UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RENATO DUARTE GOMES

PERFORMANCE DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU, UM ESTUDO DOS MÉTODOS DE FATORAÇÃO E DO MÉTODO DE PO-SHEN LOH

CAMPINA GRANDE – PB
2022

RENATO DUARTE GOMES

PERFORMANCE DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU, UM ESTUDO DOS MÉTODOS DE FATORAÇÃO E DO MÉTODO DE PO-SHEN LOH

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca.

CAMPINA GRANDE – PB
2022

G633p Gomes, Renato Duarte.
Performance da resolução de problemas no ensino de equação do 2º grau, um estudo dos métodos de fatoração e do método de Po-Shen Loh [manuscrito] / Renato Duarte Gomes. - 2022.
172 p. : il. colorido.

Digitado.
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.
"Orientação : Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca, Coordenação do Curso de Ciências Contábeis - CCHE. "

1. Resolução de Problemas. 2. Método de Po-Shen Loh. 3. Formação de Professores. 4. Equação do 2º grau. 5. Equação matemática. I. Título

21. ed. CDD 512.7

Elaborada por Camile de A. Gomes - CRB - 15/559 BC/UEPB

RENATO DUARTE GOMES

PERFORMANCE DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU, UM ESTUDO DOS MÉTODOS DE FATORAÇÃO E DO MÉTODO DE PO-SHEN LOH

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 21 /12/ 2022.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

____

Prof. Dr. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida (Membro interno)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

____

Prof. Dr. Leomaques Francisco Silva Bernardo (Membro externo)
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Dedico este trabalho ao autor e consumador da minha fé, que fielmente tem abençoado minha vida, Deus. À minha preciosa família, em especial à minha esposa, filha e sobrinho Mateus, constantes no apoio e incondicional amor. A minha amiga e irmã, Ana Paula Bezerra, pela inspiração, doação e coragem em contribuir em minha trajetória pessoal e profissional. Ao meu nobre e admirável avô, Seu Antônio (*in memorian*), que sempre investiu sua confiança em ensinar e impulsionar-me a crescer e em seguir mais além.

AGRADECIMENTOS

Uma escrita envolvida por tantos sentimentos e explosiva de alegria, reconhecer as várias contribuições para a concretude desse trabalho e saber das positivas e significativas implicações dessa pesquisa para inúmeras salas de aula.

Inicio meu agradecimento a quem é digno de toda a minha gratidão, ao Senhor dos Exércitos, que sonhou primeiro este projeto para mim. A Ele ofereço tudo o que sou e esta conquista, agradeço imensamente a ti, Senhor!

Aos meus pais e minhas irmãs que são minha base e meus apoiadores, o constante e precioso amor a mim dedicado em todos os momentos, agradeço a paciência, a torcida, o orgulho e a confiança de todos vocês.

Agradeço imensamente às minhas preciosas pérolas, minha filha (Ellen Diana) e minha esposa (Ninha Cris), pelo incondicional apoio, coragem, paciência e especial amor por cada uma das conquistas em minha vida! Pela fortaleza encontrada em vocês e pela compreensão em todos os momentos de pesquisa e estudo para construir algo tão especial para todos nós!

A toda Gerência Regional de Educação da Mata Norte, em especial à Coordenação Geral de Desenvolvimento da Educação, agradece o carinho, respeito e abraço à pesquisa de campo realizada com os professores de Matemática e por me impulsionar a chegar ao Mestrado.

Um agradecimento muito especial aos amigos e amigas que apoiaram esse sonho e que sonharam comigo, Ana Paula, Cida Ferreira, Lúcia Faelante, Diana Lira, Auzenita Maria, Kátia Monteiro, Luíza Victor, Stefhanny Chiapeta, André Felipe, Cida Rufino e Professores Roberto e Jacinto, gratidão a todos vocês, por significar e abençoar grandemente minha vida!

Ao Vocal El Shaday que sempre e sempre me amparou em suas orações e que me fortaleceu em graça, força e fé para caminhar e contemplar o melhor de Deus para minha vida, minha saudade, alegria e imensa gratidão por tudo o quanto esse grupo de louvor representa e oferece ao meu coração.

