



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I – CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

DAVID SEVERO DO NASCIMENTO JÚNIOR

**GeometriRA: PROPOSTA DIDÁTICA UNINDO REALIDADE AUMENTADA,
MATERIAIS MANIPULÁVEIS, LUDICIDADE E GAMIFICAÇÃO PARA O ENSINO
FUNDAMENTAL**

**CAMPINA GRANDE
2022**

DAVID SEVERO DO NASCIMENTO JÚNIOR

**GeometriRA: PROPOSTA DIDÁTICA UNINDO REALIDADE AUMENTADA,
MATERIAIS MANIPULÁVEIS, LUDICIDADE E GAMIFICAÇÃO PARA O ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Cultura científica, tecnologia, informação e comunicação.

Orientador: Prof. Dr. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida.

**CAMPINA GRANDE
2022**

N244g Nascimento Júnior, David Severo do .
GeometriRA [manuscrito] : proposta didática unindo realidade aumentada, materiais manipuláveis, ludicidade e gamificação para o Ensino Fundamental / David Severo do Nascimento Júnior. - 2022.
182 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa , 2023.

"Orientação : Prof. Dr. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida , UFCG - Universidade Federal de Campina Grande ."

1. Tecnologias Digitais. 2. Metodologias Ativas. 3. Tecnologias Analógicas. 4. Pensamento Geométrico. I. Título

21. ed. CDD 516.22

DAVID SEVERO DO NASCIMENTO JÚNIOR

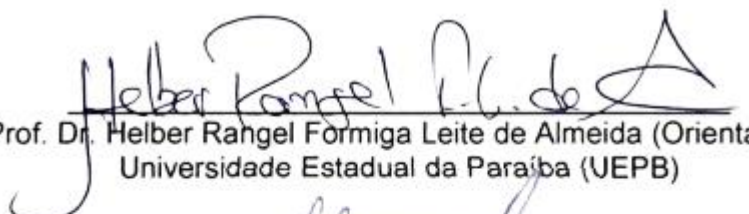
GeometriRA: PROPOSTA DIDÁTICA UNINDO REALIDADE AUMENTADA,
MATERIAIS MANIPULÁVEIS, LUDICIDADE E GAMIFICAÇÃO PARA O ENSINO
FUNDAMENTAL

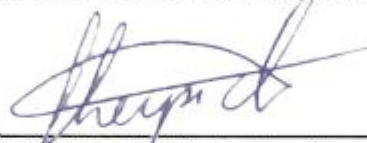
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Cultura científica, tecnologia, informação e comunicação.

Aprovada em: 21/12/2022.

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof. Dr. Fabrício Herpich
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)


Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

AGRADECIMENTOS

Dentre as muitas oportunidades que DEUS apresentou em minha vida, de modo bastante sintético cabe destacar a forma como Ele coloca cada pessoa em cada momento, cada uma delas fornecendo ensinamentos valiosos sobre como agir e como não agir;

Agradeço a DEUS e aos meus pais, David Severo e Edneide Lima, pelo dom da vida;

Agradeço, de maneira muito especial, a Geissa Samira por toda a contribuição e auxílio durante todo o período do mestrado;

Ao meu orientador Helber Rangel de Almeida por toda a contribuição e paciência dispensadas, além dos ensinamentos transmitidos ao longo de todo o mestrado;

Aos membros da Banca de Qualificação Fabrício Herpich e José Joelson Pimentel de Almeida que dedicaram seu tempo para fornecer importantes contribuições para o enriquecimento deste trabalho.

Aos membros da Banca de Defesa Final Fabrício Herpich e Roger Ruben pelas importantes contribuições nesse momento tão importante na vida acadêmica.

A todos que fazem parte do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEPB, pelos serviços prestados ao longo desses anos que contribuíram não só academicamente, mas para a vida, em especial aos servidores da secretaria Lidayana de Mélo Gomes e, à época, Cícero Pequeno Diniz Júnior;

Aos Paralelepípedos, grupo de estudos formado pela perspicaz Ellen Marques, Fabrícia Rodrigues (dupla moral) e pelas desenroladas Lilia Santos e Silmara Benigno, por todas as ideias debatidas, lamentos divididos e vitórias alcançadas durante toda a trajetória;

A minha irmã Georgia Simonelly e a todos os meus amigos pelo simples fato de existirem e estarem ao meu lado, além de transmitirem sentimentos indescritíveis para as palavras;

Cada ser humano é único e tem o privilégio do livre arbítrio para fazer as escolhas que podem determinar a felicidade de quem está ao seu lado. Gratidão é a palavra de ordem, seja sempre assim!

“Se vi mais longe foi por estar de pé sobre ombros de gigantes.” (Sir Isaac Newton)

RESUMO

A tecnologia tem avançado de maneira vertiginosa nas últimas décadas. Muitas vezes, a capacidade monetária e intelectual para utilizar e adquirir os recursos provenientes desse avanço acabam por não acompanhar o ritmo. No contexto da educação não é diferente, a tecnologia está cada vez mais presente e necessária em tal processo. Porém, a utilização da tecnologia deve ser muito bem planejada para que ela possa produzir os melhores resultados possíveis. Nesse sentido, a pesquisa em tela teve como objetivo investigar como uma proposta didática baseada em gamificação e Realidade Aumentada (RA) pode contribuir com o ensino e a aprendizagem de geometria. Para isso, a pergunta que norteou a investigação foi: Quais as potencialidades de uma proposta didática desenvolvida a partir das ideias de gamificação e RA no ensino e na aprendizagem de geometria? Para viabilizar essa investigação, foi produzido um aplicativo de RA aliado a uma proposta educacional pautada no uso de materiais didático manipuláveis, ludicidade e gamificação que busca fornecer maior sentido a utilização da tecnologia no contexto educacional. Almejando conferir maior respaldo e triangulação dos dados sua aplicação ocorreu em três cenários distintos: em uma turma de graduandos, em uma turma de mestrandos, e em um contexto real de sala de aula com quatro turmas, duas de 6º e duas de 7º ano do ensino fundamental. A pesquisa demonstrou que a ferramenta é viável e possui um leque ainda maior de possibilidades de atuação em outros contextos de aprendizagem. Ao utilizar a Teoria Fundamentada nos Dados (TFD) como abordagem metodológica, buscou-se alcançar a percepção dos docentes/futuros docentes sobre a ferramenta com o intuito de demonstrar as diversas possibilidades de utilização para que, em aprofundamentos futuros, possam ser investigadas a influência da ferramenta e proposta didática na aprendizagem dos discentes que participarem dessa experiência.

Palavras-Chave: Tecnologias Digitais; Metodologias Ativas; Tecnologias Analógicas. Pensamento Geométrico; TFD.

ABSTRACT

Technology has advanced vertiginously in the last decades. Many times, the monetary and intellectual capacity to use and acquire the resources resulting from this advance do not keep up with the pace. In the context of education it is not different, technology is increasingly present and necessary in such process. However, the use of technology must be well planned so that it can produce the best possible results. In this sense, this research aimed to investigate how a didactic proposal based on gamification and Augmented Reality (AR) can contribute to the teaching and learning of geometry. To this end, the question that guided the investigation was: What is the potential of a didactic proposal developed from the ideas of gamification and AR in the teaching and learning of geometry? To make this investigation possible, an AR application was produced united to an educational proposal based on the use of manipulative teaching materials, playfulness and gamification that seeks to provide greater meaning to the use of technology in the educational context. In order to give more support and triangulation of the data, its application occurred in three different scenarios: in a class of undergraduates, in a class of master's students, and in a real classroom context with four classes, two of 6th and two of 7th grade of elementary school. The research has shown that the tool is viable and has an even wider range of possibilities for performance in other learning contexts. By using Grounded Theory (GT) as a methodological approach, we sought to reach the perception of teachers/future teachers about the tool in order to demonstrate the various possibilities of its use, so that, in future studies, the influence of the tool and didactic proposal on the learning of students who participate in this experience can be investigated.

Key-words: Digital Technologies; Active Methodologies; Analog Technologies; Geometric Thinking; GT.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Loop Engajamento	29
Figura 2 - MDM's das representações dos sólidos geométricos presentes na PDG	47
Figura 3 - Tipos de Head mounted displays	49
Figura 4 – Interface visual proposta por Tom Caudell e David Mizeli	50
Figura 5 – RA implementada através do aplicativo GeometriRA.....	52
Figura 6 – Marcadores do GeometriRA.....	64
Figura 7 – Processo de Gamificação do GeometriRA.....	72
Figura 8 – Tela inicial do aplicativo GeometriRA	74
Figura 9 – Tipos de codificação da TFD.....	87
Figura 10 – Fases de aplicação da TFD.....	90
Figura 11 – Plataformas compatíveis com a Unity	98
Figura 12 – Etapas da Construção do Aplicativo GeometriRA	99
Figura 13 – Comparação do material manipulável modelo e construção dos discentes	135
Figura 14 – Primeiro esboço do esquema conceitual pós codificação aberta	140
Figura 15 – Categoria Múltiplos Contextos de Utilização	144
Figura 16 – Categoria Atuação Docente	147
Figura 17 – Esquema conceitual proveniente da aplicação da TFD sobre os dados	151
Figura 18 – Formulário 1 – Questões relativas ao perfil dos potenciais usuários...	153
Figura 19 – Formulário 1 – Questões relativas à RA.....	155
Figura 20 – Dados sobre RA, coletados na pesquisa realizada em 2017	156
Figura 21 – Formulário 1 – Questão relativa ao interesse na formação em RA	157
Figura 22 – Formulário 2 – Questão relativa à RA	158
Figura 23 – Formulário 2 – Questão relativa à RA	159
Figura 24 – Formulário 2 – Questão relativa à RA	159
Figura 25 – Formulário 2 – Questão relativa ao vídeo 1 do material instrucional...	161
Figura 26 – Formulário 2 – Questão relativa ao vídeo 2 do material instrucional...	161
Figura 27 – Formulário 2 – Questão relativa ao vídeo 3 do material instrucional ..	162
Figura 28 – Formulário 2 – Questão relativa ao vídeo 4 do material instrucional...	162
Figura 29 – Tela de Créditos do GeometriRA.....	163
Figura 30 – Formulário 2 - Questão sobre se a aplicação da proposta é capaz de alcançar êxito para contribuir com o desenvolvimento do pensamento geométrico dos discentes	164
Figura 31 – Formulário 2 – Perspectivas de futuras aplicações da PDG	165
Figura 32 – Modelo de embalagem ecológica para os objetos da PDG	168

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Principais diferenças entre games e Gamification	27
Quadro 2 – Relações entre as habilidades de Hoffer (1981) e o os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.....	42
Quadro 3 – Vídeos Instrucionais da PDG.....	79
Quadro 4 – Características das principais escolas de GT	85
Quadro 5 – Relatos do Momento 1: Apresentação Teórica.....	106
Quadro 6 – Relatos do Momento 2: As animações e as regras do jogo.....	110
Quadro 7 – Relatos Momento 3: A aplicação do jogo/fator interdisciplinar	119
Quadro 8 – Aplicações Turmas 6° e 7° Ano: Fase 1 e 2 (Construir e Estudar)	127
Quadro 9 – Categorias preliminares provenientes da codificação aberta	137
Quadro 10 – Formulário 2 – A PDG na visão dos participantes da formação	157
Quadro 11 – Formulário 2 – Perspectivas dos participantes sobre o aplicativo de RA	159
Quadro 12 – Formulário 2 – Justificativas dos participantes a questão anterior.....	164
Quadro 13 – Formulário 2 – Justifica em relação ao item anterior	165
Quadro 14 – Formulário 2 – Sondagem sobre os contextos de aplicação na visão dos participantes	166
Quadro 15 – Formulário 2 – Análises dos participantes sobre toda após vivenciar todas as propostas	167

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
FBX	Padrão de arquivo utilizado para troca e uso universal de conteúdo 3D
GPL	General Public Licence
GT	Grounded Theory
HMD	Head Mounted Displays
MD	Material Didático
MDM	Materiais Didáticos Manipuláveis
OA	Objetos de Aprendizagem
ODA	Objeto Digital de Aprendizagem
RA	Realidade Aumentada
RV	Realidade Virtual
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PDG	Proposta Didática do <i>GeometriRA</i>
TFD	Teoria Fundamentada nos Dados

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Problema de pesquisa	16
1.2 Objetivo.....	18
1.2.1 Objetivos Específicos.....	18
2 EDUCAÇÃO E TECNOLOGIA	19
2.1 Ludicidade: Os jogos no contexto educacional	22
2.2 Metodologias Ativas: O processo de Gamificação.....	25
3 VISUALIZAÇÃO ESPACIAL E PENSAMENTO GEOMÉTRICO INTERMEDIADOS POR TECNOLOGIA	32
3.1 Pensamento geométrico	36
3.2 Materiais Manipuláveis como recurso para o desenvolvimento do pensamento geométrico	44
3.3 Realidade Aumentada e suas contribuições no processo educacional	48
4 GeometriRA E SUA PROPOSTA DIDÁTICA	58
4.1 O GeometriRA e sua aplicação	60
4.2 Uma semente para possível adequação de proposta interdisciplinar através da PDG	69
4.3 A Gamificação Estrutural presente na PDG.....	71
4.4 Metodologias Ativas: O Processo de Gamificação	73
4.5 A produção do material instrucional.....	78
5 METODOLOGIA	80
5.1 A Grounded Theory (GT)	84
5.2 A construção dos Objetos de Aprendizagem (OAs)	91
5.2.1 O Blender como ferramenta para modelagem tridimensional (3D)	92
5.2.2 ODAs Produzidos	93
5.2.2.1 5º Ano	94
5.2.2.2 6º Ano	94
5.2.2.3 7º Ano	96
5.3 A construção do aplicativo GeometriRA	97
5.3.1 A Engine Unity	97
5.3.2 O Kit de desenvolvimento Vuforia.....	99
5.3.3 Detalhando o papel das ferramentas no processo construtivo do aplicativo	99
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	101
6.1 Minerando os Dados: Codificação Aberta.....	103
6.2 Lapidando as informações - Codificação Axial:	139

6.3 Teoria Emergente - Codificação Seletiva:.....	148
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	170
REFERÊNCIAS.....	175
APÊNDICE A – ARTE DE DIVULGAÇÃO DO <i>GeometriRA</i>	181
APÊNDICE B – TABELA PONTUAÇÃO <i>GeometriRA</i>.....	182

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, face aos processos provenientes das alterações sociais provocadas pela tecnologia nos mais diversos meios, uma forte tendência relacionada à necessidade de melhoria contínua e gradativa no cenário educacional é intensificada. Isso porque o mundo para o qual o modelo vigente foi concebido parece não existir mais ou, em uma previsão um tanto mais otimista, é possível deduzir que essa realidade está em um momento crítico, de modo que as evidências apontam para outros caminhos e novas perspectivas.

Se anteriormente, o discurso costumava girar em torno de letramento e alfabetização, a tendência agora demonstra estar voltada para letramento digital, domínio de tecnologias, entre outros aspectos. Embora seja importante ressaltar que a ênfase social dada ao letramento digital, de modo algum diminui ou coloca em segundo plano a importância do letramento e alfabetização tradicionais, podendo inclusive ambos atuarem em conjunto para a obtenção de melhores resultados aos aprendentes.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento de caráter normativo responsável por estabelecer parâmetros educacionais a serem assimilados em cada uma das etapas do Ensino Básico, é enfática ao apresentar a tecnologia digital como fator importante na produção de competências a serem atingidas pelos atores do processo educacional. Relacionado a esse aspecto, entre as competências gerais da educação básica estabelecidas no documento está

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

No relatório *Tecnologias para uma educação com equidade: novo horizonte para o Brasil*, de março de 2021, realizado por meio de uma parceria entre o *D3e*¹, o *Todos pela Educação*² e o *Transformative Learning Technology Laboratory*³, da

¹ <https://d3e.com.br/relatorios/tecnologias-para-uma-educacao-com-equidade/>

² <https://todospelaeducacao.org.br/>

Universidade de Columbia, nos Estados Unidos, no qual o objetivo é apresentar possibilidades e propostas inerentes ao debate nacional sobre a importância da tecnologia para melhorar o aprendizado na Educação Básica, são apresentadas três categorias de tecnologia educacional: as de infraestrutura, as de ensino e as de criação e experimentação.

Ao desenvolver sua linha de pensamento, o referido relatório busca ampliar o debate relacionado à tecnologia no contexto educacional brasileiro, retirando o foco na questão do “se” a tecnologia pode beneficiar o processo, para o “como” ela poderá interferir corretamente na realidade das escolas brasileiras, concluindo que “o Brasil precisa investir em quatro frentes básicas: infraestrutura adequada, pessoas formadas e apoiadas, um olhar cuidadoso para dados pessoais na educação e uma estratégia nacional clara” (BLIKSTEIN *et al*, 2021, p. 42).

Conforme a realidade exposta, torna-se imprescindível realizar estudos que busquem apresentar soluções capazes de estar inseridas nesse planejamento de melhoria do panorama da educação brasileira, que é marcado pela desigualdade social e carência de recursos em todos os meios. No entanto, essa ausência é acentuada ao observar a rede pública de ensino brasileira, em especial o Ensino Básico.

Um tema que pode ter uma influência muito positiva em seu processo de ensino, a partir da intermediação de tecnologias, é a geometria. Em meados da década de 1990, uma possível negligência no que concerne ao ensino do tema já era constatada a partir da seguinte reflexão:

O ensino da Geometria, se comparado com o ensino de outras partes da Matemática, tem sido o mais desvairador; alunos, professores, autores de livros didáticos, educadores e pesquisadores, de tempos em tempos, têm se deparado com modismos fortemente radicalizantes, desde o formalismo impregnado de demonstrações apoiadas no raciocínio lógico-dedutivo, passando pela algebrização e indo até o empirismo inoperante. No Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula (LORENZATO, 1995, p.3).

O PISA⁴, exame internacional realizado para avaliar discentes na faixa etária dos 15 anos de escolas privadas e públicas de países membros da Organização

³ <https://tltlab.org/>

⁴

https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/elatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf. Acesso em 21 nov. 2022.

para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), ocorre de forma trienal e busca avaliar a competência em leitura, em matemática e em ciências. A nova edição do exame deveria ter ocorrido em 2021. Porém, devido a pandemia da Covid-19, a última aplicação foi realizada em 2018.

Referente ao desempenho em matemática, entre os 79 países/regiões participantes o Brasil ocupa a septuagésima posição, a qual incomoda e torna perceptível uma lacuna a ser preenchida de modo a melhorar esse cenário tão preocupante e desafiador.

Ao aprofundar um pouco mais nos dados apresentados no relatório do PISA 2018 quanto a proficiência em matemática, o exame estratifica em 7 níveis a expertise em matemática dos avaliados: sendo abaixo de 1 o limite inferior e 6 o nível máximo.

Enquanto apenas 0,1% dos estudantes brasileiros estão na faixa de maior proficiência em matemática (o nível 6); 41% deles estão abaixo do nível 1; 27,1% estão no nível 1, o que implica que quase 70% dos estudantes brasileiros submetidos ao exame encontram-se em um patamar muito baixo quando o assunto é matemática. Complementando os dados: 18,2% estão no nível 2; 9,3% no nível 3; 3,4% no nível 4 e 0,8% no nível 5. Com isso, conclui-se que a minoria dos estudantes brasileiros tem o mínimo de proficiência na matemática avaliada pelo referido exame.

Concernente à matemática avaliada pelo exame, o espaço e a forma, temas relacionados à geometria que, segundo o relatório, consistem em: compreender a noção de perspectiva, a criação e a leitura de mapas, a transformação de formas (com e sem uso de tecnologias), a interpretação de vistas de cenas tridimensionais a partir de diferentes perspectivas, e a construção de representações de formas. Tais temas correspondem a, em média 25% do total de itens do exame, mostrando a importância da geometria tanto para os resultados do referido exame quanto para a vida dos discentes.

Diante dos fatos apresentados, essa pesquisa, ao fornecer uma ferramenta tecnológica aliada a uma proposta de intervenção factível e adaptável para os docentes de Ensino Básico, em especial do 5º, 6º e 7º anos letivos, pretende investigar as potencialidades de tal ferramenta para melhorias no processo de ensino, inicialmente na percepção dos docentes.

Com isso pretende-se disponibilizar novas ferramentas metodológicas por meio do aplicativo *GeometriRA* e sua proposta didática, para inovar o processo de ensino de conceitos relativos ao pensamento geométrico, observando recomendações dos temas presentes na matriz de habilidades e competências da BNCC, aliando a tecnologia da Realidade Aumentada (RA), ainda pouco difundida no cenário educacional brasileiro, particularmente na rede pública, junto aos materiais manipuláveis que são, em tese, mais conhecidos no ensino da matemática nos mais diversos contextos educacionais.

Para alcançar tal finalidade, serão abordados alguns temas introdutórios de modo a situar a pesquisa, demonstrando a convergência de todos os aspectos que a estruturam.

Antes disso, é válido relatar as experiências que levaram a concepção da proposta materializada e formalizada através dessa dissertação. Em meados de 2017, conduzi uma pesquisa cujo título denominava-se “RA na Educação: Uma análise das ferramentas *Flaras* e *Aumentaty* como recursos para aulas expositivas”.

O trabalho objetivava popularizar a utilização da RA no Ensino Básico. Para isso, apresentou algumas ferramentas que pudessem ser capazes de conduzir esse processo, aliado a uma série de sequências didáticas provenientes de algumas disciplinas elencadas no programa do Ensino Médio, a saber: Química abordando a estrutura atômica, Biologia com estrutura celular e História com a temática do Egito antigo.

As conclusões dessa pesquisa apontaram para a grande potencialidade da RA como ferramenta capaz de propor melhorias de forma eficaz no processo educacional. Porém, observou-se a necessidade de um processo de divulgação de práticas capazes de permitir que docentes a utilizem de forma fácil e acessível.

Desde então, alguns anos se passaram e, ao me deparar com uma das primeiras aulas do mestrado, na qual foi apresentado um artigo com a temática para uma turma que tinha, em sua maioria, docentes do Ensino Básico, constatou-se que poucos conheciam a RA e demonstraram muito interesse em experimentar suas possibilidades dentro da realidade didática que enfrentavam cotidianamente.

Diante disso, observada uma percepção clara sobre o potencial da RA para trabalhar em contextos que envolvam visualização tridimensional, compreendendo que ainda há um grande caminho a ser traçado de modo que ela alcance seu

potencial no cenário educacional brasileiro, além de uma constatação das possibilidades de utilização da tecnologia para o ensino da geometria.

Surge a temática da pesquisa que busca envolver uma série de temas relevantes dentro do contexto educacional, alguns já em prática como materiais manipuláveis para o desenvolvimento do pensamento geométrico e da capacidade de visualização espacial e outros nem tanto, como a RA, todos eles unidos e consolidados a partir de uma proposta didática pautada na gamificação.

Espera-se que essa junção se torne uma “soma maior que as partes”, passando a compor um produto educacional importante a quaisquer docentes que tenham interesse em promover a melhoria do processo de ensino aprendizagem no cenário educacional vigente, especialmente no âmbito do Ensino Fundamental.

1.1 Problema de pesquisa

Muito se fala sobre o quanto a tecnologia encontra-se distante dos contextos reais de sala de aula. Embora existam inúmeras pesquisas envolvendo análises dessa realidade, desenvolvimento de produtos educacionais propondo melhorias, formação de professores, entre outras vertentes relacionadas, ainda há uma distância considerável a ser percorrida nessa seara para alcançar uma condição mais próxima da ideal.

Cabe-nos então o questionamento: de que vale a tecnologia à disposição se ela não estiver inserida no processo educacional de um modo planejado e bem estruturado para promover a aprendizagem?

Existem muitas propostas envolvendo Tecnologias Digitais para promover melhorias nos processos de ensino e aprendizagem, porém, muitas delas carecem de uma articulação capaz de criar uma experiência realmente significativa no que concerne ao papel de cada elemento componente dessa solução no processo didático.

Paralelo a isso, conforme o citado relatório do PISA 2018, existe uma lacuna a ser preenchida capaz de ensejar a busca por intervenções que propiciem a melhoria no cenário do ensino da geometria presente na educação brasileira. Para que reflexões como esta:

Infelizmente em muitos livros didáticos a geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo (LORENZATO, 1995, p.4).

Que, embora realizadas há certo tempo, não se assemelhem tanto ao que parece apontar os resultados diagnósticos provenientes do cenário vigente na atualidade. Considerando que um novo exame PISA está previsto para acontecer futuramente, só após seus resultados poderemos ter uma nova percepção a esse respeito. Desse modo, teremos um parâmetro de análise sobre os efeitos que a pandemia possa ter causado no processo educacional, que antes já carecia tanto de melhorias.

Face a essa realidade, o produto educacional associado à pesquisa em tela, foi concebido de modo a aliar aspectos importantes na busca de prover a aprendizagem. São eles: a ludicidade através de uma proposta de jogo unida a utilização do aplicativo de RA que, para sua aplicação, estará condicionada a confecção prévia da representação de alguns sólidos geométricos através de material manipulável, as etapas serão detalhadas ao longo da dissertação.

Assim, por meio dessa proposta, com base na Teoria Fundamentada nos Dados (TFD), abordagem metodológica escolhida para análise de dados que será detalhada no capítulo de metodologia, pretende-se responder a seguinte pergunta diretriz: Quais as potencialidades de uma proposta didática desenvolvida a partir das ideias de gamificação e RA no ensino e na aprendizagem de geometria?

Essa análise será realizada por meio de momentos de formação envolvendo todos os aspectos relacionados à PDG em três contextos educacionais distintos: uma turma de graduação, uma turma de mestrandos e a observação sob a ótica do professor em relação à aplicação da proposta no contexto real de sala de aula com turmas de 6º e 7º ano do Ensino Fundamental.

Concernente a estrutura do trabalho, a seguir serão apresentados os objetivos da pesquisa, posteriormente uma reflexão sobre Educação e Tecnologia, seguida de uma apresentação conceitual e demonstrativa sobre a importância da Ludicidade e Gamificação na Educação.

No capítulo 3 será apresentado o tema da Visualização Espacial e Pensamento Geométrico intermediados por tecnologia. Apresentando duas delas

capazes de produzir desenvolvimento do pensamento geométrico, sendo uma analógica, os Materiais Manipuláveis, e outra digital, a Realidade Aumentada e sua influência no âmbito educacional.

No capítulo 4 será apresentado o *GeometriRA* e sua proposta didática, na qual será demonstrada a sinergia entre os temas apresentados no referencial para a proposta didática do *GeometriRA*.

Na sequência, teremos um capítulo destinado à explicação dos aspectos metodológicos da pesquisa pautados através da TFD, bem como as etapas de sua produção e aplicação. Logo após, a apresentação e discussão dos resultados, finalizando com as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

1.2 Objetivo

Investigar de que forma uma proposta didática baseada em gamificação e RA pode contribuir com o ensino e a aprendizagem de geometria.

1.2.1 Objetivos Específicos

- Verificar os níveis de eficiência da proposta didática;
- Investigar de que forma a proposta pode ser utilizada na formação do docente de matemática;
- Investigar de que maneira a proposta pode ser utilizada na Educação Básica;
- Investigar se a proposta pode ser trabalhada em outros níveis de educação.

2 EDUCAÇÃO E TECNOLOGIA

Atualmente, é provável que a terminologia socialmente disseminada em torno da palavra tecnologia remeta a uma parceria entre um item de *hardware*, geralmente avançado, e o conjunto de *softwares* embarcados em sua estrutura. Porém, embora o termo induza a pensar em aparatos sofisticados, a sua origem permeia o surgimento das mais antigas civilizações e sua natureza remete ao conjunto de técnicas, processos e métodos provenientes do fazer humano para as mais diversas atividades a que esse fazer se propõe.

A esse respeito, Kenski (2007) no diz que

Estamos muito acostumados a nos referir a tecnologias como equipamentos e aparelhos. Na verdade, a expressão "tecnologia" diz respeito a muitas outras coisas além de máquinas. O conceito de tecnologias engloba a totalidade de coisas que a engenhosidade do cérebro humano conseguiu criar em todas as épocas, suas formas de uso, suas aplicações (KENSKI, 2007, p.22).

Sendo assim, ao mencionar tecnologia no contexto desse trabalho, pode-se estar tanto remetendo a um dispositivo digital como smartphone ou computador, como também a um processo relacionado ao produto educacional que se trata de um aplicativo aliado a uma proposta didática permeada por temas como ludicidade e gamificação.

Embora, em termos práticos, seja consenso a existência de uma relação entre tecnologia e educação, formalmente ambas não caminham juntas desde sempre. Essa concepção de aliar tecnologia e educação para enriquecer o processo de ensino e aprendizagem é bastante recente ao considerar toda a história conhecida pelo homem, sendo a tecnologia anterior à sistematização da educação como processo de transmissão de conhecimento em massa como é comumente concebida no presente.

Um fato marcante para determinar a relação formal e ascendente entre a educação e tecnologia, sem dúvidas, foi o surgimento dos computadores. Entre 1946, época estabelecida como a primeira geração de computadores, e os dias atuais em que a sociedade atravessa a chamada quinta geração desses dispositivos, pode-se traçar o seguinte paralelo: enquanto na primeira etapa do processo de desenvolvimento dos computadores surge o famoso *ENIAC* composto

por mais de 17.000 válvulas, pesando 30 toneladas, ocupando 180 metros quadrados de área construída e trabalhando a uma frequência de 100Khz com memória de 200 *bits*, na etapa atual os dispositivos “equivalentes” são caracterizados pelo alto poder de processamento, conectividade, inteligência artificial, além de serem cada vez mais portáteis.

O avanço exponencial desses dispositivos e suas implicações levam a novas realidades que carecem de reflexões profundas:

O fluxo tecnológico não para de se expandir em velocidades recordes. É para essa nova sociedade, com suas mudanças frequentes, suas cada vez mais novas tecnologias, suas novas profissões e práticas profissionais, que devemos pensar na formação desse também novo professor, para que ele saiba atuar com o máximo de qualidade, em qualquer tempo e lugar (KENSKI, 2014, p.95).

Essa evolução rápida e constante ampliou a noção do termo computador, se antes ele se voltava para um verdadeiro arsenal de infraestrutura, atualmente cabe na palma da mão de uma criança ou até mesmo áreas ainda menores ao considerar contextos mais específicos, tais como sistemas embarcados que utilizam microchips. Além disso, o significado da palavra computador sofreu uma série de derivações à medida que tecnicamente é possível considerar como computador os mais diversos dispositivos móveis a exemplos de calculadoras gráficas, *smartphones*, pulseiras e relógios inteligentes, entre outros.

O que de fato gerou a aproximação entre a educação formal e a tecnologia não foi a simples existência do computador e sua evolução, mas sim o processo de sua popularização. De forma mais aprofundada, destaca-se a evolução da interface desses dispositivos que abriu um leque de possibilidades, antes inexistentes, para explorar o potencial dessas ferramentas no âmbito pedagógico.

Relacionada a esse contexto, está a seguinte reflexão:

[...] a evolução social do homem confundiu-se com a evolução das tecnologias e ainda que diferentes períodos da história podem ser reconhecidos pela tecnologia presente na época. O avanço científico da humanidade ampliou o conhecimento sobre os recursos tecnológicos, cada vez mais sofisticados, moldando essas tecnologias enquanto que as tecnologias criadas iam moldando também esse comportamento social do ser humano (ALMEIDA, 2015, p.236).

Porém, mesmo com todos esses avanços, percebe-se que as ferramentas existentes serão ineficazes, se os responsáveis por sua utilização continuarem a reproduzir antigos hábitos que não sejam capazes de se valer das potencialidades da nova realidade.

A necessidade, portanto, não é a de usar o meio para continuar fazendo o mesmo. É preciso mudar as práticas e os hábitos docentes e aprender a trabalhar pedagogicamente de forma dinâmica e desafiadora com o apoio e a mediação de softwares, programas especiais e ambientes virtuais (KENSKI, 2014, p.97).

O *Horizon Report*, importante relatório no âmbito educacional, previa que até 2017 deveriam estar integrados a educação brasileira os seguintes recursos tecnológicos: computação em nuvem; ambientes colaborativos; aprendizagem baseada em jogos; dispositivos móveis; conteúdo livre; inteligência coletiva; laboratórios móveis; ambientes pessoais de aprendizado; grades de cursos abertos on-line.

De modo que, em 2022, época em que escrevemos este trabalho, é possível ver alguns desses recursos nos ambientes de sala de aula, mas ainda não alcançando o potencial e a disponibilidade que se espera do emprego de tais recursos no cenário educacional.

Sendo assim:

Inserir as novas tecnologias nas escolas exige, portanto, planejamento estratégico. Repensar os espaços de aprendizagem, a formação dos professores e as formas de produzir e transmitir conhecimentos são apenas alguns aspectos da organização escolar que deverão ser ajustados para possibilitar novas experiências aos alunos (BACICH et al, 2015, p.140).

Tal implementação requer esforços dos diversos setores da sociedade capazes de produzir alterações nas esferas estruturais relacionadas a infraestrutura dos espaços, como também nos aspectos cognitivos e intelectuais através do treinamento contínuo dos docentes para que estejam com suas práticas aperfeiçoadas e atualizadas a cada dia.

Além de considerar o desafio que é inserir a tecnologia na seara educacional, é preciso mentalizar que a busca por essa inserção e esse nível de desenvolvimento sempre é almejada porque

[...] quando consideramos a evolução de uma tecnologia, constatamos que, além de proporcionar melhores condições de vida para seus usuários, sempre é possível destacar que sua utilização racional pode favorecer a expansão da inteligência humana (PAIS, 2010, p.99).

Desse pensamento, é fundamental destacar o termo “utilização racional” que é elemento chave para o alcance de bons resultados na inserção/utilização da tecnologia em qualquer contexto, à medida que possíveis efeitos colaterais podem vir a curto, médio ou longo prazo.

Portanto, a tecnologia deve vir aliada a práticas capazes de fazê-la se inserir de modo satisfatório no contexto em que ela esteja sendo utilizada, especialmente em realidades envolvendo educação, ocasiões nas quais todo o processo envolvido deve ser melindrosamente pensado para alcançar os benefícios esperados.

Corroborando esse pensamento, “as mídias informáticas associadas a pedagogias que estejam em ressonância com essas novas tecnologias podem transformar o tipo de matemática abordada em sala de aula” (BORBA, 2005, p.38).

Diante da pertinência desse raciocínio e observando a perspectiva mais ampla de tecnologia, tomada como produto do intelecto humano para satisfazer soluções diante de problemas enfrentados, passa-se a visualizar duas perspectivas pedagógicas capazes de convergir mídias informáticas para realizar a transformação das abordagens realizadas em sala de aula. São elas: a ludicidade e, inserida no contexto das metodologias ativas, a gamificação.

2.1 Ludicidade: Os jogos no contexto educacional

A ludicidade está relacionada a diversos contextos, dentre os quais emergem duas categorias mais amplas: os jogos e as brincadeiras, ambas capazes de promover atividades prazerosas, reflexivas e propícias ao estímulo da imaginação e do aprendizado.

A existência de regras em todos os jogos é uma característica marcante. Há regras explícitas, como no xadrez ou amarelinha, regras implícitas como na brincadeira de faz de conta, em que a menina se faz passar pela mãe que cuida da filha. São regras internas, ocultas, que ordenam e conduzem a brincadeira (KISHIMOTO, 2017, p.11).

Percebe-se que, embora brincadeira e jogo possam ser considerados no contexto educacional, existem distinções entre eles.

A brincadeira possui um caráter mais livre, associada à imaginação e à liberdade de pensamento, não vinculado a regras explícitas. Por sua vez, o jogo é dotado de características próprias através de um sistema de regras, muitas vezes com situações claras de êxito ou fracasso, das quais podem estar relacionadas ao desenvolvimento de capacidades sociocognitivas.

Em relação ao jogo, Grandó (1995) reflete sobre a dificuldade de conceituar, a medida em que a busca pela definição de certa forma limitaria o conceito, cabendo apenas determinar algumas características que constituem um núcleo comum para tal categoria.

Na busca por tentar delimitar os aspectos comuns que interligam a grande família dos jogos, Kishimoto (2017, p.19) estabelece alguns pontos:

1. liberdade de ação do jogador ou o caráter voluntário, de motivação interna e episódica da ação lúdica; prazer (ou desprazer), futilidade, o “não sério” ou efeito positivo;
2. regras (implícitas ou explícitas);
3. relevância do processo de brincar (o caráter improdutivo), incerteza de resultados;
4. não literalidade, reflexão de segundo grau, representação da realidade, imaginação;
5. contextualização no tempo e no espaço.

Os jogos, assim como os materiais didáticos manipuláveis, podem ser inseridos no processo de ensino como interface para facilitar a assimilação do conteúdo por parte dos discentes. Não sendo essa prática autônoma e desvinculada da atividade reflexiva do professor em sua utilização

Inserido neste contexto de ensino-aprendizagem, o jogo assume um papel cujo objetivo transcende a simples ação lúdica do jogo pelo jogo, para se tornar um jogo pedagógico, com um fim na aprendizagem matemática – construção e/ou aplicação de conceitos (GRANDÓ, 1995, p.35).

Eles são ferramentas capazes de gerar aprendizado de forma leve e descontraída, no entanto, como todo recurso didático só será capaz de alcançar seus objetivos se a mediação realizada em sua utilização for capaz de se valer de suas potencialidades propiciando assim os melhores resultados.

Inserido na realidade da Educação Matemática, o jogo é utilizado para facilitar a abstração e possível internalização de conteúdos que, em geral, se colocados de

forma mais tradicional, acaba por gerar maior dificuldade de assimilação por parte dos aprendizes. A esse respeito Kishimoto (2017) preceitua

O jogo na educação matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem matemática que pouco a pouco será incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e estudo de novos conteúdos (KISHIMOTO, 2017, p. 56).

Dessa afirmação, constata-se que o jogo é instrumento de interface entre “camadas de conhecimento”, de modo que ele funciona para romper determinadas barreiras iniciais em relação a conteúdos mais complexos e, sendo bem utilizado, possui potencial para gradativamente ir alcançando as camadas de conhecimento mais densas e formais.

Nesse contexto, a mediação do docente é fundamental para o êxito da utilização dessa ferramenta metodológica, pois conforme Kishimoto (2017, p.56) “a matemática, dessa forma, deve buscar no jogo (com sentido amplo) a ludicidade das soluções construídas para as situações-problema seriamente vividas pelo homem.”

Por essa razão, o jogo deve explorar as mais diversas formas de gerar aprendizado, no desenvolvimento da PDG ele é utilizado como instrumento para a busca da transmissão de conceitos formais relacionados à matemática, mas também, em função de um caráter interdisciplinar que será detalhado mais a frente, busca incutir ideias capazes de fazer os estudantes refletirem um pouco sobre a sociedade que os cerca e seu funcionamento.

Na condução de pesquisas relacionadas à utilização dos jogos como ferramentas para ensinar Matemática, Alves (2001, p.106-107) tece as seguintes considerações:

1. As atividades lúdicas no processo de ensino-aprendizagem podem ser uma proposta alternativa para os inúmeros problemas existentes no ensino da matemática;
2. O estudo da matemática passou a ser um ato menos doloroso e menos estafante;
3. Os jogos alimentam a autoestima dos alunos;
4. O relacionamento professor-aluno e aluno-aluno foi enriquecido pelo trabalho realizado em conjunto, em grupo;

5. No desenrolar dos jogos, foi possível articular para análise de valores morais, éticos e sociais.

No entanto, também foram constatados alguns pontos desafiadores:

1. a maior parte das pesquisas levantadas como suporte teórico para a elaboração desta obra refere-se a jogos confeccionados pelo professor ou a jogos industrializados;
2. a resistência inicial causada pelo primeiro contato com o lúdico provoca o interesse pela participação efetiva nas aulas;
3. evidenciou-se nesse caminhar que há muitos problemas de aceitação por parte de pais, direção de escolas e professores;
4. o jogo não deve ser desenvolvido em sala de aula como linha de ação única, uma panaceia, mas como proposta alternativa para suscitar interesse, criatividade, autonomia.

Além disso, Alves (2001) também comenta que, para se utilizar jogos no contexto educacional, é necessário cautela para que não se crie um mecanismo de dependência dos jogos para aprendizagem dos discentes.

Corroborando com esse pensamento, Grando (1995) afirma que o docente não deve também utilizar o jogo de maneira heterônoma como um "apêndice". Além disso, Garkov (1990) defende a ideia de não o usar como "recheio" entre um conteúdo e outro.

Compreendida a importância da ludicidade nas práticas de ensino e observada a ênfase nos jogos, cuja proposta componente da PDG será relatada no capítulo pertinente ao produto educacional, cabe agora, dissertar um pouco sobre as Metodologias Ativas, com ênfase especial para o processo de gamificação, que será uma interface de aplicação da PDG no Ensino Fundamental.

2.2 Metodologias Ativas: O processo de Gamificação

Transformações massivas na sociedade são processos que têm ocorrido de forma cada vez mais abrupta e veloz. Com o cenário educacional, o caminho parece

não ser diferente, insinuando uma obsolescência programada para a eficácia dos métodos tradicionais de ensino.

A maior parte do tempo - na educação presencial e a distância - ensinamos com materiais e comunicações escritos, orais e audiovisuais, previamente selecionados ou elaborados. São extremamente importantes, mas a melhor forma de aprender é combinando equilibradamente atividades, desafios e informação contextualizada (MORAN, 2015, p.17).

Nessa perspectiva, as metodologias ativas estão diretamente relacionadas à concepção de colocar no foco do processo de ensino e aprendizagem o discente, buscando que exerçam autonomia e assumam um papel de protagonista de sua aprendizagem.

Para Bacich e Moran (2018, p.41), essas metodologias “são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida”.

Atualmente, existem muitas metodologias de aprendizagem ativa, a exemplo do design *thinking*, sala de aula invertida, método 300, entre outros. Todas elas envolvem aspectos motivacionais, capazes de produzir engajamento, participação e alcance de objetivos:

Alguns componentes são fundamentais para o sucesso da aprendizagem: a criação de desafios, atividades, jogos que realmente trazem as competências necessárias para cada etapa, que solicitam informações pertinentes, que oferecem recompensas estimulantes, que combinam percursos pessoais com participação significativa em grupos, que se inserem em plataformas adaptativas, que reconhecem cada aluno e ao mesmo tempo aprendem com a interação, tudo isso utilizando as tecnologias adequadas (MORAN, 2018, p.18).

É importante ressaltar que a utilização de uma Metodologia Ativa não exclui a possibilidade de uso de outras de forma concomitante, desde que bem planejada pelo docente, de modo que vincular uma ou mais em uma mesma prática pode ter o potencial para gerar ainda mais benefícios à aprendizagem.

Para compor a proposta apresentada na dissertação, a Metodologia Ativa escolhida denomina-se Gamificação.

Antes de conceituar o processo de Gamificação, é válido estabelecer uma diferenciação entre *game* e Gamificação. O primeiro trata-se de um sistema fechado

com regras e objetivos bem definidos, no quais existem sempre a possibilidade de vitória ou derrota, enquanto o outro se vale de elementos dos games para produzir experiências planejadas a determinadas situações e públicos, nas quais perder não deverá ser necessariamente uma possibilidade (Quadro 1).

