quadrinho (HQ), comumente utilizada no ensino básico, como ferramenta para iniciação de conteúdo, construção do conhecimento ou despertar no aluno o interesse no ensino da Matemática. Composta por um conteúdo textual e ilustrativo, a História em Quadrinho (HQ) mostra-se favorável no processo de ensino conforme pesquisas disponíveis. Nesse sentido, sendo esta utilização aceitável por este público e obtendo resultados positivos, por que não considerá-la como ferramenta no ensino superior, além da abordagem do ensino tradicional? Nesse contexto, esta pesquisa se propõe a utilizar a HQ, como recurso didático e complementar ao ensino da Matemática, uma interface entre a Matemática e o ensino, especificamente voltado ao ensino superior. Buscou-se viabilizar a compreensão da História da Matemática e dos conteúdos relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral (CDI), em particular o conceito de infinitésimos, pelos sujeitos envolvidos nesta pesquisa, por intermédio da produção de tiras, realizada por tais sujeitos após os encontros e oficina. A pesquisa tem como objetivo geral verificar como a História em Quadrinho (HQ) pode contribuir para a compreensão do conceito de infinitésimo a partir das ideias de Zenão, Eudoxo e Arquimedes, matemáticos relevantes para esta ciência e pouco difundidos na História da Matemática nos livros didáticos. De modo a viabilizar o desenvolvimento desta pesquisa, utilizou-se a abordagem qualitativa. Para o processo de análise e validação dos dados obtidos com os sujeitos envolvidos, alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Regional do Cariri (URCA), do campus localizado no município de Juazeiro do Norte/CE, foi realizada, portanto, uma correlação entre o questionário aplicado nesta pesquisa e as respectivas produções, referente ao gênero tira livre. Como resultados obtidos, observou-se uma perspectiva diferente pelos sujeitos envolvidos a respeito da disciplina quando integrada à História em Quadrinhos (HQ). Os resultados fortalecem a afirmação de que a história de um determinado conteúdo, auxiliado com a História em Quadrinho, pode ser utilizada antes de partir para as definições e os exemplos, despertando no aluno do ensino superior assim como na educação básica a curiosidade e o interesse nos detalhes, devendo ser incluída no desenvolvimento da disciplina.

Palavras-chave: história da matemática; história em quadrinhos; tiras; infinitésimo. Zenão; Eudoxo; Arquimedes; educação matemática.

ABSTRACT

This research intends to consider, in the History of Mathematics, a theme to be developed in the production of Comics, commonly used in basic education, as a tool for introducing content, knowledge building or awakening in students the interest in mathematics teaching. Composed of textual and illustrative content, the Comic Book is favorable in the teaching process according to available studies. In this sense, as this use is acceptable to this public and obtaining positive results, why not consider it as a tool in higher education, in addition to the traditional teaching approach? In this context, this research proposes to use Comics, as a didactic and complementary resource for teaching mathematics, an interface between mathematics and teaching, specifically aimed at higher education. We sought to enable the understanding of the History of Mathematics and the contents related to Differential and Integral Calculus (DIC), in particular the concept of infinitesimals, by the subjects involved in this research, by means of the production of strips, carried out by these students after the meetings and workshop. The general objective of the research is to verify how Comics can contribute to the understanding of the infinitesimal concept from the ideas of Zeno, Eudoxus and Archimedes, relevant mathematicians to this science and little disseminated in the History of Mathematics textbooks. In order to facilitate this research development, a qualitative approach was used. For the analysis and validation process of the data obtained from the subjects involved, undergraduate students of the Degree in Mathematics at the *Universidade Regional do Cariri (URCA)*, whose campus is located in the municipality of *Juazeiro do Norte/CE*, a correlation was fulfilled, therefore, between the questionnaire applied in this research and the respective productions, referring to the strip genre. Taking into account the obtained results, a different perspective was observed by the subjects involved regarding mathematics when integrated into Comics. The results strengthen the statement that the history of a certain content, aided with the comic strip, can be used before starting with the definitions and examples, awakening, thus, curiosity and interest in details in higher education students as well as in basic education ones. Finally, comic strip should be included in the development of mathematics teaching.

Keywords: history of mathematics; comics; strips; infinitesimal. Zeno; Eudoxus; Archimedes; mathematics education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Primeiro número do O Tico-Tico (1905).	22
Figura 2 - O <i>Gibi</i> (1940), exemplar que viraria sinônimo de HQ no Brasil.	24
Figura 3 – Selo do Código de Ética do Brasil semelhante ao estadunidense.	26
Figura 4 – Tipos de requadro.	30
Figura 5 – Indicação habitual da leitura de um quadrinho.	31
Figura 6 – Tipos de balões.	31
Figura 7 – Uso do recordatório em uma tira.	32
Figura 8 – Exemplo de onomatopeias.	33
Figura 9 – Exemplos de metáforas visuais frequentes nos quadrinhos.	34
Figura 10 – Enquadramento em plano geral.	34
Figura 11 – Enquadramento em primeiro plano realçando as expressões.	35
Figura 12 – Ilustração do Euclides de Alexandria.	40
Figura 13 – A corrida entre Aquiles e a tartaruga.	50
Figura 14 – Três grupos de cinco corredores em uma pista de atletismo.	51
Figura 15 – Três grupos de cinco corredores em uma pista de atletismo.	51
Figura 16 – Razão entre a área de dois círculos e dois quadrados.	53
Figura 17 – Representação geométrica de O e O^* .	54
Figura 18 – Inscrição de um polígono p no círculo de área a .	55
Figura 19 – Inscrição de um polígono p no círculo de área A .	56
Figura 20 – Curva da parábola.	58
Figura 21 – Apresentação do <i>layout</i> do <i>Storyboard that</i> .	72
Figura 22 – Apresentação da página inicial do <i>Pixton</i> .	73
Figura 23 – Tira produzida por <i>Kubitschek</i> .	74
Figura 24 – Tira produzida por <i>Menina de Roma</i> .	76
Figura 25 – Tira produzida por <i>Marruá</i> .	78

Figura 26 – Tira produzida por <i>J. Kaplansky</i> .	79
Figura 27 – Tira produzida por <i>Frankdell</i> .	81
Figura 28 – Tira produzida por <i>Poly</i> .	82

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Modelos de quadrinhos e suas características	31
Quadro 2 – Cronograma para o desenvolvimento das atividades	66
Quadro 3 – Sistematização dos elementos das tiras produzidas	86
Quadro 4 – Composição das tiras dos sujeitos	87

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

a.C	Antes de Cristo
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CDI	Cálculo Diferencial e Integral
CE	Ceará
COVID - 19	<i>Coronavirus Disease 2019</i>
CRAJUBAR	Crato-Juazeiro-Barbalha
DC	<i>Detective Comics</i>
EBAL	Editora Brasil-América Ltda
GPHM	Grupo Pesquisa em História da Matemática
HQ	História em Quadrinho
HQEM	História em Quadrinhos no Ensino de Matemática
IME	Instituto de Matemática e Estatística
LEEMAT	Leitura e Escrita em Educação
PB	Paraíba
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPGCEM	Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional
RGE	Rio Gráfica Editora
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SBHMat	Sociedade Brasileira de História da Matemática
S/N	Sem número
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
UERN	Universidade Estadual do Rio Grande do Norte
UFF	Universidade Federal Fluminense
UFPeI	Universidade Federal de Pelotas
URCA	Universidade Regional do Cariri

LISTA DE SÍMBOLOS

ε	Erro
$>$	Maior que
$<$	Menor que
$ $	Módulo
π	Pi
KM	Quilômetro
$::$	Proporção
$:$	Razão

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	A HISTÓRIA DA HISTÓRIA EM QUADRINHOS (HQ).....	19
2.1	Evolução da História em Quadrinhos	19
2.2.	A história dos quadrinhos no Brasil	21
2.3	Principais elementos e modelos de História em Quadrinhos (HQ)	26
2.3.1	<i>Requadro</i>	29
2.3.2	<i>Balão</i>	31
2.3.3	<i>Recordatório</i>	32
2.3.4	<i>Onomatopeia</i>	33
2.3.5	<i>As metáforas visuais</i>	33
2.3.6	<i>Enquadramento</i>	34
2.4	Tiras: definição e classificação	35
2.5	Tira enquanto gênero do discurso	37
2.6	Quadrinhos no Ensino da Matemática.....	39
3	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO	42
3.1	Potencialidades da História da Matemática	43
3.2	Uso da História da Matemática no ensino do cálculo	46
3.3	Raízes do cálculo na Grécia Antiga	48
3.3.1	<i>Zenão e seus paradoxos</i>	49
3.3.2	<i>Eudoxo e seu método de exaustão</i>	53
3.3.3	<i>Arquimedes e a quadratura da parábola</i>	57
4	METODOLOGIA	60
4.1	Pesquisa qualitativa.....	60
4.2	Cenário da investigação	62
4.2.1	<i>Os encontros</i>	63
4.2.2	<i>Instrumentos utilizados para a coleta de dados</i>	67
5	ANÁLISE DOS DADOS.....	70
5.1	Condições enunciativas para a produção das tiras.....	70
5.2	Ferramentas utilizadas pelos sujeitos da pesquisa na produção das tiras	71
5.3	Análise das tiras produzidas	74
5.4	Correlações entre os questionários e as produções das tiras	86
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	92
	REFERÊNCIAS.....	95
	APÊNDICE A – FORMULÁRIO CONTENDO O QUESTIONÁRIO E O TERMO DE COMPROMISSO	Erro! Indicador não definido.
	APÊNDICE B – TIRA PRODUZIDA PELA PESQUISADORA	102

1 INTRODUÇÃO

Os conteúdos matemáticos apresentados nas escolas e universidades, na maioria das vezes, não consideram a Matemática como sendo constituída por intermédio de pensamentos próprios pela evolução humana, a partir do surgimento dos seus problemas, das experiências e dos comportamentos. Como afirma os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), as ideias Matemáticas aparecem em toda a evolução da humanidade, e negar essa presença é se presenciar, em pleno século XXI, um ensino puramente mecânico e dissociado de um contexto social e histórico.

Cumprir mencionar que o ensino da Matemática apresenta dificuldades diversas, tais como a explicação dos porquês do estudo e das formas adotados à abordagem de assuntos como exemplo, as noções de função e as operações matemáticas fundamentais, além do desinteresse dos alunos no que tange às metodologias utilizadas em sala de aula, dentre outros de caráter didático e epistemológico, persistindo em lacunas referentes às ideias e aos estudos que evidenciem o ensino e a didática dessa ciência.

Nesse contexto, destaca-se que, devido as constantes pesquisas realizadas em busca de inovações para melhorar o trabalho em sala de aula de modo a desenvolver práticas docentes criativas e adequadas as necessidades da sociedade atual, a Educação Matemática vem despertando novas pesquisas e discussões no ensino da Matemática, com o intuito de renovar conseqüentemente o ensino da disciplina da Matemática, inserindo neste cenário a utilização das tecnologias digitais (aplicativos e sites), como pontuado por Silva, Leite e Lins (2020) e Rodrigues e Antiquera (2021).

Ademais, as discussões no ensino da Matemática possibilitaram o surgimento de propostas metodológicas inovadoras, como a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática, o Uso das Mídias Tecnológicas, a Etnomatemática, a História da Matemática e as Investigações Matemáticas.

É possível haver uma associação natural entre essas tendências com o intuito de fortalecer o conhecimento matemático do aluno (VAILATI; PACHECO, 2011, p. 2). Dentre elas, tem-se a História da Matemática, incluída como uma das tendências em Educação Matemática, segundo Fossa (2020), devido à utilização de estratégias mais

inovadoras tais como, o ensino por atividade, no qual o aluno irá desenvolvê-la com a ajuda dos seus pares, tanto para a discussão como para a análise.

O que se tem em comum nessas estratégias são as análises de produtos históricos, sejam documentos ou artefatos, nos quais estão sendo exploradas a explicitação e a criticidade dos conceitos e os procedimentos matemáticos neles contidos.

Cada vez mais vem se buscando novas estratégias para o uso da História da Matemática. A partir desse entendimento, nesta pesquisa, pretende-se utilizar a linguagem dos quadrinhos, considerando a inter-relação entre textos verbais e não-verbais em sua constituição. Acredita-se que a tendência metodológica fundamentada no universo das Histórias em Quadrinhos, doravante HQ, pode facilitar a compreensão dos conteúdos do cálculo a um maior número de alunos, além da utilização dos métodos tradicionais.

O ensino do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) está cada vez mais presente nos cursos superiores, e mostra a importância da disciplina para o desenvolvimento do conhecimento científico. Porém, o desempenho insatisfatório dos alunos nessa disciplina tem preocupado pesquisadores de todo o mundo, com níveis altíssimos de reprovação e desistências em cursos de Licenciaturas e Engenharias, conforme salienta Silva (2009).

Ao longo dos anos de atuação na função de professora temporária na Universidade Regional do Cariri (URCA), especificamente na Unidade Descentralizada de Campos Sales, com as turmas do Cálculo I no curso de Licenciatura Plena em Matemática, constatei que os alunos apresentavam considerável dificuldade na compreensão dos conteúdos ministrados, em especial no tocante ao Cálculo Diferencial e Integral (CDI). O reconhecimento dessa dificuldade tornou-se o ponto de partida para o desenvolvimento de alternativas que os auxiliassem.

No início da experiência foi utilizado o recurso da monitoria, comumente aplicada por inúmeros professores, para diagnosticar quais as dificuldades dos alunos. Entretanto, percebeu-se que não era o suficiente, pois as aulas continuavam da forma tradicional. Sendo assim, além do auxílio de um monitor, novos conteúdos relacionados à matemática básica foram acrescentados.

Percebendo a insuficiência da iniciativa, iniciou-se a pesquisa de algumas alternativas e/ou metodologias diferentes, não só para despertar no aluno o interesse

pela disciplina mas também para buscar uma real compreensão de como o Cálculo Diferencial e Integral (CDI) surgiu ao longo do tempo.

Nesse contexto, observou-se a pertinência de pesquisar a respeito da História da Matemática e incluir a História em Quadrinhos (HQ) de modo correlacionado, como recurso didático e complementar para a compreensão dos conteúdos, no ensino superior.

A utilização da HQ torna-se uma autêntica forma de comunicação ilustrada que abrange diversos públicos e faixas etárias, desenvolvida não somente para o entretenimento, aplicação esta comumente conhecida, mas com um potencial pedagógico que possibilita a sua aplicação em diferentes temáticas e graus de compreensão.

Nesse sentido, se tem como questão da pesquisa como utilizar a História em Quadrinhos (HQ) no ensino de infinitésimo, a partir das ideias de Zenão, Eudoxo e Arquimedes.

Outro fator que justifica o desenvolvimento desta pesquisa se dá pela falta de metodologias aplicadas ao processo de ensino de infinitésimo. Ademais, uma pesquisa que relaciona o uso da História da Matemática e da História em Quadrinhos (HQ) é inovadora e desafiadora, como metodologia para ensinar o tema citado.

Este argumento é reforçado pela pesquisa realizada por Ferreira e Oliveira (2020), no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). As pesquisadoras conseguiram identificar 76 trabalhos usando como termo de busca “quadrinhos *AND* matemática”, sendo que apenas 18 englobam quadrinhos como recurso didático no ensino de Matemática. Por sua vez, do total de 18 dissertações, foram selecionadas sete que abordavam a História da Matemática aliada à História em Quadrinhos, todas elas voltadas à aplicação da metodologia na Educação Básica.

Diante do exposto e das problemáticas identificadas durante a experiência nas disciplinas do Cálculo, reitero a relevância desta pesquisa para a Educação Matemática. Nessa direção, esta pesquisa tem como objetivo geral verificar como a História em Quadrinhos (HQ) pode contribuir no conceito de infinitésimo a partir das ideias de Zenão, Eudoxo e Arquimedes. Para tanto, são seus objetivos específicos:

- i) Compreender como a História em Quadrinhos (HQ) pode contribuir no conceito de infinitésimo;

- ii) Apresentar a importância da História em Quadrinhos (HQ) para o Ensino de Matemática;
- iii) Elaborar *tiras*¹ com os alunos de Licenciatura em Matemática a respeito das contribuições de Zenão, Eudoxo e Arquimedes para a construção do cálculo por meio do infinitésimo;
- iv) Analisar e verificar produções desenvolvidas pelos alunos durante a oficina na compreensão dos conceitos de infinitésimo.

A pesquisa desenvolvida apoia-se em uma abordagem qualitativa, desenvolvida em sua fase empírica no contexto de um curso de licenciatura plena em Matemática, em uma universidade pública localizada no interior do Ceará. Ademais, colaboraram com todo o processo da investigação seis estudantes da referida graduação. No entanto cumpre destacar que participaram inicialmente do processo dez estudantes, situação pormenorizada na seção referente.

A presente pesquisa detalhada a seguir estrutura-se em seis capítulos, no qual o primeiro trata da Introdução, contendo apresentação do tema, problemática, justificativas e objetivos da investigação. No segundo Capítulo será apresentado o termo História em Quadrinhos (HQ), sua evolução ao longo do tempo, seus principais defensores, classificação e quais os elementos que compõem a narrativa, focando em destacar as *tiras*¹, em especial, as livres, considerando que esta pesquisa se propõe a orientar os sujeitos na elaboração das suas próprias *tiras*, e concluindo este capítulo, discorre-se a respeito desse gênero do discurso.

O terceiro Capítulo refere-se a História da Matemática enquanto recurso pedagógico, apresentando suas potencialidades e a utilização no ensino do Cálculo. No Capítulo 4, discorre-se a respeito da proposta da metodologia de ensino, explorando a História em Quadrinho (HQ) no ensino de infinitésimo no Ensino Superior. No Capítulo 5 são apresentadas as análises das produções realizadas pelos sujeitos da pesquisa e, por fim, o Capítulo 6 dedica-se as considerações finais desta produção em função da problemática enunciada e dos objetivos propostos para o desenvolvimento da pesquisa correlacionando-os com as produções desenvolvidas a respeito das *tiras*.

¹ A tira é uma narrativa gráfica curta, contendo uma sequência de imagens interligadas pelo conteúdo, podendo conter texto em balões e recordatórios.

2 A HISTÓRIA DA HISTÓRIA EM QUADRINHOS (HQ)

As asserções expostas neste capítulo serão dedicadas à evolução das histórias em quadrinhos, também conhecidas como História em Quadrinhos (HQ). Serão apresentadas as suas principais dificuldades e o momento em que foram reconhecidas como um recurso didático e passaram a ser utilizadas em sala de aula, sendo considerada, em suas características, enquanto gênero do discurso.

Ademais, será abordado a respeito da chegada da HQ no Brasil e de que maneira se firmou nas salas de aula. Segundo Vergueiro (2020), hoje, as histórias em quadrinhos são conhecidas e usadas em sala de aula por diferentes professores, áreas e níveis de ensino.

2.1 Evolução da História em Quadrinhos

No final do século XIX, nos Estados Unidos, as HQ floresceram devido sobretudo aos avanços tecnológicos voltados a evolução da indústria tipográfica, e o surgimentos de grandes cadeias jornalísticas (VERGUEIRO,2020), com isso, os quadrinhos se transformaram em um produto de consumo massivo relacionado a cultura, informação, ao conteúdo ideológico e educativo, direcionado a influenciar também a formação crítica dos leitores por meio do gênero.

Em 1895, os textos começaram a ser inseridos em balões e, nas décadas de 1920 a 1940, os quadrinhos viraram mania mundial com a publicação de encartes infantojuvenis em jornais e revistas.

Durante a Segunda Guerra Mundial, a popularidade das HQ se multiplicou, visto que nesse momento da guerra se trabalhava com o engajamento fictício dos heróis no conflito bélico. Isso fez com que as revistas de histórias em quadrinhos tivessem uma maior tiragem (VERGUEIRO, 2020).

Após o final da Segunda Guerra Mundial, apareceram novos gêneros textuais, como as histórias de terror e suspense. Devido à representação da realidade no conteúdo dos quadrinhos, continuou agradando ao público jovem, aumentando ainda mais sua tiragem, “levando parte da sociedade norte-americana a ficar preocupada com sua enorme influência sobre os leitores infantis” (VERGUEIRO, 2020, p. 11).

Com o fim da Segunda Guerra Mundial e o início da Guerra Fria, surgiu um clima de desconfiança e incerteza em relação aos quadrinhos. O psiquiatra Fredric

Wertham, ao atender jovens problemáticos, passou a associar os problemas dos pacientes adolescentes à leitura dos quadrinhos.

Nas palavras de Duarte (2018, p. 217),

Wertham mirava todo tipo de quadrinho, dos super-heróis aos quadrinhos de terror, condenando qualquer conteúdo que mencionasse ou fizesse alusão a temas adultos como sexo, violência, drogas etc. Ele convenceu uma geração inteira de pais e mestres que os quadrinhos eram uma coisa ruim para seus filhos. Uma verdadeira caça às bruxas foi instaurada com direito a fogueiras públicas de inúmeros exemplares.

O psicanalista passou a escrever artigos, ministrar palestras em escolas, participar de programas de jornais e TV, sempre com o intuito de desqualificar as histórias em quadrinhos, atacando e denunciando-as como grande ameaça à juventude norte-americana. Ele selecionava as crianças que, segundo seus parâmetros, recebiam influências dos quadrinhos, e as usava para provar o que propagava, chegando a afirmar que elas apresentavam “variadas anomalias de comportamento, tornando-se cidadãos desajustados na sociedade” (VERGUEIRO, 2020, p.12).

“A sedução dos inocentes”, de Fredric Wertham, publicado em 1954, apresenta generalizações dos seus atendimentos a jovens que o procuravam para tratar de seus problemas. Casos isolados e inseridos em contextos específicos se tornaram base para as considerações de Wertham, que apontava as HQ como a fonte dos problemas da juventude. Dentre elas, o autor dava a perceber que as leituras de Batman incentivariam a homossexualidade e a do Super-Homem poderia despertar nas crianças o desejo de se jogar pela janela, visto que são características dos super-heróis (SANTOS, 2014).

Instigados pelas denúncias, grupos de professores, famílias e religiosos passaram a exigir da sociedade uma maior vigilância para com as produções de HQ. Para tentar resolver o problema, no final da década de 1940 alguns editores norte-americanos criaram um regulamento para filtragem dos quadrinhos, assegurando que as histórias não seriam prejudiciais aos leitores. A partir dessa decisão, todos os quadrinhos publicados nos Estados Unidos recebiam um selo de qualidade. Essa prática foi adotada para tentar minimizar os prejuízos apontados pelo psiquiatra,

desconfiança essa que ganhou muitos adeptos notadamente após a publicação da sua obra.

Mesmo diante do clima tenso gerado por Fredric Wertham, as HQ não perderam sua popularidade. Ainda possuíam muitos leitores, principalmente adolescentes e jovens. Assim, o gênero permaneceu com grande tiragem.

Aliás, as camadas dominantes da sociedade passaram a acusar os quadrinhos de afastar o público jovem de leituras mais cultas com assuntos mais pertinentes. Em sua pesquisa Vergueiro (2020) revela o pensamento da época, no qual se acreditava que a familiaridade com as histórias poderia causar:

[...] prejuízos ao rendimento escolar e poderia, inclusive, gerar consequências ainda mais aterradoras, com o embotamento do raciocínio lógico, a dificuldade para apreensão de ideias abstratas e o mergulho em um ambiente imaginativo prejudicial ao relacionamento social e afetivo de seus leitores (VERGUEIRO, 2020, p. 16).

Como foi possível observar, após a Segunda Guerra Mundial as HQ ainda não tinham uma aceitação social sem tensões, e essa realidade não mudou de forma rápida, mesmo com a criação do regulamento pelos editores estado-unidenses. Nos anos seguintes, os quadrinhos passaram a ser responsabilizados por quase todos os problemas que aconteciam no mundo, sendo acusados de adversários dos processos de ensino e aprendizagem e influenciadores dos seus leitores, gerando, assim, um enorme obstáculo ao seu uso no ambiente escolar.