Segue um duplo e honroso agradecimento, ao meu admirável e notável orientador, Professor Roger Ruben Huaman Huanca. Como Deus me presenteou em tê-lo meu ajudador, orientador e inspirador! Posso dizer o quanto sou grato por cada uma de suas aulas e suas significativas orientações (coletivas e individuais) para construir significativos não apenas para uma escrita, mas para toda uma vivência educativa. Foi através de seu tom e sua aula que minha pesquisa tomou norte e sentido para mim e para milhares de pessoas que serão abraçados por esta pesquisa. A você, professor Roger, gratidão por me inspirar a cada instante.

Aos meus maravilhosos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM, da UEPB (*campus* Campina Grande), minha inteira admiração e gratidão por todos os ensinamentos e aprendizagens construídas através da pesquisa e da vida de cada um de vocês: Roger Huanca, Helber Rangel, Filomena Moita, Pedro Lúcio, Marcelo Germano, Eduardo Onofre e Silvanio de Andrade.

Agradeço aos amigos e membros do Grupo de Pesquisa de Resolução de Problemas em Educação Matemática – GPRPEM, pelo apoio, contribuições e partilhas em cada um dos encontros e estudos realizados.

Registro um especial e feliz agradecimento ao meu amigo e irmão, Ananias Felix, que esteve por perto em todas as disciplinas, na escrita dos artigos, nas horas mais incertas, nos momentos mais desafiantes e nas alegrias alcançadas nessa trajetória acadêmica. A você Ananias, minha gratidão, admiração e confiança, por tudo o quanto construímos, aprenderam e oraram juntos.

A minha Universidade, a UEPB, que esteve em todos os momentos (remoto e presencial) e oportunidades de portas abertas para me acolher, oportunizar e projetar academicamente.

Aos colegas mestrandos e doutorandos de cada um dos encontros, aulas, seminários e eventos que participamos obrigado pelo apoio, pela atenção e por todos os momentos que vivenciamos.

Minha gratidão a Ana Tereza de Aquino, que olhou a pesquisa tão próxima de cada sala de aula e apoiou esse trabalho para a Formação Continuada dos Professores de Matemática na Mata Norte.

Minha alegria, satisfação e agradecimento, a cada um dos professores de Matemática da Mata Norte, que abraçaram o convite e a oportunidade de participar e se envolver integralmente na pesquisa de campo.

Cada encontro formativo foi significativamente importante, não apenas para a pesquisa de campo, mas propositalmente para apoiar o trabalho de cada um de vocês. Foi muito gratificante refletir e provocar a cada professor e professora que pensa e atua de forma atenciosa e precisa para cada estudante. A vocês, mais uma vez, minha gratidão!

Em Matemática, a arte de colocar uma questão deve ser mais valorizada do que a arte de a resolver.

Georg Cantor

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo investigar as contribuições de uma proposta de ensino através da Resolução de Problemas sobre a articulação dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh na resolução de equações do 2º grau. Para isso, a Pesquisa de Campo concentrou-se na realização de um Minicurso de vinte horas, intitulado: Ensino de equação do 2º grau à luz da Resolução de Problemas, ofertado a dez professores de Matemática da rede estadual de Pernambuco. O referencial teórico desta pesquisa está estruturado em três partes: (1) Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas; (2) Ensino de Equação do 2º grau na Educação Básica e (3) Formação Continuada dos Professores de Matemática. A metodologia adotada foi de natureza qualitativa, consistindo nos instrumentos da coleta de dados: as observações, o material escrito e produzido pelos professores cursistas durante o Minicurso, áudio gravações (encontros presenciais), vídeo gravação (encontros virtuais) e dois questionários (Pré e Pós Minicurso). A Pesquisa de Campo, foi pensada na articulação entre a Resolução de Problemas e o objeto de estudo desta pesquisa, os Métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o Método de Po-Shen Loh, como alternativas pedagógicas para ensinar e resolver equações do 2º grau. Os professores cursistas, participaram efetivamente dos encontros formativos, explorando os métodos de resolução de equação do 2º grau a partir dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas, do recente método de Po-Shen Loh e também através de outras estratégias e procedimentos didático-metodológicos. Os resultados alcançados com os professores participantes, apontaram dois olhares para o ensino de Matemática, o primeiro por vivenciarem e visualizarem o potencial da Metodologia da Resolução de Problemas como uma oportunidade para melhorar sua prática docente e em segundo, conhecer e compreender o Método de Po-Shen Loh e os métodos de Fatoração, como uma promissora alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem de equação do 2º grau. Dessa forma, esta pesquisa contribuiu significativamente para o conhecimento matemático, para a prática docente dos professores de Matemática e consequentemente para a aprendizagem dos estudantes.

