



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

**COMPETÊNCIAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: DO
RECURSO TANGRAM À PRODUÇÃO DE DOCUMENTOS PARA
O ENSINO DE GEOMETRIA**

SILMARA BENIGNO SOARES

Campina Grande/PB

2022

SILMARA BENIGNO SOARES

**COMPETÊNCIAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: DO RECURSO
TANGRAM À PRODUÇÃO DE DOCUMENTOS PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM-UEPB), Mestrado Profissional, em cumprimento à exigência para obtenção de título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Campina Grande/PB

2022

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S876c Soares, Silmara Benigno.
Competências na formação inicial de professores
[manuscrito] : do recurso Tangram à produção de documentos
para o ensino de geometria / Silmara Benigno Soares. - 2022.
118 p.
Digitado.
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de
Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba,
Centro de Ciências e Tecnologia , 2022.
"Orientação : Profa. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis
, Coordenação do Curso de Matemática - CCT."
1. Competências docentes. 2. Formação docente. 3.
Recurso Tangram. 4. Ensino de geometria. I. Título
21. ed. CDD 371.12

SILMARA BENIGNO SOARES

**COMPETÊNCIAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: DO
RECURSO TANGRAM À PRODUÇÃO DE DOCUMENTOS PARA O ENSINO
DE GEOMETRIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM-UEPB), Mestrado Profissional, em cumprimento à exigência para obtenção de título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Aprovada em: 29 / 11 / 2022

BANCA EXAMINADORA



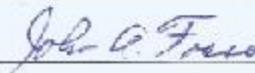
Orientadora

Profª. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis (UEPB)



Examinadora Externa

Profª. Dra. Cristiane Fernandes de Souza (UEPB)



Examinador Interno

Prof. Dr. John Andrew Fossa (UEPB)

Campina Grande/PB

2022

Dedico minha vida primeiramente a Deus. Posteriormente, este trabalho, à minha família, em especial a meu filho, esposo, minha mãe e a todos aqueles que me deram incentivos para superar as dificuldades enfrentadas ao longo de minha vida, além daqueles que contribuíram com esta caminhada durante o Mestrado, e aos amigos que conheci ao longo da caminhada, Paralelepípedos.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente a Deus, pois sem ele nada do que foi feito seria possível.

A minha família, minha mãe Maria Augusta e meu pai que do céu sempre cuidou de mim, te dedico todas as minhas conquistas e principalmente essa. A eles que sempre estiveram comigo, meus irmãos e irmãs.

Ao meu filho, que é essencial em minha vida, João Gabriel Benigno, e a meu esposo Wanley Mendonça, por suportar as noites e dias difíceis vivenciados em alguns períodos, grata por tudo.

A minha orientadora, Cibele de Assis, meus sinceros agradecimentos, pela paciência, dedicação, incentivo, oportunidade e, por sua competência com que estabeleceu esse trabalho para que fosse concluído.

Ao Professor John Andrew Fossa, e Professora Cristiane Fernandes de Souza, pela disponibilidade e contribuição para este trabalho.

Aos colegas do grupo de estudo que construí ao longo do mestrado Lilia, Davis, Ellen e Fabricia, a eles meus sinceros agradecimentos, pelas boas conversas, risadas, choros e trocas de conhecimento.

Agradeço a minha inestimável amiga e comadre Patricia, pela paciência conversas, noites de choro e empatia, você é essencial nessa caminhada.

A todos, amigos que ajudaram de forma breve e longa nessa conquista, pelo apoio, palavras e incentivo.

“Não fui eu que ordenei a você? **Seja forte e corajoso!** Não se apavore nem desanime, pois, o Senhor, o seu Deus, estará com você por onde você andar”.

Josué 1:9

RESUMO

Nesta pesquisa, trouxemos a temática das competências profissionais docentes na formação inicial de professores de Matemática. Delineamos como objetivo geral investigar competências profissionais necessárias à formação de licenciandos relativas ao planejamento de aulas de matemática com o Tangram para o 6º ano do Ensino Fundamental. Para alcançar o objetivo geral, elaboramos três objetivos específicos: identificar conhecimentos e dificuldades iniciais dos licenciandos no processo de construção de uma proposta de ensino de Matemática com o recurso Tangram; conduzir ações de formação a partir de necessidades identificadas que permitam os licenciandos refletirem sobre o planejamento de aulas com o Tangram; categorizar conhecimentos, habilidades e atitudes de licenciandos relativos ao planejamento de aulas com o Tangram na ação de formação. O desenvolvimento da pesquisa ocorreu conforme as seguintes etapas: 1- Diagnóstico de conhecimentos prévios dos estudantes; 2 - Ação de formação: pesquisa sobre o Tangram e atividades didáticas para o ensino de Matemática; 3- Ação de formação: planejamento e apresentação dos planos de aula com o Tangram; 4: preenchimento colaborativo de um plano a partir de uma aula vivenciada. Dessa forma, a pesquisa classifica-se como qualitativa, exploratória e colaborativa, de acordo com a abordagem adotada, os objetivos e os procedimentos de levantamento de dados, respectivamente. Para auxiliar na identificação das competências inferidas, criamos categorias para diferenciar as competências de acordo com elementos do planejamento, foram elas: objeto matemático; objetivos e habilidades; metodologia e estratégias; recurso (Tangram) e avaliação. Para cada uma dessas categorias, criamos competências atendendo às dimensões conhecimento, prática e engajamento profissionais. Os colaboradores desta pesquisa foram os 11(onze) alunos que cursavam a disciplina Estágio Supervisionado II do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB- Campus IV. Como resultado, levantamos um conjunto de competências consideradas como necessárias à atividade docente de planejar uma aula com o Tangram. Essas competências foram inferidas a partir das dificuldades e dos conhecimentos dos licenciandos, assim como do referencial de competências para a formação inicial de professores. Como resultado, apresentamos um total de 19 (dezenove) competências distribuídas entre o recurso Tangram 7 (sete) e os demais elementos do planejamento de ensino 12 (doze) nas três dimensões conhecimento, prática e engajamento profissional. As competências aqui estabelecidas possibilitam um conhecimento sobre formação do professor, e não se limita ao uso do Tangram, todas podem ser transferíveis para outros recursos.

Palavras-chave: Competências docentes; Planejamento; Recurso Tangram.

ABSTRACT

In this research, we brought the theme of professional teaching competences in the initial training of Mathematics teachers. We outlined as a general objective to investigate professional competences necessary for the training of undergraduates related to the planning of mathematics classes with Tangram for the 6th year of Elementary School. To reach the general objective, we elaborated three specific objectives: to identify knowledge and initial difficulties of the undergraduates in the process of building a proposal for teaching mathematics with the Tangram resource; conduct Training Actions based on identified needs that allow graduates to reflect on the planning of classes with Tangram; categorize knowledge, skills and attitudes of undergraduates related to lesson planning with Tangram in the Training Action. The development of the research took place according to the following stages: stage 1 - Diagnosis of the students' prior knowledge; stage 2 - Training Action: research on Tangram and didactic activities for teaching Mathematics; step 3 - Training Action: Planning and presentation of lesson plans with Tangram; step 4 - Collaborative completion of a plan based on an experienced class. Thus, the research is classified as qualitative, exploratory and collaborative, according to the approach adopted, the objectives and data collection procedures, respectively. To assist in the identification of inferred competences, we created categories to differentiate competences according to planning elements, they were mathematical object; goals and skills; methodology and strategies; resource (tangram) and evaluation. For each of these categories, we create competencies that address the dimensions of professional knowledge, practice and engagement. The collaborators of this research were the 11 (eleven) students who attended the Supervised Stage II in the course Degree in Mathematics at the Federal University of Paraíba - UFPB. As a result, we raised a set of competencies considered necessary for the teaching activity of planning a lesson with Tangram. These competences were inferred from the difficulties and knowledge of the undergraduates, as well as from the competence reference for the initial formation of teachers. As a result, we present a total of 19 (nineteen) competencies distributed between the Tangram resource 7 (seven) and the other elements of the teaching planning 12 (twelve) in the three dimensions knowledge, practice and professional engagement.

Keywords: professional competences; planning; Tangram resource.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – As sete peças do Tangram.....	38
Figura 2 – Construções com o Tangram.....	39
Figura 3 – Fotos dos Tangrams produzidos pelos alunos.....	72
Figura 4 – Exemplos de quadrados/ Aluno J.....	74
Figura 5 – Exemplo de um quadrado e suas medidas/ Aluno F.....	74
Figura 6 – Exemplos de quadrados/ Aluno C.....	74
Figura 7 – Triângulo menor como unidade de medida/ Aluno B.....	75
Figura 8 – Quadrados ampliados/ Aluno B.....	76
Figura 9 – Tabela a ser preenchida pelo alunos.....	77
Figura 10 – Quadrados com o Tangram.....	78
Figura 11 – Slide de apresentação da Fase 4.....	79
Figura 12 – Plano de aula preenchido pelos alunos.....	82

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Competências gerais docentes da BNC.....	21
Quadro 2 - Habilidades da dimensão Conhecimento Profissional	24
Quadro 3 - Habilidades da dimensão Prática Profissional	26
Quadro 4 - Habilidades da dimensão Engajamento Profissional	28
Quadro 5 - Objetos do conhecimento e habilidades – Anos Iniciais.....	40
Quadro 6 - Objetos do conhecimento e habilidades – Anos Finais.....	40
Quadro 7 - Elementos do plano de aula contemplados nas respostas dos estudantes ...	52
Quadro 8 - Apresentação da pesquisa sobre o Tangram - Equipe 1.....	54
Quadro 9 - Apresentação da atividade com o Tangram - Equipe 1.....	55
Quadro 10 - Apresentação da pesquisa sobre o Tangram - Equipe 2.....	55
Quadro 11 - Apresentação da atividade com o Tangram - Equipe 2.....	56
Quadro 12 - Apresentação da pesquisa sobre o Tangram - Equipe 3.....	56
Quadro 13 - Apresentação da atividade com o Tangram - Equipe 3.....	57
Quadro 14 - Apresentação da pesquisa sobre o Tangram - Equipe 4.....	58
Quadro 15 - Apresentação da atividade com o Tangram - Equipe 4.....	59
Quadro 16 - Competências do professor sobre o Tangram	61
Quadro 17 - Os elementos do planejamento - Equipe 1	62
Quadro 18 - Os elementos do planejamento - Equipe 2	64
Quadro 19 - Os elementos do planejamento - Equipe 3	65
Quadro 20 - Análise de elementos do planejamento - Equipe 4	66
Quadro 21 - Análise de elementos do planejamento (versão 1 e 2) - Equipe 5.....	69
Quadro 22 - Dificuldades no planejamento e competências necessárias	70
Quadro 23 - Objetos e habilidades para a tarefa proposta sobre área e perímetro	79
Quadro 24 - Planejamento de uma aula com o Tangram como um conjunto de competências profissionais.....	84

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
1.1	Apresentação da temática	11
1.2	A construção da pesquisa.....	13
1.3	Problemática e justificativa.....	15
1.4	Objetivos da pesquisa	16
1.4.1	Objetivo geral.....	16
1.4.2	Objetivos específicos	16
1.5	A estrutura da dissertação	16
1.6	O produto educacional	17
2	COMPETÊNCIAS DOCENTES E O PLANEJAMENTO	18
2.1	Competências docentes e formação de professores	18
2.2	Planejamento de aulas.....	30
2.3	O LEM e o estágio supervisionado na formação inicial de professores	32
3	O TANGRAM COMO RECURSO DIDÁTICO.....	35
3.1	Do recurso ao documento	35
3.2	O Tangram como recurso didático para o ensino de Matemática.....	37
4	CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS	42
4.1	Classificação da pesquisa.....	42
4.2	O contexto das aulas e os colaboradores da pesquisa	45
4.3	Procedimentos metodológicos	46
4.4	Categorias de análise.....	48
5	AÇÃO DE FORMAÇÃO: APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	49
5.1	Etapa 1 - Diagnóstico de conhecimentos prévios dos estudantes	49
5.1.1	Análise da Etapa 1 - O diagnóstico inicial.....	53
5.2	Etapa 2 - Ação de formação: pesquisa sobre o Tangram e atividades didáticas para o ensino de Matemática.....	53
5.2.1	Análise da etapa 2 - Pesquisa sobre o Tangram e um exemplo de atividade.....	60
5.3	Etapa 3 - Ação de formação: Planejamento e apresentação dos planos.....	62
5.3.1	Análise da etapa 3 - Atividade de planejamento com o Tangram (versões 1 e 2)	70
5.4	Etapa 4 - Ação de formação: Preenchimento colaborativo de um plano	72
5.4.2	Análise do momento 1 - Realização de uma tarefa matemática com o Tangram	79
5.4.3	Momento 2 - Preenchimento colaborativo de um plano para a aula realizada	80
5.4.4	Análise do momento 2 - Preenchimento colaborativo de um plano para a aula realizada	83
5.5	Resultados da pesquisa: competências necessárias ao planejamento com o Tangram	84
6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
	REFERÊNCIAS	91
	APÊNDICES.....	94
	ANEXOS	96

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentamos de forma geral a pesquisa intitulada: “Competências na formação inicial de professores: do recurso Tangram à produção de um documento para o ensino de Geometria”.

Este capítulo está estruturado em seis seções. Na primeira seção, “Apresentação da temática”, trazemos as mudanças refletidas no cenário da formação inicial de acordo com as novas diretrizes curriculares da Educação Básica definidas pela BNCC e como essa pesquisa se insere neste contexto. Na segunda seção, “A construção da Pesquisa”, consideramos nossas experiências e contribuições para atividades do LEM através de recursos didáticos para o ensino de Matemática. Na terceira seção, “Problemática e Justificativa”, apresentamos a questão norteadora e o contexto no qual ela está inserida. Em seguida, na quarta seção, trazemos o objetivo geral e os específicos. Na quinta seção, “Estrutura da Dissertação”, apresentamos as ideias principais dos capítulos desta dissertação e, por fim, apresentamos ideias iniciais para o produto educacional previsto na sexta seção.

1.1 Apresentação da temática

Com a instituição e obrigatoriedade da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) na Educação Básica, com uma proposta voltada para o desenvolvimento de competências e habilidades, a prática docente e os cursos de formação de professores também tiveram de atender a essa recente exigência.

Para orientar esse processo, em 2019, foi elaborada a Base Nacional Comum para Formação de Professores da Educação Básica – BNC - Formação inicial (BRASIL, 2019), que serve como referência para os cursos de Licenciatura, incluindo o de Matemática. Para a BNC (BRASIL, 2019), no Art. 2º, a formação docente pressupõe o desenvolvimento, pelo licenciando, das competências gerais previstas na BNCC, bem como das aprendizagens essenciais a serem garantidas aos estudantes, quanto aos aspectos intelectual, físico, cultural, social e emocional de sua formação, tendo como perspectiva o desenvolvimento pleno das pessoas, visando à educação integral.

Diante das mudanças e diretrizes previstas com a inserção da BNCC na Educação Básica, tornou-se necessário repensar as práticas e paradigmas da formação inicial de

professores, o que tem mobilizado ainda mais as comunidades de matemáticos, de educadores matemáticos, de professores de Matemática e de formadores de professores de Matemática.

A profissão docente não pode mais ser vista como aquela em que somente o professor domina o conteúdo das disciplinas e a técnica para transmiti-lo aos seus alunos. Faz-se necessário trabalhar com um conhecimento que está em construção, necessitando assim de metodologias e recursos didáticos para auxiliar este processo de construção em que o aluno está inserido. De acordo com a BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019), no Art. 7º inciso II, a formação de professores exige um conjunto de conhecimentos, habilidades, valores e atitudes, que estão inerentemente alicerçados na prática, a qual precisa ir muito além do momento de estágio obrigatório e da relação teoria e prática. De fato, para compreender todo o currículo e desenvolver habilidades exigidas para a prática docente, é necessária uma formação pautada não apenas em teoria, mas em habilidades e competências, além da reflexão da sua própria prática.

Para a BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019), a qual orienta a formação inicial de professores, os fundamentos pedagógicos do futuro professor é ter o compromisso com metodologias e com outras dinâmicas formativas que propiciem ao futuro professor aprendizagens significativas e contextualizadas em uma abordagem didático-metodológica alinhada com a BNCC.

Por outro lado, a BNCC (BRASIL, 2018) apresenta competências referentes à unidade temática Geometria, foco da nossa pesquisa. Estudos passados, realizados há mais de dez anos, apontavam para o descaso com o ensino da Geometria. Pavanello desde 1993 afirmava que o ensino de Geometria foi por muito tempo esquecido, assim também como afirma Lorenzato (2006) sobre o abandono do ensino da Geometria. Para Poi (2010), este abandono também ocorre no Ensino Superior. Para a autora, há o esquecimento dessa importante área, tanto por parte dos alunos como dos professores.

Atualmente, observamos uma valorização dessa unidade temática, começando pelo que aponta a BNCC. Para esse documento, de caráter normativo, a Geometria tem destaque, pois dispõe de habilidades que auxiliam o desenvolvimento do pensamento geométrico, possibilitando habilidades de interpretação, análise e raciocínio, além de desenvolver um tipo de pensamento mais abstrato. Dessa forma, não podemos resumir a Geometria à mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e volume ou a aplicações imediata de teoremas (BRASIL, 2018). Assim, se faz necessária uma reflexão tanto sobre seu ensino como sobre as ferramentas

utilizadas para a construção do conhecimento em Geometria. Neste processo, novamente consideramos a necessidade de competências específicas para a prática docente.

Para Pavanello (2008), o ensino de Geometria necessita cada vez mais de manipulações e recursos que auxiliem tanto o professor como o aluno na busca da compreensão. Para nós, um recurso é definido como tudo que alimenta o trabalho do professor, assim como propõe a Abordagem Documental do Didático - ADD (GUEUDET; TROUCHE, 2008). Segundo Pavanello (1993), a escolha e uso de recursos exige reflexão dos professores sobre como eles podem favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

Pensando nesta temática, o recurso didático Tangram é conhecido pelas suas potencialidades como facilitador dos processos de ensino e aprendizagem em Geometria. Para Santos (2016), o Tangram auxilia no desenvolvimento das habilidades de concentração, coordenação e orientação espacial na formação do educando. O Tangram, por possuir formas geométricas como triângulos, quadrados e losangos, possibilita, por exemplo, a investigação, a interação e a capacidade de resolução de problemas em Matemática. Santos (2016) afirma que as vantagens de usar o Tangram como recurso didático são infinitas e podem desenvolver diversas competências como: discutir, analisar, comentar, corrigir, praticar, entre outras.

A pesquisa apresentada insere-se na temática da formação inicial de professores e na construção de conhecimentos profissionais. Promovemos discussões e reflexões sobre o recurso didático Tangram na construção de uma proposta de ensino para Geometria na formação inicial de professores de Matemática.

1.2 A construção da pesquisa

O desejo de aprofundamento pela temática se deu início a partir das dificuldades e relatos vivenciados durante aulas ministradas ao longo da experiência no Ensino Superior. O intuito de promover a formação de professores e a utilização de recursos que auxiliem tanto o processo formativo como o de ensino e aprendizagem, foram decisivos para a estruturação de uma investigação científica nessa linha.

A ideia da pesquisa teve início a partir do desejo de dar ênfase à importância do espaço denominado Laboratório de Ensino de Matemática - LEM. Ao iniciar a trajetória no Ensino Superior em 2017, na Faculdade de Educação Ciências e Letras de Iguatu-FECLI, almejei trabalhar com materiais que possibilitassem ao futuro professor construir sua aula de forma interativa e dinâmica, buscando desde cedo a noção e o significado do planejamento, do plano de aula, para alcançar bons resultados futuros em suas aulas.

As primeiras construções de materiais ou recursos didáticos para o LEM da FECLI foram realizadas pelos alunos e disponibilizados nesse espaço. Ele possuía materiais disponibilizados pelo governo estadual, mas existia a necessidade de construir outros recursos que auxiliassem os alunos e a comunidade escolar em conteúdos diversificados.

As demandas da disciplina de Laboratório de Geometria foram proporcionando a produção de recursos didáticos. Alguns auxiliavam não só aos futuros docentes, mas quem precisasse também podia ter acesso e utilizar esses materiais. Como professora, pode-se perceber que, para o ensino de Geometria, a construção desses materiais foi uma necessidade constante. Uma delas relacionava-se ao fato de que os licenciandos, por muitas vezes, possuíam dificuldades em ensinar Geometria, em construir qualquer recurso ou até mesmo em utilizá-los. Assim, foi necessário recorrer a instrumentos que pudessem auxiliar o processo de formação dos professores e o de ensino-aprendizagem. Dessa forma, foram construídos materiais para que os futuros professores pudessem trabalhar, durante seu estágio, numa aula de campo, ou qualquer momento que precisassem do material como recurso auxiliar.

Embora o projeto inicial desta pesquisa tenha sido elaborado em 2019, e já com o intuito de discutir a formação inicial de professores dentro do espaço do LEM, aconteceram algumas mudanças relacionadas ao amadurecimento da ideia. O conhecimento sobre métodos de pesquisa trouxe grandes contribuições para a proposta, possibilitando um olhar mais amplo e uma necessidade de organização de um trabalho colaborativo, organizando ideias e aguçando o conhecimento que antes era bastante desordenado, especialmente sobre a Pesquisa Colaborativa e a Abordagem Documental do Didático - ADD.

De início, tudo foi novo perante a uma imensidade de conceitos e teorias. O trabalho desenvolvido pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática - GEPEM, da UFPB/Campus IV, muito contribuiu com esta pesquisa por oportunizar uma discussão de contextos que vivenciamos em nossa profissão, alinhando a teoria com à contextualização. Dessa forma, o GEPEM proporcionou um entendimento do trabalho colaborativo, dentro de um espaço com inúmeras metodologias e diferentes concepções.

Para tanto, nos fundamentamos principalmente na BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019), na BNCC (BRASIL, 2018), nos princípios da Pesquisa Colaborativa (IBIAPINA, 2008; MAGALHÃES, 2010; (DESGAGNÉ, 2007) e na Abordagem Documental do Didático - ADD (GUEUDET; TROUCHE, 2008).

1.3 Problemática e justificativa

Acreditamos que muitas vezes nossas ações como docentes são reflexos da formação profissional que recebemos, seja ela inicial ou continuada. É importante perceber que o estudo da Geometria pode ser alinhado às necessidades do seu ensino e da aprendizagem e é papel da formação inicial ampliar essa discussão.

Reconhecemos as dificuldades que professores têm em ensinar Geometria. Para Pavanello (2008), o abandono do ensino de Geometria associa-se ao fato de que muitos professores não se sentem seguros para trabalhar esse campo, e muitas vezes reservam apenas o final do ano letivo para abordá-lo em sala de aula. Para Lorenzato (2006), os professores não devem ensinar Geometria sem conhecer Geometria. Tratá-la sem a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

Também observamos que utilizar recursos didáticos exige do professor mais do que conhecimento do recurso em si ou da Geometria. Envolve também competências e habilidades específicas de planejamento. A partir das experiências com disciplinas de laboratório, temos observado as dificuldades dos licenciandos em utilizar os recursos didáticos mesmo em componentes posteriores.

Na proposta desta pesquisa partimos de dificuldades reais mobilizadas pelos licenciandos quando propomos, a partir de um recurso, uma atividade de elaboração de um planejamento de ensino. Nessa proposta, planejamos ações de formação que, partindo das necessidades de futuros professores, os permitiram planejar aulas sobre objetos de conhecimento de Geometria com o Tangram, mediando esse processo de desenvolvimento profissional.

Cabe destacar que a proposta de ensino é considerada pela ADD como um documento. De fato, segundo Trouche (2020), um documento é resultado de uma interação com o recurso que envolve conhecimentos do professor. Assim, esclarecemos o uso dos termos recurso e documento no título desse trabalho.

Definimos como questão norteadora desta pesquisa: Que competências profissionais são necessárias aos licenciandos para o planejamento de propostas de ensino com o recurso Tangram sobre objetos de conhecimento de Geometria para anos finais do Ensino Fundamental?

A proposta da ação de formação permitiu mobilizar conhecimentos necessidades e dificuldades diversas com a Geometria/Grandezas e Medidas, com o recurso em si e com o

planejamento. No nosso trabalho, categorizamos e interpretamos os dados à luz das competências esperadas da formação inicial, incluindo as competências e habilidades em Geometria e Grandezas e Medidas da Educação Básica e dos elementos que compõem o planejamento.

1.4 Objetivos da pesquisa

1.4.1 Objetivo geral

Investigar competências profissionais necessárias à formação de licenciandos em relação ao planejamento de aulas de Matemática com o Tangram para o 6º ano do Ensino Fundamental.

1.4.2 Objetivos específicos

- Identificar conhecimentos e dificuldades iniciais dos licenciandos no processo de construção de uma proposta de ensino de Matemática com o recurso Tangram;
- Conduzir ações de formação que permitam os licenciandos refletirem sobre o planejamento de aulas com o Tangram;
- Categorizar conhecimentos, habilidades e atitudes de licenciandos relativos ao planejamento de aulas com o Tangram nas ações de formação.

1.5 A estrutura da dissertação

Essa dissertação, está estruturada por 6 capítulos. O primeiro, dedicado à Introdução, apresentam de forma geral a motivação e o problema desta pesquisa e seus objetivos.

O capítulo 2, intitulado Competências docentes e o planejamento, tem como objetivo discutir o planejamento de aulas como parte das competências docentes necessárias à formação do professor. Os aportes teóricos para esse capítulo são Lorenzato (2006), Rego (2012) Turrioni (2006), Kallef (2006), Garrido e Lucena (2010), Perrenaud (1999) a BNC - Formação Inicial (2019).

No capítulo 3, intitulado O Tangram como recurso didático, é apresentado o recurso de ensino que será o objeto de investigação desta pesquisa, o Tangram. O objetivo do capítulo é dar subsídios teóricos para a compreensão do trabalho desenvolvido com os professores em formação, utilizando-o como recurso didático. Inicialmente, trazemos o Tangram na perspectiva da Abordagem Documental do Didático (GUEUDET; TROUCHE, 2020), fazendo

a diferenciação entre recurso e documento. Em seguida, apresentamos as suas potencialidades para o ensino de Geometria, especificamente para o Ensino **Fundamental II**.

No capítulo 4, intitulado Procedimentos Metodológicos, é apresentado o contexto de realização da pesquisa e a caracterização da pesquisa.

No capítulo 5, Ação de Formação com o Tangram, aborda a proposta, o desenvolvimento e a implementação da formação juntamente com as análises parciais de cada etapa. Por fim, no capítulo 6, Conclusões e Considerações Finais finalizaremos com os resultados do trabalho, as possibilidades e limitações, bem com as perspectivas de continuidade.

1.6 O produto educacional

O produto educacional desta pesquisa é uma Sequência Didática, como resultado de. O que se pretende com esse produto educacional é dar suporte aos professores da Educação Básica que, muitas vezes, possuem dificuldades em elaborar uma aula utilizando-se do Tangram. Ele também servirá de fonte de consulta a professores da licenciatura que ministram disciplinas nas quais se discute o Tangram.

A proposta do produto educacional é importante, visto que é um fruto da pesquisa como um guia para o professor formador de professores de Matemática. Embora as relações que envolvem o desenvolvimento de competências docentes não sejam padronizadas, pois cada licenciando percebe sua formação de acordo com suas experiências de vida, o guia poderá auxiliar os professores formadores a refletirem sobre quais ações podem ser implementadas para promover o desenvolvimento dessas competências docentes na formação inicial.

2 COMPETÊNCIAS DOCENTES E O PLANEJAMENTO

Este capítulo tem como objetivo apresentar o contexto da formação inicial a partir das competências profissionais docentes. Apresentamos o planejamento de aulas como parte das competências docentes necessárias à formação do professor. Fizemos um elo de como o LEM e os estágios supervisionados integram-se ao processo formativo e ao desenvolvimento de competências profissionais ligadas ao planejamento.

2.1 Competências docentes e formação de professores

Para Garcia (1999) a formação de professores é um processo claramente constituído por fases e diferenciado pelo seu conteúdo curricular, mantendo alguns princípios éticos, didáticos e pedagógicos comuns e importantes ao longo do processo, independentemente do nível de formação.

Segundo Garcia (1999), para que esse processo seja de qualidade, é necessário que ele siga alguns princípios. Descreveremos esses princípios a seguir: 1. Contínuo o processo de formação; 2. Integrar a formação de professores em processos de mudança; 3. Ligar os processos de formação do professor com o desenvolvimento organizacional da escola; 4. Integrar a formação de professores em relação aos conteúdos propriamente acadêmicos e disciplinares, e a formação pedagógica dos professores; 5. Integração da teoria-prática na formação de professores; 6. Isoformismo entre educação e formação; 7. Individualização.

O primeiro princípio trata do caráter contínuo de formação e estabelece fases no processo formativo de um professor. O segundo princípio está fortemente ligado às vivências, dentro do processo de formação, das mudanças da nossa prática profissional. Sabe-se que o professor deve estar interligado com essas mudanças do currículo, e que está fortemente direcionada à melhoria do ensino. O terceiro princípio trata da necessidade de existir uma ligação dos processos de formação com o ambiente escolar, de tal modo que isso deve estar inter-relacionado por se tratar do ambiente onde será o espaço da profissão do professor.

O quarto princípio está relacionado aos conteúdos acadêmicos e escolares, integrando também a parte pedagógica relacionada ao ensino desses conteúdos na escola. O quinto princípio está fortemente ligado à necessidade de articulação entre a teoria e a prática durante o processo de formação. Essa é uma discussão trazida também por Pimenta (2001), que potencializa a necessidade de integrar todo o processo formativo.

O sexto princípio caracterizado por Garcia (1999) é o princípio do isoformismo. Ele está relacionado ao tipo de educação que se recebe, para o tipo de ensino que é exigido do professor. Na fala de Garcia (1999), cada nível educativo tem possibilidades e necessidades didáticas diferentes, no entanto, há a importância da congruência entre o conhecimento didático do conteúdo, o conhecimento pedagógico que é repassado e a forma como se transmite esse conhecimento. Ou seja, aquilo que o professor aprende e a forma que ele trabalha este conteúdo. O sétimo princípio está relacionado à necessidade de que a formação dos professores esteja ligada aos interesses e necessidades do coletivo.

É possível ver que o processo formativo está muito alinhado à escola, ao currículo, às mudanças, à inovação e ao ensino. Isso requer do professor que ele seja mais do que conhecedor de conteúdos que irá ensinar e que ele tenha desenvolvido outras competências profissionais.

Perrenoud (2001) define competência como uma determinada capacidade de agir diante de uma situação, apoiando-se em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles. As competências contribuem para delinear o percurso da atividade docente. Para compreender as competências, devemos considerar os conhecimentos como ferramentas que irão ser utilizadas conforme as necessidades que emergem de algumas situações (PERRENOUD, 2001).

