



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

RENATO DUARTE GOMES

PRODUTO EDUCACIONAL

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU: UMA PROPOSTA
ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

**CAMPINA GRANDE – PB
2022**

RENATO DUARTE GOMES

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU: UMA PROPOSTA
ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca.

**CAMPINA GRANDE – PB
2022**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

G633e Gomes, Renato Duarte.

Ensino e aprendizagem de Equação do 2º grau [manuscrito] : uma proposta através da resolução de problemas / Renato Duarte Gomes. - 2022.

26 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.

"Orientação : Prof. Dr. Roger Ruben Human Huanca, Coordenação do Curso de Ciências Contábeis - CCHE. "

1. Resolução de Problemas. 2. Estratégias de resolução.
3. Formação de professores. I. Título

21. ed. CDD 512.7

RENATO DUARTE GOMES

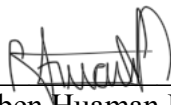
**ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU: UMA PROPOSTA
ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências e Educação Matemática.

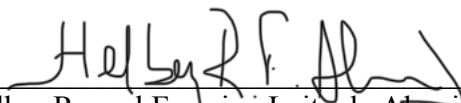
Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovado em 21/12/2022.

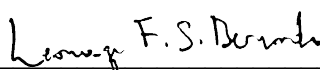
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Helber Rangel Formigá Leite de Almeida (Membro interno)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Leomaques Francisco Silva Bernardo (Membro externo)
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Capa e Sumário do E-Book.....	10
Figura 2 – Quadro Historiando com você!	12
Figura 3 – Quadro Pesquisando um pouco mais	13
Figura 4 – Quadro Pesquisando um pouco mais	13
Figura 5 – Quadro Refletindo com meus estudantes	13
Figura 6 – Formalização das equações incompletas do 2º grau	16
Figura 7 – Formalização das equações completas do 2º grau	17
Figura 8 – Página inicial do Capítulo 2.....	20
Figura 9 – Problema Gerador 5 – Capítulo 1.....	21
Figura 10 – Resolução do Problema Gerador 3 – Capítulo 3.....	22
Figura 11 – Banco de itens – Avaliações externas	23

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	05
1 INTRODUÇÃO	06
2 APRESENTANDO O E-BOOK COMO PRODUTO EDUCACIONAL	08
2.1 Conhecendo os Capítulos dos E-book	09
2.2 O que sugerem os quadros estratégicos ao leitor?	12
3 O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU NA EDUCAÇÃO BÁSICA	15
3.1 Recomendações dos documentos curriculares oficiais	15
3.2 Equações do 2º grau incompletas	15
3.3 Equações do 2º grau completas	16
4 A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	18
4.1 Contextualizando a Metodologia da Resolução de Problemas	18
4.2 O Roteiro de Atividades para sala de aula	19
5 ATIVIDADES PROPOSTAS	21
5.1 Problemas Geradores	21
5.2 Estratégias de Resolução dos problemas geradores	22
5.3 Material Complementar para o professor de Matemática.....	23
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	25
REFERÊNCIAS	26

APRESENTAÇÃO

Este Produto Educacional é fruto de uma pesquisa do Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM), da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), intitulado “Ensino e Aprendizagem de Equação do 2º grau: uma proposta através da Resolução de Problemas”, sendo este, integrante à Dissertação de Mestrado do Professor Renato Duarte Gomes sob a orientação do Professor Dr. Roger Ruben Huaman Huanca. Este E-Book é uma ferramenta pedagógica proposta para professores de Matemática que atuam no ensino Fundamental, especialmente nos 8º e 9º Anos desta etapa de escolaridade visando o ensino e a aprendizagem de equações do 2º grau. Nesta proposta pedagógica enfatizamos a importância do ensino de equação do 2º grau através da Resolução de Problemas de modo a contribuir com as práticas metodológicas das aulas de Matemática que contemplem o ensino de equação do 2º grau no contexto da Álgebra, Geometria e outros eixos temáticos dessa grande área do conhecimento. Este E-book contém uma coletânea de problemas geradores e estratégias de resolução com detalhamento dos procedimentos realizados para encontrar a solução do problema por meio de vários métodos de resolução. Neste material, apresentamos os problemas geradores, buscando aproximar as situações tão comuns e presentes em nosso cotidiano relacionando o ensino de equação do 2º grau com outros conteúdos matemáticos. Em acréscimo, apresentamos outras sugestões de materiais de apoio ao professor para que o mesmo, pesquise, estude, conheça e enriqueça sua prática docente assumindo uma postura investigativa para trazer resultados promissores para estudantes, escola e a si mesmo. Dessa forma, esperamos que este material possa contribuir de forma significativa, possível, aplicável e colaborativa para potencializar as aulas de Matemática na Educação Básica, além colaborar com a aprendizagem e o sucesso escolar de todos.

Os autores

1 INTRODUÇÃO

A aplicação e a resolução de problemas no ensino de equação do 2º grau estão bem presentes em muitas situações da nossa vida, pois são tópicos muito explorados nos anos Finais do Ensino Fundamental para a construção de conceitos, desenvolvimento cognitivo e algébrico dos estudantes, sendo estes necessários para estimular o raciocínio, a capacidade de análise e argumentação matemática.

Resolver equações quadráticas é uma prática muito comum para os estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais e do Ensino Médio. Muitos métodos e procedimentos são ensinados e empregados para encontrar a(s) solução(ões) e/ou o conjunto solução de uma equação desse grau. Acredita-se que, na Educação Básica, hão de ser sistematizadas possibilidades para o processo de formação continuada do professor e desenvolvimento do estudante no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, favorecendo a apropriação e compreensão dos significados e características de conceitos relativos ao ensino de equação do 2º grau.

Pereira e Santos (2020) comentam que:

Estudar equação do 2º grau deixou de ser um ato mecânico de decorar fórmulas, tabuada, regras etc. Acredita-se que para a superação de problemas matemáticos é necessário um planejamento que inclua atividades diversificadas e individuais, estudo constante, dedicação e muita competência, o que não é diferente no contexto dos problemas envolvendo equações do 2º grau (PEREIRA; SANTOS, 2020, p. 43).

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular, documento orientador para o ensino no Brasil, propõe que o processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo deve ser iniciado já no 8º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais sem a utilização de fórmulas e, em seguida, aprimorado e ampliado no Ensino Médio. Acrescentamos ainda, que resolver equação do 2º grau, não está condicionado ao uso de fórmulas para descobrir ou identificar sua solução, uma vez que, inicialmente o ensino de equação desse tipo é explorado com vistas ao tipo e classificação da equação – completa ou incompleta.