Quadro 1 – Principais diferenças entre games e Gamification

GAMES	GAMIFICATION
Sistema fechado definido por regras e objetivos	Pode ser um sistema que apresente tarefas com as quais se coleciona pontos ou recompensas
A recompensa pode ser exclusivamente intrínseca, o que significa dizer que o jogo acontece pelo jogo	Recompensa intrínseca pode ser uma opção e acontece com menos frequência, especialmente no campo da instrução
O custo do desenvolvimento de um game em geral é alto e o desenvolvimento complexo	Em geral é mais simples e menos custoso para desenvolver
Perder é uma possibilidade	Perder pode ou não ser possível dependendo do que se quer alcançar, uma vez que estamos em busca de motivar alguém para fazer algo específico ligado a um objetivo
O conteúdo é formatado para moldar-se a uma história e cenas do jogo	Características e estética de <i>games</i> são adicionadas sem alterações sensíveis de conteúdo
É sempre voluntário, o jogador pode escolher jogar ou não jogar e ainda quando parar	Quando utilizado como estratégia instrucional, jogar não é uma opção. É preciso pensar na atratividade para conseguir o engajamento mesmo não sendo voluntário

Fonte: Adaptado de ALVES (2015, p. 119).

A Gamificação pode ser conceituada como “a utilização de mecânica, estética e pensamento baseados em game para engajar pessoas, motivar a ação, promover a aprendizagem e resolver problemas” (KAPP, 2012).

As palavras-chave nesse contexto seria exatamente engajar e motivar, elementos essenciais para produzir aprendizagem. Sem esses elementos, dificilmente um estudante poderá absorver qualquer conteúdo, porém, quando os

dois estão presentes, as experiências podem ser prazerosas e produzir ótimos resultados.

Finalizando o conceito, Alves (2015) entende que

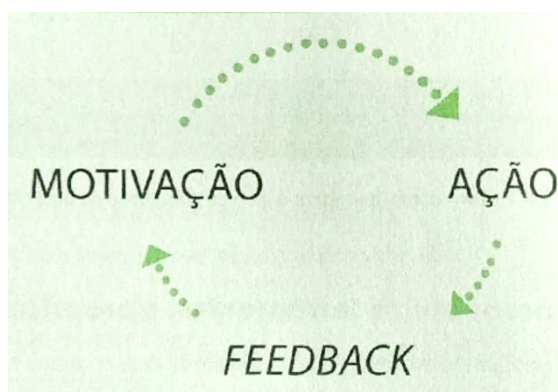
Gamification não é a transformação de qualquer atividade em um game. Gamification é aprender a partir dos games, encontrar elementos dos games que podem melhorar uma experiência sem desprezar o mundo real. Encontrar o conceito central de uma experiência e torná-la mais divertida e engajadora (ALVES, 2015, p.30).

Observado o conceito, é interessante ressaltar que, conforme Kapp (2012), existem dois tipos de Gamificação.

- Gamificação Estrutural: aquela que se vale de elementos de games para conduzir o aprendiz pelo processo de aprendizagem sem que haja alterações significativas no conteúdo. De modo, que o conteúdo não adquire a essência de um jogo, mas apenas a estrutura ao redor daquilo que se pretende ensinar. Pode ser indicada para conteúdos distribuídos em livros, vídeos, treinamentos síncronos ou assíncronos, presenciais ou a distância.
- Gamificação de Conteúdo: aplica elementos de game para alterar o conteúdo de forma a fazer com que ele se assemelhe a um game. Com o intuito de implementar esse tipo, o conteúdo deve ser moldado ao mecanismo de funcionamento de um game. Por exemplo: criar histórias nas quais o conteúdo vai sendo desenvolvido como parte de um enredo, no qual personagens resolvem problemas e tomam decisões de tal maneira que o conteúdo necessário para essas ações seja assimilado ao longo do processo.

Entre os dois modelos apresentados, o segundo exige uma maior criatividade para que alcance os resultados desejados, embora ambos sejam capazes de engajar e produzir efeitos animadores no aprendizado.

Figura 1 – Loop Engajamento



Fonte: ALVES (2015, p. 138).

A Figura 1 apresenta o *Loop* de Engajamento, o qual é responsável por promover as interações esperadas dos participantes das atividades propostas pelo processo de Gamificação.

Existem inúmeras realidades nas quais a Gamificação pode ser implementada de modo a produzir benefícios. No contexto educacional, Alves (2015, p.106-107) aborda duas pesquisas de meta-análise realizadas por pesquisadores da Universidade da Flórida Central, e outra de Robert T. Hays, que serão detalhadas a seguir.

O estudo inicial, realizado na Flórida, intitulado *Computer Gaming and Interactive Simulations for Learning a Meta-Analysis*, com a finalidade de decifrar qual método de ensino (games, simulações interativas ou métodos tradicionais) é realmente eficaz e em que circunstâncias, examinou a princípio 248 estudos, dos quais apenas 32 foram selecionados para compor a meta-análise.

A equipe de pesquisadores encontrou como resultados a existência de uma significativa preferência por games e simulações interativas, que comparadas a métodos tradicionais também apresentaram melhores atitudes. Por fim, os efeitos de games e simulações interativas são os mesmos para pessoas de diferentes idades e gênero.

Por sua vez, o segundo estudo, conduzido por Robert T. Hays, intitulado *The effectiveness of instructional games: a literature review and discussion*, objetivava verificar a efetividade que os games têm para a instrução. Foram examinados 274, dos quais apenas 105 se qualificaram para o estudo.

As conclusões apontadas foram cinco:

1. A pesquisa empírica sobre a efetividade instrucional de games é fragmentada, repleta de termos inadequados e infestada de erros metodológicos;
2. Alguns games são efetivos para instrução, para algumas tarefas e em algumas situações, mas esses resultados não são generalizáveis para outros games ou programas instrucionais;
3. Não há evidências de que os games sejam o método instrucional preferido em todas as situações;
4. Games educacionais são mais efetivos se estiverem inseridos em programas instrucionais que incluam *debriefing* e *feedback*;
5. Suporte instrucional durante o jogo aumenta a efetividade educacional dos games.

Além disso, quatro recomendações foram estabelecidas:

1. A decisão de usar um jogo para instrução deve ser baseada em uma análise detalhada das necessidades de aprendizagem e balanceada entre abordagens instrucionais alternativas;
2. Os gestores dos programas educacionais devem insistir com os desenvolvedores de games instrucionais para que eles demonstrem como o game dará suporte para o alcance dos objetivos;
3. Games devem ser utilizados como suporte e apoio, e não como uma instrução completa;
4. Abordagens sem a presença de um instrutor devem incluir todas as funções dele.

Tais estudos apontam potencialidades, mas que ainda necessitam ser aprimoradas e testadas para que possam ser consolidadas de uma forma satisfatória para todos os envolvidos. Isto é, docentes capazes de utilizar a metodologia e adaptá-la para melhores resultados em suas realidades e discentes com conteúdo assimilável de forma agradável e prazerosa.

Compreendidos os elementos essenciais do processo de Gamificação, cabe destacar que “gamificação, em sua essência, no campo da aprendizagem é uma ferramenta a mais que você deve levar em sua caixa e não a única, nem tampouco substitui as demais” (ALVES, 2015, p.59).

Finalmente, apresentadas algumas perspectivas pedagógicas a serem utilizadas como interface de utilização do GeometriRA e sua PDG, deixa-se mais uma vez claro, que se compreende aqui tecnologia como um recurso promovido a partir da intervenção intelectual humana e a materialização dessa intervenção. Salienta-se, portanto, que por trás das tecnologias existe a intervenção humana, seja de forma direta ou indireta, sempre através de suas faculdades físicas e mentais, podendo ser um simples instrumento físico, algo mais sofisticado, ou simplesmente um processo.

Essas faculdades humanas envolvidas na produção dessas novas tecnologias assumem melhores condições sempre que são submetidas a contextos proveitosos de aprendizagem que as tornam mais sinérgicas e aptas a produzir alterações positivas na realidade vigente.

Entre as características inerentes ao ser humano, está sua capacidade sensorial. Por meio dela o homem percebe o mundo e a partir dessa percepção surge a possibilidade de criar abstrações e progredir em conhecimento e maturidade intelectual nos mais diversos campos.

Dentre as capacidades sensoriais humanas está a visão, é por meio desse sentido que podemos observar o mundo e apreender informações de relevância formidável para aguçar a compreensão do ambiente externo. A partir dessa percepção abrem-se inúmeras oportunidades de assimilação, a exemplo da observação e compreensão de objetos a distância, aspectos relativos as suas formas e dimensões, bem como possibilidades inerentes a percepção de cores, entre outras.

Derivada da visão, encontra-se a capacidade de visualização espacial, capaz de se relacionar diretamente com o desenvolvimento do pensamento geométrico, temas que serão tratados de forma específica na próxima seção.

3 VISUALIZAÇÃO ESPACIAL E PENSAMENTO GEOMÉTRICO INTERMEDIADOS POR TECNOLOGIA

Habilidade espacial, visualização espacial, raciocínio espacial são alguns dos termos mais utilizados para tratar de um aspecto muito estudado no campo das ciências. Seja em seus aspectos psicológicos e cognitivos ou em suas aplicações como uma espécie de inteligência inerente ao ser humano, sendo essa capaz de ser lapidada para proporcionar benefícios ao seu detentor.

Essa habilidade, uma vez aperfeiçoada e melhor desenvolvida, pode tornar seu portador mais capaz para enfrentar situações que envolvam a resolução de problemas e raciocínios comuns em determinadas áreas, a exemplo da engenharia, design, física e matemática.

Ao abordar o tema visualização na matemática, muitas pesquisas foram desenvolvidas relacionadas ao contexto. Borba e Villarreal (2005) apresentam uma síntese conceitual relacionada à definição de visualização. A seguir, destacam-se algumas:

Lohman (1981) caracteriza a visualização espacial como a capacidade de gerar, reter e manipular elementos espaciais abstratos, destacando que a imagem se trata de uma ocorrência da atividade mental correspondente à percepção de um objeto.

Por sua vez, Ben-Chaim, Lappan e Houang (1989) afirmam que a visualização espacial engloba a capacidade de interpretar e entender figuras, construindo informações conceituais e estabelecendo relações.

Percebe-se que o conceito e a representação estão intimamente ligados, sendo a visualização o efeito precursor para a transformação de um conceito matemático em diagrama ou gráfico.

Zimmermann e Cunningham (1991) trazem a visualização como um processo de formação de imagens, mental ou fisicamente a partir de papel e lápis, ou recursos tecnológicos, utilizando-as para compreender a matemática e explorar os processos de descoberta.

A percepção nesse ponto é a de que paulatinamente pode ser observado um aspecto da visualização como ferramenta para compreensão da matemática, indo além dos seus aspectos cognitivos intrínsecos, isto é, de uma habilidade sensorial sem o estabelecimento de relações com o mundo exterior.

Gutierrez (1996) conceitua a visualização como a atividade cognitiva baseada na utilização de elementos visuais ou espaciais, mentais ou físicos, objetivando a resolução de problemas ou a prova de propriedades.

Uma sistematização da relação visualização espacial como etapa para melhor apreender e determinar as propriedades matemáticas vai ganhando forma.

No mesmo ano, Zazkis, Dubinsky e Dautermann (1996) propõem a visualização como um ato cognitivo acionado pelos fatores sensoriais, podendo ocorrer através de um gatilho sensorial ou através de uma construção intelectual interna registrado ou materializado através dessa construção mental.

Nemirosky e Noble (1997) entendem a visualização como um processo que não pode ser caracterizado como interno (mental) ou como externo (sensorial), mas uma forma de viajar entre esses dois “mundos”.

Observa-se assim, uma relação extremamente peculiar e íntima entre o processo cognitivo e a observação do mundo ao nosso redor.

Dentre os termos apresentados, é possível fazer algumas considerações relevantes entre eles: a habilidade espacial seria o campo gerador do qual derivam os outros dois conceitos, isto é, a junção dos constructos obtidos através do raciocínio e da visualização espacial.

Ela está relacionada à capacidade para processar a informação de um objeto através do sistema visual e gerá-lo mentalmente. Por sua vez, o raciocínio espacial é a capacidade cognitiva para internalizar e manipular esses objetos, propiciando a realização de associações através do pensamento.

Além disso, é perceptível a existência de duas realidades que convergem através dos raciocínios apresentados, isto é, a existência do aspecto cognitivo e conceitual, o que pode ser chamado de campo das ideias e da abstração. Paralelo a esse “mundo” está o do formalismo e da materialização, ou seja, aquele em que os constructos mentais são transportados da abstração e ganham formas concretas e palpáveis através de uma mídia.

Borba e Villarreal (2005) apresentam a existência de duas correntes no que concerne ao pensamento sobre a visualização espacial. A primeira demonstra que o aspecto sensorial, materializado através da percepção visual, é fundamental para a descoberta de um processo matemático. Em outras palavras, é necessário que exista uma visualização real de um determinado objeto para que através dela possam ser gerados entendimentos e raciocínios a respeito de tal visualização.

Em contraponto a essa concepção, existe uma segunda corrente que atribui à visualização (percepção através da visão) um papel secundário, isto é, considera o conceito matemático como anterior a uma possível representação visual, seja essa mental ou materializada. A visualização não possui função na construção de conceitos matemáticos.

Uma longa discussão sobre os pontos apresentados pelas duas correntes se consolida no tempo. E ainda não existe um consenso definitivo sobre a preponderância de uma delas como comprovada e definitiva. No entanto, é inegável o poder da visualização espacial para promover o conhecimento e aprimorar as técnicas pedagógicas.

A visualização permite atingir um patamar superior a abstração mental, quando associada a outros meios (físicos ou virtuais) ela é capaz de estimular associações na mente do observador levando-o a criar abstrações, promovendo assim a sedimentação do conhecimento para progredir rapidamente no processo educacional.

Muitas pesquisas têm sido desenvolvidas nos mais diversos âmbitos, algumas no sentido de comprovar o potencial educativo da visualização espacial, outras assumindo esse potencial e partindo da proposição de metodologias que envolvam o aumento da capacidade de visualização espacial entre os aprendentes. A seguir serão apresentadas algumas pesquisas dotadas desse teor.

Ao abordar a importância da visualização no aprendizado da matemática, Matos e Gordo (1993) expõem que “a visualização espacial em particular, é simultaneamente facilitadora de uma aprendizagem da geometria, e desenvolvida pelas experiências geométricas na sala de aula” (MATOS; GORDO, 1993, p.13).

Percebe-se então, que experiências em sala de aula buscando promover a aprendizagem da geometria são fundamentais, visto que, é lugar comum falar em dificuldades com a aprendizagem do tema na realidade educacional brasileira.

Agora, analisando um trabalho envolvendo tecnologias digitais na busca de melhorias no contexto, Seabra e Santos (2005) apresentaram técnicas de Realidade Virtual (RV) objetivando desenvolver a habilidade de visualização espacial no processo de percepção envolvendo a área de geometria descritiva, concluíram que “indivíduos com alta habilidade de visualização espacial possuem aguda sensibilidade para detalhes visuais, esboçam ideias graficamente e facilmente se orientam no espaço tridimensional” (SEABRA; SANTOS, 2005, p.120).

Na linha de tecnologias digitais, passa-se para a RA. Andrade (2017) desenvolveu um recurso didático utilizando a tecnologia de RA para o ensino de Geometria Espacial, encontrando evidências de que a ferramenta utilizada em dispositivos móveis pode contribuir com a aprendizagem do tema.

Além disso, também foi capaz de trazer benefícios facilitando a prática docente com as demonstrações de objetos tridimensionais, aumentando o interesse dos discentes em relação ao tema de poliedros e de prismas.

Herpich (2019), após desenvolver um aplicativo provendo recursos educacionais com o intuito de pesquisar sobre RA para o desenvolvimento da habilidade de visualização espacial em física, com suas experimentações, concluiu que

Ao menos para os indivíduos do Ensino Fundamental, foram encontradas evidências de que a melhora no desempenho em visualização espacial está relacionada à variável de desempenho em Física, ou seja, ter uma boa habilidade em visualização espacial aumenta a probabilidade de um indivíduo aumentar seu desempenho em Física, conforme também evidenciado por Cheng e Tsai (2013), Quintero et al. (2015), Chang et al. (2017), Ibáñez e Delgado-Kloos (2018) e Ibáñez et al. (2019), que demonstram que a capacidade espacial está fortemente associada à aprendizagem STEM (ciência, tecnologia, engenharia e matemática) (HERPICH, 2019, p.184).

O que permite constatar a importância do desenvolvimento da capacidade de visualização não só para contextos de aprendizagem, mas para a vida em si, uma vez que essa habilidade está intimamente relacionada com nosso dia a dia.

Voltando ao contexto da educação, fica evidente que pesquisas dessa natureza convergem de uma forma muito promissora sobre a potencialidade dessa perspectiva de realizar trabalhos que coadunem com o aumento das habilidades espaciais entre os estudantes, para que a educação possa se beneficiar desse processo objetivando alcançar a melhoria do cenário educacional brasileiro.

Dessa forma, a pesquisa aqui abordada busca contribuir para o aprimoramento das capacidades cognitivas relacionadas a habilidade de visualização espacial, ao expor os discentes a uma série de atividades envolvendo construções com materiais concretos utilizados junto a conteúdos digitais disponibilizados a partir de um aplicativo de RA, os quais estão pautados na matriz de habilidades e competências da BNCC.

Aproximando-se assim do conceito estabelecido por Nemirosky e Noble (1997), que trata a capacidade de visualização espacial como um misto entre as construções mentais (internas) e os fatores sensoriais produzidos por provocações externas, sendo a dita “viagem” entre esses dois mundos, forte propulsora da melhoria das habilidades cognitivas daqueles que se propõe a realizar as devidas observações e reflexões provenientes desse contexto.

Ao focar na realidade do cenário da educação no âmbito nacional e sua melhoria, é fundamental observar a necessidade de práticas pedagógicas capazes de aliar tecnologia com metodologias de ensino inovadoras.

Diante dessa realidade, e observada a importância da habilidade espacial para aperfeiçoar o desempenho dos estudantes em áreas que atualmente carecem de bons resultados, torna-se necessário abordar o pensamento geométrico e sua importância para o desenvolvimento dos estudantes.

Essa abordagem irá preparar o terreno para, posteriormente, adentrar em algumas tecnologias capazes de potencializar a capacidade de percepção visual e o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, trata-se dos Materiais Didático Manipuláveis (MDM's) e da RA.

3.1 Pensamento geométrico

Concernente aos conhecimentos da área da matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), preceituam que

A Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo (BRASIL, 1998, p. 122).

O tipo de pensamento evidenciado no trecho acima trata-se do pensamento geométrico, fundamental para o desenvolvimento de diversas habilidades solicitadas por áreas relacionadas às ciências exatas e afins.

É complexo fornecer uma definição precisa para o que seria o pensamento geométrico, por isso é importante apresentar algumas definições recentes sobre o tema:

O pensamento geométrico é a capacidade mental de construir conhecimentos geométricos, de aplicar de modo coerente os instrumentos geométricos na resolução de problemas. É a capacidade de compreender a natureza dos fenômenos e inferir sobre eles, de identificar e perceber a Geometria como uma ferramenta para entendimento do mundo físico e como um modelo matemático para a compreensão do mundo teórico (COSTA, 2019, p. 152).

O pensamento geométrico pode ser compreendido como todo o contexto que envolve a abstração existente entre os objetos e formas componentes do mundo material e os conceitos estabelecidos a respeito desses aspectos e sistematizados através das teorias que envolvem a geometria, a exemplo da Euclidiana amplamente conhecida e utilizada no âmbito da educação brasileira (NASCIMENTO JÚNIOR; DE FARIAS, 2020, p.1).

Contudo, embora não seja tarefa simples definir precisamente, é ponto pacífico que o pensamento geométrico se constitui uma importante ferramenta para que discentes possam desenvolver sua capacidade cognitiva, bem como a habilidade espacial, fornecendo melhores condições para se aprimorar em determinadas áreas do conhecimento, como a computação gráfica, arquitetura, ciências, tecnologia, engenharias, artes, entre outras.

Evidências apontam que um ponto em comum sobre o ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento geométrico é a visualização, como destaca o trecho a seguir:

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As Figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades (BRASIL, 1998, p. 127).

É perceptível uma série de relações complexas que envolvem o sistema sensorial, por meio da visão, e os processos mentais que se desenvolvem a partir disso e das reflexões elaboradas por uma situação formal ou informal de aprendizado.

Em relação aos processos cognitivos responsáveis pela constituição do pensamento geométrico, interpretados por Costa (2019), três importantes autores apresentam suas visões:

Para Fischbein (1993):

Os objetos de investigação e manipulação em raciocínio geométrico são entidades mentais, chamadas por conceitos figurais, que refletem, propriedades espaciais (forma, posição, magnitude) e, ao mesmo tempo, possuem qualidade conceituais (como a idealidade, a abstração, a generalidade e a perfeição) (COSTA, 2019, p.157).

Para Duval (1995, 2005):

O pensamento geométrico é a capacidade mental de construir conhecimentos geométricos a partir de apreensões geométricas. Dito de outra forma, é a capacidade de reconhecer um objeto geométrico no plano ou no espaço, de construir uma figura geométrica ou descrever essa construção, de analisar essa figura em termos de suas propriedades e de operar sobre as figuras geométricas por meio de manipulação, de composição, transformação etc. (COSTA, 2019, p.166).

Para Pais (1996):

O pensamento geométrico pode ser definido como a capacidade mental de construir conhecimentos geométricos a partir da intuição, experimentação e teoria, correlacionados com objeto, desenho, imagem mental e conceito (COSTA, 2019, p.174).

A partir dessas percepções, é possível apreender que o pensamento geométrico está intimamente relacionado a um processo de cognição capaz de percorrer o mundo físico e o das abstrações quase que de forma simultânea, pois embora tudo aquilo que é formalizado em um sistema teórico relacionado ao conhecimento geométrico como a geometria euclidiana, por exemplo, existe independente do mundo material.

Desse modo, é acentuada a dicotomia apresentada entre a questão da necessidade de ver para formalizar, ou a perspectiva de formalizar sem a necessidade de ver, visto que o conceito matemático existe no campo da abstração independente do mundo físico.

Interpretando esse contexto, pode-se trazer o alerta apresentado por Kalleff (2003) para a existência de dois tipos de indivíduos: “[...] a habilidade da visualização não é inata a todos os indivíduos, o que acarreta a existência de indivíduos "visualizadores" e indivíduos "não-visualizadores" (KALEFF, 2003, P.17).

Logo, não cabe aqui aprofundar sobre o quanto a visualização pode ser primordial ou não ao processo de formalizar os conceitos geométricos, mas como

observado ao tratar da capacidade de visualização espacial, ela apresenta uma função importante no que concerne ao seu poder para estimular o processo de aprendizagem dos discentes.

Cabendo ao professor perceber as nuances relacionadas ao perfil de seus aprendentes, se são visualizadores ou não. No entanto, em seu processo de mediação, ele pode seguir tendo a certeza de que a habilidade de visualização é importante para o desenvolvimento do pensamento geométrico e ambos podem ser desenvolvidos em maior ou menor grau de acordo com as aptidões de cada indivíduo.

Mas, antes é preciso compreender de quais modos esse desenvolvimento pode ser estabelecido. A esse respeito, muitas teorias buscam explicar quais as etapas ou habilidades envolvidas no processo cognitivo relacionado ao contexto.

Por volta de 1957, um casal desenvolvia suas pesquisas na Universidade de Utrecht, na Holanda, contribuindo seus estudos para uma famosa teoria no campo da geometria, que mais tarde viria a ser denominada “Teoria de Van Hiele”.

O processo de aprendizagem da geometria, segundo Van Hiele (1986), é composto por vários níveis de gradação, quais sejam:

1. Visualização → Também denominada “Reconhecimento”, é a capacidade de reconhecer formas;
2. Análise → Verifica aspectos pertinentes às formas e as suas propriedades;
3. Ordenação → Ou “dedução informal” remete a inserção de classes com base nas características e relações entre as formas/figuras;
4. Dedução → permite o desenvolvimento de um raciocínio mais complexo, formal;
5. Rigor → entender e comparar os sistemas axiomáticos de diferentes naturezas.

No modelo estabelecido pelos autores há cinco etapas de aprendizagem, pelas quais é possível consolidar os níveis elencados acima, são elas: Informação (Etapa 1), trata-se de um diagnóstico para perceber o nível inicial do conhecimento obtido por meio de indagações provenientes da interação entre docente e discentes; Orientação objetiva (Etapa 2), neste ponto o docente deve explorar o material didático escolhido para efetivar sua proposta, é fundamental que haja um direcionamento objetivo dos discentes ao propósito planejado; Explicitação (Etapa 3), aqui os discentes devem externalizar sua visão a respeito do que foi observado,

discutido, buscando estabelecer um entendimento individual e coletivo, nessa etapa, o papel docente se concentra mais na observação; Orientação livre (Etapa 4), agora devem ser expostas tarefas fragmentadas em subtarefas fornecendo margens maiores para realização de abstrações de modo a buscar desenvolver autonomia nos discentes; Mediação (Etapa 5), ao final do processo, o docente deve realizar uma síntese de toda a discussão, delimitando com precisão os conceitos expostos sem fornecer margens para concepções dissonantes, ou conceitos diferentes daqueles previstos no plano inicial.

Ao observar o modelo estabelecido pelo casal Van Hiele, Hoffer (1981) apresenta sua teoria, denominada Teoria das Habilidades Geométricas, na qual ele elenca cinco habilidades para a aprendizagem de geometria:

1. Visuais → capacidade de reconhecer formas, figuras por meio da visualização;
2. Verbal → capacidade de descrever e externalizar os conhecimentos geométricos;
3. De Desenho e Construção → Capacidade para gerar representações externas;
4. Lógica → Permite que através da análise da validade de argumentos conceitos geométricos possam ser relacionados para realizar demonstrações algébricas;
5. De aplicação → Possibilita aplicações práticas de conceitos geométricos nas mais diversas áreas, como arquitetura, computação gráfica entre outras.

Enquanto para Van Hiele (1986), existe um nível de gradação sequencial entre os níveis idealizados em sua teoria, isto é, é necessário que o aluno domine um para alcançar o outro. Para Hoffer (1981), todas as habilidades geométricas propostas por ele podem ser utilizadas em qualquer um dos níveis, o que irá variar é a perspicácia e a complexidade com que se fará o uso de cada habilidade nos diferentes níveis de conhecimento geométrico que podem ser alcançados.

Embora a teoria de Van Hiele tenha sido concebida pensando na aprendizagem de geometria nos anos iniciais e a teoria das habilidades geométricas, apresentada por Hoffer (1981), tenha sido pensada para faixas-etárias dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio, é possível estabelecer relações entre as duas teorias se observadas as especificidades quanto à aprendizagem das crianças desta etapa escolar.

O quadro a seguir apresenta uma síntese da relação direta apresentada por Hoffer (1981) entre as habilidades apresentadas por ele, e os níveis apresentados na teoria de Van Hiele:

Quadro 2 – Relações entre as habilidades de Hoffer (1981) e os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele

Nível	Reconhecimento	Análise	Dedução Informal	Dedução	Rigor
Habilidade					
Visual	Reconhece figuras diferentes de um desenho. Reconhece informações rotuladas numa figura.	Percebe as propriedades de uma figura como parte de uma figura maior	Reconhece inter-relações entre diferentes tipos de figuras. Reconhece propriedades comuns de diferentes tipos de figuras	Usa informação para deduzir outras informações.	Reconhece situações injustificadas feitas através do uso de figuras. Concebe figuras relacionadas em vários sistemas dedutivos.
Verbal	Associa o nome correto com uma figura dada. Interpreta sentenças que descrevem figuras.	Descreve acuradamente várias propriedades de uma figura.	Define palavras precisa e concisamente. Fórmula sentenças mostrando inter-relações entre figuras.	Entende a disposição entre definições, postulados e teoremas. Reconhece o que é dado num problema e o que se pede para achar ou fazer.	Fórmula extensões de resultados conhecimentos. Descreve vários sistemas dedutivos.
Desenho	Faz esquemas de figuras identificando acuradamente as partes dadas.	Traduz numa figura a informação verbal dada. Usa as propriedades de figuras para desenhar ou construir as figuras.	Dadas certas figuras, é capaz de construir outras figuras relacionadas às figuras dadas.	Reconhece quando e como usar elementos auxiliares numa figura. Deduz a partir de informação dada como desenhar ou construir uma figura específica.	Entende as limitações e as capacidades de vários instrumentos de desenho. Representa pictoriamente conceitos atípicos em vários sistemas dedutivos.
Lógica	Percebe que há diferenças e	Entende que figuras podem ser	Entende a qualidade de uma boa	Usa regras de lógica para	Entende as limitações e

	semelhanças entre as figuras. Entende a conservação da forma de figuras em posições diferentes.	classificadas em tipos diferentes. Percebe que propriedades podem ser usadas para distinguir as figuras.	definição. Usa propriedades de figuras para determinar se uma classe de figuras está contida numa outra classe.	desenvolver provas. É capaz de deduzir consequências a partir de informações dadas.	capacidades de hipóteses e postulados. Sabe quando um sistema de postulados é independente, consistente e categórico
Aplicações	Identifica formas geométricas em objetos do mundo físico.	Reconhece propriedades geométricas de objetos físicos. Representa fenômenos físicos em papel ou num modelo.	Entende o conceito de um modelo matemático que apresenta relações entre objetos.	É capaz de deduzir propriedades de objetos a partir de informações dadas ou obtidas. É capaz de resolver problemas que relacionam objetos.	Usa modelos matemáticos para representar sistemas abstratos. Desenvolve modelos matemáticos para descrever fenômenos físicos, sociais e da natureza.

Fonte: TORTORA (2014, p. 75).

É importante perceber, que embora existam muitas teorias que buscam caracterizar em quais níveis, habilidades, entre outras classificações encontra-se o desenvolvimento pensamento geométrico, ele pode ser alvo de diferentes perspectivas e compreensões, algumas mais consolidadas que outras. No entanto, cada indivíduo pode ter uma relação ímpar de acordo com a experiência de vida e de aprendizagem envolvida na apreensão do mundo que nos cerca, e esse processo é fundamental para o melhor desenvolvimento da vida que é constituída por tantas formas e contextos diferenciados, assim como a geometria.

Para facilitar o processo de desenvolvimento do pensamento geométrico, bem como aguçar as capacidades de visualização espacial, a seguir serão tratados algumas tecnologias, uma analógica e outra digital, como mecanismos capazes de beneficiar o processo de ensino e aprendizagem, a exemplo dos materiais didáticos manipuláveis, também conhecidos como material concreto, ou tecnologias digitais, a exemplo da RA, que podem conferir ferramentas capazes de potencializar o desenvolvimento da capacidade de visualização espacial e possivelmente do pensamento geométrico entre os discentes.

3.2 Materiais Manipuláveis como recurso para o desenvolvimento do pensamento geométrico

Os materiais didáticos manipuláveis (MDM) são instrumentos utilizados nas mais diversas realidades, seja em grau de ensino ou contexto de aprendizagem, formal ou não, sendo reconhecidos por sua ampla capacidade de nos aguçar a alcançar um melhor aprendizado e, muitas vezes, mais prazeroso.

Por um lado, são ditos fundamentais, porque “Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar” (LORENZATO, 2006, p. 17).

Porém, uma ressalva é imprescindível em sua utilização, o que causa o benefício não é necessariamente o material manipulável em si, mas a forma como o professor o utiliza no processo de mediação do conhecimento.

Um conceito clássico sobre materiais didáticos no âmbito da educação matemática foi estabelecido por Lorenzato (2006), que determina como material

didático “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem”. Desenvolvendo tal conceito, ele esclarece o que seria o material didático concreto. Esse material poderia ser interpretado sob duas concepções: “uma delas refere-se ao palpável, manipulável e a outra, mais ampla, inclui também imagens gráficas” (LORENZATO, 2006, p. 22-23).

Em sua obra, o autor estabelece duas categorias de MDM's: o material manipulável estático e o material manipulável dinâmico. Os estáticos são aqueles que não permitem a transformação da sua estrutura física a partir do contato, o conhecimento é provido através da observação. Por sua vez, os materiais manipuláveis dinâmicos são o oposto, são materiais que permitem a transformação por meio do contato e as interações provenientes dele, permitindo assim a construção do conhecimento através das descobertas proporcionadas por essa interação que pode facilitar a aprendizagem, tornando-a mais significativa.

Tais materiais acabam assumindo um papel importante, especialmente na construção de conceitos inicialmente abstratos e que estão presentes no mundo que cercam os estudantes, especialmente no campo da geometria que carece de uma atenção um pouco mais específica para seu melhor desenvolvimento.

Sendo um grande incentivador da utilização desses materiais, Lorenzato (2006) pontua que “O concreto é necessário para a aprendizagem inicial, embora não seja suficiente para que aconteça a abstração matemática” (LORENZATO, 2006, p. 20).

Uma série de potenciais benefícios torna esse instrumento altamente indicado nos mais diversos níveis de aprendizagem. São eles:

o procedimento de construção do modelo e a sua manipulação proporcionam ao aluno a chance de fazer conjecturas e questionamentos que ele provavelmente não faria se acontecesse em uma aula teórica tradicional (ALMEIDA; KALEFF, 2016, p.11).

Permitindo assim que se crie a possibilidade de que os discentes possam aumentar sua capacidade de memória e concentração, auxiliar no seu desenvolvimento em relação ao raciocínio lógico matemático, aprimorar a capacidade motora e promover melhorias relacionadas a capacidade de visualização espacial e pensamento geométrico. Além disso, em um estudo bibliográfico com

reflexões a respeito da utilização dos MDM's no ensino da matemática constatou-se que

[...] é possível concluir que os materiais didáticos manipuláveis podem intervir fortemente na aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, utilizar o MD em sala de aula pressupõe, antes de tudo, por parte do professor, um exercício de prática reflexiva para que este possa utilizá-lo de forma correta, tornando assim a aprendizagem dos alunos mais significativa e prazerosa (RODRIGUES; GAZIRE, 2012, p.195).

Como evidenciado, o papel do professor é fundamental para que os MDM's possam ser aproveitados de maneira mais eficiente em prol do aprendizado, constituindo-se muitas vezes um erro quando ele transfere a responsabilidade da sua mediação para o MDM, que sozinho nada faz, ou seja,

[...] convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático (LORENZATO, 2006, p. 21).

A esse respeito, Rêgo e Rêgo (2006) destacam que a aprendizagem não reside na estrutura física do material concreto ou na simples manipulação dele, devendo resultar de reflexões sobre as operações impostas a respeito da ação manipulativa.

Os citados autores ainda estabelecem que, durante a utilização do material didático, cabe ao professor alguns cuidados básicos, dentre os quais se destacam:

- I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
- VI. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 54).

Buscando convergir o pensamento com as ideias apresentadas, a PDG propõe a construção com MDM's da representação dos sólidos apresentados na imagem a seguir:

Figura 2 - MDM's das representações dos sólidos geométricos presentes na PDG



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2021).

Propondo que os discentes possam realizar as construções e, junto ao professor, participarem de momentos de reflexão tanto em relação aos conceitos envolvidos com os sólidos quanto em relação às figuras coladas em cada uma de suas faces, que foram construídas com propósitos didáticos como será esclarecido no capítulo 4 desta dissertação. Devendo, portanto, haver uma participação ativa entre discente e docente nesse contexto.

Corroborando com esse entendimento, Lorenzato (2006, p.27) esclarece que momentos como esse “serão mais benéficos à formação dos alunos, porque, de posse do MD, as observações e reflexões deles são mais profícuas, uma vez que poderão, em ritmos próprios, realizar suas descobertas e, mais facilmente, memorizar os resultados obtidos durante suas atividades” na busca de demonstrar que há uma diferença pedagógica entre uma aula em que o professor apresenta o assunto ilustrando-o com MD e uma aula em que os discentes manuseiam o material. Segundo ele, o MD é o mesmo nas duas situações de ensino, mas os resultados no segundo tipo de aula .

Observada a importância dos MDM's no processo didático, constatada que a mediação realizada pelo docente é crucial para o sucesso de sua aplicação, que quando ocorre com a participação ativa dos alunos tende a ser mais proveitosa.

Passa-se ao tema da RA, outra importante ferramenta capaz de gerar benefícios ao processo de ensino e aprendizagem.

3.3 Realidade Aumentada e suas contribuições no processo educacional

As tecnologias digitais estão por toda parte, de modo que se torna imprescindível pensar o processo educacional sem o auxílio das mais diversas tecnologias. Dentre essas tecnologias, emerge a RA com grande potencial para beneficiar o processo de aprendizagem.

Embora pareça uma tecnologia nova, analisando as referências bibliográficas pode-se afirmar que não é bem assim. Os primeiros estudos relacionados à computação gráfica, do que inicialmente viria a ser denominada como Realidade Virtual (RV), datam da década de 1960, época na qual Ivan Sutherland apresenta um ensaio teórico denominado *The Ultimate Display* no qual é descrito um computador capaz de recriar a realidade.

Em 2007, no âmbito brasileiro foi compilado um importante trabalho denominado “Realidade Virtual e Aumentada: Conceitos, Projetos e Aplicações”, a obra editada por Claudio Kirner e Robson Siscoutto apresenta:

A RV teve suas origens na década de 60, com o desenvolvimento do ScketchPad por Ivan Sutherland [Sutherland, 1963], mas só ganhou força na década de 90, quando o avanço tecnológico propiciou condições para a execução da computação gráfica interativa em tempo real (KIRNER; SISCOUTTO, 2007, p. 04).

A Realidade Virtual (RV), é uma “interface avançada do usuário” para acessar aplicações executadas no computador, propiciando a visualização, movimentação e interação do usuário, em tempo real, em ambientes tridimensionais gerados por computador (KIRNER; SICOUTTO, 2007, p. 07).

Dessa forma, como características fundamentais de um sistema de RV, podemos destacar a imersão do usuário na aplicação tridimensional, a presença de um mundo virtual, que pode ser apresentado de forma interativa ou também através de um vídeo, proporcionar interação ao usuário com o ambiente virtual inserido no contexto.

Para validar esses fatores, a RV se vale de equipamentos de hardware responsáveis por garantir essa imersão e interação a exemplo dos HMD, os chamados *head mounted displays*, equipamentos vestíveis capazes de implementar aplicações em RV, como apresenta a figura que segue:

Figura 3 - Tipos de Head mounted displays



Fonte: EISENBERG e JENSEN (2020).

Finalizando as considerações a respeito da RV, uma interessante reflexão

Aparentemente “Realidade Virtual” é um termo contraditório. Como algo que é virtual poderia ser ao mesmo tempo real? De fato, os ambientes virtuais são, ao mesmo tempo, reais. São realidades diferentes, alternativas, criadas artificialmente, mas são percebidas pelos nossos sistemas sensórios da mesma forma que o mundo físico à nossa volta: podem emocionar, dar prazer, ensinar, divertir e responder às nossas ações, sem que precisem existir de forma tangível (tocável) (TORI E HOUNSELL, 2018).

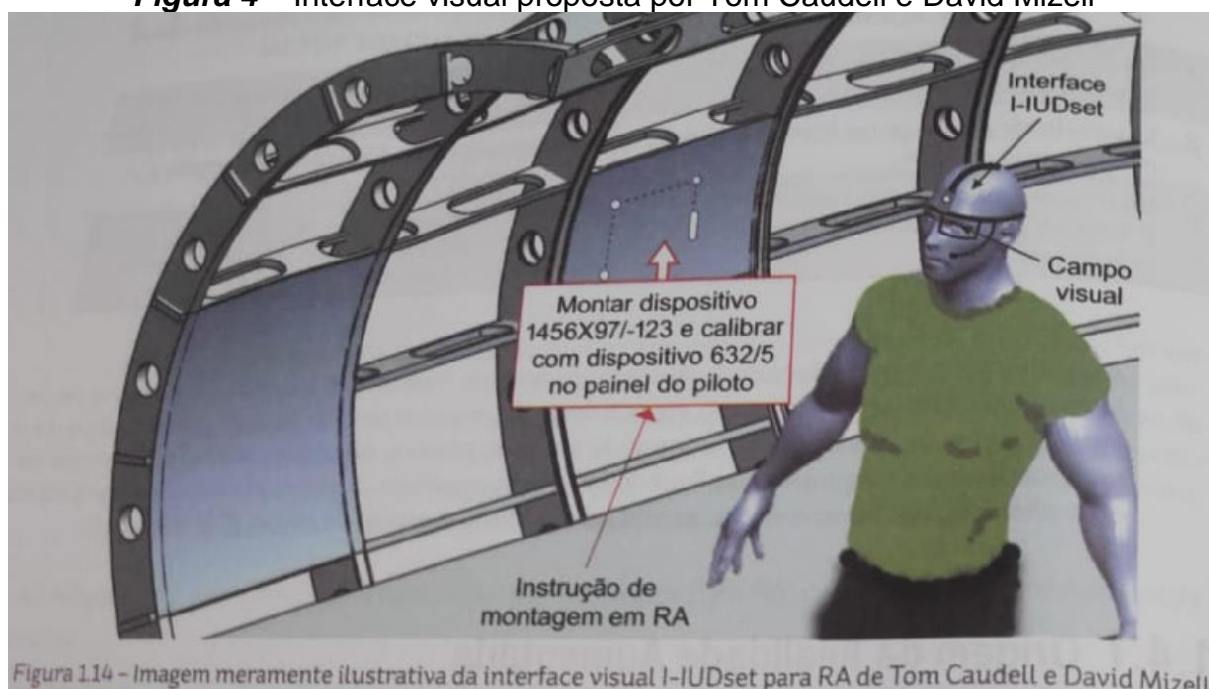
Observados alguns aspectos introdutórios voltados à RV, apresenta-se agora o cerne do objetivo deste tópico, a RA. Ela surge como derivação dos estudos em

computação gráfica envolvendo a RV, no entanto, apresentando peculiaridades que serão explicitadas posteriormente.

Retomando um pouco do histórico relacionado ao desenvolvimento das tecnologias, por volta de 1990, duas décadas após os primeiros protótipos de interface para RV, Tom Caudell e David Mizell constroem uma interface capaz de projetar imagens virtuais sobre objetos reais. Em síntese, seu objetivo era auxiliar os mecânicos da Boeing na realização de seu trabalho.

A interface era capaz de mostrar a exata posição de furos, valores de diâmetros, especificação de brocas, referências de cabos que deveriam ser passados através da fuselagem dos aviões da empresa Boeing. Na imagem a seguir é possível compreender melhor o contexto:

Figura 4 – Interface visual proposta por Tom Caudell e David Mizeli



Fonte: FIALHO (2018, p. 34).

Através da interface visual I-IUIdset, o usuário tinha acesso às informações pertinentes ao contexto que, em termos de implementação e experiência com a RA, tinha uma simplicidade nos elementos apresentados.

Julga-se que esse foi o primeiro protótipo funcional do que viria a ser desenvolvido posteriormente derivando nos conceitos e tecnologias que permeiam o campo da RA atualmente.

Antes de apresentarmos as características desses conceitos, é fundamental observar que, para o desenvolvimento dessa tecnologia foi necessário o aprimoramento de outras para que de fato ela pudesse alcançar a gama de possibilidades existentes em sua utilização atualmente.

O mais importante desses avanços foram as lentes das câmeras digitais que, atualmente, embarcadas em smartphones são capazes de reproduzir com fidelidade e em tempo real o mundo à nossa volta, elemento que veremos a seguir como fundamental para que se processe aquilo que é atualmente conhecido como RA.