Para Perrenoud (1999, p. 16), “[...] as competências são traduzidas em domínios práticos das situações cotidianas que necessariamente passam pela compreensão da ação empreendida”. Por outro lado, as habilidades são caracterizadas pelas ações em si, ou seja, pelas ações definidas pelas competências de forma concreta (como escrever, pintar, pular corda etc.). Dessa forma, as competências referem-se a um conjunto de conhecimentos, habilidades e atitudes, de tal modo que caracterizam as aptidões de uma pessoa para cumprir determinadas tarefas.

Perrenoud (1999), destaca em seu livro intitulado “10 novas competências para ensinar”, as competências necessárias para a formação de um professor. Podemos perceber que tais competências vão além da prática e teoria que aprendemos na formação. São elas: 1. Organizar e dirigir situações de aprendizagem; 2. Administrar a progressão das aprendizagens; 3. Conceber e fazer evoluir dispositivos de diferenciação; 4. Envolver os alunos em suas aprendizagens e em seu trabalho; 5. Trabalhar em equipe; 6. Participar da administração escolar; 7. Informar e envolver os pais; 8. Utilizar novas tecnologias; 9. Enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão; 10. Administrar a própria formação.

A primeira competência está relacionada ao porquê ensinar determinado conceito, quais são as etapas das aprendizagens, considerando os conhecimentos e as representações dos alunos. Para Perrenoud (1999) essa competência está direcionada a trabalhar com a

representação dos alunos, os erros e obstáculos, de tal forma que o professor possa planejar dispositivos e sequências didáticas. Podemos concluir que não há mais a padronização do ensino, pois a sala é composta por uma variedade de alunos. Um determinado conteúdo pode ser abordado de diferentes maneiras dependendo das aprendizagens dos alunos. O planejamento é direcionado para criar situações de aprendizagens e o professor deve utilizar diversas metodologias para garantir a aprendizagem da turma.

A segunda competência está direcionada a respeitar as possibilidades de aprendizagens dos alunos, conhecer suas dificuldades e saber como superá-las. Para Perrenoud (1999), o professor deve adquirir uma visão longitudinal dos objetivos de ensino. A todo momento analisar e avaliar nas situações de aprendizagem, de acordo com uma abordagem formativa, saber o que o aluno sabe e avaliar o que não sabe. Trata-se de uma avaliação contínua do processo de aprendizagens do aluno.

A terceira competência está interligada às duas competências anteriores. Perrenoud (1999) coloca que é importante administrar a heterogeneidade no âmbito de uma turma. Dessa forma, o professor deve criar uma cultura de cooperação, de modo que todos possam conviver e trabalhar juntos.

A quarta competência está direcionada à motivação que envolve os alunos em suas aprendizagens. Para Perrenoud (1999), suscitar o desejo de aprender, explicitar a relação com o saber, o sentido do trabalho escolar e desenvolver no aluno a capacidade de autoavaliação. Desse modo, o professor deve oferecer atividades que favoreçam a formação pessoal do aluno.

A quinta competência está relacionada a parcerias e a colaboração dos envolvidos com o processo de ensino, criando uma cultura de cooperação na escola para enfrentar e analisar em conjunto situações complexas, práticas e problemas profissionais.

A sexta competência faz referência ao engajamento que o professor precisa manter com o meio organizacional da escola, de modo a cooperar com esse espaço. A sétima competência está direcionada à responsabilidade de manter as informações das necessidades dos alunos, envolvendo os pais ou responsáveis no processo de aprendizagem.

A oitava competência ressalta o uso das tecnologias na sala de aula. Mesmo se tratando de uma referência do ano de 1999, já se menciona a necessidade do uso das tecnologias. Os professores devem se dar a oportunidade de aprender e sair da zona de conforto. Para Perrenoud (1999), essa competência é fundamentada em uma cultura tecnológica.

A nona competência aborda o senso de responsabilidade, solidariedade e o sentimento de justiça. Ser professor não é só ensinar, é estar envolvido com o processo, é educar para vida. A aprendizagem da escola vai além da aprendizagem do saber escolar.

A décima e última competência está ligada à continuidade da formação, ou seja, estar sempre em processo de formação. Perrenoud (1999) afirma que devemos saber explicitar as próprias práticas, ou seja, estabelecer o próprio engajamento profissional, enfrentando e analisando a realidade docente.

Diante de tais competências, percebemos que elas são instrumentos necessários para o ofício do professor e que devem ser conhecidas já na formação inicial.

Perrenoud (2002) cita duas posturas fundamentais para a reflexão sobre a formação ideal do professor: a prática reflexiva e a implicação crítica. A prática reflexiva está alinhada ao processo de transformação, a capacidade de inovação, de tal modo que a reflexão sobre a experiência seja necessária para que se possa construir novos saberes. A implicação crítica dessa reflexão, não está diretamente relacionada ao processo político, mas volta-se aos desafios que envolvem os processos educacionais. De fato, essas posturas devem ser mobilizadas diante do cenário educacional que vivenciamos, já que constantemente somos direcionados a mudanças no sistema educacional, seja por documentos normativos ou diretrizes que direcionam o caminho da profissão docente.

A BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019) - é um documento normativo que orienta a formação docente na perspectiva das competências. Assim, a BNC (2019) no art. 3º, cita a BNCC e as competências da Educação Básica, estabelecendo que, com base nos mesmos princípios das competências gerais da BNCC, é requerido do licenciando o desenvolvimento das correspondentes competências gerais docentes (Quadro 1).

Quadro 1 - Competências gerais docentes da BNC

1. Compreender e utilizar os conhecimentos historicamente construídos para poder ensinar a realidade com engajamento na aprendizagem do estudante e na sua própria aprendizagem colaborando para a construção de uma sociedade livre, justa, democrática e inclusiva.
2. Pesquisar, investigar, refletir, realizar a análise crítica, usar a criatividade e buscar soluções tecnológicas para selecionar, organizar e planejar práticas pedagógicas desafiadoras, coerentes e significativas.

3. Valorizar e incentivar as diversas manifestações artísticas e culturais, tanto locais quanto mundiais, e a participação em práticas diversificadas da produção artístico-cultural para que o estudante possa ampliar seu repertório cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal, corporal, visual, sonora e digital – para se expressar e fazer com que o estudante amplie seu modelo de expressão ao partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos, produzindo sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas docentes, como recurso pedagógico e como ferramenta de formação, para comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e potencializar as aprendizagens.
6. Valorizar a formação permanente para o exercício profissional, buscar atualização na sua área e afins, apropriar-se de novos conhecimentos e experiências que lhe possibilitem aperfeiçoamento profissional e eficácia e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania, ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Desenvolver argumentos com base em fatos, dados e informações científicas para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns, que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental, o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana, reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas, desenvolver o autoconhecimento e o autocuidado nos estudantes.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza, para promover ambiente colaborativo nos locais de aprendizagem.
10. Agir e incentivar, pessoal e coletivamente, com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência, a abertura a diferentes opiniões e concepções pedagógicas, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários, para que o ambiente de aprendizagem possa refletir esses valores.

Fonte: BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019, p. 18)

A BNC (BRASIL, 2019) aborda competências em três dimensões fundamentais, as quais, de modo interdependente e sem hierarquia, se integram e se complementam na ação docente. São elas: conhecimento profissional, prática profissional e engajamento profissional.

Segundo o Parecer CNE/CP nº 22/2019, o conhecimento profissional pressupõe uma formação específica e

[...] Os conhecimentos da área, da etapa e do componente curricular estão no âmago da competência. Os conteúdos curriculares são nucleares e imprescindíveis para a constituição de competências. Sem eles – designados como recursos intelectuais, saberes ou conhecimentos – não há o que possa ser mobilizado pelo sujeito para agir assertivamente em uma dada situação (BRASIL, 2019, p. 16).

Para essa dimensão, Conhecimento profissional, tem-se as seguintes competências específicas: (1.1) Dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-los; (1.2) Demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem; (1.3) Reconhecer os contextos e (1.4) Conhecer a estrutura e a governança dos sistemas educacionais.

O Parecer CNE/CP nº 22/2019 reforça que, na profissão docente, o conhecimento profissional não está desvinculado da prática profissional, por isso é tão importante que o currículo privilegie o que os futuros professores devem “saber” e “saber fazer”.

A prática docente é a associação contínua entre o objeto de conhecimento e o objeto de ensino. A concomitância entre a aprendizagem dos objetos de conhecimento e a aprendizagem dos procedimentos e objetivos busca selecionar, ordenar, organizar e avaliar os objetos de ensino que fazem parte fundamental da formação e da relação permanente entre conhecimento e prática. Assim, a prática deve estar presente desde o início da formação consolidada nos componentes curriculares, mediante as reflexões sobre o ensino, observações na escola, estudos de caso, situações simuladas, planejamento e desenvolvimento de aulas, de modo que contribua para a construção de saberes necessários à docência. (BRASIL, 2019, p.16).

Para essa dimensão, Prática profissional, tem-se as seguintes competências específicas: (2.1) Planejar as ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens; (2.2) Criar e saber gerir ambientes de aprendizagem; (2.3) Avaliar o desenvolvimento do educando, a aprendizagem e o ensino e (2.4) Conduzir as práticas pedagógicas dos objetos conhecimento, competências e habilidades.

Por fim, a dimensão Engajamento Profissional é apresentada como:

[...] um compromisso moral e ético do professor para com os estudantes, seus pares, os gestores, a comunidade escolar e com os demais atores do sistema educacional. O engajamento profissional pressupõe o compromisso consigo mesmo (desenvolvimento pessoal e profissional), o compromisso com o outro (aprendizagem e pleno desenvolvimento do estudante) e o compromisso com os outros (interação com colegas, atores educacionais, comunidade e sociedade) - (BRASIL, 2019, p. 17).

A epistemologia da prática profissional é o conjunto das ações educativas e a tomada de decisões com base no conhecimento e no engajamento profissional. Para essa dimensão, Engajamento profissional, tem-se as seguintes competências específicas: (3.1) Comprometer-

se com o próprio desenvolvimento profissional; (3.2) Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender; (3.3) Participar do projeto pedagógico da escola e da construção dos valores democráticos; (3.4) Engajar-se profissionalmente com as famílias e com a comunidade.

Os Quadro 2 , 3 e 4, a seguir, apresenta as habilidades das competências específicas nas três dimensões.

Quadro 2 - Habilidades da Dimensão Conhecimento Profissional

<p>Competência Específica 1.1 Dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-los</p>
<p><i>Habilidades</i></p>
<p>1.1.1 Demonstrar conhecimento e compreensão dos conceitos, princípios e estruturas da área da docência, do conteúdo, da etapa, do componente e da área do conhecimento na qual está sendo habilitado a ensinar.</p> <p>1.1.2 Demonstrar conhecimento sobre os processos pelos quais as pessoas aprendem, devendo adotar as estratégias e os recursos pedagógicos alicerçados nas ciências da educação que favoreçam o desenvolvimento dos saberes e eliminem as barreiras de acesso ao currículo.</p> <p>1.1.3 Dominar os direitos de aprendizagem, competências e objetos de conhecimento da área da docência estabelecidos na BNCC e no currículo.</p> <p>1.1.4 Reconhecer as evidências científicas atuais advindas das diferentes áreas de conhecimento, que favorecem o processo de ensino, aprendizagem e desenvolvimento dos estudantes.</p> <p>1.1.5 Compreender e conectar os saberes sobre a estrutura disciplinar e a BNCC, utilizando este conhecimento para identificar como as dez competências da Base podem ser desenvolvidas na prática, a partir das competências e conhecimentos específicos de sua área de ensino e etapa de atuação, e a interrelação da área com os demais componentes curriculares.</p> <p>1.1.6 Dominar o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (CPC) tomando como referência as competências e habilidades esperadas para cada ano ou etapa.</p> <p>1.1.7 Demonstrar conhecimento sobre as estratégias de alfabetização, literacia e numeracia, que possam apoiar o ensino da sua área do conhecimento e que sejam adequados à etapa da Educação Básica ministrada.</p>
<p>Competência Específica 1.2 Demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem</p>
<p><i>Habilidades</i></p>

- 1.2.1 Compreender como se processa o pleno desenvolvimento da pessoa e a aprendizagem em cada etapa e faixa etária, valendo-se de evidências científicas.
- 1.2.2 Demonstrar conhecimento sobre as diferentes formas diagnóstica, formativa e somativa de avaliar a aprendizagem dos estudantes, utilizando o resultado das avaliações para: (a) dar devolutivas que apoiem o estudante na construção de sua autonomia como aprendiz; (b) replanejar as práticas de ensino para assegurar que as dificuldades identificadas nas avaliações sejam solucionadas nas aulas.
- 1.2.3 Conhecer os contextos de vida dos estudantes, reconhecer suas identidades e elaborar estratégias para contextualizar o processo de aprendizagem.
- 1.2.4 Articular estratégias e conhecimentos que permitam aos estudantes desenvolver as competências necessárias, bem como favoreçam o desenvolvimento de habilidades de níveis cognitivos superiores.
- 1.2.5 Aplicar estratégias de ensino diferenciadas que promovam a aprendizagem dos estudantes com diferentes necessidades e deficiências, levando em conta seus diversos contextos culturais, socioeconômicos e linguísticos.
- 1.2.6 Adotar um repertório adequado de estratégias de ensino e atividades didáticas orientadas para uma aprendizagem ativa e centrada no estudante.

Competência Específica 1.3

Reconhecer os contextos

Habilidades

- 1.3.1 Identificar os contextos sociais, culturais, econômicos e políticos das escolas em que atua.
- 1.3.2 Compreender os objetos de conhecimento que se articulem com os contextos socioculturais dos estudantes para propiciar aprendizagens significativas e mobilizar o desenvolvimento das competências gerais.
- 1.3.3 Conhecer o desenvolvimento tecnológico mundial, conectando-o aos objetos de conhecimento, além de fazer uso crítico de recursos e informações.
- 1.3.4 Reconhecer as diferentes modalidades da Educação Básica nas quais se realiza a prática da docência.

Competência Específica 1.4

Conhecer a estrutura e a governança dos sistemas educacionais

Habilidades

- 1.4.1 Compreender como as ideias filosóficas e históricas influenciam a organização da escola, dos sistemas de ensino e das práticas educacionais.

- 1.4.2 Dominar as informações sobre a estrutura do sistema educacional brasileiro, as formas de gestão, as políticas e programas, a legislação vigente e as avaliações institucionais.
- 1.4.3 Conhecer a BNCC e as orientações curriculares da unidade federativa em que atua.
- 1.4.4 Reconhecer as diferentes modalidades de ensino do sistema educacional, levando em consideração as especificidades e as responsabilidades a elas atribuídas, e a sua articulação com os outros setores envolvidos.

Fonte: BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019, p. 20)

Quadro 3 - Habilidades da Dimensão Prática Profissional

Competências Específicas 2.1
Planejar ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens
<i>Habilidades</i>
2.1.1 Elaborar o planejamento dos campos de experiência, das áreas, dos componentes curriculares, das unidades temáticas e dos objetos de conhecimento, visando ao desenvolvimento das competências e habilidades previstas pela BNCC.
2.1.2 Sequenciar os conteúdos curriculares, as estratégias e as atividades de aprendizagem com o objetivo de estimular nos estudantes a capacidade de aprender com proficiência.
2.1.3 Adotar um repertório diversificado de estratégias didático pedagógicas considerando a heterogeneidade dos estudantes (contexto, características e conhecimentos prévios).
2.1.4 Identificar os recursos pedagógicos (material didático, ferramentas e outros artefatos para a aula) e sua adequação para o desenvolvimento dos objetivos educacionais previstos, de modo que atendam às necessidades, os ritmos de aprendizagem e as características identitárias dos estudantes.
2.1.5 Realizar a curadoria educacional, utilizar as tecnologias digitais, os conteúdos virtuais e outros recursos tecnológicos e incorporá-los à prática pedagógica, para potencializar e transformar as experiências de aprendizagem dos estudantes e estimular uma atitude investigativa.
2.1.6 Propor situações de aprendizagem desafiadoras e coerentes, de modo que se crie um ambiente de aprendizagem produtivo e confortável para os estudantes.
2.1.7 Interagir com os estudantes de maneira efetiva e clara, adotando estratégias de comunicação verbal e não verbal que assegurem o entendimento por todos os estudantes.
Competências Específicas 2.2
Criar e saber gerir ambientes de aprendizagem
<i>Habilidades</i>

2.2.1 Organizar o ensino e a aprendizagem de modo que se otimize a relação entre tempo, espaço e objetos do conhecimento, considerando as características dos estudantes e os contextos de atuação docente.

2.2.2 Criar ambientes seguros e organizados que favoreçam o respeito, fortaleçam os laços de confiança e apoiem o desenvolvimento integral de todos os estudantes.

2.2.3 Construir um ambiente de aprendizagem produtivo, seguro e confortável para os estudantes, utilizando as estratégias adequadas para evitar comportamentos disruptivos.

Competências Específicas 2.3

Avaliar o desenvolvimento do educando, a aprendizagem e o ensino

Habilidades

2.3.1 Dominar a organização de atividades adequadas aos níveis diversos de desenvolvimento dos estudantes.

2.3.2 Aplicar os diferentes instrumentos e estratégias de avaliação da aprendizagem, de maneira justa e comparável, devendo ser considerada a heterogeneidade dos estudantes.

2.3.3 Dar devolutiva em tempo hábil e apropriada, tornando visível para o estudante seu processo de aprendizagem e desenvolvimento.

2.3.4 Aplicar os métodos de avaliação para analisar o processo de aprendizagem dos estudantes e utilizar esses resultados para retroalimentar a prática pedagógica.

2.3.5 Fazer uso de sistemas de monitoramento, registro e acompanhamento das aprendizagens utilizando os recursos tecnológicos disponíveis.

2.3.6 Conhecer, examinar e analisar os resultados de avaliações em larga escala, para criar estratégias de melhoria dos resultados educacionais da escola e da rede de ensino em que atua.

Competência Específica 2.4

Conduzir as práticas pedagógicas dos objetos do conhecimento, das competências e habilidades

Habilidades

2.4.1 Desenvolver práticas consistentes inerentes à área do conhecimento, adequadas ao contexto dos estudantes, de modo que as experiências de aprendizagem sejam ativas, incorporem as inovações atuais e garantam o desenvolvimento intencional das competências da BNCC.

2.4.2 Utilizar as diferentes estratégias e recursos para as necessidades específicas de aprendizagem (deficiências, altas habilidades, estudantes de menor rendimento etc.) que engajem intelectualmente e que favoreçam o desenvolvimento do currículo com consistência.

2.4.3 Ajustar o planejamento com base no progresso e nas necessidades de aprendizagem e desenvolvimento integral dos estudantes.

2.4.4 Trabalhar de modo colaborativo com outras disciplinas, profissões e comunidades, local e globalmente.

- 2.4.5 Usar as tecnologias apropriadas nas práticas de ensino.
- 2.4.6 Fazer uso de intervenções pedagógicas pertinentes para corrigir os erros comuns apresentados pelos estudantes na área do conhecimento.

Fonte: BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019, p. 21)

Quadro 4 - Habilidades da dimensão Engajamento Profissional

<p>Competência Específica 3.1</p> <p>Comprometer-se com o próprio desenvolvimento profissional</p>
<p><i>Habilidades</i></p>
<p>3.1.1 Construir um planejamento profissional utilizando diferentes recursos, baseado em autoavaliação, no qual se possa identificar os potenciais, os interesses, as necessidades, as estratégias, as metas para alcançar seus próprios objetivos e atingir sua realização como profissional da educação.</p> <p>3.1.2 Engajar-se em práticas e processos de desenvolvimento de competências pessoais, interpessoais e intrapessoais necessárias para se autodesenvolver e propor efetivamente o desenvolvimento de competências e educação integral dos estudantes.</p> <p>3.1.3 Assumir a responsabilidade pelo seu autodesenvolvimento e pelo aprimoramento da sua prática, participando de atividades formativas, bem como desenvolver outras atividades consideradas relevantes em diferentes modalidades, presenciais ou com uso de recursos digitais.</p> <p>3.1.4 Engajar-se em estudos e pesquisas de problemas da educação escolar, em todas as suas etapas e modalidades, e na busca de soluções que contribuam para melhorar a qualidade das aprendizagens dos estudantes, atendendo às necessidades de seu desenvolvimento integral.</p> <p>3.1.5 Engajar-se profissional e coletivamente na construção de conhecimentos a partir da prática da docência, bem como na concepção, aplicação e avaliação de estratégias para melhorar a dinâmica da sala de aula, o ensino e a aprendizagem de todos os estudantes.</p>
<p>Competência Específica 3.2</p> <p>Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender</p>
<p><i>Habilidades</i></p>
<p>3.2.1 Compreender o fracasso escolar não como destino dos mais vulneráveis, mas fato histórico que pode ser modificado.</p> <p>3.2.2 Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender.</p>

3.2.3 Conhecer, entender e dar valor positivo às diferentes identidades e necessidades dos estudantes, bem como ser capaz de utilizar os recursos tecnológicos como recurso pedagógico para garantir a inclusão, o desenvolvimento das competências da BNCC e as aprendizagens dos objetos de conhecimento para todos os estudantes.

3.2.4 Atentar nas diferentes formas de violência física e simbólica, bem como nas discriminações étnico-racial praticadas nas escolas e nos ambientes digitais, além de promover o uso ético, seguro e responsável das tecnologias digitais.

3.2.5 Construir um ambiente de aprendizagem que incentive os estudantes a solucionar problemas, tomar decisões, aprender durante toda a vida e colaborar para uma sociedade em constante mudança.

Competência Específica 3.3

Participar do projeto pedagógico da escola e da construção de valores democráticos

Habilidades

3.3.1 Contribuir na construção e na avaliação do projeto pedagógico da escola, atentando na prioridade que deve ser dada à aprendizagem e ao pleno desenvolvimento do estudante.

3.3.2 Trabalhar coletivamente, participar das comunidades de aprendizagem e incentivar o uso dos recursos tecnológicos para compartilhamento das experiências profissionais.

3.3.3 Entender a igualdade e a equidade, presentes na relação entre a BNCC e os currículos regionais, como contributos da escola para se construir uma sociedade mais justa e solidária por meio da mobilização de conhecimentos que enfatizem as possibilidades de soluções para os desafios da vida cotidiana e da sociedade.

3.3.4 Apresentar postura e comportamento éticos que contribuam para as relações democráticas na escola.

Competência Específica 3.4

Engajar-se, profissionalmente, com as famílias e com a comunidade

Habilidades

3.4.1 Comprometer-se com o trabalho da escola junto às famílias, à comunidade e às instâncias de governança da educação.

3.4.2 Manter comunicação e interação com as famílias para estabelecer parcerias e colaboração com a escola, de modo que favoreça a aprendizagem dos estudantes e o seu pleno desenvolvimento.

3.4.3 Saber comunicar-se com todos os interlocutores: colegas, pais, famílias e comunidade, utilizando os diferentes recursos, inclusive as tecnologias da informação e comunicação.

3.4.4 Compartilhar responsabilidades e contribuir para a construção de um clima escolar favorável ao desempenho das atividades docente e discente.

3.4.5 Contribuir para o diálogo com outros atores da sociedade e articular parcerias intersetoriais que favoreçam a aprendizagem e o pleno desenvolvimento de todos.

Fonte: BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019, p. 22).

Observando os quadros, entendemos que o ensino requer por parte do professor um papel que vai além da aplicação de conteúdos e mecanismos automatizados. A BNC - Formação Inicial (BRASIL - 2019) destaca o que é necessário para a formação do professor, trazendo, além do conteúdo, a efetivação da prática. A formação do professor vai além do saber das ciências, ele envolve também saberes pedagógicos e habilidades sociais.

Pensando nas competências na formação do professor e as dificuldades do ensino de Geometria, se comparado a outras áreas da Matemática, por bastante tempo, até meados de 2010, esteve quase ausente da sala de aula (CALDATO E PAVANELLO, 2015). Para Pavanello (2008), uma dessas causas é a falta de preparo por parte do professor em conhecer esta área da Matemática.

2.2 Planejamento de aulas

A BNC-Formação Inicial (BRASIL, 2019) aborda a importância do planejamento na formação inicial. Segundo o documento, planejar é um ato fundamental para que o processo de ensino seja efetivado de forma adequada, evitando o improvisado.

Na BNC - Formação Inicial observamos competências gerais, específicas e habilidades referentes ao planejamento. Por exemplo, temos a habilidade que o professor deve “construir um planejamento profissional utilizando diferentes recursos” (BRASIL, 2019, p. 17), “[...] planejar ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens [...]” (BRASIL, 2019, p. 17) e “[...] pesquisar, investigar, refletir, realizar a análise crítica, usar a criatividade e buscar soluções tecnológicas para selecionar, organizar e planejar práticas pedagógicas desafiadoras, coerentes e significativas” (BRASIL, 2019, p. 18).

Para Libâneo (2006), o planejamento escolar é o meio de estruturar e direcionar a ação docente, articulando a atividade escolar e a problemática do contexto social. O planejamento é um processo de reflexão de nossas escolhas e ações, caso contrário, ficaremos entregues aos rumos estabelecidos pelos interesses dominantes na sociedade. Entretanto, a ação de planejar não se resume apenas ao fato de rabiscar ou idealizar de forma prévia o que irá ministrar em aula. Segundo Libâneo (2006), planejar é uma atividade de reflexão sobre nossas ações e opções.

O planejamento escolar tem a responsabilidade de assegurar a organização, racionalização e coordenação do trabalho docente, possibilitando ao professor um processo de qualidade. Permite evitar o imprevisto, de tal forma que tudo que é planejado esteja alinhado às exigências que a escola propõe, às diretrizes educacionais e ao currículo escolar, assegurando assim a coerência do trabalho docente.

O planejamento tem como finalidades, segundo Libâneo (2006, p. 223): evidenciar princípios; apresentar vínculos filosóficos, político-pedagógico e profissional; garantir a organização, racionalização e coordenação do exercício docente; prever objetivos, conteúdos e métodos; garantir a coerência do trabalho docente; renovar sempre que necessário o conteúdo, diante das mudanças estabelecidas, adequando as metodologias de ensino; contribuir com a preparação de aulas.

Essas finalidades são apresentadas e orientam o trabalho docente. Podemos pensar que o planejamento é um instrumento que orienta as nossas ações, embora sabendo que ainda poderá haver mudanças quando posto em prática. Um fato importante é que o professor necessita ser reflexivo para que possa resolver novas situações que serão impostas.

Libâneo (2006) destaca três modalidades de planejamento, que são articuladas entre si: o plano de escola, o plano de ensino e o plano de aula. Neste trabalho iremos considerar o plano de aula para interpretar os processos formativos. Para Libâneo (2006), o plano de aula é a previsão do desenvolvimento para uma aula ou conjunto delas, e tem um caráter bastante específico, em que é especificado de forma objetiva e específica a finalidade e o objeto da aula. O plano de escola é um documento mais global, que sintetiza e envolve as orientações gerais estabelecidas pela escola. O plano de ensino é a previsão dos objetivos e tarefas do trabalho docente desenvolvido em ano ou semestre. Ele aborda os objetivos específicos, conteúdos e procedimentos metodológicos.

Um plano de aula caracteriza-se pelo detalhamento, devendo levar em consideração fatores que podem variar no processo de ensino e aprendizagem. Ele deve ser fundamentado nos objetivos, no método, nos procedimentos metodológicos e na avaliação. Para Libâneo (2006), estabelecer os objetivos é uma tarefa importante, pois o método e os procedimentos metodológicos e a avaliação vão se sustentar nos objetivos apresentados. Desse modo, pode-se entender os elementos que compõem o plano de aula como um conjunto que auxilia e sistematiza o processo da aula, de tal forma que esses elementos trabalham em conjunto para o aproveitamento de bons resultados.

O desenvolvimento metodológico é caracterizado por Libâneo (2006) como o componente do plano de ensino que dará vida aos objetivos e conteúdo. Ele estabelece o caminho que se deve percorrer ao longo do processo de ensino. A função deste elemento do plano de ensino é articular objetivos e conteúdos com método e procedimento, que possam provocar a atividade cognitiva e prática do aluno.

Outro elemento essencial no processo do desenvolvimento do plano de aula é a avaliação, a verificação do rendimento que cada aluno teve após a atividade desenvolvida. Segundo Libâneo (2006), a avaliação deve ser um processo contínuo e sistemático. Na elaboração do planejamento o professor deve analisar de que forma se dará o processo avaliativo das aprendizagens dos alunos.

Sabe-se que, no planejamento, todos os elementos de um plano de aula estão interligados: o conteúdo, os objetivos, procedimentos metodológicos e a avaliação. Para Libâneo (2006), à medida que trabalhamos os objetivos, serão mensurados os resultados através da avaliação, tanto de forma qualitativa como quantitativa.

Libâneo (2006) afirma que a avaliação cumpre três funções dentro do processo do planejamento, são elas: a função pedagógica didática; a função diagnóstica; a função de controle. A função da avaliação didática está ligada aos objetivos, tantos gerais como específicos de modo a direcionar o ponto de partida para os procedimentos. A função diagnóstica, por sua vez, está envolvida nas ações tanto do professor como do aluno, ou seja, para identificar os possíveis avanços em relação aos objetivos, conteúdo e método. A função de controle está ligada à qualificação dos resultados das aprendizagens dos alunos quanto aos objetivos e conteúdo.

Entendemos que o processo avaliativo não deve ser um processo isolado dos outros elementos do planejamento, deve ocorrer em vários momentos do desenvolvimento da aula, de tal forma que possa auxiliar os alunos a superar dificuldades e ao professor replanejar sua prática de ensino.

2.3 O LEM e o estágio supervisionado na formação inicial de professores

Na formação inicial de professores de Matemática, a discussão sobre uso de recursos didáticos e planejamento de aulas ocorrem comumente nas unidades curriculares chamadas de laboratórios e nos estágios supervisionados.

Embora tenha tido avanços significativos, a formação de professores que ensinam Matemática é carente de espaço apropriado para a vivência de práticas em sua formação inicial,

muitas vezes se limitando apenas à etapa do estágio. Poucas Universidades possuem um laboratório ou espaço apropriado para que o professor possa desenvolver a Matemática de uma forma mais dinâmica. O mesmo pode-se dizer da prática docente voltada para a realidade do estudante, haja vista a grande necessidade de se renovar os discursos de sala de aula, abandonando velhas práticas e adotando metodologias inovadoras capazes de estimular quem ensina e quem aprende Matemática (MORIN, 2008).

Nossa sociedade pressupõe e, até mesmo exige, segundo Lorenzato (2006), que muitos profissionais tenham seus locais apropriados para desempenharem o trabalho. É assim para o dentista, cozinheiro, médico-cirurgião, veterinário, cabeleireiro, porteiro, ator, entre muitos outros. O bom desempenho do profissional também depende dos ambientes e dos instrumentos disponíveis. Assim como nossas casas são compostas por partes essenciais, cada uma com uma função específica, a escola também deve ter seus componentes, e um deles deve ser o Laboratório de Ensino de Matemática - LEM.