Palavras-Chave: Resolução de Problemas; Equação do 2º grau; Método de Po-Shen Loh; Formação de Professores.

ABSTRACT

The present work aims to investigate the contributions of a teaching proposal through Problem Solving on the articulation of the methods of Factoring Algebraic Expressions and the method of Po-Shen Loh in solving 2nd degree equations. For this, the Field Research focused on carrying out a twenty-hour short course, entitled: Teaching 2nd degree equations in the light of Problem Solving, offered to ten Mathematics teachers from the state network of Pernambuco. The theoretical framework of this research is structured in three parts: (1) Mathematics teaching-learning-assessment methodology through Problem Solving; (2) 2nd grade Equation Teaching in Basic Education and (3) Continuing Formation of Mathematics Teachers. The methodology adopted was of a qualitative nature, consisting of data collection instruments: observations, material written and produced by the course teachers during the Mini-course, audio recordings (face-to-face meetings), video recording (virtual meetings) and two questionnaires (Pre and Post Minicourse). The Field Research was thought of in the articulation between Problem Solving and the object of study of this research, the Factoring Methods of Algebraic Expressions and the Po-Shen Loh Method, as pedagogical alternatives to teach and solve high school equations. The course teachers effectively participated in the formative meetings, exploring the methods of solving 2nd degree equations based on the methods of Factoring Algebraic Expressions, the recent Po-Shen Loh method and also through other didactic-methodological strategies and procedures. The results achieved with the participating teachers, pointed out two perspectives for the teaching of Mathematics, the first for experiencing and visualizing the potential of the Problem Solving Methodology as an opportunity to improve their teaching practice and second, knowing and understanding the Method of Po -Shen Loh and Factoring methods, as a promising pedagogical alternative for teaching and learning high school equations. Thus, this research contributed significantly to mathematical knowledge, to the teaching practice of Mathematics teachers and consequently to student learning.

Keywords: Problem Solving; Equation of the 2nd degree; Method of Po-Shen Loh; Teacher Training.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS E QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Esta dissertação tem seu início a partir da presente introdução, na qual serão apresentados os elementos percussores que motivaram a realização desta pesquisa, evidenciando os argumentos que a justificam, como também a problemática, a questão norteadora, os objetivos geral e específicos e os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa.

Um crescente e importante desdobramento da Educação Matemática no atual cenário educacional, tem sido observado por meio de investigações que discutem e aproximam o ensino e aprendizagem em Matemática por caracterizar-se como “uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a Matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos a transmissão/assimilação e ou a apropriação/construção do saber matemático” (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p. 5).

Sob essa perspectiva, Gomes (2021) considera que a aplicação e a resolução de problemas no ensino de equação do 2º grau estão bem presentes em muitas atividades da nossa vida, pois são tópicos muito explorados nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio para construção de conceitos, desenvolvimento cognitivo e algébrico dos estudantes, necessários para estimular o raciocínio, a capacidade de análise e argumentação matemática.

Na perspectiva do processo de ensino e aprendizagem de equação do 2º grau, no 9º Ano[1] do Ensino Fundamental, visualizamos a Álgebra muito presente na linguagem e na representação de situações problemas que envolvem esse conteúdo. A clareza e a organização dos conhecimentos que os estudantes já construíram no 8º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais (8º Ano EF), podem contribuir na compreensão do ensino e da aprendizagem de equação do 2º grau.

O meu interesse pela investigação do ensino de equação do 2º grau tem sua origem na sala de aula de Matemática e em especial, nas turmas do 1º Ano do Ensino Médio e 9º Ano EF, diante das dificuldades que os estudantes apresentavam quando se deparavam com situações que abordassem esse conteúdo matemático. Minha trajetória profissional com esse público teve início a partir de 2008 considerando duas realidades, a rede de ensino privada e a rede de ensino municipal.