Atualmente, ainda é possível encontrar vestígios dessa barreira que foi criada contra a HQ. Mas, mesmo com a desconfiança que persiste em relação aos quadrinhos, Luyten (2011) apresenta que o gênero é visto como a linguagem do século XX e irá permanecer com esse *status* neste novo milênio.

Seguindo a lição deste pensamento, a presente pesquisa pretende utilizar o gênero tira livre para compor a História da Matemática, como um recurso pedagógico, em especial no que se refere às ideias de infinitésimos desenvolvidas por Zenão, Eudoxo e Arquimedes.

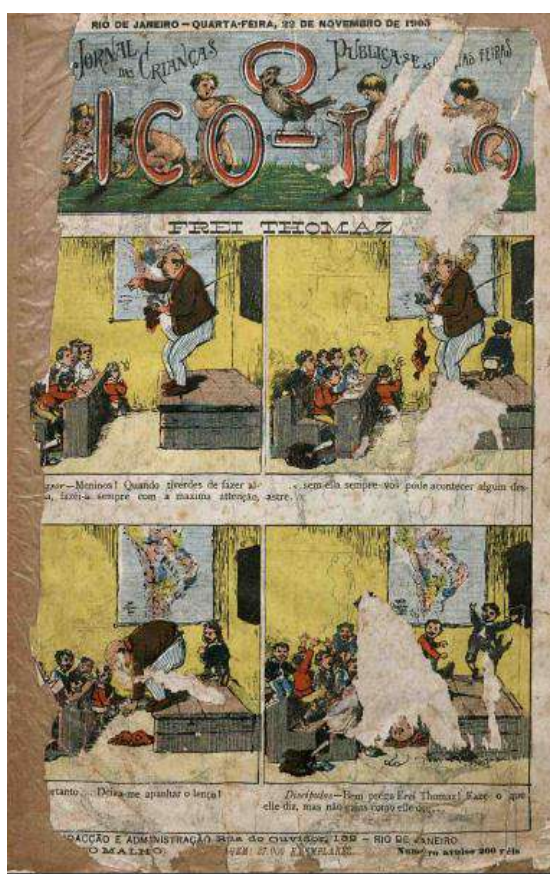
2.2. A história dos quadrinhos no Brasil

No Brasil, as histórias em quadrinhos tiveram início com Angelo Agostini. Italiano naturalizado brasileiro, ele começou a publicar os quadrinhos de fatos jornalísticos em *Diabo Coxo* (1864) e *O Cabrião* (1866), ambas as revistas paulistas.

Em 1869, publicou a primeira novela gráfica em capítulos do mundo, em uma revista fluminense. O feito fez com que ele entrasse na história. *As aventuras de Nhô Quim* foi uma sequência publicada semanalmente, na qual se narra a viagem de um personagem que saiu de Minas Gerais e chegou à corte no Rio de Janeiro.

No ano de 1905 foi criada a revista *Tico-Tico* (Figura 1), tendo sua divulgação de forma semanal pela editora *O Malho*. Era destinada ao público infantil e trabalhava com o material estrangeiro, vindo, principalmente, dos Estados Unidos e da França. Veio a publicar histórias de *Mickey Mouse*, *Gato Félix*, entre outros (PAIVA, 2016).

Figura 1 – Primeiro número do O Tico-Tico (1905)



Fonte: Hemeroteca Digital Brasileira (2022)

O *Tico-Tico* tem grande importância no contexto nacional, pois abriu caminhos para outros tipos de publicações, para novos talentos, e foi responsável pela abertura de espaço para o mercado editorial brasileiro, surgindo obras e personagens clássicos das HQ. Foi a primeira revista que, além dos quadrinhos, trabalhava com outras atividades voltadas para crianças, sendo elogiada por autores.

Como atesta Lovetro (2011), foi a primeira revista que trazia, além dos quadrinhos, várias atividades para as crianças como joguinhos, recorte e monte. “Já

era uma linguagem para utilização dentro das escolas. Essa dinâmica recebeu elogios até de Rui Barbosa, leitor da revista” (LOVETRO, 2011, p. 12). A publicação perdurou por 57 anos, apresentando quadrinhos de excelência de autoria de J. Carlos e Luiz Sá Cearense, cujos personagens Reco-Reco, Bolão e Azeitona, três adolescentes que se envolviam em várias confusões, fizeram um enorme sucesso. Esse quadrinho inovou ao trazer, no enredo, um personagem negro como protagonista. A revista foi publicada até 1960 (NOGUEIRA, 2019).

Em 2005, para comemorar um século de publicação da primeira HQ do Brasil, pesquisadores especialistas em histórias em quadrinhos lançaram uma coletânea de artigos e histórias sobre a revista *Tico-Tico*. Nessa coletânea, os autores apontaram as contribuições que essa revista deixou ao Brasil durante toda a sua publicação, tanto abrindo portas para outros talentos, quanto para a importância das suas histórias.

Como lembra Lovetro (2011), o editor, naturalizado brasileiro, Adolfo Aizer, após passar uma temporada nos Estados Unidos, voltou ao Brasil trazendo várias ideias e personagens para trabalhar com os quadrinhos. Ele criou a revista chamada de *O Suplemento Juvenil*, reproduzindo as histórias que faziam sucesso internacional, como *Tarzan*, *Príncipe Valente*, *Dick Tracy*, *Mandrake*, entre outros títulos.

Aizer inovou e encantou com os quadrinhos publicados em jornais e revistas destinadas ao público infantojuvenil, tendo muito sucesso no Brasil, assim como já havia acontecido nos Estados Unidos, *O Suplemento Juvenil brasileiro* chegou a alcançar uma tiragem de mais de 100 mil exemplares. Inclusive, o grande sucesso alcançado pela publicação chamou a atenção de outros editores, como Roberto Marinho, que lançou o *Globo Juvenil*, com o objetivo de publicar quadrinhos encartados no jornal carioca com circulação de âmbito nacional.

Em 1939, existia uma revista fundada por Adolfo Aizer, chamada *Mirim*. Para concorrer com ela, Roberto Marinho lançou *O Gibi*, publicação de grande sucesso, na qual o personagem de um menino levado era o centro da trama.

Com o fim do *Suplemento Juvenil*, Adolfo Aizer criou, em 1945, a Editora Brasil-América Ltda. (EBAL) que passou a publicar matérias da *Disney* e a revista *Herói*, composta por uma coletânea de quadrinhos de muito sucesso nos Estados Unidos. A EBAL fez sucesso ao publicar a revista do *Superman* em 1947, personagem com o

qual permaneceu por quatro décadas. Além disso, também publicou as histórias do *Batman* e de outros personagens *Detective Comics*² (DC) (PAIVA, 2016).

Na figura a seguir, um dos exemplares da revista *Gibi* é apresentado. De acordo com Penteado (2008), a palavra significava moleque, e ficou tão popular entre os leitores, que emprestou seu nome para designar todos os tipos de HQ no Brasil.

Figura 2 - O *Gibi* (1940), exemplar que viraria sinônimo de HQ no Brasil



Fonte: O Globo - Guia dos Quadrinhos (2022)

Em 1950, foi criada a editora Abril, editora brasileira que teve como primeiro editor Victor Civita. Com o passar do tempo, tornou-se um dos maiores grupos de comunicação da América Latina, iniciando seu sucesso a partir da publicação de *Pato Donald*.

A década de 1960 foi marcada pelo surgimento dos trabalhos desenvolvidos por Maurício de Sousa, com a *Turma da Mônica*, e Ziraldo, com o *Pererê*. Em 1980, Ziraldo criou o *Menino Maluquinho*, que foi adaptado para programas de TV e cinema, chegando a vender mais de 5 milhões de livros nas escolas. A revista *Turma da Mônica* já vendeu mais de um bilhão de exemplares e é publicada em cerca de 30 países. Conforme atesta pesquisa de Lovetro (2011), os dois quadrinistas são bem-vistos por professores que utilizam seus materiais em sala de aula.

² DC Comics é parte do grupo Warner e Marvel Comics.

Ao adentrarmos no universo das HQ, vimos no início que, no Brasil, as principais publicações eram reproduções das histórias estrangeiras. Mas o mundo passou por muitas mudanças e, conseqüentemente, o ambiente interno brasileiro acompanhou esse movimento social, político e cultural.

No século XX, foi vista uma grande expansão e desenvolvimento das HQ no exterior, atingindo, assim, o Brasil. Na metade dos anos 1950, deu-se início a um período de desconfiança, gerada pela publicação das ideias do psicanalista Fredric Wertham. O período pode ser considerado uma verdadeira “caça às bruxas” aos quadrinhos e a situação também atingiu o Brasil.

Em praticamente todos os países nos quais os quadrinhos eram editados, manifestações contrárias partiram de representantes do mundo cultural, educativo e científico. Alguns países europeus chegaram a estabelecer legislações restritivas aos quadrinhos, proibindo a publicação de material estrangeiro ou determinando critérios rígidos para sua produção no país. No Brasil, os editores elaboraram um código próprio e aplicaram às revistas um selo semelhante àquele desenvolvido nos Estados Unidos (VERGUEIRO, 2020, p. 14).

O código de ética foi um documento elaborado pelos editores brasileiros de histórias em quadrinhos, que incluía a Editora Gráfica O Cruzeiro, Editora Brasileira Americana Ltda, Rio Gráfica Editora (RGE) que seria a futura Editora Globo, e Editora Abril, as principais e maiores publicadoras das HQ do Brasil. O código apresentava, dentre muitas regras que “as histórias em quadrinhos devem exaltar, sempre que possível, o papel de pais e dos professores...” e, também mencionava que, “a família não pode ser exposta a qualquer tratamento desrespeitoso, nem o divórcio apresentado como sendo uma solução para as dificuldades conjugais” (SILVA, 1976. p. 102).

Na Figura 3, será possível visualizar que o código brasileiro assemelhava-se ao estadunidense por ter o mesmo formato, além das fontes utilizadas serem as mesmas. Naquela época, a produção nacional ainda era pequena, se comparada às reproduções que eram feitas a partir do material vindo de fora, e com a aplicação do código de ética, muitas das histórias estrangeiras não puderam mais continuar sendo publicadas. Tal fato levou, inclusive, ao surgimento de várias produções nacionais.

As que conseguiram permanecer circulando no cenário nacional foram as infantis, pois seguiam à risca o que era exigido no código de ética da HQ. As

mudanças que foram acontecendo ao longo dos anos fizeram com que o mercado nacional em publicação e produção de quadrinhos viesse a crescer, não tanto quanto o Japão e os Estados Unidos, mas hoje, em pleno século XXI, é possível observar um grande desenvolvimento desse gênero (PAIVA, 2016).

Figura 3 – Selo do Código de Ética do Brasil semelhante ao estadunidense



Fonte: Nostalgia do Terror (2022)

Uma editora multinacional italiana, a Panini, tomou conta do mercado brasileiro, incorporando para si publicações já existentes, tais como quadrinhos de banca, desde *mangás* aos *super-heróis* de *Marvel* e *DC Comics*, além dos quadrinhos da *Turma da Mônica* e os demais de Maurício de Sousa e de alguns desenhistas independentes internacionais.

Hoje, no Brasil, não temos somente a publicação feita por essa editora. Uma grande parte dos gibis chamados de quadrinhos de livrarias é publicada por editoras como a “Companhia das Letras, Nemo, Via Lettera e outras, que apresentam histórias mais densas, conteúdo adulto, podendo parecer com o formato de um livro convencional ou mesmo *graphic novels*” (PAIVA, 2016, p. 42). Essas produções nacionais tornaram-se referência, tanto para os estudos das HQ como para a utilização dessas em salas de aulas pelos professores.

2.3 Principais elementos e modelos de História em Quadrinhos (HQ)

Para utilizar quadrinhos em sala de aula é preciso que se saiba o fundamental dessa linguagem, mesmo que não tenhamos a intenção de produzir as próprias HQ com os alunos. Waldomiro Vergueiro, em “Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula”, traz um capítulo intitulado “A linguagem dos quadrinhos, uma “alfabetização” necessária”. O autor apresenta os elementos que compõem uma HQ, indicando, “que a ‘alfabetização’ na linguagem específica dos quadrinhos é indispensável para que o aluno decodifique as múltiplas mensagens neles presentes e, também, para que o professor obtenha melhores resultados em sua utilização”

(VERGUEIRO, 2020, p. 31). E é exatamente com esse pensamento que se pretende abordar, nesta seção, os principais elementos e modelos de HQ.

No entanto, antes de descrever cada elemento e modelo, faz-se necessário apresentar uma definição para as histórias em quadrinhos, e isto não surgiu de forma fácil. Durante esta pesquisa, percebeu-se que, para se chegar ao conceito usado hoje, os pesquisadores levaram muito tempo. O quadrinista americano, professor e pesquisador no campo de HQ, William Erwin Eisner, usou o termo *arte sequencial*, como pode ser visto a seguir:

Em sua forma simples, os quadrinhos empregam uma série de imagens repetitivas e símbolos reconhecíveis. Quando são usadas vezes e vezes para expressar ideias similares, tornam-se uma linguagem – uma forma literária se quiser. E é essa aplicação disciplinada que cria a “gramática da Arte Sequencial” (EISNER, 1989, p. 8).

A partir da definição apresentada acima, surge outra, trazida por Scott McCloud. No livro “Desvendando os quadrinhos” (1995), ele amplia a definição feita por Eisner, retirando a palavra *arte* e acrescentando *visual*, com o objetivo de separar a HQ de outro tipo de arte. Para o pesquisador, o termo *arte* deveria ser suprido, pois implicaria em um critério de valor. A definição de Scott McCloud se estende até o dicionário:

Histórias em quadrinhos s. pl., usado com um verbo. 1. Imagens pictóricas e outras justapostas em sequência deliberada destinadas a transmitir informações e/ou a produzir uma resposta do espectador (McCloud, 1995, p. 15).

É possível observar que a própria definição da HQ, destaca a justaposição de imagens no seu desenvolvimento que podem estar associadas a palavras compondo o requadro. Todavia as mesmas não configuram desenhos animados, dado o fato que estes apresentam-se, após finalizados, em uma sequência de movimentos. A animação por intermédio do processo de filmagem dá a ilusão de movimento aos desenhos.

Ademais, cumpre destacar a definição de Iannone & Iannone (1994) no que se refere a HQ, ao mencionar que:

A melhor definição para histórias em quadrinhos está em sua própria denominação: é uma história contada em quadros (vinhetas), ou seja, por meio de imagens, com ou sem texto, embora na concepção geral o texto seja parte integrante do conjunto. Em outras palavras, é um sistema narrativo composto por dois meios de expressão distintos, o desenho e o texto (p. 210).

Esta definição contempla toda a evolução dos quadrinhos modernos até chegar às inúmeras revistas e tiras encontradas nas bancas de jornal e revistas nos dias de hoje.

Mediante essas definições elencadas, percebe-se as concordâncias: imagens pictóricas e outras (palavras) – McCloud; desenho e texto – Iannone & Iannone. Todas tratam das linguagens visual e verbal, juntas, formando a linguagem dos quadrinhos. Para essa pesquisa, será utilizada a definição mais atual de Vergueiro: “Histórias em quadrinhos constituem um sistema narrativo composto por dois códigos que atuam em constante interação: o visual e o verbal” (2020, p. 31).

De posse dessas definições, será discorrido a respeito dos principais modelos e componentes da HQ. Cumpre destacar que os quadrinhos possuem diferentes modelos: tira, página dominical, *fanzine*, revista em quadrinhos, álbum ou novela gráfica (*graphic novel*), *mangá*, *fotonovela*, *webcomics*, *cartum*, *charge*, como podem ser visualizados no quadro logo adiante.

Aqui serão expostos os principais modelos de quadrinhos que podem ser encontrados e os elementos essenciais para a construção dessa narrativa. Vale ressaltar que as histórias em quadrinhos são resultado da junção de códigos verbais e não-verbais. As linguagens verbais e não-verbais desempenham um papel importante na construção do quadrinho.

Conforme Vergueiro (2020), elas interagem entre si e endossam a mensagem que se quer transmitir na HQ. É importante perceber que essa junção acontece de forma indivisível, ou seja, não existe HQ sem texto. Existem os quadrinhos mudos, os que não utilizam balões, onomatopeias ou recordatórios, mas nunca sem o texto. É nesse momento que o leitor deve ter atenção para perceber que, em alguns casos, o texto está implícito, fazendo-se necessário destacar que quem guia as narrativas e a estética do autor é a história, cabendo ao leitor interpretar para tirar suas conclusões.

Quadro 1 - Modelos de quadrinhos e suas características

Modelo	Características
--------	-----------------

Tira	Popularizou-se nos jornais. Geralmente em formato horizontal, com uma divisão entre dois a cinco quadros, o autor apresenta uma pequena história fechada (muitas vezes humorada) ou um capítulo de história seriada.
Páginas dominicais	Espaço maior do que a tira diária. “Dominical”, devido à tradição de ser publicada aos domingos em suplementos de jornais.
Fanzine	Publicação artesanal e independente. Junção das palavras <i>fanatic</i> (fan) e <i>magazine</i> . Surgiu como publicações de fãs-clubes de ficção científica. Reproduzidos em fotocópias, muitas vezes sem fins lucrativos e com total liberdade editorial, abrange qualquer tema, inclusive HQs.
Revista em quadrinhos	Os tamanhos conhecidos como <i>formatinho</i> (13x21cm), <i>comic book</i> (17x26cm) e <i>magazine</i> (20x26,5cm) são os mais comuns. As revistas em quadrinhos, os gibis, de super-heróis, humor e infantil são facilmente encontradas em bancas de revistas que dominam este mercado.
Álbum ou fotonovela (Graphic Novel)	Termo popularizado pelo quadrinista Will Eisner em sua obra <i>Um Contrato com Deus</i> (1978). Assemelha-se muito editorialmente ao formato de um livro (inclusive, com lombada quadrada). Com maior número de páginas do que uma revista em quadrinhos comum, comporta uma história mais densa e sofisticada, exigindo um público leitor mais eficiente (jovens e adultos, por exemplo).
Mangá	Termo que designa as histórias em quadrinhos japonesas. Essas HQs são muito populares em todo o mundo. No ocidente, o uso desse termo foi ampliado para além dos quadrinhos em si, sendo aplicado para definir o estilo de traço baseado nos mangás, devido às características estéticas marcantes, como olhos grandes e expressivos, estrutura anatômica cartunizada, cabelos espetados com cores vibrantes, etc.
Fotonovela	Perceba que, até agora, não usamos em nenhum momento a palavra <i>desenho</i> na definição de quadrinhos, mas, sim, <i>imagem</i> . Isto porque nem todas as HQs são produzidas com desenhos (embora a maioria o seja), mas com fotografias, pinturas, recortes e colagens, entre outros recursos. Por isso, se seus alunos não souberem desenhar, não tem problema, podem utilizar esse artifício para criar as suas HQs em sala de aula, ampliando as possibilidades pedagógicas, desde que mantenham os recursos particulares da linguagem como requadro, balão, onomatopeia, entre outros. Quando utilizamos fotografias para construir uma HQ, a denominamos de fotonovela.
Webcomics	Quadrinhos publicados na internet. Um meio muito eficiente e democrático de novos autores mostrarem seu trabalho e formarem público.
Charge	Pode ser considerada uma categoria jornalística e tem por finalidade satirizar, por meio de uma imagem, algum acontecimento atual. A palavra tem origem francesa e significa carga. A charge, geralmente, tem um efeito regional, e é atrelada a algum fato relevante do momento. Muitas vezes o chargista faz uso da caricatura e pode ou não usar palavras, assim como no cartum.
Cartum	Desenho humorístico, anedota gráfica. Em geral, uma única imagem que tem o objetivo de fazer rir, pensar ou até incomodar. Tem uma forte similaridade estética com a charge, mas possui um caráter mais universal e atemporal. Pode ou não ter palavras.

Fonte: Brandão (2017)

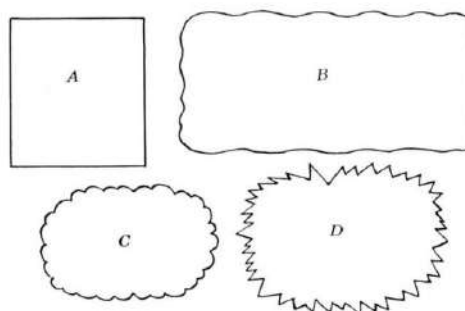
O quadro descrito acima apresenta de forma resumida os principais modelos da HQ. A seguir será possível visualizar quais são os elementos que podem compor uma história em quadrinhos.

2.3.1 Requadro

O requadro tem como principal função moldurar o quadro, no qual se colocam objetos e ações. Além disso, o requadro do quadrinho é usado como parte da linguagem não-verbal. Constitui a fronteira que limita o universo da história. Sua principal função é conter a visão do leitor e ditar o ritmo e sentido da leitura.

Seu formato e tamanho variam de acordo com a mensagem que o autor deseja transmitir. Na Figura 4 são apresentados os tipos de requadro, em que seu formato e tamanho variam de acordo com a mensagem idealizada pelo autor da HQ: (A) requadros retangulares ou quadrados indicam, geralmente, ações ocorridas no tempo presente; (B) os de traçado sinuoso indicam ações que ocorreram no passado; (C) os do tipo balão indicam algum tipo de recordação de um personagem específico; (D) o formato com arestas indica situações de perigo ou desenvolvimento de um pensamento.

Figura 4 – Tipos de requadro



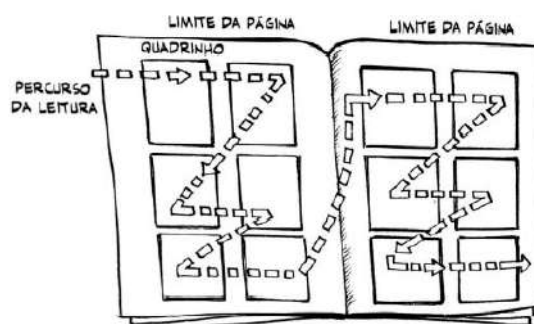
Fonte: Eisner (2010, p. 44)

Nas histórias em quadrinhos existem dois tipos de quadrinhos, o que chamamos de página total que pode conter vários quadrinhos, e o próprio quadrinho onde se desenvolve a narrativa.

A Figura 5 apresenta uma maneira como pode ser feita a leitura da HQ, a ser realizada da esquerda para a direita, mas isso não impede que a leitura seja realizada de outras formas, como de baixo para cima, como acontece em alguma HQ.

A seguir, a figura evidencia a maneira como as tiras foram expostas em razão da demarcação sobre a tira, indicando ao leitor a forma como a mesma pode ser lida “na prática, porém, essa prática não é absoluta. Frequentemente o espectador dá uma olhada no último quadrinho. Contudo, o leitor obrigatoriamente voltará ao primeiro quadrinho”, conforme Eines (2010, p. 41).

Figura 5 – Indicação habitual da leitura de um quadrinho



Fonte: Eisner (1989, p. 40)

2.3.2 Balão

Característica singular do quadrinho, conforme Vergueiro (2020, p. 56), o balão representa uma densa fonte de informações, que começam a ser transmitidas ao leitor antes mesmo que este leia o texto, ou seja, pela própria existência do balão e posição no quadrinho, informando que um personagem está falando na primeira pessoa. Há vários tipos de balão, podendo ser de fala, pensamento, grito, elétrico, unísono, sussurro, entre outros. Na Figura 6 estão apresentados os tipos mais comuns de balões.

Figura 6 – Tipos de balões



Fonte: Miranda (2019, p. 48)

É preciso que o autor das histórias em quadrinhos tenha atenção quando for utilizar os balões, não só para entender qual deles adequa-se ao objetivo da mensagem mais principalmente para não ocorra repetição da mensagem, deixando assim a história cansativa e repetitiva.

Em relação ao texto contido no balão, ele vem expressar uma mensagem principal, ou seja, o significado das palavras transmite também uma mensagem própria de acordo com o tipo de letra que é utilizada para sua composição.

Habitualmente, as mensagens contidas nos balões são grafadas em letras de imprensa maiúsculas, encerrando a mensagem com um tom de exclamação.