Para a formação inicial do professor de Matemática, consideramos relevantes disciplinas e ambientes em que os estudantes possam criar tarefas, além de desenvolver atividades, produzir materiais de ensino e dialogar com seus colegas sobre os possíveis cenários de aplicação, bem como as potencialidades e dificuldades que podem ser encontradas na sala de aula, fazendo uma reflexão sobre a prática docente, pois estamos em um ciclo de formação sempre contínuo.

No que diz respeito à formação de professores, a atual diretriz da BNC impõe o repensar dessa formação pedagógica no país, assim como já enfatizava a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a Lei nº 9394/96. É necessário que o licenciando seja compreendido como sujeito em formação, que traz consigo uma representação de educação no seu processo de escolarização.

Nesse sentido, há a necessidade de que o curso de Licenciatura em Matemática desenvolva um ambiente onde o aluno exerça capacidades criativas e dinâmicas do trabalho em equipe. Esse ambiente deve criar oportunidades para a realização de experiências reais e para a integração entre teoria e prática.

Assim, no processo de formação de professores de Matemática, tem-se a necessidade de uma reflexão crítica sobre a prática pedagógica. É pensando criticamente sobre a prática de hoje, ou de ontem, que se pode melhorar a próxima - (PIMENTA, 2001, p. 39). De fato, devemos buscar reflexão sobre a nossa prática, mas apoiada em um espaço que auxilie e deixe o professor refletir e transformá-la.

Segundo Nóvoa (1995), as práticas pedagógicas precisam ser repensadas, pois implicam em uma nova atitude do professor para serem coerentes à realidade dos alunos. Nesse contexto, o LEM, de acordo com Lorenzato (2006), permite que o professor proporcione aos alunos a reprodução das etapas do saber matemático, gerando novas atitudes do professor e incentivando-os ao ato da pesquisa, além de possibilitar uma mudança no paradigma pedagógico da centralização do conhecimento por parte do docente, gerando um ensino e aprendizagem mais significativo.

Montessori (1995) já afirmava, após uma vivência com crianças através da aplicação de recursos didáticos destinados à aprendizagem da Matemática, que era possível observar que nada deve ser dado à criança no campo da Matemática, sem primeiro apresentar a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir e, daí, a mergulhar na abstração.

O fato é comprometer-se com a nossa formação para que a aprendizagem dos alunos aconteça. A BNC (BRASIL, 2019) afirma que o comprometimento com a aprendizagem dos estudantes é colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender. Isso é usar de métodos ou recursos que promovam a aprendizagem, não um método único, mas diversificar, e para isso o professor necessita estar preparado.

Para estudiosos da formação docente, como Pimenta (2001), especialmente sobre a relação estágio supervisionado e docência, uma vez que esta ação entre teoria e prática, deve necessariamente presumir a afirmação de uma intencionalidade, que orienta e dá sentido à ação, e pode modificar o objeto no sentido de sua intencionalidade em função do conhecimento, visando à transformação a partir da realidade social.

Discutindo a temática da necessidade de práticas que auxiliem o processo de formação, Nóvoa (1995) assevera que as práticas do professor não dependem apenas de concepções sobre a Matemática e sobre o ensino, já que elas também são construídas a partir de vivências e do contexto sociocultural de seu ambiente de trabalho.

A experiência do estágio supervisionado nas escolas é considerada uma das etapas mais importantes do processo de formação inicial de professores. Para Pimenta (2001), existe a necessidade de disciplinas e intervenções que desenvolvam habilidades da prática docente, dando significado ao desenvolvimento profissional. Para a autora, é necessário desenvolver habilidades específicas para operar os instrumentos próprios de seu fazer, e desenvolver uma postura do professor perante situações vivenciadas por ele no ambiente escolar.

3 O TANGRAM COMO RECURSO DIDÁTICO

O objetivo deste capítulo é dar subsídios teóricos para a compreensão do trabalho desenvolvido pelos licenciandos ao utilizarem o Tangram. Inicialmente, trazemos o Tangram na perspectiva da Abordagem Documental do Didático (GUEUDET; TROUCHE, 2020), fazendo a diferenciação entre recurso e documento. Em seguida, apresentamos as suas potencialidades para o ensino de Geometria voltado para o Ensino **Fundamental II**, assim como as competências da BNCC e da BNC que podem ser associadas ao seu uso pelos licenciandos.

3.1 Do recurso ao documento

No cotidiano da atividade docente, observa-se uma variedade de ferramentas que auxiliam o professor na sua prática docente e nos processos de aprendizagem de seus alunos. Essas ferramentas servem tanto para o planejamento de aulas, como também para utilização com os alunos com um algum objetivo de ensino específico.

Essas ferramentas são chamadas, na Abordagem Documental do Didático – ADD, de recursos. Eles desempenham funções distintas e são diversos. Podem ser o livro didático, jogos, materiais manipulativos, entre outros. Os recursos participam do cotidiano do professor, estimulando, facilitando e enriquecendo sua formação à medida que vivencia suas experiências de ensino e reflete sobre elas.

A ADD é uma perspectiva teórica que observa o professor através do uso que ele faz de seus recursos de ensino, tendo como principal finalidade compreender a prática profissional desses educadores mediante a interação com seus recursos. Para Gueudet e Trouche (2008), o professor desenvolve, a partir de um conjunto de recursos, um sistema. Neste caso, os recursos interagem entre si. A partir desses vínculos, é possível analisar as relações das interações dos professores com os recursos e seu desenvolvimento profissional.

Nessa perspectiva teórica, busca-se entender as escolhas do professor quanto ao recurso e seus usos, considerando o planejamento e sua aplicação, seus conhecimentos e modos de utilização. São as especificidades de cada professor que fazem com que um mesmo recurso seja utilizado diferentemente por dois professores. Assim, para cada professor, o recurso passa a ser denominado, por Gueudet e Trouche (2008), de documento.

Percebe-se que há uma dinâmica entre recurso e documento, o recurso passa por um processo de transformação. Esse processo é chamado por Gueudet e Trouche (2008) de gênese documental, e o produto, de documento. Um recurso é algo dado e que está pronto. O documento é o resultado da interação do professor com esse recurso. A Abordagem Documental do Didático conceitua e diferencia recurso de documento, demonstrando a ação da construção do documento como elemento da atividade profissional do professor.

Para Gueudet e Trouche (2008, *apud* ASSIS, TROUCHE E GITIRANA, 2019), o processo de produção de um documento é representado pela estrutura: documento = recurso + esquemas de utilização. Para Assis, Trouche e Gitirana (2019), o documento é caracterizado como um produto dos recursos disponíveis ao professor, como também entram em jogo seus conhecimentos e as memórias das suas experiências. O fato é que as competências do professor vão influenciar na construção do documento. Esse documento pode ser um recurso para uma outra situação, dentro de uma classe de situações parecidas com a de origem.

A noção de esquema na ADD deve-se à noção de Gérard Vergnaud (1998). Um esquema é definido como a organização invariante do comportamento para uma situação dada. Os esquemas correspondem à parte cognitiva do documento, enquanto o recurso é a parte material. Segundo Bellemain e Trouche (2016), os esquemas se caracterizam por serem

[...] relativamente resistentes (eles se formaram ao longo de vários ciclos de uso). Eles também têm alguma plasticidade, e podem evoluir no confronto com as novas circunstâncias de ensino (novos recursos disponíveis, desempenho didático na sala de aula etc.) (BELLEMAIN; TROUCHE, 2016, p. 11).

O termo “utilização” no “esquema de utilização” deve ser entendido em sentido amplo, considerando em qualquer ação didática do professor – desde a seleção dos recursos até sua adaptação – sua estruturação, sua implementação na sala de aula, sua revisão a *posteriori*, entre outras atividades.

No entanto, existem aspectos não observáveis nos esquemas de utilização do documento chamados de *invariantes operatórios*, que podem ser inferidos a partir dos conhecimentos, das concepções, das crenças do professor sobre o processo de ensino e aprendizagem que estão fortemente presentes na sua prática docente (nos seus documentos e na sua ação em sala de aula). Os invariantes operatórios são a base dos esquemas e orientam essa utilização dos recursos.

Essa perspectiva nos levou a considerar a Abordagem Documental do Didático - ADD como um dos referenciais teóricos dessa pesquisa. Desse modo Inferimos, no processo de discussão sobre planejamento e elaboração de uma proposta de ensino (documento) com o Tangram (recurso) para Geometria, competências profissionais, sejam elas esperadas ou mobilizadas, porém necessárias a essa atividade docente específica. Essas competências integram a componente *invariantes operatórios* dos esquemas.

Outros autores definem e usam esse o termo recurso. Ele é definido por Lorenzato (2006) como todo material útil e indispensável para o auxiliar o processo de ensino e aprendizagem. Essa definição não difere muito do que temos na ADD, mas pode haver recursos que fazem parte do repertório do professor e que são dispensáveis.

Para Grandó (2000), os recursos podem ser utilizados não só como uma forma de socialização do conhecimento matemático, mas para a construção e compreensão dele. Dessa forma, tem como finalidade o desenvolvimento de habilidades e a compreensão de conceitos, que devem ser dominados, em um primeiro momento, pelo professor e, em um segundo momento, pelo aluno.

Passos (2006) afirma que se deve investir para que a formação de professores de Matemática, tanto inicial como continuada, contemple questões de análise e cuidado ao abordar um recurso didático na sala de aula. Percebe-se então a importância de trabalhar os recursos na formação inicial de professores. Considerando esses aspectos que envolvem o recurso didático, potencialidades e benefícios para o processo de ensino e aprendizagem, entendemos que é necessário refletir sobre sua dimensão formativa, para que possa contribuir com a construção de conhecimentos matemáticos e auxiliar o professor de forma adequada.

3.2 O Tangram como recurso didático para o ensino de Matemática

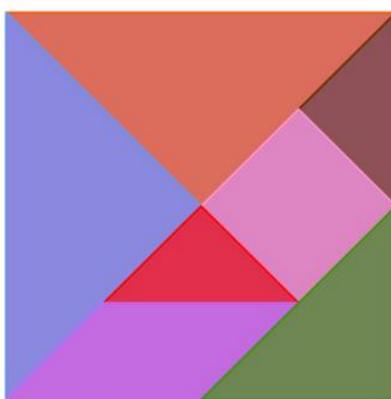
Segundo a BNCC (BRASIL, 2018) a Geometria envolve o estudo amplo de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Em relação ao ensino de Geometria, a BNCC ainda destaca a aproximação da Geometria com os outros campos matemáticos, salientando que ela não pode ficar reduzida à mera aplicação de fórmulas nem a aplicações numéricas.

O Ensino Fundamental, por meio da articulação de seus diversos campos da área de Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade), precisa garantir que

os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e as associem a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas (BRASIL, 2018, p. 265).

O Tangram é um recurso didático conhecido no ensino de Matemática e presente nos laboratórios de ensino dessa disciplina, seja nas escolas ou nas instituições de formação de professores. O Tangram é composto por 7 peças com formas de polígonos, sendo elas, 5 triângulos retângulos (dois triângulos retângulos isósceles congruentes maiores, dois triângulos retângulos menores também isósceles e congruentes e um triângulo retângulo isósceles médio), um paralelogramo e um quadrado (Figura 1).

Figura 1 – As sete peças do Tangram



Fonte: autoria própria

O Tangram está associado a lendas e mitos da história chinesa. Dentre as histórias mais populares, estão as lendas: “O mensageiro e o imperador” e “O discípulo e o mestre”.

*O mensageiro e o imperador*¹ - Cerca de 4000 anos atrás, um mensageiro partiu o espelho quadrado do imperador Tan, quando o deixou cair ao chão. O espelho partiu-se em sete pedaços. Preocupado, o mensageiro foi juntando as sete peças, a fim de remontar o quadrado. Enquanto tentava resolver o problema, o mensageiro criou centenas de formas de pessoas, animais, plantas, até conseguir refazer o quadrado.

*O discípulo e o mestre*² - Um jovem chinês despedia-se do seu mestre para fazer uma grande viagem pelo mundo. Nessa ocasião, o mestre entregou-lhe um espelho de forma quadrada e

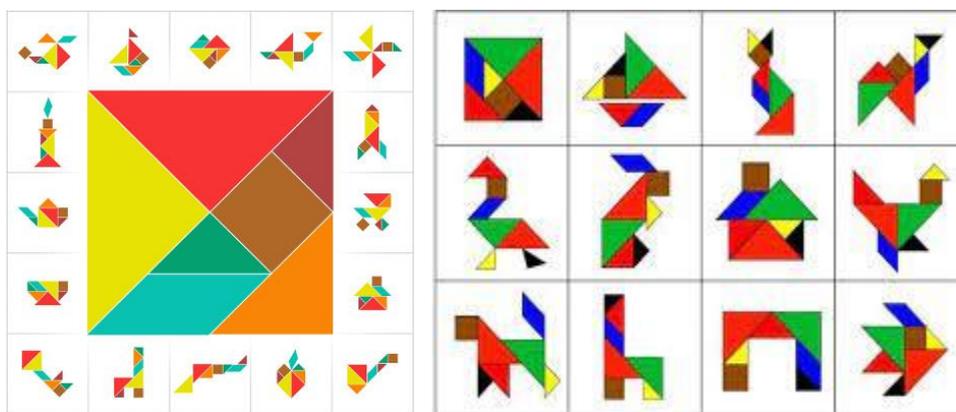
¹ Fonte: <https://leiturinha.com.br/blog/conheca-a-historia-do-tangram-e-confira-9-imagens-para-montar/>

² Fonte: Idem.

disse: “com esse espelho, registrarás tudo o que vires durante a viagem para me mostrares na volta”. O discípulo, surpreso, indagou: “mas mestre, como poderei mostrar-lhe, com um simples espelho, tudo o que encontrar durante a viagem?”. No momento em que fazia essa pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos e quebrou-se em sete peças. Então o mestre disse: “agora poderás, com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que viste durante a viagem”.

Pode-se notar que entre essas histórias sobre a origem do Tangram há fatores em comum. As lendas participam do objetivo único de apresentar, através das formas, o que há no nosso mundo, no cotidiano (Figura 2). O recurso possibilita a construção de inúmeras figuras que podem fazer parte ou não do nosso cotidiano.

Figura 2 – Construções com o Tangram



Fonte: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/16291_8157.pdf. Acesso em 20 jun. 2022

As peças do Tangram estabelecem relações matemáticas importantes para a percepção da Geometria e aprendizagem dos alunos, favorecendo a compreensão de alguns conceitos geométricos, se adequando perfeitamente ao ensino de Geometria. Os Quadros 5 e 6, a seguir, apresentam habilidades das unidades temáticas de Geometria, Números e Grandezas e Medidas da BNCC, considerando o nível Fundamental (Anos Iniciais e Finais), que podem ser exploradas com o uso do Tangram.

Quadro 5 - Objetos do conhecimento e habilidades – Anos Iniciais

UNIDADE TEMÁTICA: Geometria	
1º ano	
OBJETOS DE CONHECIMENTO:	Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais.
Habilidade (EF01MA14) -	Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.
2º ano	
OBJETOS DE CONHECIMENTO:	Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características
Habilidade (EF02MA15) -	Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
3º ano	
OBJETOS DE CONHECIMENTO:	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.
Habilidades: (EF03MA15) -	Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
OBJETOS DE CONHECIMENTO:	Congruência de figuras geométricas planas;
Habilidades: (EF03MA16) -	Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.
5º ano	
OBJETOS DE CONHECIMENTO:	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
Habilidades: (EF05MA17) -	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
OBJETOS DE CONHECIMENTO:	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes;
(EF05MA18) -	Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Fonte: BNCC, pag. 335 (BRASIL, 2018).

Quadro 6 - Objetos do conhecimento e habilidades – Anos Finais

UNIDADE TEMÁTICA: Números - 6º ano	
OBJETOS DE CONHECIMENTO:	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.
Habilidade (EF06MA07) -	Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
UNIDADE TEMÁTICA: Geometria e Grandezas e Medidas - 6º ano	

OBJETOS DE CONHECIMENTO: Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas; Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados; Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.
Habilidades: (EF06MA18) - Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros; (EF06MA19) - Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos; (EF06MA20) - Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles; (EF06MA21) - Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais; (EF06MA29): Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
UNIDADE TEMÁTICA: Grandezas e medidas - 7º ano
OBJETOS DE CONHECIMENTO: Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.
Habilidades: (EF07MA31) - Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros; (EF07MA32) - Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
UNIDADE TEMÁTICA: Geometria - 8º ano
OBJETOS DE CONHECIMENTO: Semelhança de triângulos
Habilidade (EF09MA12) - Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
UNIDADE TEMÁTICA: Grandezas e medidas - 9º ano
OBJETOS DE CONHECIMENTO: Área de figuras planas
Habilidade (EF08MA19) - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018).

Para Souza e Diniz (1987), o Tangram, dentre o universo de recursos, estabelece um conjunto de habilidades que auxiliam na compreensão de alguns contextos matemáticos, todo processo de medir, observar, contar e outras habilidades matemáticas partem de um processo de compreensão, que é estabelecida e associada a grandezas específicas.

A Geometria contribui para o desenvolvimento de habilidades importantes, tais como o raciocínio lógico, a percepção de espaço e formas e do pensamento crítico. Segundo Santos e Benevenuti (2016), o Tangram possibilita um contato com a Geometria, desenvolvendo habilidades de percepção de propriedades estabelecendo relações.

Santos e Benevenuti (2016) afirmam que a utilização do Tangram como instrumento de ensino de Geometria tem como objetivo facilitar a apreensão de conceitos que por muitas vezes são difíceis de ser compreendidos.

4 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

Neste capítulo, apresentamos nossas considerações sobre a proposta metodológica criada para o desenvolvimento da pesquisa. Ele está organizado em quatro seções: 4.1) Classificação da pesquisa; 4.2) O contexto e os colaboradores da pesquisa; 4.3) Procedimentos metodológicos e 4.4) Categorias de análise.

Na primeira seção, retomamos a nossa questão de pesquisa e os nossos objetivos para compreender e justificar a classificação da pesquisa. Na segunda seção, apresentamos o contexto da formação inicial onde ocorreu a pesquisa e os estudantes da Licenciatura em Matemática como colaboradores desse estudo. Na terceira seção, apresentamos as etapas e os instrumentos elaborados para o desenvolvimento da pesquisa e levantamento. Na quarta seção, apresentamos as categorias para a análise de dados.

4.1 Classificação da pesquisa

A proposta desta pesquisa surge do contexto da formação inicial de professores de Matemática e de discussões acerca do uso de recursos didáticos. Nesta pesquisa, investigamos que competências profissionais são necessárias à formação de licenciandos relativas ao planejamento de aulas com o Tangram para o 6º ano do Ensino Fundamental II.

Para tanto, propomos aos licenciandos que cursavam a disciplina de Estágio Supervisionado II, com experiências de disciplinas no LEM, um cenário centrado no processo de pesquisa e a construção de uma proposta, em um contexto formativo e colaborativo entre estudantes da licenciatura e professores formadores. Os encontros foram chamados de ação de formação. Na pesquisa, tivemos como proposta dar suporte e auxiliar os processos formativos e o desenvolvimento profissional dos licenciandos, dando sentido às realidades vivenciadas pelos futuros professores dentro do ambiente da pesquisa.

Assim, com base na abordagem adotada, nos objetivos e nos procedimentos de coleta de dados, respectivamente, segundo Gil (2017), o delineamento dado ao nosso estudo investigativo é de uma pesquisa do tipo qualitativa, exploratória e colaborativa.

A pesquisa qualitativa é considerada por Borba (2018), D'Ambrosio (2006), Fiorentini (1989) entre outros pesquisadores da Educação Matemática, como uma das melhores abordagens para analisar o campo de investigação em questão. Por analisar os fatores que limitam a visão de estudo, é importante destacar a finalidade e o objetivo da pesquisa qualitativa. Por possuir um caráter exploratório, seu foco está no caráter subjetivo do objeto

analisado. Em outras palavras, busca compreender o problema abordado, estudando as suas particularidades e aspectos. A pesquisa qualitativa aborda um olhar de compreensão que está sempre em harmonia com os procedimentos como entrevistas, análises de vídeos, interpretação entre outros.

Na perspectiva de Borba (2018), o pesquisador busca desenvolver a pesquisa no espaço social onde os procedimentos fazem parte integral da pesquisa, e seu resultado é moldado por todos os caminhos que a traçaram. Nessa ideia, podemos dizer que a pesquisa qualitativa deve ser alinhada aos procedimentos desenvolvidos durante o processo de investigação e possivelmente desde a fase inicial de identificação do problema.

Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa é um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Desse modo, podemos analisar todos os fatores envolvidos na pesquisa analisando as etapas iniciais até as finais, de modo a qualificar o espaço estudado em todas as suas dimensões e as possíveis contribuições que venham a surgir ao longo da investigação.

Ainda na ideia de Bogdan e Biklen (1994), os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. Uma das características de uma investigação qualitativa é a busca na fonte direta dos dados no ambiente natural. Nessa ótica, no contexto da pesquisa, o pesquisador está interessado em observar e interpretar as ações produzidas pelos sujeitos.

Os resultados obtidos de acordo com a abordagem empregada poderão alterar rotinas de trabalho e sugerir mudanças que auxiliem os indivíduos. Para Severino (2007), a abordagem qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas sim com o aprofundamento da compreensão a partir de um grupo social ou de uma organização.

Esta pesquisa também se classifica como exploratória. Para Gil (2017), a pesquisa exploratória tem o objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Segundo o autor, as pesquisas exploratórias envolvem: (a) levantamento bibliográfico; (b) entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado; e (c) análise de exemplos que “estimulem a compreensão” dentro de uma abordagem qualitativa. Pode-se dizer ainda que a pesquisa qualitativa, segundo Poupert (2012), é caracterizada pela sua flexibilidade de adaptação durante seu desenvolvimento, enfatizando uma multiplicidade de métodos, nossa pesquisa se caracteriza exploratória por proporcionar a exploração das ideias e respostas dos alunos durante a pesquisa.

Empregamos ainda a metodologia da pesquisa colaborativa, que é uma ramificação da pesquisa qualitativa. A pesquisa colaborativa tem o objetivo de melhorar ou modificar a compreensão sobre determinada realidade (IBIAPINA, 2008). Para Ibiapina (2008), na pesquisa colaborativa o pesquisador auxilia os docentes a analisar e teorizar sobre a prática em sala de aula, promovendo reflexões e melhoria ao espaço.

Desse modo, o emprego da metodologia de pesquisa colaborativa permite o delineamento crítico do objeto estudado, tornando possível reflexões sobre o objeto, promovendo a colaboração, a reflexão e a coprodução de conhecimentos.

Para Desgagné (2007), a pesquisa colaborativa surge como modalidade de trabalho crítico caracterizado por tentar compreender, interpretar e solucionar os problemas enfrentados pelos professores. Ainda pode-se caracterizá-la como o processo que investiga na ação e com os professores, dando ênfase à natureza da realidade e nos processos de cooperação construídos entre os participantes da investigação.

Para Borba (2018), a pesquisa colaborativa difere de práticas tradicionais de investigação à medida em que o professor deixa de ser objeto de estudo do pesquisador e passa a ser participante desse processo. Dentro dessa ótica, podemos então dizer que o professor passa a fazer parte integral da pesquisa, as ações, decisões, assim como as responsabilidades passam a ser vistas e tomadas em conjunto.

Desse modo, podemos explicitar que a pesquisa colaborativa deve compartilhar os saberes que o pesquisador tem com os investigadores, possibilitando a construção do conhecimento, possibilitando ampliar o desenvolvimento profissional do professor. Para Ibiapina (2008), a pesquisa colaborativa é uma atividade de coprodução de saberes, de reflexão e de desenvolvimento profissional desenvolvida por pesquisadores e professores, com o objetivo de transformar determinada realidade educativa.

A pesquisa colaborativa cria condições para o engajamento do professor sobre o objeto em estudo, promovendo o desenvolvimento profissional e o envolvimento de dois vieses: o espaço da formação e da prática docente. Ibiapina (2008) afirma que a pesquisa colaborativa reconcilia duas dimensões da pesquisa em educação: a construção de saberes e a formação de professores. Pode-se, então, afirmar que o processo da pesquisa antecipa a reflexão sobre certos aspectos da prática docente. Para Kemmis (2006, *apud* Lopes (2008):

No contexto educacional, a pesquisa colaborativa surge como modalidade de trabalho crítico caracterizado por tentar compreender, interpretar e solucionar os problemas enfrentados pelos professores, proporcionando informações que permitem a transformação da cultura docente, pois as investigações construídas com base nesta perspectiva aliam a produção de conhecimentos à autorreflexão, criando condições para o desenvolvimento profissional (LOPES, 2006, p. 36).

Colaborar aqui tem o significado mais abrangente do que ajudar. Significa cooperar, participar, coadjuvar, associar-se, envolver-se, atuar. A pesquisa colaborativa tem o intuito de melhorar ou modificar a compreensão da realidade, buscando condições e alternativas que possam contribuir para a prática profissional e a formação, tanto inicial como continuada, dos futuros professores. Para Ibiapina (2008), a pesquisa colaborativa proporciona condições para que os docentes reflitam sobre a sua atividade e cria situações que propiciam o questionamento de aspectos da prática profissional que os preocupam. Nessa perspectiva, a pesquisa colaborativa auxilia na busca da compreensão da realidade e da construção de ações que melhorem o processo de ensino, ou seja, ela tem um caráter formativo.

Sabe-se que no processo da pesquisa colaborativa há o intuito de fazer reflexões sobre o objeto e o problema em questão, de modo que a reflexão do professor e do pesquisador são fundamentais nessa etapa. Desgagné (2007) afirma que a autonomia do professor e do pesquisador nesse processo é fundamental, pois exige constante avaliação de práticas e a construção do conhecimento, o que pode resultar na necessidade de rever algumas condutas durante a etapa reflexiva.

Dessa forma, há a necessidade de alinhar os espaços da pesquisa para não haver o distanciamento entre a teoria e a prática. Assim, tanto os partícipes como o pesquisador podem enfrentar as situações de tal maneira que os processos construídos colaborativamente possam oferecer um potencial de fortalecimento da prática docente alinhado à teoria. Nessa ótica, Ibiapina (2008) afirma que a contribuição entre pesquisador e professor está na possibilidade de os professores não estudarem uma teoria que poderá ou não ser aplicada na prática, mas na articulação entre teoria e prática.

4.2 O contexto das aulas e os colaboradores da pesquisa

Os colaboradores desta pesquisa são alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB- Campus IV, da disciplina de Estágio Supervisionado II. Neste caso, a disciplina de Estágio II foi o cenário da investigação desta pesquisa. O início da interação com os alunos aconteceu juntamente com o início das aulas no período letivo 2021.2, no dia 07 de março de 2022. Os demais encontros (aulas) aconteceram nos dias 14, 21 e 28 de março e 04 de abril de 2022. Foram realizados 5 encontros de duas horas e meia, às segundas-feiras, no turno da noite, das 19h30min. às 22h00min. Os encontros ocorreram de forma online através do *Google Meet* e foram registrados por áudio e vídeo. A

professora regente da turma é também a orientadora deste trabalho. Participaram da pesquisa 11 alunos regularmente matriculados e identificados pelas letras de A à K.

4.3 Procedimentos metodológicos

Nesta seção, apresentamos o delineamento metodológico, as etapas da pesquisa e os objetivos de cada uma. As etapas permitiram a construção e o desenvolvimento da ação de formação colaborativa com momentos reflexivos envolvendo os licenciandos e a pesquisadora. A pesquisa seguiu as 4 etapas seguintes:

Etapa 1 – Diagnóstico de conhecimentos prévios

Nessa etapa foi elaborado um questionário para esse diagnóstico. O questionário foi feito no *Google Forms* e continha 10 questões (Apêndice A). As questões trataram sobre conhecimentos do Tangram, experiências e contextos anteriores de uso com o recurso, objetos do conhecimento da Matemática que podem ser abordados em atividades e habilidades da BNCC e também podem ser contempladas, e conhecimentos sobre planejamento de uma aula. Essa etapa teve por objetivo identificar conhecimentos dos licenciandos e indicar necessidades/dificuldades, assim como elementos trabalhados na ação de formação. Ao final desse encontro, solicitamos aos estudantes que, em dupla, realizassem uma pesquisa sobre possibilidades de uso do Tangram para aulas de Geometria/Grandezas e medidas. A realização dessa etapa ocorreu no primeiro encontro com a turma. O resultado dessa busca foi apresentado pelos licenciandos no encontro seguinte.

Etapa 2 - Ação de Formação: pesquisa sobre o Tangram e atividades didáticas para o ensino de Matemática

O objetivo dessa ação foi de identificar necessidades/dificuldades dos licenciandos a partir da pesquisa realizada sobre o Tangram. Foi solicitado aos alunos que elaborassem uma apresentação, em forma de slides, sobre o uso do Tangram nas aulas de Matemática, trazendo objetos de conhecimento que podem ser abordados, assim como uma atividade de ensino. Para subsidiar a pesquisa dos alunos, compartilhamos com eles (por meio do grupo de WhatsApp formado pelos alunos da turma, pela professora regente e a pesquisadora) o livro “Tendências Metodológicas no Ensino de Matemática” [Abreu \(2008\)](#) e o [artigo](#) “Algumas considerações

teóricas sobre o ensino de matemática por atividades” de autoria de Fossa (2020). A realização dessa etapa ocorreu no segundo encontro com a turma.

Etapa 3 - Ação de Formação: Planejamento e apresentação dos planos de aula com o Tangram

Nessa etapa da ação de formação, definimos como objetivo inferir conhecimentos, dificuldades e necessidades dos licenciandos sobre planejamento a partir dos planos de aula e proposta de atividades apresentado por eles. Eles poderiam escolher o ano escolar e o objeto de conhecimento consultando a BNCC. Esta etapa foi realizada em dois encontros (ou aulas), sendo o primeiro para um momento de apresentação e discussão dos planos de aula e o segundo para um momento de retomada dos planos com ajustes. O segundo momento da etapa surgiu das dificuldades identificadas no primeiro momento e da necessidade de os alunos realizarem ajustes e definirem melhor os elementos do planejamento. Para a retomada dos planos, sugerimos um modelo de plano de aula (Apêndice B) para ser usados pelos alunos. Os planos das equipes encontram-se nos Anexos deste trabalho.