Nessa direção, percebemos na prática docente que os métodos de Fatoração de expressões algébricas podem ser explorados no ensino de equação do 2º grau e por sua vez, apresenta um conjunto de informações necessárias para a construção de novas e significativas aprendizagens. Mais especificamente, no que diz respeito a utilização dos métodos de Fatoração de expressões algébricas para resolução de equações do 2º grau, acreditamos que esse processo pode auxiliar tanto a prática docente como a aprendizagem dos estudantes, desde que leve em

consideração a realidade do contexto social dos estudantes e a abordagem dos métodos utilizados nesse ensino.

Diante do atual cenário, acreditamos que é pertinente a realização de investigações que contemplem diferentes abordagens, métodos, contextos e materiais direcionados ao processo de ensino e aprendizagem de equação do 2º grau na Educação Básica, de certo que as exigências e constantes demandas escolares requerem dos professores uma prática mais dinâmica, criativa e significativa para o fazer docente, como destacam Allevalo e Onuchic (2014, p. 41), sobre “a busca por renovadas formas de realizar o ensino, a aprendizagem e a avaliação em Matemática”, e sobre suas implicações e formas de implementação em sala de aula de Matemática.

Pensando na sala de aula e nos desafios que muitos professores de longa carreira profissional e até mesmo os iniciantes enfrentam no chão da escola, nos impulsionou a realização da pesquisa de Mestrado Profissional no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM/UEPB): Performance da Resolução de Problemas no ensino de equação do 2º grau, um estudo dos métodos de Fatoração e do método de Po-Shen Loh.

Nesta pesquisa de natureza qualitativa, realizada com professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, buscamos investigar as contribuições de uma proposta de ensino através da Resolução de Problemas para a construção e ampliação dos conhecimentos dos professores de Matemática do 9º Ano do EF, sobre a articulação dos métodos de fatoração de expressões algébricas e o método de Po-Shen Loh na resolução de equações do 2º grau.

A partir do desenvolvimento e dos resultados obtidos nessa pesquisa, percebemos que poderíamos contribuir ainda mais com os nossos pares através de um material de apoio ao professor de Matemática no ensino de equação do 2º grau. Buscamos então elaborar um E-book como produto da pesquisa que realizamos, na intenção de disseminar parte de nossa pesquisa e auxiliar a prática pedagógica do professor com um material acessível de forma digital e/ou físico, prático, aplicável e pensado para a sala de aula.

Sabendo que na prática da sala de aula, os professores têm buscado alternativas diferenciadas para ensinar viabilizando o ensino e aprendizagem de sua disciplina segundo as orientações do currículo escolar e que desta forma, assume um papel importante desde a organização, planejamento e metodologia adotada em sua prática docente. Sendo assim, o E-book foi elaborado numa abordagem pedagógica e norteada à luz dos documentos oficiais curriculares da rede de ensino, convidando professores a pesquisar, estudar, conhecer e enriquecer sua prática compreendendo melhor seu papel de mediador e sua relevância para o sucesso escolar dos estudantes.

2 APRESENTANDO O E-BOOK COMO PRODUTO EDUCACIONAL

A construção de produtos educacionais é uma particularidade dos processos de formação em mestrado profissional em ensino, emergidos a partir de problemáticas encontradas nas próprias realidades profissionais, sendo estes relevantes por colaborar com a formação dos pesquisadores das mais diversas áreas, sendo esse um dos objetivos centrais desse tipo de formação (MOREIRA, 2004).

Segundo Moreira (2004), os produtos educacionais são ferramentas elaboradas pelos próprios profissionais que estão em formação e que comportam conhecimentos organizados cujo objetivo é viabilizar a prática pedagógica. O autor, destaca que este recurso não se trata de instrumentos que não tenham sentido e significado, mas que surgem de uma realidade que precisa deste recurso, para resolver as problemáticas identificadas na própria realidade.

Sendo assim, Locatelli e Rosa (2015), concordam que:

Tais produtos, apesar de se constituírem como objeto dos mestrados profissionais, não são de sua exclusividade, pois sabe-se que os professores recorrem a esses instrumentos didáticos independentemente de estarem ou não realizando curso de mestrado profissional (LOCATELLI; ROSA, 2015, p. 197).

Corroborando com essas ideias, Oliveira (2018) pontua que:

O Mestrado Profissional em Ensino propõe a elaboração e construção de um produto educacional ao término da pesquisa, que possa contribuir com práticas de caráter educacional, sendo utilizado por docentes e discentes, esperando, através da utilização dele, fortalecer a abordagem de conteúdos de uma área específica (Oliveira, 2018, p. 6).

Partindo dessa perspectiva, compreendemos que o objetivo de um produto educacional deve se constituir como um material que possa ser utilizado por outros profissionais, e que após a sua elaboração e aplicação, uma tarefa necessária é a sua respectiva divulgação (MOREIRA, 2004, p. 134). Cabe aqui ressaltar que tanto a materialização quanto o acesso aos produtos educacionais, sejam por parte do pesquisador e/ou do público em geral, precisa ser compreendida como um recurso ou ferramenta pedagógica que apontam caminhos para enriquecer a prática do professor, trazendo possíveis estratégias para soluções de problemáticas reais do cotidiano escolar.

Nesse sentido, refletimos o produto educacional como uma possível alternativa de viabilização para qualificar a prática pedagógica do professor por meio da pesquisa, ação necessária na formação continuada dos professores. Assim, buscamos contribuir com nossos pares, construindo o E-book intitulado “Ensino e Aprendizagem de Equação do 2º grau: uma proposta através da Resolução de Problemas”, cujo principal objetivo é contribuir como um

recurso didático que auxilie o trabalho pedagógico dos professores de Matemática do 9º Ano do Ensino Fundamental no ensino de equação do 2º grau à luz da Resolução de Problemas.

Considerando a relevância deste produto educacional desde a sua elaboração, apresentamos alguns objetivos mais específicos:

- visualizar a seleção e aplicação de problemas geradores nas aulas de Matemática que contemplem o ensino de equação do 2º grau no contexto da Álgebra, Geometria e outros eixos temáticos dessa grande área do conhecimento;
- compreender o processo da resolução de problemas geradores segundo o desenvolvimento do Roteiro de Atividades da metodologia da Resolução de Problemas;
- disponibilizar materiais de subsídio pedagógico para o ensino de equação do 2º grau frente às avaliações externas no 9º Ano do Ensino Fundamental;
- compartilhar informações e orientações acerca do ensino de equação do 2º grau, Resolução de Problemas, documentos oficiais curriculares e oportunidades para a formação dos professores.