Partindo de uma visão um tanto leiga, a RA pode ser simplificada como sendo uma tecnologia que permite misturar o mundo virtual com a realidade, o que em essência está correto.

Muitos são os conceitos apresentados para RA, Fialho (2018) lista alguns:

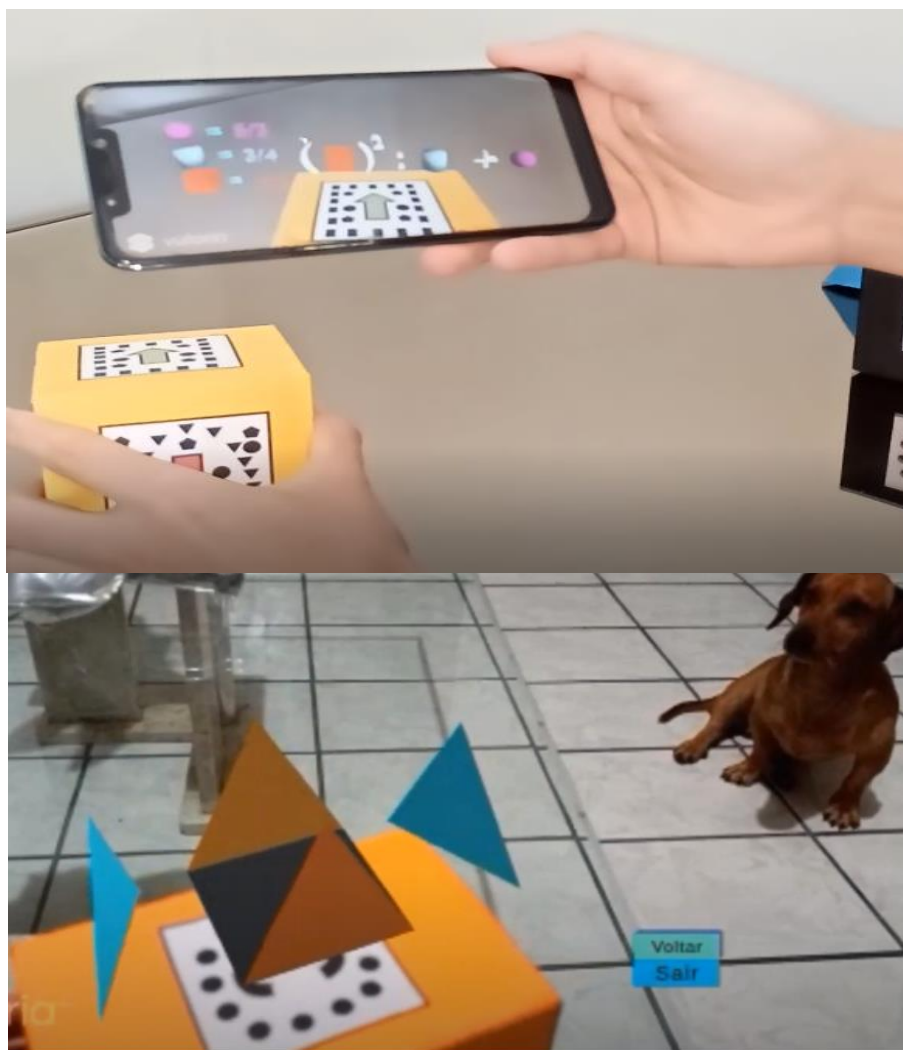
[...] é o enriquecimento do ambiente real com objetos virtuais, usando algum dispositivo tecnológico, funcionando em tempo real;
é uma melhoria do mundo real com textos, imagens e objetos virtuais, gerados por computador (INSLEY, 2003);
é a mistura de mundos reais e virtuais em algum ponto da realidade/virtualidade contínua, que conecta ambientes completamente reais a ambientes completamente virtuais (MILGRAN, 1994);
é um sistema que suplementa o mundo real com objetos virtuais gerados por computador, parecendo coexistir no mesmo espaço e apresentando as seguintes propriedades: combina objetos reais e virtuais no ambiente real; executa interativamente em tempo real; alinha objetos reais e virtuais entre si (AZUMA, 2001).

Sintetizando os conceitos, podemos definir a RA, como uma tecnologia capaz de proporcionar uma combinação entre elementos virtuais e o mundo real, aquele ao qual estamos habituados.

Tecnicamente, é possível apresentar a RA como uma tecnologia capaz de inserir conteúdos digitais de forma mapeada sobre objetos reais, capturados por um sistema óptico, geralmente uma câmera, em tempo real.

Em termos técnicos, pode-se averiguar algumas nuances que serão destacadas após a apresentação da imagem a seguir que demonstra um sistema de RA e seus elementos:

Figura 5 – RA implementada através do aplicativo *GeometriRA*



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2021).

A imagem acima apresenta um sistema de RA e seus elementos em ação. Através de sua observação, e das definições apresentadas, destacam-se os seguintes termos:

- Conteúdo digital: A aplicação que será exibida para os fins a que se propõe, no caso a expressão matemática e a projeção da pirâmide de base quadrada;
- Mapeamento: refere-se a um padrão de reconhecimento, o que mais tarde será apresentado como marcador, nas imagens as figuras coladas nas faces das representações dos sólidos geométricos;
- Tempo real: é um elemento primordial para estarmos diante de uma aplicação de RA, quando as imagens foram captadas, o aplicativo do *GeometriRA*

estava em operação no *smartphone* utilizado na ocasião captando o ambiente e mapeando o marcador para gerar o conteúdo digital.

Destacados os termos acima, cabe agora delimitar alguns conceitos. São eles:

- Marcador(*tag*): Trata-se do padrão de reconhecimento que será captado pela câmera e a partir do seu mapeamento será gerado o conteúdo digital associado a aplicação. Esse marcador pode ser de vários tipos: uma imagem, um objeto 3D, uma coordenada de GPS (a chamada RA geolocalizada), entre outros;
- Gatilho (*trigger*): É o momento em que ocorre o reconhecimento do padrão e é gerado o objeto ou animação 3D associado ao marcador;
- Interação: É o momento em que o conteúdo digital executa sua função, podendo ser de diversos tipos, a exemplo de: imagens estáticas, objetos 3D dotados ou não de animações que podem conter efeitos sonoros, entre outros.
- Detecção: Ocorre em tempo real, trata-se do processo de “varrer o marcador” e fornecer dados sobre o local preciso onde a aplicação será inserida. Necessita ser estável, pois uma vez que o padrão não seja mais reconhecido pela câmera, o conteúdo digital tende a desaparecer.

Ao apresentar um sistema de RA e seus componentes, para concluir a etapa de conceitual, convém incrementar de uma forma mais técnica o conceito demonstrado anteriormente: a RA trata-se de uma tecnologia responsável por permitir a inserção de conteúdos digitais de forma mapeada através de um cenário real dotado de um elemento capaz de ser observado como um padrão de reconhecimento que ao ser capturado por um dispositivo óptico apropriado, em geral uma câmera, apresenta o resultado da aplicação em tempo real.

As aplicações em RA abarcam as mais diversas áreas possíveis. A esse respeito, em uma revisão sistemática, Lopes et al. (2019) apresentam quatro questões centrais colocadas para possibilitar descobertas advindas de suas análises. São elas:

Quais as práticas consideradas inovadoras de uso de tecnologias de realidade aumentada estão sendo aplicadas à educação?"; b) "Quais as principais barreiras e quais os impulsionadores para utilização da RA na educação?" c) "Em quais áreas do conhecimento existem mais aplicações?" d) "Que tipo de resultados têm sido observados com a utilização da RA na educação?" (LOPES et al., 2019, p. 3).

Como resposta para as questões, respectivamente, os autores evidenciaram as seguintes descobertas: a) Para práticas consideradas inovadoras, observou-se a RA por meio de dispositivos móveis, através de jogos, livros com RA embutida, RA no ensino da saúde, da engenharia, da arquitetura e do design, bem como propostas de uso da RA aplicáveis a diversas áreas do conhecimento; b) Como barreiras destacaram-se: dificuldade no desenvolvimento das atividades utilizando a RA por parte dos professores, como impulsionadores; aumento na motivação e compreensão dos conteúdos por parte dos alunos; c) As áreas com maiores aplicações são: Engenharia Civil, Arquitetura, Design e Ciências da Saúde; d) Disposição dos professores para utilizar a RA e aumento da compreensão e motivação para aprendizagem na interação com a RA.

Robles (2017) reflete sobre a incorporação da RA na educação, não recomendando o seu uso simplesmente por se tratar de recurso tecnológico, mas defende que deve haver um propósito maior, que é o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, proporcionando motivação, interação e diversão aos envolvidos.

Para a pesquisa em tela, no campo da educação, destacam-se dois trabalhos similares, ambos recentes e provenientes de pesquisas estabelecidas em outras instituições públicas.

O primeiro, desenvolvido por Andrade (2017), no âmbito do mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação para Ciências e Matemática do IFGO, intitulado: O desenvolvimento do aplicativo RA.GEO: Contribuições da Realidade Aumentada para o ensino da Geometria Espacial.

Buscando investigar as possíveis contribuições de um aplicativo de RA, desenvolvido para dispositivos móveis, utilizado como Objeto de Aprendizagem para o processo de ensino de Geometria Espacial, Andrade (2017) desenvolveu o aplicativo RA.Geo, através da metodologia INTERA (pautada por processos de desenvolvimento de software e em modelos de desenvolvimento de conteúdo instrucional).

Tal aplicativo foi pensado para ser um suporte ao livro didático, com a finalidade de demonstrar aos discentes objetos virtuais tridimensionais referentes ao conteúdo de Poliedros/Prismas. Considerando que ele gera projeções em três dimensões sobre o próprio livro, também exhibe os objetos tridimensionais em formato de animação e é compatível com dispositivos móveis.

Para validação da proposta, aplicou em uma sala de aula do Ensino Médio, submetendo-o a testes referentes à funcionalidade técnica e ao conteúdo pedagógico.

Daí, foram obtidos os seguintes apontamentos: o aplicativo foi aprovado pedagogicamente pelos docentes que o avaliaram, ademais afirmaram que a RA traz benefícios tanto para o processo de ensino como o de aprendizagem. Quanto à tecnologia da RA, os discentes comprovaram a expectativa do autor, qual seja as animações geraram o interesse deles e facilitaram o aprendizado da geometria espacial, visto que possibilitaram a interação com os objetos sem a sensação de planificação do 3D (como em um vídeo, por exemplo), visualizando por diferentes ângulos as projeções, trazendo independência para que os alunos focassem no que lhes fosse mais relevante.

Além disso, outra vantagem apontada foi a facilidade de uso da ferramenta e independência da internet. Os dois segmentos, docentes e discentes, sugeriram a inserção de novos objetos virtuais no aplicativo.

Embora promissor, o aplicativo *RA.Geo* parece ainda carecer de um processo didático capaz de ir além do uso da ferramenta tecnológica de forma interativa/expositiva em uma aula tradicional.

Por sua vez, Herpich (2019) apresenta como problema de pesquisa um estudo de como a RA pode auxiliar no processo de prover treinamento em situações complexas pertinentes ao conteúdo da física que envolva habilidades de visualização espacial mais aguçadas.

Para isso, é apresentado como objetivo geral disponibilizar experiências educacionais em RA através de dispositivos móveis, com o intuito de avaliar o potencial envolvido no aprimoramento de habilidade espacial e o desenvolvimento cognitivo dos usuários. O alcance desse objetivo é buscado através de algumas etapas que envolvem a revisão sistemática da literatura, investigação sobre plataformas de desenvolvimento de aplicações em RA, análise dos benefícios alcançados ao empregar os materiais desenvolvidos na pesquisa.

Um aspecto pertinente, apresentado pelo autor, é justamente a realização de uma articulação entre teorias educacionais/psicológicas, confrontando a teoria cognitivista e a teoria comportamentalista para, posteriormente, justificar a escolha da cognitivista junto à abordagem pedagógica derivada dela – denominada aprendizagem situada – como as mais indicadas para realizar a interface entre RA e estratégia educacional. E assim, propor o melhor contexto para o aprimoramento do ensino-aprendizagem, à medida que essas teorias criam o conhecimento a partir da sistematização de situações/problemas envolvendo o cotidiano dos discentes para promover significações e gerar aprendizado.

Para estudantes, pesquisadores ou mesmo entusiastas da área de informática, outro aspecto mais relevante, seria a seleção e a caracterização das principais plataformas de desenvolvimento de aplicações em RA para demonstrar suas peculiaridades, distinções e elaborar um portfólio interessante sobre as ferramentas. Esclarecendo, em muitos momentos, em qual perspectiva seria melhor utilizar qual plataforma, o que por si só se apresenta bastante pertinente para interessados em desenvolver aplicações na área de RA.

Ele realizou uma ampla revisão sistemática relacionada aos trabalhos já realizados na área, pode ser um norte bastante esclarecedor, conforme é possível destacar a coleta de 296 trabalhos de revistas internacionais, publicados no lapso temporal compreendido entre 2011 e 2018. Sendo selecionados, ao final do processo de análise, um total de 57 artigos segmentados em: Ciências (26), Tecnologia (3), Engenharia (9), Artes (12) e Matemática (2), além de outros 5 artigos os quais a área não foi identificada.

A área da matemática apresentou apenas dois resultados no contexto da revisão sistemática proposta por Herpich, o que pode ser uma evidência de que carecem trabalhos nessa seara que envolvam diretamente a matemática. Em geral, alguns observam a RA em uma perspectiva mais genérica em prol de uma melhoria no cenário educacional.

Na própria tese de Herpich, vemos o seguinte contexto fático: através da articulação de toda a teoria de aprendizagem envolvida, por meio do aplicativo avatAR UFRGS, fornecer de forma sistematizada conteúdo em RA capaz de prover diferentes formas de interação aos estudantes em laboratórios virtuais, constituídos de cenários e objetos tridimensionais capazes de proporcionar aos discentes a

interação com recursos multimídia e simulações sobre o conteúdo educacional de Física.

Dentre os variados resultados demonstrados pelo referido autor, muitos deles provados estatisticamente, em resumo destacam-se: a influência positiva da utilização dos recursos em RA, desenvolvidos na tese e disponibilizados através do aplicativo no processo de aprendizagem dos discentes, seja no que concerne à melhoria da capacidade de visualização espacial ou ao nível de conhecimento em Física dos participantes; a relação existente entre o número de interações do participante com o material e a melhoria dos conhecimentos propostos na abordagem didática dos recursos em RA, isto é, quanto mais utilizado maior foi o desempenho dos envolvidos; bem como o aumento no nível de interesse dos discentes pelo conteúdo exposto.

Por fim, Herpich (2019) demonstra as inferências para as quais os resultados da pesquisa desenvolvida apontam. Dentre elas é imprescindível destacar que a melhoria da habilidade de visualização, bem como do desempenho em Física, relaciona-se diretamente com o nível de interação entre os usuários e as aplicações em RA desenvolvidas na tese. Outro ponto levantado consiste na alteração do padrão existente com relação à percepção espacial envolvida entre os gêneros masculino e feminino. Constatou-se que no primeiro momento de análise realmente o masculino apresentava melhores resultados, porém após a interação com os recursos do aplicativo relacionados ao contexto evidenciou-se um declínio nessa disparidade de modo a não existir diferença estatisticamente relevante entre os gêneros no segundo momento de análise.

Desse modo, o autor da tese foi capaz de fornecer evidências consistentes dos benefícios da utilização da RA na melhoria do ensino da Física e da habilidade espacial dos aprendentes. Além de demonstrar a existência de uma relação entre a habilidade espacial e a aprendizagem da Física que tem um potencial a ser explorado, como evidenciam os trabalhos futuros sugeridos na obra.

As duas pesquisas detalhadas acima, trabalharam na perspectiva de investigar a possível aprendizagem dos discentes ao serem submetidos aos recursos educacionais desenvolvidos.

Dessa forma, a proposta do *GeometriRA*, é realizar algo similar. No entanto, com uma perspectiva voltada para o ensino da matemática e pautada por uma

proposta metodológica diferenciada, unindo temas importantes no âmbito pedagógico como interface para o aprendizado através da PDG.

A perspectiva de análise da PDG inicialmente tem em vista a formação de professores, e as análises desse público face à proposta e suas possibilidades de implementação em contextos reais de aprendizagem. A partir dessa primeira visão, proveniente da investigação realizada nesta dissertação, possa ser alcançada uma proposta refinada e exequível para futuras investigações mais aprofundadas de seus impactos na aprendizagem.

Para finalizar, reforça-se que, embora não possa ser considerada uma tecnologia necessariamente nova, a RA foi subsidiada por diversos desenvolvimentos de tecnologias digitais, tais como o avanço dos smartphones, das câmeras digitais, entre outros itens de hardware.

Assim, aquilo que era prenunciado por Kirner e Siscoutto (2007, p. 11): “Essa tecnologia deverá ter grande impacto no relacionamento das pessoas, através de novas maneiras de realizar visualização, comunicação e interação com pessoas e informação”, fosse capaz de ser constatado na prática e de uma maneira mais comum em nosso dia a dia.

Observados os conceitos e algumas constatações relativas a RA, buscando corroborar suas aplicações no âmbito educacional, algumas similares ao desenvolvimento demonstrado nesta dissertação. É chegado o momento de apresentar o produto educacional e o diferencial deste trabalho, que é justamente como os temas apresentados foram sendo inter-relacionados de forma sinérgica para virem a compor a PDG.

4 GeometriRA E SUA PROPOSTA DIDÁTICA

O GeometriRA é um produto educacional desenvolvido no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, por David Severo, sob orientação do Professor Dr. Helber Rangel de Almeida.

O produto está vinculado a dissertação de mestrado intitulada *GeometriRA: PROPOSTA DIDÁTICA UNINDO REALIDADE AUMENTADA, MATERIAIS*

MANIPULÁVEIS, LUDICIDADE E GAMIFICAÇÃO PARA O ENSINO FUNDAMENTAL.

Trata-se de um aplicativo de RA para dispositivos *Android*, e com versão experimental para *Windows* que, associado a uma proposta didática, inicialmente voltada para o ensino da Matemática no 5º, 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, espera permitir uma nova perspectiva para o ensino de conteúdos relacionados à geometria, desenvolvimento das capacidade de visualização espacial, prática de equações/expressões matemáticas e, por fim, o desenvolvimento de habilidades sociocognitivas com a aplicação da proposta didática na íntegra.

Em sua concepção foram almeçados os seguintes objetivos:

- Planejar como cada tema escolhido estará interligado em prol do processo de aprendizagem;
- Modelar a PDG definindo as tecnologias e os processos a serem utilizados na etapa de implementação;
- Implementar aplicativo em RA, proposta didática vinculada a utilização do aplicativo, produção dos materiais instrucionais;
- Aplicar a PDG no contexto da formação docente;
- Testar a aplicação com um docente ativo no Ensino Fundamental;
- Avaliar as aplicações;
- Retroalimentar com as informações levantadas para consolidar a PDG.

A fundamentação é subsidiada por quatro pilares. São eles: a utilização dos materiais didáticos manipuláveis por meio da construção de representações de sólidos geométricos; a tecnologia, representada em sua versão digital através da criação de um aplicativo de RA; a ludicidade proveniente de uma proposta de jogo e a gamificação como metodologia ativa capaz de mediar cada etapa para a aplicação da proposta.

Utilizando os elementos mencionados espera-se que este produto possa ser capaz de contribuir com o desenvolvimento do pensamento geométrico nos contextos em que for utilizado, bem como possa trabalhar aspectos sociais e cognitivos através de suas animações em RA e de um pequeno fator interdisciplinar

que busca apresentar de forma lúdica algumas noções a respeito dos três poderes que regem nossa sociedade (Executivo, Legislativo e Judiciário).

4.1 O GeometriRA e sua aplicação

O Produto Educacional é um importante elemento inerente ao contexto de uma dissertação no âmbito de um mestrado profissional. Segundo o documento de área da CAPES, trata-se de

Um processo ou produto educativo aplicado em condições reais de sala de aula ou outros espaços de ensino, em formato artesanal ou em protótipo. Esse produto pode ser, por exemplo, uma sequência didática, um aplicativo computacional, um jogo, um vídeo, um conjunto de vídeo-aulas, um equipamento, uma exposição, entre outros. A dissertação/tese deve ser uma reflexão sobre a elaboração e aplicação do produto educacional respaldado no referencial teórico metodológico escolhido (BRASIL, 2019a, p. 15).

Dessa forma, deve ser pensado nos mínimos detalhes para que possa alcançar os melhores resultados possíveis ao cumprir sua função social e acadêmica, que é justamente ultrapassar as barreiras do mundo meramente acadêmico e ser utilizado nas práticas cotidianas das salas de aula.

A PDG busca aliar importantes ferramentas didáticas (Material didático manipulável; RA; Ludicidade e Gamificação) que foram apresentadas como importantes temas capazes de realizar mudanças significativas no contexto de ensino-aprendizagem.

Tais temas foram criteriosamente selecionados com base nas informações adquiridas ao longo das disciplinas do mestrado, assim como nas leituras e discussões inerentes a alguns dos principais assuntos relacionados ao ensino da Matemática, em especial da geometria, nas etapas do nível básico de nosso sistema educacional, sendo eles avaliados como os mais viáveis para introduzir as aplicações de RA no Ensino Fundamental.

Com base nas análises realizadas ao longo da elaboração, implementação e testagem da proposta, chegou-se ao resultado de que a melhor forma para utilizar a PDG é integrando tais conteúdos através de um processo de gamificação estrutural

dividido em algumas fases, que podem ser distribuídas bimestralmente ao longo do ano letivo.

Salienta-se, no entanto, que as reflexões e procedimentos apresentados nas fases a seguir não são recomendações restritivas, mas podem ser tomadas por exemplificativas de como o docente pode realizar a proposta junto aos discentes em processo colaborativo na busca de construção dos conhecimentos almejados, podendo sofrer adaptações conforme for conveniente ao contexto de aprendizagem em que o *GeometriRA* estiver envolvido.

➤ Fase 1: Construir:

Na fase relacionada à construção, foram produzidos os materiais didáticos manipuláveis responsáveis por gerarem a representação de três diferentes sólidos geométricos, a saber, uma pirâmide de base triangular, um prisma de base triangular e um paralelepípedo.

Esse tipo de material é classificado, conforme Lorenzato (2006), como material manipulável dinâmico, ou seja, um elemento tangível que possibilita a alteração por sequência. Em outras palavras, significa que a composição material do elemento vai sendo modificada, conforme as manipulações realizadas pela pessoa responsável por manuseá-lo. Ao utilizá-lo são reconhecidos os benefícios de facilitar “a percepção de propriedades” e “redescobertas” que permitiriam uma expressiva assimilação dos conteúdos.

Sendo assim, nessa etapa os discentes podem ter acesso à construção da representação dos referidos sólidos geométricos, etapa que permite ao docente realizar, em conjunto com os aprendizes, uma série de reflexões elencadas a seguir:

O início da construção da representação dos sólidos geométricos foi um convite para rememorar o seu conceito, bem como apresentar suas dimensões (altura, largura e comprimento), diferenciá-las. Mencionar que, em algumas situações, altura pode ser substituída por profundidade, contribuindo assim para a melhoria da percepção espacial dos discentes.

Recomenda-se ainda realizar a diferenciação entre os objetos trabalhados e formas que não são consideradas sólidos geométricos, devido as suas características, as quais os discentes tendem a confundir no decorrer de sua vida escolar, por exemplo, a troca do termo "pirâmide" por "triângulo", "cubo" por

"quadrado", "paralelepípedo" por "retângulo". (MINEIRO, 2016; MOURA; LINS, 2014; SILVA; COSTA, 2016).

Ao fazer essas confusões, uma das possibilidades existentes é que o aluno pode não ter compreendido as definições de sólidos geométricos, uma vez que pirâmide, cubos e paralelepípedos são figuras em três dimensões. É possível também não ter compreendido a definição de figuras planas, nem que essas possuem apenas duas dimensões. Sendo, esta etapa da PDG capaz de propiciar ao docente uma forma de realizar um diagnóstico relacionado aos conceitos que podem estar internalizados ou não por parte dos discentes. Reitera-se, portanto, lembrar é importante para esclarecimento dos conceitos e a construção, por sua vez, é útil ao processo de internalização deles, ao aliar teoria à prática.

Em relação ao processo construtivo, que se enfatiza deve ser realizado em caráter colaborativo entre docente e discentes, e suas possíveis reflexões tem-se:

- a) Para a construção da pirâmide de base triangular podem ser refletidos e explorados os seguintes conteúdos: características de uma pirâmide, enfatizando que ela contém um vértice para o qual convergem todas as arestas laterais; quais os seus elementos e suas respectivas quantidades (faces, arestas e vértices). Além de informações inerentes aos Poliedros de Platão, uma vez que a pirâmide construída também pode ser chamada de Tetraedro, embora seja compreensível que nem todo tetraedro é um poliedro regular, conforme nomenclatura presente no tema. Destaca-se ainda que as pirâmides são nomeadas de acordo com o formato de sua base, com isso, cabe revisar o conceito e a classificação das figuras planas.
- b) Para a construção do prisma de base triangular pode ser utilizada a seguinte abordagem: é interessante inicialmente estabelecer a diferença entre os prismas e as pirâmides, buscando indagar aos alunos sobre as temáticas abordadas, objetivando extrair de seus conhecimentos prévios as respostas necessárias para o desenvolvimento da atividade; fazer com que os alunos visualizem as diferenças existentes e relembrem as definições relevantes para a compreensão das principais características do sólido; trabalhar seus elementos e as suas respectivas quantidades como na construção da pirâmide; apresentar a semelhança entre os prismas e as pirâmides que também são nomeados conforme a sua base, destacando que a pirâmide possui apenas uma base, o prisma por sua vez, possui duas, sendo elas

paralelas e congruentes, no caso do prisma representado em questão, ele possui duas bases triangulares.

- c) Para a construção do paralelepípedo podem ser realizadas as seguintes colocações: Esclarecer sobre seus elementos e quantidades, buscando consolidar ainda mais nos estudantes as noções sobre arestas, vértices e faces; realizar a associação do paralelepípedo a um prisma, destacando que todo paralelepípedo é um prisma, mas nem todo prisma é um paralelepípedo, a exemplo do prisma de base triangular construído durante a atividade.

Na construção de todas as representações dos sólidos pode e recomenda-se que deva ser trabalhado o procedimento de planificação de um poliedro, sempre destacando quais e quantas figuras planas poderiam ser encontradas nela.

Reys (1971, **apud** MATOS; SERRAZINA, 1996) estabeleceu critérios para selecionar bons materiais manipuláveis:

- os materiais devem proporcionar uma verdadeira personificação do conceito matemático ou das ideias a serem exploradas;
- os materiais devem representar claramente o conceito matemático;
- os materiais devem ser motivadores;
- os materiais, se possível, devem ser apropriados para usar quer em diferentes anos de escolaridade, quer em diferentes níveis de formação de conceitos;
- os materiais devem proporcionar uma base para a abstração;
- os materiais devem proporcionar manipulação individual; (REYS **apud** MATOS; SERRAZINA, 1996).

Com base nesses critérios, pode-se concluir: a primeira fase e as atividades que a compõem são capazes de satisfazer o exposto, uma vez que a construção dos sólidos bem mediada pelo docente pode ser bastante satisfatória no sentido de construir conceitos, estabelecer relações, semelhanças e diferenças entre 3 tipos de sólidos apresentando peculiaridades notórias, as quais foram colocadas nessa perspectiva na busca de que os discentes possam diferenciá-los, e com isso melhor assimilar os conteúdos abstratos através da construção e manipulação.

Ao final dessa etapa podem ser realizadas reflexões sobre os elementos (marcadores) colados em cada face e deixar em suspense a utilidade deles, podendo o docente indagar os discentes sobre qual a utilidade desses elementos que será adequadamente abordado na próxima etapa.

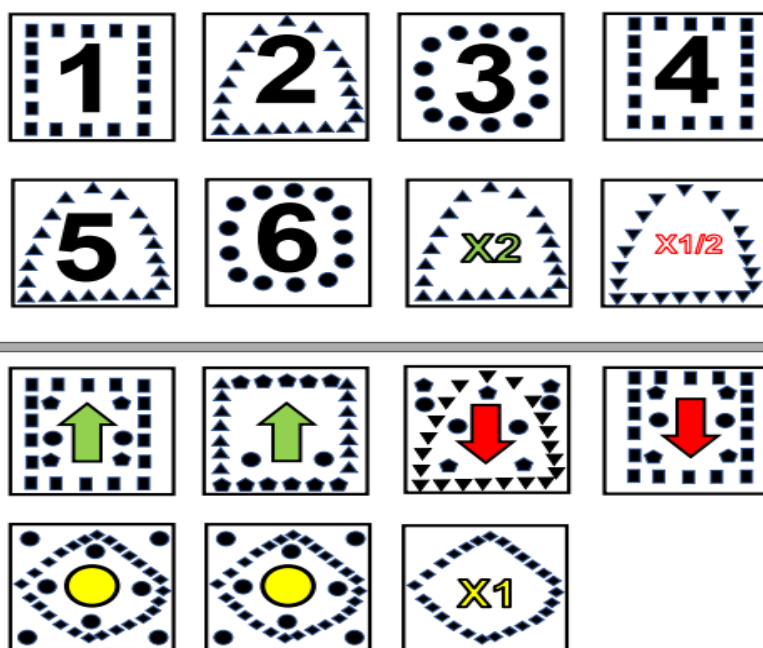
Com isso, espera-se que durante as atividades os discentes possam estar utilizando as habilidades de visualização, desenho/construção (HOFFER, 1981) e alcançando os níveis de reconhecimento e análise (VAN HIELE, 1986).

➤ Fase 2: Estudar:

Nesta etapa serão apresentados os conceitos de RA, através da utilização de uma contraposição entre o real e o virtual que ocorrerá junto a primeira utilização do aplicativo *GeometriRA*, o objetivo aqui não é entrar em tecnicismo junto ao conceito de RA, apenas fornecer uma visão inicial condizente com a faixa etária dos discentes e relacionar com temas vinculados ao espaço que nos cerca e pensamento geométrico.

Utilizando as representações dos sólidos geométricos, construídos na etapa anterior, serão apresentados os marcadores e sua utilidade. Realizando abstrações sobre cada um deles almejando fornecer noções relacionadas às formas que os compõem, senso de direcionamento e sentido em relação às setas e a posição em que os sólidos geométricos representados se encontram, bem como as cores que envolvem um senso natural relacionado a cada uma (vermelho, amarelo e verde).

Figura 6 – Marcadores do GeometriRA



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2021).

Na imagem acima pode-se observar os marcadores, que estarão colados na face dos objetos construídos na primeira etapa, sendo a numeração de um a seis colados nas faces externas do paralelepípedo, os fatores multiplicativos colados nas faces da pirâmide de base triangular e as setinhas e círculos nas faces do prisma de base triangular.

Nessa perspectiva, acredita-se que o mais importante a ser explorado, é a percepção dos fatores multiplicativos. O que acontece quando multiplicamos um número qualquer por $x1/2$, $x1$ ou $x2$?

Através desse questionamento, poderão ser lembrados conceitos como: dobro e metade, e ainda introduzir a ideia inicial de números inteiros com o “fator neutro”, “fator negativo”, “fator positivo”, salientando que mais tarde os discentes perceberão: tais fatores não estão ali por acaso, estarão associados a regra de pontuação do jogo, etapa posterior.

Além disso, ao explorar o direcionamento das setas em relação ao objeto que os discentes poderão ter em mãos, pode-se trabalhar as primeiras noções de direção e sentido. É possível também indagá-los sobre a quais das setinhas eles consideram que estariam associadas uma pontuação maior e a razão desse pensamento deles, com isso pretende-se estimular a habilidade verbal / de comunicação (HOFFER, 1981).

Finalizando o que pode ser abordado nas análises dos marcadores, restam as diferentes formas geométricas planas presentes em cada um deles, capazes de retomar e consolidar muito do que foi debatido na etapa de construção dos objetos concretos.

Em relação às explicações relativas à RA, devem estar sempre associadas ao real e ao virtual, bem como sobre o que é o pensamento geométrico em relação ao espaço do mundo em que vivemos. Uma vez que essa explicação deve ser realizada com a demonstração do aplicativo atuando sobre os objetos construídos e seus respectivos marcadores.

Tratar a RA como sobreposição de objetos virtuais no mundo real seria uma colocação adequada ao contexto, estabelecendo a relação de que para aquele momento o virtual acaba se tornando real, uma vez que os discentes podem ver e interagir à medida em que rotacionam os marcados inseridos nos objetos concretos.

No entanto, apesar de reais, não são tangíveis, à medida em que a câmera utilizada perde o contato do marcador. Quando, por exemplo, os usuários tentam

tocar os objetos virtuais, eles desaparecem em função da obstrução do marcador, causando a perda do rastreamento pelo dispositivo óptico.

A fase de estudo é própria, mas também paralela e concomitante a todas as demais. Recomenda-se que, quando possível, sejam utilizados os ODA's presentes no *GeometriRA* para inserir os conteúdos geométricos de cada tema da série letiva, de modo que os discentes possam ir se familiarizando com eles e durante o jogo possam ter melhor desempenho.

Finalizando, esclarecer que cada objeto e marcador terá uma função específica na próxima fase para que os discentes se mantenham atentos ao que virá posteriormente, o jogo.

➤ Fase 3: Jogar

Chegada a fase do jogo como instrumento pedagógico, no primeiro momento devem ser esclarecidas as regras a seguir. É importante explicar bem e, se possível, que eles tenham um tempo de maturação para ver o vídeo instrucional 2, e assimilar melhor as regras que serão detalhadas abaixo:

O jogo se processa da seguinte forma, inicialmente divide-se a sala em três equipes, a cada equipe atribui-se para iniciar um dos 3 objetos construídos na fase 1. Cada um dos objetos construídos na fase inicial terá uma função específica em sua aplicação:

O grupo que detém a pirâmide de base triangular é sempre responsável por iniciar a rodada escolhendo a regra de pontuação que irá vigorar até a rodada seguinte;

O grupo possuidor do paralelepípedo, ficará responsável por escolher uma das faces do objeto para que com base na animação em RA associada a ela, fará uma pequena explicação a turma sobre os conteúdos de geometria que enxergam ao ver a animação através do aplicativo;

O grupo detentor do prisma base triangular ficará encarregado de realizar uma avaliação da apresentação realizada pelo grupo do paralelepípedo e definir uma das faces do prisma como a pontuação para a equipe, porém essa escolha fica condicionada a regra de pontuação da rodada escolhida pelo grupo da pirâmide;

A cada rodada os objetos mudam de grupo, não podendo se repetir em sequência, ao final do jogo devem ter sido realizadas seis rodadas, e cada grupo ter

realizado a função de cada objeto duas vezes, respeitando as seguintes regras detalhadas a seguir (o jogo com riqueza de detalhes pode ser visualizado a partir do vídeo 02 do material instrucional presente no Quadro 3 dessa dissertação).

Regras do Jogo:

1. Cada grupo poderá escolher apenas uma vez a mesma face da pirâmide para determinar a regra da rodada;
2. Caso o grupo responsável pela resolução da expressão/equação, erre a resolução, o grupo que avaliou decidirá se ele deverá receber a pontuação completa ou apenas metade da pontuação (o professor deverá fazer a correção da resolução em prol do aprendizado do grupo);
3. A escolha da face do paralelepípedo não pode ser repetida.
4. A cada rodada o professor fará o controle da pontuação, mas só divulgará ao final o resultado.
5. É importante atentar para o detalhe de que ao término da terceira jogada, quando as equipes forem repetir a função dos objetos, devem avaliar ou julgar a equipe que ainda não avaliou/julgou.

A contabilização dos pontos se procederá da seguinte forma: ao final de cada rodada, o grupo do paralelepípedo entregará ao professor a expressão/equação respondida.

O professor fará a conferência atribuindo o resultado como pontuação para o grupo que acertar.

Caso o grupo tenha errado a resolução, a equipe do prisma triangular terá a escolha para atribuir a pontuação completa ou apenas metade dela.

Ao final, o professor fará a correção explicando o passo a passo da resolução das equações para os discentes e apurando o resultado entre os grupos com o intuito de divulgar o vencedor do jogo.

Desde que acordado no início da proposta, poderá existir um ponto extra que será fornecido pelo professor ao grupo que desempenhou melhor a função de

apresentar os conceitos geométricos à turma. Esse ponto deve ser apresentado, antes do início da apuração das equações.

O jogo termina quando todas as faces do paralelepípedo tiverem sido apresentadas pelos grupos. Desse modo, cada um deles terá realizado a função de cada objeto duas vezes.

Essa etapa será importante como fase de revisão de todos os conteúdos vistos ao longo do ano letivo no que concerne à geometria e a alguns aspectos voltados à álgebra através das resoluções de expressões/equações matemáticas.

Além disso, os grupos poderão interagir com uma competitividade saudável capaz de buscar a melhoria na capacidade de expressão, trabalho em grupo, maior motivação, entre outros fatores que a ludicidade proporciona em contextos de aprendizagem.

O jogo realizado em conjunto com os objetos construídos anteriormente e o aplicativo acaba se mostrando um momento bastante especial, no qual o docente poderá ter a oportunidade de avançar nos níveis de Van Hiele (1986), principalmente podem ser bem explorados os níveis de Reconhecimento, Análise, porém caso seja possível aprofundar acredita-se que pode ser possível chegar aos níveis de Dedução e Rigor.

Em relação as habilidades da teoria de Hoffer (1981) envolvidas nessa etapa, além da visual, a verbal / de comunicação ao passo que a cada rodada um grupo é estimulado a expressar conhecimentos geométricos que enxergam em relação ao ODA em RA apresentado, e conforme o processo de mediação do docente, ele pode ser capaz de trazer a tona as habilidades lógicas.

➤ Fase 4: Avaliar

Na fase de avaliação o professor poderá avaliar os discentes em relação ao aprendizado dos temas, seja de forma qualitativa ou quantitativa através de um teste escrito a ser realizado com base nos conhecimentos transmitidos.

Nessa etapa, o docente poderá enfatizar a relação entre os três objetos utilizados na atividade e a relação que pode ser estabelecida com as três estruturas de poder que regem nossa sociedade, o executivo, legislativo e judiciário, conforme demonstra uma maneira exemplificativa para abordar isso o vídeo instrucional 3.

Além disso, será possível realizar mais uma vez reflexões sobre o real sentido de toda a atividade que seria produzir uma aprendizagem dotada de elementos facilitadores do processo para que com isso o aproveitamento possa alcançar o máximo potencial de cada discente.

4.2 Uma semente para possível adequação de proposta interdisciplinar através da PDG

Concebendo o processo de aprendizagem como de alta complexidade, dotado de necessidades especiais que possam tornar capazes os aprendizes de assimilar e estabelecer relações entre o que se aprende e o que se vive, isto é, relacionar a vivência em sociedade com os conteúdos provenientes da educação formal recebida.

Um dos grandes objetivos atuais da educação é a educação para a cidadania. O professor de Matemática não pode estar alheio a isto, ajudando o aluno a “apreciar” o conhecimento moderno, impregnado de ciência e tecnologia e destacando para o aluno alguns dos princípios éticos relacionados nesta “apreciação”. A escola necessita, sobretudo, de “estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores expectativas da sociedade” (D’AMBROSIO, 1996, p.80).

Desse modo, a interdisciplinaridade pode ser observada como uma ferramenta de grande potencial para gerar essa conexão entre conhecimento e sociedade. No entanto, para que uma prática seja considerada interdisciplinar é preciso que se elabore uma construção reflexiva com base em um planejamento aliado a um referencial teórico bem estabelecido. Como no tempo disponível para essa pesquisa não foi possível atender a complexidade necessária para denominar essa abordagem de interdisciplinar, coloca-se aqui uma pequena ideia embrionária capaz de ser aprofundada em momentos futuros de modo que possa ser desenvolvida e alcançar um patamar mais próximo possível de uma abordagem dessa natureza.

Pensando na proposição de uma prática reflexiva capaz de, não apenas levar os conhecimentos matemáticos necessários aos discentes de ensino fundamental, mas também vislumbrando a possibilidade de introduzir para eles conteúdos

capazes de aguçar sua capacidade de compreensão da sociedade que os cerca, é colocado o viés interdisciplinar da PDG.

Ele é configurado ao longo da atividade na qual pretende-se que o professor possa, ao explicar a função de cada um dos objetos na atividade, levar os discentes a refletirem, inicialmente, se na sociedade em que vivem eles conhecem alguma estrutura similar. Pode ser colocada como uma atividade a ser apresentada ao final do jogo, no processo de avaliação.

Observados os resultados, o professor pode traçar um paralelo entre as funções de cada objeto utilizado na atividade e um dos três poderes que regem nossa sociedade da seguinte forma:

Pode-se fazer uma analogia com o triângulo, polígono formado por três lados, três ângulos internos e três ângulos externos. Assim como o triângulo, nossa sociedade também é regida por três pilares, são os chamados três poderes, cada um com sua função, mas cada um com a devida e igual importância.

Em linhas gerais, são eles: o Executivo que administra em benefício do povo, o Legislativo, cria/edita as leis e o Judiciário que interpreta e aplica as leis aos casos concretos.

Na proposta, ao permitir a realização da apresentação de um tema para a turma e a resolução de uma expressão/equação matemática, o grupo que detém o paralelepípedo está executando tarefas em benefício de todos, com isso está exercendo função similar ao executivo que administra em função do interesse da coletividade.

Ao escolher a regra de pontuação da rodada e condicionar as decisões do grupo que detém o prisma triangular, o grupo que detém a pirâmide executa função similar ao legislativo, o qual cria as leis.

O grupo do prisma, ao julgar as apresentações das animações, com base nas regras definidas no grupo que detém a pirâmide, realizará função similar ao judiciário, ou seja, aplicando as leis aos casos concretos em nossa sociedade.

Através dessa reflexão, espera-se que os discentes não apenas aprendam geometria ou álgebra, mas também possam refletir sobre os três poderes que regem a nossa sociedade e como eles funcionam, objetivando torná-los cidadãos mais conscientes.

4.3 A Gamificação Estrutural presente na PDG

Concluída a apresentação mais detalhada das etapas, realiza-se uma síntese de todas elas, apresentando como sugestão, um processo de gamificação estrutural relacionado ao contexto.

Como visto anteriormente, no tópico relacionado ao tema, o artifício de Gamificação deve ser tratado como uma ferramenta a mais no processo educacional. E não a única, justamente por essa razão, a PDG se vale desse artifício como interface para unir as etapas da proposta.

Desde a construção das representações dos sólidos geométricos em material concreto, passando pelos entendimentos relacionados à geometria, RA e utilização do aplicativo, aliados à proposta de jogo como representante da ludicidade. Podemos visualizar melhor, através da figura a seguir, que evidencia o procedimento de Gamificação estrutural para ser aplicado durante a PDG:

Figura 7– Processo de Gamificação do GeometriRA



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2021).

Essencialmente, a aplicação da PDG será dividida em 4 fases: a primeira fase consiste em construir, recomenda-se desde o início a divisão da sala em três grupos balanceados (dividir os discentes com mais conhecimento em matemática entre os grupos) que deverão trabalhar juntos do início ao fim do processo. É importante, desde já, estabelecer uma dinâmica de cooperação entre os integrantes.