Quando se referem a uma conversa em tom normal, as letras não surgem com qualquer elemento distintivo. Em outras situações, elas podem ter uma forma e tamanho diferenciados, que vêm aderir significado ao enunciado principal, como veremos nos exemplos abaixo que são apresentados.

Tamanho normal que o maior e negrito – Significa que as palavras são pronunciadas em tom mais alto que o normal, em geral ligadas a situações de dominação, expressão de um comando;

Tamanho menor que o normal – representa um tom de voz mais baixo, expressando atitude de submissão, timidez ou busca de um ambiente confidencial;

Tremida – Significa medo. Se o tamanho da letra for maior que o normal, deve ser interpretada como grito de pavor ou susto. (VERGUEIRO, 2020, p. 60-61).

2.3.3 Recordatório

O recordatório, também conhecido como caixa de texto, é um artifício utilizado sempre que a história necessita da intervenção de um narrador, ou seja, quando o quadro, o desenho e as falas dos personagens não são suficientes para situar o leitor no contexto espacial e temporal da narrativa.

Há situações em que elementos passam a ser usados pelo autor para conversar com o leitor, sugerindo algumas suposições da história, como pode ser visualizado no recordatório da HQ, a seguir.

Figura 7 – Uso do recordatório em uma tira



Fonte: Ivoviuauva (2022)

No que diz respeito a esse tipo de recurso sua utilização é realizada quando todos os elementos que já compõem o quadrinho não são suficientes para compreensão daquilo que se passa na história.

2.3.4 Onomatopeia

Figura de linguagem do tipo sonora que tem como função reproduzir sons ou ruídos naturais, usando caracteres alfabéticos, a onomatopeia consiste em um elemento muito utilizado na literatura, não sendo uma criação das histórias em quadrinhos. As que são próprias dos quadrinhos são a plasticidade e sugestão gráfica que as onomatopeias assumiram, ocupando um papel importante na linguagem que vem aumentando a cada dia (VERGUEIRO, 2020).

As onomatopeias apresentam-se na HQ grafadas de forma independente dos balões e são distribuídas perto do local em que ocorre o som a ser representado. Existem vários tipos, todavia a maioria provém do inglês, mas a difusão da HQ trouxe representações sonoras próprias, tendo como exemplos os termos *crash* (barulho de coisa batendo), *pow* (soco), *splash* (água espirrando), *boom* (explosão), *snif* (choro de um personagem), *toc toc* (batidas na porta) e *smack* (beijo), e os demais ilustrados na figura a seguir.

Figura 8 – Exemplo de onomatopeias



Fonte: Miranda (2019, p. 49)

Vale lembrar que os signos apresentados na figura acima têm um papel vital na narrativa, levando consigo uma estrutura enfática à ideia de movimento e impacto na cena.

2.3.5 As metáforas visuais

As metáforas que podem compor as histórias são as figuras de linguagem mais utilizadas no nosso dia a dia. Elas se baseiam em comparações implícitas, mas sem usar a comparação em si. Nesse caso, utiliza-se palavras. Nas HQ, as metáforas visuais vêm agir no “(...) sentido se expressar ideias e sentimentos, reforçando, muitas vezes, o conteúdo verbal. Elas se constituem em signos ou conversões gráficas que têm relação direta ou indireta com expressões do senso comum” (VERGUEIRO, 2020, p. 54).

Figura 9 – Exemplos de metáforas visuais frequentes nos quadrinhos



Fonte: Mariana Fuly (2016, p. 42)

Essas metáforas são utilizadas nos quadros com o objetivo de tornar o conceito mais claro, para facilitar a compreensão do leitor, como pode ser observado na Figura 9.

2.3.6 Enquadramento

O enquadramento, também conhecido como plano narrativo, refere-se à proximidade com que o leitor irá enxergar a cena. Tal como no cinema e na televisão, nos quadrinhos o autor pode escolher diferentes ângulos de visão para enfatizar um elemento, mostrar uma paisagem ou até mesmo dar enfoque a uma expressão de um personagem. Fazendo isso, ele modifica a visão de como o leitor enxerga a cena, podendo fazer com que a narrativa aconteça de forma leve, sem se tornar cansativa.

Os três tipos de planos narrativos de uma HQ podem ser do tipo: plano geral, plano médio e primeiro plano. No plano geral é possível ver a cena de forma bem ampla. Ou seja, o autor usa um ângulo de visão bem aberto, tendo como principal objetivo familiarizar o leitor com a noção do tempo e espaço da história, como ocorre no quadrinho a seguir.

Figura 10 – Enquadramento em plano geral



Fonte: Mariana Fuly (2016, p. 43)

No plano médio procura-se representar os personagens da cintura para cima. Isso permite um maior detalhe, o foco sobretudo refere-se aos sujeitos envolvidos, como exposto a seguir.

Figura 11 – Enquadramento em primeiro plano realçando as expressões



Fonte: Mariana Fuly (2016, p. 44)

Conforme contribuição de Vergueiro (2020, p.42), “no primeiro plano narrativo o enquadramento é limitado à altura dos ombros da figura representada, salientando a expressão do personagem e seu estado emocional”. Esse tipo de enquadramento é utilizado quando se deseja reforçar o contato da figura com o leitor, fortalecendo as emoções da narrativa.

2.4 Tiras: definição e classificação

Segundo Chaves (2016) a tira é uma narrativa gráfica curta, contendo uma sequência de imagens interligadas pelo conteúdo, podendo ter texto em balões e recordatórios. Em sua maioria tem o objetivo de transmitir humor ou narrar uma história. Já para Patati e Braga (2006, p. 23), “o formato clássico das tiras com piadas desdobradas em três tempos ou três quadros surgiu graças à escassez de espaço nos jornais, bem como à popularidade dos personagens”.

O precursor das tiras foi Bud Fisher, em 1907, com os personagens Mutt e Jeff, publicados na página de turfe do jornal *San Francisco Chronicle*. Para que pudesse vender seu material em vários jornais, o quadrinista definiu o tamanho fixo da tira, tendo um formato horizontal e retangular. Essa estrutura predominou por muito tempo, mas, hoje, já se tem uma flexibilização.

A série *Sobrinhos do Capitão*, foi iniciada nas páginas dominicais dos jornais, converteu-se em tiras, incluído o sistema de balão contendo as falas dos personagens e gerando um dos paradigmas do gênero, o conflito entre crianças e adultos. Mas a tira que projetou importantes consequências sobre o desenvolvimento dos quadrinhos, como forma de expressão, foi Pafúncio, criado como *Bringing up father*, por George McManus em 1913. Considerada como a de maior longevidade no mercado norte-americano, foi a primeira tira a estabelecer a família como centro das atenções de uma sátira social acabada.

No tocante às tiras, destacam-se as cômicas, cômicas seriadas e livres. As tiras cômicas são aquelas que possuem um teor de humor, comparado, inclusive, com piadas prontas. Estas narrativas constantemente têm um final inesperado. É a surpresa que costuma dar graça ao final dessas pequenas histórias. Elas aparecem em grande frequência nos cadernos de cultura dos jornais e, por esse motivo, é comum serem vistas como sinônimas de tiras.

As tiras seriadas ou de aventura eram mais frequentes no Brasil nos anos 1920. A ideia era construir histórias em capítulos, apresentados ao leitor diariamente. Tal qual uma novela, a tira retoma a cena final da anterior e serve de gancho para a cena seguinte, daí formavam-se grandes histórias que envolviam aventuras. Muitos heróis que conhecemos hoje vieram das tiras seriadas e alguns se tornaram filmes, como *Fantasma e Tarzan*.

Outro destaque refere-se às tiras livres que têm como característica básica o não rigor, uma não rigidez na utilização de composição de uma história, pois não

necessariamente têm uma narrativa, sendo estas experimentações gráficas ou produções literárias, como poemas e microconto.

2.5 Tira enquanto gênero do discurso

Antes de falar das tiras como gênero do discurso é preciso entender o que vem a ser o próprio gênero, como também se faz necessário compreender acerca da linguagem. Por intermédio das leituras realizadas pela pesquisadora, foi possível verificar que existem diferentes perspectivas a respeito do estudo do gênero. Nesta pesquisa, adotou-se como livro texto a escrita de Bakhtin.

Na concepção do autor russo, a língua é vista como uma atividade essencialmente dialógica, na qual os sujeitos da interação atuam como seres sócio historicamente situados, em que os diferentes processos de comunicação ocorrem evidentemente por gêneros do discurso, apresentados por ele como “tipos relativamente estáveis de enunciados” (BAKHTIN, 2003, p. 279).

Dessa maneira, "o emprego da língua efetua-se em forma de enunciados (orais e escritos) concretos e únicos, proferidos pelos integrantes desse ou daquele campo da atividade humana" (BAKHTIN, 2003, p. 261). Inseridos em situações sociais, os enunciados são construções concretas que trazem à tona a força da língua em essência e sua diversidade está categorizada nos gêneros do discurso. Sob essa ótica, Bakhtin revela que

a riqueza e a diversidade dos gêneros do discurso são infinitas porque são inesgotáveis as possibilidades da multiforme atividade humana e porque em cada campo dessa atividade é integral o repertório de gêneros do discurso, que cresce e se diferencia à medida que se desenvolve e se complexifica um determinado campo (2003, p. 262).

A respeito disso, Marcuschi comenta que os gêneros do discurso são “altamente maleáveis, dinâmicos e plásticos. Surgem emparelhados a necessidades e atividades socioculturais, bem como na relação com inovações tecnológicas” (2005, p. 19). É por esse motivo que eles são relativamente estáveis e apresentam três elementos que estão interligados no todo do enunciado: conteúdo temático, estilo de linguagem e organização composicional (BAKHTIN, 2003).

O conteúdo temático não é o assunto em si, mas abrange as diferentes atribuições de sentidos e seus recortes possíveis para um dado gênero do discurso.

Indissoluvelmente ligado a ele, está o estilo do gênero do discurso, caracterizado pela escolha de recursos linguísticos (fraseológicos, gramaticais e lexicais), os quais são utilizados pelo falante para atingir um determinado ouvinte e obter uma resposta. Nesse contexto Bakhtin nos mostra que:

[...] no fundo, os estilos de linguagem ou funcionais não são outra coisa senão estilos de gênero de determinadas esferas da atividade humana e da comunicação. Em cada campo existem e são empregados gêneros que correspondem às condições específicas de dado campo; é a esses gêneros que correspondem determinados estilos. (2003, p. 266).

Em relação à organização composicional, pode-se dizer que se trata da estruturação do texto, ou o modo como ele é organizado na sociedade, como é visivelmente reconhecido, o que lhe dá o caráter de relativamente estável. Desse modo, ao utilizar um determinado texto para sala de aula deve-se ter a atenção que o texto deverá suprir as três peculiaridades dos gêneros discursivos indicados por Bakhtin (2003).

As tiras representam um meio de comunicação de massa uma vez que, segundo Rama *et al.* (2020, p. 7), “as publicações do gênero circulam com uma enorme variedade de títulos e tiragens de milhares ou, às vezes, até mesmo milhões de exemplares, avidamente adquiridos e consumidos por um público fiel, sempre ansioso por novidades”.

Sua popularidade se justifica por conta da composição desse gênero discursivo. Ou seja, as tiras, na maioria das vezes são compostas por dois códigos, o verbal e o visual, os quais estão em constante interação e garantem que a mensagem transmitida seja entendida em plenitude.

Desse modo, se caracterizam por serem histórias narradas em sequência de pequenos quadros e, de acordo com o dicionário Miniaurélio, esse gênero discursivo se define por ser “cada faixa ger. horizontal de uma História em Quadrinhos” (FERREIRA, 2008, p. 777). Conforme atesta, Rama *et al.* (2020), as tiras geralmente se constituem de linguagem visual, plano e ângulos de visão, protagonista e personagens secundários, figuras cinéticas, metáforas visuais, linguagem verbal, balão de fala, legenda e onomatopeias, que determinam sua organização composicional.

Outro aspecto a ser considerado relativo as tiras é que se enquadra dentre os gêneros da ordem do narrar, e circulam na esfera midiática, isto é, em jornais, revistas e *internet*. No que diz respeito à sua temática, as tiras transpõem os mais diversos temas.

Estruturalmente, em geral, as tiras são divididas horizontalmente em um número limitado de quadrinhos. São compostas dos balões, os quais representam a fala, o pensamento, ou seja, a expressão dos personagens, da linguagem visual e da legenda, a qual normalmente apresenta a fala do narrador.

Quanto à estilística, a linguagem informal, com marcas coloquiais, é muito decorrente. Algumas tiras usam do artifício de serem coloridas e terem cenário, o que chama mais a atenção e ajuda os leitores a visualizarem com facilidade a situação.

Mediante o que foi dito no que se refere a tira, desde a sua definição, não só como um tipo de História em Quadrinhos, como ocorreu na Seção 2.3, aqui se teve o cuidado de trazer uma definição do dicionário o que possibilitou visualizar que a mesma se encaixa como um gênero do discurso, ou seja, como um enunciado estável ao qual traz na sua estrutura as três peculiaridades destacadas por Bakhtin (2003) referentes ao conteúdo temático, à estrutura composicional e ao estilo. Sendo assim, observa-se que essas são as condições enunciativas para o gênero tira.

2.6 Quadrinhos no Ensino da Matemática

Nos últimos anos diferentes estudos, com os olhares mais diversos, já foram realizados tendo como perspectiva o uso da HQ como recurso didático. Nesses estudos foi possível ver o emprego da História da Matemática na linguagem dos quadrinhos. Castilho (2015), por exemplo, apresenta o tema História dos Números em quadrinhos, para os alunos do 7º ano, de maneira a contribuir significativamente com a ‘absorção’ dos conceitos trabalhados. Para que seus alunos compreendessem a origem dos números, a autora explorou vídeos explicativos e argumentativos. Além disso, utilizou histórias em quadrinhos de uma forma divertida, no sentido de reviver a história dos números em nossa civilização. A pesquisadora conclui que a atividade foi produtiva e gratificante.

Nesta mesma linha encontramos o trabalho de Santos (2014), que pesquisou a utilização da História da Matemática como instrumento mediador para o ensino e aprendizagem mediante familiarização com a linguagem dos quadrinhos para o ensino

da geometria, nos anos finais do Ensino Fundamental em escolas municipais de Pelotas no Rio Grande do Sul. Na Figura 12, retirada do trabalho de Santos (2014), é possível ver Euclides representado em HQ.

Figura 12 – Ilustração do Euclides de Alexandria



Fonte: Santos (2014, p. 63)

A proposta do autor para as ilustrações, conforme evidencia a Figura 12, foi mostrar a força visual que é possível adquirir com o uso da HQ para comentar fatos históricos (SANTOS, 2014).

A dissertação de Martins (2022), pensada para ensinar os conjuntos numéricos utilizando uma coletânea de HQ produzidos pela autora e aplicados com uma turma de 1º ano do Ensino Médio, traz “as aventuras de uma jovem chamada Alice que parte em uma viagem pelo mundo dos conjuntos numéricos.” (MARTINS, 2022, p. 40), correspondendo a outra proposta de utilização da HQ no ensino da Matemática.

Já a dissertação de Miranda (2019) traz “uma proposta para o ensino de trigonometria a partir do uso de quadrinhos como recurso didático”, com o objetivo de auxiliar no ensino e aprendizagem de trigonometria, utilizando da linguagem das tiras. O autor apresenta um produto educacional com o título “*As aventuras de Dreammer no mundo da Trigonometria*”, trazendo sugestões de como o professor pode trabalhar a HQ na sala de aula.

Em sua pesquisa, Miranda (2019) contribui para “percebermos que as HQ devem ser apropriadas como recurso pedagógico que mobiliza a construção de diversos saberes: a leitura, o trabalho em equipe, a criatividade, a criticidade e a reflexão” (p. 25). O pesquisador desenvolveu duas sequências didáticas, juntamente com uma História em Quadrinhos, contendo diversas tiras.

A utilização da HQ só é possível mediante a criatividade do professor e da maneira como ele pretende aproveitar as suas potencialidades, objetivando atingir o

seu foco educacional. Ela pode ser usada na introdução ou no desenvolvimento de um assunto, no aprofundamento do tema, como ilustração, para gerar discussões ou ainda no contraponto de uma notícia (SANTOS, 2014).

Nas dissertações consultadas, percebe-se um maior interesse pelos pesquisadores na aplicabilidade da HQ na educação básica, direcionado ao público infantojuvenil. Nesse sentido, não foram encontradas pesquisas envolvendo a História da Matemática na linguagem dos quadrinhos no Ensino Superior. Todavia, os objetivos nos quais esta pesquisa se propõe revelaram a ampliação da aplicabilidade das HQs, com a inclusão do público adulto.

Expostas essas considerações, esta produção pretende, mediante a confecção das tiras, apresentar as ideias desenvolvidas por Zenão, Eudoxo e Arquimedes a respeito do infinitésimo, contribuindo com a compreensão do cálculo.

Nesse sentido, o capítulo apresentado a seguir consistirá no desenvolvimento das discussões sobre a História da Matemática, descrevendo-a como recurso pedagógico importante para o ensino do cálculo.

3 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO

As discussões sobre a História da Matemática como método para o ensino da Matemática têm seu surgimento no século XVIII. O matemático Alexis Claude Clairaut, em sua obra “Éléments de géométrie”, (Elementos de geometria) tinha a preocupação em romper com a maneira tradicional como a geometria era apresentada em sala de aula. Foi então que ele procurou encontrar, na História da Matemática, os recursos para orientar a elaboração do seu método (MIGUEL; MIORIM, 2021).

Porém, a discussão instigada por Clairaut somente tomou uma maior proporção no final do século XIX e começo do século XX, devido tanto a programas oficiais de Matemática quanto à colocação do tema em congressos internacionais.

No Brasil, a História da Matemática começa a ganhar forma no final de 1990, principalmente em seus aspectos relacionados à Educação Matemática. Os temas abordados na época eram: i) História da Educação Matemática; ii) Concepções de professores de Matemática em relação à História da Matemática; iii) História da Matemática na formação do matemático e do professor de Matemática; iv) Utilização da História da Matemática como recurso pedagógico.

É em particular nesse cenário que o Grupo Pesquisa em História da Matemática (GPHM) e/ou suas relações com a Educação Matemática buscou construir as fundamentações que pudessem ajudar na utilização da história no ensino. A estruturação da História da Matemática no Brasil continuou ganhando força, segundo Baroni, Teixeira e Nobre (2011), a partir da criação do Seminário Nacional de História da Matemática, que acontece a cada dois anos, e, em 1999, com a estruturação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat). Desde então, vários grupos começaram a surgir e a História da Matemática começou a ter várias facetas, tanto na pesquisa como na prática de sala de aula.

É possível perceber o quanto que se foi feito para que a História da Matemática fosse vista não apenas com uma disciplina ou algo que pode ser utilizado pelo professor para informar sobre um determinado assunto.

Conforme revela a pesquisa de Dias,

A História da Matemática vem se mostrando um campo vasto de possibilidades didáticas para o ensino-aprendizagem da Matemática, um ramo de estudo de como as teorias matemáticas se desenvolveram ao longo do tempo, mas especialmente uma fonte de materiais para utilização nas salas de aula (2014, p.15).

Na prática, ainda é perceptível que muitos professores têm dificuldades em trabalhar com a História da Matemática em suas aulas e que os livros didáticos não colaboram para uma mudança do antigo paradigma. Isso se deve ao fato de que os livros ainda apresentam os conteúdos retratando, de modo geral, datas, localização, e narrativas envolvendo nomes. Ou seja, o que se encontra a nível didático é uma história feita por pesquisadores e historiadores que se preocupam com o contexto científico do conhecimento matemático não centrado no aspecto escolar (DIAS, 2014). Isto dificulta a atividade a ser desenvolvida pelo professor e, conseqüentemente, não gera um maior e empolgante interesse por parte dos alunos.

O objetivo deste capítulo consiste em apresentar a História da Matemática como um recurso pedagógico, tanto para Matemática ministrada na educação básica como também para o ensino superior.

3.1 Potencialidades da História da Matemática

No decorrer da História da Matemática, descobrimos que a Matemática é uma construção humana, sendo desenvolvida ao longo do tempo possibilitando dessa maneira, compreender a origem das ideias que deram forma à cultura, como também observar aspectos humanos de seu desenvolvimento, como os homens que criaram essas ideias, quais as dificuldades enfrentadas por eles ou quais recursos havia em cada época. Ou seja, a História da Matemática se apresenta como um artefato que auxilia na compreensão da identidade cultural dos indivíduos envolvidos no processo.

Seguindo esta linha de raciocínio, D'Ambrosio (1999) afirma que "Acredito que um dos maiores erros que se praticam em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas" (p. 97). É possível não só conhecer as culturas de cada povo, como também as dificuldades enfrentadas por toda civilização que deu sua contribuição para o desenvolvimento da Matemática.

Entende-se que esses conceitos foram sendo construídos ao longo do tempo e não todo de uma só vez, como geralmente é transmitida para os alunos. Como

afirmam Miguel e Miorim (2021, p. 49), “a forma lógica e emplumada através da qual o conteúdo matemático é normalmente exposto aos alunos não reflete o modo como esse conhecimento foi historicamente produzido”.

Mediante ao exposto, percebe-se que a forma como os conteúdos são ministrados em sala de aula, tanto na educação básica como no curso de licenciatura em Matemática, dão a entender que os matemáticos nunca tiveram dificuldades e que a Matemática sempre esteve pronta e acabada, sem deixar claro para os alunos que assim como as demais ciências, a Matemática foi evoluindo e se transformando junto com a humanidade, como pontuado na citação de Brolezzi (1999) quando discorre no que diz respeito “o surgimento do cálculo no século dezessete está em plena conexão com a busca de meio para simplificar os métodos gregos, como o método da exaustão” (p. 3).

Defende-se, assim como muitos autores, a “importância da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, por considerar que isso possibilitaria desmistificação da Matemática e o estímulo a não alienação do seu ensino” (MIGUEL; MIORIM, 2021, p. 49). Com isso, então, caberia à História estabelecer essa conciliação, desmistificando os cursos regulares de Matemática que ainda propagam a falsa impressão de que ela é harmoniosa.

Outra importante contribuição da História da Matemática como elemento da evolução humana é defendida por Meserve, professor da Universidade de Vermont ao expressar:

Que a História da Matemática aparece como elemento que poderia subsidiar a compreensão de certos tópicos matemáticos por parte do estudante, tópicos que lhe deveriam ser ensinados a partir de técnicas de resolução de problemas (MESERVE, 1980, p. 398).

Para o autor, somente dessa maneira os estudantes estariam desafiados a criar atividades em sala e, ao mesmo tempo, poderiam obter o conhecimento de como os problemas foram resolvidos no passado.

Pode-se ainda utilizar os argumentos de Zúñiga, trazidos por Miguel e Miorim (2021), nos quais afirma que a história poderia e deveria esclarecer conceitos matemáticos que deveriam ser estudados. Isso é possível não trazendo para sala de aula fatos ou informações breves sobre determinado assunto para se chegar ao

objetivo. Estas deveriam, sim, ser ministradas utilizando uma ordem histórica da construção, que seria adaptada ao presente.

Outra forma de valer-se da história, conforme Fossa (2001), vem por intermédio de um viés com os textos históricos, tomando-os como base para a construção do conteúdo a ser trabalhado em sala de aula. A História da Matemática poderia ser usada como uma fonte de produção de atividades, sendo essa uma das maneiras mais compreensíveis de ensinar Matemática. Nesse sentido, Mendes comunga com Fossa, ao adotar essa nova concepção do uso da História da Matemática. Além disso, ele ainda aponta os benefícios para o professor e aluno, como pode ser visto a seguir:

[...] adotando essa nova concepção sobre o uso da história da Matemática, o professor poderá usá-la como fonte de enriquecimento pedagógico e conduzir suas atividades num caminho crescente, em que o aluno investigue, discuta, sintetize e reconstrua as noções matemáticas anteriormente vistas como definitivas sem que o aspecto histórico tivesse sido usado para despertar o interesse de quem as aprende [...] (MENDES, 2001, p. 32).