O E-book como produto educacional, foi criado e arquivado na plataforma *Genialy*, uma ferramenta digital disponível em versão gratuita que integra variados e criativos recursos em seu formato digital e possibilita sua versão em PDF a partir do download. Para conhecê-lo, disponibilizamos o link de acesso abaixo:

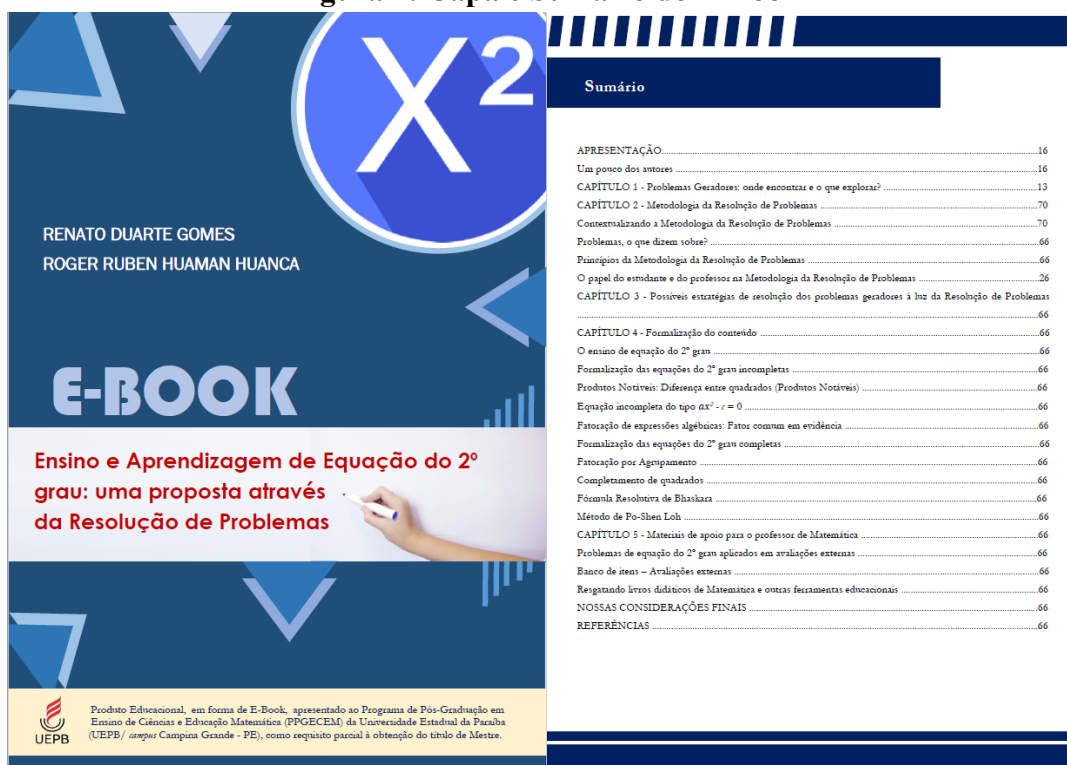
Link (acesso e download)

<https://view.genial.ly/63955d3b76c5380018951fbe/interactive-content-produto-educacional-2022>

2.1 Conhecendo os capítulos do E-Book

O E-book surgiu do desenvolvimento das oficinas realizadas na Pesquisa de Campo e do desejo de contribuir com os professores de Matemática que atuam diretamente no 9º Ano do Ensino Fundamental. Para abarcar o nosso interesse de pesquisa e enxergar a sala de aula de Matemática, este E-book foi estruturado em cinco capítulos, seguidos da apresentação inicial e do sumário.

Figura 1: Capa e Sumário do E-Book



Fonte: Elaborado pelos Autores

Capítulo 1

Problemas Geradores: onde encontrar e o que explorar?

Os capítulos do E-Book foram organizados de acordo com a pesquisa do Mestrado e pensados para potencializar o ensino de equação do 2º grau através da Resolução de Problemas na Educação Básica. Nessa perspectiva, pensamos em iniciar nosso trabalho reunindo problemas geradores, ponto de partida da metodologia estudada e proposta por Onuchic e Allevato (2011). Este capítulo inicial, propõe ao professor uma oportunidade de visualizar os problemas para além do ensino de equação do 2º grau.

Capítulo 2

Metodologia da Resolução de Problemas

No segundo capítulo, trazemos um aprofundamento teórico acerca da metodologia da Resolução de Problemas, norteando seus princípios e o Roteiro de Atividades propostos pelas autoras acima supracitadas. Neste capítulo apresentamos ao professor algumas considerações acerca dos conceitos e definições de “problemas” discutidos por alguns pesquisadores.

Destacamos neste capítulo a essência do Roteiro de Atividades propostos para a sala de aula de Matemática, compreendendo sua preparação, organização e dinâmica na prática docente, refletindo qual o papel do professor e do estudante nesse processo.

Capítulo 3

Possíveis estratégias de resolução dos problemas geradores

No capítulo 3, apresentamos possíveis estratégias de resolução para os problemas geradores presentes no Capítulo 1 do E-Book. Para este capítulo, atentamos para o detalhamento dos processos e abordagens matemáticas pensadas não apenas para resolver o problema, mas também para direcionar o professor frente a formalização do conteúdo. Vale destacar que, trazemos as possíveis resoluções como sugestões para o professor.

Capítulo 4

Formalizando o conteúdo

Posterior ao Capítulo 3, trazemos uma abordagem teórica dos métodos de resolução utilizados em nossa pesquisa, segundo as orientações dos documentos curriculares oficiais e em acréscimo a essas orientações, propomos duas estratégias de resolução que se constituem por meio de fórmulas matemáticas. Sistemáticamente, apresentamos a formalização do conteúdo de equações do 2º grau desde a resolução das equações incompletas à resolução das equações completas.

Capítulo 5

Materiais de apoio ao professor de Matemática

Para encerrar o E-Book, buscamos oferecer além dos capítulos anteriores, um material complementar e de apoio ao professor diante de um cenário escolar que tanto tem exigido dos professores de Matemática. Pensando nos desafios da sala de aula e do contexto extraescolar, oferecemos como sugestão para conhecer e experimentar, um Banco de Itens aplicados em avaliações externas que avaliam o estudante ao resolver problemas que envolvem equação do 2º grau.