Em seguida, cada grupo deve construir um dos três objetos propostos com material concreto, a responsabilidade dos integrantes vai desde a construção até a demonstração dos conceitos geométricos que podem ser visualizados e percebidos durante o processo. Essa etapa pode ser síncrona, assíncrona ou híbrida a depender do planejamento do professor, o importante é que seja realizada sempre em regime de colaboração entre discentes e docente.

A segunda fase terá como objetivo engajar os discentes ainda mais na proposta, demonstrando como eles utilizarão os objetos através da tecnologia de RA, a função dos marcadores no processo, considerando que cada marcador foi

concebido especialmente para aguçar conceitos geométricos diversos que podem e devem ser explorados tanto pelos alunos quanto pelo professor durante essa fase.

Além disso, ao longo da transmissão formal dos conteúdos de geometria de cada uma das séries, recomenda-se que o professor já pode fazer uso dos objetos digitais de aprendizagem presentes no aplicativo, seja em ocasiões presenciais ou em casa, dessa forma os discentes vão se familiarizando e compreendendo cada um deles.

Na fase três será realizada a proposta do jogo, na qual os alunos poderão colocar em prática tudo o que aprenderam durante as etapas anteriores de forma lúdica, com socialização e competição saudável.

Ainda nessa fase, será possível praticar a parte algébrica através da resolução de expressões e/ou equações matemáticas a depender da série letiva em que a proposta esteja sendo trabalhada, o resultado desses cálculos representarão a contabilização dos pontos a cada rodada do jogo.

A quarta fase consiste em avaliar os impactos da atividade tanto no aprendizado, quanto em outros pontos que possam destacar os aspectos positivos e negativos capazes de viabilizar a melhoria da PDG.

4.4 GeometriRA: O Produto Educacional e os critérios de estratificação da CAPES

Com a realização de todas as fases e utilização de seus recursos educacionais, acompanhados e validados pelo processo de mediação do docente aplicador, que deve planejar e implementar cada fase conforme suas peculiaridades, sempre de forma colaborativa com os discentes envolvidos, tem-se concebido o produto educacional fruto desta pesquisa que é o *GeometriRA*, que conta com versões para *Android* e uma experimental para *Windows*, associado à sua proposta didática.

A versão para *Windows* é dita experimental porque durante os testes nem todos os dispositivos conseguiram rodar a versão em questão, sendo necessária uma série de análises mais aprofundadas para determinar os requisitos de software e Hardware necessários para gerar maior compatibilidade com todos os dispositivos dessa natureza. Por apresentar maior compatibilidade e aceitação a versão *Android* foi mais utilizada e consolidada durante a realização da pesquisa,

Figura 8 – Tela inicial do aplicativo GeometriRA



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2021).

Visando o sucesso de um produto educacional, é importante que ele apresente algumas características determinadas no documento de área da CAPES. São elas: aderência, impacto, aplicabilidade, inovação e complexidade.

Para cada um desses elementos apresentaremos as perspectivas face ao que se espera do *GeometriRA*.

A Aderência está relacionada à conexão existente entre o produto educacional, a área de concentração e linhas de pesquisa do programa ao qual está vinculado.

O produto se encaixa perfeitamente em uma dinâmica relacionada ao treinamento de profissionais da educação ou mesmo estudantes de graduação, que desejem utilizar com finalidades didáticas a RA em sala de aula.

Desse modo, considerando as linhas de pesquisa do PPGCEM/UEPB, ele estaria contemplado na denominada: Cultura Científica, Tecnologia, Informação e Comunicação, isso porque explora a produção e utilização das tecnologias da informação e comunicação em um processo formativo envolvendo a produção de materiais multimídias de natureza didático-pedagógica que contribuam para o aprimoramento de habilidades e competências aos docentes na condição de formadores e aos discentes na condição de formandos.

O Impacto está relacionado com possíveis alterações geradas através do produto educacional proposto, o documento da Capes apresenta que para avaliar o

impacto é fundamental entender o motivo para a criação do produto, a relevância inserida nesse contexto, e o foco de aplicação desse produto.

Considerando a lacuna existente, especialmente nos temas concernentes ao campo da geometria no cenário educacional brasileiro, observou-se a necessidade de propor uma intervenção com potencial para gerar melhorias nesse cenário, especialmente no ensino básico. Logo, mediante a isso, o *GeometriRA* e sua proposta didática surgem como potenciais ferramentas capazes de produzir benefícios para o ensino de geometria nos 5º, 6º e 7º anos do Ensino Básico, ou mesmo outro contexto que um docente, ao conhecer o produto, julgue coerente utilizá-lo em seu processo didático.

Dessa forma, é importante esclarecer que a demanda do produto foi espontânea e as etapas de aplicação do produto durante essa pesquisa constituíram no seguinte: inicialmente em dois momentos realizados na perspectiva de formação docente no âmbito da Universidade Estadual da Paraíba (com graduandos em uma turma de Laboratório de matemática e com mestrandos em uma turma de Tecnologias digitais na educação) nas quais o *GeometriRA* e sua PDG foram apresentados na íntegra desde os referenciais que compuseram a proposta, passando pela forma como se daria a construção dos materiais e a aplicação do jogo junto ao aplicativo e, por fim, culminando em um momento de simulação dessa aplicação .

Para conferir maior amplitude e testagem do produto educacional, considerou-se necessário observar como ele se comportaria em um ambiente real de sala de aula. Desse modo, a proposta foi aplicada, em uma escola particular situada na cidade de Campina Grande-PB, em duas turmas de 6º e duas turmas de 7º ano, turmas essas mediadas por uma docente que participou da formação mencionada acima.

Por fim, espera-se que sua utilização possa provocar mudanças consistentes na forma como são apresentados os conteúdos presentes no aplicativo e seus objetos digitais de aprendizagem no ensino básico em nosso atual contexto educacional.

Derivada dessa possível mudança, que os discentes possam estar mais capacitados nos aspectos que tangem o desenvolvimento da capacidade de visualização espacial, do pensamento geométrico, da capacidade de socialização, trabalho em equipe, maior consciência da sociedade em que vivem.

À Aplicabilidade está relacionada a facilidade de acesso e compartilhamento do produto, buscando a partir disso viabilizar sua utilização de forma integral ou parcial em diferentes contextos.

Referente à aplicabilidade, pretende-se que seja altamente aplicável e replicável nas mais diversas condições, para isso os materiais instrucionais foram preparados pensando em demonstrar as potencialidades de uso, com uma indicação de proposta a ser implementada, no caso a PDG.

Com a disponibilização de forma pública e gratuita do *GeometriRA*⁵, através do repositório EduCapes⁶, das versões para *Android* e experimental para *Windows*, justificadas tais versões por esses sistemas operacionais serem considerados os contextos mais encontrados em um âmbito geral de nossa sociedade.

Além disso, buscando relativizar a proposta para cada um desses sistemas operacionais, de modo que várias condições de recursos possam se adequar a utilização dela com o mínimo de perda de qualidade na sua aplicação e em seu propósito educacional.

O caráter de inovação está relacionado ao grau de ineditismo envolvido na produção do produto educacional. No que se refere ao *GeometriRA* pode-se dizer que ele foi criado a partir de algo novo, porém esse caráter inédito não está na concepção dos objetos educacionais ou do aplicativo em si, uma vez que embora distintos, seja em seu foco de aplicação ou no tipo de interação que ele proporciona, existem outros de natureza similar, mas a novidade reside na sinergia criada entre as aplicações em RA junto aos materiais manipuláveis, a ludicidade através da proposta de jogo que aplicados por meio da Gamificação Estrutural almejam alcançar uma transmissão de conhecimento voltada principalmente aos temas envolvendo o pensamento geométrico, mas que também podem contribuir com a resolução de expressões ou equações matemáticas a depender da série em que está sendo utilizado, além da busca pelo desenvolvimento da capacidade de visualização espacial, capacidade de expressão/comunicação e trabalho em equipe.

Tratando-se da complexidade, que pode ser entendida como a capacidade em relacionar o produto e às etapas de seu desenvolvimento e validação estão conectadas a composição da pesquisa envolvida em seu contexto.

⁵ <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/717884>

⁶ <https://educapes.capes.gov.br/>

Estima-se que o produto apresente uma proposta derivada da observação de algumas das melhores práticas evidenciadas nas pesquisas envolvendo educação matemática.

A partir disso, espera-se estabelecer uma relação entre os referenciais teóricos pertinentes para que, através das aplicações da RA em conjunto com os materiais manipuláveis e os demais temas, possam ser apresentadas reflexões capazes de relacionar esses conteúdos, junto aos referenciais, as situações de aplicação real do produto, bem como possíveis limitações e várias possibilidades de adequações para aplicar a proposta em diferentes realidades.

Reconhecendo que um produto educacional só pode ser considerado significativo quando consegue alcançar os docentes em sua prática cotidiana, principais responsáveis pelo processo de transmissão de conhecimento formal na educação básica.

É preciso saber que um aplicativo tecnológico, por si, não será capaz de mudar qualquer realidade, conforme preceitua a reflexão a seguir:

As tecnologias digitais hoje são muitas, acessíveis, instantâneas e podem ser utilizadas para aprender em qualquer lugar, tempo e de múltiplas formas. O que faz a diferença não são os aplicativos em si, mas estarem nas mãos de educadores, gestores (e estudantes) com uma mente aberta e criativa, capaz de encantar, de fazer sonhar, de inspirar (MORAN, 2018, p.9).

De modo que a PDG busca não só a implementação do aplicativo, mas acima de tudo dar sentido a sua utilização e gerar inúmeras alternativas capazes de ensejar aplicações da proposta nas realidades mais diversas.

Sendo assim, a forma como ela foi apresentada aqui pode ser adaptada a realidade e contexto situacional de cada escola, cada professor e cada turma, apresentando-se apenas como sugestão e direcionamentos que podem ser tomados e adequados à realidade vigente em cada lugar.

Conforme o exposto, espera-se que todos os importantes temas voltados para a produção de aprendizado possam convergir em uma experiência nova, engajadora e significativa tanto para os docentes que possam vir a aplicar a PDG em seu contexto educacional, quanto para os discentes que participem do processo.

4.5 O material instrucional do GeometriRA

O primeiro passo para verificar os possíveis impactos da PDG no processo ensino-aprendizagem, certamente será formar os professores/futuros professores para a utilização da proposta.

Desse modo, o material instrucional apresenta um papel importante para essa formação, que poderá ser realizada também através de outros meios, como por exemplo, a proposição de minicursos formativos em contextos propícios.

A testagem do material poderá verificar o quão autoinstrucional ele pode vir a ser na forma como está concebido e, possivelmente, apontar para futuros ajustes de modo que ele possa adquirir essa característica.

Sob a ótica de Lévy (1993) a concepção de Tecnologias da Inteligência apresenta-se em três dimensões: a oralidade, a escrita e a informática. "O ato de comunicação define a situação que vai dar sentido às mensagens trocadas" (Lévy, 1993, p.13).

Dessa forma, observado o contexto de aplicação da proposta, ou seja, os níveis de 6º e 7º anos do ensino fundamental, além da realidade vigente na perspectiva da nova geração que é bem representada por Kenski (2004):

Nas últimas décadas, temos aprendido a conviver com a evolução rápida dos computadores, seus periféricos e uma infinidade de programas e softwares, interligados em redes o que permite o acesso imediato a banco de dados em todo o mundo e a comunicação sem fronteiras entre as pessoas (KENSKI, 2004, p.99).

Assim, para a escolha do produto concebido na produção dos materiais instrucionais, optou-se por utilizar recursos multimídia, através da produção de vídeos, por acreditar que são capazes de demonstrar de uma forma mais clara e efetiva as nuances presentes na proposta, promovendo assim uma melhor possibilidade de assimilação e replicação pelos interessados em aplicá-la.

Concernente a produção do referido material, foram destinadas mais de 100 horas entre os períodos de gravação e edição do material que ao todo totalizam quatro vídeos, os quais juntos possuem 52 minutos e 8 segundos de duração. Neles

são explicados todos os passos para a aplicação da PDG, conforme o quadro a seguir:

Quadro 3 – Vídeos Instrucionais da PDG

Tabela dos Vídeos Instrucionais do GeometriRA			
Título	Link	Duração	Fase associada no processo de gamificação
GeometriRA - Construção Sólidos Geométricos (Vídeo 1)	https://www.youtube.com/watch?v=KEZoxOfbtE0&list=PL9CNA0Zq89ohmAyi_bC6YsfAxubt3IJzJ&index=2	17min 19seg	Fase 1: Construir + Fase 2: Estudar
GeometriRA - O jogo (Vídeo 2)	https://www.youtube.com/watch?v=MSialZ2awFw&list=PL9CNA0Zq89ohmAyi_bC6YsfAxubt3IJzJ&index=3	9min 28seg	Fase 2: Estudar + Fase 3: Jogar
GeometriRA - Fator Interdisciplinar (Vídeo 3)	https://www.youtube.com/watch?v=hD1j6RAD40&list=PL9CNA0Zq89ohmAyi_bC6YsfAxubt3IJzJ&index=4	3min 34seg	Fase 2: Estudar + Fase 3: Jogar + Fase
GeometriRA - O Aplicativo e o Processo Didático (Vídeo 4)	https://www.youtube.com/watch?v=fPEnkAJ6qsl&list=PL9CNA0Zq89ohmAyi_bC6YsfAxubt3IJzJ&index=4	21min 47seg	4: Avaliar

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2021).

5 METODOLOGIA

Observados os aspectos pertinentes à construção da PDG, cabe fazer um resgate do elemento chave da pesquisa em tela, que é responder: quais as potencialidades de uma proposta didática desenvolvida a partir de ideias de gamificação e RA no ensino e aprendizagem de geometria?

Para encontrar respostas plausíveis no âmbito de uma pesquisa acadêmica é imprescindível a utilização de um método de pesquisa capaz de propiciar as ferramentas necessárias para o caso em questão, em detrimento disso, por envolver ações e indivíduos imersos em um contexto dotado de nuances, a pesquisa qualitativa mostra-se mais adequada para a missão.

A pesquisa qualitativa busca captar através das subjetividades relações que outros métodos não seriam capazes de fazer emergir. Segundo Creswell,

A investigação qualitativa emprega diferentes concepções filosóficas; estratégias de investigação; e métodos de coleta, análise e interpretação dos dados. Embora os processos sejam similares, os procedimentos qualitativos baseiam-se em dados de texto e imagem, têm passos singulares na análise dos dados e se valem de diferentes estratégias de investigação (CRESWELL, 2010 p.206).

Em um primeiro momento, a produção de dados utilizou recursos audiovisuais, na forma de gravações dos momentos de formação para a aplicação da PDG, aliados a questionários aplicados em um segundo momento. Ao observar esses instrumentos, torna-se evidente que a pesquisa qualitativa é uma abordagem metodológica adequada para essa investigação.

Além disso, o processo de análise qualitativa está intimamente ligado “ao processo não-matemático de interpretação, feito com o objetivo de descobrir conceitos e relações nos dados brutos e de organizar esses conceitos e relações em um esquema explanatório teórico” (STRAUSS; CORBIN, 2008, p.24).

Entendendo a natureza do viés que apresenta o tipo de pesquisa qualitativa e suas vastas possibilidades, no que concerne a escolha dos métodos para coleta de dados, um método que permita ir além do conteúdo escrito, captando mais informações do processo comunicacional proveniente dessa coleta, apresenta-se como muito interessante no contexto da busca pela subjetividade, da essência daquilo que os participantes da pesquisa podem fazer emergir em meio ao percurso.

Seguindo essa linha de raciocínio, a gravação apresenta-se como um fator interessante, principalmente por apresentar as seguintes vantagens: uma percepção mais aprofundada para apreensão de ideias e raciocínios colocados pelos participantes, bem como suas expressões corporais, tom de voz, entre outros; o que possibilita análises mais robustas no âmbito da pesquisa qualitativa.

No entanto, também existem algumas desvantagens que podem impactar mais ou menos durante o processo, a exemplo da possibilidade de a gravação induzir os participantes a serem mais cautelosos em suas colocações do que seriam em outro contexto similar, sem o instrumento da gravação.

O cenário utilizado para a pesquisa apresenta a seguinte característica: buscando apresentar o produto e realizar uma testagem um pouco mais ampla em relação a suas possíveis contribuições, o estudo foi conduzido, ao longo do segundo semestre do ano de 2021. Desenvolvido, no âmbito da Universidade Estadual da Paraíba, em três contextos: uma turma de graduação em licenciatura em matemática, na disciplina “Laboratório de Matemática”, com aproximadamente 21 discentes, uma turma de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática com aproximadamente 15 discentes, na disciplina “Tecnologias Digitais na Educação”, sendo esses dois cenários iniciais voltados à perspectiva de formação docente. Foram realizadas 3 intervenções em cada turma, no primeiro momento eram tratadas as bases teóricas que compõe a proposta, no segundo momento eram apresentados o aplicativo, o jogo com suas regras e as perspectivas de aplicação da PDG, no terceiro encontro era realizada uma simulação da aplicação da PDG com a turma.

O terceiro contexto se difere dos primeiros porque envolve a percepção de uma docente, que recebeu a formação para utilização da PDG e aplicou em quatro de suas turmas, sendo duas de 6º e duas de 7º ano do ensino fundamental de uma escola particular situada na cidade de Campina Grande-PB, cada turma com aproximadamente 30 alunos. As aplicações na escola não foram registradas em formato de vídeo, apenas através dos relatos da observação do pesquisador e da docente que aplicou a proposta.

Embora um dos cenários evidenciados fosse suficiente para justificar uma pesquisa de mestrado, a escolha dos três cenários foi realizada com vistas a observar a visão docente em relação ao produto em pauta a partir de diferentes

realidades buscando observar, de fato, como eles enxergam as potencialidades e possibilidades de execução da proposta e seus desdobramentos.

É válido considerar aqui que, embora no cenário 3, a de aplicação tenha sido realizado com discentes, nossa perspectiva de análise ainda se pautou na percepção da docente que aplicou a proposta, ainda não aprofundamos o entendimento sobre como os discentes estão aceitando ou tendo sua aprendizagem influenciada pela proposta em pauta.

Além disso, a escolha pelos três cenários de aplicação se justifica pela necessidade de conferir maior robustez às análises demandas pela abordagem escolhida para análise dos dados, que será detalhada a seguir, bem como também para triangulação dos dados que busca, a partir das informações de diferentes fontes, prover mais amplitude, maior confiabilidade e exatidão aos dados gerados pela pesquisa.

Salienta-se ainda que, na ocasião de realização dos testes da PDG, o cenário proveniente da COVID-19 (SARS-CoV-2) ainda não permitia na íntegra as atividades presenciais, portanto as aplicações com as turmas de graduação e mestrado foram realizadas por videoconferência através da plataforma *google meet*, tendo ocorrido de forma presencial apenas a aplicação com as turmas de 6º e 7º ano. Para manter a integridade dos participantes, não serão referenciadas nenhuma informação capaz de identificar qualquer um deles.

Concluindo essa etapa inicial relativa à metodologia, é imprescindível explanar um pouco sobre algumas características da pesquisa qualitativa baseadas em um levantamento realizado por Creswell (2007):

- Ambiente natural - Tal característica remete ao fato de que as pesquisas devem ser conduzidas em situações mais próximas possíveis daquelas que consideramos reais, isto é, o que ocorre no cotidiano do problema estudado. Não devendo a pesquisa ser colocada em condições especiais ou ambiente pré-fabricados, sob algum pretexto que possa ser capaz de impactar de alguma forma em seus resultados, levando a pesquisa a apresentar colocações equivocadas em razão desse fato;
- O pesquisador como um instrumento fundamental - Nesse aspecto, evidencia-se o papel do pesquisador como condutor da sua pesquisa,

sendo ele o principal responsável por elaborar e realizar os métodos utilizados para coleta de dados e posterior análise;

- Múltiplas fontes de dados - É recomendado trabalhar com diferentes fontes de dados a exemplo de entrevistas, observações, documentos, entre outros. Isso possibilita uma ampliação do horizonte do pesquisador conferindo maior credibilidade e respaldo na construção do sentido extraído da investigação.
- Análise de dados indutiva - Os pesquisadores qualitativos criam seus próprios padrões, categorias e temas de baixo para cima, organizando os dados em unidades de informação cada vez mais abstratas. Esse processo indutivo ilustra o trabalho de um lado para o outro entre os temas e o banco de dados até os pesquisadores terem estabelecido um conjunto abrangente de temas. Isso também pode envolver a colaboração interativa com os participantes, de modo a terem uma oportunidade de dar forma aos temas ou abstrações que emergem do processo.
- Significados dos participantes - Os participantes da pesquisa, os quais fornecem os dados extraídos pelo pesquisador, são os responsáveis por estabelecer os significados relacionados ao contexto investigado, devendo os pesquisadores buscarem a neutralidade tanto em relação aos seus pensamentos, quanto à literatura relacionada ao tema.
- Projeto emergente - A Palavra emergente aqui leva a ideia de eclético e flexível, isto é, a pesquisa deve ser construída ao longo do caminho do pesquisador, podendo todas as fases planejadas sofrer ajustes em função das investigações realizadas a cada etapa. “A ideia fundamental que está por trás da pesquisa qualitativa é a de aprender sobre o problema ou questão com os participantes e lidar com a pesquisa de modo a obter essas informações”. (CRESWELL, 2007).
- Interpretativo - A interpretação é um processo imprescindível na pesquisa qualitativa, tendo o pesquisador papel fundamental para realizar as interpretações face aos dados coletados. Mas, é necessário que esses dados não se dissociem do contexto no qual estão imersos, fornecendo ainda margem para o público de participantes e leitores

realizarem interpretações sobre os relatos de pesquisa demonstrando as múltiplas faces existentes ao analisar um problema.

Salienta-se, para o autor supracitado, essas características não apresentam ordem específica de importância, e dentro do contexto que peculiar de ensino remoto que a maior parte das aplicações foram conduzidas, essa ordem pode ficar ainda menos dotada de previsibilidade, uma vez que a situação acaba sendo peculiar tanto para os aplicadores, quanto para os participantes.

Observados os aspectos que permeiam a seara da pesquisa qualitativa, é preciso definir uma abordagem adequada dentro desse contexto. A esse respeito, Almeida e Chiari (2018) discorrem:

Além de não serem rígidas, as etapas percorridas por um pesquisador durante uma investigação qualitativa se entrelaçam e se complementam de modo a tornar a pesquisa exequível e, para que isso ocorra da forma mais harmoniosa possível, é necessário optar por uma abordagem metodológica que permita uma relação harmoniosa entre pesquisador e dados (ALMEIDA; CHIARI, 2018, p.02).

Face à realidade da pesquisa em tela e os dados coletados a partir dela, a abordagem escolhida para realizar as análises denomina-se *Grounded Theory* (GT), a chamada Teoria Fundamentada nos Dados (TFD), que será detalhada a partir do próximo tópico.

5.1 A Grounded Theory (GT)

Também conhecida como Teoria fundamentada ou Teoria Enraizada, a Teoria Fundamentada nos Dados (TFD) ou *Grounded Theory* (GT) inicia seu percurso a partir dos estudos realizados por volta de 1967 com a publicação da obra denominada *The Discovery of Grounded Theory* por Barley Glaser e Anselm Strauss (Tarozzi, 2011, p.17).

O contexto de surgimento da abordagem em questão foi de uma crise profunda existente no campo da pesquisa qualitativa, que estava desprestigiada, conforme apresenta Tarozzi (2011):

A principal razão do ostracismo a respeito das abordagens qualitativas era ligada especialmente ao fato de que estas não eram capazes de produzir análises de dados sobre a base de procedimentos analíticos que fossem confiáveis e válidos ao menos quanto o eram as sofisticadas elaborações matemáticas sobre as variáveis que a pesquisa quantitativa oferecia (TAROZZI, 2011, p.43).

Nessa perspectiva, a TFD se coloca como uma metodologia de pesquisa qualitativa capaz de fornecer subsídio para suprir a lacuna pertinente às críticas que se faziam aos métodos qualitativos quando comparados aos quantitativos.

Dos primórdios da teoria, derivam três principais escolas relacionadas a TFD/GT, diferindo-se em alguns pontos como por exemplo, a pergunta de pesquisa, os tipos de dados, categoria central e tipos de codificação, conforme a imagem a seguir:

Quadro 4 – Características das principais escolas de GT

Confronto entre as principais escolas de GT			
	GT clássica	GT full conceptual description	GT construtivista
	Glaser	Corbin	Charmaz
Pergunta de pesquisa	Não é uma afirmação que identifica o problema a ser estudado. É impossível de defini-lo antes de ir para campo (inicia-se de modo aberto a partir de uma área de investigação).	É uma afirmação que identifica claramente o problema a ser estudado. Consente restringir e gerenciar a área de investigação.	Não existe. Os conceitos sensibilizantes (Blumer), interesses pessoais e disciplinares iniciam a pesquisa.
Tipos de dados	"All is data".	Indiferente, sobretudo observações.	Entrevistas semiestruturadas e análise textual. Coconstrução de dados.
Core category	Emerge quase magicamente e é intuída improvisadamente no início ou no fim de uma pesquisa.	Fazê-la emergir requer fortes manipulações de dados. Não existe uma única core category.	Existe uma core category prevalente.
Tipos de codificação	Substantiva teórica.	Aberta, axial, seletiva.	Inicial, focalizada, axial, teórica.

Fonte: Adaptado de TAROZZI (2011, p. 56).

Dentre elas, o modelo proposto por Corbin, através da obra “Pesquisa Qualitativa: Técnicas e Procedimentos para o Desenvolvimento da Teoria Fundamentada” (STRAUSS; CORBIN, 2008) será importante referência para o estudo em tela.

A Teoria Fundamentada proposta por Strauss e Corbin é pautada pela proximidade entre o processo de coleta de dados, análise e possível teoria, o que exige bastante criatividade do pesquisador. Não no sentido de “inventar” uma teoria, mas de construir relações consistentes entre os dados capazes de produzir interpretações consistentes.

Para os autores, "uma teoria bem desenvolvida é aquela na qual os conceitos são definidos segundo suas propriedades e dimensões específicas" (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 34).

Sendo assim, torna-se imprescindível um processo capaz de realizar a construção dessa teoria. Para Strauss e Corbin (2008, p.24), existem três componentes principais na pesquisa qualitativa: inicialmente os dados, em seguida, os procedimentos, por fim relatórios escritos e verbais.

Ao utilizar os procedimentos estabelecidos pelos autores supracitados, Silva (2018, p.90) afirma: “O processo de codificação direciona o pesquisador no sentido de identificar códigos/conceitos e categorias”. Portanto, esse processo seria justamente aquele capaz de subsidiar a construção da teoria, que para Strauss e Corbin (2008, p.34) seria: “Teorizar é um trabalho que implica não apenas conceber ou intuir ideias (conceitos), mas também formular essas ideias em um esquema lógico, sistemático e explanatório”.

Antes de avançar, ainda é extremamente válido observar o que esses autores querem dizer com teoria:

Para nós teoria denota um conjunto de categorias bem desenvolvidas (ex: temas, conceitos) que são sistematicamente inter-relacionadas através de declarações de relação para formar uma estrutura teórica que explique alguns fenômenos relevantes sociais, psicológicos, educacionais, de enfermagem ou outros (STRAUSS; CORBIN, 2008, p.35).

Observado o que entendem por teoria, aborda-se agora em relação à sistemática da codificação. Em linhas gerais, seria o processo de análise detalhada dos dados, linha a linha, para iniciar os estudos e gerar categorias primárias sugerindo as relações introdutórias entre elas. Deve-se considerar os dados, as interpretações dos participantes da pesquisa e a interação entre esses fatores e o pesquisador.

Sobre o processo de codificação, Strauss e Corbin (2008) estabelecem três etapas: codificação aberta, codificação axial e codificação seletiva.

Figura 9 – Tipos de codificação da TFD



Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=RnyWKp_OVdg.

Na codificação aberta as palavras chaves são: identificar e comparar, com isso através das relações de semelhanças e distinções ações, fatos, objetos, interações com características conceituais consideradas similares, são agrupadas em conceitos mais abstratos, denominados categorias.

Para Tarozzi (2011):

Em síntese, a codificação, que representa o primeiro nível do processo analítico, é o conjunto de técnicas e procedimentos utilizados para conceituar os dados que, nas várias tradições da GT, assumem nomes diferentes e sugerem procedimentos diversos, mesmo no quadro de uma

lógica comum. A primeira operação de codificação, o primeiro nível, é a transcrição mesma das entrevistas (TAROZZI, 2011, p.70).

Realizada após a aberta, a codificação axial consiste em relacionar as categorias com subcategorias de modo a constituir explicações mais precisas em relação ao fenômeno estudado. O termo axial advém de uma ideia de rodear uma categoria, que virá a ser reconhecida como a categoria central, ou uma delas, já que a TFD aqui descrita admite mais de uma categoria central.

Essa fase permite o início da delimitação da teoria, excluindo temas que estão à margem do cerne fundamental do fenômeno estudado (TAROZZI, 2011). Ainda sobre a codificação axial, antes de entrar na codificação seletiva, é interessante colocar:

- uma categoria representa um fenômeno, assunto, acontecimento ou fato significativo para determinados sujeitos, dotado da capacidade de explicar seus desdobramentos;
- uma subcategoria, também é uma categoria, porém não representa o fenômeno, mas responde questões a seu respeito, buscando fornecer explicações pertinentes aos conceitos.

Por sua vez, a codificação seletiva é uma etapa de refinamento, na qual se busca alcançar a saturação teórica, que nada mais é que o ponto no processo construtivo da teoria do qual não emergem novos aspectos relevantes.

Para a codificação seletiva, dois são os principais processos:

- A integração, momento em que os dados se transformam em teoria;
- O refinamento da teoria, a revisão sistemática do esquema conceitual construído buscando observar e preencher possíveis lacunas, e aparar excessos de modo a validar o produto do processo de codificação.

Na integração deve ser determinada a categoria central, representante do tema principal da pesquisa:

1. Os conceitos que chegam a ser categorias são abstrações e representam não uma individualidade, mas uma coletividade;

2. As categorias se derivam comparando os dados de cada caso. Portanto, devem ser relacionadas com, e aplicáveis a, todos os casos de estudo. São os detalhes incluídos em cada categoria e subcategoria, por meio da especificação de propriedades e dimensões, os que descobrem as diferenças dos casos e as variações dentro de uma categoria;
3. Na construção da teoria, os achados devem ser apresentados como um conjunto de conceitos inter-relacionados, não como uma lista de temas. Isto é, o pesquisador reduz dados de muitos casos a conceitos e os convertem em conjuntos de afirmações de relação que podem ser usadas para explicar o que ocorre.

Segundo Tarozzi (2011, p.78), essa fase é "extremamente complexa, não linear, feita de intuições, de fugas para frente e retornos aos lados." Devendo ser responsável por impedir que a análise tenha um direcionamento pouco focalizado, estabelecer hierarquias entre as categorias para, a partir disso, constatar a mais central (*core category*). Por fim, integrar e delimitar a teoria.

[...] o processo exige o supremo empenho de estabelecer nexos entre as categorias e temas emersos em um (único) modelo que explique o processo teórico que os conecta. É uma operação particular, diferente das precedentes, que se movimenta para frente e para trás, entre indução e dedução, análise e síntese que, a partir da *core category*, desenvolve seus principais nós e os elementos processuais que dão vida à teoria geral (Tarozzi, 2011, p.84).

Colocados os aspectos relevantes sobre o processo de codificação, a imagem a seguir sintetiza as fases, passos e atividades de cada etapa da utilização da TFD:

Figura 10 – Fases de aplicação da TFD



Teoria Fundamentada - TFD

FASE	PASSO	ATIVIDADE
Desenho da pesquisa	1. Revisão de Literatura	Definição da questão de pesquisa
	2. Seleção de casos	Amostra teórica não aleatória
Coleta de dados	3. Desenvolver protocolos para coleta de dados rigorosos	Empregar múltiplos métodos para coleta de dados
	4. Ir ao campo	Sobrepor coleta e análise de dados. Métodos de coleta de dados flexíveis
Ordenação de dados	5. Ordenar dados	Colocar dados coletados em ordem cronológica
Análise de dados	6. Analisar os dados do primeiro caso	Usar codificação (coding)
	7. Amostra teórica	Replicação teórica através dos casos (reiniciar no passo 2 até a saturação teórica)
	8. Fechamento	Atingir a saturação teórica se possível
Comparação com a literatura	9. Comparar a teoria emergente com a literatura	Comparações com quadros referenciais similares e conflitantes.

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=RnyWKp_OVdg

Sob qualquer ponto de vista, é importante salientar que o processo da TFD não segue uma linearidade, podendo haver várias etapas recursivas, que permitam ao pesquisador voltar a etapas já realizadas e fornecer novas análises capazes de contribuir para alterações consistentes em seu processo realizado anteriormente. Logo:

Uma GT não termina na formulação de uma conjectura, na produção de um insight, mas prevê uma tarefa laboriosa de construção de teoria que requer, por um lado, o enraizamento nos dados, a sustentabilidade empírica das conjecturas que são elaboradas com a intuição, e por outro lado, a construção sistemática e sintética, inserindo conscientemente elementos interpretativos de uma teoria integrada que ordena e explica aquilo que acontece no contexto analisado (TAROZZI, 2011. p.174).

Por fim, é importante ressaltar que não há como afirmar se de fato uma Teoria consistente irá emergir dos dados, ou apenas apontamentos que permitam contextos conclusivos capazes de servir como premissas para aprofundamentos futuros. De modo que, apenas ao final da análise, será possível observar qual ponto dentro dessa perspectiva foi plausível alcançar.

Esclarecidos os fundamentos da TFD, nos próximos pontos serão detalhados os processos construtivos envolvendo as técnicas e as ferramentas produzidas e utilizadas para consecução da pesquisa, culminando na convergência dos temas para aquilo que acaba sendo o ápice desse processo, isto é, o aplicativo e a proposta didática.

5.2 A construção dos Objetos de Aprendizagem (OAs)

Um objeto de aprendizagem pode ser concebido como:

Objetos de aprendizagem são quaisquer materiais eletrônicos (como imagens, vídeos, páginas web, animações ou simulações), desde que tragam informações destinadas à construção do conhecimento (conteúdo autocontido), explicitem seus objetivos pedagógicos e estejam estruturados de tal forma que possam ser reutilizados e recombinaados com outros objetos de aprendizagem (padronização) (CARNEIRO; SILVEIRA, 2012).

Para o LTSC IEEE (2007), OA's são "quaisquer entidades, digitais ou não, que podem ser usadas, reusadas e referenciadas no apoio tecnológico ao aprendizado".

Muitas vezes OA's e ODA's se confundem na literatura, compreende-se OA como um termo mais genérico e capaz de abarcar os ODA's de modo que se pode utilizá-los como sinônimos em alguns contextos.

São duas as perspectivas capazes de enquadrar um Objeto de Aprendizagem (OA): a pedagógica, responsável pela busca da promoção do aprendizado; e a técnica: requisitos capazes de tornar o OA tangível e operacional, face aos contextos de aprendizagem para os quais está sendo desenvolvido.

Um OA é tanto mais interativo quanto maior a capacidade de intervenção do aluno no conteúdo ensinado por esse OA. Um OA com alta interatividade possibilita a ação do aluno e o estabelecimento de uma relação de reciprocidade. Ou seja, quanto mais o OA permite que o aluno se aproprie de informações, reflita e seja ativo em seu processo de aprendizagem, mais interativo ele é (BRAGA, 2015, p.29).

Compreendido o conceito de OA, bem como os aspectos técnicos e pedagógicos relevantes em sua composição, é importante esclarecer que existem várias metodologias para o seu desenvolvimento. Porém, por não serem objeto central desse estudo, não realizar-se-á aprofundamentos nesse sentido. No entanto, é válido pontuar o básico sobre a metodologia ADDIE, na qual foram baseados os passos para a construção dos OA's presentes no aplicativo do *GeometriRA*.

O modelo ADDIE, acrônimo para *Analysis* (análise), *Design* (desenho), *Development* (Desenvolvimento), *Implementation* (Implementação) e *Evaluation* (Avaliação) é um padrão de *Design* Instrucional para criação de cursos e treinamentos. Baseado nessas etapas, foram construídos os OA's, as análises foram realizadas ao longo das disciplinas do mestrado, em contato com discentes do mesmo programa que atuavam em sala de aula nos contextos do ensino básico.

A partir das discussões realizadas, foram desenvolvidos e implementadas as modelagens e animações tridimensionais através da ferramenta que será detalhada no tópico seguinte.

Ao final, os objetos puderam ser avaliados através de alguns momentos de "lapidação" e aplicação da proposta, que também serão detalhados mais à frente. Mas para torná-los funcionais, foi necessário passar pelo longo processo de produção desses elementos, a seguir alguns relatos sobre a ferramenta de modelagem utilizada na produção.

5.2.1 O Blender como ferramenta para modelagem tridimensional (3D)

O *Blender* é uma plataforma de modelagem 3D idealizada pelo estúdio holandês *NeoGeo* na década de 90, a ferramenta foi sendo aperfeiçoada e em 2002 o programa se torna um software de código aberto com licença GNU / *General Public Licence* (GPL), isto é, sua licença permite cópias, modificações e redistribuição sem limites.

As funcionalidades do *software* envolvem basicamente tudo aquilo que se precisa para trabalhar com modelagem e animação 3D, a exemplo de ferramentas avançadas para modelar, renderizar, compor texturas, animação, edição, entre

outros. Além disso, é uma ferramenta multiplataforma capaz de exportar arquivos em vários formatos, para as mais diversas finalidades, conta ainda com um manual completo em seu site e uma série de materiais nas mais diversas plataformas de vídeo, a exemplo do *Youtube*, que facilitam bastante a curva de aprendizado para utilização da ferramenta.

Conforme o exposto, configura-se o *Blender* como ferramenta fundamental para a produção dos ODA's presentes no *GeometriRA*, fornecendo todas as funcionalidades necessárias para modelagem, animação, acabamento e exportação dos arquivos em formato compatível, no caso o *.FBX*, para mais tarde sua utilização junto a *Unity Engine* (que será detalhada mais à frente) responsável por reunir e embarcar em um *software* funcional todos os recursos necessários para a aplicação *GeometriRA*.

5.2.2 ODAs Produzidos

Apresentada a ferramenta de modelagem 3D utilizada no processo de produção dos ODA's, é chegado o momento de demonstrar cada objeto construído e sua relação com às orientações pertinentes aos conteúdos estabelecidos pela BNCC para sua utilização em cada ano letivo.

Com base na matriz de habilidades e competências presente na BNCC, relacionada aos conteúdos de geometria de 5º, 6º e 7º anos do ensino fundamental, foram construídos todos os ODA's que compõem o *GeometriRA*, posteriormente será descrito um resumo do que pode ser encontrado em cada um.

Alguns objetos produzidos apresentam versatilidade suficiente para sua utilização nas três séries propostas pelo *GeometriRA*, 5º, 6º e 7º ano. Durante sua utilização, o professor também poderá evidenciar outras possibilidades de aplicação de acordo com suas experiências, devendo sempre ser respeitado o nível de profundidade do conteúdo a ser buscado durante a utilização dos recursos conforme seu público.

Agora, para cada série, foram modelados ODAs específicos, buscando contemplar através de suas animações os conteúdos elencados abaixo:

5.2.2.1 5º Ano

A seguir serão detalhados o comportamento de cada objeto voltado para os temas do 5º ano, seguidos do minuto em que aparecem no vídeo instrucional (Quadro 1 – Vídeo 4):

1. Plano cartesiano: Primeiras noções de coordenadas cartesianas, na animação são traçados um eixo na horizontal com número e outro na vertical com letras, após isso surgem objetos aos quais podem ser atribuídos coordenadas contendo uma letra e um número conforme sua posição.

2. Planificação do cubo: Conceitos relacionados a quadrados, quantidade de lados da figura, sua construção e desconstrução em tempo real aguçando a capacidade de visualização espacial.

3. Planificação da Pirâmide de base quadrada: Interação e comparação entre triângulo e quadrado, além de trabalhar as peculiaridades da pirâmide que são o tipo de base, as faces laterais que sempre são triângulos e o único vértice oposto a base.

4 e 5. Figuras Geométricas Espaciais I e II: Comparar diversas figuras geométricas, em formas planas e tridimensionais, uma introdução sobre o conceito de volume.

6. Ampliação, Redução e Proporcionalidade: Comparar objetos estabelecendo semelhanças e diferenças, além de traçar as primeiras ideias relacionadas à proporcionalidade dos lados e dos ângulos, além dos deslocamentos que ocorrem na horizontal e vertical.

5.2.2.2 6º Ano

A seguir serão detalhados o comportamento de cada objeto voltado para os temas do 6º ano, seguidos do minuto em que aparecem no vídeo instrucional:

1. Coordenadas Cartesianas: Apresenta as primeiras noções de deslocamento no eixo x e aguçar a curiosidade dos discentes em relação aos números negativos que serão apresentados apenas no sétimo ano, além disso é possível trabalhar os conceitos de números inteiros e realizar algumas análises relativas ao eixo vertical.

2. Plano Cartesiano - Polígonos: Utilizado no 6º e 7º ano, para o 6º ano temos o surgimento de uma série de planos e alguns pontos que surgem no espaço. Esses pontos estarão associados a coordenadas geométricas tanto em x quanto em y, eles – ao se deslocarem – podem formar quadrados ou triângulos a depender dos pontos que forem ligados, propiciando perceber quadrados que podem ser decompostos em triângulos. Há também alguns movimentos de rotação em relação aos planos aguçando assim a capacidade de visualização espacial dentro do contexto.

3. Polígonos: Formação de um triângulo (3 vértices, 3 lados, 3 ângulos externos e 3 ângulos internos), espelhamento (simetria) a partir de um ponto, formando um quadrado. Posteriormente, surge um quadrado de proporções menores contido no quadrado inicial, permitindo trabalhar conceitos de ângulos, vértices, lados, diagonais, bem como paralelismo e perpendicularismo.

4. Prismas e Pirâmides: Realizar comparações com os objetos em material didático manipulável, dentre as 4 figuras apresentadas 2 se encaixam como prismas e/ou pirâmides, e 2 que não se encaixam. Daí é possível trabalhar distinções e semelhanças, ao final da animação vemos uma pequena amostra do que seria rotação em torno de um eixo fixo.

5. Polígonos Regulares: Única de conteúdo estático, permite aos discente visualizar e nomear os principais polígonos regulares, realizando comparações quanto ao possível número de faces, vértices e arestas de cada um. Verificando também que, quanto maior o número de lados, mais a figura se aproxima de um círculo.

6. Retas Paralelas e Perpendiculares: Conceito de ponto, semirretas (ponto de partida, mas não possui fim definido), segmentos de reta e reta. Durante a animação

surgem retas na horizontal e vertical permitindo trabalhar conceitos relacionados a retas paralelas e perpendiculares, posteriormente podendo ver a formação de quadrados e retângulos.

5.2.2.3 7º Ano

A seguir serão detalhados o comportamento de cada objeto voltado para os temas do 7º ano, seguidos do minuto em que aparecem no vídeo instrucional:

1. Transformações geométricas de polígonos no plano: Considerando o grau de profundidade recomendado para o sétimo ano, uma vez definida a origem pode-se perceber deslocamentos em várias direções. Obtendo, a partir deles, coordenadas cartesianas, as figuras geométricas formadas serão transpostas através do plano, embora sejam figuras semelhantes possuem coordenadas distintas, podendo levantar os conceitos de multiplicação de coordenadas para a obtenção de simétricos. Posteriormente vemos a rotação de cada um dos planos, tanto na vertical quanto na horizontal, introduzindo conceitos de simetria.