Concordando com essa ideia, é possível observar que a nova maneira de utilizar a História da Matemática enriquece a forma como o professor ministra suas aulas, ao mesmo tempo em que, também, desperta no aluno a curiosidade e o senso crítico.

A utilização correta da História da Matemática, como foi elencado ao longo dessa seção, seria uma das possibilidades que poderia evitar certas dificuldades dos alunos na disciplina do Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Conforme Nasser (2007), as principais dificuldades dos alunos nesta disciplina estão na compreensão das noções de função, limites e derivadas, no domínio do Teorema Fundamental do Cálculo, e esses problemas vêm se agravando no decorrer do tempo.

A sugestão dada por Fossa (1995; 2001), de construir atividades usando os materiais históricos, faria com que o aluno passasse a conhecer e entender os conceitos matemáticos contidos no material didático. Nessas atividades, os alunos passariam a identificar como cada matemático se relacionava com os conteúdos na sua época e de que maneira as mudanças ocorreram no decorrer do tempo, interferindo, assim, no modo do ensinar e aprender a Matemática, perspectiva esta reforçada nesta produção.

Suscitados esses apontamentos faz-se necessário abordar algumas possibilidades do uso da História da Matemática no ensino do cálculo, a seguir.

3.2 Uso da História da Matemática no ensino do cálculo

Aqui temos a proposta de apresentar a História da Matemática não só como uma disciplina dentro do curso de Matemática. Como sugere Grattan-Guinness, “em nível universitário a história não só pode como deve estar presente nos conteúdos ensinados”. Conforme Miguel e Miorim (2021, p.61) “Não se trata de fazer da História da Matemática uma disciplina à parte, como se ela fosse um ramo separado da Matemática, mas de encará-la como parte essencial de todo o ramo”.

Ao ministrar a disciplina do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), no curso de licenciatura em Matemática, não se pode apenas trazer fatos isolados de conteúdo ou ministrar a disciplina em forma de seminário, no qual o aluno irá apresentar para a turma um determinado assunto escolhido pelo professor, ou até mesmo assistir vídeos sobre matemáticos antigos, sem, no final da atividade, relacionar o que foi visto com os conteúdos matemáticos que estão sendo estudados ou até mesmo uma discussão sobre o que foi assistido.

É possível perceber que os nossos alunos (futuros professores) não terão o menor interesse na disciplina de História da Matemática se o objetivo for, tão somente, concluir a disciplina o quanto antes. Se esse estudante de licenciatura retorna para sala de aula, como professor do ensino básico ou professor universitário, não demonstrará a mínima base para trabalhar a História da Matemática com os seus alunos.

Para que essa situação não se torne comum nas licenciaturas em Matemática, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) lançou, em 2002, um documento no propósito de contribuir para as discussões, no qual destaca quais conteúdos devem compor os chamados conhecimentos essenciais do futuro professor, destacando-se o Cálculo Diferencial e Integral (CDI), a análise matemática e a geometria, entre outros, pois são eles que “vão constituir os chamados conhecimentos substantivos do futuro professor” (SBEM, 2002, p.14).

O documento, há uma década, vem colocando em discussão no meio educacional a ênfase para importância de se ter a História da Matemática no currículo da licenciatura, destacando a necessidade da utilização da história em outras disciplinas do curso. Já as disciplinas que fazem parte dos conteúdos da educação básica devem ser ministradas considerando seus vários aspectos, principalmente os

históricos e epistemológicos, criando, assim, uma junção com as demais disciplinas do curso de licenciatura em Matemática.

Ou seja, o conjunto de conhecimentos matemáticos, tais como os conceitos, as definições e os procedimentos devem ser selecionados e abordados:

De forma a possibilitar ao professor em formação conhecimento amplo, consistente e articulado da Matemática, colocando em destaque aspectos de sua construção histórica, suas aplicações em outras áreas, os principais métodos utilizados por matemáticos ao longo dos tempos, os desafios atuais dessa área de conhecimento e as pesquisas matemáticas em desenvolvimento (SBEM, 2002, p. 14).

É se apropriando dessa citação que se ressalta a importância da História da Matemática na disciplina do Cálculo Diferencial e Integral (CDI). É sabido que os discentes do curso de licenciatura em Matemática, em sua maioria, acreditam que o advento do cálculo se deu por Newton e Leibniz, com o conteúdo de limites, e há alunos que não estão interessados em saber como se deu esse desenvolvimento, já que em sala de aula é transmitido um conteúdo sem a mínima preocupação em falar sobre a história do cálculo.

Então, podemos nos perguntar: Quem foram os precursores do Cálculo Diferencial e Integral (CDI)? Em que civilização se iniciou os estudos do cálculo ou que poderia ter dado origem ao cálculo? São esses e outros questionamentos que, ao estudar História da Matemática, o aluno terá, não só conhecimento de como surgiu determinado conceito ou conteúdo. Deseja-se que os alunos e, principalmente, “os futuros professores tenham, por meio da História da Matemática, uma compreensão profunda e crítica das partes da Matemática que estuda” (DIAS, 2014, p. 18).

Ao se usar a História da Matemática como metodologia nas disciplinas, em especial a do Cálculo, os professores teriam como apresentar os elementos históricos como guia do processo de ensino do conteúdo. Estariam construindo uma linha do tempo, indicando a contribuição que cada civilização deu ao seu desenvolvimento, dando ênfase à como isso foi realizado, apresentando as dificuldades que eles tiveram na época para a formação do conceito. Dessa forma, o futuro professor estaria conhecendo com maior profundidade esse conteúdo, ou seja, conheceria os fundamentos epistemológicos e sua evolução (FIORENTINI, 2005).

Os primórdios do cálculo e as contribuições para o desenvolvimento do mesmo envolvem a contribuição direta e indireta de inúmeros matemáticos. Todavia, mediante os estudos e as pesquisas realizadas, optou-se por apresentar de que maneira o

filósofo Zenão de Eléia, com seus paradoxos, contribuiu para o desenvolvimento do cálculo infinitesimal e o conceito de limite.

Além dele, outros dois matemáticos na Grécia Antiga chamaram atenção pelos seus trabalhos e foram considerados no desenvolvimento desta pesquisa. Eudoxo, com o seu método de exaustão, e Arquimedes que, ao calcular a área da parábola, nos antecipa o que hoje chamamos de cálculo integral. Nessa época, os gregos não conseguiram fazer as formulações, como se tem hoje, de limite. O principal motivo está relacionado à linguagem algébrica, pelo simples fato de que “a Matemática grega não incluía um conceito geral de número e, conseqüentemente, nenhuma noção de uma variável contínua algébrica sobre a qual tais teorias pudessem ser logicamente baseadas” (BOYER, 1959, p. 29). Isso não impediu, porém, de termos as ideias sobre cálculo no mundo grego.

Concordamos com Brolezzi (1999) quando este afirma que é possível ensinar cálculo apossando-se da História da Matemática. Para ele, por meio dos problemas fundamentais do cálculo, é possível direcionar os estudantes à intuição dos conceitos atuais.

Nesse sentido, pretende-se realizar esse feito por intermédio da utilização do gênero tira livre, buscando despertar no aluno além da curiosidade o interesse, não somente acerca do desenvolvimento do cálculo. O recurso a ser utilizado, aliado à História da Matemática poderá ajudá-lo na compreensão dos temas e posteriormente na atuação profissional.

Ao fazer menção aos matemáticos Zenão, Eudoxo e Arquimedes, faz-se necessário detalhar a seguir as contribuições deixadas no que diz respeito ao Cálculo Diferencial e Integral (CDI).

3.3 Raízes do cálculo na Grécia Antiga

Ao estudar a História da Matemática, em especial no que se refere às antigas civilizações, como a Grécia, são perceptíveis as inúmeras contribuições deixadas por esses povos, em particular, para a Matemática. Nos estudos realizados, percebe-se que essas contribuições em relação à Matemática vão desde a invenção dos números até o surgimento do cálculo, conforme atesta Boyer:

O Cálculo teve sua origem nas dificuldades encontradas pelos antigos matemáticos gregos na sua tentativa de expressar suas ideias intuitivas sobre as razões ou proporções de segmentos de retas, que vagamente reconheciam como contínuas, em termos de números, que consideravam discretos (1959, p. 4).

Eles foram os primeiros a buscar compreender os sinais ligados ao infinito, ao contínuo e ao infinitésimo e isso aconteceu com a procura que eles fizeram para explicar o movimento e a formação dos seres. Da ideia de movimento, surgem os primeiros conceitos do cálculo diferencial e integral (BROLEZZI, 1999).

Dentre os matemáticos que deram sua contribuição na Grécia Antiga, esta pesquisa focalizará nas ideias deixadas por Zenão, com os seus paradoxos, Eudoxo, com a teoria das proporções e o seu método de exaustão, e Arquimedes, que por intermédio do trabalho intitulado “A quadratura da parábola” nos deu a ideia já no século V, a.C., de integral. Nos subitens seguintes serão abordados cada um desses matemáticos, expondo de que forma eles contribuíram para a origem do cálculo e como surgiram os infinitésimos.

3.3.1 Zenão e seus paradoxos

Zenão de Eleia, nascido por volta de 495 a.C., foi aluno da escola Eleata, discípulo e defensor de Parmênides. Ele sintetizou o método da demonstração por absurdo e foi conceituado por Aristóteles como o inventor da dialética.

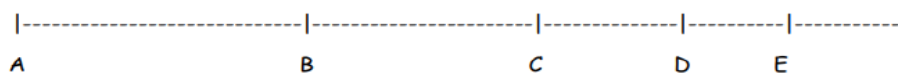
Zenão ficou conhecido na história pelos seus paradoxos (proposição ou argumento que contraria os princípios básicos e gerais que costumam orientar o pensamento humano). Eles retratam sobre problemas fundamentais que envolvem noções de grandezas, multiplicidade, espaço, movimento, tempo e percepção sensível.

Dentre esses paradoxos os mais conhecidos e que chamaram a atenção foram os seguintes: Dicotomia, Aquiles e a Tartaruga. Esses dois garantem que movimento é impossível sob a hipótese de subdivisibilidade infinita do espaço e do tempo. Já o paradoxo do Estádio e o da Flecha garantem o mesmo, sob a hipótese contrária, ou seja, a subdivisibilidade do tempo e do espaço terminaria em indivisível.

A seguir será apresentado o que cada um desses paradoxos quer nos dizer e qual é a sua importância para a origem do cálculo. No paradoxo de Aquiles e a Tartaruga, Zenão nos mostra que “se o espaço e o tempo são (infinitamente) divisíveis

então o movimento é impossível” (BARON; BOS, 1985, p. 23). Baron abrevia de forma didática o seu argumento.

Figura 13 – A corrida entre Aquiles e a tartaruga



Fonte: Rezende (2003 p. 95)

Se a tartaruga está em **B** e Aquiles em **A**, Aquiles nunca pega a tartaruga, pois, no momento que Aquiles chega no ponto **B**, a tartaruga estará em algum ponto **C** adiante, e quando Aquiles chega em **C**, a tartaruga estará em algum ponto **D** adiante, e assim por diante *ad infinitum*: a tartaruga estará sempre na frente (BARON; BOS, 1985, p. 23).

Com esse paradoxo Zenão, conclui que o tempo não pode ser infinitamente divisível. Outro argumento parecido, mas referente ao espaço, é o paradoxo da dicotomia. Segundo Roque (2012, p. 135): “Para que possamos percorrer uma dada distância AB entre os pontos A e B , é preciso percorrer primeiro a metade de AB , ou seja, AP_1 . Mas, para percorrer AP_1 , é necessário percorrer primeiro a metade desse segmento, ou seja, AP_2 ”.

Portanto, esse argumento consiste em dizer que, se a distância AB pode ser infinitamente subdividida, para iniciar um movimento é preciso, em tempo finito, começar a percorrer infinitas subdivisões menores do espaço, o que é impossível. Esse exemplo é o contrário do anterior, sendo necessário mostrar que o espaço que sobra, após essas subdivisões infinitas, é zero.

Os paradoxos da flecha e do estádio foram criados por Zenão para contrariar os indivisíveis, conforme Brolezzi (1996, p. 23):

[...] Supõe, inicialmente, por absurdo, que o tempo seja, de fato, constituído por instantes indivisíveis e que o espaço seja formado por pontos também indivisíveis. Consideremos agora um estádio onde os corredores são pontos indivisíveis. Há três grupos de cinco corredores em uma pista de atletismo: cinco estão imóveis, e os dois outros grupos estão correndo em sentidos contrários, conforme é apresentado abaixo.

Figura 14 – Três grupos de cinco corredores em uma pista de atletismo

		A	B	C	D	E		
F	G	H	I	J	→			
			←	K	L	M	N	O

Fonte: Brolezzi (1996, p. 23)

Considerando que a velocidade dos corredores é tal que percorram a distância entre dois pontos em um instante, então o "ponto-corredor" J irá passar de C para D em um "instante", enquanto o "ponto-corredor" K irá passar de C para B no mesmo instante, conforme mostra no esquema logo a seguir.

Figura 15 – Três grupos de cinco corredores em uma pista de atletismo

		A	B	C	D	E		
	F	G	H	I	J	→		
		←	K	L	M	N	O	

Fonte: Brolezzi, (1996, p. 23)

Entretanto, o corredor K passou por dois "pontos" J e I, encontrando-se agora sob o corredor H. Ora, o tempo necessário para passar por dois pontos é dois instantes; logo, um instante é igual há dois instantes, o que é uma contradição.

No paradoxo da flecha, Zenão prova que “se existem unidades de tempo e de espaço indivisíveis então o movimento é impossível”. O seu argumento pode ser exposto nas palavras de Baron:

Considere uma flecha e assegure razoavelmente que a flecha deve estar num certo ponto num dado instante: como ela não pode estar em dois lugares no mesmo instante, não pode se mover nesse instante, se, por outro lado, está em repouso nesse instante, então, como o argumento se aplica para outros instantes, ela não pode se mover de jeito nenhum (BARON; BOS, 1985, p. 23).

No entanto, como o movimento da flecha é possível, Zenão conclui, a partir deste argumento, que o espaço e o tempo não possuem elementos indivisíveis. Uma solução para esses problemas vem com o advento do Cálculo Diferencial e Integral

(CDI), no aspecto físico, pela matemática da integração – a soma infinita de partes infinitamente pequenas pode resultar numa quantidade finita em um intervalo de tempo finito, e no aspecto metafísico, pelas Mônadas de Leibniz – o espaço contínuo pode ser constituído de partes indivisíveis, infinitamente pequenas, sem necessidade do vácuo (ABRAHÃO, 2009).

Percebe-se nesses quatro paradoxos de Zenão que o seu objetivo era mostrar a impossibilidade do movimento contínuo e, à medida que ele foi criando seus argumentos, negando a todo custo a existência do infinito usando o absurdo, ele estaria preparando o caminho para o desenvolvimento de conceitos básicos do cálculo. Zenão não usou o infinitésimo, como foi possível perceber ao longo dos seus paradoxos, pois ele dizia que essa ideia de infinitésimo era absurda, como atesta Brolezzi (1999, p. 39):

Zenão dizia que a ideia de infinitésimos é totalmente absurda, pois se possuem algum comprimento, então uma quantidade infinita deles irá compor uma reta de comprimento infinito; e se não têm nenhum comprimento, então uma quantidade infinita deles tampouco terá comprimento algum.

Dos seus paradoxos, o que surge é uma dualidade chamada de variabilidade/permanência, termo essencial para o desenvolvimento do cálculo. Essa dualidade surge na perseguição da “unidade e a invariabilidade do mundo” da filosofia eleática, e o seu principal representante é Zenão (REZENDE, 2003).

É perceptível que, com essa afirmação, Zenão reforça o desprezo pelo infinito, ou melhor, o que surge na cultura grega antiga é o chamado “horror ao infinito”, que na Matemática teve consequências muito importantes. Conforme Boyer (1974), a Matemática não era mais a mesma, tendo assim uma nova configuração.

As grandezas não são associadas a números ou pedras, mas a segmentos de reta. Em *Os Elementos* os próprios inteiros são representados por segmentos. O reino dos números continuava a ser discreto, mas o mundo das grandezas contínuas (e esse continha a maior parte da Matemática pré-helênica e pitagórica) era algo à parte dos números e devia ser tratado por métodos geométricos (BOYER, 1974, p. 87).

Várias contribuições surgiram com o chamado “horror ao infinito”. Dentre elas o desenvolvimento da álgebra geométrica que consistia na resolução de problemas aritméticos ou algébricos, lidando diretamente com grandezas contínuas.

A seguir, será apresentada outra figura relevante na História da Matemática e suas contribuições com o ressurgimento das ideias de infinitésimo.

3.3.2 Eudoxo e seu método de exaustão

Eudoxo (408-355 a.C), membro da antiga escola de Pitágoras físico e astrônomo segundo Roque (2012), possui inúmeras contribuições para a matemática. Atualmente, é considerado um dos maiores matemáticos do período helênico, conhecido na Matemática ao relacionar diretamente sua Teoria das Proporções, que mais tarde foi utilizada por Arquimedes, para calcular áreas e volumes de figuras curvilíneas.

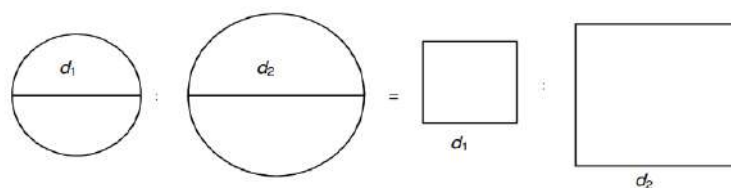
Eudoxo deu uma nova definição para a teoria das proporções, também trabalhou em um novo conceito de razão excluindo o zero, e esclarecendo o que se entende por grandeza da mesma espécie. Por exemplo, “um segmento de reta não pode ser comparado, em termo de razão, com uma área; nem uma área com um volume” (BOYER, 2012, p. 80).

Com essas observações, foi possível uma definição de caráter mais geral em relação à proporção, permitindo que os quatro termos da proporção fossem todos grandezas geométricas, evitando por completo qualquer extensão à ideia pitagórica de número. Essa formulação encontra-se no livro “Elementos de Euclides” volume V, definição 5, enunciada abaixo:

Magnitudes são ditas estar na mesma razão, uma primeira para uma segunda e uma terceira para uma quarta, quando os mesmos múltiplos da primeira e da terceira ou, ao mesmo tempo, excedam ou, ao mesmo tempo, sejam iguais ou, ao mesmo tempo, sejam inferiores aos mesmos múltiplos da segunda e da quarta, relativamente a qualquer tipo que seja de multiplicação, cada um de cada um, tendo sido tomados correspondentes. (EUCLIDES, 2009, p. 205).

Com essa definição, Eudoxo passa a ter um grande instrumento que é: “a razão entre as áreas de dois círculos” como sendo equivalente a “a razão entre os quadrados construídos sobre os diâmetros dos círculos” (BROLEZZI, 1996, p. 26), como pode ser visualizado a seguir.

Figura 16 – Razão entre a área de dois círculos e dois quadrados



Fonte: Brolezzi (1996, p. 26)

Com esse mecanismo, ele desenvolve o seu método de exaustão que tem como base principal o seguinte axioma, conforme Boyer:

Se de uma grandeza qualquer subtrairmos uma parte não menor que sua metade e, do resto novamente subtrair-se não menos que a metade e se esse processo de subtração é continuado, finalmente restará uma grandeza menor que qualquer grandeza de mesma espécie. (2012, p. 81).

Esse axioma, que é conhecido como a base para o método de exaustão, passou a ser usado pelos gregos para eliminar qualquer forma de uso de infinito e infinitésimo, sendo que pode ter sido a célula mãe para operações de limites, como atesta Rezende (2003, p. 119): ‘uma vez que este axioma, sendo a ‘célula mãe’ da operação de limite, será usado para negar aquele que é o ‘regente básico’ desta ‘operação’. Deste modo, Eudoxo não usa os infinitésimos e diz que não precisa ir até o infinito para de fato atingir o limite, mas apenas afirma que se pode chegar a uma grandeza tão pequena quanto qualquer outra dada (BELL, 1948).

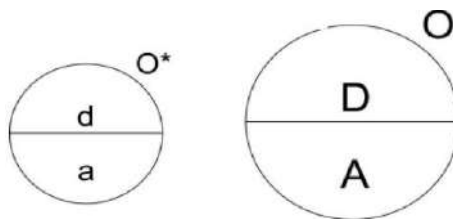
A grande diferença do método de exaustão e o limite do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) consistem no fato de os gregos não realizarem a passagem ao infinito, pois não tinham noção de um *continuum* aritmético. É possível observar que nesta época existia a noção de limite.

Então, a definição da proporção, para Brolezzi (1996), pode ser muito bem relacionada à noção de limite utilizando um procedimento geométrico, ou seja, demonstrando a proporção entre as áreas e os diâmetros.

Considerando duas circunferências que serão representadas pelas seguintes letras O e O* tal que O possui área A e diâmetro D e O* possui área a e diâmetro d, é possível obter a seguinte proporção:

$$a: A :: d^2: D^2.$$

Figura 17 – Representação geométrica de O e O*



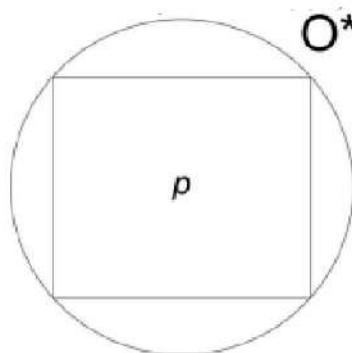
Fonte: Godim (2014, p. 32)

Segundo Boyer (2012), para demonstrar essa proporção, é preciso mostrar que $\frac{a}{A} < \frac{d^2}{D^2}$ e $\frac{a}{A} > \frac{d^2}{D^2}$ são possibilidades falsas, ou seja, é preciso utilizar o que se conhece na Matemática como demonstração por absurdo.

Aplicando a demonstração por absurdo e dizendo que esta proporção não é válida, explica-se que haveria outra área a' onde $a':A :: d^2:D^2$. Todavia, “[...] se a' for *menor* que a , então no círculo de área a podemos inscrever um polígono de área p , tal que p seja *maior* que a' e menor que a ” (BROLEZZI, 1996, p. 27)”.

Para que este processo seja visualizado, suponha que um polígono de área p seja um quadrado, como visto a seguir.

Figura 18 – Inscrição de um polígono p no círculo de área a



Fonte: Gondim (2014, p. 32)

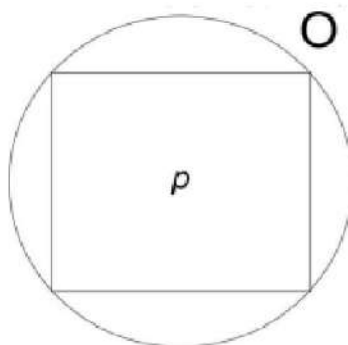
Boyer (2012) evidencia que se a grandeza prefixada $a - a'$ então $\varepsilon > 0$. No círculo O^* foi inscrito um polígono de área p com o mesmo número de lados do polígono de área p , onde são consideradas as áreas fora dos polígonos, mas dentro do círculo, conforme Figura 18. Ou seja, se p é a área de um polígono semelhante inscrito no círculo O , então sabemos que $p:p :: d^2:D^2 :: a':A$.

Porém, $p > a'$, então $p > A$. Portanto, isso nos leva a um absurdo, pois o polígono está inscrito no círculo e não pode ter área maior que ele. Essa

demonstração pode ser utilizada para mostrar também que a suposição $a' > a$ também é um absurdo, o que significa dizer que a única possibilidade verdadeira é $a : A :: d^2 : D^2$: (BROLEZZI, 1996), conforme a Figura 19.

Note-se que o método da exaustão não exige que o polígono inscrito chegue a coincidir com o círculo, mas apenas lida com o fato de a diferença poder ser tão pequena quanto desejarmos. Essa noção, intuitivamente, relaciona-se com a ideia de limites, dessa forma é similar em termos de raciocínio com o uso desse conceito.