Pensando além, oferecemos ao professor através de um quadro, os sites de alguns sistemas educacionais de avaliação que anualmente e/ou bianualmente aplicam esses itens

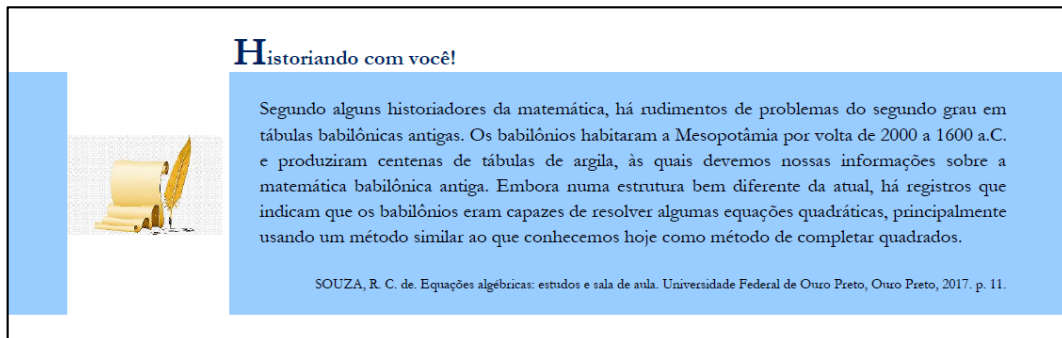
através dos cadernos de testes. Para não se limitar a estrutura de problemas voltados a itens de avaliação, sugerimos um Blog que reúne coleções de livros didáticos em formato de PDF, dos quais utilizamos para selecionar os problemas geradores em nossa pesquisa.

Por fim, ao elaborar este material, refletimos em sugerir algo a mais a cada leitor conectando as informações de cada capítulo com uma proposta de leitura e reflexiva. A partir dessa ideia, elaboramos quatro quadros estratégicos e sugestivos ao leitor para instigá-los a conhecer novas informações e oportunidades de aprendizagem. Assim, intitulamos os quatro quadros: **Historiando com você!**, **Pesquisando um pouco mais**, **Refletindo com meus estudantes!** e **Tirando dúvidas!**.

2.2 O que sugerem os quadros estratégicos ao leitor?

Os quadros estratégicos elaborados e propostos ao longo do E-Book têm a intenção de compartilhar informações e orientações acerca do ensino de equação do 2º grau, Resolução de Problemas, documentos oficiais curriculares e oportunidades para a formação dos professores em desenvolvimento profissional. Assim, convidamos os leitores a conhecer e aprofundar seus conhecimentos com cada uma das sugestões dos quadros estratégicos.

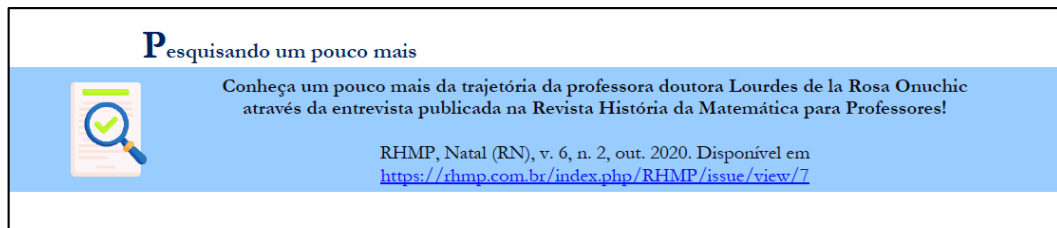
Figura 2: Quadro Historiando com você!



Fonte: Elaborado pelos Autores

No quadro **Historiando com você!** apresentamos uma leitura mais sucinta e precisa sobre uma abordagem específica do capítulo, resgatando a história da Matemática como elemento importante a ser discutido com os estudantes em sala de aula ou até mesmo, para conhecer novas fontes de informações.

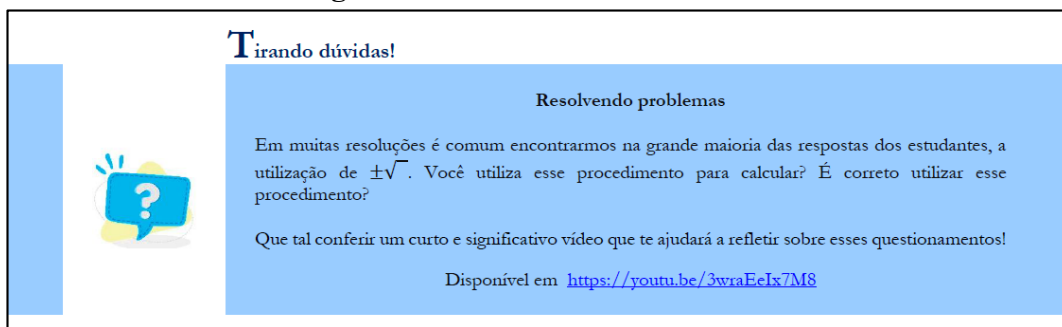
Figura 3: Quadro Pesquisando um pouco mais



Fonte: Elaborado pelos Autores

Para instigar a curiosidade e oferecer caminhos na busca de novos conhecimentos, propomos o quadro **Pesquisando um pouco mais**, onde convidamos o professor a uma reflexão que exige do mesmo, uma pausa para uma leitura acompanhada de novas e significativas aprendizagens.

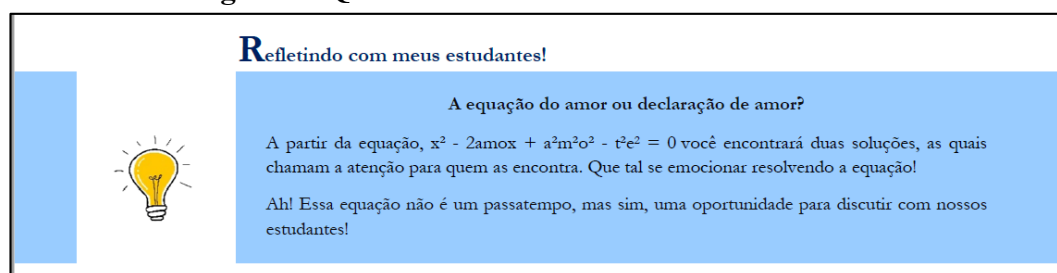
Figura 4: Quadro Tirando dúvidas



Fonte: Elaborado pelos Autores

Como sempre somos surpreendidos por nossos estudantes, e que por vezes chegamos a questionar alguma situação no ensino da Matemática, propomos uma pausa para o quadro **Tirando dúvidas!**,

Figura 5: Quadro Refletindo com meus estudantes



Fonte: Elaborado pelos Autores

No quadro **Refletindo com meus estudantes**, oferecemos a oportunidade de os professores de forma criativa e reflexiva, dialogar e explorar os conceitos matemáticos inferindo informações em textos diversos com seus estudantes.