2. Simetrias: Forma-se um triângulo, em seguida o mesmo de forma simétrica, depois ocorre uma rotação no centro de cada um dos segmentos de reta. Posteriormente, a figura sofre simetria de translação, logo após ela é rotacionada em relação a um eixo configurando simetria de rotação e refletida configurando uma simetria de reflexão ou bilateral.

3. Circunferência como lugar geométrico: Podemos observar um cubo representando o centro da circunferência, posteriormente surgem elementos que fazem refletir sobre os conceitos de raio e diâmetro, além de abstrair diferenças entre círculo e circunferência.

4. Retas paralelas intersectadas por uma transversal: Forma-se a configuração da interseção demonstrando as regiões internas e externas, além dos ângulos correspondentes em cada uma das regiões.

5. Triângulos e sua condição de existência: Forma-se 1 reta e 3 pontos. 2 desses pontos se deslocam formando uma outra reta, fazendo com que os discentes percebam que 3 pontos em uma mesma reta não são capazes de formar um triângulo convencional a nível de 7º ano. Vários tipos de triângulo são mostrados a partir de diferentes posições dos pontos.

6. Quadrado e triângulo: Demonstra diversas construções relacionados a essas figuras considerando ângulos (internos e externos), diagonais, relações entre os ângulos dos triângulos e dos quadriláteros além de diversos estímulos visando a melhoria da capacidade de visualização espacial.

5.3 A construção do aplicativo GeometriRA

Uma vez produzidos os materiais elencados acima, surge a necessidade de organizá-los e sistematizá-los para posteriormente disponibilizar da maneira mais eficiente possível com o público-alvo. Objetivando realizar esse propósito, foi utilizada a ferramenta denominada *Unity*, cujas peculiaridades serão alvo do próximo tópico.

5.3.1 A Engine Unity

Em tradução livre, *engine* faz menção ao termo motor, isto é, seria uma plataforma que funciona como base para que, a partir dela, outros softwares venham a ser produzidos. Mas, o que seria essa base? Seria exatamente uma série de recursos funcionais, tais como simulação de física, exibição de gráficos 3D e 2D, som, interfaces, entre outros, recursos estes dotados de uma capacidade de adaptação conforme o contexto em que o desenvolvedor pretende em seu projeto.

Atualmente, existem muitos ambientes de desenvolvimento dentro do nicho principal ao qual a *Unity* se propõe, que é a criação de jogos, a exemplo da *Unreal Engine*, *CryEngine*, *AppGame Kit*, entre outras. No entanto, a versão gratuita e o kit de desenvolvimento *Vuforia*, que serão detalhados posteriormente, foram fatores cruciais para a escolha da *Unity* no processo de produção do *GeometriRA*.

A *Unity* foi lançada em 2005 pela *Unity Technologies*, empresa situada na Califórnia-EUA. Atualmente, apresenta suporte para o desenvolvimento de

aplicações 2D e 3D utilizando principalmente as linguagens *C#* e *Javascript*, podendo gerar a aplicação para mais de 25 plataformas, desde aplicativos móveis (*Android, IOS...*), passando por consoles de vídeo game (*Playstation, Xbox...*), *Windows, MAC*, entre outros, conforme a imagem a seguir:

Figura 11 – Plataformas compatíveis com a Unity

Forneça incríveis possibilidades

Crie uma vez e implante em qualquer lugar para atingir o maior público possível em mais de 25 plataformas e tecnologias líderes.



Fonte: <https://unity.com/pt>

Para a implementação foi utilizada a versão *Personal* que, apesar de gratuita, apresenta recursos significativos ficando muito próximo dos recursos existentes nas versões pagas, sem limitações até para comercializar suas aplicações, desde que a renda gerada nesse processo não ultrapasse U\$\$100 mil nos últimos doze meses.

Por fim, observados os principais aspectos relacionados ao motor gráfico em que o *GeometriRA* foi desenvolvido, ainda cabe destacar a possibilidade de integração com outros *kits* de desenvolvimento, permitindo utilizar tecnologias como a RA e a RV em seus projetos, a exemplo do *Vuforia* que será explanado no próximo item.

5.3.2 O Kit de desenvolvimento Vuforia

O *Vuforia* trata-se de uma plataforma de desenvolvimento de aplicações para RA bastante popular entre os desenvolvedores, fornecendo de forma eficiente tudo que se precisa para implementar RA na aplicação pretendida, inclusive também disponibilizada na forma de extensão para a *engine* Unity. Para a implementação do *GeometriRA*, a utilização da biblioteca *Vuforia* foi utilizada através dessa integração.

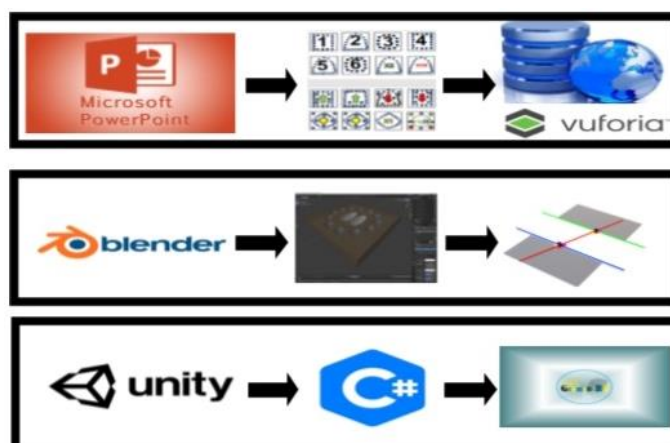
Entre os recursos envolvidos estão a disponibilização de repositório on-line através de plataforma *web* para criação e gerenciamento de marcadores, diversas formas de reconhecimento/rastreamento desses marcadores (planares, multialvos, textuais, objetos 3D, coordenadas de geolocalização). Ainda é possível realizar o rastreamento sem marcador, por meio das tecnologias *Extended Tracking* e *Smart Terrain*, e como citado anteriormente, a integração com outras ferramentas.

Informações completas sobre recursos e licenças para utilização da ferramenta podem ser facilmente acessadas através do site do desenvolvedor.

5.3.3 Detalhando o papel das ferramentas no processo construtivo do aplicativo

Na imagem a seguir pode-se ter uma visão sobre o papel de cada ferramenta para o desenvolvimento do *GeometriRA*:

Figura 12 – Etapas da Construção do Aplicativo *GeometriRA*



Fonte: NASCIMENTO JÚNIOR (2021).

Em termos gerais, pode-se elencar a utilização de quatro *softwares* e uma linguagem de programação para a implementação do *GeometriRA*. Inicialmente, utilizou-se o *PowerPoint* para elaborar os marcadores, posteriormente o *kit* de desenvolvimento *Vuforia*, versão gratuita para aplicações não comerciais, que é utilizada em várias etapas do processo. Primeiro para gerar uma base de dados com os marcadores elaborados e exportá-la em formato compatível para utilizar mais tarde.

Na segunda etapa, utilizou-se o *Blender*, *software* livre para animação e modelagem 3D. Nessa etapa, foram projetados todos os ODA's, referenciados anteriormente, e utilizados na etapa posterior. Ao todo, foram constituídos aproximadamente 40 objetos tridimensionais, dos quais 17 foram selecionados para compor o *GeometriRA* no contexto das animações e outros 18 para a parte relacionada à prática de expressões e equações algébricas.

A terceira etapa consiste na utilização da plataforma de desenvolvimento *Unity* 3D, em sua versão gratuita para aplicações não comerciais, que associada ao *Vuforia* (extensão na *Unity*) e aos *scripts* em linguagem C# (funcionalidade padrão na *Unity*) apresentaram as funcionalidades desejadas para a construção do *GeometriRA*, que eram a capacidade de gerar a aplicação em diversas plataformas, inicialmente *Android* e *Windows*, bem como apresentar todos os recursos para realização do processo de desenvolvimento, a compatibilidade dos formatos dos objetos 3D e suas animações.

Apresentados os procedimentos metodológicos utilizados ao longo da pesquisa, na seção seguinte serão detalhados os momentos de teste da PDG e as reflexões pertinentes a eles que nos levam as conclusões destacadas ao final da pesquisa.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Recapitulando os contextos nos quais ocorreram os momentos de aplicação, observam-se as seguintes realidades: todos foram realizadas no segundo semestre de 2021 e, em decorrência dos desdobramentos da pandemia da Covid-19, ocorreram momentos remotos síncronos através da plataforma *google meet* nas turmas de graduandos e mestrandos no âmbito da UEPB. Em ambas, a proposta foi realizada em três encontros de aproximadamente 2h cada, um inicial no qual foram apresentados os referenciais teóricos que permearam a construção da proposta, um segundo encontro no qual eram apresentadas as construções e a forma como poderiam ser abordados em sala de aula, as animações que seriam utilizadas na etapa do jogo, bem como suas regras para posterior aplicação no terceiro encontro.

Após os encontros com a turma de graduandos, que ocorreram em setembro/21, de forma paralela a turma de mestrandos, foi possível realizar uma experiência real em sala de aula em uma escola particular de Campina Grande, a qual foi escolhida em função da sua disponibilidade em receber a proposta, visto que foram tentadas algumas escolas públicas, porém por estarem fechadas à época não houve sucesso.

Além disso, como as outras duas aplicações haviam sido realizadas de forma remota, seria importante observar a proposta aplicada em um contexto presencial e real de sala de aula, isto é, no âmbito do ensino básico. Para isso, a professora Ellen Marques aplicou, com nosso auxílio, a proposta para quatro turmas, sendo dois sextos e dois sétimos anos.

A aplicação da proposta no ensino básico também se deu em três encontros, porém diferindo-se das outras aplicações, os encontros foram realizados na seguinte sequência: na etapa inicial foram construídas as representações dos sólidos em sala de aula junto aos discentes, divididos em 3 grupos, cada grupo construiu a representação de um sólido. Posteriormente, foram abordadas suas características e propriedades de acordo com a série letiva, no segundo momento foram explicados os aspectos relacionados a RA traçando um paralelo do conceito da tecnologia com os conceitos matemáticos relacionados ao termo “aumentada”. Em seguida, foram explicadas as regras do jogo e, como atividade de casa, foi solicitado que os grupos

assistissem e se familiarizassem com o aplicativo e as animações. Por fim, no último encontro foi realizado o jogo e explorado o caráter interdisciplinar da proposta.

Buscando responder à pergunta de pesquisa dessa dissertação: quais as potencialidades de uma proposta didática desenvolvida a partir das ideias de gamificação e RA no ensino e na aprendizagem de geometria? Tendo como campo de pesquisa os contextos recapitulados acima e detalhados na etapa de procedimentos metodológicos, assim como a abordagem metodológica da TFD que, conforme Strauss e Corbin (2008), exige criatividade e pensamento crítico, utilizamos de todos os recursos gerados durante as aplicações, sejam vídeos, anotações, questionários, conversas envolvidas através de aplicativos de mensagens com os graduandos/mestrandos.

Tudo isso na perspectiva de visualizar como de fato, ao receber toda a formação da proposta, e aplicar em suas turmas o docente expressaria sua percepção sobre a PDG do *GeometriRA*, qual seria sua utilidade, em quais contextos poderiam aplicar, quais as possíveis limitações que eles enxergam na proposta, o que poderia ser melhorado, entre outros aspectos correlacionados.

Conforme Almeida e Chiari:

Ao optar por uma abordagem metodológica específica na produção e na análise dos dados, é importante que o pesquisador se aproprie de algumas técnicas inerentes a tal abordagem. Ser o mais fiel possível a essas técnicas, sem, no entanto, ficar preso a elas, dará mais confiabilidade aos resultados obtidos durante a investigação, embora compreendamos a dificuldade em seguir todas as etapas descritas em cada abordagem, como no caso da TFD, principalmente ao grande nível de subjetividade presente durante todo o processo de produção e análise dos dados (ALMEIDA; CHIARI, 2018, p.10).

Desse modo, é importante ter em mente o que extrair dos dados, de que forma esses dados estarão relacionados e conectados, quais conjuntos de propriedades e dimensões poderão ser “garimpados” através do levantamento desses dados, e qual tipo de informação será gerada através deles.

Para isso, é imprescindível a realização das etapas de codificação aberta, etapa que embora preliminar, é base para as demais e fundamental para a formulação prévia de conceitos por meio da comparação, busca por padrões que entre suas semelhanças e distinções deverão gerar as categorias.

Por sua vez, a codificação axial trata de reagrupar os dados obtidos da codificação aberta com o objetivo de relacionar as categorias e desenvolvê-las em

suas subcategorias para buscar fornecer explicações mais detalhadas e coesas sobre as observações identificadas.

Finalmente, espera-se que com a codificação seletiva encontre-se uma integração entre as categorias, capaz de formar um esquema teórico vinculado a uma categoria central através da qual as demais possam “orbitar”.

6.1 Minerando os Dados: Codificação Aberta

Ao iniciar essa etapa, o pesquisador se vê imerso em um horizonte imenso de materiais, repleto de falas, expressões, ideias a serem interpretadas e analisadas para compreender os aspectos relevantes dessa coleta.

Para dar início ao tratamento desses dados, seguiu-se uma das formas apresentadas por Strauss e Corbin (2008):

Há muitas maneiras diferentes de fazer codificação aberta. Uma maneira é análise linha por linha. Essa forma de codificação envolve exame detalhado de dados, frase por frase, e algumas vezes palavra por palavra [...]. Essa talvez seja a forma que mais consome tempo, mas sempre é a que dá melhor resultado (STRAUSS; CORBIN, p.119. 2008).

Nessa etapa, uma série de análises amplas foi realizada sobre todo o material coletado durante as aplicações envolvendo a PDG. Aqui foram realizadas as transcrições das aplicações, divididas em partes similares e gerando alguns memorandos que, para as turmas de graduandos e mestrandos, se dividem basicamente em três. Um relativo aos momentos iniciais envolvendo intervenções teóricas sobre os temas envolvidos na composição da proposta para que os docentes e futuro docentes pudessem assimilar um arcabouço teórico para compreender melhor a potencialidade da proposta, um outro envolvendo as interações com as fases da gamificação estrutural da PDG, as animações em RA presentes no aplicativo e as regras do jogo para que toda a base para o terceiro encontro fosse construída e por fim chegar aos momentos de aplicação do jogo nos quais puderam ser experimentados na prática todos os aspectos envolvendo a PDG.

Na intenção de expor pensamentos, ideias e significados provenientes dos momentos de aplicação, foi realizada uma análise minuciosa dos dados gerados

através de todos os momentos de aplicação descritos anteriormente, denominada microanálise.

Microanálise: a análise detalhada linha por linha, necessária no começo de um estudo para gerar categorias iniciais (com suas propriedades e suas dimensões) e para sugerir relações entre categorias (STRAUSS; CORBIN, 2008, p.65).

No processo de microanálise foram verificadas cada fala e registro coletados durante os momentos, seja através da gravação, da observação do pesquisador e/ou dos aplicadores da proposta, como foi o caso de alguns momentos em que o orientador esteve presente nas aplicações, bem como a docente que aplicou com o auxílio do pesquisador nas turmas de 6º e 7º ano. Posteriormente foram gerados memorandos no intuito de produzir registros capazes de subsidiar as análises iniciais, avançadas, bem como a produção dos resultados.

Influenciado pelos memorandos desenvolvidos por Silva (2018) em sua tese, foram realizadas adaptações e apresentadas nos quadros a seguir, que estão organizados da seguinte maneira.

Na primeira coluna, tem-se informações levantadas pelos sujeitos da pesquisa, identificados através de códigos que seguem os modelos M – P1 e G – P1, nos quais as nomenclaturas G e M indicam graduandos e mestrandos, respectivamente, e P, participante. Por questões éticas, nenhuma informação capaz de identificar diretamente os participantes foi exposta.

Na segunda coluna, a codificação proveniente da interpretação do pesquisador face ao contexto; na terceira coluna tem-se, quando necessário, a contextualização da fala com os aspectos relacionados ao momento de aplicação da pesquisa; na quarta coluna encontram-se as citações da literatura consideradas pertinentes.

É importante esclarecer que os memorandos aqui apresentados são colocados para que o leitor perceba e entenda os pormenores de como se deu a construção, como foi aplicado o processo da codificação aberta para se chegar ao esboço inicial das categorias apresentados ao final da etapa inicial da aplicação da TFD.

Em relação a isso, Almeida e Chiari (2018) destacam a importância de apresentar os detalhes de implementação das fases da TFD na área da educação

matemática, visto que é uma abordagem, até certo ponto, nova nesse contexto. Tornando esses detalhes importantes para futuros pesquisadores que possam a vir aplicar a abordagem metodológica em suas pesquisas.

Os memorandos a seguir dividem-se por momento de aplicação:

Quadro 5 – Relatos do Momento 1: Apresentação Teórica

Informação	Códigos	Contextualização	Conversando com o referencial
Turma: Graduandos – Setembro/ 2021			
<p>G – P1: “Ao vivo será uma agitação tão grande em sala de aula”</p> <p>G – P2: “Nunca enxerguei geometria, então ao ver o trabalho fico admirada pelas possibilidades”</p> <p>G – P3: “Ao visualizar pela primeira vez o aplicativo ficamos bastante interessados, parece que a ferramenta não se limita a sua utilização da forma que está sendo proposta, pode ser bastante ampliada”</p>	<p>“ao vivo será uma agitação tão grande em sala”</p> <p>- Adaptar à realidade da turma / Professor assumir controle</p> <hr/> <p>“[...]admirada pelas possibilidades”</p> <p>“[...] Não se limita a sua utilização da forma como está sendo proposta”</p> <p>- Múltiplas possibilidades</p>	<p>Ao observar os aspectos teóricos que envolveram a criação e implementação da proposta da PDG;</p> <p>Além disso, ao final foi demonstrada uma primeira amostra da utilização do aplicativo;</p> <p>O primeiro comentário foi realizado no sentido de que poderia criar-se uma bagunça em sala, por isso pontuada a questão do professor assumir o controle.</p>	<p>Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9)</p> <p>O fluxo tecnológico não para de se expandir em velocidades recordes. É para essa nova sociedade, com suas mudanças frequentes, suas cada vez mais novas tecnologias, suas novas profissões e práticas profissionais, que devemos pensar na formação desse também novo professor, para que ele saiba atuar com o máximo de qualidade, em qualquer tempo e lugar. (KENSKI, 2014, p.95).</p> <p>A necessidade, portanto, não é a de usar o meio para continuar fazendo o mesmo. É preciso mudar as práticas e os hábitos docentes e aprender a trabalhar pedagogicamente de forma</p>

			dinâmica e desafiadora com o apoio e a mediação de softwares, programas especiais e ambientes virtuais. (KENSKI, 2014, p.97).
G – P4: “A evolução de outras tecnologias permitiu que hoje tenhamos a possibilidade de usar Realidade Aumentada na sala de aula”	-	Provavelmente essa fala foi impulsionada pela explicação relacionada a RA que demonstrava a evolução histórica dela, que não era como se pensava uma tecnologia assim tão nova, porém necessitava de um avanço de outros aparatos a exemplo das câmeras de celulares (dispositivos opticos).	[...] a evolução social do homem confundiu-se com a evolução das tecnologias e ainda que diferentes períodos da história podem ser reconhecidos pela tecnologia presente na época. O avanço científico da humanidade ampliou o conhecimento sobre os recursos tecnológicos, cada vez mais sofisticados, moldando essas tecnologias enquanto que as tecnologias criadas iam moldando também esse comportamento social do ser humano. (ALMEIDA, 2015, p.236)
Informação	Códigos	Contextualização	Conversando com o referencial
Turma Mestrandos – Outubro/ 2021			
M – P1: “É muito interessante, pois a pesquisa envolve questões de softwares educativos, formação de professores com softwares educativos e o professor pode adaptar a sua realidade” M – P2: “A questão da visualização, das cores e a animação são muito importantes para o desenvolvimento cognitivo e é importante que os professores saibam utilizar	“[...] formação de professores com softwares educativos e o professor pode adaptar a sua realidade” - Adaptar à realidade da turma / Professor utiliza tecnologia “[...] visualização, das cores e a animação são muito importantes para o desenvolvimento cognitivo e é importante que os professores saibam utilizar ferramentas dessa natureza, além disso vejo que a ferramenta pode ter uma abrangência muito grande do ensino básico ao superior”	Com o nível de maturidade dos mestrandos um pouco maior, ao observar a mesma etapa, percebemos que já são colocadas algumas questões importantes como a utilização da tecnologia em sala de aula, formação de professores, e os aspectos cognitivos que podem ser alcançados pela proposta.	Inserir as novas tecnologias nas escolas exige, portanto, planejamento estratégico. Repensar os espaços de aprendizagem, a formação dos professores e as formas de produzir e transmitir conhecimentos são apenas alguns aspectos da organização escolar que deverão ser ajustados para possibilitar novas experiências aos alunos. (BACICH et al, 2015, p.140). A visualização espacial em

ferramentas dessa natureza, além disso vejo que a ferramenta pode ter uma abrangência muito grande do ensino básico ao superior”	- Múltiplas possibilidades/melhoria cognitiva		particular, é simultaneamente facilitadora de uma aprendizagem da geometria, e desenvolvida pelas experiências geométricas na sala de aula. (MATOS E GORDO, 1993, p.13). Indivíduos com alta habilidade de visualização espacial possuem aguda sensibilidade para detalhes visuais, esboçam ideias graficamente e facilmente se orientam no espaço tridimensional. (SEABRA E SANTOS, 2005, p.120).
M – P1: “Existe um pouquinho de aversão em relação a utilização de software, porque na formação de professor ele não trabalhou muito com isso, provavelmente os graduandos que já manipularam esse software durante a graduação, eu acho muito difícil que não seja utilizado por esses futuros docentes em suas práticas”	“[...] “Existe um pouquinho de aversão em relação a utilização de software, porque na formação de professor ele não trabalhou muito com isso” - Possível lacuna existente na formação docente		“As mídias informáticas associadas a pedagogias que estejam em ressonância com essas novas tecnologias podem transformar o tipo de matemática abordada em sala de aula” (BORBA e PENTEADO, 2005, p.38)
M – P3: “A necessidade de saber manipular o software, porque do contrário, não vai haver uma aprendizagem significativa, nem o uso com uma intenção didática, trazer essa capacitação auxilia para além de ouvir as experiências e dificuldades da sala de aula, mas também uma espécie de capacitação para saber se o uso dele é possível nos níveis que estamos trabalhando”	“[...] saber manipular o software, porque do contrário, não vai haver uma aprendizagem significativa, nem o uso com uma intenção didática” - Professor deve estar capacitado		[...] Nesse sentido, utilizar o MD em sala de aula pressupõe, antes de tudo, por parte do professor, um exercício de prática reflexiva para que este possa utilizá-lo de forma correta, tornando assim a aprendizagem dos alunos mais significativa e prazerosa (RODRIGUES E GAZIRE, 2012, p.195).

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

De forma preliminar, ao apresentar as bases teóricas da proposta e introduzir os professores/futuros professores sobre a forma como foi concebida e seria idealizada a prática da PDG, percebe-se um entusiasmo inicial sobre a possibilidade de vivenciar a proposta ao vivo. Visto que, na ocasião, os encontros foram realizados de forma remota.

Ainda é possível destacar, de pronto, que os participantes já enxergam as possibilidades de aplicação do produto educacional, mesmo antes de ter acesso às animações e às regras do jogo que compõem a PDG. Destacando-se também a importância de iniciativas que envolvam os temas de geometria os quais, embora negligenciados, se fazem tão importantes para o desenvolvimento dos discentes.

Percebe-se um grau de maturidade um pouco maior nos discursos relacionados às bases teóricas na turma dos mestrandos, que já tecem comentários relacionados à importância da formação docente no uso de tecnologias, bem como fatores cognitivos presentes na proposta os quais podem impactar na mente dos estudantes submetidos a ela.

Surgem também as primeiras colocações relacionadas à necessidade de o professor estar capacitado e bem planejado naquilo que ele pretende utilizar no nível em que estiver trabalhando.

Ao término desse primeiro momento, embora poucos tenham se manifestado, já é perceptível uma possível riqueza de significados e possibilidades de análise para converterem-se em potenciais categorias.

Para Strauss e Corbin (2008), as categorias “são conceitos, derivados dos dados, que representam os fenômenos”. Logo, é imprescindível a continuação das análises de modo que se entenda de forma mais global aquilo que está acontecendo, de modo que com isso seja possível a verificação da validade das categorias que vão surgindo.

Quadro 6 – Relatos do Momento 2: As animações e as regras do jogo

Informação	Códigos	Contextualização	Conversando com o referencial
Turma: Graduandos – Setembro/ 2021			
<p>G – P1: “A ideia das animações é visualizar cada uma e apresentar o que você enxerga com base no seu conhecimento”</p>	<p>[...]o que você enxerga com base no seu conhecimento”</p> <p>- Estimular raciocínio interpretação/criatividade</p>	<p>Ao término do primeiro encontro, os graduandos foram divididos em 3 grupos, e cada grupo teve acesso as animações do aplicativo relativo a uma série letiva, para que no início do segundo encontro pudessem apresentar a turma;</p> <p>Houve certa dificuldade na compreensão inicialmente, mas a primeira fala demonstrou bem a intenção do momento, que não é que eles tenham um texto pronto na mente, mas que possam utilizar dos seus conhecimentos prévios e da criatividade para “decifrar” a animação.</p>	<p>“Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar.” (LORENZATO, 2006)</p>
<p>G – P2: “Desenvolver coordenadas cartesianas, conteúdo do 5 ano, temos números na horizontal e letras na vertical, a cada número vou poder associar uma letra o que tecnicamente seria uma coordenada cartesiana, mas para o aluno de 5 ano precisa ser observada a construção do conceito, o professor pode instigar a turma perguntando outras associações presentes na animação”</p>	<p>[...] o aluno de 5 ano precisa ser observada a construção do conceito, o professor pode instigar a turma perguntando outras associações presentes na animação”</p> <p>- Professor instiga alunos</p>		<p>O professor deve saber utilizar corretamente os materiais didáticos, pois estes exigem conhecimentos específicos de quem os utiliza. Não se pode deixar que o material se torne apenas um brinquedo para o aluno.” (LORENZATO, 2006, P.56)</p>
<p>G – P3: “Reta numérica com</p>	<p>Toda a discussão nos remete ao resgate</p>	<p>A referida animação busca deixar</p>	<p>[...] convém termos sempre em</p>

<p>sequências de números, o zero como fronteira, é possível trabalhar números inteiros apresentando como funciona a divisão da reta”</p> <p>Pesquisador: Por que do lado verde aparece os números 1 e 2 e no lado vermelho não aparece?</p> <p>G – P3: “Não existe medida negativa”</p> <p>G – P4: “Remete ao conjunto de números naturais”</p> <p>G – P5: “Deixar no ar a dúvida dos discentes no 6° ano, que ainda não conhecem o conceito de números negativos, aguçando sua curiosidade e buscando melhorar sua percepção e entendimento”</p>	<p>de um código anterior:</p> <p>- Estimular raciocínio/ interpretação/criatividade</p> <p>“Deixar no ar a dúvida dos discentes no 6° ano, que ainda não conhecem o conceito de números negativos, aguçando sua curiosidade e buscando melhorar sua percepção e entendimento”</p> <p>- Professor instiga alunos</p>	<p>implícito a existência de números negativos, ao observar sua análise por parte dos graduandos percebemos que essa característica é percebida, mas também ampliada para uma outra perspectiva de interpretação;</p>	<p>mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático. (LORENZATO, 2006, p. 21).</p>
<p>G – P6: “Transformações geométricas no plano cartesiano, gerando figuras iguais ou semelhantes, paralelismo reta”</p> <p>G – P7: “Uma série de planos, nos quais surge um primeiro ponto que pode ser considerado a origem, ver o que pode ser extraído porque tem muita informação, o professor fazer o papel de mediador complementando os conhecimentos conforme achar</p>	<p>[...] “ver o que pode ser extraído porque tem muita informação, o professor fazer o papel de mediador complementando os conhecimentos conforme achar necessário”</p> <p>- Professor instiga alunos</p>	<p>Sobre a mesma animação é possível encontrar visões distintas, algumas mais aprofundadas, outras menos;</p>	

<p>necessário”</p> <p>G – P8: “Planificação do cubo, é possível estabelecer relação entre número de vértices, faces e arestas”</p> <p>G – P9: “É recomendável utilizar o termo abrir e não planificar, tá muito dentro do trabalho do professor como o aluno irá perceber e observar”</p> <p>G – P10: “Ficar claro que o professor não deve omitir a definição, mesmo que os discentes não tenham um entendimento perfeito naquela ocasião”</p> <p>G – P11: “A atividade deve mesclar toda a turma, tanto os ditos mais inteligentes quanto os ditos menos inteligentes”</p>	<p>Todas as informações trazidas na coluna ao lado convergem para o importante papel do professor de observar, perceber, estimular, instigar os alunos.</p> <p>- Professor instiga alunos</p>		<p>As tecnologias digitais hoje são muitas, acessíveis, instantâneas e podem ser utilizadas para aprender em qualquer lugar, tempo e de múltiplas formas. O que faz a diferença não são os aplicativos em si, mas estarem nas mãos de educadores, gestores (e estudantes) com uma mente aberta e criativa, capaz de encantar, de fazer sonhar, de inspirar. (MORAN, 2018, p.9)</p>
<p>G – P12: “Sobre a animação de simetria, três pontos não colineares constituem um triângulo, esses quatro pontos mostram dois triângulos equiláteros”</p> <p>G – P7: “Mas se juntar os dois triângulos já forma um quadrado, e pode ir ampliando essa análise com os alunos”</p>	<p>Aqui percebemos falas que se complementam a respeito da animação, corroborando com a ideia de estímulo das várias possibilidades de interpretações.</p> <p>- Estimular raciocínio/ interpretação/criatividade</p>		<p>Apesar das muitas controvérsias sobre a forma pela qual a visualização se processa em nossa mente, é importante que ocupe seu lugar no ensino da geometria, pois a habilidade da visualização pode ser desenvolvida até certo ponto, se for disponibilizado ao indivíduo um apoio didático baseado em materiais concretos representativos do objeto geométrico em estudo (KALEFF, 2003, p.17)</p>

<p>G – P1: “Pirâmide e suas características, no caso dessa apresenta seus triângulos de mesma medida”</p> <p>G – P2: “Semelhança de figuras, ângulos, proporcionalidade, diagonais dos quadrados tipos de triângulos”</p>	<p>- Estimular raciocínio/ interpretação/criatividade</p>		<p>[...] estas interações permitem que os usuários visualizem os conhecimentos estudados, que por vezes são invisíveis a olho nu, e executem ações para manipulá-los, proporcionando aos mesmos novas formas e perspectivas de compreender os conceitos teóricos na prática, oportunizados através da ação, observação e reflexão. (HERPICH, 2019, p.184)</p>
<p>G – P1: “Objetos equidistantes da circunferência, definir raio e depois diâmetro, além de diferenciar círculo e circunferência”</p>	<p>- Estimular raciocínio/ interpretação/criatividade</p>	<p>A ponte com o referencial aqui é realizada com base na análise da mesma animação mais tarde na turma do mestrado, onde uma participante observou na mesma animação uma possibilidade até então inédita, a visualização de 4 quadrantes o que abriria margem explicar novos conteúdos além dos previamente idealizados.</p>	<p>[...] a habilidade da visualização não é inata a todos os indivíduos, o que acarreta a existência de indivíduos "visualizadores" e indivíduos "não-visualizadores" (KALEFF, 2003, P.17)</p>
<p>Informação</p>	<p>Códigos</p>	<p>Contextualização</p>	<p>Conversando com o referencial</p>
<p>Turma Mestrados – Outubro/ 2021</p>			
<p>M – P1: “Geralmente nas escolas não tem uma cultura de estudar geometria e aguçar a capacidade de visualização espacial”</p>	<p>- Possível lacuna existente na formação discente</p>	<p>Iniciando a etapa de demonstrações das animações e processos de abordagens relacionados a PDG na turma dos mestrados.</p>	<p>O ensino da Geometria, se comparado com o ensino de outras partes da Matemática, tem sido o mais desvairado; alunos, professores, autores de livros didáticos, educadores e pesquisadores, de tempos em tempos, têm se deparado com modismos fortemente radicalizantes, desde o formalismo impregnado de demonstrações</p>

			apoiadas no raciocínio lógico-dedutivo, passando pela algebrização e indo até o empirismo inoperante. No Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula. (LORENZATO, 1995, p.3).
M – P2: “Essa pirâmide possui base triangular, mas existem outros tipos, sendo a característica mais marcante da pirâmide ter um vértice para o qual convergem todas as arestas e esse vértice está diretamente oposto a base”	<p>“Essa pirâmide possui base triangular, mas existem outros tipos...”</p> <p>Importante perceber aqui a possibilidade de extrair mais aprofundamentos e generalizações partindo da análise do sólido geométrico.</p> <p>- Estimular raciocínio/ interpretação/criatividade</p>	Aos mestrados foram destacados alguns aspectos que já haviam sido experimentados junto as turmas de 6º e 7º ano, na etapa de construção dos objetos e exploração do potencial didático dos marcadores.	O material concreto permite ao indivíduo efetivamente ver o objeto de seu estudo. (KALEFF, 2003, P.17)
M – P1: “Nem sempre a multiplicação será uma ideia de aumento, crescimento”	<p>- Estimular raciocínio/ interpretação/criatividade</p> <p>- Professor estimula alunos</p>	-	o uso de tecnologias digitais precedam de uma percepção pedagógica sobre o potencial pedagógico dessas tecnologias e sobre as necessidades formativas dos professores em relação às particularidades de mediar pedagogicamente em processos educativos - (GODERT E ARNDT, 2020, p.113)
M – P2: “É importante diferenciar o fator multiplicativo relacionado a matemática e o título da regra de pontuação do jogo”	<p>- Estimular raciocínio/ interpretação/criatividade</p> <p>- Professor estimula alunos</p>	-	
<p>M – P1: “Sobre o prisma, a depender do referencial as setas mudarão a direção para que estão apontando”</p> <p>M – P2: “Normalmente vão entender a base como a parte que está embaixo, não tendo uma</p>	As possibilidades de trabalhar com referencial sentido e direção ao explorar os marcadores, contribuindo para melhoria da capacidade espacial dos discentes, mas esses conceitos muito provavelmente podem não estar dentro da realidade deles, devendo o professor ser a ponte facilitadora dessa	-	a mediação pedagógica na percepção de Vygotsky é um elemento decisivo e essencial no desenvolvimento intelectual, “sendo compreendida como ações realizadas no processo de

percepção mais ampla”	assimilação. - Percepção docente		interação entre o sujeito, o objeto da aprendizagem, outros sujeitos envolvidos e o próprio meio onde a experiência se realiza. (GODERT E ARNDT, 2020, p.109)
M – P1: “A visão do aluno é limitada ao conhecimento que ele tem, o professor deve buscar extrair informações dessa maturidade do aluno”	“o professor deve buscar extrair informações dessa maturidade do aluno” - Professor estimula alunos	-	
M – P1: “Considero que seria melhor aproveitado a partir do 7 ano, pelo menos na minha cidade os alunos de 6º ano são bem imaturos sem falar que a maioria vem da zona rural e não são acostumados a trabalhar geometria” M – P2: “Eu trabalharia no ensino médio” M – P3: “Eu enxergo possibilidades de trabalhar com rotações no ensino superior, a animação de proporcionalidade” M – P4: “Eu trabalharia com o segundo ano, porque eles têm muita dificuldade de visualizar determinadas coisas, então uma aula dinâmica onde mostra a	- Múltiplos contextos de aplicação	Ao verificar toda a essência da proposta, aqui foram apresentadas muitas percepções sobre em quais níveis seriam mais apropriados para trabalhar com ela. O discurso do participante 4 contribui para abrir certa margem para utilização do App e as animações sem o jogo.	Pensar com as TDICs e levar o aluno a aprender, não é uma missão simples. Demanda do professor uma postura de mediador, abertura a desenvolver novas aprendizagens e abordagens, (re) construir conhecimentos no âmbito profissional (Finardi; Prebianca & Momm, 2013; Mercado, 2014; Bacich, 2018). (CARDOSO E RODRIGUES, 2021, p.08)

<p>animação e faz o paralelo com o conteúdo funcionaria melhor”</p> <p>M – P5: “O trabalho seria mais aproveitado em outras turmas com mais maturidade”</p>			
<p>M – P1: “Desafiador a aplicação em tempo real com os discentes, seria mais interessante o professor centralizar a aplicação para não deixar os alunos terem acesso antecipado as animações”</p>	<p>- Processo de mediação</p>	<p>O processo de mediação não é fácil, mas mediante ao comentário, na verdade consideramos que os discentes devam ter acesso as animações antes para se familiarizarem, um bom momento para isso seria quando o professor estiver trabalhando formalmente o conteúdo.</p>	

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

No segundo momento, no qual foram trabalhadas as animações presentes no aplicativo e as regras do jogo a ser aplicado com a utilização dele, já é possível se valer um pouco mais de outra forma de codificar apresentada por Strauss e Corbin (2008):

o analista também pode codificar ao analisar uma frase ou parágrafo inteiro. Ao codificar uma frase ou um parágrafo, ele deve perguntar: Qual é a principal ideia revelada por essa sentença ou parágrafo? Então, depois dar um nome a isso (STRAUSS; CORBIN, p.120, 2008).

Os pontos mais relevantes presentes nas falas captadas na microanálise vão sendo colocados sob a lente do pesquisador face aos referenciais teóricos pertinentes. Dessa forma, já é possível ver – de modo embrionário – alguns aspectos das falas envolvendo padrões que se repetem.

Múltiplos são os contextos que surgem sob a ótica dos participantes envolvidos nas atividades ao enxergarem algumas das animações em RA apresentadas, o que é evidenciado sob as seguintes potenciais categorias: Estimular raciocínio / interpretação / criatividade.

Tal categoria decorre da variedade de pensamentos provenientes da visualização das animações em RA, capazes de fazer crer que, de fato, existe – na análise de cada uma – riqueza interpretativa com grande potencial para trabalhar a mente daqueles que buscam, através delas, o conhecimento dos conteúdos de geometria da respectiva série letiva.

Em alguns casos, foi possível extrapolar os conteúdos pautados na BNCC para os quais as animações foram inicialmente pensadas e ampliados conforme a vivência e criatividade do graduando/mestrando que interpretou o contexto.

Outra potencial categoria está relacionada ao papel docente em meio à aplicação de uma proposta dessa natureza, o professor foi visto como o responsável em instigar/estimular os alunos a pensarem sobre as animações e os desdobramentos possíveis a partir delas, para fazer criar um sentido e um possível aprendizado voltado ao nível da série que será trabalhada a PDG.

A análise da aplicação com os mestrandos iniciou com a reflexão sobre a possível lacuna existente na formação dos discentes nos temas relacionados à geometria e ao aprimoramento da capacidade de visualização espacial.

No seu desenvolvimento, se mantiveram as perspectivas que giravam em torno da categoria envolvendo o estímulo do raciocínio / interpretação / criatividade,

assim como também conferindo ênfase para o papel estimulante do professor e a necessidade de sua percepção face às peculiaridades dos contextos de aplicação da proposta, bem como da turma em que ela está sendo aplicada.

Face a esse contexto, ao direcionar ainda mais o *zoom* nessa perspectiva da percepção docente, o ideal ainda seria que esse professor fosse capaz de perceber as nuances das mentes dos alunos e sua interação com as construções, as animações e o jogo. De modo a extrair e explorar os significados envolvendo essas vivências para buscar potencializar o aprendizado a partir dessa experiência.

Em dado momento, uma vez percebida a essência da proposta, os mestrandos apresentaram uma série de opiniões relativas à qual contexto de aplicação seria mais bem aproveitada a proposta. Muitos apresentaram que consideravam os anos iniciais do ensino fundamental II como uma etapa na qual os discentes ainda eram muito imaturos e, possivelmente, não seriam capazes de apreciar e aproveitar a proposta de modo adequado.

Mediante a tais falas, que acabaram se mostrando com ampla margem de atuação (desde o 7º, passando pelo ensino médio e até no nível superior), surge uma potencial categoria como: múltiplos contextos de aplicação.