Figura 19
32 – Inscrição de um polígono p no círculo de área A



Fonte: Gondim (2014, p. 33)

Conforme Brolezzi (1996, p. 27), ao considerar as áreas dos polígonos inscritos como uma “[...] sequência infinita $p_1, p_2, p_3, p_4 \dots, p_n, \dots$ teríamos um limite C tal que, dado qualquer número positivo ε , podemos encontrar outro inteiro positivo N , tal que para $n > N$ $|C - p_n| < \varepsilon$ ”. Dessa forma, é possível demonstrar que:

$$|C - P_n| < \varepsilon$$

Segundo Brolezzi (2006, p. 27), os limites são trabalhados de forma mecânica, ou seja, ao ensinar “[...] limites não se faz uso de noções intuitivas de área, [...] que ilustrem o que está acontecendo em cada passo”. À vista disso, pode-se observar a História da Matemática sendo usada como justificativa dos porquês, como apresenta Miguel (1993).

Como pormenorizado, Eudoxo não utilizou em suas demonstrações o infinitésimo e sim redução ao absurdo. Mas, mesmo recusando o uso nos seus trabalhos, ele nos deixa, assim como Zenão, sua contribuição para o desenvolvimento do cálculo que irá se estruturar no século XVIII.

Finalizando essa série de precursores do cálculo será apresentado Arquimedes, e em particular sua contribuição para o cálculo da área sob a curva da parábola. Uma das figuras mais conceituadas da Grécia Antiga, Arquimedes contribuiu para o desenvolvimento não só do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), interessando-se por diversos assuntos “interessando-se por assuntos desde a Matemática pura e a astronomia até mecânica e a engenharia” (p.90), como atesta Aaboe (2013).

3.3.3 Arquimedes e a quadratura da parábola

Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.) é considerado consensualmente o maior matemático da antiguidade. Superou todos os outros pela quantidade e dificuldade dos problemas de que tratou pela originalidade de seus métodos e pelo rigor de suas demonstrações (BOYER, 1992).

Ele não só nos deixou inúmeras contribuições na Matemática, mas também na Física, criando dois ramos: a estática e a hidrostática. Ficou famoso em suas invenções relacionadas à mecânica, sendo algumas delas usadas na defesa de Siracusa contra o ataque das tropas romanas comandadas por Marcelo.

Segundo Aaboe, (2013, p. 96) “[...] os livros de Arquimedes estão devotados à matemática pura”, sobretudo os que envolvem Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Por exemplo, em seu livro “Sobre a Esfera e o Cilindro”, Arquimedes demonstra que “[...] o volume de uma esfera é dois terços do volume do cilindro circunscrito, enquanto a área da sua superfície é igual à área de quatro círculos máximos” (AABOE, 2013, p. 97). Já nos livros “A Medida de um Círculo”, “A quadratura da Parábola” e “Sobre os Espirais”, vê-se uma dedicação à geometria plana, buscando demonstrar o que hoje conhecemos por π , o método de exaustão (cálculo integral) e espiral de Arquimedes, respectivamente (AABOE, 2013).

Dentre as inúmeras obras de Arquimedes, a que nos chama a atenção, visto que consta o que hoje chamamos de cálculo integral, é a sua obra “O Método”. Arquimedes consegue chegar ao seguinte resultado: um segmento parabólico é $\frac{4}{3}$ do triângulo de mesma base e vértice (o vértice do segmento é o ponto a partir do qual a perpendicular à base é maior).

Essa obra só foi descoberta em 1906. Nela “ele explica ao seu amigo Eratóstenes como tinha chegado a alguns resultados (na verdade, quase efetuando

integrações em muitos casos importantes) para os quais buscava novas provas”. (BOYER, 1992, p. 29). Segundo Boyer,

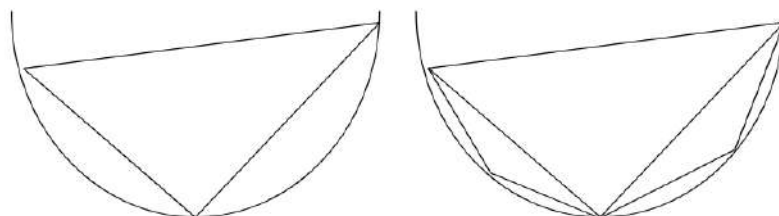
A base do método de Arquimedes está em considerar que superfícies são constituídas por retas. Não sabemos se considerava que haveria infinitos segmentos de retas compondo a área de uma figura. Parece que os considerava como indivisíveis, pois chegava a muitos resultados pelo método da balança, usando o princípio do nivelamento como quem estivesse pesando mecanicamente uma coleção de lâminas finas ou de fitas de algum material pesado (1959, p. 50).

Após usar o seu método mecânico, ele fazia uma nova demonstração utilizando o método de exaustão. Foi dessa maneira que ele encontrou a quadratura da parábola que hoje é conhecida como o cálculo da integral.

Para demonstrar o resultado obtido para a área sob a curva da parábola, Arquimedes inscreve no segmento parabólico um triângulo de área A , tendo a mesma base e vértice que o segmento, e mostra que a área do segmento parabólico tem área RA . No interior de cada um dos segmentos menores tendo os lados do triângulo como base, ele inscreve triângulos similares. Dado continuidade da mesma forma, ele obtém uma série de polígonos com um número crescente de lados.

Arquimedes então demonstra que a área do n -ésimo polígono é dada pela soma de uma série. Arquimedes não achou o limite da série, apenas encontrou a soma dos n termos e acrescentou o restante, que pode ser feito tão pequeno quanto se desejarmos. Mas é importante ressaltar que ele não usa a noção de limite e sim o princípio da exaustão, o qual admite considerar que a área do segmento parabólico não podia ser nem maior nem menor que o valor obtido, que é $4/3 A$.

Figura 20 – Curva da parábola



Fonte: Brolezzi (1996, p.29)

Como pode ser visto, Arquimedes, assim como Eudoxo, não usou os infinitésimos para provar seus resultados e sim para indicá-los. Na discussão até aqui

foi possível perceber que os gregos, em especial Zenão, Eudoxo e Arquimedes, deram sua contribuição para o desenvolvimento do cálculo mesmo não usando os infinitésimos, porém, de forma indireta contribuíram com o seu surgimento.

É sabido que o cálculo não se desenvolveu na Grécia, mas teve suas raízes nela. E isso só não foi possível por falta de elementos básicos como o conceito de números, variável assim como certifica Boyer (1959, p. 29): a “Matemática grega não incluía um conceito geral de número e, conseqüentemente, nenhuma noção de uma variável contínua algébrica sobre a qual tais teorias pudessem ser logicamente baseadas”.

Com essa explanação sobre as contribuições que esses três gregos deram ao desenvolvimento do cálculo, é possível ver o quanto é importante o estudo da História da Matemática nos cursos de licenciatura em Matemática, pois com ela conseguimos compreender a construção de um conceito que teve sua origem dois séculos antes de Cristo (a.C), sem ter ainda uma linguagem algébrica simbólica.

4 METODOLOGIA

Este capítulo dedica-se à explanação a respeito da metodologia adotada nesta pesquisa, sua natureza e os procedimentos metodológicos utilizados para a coleta dos dados que foram utilizados na análise e validação da pesquisa.

Segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 45), “a metodologia é a aplicação de procedimentos e técnicas que devem ser observados para construção do conhecimento, com o propósito de comprovar sua validade e utilidade nos diversos âmbitos da sociedade”.

4.1 Pesquisa qualitativa

A produção desenvolvida trata-se de uma pesquisa qualitativa, com o intuito de compreender como os alunos (sujeitos) envolvidos se comportam diante da utilização de um novo procedimento metodológico para se estudar o conteúdo que é ministrado de forma tão tradicional.

Conforme Lüdke e André (1986, p. 11), “a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra, através do trabalho intensivo de campo”.

A escolha da abordagem qualitativa se deu pela pretensão de compreender como os sujeitos envolvidos na pesquisa se sairiam após assistir uma aula ministrada usando como ponto de partida o gênero tira, que abordou de forma simples a proposta da aula que transcorreu sobre as raízes do cálculo na Grécia Antiga.

A proposta após alguns encontros, foi que os sujeitos produzissem suas próprias tiras, e como o interesse estava em saber quem de fato aprendeu, e não quantos aprenderam o conteúdo ministrado em nossos encontros, este aspecto foi decisivo para a escolha da abordagem qualitativa.

A pesquisa qualitativa nos traz a compreensão do sujeito em seu contexto e proporciona ao pesquisador elucidar com mais detalhes o que está sendo estudado, além de fornecer várias maneiras para a sua realização.

Em relação ao tipo de abordagem, Gil (2002) descreve três grandes grupos de classificação: pesquisa descritiva, pesquisa explicativa e pesquisa exploratória, sendo a última o tipo de classificação utilizado nesta pesquisa.

Ademais, a pesquisa exploratória possui a finalidade de tornar o problema mais conhecido. De acordo com Gil (2002, p. 41), “pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou descobertas de intuições”.

Esse tipo de pesquisa permite um planejamento ajustável, para aprimorar as considerações variadas que podem ser encontradas referentes ao problema.

A pesquisa exploratória possui planejamento flexível, o que permite o estudo do tema sob diversos ângulos e aspectos. Em geral, envolve:

- Levantamento bibliográfico;
- Entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado;
- Análise de exemplos que estimulem a compreensão (PRODANOV; FREITAS 2013, p. 52).

Já para Gil (2002, p. 41), “embora o planejamento da pesquisa exploratória seja bastante flexível, na maioria dos casos assume a forma de pesquisa bibliográfica ou de um estudo de caso”. Sendo assim, esta pesquisa segue a abordagem exploratória, ao buscar entender as contribuições realizadas por Zenão, Eudoxo e Arquimedes para o desenvolvimento do cálculo, e como seus métodos influenciaram outros matemáticos.

Para que uma pesquisa qualitativa apresente-se de forma estruturada é preciso analisar os dados coletados. No entanto esta etapa pode ser realizada de diversas maneiras, tendo em vista que a mesma depende de muitos fatores, como afirma Gil (2002):

A análise qualitativa depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Pode-se, no entanto, definir esse processo como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório (p. 133).

Para a análise dos dados foi realizado uma correlação entre o questionário aplicado no primeiro encontro e as produções, no caso as tiras, desenvolvidas pelos sujeitos envolvidos no cenário de investigação.

Além disso, utilizou-se também a História da Matemática. Acredita-se que ela permite compreender melhor como atingimos os conhecimentos modernos e o porquê

de se ensinar este ou aquele conteúdo. Conforme o pensamento de Domingues (1992):

Nos últimos anos, vem se notando nos meios matemáticos preocupados com o ensino certo empenho em valorizar a história da matemática como recurso didático. As manifestações nesse sentido são diversas, culminando com a inclusão de uma disciplina específica sobre o assunto nos currículos de vários cursos de licenciatura em matemática. Essa tendência nos parece sobremaneira auspiciosa, sendo de lamentar apenas não ter ocorrido bem antes. A matemática desde os seus primórdios entrelaça-se tão intimamente com a história da civilização, sendo uma das alavancas principais do progresso humano, que sua história é não só altamente motivadora em termos de ensino como também rica em aspectos culturais (p. 1).

A pesquisa busca apresentar como a História da Matemática, por meio do gênero do discurso tira, recurso didático, pode auxiliar na compreensão dos sujeitos a respeito do surgimento do infinitésimo, sob o olhar de Zenão, Eudoxo e Arquimedes e sua contribuição para o Cálculo Diferencial e Integral (CDI).

4.2 Cenário da investigação

Inicialmente o local da aplicação da pesquisa seria a Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), no Campus VII, na cidade de Patos. Porém, devido à pandemia da *Coronavirus Disease 2019* (COVID -19), os calendários das universidades foram sendo adaptados de acordo com a realidade de cada estado e cidade, e conseqüentemente esse cenário remodelou esta questão, anteriormente definida para esta pesquisa. Muito embora o desejo inicial fosse realizar a aplicação da pesquisa no campus de Patos, após tentativa de aplicação da pesquisa foi sugerido em uma conversa com o orientador desta produção a escolha de outra universidade.

Devido às questões outrora mencionadas, e tendo em vista que as turmas do campus VII iriam entrar de férias e só regressariam no final de agosto do ano de 2022, tornava-se viável o desenvolvimento desta etapa da dissertação em uma universidade que estivesse em funcionamento durante os meses de julho e agosto.

Após averiguação do calendário acadêmico de algumas universidades, optou-se pela aplicação da pesquisa na Universidade Regional do Cariri (URCA), Campus Universitário do CRAJUBAR, localizado na Av. Leão Sampaio km 02 s/n - Triângulo - na cidade de Juazeiro do Norte/Ceará.

O curso de licenciatura plena em Matemática (antigo curso de ciências com habilitação em Matemática), criado em 5 de agosto de 1986, oferece 80 vagas anualmente, sendo 40 por semestre, funcionando no turno noturno. O tempo mínimo do curso é oito semestres letivos e, o máximo 12.

Além disso, o turno diurno destina-se à turma do Mestrado profissional em Matemática em rede nacional (PROFMAT), constituída de alunos oriundos das cidades de Juazeiro do Norte (onde se localiza o campus), Crato, Barbalha e Missão Velha, ambas localidades do estado do Ceará e adjacentes a Juazeiro, além de outras localidades e estados, como Pernambuco.

O quadro docente é composto por 21 professores, sendo destes três substitutos. Quanto à titulação dos docentes do curso, há dez doutores, oito mestres e três doutorandos. Ademais, o curso possui um laboratório de matemática que é utilizado pelos alunos em algumas atividades direcionadas pelo professor.

Cumprir mencionar que além do curso de Matemática, ainda funcionam no campus os cursos de Física, Engenharia da Produção e Construção Civil (Tecnólogo: Edifícios e Topografia).

No que diz respeito especificamente a pesquisa, esta foi realizada com uma turma que já tinha cursado Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e estava cursando História da Matemática. Essa turma tinha 14 alunos matriculados, mas apenas 11 cursaram a disciplina e somente 10 responderam ao formulário que foi trabalhado no primeiro encontro. Ao final, apenas 6 finalizaram a pesquisa em razão da desistência dos demais sujeitos de cursarem a disciplina.

O primeiro contato com a universidade foi realizado por intermédio do professor da disciplina, por meio de telefone. Em seguida foi marcada uma reunião pela plataforma virtual *Google Meet* para esclarecer como seriam os encontros com a turma, pormenorizado a seguir.

4.2.1 Os encontros

Ao total foram realizados quatro encontros durante o turno noturno, na sala de aula da turma selecionada. Em todos os encontros o professor da disciplina esteve presente, dando assistência para o que precisasse, e com o intuito de esclarecer para os sujeitos participantes como seria a dinâmica da pesquisa, foi elaborado um cronograma (Quadro 2) descrevendo cada atividade e o que seria desenvolvido nas aulas.

Quadro 2 - Cronograma para o desenvolvimento das atividades

Dia/Mês/Ano	Atividades
27/07/2022	I. Apresentação da proposta para os alunos, escolha do pseudônimo, preenchimento do formulário e do termo de consentimento.
03/08/2022	I. Entrega das tiras produzidas pela autora da pesquisa, para que os alunos pudessem ler, analisar e discutir. II. Discussões do assunto utilizando <i>slides</i> , textos extraídos de livros e teses, assim como indicação de leitura.
17/08/2022	I. Ensino da produção das histórias em quadrinhos (HQ) e em seguida convite para que os sujeitos (alunos) produzissem as suas, mediante orientação da pesquisadora. O desenvolvimento da tira poderá ser realizado em casa, após o encontro.
24/08/2022	I. Apresentações das produções realizadas pelos sujeitos (alunos) e em seguida realização das discussões sobre as tiras.

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

A partir do cronograma exposto, pode-se observar que o primeiro encontro com a turma iniciou no dia 27 de julho de 2022 e prolongou-se até o dia 24 de agosto de 2022. Todavia, este último encontro estava previsto para ocorrer no dia 17 de agosto, mas como o professor tinha uma atividade para desenvolver com a turma, foi realizada a troca da data. Vale mencionar que essa troca não prejudicou o andamento da aplicação, e o detalhamento de cada encontro poderá ser visualizado nas descrições a seguir.

1º Encontro

Quarta-feira, dia 22 de julho de 2022

O primeiro encontro iniciou no segundo horário da aula dos alunos, às 20h10 com a presença de 10 alunos, e o professor da disciplina. Houve uma apresentação dos envolvidos na pesquisa, exposição da proposta e solicitação do preenchimento de um formulário contendo um questionário (Apêndice A e B) com o objetivo de compreender o que os sujeitos entendiam e sabiam sobre o desenvolvimento do cálculo.

O preenchimento do formulário se deu após a apresentação de cada sujeito envolvido na aplicação. Este documento continha as informações pessoais, a escolha de um pseudônimo – a ser colocado nas tiras para serem apresentadas no último

encontro – três questões sobre o conteúdo que iria ser trabalhado, além do termo de consentimento livre e esclarecido.

Foi esclarecido que as questões sobre o conteúdo deveriam ser preenchidas sem sua discussão antecipada. Os alunos foram instruídos desse modo, pois o objetivo era coletar os dados a fim de fazer uma análise dos conhecimentos prévios antes das discussões ocorrerem.

Durante o preenchimento do formulário, o que mais chamou atenção da pesquisadora foi a escolha do pseudônimo. Eles ficaram um pouco inquietos e questionaram o porquê. Mesmo depois da explicação, eles queriam colocar o próprio nome, todavia foi reforçado a importância de se ter pseudônimo, mencionado sobre as futuras produções, e então eles começaram a pensar em nomes bem divertidos e descontraídos para colocar. Neste primeiro momento foram coletadas todas as informações que tinham sido propostas, conforme o cronograma.

2º Encontro

Quarta-feira, 03 de agosto de 2022

A proposta deste dia foi apresentar as contribuições deixadas por Zenão, Eudoxo e Arquimedes para o desenvolvimento do cálculo, em especial dos infinitésimos. A discussão iniciou-se utilizando como recurso uma tira elaborada pela autora deste texto (Apêndice B). Na tira foram apresentados, de forma simples, os três matemáticos e algumas de suas contribuições para a Matemática.

Essa forma de iniciar o conteúdo chamou a atenção dos alunos, pois alguns ficaram curiosos para saber mais sobre a história e contribuição dos três matemáticos apresentados. Posteriormente alguns questionamentos foram explanados: Quem foram os matemáticos gregos que contribuíram para o desenvolvimento do cálculo? De que forma se deu essa contribuição? Qual foi o maior mentor dessa jornada na Grécia antiga?

Seguido desses questionamentos, foi realizado em forma de *slide* uma apresentação com algumas contribuições deixadas por cada matemático, além de explicar de que forma eles contribuíram para o surgimento do infinitésimo, deixando claro que eles não o utilizaram em seus trabalhos, mas indiretamente deram sua colaboração para o desenvolvimento desse conceito. Nesse momento, procurou-se relacionar os paradoxos de Zenão com a Matemática estudada nas aulas do cálculo, tentando mostrar para os sujeitos da pesquisa como estudos realizados antes de

Cristo (a.C) estavam presentes na sala de aula. Para esses estudos foram utilizados textos-base de Baron, M. E. E e Bos, H. J. M (1985); Boyer, (1959, 2012); Brolezzi (1996). Além dessas referências utilizadas em sala, foi indicado para os alunos livros, teses, dissertações e artigos complementares para que eles continuassem seus estudos em casa.

Para finalizar esse encontro, deram-se as orientações sobre o próximo que foi realizado com a presença da professora convidada Aylla Gabriela Paiva de Araújo que ministrou uma oficina sobre produção de quadrinhos. Então, foi sugerido que os alunos já pensassem como poderiam produzir suas tiras para que no próximo momento tirassem as dúvidas com a professora convidada.

3º Encontro

Quarta-feira, 17 de agosto de 2022

Esse encontro foi realizado com a participação da professora da Universidade Estadual do Rio Grande do Norte (UERN), Aylla Gabriela Paiva de Araújo³, que desenvolveu um trabalho com os seus alunos da Residência Pedagógica⁴ utilizando as ferramentas que serão apresentadas aqui. Ela ministrou uma oficina com o tema: “A utilização de ferramentas tecnológicas para a criação de Histórias em Quadrinhos”, apresentando uma breve fundamentação sobre as HQ, focando sua utilização no ensino, mostrando grupos de pesquisa que trabalham com produção, como é o caso da Alfabeta-Zação⁵! Ademais, foram apresentadas algumas produções e alguns aplicativos que poderiam ser utilizados na produção das tiras ou quadrinhos, destacando em cada ferramenta suas vantagens e desvantagens.

Foram exploradas as seguintes ferramentas: *Storyboard*, *MakeBeliefs Comix*, *Stinpcreator.com* e *Pixton*. Neste momento, a professora explorou cada ferramenta, apresentando tanto a versão paga como a gratuita e mostrou os recursos oferecidos

³ Aylla Gabriela Paiva de Araújo (Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

⁴ O trabalho desenvolvido pela professora Aylla, com os alunos da Residência Pedagógica da Universidade Estadual do Rio Grande do Norte foi o seguinte: Foi realizada uma oficina explicando toda a questão teórica dos quadrinhos apresentando quais aplicativos os alunos poderiam usar para criar seus próprios quadrinhos e em seguida foi solicitado que eles desenvolvessem os seus quadrinhos a partir do contexto Matemática para que fosse pudesse ser usadas em sala de aula.

⁵ Alfabeta-Zação! É um grupo de estudos criado pela História em Quadrinhos no Ensino de Matemática (HQEM), projeto filiado ao Programa Dá Licença da Universidade Federal Fluminense (UFF)/Instituto de Matemática e Estatística (IME), tem a missão de reunir licenciados e professores que ensinam Matemática interessados nas Histórias em Quadrinhos enquanto ferramenta pedagógica.

para a produção de uma tira. Foi possível ver que em algumas dessas ferramentas existia uma maior limitação, como no *MakeBeliefs Comix*, tanto em relação aos desenhos quanto em relação à animação. O mais completo das ferramentas apresentadas é o *Pixton*, oferecendo a possibilidade de trazer um desenho de fora da sua plataforma.

Para cada ferramenta, os sujeitos tiveram a oportunidade de produzir uma tira junto com a professora, e alguns já de imediato, estavam baixando o aplicativo no celular e aprendendo como manusear. Os sujeitos tiraram as dúvidas que foram surgindo e alguns deles já tinham escolhido com qual ferramenta iriam trabalhar, sendo que em nenhum momento foi descartada a hipótese da produção ser feita à mão.

Foi reforçado aos sujeitos, ao encerrar este encontro, que eles iriam trazer uma produção utilizando uma das ferramentas trabalhadas na oficina e escolheriam um ou mais dos três matemáticos comentados em sala. Seria realizado uma apresentação e posterior avaliação da produção.

4º Encontro

Quarta-feira, 24 de agosto de 2022

Neste último encontro, os sujeitos apresentaram suas produções que foram analisadas no Capítulo 5 desta pesquisa, falaram das suas dificuldades, tanto em relação às ferramentas quanto em relação à própria produção, externaram o porquê da escolha de um ou mais dos três matemáticos. Apontaram que pretendiam abordar mais conteúdos nas tiras, porém, perceberam que existe certa limitação de espaço pela própria estrutura do gênero. Para efeito de análise, *a posteriori*, essas tiras estão reunidas na Seção 5.3.

4.2.2 Instrumentos utilizados para a coleta de dados

Chamamos de coleta de dados a fase do método da pesquisa cujo objetivo é obter informações da realidade (PRODANOV E FREITAS, 2013, p. 97). Nesse contexto foram utilizados os seguintes instrumentos para a coleta de dados: Diário da pesquisa, questionário, tiras confeccionadas pela autora, tiras produzidas pelos sujeitos da pesquisa, gravação e fotos dos encontros.

O diário da pesquisa foi utilizado durante todos os encontros, em razão do seu objetivo que consistia na produção das anotações sobre o ambiente que os estudantes estavam inseridos, seus desejos em relação aos encontros, comentários e detalhamento sobre as discussões que foram realizadas durante a investigação.