Etapa 4 - Preenchimento colaborativo de um plano a partir de uma aula vivenciada

Nesta etapa, propusemos aos licenciandos a identificação dos elementos do planejamento a partir de uma aula conduzida por nós e realizada por eles. Essa ação foi dividida em dois momentos. O primeiro tratou da realização de uma tarefa matemática envolvendo área e perímetro com o uso do Tangram. A proposta foi desenvolvida na perspectiva da aula exploratória discutida por Canavarro, Oliveira e Menezes (2014), seguindo as quatro fases: enunciando a tarefa, explorando o problema, discussão coletiva e sistematização. A escolha desse referencial surgiu da necessidade de que os alunos conhecessem e percebessem que o desenvolvimento da aula deve estar associado a alguma proposta metodológica de ensino.

Nesta fase propomos aos alunos o problema matemático: *o que ocorre com a área e o perímetro de um quadrado ao ampliar ou reduzir as medidas de seus lados?* Trata-se de um problema da unidade temática Grandezas e medidas para o 6º ano do Ensino Fundamental. Este problema está diretamente relacionado ao objeto “Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado” e à habilidade da BNCC “EF06MA29 - Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área” (BRASIL, 2018, p. 303).

Tínhamos a expectativa que os alunos, tomando uma das peças do Tangram como unidade de medida, fosse ela o quadrado ou o triângulo menor, concluíssem que, conforme a medida do lado de um quadrado aumenta, seu perímetro também aumenta, e diminui quando reduzimos a medida do lado. A área do quadrado também será aumentada ou reduzida quando as medidas dos lados aumentam ou diminuem. O que ocorre é que o lado e o perímetro são duas grandezas diretamente proporcionais cuja razão de proporção é 4 ($P = 4l$). O mesmo não ocorre com as grandezas lado e área, pois não há relação de proporcionalidade entre elas.

O segundo momento consistiu na identificação dos elementos do planejamento de forma colaborativa e online, via *Google Docs*, a partir da aula vivenciada (momento 1). Para este momento, utilizamos o mesmo modelo de plano de aula disponibilizado aos alunos no encontro anterior. A realização dessa etapa ocorreu no quinto e último encontro com a turma.

4.4 Categorias de análise

Para interpretar os dados levantados na pesquisa, nós criamos categorias para diferenciar as competências necessárias ao planejamento de uma aula com o Tangram. Essas categorias estão diretamente relacionadas aos elementos do planejamento. São elas: *Objeto matemático*, *Objetivos e habilidades*, *Metodologia e estratégias*, *Tangram* e *Avaliação*. Essas categorias nos permitiram identificar, por exemplo, para quais elementos do planejamento os alunos sentiram mais dificuldades ou demonstraram mais conhecimentos. Para cada uma dessas categorias, criamos competências atendendo às dimensões conhecimento, prática e engajamento profissional.

Usamos como referencial teórico para a criação dessas categorias as ideias apresentadas por Libâneo (2006) sobre planejamento, o conceito de competência de Perrenaud (1999; 2001; 2002), as competências das BNC – Formação Inicial, assim como as dimensões que compõem competências trazidas por esse mesmo documento (BRASIL, 2019).

Para a inferência das competências, consideramos todas as etapas da pesquisa, não apenas a Etapa 2 - Ação de Formação: pesquisa sobre o Tangram e atividades didáticas para o ensino de Matemática, na qual os alunos apresentaram e reconstruíram um plano de aula.

As competências receberam um código alfanumérico para indicar a categoria (Objeto Matemático - OM; Objetivos e Habilidades - OH; Metodologia - M; Tangram - T; Avaliação - A) e a dimensão a que elas pertencem (Conhecimento - C; Prática - P; Engajamento - E).

5 AÇÃO DE FORMAÇÃO: APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo apresentamos os dados levantados a partir do desenvolvimento de cada etapa da pesquisa. Ao final das seções, apresentamos uma análise dos resultados.

5.1 Etapa 1 - Diagnóstico de conhecimentos prévios dos estudantes

O questionário elaborado no *Google Forms* era composto por 10 questões (Apêndice A). Responderam ao questionário os 11 alunos da turma no dia 21 de fevereiro durante a aula.

Pergunta 1 - *Já leciona aulas de Matemática na Educação Básica?* Entre os 11 entrevistados, 9 alunos (81,8%) nunca lecionaram na Educação Básica, tendo em vista que ainda estão em processo de formação. Apenas o Aluno B (9,1%) já esteve em contato com a sala de aula, tendo a oportunidade de exercer a função de professor e o Aluno D (9,1%) ministrou aulas de reforço escolar.

Pergunta 2 - *Você conhece o Tangram?* Essa pergunta tem o objetivo de saber se ao menos os alunos conhecem o Tangram. A partir das respostas, afirmamos que os alunos tiveram algumas experiências com o recurso em estudo. Todos os 11 alunos conhecem o Tangram, e o Aluno E especificou que conhece apenas as formas geométricas sem saber como usar o Tangram para ensinar.

Pergunta 3 - *Você já utilizou o Tangram?* A terceira pergunta teve como objetivo saber quais alunos já utilizaram o Tangram. Obtemos como resposta que 7 alunos (63,6%) nunca utilizaram o Tangram e 4 (36,4%) já utilizaram.

Pergunta 4 - Em seguida, na quarta pergunta, solicitamos que, se a resposta da pergunta 3 fosse positiva, eles relatassem a experiência e o conteúdo matemático abordado. Dentre os alunos que responderam que utilizaram o Tangram, obtivemos as seguintes respostas:

Aluno F: “Conheci o Tangram no ensino médio em atividades sobre geometria e comecei a fazer o uso durante as disciplinas de laboratório”.

Aluno B: “Eu só criei figuras”.

Aluno I: “Utilizei no ensino fundamental apenas para conseguir montar algumas figuras”.

Aluno C: “Brincando com meu filho, e em aulas no laboratório da universidade”.

Pelas respostas, inferimos que alguns alunos conheceram o Tangram na Educação Básica (Alunos F e I) ou no Curso de Licenciatura (Alunos F e C). Esses alunos mencionaram atividades envolvendo Geometria e a obtenção de figuras geométricas a partir de suas peças. Não apresentaram exatamente quais objetos do conhecimento foram tratados.

Pergunta 5 - *O Tangram é um quebra-cabeça formado por 7 peças geométricas. Quais são essas peças?* A quinta pergunta tem o intuito de sondar conhecimentos dos alunos acerca das peças do Tangram. Era uma pergunta com várias alternativas de respostas, dentre as quais apenas uma estava correta: dois triângulos retângulos isósceles grandes; dois triângulos retângulos isósceles pequenos; um triângulo retângulo isósceles médio; um quadrado e um paralelogramo.

Sete alunos (81,8%) assinalaram a resposta correta com a composição adequada do Tangram (Alunos A, B, C, D, F, G e J). Os Alunos A, I e H (18,2%) escolheram a resposta na qual o Tangram tem apenas “formas geométricas variadas”. As demais alternativas não foram selecionadas pelos alunos. Aqueles que responderam que poderiam trabalhar com várias formas geométricas não demonstraram conhecimento específico do recurso, nem apropriação sobre ele. De fato, o Tangram não é composto pelo círculo, por exemplo, que é uma forma geométrica plana ou por um cubo que tem uma forma geométrica espacial.

Pergunta 6 - *Assinale as alternativas que fazem referências a Objetos de Conhecimento da Matemática que podem ser trabalhados com o Tangram.* A sexta pergunta tem o intuito de verificar se os alunos identificam objetos de conhecimentos da Matemática que podem ser trabalhados com o Tangram.

Pode-se dizer que 10 alunos (ou 90,9 %) afirmaram que poderiam trabalhar com “figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais”; e apenas o Aluno G (9,1%) com “Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração, cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações”. As alternativas “cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável” e “Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero)” não foram escolhidas pelos alunos. Eles poderiam escolher mais de uma alternativa que julgassem adequada. De acordo

com as respostas para esta pergunta, observamos a associação do recurso a objetos matemáticos voltados para a temática de Grandezas e Medidas e Geometria.

Pergunta 7 - *Quais desses elementos devem compor um plano de aula?* A sétima pergunta tem o objetivo de averiguar conhecimentos sobre o plano de aula. A pergunta foi criada para que os alunos identificassem a maior quantidade de elementos necessários para compor um plano de aula. Obtivemos uma resposta satisfatória, pois 10 alunos (90,9%) afirmaram que alguns dos elementos que compõem um plano de aula são: Objetivos, Procedimentos Metodológicos e Avaliação. Já o Aluno G (9,1%) afirmou que era Metodologia, Objetivo e Recursos. As outras duas alternativas não foram escolhidas pelos alunos: Avaliação e Metodologia e Objetivos gerais.

Pergunta 8 - *O que é um plano de aula para você?* A oitava pergunta era aberta, na qual os alunos deveriam redigir um texto breve. Temos as seguintes respostas dos 11 alunos sobre o que é um plano de aula:

Aluno A: “Plano de aula é um roteiro das atividades e objetivos que devem ser alcançado durante a aula”.

Aluno B: “Um plano de aula deve conter um bom planejamento metodológico e um bom desempenho”.

Aluno C: “Um planejamento para ser utilizado como norteador para aula”.

Aluno D: “É um planejamento feito para executar o assunto abordado”.

Aluno E: “É um planejamento da aula, roteiro dos objetivos que devem ser alcançados durante o período das aulas”.

Aluno F: “É um documento onde se registra tudo o que se pretende realizar desde o início da aula até o que se espera do aluno no final da aula”.

Aluno G: “É o ‘rascunho’/planejamento do conteúdo que será abordado. O que será abordado, como será abordado, quais recursos serão utilizados, materiais concretos, jogos que poderão ser utilizados para a abordagem do conteúdo e qual o meio de avaliação da aprendizagem”.

Aluno H: “É onde podemos criar objetivos a serem alcançados pelos alunos, através disso, podemos expor conteúdos específicos e avaliá-los com atividades, questões, entre outros para sabermos se os objetivos foram alcançados”.

Aluno I: “Um ‘documento’ o qual fazemos para nos basear de como aplicar os assuntos trabalhados em sala de aula e para facilitar a execução das atividades e avaliações com os alunos”.

Aluno J: “É meio mais eficiente de preparar a aula para obter a maior rentabilidade possível dos alunos, na questão de aprendizagem e desempenho”.

Aluno K: “É um planejamento de aula feito com antecedência para auxiliar o professor durante a aula, e transmitir da melhor maneira o conhecimento”.

A partir das respostas dos alunos sobre o que é um plano de aula, notamos, no geral, uma concepção de plano como recurso do professor para o ensino de algum conteúdo matemático em que estão previstas atividades.

Considerando planejamento “[...] como uma atividade docente que inclui tanto a previsão das atividades em termos de organização e coordenação em face dos objetivos propostos, quanto a sua revisão e adequação no decorrer do processo de ensino”, de acordo com Libâneo (2006), a resposta mais próxima do que representa um plano de aula foi dada pelos alunos G e H. O Quadro 7 apresenta os elementos constitutivos do plano de aula que foram contemplados nas respostas dos estudantes.

Quadro 7 - Elementos do plano de aula contemplados nas respostas dos estudantes

Objeto Matemático	Objetivos e Habilidades	Metodologia e estratégias	Recursos Tangram	Avaliação
Alunos D, G, H, I e K.	Alunos A, C, D, E, F, G, H e J.	Todos os alunos	Alunos G, H e I	Alunos G, H, I e J

Fonte própria.

Todos os alunos fizeram referências ao elemento metodologia do planejamento. Para 8 alunos (A, C, D, E, F, G, H e J), um plano é uma referência do professor para o alcance dos objetivos a serem alcançados na aula, o que inclui o desenvolvimento de habilidades. Apenas 4 alunos (G, H, I e J) mencionaram a avaliação como elemento do planejamento. Apenas 3 alunos (H, H e I) trazem os recursos didáticos (jogos, materiais concretos, e atividades) como elementos do plano.

Pergunta 9 - *Você já elaborou um plano de aula de Matemática contemplando o uso do Tangram?* A nona pergunta aborda experiências prévias dos alunos com planejamento de uma aula com o Tangram. Nenhum aluno planejou um plano de aula com o Tangram.

Pergunta 10 - *Se, sim, quais foram as suas dificuldades?* Nenhum aluno respondeu.

5.1.1 *Análise da Etapa 1 - O diagnóstico inicial*

Nesta seção, buscamos fazer uma primeira análise dos resultados do questionário diagnóstico, sondando dificuldades, conhecimentos e necessidades dos licenciandos.

Pode-se perceber, com esta primeira etapa, que todos os 11 licenciandos conheciam o Tangram e 9 entre eles identificaram corretamente todas as figuras geométricas que compõem o jogo. Sobre a experiência de uso com o Tangram, apenas 4 licenciandos utilizaram o recurso em alguma situação na Educação Básica ou na Licenciatura. As experiências reveladas indicam que a sua utilização se resumiu à Geometria, mais notadamente, à obtenção de figuras geométricas a partir de suas peças. Não apresentaram exatamente quais objetos do conhecimento foram tratados nessas experiências. Se, por um lado, a maioria (10 alunos), associa o Tangram ao estudo da Geometria Plana, por outro, nesse momento da pesquisa, parece desconhecer a possibilidade de exploração do recurso no estudo de frações quando se expressa, em porcentagem, a parte que cada peça do Tangram ocupa no todo (quadrado inteiro).

Constatou-se que esse grupo nunca utilizou o Tangram de forma didática para abordar objetos de conhecimentos da Matemática, tampouco realizaram um planejamento de aula com esse recurso. No que diz respeito aos elementos de um plano de aula, apresentados no Quadro 8, observamos a necessidade de aprofundamento na compreensão do que sejam os elementos objeto matemático, recursos didáticos e avaliação na definição de um plano. Essa primeira análise nos levou a considerar os elementos que definem o planejamento, apresentados no quadro anterior como essenciais para o levantamento e inferências sobre competências profissionais.

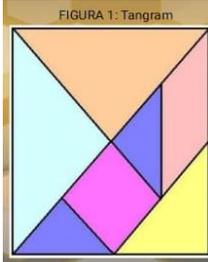
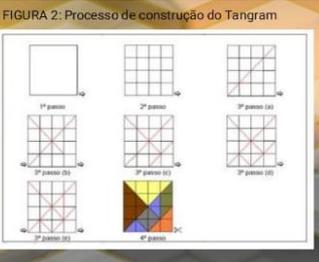
5.2 Etapa 2 - Ação de Formação: pesquisa sobre o Tangram e atividades didáticas para o ensino de Matemática

Nesta seção, vamos apresentar os resultados da pesquisa realizada pelas equipes sobre o Tangram.

Equipe 1 (Alunos A, B e C)

Como resultado da pesquisa, a Equipe 1 apresentou, através de slides do PowerPoint, informações sobre o recurso e também sobre a atividade escolhida (Anexo A). Resumimos essas informações nos quadros a seguir.

Quadro 8 - Apresentação da pesquisa sobre o Tangram - Equipe 1

Slides – Pesquisa sobre o Tangram	
<ul style="list-style-type: none"> • É um quebra-cabeça, que pode ser usado como recurso didático, para tornar as aulas mais atrativas e manter a atenção dos alunos, possibilitando um ensino mais significativo. Formado por sete peças de formas geométricas bem conhecidas, essas peças são: 5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo. • O tangram tem como objetivo o estímulo para o desenvolvimento da criatividade, promover o desenvolvimento de capacidades psicomotoras e intelectuais, além do ensino da matemática, trazendo consigo os conceitos da geometria plana. • De acordo com Macedo (2005) no ensino a matemática o tangram pode ser usado como material didático que favorece o desenvolvimento de habilidades de pensamento abstrato, relações espaciais, lógica, imaginação e estratégias para resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • O tangram constitui um material didático, onde desenvolve a melhora na localização espacial, noções algébricas, conceitos de frações e operações entre eles, formulas para áreas e perímetros de figuras planas, sendo esses conceitos a ser trabalhados desde a pré-escola, a educação Básica, o ensino médio até o ensino superior. • A utilidade do Tangram para o ensino de matemática não se restringe somente ao conteúdo de geometria. Este recurso didático pode ser explorado de várias formas e para trabalhar diferentes conteúdos, basta que o professor se desafie e use a criatividade para planejar novas atividades, tornando a aprendizagem de matemática mais significativa.
<ul style="list-style-type: none"> • De acordo com o Referencial Curricular de Matemática e suas Tecnologias, do Rio Grande do Sul (2009). • Os jogos em sua diversidade propõem situações problemáticas que, via de regra, aliam de forma lúdica o raciocínio lógico-matemático, o uso de estratégias e de reflexão, bem como a observação e a memorização, favorecendo o trabalho cooperativo e promovendo o desenvolvimento pessoal e social. • O jogo é um recurso que favorece o processo de desenvolvimento do raciocínio. O uso deste, no ensino da matemática, tem como objetivo fazer com que os alunos gostem da disciplina, variando a rotina da sala de aula e despertando o interesse do aluno, permitindo que ele aprenda de um modo divertido. • Segundo Piaget (1978), o jogo não é apenas uma forma de entretenimento, mas é uma maneira de contribuir e enriquecer o desenvolvimento intelectual do educando. 	<ul style="list-style-type: none"> • Os jogos fazem parte do nosso contexto cultural e, em sala de aula, podem ser usados como potencializadores da aprendizagem, através dos quais busca-se desenvolver relações cognitivas que estimulem a autonomia e o desenvolvimento da inteligência do discente. • Segundo Moura (2003, p. 79-80) • (...) Os jogos são recursos importantes a serem utilizados pelo professor, desde que eles tenham clareza do seu papel e de que os jogos por si só não vão garantir a aprendizagem de certos saberes que precisam ser sistematizados e correlacionados à proposta e aos objetivos pedagógicos que se esperam atingir. (...)
 <p>FIGURA 1: Tangram</p>	 <p>FIGURA 2: Processo de construção do Tangram</p>
<p>Informações sobre a pesquisa:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Jogo tipo quebra-cabeça composto por 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo); • Construção do Tangram no papel quadriculado; • Recurso com potencialidades para motivação, desenvolvimento da criatividade, capacidades psicomotoras e intelectuais, pensamento abstrato além de relações espaciais, lógica, imaginação e estratégias para resolução de problemas; • Recurso para o ensino de Geometria plana, noções algébricas, conceito de frações e operações, área e perímetro; • Contempla conteúdos de toda a Educação Básica e Ensino Superior. 	

Fonte: Autoria Própria

Quadro 9 - Apresentação da atividade com o Tangram - Equipe 1

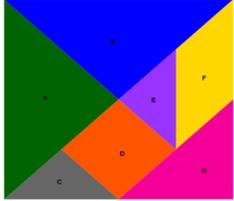
Slides - Atividades com o Tangram	
<p>Nesta atividade iremos propor a comparação de áreas do Tangram, através dos questionamentos e da observação do estudante.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Quantas vezes o triângulo menor cabe na caixa pequena? 2) Quantas vezes o triângulo mediano cabe no grande? 3) Quantas vezes o triângulo pequeno cabe no romboide? <p>*Romboide: É um paralelogramo cujos os lados adjacentes têm tamanhos diferentes.</p> <p>**Notar a diferença em relação ao losango, que possuem todos os lados do mesmo tamanho.</p>	<p>4) Quantas vezes o triângulo grande cabe em torno da grande praça? Isso estabelece relações entre os números, tais como:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Dois pequenos triângulos são iguais a um meio. b) Dois triângulos médios são iguais a um grande c) Dois pequenos triângulos são iguais a um romboide. d) Quatro pequenos triângulos são iguais a um grande triângulo, na superfície.
<p>Informações sobre a atividade:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Objetivo da atividade: comparar as áreas das peças do Tangram e estabelecer relações entre as peças; • Objeto do conhecimento: área de figuras planas; composição e decomposição de figuras; equivalência de área de figuras; • Uso do recurso: sobrepondo as peças do Tangram. 	

Fonte: Autoria Própria

Equipe 2 (Alunos F e J)

A Equipe 2 apresentou, através de slides em PowerPoint, o resultado da pesquisa sobre o Tangram e um exemplo de atividade (Anexo B). Resumimos essas informações nos quadros a seguir.

Quadro 10 - Apresentação da pesquisa sobre o Tangram - Equipe 2

Slides – Pesquisa sobre o Tangram	
<p>Tangram</p> <p>O tangram é um quebra-cabeça que nos desafia à montagem de inúmeras figuras. Nas aulas de matemática, ele pode servir como um recurso na produção de atividades.</p> <p>Exemplo: Em um terreno retangular, com 16 metros de comprimento e 20 metros de largura, são construídos dois jardins com formato de um quadrado. Um deles com lado igual a 4 metros e o outro com 6 metros. Qual é a porcentagem que cada um desses jardins ocupa em relação à área do terreno?</p>	<p style="text-align: center;">Montando quadrados com Tangram</p> <p>Se você sobrepor algumas peças perceberá que algumas possuem a mesma área, ou são composições de outras:</p> <p>A = B C = E C + D + E + F + G = A + B D = C + E F = C + E G = C + E</p> 
<p>Informações sobre a pesquisa</p> <ul style="list-style-type: none"> • Jogo tipo quebra-cabeça; • Permite a construção de inúmeras figuras geométricas; • Os dois triângulos maiores são equivalentes; os dois triângulos menores são equivalentes; • Sobrepondo as peças é possível obter peças como composição de outras: a área do triângulo obtido pelos triângulos A e B equivale a área das demais peças do Tangram; o 	

quadrado, o losango e o triângulo médio têm a mesma área dada pela soma das áreas dos dois triângulos menores;

- É possível construir um quadrado com todas as peças do Tangram.

Fonte: Autoria Própria

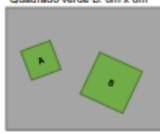
Quadro 11 - Apresentação da atividade com o Tangram - Equipe 2

Slides - Atividades com o Tangram

Resolução do Exemplo

Em um terreno retangular, com 16 metros de comprimento e 20 metros de largura, são construídos dois jardins com formato de um quadrado. Um deles com lado igual a 4 metros e o outro com 6 metros. Qual é a porcentagem que cada um desses jardins ocupa em relação à área do terreno?

Legenda
Retângulo cinza: 16m x 20m
Quadrado verde A: 4m x 4m
Quadrado verde B: 6m x 6m



Para encontrar a porcentagem de cada jardim em relação ao terreno temos que encontrar a área que cada um jardim ocupa e comparar com a do terreno.

Retângulo possui $320m^2 = 100\%$
Quadrado A possui $16m^2 = X$
Quadrado B possui $36m^2 = Y$

O quadrado A ocupa 5% da área do terreno e o quadrado B ocupa 11,25% da área do terreno.

Informações sobre a atividade:

- Objetivo da atividade: calcular, em porcentagem, a área ocupada pelos quadrados que formam o jardim do terreno;
- Objeto do conhecimento: área de figuras planas (retângulo e quadrado) e Porcentagem;
- Uso do recurso: não identificado. A atividade não dizia diretamente como iria utilizar o recurso.

Fonte: Autoria Própria

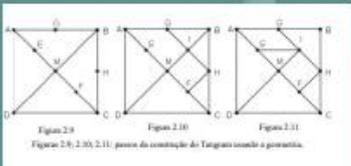
Equipe 3 (Alunos H e K)

A Equipe 3 apresentou, através de slides em PowerPoint, o resultado da pesquisa sobre o Tangram e um exemplo de atividade contemplando esse recurso (Anexo C). A equipe iniciou a apresentação trazendo aspectos históricos sobre o Tangram relatando a lenda do mestre e do rei. Descrevemos o resultado da pesquisa nos quadros a seguir.

Quadro 12 - Apresentação da pesquisa sobre o Tangram - Equipe 3

Slides – Pesquisa sobre o Tangram

Descrição da construção do Tangram Chinês



Figuras 2.9, 2.10, 2.11: passo da construção do Tangram usando a geometria.

Distância entre dois pontos no plano

Neste capítulo vamos definir e estudar polígonos planos. Usamos frequentemente a noção de distância no plano: para quaisquer pontos $P, Q \in \mathbb{R}^2$ onde $P = (p_1, p_2)$ e $Q = (q_1, q_2)$ seja $PQ = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2}$ a distância entre P e Q ; a norma de $[PQ]$ é

Informações sobre a pesquisa:

- Procedimentos de construção do Tangram (quadrado usando as 7 peças) através de elementos ponto e reta, ponto médio;
- Cálculo de distância entre os pontos (A e C, e D e B) e cálculo do ponto médio.

Fonte: Autoria Própria

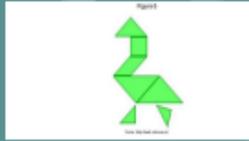
Quadro 13 - Apresentação da atividade com o Tangram - Equipe 3

Slides - Atividades com o Tangram

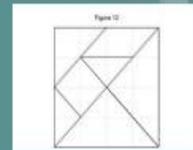
Modelo de aula prática com o tangram

O Professor poderá dividir a turma em grupos, nisto, entregar a cada equipe um envelope com instruções de como construir as figuras usando o tangram. Na matemática um exemplo muito simples é a construção de números. O grupo vencedor é aquele que terminar primeiro a construção das figuras antes das outras equipes.

Construção de figuras



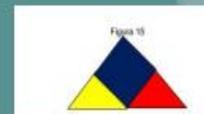
Área e perímetro



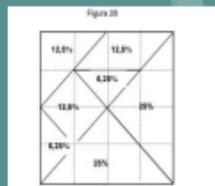
Alfabeto e números naturais



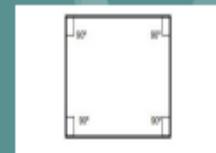
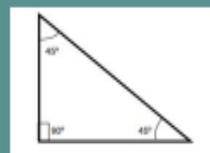
Cálculo de áreas



Porcentagem



Ângulos



Informações sobre a atividade:

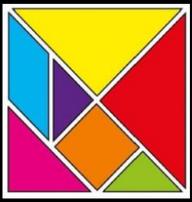
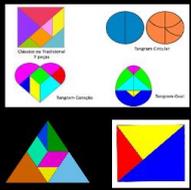
- Objetivo da atividade: construir figuras (letras, números, animais e silhuetas de pessoas) com o Tangram;
- Objetos do conhecimento: os alunos também apresentaram outras possibilidades de exploração do Tangram como o cálculo de área e perímetro, cálculo de ângulos e porcentagem para representar a parte que cada peça ocupa do todo. No entanto, não apresentaram nenhuma proposta de tarefa para essas possibilidades de uso;
- Uso do recurso: explorar as peças como entes geométricos e a composição que possibilita obter formas.

Fonte: Autoria Própria

Equipe 4 (Alunos E e G)

A Equipe 4 apresentou, através de slides em PowerPoint, o resultado da pesquisa sobre o Tangram e trouxe um exemplo de atividade contemplando esse recurso (Anexo D). As informações estão organizadas nos quadros a seguir.

Quadro 14 - Apresentação da pesquisa sobre o Tangram - Equipe 4

Slides - Apresentação do Tangram	
<h2 style="color: white;">A HISTÓRIA DO TANGRAM:</h2>	
<ul style="list-style-type: none"> • O Tangram é um quebra-cabeça chinês, muito popular em vários lugares do mundo e é jogado por pessoas de diversas faixas etárias. Acredita-se que o Tangram surgiu na China durante a dinastia Song (960 – 1279 d.C.) e era um dos mais famosos “testes” utilizados para estudar a inteligência humana, durante a China antiga. • A lenda: 	<ul style="list-style-type: none"> • "Um jovem chinês despedia-se do seu mestre para fazer uma grande viagem pelo mundo. Nessa ocasião, o mestre entregou-lhe um espelho de forma quadrada e disse: -Com esse espelho, registrarás tudo o que vires durante a viagem para me mostrares na volta. O discípulo, surpreso, indagou: -Mas mestre, como poderei mostrar-lhe, com um simples espelho, tudo o que encontrar durante a viagem? No momento em que fazia essa pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos e quebrou-se em sete peças. Então o mestre disse: - Agora poderás, com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que viste durante a viagem."
<h3 style="color: white;">O TANGRAM</h3> <p style="font-size: small; color: white;">Consta-se de um quebra-cabeça geométrico muito divulgado e utilizado no ensino de matemática nas séries iniciais nos últimos 20 anos. Formado por sete peças organizadas da seguinte maneira:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dois triângulos retângulos isósceles grandes; • Dois triângulos retângulos isósceles pequenos; • Um triângulo retângulo isósceles médio; • Um quadrado; • Um paralelogramo. 	<h3 style="color: white;">TIPOS DE TANGRAM:</h3> <ul style="list-style-type: none"> • Tangram Triangular • Tangram em Forma de Coração • Tangram Oval • Tangram Circular • Tangram Mínimo de Brugner • Tangram de Fletcher • Tangram Pitagórico • Tangram Dois Círculos Partidos 

O TANGRAM NO ENSINO DA MATEMÁTICA

- Podemos estabelecer relações conceituais entre os aspectos abordados informalmente e a linguagem matemática a ser formalizada.
- Explorar progressivamente todas as atividades possíveis envolvendo as sete peças do material.
- Explorar os conceitos de proporcionalidade e congruências, favorecendo o estudo de frações, equivalência de áreas e perímetros.
- Os estudantes poderão formular suas ideias acerca dos conceitos geométricos e se aprofundarem através de atividades estruturadas.

Informações sobre a pesquisa:

- Jogo tipo quebra-cabeça; Surgimento do jogo na China;
- Apresenta uma das lendas associadas ao Tangram: a do espelho quadrado que se quebra e permite ao jovem registrar a viagem através das figuras geométricas que ele pode formar;
- Descreve as formas que compõem o Tangram;
- Apresenta outros tipos de Tangram como o triangular, formas de coração, oval, circular, mínimo de Brugner, de Fletcher, Pitagórico e dois círculos partidos;
- Uso do recurso para o ensino de Matemática;
- Objetos do conhecimento (proporcionalidade e congruências favorecendo o estudo de frações e equivalência de área e perímetro);
- Estabelecer relações conceituais com a linguagem matemática, explorar conceitos e formular ideias.

Fonte: Autoria Própria

Quadro 15 - Apresentação da atividade com o Tangram - Equipe 4

Slides - Atividades com o Tangram

ATIVIDADES COM O TANGRAM:

• Atividade I:

Após o manuseio do tangram, solicitaremos aos alunos que verifiquem, por sobreposição, quantas vezes uma peça de mesmo tamanho se encaixa em outra de tamanho maior. Essa atividade permite que os alunos comprovem que o triângulo pequeno cabe duas vezes no quadrado. Logo, para comprovar que a área do quadrado equivale a duas vezes a área do triângulo pequeno utilizamos as fórmulas que permitem encontrar as áreas do triângulo e do quadrado.

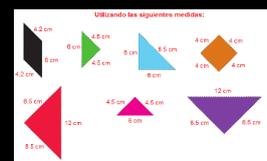
□ Quadrado: Área = lado x lado \Rightarrow Área = 5 cm x 5 cm \Rightarrow Área = 25cm²

□ Triângulo: Área = (base x altura) / 2 \Rightarrow Área = (5cm x 5cm) / 2 \Rightarrow

Área = 12,5cm².