3 O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU NA EDUCAÇÃO BÁSICA

3.1 Recomendações dos documentos curriculares oficiais

Segundo Gomes (2021), a aplicação e a resolução de problemas no ensino de equação do 2º grau estão bem presentes em muitas atividades da nossa vida, pois é um conteúdo muito explorado nos anos finais do Ensino Fundamental para construção de conceitos, desenvolvimento cognitivo e algébrico dos estudantes, necessários para estimular o raciocínio, a capacidade de análise e argumentação matemática.

Considerando o ensino de equação do 2º grau, do ponto de vista algébrico e do princípio normativo, garantido constitucionalmente por meio dos Documentos Oficiais Curriculares, destacamos para aprofundamento dessa pesquisa, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO 2012; 2019), como sendo os principais documentos norteadores que orientam e sugerem pedagogicamente os conceitos e o desenvolvimento das competências previstas para o ensino de equação do 2º grau no Ensino Fundamental – Anos Finais.

Levando em consideração o cenário da Educação Básica, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), considerava apenas que o ensino de equação do 2º grau fosse uma particularidade do 9º Ano EF, sem atentar que esse assunto é explorado e trabalhado no ensino de Fatoração de expressões algébricas no 8º Ano EF.

Com vistas a ampliar os mais variados procedimentos, métodos e estratégias de como resolver problemas e/ou tarefas no ensino dessa equação, BRASIL (2018), propôs para o 9º Ano EF no objeto de conhecimento Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações, na unidade temática Álgebra, desenvolver a habilidade “(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau” (BRASIL, 2018, p. 317).

3.2 Equações do 2º grau incompletas

A formalização do conteúdo de equação do 2º grau incompletas presente em nossa pesquisa, atende as habilidades (EF09MA09) e (EF08MA09) propostas na BNCC, tomando como referência a Fatoração de expressões algébricas e sua relação com os Produtos Notáveis. Em nossa pesquisa, aprofundamos matematicamente três formas de resolução para as equações

do 2º grau incompletas sem utilização de fórmulas: (1) equações do tipo $ax^2 = 0$; (2) $ax^2 + bx = 0$: Fator comum em evidência e (3) $ax^2 - c = 0$: Diferença entre quadrados (Produtos Notáveis).

No Capítulo 4 do E-book, encontramos a formalização conceitual de cada um dos casos acima apresentados, conforme podemos ver na Figura 6.

Figura 6: Formalização das equações do 2º grau incompletas

Fatoração de expressões algébricas: Fator comum em evidência
Equação Incompleta do tipo $ax^2 + bx = 0$

O procedimento utilizado nesse método, será possível quando existir um fator que se repete ou seja comum aos coeficientes a e b da equação. Esse fator pode ser apenas a incógnita da equação, como pode ser um número acompanhado da incógnita, derivado de uma simplificação via divisão.

Equação incompleta	→	$ax^2 + bx = 0$
Retomando cada termo da equação	→	$a \cdot x \cdot x + b \cdot x = 0$
Identificando o fator comum	→	$x(ax + b) = 0$

Nessa etapa, faz-se necessário apresentar a propriedade do produto nulo, que apresenta a multiplicação de dois termos igual a zero, quando um dos fatores é zero. Assim, temos $x = 0$ ou $(ax + b) = 0$. Logo, temos $x = 0$ como uma raiz e $(ax + b) = 0$

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Então, obtemos duas e distintas raízes, sendo $x_1 = 0$ e $x_2 = -\frac{b}{a}$. Portanto, os dois valores obtidos correspondem ao conjunto solução da equação, sendo representado por $S = \left\{-\frac{b}{a}; 0\right\}$.

Formalização das equações do 2º grau completas

Fatoração por Agrupamento
Equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$

Fonte: Elaborado pelos Autores

3.3 Equações do 2º grau completas

Para a formalização do conteúdo das equações do 2º grau completas em atenção a habilidade (EF09MA09) prevista e norteada na BNCC, tomamos como referência na resolução dos problemas, um método de Fatoração de expressões algébricas e uma articulação dos Produtos Notáveis, destacamos um aprofundamento matemático através de duas formas de resolução para as equações do 2º grau completas sem utilização de fórmulas: (1) Fatoração por Agrupamento e (2) Completar quadrados: Trinômio quadrado perfeito.

Para além dessas estratégias de resolução, apresentamos duas vias de resolução que fazem uso de fórmulas: (1) Fórmula resolvente de Bhaskara e o (2) Método de Po-Shen Loh. Compreendemos que tais métodos podem contribuir para um maior número de possibilidades de resolução de problemas que tratem dessa natureza. No Capítulo 4 do E-Book, apresentamos o detalhamento de como essas fórmulas foram generalizadas partindo dos processos de Fatoração, como vemos na Figura 7.

Figura 7: Formalização das equações do 2º grau completas

Fórmula resolvente de Bhaskara
Equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$

O método resolvente de Bhaskara, muito conhecido e utilizado para resolver equações do 2º grau completas e também incompletas, consiste na generalização do método de completar quadrados. A partir dessa fórmula, é possível encontrar as raízes de uma equação do 2º grau por meio de seus coeficientes a , b e c e do cálculo do discriminante.

O discriminante é o número $b^2 - 4ac$, muito importante para compreender o número de soluções de uma equação do 2º grau, sendo muito conhecido pelo símbolo, a letra grega Δ (delta), utilizada para representá-lo. O discriminante é parte integrante da fórmula resolvente de Bhaskara, onde vamos deduzir a seguir:

→ Inicialmente, vamos considerar a equação completa do 2º grau na forma geral $ax^2 + bx + c = 0$, com a , b e c reais em que $a \neq 0$.

→ Em seguida, simplificamos cada membro da equação pelo coeficiente a ,

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ \frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} &= 0 \\ x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} &= 0 \end{aligned}$$

→ continuando, buscamos isolar o termo independente (coeficiente) no 2º membro;

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

Fonte: Elaborado pelos Autores

Ainda neste capítulo, percebemos a notoriedade de cinco formas de resolução que não fazem uso de fórmula matemática e que por vezes não são tão exploradas em sala de aula. Neste capítulo trazemos um destaque para o detalhamento do recente método do norte-americano Po-Shen Loh que elaborou uma fórmula resolver equações do 2º grau em dezembro de 2019.

4 A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

4.1 Contextualizando a Metodologia de Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas, por volta do final da década de 1990, foi caracterizada como uma tendência de estudos por meio de uma nova abordagem teórico-metodológica para a prática de ensino, tornando-se um movimento educacional nos processos de ensino, aprendizagem e avaliação.