No último encontro realizado, para que esse registro apresentasse mais detalhe e ajudasse a pesquisadora quando fosse realizar a análise, foram feitas gravações de áudios das apresentações realizadas pelos sujeitos, assim como também da avaliação proposta pela pesquisadora. É sabido que torna-se inviável a realização de todas as anotações a respeito dos fatos que ocorreram durante os encontros, como afirmam Barbosa e Hess (2010).

Não se trata de anotar tudo o que eles veem, mas aquilo que lhes faz sentido, que desperta reflexões ou sentimentos e, particularmente, que anotem as possíveis relações ou conexões provisórias entre os diferentes fatos ou ideias que cruzam o campo das preocupações apresentadas pela disciplina (p. 55).

Foi utilizado um questionário para coleta de dados, o qual continha três perguntas estruturadas à luz da História da Matemática. Gil (2002, p. 128) define o questionário “como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas”.

No segundo encontro, antes de explicar o conteúdo que seria trabalhado, foram utilizadas as tiras produzidas pela autora com a intenção de despertar nos alunos certa curiosidade e discussão sobre as raízes do Cálculo Diferencial e Integral (CDI). As tiras continham as informações sobre Zenão, Eudoxo e Arquimedes.

Durante a leitura das tiras, foi percebida uma inquietação entre os mesmos. Após a leitura, surgiram os questionamentos sobre como esses matemáticos tinham contribuído com o cálculo.

Optou-se por iniciar esse segundo encontro utilizando as tiras por dois motivos. Conforme Pereira (2014), o primeiro seria o contato com o material. Nesse momento, a tira seria entregue aos alunos, que fariam sua primeira leitura, identificando os elementos da narrativa (personagem, cenário, falas, recordatório, entre outros). O segundo motivo seria as discussões do conteúdo matemático da tira, em que foram

trabalhados questionamentos sobre esses conteúdos apresentados preparados pelo professor a serem posteriormente respondidos pela turma.

Algumas perguntas, de forma geral, podem ser realizadas após a leitura das tiras, como qual conteúdo matemático está inserido na tira apresentada? E segue com as demais questões com a intenção de se atingir o objetivo daquela aula.

Durante a apresentação das produções realizadas pelos sujeitos foi possível captar o áudio e o encontro com os presentes, por meio de uma câmera digital profissional, nos quais foram utilizados pela pesquisadora para consulta da produção.

5 ANÁLISE DOS DADOS

Este capítulo tem como objetivo apresentar a análise dos dados que foram coletados durante os encontros realizados na pesquisa, como também os resultados alcançados no desenvolvimento das produções do gênero tiras, e conseqüentemente da análise.

A análise tem como objetivo organizar e sumariar os dados de tal forma que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para investigação. Já a interpretação tem como objetivo a procura do sentido mais amplo das respostas, o que é feito mediante sua ligação a outros conhecimentos anteriormente obtidos (GIL, 2002, p. 168).

5.1 Condições enunciativas para a produção das tiras

Na Seção 2.5 a tira enquanto gênero do discurso foi apresentada, além da abordagem do que vem a ser o gênero do discurso e o que compõe, e as características indissolúveis apontadas por Bakhtin (2003).

Uma tira, como visto no Capítulo 2, é um modelo de História em Quadrinhos que tem uma característica comum mas também apresenta certa particularidade para que possa ser chamada de tira, nesse caso, ela é uma história curta normalmente distribuída em três ou quatro quadros e frequentemente apresenta-se na forma horizontal.

É um gênero que possui características próprias, como linguagem informal, personagem, balões de fala ou de grito, metáforas visuais e linguagem visual. Dependendo da proposta e do objetivo do autor, pode ser trabalhado com qualquer tema e há uma prevalência da linguagem coloquial, sendo algumas vezes carregada de humor.

Conforme descrição dos capítulos anteriores e de acordo com o detalhamento acima temos que o gênero tira é um tipo de enunciado, logo possui as três características indissolúveis apontadas por Bakhtin (2003), que são: Organização composicional, conteúdo temático, estilo de linguagem.

Com essas características, pretende-se analisar as produções de tiras que foram realizadas pelos sujeitos nos encontros. Será observado se eles respeitaram as condições particulares de uma História em Quadrinhos, neste caso a tira, com fundamentos nas ideias de autores como Vergueiro (2020), Eisner (2010), Miranda (2019), Fuly (2016), Rama *et al.* (2020). Em seu enredo, serão analisados se os

sujeitos apresentaram os três personagens estudados nos encontros (Zenão, Eudoxo e Arquimedes) e se seguiram as ideias trazidas pelos autores Baron e Bos (1985), Boyer (1959, 1992, 2012), Brolezzi (1996, 1999) e Rezende (2003).

Cumprido descrever neste momento, antes de pormenorizar as análises das tiras que o ambiente em que ocorreram os encontros era bem arejado e iluminado, com a disposição de 40 carteiras distribuídas em fileiras horizontais. Além disso, havia a disponibilidade de acesso à *internet* pelos alunos (sujeitos).

Durante todos os encontros, os sujeitos foram motivados a refletirem como seria a produção que eles iriam realizar no penúltimo encontro e a medida que estavam sendo explicados os temas planejados os sujeitos eram questionados sobre como iriam produzir as tiras. Alguns já tinham a história desenvolvida, mas não queriam compartilhar com medo de que os demais copiassem.

Em contrapartida, outros não sabiam sobre o que poderiam apresentar, mas diziam: “Professora, não se preocupe, no dia eu trago nem que seja uma única tira”. Os sujeitos tinham a liberdade de escolher um dos três matemáticos apresentados ou até mesmo os três, como aconteceu em uma das produções.

No dia da produção, eles estavam muito animados, baixando o aplicativo que iriam utilizar tanto no computador quanto no celular, criando os personagens e tirando as dúvidas que surgiam. Como a aula encerrava-se às 22 horas, foi recomendado que eles continuassem a produção em casa, e no encontro seguinte seria feita a apresentação e avaliação das produções.

Na subseção seguinte serão apresentadas as ferramentas escolhidas pelos sujeitos da pesquisa, detalhando cada uma delas e apresentando o seu *link* de acesso.

5.2 Ferramentas utilizadas pelos sujeitos da pesquisa na produção das tiras

Antes da produção das tiras, os alunos tiveram uma oficina com a professora Aylla Gabriela Paiva de Araújo, outrora mencionada, que foi convidada pela a autora desta pesquisa. Neste momento foram apresentadas algumas ferramentas que são utilizadas para a produção de Histórias em Quadrinhos (HQ), em especial as tiras (ver mais detalhes no Capítulo 4).

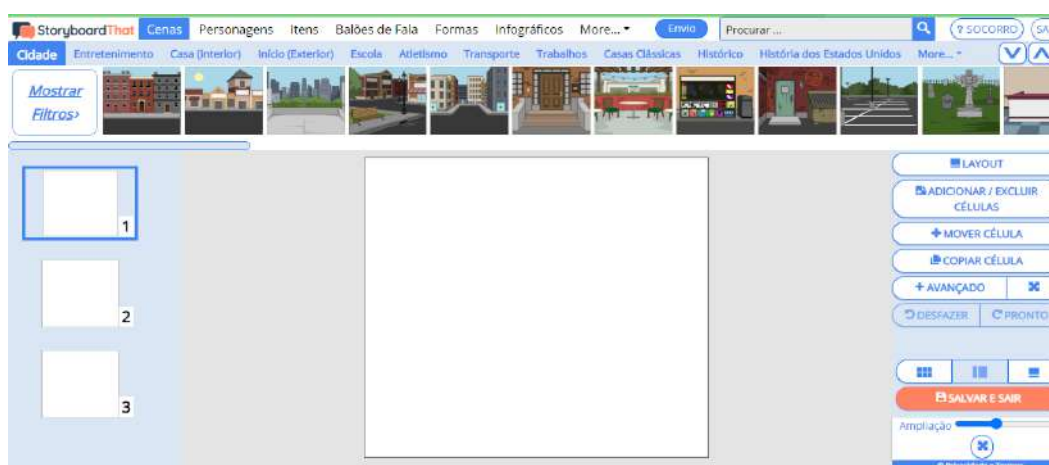
As ferramentas trabalhadas na oficina foram: *Storyboard*, *MakeBeliefs Comix*, *Stinpcreator.com* e *Pixton*, e os sujeitos da pesquisa poderiam escolher algumas

dessas ferramentas ou fazer sua produção à mão, como aconteceu com um dos sujeitos.

Folheando a produção dos sujeitos, foi visto que em sua maioria escolheram trabalhar com dois tipos de ferramentas, a *Storyboard That* e o *Pixton*. A seguir será descrito sobre essas ferramentas e apresentado alguns tipos de *layout* das páginas de acesso.

O *Storyboard That* é uma plataforma de criação fácil, com mecanismos de arrastar e soltar, a qual oferece uma versão gratuita com duração de sete dias para teste e uma versão *premium* de assinatura com extensas habilidades. É a ferramenta adequada para criar *storyboard* (sequência de desenhos quadro a quadro com o esboço das cenas pensadas para um conteúdo em vídeo, como: filmes e animações), organizadores gráficos, quadrinhos e recursos visuais para uso na educação, nos negócios ou no ambiente pessoal.

Figura 21 – Apresentação do layout do Storyboard that



Fonte: *Storyboardthat* (2022)

O aplicativo inclui uma diversidade de *layouts* e centenas de personagens, cenas e itens de pesquisa, conforme visualização da Figura 21. Depois que um *storyboard* é criado o usuário pode, apresentar via *PowerPoint*, *Google Slides* ou *Apple Keynote*, enviar o *storyboard* por *e-mail*, postar em mídias sociais ou incorporar em um *blog*. Ademais, os *storyboards* são armazenados na conta dos usuários para acesso em qualquer lugar, de qualquer dispositivo, sem necessidade de *download*.

Muito embora a plataforma apresente as vantagens mencionadas, uma limitação identificada refere-se a impossibilidade de inserir uma figura de outras páginas da *internet* quando a HQ estiver sendo produzida.

Outra ferramenta *online* que pode ser utilizada na produção da HQ é a *Pixton*, criada por dois canadenses com o propósito de aproximar os quadrinhos da realidade e das possibilidades do cidadão comum. Com uma interface disponível em dezoito idiomas, o *software* pode ser utilizado gratuitamente por sete dias, sendo necessário escolher um dentre os três planos de assinatura disponíveis que mais se adéqua ao seu perfil, após esse período de teste o usuário poderá escolher: *Pixton por diversão*, *Pixton para escolas* ou *Pixton para empresas*. Há que se destacar que essa ferramenta ganhou mais de vinte prêmios entre os anos de 2008 e 2012 pela qualidade e inovação.

Figura 22 – Apresentação da página inicial do *Pixton*



Fonte: *Pixton* (2022)

Durante o primeiro acesso, o visitante deve se cadastrar fornecendo um nome de usuário, idade, endereço de e-mail e senha ou realizar login com outras redes sociais. Essa ferramenta pode ser utilizada tanto pelos professores quanto por estudantes. Todavia a sua versão gratuita é um pouco limitada, mas não impede a produção de histórias em quadrinhos.

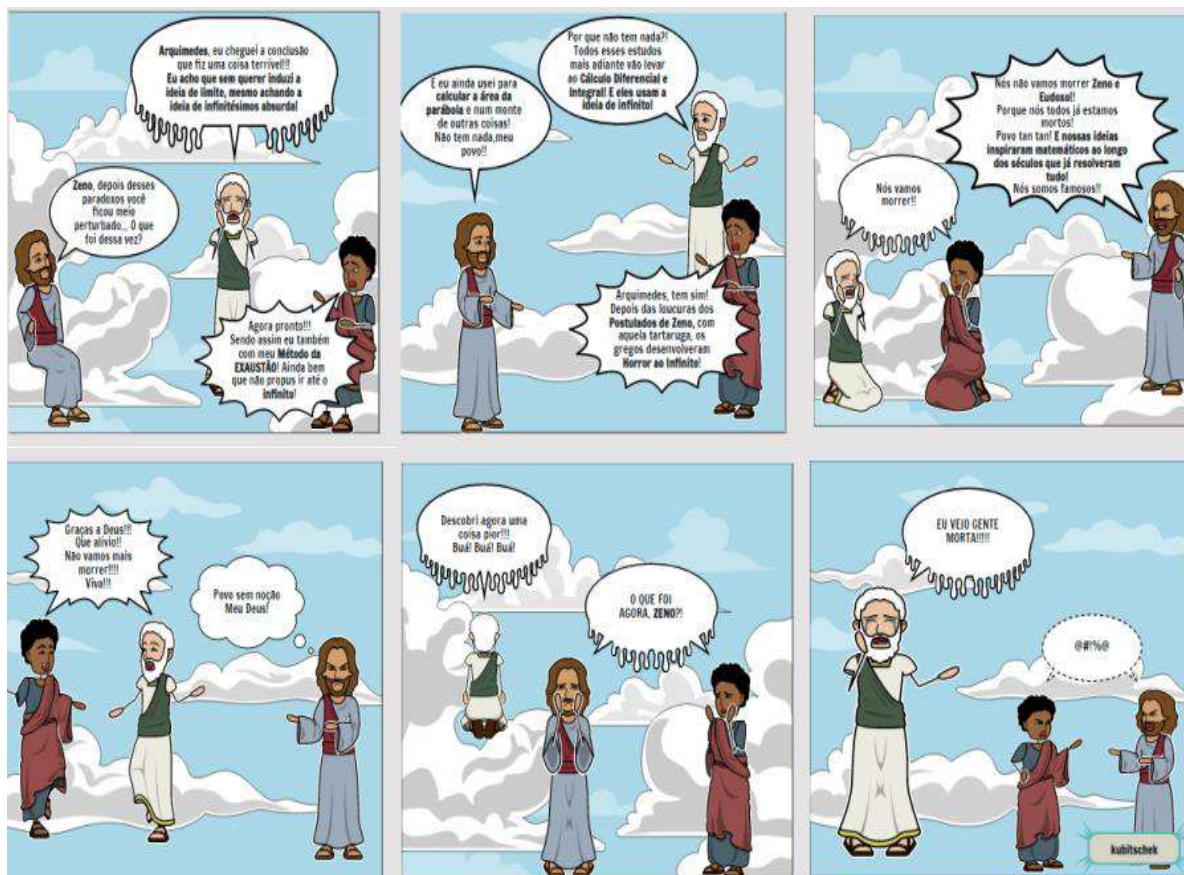
O autor deve ficar atento, pois, assim como o *Storyboard That*, a duração do teste é de sete dias. Neste período, o usuário pode produzir suas histórias e armazenando na própria ferramenta. Ao final da produção, antes do sétimo dia, prazo final do teste, o autor deverá baixar e salvar. Outra possibilidade consiste em salvar as tiras à medida que a mesma está sendo produzida.

Apresentadas as ferramentas de apoio para a produção das tiras serão detalhadas a seguir as tiras desenvolvidas por cada sujeito, as quais foram assinadas com os pseudônimos escolhidos por eles no primeiro encontro. Vale ressaltar que a proposta da assinatura com o pseudônimo está relacionada a questões de ética da pesquisa, mantendo assim o sigilo das identidades dos sujeitos participantes.

5.3 Análise das tiras produzidas

Nesta seção serão apresentadas as análises das tiras produzidas pelos sujeitos da pesquisa. Será verificado se de fato elas contemplam uma tira, se trouxeram os elementos que configuram esse gênero e se, além disso, conseguiram abordar as contribuições deixadas por Zenão, Eudoxo e Arquimedes para o desenvolvimento do cálculo, em especial dos infinitésimos. Como mencionado no final da seção anterior, todas as produções foram identificadas por pseudônimos.

Figura 23 – Tira produzida por *Kubitschek*



Fonte: Arquivo da autora (2022)

Observando a produção de *Kubitschek* (Figura 23) será possível visualizar os elementos básicos do gênero do discurso tira. O sujeito, traz em seu enredo uma história curta, disposta de forma horizontal, composta por seis requadros. Ademais, as imagens estão enquadradas em plano geral, possibilitando a visualização de todos os elementos que compõem a história, e o ambiente escolhido para a composição da tira foi o céu.

Os personagens utilizados foram Zenão, Eudoxo e Arquimedes, a utilização da linguagem refere-se a linguagem verbo-visual e a presença de diversos tipos de balões, como os de fala, de pensamento, de cochicho, de múltiplos rabichos (no qual informa que mais de um personagem está falando). Em relação ao texto dentro dos balões, percebe-se que algumas palavras estão em negrito. Como visto no Capítulo 2, elas devem ser pronunciadas em tom mais alto que o normal. Além disso, quanto ao estilo de linguagem, foi utilizada a informal com a marca coloquial.

O aplicativo que a autora utilizou para produzir as tiras foi o *Storyboard That*. Na sua apresentação, ela menciona que no início sentiu um pouco de dificuldade, principalmente quando era para modificar as posições dos personagens. Mas, à medida que foi praticando, ela foi conseguindo ajustar os movimentos e as falas dos personagens.

Pode-se observar que essa história contém um assunto sério com um tom engraçado em seu final. Ademais, a tira produzida por *Kubitschek* possui os elementos essenciais que compõem esse gênero do discurso e, além disso, ela apresenta em suas estruturas as condições enunciativas apontadas por Bakhtin (2003) correspondendo ao conteúdo temático, estilo de linguagem e a organização composicional. Desse modo, essa produção é completa, no que diz respeito tanto para a estrutura das histórias em quadrinhos (tiras), como também para as suas condições enunciativas.

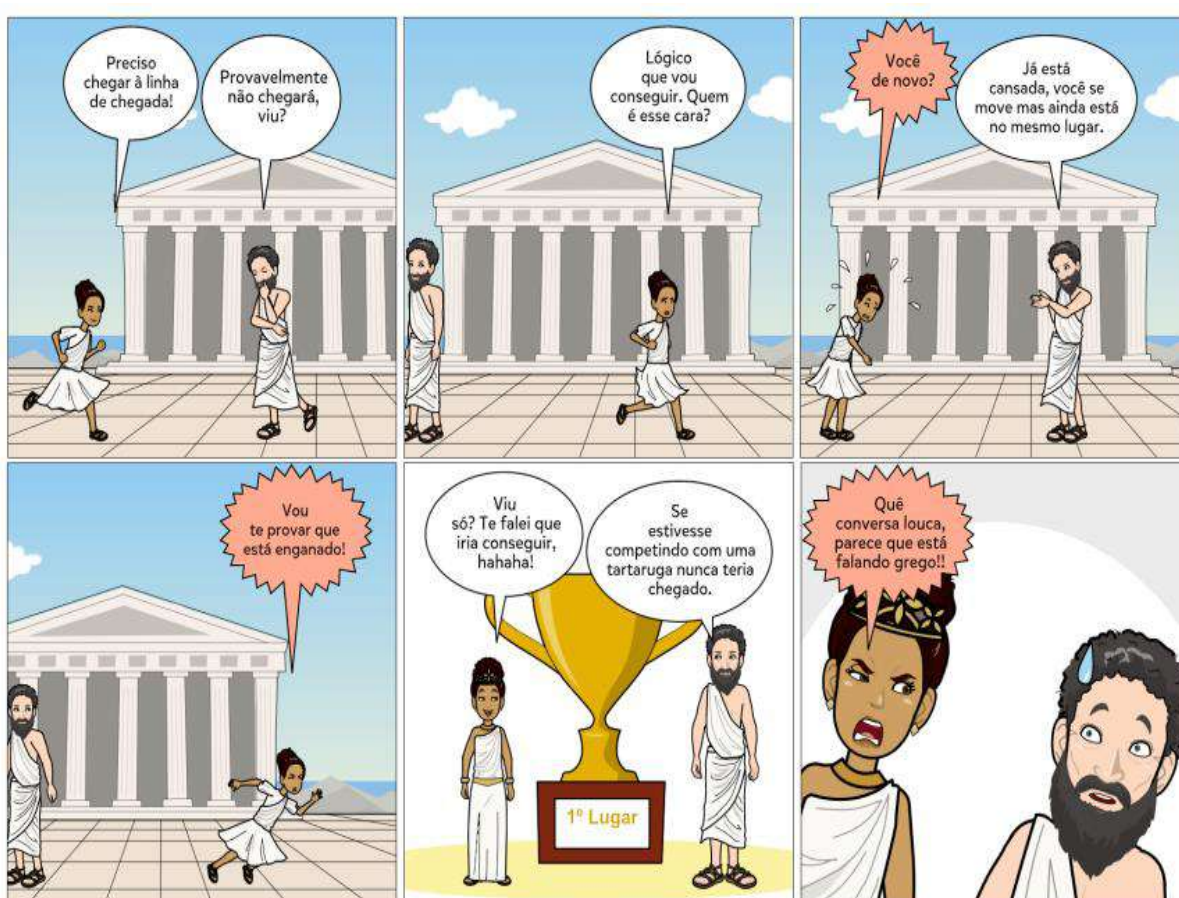
No enredo apresentado pela autora, ela consegue de forma simples abordar os conceitos relacionados ao surgimento do cálculo na Grécia Antiga, mencionando os paradoxos de Zenão. Ela aborda também o “horror ao infinito” desenvolvido pelos gregos. Apresenta Eudoxo, com o método de exaustão, e Arquimedes falando um pouco sobre o cálculo de área da parábola.

Todos esses assuntos foram abordados durante os encontros em sala e discutidos no Capítulo 3. Vale ressaltar que, como se trata de uma tira, não tem como abordar vários conteúdos, pois a estrutura da mesma deve ser respeitada. Mesmo

assim, a autora da tira consegue de forma clara e humorada transmitir uma mensagem.

Outra produção desenvolvida tem como autora, a *Menina de Roma*. De modo geral, a produção da autora nos traz elementos essenciais do gênero do discurso tira, que são o requadro e os balões de falas e de pensamentos que foram utilizados corretamente. O texto apresentado nos balões corresponde ao que é esperado em uma tira. Temos dois personagens que são uma menina e Zenão.

Figura 24 – Tira produzida por *Menina de Roma*



Autora: Menina de Roma. Juazeiro do Norte – CE. Agosto de 2022. Pixton.com

Fonte: Arquivo da autora (2022)

Mesmo sem título a tira produzida é uma história curta, descrita na forma horizontal, contendo seis requadros. Essa história se passa na Grécia Antiga, afirmação confirmada pelas vestes e pela descrição do espaço. Ademais, a linguagem utilizada na produção é a informal, com um tom de humor no final da história. No seu enredo, a autora nos apresenta uma menina competindo em uma corrida e, no meio do caminho, ela encontra esse homem que, pela conversa trazida nos balões, podemos dizer que é Zenão.

Em relação ao enquadramento, é utilizado um plano geral que envolve os personagens e todo o cenário. Isso é feito até o quinto requadro, fazendo com que os leitores tenham uma visão de tudo o que se passa na história. No último requadro, a autora usa o plano médio, procurando representar os personagens da cintura para cima.

Nesta produção (Figura 24), a autora usou a ferramenta *Pixton*, uma das ferramentas que foram apresentadas na oficina que ela menos teve dificuldade, conforme informado pela mesma. Outro fator preponderante para essa escolha foi a quantidade de recursos que a ferramenta oferece para a produção. Conclui-se que essa produção contempla uma tira, pois segue os critérios mencionados anteriormente, possuindo assim os elementos básicos de uma HQ.

O objetivo da autora ao produzir a tira consiste nos leitores se questionarem o porquê de a garota não chegar antes de uma tartaruga caso estivesse competindo com uma. Com essa inquietação, é possível dar início à fala sobre um dos paradoxos enunciados por Zenão, que é a corrida entre Aquiles e a tartaruga.

Pode-se observar que a autora consegue de forma simples e cômica despertar a curiosidade dos leitores e, historicamente falando, ela consegue abordar esse tema dos paradoxos de forma coerente, como foi visto nos textos de Baron & Bos (1985) e Roque (2012), autores que foram estudados em sala durante a aplicação da pesquisa. Porém, a autora se detém somente a comentar sobre um dos paradoxos, deixando os detalhes para outro momento.