Quadro 7 – Relatos Momento 3: A aplicação do jogo/fator interdisciplinar

Informação	Códigos	Contextualização	Conversando com o referencial
Turma: Graduandos – Setembro/2021			
<p>G – P1: “Transformações geométricas no plano cartesiano, gerando figuras iguais ou semelhantes, paralelismo reta”</p> <p>G – P1: “Uma série de planos, nos quais surge um primeiro ponto que pode ser considerado a origem, ver o que pode ser extraído porque tem muita informação, o professor fazer o papel de mediador complementando os conhecimentos conforme achar necessário”</p>	<p>[...] “o professor fazer o papel de mediador complementando os conhecimentos conforme achar necessário”</p> <p>- Professor mediador</p> <p>- Estimular raciocínio interpretação/criatividade</p>	<p>Todas as etapas anteriores foram recapituladas;</p> <p>Foram criados grupos de <i>WhatsApp</i> para que cada grupo pudesse fazer uma discussão individual de forma mais célere;</p> <p>O acompanhamento foi realizado a partir de uma planilha específica para a função;</p> <p>O sorteio dos objetos entre os grupos foi realizado através do número da chamada;</p> <p>As animações foram escolhidas aleatoriamente considerando todas de 5°, 6 ou 7° ano.</p>	<p>“Inserido neste contexto de ensino-aprendizagem, o jogo assume um papel cujo objetivo transcende a simples ação lúdica do jogo pelo jogo, para se tornar um jogo pedagógico, com um fim na aprendizagem matemática – construção e/ou aplicação de conceitos” (GRANDO, 1995, p.35).</p> <p>“O jogo na educação matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem matemática que pouco a pouco será incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e estudo de novos conteúdos” (KISHIMOTO, 2017, p. 56).</p>
<p>G – P1: “Como é um jogo, vamos jogar, a regra escolhida é $x1/2$”</p>		<p>A competitividade já inicia acirrada quando o participante do grupo já escolhe a regra de pontuação que implica em uma pontuação menor para o grupo que apresentará na rodada (detentor do paralelepípedo)</p>	<p>A ponte com o referencial proveniente dessa fala, embora aplicada a física na pesquisa, ao final demonstra que pode ser ampliada para a matemática bem como outras ciências.</p> <p>É necessário observar que a mediação não ocorre apenas pelo</p>
<p>G – P2: “O discente vai estar manipulando o objeto para encontrar a melhor posição para enxergar a expressão matemática de modo que isso vai auxiliar sua capacidade de visualização espacial”</p>	<p>- Processo de mediação</p>		

		<p>professor, mas também por outros fatores que envolvem por exemplo o objeto concreto e sua interação com o virtual que conforme o discente manipula vai produzindo interações mentais capazes de ampliar sua capacidade de compreensão.</p>	<p>al. (2017), Ibáñez e Delgado-Kloos (2018) e Ibáñez et al. (2019), que demonstram que a capacidade espacial está fortemente associada à aprendizagem STEM (ciência, tecnologia, engenharia e matemática). (HERPICH, 2019, p.184)</p> <p>Lorenzato (2006, p.27) esclarece que momentos como esse “serão mais benéficos à formação dos alunos, porque, de posse do MD, as observações e reflexões deles são mais profícuas, uma vez que poderão, em ritmos próprios, realizar suas descobertas e, mais facilmente, memorizar os resultados obtidos durante suas atividades”</p>
<p>G – P1: “A gente só utiliza cada objeto uma vez né? Não tem graça escolher sempre para mesmo grupo [...] O grupo deve avaliar os outros dois e não apenas um ao longo da aplicação do jogo”</p>	<p>- Processo de mediação</p>	<p>A afirmação refere-se a escolha por parte do grupo que avalia o outro, dela extraímos a regra de que cada grupo deve avaliar necessariamente os outros 2, para não haver repetição, de modo que ao final todos os grupos avaliaram uma vez os outros.</p> <p>Aqui, é possível observar como o jogo influencia os participantes ao mesmo tempo que eles também influenciam o jogo.</p>	<p>A formação docente é outra dimensão necessária para darmos conta de desenvolver as competências requeridas do professor para gerar processos de ensino -aprendizagem eficientes em contextos de educação mediada por tecnologias digitais. (GODERT E ARNDT, 2020, p.113)</p>
<p>G – P2: “Regra de Pontuação x1/2, regra negativa”</p>		<p>Importante esclarecer que o termo “regra negativa” é uma questão de nomenclatura relacionada ao jogo, e não necessariamente ao</p>	

		conceito matemático relacionado a palavra negativa, uma vez que mesmo sendo uma pontuação inferior as outras, ainda soma pontuação para a equipe.	
<p>G – P3: “Como é um jogo, vamos jogar, a regra escolhida é x1/2”</p>		Realizadas as seis jogadas, duas para cada grupo, chega o momento da apuração do resultado, os discentes estão muito eufóricos com o momento, de modo que ao longo da apuração essa disputa sugere que haja um fator surpresa, a partir da ideia de que o professor avalie qual o grupo que teve melhor desenvoltura durante a atividade para fornecer um ponto extra a esse grupo. Como resultado temos um empate técnico, dois grupos somaram 3,5 pontos. Passamos ao fator interdisciplinar da proposta.	
<p>G – P1: “Seria a ideia daqueles três poderes: Legislativo, Judiciário e executivo”</p> <p>G – P2: “O legislativo é o primeiro (pirâmide) que decide como é, como as coisas funcionam, o executivo é o fazer colocar a mão na massa (paralelepípedo) e judiciário o terceiro (prisma) que seria avaliar, você prestou ou não</p>	<p>- Ampla margem interpretativa para o fator interdisciplinar</p>	<p>A pergunta realizada foi: Ao observar todo o contexto de aplicação da atividade, a função de cada objeto no jogo, ampliando isso para a nossa sociedade, vocês veriam alguma semelhança, alguma estrutura social com a qual pudesse ser feito um paralelo?</p> <p>Logo de cara o grupo 2 “matou a charada”, mas também surgiram outras visões interessantes sobre o contexto.</p>	<p>Um dos grandes objetivos atuais da educação é a educação para a cidadania. O professor de Matemática não pode estar alheio a isto, ajudando o aluno a “apreciar” o conhecimento moderno, impregnado de ciência e tecnologia e destacando para o aluno alguns dos princípios éticos relacionados nesta “apreciação”. (D’AMBROSIO, 1996, p.80)</p>

<p>prestou, você tá certo ou tá errado”</p> <p>G – P3: “Eu havia pensado de uma forma diferente, dei uma voada, tinha pensado em analisar individualmente cada objeto, no caso a pirâmide representaria a estrutura desigual de sociedade, os pobres na base, a classe média no meio e os ricos na ponta, o prisma triangular seria os três poderes e o outro não teria uma resposta elaborada”</p> <p>G – P4: “Eu tive outra visão fora essa, tive uma visão de padrão da sociedade, por exemplo o primeiro dita como você é, os padrões impostos pela sociedade, o segundo são as pessoas seguindo, simplesmente executando, elas fazem isso porque correm atrás do corpo perfeito, dos status, dos likes, etc, e o terceiro seria a avaliação esse olhar de julgamento das pessoas, esse terceiro seria os mais influentes da sociedade”</p> <p>G – P5: “Ainda poderia pensar em ampliar, teríamos</p>		<p>Como foi construído paulatinamente a proposta, esse fator interdisciplinar foi colocado como surpresa para os graduandos, mas no ensino básico seria colocado de forma mais direta, tendo o vídeo 3 um direcionamento para o docente seguir nesse sentido;</p> <p>A imprensa poderia ser a função atribuída ao grupo extra fornecido pelo professor, que é quem está observando e fazendo o julgamento de poder social, o professor analisou a apresentação de todos os grupos e a partir disso apresentou a pontuação extra para um deles;</p> <p>Percebe-se que o belo da proposta são as diversas margens que surgem através da vivência de cada um que participam dela ampliando os horizontes;</p>	
--	--	--	--

os três poderes e um quarto que seria a imprensa”			
<p>G – P1: “Em relação ao jogo, vi todos os elementos, vi sorte, estratégia, disputa, gostei bastante”</p> <p>G – P2: “Existem várias facetas que dependerá de cada professor que pretenda aplicar, considerando sua vivência e realidade escolar”</p> <p>G – P3: “Muitas das coisas que ocorrem no modelo remoto provavelmente não existiriam presencialmente, sem falar que presencialmente seria muito melhor a interação”</p>	<p>- Jogando e aprendendo</p> <p>- Possibilidade de adaptações / Aplicação sem o jogo</p>	<p>Importante observar que mesmo aplicado em modelo remoto, o jogo acabou sendo bastante imersivo e participativo, gerando bons momentos de aprendizagem e diversão, deixando na mente em aberto como seria em uma situação 100% presencial.</p>	<p>Sobre o jogo, Kishimoto (2017, p.19) estabelece alguns pontos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. liberdade de ação do jogador ou o caráter voluntário, de motivação interna e episódica da ação lúdica; prazer (ou desprazer), futilidade, o “não sério” ou efeito positivo; 2. regras (implícitas ou explícitas); 3. relevância do processo de brincar (o caráter improdutivo), incerteza de resultados; 4. não literalidade, reflexão de segundo grau, representação da realidade, imaginação; 5. contextualização no tempo e no espaço.
Informação	Códigos	Contextualização	Conversando com o referencial
Turma Mestrandos – Outubro/ 2021			
<p>M – P1: “Na animação circunferência como lugar geométrico, uma das coisas que percebi, além do já comentado, esfera, círculo e circunferência foi a visualização dos quatro quadrantes”</p>	<p>Aqui mais uma vez observamos o potencial das animações para gerar diversas significações, a possibilidade de visualização dos quatro quadrantes e trabalhar com eles com base na animação foi uma bela novidade enxergada pela participante.</p> <p>- Estimular raciocínio interpretação/criatividade</p>	<p>As informações das regras e funções de cada objeto foram recapituladas, os grupos já haviam sido distribuídos no primeiro momento, assim como os objetos com que cada um iniciaram a aplicação do jogo.</p>	<p>Além do mais, atuar como professor-mediador demanda uma postura baseada na mediação, pautada na relação cognitiva do aluno com o conteúdo (LIBÂNEO, 2011), e sua inter-relação com as tecnologias digitais e o ensino de ciências, dessa forma, é importante investir na educação, por meio de programas de formação de professores, eliminando as desigualdades, como efetivação do princípio da equidade. A inserção de</p>

<p>M – P2: “É interessante o aspecto de que mesmo errando o discente ganha, ganha por ter feito o processo, muito bom porque valoriza o esforço do aluno”</p>	<p>Aqui podem ser evidenciadas varia facetas que podem permitir uma atuação benéfica por parte do docente, tanto para valorizar o esforço dos discentes, realizar diagnósticos através de suas ações/falas, e ainda tendo em vista sua necessidade de cumprir a grade proposta sua sensibilidade em adequar as possibilidades de aplicação ao seu contexto.</p>	<p>Comentário relacionado ao fato de que mesmo o grupo errando a equação ainda pode ganhar metade da pontuação naquela rodada;</p>	<p>algo novo, no contexto educacional quanto à questão de investimento e de desigualdade no Brasil, ainda é o problema. As universidades não se inter-relacionam com o professor da Educação Básica, com o gestor de sala de aula. (CARDOSO E RODRIGUES, 2021, p.12)</p>
<p>M – P3: “O jogo acaba sendo importante para permitir ao professor realizar diagnósticos sobre o aprendizado dos alunos”</p>	<p>- Processo de mediação</p>	<p>Aqui pôde ser percebida a capacidade a PDG em proporcionar possibilidades ao professor em perceber o quanto seus discentes estão familiarizados ou não com determinado conceito;</p>	
<p>M – P1: “Temos de levar em consideração que existe uma grade curricular a ser cumprida durante o ano letivo, e a proposta apresentada pode ser integrada ao longo do ano”</p>	<p>- Jogando e aprendendo</p> <p>- Possibilidade de adaptações / Aplicação sem o jogo</p>	<p>Aspecto que mostra a percepção do professor em aplicar aos poucos a PDG, no entanto, sem desprezar possibilidade de realizar edições na aplicação para satisfazer contextos de menor disponibilidade de tempo.</p>	
<p>M – P2: “Vai muito do perceber do professor, para saber como utilizar a proposta nas suas turmas, porque poderemos ter turmas mais desvoltas ou que apresentem maior dificuldade para a prática da atividade”</p>	<p>“Vai muito do perceber do professor, para saber como utilizar a proposta nas suas turmas...”</p> <p>- Processo de mediação</p>	<p>Mais uma mostra da percepção de como a mediação do docente é fator fundamental para definir os rumos e o sucesso de aplicação da proposta.</p>	
<p>M – P1: “É difícil imaginar que o alunado possa saber, eles não sabem nem o que é um vereador”</p> <p>M – P2: “Interessante a</p>	<p>Na turma de mestrandos não houve tanta criatividade em relação ao aspecto interdisciplinar da proposta, a perspectiva observada por eles foi mais voltada a importância social o que nos leva diretamente para a capacidade do docente evidenciar isso em sua sala de aula.</p>	<p>Sobre a interdisciplinaridade, no contexto foi ensejada a seguinte pergunta: Pensando nesse modelo apresentado, a função de cada objeto na atividade, refletindo sobre nosso modelo de sociedade, vocês associariam a</p>	

<p>explicação ser dada a partir do paralelo com o triângulo, três lados, três ângulos, três pilares na sociedade que são os três poderes”</p> <p>M – P3: “Muito bom, percebe-se que não houve apenas a preocupação em abordar os temas matemáticos de forma lúdica e participativa da turma, mas também a ideia de fazer essa ponte entre esse pensamento matemático com esse tema tão presente em nosso dia a dia, que vemos em foco atualmente”</p> <p>M – P4: “Existem realidades bem distintas na educação básica, mas o caminho é que a pesquisa atinja a base e essa iniciativa de que não só abarque conhecimentos matemáticos, mas também criar cidadãos mais conscientes de sua sociedade”</p>	<p>- Processo de mediação</p>	<p>função de cada um dos objetos na atividade a alguma estrutura social?</p> <p>Nenhum grupo participante da atividade conseguiu chegar a resposta, mas após as explicações de demonstração da forma para se trabalhar com o paralelo relacionado ao triângulo apresentaram considerações importantes para o fator interdisciplinar ser destacado como diferencial muito positivo na PDG.</p>	
---	--------------------------------------	---	--

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

É importante esclarecer que algumas distinções existiram entre as aplicações para a turma de graduandos e a turma de mestrandos. Os graduandos realizaram todas as atividades na íntegra, isto é, construíram os objetos, praticaram um pouco mais com as animações e realizaram o jogo, bem como as observações pertinentes ao fator interdisciplinar da PDG.

Por sua vez, os mestrandos não realizaram a construção em si, mas receberam as instruções e os detalhes de cada etapa, porém o tempo disponível não permitiu a realização dessa etapa construtiva de forma prática.

Dito isso, considera-se pertinente fazer uma distinção entre as aplicações realizadas no âmbito da formação de professores (graduandos e mestrandos) daquelas realizadas em salas de aula do ensino básico de forma presencial, tanto por serem situações distintas no que diz respeito ao espaço (um virtual e outro real) tanto por aspectos distintos das formações.

Enquanto os docentes/futuros docentes foram instruídos no sentido de se tornarem futuros aplicadores da proposta e usuários do aplicativo em seus contextos de sala de aula, a aplicação com os 6º e 7º anos (duas turmas de cada série, uma no turno da manhã, outra no turno da tarde) foi realizada entre os meses de outubro e novembro de 2021, incluindo todas as etapas desde a construção dos sólidos, passando pelas explicações teóricas e observação das animações para, ao final, realizar o jogo e seu aspecto interdisciplinar. Todas elas observadas pelo pesquisador e a docente que se propôs a aplicar e realizar as análises sob sua perspectiva como professora face à aplicação com suas turmas.

Dada essa peculiaridade, foi elaborado memorando específico a esse contexto:

Quadro 8 – Aplicações Turmas 6º e 7º Ano: Fase 1 e 2 (Construir e Estudar)

Informação	Códigos	Contextualização	Conversando com o referencial
<p>Docente Aplicadora – Outubro 2021: "A fase de construção se mostrou muito satisfatória, foram divididos 3 grupos, e sorteados os objetos que cada um construiria, o sorteio foi realizado da seguinte forma: Os objetos estavam dentro de uma caixa fechada posicionados um ao centro, outro a esquerda e outro a direita, então através de um número aleatório na chamada o discente sorteado escolhia com seu grupo uma das posições e recebia o objeto, até resta apenas o objeto do terceiro grupo na caixa"</p> <p>"O clima de cooperação entre o grupo e rivalidade com os demais já iniciava dali"</p> <p>"Posteriormente distribuimos os materiais pré-fabricados para que eles montassem com base neles, essa pré-fabricação, consistia em um molde da face de cada objeto com o espaço referente as dobras e os materiais que seriam necessários na quantidade certa para aquela construção"</p> <p>"Durante toda a construção eu e o pesquisador percorríamos os grupos para auxiliar e coletar dúvidas ou feedbacks"</p>	<p>- Estimular raciocínio interpretação/ criatividade</p> <p>- Professor mediador</p>	<p>Em outubro de 2021 foram realizadas as etapas referentes a Fase 1 e 2, em quatro turmas, sendo duas de 6º ano e duas de 7º, turmas de turnos opostos (manhã e tarde)</p>	<p>Na sala de aula, é importante que, como professores, estejamos atentos para o fato de que, no caso do aluno necessitar visualizar um objeto geométrico, um modelo concreto dele pode servir de representação visual ou tátil para gerar uma imagem mental desse objeto (é importante ser lembrado que, apesar de bem desenvolvidas, nem sempre as imagens virtuais computadorizadas permitem esse processo) (KALEFF, p.85, 2015)</p> <p>"É importante ser observado que, embora a maioria das representações dos objetos geométricos seja perceptível visualmente, é imprescindível não se confundir a habilidade da visualização, isto é, a habilidade de se perceber o objeto geométrico em sua totalidade, com a percepção sensorial das. É importante ser observado que, embora a maioria das representações dos objetos geométricos seja perceptível visualmente, é imprescindível não se confundir a habilidade da visualização, isto é, a habilidade de se perceber o objeto geométrico em sua totalidade, com a percepção sensorial das diferentes representações possíveis desse objeto." (KALEFF, p.84, 2015)</p>

<p>“Os grupos constataram que alguns objetos eram mais difíceis que outros, mas também existia aí um fator relacionado a habilidade de alguns discentes que em alguns grupos se destacavam”</p> <p>“Era comum na competição para ver quem entregar primeiro ouvir, tio a gente pegou o objeto mais difícil”</p> <p>“Por unanimidade, nas quatro salas em que as construções foram realizadas, o prisma foi eleito o objeto mais difícil de construir, quanto a pirâmide e ao paralelepípedo não houve tantas queixas. Todos os grupos das quatro salas conseguiram finalizar as construções em cerca de 50 minutos”</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Estimular raciocínio interpretação/criatividade - Múltiplas possibilidades/melhoria cognitiva 	<p>Na aplicação 100% presencial é possível sentir de uma forma mais clara a interação proporcionada por cada uma das etapas e suas possibilidades se mostram ainda mais interessante, porém o papel do professor é fundamental e este deve ter grande capacidade de articulação para conseguir lidar com todas as situações envolvidas e “manter o controle da sala”.</p>	<p>[...] é possível concluir que os materiais didáticos manipuláveis podem intervir fortemente na aprendizagem dos alunos. (RODRIGUES E GAZIRE, 2012, p.195).</p>
<p>“Passando para o estudo dos objetos, essa etapa se mostrou de grande potencial para o aprendizado dos estudantes, inicialmente eles apresentaram curiosidade para o papel que colaram em cada face dos objetos construídos, mas dentro de nosso planejamento só seria tocado no assunto mais a frente, deixamos eles curiosos”</p> <p>“Cada grupo ia a frente e apresentava o objeto construído, demonstrando suas características com base naquilo que já tinham visto durante o ano letivo”</p> <p>“Pode-se constatar que a maior parte dos alunos conseguiam identificar os vértices da pirâmide e sua base, porém poucos identificaram que as arestas convergem para o vértice”</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Múltiplas possibilidades/melhoria cognitiva - Estimular raciocínio interpretação/criatividade - Professor mediador 		<p>o procedimento de construção do modelo e a sua manipulação proporcionam ao aluno a chance de fazer conjecturas e questionamentos que ele provavelmente não faria se acontecesse em uma aula teórica tradicional (ALMEIDA E KALEFF, 2016, p.11).</p>

<p>“Quanto ao paralelepípedo foi importante para diferenciar quadrado de quadrilátero, além do bidimensional e o tridimensional, muitos relacionaram o paralelepípedo ao cubo, no entanto foi explicada a diferença apresentando noções sobre volume, lados, faces, etc”</p> <p>“Em relação ao prisma, sempre o grupo que o construiu lembrava da maior dificuldade, muitas vezes pedindo que isso fosse levado em consideração na disputa, sendo importante comparar os três objetos destacando as características principais que diferenciam cada um”</p>			
<p>“Passada a etapa relacionada a construção e os estudos dela, agora os objetos seriam explorados naquilo que mexeu bastante com a curiosidade deles, as figuras coladas nas faces”</p> <p>“Foi possível perceber um potencial interessante ao explicar cada um dos marcadores que de fato tinham um potencial didático”</p> <p>“Na pirâmide os fatores multiplicativos presentes permitiam explorar o que acontecia quando multiplicávamos cada número daqueles por um número qualquer, então perguntávamos o que eles achavam, após isso discentes foram chamados ao quadro para tirar a prova, o que mais causou dúvida foi de fato o $\times 1/2$, pois poucos alunos chegavam de imediato a conclusão de que</p>			

<p>multiplicar por $\frac{1}{2}$ era o mesmo que dividir pela metade, quanto a multiplicação por 1 e por 2 o tema era mais pacífico entre eles.”</p> <p>“No prisma as setas serviam para auxiliar eles a entenderem a questão de direção e sentido, além de uma noção de referencial, foi possível também fazer uma relação com as cores, nas quais a verde era naturalmente visto como mais positiva em relação a vermelha, já o círculo amarelo foi utilizado para indicar neutralidade já que não possui direção, alguns dos alunos remeteram as cores do semáforo. Ao final constataram que o triângulo pode dar uma ideia de direção, ao contrário do quadrado e do círculo. Aqui foi introduzida a questão da pontuação do jogo, vermelho gera menor pontuação que verde, e aqueles que possuem triângulos apontados para o mesmo sentido da seta quando verdes dão mais pontos, quando vermelhos menos durante a aplicação do jogo.”</p> <p>“O paralelepípedo pode-se dizer que em relação aos marcadores era o de menor potencial didático, visto que são números de 1 a 6 grosso modo””</p>			
<p>“Passado o momento de explorar pedagogicamente os marcadores, é chegada a hora de explicar a Realidade Aumentada, nessa parte o pesquisador tomou as rédeas da situação e iniciou fazendo a seguinte pergunta: Quando vocês observam a palavra aumentada a quê vocês associam?”</p>			<p>[...] os resultados positivos observados nos recursos educacionais aumentados estão interligados aos princípios defendidos por Mayer (2009), pois, da mesma forma que a teoria da aprendizagem multimídia faz uso dos sentidos humanos, Specht, Ternier e Greller (2011) elucidam que os recursos da realidade aumentada melhoram os sentidos primários de</p>

<p>Os estudantes trouxeram ideias de progredir, crescer, acrescentar, então a partir dessa ideia foi colocado o conceito de uma forma que eles pudessem apreender, no sentido de que seria ampliar o ambiente que eles conhecem com um objeto virtual, com isso foi demonstrada a animação com o aplicativo de RA para que eles observassem na prática.”</p> <p>“Isso os deixou mais interessados na fase de aplicação do jogo, a RA se mostrou como bastante motivadora do interesse deles. Ao final foram passados os vídeos explicativos sobre as animações e as regras do jogo para que os alunos ficassem a par. Nas fases 1 e 2 ocorreram em duas aulas de 50 minutos)”</p>			<p>uma pessoa (visão, audição e tátil) com informações virtuais ou naturalmente invisíveis, tornando-as visíveis por meios digitais. (HERPICH, 2019, p.182)</p> <p>o formato de animação 3D escolhido para a apresentação dos objetos virtuais, se mostraram como fatores que também podem contribuir com o ensino ao possibilitar uma aprendizagem mais descontraída, que estimula o envolvimento do aluno e permite o desenvolvimento da autonomia de cada um deles. (ANDRADE, 2017, p.70)</p>
Fases 3 e 4 (Jogar e Avaliar)			
<p>Docente Aplicadora – Novembro 2021:</p> <p>“Para a aplicação do jogo foram separadas duas aulas de 50 minutos, preferencialmente sequenciais”</p> <p>“Antes de iniciar foram revistas as regras do jogo”</p> <p>“Os objetos que cada grupo construiu foram escolhidos para que eles iniciassem o jogo”</p> <p>“Durante toda a atividade os discentes se mantiveram bastante animados e engajados em seus grupos, obviamente uns mais que outros, percebe-se uma variação de turma a</p>	<p>- Múltiplas possibilidades/melhoria cognitiva</p> <p>- Estimular raciocínio interpretação/criatividade</p> <p>- Professor mediador</p>	<p>Em novembro de 2021 foram realizadas as últimas etapas previstas com as turmas de 6º e 7º ano</p>	<p>As interações proporcionadas aos usuários com os recursos educacionais aumentados constituem-se em um importante instrumento pedagógico, passível de ensinar o processo de ensino e aprendizagem, especialmente ao incorporar o uso de recursos multimídia e simulações tridimensionais para o ensino de conteúdos de Ciências. Em virtude de que estas interações permitem que os usuários visualizem os conhecimentos estudados, que por vezes são invisíveis a olho nu, e executem ações para manipulá-los, proporcionando aos mesmos novas formas e perspectivas de compreender os conceitos teóricos na prática, oportunizados através da ação, observação e reflexão. (HERPICH, 2019, p.184)</p>

<p>turma, porém de um modo geral a atividade se mostra muito estimulante”</p> <p>“Os grupos mantêm um trabalho em equipe interessante, porém o professor deve estar sempre atento e tomando as rédeas da situação, uma observação importante é que seria muito interessante que todos os grupos respondessem a equação, mesmo que apenas um deles pontue na rodada, isso pode evitar a dispersão dos grupos que não estão resolvendo a equação”</p> <p>“É muito importante que o professor medie a situação de modo que busque extrair os conceitos trabalhados das falas dos discentes estimulando-os a apresentarem mais, pois apenas um ou outro apresenta uma melhor desenvoltura nessa apresentação sem um empurrãozinho”</p> <p>“O momento de apuração de resultado é de grande euforia por parte dos discentes, fundamental que o docente saiba lidar com isso para que tudo não se torne uma algazarra”</p> <p>“O fator interdisciplinar foi descoberto apenas em uma turma, um dos sétimos, coincidência ou não no quadro desta turma estava um esquema que parecia ser da disciplina de história que tinha justamente a presença dos 3 poderes, na aula anterior provavelmente eles tiveram acesso à informações relacionadas aos três poderes, o quanto isso pode ter influenciado ou não</p>			<p>“Considerando que a universidade é um o espaço privilegiado de aprendizagem e ensino é, portanto, no espaço da “escola do professor”, ou seja, é nos cursos de licenciatura, que se deve assegurar a formação pertinente a esse profissional. Para tal, é urgente que se busquem novas formas de ensinar Matemática, as quais, no entanto, não podem estar dissociadas dos processos de aprendizagem, mesmo, ou principalmente, quando se trata da formação do professor. Urge, portanto, ter-se o olhar voltado para a realidade dos obstáculos a serem enfrentados e ao mesmo tempo questionar a formação que tem sido proporcionada ao professor de Matemática.” (KALEFF, 2015, p.90)</p> <p>A escola necessita, sobretudo, de “estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores expectativas da sociedade” (D’AMBROSIO, 1996, p.80)</p>
--	--	--	---

<p>no fato deles acertarem é difícil dizer”</p> <p>“Nas demais turmas, eles não chegaram ao resultado sem a necessidade do professor realizar a explicação de forma direta, mas acabaram achando bastante interessante e a turma que acertou pediu chocolate como prêmio...”</p> <p>“Ao final da experiência, acredito que de fato existe aí uma proposta bastante versátil que pode se adequar à vários contextos, e diversas possibilidades de níveis para trabalhar, no entanto, o professor tem que ter um papel muito ativo nessa aplicação para não permitir que vire bagunça ou que não se use a proposta com seu potencial pedagógico que pode e deve ser percebido e explorado pelo docente em cada etapa face ao seu desenvolvimento em cada turma, por exemplo em nossas aplicações percebemos turmas mais desenroladas onde tudo fluiu melhor e outras nem tanto, mas acredito vejo a proposta como muito interessante e aplicável em muitas realidades”</p> <p>“Outro fato que deve ser levado em conta é a estrutura da escola, lá por exemplo contávamos com uma muito boa, o que pode não ser a realidade de muitas outras escolas o que pode ser um fator complicador dessa aplicação”</p>			
---	--	--	--

FONTE: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

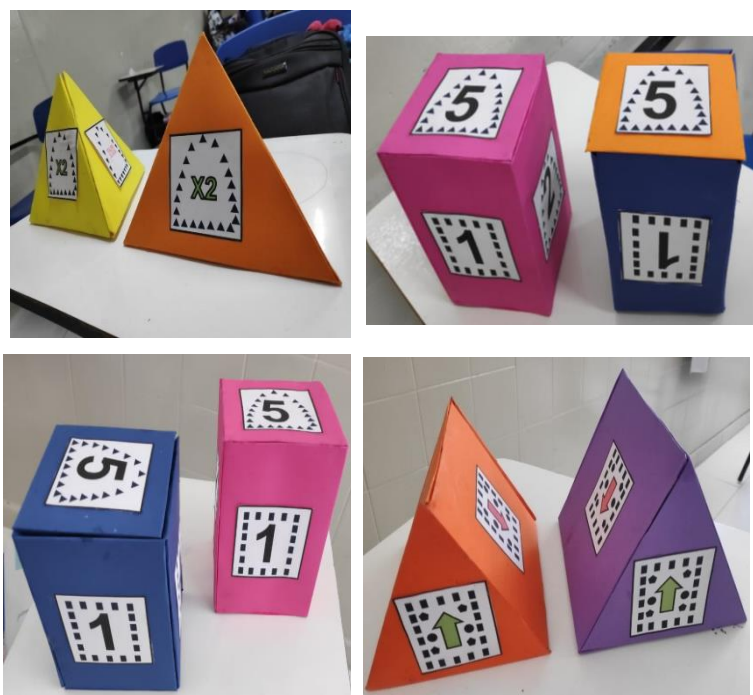
Ao término das aplicações no ensino básico, percebeu-se que a atividade se mostrou profícua e alguns dos fatores levantados nos referenciais teóricos foram claramente perceptíveis, isso é, o engajamento proveniente da *gamificação* (ALVES, 2015) e do processo de ludicidade (GRANDO, 1995), o interesse gerado nos discentes face à apresentação da RA (ANDRADE, 2017; HERPICH, 2019), os momentos da construção da representação dos sólidos que levaram a debates interessantes sobre cada um dos detalhes pensados em produzir resultados didáticos e de aprendizagem nessa proposta (KALEFF, 2003).

Culminando com a apresentação do fator interdisciplinar que, embora apenas uma turma tenha chegado ao “resultado”, acabou sendo bastante válida a apresentação sobre os três poderes. Obviamente não se imagina que esse tema ficará claro e enraizado na mente dos discentes, mas esse primeiro contato pode ser promissor para melhores entendimentos futuros, assim como a construção teórica necessária para produzir uma proposta interdisciplinar consolidada a partir de um referencial e uma proposta de intervenção melhor planejada e inserida de modo mais consistente no plano didático.

A aplicação nesse contexto real do ensino básico também apresentou uma série de análises face à proposta, elencadas abaixo.

Considerando o tempo que tiveram, os objetos produzidos pelas turmas ficaram muito próximos daqueles que foram levados como modelos, conforme a Figura 13.

Figura 13 – Comparação do material manipulável modelo e construção dos discentes



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Para ilustrar um pouco sobre como foram explorados os objetos construídos junto aos marcadores, foi perguntado em relação a eles (Figura 13, em especial marcadores com setas) se para uma possível atribuição de pontuação a essas figuras, a qual estaria associada uma maior pontuação: a quantidade de lados das figuras que compõem cada um ou a direção apontada por suas setas?

Todos os alunos associaram os quadriláteros, por eles terem observado com mais ênfase que, por terem mais lados que os triângulos (figura predominante no outro marcador), em razão disso, estariam associados a uma pontuação maior. Embora faça bastante sentido, quando a proposta foi concebida, pensou-se na direção da seta ser o vetor responsável por atribuir maior pontuação, cabendo ao docente, em sua mediação, explicar que o raciocínio deles não estava errado, mas que há outra perspectiva de análise.

Foi interessante notar que isso os levou a refletir sobre a questão dos lados, as quantidades de figuras. Por exemplo, no marcador que tivesse menos figuras seria atribuída uma pontuação menor.

Na construção da proposta a ideia foi, justamente, conferir uma atenção maior ao sentido das setas e dos triângulos que acompanham a figura. Então, se temos a setinha verde acompanhada por triângulos na mesma direção da seta, refere-se à pontuação maior.

Tais discussões, proporcionadas pelos momentos de aplicação junto aos discentes, ratificam as ideias apresentadas por Kaleff (2003) e Lorenzato (2006), nas quais a utilização correta dos materiais didáticos manipuláveis, por parte do professor, é capaz de ser um poderoso catalisador para o desenvolvimento da habilidade de visualização e aprendizagem dos aspectos voltados ao pensamento geométrico.

Tratando-se da utilização das cores nos marcadores, destaca-se que não idealizada de forma aleatória, mas pensando em – pedagogicamente – fazer a relação entre a pirâmide e sua regra de pontuação, com o prisma e sua interdependência com tal regra durante a aplicação do jogo.

Outra perspectiva interessante que surgiu foi a possibilidade de novas pontuações extras, que considerariam uma competição não apenas dentro de uma mesma turma, mas entre todos os 6^o e 7^o que estariam sendo aplicados. Uma vez que, cada grupo de determinada sala ficou com a construção de um sólido, poderia fornecer margem para haver uma comparação entre os grupos que construíram o mesmo sólido.

Desse modo, ficaria a cargo da equipe da matemática do colégio atribuir um ponto extra para a melhor representação de cada sólido construída. Daí, haveria um ranking geral (das turmas) e um ranking de cada sala, para intensificar o processo de *gamificação*, fornecendo combinações de atividades e desafios, assim como, possivelmente, uma experiência mais divertida e engajadora, como preceituam MORAN (2015) e ALVES (2015), na aplicação da proposta aumentando assim o interesse e engajamento dos estudantes que já se mostraram bastante animados e competitivos.

Prosseguindo com as análises, cada grupo criou um nome relacionado a um conceito de geometria. Um ponto seria atribuído para o mais criativo, outro ponto para a melhor desenvoltura na apresentação do sólido e suas características para a turma e mais um para a melhor desenvoltura na apresentação dos ODAs em RA.

Vale ressaltar que, em todas as etapas, o professor deve dosar a todo instante a competitividade, lembrando que todos estão com um objetivo em comum

que é a aprendizagem e o desenvolvimento sociocognitivo. Nessa perspectiva, Libâneo (2011) expõe que a aula é conduzida de forma eficaz “quando o professor assegura, pelo seu trabalho, o encontro bem-sucedido entre o aluno e a matéria de estudo”, sendo esse o objetivo a ser sempre almejado no processo de mediação do conhecimento, por parte do docente, independente dos instrumentos e das ferramentas utilizadas para alcançar tal propósito.

Uma vez estabelecidos todos os memorandos relativos às aplicações, tanto com os graduandos e mestrandos, quanto no ensino básico, é possível ter uma primeira visão do “quadro geral” daquilo que servirá como cerne da construção da possível teoria proveniente da aplicação da TFD nesse conjunto de dados.

Isso nos leva a adentrar em outra forma de codificar apresentada por Strauss e Corbin (2008):

Uma terceira forma de codificar é ler atentamente o documento inteiro e perguntar: O que está acontecendo aqui? e o que torna este documento igual ou diferente em relação aos documentos anteriores que codifiquei? (STRAUSS; CORBIN, p.120, 2008).

Então, embora não esteja se falando do documento inteiro, uma vez que os memorandos apresentados representam os recortes mais significativos para as análises aqui propostas, é perfeitamente possível ter uma visão geral capaz de verificar os padrões, semelhanças e diferenças nos contextos de aplicação para consolidar as categorias que passarão à etapa de codificação axial.

Realizadas as transcrições iniciais, as análises dos vídeos e anotações envolvendo todos os contextos de aplicação da proposta, percebe-se que alguns discursos acabam ganhando certa notoriedade por se repetirem e estarem mais conectados em termos ideológicos com vários participantes da pesquisa. São alguns exemplos deles:

Quadro 9 – Categorias preliminares provenientes da codificação aberta

Categoria	Discursos dos Participantes
- Adaptar à realidade da turma / Professor assumir controle	"ao vivo será uma agitação tão grande em sala"
- Múltiplas possibilidades	"[...]admirada pelas possibilidades" "[...] Não se limita a sua utilização da forma como está sendo proposta"
- Adaptar à	"[...] formação de professores com softwares educativos e o

realidade da turma / Professor utiliza tecnologia	professor pode adaptar a sua realidade”
- Múltiplas possibilidades/melhoria cognitiva - Possível lacuna existente na formação docente	“[...] visualização, das cores e a animação são muito importantes para o desenvolvimento cognitivo e é importante que os professores saibam utilizar ferramentas dessa natureza, além disso vejo que a ferramenta pode ter uma abrangência muito grande do ensino básico ao superior” “[...] “Existe um pouquinho de aversão em relação a utilização de software, porque na formação de professor ele não trabalhou muito com isso” “Essa pirâmide possui base triangular, mas existem outros tipos...”
- Professor deve estar capacitado	“[...] saber manipular o software, porque do contrário, não vai haver uma aprendizagem significativa, nem o uso com uma intenção didática”
- Estimular raciocínio interpretação/criatividade	“[...]o que você enxerga com base no seu conhecimento” “Deixar no ar a dúvida dos discentes no 6° ano, que ainda não conhecem o conceito de números negativos, aguçando sua curiosidade e buscando melhorar sua percepção e entendimento”
- Professor instiga/alunos	“[...] o aluno de 5 ano precisa ser observada a construção do conceito, o professor pode instigar a turma perguntando outras associações presentes na animação” “[...] “ver o que pode ser extraído porque tem muita informação, o professor fazer o papel de mediador complementando os conhecimentos conforme achar necessário”
- Percepção docente	“o professor deve buscar extrair informações dessa maturidade do aluno”

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Diante dos dados e das categorias iniciais propostas, é perceptível que podemos dividi-las em algumas vertentes. Uma voltada à versatilidade da ferramenta na qual se englobam: - Adaptar à realidade da turma; - Múltiplas possibilidades; - Estimular raciocínio/ interpretação/ criatividade. E outra voltada à postura e à percepção do professor quanto à aplicação da proposta em sala de aula, a saber: - Professor capacitado; Percepção docente; Professor instiga/estimula discentes/Professor mediador.

Em relação ao potencial de utilização da ferramenta tecnológica aliada à PDG a experiência da formação e aplicação no ensino básico apresentou o favorecimento de aspectos cognitivos, aproximação social dos participantes como fica evidenciado nas falas:

“A questão da visualização, das cores e a animação são muito importantes para o desenvolvimento cognitivo e é importante que os professores saibam utilizar ferramentas dessa natureza, além disso vejo que a ferramenta pode

ter uma abrangência muito grande do ensino básico ao superior” (Relato do Participante **M – P2**).

“Os grupos mantêm um trabalho em equipe interessante...” (Relato da Docente Aplicadora).

Ideias que coadunam com o pensamento de Godert e Arndt (2020) no qual

as propostas didático-metodológicas em contextos educativos mediados por tecnologias digitais devem favorecer, dentre outros aspectos, o exercício cognitivo, a aproximação entre os sujeitos e o desenvolvimento de habilidades comunicativas” (GODERT E ARNDT, 2020, p.107).

Por sua vez, no que concerne ao papel docente no processo de mediação evidenciam-se relatos como:

[...] “ver o que pode ser extraído porque tem muita informação, o professor fazer o papel de mediador complementando os conhecimentos conforme achar necessário” (Relato do Participante **G – P7**).

“o professor deve buscar extrair informações dessa maturidade do aluno”
 “[...] saber manipular o software, porque do contrário, não vai haver uma aprendizagem significativa, nem o uso com uma intenção didática” (Relato do Participante **M – P1**).

Essas e outras declarações observadas, evidenciam o papel do professor e a troca constante que deve haver com os discentes, como é possível observar a seguinte reflexão:

para que a mediação ocorra é preciso envolver diálogos, trocas de experiências, resoluções de problemas e desafios que levam os sujeitos a questionarem e a fazerem proposições para entender a situação apresentada (GODERT; ARNDT, 2020, p.110).

Dessa forma, a PDG acaba se mostrando terreno fértil para propiciar esse processo de mediação efetivo e, potencialmente, capaz de produzir resultados expressivos no desenvolvimento dos discentes, pois cada etapa pode ser útil para a proposição de dúvidas, o incremento de raciocínios provenientes de diferentes visões, sendo o professor o grande mediador desse processo, o que enseja muita perspicácia e uma grande responsabilidade.

6.2 Lapidando as informações - Codificação Axial:

Antes de entrar na etapa de codificação axial em si, convém elucidar o conceito de alguns elementos segundo Strauss e Corbin (2008):

Categorias: conceitos que representam o fenômeno;

Propriedades: Características de uma categoria, a delimitação do que define e dá significado a essa categoria;

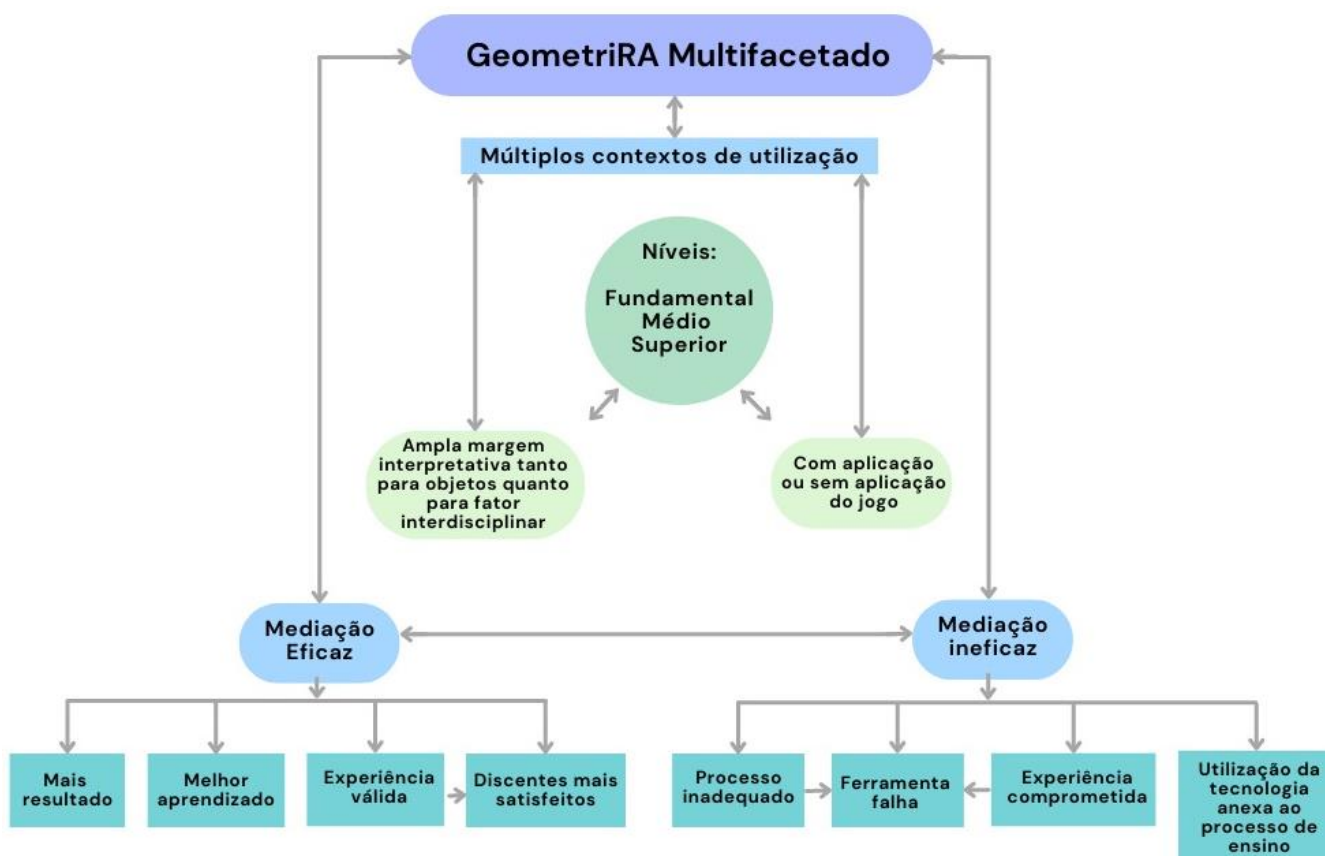
Dimensões: âmbito ao longo do qual as propriedades gerais de uma categoria variam, dando especificação à categoria e variação à teoria

Subcategorias: conceitos que pertencem à categoria, dando esclarecimentos e especificações adicionais (STRAUSS; CORBIN, 2008).

É importante esclarecer, que embora exista uma distinção na obra utilizada como referência entre propriedade e subcategoria, muitas vezes, na prática elas acabam funcionando de forma muito similar, portanto, neste trabalho, optou-se por utilizar mais o termo propriedade.