Nesse período, reformas educacionais, diretrizes e matrizes curriculares sobre a Resolução de Problemas passaram por profundas mudanças a partir das reflexões da contextualização decorrente “da processualidade na produção acadêmica da Educação Matemática, como um meio que engloba e que fornece um pano de fundo para se compreender o campo da Resolução de Problemas” (LEAL JUNIOR; MISKULIN, 2017, p. 307).

No final dos anos 90 e início dos anos 2000, o NCTM apresenta cinco Padrões de Procedimento para a Matemática Escolar, entre eles, a Resolução de Problemas é o primeiro procedimento indicado e recomendado para o ensino de Matemática através da resolução de problemas. Aqui no Brasil, o grupo de pesquisadores da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, campus Rio Claro, liderados pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, intensificaram seus estudos com vistas as recomendações dos documentos e diretrizes curriculares oficiais.

No tocante a notoriedade da concepção do ensino de Matemática “através da Resolução de Problemas” já difundido no Brasil e acompanhado pela renovação em suas orientações curriculares, Onuchic (1999), dedicou-se a investigar e apresentou três frentes da abordagem da Resolução de Problemas: (1) o ensino sobre a resolução de problemas; (2) o ensino para a resolução de problemas e (3) o ensino através da resolução de problemas.

Considerando a terceira abordagem estudada e apresentada por Onuchic e seu grupo de pesquisa, como uma alternativa metodológica na sala de aula de Matemática, constituindo-se de três elementos distintos e integrantes no desenvolvimento das atividades em sala de aula: o ensino, a aprendizagem e a avaliação.

Por essa razão, chegam à conclusão de que a concepção de trabalhar Matemática através da resolução de problemas, tem uma estreita relação com “a expressão ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica que integra a avaliação às atividades de sala de aula,

entendemos como uma metodologia, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 43).

Academicamente compreendida e delimitada como metodologia, a MRP se configura por sua essência didático-pedagógica estudada e defendida pelas autoras acima citadas, as quais situam o ensino sobre e para a resolução de problemas como práticas tradicionais ao processo de ensinar e aprender Matemática. Portanto, ensinar Matemática através da Resolução de Problemas permeia uma proposta mais próxima e eficiente para o ensino e a aprendizagem dos estudantes.

A metodologia da Resolução de Problemas constitui-se como uma oportunidade e um caminho para os que os estudantes aprendam Matemática, não se limitando a apenas a resolver problemas. Essa metodologia prescreve a ideia de fazer Matemática com compreensão, trabalhando-a de forma completa e inteira, com vistas a produzir e dar sentido a saber fazer Matemática. Nesse sentido, Romanatto (2008, p. 1) reitera que “a resolução de problemas se apresenta como um dos caminhos mais promissores para o “fazer Matemática” em nossas salas de aula”.

4.2 O Roteiro de Atividades e a dinâmica em sala de aula

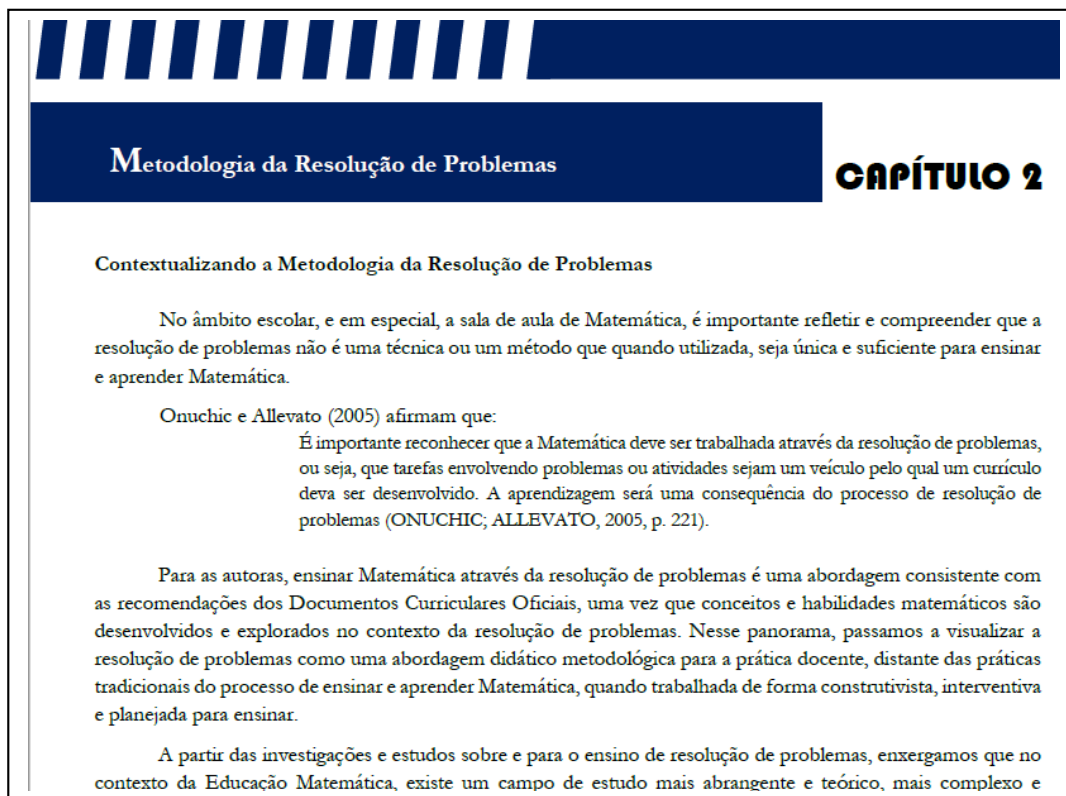
Onuchic e Allevato (2011), partindo de suas investigações e olhares para a sala de aula, consideram importante ampliar algumas etapas no roteiro de atividades para o desenvolvimento da MRP. Partindo da sua importância e dimensão na MRP, no cenário da Educação Matemática, Allevato e Onuchic (2014) aprofundam seus estudos e visando apoiar o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, sugerem um novo roteiro de atividades, composta de dez etapas para sua organização e seu desenvolvimento.

Consciente dessa condição, o professor que busca ou tende a implantar em suas aulas a metodologia da Resolução de Problemas, precisa refletir sobre o tempo de estudo para o ensino em sala de aula; as situações que podem ocorrer no desenvolvimento de como intervir na aula e, como a seleção dos problemas – geradores – podem favorecer a aprendizagem dos estudantes. Analisar cada uma dessas partes, podem subsidiar e potencializar o desenvolvimento das atividades propostas pelo professor em suas aulas.