• Atividade II

Utilizando uma régua solicitaremos aos alunos que calculem o perímetro de cada uma das figuras que compõem o tangram e, logo em seguida, respondam quais as figuras que possuem maior e menor perímetro.



Informações sobre a atividade:

- Atividade I - Objetivo da atividade: provar, por sobreposição, que o triângulo pequeno é equivalente a duas vezes o quadrado, ou seja, a área do quadrado equivale a duas vezes a área do triângulo pequeno. Procedimento: solicitar aos alunos a sobreposição do Tangram, de tal forma que observem quantas vezes uma peça de mesmo tamanho se encaixa em outra de tamanho maior;
- Atividade II - Objetivo: calcular o perímetro. Procedimentos: com o auxílio de uma régua, calcular o perímetro das figuras que compõem o Tangram.
- Uso do recurso: explorar as peças e as medidas que a compõem.

Fonte: Autoria Própria

5.2.1 Análise da Etapa 2 - Pesquisa sobre o Tangram e um exemplo de atividade

Das apresentações feitas pelos alunos, observamos que cada grupo contribuiu com informações diferentes sobre o Tangram enriquecendo o momento. De fato, foram coletadas informações históricas sobre o recurso (origem e lendas) e características do Tangram como um jogo quebra-cabeça composto por figuras geométricas nas quais podem ser exploradas as propriedades dessas figuras, além da possibilidade de formação de novas figuras, de construção no papel quadriculado e montagem de diferentes tipos de Tangram como: triangular, forma de coração, oval, circular, mínimo de Brugner, de Fletcher, Pitagórico e dois círculos partidos.

Sobre os objetos de conhecimento, foram mencionados a geometria plana, noções algébricas, conceito de frações e operações, área e perímetro, equivalência, proporcionalidade, congruência, distância entre os pontos e ponto médio.

Sobre potencialidades da mediação do recurso para a construção do conhecimento foram citados: a motivação, o desenvolvimento da criatividade, as capacidades psicomotoras e intelectuais, o pensamento abstrato, além de relações espaciais, lógica, imaginação e estratégias para resolução de problemas.

Pode-se, então, concluir que os alunos apresentaram conhecimentos sobre o recurso, pois o relacionaram com objetos de conhecimentos alinhados ao currículo.

Sobre as atividades com o Tangram, observamos a manipulação, a sobreposição das peças e a comparação das áreas como proposta predominante nas equipes. A Equipe 1 trouxe um problema de cálculo de área; a Equipe 2 apresentou um problema de cálculo de área sem conexão com o recurso e explorando a representação em porcentagem; a Equipe 3 apresentou possibilidades de uso do Tangram, porém sem enunciar uma tarefa; a Equipe 4 apresentou duas propostas: uma sobre a relação da área do triângulo e do quadrado e outra sobre o cálculo do perímetro das figuras do Tangram.

Sobre as propostas de atividade com o Tangram, observamos a dificuldade de correlação do recurso com um objetivo de ensino, pois o utilizava apenas como instrumento de aula e não para a construção do conhecimento matemático. Isso nos leva a pensar na dificuldade dos alunos em relacionar o objeto de conhecimento com o recurso. Esse foi o caso da Equipe 2, que não apresentou uma atividade na qual o recurso estivesse aplicado ao problema proposto, e da Equipe 3, que não formalizou uma sugestão de atividade relacionando um objeto matemático com o uso do Tangram.

Ao final das apresentações, foram feitos alguns questionamentos sobre as informações trazidas pelos alunos. Nessa discussão, eles revelaram conhecimentos sobre o Tangram, mas também dificuldades e necessidades. O objetivo dessa discussão era permitir aos alunos fazerem reflexões que os conduzissem a conhecimentos mais aprofundados sobre o uso do Tangram e sobre o planejamento de aula com o recurso. Destacamos dificuldades dos alunos com conceito e definições de objetos matemáticos, como foi o caso de “grandeza”, “medida”, “unidades de medida” e o significado da expressão “quantas vezes cabe”.

Quanto à postura profissional dos alunos, durante essa etapa, percebemos o interesse pela apropriação do Tangram como recurso para o ensino através das pesquisas realizadas e do envolvimento com a atividade proposta na ação de formação. Esse fato reforça a necessidade de competências ligadas ao comprometimento do licenciando com o próprio desenvolvimento profissional.

A partir dessa etapa, pudemos avançar na descrição de competências docentes associadas ao Tangram. Elas estão estruturadas no quadro a seguir.

Quadro 16 - Competências do professor sobre o Tangram

Elementos do planejamento/dimensões	Recursos (Tangram - T)
Conhecimento profissional (C)	CT1 - Conhecer as lendas associadas a origem do Tangram; CT2 - Conhecer versões (tipos) do Tangram e em diferentes materiais (concreto e virtual); CT3 - Conhecer as características das 7 figuras geométricas que compõem o Tangram (5 triângulos isósceles, 1 quadrado e 1 paralelogramo; os dois triângulos maiores são equivalentes; os dois triângulos menores são equivalentes); CT4 - Conhecer as relações entre as peças do Tangram (expressas por frações ou medidas de superfície); CT5 - Identificar no Tangram a sua adequação para o desenvolvimento dos objetivos educacionais previstos, de modo que atendam às necessidades, os ritmos de aprendizagem e as características identitárias dos estudantes.
Prática profissional (P)	PT1 - Selecionar, adaptar ou criar atividades com o Tangram que atendam aos objetivos de aprendizagem esperados, os ritmos de aprendizagem e as características identitárias dos estudantes.
Engajamento profissional (E)	ET1 – Engajar-se em práticas e processos de desenvolvimento de competências pessoais, interpessoais e intrapessoais necessárias para se autodesenvolver e propor efetivamente o desenvolvimento de

	competências e educação integral dos estudantes. (3.1.2 da BNC-Formação Inicial).
--	---

Fonte: Autoria Própria

5.3 Etapa 3 - Ação de Formação: planejamento e apresentação dos planos

Dando sequência à ação de formação que corresponde à terceira etapa da pesquisa, tivemos como objetivo sondar conhecimentos, dificuldades e necessidades dos licenciandos sobre planejamento a partir dos planos de aulas elaborados por eles. Esta etapa foi realizada em duas aulas, sendo a primeira para a apresentação e discussão dos planos de aula e, a segunda, de retomada dos planos com ajustes. Os planos encontram-se nos Anexos deste trabalho. Nesta seção, consideramos os elementos dos planos seguidos dos ajustes feitos por equipe.

Plano de aula - Equipe 1 (Alunos H e K)

A primeira equipe, formada pelos licenciandos H e K, trouxe um plano de aula (versão 1) e a versão com ajustes (versão 2). A proposta era para o 6º ano na unidade temática de números e com carga horária de 40 minutos (Anexo E). O objeto de conhecimento escolhido foi frações. A habilidade escolhida foi EF06MA10 - Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

No Quadro 17, apresentamos os elementos do planejamento dos dois planos para evidenciar as dificuldades e diferenças entre as duas versões, em particular com os elementos procedimentos e metodologia, recursos didáticos e avaliação da aprendizagem.

Quadro 17 - Os elementos do planejamento - Equipe 1

Versão 1 do plano	Versão 2 do plano
Metodologia e estratégias	
<p>1 momento: Começar a aula com uma breve introdução sobre tangram chines e como se dá a construção de suas figuras, logo em seguida mostrar os valores das figuras em frações;</p> <p>2 momento: Mostrar como resolver 2 exemplos de soma e 2 exemplos de subtração de frações utilizando as figuras do tangram;</p>	<p>1º momento: Começar a aula com uma introdução sucinta sobre tangram chines e como se dá a construção de suas figuras, e lembrar aos alunos como se constrói uma fração utilizando objetos que já são do seu cotidiano.</p> <p>2º momento: Distribuir uma folha contendo a imagem colorida do tangram, com cada figura contendo seu valor, pedir para os alunos recortar o tangram de acordo com cada figura que tenha sua devida cor, no mesmo instante, pegar o triângulo</p>

3 momento: Para finalizar a aula pediremos aos alunos para eles mesmos resolverem algumas questões propostas.	menor de todos que vale $1/16$ e demarcar com o uso de um lápis sobrepondo o triângulo $1/16$ sobre a outras figuras, nisto o aluno vai descobrir quantos triângulos $1/16$ cabem nas figuras maiores. 3º momento: Dando continuidade a aula, será pego aleatoriamente dois triângulos do tangram, com isso, será feito no quadro branco a soma e a subtração desses dois triângulos, no processo, será encontrado dois novos triângulos.
Recursos didáticos	
Tangram e Google Meet	Tangram impresso, folhas de ofício A4, lápis, tesoura sem ponta.
Avaliação da aprendizagem	
Será realizada uma avaliação com quatro questões abertas, sendo duas de soma e duas de subtração, utilizando as figuras do Tangram e seus respectivos valores.	Será distribuída uma folha de ofício A4 com duas questões de soma e duas questões de subtração aos alunos para serem resolvidas, no intuito de identificar o aprendizado dos alunos sobre o conteúdo ministrado em sala de aula.

Fonte: Autoria Própria

A Equipe 1, na versão 1 do plano, não apresentou uma proposta de atividade que integrasse o Tangram com as operações de adição e subtração de frações. Quanto aos recursos, na primeira versão do plano, não ficou claro se os alunos teriam um Tangram ou apenas o professor, tampouco se seria uma versão digital do recurso, uma vez que a aula seria online pelo Google Meet. Também percebemos que a proposta de avaliação na versão 1 não apresenta como os alunos serão avaliados a partir da resolução de novas questões.

Na segunda versão do plano, observamos ajustes que revelam a associação das peças do Tangram com as representações fracionárias, assim como a sua estratégia metodológica e o uso mais experimental do Tangram pelos alunos (segundo momento da aula). Detalha os recursos, mostrando que os alunos irão recortar o Tangram impresso que será utilizado na aula. Sobre a avaliação, ainda não expressa que aprendizagem era esperada e como acompanharia os processos dos alunos em sala e sua relação com a habilidade associada. Destacamos que o tempo planejado pode não ser suficiente para a aula.

Plano de aula - Equipe 2 (Alunos D e I)

A segunda equipe, formada pelos alunos D e I, trouxe um plano de aula para a unidade temática Grandezas e medidas sobre área de figuras, voltado para o 7º ano. A proposta tem uma carga horária de 4 horas (Anexo F). A equipe não apresentou uma segunda versão do plano com ajustes. A metodologia adotada revela um padrão do tipo: exploração do Tangram, seguido de resolução de problema e exercícios. A avaliação segue o padrão da aula, ou seja, mais

resoluções de problema. Os recursos didáticos indicam que o Tangram será levado impresso para a aula e recortado pelos alunos.

O plano de aula apresentado pela equipe nos permitiu perceber algumas dificuldades em relação à determinação da unidade temática, do objeto de conhecimento e das habilidades segundo da BNCC (BRASIL, 2018).

Quadro 18 - Os elementos do planejamento - Equipe 2

Elementos do planejamento	Versão 1 do plano
Unidade temática	Áreas e figuras geométricas
Objeto de conhecimento	Descobrir as dificuldades dos alunos desenvolver problemas áreas de figuras
Objetivos e Habilidades	Objetivo: Trabalhar as dificuldades dos alunos com o auxílio do Tangram e ajudar a entender melhor o assunto de forma dinâmica. Habilidades: Facilitar o cálculo áreas figuras, formar figura geométrica, facilitar contagem de vértices, arestas faces.

Fonte: Autoria Própria

A partir do plano apresentado, a unidade temática não foi devidamente identificada, que seria Grandezas e Medidas e não “área e figuras geométricas”, tampouco seria possível trabalhar com elementos da Geometria Espacial. O objeto de conhecimento matemático e a habilidade esperada também não foram citados segundo a BNCC (BRASIL, 2018).

Plano de aula - Equipe 3 (Alunos E e G)

A Equipe 3 foi formada pelos alunos E e G. A equipe trouxe um plano de aula (duas versões) na unidade temática Grandezas e medidas voltado para o 1º ano do ensino médio (Anexo G). Da primeira para a segunda versão houve ajustes no objeto de conhecimento e na carga horária. A habilidade escolhida se manteve: EM13MAT308 - Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos. O Tangram seria impresso em papel colorido assim como as atividades a serem entregues aos alunos. Como proposta de avaliação diz que será realizada uma atividade do tipo exploratória.

Quadro 19 - Os elementos do planejamento - Equipe 3

Versão 1 do plano	Versão 2 do plano
Carga horária	
1h30min	4h ou 5h
Objeto de conhecimento	
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros; Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	Identificar, compreender e resolver questões que utilizem o seno e cosseno, fazendo uso do tangram.
Objetivos	
Resolver problemas que envolvem seno e cosseno.	Observar as peças do tangram, perceber que o quadrado e o paralelogramo quando cortados ao meio tornam-se dois novos triângulos, a partir desse momento resolver problemas que envolvem seno e cosseno.
Metodologia e estratégias	
<p>I. Iniciar a aula fazendo uma “sondagem” sobre os assuntos estudados no 8ºano. Como as habilidades EF08MA14 e EF08MA15.</p> <p>II. Mostrar a proposta de atividade com o uso do tangram, fazendo assim que os alunos se organizam em dupla ou trios.</p> <p>III. Distribuir todo o material que será utilizado na aula, pedindo que os alunos recortem o tangram e utilizem o transferidor para encontrar os ângulos do seno e cosseno de cada figura do tangram.</p> <p>IV. Será distribuída uma folha com algumas questões para serem resolvidas sobre o assunto para identificar se os alunos entenderam sobre o conteúdo.</p>	<p>O professor falará sobre o tangram e seu uso. Logo em seguida, abordará o assunto a ser exposto durante a aula que inclui as leis do seno e do cosseno.</p> <p>A atividade será realizada em duplas ou trio.</p> <p>Os alunos irão fazer uso dos moldes para confeccionarem seu próprio tangram, logo após irão fazer o cálculo do seno e cosseno.</p>

Fonte: Autoria Própria

A partir das duas versões do plano, observamos dificuldades da equipe em estabelecer uma carga-horária compatível com a proposta. Na primeira versão, a metodologia indica que seria necessário mais de uma aula de 50min para sua execução.

Na segunda proposta, a atividade resume-se à medição e comparação do seno, cosseno e tangente dos ângulos internos dos triângulos que compõem o Tangram, incluindo o paralelogramo.

Percebemos ainda que, na descrição de sua metodologia, há um equívoco ao propor o cálculo do seno de ângulos internos de figuras que não são triângulos e tratar das medidas seno, cosseno e tangente (relações trigonométricas) como se fossem relações métricas.

Também notamos que a equipe não conseguiu diferenciar o objetivo da aula do objeto de conhecimento. Ainda, no objetivo da aula fica evidente que o Tangram seria um recurso dispensável para a atividade, uma vez que seu foco é o cálculo do seno e cosseno nos triângulos retângulos, sem explorar o recurso na sua potencialidade.

O objetivo da aula, o objeto de conhecimento e a habilidade EM13MAT308 não estão compatíveis com a atividade proposta, visto que não foi proposta a resolução de problemas envolvendo o cálculo do seno e cosseno. De fato, entende-se que a proposta se refere à medição dos ângulos internos das 7 figuras que compõem o Tangram.

Plano de aula - Equipe 4 (Alunos A, B e C)

A formação da equipe era composta pelos alunos A, B e C. Eles apresentaram duas versões para um plano de aula voltado para uma turma do 6º ano, com carga-horária de 2 horas-aula (Anexo H). Observamos mudanças nos demais elementos do plano de aula. Quanto ao recurso Tangram, não ficou claro se haveria uma versão para manipulação dos alunos em sala de aula no primeiro plano. No Quadro 20, apresentamos as mudanças e, a partir dele, em seguida, analisamos as mudanças e as dificuldades encontradas.

Quadro 20 - Análise de elementos do planejamento - Equipe 4

Versão 1 do plano	Versão 2 do plano
Pré requisitos	
Conhecimento sobre figuras geométricas planas, resolução de problemas envolvendo grandezas.	Conhecimento sobre frações.
Objeto do conhecimento	
Identificar problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, área e capacidade.	Compreender o conceito e a equivalência de Frações, com a exploração do Tangram.

Objetivos e Habilidades	
<p>Determinar através do uso do Tangram dimensões e forma dos objetos apresentados na atividade.</p> <p>EF06MA24 - Resolver elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimentos.</p>	<p>Determinar através do uso do Tangram as comparações e equivalências de frações.</p> <p>EF06MA07 Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.</p>
Metodologia e estratégias	
<p>Etapa 1: Reconhecer as figuras geométricas através do uso do Tangram.</p> <p>Etapa 2: Definir a construção das figuras geométricas com o uso do Tangram.</p> <p>Etapa 3: Desenvolver pesquisa sobre as características das figuras geométricas planas que compõem o Tangram.</p>	<p>Etapa 1: Construir o Tangram conforme os passos abaixo:</p> <p>1º Dobre a folha, de modo que represente um quadrado, destacando a sobra que excede o quadrado;</p> <p>2º Com o auxílio de uma régua tire o excesso de sulfite para que fique representado somente o quadrado; Trabalhar a construção do Tangram, através de dobradura, feita passo a passo, lembrando as noções dos conceitos básicos de geometria: figuras planas, lado, vértice, arestas, ângulos, diagonal, área, e todas as questões pertinentes, referentes ao conteúdo.</p> <p>3º Observe que o quadrado traz uma diagonal, corte sobre ela e obterá dois triângulos;</p> <p>4º Dobre apenas um dos triângulos ao meio e obterá mais dois triângulos menores;</p> <p>5º Com o outro triângulo maior una as pontas para encontrar um ponto médio marcando ele, de modo a obtermos um triângulo e um trapézio;</p> <p>6º Unimos paralelamente as pontas do lado maior do trapézio e obtemos dois trapézios iguais;</p> <p>7º Em seguida com um dos trapézios, dobrar um lado para obter um quadrado;</p> <p>8º Restou um trapézio bem menor que os anteriores, que será dobrado para, obter um triângulo e um paralelogramo.</p> <p>Etapa 2: vamos assistir um vídeo que nos mostra comparações das peças, iniciando-se o conceito de frações: http://www.youtube.com/watch?v=aTAI9Q9X3_s (aprox.3 min.)</p> <p>Etapa 3: Após o vídeo, de posse das peças do Tangram vamos compará-las, por exemplo: Utilizando os dois triângulos menores, quais peças do tangram podem formar? Pedir para que em dupla, os alunos continuem descobrindo a equivalência das peças do Tangram.</p> <p>Etapa 4: Vamos montar o Tangram utilizando as 7 peças, podemos perceber que são dois triângulos grandes, um triângulo médio, dois triângulos pequenos, um quadrado e um paralelogramo. Agora com uma caneta registrar letras nas peças: nos triângulos grandes A e B, no triângulo médio G, nos triângulos pequenos C e E, no quadrado dê no paralelogramo F. Como mostra a figura do exercício. Em</p>

	seguida cada aluno receberá uma folha com perguntas baseadas no Tangram.
Avaliação da aprendizagem	
Atividade avaliativa	-

Fonte: Autoria Própria

A equipe apresentou mudanças referentes ao objeto de conhecimento e aos pré-requisitos, mudando a unidade temática de Grandezas e Medidas (problemas envolvendo comprimento) para números (equivalência de frações). Os pré-requisitos foram criados pela equipe. Os objetos de conhecimento são diferentes dos apresentados na BNCC e foram escritos como objetivos de aprendizagem. As habilidades foram modificadas para se adequar aos objetivos. No caso da habilidade EF06MA24, referente ao plano 1, temos integralmente:

Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2018. p. 305).

Quanto à metodologia do primeiro plano, parece uma proposta de exploração das figuras geométricas sem um estudo das medidas e sem proposta de atividade. No segundo plano, existe uma proposta mais exploratória do Tangram e das relações entre as peças por meio da congruência das áreas e equivalência de frações.

Quanto à avaliação, nas duas versões do plano, foram apresentados alguns problemas. Na primeira atividade não fica claro se a comparação das áreas das figuras do Tangram será feita com ou sem o uso de fórmulas, uma vez que foram indicadas algumas medidas dos lados de algumas figuras do Tangram.

Na atividade do segundo plano, a proposta é medir as áreas de cada figura usando o triângulo menor, o quadrado e o triângulo maior como unidade de medida para o cálculo de área. Ainda sobre a avaliação, percebemos uma incoerência entre os procedimentos da aula com a proposta da atividade do primeiro plano, o que não acontece com a avaliação do segundo. De fato, na proposta da aula do primeiro plano não há referência de resolução de problemas envolvendo o cálculo de área com uso de fórmulas como aparece na avaliação.

Plano de aula - Equipe 5 (Alunos F e J)

A equipe era composta pelos alunos F e J. A Equipe 5 apresentou duas versões para um plano de aula com proposta para unidade temática de grandezas e medidas, para o 7º ano com o tempo de 1h30min (Anexo I). Mantiveram o objeto de conhecimento: Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.

Observamos mudanças nos demais elementos do plano de aula. No primeiro plano não constavam os procedimentos metodológicos, tampouco alguma atividade ou método de avaliação. Quanto ao recurso Tangram, no segundo plano, não ficou claro se haveria manipulação dele pelos alunos para responder à atividade apresentada, ou se bastariam os dados do enunciado do problema. No Quadro 21, apresentamos as mudanças e, a partir dele, em seguida, analisamos as mudanças e as dificuldades encontradas.

Quadro 21 - Análise de elementos do planejamento (versão 1 e 2) - Equipe 5

Elemento: Objetivos e Habilidades	
Versão 1 do plano - EF07MA32 - Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.	
Versão 2 do plano - EF07MA31- Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.	
Elemento: Metodologia e estratégias	
Versão 1 do plano - Não houve determinação dos procedimentos	
Versão 2 do plano - Etapa 1: Inicialmente serão revisados os conceitos de áreas dos triângulos e quadriláteros já vistos nos anos anteriores, que existem no Tangram; Etapa 2: Em seguida realizaremos uma atividade em grupo onde os alunos irão usar o Tangram como auxílio para conclusão da atividade. Etapa 3: Resumo do que aprenderam. Etapa 4: Teremos um momento de diálogo com os alunos para discutir suas dificuldades e suas observações. Etapa 5: E por fim encerraremos a aula corrigindo a atividade no quadro tirando as dúvidas dos alunos sobre o conteúdo da aula.	
Elemento: Avaliação da aprendizagem	
Versão 1 do plano - Será avaliada a participação dos alunos durante a aula	Versão 2 do plano - Será avaliada a participação e o desempenho dos alunos durante as atividades propostas na aula

Fonte: Autoria Própria

De modo geral, a equipe apresentou uma segunda versão mais completa do que a primeira. Em sala, a equipe revelou dificuldades em descrever o que seriam os procedimentos de uma aula. Para a segunda versão, os alunos escolheram uma nova habilidade. Quanto aos

procedimentos metodológicos, as etapas do segundo plano revelam a seguinte dinâmica: revisão dos conceitos, realização da atividade, apresentação do que aprenderam, dúvidas e avaliação. Observamos uma coerência entre a aula planejada (seus objetivos e procedimentos) e a avaliação proposta através da participação na aula do desempenho na atividade. Não podemos analisar a coerência entre os objetivos da aula com a atividade a ser proposta na aula.

5.3.1 Análise da Etapa 3 - Atividade de planejamento com o Tangram (versões 1 e 2)

Nesta seção, apresentamos uma análise parcial da atividade de planejamento, tomando como referência o plano de aula elaborado pelas equipes (versões 1 e 2). O segundo momento da etapa surgiu das dificuldades identificadas no primeiro momento e da necessidade de que os alunos realizassem ajustes e definissem melhor os elementos do planejamento.

Nesta análise, consideramos as dificuldades de acordo com cada elemento do planejamento e, ao mesmo tempo, as competências docentes que emergiram dessas dificuldades. Essas informações estão sintetizadas no Quadro 22, a seguir.

Quadro 22 - Dificuldades no planejamento e competências necessárias

Dificuldades das Equipes/ Elementos do planejamento	Competências necessárias
Elemento: Unidade temática e objeto do conhecimento matemático	
<p>Dificuldade em determinar a unidade temática e o objeto de conhecimento conforme a BNCC.</p> <p>Dificuldade em diferenciar objeto de conhecimento do objetivo da aula.</p>	<p>COM1 - Conhecer os objetos do conhecimento (Geometria; Grandezas e medidas; Números e operações, entre outros)</p>
Elemento: Objetivos e habilidades	
<p>Dificuldade em integrar aos objetivos da aula as habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos</p>	<p>POH1 - Elaborar o planejamento visando ao desenvolvimento das competências e habilidades previstas pela BNCC.</p> <p>EOH1 - Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender.</p>
Elemento: Metodologia e estratégias/Tarefa proposta/Tempo	

<p>Dificuldade na elaboração das etapas da aula, tais como início e fim da aula planejada, ou mesmo uso de uma estratégia ou metodologia de ensino específica (resolução de problemas, História da Matemática, modelagem, aula exploratória, entre outras.)</p> <p>Dificuldade em determinar o tempo para o desenvolvimento da aula.</p>	<p>CM1 - Conhecer estratégias de ensino que permitam aos estudantes desenvolver as competências e habilidades esperadas.</p> <p>PM2 - Organizar o ensino e a aprendizagem de modo que se otimize a relação entre tempo, espaço e objetos do conhecimento.</p>
<p>Elemento: Recurso didático (Tangram)</p>	
<p>Dificuldade de trabalhar um objeto matemático a partir das potencialidades do Tangram.</p> <p>Dificuldade em descrever como o Tangram será usado na aula pelo professor e pelos alunos (virtual e/ou físico, construído, em duplas, individualmente)</p>	<p>CT5 - Identificar no Tangram a sua adequação para o desenvolvimento dos objetivos educacionais previstos, de modo que atendam às necessidades, os ritmos de aprendizagem e as características identitárias dos estudantes.</p> <p>PT1 - Selecionar, adaptar ou criar atividades com o Tangram que atendam aos objetivos de aprendizagem esperados, os ritmos de aprendizagem e as características identitárias dos estudantes.</p>
<p>Elemento: Avaliação da aprendizagem</p>	
<p>Dificuldade em apresentar outras formas de avaliação que a somativa;</p> <p>Dificuldade em associar a avaliação com o processo de desenvolvimento das habilidades esperadas dos alunos.</p>	<p>CA1 - Conhecer as diferentes formas diagnóstica, formativa e somativa de avaliar a aprendizagem.</p> <p>PA1. Acompanhar os alunos, durante a aula, nos seus processos de aprendizagem e descoberta.</p>

Fonte: Autoria Própria

De forma geral, os alunos apresentaram uma melhora nos planos após as orientações, ajustando os elementos do planejamento de suas aulas. No entanto, observamos a necessidade de os alunos conhecerem os objetos matemáticos que podem ser explorados com o Tangram, evitando o uso pelo uso do recurso sem refletir criticamente sobre suas potencialidades. Os alunos não demonstraram dificuldades com o uso do Tangram em si, de suas peças e da manipulação delas. As dificuldades se revelaram na sua integração com um problema ou proposta de ensino que trate de objetos matemáticos mobilizados a partir do seu uso.

Concluimos que os elementos do planejamento devem ser explorados no processo formativo, sem a exclusão de nenhum deles. Como consequência das dificuldades que emergiram, percebemos então a necessidade do desenvolvimento de várias competências, especialmente nas dimensões do conhecimento e da prática profissional.

Quanto à dimensão engajamento profissional, acreditamos ser necessário, na formação inicial, o desenvolvimento pelos alunos de uma postura interessada para a construção de um repertório de estratégias de ensino que melhorem a dinâmica da sala de aula, o ensino e a aprendizagem dos estudantes. Observamos que nenhuma equipe propôs uma aula seguindo uma proposta metodológica reconhecida em Educação Matemática, apenas trouxeram elementos históricos (origem) e a resolução de exercícios. Também não utilizaram a proposta de aula exploratória apresentada no texto de Canavarro, Oliveira e Menezes (2014) que foi disponibilizada.

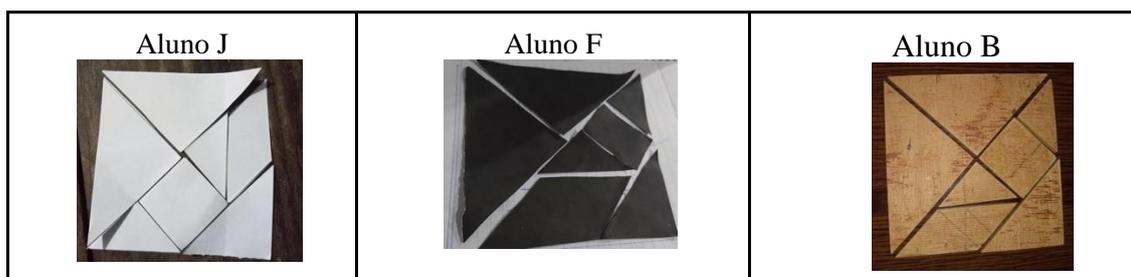
Essa análise nos levou a considerar a habilidade específica 3.3.5 da BNC- Formação Inicial (BRASIL, 2019, p. 20), que passamos a considerar no nosso trabalho como EM1 - Engajar-se profissional e coletivamente na construção de conhecimentos a partir da prática da docência, bem como na concepção, aplicação e avaliação de estratégias para melhorar a dinâmica da sala de aula, o ensino e a aprendizagem de todos os estudantes.

Outra competência da BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019, p. 20) que pode ser associada à dimensão engajamento de licenciandos, na definição dos objetivos de uma aula e das habilidades esperadas, é a competência específica 3.2.2 – “Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender”. No nosso trabalho, ela será a competência EOH 1.

5.4 Etapa 4 - Ação de Formação: preenchimento colaborativo de um plano

Participaram deste encontro 10 alunos (A, B, C, E, F, G, H, I, J e K). Para a aula, solicitamos que eles construíssem um Tangram ou utilizassem uma versão online do Tangram³. Os Tangrams elaborados por eles eram de madeira, EVA ou papel. As imagens (Figura 3) a seguir são de alguns dos Tangrams produzidos pelos alunos nesta etapa.

Figura 3 - Fotos dos Tangrams produzidos pelos alunos



Fonte: registros do pesquisador.

³ Disponibilizamos os links para o acesso a versões virtuais do Tangram <https://www.geogebra.org/m/NKNn5f8k> e <https://pt.mathigon.org/tangram>

5.4.1 Momento 1 – Realização de uma tarefa Matemática com o Tangram

Para esse momento, organizamos a aula em quatro fases: enunciando a tarefa, explorando o problema, discussão coletiva e sistematização, seguindo as etapas da aula exploratória discutida por Canavarro, Oliveira e Menezes (2014).