Na Figura 25 outra produção é pormenorizada, de autoria de *Marruá*. Diferentemente das demais apresentadas, essa foi desenvolvida manualmente e tem como título “O Tal do Arquimedes”. A autora, assim como os demais, optou por um plano geral enquadrando todos os elementos que compõem a tira, como será exposto.

O sujeito que confeccionou a tira utiliza o requadro, composto no total de seis quadrinhos e exposto de forma horizontal, como na maioria das histórias em quadrinhos. Em relação aos balões, foram utilizados os direcionados à fala e ao grito. Em seu texto, é visto o uso normal dos balões. É dito *normal* porque, segundo Vergueiro (2020), se trata de uma conversa sem ter tantos elementos distintos.

Figura 25 – Tira produzida por Marruá



Fonte: Arquivo da autora (2022)

O sujeito que confeccionou a tira utiliza o requadro, composto no total de seis quadrinhos e exposta de forma horizontal, como na maioria das histórias em quadrinhos. Em relação aos balões, foram utilizados os direcionados à fala e ao grito. Em seu texto, é visto o uso normal dos balões. É dito *normal* porque, segundo Vergueiro (2020), se trata de uma conversa sem ter tantos elementos distintos.

Observou-se, também, a presença de gírias nordestinas como *oxe*, escrita em maiúscula para chamar atenção, além de falas informais com marcas coloquiais, envolvendo dois colegas que falam sobre Arquimedes em um ambiente semelhante a uma sala de aula, em uma escola.

Ademais, metáforas visuais foram utilizadas, a exemplo, durante a história e ao final da mesma destaca-se a palavra, EUREKA! Além do movimento presente em cada quadro, expresso pelos personagens. A autora consegue entregar o gênero do discurso completo, com todos os elementos básicos e ainda contempla as condições enunciativas abordadas por Bakhtin (2003).

Marruá, de forma simples e bem descontraída, apresenta informações bastante pertinentes sobre quem é Arquimedes. O autor em um dos seus quadros, indica que além de matemático, ele foi físico, filósofo e astrônomo, enfatizando uma das grandes descobertas feitas por ele, o princípio da alavanca.

Em paralelo a História da Matemática, a autora aborda todos os temas de forma correta, apontando os benefícios deixados por Arquimedes. Todavia, infelizmente ela não aborda o tema proposto pela autora da pesquisa, que seriam as contribuições deixadas por Arquimedes para o desenvolvimento do cálculo.

No tocante às demais produções, a tira desenvolvida a seguir (Figura 26), por *J. Kaplansky*, inicia-se em uma biblioteca com um aluno procurando entender sobre cálculo de área. Em seguida, ele faz uma viagem no tempo para a Grécia Antiga.

Figura 26 – Tira produzida por *J. Kaplansky*



Fonte: Arquivo da autora (2022)

Nessa história, o autor utiliza os balões de pensamentos e de fala e os textos contidos nos balões estão todos escritos sem nenhuma alteração da letra, como aconteceu nos anteriores. A produção da tira desenvolveu-se na forma horizontal, contendo três requadros. O autor faz uso do plano geral, onde é possível visualizar todos os personagens além do ambiente da história. Além disso, o movimento dos personagens é percebido na mudança de cada cena representada e na fala, ou seja, a linguagem verbal acompanha a visual, há uma complementaridade. Ademais, o estilo de linguagem utilizada é informal, com tom de humor no final da história.

A ferramenta utilizada para a produção da tira foi o *Storyboard that*. O autor escolheu esse depois de três tentativas sem sucesso para se cadastrar no *Pixton*. Para ele, a maior dificuldade não foi criar a história, mais realizar o cadastro na plataforma da ferramenta.

A história contada na tira de *J. Kaplansky* mostra um menino procurando qual matemático pode ajudá-lo a compreender sobre o cálculo de áreas. Nessa viagem que ele faz no tempo, é possível perceber que o garoto se encontra com outro menino, da época da Grécia Antiga, e o ajuda a compreender como se realiza esse cálculo. No meio da conversa, surge Arquimedes. Na fala não diz o nome dele, mas deixa implícito que se trata dele, devido à seguinte frase: “Eu sou responsável por aperfeiçoar o método de exaustão de Eudoxo!”, e logo em seguida enuncia como deve ser encontrada essa área. Os dois episódios remetem à História da Matemática, tanto nas contribuições de Eudoxo como para o uso do método de exaustão para aproximar áreas de figuras planas.

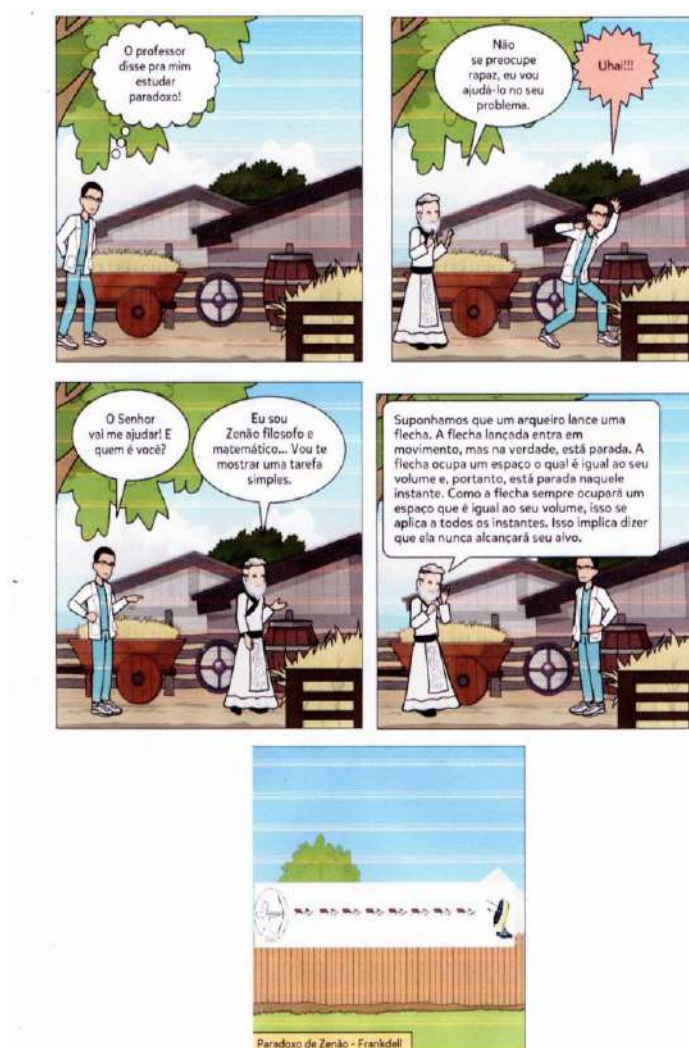
Vale ressaltar que essa tira pode ser utilizada em sala de aula tanto no ensino básico como no superior com o objetivo de despertar nos alunos a curiosidade sobre quem é Eudoxo, do que se trata o método de exaustão, de que maneira Arquimedes aperfeiçoou este método, o que a Matemática ganhou com tudo isso, no caso especial o Cálculo Diferencial e Integral (CDI), e como encontrar as áreas das figuras usando o método de exaustão.

Diferente das demais produções apresentadas até o presente momento, o ambiente da tira de *Frankdell* se passa no meio rural. O autor enquadra sua história usando o plano geral, encaixando todos os elementos que integram esse gênero, e em seu enredo, ele utiliza o meio rural e dois personagens, um aluno e Zenão, onde eles discorrem sobre o paradoxo da flecha.

O autor faz uso dos balões de fala e de pensamento e os textos contidos neles estão escritos todos em letras comuns (neste caso não há destaque como negrito, por exemplo). Utiliza-se apenas uma expressão, chamada de metáfora visual, no segundo requadro. Ademais, a história foi produzida na escrita horizontal, contendo cinco requadros. A linguagem utilizada é formal, divergindo da linguagem comum usada neste tipo de gênero.

De modo geral, o autor consegue transmitir ao leitor uma mensagem, caracterizando essa produção como uma tira, composta de uma história completa. Visualizando essa produção como gênero do discurso, ela contém as três condições indissolúvelmente ligadas no todo do enunciado.

Figura 27 – Tira produzida por Frankdell



Fonte: Arquivo da autora (2022)

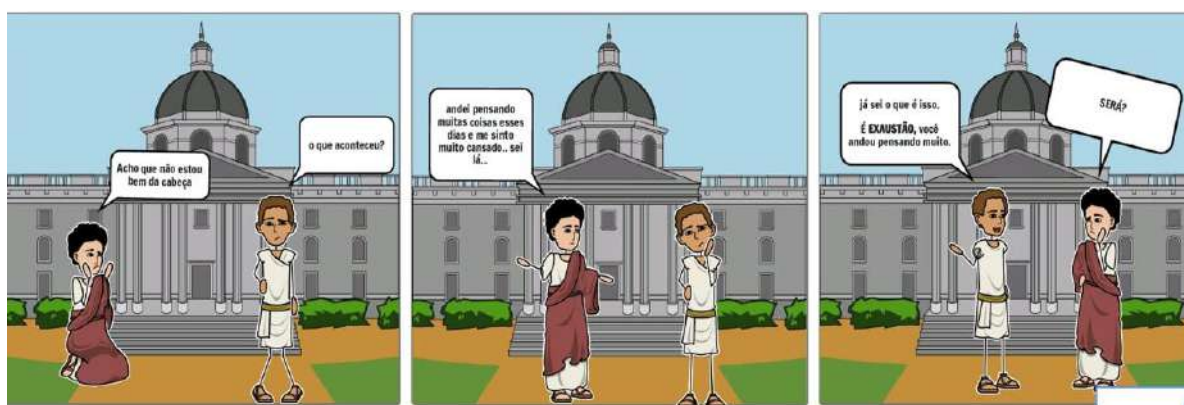
Em relação ao aplicativo utilizado para a produção, *Frankdell* tentou manusear o *Comic* e o *Storyboard that*. No primeiro, ele não conseguiu realizar o cadastro. No segundo, mesmo se cadastrando, ele achou difícil de manuseá-lo, por isso, optou por usar o *Pixton*. Além dessa questão mencionada, encaixar uma situação problema, ou seja, trazer algo engraçado para um conteúdo muito complexo tornava-se uma dificuldade, todavia o autor produziu a seguinte tira.

No seu enredo, como já foi comentado, ele aborda temas sobre a História da Matemática, descrevendo o paradoxo da flecha. Além de apresentar Zenão, esse tema abordado pelo *Frankdell* está correto. Essas informações possibilitam explorar tanto quem foi Zenão, como também suas contribuições para a História da Matemática, em especial para o Cálculo Diferencial e Integral (CDI).

Por fim, a produção de *Poly* finaliza as tiras desenvolvidas pelos 6 sujeitos envolvidos até o final da pesquisa, como mencionado ao discorrer sobre o cenário da investigação, no capítulo anterior.

A tira desenvolvida apresenta uma história curta disposta de forma horizontal, com três quadros. São apresentados dois personagens da Grécia Antiga que, segundo o autor, referem-se a Eudoxo e Arquimedes. O ambiente ao ar livre no entorno, caracteriza uma cidade antiga que neste caso se trata da Grécia, onde os personagens falam sobre o método da exaustão.

Figura 28 – Tira produzida por *Poly*



Fonte: Arquivo da autora (2022)

Verifica-se nos balões de fala e de pensamento que o texto trazido pelo autor destaca em **negrito** a palavra **exaustão**, chamando a atenção do leitor. No segundo quadro, o autor faz um gesto de pensamento, mas não coloca o balão indicando o

que Arquimedes estava pensando. Ademais, a linguagem utilizada é a informal e a tira é disposta em um plano geral para o enquadramento.

Para produção da tira, *Poly* utilizou a ferramenta *Storyboard that*. Em sua apresentação, ele menciona que tentou fazer uso de todas as outras ferramentas que foram explicadas na oficina, mas relata que sua maior dificuldade foi o cadastro. O mais simples e que teve menos dificuldade foi o que ele usou para a produção, no entanto mesmo com as dificuldades é possível visualizar que ele consegue fazer o uso correto da ferramenta, constituindo uma tira completa com todos os elementos já anunciados durante o texto.

Ao observar o enredo da história apresentado pelo autor é possível elencar alguns assuntos pertinentes à História da Matemática, como: quem são esses personagens? Por que estão na Grécia Antiga? O que de fato é a exaustão que ele destaca em uma de suas falas? Esses e outros questionamentos podem ser feitos em relação a essa produção, e, usando a História da Matemática, conseguimos responder a todas essas perguntas.

Por fim, observa-se que o autor da tira consegue explicar de forma simples e curta uma história sobre dois personagens que contribuíram com alguns resultados significativos para a Matemática e, a partir dessa produção, pode-se dar continuidade a uma aula sobre o que é o método da exaustão e qual a sua contribuição para o Cálculo Diferencial e Integral (CDI).

Expostas as tiras desenvolvidas pelos sujeitos envolvidos na pesquisa foi desenvolvido um quadro (Quadro 3), sistematizando as principais informações das produções, destacando-se na avaliação da pesquisadora os personagens e o conteúdo, tendo em vista a aplicação da tira na produção da História em Quadrinhos (HQ) envolvendo relevantes nomes da Matemática e as suas contribuições.

Quadro 3 - Sistematização dos elementos das tiras produzidas

ELEMENTOS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA IDENTIFICADOS NAS TIRAS					
Autor	Personagens	Roteiro	Ambiente	Conteúdo	Cômico
<i>Kubitschek</i>	Zenão, Eudoxo e Arquimedes.	Uma história completa abordando as principais contribuições dos três	Céu.	Aborda os três paradoxos (comentando o “horror ao infinito”); menciona a possível indução da	No final o autor deixa uma ponta de humor.

		personagens matemáticos.		ideia de limite pela a ideia de infinitésimo. Discorre sobre o método da exaustão (menciona que Eudoxo não propôs ir ao infinito), e a área da parábola (aponta a importância dessas descobertas para os futuros matemáticos para o cálculo diferencial e integral).	
<i>Menina de Roma</i>	Dois personagens: Zenão e uma menina.	A autora utiliza como personagem uma menina disputando uma corrida na antiguidade. As suas vestes nos remontam a esse tempo.	Grécia Antiga.	Faz menção em um dos quadros como seria a competição da menina com uma tartaruga, remetendo a um dos paradoxos de Zenão.	A autora deixa no final de sua história um ponto de humor.
<i>Frankdell</i>	Dois personagens: Zenão e um aluno.	Um aluno se perguntando como estudar paradoxo.	Rural - Fazenda.	Aborda o paradoxo da flecha que é explicado pelo próprio Zenão a esse aluno.	Não expressa humor e sim certa seriedade.
<i>J. Kaplnaky</i>	Três personagens: Um menino de nossa época, outro personagem da antiguidade e Arquimedes.	Um aluno se pergunta qual é o matemático que pode ajudá-lo a estudar a área. Ocorre uma viagem no tempo.	Dois cenários: A biblioteca e a Grécia Antiga.	Aborda sobre o cálculo de área, o método da exaustão e as aproximações.	O autor finaliza a história com um tom de descontração.
<i>Poly</i>	Dois personagens: Arquimedes e Eudoxo.	Um dos personagens externa a sua exaustão.	Grécia Antiga.	Menciona a exaustão, deixando o leitor curioso em saber a respeito do termo.	A tirinha é finalizada com um tom descontraído.

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Com o intuito de evidenciar e esclarecer a respeito da produção de cada sujeito envolvido na pesquisa, ao utilizar a tira como recurso para o desenvolvimento da HQ,

foi desenvolvido um quadro sistematizando os elementos que compõem o gênero do discurso, tira, ou seja, conteúdo, estilo de linguagem e organização composicional.

Quadro 4 – Composição das tiras dos sujeitos

Sujeitos	Elementos que compõe uma tira presente nas produções dos sujeitos.					
	Requadro	Enredo	Metáforas Visuais	Onomatopeia	Recordatório	Balão
<i>Kubitschek</i>	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM
<i>Menina de Roma</i>	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM
<i>Marruá</i>	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM
<i>Frankdell</i>	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM
<i>J. Kaplnaky</i>	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM
<i>Poly</i>	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

A produção feita por *Kubitschek* apresenta em sua tira os seguintes elementos: requadro que tem como função moldurar o quadro; enredo, uma história que tem início, meio e fim, possibilitando no enredo saber quais são os personagens (Zenão, Eudoxo e Arquimedes) e onde a história acontece (céu); o autor não faz uso das metáforas visuais, onomatopeia e recordatório, e utiliza os balões de fala, pensamento, grito e dupla fala de personagens, com uma linguagem verbal.

Na produção de *Menina de Roma* a autora apresenta em sua tira os elementos: requadro que tem como função moldurar o quadro; enredo, uma história que tem início, meio e fim, possibilitando no enredo saber quais são os personagens (Zenão e menina) e onde a história acontece (Grécia antiga); a autora não faz uso das metáforas visuais, onomatopeia e recordatório, e utiliza os balões de fala e pensamento.

Já a produção de *Marruá* apresenta em sua tira os seguintes elementos: requadro que tem como função moldurar o quadro; enredo, uma história que tem início, meio e fim, possibilitando no enredo saber quais são os personagens (dois alunos) e onde a história acontece (sala de aula); a autora faz uso das metáforas visuais, bastante expressivas conforme detalhe na seção anterior mas não utiliza onomatopeia ou recordatório, e seus balões são direcionados a pensamentos e grito.

A produção desenvolvida por *Frankdell* caracteriza-se com os seguintes elementos: requadro que tem como função moldurar o quadro; enredo, uma história que tem início, meio e fim, possibilitando no enredo saber quais são os personagens

(Zenão e um aluno) e onde a história acontece (fazenda); o autor não faz uso das metáforas visuais, onomatopeia e recordatório, e utiliza os balões de fala e pensamento.

O autor *J. Kaplnaky* desenvolve em sua tira os seguintes elementos: requadro que tem como função moldurar o quadro; enredo, uma história que tem início, meio e fim, possibilitando no enredo saber quais são os personagens (dois meninos e Arquimedes) e onde a história acontece (inicialmente na biblioteca e após uma viagem no tempo o cenário se modifica para a Grécia antiga); o autor não faz uso das metáforas visuais, onomatopeia e recordatório, e utiliza predominantemente o balão de fala.

Por fim, a produção de *Poly* apresenta os elementos: requadro que tem como função moldurar o quadro; enredo, uma história que tem início, meio e fim, possibilitando no enredo saber quais são os personagens (Arquimedes e Eudoxo) e onde a história acontece (Grécia antiga); o autor não faz uso das metáforas visuais, onomatopeia e recordatório, tendo como tipo de balão marcante da produção, o de fala.

5.4 Correlações entre os questionários e as produções das tiras

Nesta seção serão correlacionados os materiais, questionário, aplicado no primeiro encontro com os sujeitos envolvidos na pesquisa, e tiras – produzidas por intermédio de ferramentas ou desenvolvidas a mão.

Vale ressaltar que o preenchimento do questionário foi realizado manualmente, antes da discussão prévia dos conteúdos, compreendendo um quantitativo de 10 sujeitos participantes, desse processo inicial, e posteriormente, conforme cronograma exposto, 6 tiras foram desenvolvidas.

No tocante ao questionário, serão apresentadas as perguntas e respectivamente as respostas. A transcrição, em alguns momentos, foi realizada tal como foi dito pelo sujeito envolvido na pesquisa. Ademais, algumas notas de rodapé foram inseridas a respeito dos nomes citados pelos sujeitos, para que haja uma melhor compreensão.

No tocante ao primeiro questionamento feito aos sujeitos da pesquisa, foram obtidas as seguintes respostas:

Questão 1: Quais matemáticos da História da Matemática podem estar relacionados ao desenvolvimento do cálculo?

Das respostas obtidas pelos sujeitos, foram identificadas as seguintes: Newton⁶ (9); Leibniz⁷ (6); Euler ⁸(3); Lagrange⁹ (1); L'Hopital¹⁰ (3); Arquimedes ¹¹(1) Weierstrass ¹²(1) Riemann¹³ (3); Cauchy-Schwarz ¹⁴ (1); Euclides¹⁵ (2); Pitágoras ¹⁶(1); Algarismes ¹⁷(1); Lois Leithold ¹⁸(1).

A indicação entre parêntesis corresponde a quantas vezes o nome do matemático foi citado pelo sujeito. É possível observar que Newton foi citado nove vezes e Arquimedes apenas uma única vez. Além disso, somente dois sujeitos deram como resposta algo muito incomum, um se refere ao que possa ser um conteúdo “Algarismes” mencionado por *Frankdell*, e o pseudônimo *Besouro* se refere ao autor “Lois Leithold” de um livro didático que é utilizado na disciplina do Cálculo Diferencial e Integral (CDI).

Como exposto, a resposta desses dois sujeitos não condiz com o que foi estudado em História da Matemática sobre os matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento do cálculo. Em tese, as respostas, explicitadas anteriormente, pela maioria dos sujeitos da pesquisa evidenciam que Newton e Leibniz foram os mais citados. Aliás, os sujeitos reconhecem que existiram outros matemáticos que deram sua contribuição para o surgimento do cálculo.

Esse índice de indicação para dois matemáticos pode ser justificado na análise realizada por Baron & Bos (1985), os quais observam que a tradição atribuiu a Newton

⁶ Isaac Newton (1642-1727)

⁷ Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

⁸ Leonhard Euler (1707-1783)

⁹ Joseph Louis Lagrange (1736-1813)

¹⁰ Guillaume François Antoine, Marquês de l'Hôpital (1661-1704)

¹¹ Arquimedes de Siracusa (287 a.c- 212 a.c)

¹² Karl Weierstrass (1815-1897)

¹³ Georg Riemann (1826-1866)

¹⁴ Cauchy –Schwarz – Aqui se refere à desigualdade que recebe o mesmo nome e não um matemático. Ela é a junção do sobrenome de dois matemáticos: Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) com o matemático Karl Hermann Amandus Schwarz (1843-1921)

¹⁵ Euclides de Alexandria ((300 a.c.)

¹⁶ Pitágoras de Samos (571 a.c – 490 a.c.)

¹⁷ Possivelmente o sujeito está se referindo ao matemático Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī (780-850 a.C)

¹⁸ Louis Leithold, se trata do autor do livro do Cálculo.

e Leibniz um papel central na *invenção* do cálculo, ainda que não tenham começado nem terminado com estes dois homens.

Na sequência, os sujeitos da pesquisa foram novamente questionados com a seguinte pergunta:

Questão 02: Sabemos que Newton e Leibniz chegaram ao cálculo mediante estudos de outros matemáticos que vieram antes deles. Que matemático você já ouviu falar que possa ter dado alguma contribuição para os estudos de Newton e Leibniz?

As respostas dos sujeitos foram as seguintes: René Descartes ¹⁹(2); Euler (2); Lois Lagrange (2); Arquimedes (2); Euclides (4). A indicação entre parêntesis corresponde a quantas vezes o nome do matemático foi citado pelo sujeito.

Percebe-se que entre os dez sujeitos que responderam ao questionário, dois deixaram em branco e dois responderam de uma forma consistente, o sujeito com o pseudônimo *J. Kaplansky* ao mencionar “Arquimedes, nos seus estudos sobre infinitesimais, Descarte” e *Besouro* ao mencionar “Arquimedes e Euclides”, comprovando a afirmação a respeito da consistência das respostas.

Como pode ser observado nas falas dos sujeitos apresentados acima, só dois deles em um número de dez participantes tiveram seu olhar voltado para as civilizações mais antigas, a própria resposta de um deles nos apresenta até o conteúdo, no caso os infinitésimos.

Nas respostas apresentadas, foi visto que Euclides foi citado quatro vezes. Isso se dá, como atesta Brolezzi (1996):

A obra de Euclides representa o início da busca que resultará no Cálculo Diferencial e Integral. Euclides reúne toda a elaboração grega dos séculos anteriores, e registra o momento em que os pesquisadores começam a se voltar para a possibilidade da exploração da continuidade e da geometria em termos de análise algébrica, interessando-se mais por métodos de redução como o método de exaustão de Eudoxo. Não é por acaso que Arquimedes, bem como todos os criadores do Cálculo no século dezessete, irão se voltar para Euclides e tentar buscar aí as ideias do Cálculo (p. 28).