Elaborando um primeiro esboço relacionado as categorias iniciais levantadas na etapa de codificação aberta, percebemos uma série de possíveis faces para aplicação do GeometriRA, que variam conforme as capacidades estruturais e didáticas do docente, passando pelas nuances que podem ser adaptadas em relação ao contexto de turma e tempo disponível por parte do possível aplicador. Na Figura 14 observa-se essa primeira construção:

Figura 14 – Primeiro esboço do esquema conceitual pós codificação aberta



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Por intermédio dos conceitos e esboço apresentados, torna-se mais compreensível e perceptível o início da construção teórica elaborada face aos dados provenientes da etapa de codificação aberta, é possível agora iniciar a discussão em torno da etapa de codificação axial.

Proveniente da codificação aberta, a codificação axial representa uma espécie de filtragem dos dados, dos quais emergiram as categorias envolvidas, delas, algumas serão perpetuadas na teoria e outras podem sofrer adaptações ou ainda serem deixadas de lado conforme as análises se aprofundam.

Nessa etapa, as categorias são refinadas, muitas vezes desenvolvendo subcategorias e as relações entre elas. Para Strauss e Corbin (2008) seu objetivo é:

O objetivo da codificação axial é começar o processo de reagrupamento dos dados que foram divididos durante a codificação aberta. Na codificação axial, as categorias são relacionadas às suas subcategorias para gerar explicações mais precisas e completas sobre os fenômenos (STRAUSS; CORBIN, 2008, p.124).

Realizada a microanálise e os memorandos derivados de seu refinamento, é importante compreender quem são os atores envolvidos na pesquisa e o que estão fazendo, isso é, em qual contexto se encontram inseridos.

No caso em tela são futuros professores de matemática que estão entre o segundo e até o nono período do curso, inseridos no contexto da disciplina laboratório de matemática; e profissionais que já atuam como professores e são estudantes de mestrado da disciplina Tecnologias e Educação Matemática.

Destarte, a forma como eles observam a PDG e os seus momentos de aplicação, assim como as declarações conferidas nos memorandos da codificação aberta estão intimamente ligadas aos conceitos que vêm sendo expostos ao longo de sua formação acadêmica, assim como o nível de maturidade de cada realidade.

Percebeu-se haver uma distinção entre os graduandos que, em tese, estão mais habituados às tecnologias, em relação aos mestrandos os quais possuem, em parte, um perfil que lida com as tecnologias de forma um pouco menos desenvolvida.

É chegado o momento de verificar as categorias provenientes da codificação aberta e lapidá-las, de modo a verificar peculiaridades presentes em cada uma delas para possíveis junções ou particionamentos. Além do melhor desenvolvimento de cada uma delas que nos levará as suas propriedades.

Na etapa anterior observou-se duas perspectivas de análise, sendo uma mais direcionada à ferramenta e as suas possibilidades didáticas e outra ao papel do professor como intermediário de sua aplicação.

No primeiro grupo temos: - Adaptar à realidade da turma; - Múltiplas possibilidades; - Estimular raciocínio/ interpretação/ criatividade. No segundo grupo temos: outra voltada a postura e percepção do professor quanto à aplicação a proposta em sala de aula, a saber: - Professor capacitado; Percepção docente; Professor instiga/estimula discentes; Professor Mediador.

Sendo, portanto, essas perspectivas para duas categorias a serem trabalhadas e desenvolvidas. Conforme Strauss e Corbin: "Propriedades são características ou atributos, gerais ou específicos, de uma categoria, dimensões representam a localização de uma propriedade ao longo de uma linha ou de uma faixa" (STRAUSS; CORBIN, p.117, 2008).

A linha ou faixa que se considera e se trabalha nessa perspectiva seria o norte delimitado pela questão de pesquisa que abrange justamente a investigação das possibilidades de contribuições didáticas da PDG no contexto educacional. De modo que se percebe uma amplitude de possibilidades de aplicação, porém elas dependem necessariamente de um processo que está em boa parte nas mãos do docente que se propõe a aplicar, isso é a mediação.

Concernente ao primeiro grupo, existe a necessidade de adaptações aliada a uma versatilidade encontrada no âmbito das aplicações apontadas pelos próprios participantes, como podemos ver a nos relatos a seguir:

“Considero que seria melhor aproveitado a partir do 7 ano, pelo menos na minha cidade os alunos de 6º ano são bem imaturos sem falar que a maioria vem da zona rural e não são acostumados a trabalhar geometria” (Relato do Participante **M – P1**)

“Eu enxergo possibilidades de trabalhar com rotações no ensino superior, a animação de proporcionalidade” (Relato do Participante **M – P3**)

“Eu trabalharia com o segundo ano, porque eles têm muita dificuldade de visualizar determinadas coisas, então uma aula dinâmica onde mostra a animação e faz o paralelo com o conteúdo funcionaria melhor” (Relato do Participante **M – P4**)

“Ao final da experiência, acredito que de fato existe aí uma proposta bastante versátil que pode se adequar à vários contextos, e diversas possibilidades de níveis para trabalhar, no entanto, o professor tem que ter um papel muito ativo nessa aplicação para não permitir que vire bagunça ou que não se use a proposta com seu potencial pedagógico que pode e deve

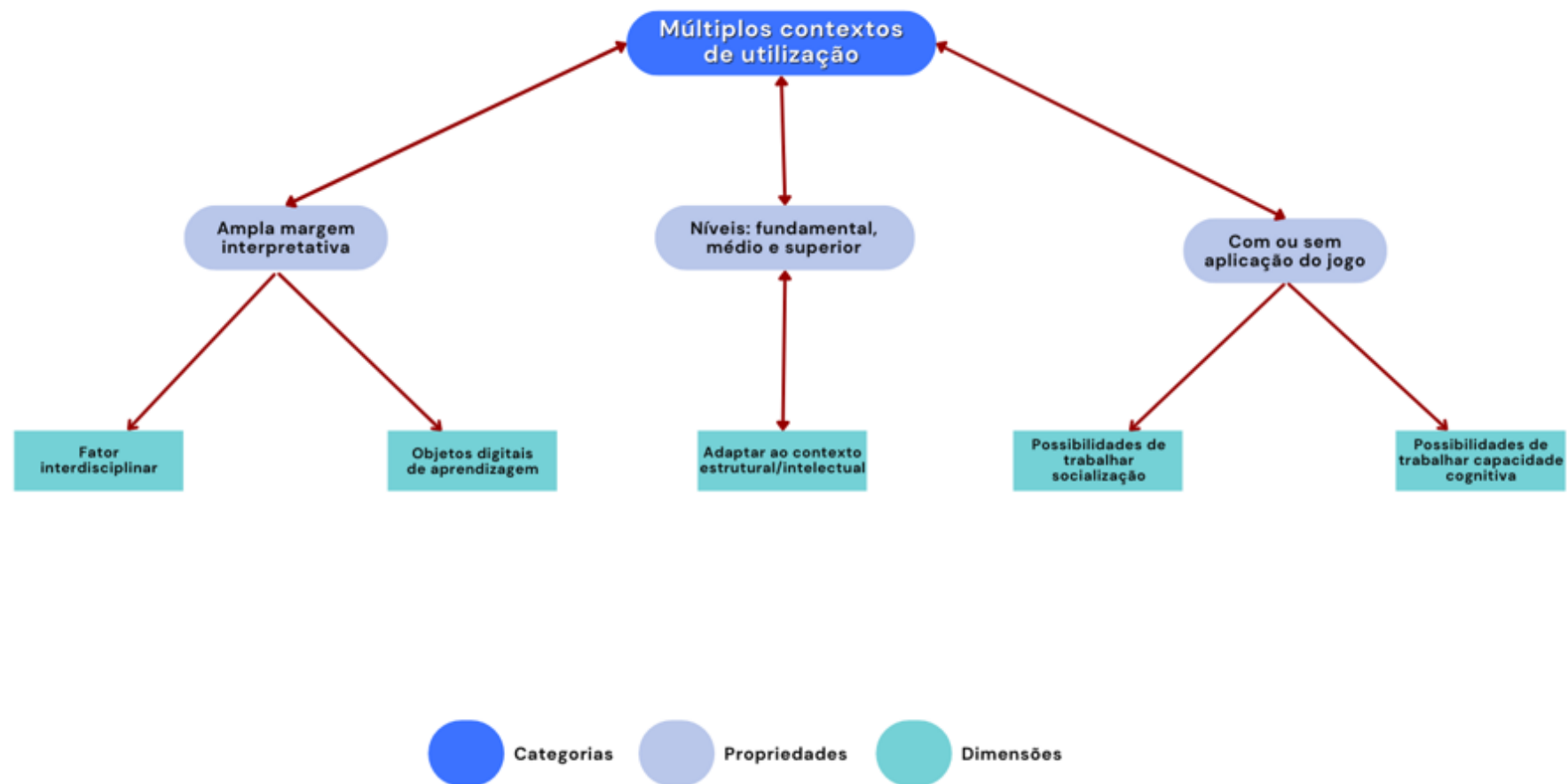
ser percebido e explorado pelo docente em cada etapa face ao seu desenvolvimento em cada turma, por exemplo em nossas aplicações percebemos turmas mais desenroladas onde tudo fluiu melhor e outras nem tanto, mas acredito vejo a proposta como muito interessante e aplicável em muitas realidades” (Relato da Docente Aplicadora)

“Outro fato que deve ser levado em conta é a estrutura da escola, lá por exemplo contávamos com uma muito boa, o que pode não ser a realidade de muitas outras escolas o que pode ser um fator complicador dessa aplicação” (Relato da Docente Aplicadora)

De modo que, emerge uma categoria representada como **Múltiplos contextos de utilização**, das quais poderiam derivar as seguintes propriedades:

- a) **ampla margem interpretativa**, aqui tanto para os objetos de aprendizagem animados em RA, como para o fator interdisciplinar da proposta, tornando-se essas, dimensões associadas à propriedade supracitada. Subsidiar essa construção teórica os discursos que ensejaram as preliminares múltiplas possibilidades, estimular interpretação/raciocínio e criatividade, pois dessa forma quando as nuances apresentam essa ampla margem de interpretação necessariamente estará envolvendo esse esforço cognitivo em busca de alcançar essas possibilidades.
- b) além disso, ao necessitar ser adaptado ao contexto de tempo, ou realidade estrutural da qual o docente poderá dispor, a PDG poderá se valer ou não do jogo proposto, emergindo uma nova propriedade denominada **com ou sem aplicação do jogo**, da qual derivam as dimensões Possibilidades de trabalhar a socialização e Possibilidades de trabalhar capacidade cognitiva;
- c) aliado ainda as perspectivas apontadas de possíveis contextos aplicáveis para a proposta que vão desde o nível fundamental, passando pelo médio e como apontado pelos participantes até o nível superior, emerge a propriedade **Níveis: Fundamental, Médio e Superior**, cuja dimensão ensejada é adaptar ao contexto, visto que cada série deverá requerer uma postura um pouco mais específica do docente, muito em função da maturidade da turma.

De modo sintético está o desenvolvimento da categoria **Múltiplos Contextos de Utilização** evidenciado na Figura 17:

Figura 15 – Categoria Múltiplos Contextos de Utilização

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Na outra face da análise, está o processo relacionado às atitudes que o docente deve ter diante da aplicação de uma proposta dessa natureza em sala de aula.

As constantes menções da necessidade de o professor instigar, estimular os discentes, bem como a importância de sua formação e capacitação pela qual devem estar pautadas sua conduta, acabam sendo melhor representadas por uma dicotomia relacionada à mediação.

a mediação pedagógica na percepção de Vygotsky é um elemento decisivo e essencial no desenvolvimento intelectual, “sendo compreendida como ações realizadas no processo de interação entre o sujeito, o objeto da aprendizagem, outros sujeitos envolvidos e o próprio meio onde a experiência se realiza (GODERT; ARNDT, 2020, p.109).

Sendo assim, a mediação é um processo complexo, pautado por inúmeros fatores que nem sempre estão apenas nas mãos do docente. Logo, ela pode ocorrer de forma satisfatória ou não.

Seja por fatores intrínsecos (relacionados à preparação do docente, a sua familiaridade com as etapas de aplicação da proposta, o entendimento sobre o funcionamento do aplicativo, as condições de realização do jogo...) ou mesmo extrínsecos (a predisposição da turma, a existência de fatores ambientais adequados para sua realização, entre outros).

Partindo dessa perspectiva, ao analisar a Figura 18, é perceptível que a Mediação Eficaz e Mediação ineficaz, acabam por compor uma estrutura maior, voltada ao papel do docente no contexto de mediação da aprendizagem, emerge aqui uma categoria denominada **Atuação Docente** da qual os termos mencionados acabam se configurando como duas propriedades dessa categoria.

A primeira, denominada **Mediação Eficaz** que, naturalmente, seria aquela na qual existe um docente preparado para a aplicação com um ambiente favorável a ela, de modo que os resultados alcançados nessa condição tendem a ser representados por aquilo que se pode apresentar como dimensões da **Mediação Eficaz**: Maior estímulo, evidenciada pelas constantes falas no sentido do professor instigar a turma e buscar motivá-la a participar e gerar mais conhecimento, Mais resultado, no sentido de que tende a produzir uma experiência de aprendizado melhor aproveitada pelos discentes, que nos leva a dimensão Melhor aprendizado, a qual enseja a uma Experiência Válida, dela espera-se que os discentes levem boas

recordações ao longo de sua vida, tanto do ponto de vista social como de aprendizado, o que os tornariam Discentes mais satisfeitos.

Por sua vez, a segunda denominar-se-á **Mediação Ineficaz**, essa pode ser um produto de natureza diversa, visto que, como falado anteriormente, alguns fatores podem não estar sob controle do docente, cabendo a ele buscar mitigá-los através da preparação e da busca pelo ambiente adequado.

Mesmo realizando essas precauções, ainda há o receio de incorrer nas dimensões que poderão ser denominadas de Menor estímulo, em antagonismo ao papel de mediação eficaz que sugere uma busca constante por parte do docente para proporcionar esse estímulo dos discentes em busca do conhecimento; Processo inadequado, isto é, devido a uma mediação ineficaz a proposta pode não atingir seu potencial, gerando questionamentos sobre as possibilidades que poderiam ser Ferramenta falha, a qual necessariamente geraria uma Experiência comprometida levando a um resultado negativo, decorrente da utilização da tecnologia, inicialmente pensada em benefício ao processo de ensino. Sendo erroneamente inserida a Utilização da tecnologia como anexa ao processo de ensino, ao invés de ser parte sinérgica do processo.

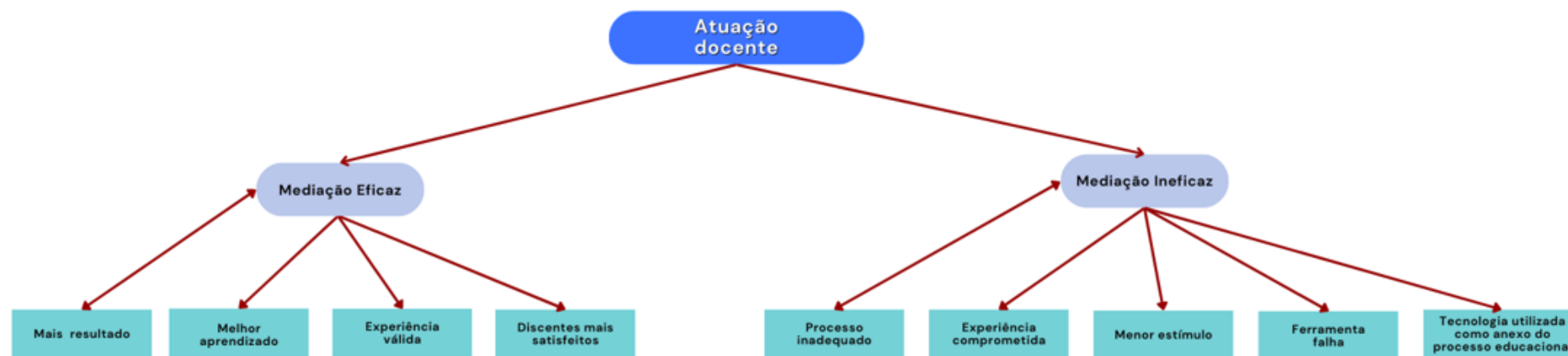
Para ilustrar bem essa análise da propriedade pertencente a Mediação Ineficaz, o pensamento de Cardoso e Rodrigues (2021) elucida bem o contexto:

Sabe-se que a máquina, o instrumento é construído pelo homem e sua utilização se efetiva pela ação humana. Sendo assim, a inovação concretiza-se pelo entendimento, apreensão e interesse do homem. No contexto escolar, a utilização das TDICs, bem como sua inovação, no que tange a melhorar situações, o meio, dar-se-á mediante a manipulação do professor (Lenharo & Cristovão, 2016; Pereira & Sabota, 2016), pelo interesse em conhecer e desvendar os mistérios e desafios, e com conhecimento estimular o aluno a aprender. Diante dessa concepção, o aparelho móvel é um exemplo, o material em si não revolucionará o ensino, e nem tão pouco a aprendizagem será efetivada, sem a ação do professor (CARDOSO; RODRIGUES, 2021, p.06).

Logo, tem-se a clara percepção de que não é o aparato tecnológico em si, seja ele item de *hardware* ou *software*, ou mesmo a proposta intelectual para utilizar tais aparatos, conferida como PDG, que refletirão no sucesso dos objetivos de aprendizagem, mas esse estará intimamente ligado com a perspicácia do professor em utilizar os recursos disponíveis.

Concluindo a análise em torno da categoria Atuação Docente, apresenta-se o esquema sintético do seu desenvolvimento na Figura 16:

Figura 16 – Categoria Atuação Docente



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

A partir do desenvolvimento de tais categorias, suas propriedades e dimensões, o próximo passo consiste em verificar a teoria que emerge de fato desses dados, capaz de integrar toda a análise realizada até então.

6.3 Teoria Emergente - Codificação Seletiva:

Finalmente, obtém-se a última etapa do processo da TFD aqui utilizada. Conforme Strauss e Corbin (2008), trata-se do “processo de integrar e refinar a teoria”, isto é, sintetizá-la e construir pontes que relacionem os temas de modo a dar corpo a ela.

O primeiro passo na integração é decidir a categoria central. A categoria central (algumas vezes chamada de categoria básica) representa o tema principal da pesquisa. Embora a categoria central surja da pesquisa, ela também é uma abstração. Em um sentido exagerado, consiste de todos os produtos de análise, condensados em poucas palavras, que parecem explicar sobre o que é a pesquisa (STRAUSS e CORBIN, 2008, p. 145).

Nesse ponto, temos uma teoria que emerge dos dados coletados e filtrados após as análises das quais uma categoria já existente ou outra que surja dessa síntese, acaba por assumir um papel central capaz de interligar de forma consistente as demais, fornecendo certa credibilidade a construção teórica envolvendo toda a análise das aplicações.

Mediante a construção realizada até o momento, a categoria central aqui em questão denomina-se GeometriRA Multifacetado, isto é trata-se de uma ferramenta versátil capaz de se adaptar as nuances existentes em diversas realidades do processo educacional, em diferentes níveis, mas não de forma autônoma, uma vez percebida a intrínseca necessidade de atuação do professor no processo de mediação do uso desse recurso didático, de modo que o professor o conheça, conheça bem sua turma e o contexto estrutural e intelectual em que ela está inserida, apenas dessa forma ele será capaz de potencializar o uso da ferramenta ao máximo para produzir contextos de aprendizagem.

A categoria central estabelecida emerge a partir das análises de suas aplicações e constatações realizadas por meio das informações geradas pelos sujeitos da pesquisa que foram capazes de visualizar múltiplos contextos de utilização da ferramenta e sua proposta didática, tanto ao considerar a maturidade

dos discentes para os quais estariam sendo aplicados a proposta, quanto ao visualizar conteúdos de séries que vão além do 5º, 6º e 7º anos pensados inicialmente.

Com isso, é possível constatar que para cada ODA existe uma ampla margem interpretativa que varia de acordo com a percepção de cada um daqueles que observam. No entanto, é necessário que haja um norte balizador para que a função de aprendizagem também mantenha um certo núcleo, um certo padrão, para isso os vídeos apresentando cada um dos ODA's são fundamentais.

Ainda relacionado às múltiplas faces do *GeometriRA* e sua PDG, seu fator interdisciplinar também gerou margens interessantes para ampliar as capacidades de análise inicialmente colocadas, trazendo à tona uma possibilidade de pensar em um quarto poder, que seria a mídia. Ou pensar de um modo altamente diverso fato surgido na aplicação envolvendo a turma dos graduandos como foi possível constatar:

“Eu havia pensado de uma forma diferente, dei uma voada, tinha pensado em analisar individualmente cada objeto, no caso a pirâmide representaria a estrutura desigual de sociedade, os pobres na base, a classe média no meio e os ricos na ponta, o prisma triangular seria os três poderes e o outro não teria uma resposta elaborada” (Relato do Participante **G – P3**)

“Eu tive outra visão fora essa, tive uma visão de padrão da sociedade, por exemplo o primeiro dita como você é, os padrões impostos pela sociedade, o segundo são as pessoas seguindo, simplesmente executando, elas fazem isso porque correm atrás do corpo perfeito, dos status, dos likes, etc, e o terceiro seria a avaliação esse olhar de julgamento das pessoas, esse terceiro seria os mais influentes da sociedade” (Relato do Participante **G – P4**)

“Ainda poderia pensar em ampliar, teríamos os três poderes e um quarto que seria a imprensa” (Relato do Participante **G – P5**)

Além disso, o produto educacional pode ser utilizado com ou sem a aplicação do jogo, a depender do tempo e propósito do docente que estiver aplicando, bem como pode também ser utilizado pelos discentes em locais distintos da sala de aula, visto que os dispositivos móveis permitem essa facilidade.

Continuando com os desdobramentos da categoria central, chega-se invariavelmente ao fator mediação, não de hoje, importantíssimo para se atingir bons resultados no panorama da aprendizagem, vindo à tona a categoria secundária **Atuação Docente**, da qual derivam as propriedades mediação eficaz e mediação

ineficaz e suas dimensões observadas ao pensar em possibilidades distintas de aplicações.

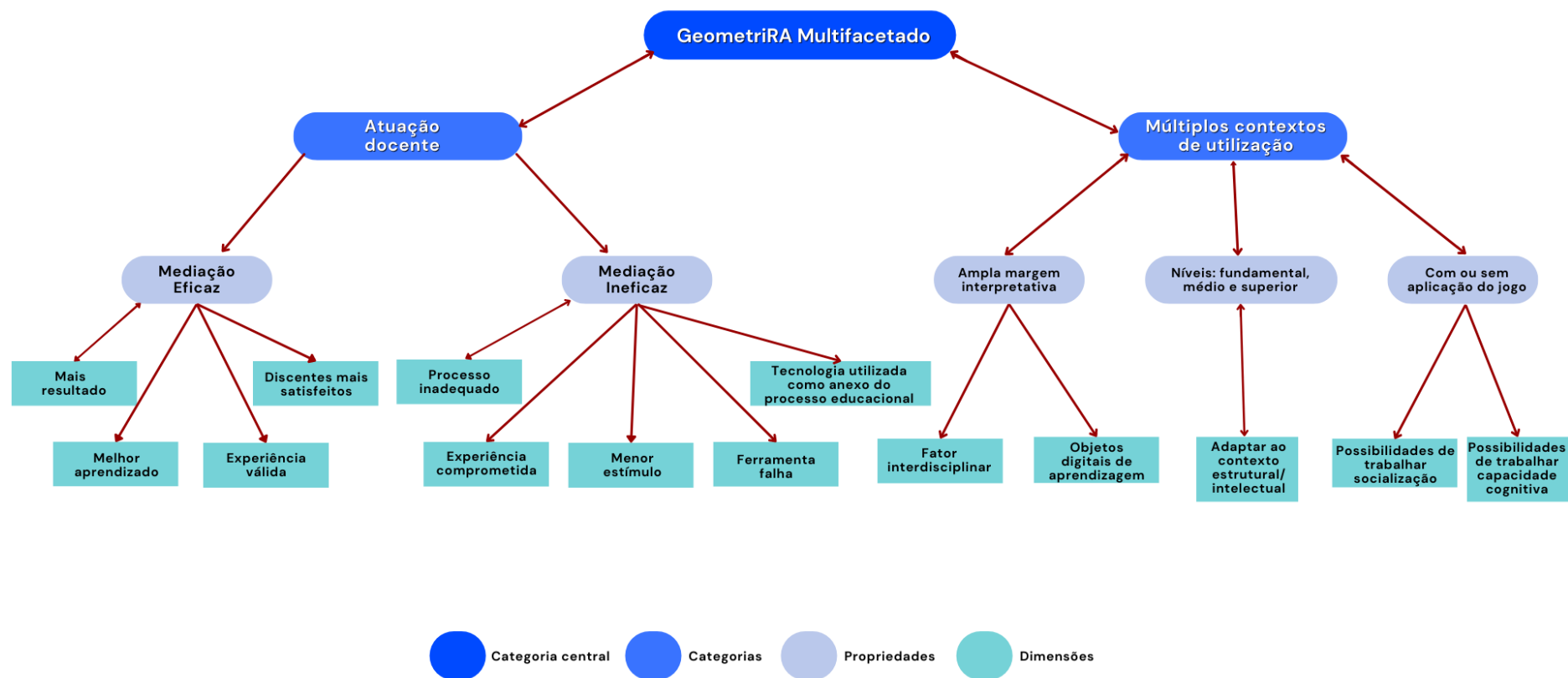
Naturalmente, uma mediação eficaz tem mais chances de proporcionar uma experiência válida, entenda-se válida aqui como aquela mais proveitosa para o aprendizado. Pode apresentar melhor resultado, e com isso gerar discentes mais satisfeitos.

Por sua vez, a mediação ineficaz, acaba por gerar uma possível percepção de um processo inadequado, isto é, essa proposta tem algum problema que compromete a experiência de aprendizado, gerando impressões de que o problema pode estar na ferramenta que é falha, fazendo emergir a ideia de que a utilização da tecnologia como um anexo ao processo de ensino e não como parte bem integrada dele, é sempre passível de prejuízos significativos para os discentes.

Nesse contexto, uma série de fatores podem gerar críticas ao produto educacional. Seja por ele ser utilizado por equipamentos incompatíveis ou ineficientes em seu uso, ou por alguém pouco treinado em sua utilização, ou mesmo por uma situação de tempo demasiadamente limitado que compromete a experiência de sua utilização.

Após a identificação de cada tema, propostas suas unidades de sentido, agrupados os temas e construídas suas redes semânticas, apresenta-se a seguir um esquema sintético sobre as categorias que definem as análises realizadas durante essa pesquisa:

Figura 17 – Esquema conceitual proveniente da aplicação da TFD sobre os dados



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Ratifica-se, portanto, a categoria *GeometriRA* Multifacetado em certa posição de destaque, como categoria central. Entende-se que ela é capaz de representar a essência dos momentos de aplicação. Isso se dá por sua capacidade de convergir os fatores relacionados à Atuação Docente, inseridos em seus contextos de mediação, junto às possibilidades encontradas para possíveis contextos de aplicação da PDG.

Em síntese, após intensos meses de preparação do produto e posterior aplicação em contextos um tanto diferenciados provenientes da pandemia da Covid-19, essas foram as constatações que os momentos de aplicação do *GeometriRA* e sua PDG puderam apresentar.

Futuramente poderá ocorrer a ampliação dessas análises em contextos, preferencialmente, não virtuais, para que novas comparações decorrentes desses momentos possam acontecer de modo a corroborar ou se contrapor à construção teórica emergente dos dados aqui descrita.

É perceptível que os fatores lúdicos tornam a experiência muito mais agradável, o que foi constatado tanto nas formações com os docentes, quanto nas aplicações realizadas no ensino básico, como contempla as pesquisas conduzidas por Garkov (1990), Grandó (1995), Alves (2001) e Kishimoto (2017), incentivando a utilização do jogo mediante ao seu potencial pedagógico também capaz de gerar socialização, interação e produzindo desenvolvimento social e intelectual.

Além disso, é possível trabalhar habilidades visuais, gráficas ou construtivas, verbal e a depender do nível de mediação docente, pode ser possível alcançar o nível da lógica e das aplicações como propõe a teoria desenvolvida por Hoffer (1981). Paralelo ao modelo estabelecido por Van Hiele (1986), os níveis de reconhecimento, análise e dedução informal podem ser os mais explorados ao desenvolver a PDG em contextos de ensino e aprendizagem.

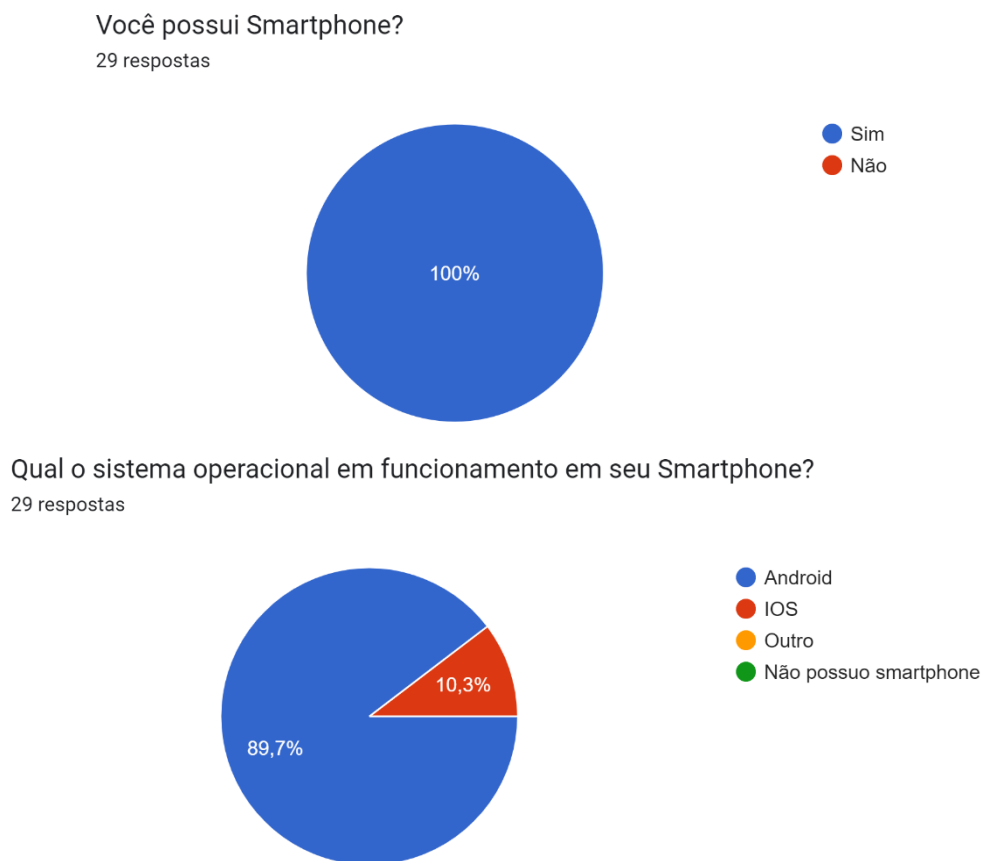
A forma de enxergar e aprofundar as estratégias por trás desse lúdico é o que diferencia os discentes de ensino básico e dos níveis mais elevados de ensino. Podendo ser uma experiência muito capaz de ficar na memória dos discentes para ser resgatada em momentos futuros, quando com maior maturidade poderão ter uma capacidade de reflexão ainda maior sobre os contextos vivenciados, aprofundando os níveis de entendimento do pensamento geométrico e dos fatores sociocognitivos envolvidos na proposta didática.

Observadas as três etapas de aplicação da TFD, nas quais foram especialmente evidenciados os momentos de aplicação, é importante destacar as análises realizadas sobre o aplicativo em si e sua percepção por parte daqueles que tiveram contato com sua utilização durante os momentos de formação e aplicação da proposta, que de certa forma ajudam a validar ainda mais a teoria emergente do conjunto de dados levantados durante toda a realização dessa pesquisa.

De forma assíncrona e facultativa, ao término de alguns dos momentos de aplicação, foram disponibilizados dois formulários, através da plataforma *google forms*, para que os participantes pudessem avaliar o aplicativo e a proposta didática, bem como contribuir com dados importantes relativos à sua disponibilidade em relação a equipamentos e sistemas operacionais.

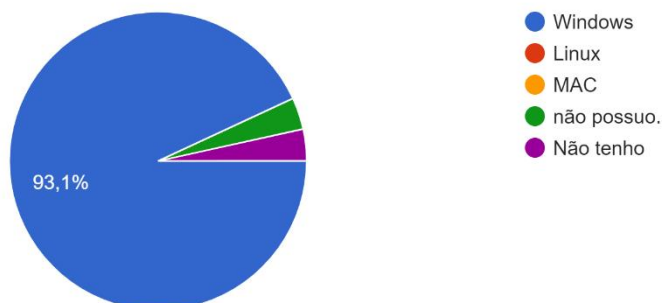
Por volta de 29 participantes responderam ao primeiro que tratava de uma análise sobre os conhecimentos prévios relativos à RA e sobre os sistemas operacionais que os participantes utilizavam, apresentando os seguintes resultados:

Figura 18 – Formulário 1 – Questões relativas ao perfil dos potenciais usuários



Em relação aos computadores/notebooks que você utiliza/ tem acesso no dia a dia. Qual o sistema operacional?

29 respostas



Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

Com isso, embora seja uma amostra pequena, mostra-se acertada a disponibilização do aplicativo em versão *Android*, pois será capaz de alcançar um público bem maior em termos de compatibilidade. O que compactua com o pensamento apresentado por Herpich em sua tese:

Os fatores determinantes para esta ampla aceitação observada nos recursos de realidade aumentada na educação, incluem a disponibilidade de dispositivos portáteis de baixo custo com recursos inovadores que permitem a implantação de aplicativos baseados em RA [...] (HERPICH, 2019, p.182).

Considerando os dois sistemas operacionais mais famosos para dispositivos móveis, *Android* e *IOS*. O primeiro, claramente, é mais acessível a sociedade em geral, principalmente em termos de possibilidades de custo, inclusive o fato de não ter acesso à dispositivo da marca que trabalha com o sistema *IOS* foi o que impossibilitou a disponibilização de versões do aplicativo para essa plataforma.

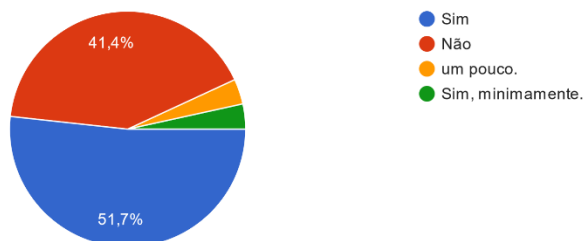
Além disso, o sistema *Windows* também se mostra majoritário, em número de usuários, com base em nossa pesquisa. É importante destacar que embora a amostra seja consideravelmente pequena, é possível que ela reflita a realidade.

Sobre a RA foram apresentadas as seguintes perguntas:

Figura 19 – Formulário 1 – Questões relativas à RA

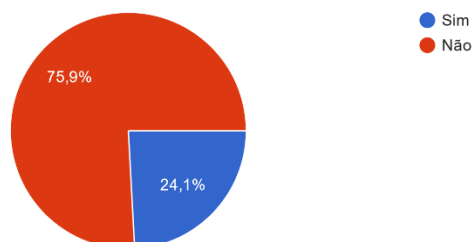
Você conhece a tecnologia de Realidade Aumentada?

29 respostas



Já a utilizou em algum momento?

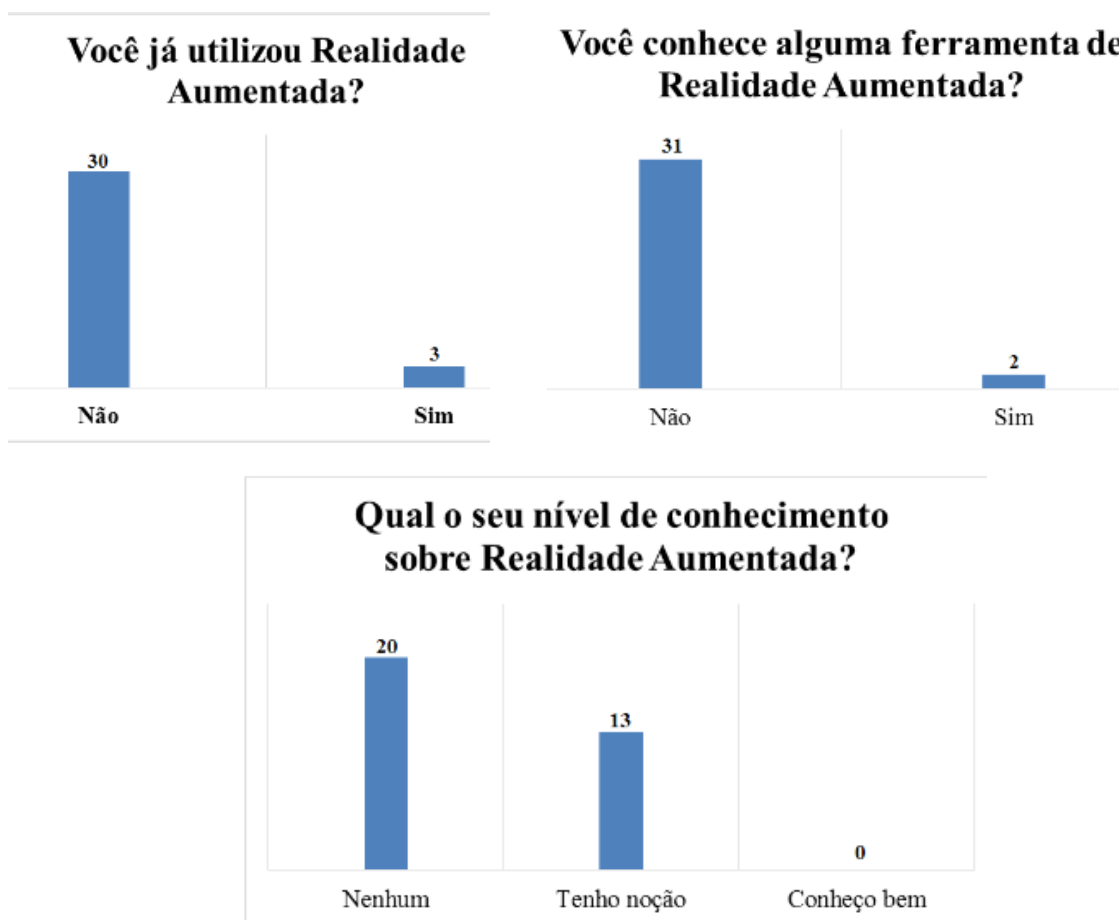
29 respostas



Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

O que nos leva a crer em uma possível melhoria no cenário visualizado em 2017, quando o autor conduziu a pesquisa que tinha como objetivo geral: “Avaliar a viabilidade de utilização das ferramentas de RA no ensino básico, buscando contribuir com a popularização da Realidade Aumentada no referido cenário educacional” (NASCIMENTO JÚNIOR, 2017, p.16).

Em 2017 a pesquisa, na qual 33 participantes, todos professores atuando na educação básica, responderam ao questionário, levantou os seguintes dados:

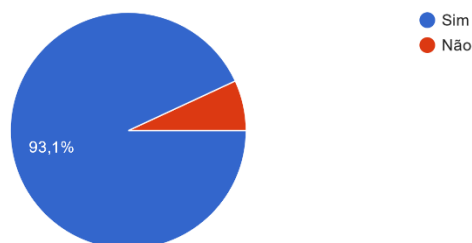
Figura 20 – Dados sobre RA, coletados na pesquisa realizada em 2017

Fonte: NASCIMENTO JÚNIOR (2017, p. 41-43).

Percebe-se que embora ainda longe de ideal, e nem sempre em contextos educacionais, os docentes/futuros docentes estão bem mais familiarizados com a tecnologia, o que nos leva a crer que, potencialmente, estarão muito mais aptos a trabalhar com ela em contextos de aprendizagem. Evidenciamos isso com a pergunta realizada posteriormente:

Figura 21 – Formulário 1 – Questão relativa ao interesse na formação em RA

Você teria interesse em participar de uma formação envolvendo a tecnologia da Realidade Aumentada como recurso didático para o desenvolv...através da capacidade de visualização espacial?
29 respostas



Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

A resposta foi quase unânime em relação ao interesse nessa participação, o que pode incentivar a produção de conteúdo formativo dessa natureza.

Em seguida, o segundo questionário que avaliava o aplicativo, a proposta didática e o material instrucional disponibilizado, foi respondido apenas por 11 participantes:

Quadro 10 – Formulário 2 – A PDG na visão dos participantes da formação

Pergunta	Respostas dos Participantes
Uma vez observados todos os aspectos que envolvem a aplicação da proposta didática do <i>GeometriRA</i> , com base no que você conseguiu assimilar durante os encontros formativos, como você apresentaria/explicaria a proposta?	Explicaria que seria um aplicativo que agrega conteúdos de forma lúdica e interativa.
	Explicaria como uma proposta incrível que abriu meus olhos pra vários detalhes que desconhecia.
	A proposta seria abordar problemas matemáticos relacionados a parte da geometria
	Por meio do aplicativo seriam exibidos operações, formas geométricas que podem ser facilmente interpretados pelo alunos envolvendo pontos, arestas, plano, diagonais, figuras equidistantes, entre outros.
	Bem explicativo, didático e de fácil manuseio.
	Não tão diferente do que foi me passado.
	É um jogo que busca mostrar e ensinar a utilizar sólidos geométricos para melhor compreender o ensino, sem contar na diversidade de assuntos que se pode ensinar através desses sólidos e do jogo. O jogo também é uma forma de interação da turma, que "prende" o aluno e faz com quem ele tenha uma participação maior.
	Acho que a forma que foi apresenta foi de ótimo entendimento não mudaria nada.
	Que o jogo tem o intuito de mesclar a aprendizagem matemática com a competição entre os alunos, tentando facilitar a explicação de temas geométricos e algébricos.
	Basicamente do mesmo jeito que foi nos mostrado, pois ficou bem interessante e criativo.
Agora apresentaria de uma forma bem mais divertida e dinâmica,	

	explicando o passo a passo dos movimentos no aplicativo, observando as formas geométricas se formando e tirando dúvidas sobre as animações.
	Com bastante cautela, porém com facilidade na apresentação por ser simples e dinâmico

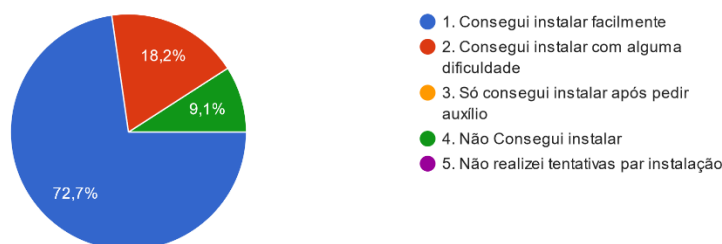
Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Com base nas respostas sugeridas pelos participantes, torna-se perceptível que essencialmente a formação apresentada foi suficiente pra que os participantes pudessem compreender a proposta, muitas vezes sendo capazes de relacionar com suas palavras as bases teóricas que compõe a PDG, servindo ainda ao seu propósito que seria justamente aguçar a criatividade dos docentes para os possíveis horizontes que derivam da vivência de cada um em detrimento daquilo que foi apresentado.