Momento 1/ Fase 1 - Enunciando o problema

A fase *Enunciando o problema* tem como objetivo “apresentar o problema e assegurar que os alunos compreendam bem o contexto e o objetivo da tarefa” (CANAVARRO, OLIVEIRA; MENEZES, 2014, p. 224).

A aula teve início com a explicação da dinâmica, considerando a finalização com um plano de aula, seguida da apresentação do problema e seu enunciado. Usamos slides em PowerPoint indicando cada uma das fases do ensino exploratório. Estabelecemos um tempo de 15 minutos para que os licenciandos pudessem pensar sobre o problema: *o que ocorre com a área e o perímetro de um quadrado ao ampliar ou reduzir as medidas de seus lados*. Como resolvê-lo e suas possíveis respostas.

Após esse tempo, alguns alunos responderam que: “à medida que o perímetro aumenta, a área também aumenta” (Aluno C) e “área e o perímetro aumentam proporcionalmente” (Aluno C), “se ampliarmos o quadrado, seus lados também serão ampliados, mas os ângulos continuam os mesmos” (Aluno H).

Pedimos para que os alunos pensassem sobre como as peças do Tangram poderiam auxiliar na resolução da questão. Nesse momento, eles trabalharam de forma individual e nós buscamos não interferir nas ações dos licenciandos. Ficamos observando até que surgissem outras ideias na expectativa de que eles pudessem refinar as respostas dadas anteriormente.

Momento 1/ Fase 2 - Explorando o problema

A segunda fase, *Explorando o problema*, tem como objetivo promover “o trabalho autônomo, garantindo que todos participem de forma produtiva, e produzam conhecimentos para a fase de discussão” (CANAVARRO, OLIVEIRA E MENEZES, 2014, p. 219). Neste momento, os licenciandos apresentaram suas primeiras ideias. O Aluno H não apresentou nenhum exemplo de quadrados com o Tangram.

De maneira geral, os alunos obtiveram quadrados de tamanhos diferentes com o uso das peças do Tangram. Essa estratégia está ligada ao fato de se explorar redução ou ampliação das

medidas dos lados dos quadrados no problema. As possibilidades de respostas foram registradas por áudio e vídeo. A seguir as respostas dos alunos:

- O Aluno J apresentou três quadrados: o quadrado menor do Tangram, o segundo formado por um triângulo médio e os dois triângulos pequenos, e o terceiro pelos dois triângulos maiores. A figura a seguir ilustra esses quadrados.

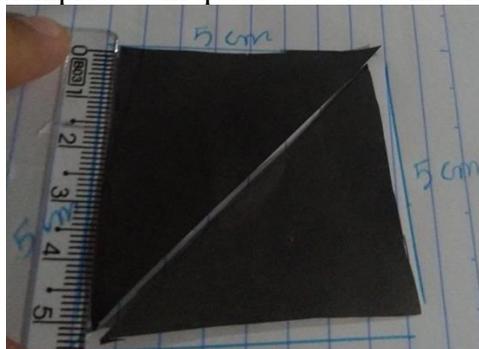
Figura 4 - Exemplos de quadrados /Aluno J



Fonte: Elaborado pelo Aluno J.

- O Aluno F apresentou a construção de um quadrado construído a partir dos dois triângulos maiores. Utilizou a régua como instrumento de medida e a unidade de comprimento dada em cm.

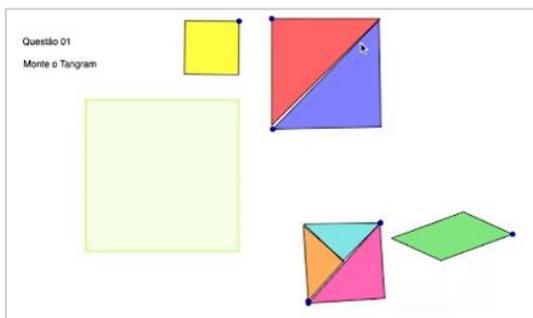
Figura 5 - Exemplo de um quadrado e suas medidas / Aluno F



Fonte: Elaborado pelo aluno F.

- O Aluno C obteve três quadrados diferentes usando o Tangram virtual. O primeiro quadrado seria o obtido com as 7 peças do Tangram; o segundo foi construído a partir dos dois triângulos menores e o triângulo médio; e o terceiro com os dois triângulos médios. A figura a seguir ilustra esses quadrados.

Figura 6 - Exemplos de quadrados/ Aluno C



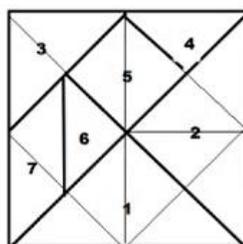
Fonte: Elaborado pelo Aluno C.

O Aluno C verbalizou: “O perímetro vai ser 4 vezes a área do quadrado, na mesma proporção que o perímetro cresce a área cresce”. Nessa fala, percebemos dois equívocos: 1) “o perímetro é 4 vezes a área”, quando deveria ser dito que o perímetro se refere à medida do lado e não da área, e que a “área e o perímetro são proporcionais”, quando a relação de proporção é entre o lado e o perímetro apenas.

- O Aluno B trouxe como unidade de medida o triângulo pequeno. Mostrou através de uma imagem como o Tangram pode ser decomposto por esse triângulo pequeno (Figura 7).

O Aluno B verbalizou uma relação entre as peças do Tangram, tomando o triângulo menor como unidade de medida de área. Ele explicou como encontrar a área do triângulo maior: “Dividiu o Tangram em 16 partes. Em cada parte, colocou como uma unidade de medida. O triângulo maior dá 4 do pequeno. Se pegar dois triângulos pequenos obtém-se um quadrado. Obteve-se 16/16”.

Figura 7 – Triângulo menor como unidade de medida / Aluno B

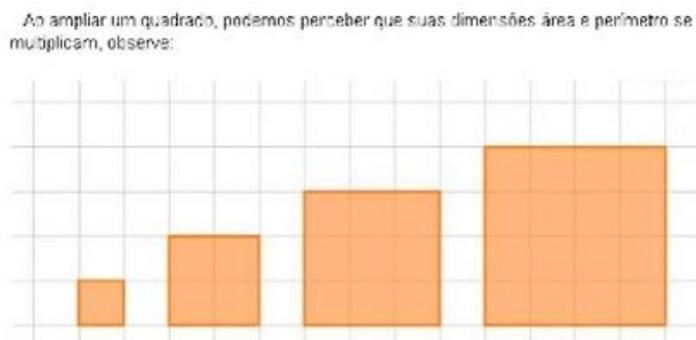


Fonte: Elaborado pelo aluno B.

Além disso, conseguiu mostrar exemplos de quatro quadrados, porém sem utilizar as peças do Tangram (Figura 8). Percebemos erros nos conceitos sobre grandeza, ao dizer que

“ao ampliar um quadrado, percebemos que suas dimensões área e perímetro não se multiplicam”.

Figura 8 – Quadrados ampliados – Aluno B



Fonte: elaborado pelo Aluno B.

Nas falas a seguir, também observamos que os alunos encontraram os exemplos de quadrados com as peças do Tangram, porém, ao verbalizar suas ideias, revelaram imprecisões quando se referem à área e à unidade de medida, usando expressões do tipo “cabem tantas vezes”:

- “No quadrado formado pelos triângulos maiores cabem 4 quadrados” referindo-se ao menor quadrado do Tangram tomado por ele como unidade de medida de superfície (Alunos E e G);
- “O quadrado menor cabe várias vezes no maior” (Aluno H);
- “O quadrado médio (formado por dois triângulos maiores) é 4x maior do que o quadrado pequeno” (Aluno A) e “o quadrado menor cabe 4 vezes no quadrado médio, e no quadrado maior cabe 8 vezes, comparando uma proporção de crescimento”.

Momento 1/ Fase 3: Discussão coletiva do problema

Passamos para a terceira fase, *Discussão coletiva do problema*. Esta fase, segundo Canavarro, Oliveira e Menezes (2014, p. 226) tem como objetivo “explicar as estratégias que denotem o raciocínio dos alunos, esta etapa constitui um enriquecimento de conhecimento que enriquece a construção do conhecimento”.

Nesta fase, retomamos o enunciado do problema, reforçando a necessidade de que os alunos apresentassem respostas e compartilhassem as estratégias desenvolvidas. Observamos que a ideia de área foi mais enfatizada pelos alunos que a ideia de perímetro. Inferimos que fosse mais fácil para os alunos identificar a área dos quadrados do que o perímetro usando alguma peça do Tangram como unidade de medida. Alguns alunos tomaram como unidade de medida o quadrado menor, outros tomaram o triângulo menor do Tangram e, ainda, a régua como instrumento para medir os lados das figuras, caso do Aluno F.

Entre as respostas dos alunos tivemos frases como:

- “Se eu tenho um quadrado pequeno e duplicar proporcionalmente o perímetro, a área vai aumentar proporcionalmente ao lado” (Aluno H);
- “A área e o perímetro diminuem e aumenta proporcionalmente” (Aluno A);
- “Lado e perímetro são diretamente proporcionais” (Aluno C);
- “O lado do quadrado aumenta, a área aumenta” (Aluno A);
- “A área não aumenta na mesma proporção” (Aluno A);
- “A área não é proporcional” (Aluno B);
- “A relação da área com o lado é sempre ao quadrado” (Aluno C).

Mediante as respostas insuficientes dos alunos e suas dificuldades em responder ao problema com argumentos completos, disponibilizamos a tabela a seguir (Figura 9). Nosso objetivo era que, a partir do preenchimento da tabela e do uso das peças do Tangram, eles entendessem o enunciado, observassem regularidades e deduzissem a proporcionalidade entre a medida do lado do quadrado com o perímetro, e como o mesmo não ocorre com o lado e a área.

Figura 9 – Tabela a ser preenchida pelos alunos

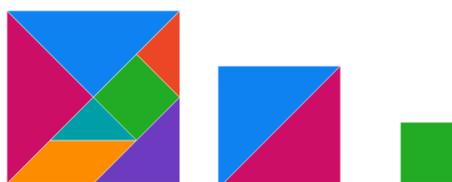
Medidas dos lados	Perímetro	Área
1	4	1
2	8	4
3	12	9
$\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$	2

Fonte: Elaboração da Autora

Alguns alunos, vez por outra, não utilizavam os exemplos dos quadrados obtidos com o Tangram. Inicialmente, orientamos que eles deveriam usar uma figura de referência para ter uma unidade de medida de comprimento para medir os lados, os perímetros e uma unidade de área, para medir as áreas dos quadrados. Essa foi uma dificuldade dos licenciandos: medir os lados dos quadrados construídos com o Tangram.

Tomando o lado do quadrado menor como unidade de medida de comprimento, sugerimos que eles verificassem quanto mede o lado, o perímetro e a área do quadrado formado pelos dois triângulos médios ($L = 2$, $P = 8$, $A = 4$) e pelo Tangram inteiro ($L = 3$, $P = 12$, $A = 9$), como mostram os quadrados da Figura 10.

Figura 10 - Quadrados com o Tangram



Fonte: Elaboração da Autora.

Mesmo instigando a todo momento os alunos, eles também não conseguiram observar sozinhos a razão de proporção entre lado L e perímetro P ($P = 4L$), tampouco que não existe uma razão de proporcionalidade entre lado e área do quadrado. Isso foi explicado por nós, mostrando que não existe uma constante k , não nula, tal que $A/L = k$.

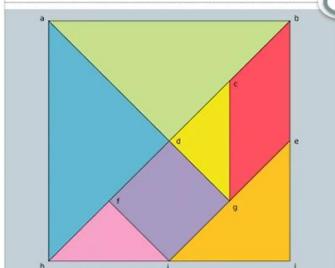
Também discutimos, a partir da necessidade, o que significa dizer que duas grandezas são proporcionais, o que é razão de proporção e quando duas grandezas são direta, indiretamente e inversamente proporcionais. Ao final da discussão, eles compreenderam um pouco mais esses conceitos e o próprio enunciado do problema.

Momento 1/ Fase 4: Sistematização

A quarta fase *Sistematização*, segundo Canavarro, Oliveira e Menezes (2014, p. 227) tem como objetivo “confrontar as ideias apontadas na discussão para reforçar a variável do problema”. Nesta fase, inicialmente, propomos aos alunos que, de maneira resumida, apresentassem as conclusões a que chegaram (Figura 11).

Figura 11 - Slide de apresentação da Fase 4

Fase 4 - Sistematização o Problema



O que ocorre com a **área** e o **perímetro** de um quadrado, ao ampliar ou reduzir as medidas de seus lados?

Podemos concluir com a atividade que (os alunos devem descrever)

Fonte: Elaboração da Autora

Alguns alunos ficaram em silêncio, mas os Alunos A, C e D arriscaram a resposta: “o lado e o perímetro são diretamente proporcionais e a área não” (Aluno C); “a área aumenta ao quadrado, enquanto o lado e perímetro há uma razão de proporção” (Aluno A). Os outros alunos não manifestaram suas respostas, uma vez que ainda tiveram dificuldades em sintetizar os resultados encontrados. Depois das falas dos alunos, apresentamos a resposta do problema.

5.4.2 Análise do Momento 1 - Realização de uma tarefa matemática com o Tangram

Nesta seção, apresentamos uma análise da Etapa 4, tomando como referência a realização da tarefa matemática na proposta de uma aula exploratória (CANAVARRO, OLIVEIRA E MENEZES, 2014). Nosso objetivo era fazer inferências sobre conhecimentos a partir das dificuldades dos alunos relativos ao Tangram e aos objetos matemáticos trabalhados.

No Quadro 23 a seguir, apresentamos os conhecimentos matemáticos mobilizados e necessários para a realização da tarefa e as habilidades associadas a esses conhecimentos. Uma relação entre eles pode ser estabelecida com objetos do conhecimento e habilidades da BNCC (BRASIL, 2018).

Quadro 23 - Objetos e habilidades para a tarefa proposta sobre área e perímetro

Conhecimentos em Matemática
<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer comprimento e superfície como grandezas; • Conhecer quando grandezas são diretamente proporcionais e não proporcionais; • Diferenciar razão, proporção e constante de proporcionalidade; • Conhecer os quatro quadrados possíveis de serem construídos a partir das peças do Tangram; • Compreender o que significa expressões do tipo “cabe 4 vezes”.
Habilidades em Matemática
<ul style="list-style-type: none"> • Saber calcular o perímetro e a área de peças do Tangram utilizando como unidades de medidas o quadrado menor ou o triângulo menor do Tangram;

<ul style="list-style-type: none"> • Uso correto da linguagem matemática para expressar ideias sobre lados, área e perímetro e suas medidas; • Mostrar quando duas grandezas são diretamente proporcionais ou não.
Objetos e Habilidades BNCC
<p>Objetos de conhecimento: construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas;</p> <p>(EF06MA21) - Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.</p> <p>Objetos de conhecimento: equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros;</p> <p>(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.</p>

Fonte: Autoria própria

Como vemos, alguns desses conhecimentos matemáticos já tinham sido identificados na apresentação dos planos de aula pelos alunos (Etapa 2 e 3). Concluímos que, para o planejamento de uma aula e a sua posterior execução, os conhecimentos matemáticos são necessários aos licenciandos, assim como as habilidades associadas a esses objetos, ou seja, objetos e habilidades que são esperados pelos alunos da Educação Básica. Essa é, inclusive, uma competência específica da BNC – Formação Inicial (2019, p. 20): “1.1.3 - Dominar os direitos de aprendizagem, competências e objetos de conhecimento da área da docência estabelecidos na BNCC e no currículo”. Nesta pesquisa, ela integrará o conjunto de competências necessárias ao planejamento de uma aula na dimensão conhecimento do objeto matemático (COH1).

As dificuldades e os conhecimentos mobilizados apresentados aqui fazem referência apenas àqueles que emergiram da tarefa selecionada para esta pesquisa. Não consideramos, por exemplo, o objeto matemático frações. A escolha de trabalhar na aula o tema de área e perímetro deve-se tanto pelas dificuldades já conhecidas pelos alunos na literatura, quanto pela análise dos planos de aula dos licenciandos que demonstraram dificuldades em planejar e usar corretamente os conceitos de área e perímetro (Equipe 2 e Equipe 5). No entanto, não imaginávamos que os alunos também tivessem dificuldades em expressar o que são grandezas e quando elas são proporcionais ou não.

5.4.3 Momento 2 – Preenchimento colaborativo de um plano para a aula realizada

Este momento teve como objetivo inferir competências e dificuldades dos alunos na descrição de um planejamento de uma aula considerando os elementos *objeto matemático, objetivos e habilidades, metodologia e estratégias, recursos didáticos e avaliação*. Para tanto, disponibilizamos o modelo elaborado por nós e a ser preenchido por eles de maneira colaborativa e online.

Após a explicação da dinâmica, os alunos iniciaram a atividade de preenchimento do plano sem a nossa interferência. A discussão deles teve início a partir da identificação dos objetos de conhecimento, das habilidades e da unidade temática utilizando a BNCC. Essa discussão foi iniciada pelos alunos A e H.

Quanto ao objeto de conhecimento, inicialmente, percebemos que eles não identificaram na BNCC o objeto matemático tratado na aula. Então, fizemos perguntas sobre como eles chegaram na habilidade correta. Após essas intervenções, eles conseguiram encontrar o objeto de conhecimento adequado à habilidade já identificada.

Os alunos A e H também levantaram a discussão sobre o tempo de aula que seria necessário para desenvolver a atividade proposta e acharam pertinente considerar o tempo que eles levaram para obter os quadrados propostos na tarefa.

Quanto à descrição dos objetivos da aula, os alunos apresentaram os seguintes: aprender a trabalhar com área e perímetro de figuras planas através do Tangram; trabalhar com o conceito de proporcionalidade usando o Tangram. O objetivo da aula era que os alunos compreendessem a relação de proporcionalidade entre o lado e o perímetro e que isso não ocorre entre medida do lado e a área usando as peças do Tangram. Os objetivos apresentados pelos alunos consideraram o cálculo de área e perímetro de todas as figuras planas, quando foi tratado apenas do quadrado. Entretanto, trouxeram assertivamente o conceito de proporcionalidade para os objetivos. Os alunos A, B, H e C discutiram sobre o objetivo da aula e tiveram dificuldade para escrevê-los de forma clara e objetiva.

Partindo para os procedimentos metodológicos, eles sentiram dificuldade em descrever o encaminhamento da aula seguindo a lógica matemática para resolver a tarefa, embora tenham conseguido citar as 4 etapas da aula.

Na avaliação, os alunos mencionaram que ela ocorreu durante todas as fases da aula desde a construção do Tangram, na resolução do problema proposto, na discussão sobre a proporcionalidade entre lado e perímetro e no compartilhamento do entendimento de cada aluno no final da aula. Como resultado, os alunos apresentaram o plano de aula (Apêndice J) apresentado na figura a seguir (Figura 12).

Figura 12 - Plano de aula preenchido pelos alunos

Componente Curricular: Matemática		Procedimentos: 1. Introduzir no início da aula um problema sobre área e perímetro de figuras planas do tangram: 2. Auxiliar os alunos a encontrar as possíveis soluções para o problema: 3. Apresentação dos resultados encontrados pelos alunos: 4. Desenvolver o resultado do problema juntamente com os alunos.
Carga Horária: <u>2h30mins</u>	Turma: 6º ano	
Título: Entendendo a proporcionalidade da medida do lado e o perímetro com auxílio do tangram.	Unidade Temática: Grandezas e medidas	
Objeto do Conhecimento: Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.		
Habilidades: (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.		
Objetivos específicos: - Aprender a trabalhar com área e perímetro de figuras planas através do tangram; - Trabalhar com o conceito de proporcionalidade usando o tangram; - Compreender a relação de proporcionalidade entre o lado e o perímetro, sendo que isso não ocorre entre medida do lado e a área.		Recursos: Tangram (físico ou virtual), tesoura sem ponta(caso necessário), papel A4, régua, computador com acesso a internet, google meet e caneta esferográfica.
Pré-requisitos: Conceito de lado de um quadrado, de proporcionalidade de grandezas, definição do que seja um quadrado e como calcular seu perímetro e área, conhecer o tangram.		Avaliação: acompanhar os alunos durante todos os processos, dentre eles são: construção do tangram, resolução do problema apresentado no início da aula, discussão das proporcionalidades entre lado e perímetro e o compartilhamento do entendimento de cada aluno no final da aula.
		Referências consultadas: Base nacional comum curricular. Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EF_EF_110518-versaofinal_site.pdf Acesso em: 04/04/2022

Ao final desta etapa, sugerimos aos alunos que respondessem por escrito a seguinte pergunta: *O que é preciso saber para planejar uma aula com o Tangram?* Os alunos enviaram as respostas através sistema acadêmico da UFPB. Apenas 6 alunos responderam (Alunos A, E, G, H, J e K). Apresentamos as respostas a seguir:

Aluno A: “Ter os conhecimentos específicos a ser trabalhado durante a aplicação do plano de aula, além de trabalhar a criatividade dos alunos e suas diferentes formas de resoluções”;

Aluno E: “É preciso conhecer primeiramente o tangram, Fazer uma reflexão sobre o público alvo, É preciso saber os objetivos da aprendizagem, As habilidades que são disponibilizadas na BNCC, O tempo, O conteúdo a ser abordado, Os recursos que vão ser utilizados (físicos ou virtuais), Definir a metodologia e escolher o modo de avaliação a ser levado em conta”;

Aluno G: “Conhecer/saber o conteúdo que será trabalhado com o uso do tangram, e ter uma noção de quais assuntos foram estudadas nas séries anteriores (pela BNCC) para que os alunos possam fazer uso do material de forma mais proveitosa”;

Aluno H: “É preciso saber para quem vamos dar essa aula, ter domínio do conteúdo, ter coerência no planejamento desde o tema até a avaliação, nisto, saber ligar todos os pontos do planejamento para não fugir do conteúdo principal e dos objetivos a serem alcançados e saber usar a Base Nacional Comum Curricular”;

Aluno J: “Primeiro você precisa conhecer bastante o tangram, também é necessário ter clareza com os objetivos que devem ser atingidos, saber os conhecimentos prévios que os alunos irão precisar, saber a disponibilidade do material que no caso é o tangram ou então como construir junto com a turma”;

Aluno K: “É preciso saber o básico dos assuntos matemáticos, mas lembrando que conhecimento a mais sempre é bom para extrair o máximo de conteúdo e ensinamentos que provém com o uso do tangram, também é preciso saber o que? como? quem? quando? onde? porque? e que objetivos se deseja alcançar em prol dos seus alunos”.

Entre as respostas dadas, observamos reflexões que abordaram os vários elementos do planejamento (Alunos E e H). Outros alunos trouxeram aspectos mais pontuais como o conhecimento matemático do objeto a ser tratado (Aluno A, Aluno K), e dos pré-requisitos matemáticos segundo a BNCC (Aluno G, Aluno J). O conhecimento do Tangram também foi considerado necessário pela grande maioria dos alunos.

5.4.4 Análise do Momento 2 – Preenchimento colaborativo de um plano para a aula realizada

Acreditamos que esse momento contribuiu para uma compreensão mais consistente dos elementos de um plano de aula. Percebemos, nas respostas dadas à pergunta, que os licenciandos consideram necessário para planejar uma aula com o Tangram: o conhecimento do professor sobre o recurso, do objeto matemático e de como planejar com o Tangram uma aula.

Inferimos, a partir do plano colaborativo e da discussão sobre avaliação dentro do planejamento, que são necessários ao professor *conhecer diferentes tipos de avaliação (diagnóstica, somativa e formativa)*, mas também cabe saber *acompanhar os alunos nos seus processos de aprendizagem e criar, para tanto, instrumentos de avaliação*. Dessa forma, apresentamos as seguintes competências docentes associadas à Avaliação: CA1 - Conhecer as

diferentes formas diagnóstica, formativa e somativa de avaliar a aprendizagem; PA.1- Acompanhar os alunos, durante a aula nos seus processos de aprendizagem e descoberta; PA.2 -Aplicar instrumentos e estratégias de avaliação para analisar o processo de aprendizagem dos estudantes.

5.5 Resultados da pesquisa: competências necessárias ao planejamento com o Tangram

Nesta seção apresentamos, em forma de quadro, as competências profissionais que acreditamos serem necessárias aos licenciandos para o planejamento de propostas de ensino com o recurso Tangram e sobre objetos de conhecimento da Geometria / Grandezas e medidas para anos finais do Ensino Fundamental.

As competências trazidas são um resultado da articulação entre algumas das competências específicas da BNC - Formação Inicial (BRASIL, 2019) com aquelas inferidas a partir da mobilização de conhecimentos e dificuldades dos alunos durante as ações de formação. No Quadro 24, compilamos as competências apresentadas neste capítulo.

Quadro 24 - Planejamento de uma aula com o Tangram como um conjunto de competências profissionais

Elementos do planejamento	Competências e Dimensões Conhecimento (C) – Prática (P) – Engajamento (E)
<i>Objeto matemático (OM)</i>	COM1. Conhecer os objetos do conhecimento (Geometria; Grandezas e medidas; Números e operações, entre outros). POM1. Organizar o ensino e a aprendizagem de modo que se otimize a relação entre tempo, espaço e objetos do conhecimento, considerando as características dos estudantes e os contextos da atuação docente.
<i>Objetivos e habilidades (OH)</i>	COH1. Dominar os direitos de aprendizagem, competências e objetos de conhecimento da área da docência estabelecidos na BNCC e no currículo. POH1. Elaborar o planejamento visando ao desenvolvimento das competências e habilidades previstas pela BNCC. EOH1 - Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender.
<i>Metodologia e estratégias (M)</i>	CM1. Conhecer estratégias de ensino que permitam aos estudantes desenvolver as competências e habilidades esperadas. PM1. Propor situações de aprendizagem desafiadoras e coerentes, de modo que se crie um ambiente de aprendizagem produtivo e confortável para os estudantes.

	<p>PM2. Adotar uma estratégia didático-pedagógica considerando a heterogeneidade dos estudantes (contexto, características e conhecimentos prévios).</p> <p>EM1- Engajar-se profissional e coletivamente na construção de conhecimentos a partir da prática da docência, bem como na concepção, aplicação e avaliação de estratégias para melhorar a dinâmica da sala de aula, o ensino e a aprendizagem de todos os estudantes.</p>
<i>Recurso didático Tangram (T)</i>	<p>CT1 - Conhecer as lendas associadas a origem do Tangram;</p> <p>CT2 - Conhecer versões (tipos) do Tangram e em diferentes materiais (concreto e virtual);</p> <p>CT3 - Conhecer as características das 7 figuras geométricas que compõem o Tangram (5 triângulos retângulos isósceles, 1 quadrado e 1 paralelogramo; os dois triângulos retângulos isósceles maiores são equivalentes; os dois triângulos retângulos isósceles menores são equivalentes);</p> <p>CT4 - Conhecer as relações entre as peças do Tangram (expressas por frações ou medidas de superfície);</p> <p>CT5 - Identificar no Tangram a sua adequação para o desenvolvimento dos objetivos educacionais previstos, de modo que atendam às necessidades, os ritmos de aprendizagem e as características identitárias dos estudantes;</p> <p>PT1 - Selecionar, adaptar ou criar atividades com o Tangram que atendam aos objetivos de aprendizagem esperados, os ritmos de aprendizagem e as características identitárias dos estudantes;</p> <p>ET1 - Engajar-se em práticas e processos de desenvolvimento de competências pessoais, interpessoais e intrapessoais necessárias para se autodesenvolver e propor efetivamente o desenvolvimento de competências e educação integral dos estudantes. (3.1.2 da BNC-Formação).</p>
<i>Avaliação (A)</i>	<p>CA1. Conhecer as diferentes formas diagnóstica, formativa e somativa de avaliar a aprendizagem.</p> <p>PA1. Acompanhar os alunos, durante a aula, nos seus processos de aprendizagem e descoberta.</p> <p>PA.2 Aplicar instrumentos e estratégias de avaliação para analisar o processo de aprendizagem dos estudantes.</p>

Fonte: Autoria Própria

6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, trouxemos a temática da formação docente, particularmente da formação inicial de professores de Matemática, juntamente com a discussão das competências

profissionais. Focamos no planejamento de uma aula com suporte de um recurso didático (Tangram), como uma atividade da prática docente que também está presente nas propostas dos Cursos de Licenciatura em unidades curriculares, como Estágios Supervisionados e Laboratório de ensino de Matemática.

Nessa temática, identificamos a seguinte problemática a ser investigada: *que competências profissionais são necessárias aos licenciandos para o planejamento de propostas de ensino com o recurso Tangram sobre objetos de conhecimento de Matemática para anos finais do Ensino Fundamental?*

Delineamos como objetivo geral *investigar competências profissionais necessárias à formação de licenciandos relativas ao planejamento de aulas de matemática com o Tangram para o 6º ano do Ensino Fundamental*. Para alcançar o tal objetivo, elaboramos três objetivos específicos: *identificar conhecimentos e dificuldades iniciais dos licenciandos no processo de construção de uma proposta de ensino de matemática com o recurso Tangram; conduzir ações de formação a partir de necessidades identificadas que permitam os licenciandos refletirem sobre o planejamento de aulas com o Tangram; categorizar conhecimentos, habilidades e atitudes de licenciandos relativos ao planejamento de aulas com o Tangram na ação de formação*.

Esses objetivos específicos foram alcançados à medida que as etapas da pesquisa foram desenvolvidas. As etapas foram: Etapa 1 - Diagnóstico de conhecimentos prévios dos estudantes; Etapa 2 - Ação de Formação: pesquisa sobre o Tangram e atividades didáticas para o ensino de Matemática; Etapa 3 - Ação de Formação: planejamento e apresentação dos planos de aula com o Tangram; Etapa 4 - Preenchimento colaborativo de um plano a partir de uma aula vivenciada. Dessa forma, segundo Gil (2017), essa pesquisa pode ser classificada como qualitativa, exploratória e colaborativa, de acordo com a abordagem adotada, os objetivos e os procedimentos de levantamento de dados, respectivamente.

Para auxiliar na identificação das competências inferidas, criamos categorias para diferenciar as competências de acordo com elementos do planejamento, foram elas: *objeto matemático; objetivos e habilidades; metodologia e estratégias; recurso (Tangram) e avaliação*. Para cada uma dessas categorias, criamos competências atendendo às dimensões conhecimento, prática e engajamento profissionais. Usamos como referencial teórico para a criação dessas categorias as ideias apresentadas por Libâneo (2006) sobre planejamento, o conceito de competência de Perrenaud (1999; 2001; 2002), as competências das BNC –

Formação Inicial, assim como as dimensões que compõem as competências trazidas por esse mesmo documento (BRASIL, 2019).

Os colaboradores desta pesquisa foram os alunos do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, da disciplina de Estágio Supervisionado II, que ocorreu de modo remoto no período 2021.2, entre os meses de março e abril de 2022. A orientadora deste trabalho era também a professora regente da disciplina.