Para este trabalho, tomamos como atual e preciso, o roteiro de atividades estruturado em nove etapas, como indicam Onuchic e Allevato (2011). As etapas e detalhamento de cada uma delas, estão presentes no capítulo 2 do E-Book, bem como a contextualização da Metodologia da Resolução de Problemas, aporte teórico que sustenta a pesquisa dissertativa dos autores, além

de situar os professores acerca do que compreendem sobre problemas e o que dizem alguns pesquisadores sobre essa abordagem.

Figura 8: Página inicial do Capítulo 2



Fonte: Elaborado pelos Autores

Em resumo, neste capítulo apresentamos o Roteiro de Atividades sugeridos por Onuchic e Allevato (2011), com vistas a implantação da metodologia da Resolução de Problemas nas aulas de Matemática a MRP, refletindo o que a dinâmica dos nove passos propostos nesse roteiro podem subsidiar e potencializar o desenvolvimento das atividades propostas pelo professor em suas aulas. Entretanto, tratamos da organização e dos crescentes estudos dos três roteiros apresentados: Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2011) e Allevato e Onuchic (2014).

Por fim, esboçamos um quadro que propõe uma análise do percurso do Roteiro de Atividades proposto por Allevato e Onuchic (2014), compreendendo o papel do professor como mediador e o lugar central do estudante no processo de ensino e aprendizagem, dialogando com as etapas de ordem individual e coletiva, como vemos na página 19 do E-Book.

5 ATIVIDADES PROPOSTAS

5.1 Problemas Geradores

Compreendendo a importância dos problemas geradores segundo a metodologia da Resolução de Problemas, apresentamos um panorama de problemas geradores onde propomos explorar o ensino de equação do 2º grau com os estudantes no primeiro capítulo do E-Book. Os problemas geradores apresentados, baseiam-se nas orientações didático-pedagógicas dos documentos curriculares vigentes segundo as habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular.

Reunimos neste capítulo dez problemas, acompanhados da referência da fonte de pesquisa, ao tempo em que destacamos a habilidade proposta para a aplicação e exploração do problema. Nessa organização, sugerimos em qual ano do Ensino Fundamental podemos aplicar o problema e quais conteúdos podemos abordar e explorar através do problema gerador apresentado, como podemos visualizar na Figura 9.

Figura 9: Problema Gerador 5 – Capítulo 1

Problema 5
Laranjas

O custo em reais de 25 laranjas é igual ao número de laranjas que podemos comprar com um real. Qual é o número de laranjas que se pode comprar com três reais?

Onde encontrar esse problema?
Arquivo do Minicurso Resolução de Problemas: Convite ao Ensino de Matemática, realizado no 2º Congresso Universitário da UEPB, 2022.

Qual a habilidade é avaliada neste problema?
(EF08MA09) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Ano de escolaridade
8º e 9º Anos do Ensino Fundamental

Quais conteúdos podem ser abordados e explorados no problema?
Sistema Monetário, Regra de Três e Equação do 2º grau no contexto da Álgebra.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Alguns dos problemas apresentados foram aplicados, explorados e analisados na Pesquisa de Campo do trabalho de Dissertação do primeiro autor deste E-book. Os demais problemas foram selecionados a partir do estudo de livros didáticos, pesquisas na internet, participação em eventos e outras fontes.

5.2 Estratégias de Resolução dos problemas geradores

Além de oferecer um panorama de problemas geradores, buscamos descrever e detalhar algumas possíveis estratégias para a resolução dos problemas apresentados no Capítulo 1 do E-Book. No Capítulo 4, buscamos oferecer numa perspectiva didático-metodológica o detalhamento das resoluções compreendendo os processos de Fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os Produtos Notáveis, além de oferecer os métodos da Fórmula resolutive de Bhaskara e o de Po-Shen Loh.

Figura 10: Resolução do Problema Gerador 3 – Capítulo 3

Problema 3
Pai, filho e suas idades

Um pai tinha 36 anos quando nasceu seu filho. Multiplicando-se as idades que possuem hoje, obtém-se um produto que é igual a 4 vezes o quadrado da idade do filho. Hoje quais são as idades do pai e do filho?

Resolução

Equacionando o problema, consideramos:

F	→ a idade do filho
36	→ a referência da idade do pai
$(36 + F) \cdot F$	→ o produto das idades do pai e do filho, hoje

A partir dos dados acima, vamos representar algebricamente o problema:

$(36 + F) \cdot F = 4 F^2$	→ equacionando e desenvolvendo o problema, aplicando a propriedade distributiva
$36F + F^2 - 4F^2 = 0$	→ reduzindo a equação
$36F - 3F^2 = 0$	→ equação do 2º grau reduzida

Agora, vamos resolver a equação do 2º grau pelo fator comum em evidência.

$36F - 3F^2 = 0$	→ 3 e F são fatores comuns aos termos $36F$ e $3F^2$
$3F(12 - F) = 0$	→ a equação foi fatorada tomando $3F$ como fator comum evidente nos dois termos

Seguindo, vamos encontrar o valor de F.

$3F(12 - F) = 0$ → vamos aplicar a propriedade do produto nulo para determinar as raízes da equação
Se $A \cdot B = 0$, então $A = 0$ ou $B = 0$.

$3F = 0$	$12 - F = 0$
$F = \frac{0}{3}$	$12 = 0 + F$
$F = 0$	$F = 12$

↓
solução descartada por considerar um valor positivo para a idade do filho

Logo, a idade do filho é de 12 anos e a idade do pai pode ser calculada por meio da equação $36 + F$:

$$36 + 12 = 48$$

Assim, concluímos que a idade do pai é de 48 anos e a do filho é de 12 anos.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Pensando na dinâmica da sala de aula e nas diversas formas que temos para ensinar e resolver equações do 2º grau, além de atender as orientações curriculares oficiais previstas na

BNCC e nos currículos vigentes, oferecemos outros meios e alternativas de resolução de equações desse grau, seja do tipo completa ou incompleta.

Para não se limitar a resolução dos problemas geradores, propomos em cada resolução o detalhamento dos procedimentos realizados vislumbrando ao professor, a etapa da formalização do conteúdo, segundo o Roteiro de Atividades da metodologia da Resolução de Problemas.

5.3 Material Complementar para o professor de Matemática

Concentrando as atividades e as abordagens teóricas propostas neste trabalho, apresentamos como sugestão alguns materiais de apoio e que podem auxiliar o professor em seu planejamento e sua aplicabilidade no chão da escola. Entendendo os desafios e a dinâmica da sala de aula, oferecemos um banco de itens de avaliações externas, aplicados nas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental selecionados de alguns sistemas educacionais de avaliação, nacional e estaduais. Este material complementar encontra-se disponível no Capítulo 5 do E-book, acompanhado da lista dos sites de alguns sistemas de avaliação do nosso país.