Investigar as dificuldades que os estudantes do Ensino Médio apresentavam diante de situações que envolviam a resolução de equações do 2º grau e suas limitações em resolver

[1] Neste trabalho, utilizaremos o termo 9º Ano EF como referência da expressão 9º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais e o termo 8º Ano EF à expressão 8º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais.

atividades e/ou problemas dessa natureza, muito me preocupava. Uma vez que, não bastava apenas enxergar a situação da turma, mas intervir pedagogicamente para o crescimento desses estudantes. Ao refletir sobre tais dificuldades e o rendimento dessas turmas nos anos anteriores me chamava a atenção, não apenas os dados, mas o que por trás dele poderíamos enxergar.

Além da sala de aula, desde 2015, que atuo como Formador de Matemática diretamente com professores dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, investigando as práticas de ensino, aprendizagem e avaliação. Na Gerência Regional de Educação (GRE) de Pernambuco, há um Núcleo de Formação Continuada formado por técnicos formadores que estudam e discutem por meio de estudos e oficinas um trabalho formativo para os professores da Educação Básica de cada etapa de escolaridade e componente curricular que ministra.

É notório que resolver equações do 2º grau é uma prática muito comum para os estudantes do 9º Ano EF e do Ensino Médio. Muitos métodos e procedimentos são ensinados e utilizados para encontrar a(s) solução(ões) e/ou o conjunto solução de uma equação desse grau. Nessa trajetória escolar, muitos estudantes apresentam dificuldades quando se deparam com esse conteúdo matemático, seja por sua complexidade ou pela limitação do uso da fórmula resolutiva de Bhaskara, utilizado e enfatizado para resolver problemas que envolvam equações desse tipo.

É comum os estudantes apresentarem dificuldades na compreensão de outros métodos porque, na maioria das vezes, são trabalhados unicamente com a aplicação da fórmula resolutiva de Bhaskara. Estudos como os de Pereira e Santos (2020) relatam que o ensino de equação do 2º grau ainda está pautado em uma abordagem tradicional e mecanizada, trabalhando apenas com uma única via de resolução, condicionando o estudante a resolver as equações sem criatividade e autonomia.

Perante esta situação, que de certa nos preocupa e também limita os estudantes, reconhecemos que existem outras possibilidades e métodos para ensinar a resolver equações do 2º grau nessa etapa de escolaridade. E por essa razão, buscamos investigar as contribuições dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e do método de Po-Shen Loh na resolução de equações do 2º grau à luz da Resolução de Problemas, numa perspectiva didático-metodológica voltada para a construção e ampliação dos conhecimentos dos professores de Matemática do 9º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais.

A fim de contribuir para o aperfeiçoamento teórico e prático do professor em seu contexto e desenvolvimento profissional, acredita-se no trabalho formativo e nas políticas públicas criadas e pensadas para a formação continuada desses profissionais, refletindo "sobre sua prática educacional para se adaptar as diversas e rápidas mudanças no campo educacional, enfrentando assim as dificuldades encontradas na realidade da sala de aula" (KUHN; BAYER, 2019, p. 32).

Acredita-se que, na Educação Básica, hão de ser sistematizadas possibilidades para o processo de formação continuada do professor e desenvolvimento do estudante no processo de ensino e aprendizagem em Matemática, favorecendo a apropriação e compreensão dos significados e características de conceitos relativos ao ensino de equação do 2º grau.

Com vistas a essa forte e preocupante realidade e diante de alguns olhares para a prática do professor do 9º Ano do EF em sua sala de aula, quando delimita a ensinar e resolver equações do 2º grau por meio de uma única via de resolução, a fórmula resolutiva de Bhaskara e seu planejamento norteado pelo sumário do livro didático de Matemática, escolhido pela escola e/ou rede de ensino. Percebemos também algumas abordagens utilizadas pelo professor ao ensinar tal conteúdo e condicionar formalmente o uso da fórmula resolutiva como única para resolver equações do 2º grau completa.

Diante disso, passei a questionar a limitação de métodos e estratégias que os professores utilizavam em suas salas de aula para ensinar e como seu percurso metodológico era planejado. Compreendendo a importância em oferecer através do ensino, as mais diversas possibilidades e estratégias de resolução para que o estudante, diante de qualquer situação e/ou problema, pudesse aplicar seus conhecimentos na busca de sua solução.