O diagnóstico inicial (Etapa 1) da turma de licenciandos revelou que o grupo nunca havia utilizado o Tangram de forma didática para abordar objetos de conhecimentos da Matemática, tampouco realizaram um planejamento de aula com esse recurso. Podemos afirmar que a situação de elaboração de um plano de aula com o Tangram para os estudantes era inédita e potencialmente desafiadora. Portanto, era uma situação a ser promovida e investigada na formação de professores do ponto de vista das competências profissionais e do desenvolvimento profissional.

Esta primeira análise nos levou a considerar os elementos que definem o planejamento (*objeto matemático; objetivos e habilidades; metodologia e estratégias; recursos didáticos e avaliação*) como essenciais para o levantamento e inferências de competências profissionais. A partir dos resultados desta etapa, especificamente da ideia insuficiente de planejamento expressa nas respostas dadas à pergunta 8 (*o que é um plano de aula para você?*), começamos a estruturar as categorias de análise da pesquisa.

Depois da fase do diagnóstico, partimos para a ação de formação. A partir da pesquisa realizada pelos alunos sobre o Tangram e sugestões de atividades (Etapa 2), inferimos conhecimentos mobilizados sobre o Tangram, trazendo objetos de conhecimento alinhados ao currículo e a aspectos históricos. Sobre as atividades com o Tangram, observamos a manipulação, a sobreposição das peças e a comparação das áreas como propostas predominantes nas equipes. Porém, ao tratar dos exemplos de atividades, percebemos as primeiras dificuldades dos alunos, como correlacionar o recurso com um objetivo de ensino, refletindo um desalinhamento do uso do Tangram com a construção de algum conhecimento matemático. Outras dificuldades dos alunos estavam relacionadas a conceitos e definições de objetos matemáticos, como foi o caso de grandeza, medida, unidades de medida e o significado da expressão “quantas vezes cabe”. Essas dificuldades apontam para a necessidade de desenvolvimento de competências para o uso do Tangram, mas, sobretudo sobre objetos do conhecimento matemático mobilizados a partir da exploração do recurso. Até o desenvolvimento desta etapa, inferimos as seguintes competências: CT1 - Conhecer as lendas

associadas a origem do Tangram; CT2 - Conhecer versões (tipos) do Tangram e em diferentes materiais (concreto e virtual); CT3 - Conhecer as características das 7 figuras geométricas que compõem o Tangram (5 triângulos retângulos isósceles, 1 quadrado e 1 paralelogramo; os dois triângulos retângulos isósceles maiores são equivalentes; os dois triângulos retângulo isósceles menores são equivalentes); CT4 - Conhecer as relações entre as peças do Tangram (expressas por frações ou medidas de superfície); CT5 - Identificar no Tangram a sua adequação para o desenvolvimento dos objetivos educacionais previstos, de modo que atendam às necessidades, aos ritmos de aprendizagem e às características identitárias dos estudantes; PT1 - Selecionar, adaptar ou criar atividades com o Tangram que atendam aos objetivos de aprendizagem esperados, aos ritmos de aprendizagem e às características identitárias dos estudantes; ET1 - Engajar-se em práticas e processos de desenvolvimento de competências pessoais, interpessoais e intrapessoais necessárias para se autodesenvolver e propor efetivamente o desenvolvimento de competências e educação integral dos estudantes (3.1.2 da BNC-Formação).

Um momento importante do desenvolvimento da pesquisa foi a apresentação e revisão de planos de aula apresentados pelas equipes (Etapa 3). Embora tenham demonstrado melhor desempenho na descrição dos elementos de um planejamento de uma versão para outra, identificamos várias dificuldades dos alunos. Elas revelaram a necessidade de desenvolvimento de competências específicas sobre elementos do planejamento nas dimensões conhecimento e prática. Até o desenvolvimento desta etapa, inferimos outras competências: COM1 - Conhecer os objetos do conhecimento (Geometria; Grandezas e medidas; Números e operações, entre outros); POH1 - Elaborar o planejamento visando ao desenvolvimento das competências e habilidades previstas pela BNCC; EOH1 - Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender; CM1 - Conhecer estratégias de ensino que permitam aos estudantes desenvolver as competências e habilidades esperadas; PM2 - Organizar o ensino e a aprendizagem de modo que se otimize a relação entre tempo, espaço e objetos do conhecimento; CA1 - Conhecer as diferentes formas diagnóstica, formativa e somativa de avaliar a aprendizagem; PA1. Acompanhar os alunos, durante aula, nos seus processos de aprendizagem e descoberta.

Diante das dificuldades encontradas pelos alunos com o uso do recurso voltado para a aprendizagem matemática, decidimos propor a realização de uma tarefa para explorar o recurso e os objetos área e perímetro (momento 1 da Etapa 4). Em seguida, também propomos uma atividade na qual eles descreveriam e discutiriam sobre os elementos do planejamento,

preenchendo colaborativamente um modelo de plano disponibilizado online (momento 2 da Etapa 4).

Na realização da tarefa matemática (momento 1), observamos algumas competências específicas na dimensão conhecimento de objetos matemáticos e do Tangram. Concluimos que, para o planejamento de uma aula, os conhecimentos matemáticos são necessários aos licenciandos, assim como as habilidades associadas a esses objetos apresentados na BNCC (BRASIL, 2018). Essa análise nos remete às reflexões de Caldato e Pavanello (2015) e Lorenzato (1995) sobre o abandono e a omissão do ensino de Geometria até meados de 2010, causado pela falta de preparo do professor nessa área da Matemática, incluindo os conhecimentos geométricos. Na descrição do planejamento relativo à tarefa (momento 2), inferimos uma nova competência sobre avaliação: PA.2 - Aplicar instrumentos e estratégias de avaliação para analisar o processo de aprendizagem dos estudantes.

Segundo Libâneo (2006), planejar é uma atividade de reflexão sobre nossas ações e opções. Com a pesquisa, entendemos que atividades de planejamento não são simplesmente o preenchimento de um modelo de plano. Significam uma atividade mais complexa da prática docente que articula todos os seus elementos e refletem a perspectiva de ensino do professor, seus conhecimentos e a forma como ele entende os processos de aprendizagem dos seus alunos.

Essa é também a perspectiva da ADD (GUEUDET; TROUCHE, 2020). Embora estejamos tratando de licenciandos e não de professores em exercício, foi possível observar na passagem do recurso Tangram para os documentos produzidos pelos alunos, conhecimentos, habilidades e dificuldades desse processo. Os documentos produzidos na ação de formação podem ser um recurso para uma outra situação, dentro de uma classe de situações parecidas com a de origem, assim como possíveis esquemas de uso do Tangram podem ter sido iniciados. Passos (2006) afirma que se deve investir para que a formação de professores de Matemática, tanto inicial quanto continuada, contemple questões de análise e cuidado ao abordar um recurso didático na sala de aula. Percebe-se então a importância de trabalhar os recursos na formação inicial de professores.

De todo modo, as experiências vivenciadas aqui, vão além da construção de competências e de documentos, todas as competências aqui estabelecidas elas são transferíveis, podendo ser trabalhadas com outros recursos, não se limita ao Tangram.

Para finalizar este capítulo, gostaríamos de destacar que a proposta colaborativa e reflexiva que permeou as etapas delineadas foi fundamental na compreensão das competências. Esse processo foi possível devido ao espaço dado para a escuta das falas dos alunos e suas

dificuldades em seus processos de descobertas e reflexões. Para Ibiapina (2008), a pesquisa colaborativa tem o objetivo de melhorar ou modificar a compreensão sobre determinada realidade. Sendo assim, esperamos que o princípio da proposta metodológica desenvolvida nesta pesquisa possa servir a outros contextos formativos, colaborando na compreensão das suas especificidades.

REFERÊNCIAS

- ASSIS, C.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. **A metamorfose do sistema de recursos de licenciandos em matemática na formação inicial**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 6, n. 16, pp. 33-47, 2019.
- BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L. **Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático**. In: LADIMA, nov. 2016, Bonito, Brasil, 2016.
- BENEVENUTTI, L. C.; SANTOS, R. C. **O uso do tangram como material lúdico pedagógico na construção da aprendizagem matemática**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XII, 2016, São Paulo. Anais. São Paulo: sbem, 2016. 1-11.
- BOTELHO, J. A. **Os recursos livro didático e a BNCC no planejamento de aulas do professor de Matemática do Ensino Fundamental**. 2019. 223f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum para Formação de Professores da Educação Básica – BNC**. Brasília. 2019.
- BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- CANAVARRO, A.P., OLIVEIRA, H. & MENEZES, L. **Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora** (2014). In J. P. Ponte (Ed.), Práticas Profissionais dos Professores de Matemática (pp. 217-233).
- CALDATTO, M. E. & PAVANELLO, R.M. (2015). **Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais**. Quadrante, 24 (1), p. 103-128. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/index.php/quadrante/article/view/63>. Acesso em 12 jun. 2022.
- COSTA, S. M. da. **Tangram e resolução de problemas: Desafios e possibilidades**. 2019. 127f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.
- DESGAGNÉ, S. **O conceito de pesquisa colaborativa: a ideia de uma aproximação entre pesquisadores universitários e professores práticos**. Educação em questão, v. 9, nº 15, p.7-35, 2007.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. Campinas-SP: Papyrus, 2006.
- FIORENTINI, Dario. **Tendências temáticas e metodológicas da pesquisa em educação matemática no Brasil**. I Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, 1989.
- GARCIA, M.C. **Formação de professores. Para uma mudança educativa**. Porto Editora, 1999.

- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2017.
- GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Towards new documentation systems for mathematics teachers? Educational Studies in Mathematics**, v. 71, n. 3, p. 199-218, 2008.
- GRANDO, R. C. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. Tese de Doutorado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.
- IBIAPINA, I. M. L. **Pesquisa Colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos**. Brasília: Líber Livro Editora. v. 1. 2008.
- IBIAPIANA, I. M. L de M. (Org.). **Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos**. Brasília: Líder Livro Editora, 2008.
- KALEFF, A. M. M. R. **Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense**. In: LORENZATO, S. (ED) O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. São Paulo: Autores Associados, p. 113-134, 2006.
- LAKATOS, EVA Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 2007.
- LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 2006.
- LIMA, A. F. de. **Do sensível às ideias: Um estudo de geometria a partir de atividades envolvendo espaço e forma**. 2015. 251f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.
- LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.
- LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano III, nº 4, p. 3–13, 1º semestre 1995.
- MAGALHÃES, M. C. C. **Pesquisa crítica de colaboração: uma pesquisa de intervenção no contexto escolar**. In: SILVA, L. S. P.; LOPES, J. J. M. (Org.). Diálogos de pesquisas sobre crianças e infâncias. Niterói: Ed. da UFF, 2010. p. 20-40.
- MORIN, E. **A educação e a complexidade do ser e do saber**. 10ª ed. Petrópolis: Vozes, 2008.
- NÓVOA, A. **Profissão Professor**. Porto: Porto Editora, 1995.
- PASSOS, C.L.B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, S. (Org.): O laboratório de ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas-SP: Autores Associados, 2006, p. 77-91.
- PAVANELLO, R. M. (1993). **O abandono da geometria no Brasil: causas e conseqüências**. *Zetetiké*, 1(1), 7-17.
- PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. **Entre a formação de professores que temos e a que queremos: caminhos possíveis**. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION – ICME, 11th, 2008, Monterrey. Trabalho apresentado no Discussion Group 20 (DG20).
- PERRENOUD, Ph. **Dez Novas Competências para Ensinar**. Porto Alegre: Artmed Editora (trad. en portugais de Dix nouvelles compétences pour enseigner. Invitation au voyage. Paris: ESF, 1999).

PERRENOUD, Ph. **Por que construir competências a partir da escola? Desenvolvimento da autonomia e luta contra as desigualdades.** Porto: ASA Editores, 2001.

PERRENOUD, Ph. **A Prática Reflexiva no Ofício de Professor: profissionalização e razão pedagógicas.** Porto Alegre: Artmed Editora (trad. en portugais de Développer la pratique réflexive dans le métier d'enseignant. Professionnalisation et raison pédagogique. Paris: ESF, 2001).

PIMENTA, S. G. **O estágio na formação de professores: unidade teoria e prática?** 4. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

POUPART, Jean. **A análise documental.** In: POUPART, Jean et al. A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos. 3. ed. Petrópolis: Vozes. p. 295-316. 2012, p. 295-316.

POI, T. M. **O Ensino de Geometria Através da Expressão Gráfica no Currículo e Formação Acadêmica do Professor de Matemática.** Curitiba, 2010. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal do Paraná.

SOUZA, E. R. de; DINIZ, M. I. de S. V.; PAULO, Rosa M.; OCHI, Fusako H. **A matemática das sete peças do Tangram.** V. 7. São Paulo, IME-USP, 1997. (Coleção ensino fundamental).

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico.** 23ª Edição revista e atualizada. Cortez Editora. São Paulo. 2007.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2020.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores.** In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados. p. 57- 76. 2006.

TROUCHE. **A abordagem documental do didático.** DAD-Multilingual, 2020. Disponível em: https://www.academia.edu/43208848/A_abordagem_documental_do_did%C3%A1tico.

VERGNAUD, G. **A comprehensive theory of representation for mathematics education.** Journal of Mathematical Behavior, 17(2): 167-18. 19

APÊNDICES

Apêndice A – Formulário Diagnóstico

26/10/22, 15:58 Formulário diagnóstico

Formulário diagnóstico

Esse formulário tem por objetivo realizar um diagnóstico para a identificar conhecimentos prévios e dificuldades dos estudantes da Licenciatura com o planejamento de aulas de Matemática com o uso do Tangram.

***Obrigatório**

1. Qual o seu nome? *

2. Já leciona aulas de Matemática na Educação Básica? *

Marcar apenas uma oval.

Sim

Não

Outro: _____

3. Você conhece o Tangram? *

Marcar apenas uma oval.

Sim

Não

Outro: _____

4. Você já utilizou o Tangram? *

Marcar apenas uma oval.

Sim

Não

Outro: _____

https://docs.google.com/forms/d/1XY_5QP853QBL4PW6MlqmfFSU5U6H035_P3PSRlqTC08/edit

26/10/22, 15:58 Formulário diagnóstico

5. Se sim, relate a experiência e o conteúdo matemático abordado. *

6. O Tangram é um quebra-cabeça formado por 7 peças geométricas. Quais são essas peças? *

Marcar apenas uma oval.

Dois triângulos retângulos isósceles grandes; Dois triângulos retângulos isósceles pequenos; Um triângulo retângulo isósceles médio; Um quadrado; Um paralelogramo.

Retângulos; Triângulo retângulo; Círculo; Quadrado.

Formas geométricas variadas

Nenhuma das alternativas

Outro: _____

7. Assinale as alternativas que fazem referências a Objetos de Conhecimento da Matemática que podem ser trabalhados com o Tangram. *

Marcar apenas uma oval.

Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais;

Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações

Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável

Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero)

Outro: _____

https://docs.google.com/forms/d/1XY_5QP853QBL4PW6MlqmfFSU5U6H035_P3PSRlqTC08/edit

24

26/10/22, 15:58 Formulário diagnóstico

8. Quais desses elementos devem compor um plano de aula? *

Marcar apenas uma oval.

Metodologia, objetivo e recurso;

Objetivos, Procedimentos Metodológicos e Avaliação;

Avaliação e Metodologia

Objetivos gerais

Outro: _____

9. O que é um plano de aula para você? *

10. Você já elaborou um plano de aula de matemática contemplando o uso do Tangram? *

11. Se sim, quais foram as suas dificuldades? *

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

https://docs.google.com/forms/d/1XY_5QP853QBL4PW6MlqmfFSU5U6H035_P3PSRlqTC08/edit

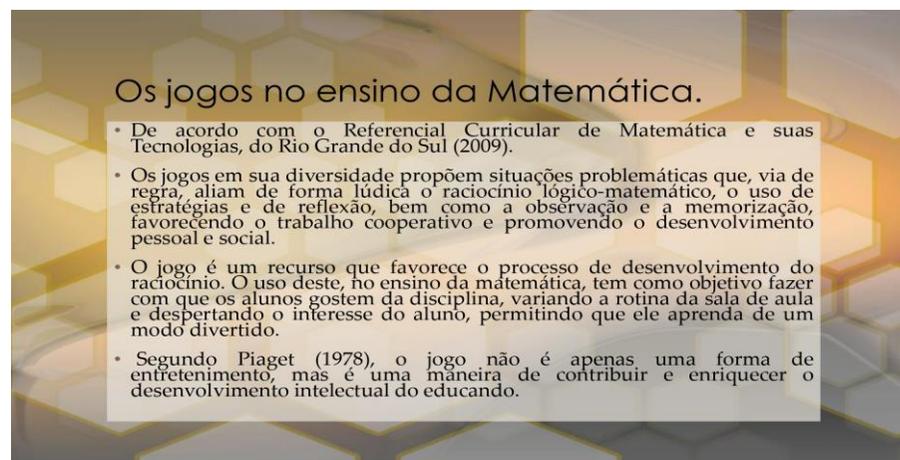
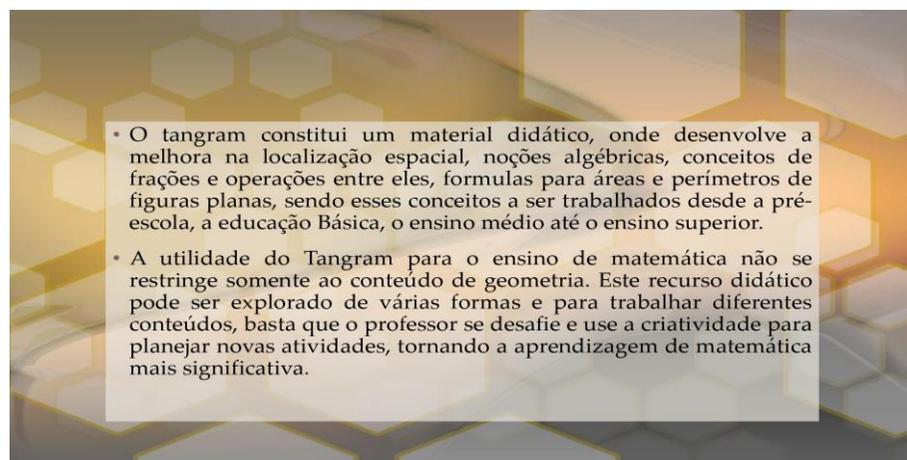
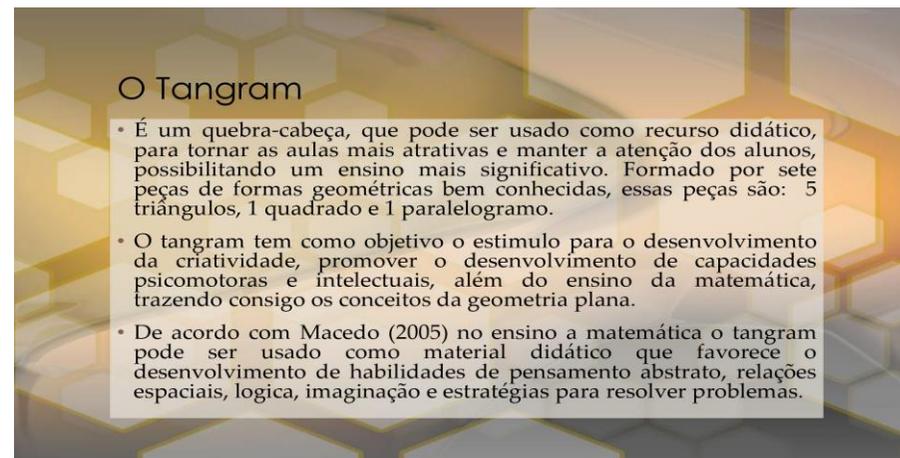
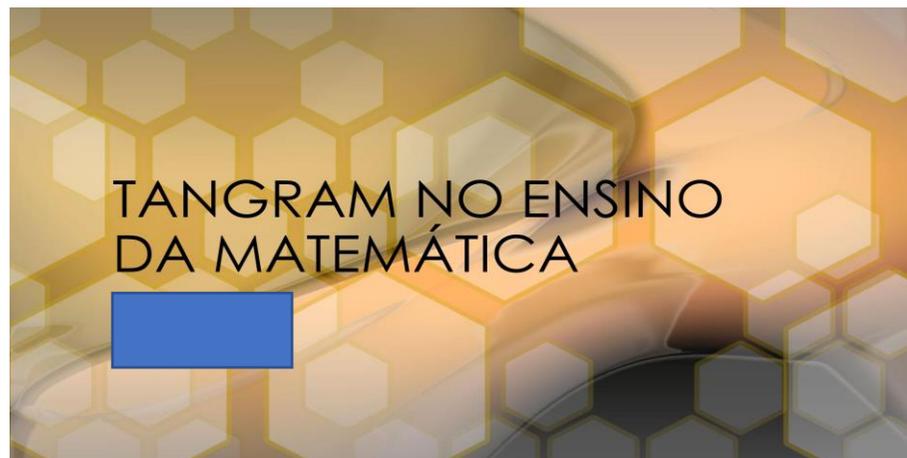
3

Apêndice B - Modelo de Plano de aula elaborado pelo pesquisador

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV Centro de Ciências Aplicadas e Educação Departamento de Ciências Exatas Curso de Licenciatura em Matemática		
Disciplina: Estágio Supervisionado II/2021.2 (SEMESTRE REMOTO) Professora: Cibelle Assis Mestranda: Silmara Benigno (UEPB)		
Dupla:		
Plano de Aula		
Componente Curricular:		
Carga Horária:	Turma:	
Título:	Unidade Temática:	
Objeto de Conhecimento:		
Habilidades:		
Objetivos específicos:		
Procedimentos:		
Recursos:		
Avaliação:		

ANEXOS

Anexo A - Slides de apresentação sobre o Tangram - Equipe 1



O jogo como recurso didático

- Os jogos fazem parte do nosso contexto cultural e, em sala de aula, podem ser usados como potencializadores da aprendizagem, através dos quais busca-se desenvolver relações cognitivas que estimulem a autonomia e o desenvolvimento da inteligência do discente.
- Segundo Moura (2003, p. 79-80)
- (...) Os jogos são recursos importantes a serem utilizados pelo professor, desde que eles tenham clareza do seu papel e de que os jogos por si só não vão garantir a aprendizagem de certos saberes que precisam ser sistematizados e correlacionados à proposta e aos objetivos pedagógicos que se esperam atingir. (...)

Tangram

FIGURA 1: Tangram

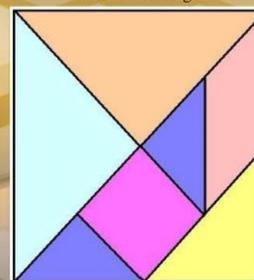
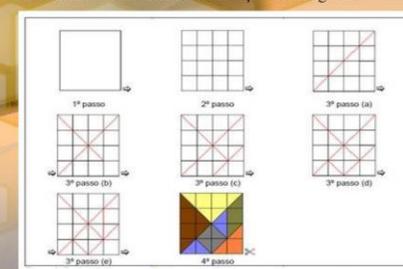


FIGURA 2: Processo de construção do Tangram



Atividade Proposta

Nesta atividade iremos propor a comparação de áreas do Tangram, através dos questionamentos e da observação do estudante.

- 1) Quantas vezes o triângulo menor cabe na caixa pequena?
- 2) Quantas vezes o triângulo mediano cabe no grande?
- 3) Quantas vezes o triângulo pequeno cabe no romboide?

*Romboide: É um paralelogramo cujos os lados adjacentes têm tamanhos diferentes.

**Notar a diferença em relação ao losango, que possuem todos os lados do mesmo tamanho.

Atividade Proposta

4) Quantas vezes o triângulo grande cabe em torno da grande praça?

Isso estabelece relações entre os números, tais como:

- a) Dois pequenos triângulos são iguais a um meio.
- b) Dois triângulos médios são iguais a um grande
- c) Dois pequenos triângulos são iguais a um romboide.
- d) Quatro pequenos triângulos são iguais a um grande triângulo, na superfície.

Conclusão:

- Uma das formas mais práticas para o discente aprender é relacionar o conteúdo estudado com o seu cotidiano. Sem essa relação a aprendizagem, quando ocorre, torna-se vazia e sem significado. A partir do momento em que ocorre essa significação, a abstração dos conteúdos ocorre de forma agradável, inclusive na área da Matemática.
- o Tangram é um ótimo jogo educacional tanto para jovens, adultos e crianças porque beneficia a imaginação, sendo utilizado pela ciência dos fenômenos psíquicos e comportamentais em alguns testes.

Anexo B - Slides de apresentação sobre o Tangram - Equipe 2

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV
Centro de Ciências Aplicadas e Educação
Departamento de Ciências Exatas
Curso de Licenciatura em Matemática



Disciplina: Estágio Supervisionado II Matemática



2022

Tangram

O tangram é um quebra-cabeça que nos desafia à montagem de inúmeras figuras. Nas aulas de matemática, ele pode servir como um recurso na produção de atividades.

Exemplo: Em um terreno retangular, com 16 metros de comprimento e 20 metros de largura, são construídos dois jardins com formato de um quadrado. Um deles com lado igual a 4 metros e o outro com 6 metros. Qual é a porcentagem que cada um desses jardins ocupa em relação à área do terreno?

Montando quadrados com Tangram

Se você sobrepor algumas peças perceberá que algumas possuem a mesma área, ou são composições de outras:

A = B
 C = E
 $C + D + E + F + G = A + B$
 $D = C + E$
 $F = C + E$
 $G = C + E$

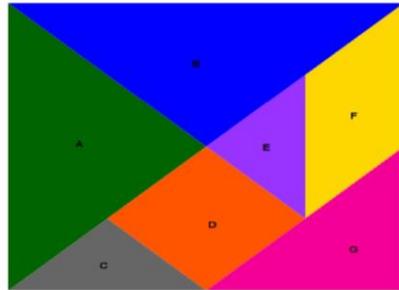
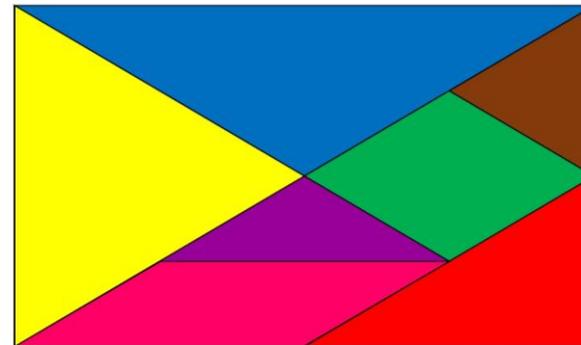
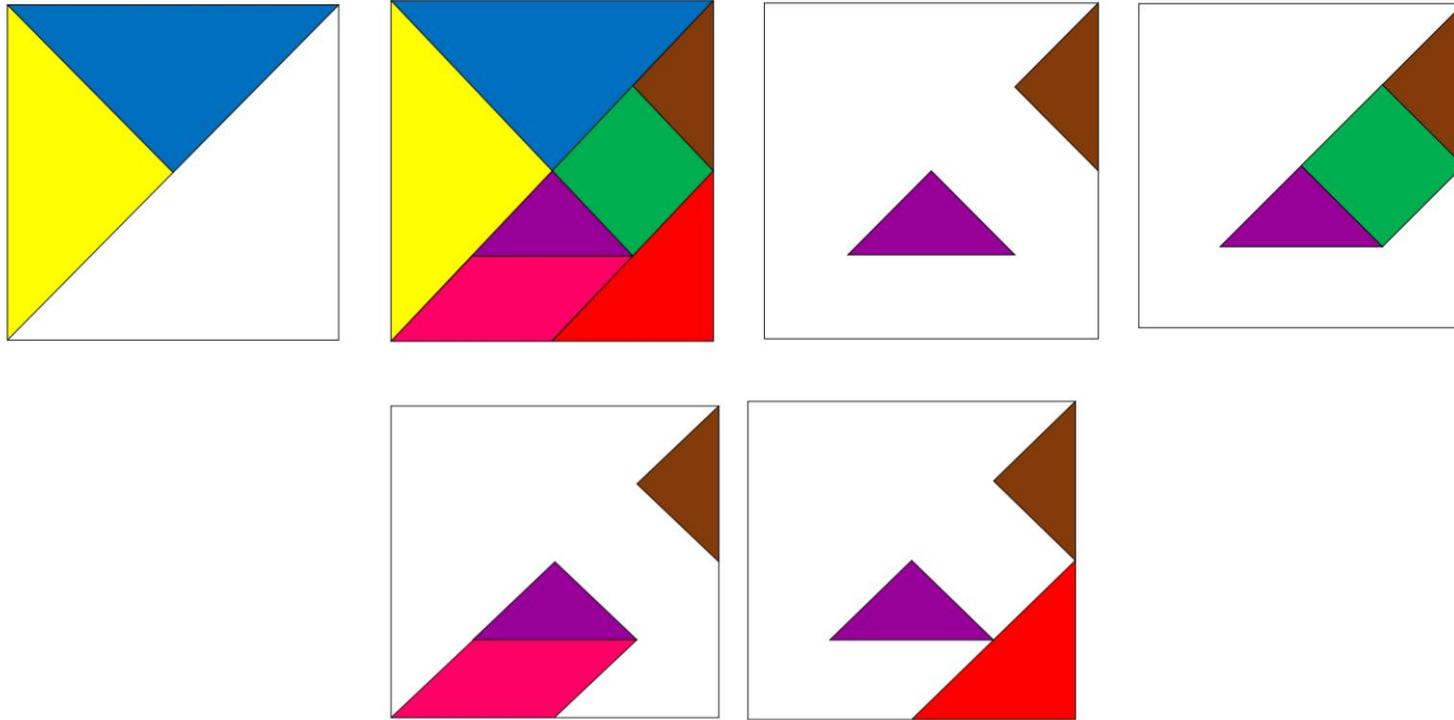


Imagem 1

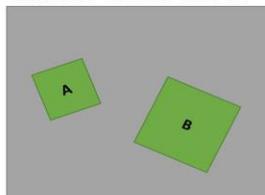




Resolução do Exemplo

Em um terreno retangular, com 16 metros de comprimento e 20 metros de largura, são construídos dois jardins com formato de um quadrado. Um deles com lado igual a 4 metros e o outro com 6 metros. Qual é a porcentagem que cada um desses jardins ocupa em relação à área do terreno?

Legenda
 Retângulo cinza: 16m x 20m
 Quadrado verde A: 4m x 4m
 Quadrado verde B: 6m x 6m



Para encontrar a porcentagem de cada jardim em relação ao terreno temos que encontrar a área que cada um jardim ocupa e comparar com a do terreno.

Retângulo possui $320\text{m}^2 = 100\%$
 Quadrado A possui $16\text{m}^2 = X$
 Quadrado B possui $36\text{m}^2 = Y$

O quadrado A ocupa 5% da área do terreno e o quadrado B ocupa 11,25% da área do terreno.