Figura 11: Banco de itens – Avaliações externas

Banco de Itens – Avaliações Externas

Item 01
SPAECE – *Sistema Permanente de Avaliação da Educação do Ceará*

O conjunto solução da equação $x^2 + 8x + 15 = 0$ é

A) $\{-6, -2\}$
 B) $\{6, 2\}$
 C) $\{-5, -3\}$
 D) $\{3, 5\}$

Item 02
SAEB – *Sistema de Avaliação da Educação Básica*

O custo de uma produção, em milhares de reais, de x máquinas iguais é dado pela expressão $C(x) = x^2 - x + 10$. Se o custo foi de 52 mil reais, então, o número de máquinas utilizadas na produção foi:

A) 6.
 B) 7.
 C) 8.
 D) 9.

Item 03
SAEPE – *Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco*

Observe a seguir a equação matemática que modela o movimento de queda livre dos corpos. Nessa equação, d representa a distância percorrida pelo corpo até chegar ao chão, g a aceleração da gravidade na terra que pode ser considerada 10 m/s^2 e t o tempo de queda do corpo.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Os sites indicados e sugeridos possibilitarão o professor a conhecer, estudar e aprofundar seus conhecimentos sobre as coleções anuais de Revistas Pedagógicas de acordo com cada sistema de avaliação. Além das Revistas Pedagógicas e do suporte pedagógico que cada um dos sites oferecem, disponibilizamos a referência do Blog do Professor Leonardo Portal que tem reunido coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental ao Ensino Médio das maiores editoras do país ao longo dos últimos PNLD's¹ e outras ferramentas pedagógicas para estudo e apoio ao professor de Matemática. Através desse blog, coletamos muitos dos problemas geradores apresentados no Capítulo 1 do E-Book revisitando os livros didáticos.

Assim, finalizamos o presente trabalho com o link de acesso ao E-book e com um e-mail disponível para recebimento de mensagens que nos ofereça um *feedback* acerca do material elaborado, das atividades propostas e também, para que cada leitor, possa compartilhar conosco sugestões para melhorar este material.

Link (acesso e download)

<https://view.genial.ly/63955d3b76c5380018951fbe/interactive-content-produto-educacional-2022>

E-mail (sugestões e *feedback*)

renato.gomes@aluno.uepb.edu.br

Destacamos que o E-Book se encontra disponível na plataforma *Genialy*, podendo ser acessado por meio do link acima, sendo este o produto final da Pesquisa do Mestrado Profissional desenvolvida e aplicada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (PPGECM) e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

¹ PNLD - Programa Nacional do Livro e do Material Didático

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente produto educacional foi elaborado com o objetivo de contribuir com o trabalho pedagógico dos professores de Matemática do 9º Ano do Ensino Fundamental no ensino de equação do 2º grau à luz da Resolução de Problemas através de um recurso e/ou material didático significativo, possível e aplicável em sala de aula. Dessa forma, percebemos que ao atender as exigências do Mestrado Profissional do Programa, disseminamos parte de nossa pesquisa para toda a rede de ensino.

Ao longo desse trabalho desenvolvemos um suporte de atividades e materiais complementares para subsidiar professores de Matemática no ensino de equação do 2º grau no contexto da Álgebra, Geometria e outros eixos da Matemática. A estrutura e organização de cada um dos capítulos foram pensados para que os professores possam refletir sua prática pedagógica e a importância de sua metodologia em sala de aula, aplicando e/ou adaptando esse material de acordo com a realidade dos estudantes e da etapa de escolaridade que o mesmo atende. A metodologia proposta e fundamentada neste trabalho é a Resolução de Problemas na perspectiva de Onuchic e Allevato (2011), sob a abordagem do Roteiro de Atividades seguida dos nove passos, sistematizando-os de acordo com o trabalho realizado de forma individual e coletiva integrando o perfil de mediador para o professor e a centralidade e o protagonismo dos estudantes nesse processo.

Esperamos que este trabalho possa contribuir significativamente para a prática pedagógica dos professores, como uma alternativa para que novos olhares e saberes sejam compartilhados e conhecidos acerca do ensino de equação do 2º grau de acordo com as orientações curriculares oficiais. Diante disso, ressaltamos que este material não é uma receita pronta e/ou mágica e que seja única suficiente para garantir a aprendizagem e o sucesso escolar de todos, uma vez que este E-book se constitui como um material didático e complementar para o ensino de equação do 2º grau nas aulas de Matemática através de uma metodologia que possibilite aulas mais dinâmicas e que atenda à realidade de cada sala de aula.

Face a essa abordagem, acrescentamos ainda que, este produto educacional encontra-se disponível e de fácil acesso para os professores de Matemática, podendo ser ajustado a outras realidades e a outros níveis de ensino da Educação Básica. Assim, oferecemos este E-book como uma dentre muitas possibilidades para subsidiar o ensino de equação do 2º grau e uma ferramenta complementar as práticas pedagógicas de professores que buscam constantemente a melhoria do ensino e da aprendizagem dos seus estudantes.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

GOMES, R. D. Matematizando o método de Pó-Shen Loh, à luz da Resolução de Problemas. In: **Anais do Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Anais. Campina Grande (PB) UEPB, 2021. Disponível em: <<https://www.even3.com.br/anais/xxvebrapem/454474-matematizando-o-metodo-de-po-shen-loh-a-luz-da-resolucao-de-problemas>>. Acesso em: 20/06/2022.

LEAL JUNIOR, L. C.; MISKULIN, R. G. S. Perspectivas de Resolução de Problemas por meio de Articulações entre Teoria, Prática e Conceitos sobre Comunidade de Prática. In: ONUCHIC,

L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Org.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, p. 305-353, 2017.

LOCATELLI, A.; ROSA, C. T. W. **Produtos Educacionais: características da atuação docente retratada na I Amostra Gaúcha**. Polyphonia, Goiânia, v. 26, n. 1, p. 197-210, 2015.

MOREIRA, M. A. **O mestrado (profissional) em ensino**. Revista Brasileira de Pós-Graduação, Brasília, v. 1, n. 1. p. 131-142, 2004.

OLIVEIRA, G. P. **Produto educacional: site “o uso pedagógico de objetos de aprendizagem no ensino de matemática”**. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, p. 199-220, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema - Mathematics Education Bulletin, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 - 231.

PEREIRA, E. C.; SANTOS, A. S.; **Uma abordagem sobre equações do 2º grau**. Multidebates, Palmas – TO. v. 4, n. 4, out 2020.

PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco: Ensino Fundamental: Matemática**. Secretaria de Educação e Esportes, Recife: SEE, 2019.