“Os elementos” de Euclides, compostos por treze livros, são bastante comentados no meio acadêmico. Mais um motivo que leva esses sujeitos a apontarem esse matemático em suas respostas e, conforme visto na citação, ele reuniu tudo o que foi descoberto no seu tempo.

Para concluir o questionário, foi realizada a seguinte pergunta:

¹⁹ René Descartes (1596-1650)

Questão 03: Quais são as ideias essenciais para se estudar limite, derivada e integral?

Das respostas que foram informadas pelos sujeitos, algumas apresentaram-se de forma mais concreta, ou seja, eles lembram ou já tinham estudado História da Matemática e Cálculo Diferencial e Integral (CDI), tinham uma ideia qual poderia ser a resposta.

Analisando o questionário observou-se que dois sujeitos deixaram em branco, outros dois participantes disseram que não lembravam quais eram essas ideias, e quatro apontaram os conteúdos necessários para iniciar os estudo de limite, derivada e integral, sendo que todos eles tiveram como conteúdo comum, funções.

De acordo com *J. Kaplansky* as idéias essenciais em limite são “conhecimento em funções: domínio, contradomínio e imagem, gráfico de funções. Em derivada, básicos, taxas de variações e volumes de funções (), figuras geométricas, aplicações práticas, aplicações atrelados ao contexto sóciopolítico do aluno”.

Diferentemente do pseudônimo anterior, os demais foram sucintos nas respostas. Para *Araújo Filho* “Estudo das funções”, *Besouro* menciona “O estudo de funções e geometria” e *Sanaol* contribui com as “Funções no geral, trigonometria e conjunto”.

Verificar-se-á que esses quatro sujeitos tiveram uma melhor compreensão da pergunta que lhes foi feita, e conseguiram elencar alguns assuntos que eles acham pertinentes que o aluno tenha certo domínio a fim de que se iniciem os estudos de limite, derivada e integral. Sabe-se que esses e outros conteúdos foram basilares na consolidação do cálculo, conforme Eichenberger (2016):

Unir a geometria e a álgebra, com a ajuda do plano cartesiano ortogonal, criado por Descartes, era a ideia que faltava para que o estudo com valores infinitesimais, o cálculo diferencial e o estudo das integrais avançassem definitivamente (p.106).

Percebe-se que o sujeito da pesquisa tem noção da importância de estudar conteúdos que irão lhe proporcionar uma melhor compreensão das ideias de limite derivada e integral, mas podemos inferir que, se esses conteúdos forem trabalhados de forma superficial ou até mesmo ignorados pelos professores de Ensino Médio e Fundamental, os alunos não terão uma boa preparação para o ensino do cálculo. Rezende (2003, p. 50) nos aponta o seguinte: “Fala-se, por exemplo, de funções

crescentes, mas não se estuda o quanto estas crescem”. Esta contribuição permite enfatizar a respeito da importância de não se ter apenas o resultado, mas de fato o sentido e o entendimento do que se está sendo estudando.

Dois sujeitos envolvidos na pesquisa, *Kubitschek* e *Menina de Roma*, não compreenderam a pergunta, e listaram em suas respostas as ideias que deram origem a derivada. O primeiro sujeito menciona que “Pelo que eu lembro, a ideia de derivada surgiu do pensamento de Newton e Leibniz sobre calcular a inversa da tangente e com o tempo foi sendo ampliado o pensamento por outros grandes matemáticos”, já a *Menina de Roma* descreve que “Entender os problemas envolvendo reta, tangente, assim como, os problemas envolvendo áreas”, devem ser considerados.

Com esse questionário, consegue-se compreender quais eram os conhecimentos prévios que os sujeitos tinham antes da realização dos nossos encontros. Evidenciou-se por meio dos questionamentos que para a maioria dos participantes da pesquisa, Newton e Leibniz foram responsáveis pelo desenvolvimento do cálculo e pouco ou quase nada se sabe ou se ouve falar sobre infinitésimos.

Apreciando as produções realizadas pelos sujeitos após os encontros, as discussões e o questionário que foi explicitado acima, percebe-se que os mesmos obtiveram os conhecimentos para a produção das tiras durante os encontros e a oficina.

Ao serem perguntados após os encontros, a respeito do Zenão, Eudoxo e Arquimedes, esses matemáticos deixaram de ser conhecidos apenas pelos paradoxos. Eudoxo não era lembrado, e Arquimedes deixou de ser o matemático que tinha gritado a palavra *Eureka*.

Com os encontros realizados pela pesquisadora, os participantes entenderam qual o real significado dos paradoxos e quais ideias estavam por trás de cada um deles, conforme explanado no Capítulo 3, e que a partir de Zenão, como diz Boyer (1974), a Matemática adquiriu outra configuração, ou seja, as grandezas não são associadas a números ou pedras, mas a segmentos de reta.

Com Eudoxo, eles compreenderam o método de exaustão, como foi utilizado e explorado na obra “O Método”, de Arquimedes, para se chegar ao limite sem se usar os infinitésimos. Com Arquimedes, os sujeitos tiveram as ideias de como calcular as áreas de figuras planas usadas no método de exaustão que se servia dos infinitésimos apenas para indicar os resultados.

Ademais, nas tiras produzidas pelos sujeitos, nota-se que eles conseguiram aprender sobre os assuntos, como foi possível observar na produção do *Kubitschek*. Destaca-se a produção desse pseudônimo, visto que o mesmo apresentou os três matemáticos seguindo toda a organização composicional de uma tira, conforme as características apontadas por Bakhtin.

À vista disso, pode-se afirmar que os alunos, sujeitos da pesquisa, saíram dos encontros propostos e realizados com uma visão diferenciada, tanto sobre a História da Matemática quanto sobre o Cálculo Diferencial e Integral (CDI), principalmente no que diz respeito à produção e utilização das tiras, pois se conseguiu levar para o ensino superior uma abordagem diferente do comum. Vale ressaltar que não se propõe com o uso da tira o abandono dos livros adotados, mas pode-se ter como sugestão, para iniciar as aulas, tanto de História da Matemática quanto do cálculo, a utilização de um dos gêneros mais simples, as tiras.

Ademais, os sujeitos aprenderam quais os matemáticos da Grécia Antiga contribuíram para o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), conclusão exposta nas produções das tiras, como foi analisado na Seção 5.3 desta pesquisa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme visto ao longo do estudo, a Matemática faz parte do desenvolvimento da humanidade. No decorrer do tempo, a sociedade foi realizando descobertas que permitiram a solução de inúmeros problemas, desde a construção de diques na civilização egípcia, como também o problema da quadratura da parábola, que mais à frente nos daria um dos mais belos resultados da Matemática, o cálculo da integral.

Percebe-se que, ao se estudar a História da Matemática, é possível entender conceitos, definições e, ao mesmo tempo, compreender que a Matemática não foi consolidada de forma rápida e sem obstáculos. É comum não serem mencionadas essas evoluções nas aulas, passando para o aluno os conteúdos como prontos e acabados. O conceito de limite é um dos exemplos que só veio a ser consolidado no século XIX, mas já se tinha estudo sobre o que seria o limite há 2000 anos antes de Cristo (a.C) (REZENDE, 2003), esse estudo se dava na Grécia antiga. E o que nos permite apresentar o exemplo de limite, é o estudo da própria História da Matemática que infelizmente ainda permanece muito tímida nas salas de aula do ensino superior.

Sabe-se que existe a disciplina nos cursos de licenciatura em Matemática, mas é preciso que haja uma conexão dela com as demais disciplinas do curso, para que o aluno compreenda a evolução de tais conceitos. Além disso, é necessário que junto ao livro didático, outros recursos que auxiliem e contribuam para o entendimento da própria Matemática sejam utilizados.

Nesse sentido, a presente pesquisa teve como um dos objetivos verificar como a História em Quadrinhos (HQ) pode contribuir no conceito de infinitésimo, a partir das ideias de Zenão, Eudoxo e Arquimedes, tendo como panorama sua construção histórica que levou ao desenvolvimento desses conceitos. Essas ideias foram atreladas ao gênero do discurso tira, com o propósito de ajudar na assimilação dos alunos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Foi possível verificar no primeiro encontro realizado da pesquisadora com os alunos, sujeitos, envolvidos nesta pesquisa e por meio de um questionário aplicado antes das discussões, o nível de conhecimento que os mesmos tinham sobre as raízes do cálculo e, em sua maioria, foram citados nomes como Newton e Leibniz.

As respostas mencionadas eram esperadas pela pesquisadora, visto que até os livros didáticos abordam a história do cálculo só a partir das ideias dos dois

matemáticos supracitados, desconsiderando os 17 séculos antes de Cristo (a.C), que correspondem a períodos nos quais foram desenvolvidas contribuições relevantes para o conceito do cálculo.

No decorrer da pesquisa ocorreram três outros encontros, e conforme o cronograma proposto, no segundo encontro foi iniciada uma conversa com os sujeitos, participantes da pesquisa, por intermédio do uso da tira produzida pela autora desta produção. Iniciava-se uma aula de forma diferente do tradicional, possibilitando a pesquisadora perceber que dessa maneira os alunos ficaram inquietos e curiosos para saber mais sobre o assunto. Nesse contexto, observou-se uma boa aceitação do uso da tira por parte dos sujeitos.

Ademais, com o encontro realizado com a colaboração da professora e doutoranda da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Aylla Gabriela Paiva de Araújo, foi possível apresentar as ferramentas digitais disponíveis para a produção de HQ e posteriormente demonstrar a sua aplicabilidade. O momento, além de marcar um envolvimento direto dos sujeitos com as ferramentas para a produção das tiras, permitiu aos mesmos desenvolverem correlações com o gênero, tiras, e a História da Matemática para o desenvolvimento da produção final, por intermédio de uma ferramenta digital, escolhida por cada sujeito, ou a ser desenvolvida manualmente.

Durante a apresentação das tiras produzidas observou-se que os mesmos já tinham outra perspectiva sobre a origem do cálculo com as contribuições não somente de Newton e Leibniz mais de Zenão, Eudoxo e Arquimedes, além de conhecerem um novo conceito, a origem dos infinitésimos, tendo em vista que até o presente momento dos encontros os sujeitos envolvidos não tiveram a abordagem deste tema, evidenciando uma problemática no que se refere a redução das contribuições de outras figuras relevantes para o cálculo.

Na análise dos dados, ao realizar a correlação entre o questionário e a produção dos sujeitos, foi possível visualizar que houve assimilação do conteúdo apresentado nas tiras produzidas. Percebeu-se que a compreensão sobre as contribuições de Zenão, Eudoxo e Arquimedes aconteceu de forma mais leve, além de aprenderem o conteúdo que foi trabalhado, ao mesmo tempo perceberam que as aulas poderiam ser iniciadas de uma forma diferente do tradicional.

Constatou-se uma mudança na visão dos sujeitos da pesquisa em relação à Matemática, passando de um olhar severo para mais humano, como se tem na fala do sujeito, revelando uma nova percepção: “se todos os conteúdos fossem

ministrados dessa forma, usando História da Matemática teríamos uma melhor compreensão e sem falar que ao usar as tiras nos ajudou a quebrar o gelo de uma matéria tão difícil e complicada”.

Os sujeitos reproduziram o que foi trabalhado nos encontros não trazendo em suas produções o conceito de infinitésimo sob a visão de Zenão, Eudoxo e Arquimedes, como detalhado anteriormente mas tornou-se possível compreender onde está à origem do cálculo por intermédio do conteúdo ilustrativo e textual.

Sendo assim, nos trabalhos futuros, pretende-se construir uma série de tiras direcionadas especificamente ao conceito de infinitésimo, respeitando a epistemologia do conhecimento matemático e a História da Matemática.

Os resultados obtidos após a investigação realizada foram considerados satisfatórios, com a aplicabilidade do uso das tiras por intermédio das ferramentas digitais ou da produção manual para a confecção das HQs dedicadas a compreensão da história do cálculo, tendo em vista as produções que enfatizaram como ocorreu a evolução e o surgimento dos conceitos.

O desenvolvimento desta pesquisa com a aplicação da História em Quadrinhos (HQ) no campo da Matemática, sobretudo voltada para o ensino superior, mostrou-se viável. A continuidade desta pesquisa, e as posteriores aplicações das tiras na aprendizagem, nas discussões e aulas acadêmicas, ou seja, na educação matemática torna-se um recurso distinto do método tradicional a ser considerado, recurso este já utilizado no ensino básico.

A pesquisa elucidada torna-se não somente um caso tipo da aplicação da HQ no ensino superior, como também uma base para as demais pesquisas a serem desenvolvidas, até mesmo sob novas perspectivas.

REFERÊNCIAS

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ABRAHÃO, Felipe S. **Infinitos e Infinitesimais: Um problema matemático**. Rio de Janeiro, RJ – Brasil Junho de 2009, disponível em: < https://www.researchgate.net/publication/324056503_Infinitos_e_Infinitesimais_Um_problema_matematico > Acesso em 4 de Abril de 2022.

BAKHTIN, Mikhail. Os gêneros do discurso. In: BAKHTIN, Mikhail. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 2003. p. 277-326.

BARBOSA, Joaquim; HESS, Remi. **O diário de pesquisa: o estudante universitário e seu processo formativo**. Brasília: Liberlivro, 2010.

BARON, M. E. E; BOS, H. J. M. **Curso de História da Matemática: origens e desenvolvimento do Cálculo**. Volume 1. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sérgio Roberto. **História da Matemática em contextos da Educação Matemática: contribuições do GPHM**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 153-171, dez. 2011.

BELL, Eric Temple. **Los Grandes Matemáticos: desde Zenón a Poincaré, su vida y sus obras/E.T.Bell**. Buenos Aires. Editora : Ed .Losada, 1948.

BOYER, Carl Benjamin. **The history of calculus and its conceptual development**. New York, Dover, 1959. p. 29.

_____. **História da Matemática**. Trad. Heleno Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRANDÃO, Daniel. **A linguagem dos quadrinhos**. Coleção Quadrinhos em sala de aula. Fascículo 3. Fortaleza, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1998.

BROLEZZI, A. C. **A tensão entre o discreto e o contínuo na história da matemática e no ensino de matemática**. 1996. 95 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.

_____. **Raízes do cálculo na Grécia Antiga**. Revista Pesquisa e Pós-Graduação, Ouro Preto, ano 1, v. 1, n. 1, p. 38-41, jan./jun. 1999.

CHAVES, Waldemar Lene. **Curso básico em quadrinhos em sala de aula: Tiras e Quadrinhos**. Fascículo 6, Fortaleza, 2016.

D'AMBROSIO, U. A. História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115

DIAS, Graciane Ferreira. **A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético de Blaise Pascal**. 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

DOMINGUES, H. H. Apresentação. In: BOYER, Carl Benjamin. **Cálculo**. Trad. Hygimo H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, p. 1-2.

DUARTE, Renan Silva, **Quadrinhos é coisa de criança: Considerações sobre um equívoco desimportante**. Literartes, n. 8, 2018.

EICHENBERGER NETO, João. **História da Matemática**. Londrina: Educacional, 2016.

EISNER, W. **Histórias em quadrinhos e arte sequencial**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

_____. **Quadrinhos e arte sequencial**. 4. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2010.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

FERREIRA, A. B. H. **Miniaurélio: o minidicionário da língua portuguesa**. 7. ed. Curitiba: Positivo, 2008.

FERREIRA, G. de S.; OLIVEIRA, C. C. **A História da Matemática e os quadrinhos: inventário de pesquisas no banco de teses da CAPES**. ENAPHEM, 5, 2020, Rio Grande do Norte. Open Journal Systems, 2020 1-5 (versão *online*).

FIORENTINI, Dario. **A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática**. Revista de Educação PUC-Campinas. Campinas: Editora Beccari, n. 18, p.107-115, jun. 2005.

FOSSA, John Andrew. **A História da Matemática como fonte de atividades matemáticas**. In: Anais do I Seminário Nacional História da Matemática, Recife: UFRPE, 1995 – Ensaio sobre a Educação Matemática. Belém: EDUEPA.

_____. **Ensaio sobre a Educação Matemática**. Belém: EDUEPA, 2001.

_____. REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura. **A diversidade de abordagens nas pesquisas em educação matemática**. Ano 15, n. 35, p. 10-26. ISSN: 2675-1909, nov. 2020.

FULY, Mariana Do Nascimento. **A produção De HQS para o ensino de Matemática: um estudo de caso no âmbito da iniciação à docência**. Monografia (Curso de Especialização em Ensino de Matemática) – Universidade Federal Fluminense. 2016.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GONDIM, Diego de Matos. **Modos outros de expressão dos cálculos diferencial e integral nos rastros de Eudoxo e Arquimedes: possibilidades e limites para o ensino**. Hipátia v. 2, n.1, p. 26-39, jun. 2017

GONÇALVES, Rosilene Ramos. **O uso de histórias em quadrinhos por professores da rede pública municipal de ensino da cidade do Rio de Janeiro**. Dissertação (Mestrado em Educação) Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

HEMEROTECA DIGITAL BRASILEIRA. **O Tico -Tico**: o jornal das crianças (RJ) – 1905 a 196. Disponível em: < <https://hemerotecadigital.bn.br/acervo-digital/tico-tico/153079> > Acesso em 04 Abril de 2022.

IANNONE, L. R., IANNONE, R. A. **O mundo das histórias em quadrinhos**. 11. ed. São Paulo: Moderna, 1994.

LOVETRO, José Alberto. **Quadrinhos além dos gibis**. In: História em quadrinhos: um recurso de aprendizagem. Salto para o futuro. Ano XXI, Boletim 01, abr./2011. Disponível em: < https://www.noticiasead.com.br/images/stories/pdf_ppt_Doc/181213historiaemquadrinhos.pdf. > Acesso em 30 de setembro de 2021.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LUYTEN, Sonia M. Bibe. Quadrinhos na sala de aula. In: **História em quadrinhos: um recurso de aprendizagem**. Salto para o futuro. Ano XXI, Boletim 01, abr./2011. Disponível em: https://www.noticiasead.com.br/images/stories/pdf_ppt_Doc/181213historiaemquadrinhos.pdf. Acesso em 30 de setembro em 2021.

_____. **O que é história em quadrinhos**. São Paulo: Brasiliense, 1985.

MARCUSCHI, L. A. **Gêneros textuais: definição e funcionalidade**. In: BEZERRA, M. A.; DIONISIO, A. P.; MACHADO, A. R. (Ed.). Gêneros textuais e ensino. Rio de Janeiro: Lucerna, 2005. p. 19-36.

MARTINS, Greyce Michelle Rocha. **Conjuntos Numéricos em quadrinhos: Uma abordagem da História da Matemática na Educação Básica**. 2022. 174f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022.

MENDES, Iran Abreu. **O uso da história no ensino da matemática: reflexões teóricas e experiências**. Belém: EDUEPA, 2001.

MERSERVE, B. **The History of Mathematics as a pedagogical tool**. Proceedings of the Fourth International Congresso on Mathematical Education. p. 398-400. Boston: Birkauer, 1980.

MCCLOUD, S. **Desvendando os quadrinhos**. São Paulo: Makron Books, 1995.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Angela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

MIGUEL, Antônio. **Três estudos sobre a história e educação matemática**. 1993. 361f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993 Disponível em <<https://www.repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/69654>> Acesso em 09 de abril de 2022.

MIRANDA, R. D. R. **Uma proposta para o ensino de trigonometria a partir do uso de quadrinhos como recurso didático**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

NASSER, Lillian; SOUSA, Geneci Alves; TORRACA, Marcelo André A. **Mobilizações Didáticas para a aprendizagem do conceito de função**. in FOSECA, Laerte, (org). Didática do Cálculo: Epistemologia, ensino e aprendizagem. (183-196), 1ed,-São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

NOGUEIRA, Natania Aparecida da Silva. **Uma breve Histórias das histórias em quadrinhos**. São Leopoldo: EST, 2019.

NOSTALGIA DO TERROR. **Reportagem do terror parte III**. Disponível em: <https://www.nostalgidoterror.com/reportagens_2/anos_de_terror3.htm > Acesso em 04 Abril de 2022.

O GLOBO. **Guia dos Quadrinhos**. 1 de dezembro de 1940 Disponível em <<http://www.guiadosquadrinhos.com/edicao/gibi-n-252/gi002101/33092>> Acesso em 04 de Abril de 2022.

PAIVA, Fábio da Silva. **História em Quadrinhos na Educação: memórias, resultados e dados**. Tese (em Doutorado em Educação). Programa de pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2016.

PATATI, Carlos; BRAGA, Flávio. **Almanaque dos quadrinhos: 100 anos de uma mídia popular**. Rio de Janeiro: Ediouro, 2006.

PENTEADO, M. A. **Desvelando o universo das histórias em quadrinhos: uma proposta de ação**. 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1167-4.pdf>. > Acesso em 10 abril de 2022.

PIXTON EDUCADOR. **Apresentação da página inicial**. Disponível em: <<http://www.pixton.com> > Acesso em 04 Abril de 2022.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; ALCÂNTARA, Cláudia de Sales(org.). **Histórias em quadrinhos: interdisciplinaridade e educação**. São Paulo: Editora Reflexão, 2017.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

RAMA, A. *et al.* **Como usar as histórias em quadrinhos em sala de aula**. São Paulo: Contexto, 2020.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. 468 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

RUBENS, Ivo viu a Uva. **Defeitos do Ivo nº4,5,6...1001,1002,1003**. Disponível em: < <https://www.ivo viu a Uva.com.br/defeitos-do-ivo-no-4-5-6-1001-1002-1003/#comments> > Acesso em 04 de Abril de 2022.

SANTOS, L. S. D. **A Geometria da escola e a utilização de história em quadrinhos nos anos finais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2014.

SBEM, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de licenciatura em matemática: uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. Documento encaminhado ao CNE e à SESu/MEC. 2002.

SILVA, Diamantino da. **Quadrinhos para quadrados**. Porto Alegre: Bel's, 1976.

STORYBOARDTHAT. **Apresentação do layout do Storyboard that**. Disponível em: < <https://www.storyboardthat.com/pt/storyboard-criador> > Acesso em 04 Abril de 2022.

VAILATI, J. S.; PACHECO, E. R. **Usando a História da Matemática no ensino da Álgebra**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação, 2011.

VERGUEIRO, Waldomiro. A linguagem dos quadrinhos: uma "alfabetização" necessária. In: RAMA, Angela *et al.* (Org.) **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. p. 31-64, São Paulo: Contexto, 2020.

APÊNDICE A – FORMULÁRIO CONTENDO O QUESTIONÁRIO E O TERMO DE COMPROMISSO

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

Trata-se de uma oficina que tem como título: *A utilização da história em quadrinho como recurso para as aulas de cálculo diferencial e integral* o objetivo é *Aprender como utilizar os quadrinhos em função da aprendizagem de infinitésimos envolvendo história da matemática*, isto faz parte da pesquisa de mestrado da aluna Lilia Santos Gonçalves, tendo como orientador o professor Doutor José Joelson Pimentel de Almeida do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba .

Informações Pessoais

Nome: _____

Pseudônimo: _____

Telefone: _____

Semestre: _____

Questões específicas

1) Quais matemáticos você conhece da História da Matemática que podem estar relacionados ao desenvolvimento do cálculo?

2) Sabemos que Newton e Leibniz chegaram ao cálculo mediante estudos de outros matemáticos que vieram antes deles. Que matemático você já ouviu falar que possa ter dado alguma contribuição para os estudos de Newton e Leibniz

3) Quais são as ideias essenciais para se estudar limite, derivada e integral?

Termo de consentimento livre e esclarecido

Confirmo minha participação na oficina que será por mim assinado, por meio do pseudônimo que indiquei no início desse formulário.

Assinatura _____

APÊNDICE B – TIRA PRODUZIDA PELA PESQUISADORA