Referências

- Imagem 1. Disponível em: <https://images.app.goo.gl/dYsN53hxKYUb6x3A8> . Acesso em 06/03/2022.
- Uol educação. Matemática - Tangram, área e porcentagem. 2011. Disponível em: <https://educacao.uol.com.br/planos-de-aula/fundamental/matematica-tangram-area-e-porcentagem.htm> . Acesso em 06/03/2022.

Anexo C - Slides de apresentação sobre o Tangram - Grupo 3

UFPB-CCAE-DCX

PROF^ª: CIBELE DE FATIMA CASTRO DE ASSIS

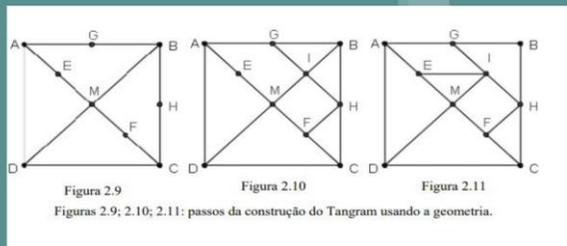
PESQUISA SOBRE O TANGRAM

RIO TINTO-PB
2022

Distância entre dois pontos no plano

Neste capítulo vamos definir e estudar polígonos planos. Usamos frequentemente a noção de distância no plano: para quaisquer pontos $P, Q \in \mathbb{R}^2$ onde $P = (p_1, p_2)$ e $Q = (q_1, q_2)$ seja $\overline{PQ} = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2}$ a distância entre P e Q ; a norma de $[PQ]$ é

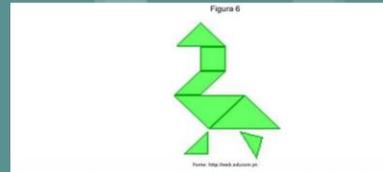
Descrição da construção do Tangram Chinês



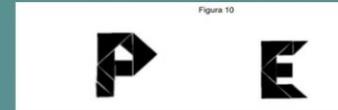
Modelo de aula prática com o tangram

O Professor poderá dividir a turma em grupos, nisto, entregar a cada equipe um envelope com instruções de como construir as figuras usando o tangram. Na matemática um exemplo muito simples é a construção de números. O grupo vencedor é aquele que terminar primeiro a construção das figuras antes das outras equipes.

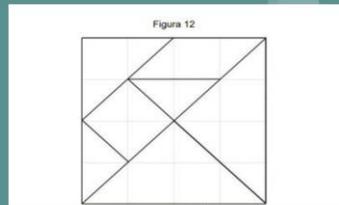
☐ Construção de figuras



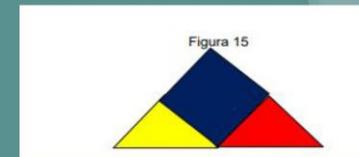
☐ Alfabeto e números naturais



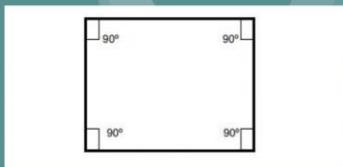
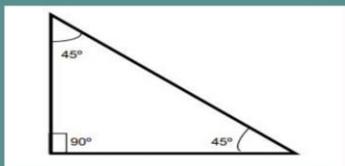
☐ Área e perímetro



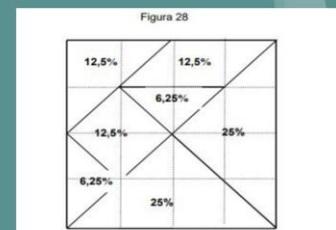
☐ Cálculo de áreas



□ Ângulos



□ Porcentagem



□ Referências

SILVA, Fabiana Cabrera et al. Tangram. In: III Encontro PARFOR De Pesquisa–CAPES/Metodista e III Encontro PIBID De Pesquisa–CAPES/Metodista. 2019.

SILVA, Mariana Thomé da et al. Tangram e Geoplano: Uma abordagem didática. 2007.

ARAÚJO, Dora Maria da Costa. Um teorema sobre o Tangram. 2005.

POLLON, Rosane. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. Porto Branco. Volume II. 2013.

Anexo D - Slides de apresentação sobre o Tangram - Grupo 4

O ENSINO DA MATEMÁTICA COM O TANGRAM

PROF^{as} CIBELLE DE FATIMA CASTRO DE ASSIS e SILMARA BENIGNO SOARES

O USO DE MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

É uma ampla metodologia de ensino que contribui para a realização de intervenções do professor na sala de aula durante o semestre todo. Vejamos um material concreto e suas possibilidades de uso em sala de aula de acordo com o conteúdo a ser abordado:

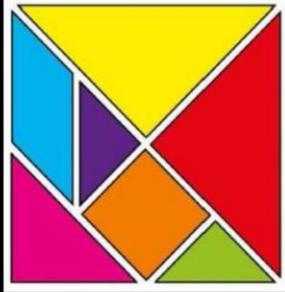
A HISTÓRIA DO TANGRAM:

- O Tangram é um quebra-cabeça chinês, muito popular em vários lugares do mundo e é jogado por pessoas de diversas faixas etárias. Acredita-se que o Tangram surgiu na China durante a dinastia Song (960 – 1279 d.C.) e era um dos mais famosos "festes" utilizados para estudar a inteligência humana, durante a China antiga.
- "Um jovem chinês despedia-se do seu mestre para fazer uma grande viagem pelo mundo. Nessa ocasião, o mestre entregou-lhe um espelho de forma quadrada e disse: -Com esse espelho, registrarás tudo o que vires durante a viagem para me mostrares na volta. O discípulo, surpreso, indagou: -Mas mestre, como poderei mostrar-lhe, com um simples espelho, tudo o que encontrar durante a viagem? No momento em que fazia essa pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos e quebrou-se em sete peças. Então o mestre disse: - Agora poderás, com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que viste durante a viagem."
- A lenda:

O TANGRAM

Constitui-se de um quebra-cabeça geométrico muito divulgado e utilizado no ensino de matemática nas séries iniciais nos últimos 20 anos. Formado por sete peças organizadas da seguinte maneira:

- Dois triângulos retângulos isósceles grandes;
- Dois triângulos retângulos isósceles pequenos;
- Um triângulo retângulo isósceles médio;
- Um quadrado;
- Um paralelogramo.



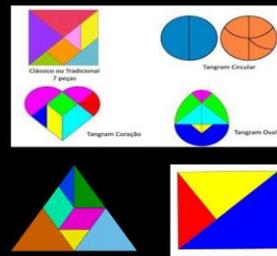
O TANGRAM NO ENSINO DA MATEMÁTICA

- Podemos estabelecer relações conceituais entre os aspectos abordados informalmente e a linguagem matemática a ser formalizada.
- Explorar progressivamente todas as atividades possíveis envolvendo as sete peças do material.
- Explorar os conceitos de proporcionalidade e congruências, favorecendo o estudo de frações, equivalência de áreas e perímetros.
- Os estudantes poderão formular suas ideias acerca dos conceitos geométricos e se aprofundarem através de atividades estruturadas.



TIPOS DE TANGRAM:

- Tangram Triangular
- Tangram em Forma de Coração
- Tangram Oval
- Tangram Circular
- Tangram Mínimo de Brugner
- Tangram de Fletcher
- Tangram Pitagórico
- Tangram Dois Círculos Partidos



ATIVIDADES COM O TANGRAM:

• Atividade I:

Após o manuseio do tangram, solicitaremos aos alunos que verifiquem, por sobreposição, quantas vezes uma peça de mesmo tamanho se encaixa em outra de tamanho maior. Essa atividade permite que os alunos comprovem que o triângulo pequeno cabe duas vezes no quadrado. Logo, para comprovar que a área do quadrado equivale a duas vezes a área do triângulo pequeno utilizamos as fórmulas que permitem encontrar as áreas do triângulo e do quadrado.

- Quadrado: Área = lado x lado \Rightarrow Área = 5 cm x 5 cm \Rightarrow Área = 25cm²
- Triângulo: Área = (base x altura) / 2 \Rightarrow Área = (5cm x 5cm) / 2 \Rightarrow Área = 12,5cm².



REFERÊNCIAS:

- Fossa, John A. Algumas considerações teóricas sobre o ensino de matemática por atividades. PPGECM – UEPB.
- Mendes, Iran Abreu. TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA. Volume 41. Editora da UFPB.
- (Em: < <http://mentesirrequietas.blogspot.com.br/2011/11/lenda-da-tangramyu-e-o-deus-trovao.html> >. Acesso em: 28 de fevereiro 2022.)
- (Em: < <https://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/Binder1.pdf> >. Acesso em: 01 de março 2022.)

Anexo E - Planos de aula da Equipe 1 (Alunos H e K) - Versão 1 e 2

VERSÃO 1

<p style="text-align: center;"> Universidade Federal da Paraíba Centro de Ciências Aplicadas e Educação Departamento de Ciências Exatas- DCX Disciplina: Estágio Supervisionado II/ 2021.2 Professora(a): Cibele de Fatima Castro de Assis </p> <p style="text-align: center;">Plano de aula- Tangram</p> <p>Componente Curricular: Matemática</p> <p>Carga Horária: 40 min Turma: 6º ano</p> <p>Título: Aprender adição e subtração de frações com o tangram</p> <p>Unidade Temática: Números</p> <p>Objeto de Conhecimento: Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.</p> <p>Habilidades: (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.</p> <p>Objetivos específicos: Desenvolver por meio do tangram o conhecimento sobre adição e subtração de frações, compreender que com o uso do tangram, além das construções de figuras, podemos também trabalhar e entender frações, saber calcular adição e subtração de frações com o tangram.</p> <p>Procedimentos: 1 momento: Começar a aula com uma breve introdução sobre tangram chinês e como se dá a construção de suas suas figuras, logo em seguida mostrar os valores das figuras em frações;</p> <p>2 momento: Mostrar como resolver 2 exemplos de soma e 2 exemplos de subtração de frações utilizando as figuras do tangram;</p> <p>3 momento: Para finalizar a aula pediremos aos alunos para eles mesmos resolverem algumas questões propostas.</p>	<p>Recursos: Tangram e google meet.</p> <p>Avaliação: Será realizada uma avaliação com quatro questões abertas, sendo duas de soma e duas de subtração, utilizando as figuras do tangram e seus respectivos valores.</p> <p>Referências:</p> <p>Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=dwnload&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acessado em: 14/03/2022.</p>
---	--

VERSÃO 2

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Aplicadas e Educação
Departamento de Ciências Exatas- DCX
Disciplina: Estágio Supervisionado II/ 2021.2
Professora(a): Cibele de Fatima Castro de Assis

Plano de aula- Tangram

Componente Curricular: Matemática

Carga Horária: 40 min **Turma:** 6º ano

Título: Aprender adição e subtração de frações com o tangram

Unidade Temática: Números

Objeto de Conhecimento: Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.

Habilidades: (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Objetivos específicos: Desenvolver por meio do tangram o conhecimento sobre adição e subtração de frações, compreender que com o uso do tangram, além das construções de figuras, podemos também trabalhar e entender frações, saber calcular adição e subtração de frações com o tangram.

Procedimentos: 1 momento: Começar a aula com uma breve introdução sobre tangram chinês e como se dá a construção de suas suas figuras, logo em seguida mostrar os valores das figuras em frações;

2 momento: Mostrar como resolver 2 exemplos de soma e 2 exemplos de subtração de frações utilizando as figuras do tangram;

3 momento: Para finalizar a aula pediremos aos alunos para eles mesmos resolverem algumas questões propostas.

Recursos: Tangram e google meet.

Avaliação: Será realizada uma avaliação com quatro questões abertas, sendo duas de soma e duas de subtração, utilizando as figuras do tangram e seus respectivos valores.

Referências:

Base Nacional Comum Curricular. Disponível em:

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acessado em:

14/03/2022.

Anexo G - Planos de aula da Equipe 3 (Alunos E e G) - Versão 1 e 2

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV
 Centro de Ciências Aplicadas e Educação
 Departamento de Ciências Exatas
 Curso de Licenciatura em Matemática



Disciplina: Estágio Supervisionado II/2021.2 (SEMESTRE REMOTO)
Professora: Cibelle Assis
Mestranda: Silmara Benigno (UEPB)



Plano de Aula

Componente Curricular: matemática	
Carga Horária: 4hs	Turma: 7º ano
Título: Criar figuras geométricas com o Tangram	Unidade Temática: Áreas e figuras geométricas
Objeto de Conhecimento: Descobrir as dificuldades dos alunos é desenvolver problemas de áreas das figuras descobertas	
Habilidades: Facilitar o cálculo da área das figuras, firmar figuras geométricas e facilitar na contagem de vértices, arestas e faces.	
Objetivos específicos: Trabalhar às dificuldades dos alunos com o auxílio do Tangram e ajudar a entender melhor o assunto de forma dinâmica.	
Procedimentos: Criar com os alunos o Tangram, depois mostrar que podemos formar várias figuras geométricas com o uso do mesmo, em seguida, ensinar como podemos calcular as áreas das figuras e por fim fazer exemplos e exercícios.	

Recursos: Papéis, lápis de cor, canetas, tesouras, caderno, livro didático, quadro branco, pitolo de quadro e apagador.
Avaliação: Avaliar os alunos por suas habilidades em calcular as áreas das figuras e de como formar novos desenhos com o Tangram.

Anexo G - Planos de aula da Equipe (Alunos) - Versão 1 e 2

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV
 Centro de Ciências Aplicadas e Educação
 Departamento de Ciências Exatas
 Curso de Licenciatura em Matemática



Disciplina: Estágio Supervisionado II/2021.2 (SEMESTRE REMOTO)
 Professora: Cibelle Assis
 Mestranda: Silmara Benigno (UEPB)

Plano de Aula

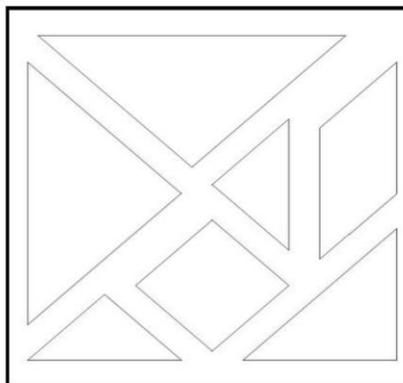
Componente Curricular: Matemática	
Carga Horária: 1h30m	Turma: 1º série
Título: Aplicação das relações métricas para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos com o uso do Tangram.	Unidade Temática: Grandezas e medidas
<p>Objeto de Conhecimento: Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros. (EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.</p>	
<p>Habilidades: (EM13MAT308). Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.</p>	
<p>Objetivos específicos: Resolver problemas que envolvem seno e cosseno.</p>	
<p>Procedimentos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Iniciar a aula fazendo uma "sondagem" sobre os assuntos estudados no 8º ano. Como as habilidades EF08MA14 e EF08MA15. Mostrar a proposta de atividade com o uso do tangram, fazendo assim que os alunos se organizem em dupla ou trios. Distribuir todo o material que será utilizado na aula, pedindo que os alunos recortem o tangram e utilizem o transferidor para encontrar os ângulos do seno e cosseno de cada figura do tangram. Será distribuída uma folha com algumas questões para serem resolvidas sobre o assunto para identificar se os alunos entenderam sobre o conteúdo 	

proposto em sala.

Recursos:
 Molde de Tangrams colorido impresso, transferidor, atividades já impressas.

Avaliação:
 Atividade exploratória avaliativa.

Atividade I: Utilizando-se do tangram abaixo, e com auxílio do transferidor, indique as medidas dos ângulos das 7 peças.



Anexo G - Planos de aula da Equipe (Alunos) - Versão 1 e 2

VERSÃO 1

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV
 Centro de Ciências Aplicadas e Educação
 Departamento de Ciências Exatas
 Curso de Licenciatura em Matemática



Disciplina: Estágio Supervisionado II/2021.2 (SEMESTRE REMOTO)
 Professora: Cibelle Assis
 Mestranda: Silmara Benigno (UEPB)

Plano de Aula

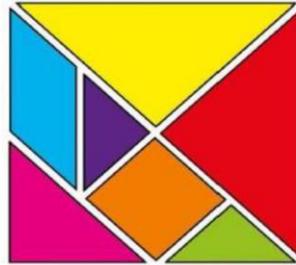
Componente Curricular: Matemática	
Carga Horária: 4h-5h	Turma: 1ª série
Título: Aplicação das relações métricas para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos com o uso do Tangram.	Unidade Temática: Grandezas e medidas
Objeto de Conhecimento: Identificar, compreender e resolver questões que utilizam o seno e cosseno, fazendo uso do tangram.	
Habilidades: (EM13MAT308). Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.	
Objetivos específicos: Observar as peças do tangram, perceber que o quadrado e o paralelogramo quando cortados ao meio tornam-se dois novos triângulos, a partir desse momento resolver problemas que envolvem seno e cosseno.	
Procedimentos: O professor falará sobre o tangram e seu uso. Logo em seguida, abordará o assunto a ser exposto durante a aula que inclui as leis do seno e do cosseno. A atividade será realizada em duplas ou trio. Os alunos irão fazer uso dos moldes para confeccionarem seu próprio tangram, logo após irão fazer o cálculo do seno e cosseno.	
Recursos: Folhas de papel cartão colorida, tesoura, molde de Tangrams impresso, atividades já impressas.	
Avaliação: Atividade avaliativa, valendo ponto por participação.	

Escola:
 Professor (a): Disciplina: Matemática
 Aluno (a): Ano: 1ª série Turma:

Atividade Avaliativa

Tema: Aplicação das relações métricas para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos com o uso do Tangram.

1. Usando as peças do Tangram, determine o seno e o cosseno dos triângulos menores e confirme ou não se o triângulo maior e o médio possuem os mesmos dados.



2. O que aconteceria com o paralelogramo se fosse dividido ao meio?
3. Os triângulos formados a partir do paralelogramo, teriam o mesmo seno e cosseno dos demais triângulos?

Informações adicionais para uso dos alunos:

- Dois ângulos adjacentes de um **paralelogramo** são suplementares, ou seja, a soma dos dois é igual a 180 graus,



- As relações de seno, cosseno e tangente só podem ser aplicadas em triângulos retângulos, ou seja, aqueles que tem um ângulo de 90° e dois agudos.

	seno	cosseno	tangente
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Referências:

Imagens e textos:
<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/paralelogramos.htm?> Acessado em: 11/02/2022.
<https://www.altoastral.com.br/entretenimento/lei-seno-cosseno/> Acessado em: 11/02/2022.

Anexo H - Planos de aula da Equipe 4 (Alunos A, B e C) - Versão 1 e 2

VERSÃO 1

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV
Centro de Ciências Aplicadas e Educação
Departamento de Ciências Exatas
Curso de Licenciatura em Matemática



Disciplina: Estágio Supervisionado II/2021.2 (SEMESTRE REMOTO)
Professora: Cibelle Assis
Mestranda: Silmara Benigno (UEPB)

Componente Curricular: Matemática	
Carga Horária: 2 horas	Turma: 6 ano
Título: O uso do Tangram em Figuras Planas	Unidade Temática: Grandezas e medidas Planas
Pré-Requisitos: Conhecimento sobre figuras geométricas planas, resolução de problemas envolvendo grandezas.	
Objeto de Conhecimento: Identificar problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, área e capacidade.	
Habilidades: EF06MA24 resolver elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimentos.	
Objetivos específicos: Determinar através do uso do Tangram dimensões e forma dos objetos apresentados na atividade.	
Procedimentos: Etapa 1: Reconhecer as figuras geométricas através do uso do Tangram. Etapa 2: Definir a construção das figuras geométricas com o uso do Tangram. Etapa 3: Desenvolver pesquisa sobre as características das figuras geométricas planas que compõem o Tangram.	
Recursos: Folha de papel A4 branca; Lápis e borracha; Atividades impressas em folhas.	
Avaliação	

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV
Centro de Ciências Aplicadas e Educação
Departamento de Ciências Exatas
Curso de Licenciatura em Matemática

Disciplina: Estágio Supervisionado II/2021.2 (SEMESTRE REMOTO)
Professora: Cibelle Assis
Mestranda: Silmara Benigno (UEPB)

Avaliação

Nesta atividade iremos comparar as áreas das figuras planas com o uso do Tangram, através dos questionamentos e da observação do estudante.

- 1) Quantas vezes o triângulo menor cabe na caixa pequena?
- 2) Quantas vezes o triângulo mediano cabe no grande?
- 3) Quantas vezes o triângulo pequeno cabe no romboide?
- 4) Por que algumas duplas mesmo estando com o mesmo quebra-cabeça utilizou triângulo diferente? Alguém consegue explicar?

*Romboide: É um paralelogramo cujos os lados adjacentes têm tamanhos diferentes.
**Notar a diferença em relação ao losango, que possuem todos os lados do mesmo tamanho.

Modelo para a construção do Tangram

VERSÃO 2

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV
Centro de Ciências Aplicadas e Educação
Departamento de Ciências Exatas
Curso de Licenciatura em Matemática



Equipe: Antonio Ribeiro da Silva, Fernando Duarte Balbino e Ivson Antonio S. e Silva
Plano de Aula versão 2.

Componente Curricular: Matemática	
Carga Horária: 2 horas	Turma: 6 ano
Título: O uso do Tangram no aprendizado de frações.	Unidade Temática: Números
Pré-Requisitos: Conhecimento sobre frações.	
Objeto de Conhecimento: Compreender o conceito e a equivalência de Frações, com a exploração do Tangram.	
Habilidades: EF06MA07 Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	
Objetivos específicos: Determinar através do uso do Tangram as comparações e equivalências de frações.	
Procedimentos: Etapa 1: Construir o Tangram conforme os passos abaixo: 1º Dobrar a folha, de modo que represente um quadrado, destacando a sobre que excede o quadrado; 2º Com o auxílio de uma régua tire o excesso de sulfite para que fique representado somente o quadrado; Trabalhar a construção do Tangram, através de dobradura, feita passo a passo, lembrando as noções dos conceitos básicos de geometria: figuras planas, lado, vértice, arestas, ângulos, diagonal, área, e todas as questões pertinentes, referentes ao conteúdo.	

3º Observe que o quadrado traz uma diagonal, corte sobre ela e obterá dois triângulos;
4º Dobre apenas um dos triângulos ao meio e obterá mais dois triângulos menores;

5º Com o outro triângulo maior una as pontas para encontrar um ponto médio marcando ele, de modo a obtermos um triângulo e um trapézio;

6º Unimos paralelamente as pontas do lado maior do trapézio e obtemos dois trapézios iguais;

7º Em seguida com um dos trapézios, dobrar um lado para obter um quadrado;

8º Restou um trapézio bem menor que os anteriores, que será dobrado para, obter um triângulo e um paralelogramo.

Etapa 2: vamos assistir um vídeo que nos mostra comparações das peças, iniciando-se o conceito de frações:

http://www.youtube.com/watch?v=aTAI9Q9X3_s (aprox.3 min.)

Etapa 3: Após o vídeo, de posse das peças do Tangram vamos, compara-las, por exemplo: Utilizando os dois triângulos menores, quais peças do tangram podem formar? Pedir para que em dupla, os alunos continuem descobrindo a equivalência das peças do Tangram.

Etapa 4: Vamos montar o Tangram utilizando as 7 peças, podemos perceber que são dois triângulos grandes, um triângulo médio, dois triângulos pequenos, um quadrado e um paralelogramo. Agora com uma caneta registrar letras nas peças: nos triângulos grandes A e B, no triângulo médio G, nos triângulos pequenos C e E, no quadrado de D e no paralelogramo F. Como mostra a figura do exercício.

Etapa 4: Em seguida cada aluno receberá uma folha com perguntas baseadas no Tangram.

Recursos:
Folha de papel A4 branca;
Lápis e borracha;
Atividades impressas em folhas.
Esquadros.
Régua.
Lápis de Colorir.
Televisão.

Atualização:

O uso do Tangram no aprendizado de frações.



Foto: Fornari, Elaine L. da Silva, Honorio Serpa, 2014.

ATIVIDADE

1) Supondo que a área da figura C ou E do TANGRAM tem valor igual a 1 (um) unidade de área.

- Qual o valor da área da figura D?
- Qual o valor da área da figura F?
- Qual o valor da área da figura G?
- Qual o valor da área da figura A ou B?
- Qual o valor da área do TANGRAM inteiro?

2. Supondo agora que a área da figura D do TANGRAM tem valor igual a 1(um) unidade de área.

- Qual o valor da área da figura C ou E?
- Qual o valor da área da figura F?
- Qual o valor da área da figura G?
- Qual o valor da área da figura A ou B?
- Qual o valor da área do TANGRAM inteiro?

3. Vamos agora considerar que a área da figura A (ou B) tem valor igual a 1 unidade de área.

- Qual o valor da área da figura D?
- Qual o valor da área da figura F?
- Qual o valor da área da figura G?
- Qual o valor da área da figura C(ou E)?
- Qual o valor da área do TANGRAM inteiro?

Referências:

Anexo I - Planos de aula da Equipe 5 (Alunos F e J) - Versão 1 e 2

VERSÃO 1

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV
 Centro de Ciências Aplicadas e Educação
 Departamento de Ciências Exatas
 Curso de Licenciatura em Matemática



Disciplina: Estágio Supervisionado II/2021.2 (SEMESTRE REMOTO)

Professora: Cibelle Assis

Mestranda: Silmara Benigno (UEPB)

Plano de Aula

Componente Curricular: Matemática	
Carga Horária: 90 minutos	Turma: 7º ano
Título: Decomposição de área em quadrados e triângulos equiláteros	Unidade Temática: Grandezas e Medidas
Objeto de Conhecimento: Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	
Habilidades: (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.	
Objetivos específicos: Compreender quando é possível decompor áreas com auxílio do Tangram	
Procedimentos:	
Recursos: Folha Lápis Tangrams impressos ou físicos Tesoura (caso o tangram seja impresso)	
Avaliação: Será avaliado a participação dos alunos durante a aula	

VERSÃO 2

Universidade Federal da Paraíba – CAMPUS IV
 Centro de Ciências Aplicadas e Educação
 Departamento de Ciências Exatas
 Curso de Licenciatura em Matemática



Disciplina: Estágio Supervisionado II/2021.2 (SEMESTRE REMOTO)
 Professora: Cibelle Assis
 Mestranda: Silmara Benigno (UEPB)

Componente Curricular: Matemática	
Carga Horária: 90 minutos	Turma: 7º ano
Título: Calculando a área dos triângulos e quadriláteros do Tangram	Unidade Temática: Grandezas e Medidas
Pré - requisitos: Conceito do que é triângulo e dos seus tipos, conceito do que é quadrilátero e dos seus tipos, conceito de área e como calcular área de triângulos e quadriláteros, teorema de Pitágoras.	
Objeto de Conhecimento: Equivalência de área de figuras planas; cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	
Habilidades: (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.	
Objetivos específicos: Compreender as expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros e calcular as áreas das peças do Tangram.	
Procedimentos: Etapa 1: Inicialmente serão revisados os conceitos de áreas dos triângulos e quadriláteros já vistos nos anos anteriores, que existem no Tangram. Etapa 2: Em seguida realizaremos uma atividade em grupo onde os alunos irão usar o Tangram como auxílio para conclusão da atividade. Etapa 3: Resumo do que aprenderam. Etapa 4: Teremos um momento de diálogo com os alunos para discutir suas dificuldades e suas observações. Etapa 5: E por fim encerraremos a aula corrigindo a atividade no quadro tirando as dúvidas dos alunos sobre o conteúdo da aula.	
Recursos: <ul style="list-style-type: none"> Folha Lápis Tangrams impressos ou físicos Tesoura (caso o tangram seja impresso) 	
Avaliação: Será avaliado a participação e o desempenho dos alunos durante as atividades propostas na aula.	

Atividade

Questão 1: Qual a área do triângulo maior?

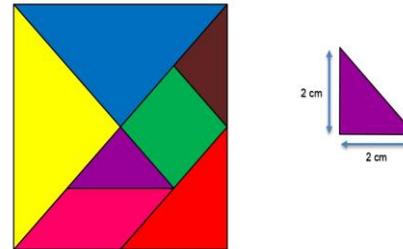
Questão 2: Quais triângulos possuem a mesma área?

Questão 3: A área do quadrado menor corresponde a área de que outras peças do Tangram?

Questão 4: Justifique matematicamente que a área do quadrado menor corresponde a área dos dois triângulos menores.

Questão 5: Prove matematicamente que os dois triângulos maiores possuem a mesma área?

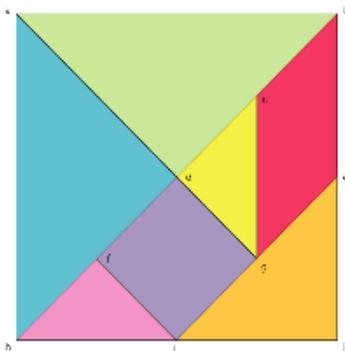
Questão 6: Os dois triângulos menores podem formar um paralelogramo?



Anexo – Plano de aula com o Tangram (online)

PLANO DE AULA COM O TANGRAM

Estágio Supervisionado II - 2021.2



Profa. Cibelle Assis & Profa. Silmara Benigno |

28.03.2022

Componente Curricular: Matemática	
Carga Horária: <u>2h30mins</u>	Turma: 6º ano
Título: Entendendo a proporcionalidade da medida do lado e o perímetro com auxílio do tangram.	Unidade Temática: Grandezas e medidas
Objeto do Conhecimento: Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.	
Habilidades: (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.	
Objetivos específicos: <ul style="list-style-type: none"> - Aprender a trabalhar com área e perímetro de figuras planas através do tangram; - Trabalhar com o conceito de proporcionalidade usando o tangram; - Compreender a relação de proporcionalidade entre o lado e o perímetro, sendo que isso não ocorre entre medida do lado e a área. 	
Pré-requisitos: Conceito de lado de um quadrado, de proporcionalidade de grandezas, definição do que seja um quadrado e como calcular seu perímetro e área, conhecer o tangram.	
Procedimentos: <ol style="list-style-type: none"> 1. Introduzir no início da aula um problema sobre área e perímetro de figuras planas do tangram; 2. Auxiliar os alunos a encontrar as possíveis soluções para o problema; 3. Apresentação dos resultados encontrados pelos alunos; 4. Desenvolver o resultado do problema juntamente com os alunos. 	
Recursos: Tangram (físico ou virtual), tesoura sem ponta(caso necessário), papel A4, régua, computador com acesso a internet, google meet e caneta esferográfica.	
Avaliação: acompanhar os alunos durante todos os processos, dentre eles são: construção do tangram, resolução do problema apresentado no início da aula, discussão das proporcionalidades entre lado e perímetro e o compartilhamento do entendimento de cada aluno no final da aula.	
Referências consultadas: Base nacional comum curricular. Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf Acesso em: 04/04/2022	