Posteriormente, foram postas questões relativas ao aplicativo e sua usabilidade:

Figura 22 – Formulário 2 – Questão relativa à RA

Quanto a instalação do geometriRA:
11 respostas

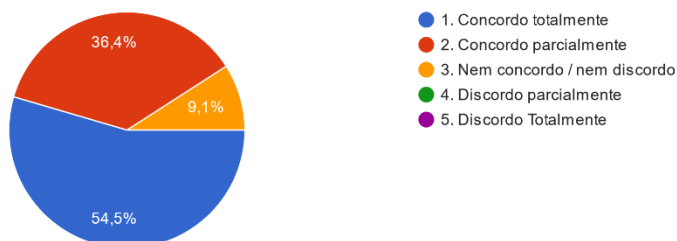


Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

Dos 11, 8 apontaram que conseguiram instalar facilmente, 2 que conseguiram instalar com alguma dificuldade e apenas 1 não conseguiu instalar, mas justificou ser em razão da memória do seu *smartphone* que estava indisponível.

Figura 23 – Formulário 2 – Questão relativa à RA

Sobre a afirmação: O GeometriRA é fácil de utilizar, a forma de operar é bastante acessível
11 respostas

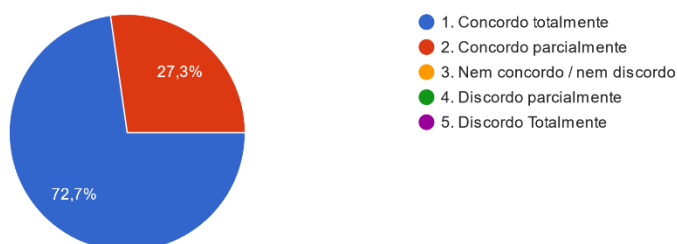


Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

Aqui, em sua maioria os participantes foram favoráveis a forma de utilização propostas durante a formação.

Figura 24 – Formulário 2 – Questão relativa à RA

Sobre a afirmação: A interface do GeometriRA é clara, intuitiva e agradável
11 respostas



Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

Nesse questionamento, todos concordaram, em certo grau, que a interface do aplicativo é satisfatória e objetiva. Fator que pode simplificar sua utilização por parte dos docentes.

Após essas questões objetivas, foi realizada a seguinte questão subjetiva:

Quadro 11 – Formulário 2 – Perspectivas dos participantes sobre o aplicativo de RA

Pergunta	Respostas dos Participantes
Quais as qualidades e defeitos que você	A demora para visualização do material quando apontado a câmera.
	Às qualidades é que ele é "ligeiro", é organizado por partes e isso é muito bom.
	Aplicativo muito envolvente, as demonstrações de imagem

apresentaria para o aplicativo GeometriRA a partir desse primeiro contato?	aumentada de alta qualidade, as divididas relevantes a cada ano de ensino.
	De qualidade tem à capacidade de estimular e desenvolver as definições matemáticas através das apresentações geométricas. E de defeitos e que as vezes a imagem fica um pouco bugada.
	Qualidades: ótima interface, fácil de ser utilizado, bastante dinâmico. Defeitos: app um pouco pesado, dependendo do aparelho acaba travando...
	É bastante intuitivo, dinâmico e acessível
	Nenhuma
	As regras poderiam ser mais "simples".
	Criativo e interessante, desperta um conhecimento bem proveitoso; Um pouco complicado na questão do jogo em si, competição.
	É um ótimo material didático, o uso da tecnologia desperta interesse no aluno, e a fácil e divertida aprendizagem. Não vi defeitos.
Excelente, ótimo design	

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Conforme o quadro apresentado, contemplando as falas dos participantes, pode-se perceber que, em sua maioria, consideraram um potencial didático importante na ferramenta. Embora ainda existam alguns que apontem pontos que possam merecer uma maior análise, a exemplo da fala: “A demora para visualização do material quando apontado a câmera”, isso pode ter acontecido em razão do *hardware* utilizado pelo discente, visto que logo em seguida temos uma fala em sentido contrário: “Às qualidades é que ele é "ligeiro", é organizado por partes e isso é muito bom”.

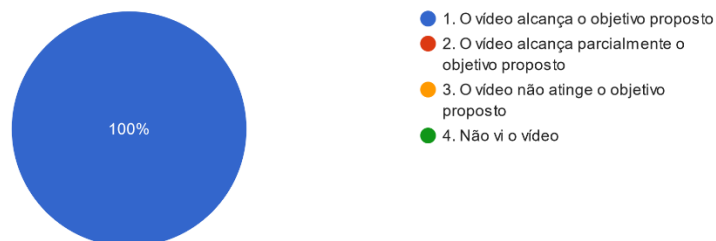
À vista disso, análises mais completas relacionadas a esse contexto poderiam ser efetuadas, mas demandariam mais tempo que a pesquisa em questão permitiria, tornando essa análise inviável para o lapso temporal do mestrado, do qual foi utilizado para elaborar todas as implementações do aplicativo e da proposta, bem como os primeiros momentos de teste evidenciados aqui.

Prosseguindo com as análises, entra-se nos aspectos voltados ao material instrucional e sua capacidade de fornecer subsídio para que os usuários alcancem a formação necessária a utilização da PDG, cada um dos vídeos foi analisado pelos participantes:

Figura 25 – Formulário 2 – Questão relativa ao vídeo 1 do material instrucional

Em relação ao vídeo 1: "GeometriRA - Construção Sólidos Geométricos" e seu objetivo que é apresentar como construir o a representação dos ...izados junto ao GeometriRA no processo didático.

11 respostas



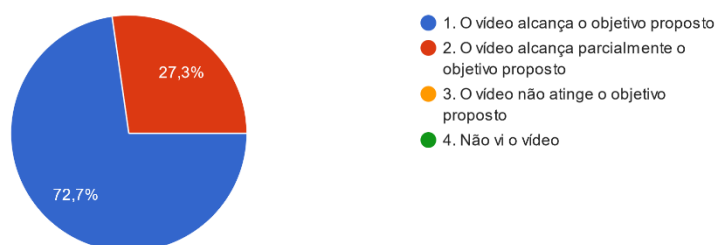
Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

O vídeo relacionado a construção dos sólidos acabou sendo unânime entre os participantes em relação ao alcance de seus objetivos que é fornecer subsídios para que os interessados possam reproduzir as etapas da PDG.

Figura 26 – Formulário 2 – Questão relativa ao vídeo 2 do material instrucional

Em relação ao vídeo 2: "GeometriRA - O jogo" e seu objetivo que é apresentar como utilizar os materiais construídos através do vídeo anterior na proposta do jogo.

11 respostas



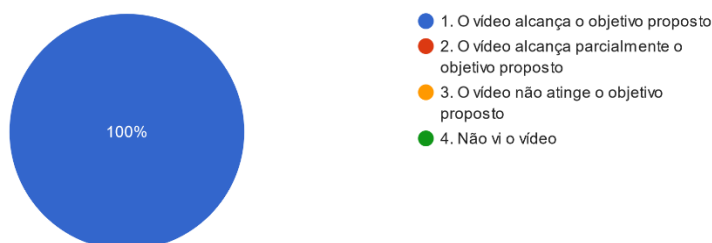
Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

Em relação ao jogo, 8 participantes apontaram que alcança o objetivo proposto, apenas 3 indicaram que alcança parcialmente.

Figura 27 – Formulário 2 – Questão relativa ao vídeo 3 do material instrucional

Em relação ao vídeo 3: "GeometriRA - Interdisciplinaridade" e seu objetivo que é apresentar o aspecto interdisciplinar da proposta associando ... função dos 3 poderes que regem nossa sociedade.

11 respostas



Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

O vídeo explicando a forma como o fator interdisciplinar pode ser abordado pelo docente também foi unânime entre os participantes em relação ao alcance de seu objetivo.

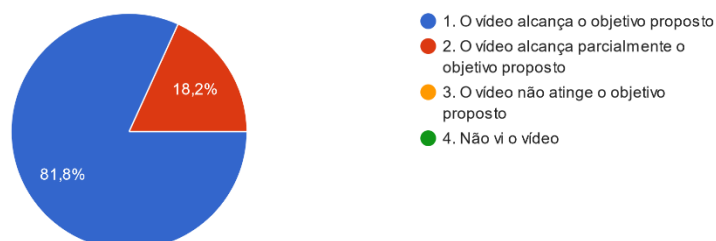
Nesse contexto, um ponto de destaque foi a analogia realizada entre o triângulo, suas características e o modelo de sociedade adotado no Brasil, com os três poderes que a regem (Legislativo, Executivo e Judiciário). Como exemplo pode-se citar o depoimento:

“Interessante a explicação ser dada a partir do paralelo com o triângulo, três lados, três ângulos, três pilares na sociedade que são os três poderes” (Relato do Participante **M – P2**).

Figura 28 – Formulário 2 – Questão relativa ao vídeo 4 do material instrucional

Em relação ao vídeo 4: "GeometriRA - O Aplicativo e o Processo Didático" e seu objetivo que é apresentar aspectos relacionados ao aplicativo, i...erações sobre o GeometriRA no processo didático.

11 respostas



Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

No vídeo instrucional sobre o aplicativo e a proposta didática, 9 participantes julgaram que alcança o objetivo proposto, contra 2 que julgaram alcançar apenas parcialmente.

Os resultados em relação ao material instrucional produzido foram bastante positivos, indicando que ele apresenta relevância para que docentes que pretendam aplicar a proposta em suas salas de aula possam, de fato, acessá-los e serem capazes de reproduzir conforme suas peculiaridades a proposta aqui apresentada.

Salienta-se que os vídeos do material instrucional, assim como informações sobre os autores, podem ser acessados através da tela de créditos presente no aplicativo, como demonstra a figura a seguir:

Figura 29 – Tela de Créditos do *GeometriRA*



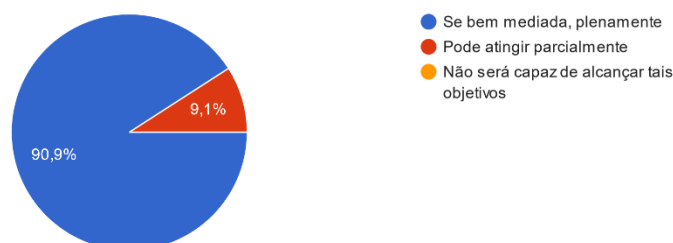
Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Agora, sobre a proposta didática como um todo, foi realizado o seguinte questionamento:

Figura 30 – Formulário 2 - Questão sobre se a aplicação da proposta é capaz de alcançar êxito para contribuir com o desenvolvimento do pensamento geométrico dos discentes

Considerando o seguinte conceito de Pensamento Geométrico: O pensamento geométrico pode ser compreendido como todo o contexto que envolve o desenvolvimento do pensamento geométrico dos discentes?

11 respostas



Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

Nele 10 dos 11 participantes que responderam ao questionário associaram que a proposta, se bem mediada, pode alcançar de forma plena os objetivos propostos, e apenas 1 indicou que pode atingir parcialmente.

Aqui está evidenciado, mais uma vez, a necessidade de um bom processo de mediação por parte do docente. Corroborando com as ideias de Lorenzato (2006), Kaleff (2003, 2015), Godert e Arndt (2020) os quais defendem o papel da mediação como fundamental para escolha precisa dos instrumentos e dos materiais didáticos a serem empregados em um contexto de aprendizagem e sua utilização adequada para que, ao efetuar esse processo de mediação, o docente possa alcançar os níveis mais profundos de compreensão demandados pelo processo de aprendizagem.

Em seguida, uma questão subjetiva solicitou que fosse justificada a resposta ao item acima, relacionado ao contexto da proposta didática:

Quadro 12 – Formulário 2 – Justificativas dos participantes a questão anterior

Pergunta	Respostas dos Participantes
Justifique a resposta do item anterior	Tem que saber utilizar o aplicativo, entender como funciona o jogo e suas regras, para então aplicar o conteúdo.
	Cada desafio representado é interessante justamente pelo fato de ativar a curiosidade do aluno como também estimular o seu raciocínio. Cada detalhe dos desafios, as manipulações que são exigidas são importantes justamente por praticar um ponto em que muitos alunos possuem dificuldade e é algo que o professor poderá esclarecer a partir do aplicativo
	Porque tem tudo a ver
	Ela aborda todo o contexto incluindo definições, aplicações e representações.

	Da construção até o uso do GeometriRa os alunos podem enxergar diversas curiosidades da Geometria e agregar em seu conhecimento.
	Sim, pois com o correto auxílio do docente, essa ferramenta seria enriquecedora para a aprendizagem.
	Se o professor que estiver aplicado tiver total conhecimento do aplicativo e dos conteúdos que o contém, será de fácil entendimento.
	Se for bem mediada, a associação do ensino com o lúdico se torna uma forma bastante interessante de ministério.
	Do mesmo jeito que me contribuiu, acredito que facilmente contribuirá com outros alunos.
	Acredito, pois é uma forma desenvolvida de passar seus conhecimentos relacionados a geometria.
	Sim, acredito que como o uso de tecnologias aumentar, há mais probabilidade do nas instituições de ensino

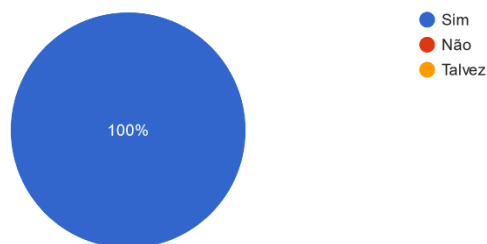
Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

A pergunta seguinte foi:

Figura 31 – Formulário 2 – Perspectivas de futuras aplicações da PDG

Você aplicaria a proposta em sua sala de aula?

11 respostas



Fonte: Gerado pelo *Google Forms* (2021).

Quadro 13 – Formulário 2 – Justifica em relação ao item anterior

Pergunta	Respostas dos Participantes
Justifique a resposta do item anterior. Caso sim, não ou talvez, explique os motivos.	Pois é uma proposta fora do comum e com certeza chamará atenção dos alunos.
	Pelo motivo que ser dar para trabalhar vários aspectos além de aumentar o interesse dos alunos.
	Sim, pois seria um aplicativo, que motivaria a atenção de todos, uma forma diferente e didática de ensino.
	É de rica importância que meus futuros alunos tenha uma visão dinâmica e divertida da matemática.
	Acho necessário trazer essas novas propostas de se enxergar/trabalhar o conteúdo, e gostei do GeometriRA.
	Eu utilizaria, pois, facilitaria a aprendizagem dos alunos em determinados assuntos.
	Sim
	Mas também optando por outras propostas também.
	Gostei bastante, a partir de alguns estudos sobre e ter domínio sobre o aplicativo, aplicaria sim.
	Sim, pois a aula se torna mais divertida despertando interesse de aprendizagem nos alunos.

Aplicar meios tecnológicos

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Percebe-se aqui que os participantes forneceram um ótimo *feedback* quanto a proposta, sendo unânimes quanto à possibilidade de aplicarem em suas salas de aula.

Posteriormente, a análise foi em busca de investigar quais contextos distintos daqueles inicialmente apresentados os participantes enxergariam na proposta.

Quadro 14 – Formulário 2 – Sondagem sobre os contextos de aplicação na visão dos participantes

Pergunta	Respostas dos Participantes
Desconsideran do a indicação da proposta para 5º, 6º e 7º anos. Em quais séries (seja do ensino básico, superior ou qualquer outro) você a utilizaria? Justifique.	Permaneceria dentro do contexto do jogo. Das séries já indicadas.
	Sim, no ensino médio
	Seria um aplicativo imprescindível para os anos finais do ensino médio, pois, infelizmente, temos alunos com o conhecimento básico da matemática limitado e que necessitam
	Ensino superior, na disciplina de tópicos de geometria. Iria ajudar bastante na compreensão e resolução de exercícios.
	Qualquer série. A Geometria está sempre presente e precisa ser revisada também.
	Em todas as séries, além de facilitar a aprendizagem propõe a interação dos alunos.
	As mesmas
	No ensino médio em geral.
	8º ano, por já ter conhecimento concreto de todas figuras geométricas.
	Utilizaria em todas as séries. É um material que desperta interesse em todas as idades e muitas vezes pessoas que já estão no ensino superior não tem o tanto de conhecimento que pode ser passado através dessa proposta.
Sim	

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Ratificando aquilo que a Teoria que emergiu dos dados apontou, os participantes apresentaram inúmeras possibilidades distintas das pensadas inicialmente, desde as já indicadas, passando pelo nível médio e até o superior corroborando com as categorias e subcategorias apresentadas no esquema teórico da Figura 18.

Em seguida, contemplamos um questionamento voltado a investigação no sentido de buscar observar uma visão geral de todas as etapas por parte dos participantes:

Quadro 15 – Formulário 2 – Análises dos participantes sobre toda após vivenciar todas as propostas

Pergunta	Respostas dos Participantes
Considerando sua visão de docente/futuro docente no âmbito da matemática. Após vivenciar toda a formação para o entendimento e aplicação da proposta didática do GeometriRA. Quais colocações e análises relacionadas a cada etapa vivenciada (formação teórica e formação prática) você poderia realizar?	Foram todas bem pensadas. Apenas alguns ajustes em relação às regras do jogo.
	Sim
	A formação teórica foi muito importante uma vez que estávamos conhecendo aquilo que iríamos manusear, sendo complementada com a formação prática envolvendo os assuntos matemáticos relevantes, que tornou a aula mais comunicativa, envolvendo o trabalho em equipe com a participação de todos.
	Minha colocação é que, essa proposta relaciona: definição, representação, diversão, competição e aprendizado.
	Cada etapa é extremamente importante. Faria a proposta completa.
	Eu poderia realizar ambas as etapas, foi ficou clara todas as propostas do GeometriRA.
	Todas
	Seria difícil dizer, por não ter realmente um aprendizado aprofundado no mesmo.
	Cada etapa nos traz um aprendizado diferente, então, ficou perfeito. Começando na explicação do conteúdo até a construção dos mesmos e após isso utilizá-los em um jogo despertou interesse e ajudou a revisar o conteúdo que foi abordado.
	Depois de tudo que aprendi, poderia realizar as duas. Apresentação de trabalho, motivar os alunos discutirem sobre os assuntos matemático através do uso da tecnologia

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Em geral as análises realizadas pelos participantes foram positivas, tanto em relação aos momentos de formação, passando pelos materiais instrucionais e culminando no aplicativo e suas animações em RA. Em decorrência disso, são fornecidas evidências positivas no sentido de que a PDG é capaz de conferir bons resultados nos contextos de ensino e aprendizagem aos quais for submetida, cabendo sempre ao docente responsável avaliar a melhor forma de utilizá-lo mediante a sua realidade.

Uma vez construídos os objetos da proposta, estando eles testados e aptos a operar em todas as fases da PDG, podem ser armazenados em uma caixa de sapato adaptada e ornamentada, o professor pode utilizar isso como incentivo a reciclagem, aguçando assim a consciência ambiental das crianças para, posteriormente, guardá-los no laboratório da escola para futuras utilizações. Como demonstram as imagens a seguir:

Figura 32 – Modelo de embalagem ecológica para os objetos da PDG



Fonte: ELABORADO PELO AUTOR (2022).

Para finalizar esse capítulo, consideram-se algumas análises em relação a RA. Como já demonstravam as pesquisas conduzidas por Nascimento Júnior (2017), Andrade (2017) e Herpich (2019), reafirma-se o grande potencial da tecnologia para tornar o processo de ensino mais atrativo. Além disso, suas possibilidades de despertar melhorias nas capacidades cognitivas relacionadas à visualização espacial mostram-se promissoras, embora tudo continue dependendo bastante da forma como a RA é utilizada e mediada nos processos de ensino.

observa-se a RA como uma ferramenta de grande potencial para ser utilizada com eficácia no processo educacional. Porém, é necessário todo um processo de divulgação da prática da melhor forma possível para assim incentivar sua maior utilização para que alcance grandes resultados. Dessa forma, o papel e a capacidade do docente no intuito de buscar a geração de uma proposta que use o recurso, com propósito e sentido, são fundamentais para que a RA atinja seu potencial máximo no processo educacional (NASCIMENTO JÚNIOR, 2017, p.56).

De modo que a existência de aplicações com RA na perspectiva exposta neste trabalho, de certa forma, transcende aquela que aparentemente vem sendo utilizada majoritariamente nos contextos de aprendizagem. Nelas, embora os

discentes de fato tenham acesso aos objetos virtuais em RA, muitas vezes animados, a perspectiva de apresentação acaba, de certa forma, se aproximando um pouco das práticas convencionais de ensino. Por exemplo, a utilização do livro junto ao aplicativo de RA em Andrade (2017) ou em uma perspectiva mais dinâmica de aprendizagem ativa como nas simulações envolvendo o aplicativo de Herpich (2019).

Na proposta deste trabalho, aponta-se como um diferencial o fato de que existe todo um propósito pedagógico/didático, desde a concepção da construção das representações dos sólidos, passando pelos significados existentes em cada um dos marcadores, pelo processo de *gamificação* que culmina com a utilização do aplicativo de RA imerso em uma proposta de jogo. Tudo isso buscando prover ferramentas e possibilidades que podem ser exploradas didaticamente para proporcionar a melhor experiência de aprendizagem possível àqueles que utilizarem a PDG para ensinar e/ou para aprender.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Adentrando nessa etapa, é importante revisitar os objetivos gerais e específicos. Inicialmente, tinha-se como objetivo geral: “Investigar de que forma uma proposta didática baseada na gamificação e RA pode contribuir com o ensino e a aprendizagem de geometria”.

Tal objetivo deveria ser alcançado por meio das seguintes etapas, denominadas objetivos específicos: “Verificar os níveis de eficiência da proposta didática; Investigar de que forma a proposta pode ser utilizada na formação do docente de matemática; Investigar de que maneira a proposta pode ser utilizada na Educação Básica; Investigar se a proposta pode ser trabalhada em outros níveis de educação.

Observa-se que as etapas descritas acima, para alcançar os objetivos, foram cumpridas de modo satisfatório, uma vez que o produto educacional fruto desta dissertação chega ao final da pesquisa de forma funcional. Aliado a uma proposta didática com potencialidades claramente observadas durante as aplicações e os testes, seus materiais instrucionais se mostraram eficazes e objetivos naquilo que se propõem. Finalmente, os momentos de aplicações apresentaram reflexões capazes de melhor direcionar o produto apresentado.

Após todas as etapas realizadas, observa-se que o produto educacional aqui proposto acaba mostrando-se de grande potencialidade para uso no contexto educacional, sendo inicialmente pensado com um propósito específico para sua utilização nos 5º, 6º e 7º anos do ensino fundamental.

No entanto, durante a aplicação da proposta, através da ótica dos docentes e futuros docentes que receberam a formação relacionada à PDG, observou-se um potencial que pode ir além desse contexto, seja em razão da maturidade dos aprendentes ou da própria maturidade daqueles que se propõem a aplicar na sua realidade de aprendizagem.

Ressaltando esse aspecto, a categoria central, oriunda dos dados coletados durante toda a pesquisa, ter sido *GeometriRA* multifacetado, explicada por sua capacidade de se adaptar a vários contextos e situações didáticas, tanto no que se refere ao ensino, trabalhando em uma perspectiva de formação docente, como

naquilo referente à aprendizagem, visto que sua aplicação, quando bem mediada, pode ser bastante profícua no desenvolvimento dos discentes no que concerne aos temas voltados a geometria, aos aspectos cognitivos e sociais que podem ser explorados ao aplicar a proposta didática.

Pactuando com a ideia do professor mediador como a ferramenta de maior potencial para produzir os resultados almejados na utilização de uma proposta dessa natureza, resultados que possam ser capazes de alterar realidades sociais vigentes em benefício da sociedade.

Não basta a tecnologia pela tecnologia, é preciso sentido para sua utilização. Tal sentido pode sofrer alterações conforme a ótica do discente que participa, do docente que media, das condições estruturais existentes, entre muitos outros aspectos. Sendo essa a grande faceta do processo educacional que, embora careça de melhorias, é composto por inúmeros professores, os quais lutam sob condições difíceis, mas se mantêm esperançosos por dias melhores para que o futuro da nação não esmoreça diante da dura realidade.

Do ponto de vista técnico, observa-se o *GeometriRA* como um produto, embora satisfatoriamente usual, ainda em desenvolvimento, pois muitos aperfeiçoamentos podem ser efetuados em seus aspectos técnicos e de usabilidade. Cita-se alguns deles:

- a) melhoria da interface;
- b) a possibilidade de pausar, adiantar ou voltar as animações para melhor controle e otimização do processo por parte do docente ou do estudante que estiver utilizando;
- c) possibilidade de acrescentar áudios capazes de explicar a animação ou o básico que se espera que seja compreendido dela;
- d) modelar mais opções de equações/ expressões matemáticas e criar um *script* para randomizar a equação/ expressão que surge durante a aplicação do jogo, tornando-o assim mais dinâmico e menos previsível.

Sobre o item c, pode surgir o questionamento: Será que essa funcionalidade não restringiria as possibilidades de novos olhares e interpretações para o contexto?

É possível que sim, mas seria necessário o levantamento de muito mais dados para afirmar algo a esse respeito.

Além disso, como sugestão para trabalhos futuros, é possível apresentar primordialmente, além de melhorias técnicas e consolidação da versão para *Windows*, uma investigação mais aprofundada sobre o quanto sua utilização pode causar impactos positivos na capacidade cognitiva dos estudantes, da apreensão dos conteúdos matemáticos e melhoria da capacidade de visualização espacial. O primeiro passo para isso pode se configurar através de uma proposta de um modelo sistemático para avaliação da aprendizagem alcançada com a aplicação da proposta.

Como também, posteriormente, buscar desenvolver de fato o esboço apresentado como uma semente para uma possível proposta interdisciplinar, apresentando os requisitos formais de uma abordagem dessa natureza, contribuindo ainda mais na missão de tornar o discente que tem acesso a proposta mais consciente do funcionamento da sociedade que o cerca.

Ao realizar uma pesquisa dessa natureza, é comum que o texto final apresente apenas aquilo que produziu efetividade. No entanto, uma pesquisa sempre envolve a existência de limitações durante sua realização que são importantes mencionar:

- a) Inicialmente, embora exista uma tendência natural clara para desenvolvimento de aplicativos para dispositivos móveis, a versão *Windows* foi considerada importante, porque – em geral – as escolas, sejam elas privadas ou públicas, dispõem de notebooks que podem se valer desse recurso;
- b) Por não atuar diretamente em sala de aula, um dos grandes desafios encontrados foi compreender como o professor enxerga todo o contexto envolvido. Tentando suprir essa necessidade, foram realizadas várias interações com colegas do mestrado, dentre as quais momentos denominados “piloto”, que objetivavam lapidar e validar a proposta inicial, a qual seria levada ao público-alvo de fato;
- c) As situações remotas, derivadas da pandemia, acabaram por restringir as aplicações presenciais, as quais poderiam ensejar maiores interações,

possivelmente um entendimento ainda mais consolidado na perspectiva de formação docente;

- d) Houve a pretensão de inclusão do aplicativo em lojas virtuais oficiais, o que possibilitaria gerar um link direto de instalação, simplificando tal processo, mas devido ao tempo não foi possível buscar os meios para concretizar isso.

Para finalizar, o que foi possível concluir a respeito da pergunta de pesquisa: Quais as potencialidades de uma proposta didática desenvolvida a partir das ideias de gamificação e RA no ensino e na aprendizagem de geometria?

Ao longo dos momentos de aplicação e suas análises, foi possível constatar uma ferramenta aliada a uma proposta didática com uma gama de possíveis contribuições. Iniciando pelo aspecto do ensino, com possibilidades que vão desde a sua utilização no contexto da formação docente, para que possam adquirir novas perspectivas de utilização de ferramentas digitais e metodológicas agregando em seu repertório didático, passando pela possibilidade da ferramenta em permitir que o docente possa fazer uma análise preliminar do conhecimento da turma.

Dentro das possibilidades, no aspecto da aprendizagem, que pode ir desde a ampliação dos conhecimentos de geometria pertinentes aos conteúdos propostos em todas as fases da proposta didática, como também através da exposição bem mediada dos sólidos e sua construção aliados aos ODAs apresentados em RA que buscam aguçar o raciocínio espacial dos discentes, passando pelas melhorias cognitivas que podem ser adquiridas ao longo das fases do jogo que tem potencialidades incríveis para produzir aprendizagem, melhorias na capacidade de expressão, trabalho em grupo, entre outros.

Sugere-se que a melhor forma de aplicar a proposta, especialmente para os 5º, 6º e 7º Ano, é ao longo de todo o ano letivo, fazendo uma etapa a cada bimestre, seguindo o processo de gamificação estrutural sugerido e adaptando-o junto aos conteúdos formais de geometria das respectivas séries para finalmente culminar na aplicação do jogo, que servirá como uma grande revisão dos conteúdos e como forma de confraternizar com a turma (desde que os mais competitivos assim abracem a ideia).

Uma outra configuração, que se considera interessante também, seria logo no início do 6º e do 7º ano letivo a aplicação do jogo como forma de revisar os

conteúdos visualizados na série passada, no caso o 6º aplicaria o jogo revisando o 5º e o 7º aplicaria revisando os conteúdos do 6º ano, permitindo ao docente realizar o diagnóstico sobre os conhecimentos prévios trazidos por cada turma.

Ademais, o contexto de aplicação acabou se mostrando muito mais amplo que aquele inicialmente pensado, confirmando assim uma versatilidade difícil de estimar de forma precisa, à medida em que as vivências de cada pessoa que se proponha a interagir com o aplicativo e a proposta irá definir e encaminhar seus rumos para aquele contexto de uso, podendo apresentar gratas surpresas em seu percurso.

Espera-se, portanto, que a ferramenta aqui apresentada, bem como sua proposta de utilização possam ser úteis para a melhoria do cenário educacional brasileiro, especialmente na rede pública que muitas vezes carece de experiências que fujam ao tradicional em seus contextos de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, C. R. M de; KALEFF, A. M. M. R. Poliedros de platão sob uma perspectiva de Educação Matemática usando recursos didáticos concretos e virtuais. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12.; 2016, São Paulo. **Anais eletrônicos** [...]. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1 – 12. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4995_2293_ID.pdf. Acesso em: 10 nov. 2021.
- ALMEIDA, H. R. F. L.; CHIARI, A. S. S. Teoria Fundamentada nos Dados e Educação Matemática. *In: V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS*, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais...Foz do Iguaçu: [s.n.]**, 2018.
- ALMEIDA, H. R. F. L.; CHIARI, A. S. S. de. Uma Análise das Pesquisas em Educação Matemática que Utilizam a Teoria Fundamentada nos Dados. **Hipátia: Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 5, n. 1, p. 56–71, 2020. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/1456>. Acesso em: 21 nov. 2022.
- ALMEIDA, H. R. F. L. de. Das Tecnologias às Tecnologias Digitais e seu uso na Educação Matemática. **Nuances: Estudos sobre educação**, v. 26, n. 2, p. 224–240, 2015. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/2831>. Acesso em: 06 jun. 2022.
- ALVES, E. M. S. **A ludicidade e o ensino de matemática**: Uma prática possível - Campinas, SP: Papirus, 2001. (Coleção Papirus Educação).
- ALVES, F. **Gamification: como criar experiências de aprendizagem engajadoras**: Um guia completo: do conceito a prática. 2 ed. São Paulo: DVS Editora, 2015.
- ANDRADE, V. G. de. **O desenvolvimento do aplicativo Ra.Geo: contribuições da realidade aumentada para o ensino de geometria espacial**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Goiás, Jataí: 2017.
- BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. de M. (Orgs.) **Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.
- BACICH, L.; MORAN, J. Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico prática. Penso Editora, 2018.
- BRAGA, J. **Objetos de Aprendizagem – Volume 1: introdução e fundamentos**. Santo André: UFABC, 2015. 157 p.
- BRASIL, CAPES. Documento de Área – Ensino. Brasília, 2019^a.

BRASIL, Ministério da Educação, (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF.

BRASIL, Ministério da Educação, Base Nacional Comum Curricular – BNCC, versão aprovada pelo CNE, novembro de 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 07 set. 2020.

BLIKSTEIN, P.; SILVA, R. B; CAMPOS, F.; MACEDO, L. Tecnologias para uma educação com equidade: Novo Horizonte para o Brasil. Todos pela Educação: Brasília, 2021. Disponível em: <https://polo-producao.s3.sa-east-1.amazonaws.com/nFs5qX292gQmHK9n5CkxDskcDQpC9EVkmJ68hWVeyttQXvvMyrhHh97TFWDA/Relatorio-Tecnologias-para-uma-Educacao-com-equidade.pdf>.

BORBA, M. C., PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. Coleção "Tendências em Educação Matemática", 2a. ed., Editora Autêntica, 2005.

BORBA, M. d. C.; VILLARREAL, M. E. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking. New York: Springer, 2005. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/b105001>.

CARDOSO, R. M. R., ARAÚJO, C. S. T., & Rodrigues, O. S. (2021). Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação –TDICs: Mediação professor-aluno-conteúdo. Research, Society and Development, 10(6), e45010615647. <https://doi.org/10.33448/rsd-v10i6.15647>

CARNEIRO, M. L. F.; SILVEIRA, M. S. Objetos de aprendizagem sob o ponto de vista dos alunos: um estudo de caso. RENOTE. Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 10, n. 3, p. 363-393, 2012. Disponível em: <<http://www.cinted.ufrgs.br/ciclo20/artigos/4d-mara.pdf>>. Acesso em: 17 set. 2021.

CHIARI, A. S. de S.; ALMEIDA, H.R.F.L. de. Uma Análise das Pesquisas em Educação Matemática que Utilizam a Teoria Fundamentada nos Dados. **HIPÁTIA-Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, São Paulo, v. 5, 1 ed., p. 56-71. 2020.

COSTA, A. P. Pensamento geométrico: em busca de uma caracterização à luz de Fischbein, Duval e Pais. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 9, n. 18, 2020.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 2 ed. Porto Alegre: Artmed,2007.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3 ed. Porto Alegre: Artmed,2010.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. São Paulo: Papyrus,1996. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

EISENBERG, E.; JENSEN, J. Measuring and qualifying optical performance of AR/VR/MR device displays and addressing the unique visual requirements of transparent AR/MR displays. *In*: SPIE, San Francisco, 2020. Disponível em: <<https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/11310/113100S/Measuring-and-qualifying-optical-performance-of-AR-VR-MR-device/10.1117/12.2546613.full?SSO=1>>. Acesso em: 20 fev. 2022.

FIALHO, A. B. **Realidade Virtual e Aumentada: Tecnologias para aplicações profissionais**. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2018.

GARKOV, A. F. **Jogos tradicionais na cidade de São Paulo: recuperação e análise de sua função educacional**. 1990. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas: 1990.

GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1995. Dissertação (Mestrado)– Universidade Estadual de Campinas, Campinas: 1995.

GOEDERT, L.; ARNDT, K. B. F. Mediação pedagógica e educação mediada por tecnologias digitais em tempos de pandemia. *Criar Educação*, v.9, n.1, p. 104-121, 2020.

HERPICH, F. **Recursos Educacionais em Realidade Aumentada para o Desenvolvimento da Habilidade de Visualização Espacial em Física**. 2019. Dissertação (Mestrado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre: 2019.

HOFFER, A. Geometria é mais que prova. (Tradução de Antônio Carlos Brolezzi). *Mathematics Teacher*, NCTM, volume 74, p.11-18, 1981.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e Entendendo Poliedros**. 2a ed. Niterói: EdUFF, 2003. 210p.

KALEFF, A. M. M. R. Formas, Padrões, Visualização e Ilusão de Ótica no Ensino da Geometria. *VIDYA*, v. 35, n. 2, p. 75-91, jul./dez., 2015 - Santa Maria, 2015.

KAPP, M. **The gamification of learning and instruction: game-based methods and strategies for training and education**. San Francisco: Pfeiffer, 2012.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2017.

KENSKI, V. Reflexões e indagações sobre a sociedade digital e a formação de um novo profissional / professor. **RELATEC: Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa**, v. 3, nº. 2, 2004, p. 1-9.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papyrus, 2007.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e tempo docente**. 8. Ed. Campinas, SP: Papyrus, 2014.

KIRNER, C.; SISCOUITTO, R.; **Realidade Virtual e Aumentada**: Conceitos, Projeto e Aplicações. Livro do Pré-Simpósio IX Symposium on Virtual and Augmented Reality, Brasil, 2007.

LÉVY, P. As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LIBÂNEO, J. C. Didática e trabalho docente: a mediação didática do professor nas aulas. Disponível em:
<<http://professor.ucg.br/SiteDocente/home/disciplina.asp?key=5146&id=3552>>.
Acesso em: 28 jul. 2022.

LOPES, L. M. D. et al. Inovações Educacionais com o uso da Realidade Aumentada: uma revisão sistemática. **Educação em Revista**, v. 35, n. 1, 2019.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados. 2006.

LTSC IEEE. "Standard for Information Technology: Education and Training Systems - Learning Objects and Metadata", 2007.

MATOS, J. M.; GORDO, F. Visualização espacial: algumas actividades. **Educação e Matemática**, 26, pp.13-17, 1993.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M.de L. Didáctica da Matemática. Lisboa: Universidade Aberta, 304p, 1996.

MINEIRO, C. S. X. D. O ensino e a aprendizagem da Geometria, com recurso a materiais manipuláveis: um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade. Setúbal: Instituto Politécnico de Setúbal Escola Superior de Educação, 2016.

MORAN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. *In*: [Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens. Vol. II] Carlos Alberto de Souza e Ofelia Elisa Torres Morales (orgs.). Ponta Grossa: UEPG/PROEX, 2015. – 180p. (Mídias Contemporâneas, 2) p. 15-33

MOURA, A. DE A.; LINS, A. F. O Uso da Manipulação na Aprendizagem da Geometria: uma experiência com alunos do 6º ano com Tangran e Planificação de Sólidos Geométricos Educação Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental–GT 09. *In*: Encontro Paraibano de Educação Matemática, VIII, Campina Grande, 27 a 29 nov. 2014. **Anais...** Disponível em: <
https://editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2014/Modalidade_3datahora_18_10_2014_12_40_34_idinscrito_459_a645e5b981c1093390631d83e22d4372.pdf>.
Acesso em: 15 jun. 2022.

NASCIMENTO JÚNIOR, D. S.; DE FARIAS, E. M. Origami como catalisador na aprendizagem do pensamento geométrico. *In*: Encontro Cajazeirense de Matemática, VII, Cajazeiras, 28 a 30 out. 2020. **Anais...** Disponível em:

<https://drive.google.com/file/d/1AXivLDrMxrajdPLD_qGZ1eim_ZsdjJyW/view>. Acesso em: 15 set. 2021.

NASCIMENTO JÚNIOR, D. S. GeometriRA: desenvolvendo o pensamento geométrico no 5º, 6º E 7º ano do ensino fundamental. *In*: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, XXV, Campina Grande, 16 a 19 nov. 2021. **Anais...** Disponível em: <https://even3.blob.core.windows.net/anais/419536.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2022.

NASCIMENTO JÚNIOR, D. S. **Realidade aumentada na educação: uma análise das ferramentas Flaras e Aumentaty como recursos para aulas expositivas**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Ciência da Computação) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa: 2017.

NEMIROSKY, R.; NOBLE, T. On mathematical visualization and the place where we live. *Educational Studies in Mathematics*. v. 33, p. 99-131, Kluwer Academic Publishers: 1997.

PAIS, L. C. Educação escolar e as tecnologias da informática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. *In*: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p.39-56.

ROBLES, B. F. Factores que influyen en el uso y aceptación de objetos de aprendizaje de realidad aumentada en estudios universitarios de Educación Primaria. v. 6, n. 1, p. 203-219, Edmetic, 2017.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat**, Florianópolis, 2012. v. 7, n. 2, p.187-196. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p187>>. Acesso em: 14 abr. 2019.

SEABRA, R. D.; SANTOS, E. T. Utilização de técnicas de realidade virtual no projecto de uma ferramenta 3D para o desenvolvimento da habilidade de visualização espacial. **Revista Educação Gráfica**, v. 9, p. 111-122, 2005.

SILVA, S. R. P. da. **Vídeos de conteúdo matemático na formação inicial de professores de Matemática na modalidade a distância**. 2018. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro: 2018.

SILVA, V. F. da; COSTA, M. L. C. da. A geometria nas séries iniciais: explorando materiais didáticos manipuláveis. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, XII, São Paulo, 13 a 16 jul. 2016. **Anais...** Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6933_2756_ID.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2022.

SIQUEIRA, I. G. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico na**

Educação Infantil. 2019. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Bauru: 2019.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. **Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada.** 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

TAROZZI, M. **O que é grounded theory?** Metodologia de pesquisa e de teoria fundamentada nos dados. Petrópolis, RJ: Vozes; 2011.

TEORIA FUNDAMENTADA NOS DADOS. [S. l.: s. n.], 2021. 1 vídeo (1 h 27 min). Publicado pelo canal AGENDA ACADÊMICA - METODOLOGIA CIENTÍFICA. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=RnyWKp_OVdg. Acesso em: 15 jan. 2022.

TORI, R.; HOUNSELL, M. da S. (org.). **Introdução a Realidade Virtual e Aumentada.** Porto Alegre: Editora SBC, 2018.

TORTORA, E. **Resolução de problemas geométricos: um estudo sobre conhecimentos declarativos, desenvolvimento conceitual, gênero e atribuição de sucesso e fracasso de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2014. 331 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Bauru/SP, 2014.

UNITY 3D. 2021. Disponível em: <<http://unity3d.com/>>. Acesso em: 15 set. 2021.

VAN HIELE, P. M. Structure and Insight. Academic Press Orlando, FL, USA, 1986.

VUFORIA. 2021. Disponível em: <<https://developer.vuforia.com/>>. Acesso em: 15 set. 2021.

APÊNDICE A – ARTE DE DIVULGAÇÃO DO *GeometriRA*

APRENDER GEOMETRIA PODE SER MAIS DIVERTIDO!



MONTE E APRENDA MAIS SOBRE OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

JOGUE E SOCIALIZE COM SEUS AMIGOS!

INTERAJA COM AS ANIMAÇÕES EM REALIDADE AUMENTADA!

DESENVOLVA HABILIDADES SOCIOCOGNITIVAS!

Baixe o app aqui:



UEPB
PPGECM

APÊNDICE B – TABELA PONTUAÇÃO *GeometriRA*

Aplicação do Jogo: <i>GeometriRA</i>			
Rodada 1	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Objeto			
Ecolha do grupo			
Expressão/Equação			
Rodada2	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Objeto			
Ecolha do grupo			
Expressão/Equação			
Rodada 3	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Objeto			
Ecolha do grupo			
Expressão/Equação			
Rodada 4	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Objeto			
Ecolha do grupo			
Expressão/Equação			
Rodada 5	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Objeto			
Ecolha do grupo			
Expressão/Equação			
Rodada 6	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Objeto			
Ecolha do grupo			
Expressão/Equação			
Apuração	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Resolução 1			
Resolução 2			
Pontuação Extra (Professor escolhe melhor grupo durante atividade - 1 ponto)			
Resultado			

Pontuações Extras	Valor	Vencedor	
Melhor Pirâmide	1 ponto		
Melhor Prisma Triangular	1 ponto		
Melhor Paralelepípedo	1 ponto		
Nome mais criativo	1 ponto		
Melhor Apresentação sobre a representação do sólido construído	1 ponto		
Melhor apresentação sobre os objetos digitais do <i>GeometriRA</i>	1 ponto		