Em 2021, no início do Mestrado em curso, durante a disciplina de Fundamentos da Álgebra, em uma das aulas, nosso professor[2], propôs a resolução de um problema para que toda a turma resolvesse pautada na Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Este problema foi explorado segundo as nove etapas que a referida metodologia propõe em seu roteiro, sendo discutido em dois grupos e diante da resolução, cada grupo expôs seus registros a partir de uma equação do 2º grau (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Cada grupo teve sua autonomia para resolver o problema de distintas formas, no entanto, os dois grupos expuseram a resolução, por meio da fórmula resolutiva de Bhaskara. Apresentadas e discutidas em plenárias as resoluções, o professor na busca pelo consenso e formalização do conteúdo nos apresentou a resolução do mesmo problema, a partir do método de Po-Shen Loh. Foi incrível como o professor pedagogicamente deu sentido a Matemática ao utilizar o método para resolver e automaticamente nos ensinar.

---

[2] Dr. Roger Ruben Huaman Huanca, professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (PPGECEM -UEPB), *Campus* Campina Grande – PB.

Por uma e única voz, esse recente método descoberto em 2019, pelo matemático que dá nome ao método, Po-Shen Loh, não era conhecido por nenhum dos estudantes da disciplina. O professor trouxe uma inquietação para todos da turma “pesquisar um pouco mais sobre esse método”. Foi a partir de então que fiquei mais seguro em realizar essa pesquisa e a partir do meu interesse contribuir ainda mais para as salas de aula de Matemática.

Nesse momento, o desejo em investigar um novo meio de ensinar a resolver problemas que envolvam equação do 2º grau partindo do que Po-Shen Loh elaborou, foi decisivo para nortear minha pesquisa de Dissertação. Paralelo a essa investigação, tivemos a curiosidade de analisar livros didáticos de Matemática do 9º Ano EF e alguns documentos educacionais oficiais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo de Pernambuco (2019), se ambos os documentos propunham algo que mencionasse esse método e não encontramos referência alguma.

Com profundo interesse em acrescentar significativamente para sala de aula no que se refere a ensinar a resolver equações do 2º grau e ampliar as possibilidades de resolução de problemas que envolvam equações desse grau diante do que prevê os Documentos Oficiais Curriculares, propomos como objeto de estudo os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh como alternativas pedagógicas para ensinar a resolver equações do 2º grau. Para isso, apresentamos no percurso dessa pesquisa o Método de Po-Shen Loh como sendo uma generalização da fórmula de Bhaskara.

Nessa perspectiva, vislumbramos realizar uma proposta de ensino para professores de Matemática do 9º Ano do EF da rede de ensino estadual da jurisdição da Zona da Mata Norte de Pernambuco/Brasil. O público alvo desta pesquisa foi idealizado com o intuito de valorizar o que orienta o Currículo de Matemática vigente na rede estadual de Pernambuco no tocante a resolver equações do 2º grau por meio de Fatoração de Expressões Algébricas e sua relação com os produtos notáveis e aliado a essa orientação, oferecer o método de Po-Shen Loh como uma alternativa pedagógica no ensino destas equações, ampliando as possibilidades de resolução.

A pesquisa em tela é de natureza qualitativa, estruturada e realizada através de um Minicurso de dezesseis horas, organizado em quatro encontros formativos em formato híbrido, dois encontros presenciais, sediados na Gerência Regional de Educação da Mata Norte, e dois encontros virtuais, oferecidos por meio da Plataforma Google Meet.

Essa investigação em campo foi planejada e experenciada à luz da Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, analisando o seu potencial metodológico para o ensino de Matemática no que confere ao ensino de equações do 2º grau, investigando caminhos possíveis para melhorar a aprendizagem dos nossos estudantes.

Para Ferreira (2018) o fracasso escolar é uma preocupação de todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem e que mesmo com todo o esforço por parte de muitos professores da Educação Básica, pela busca de alternativas didático-metodológicas para garantir uma significativa aprendizagem para os estudantes, podemos identificar que existe uma problemática na esfera educacional.

Os estudantes aprendem ou são ensinados inicialmente no 9º Ano do EF os conceitos, definição, métodos e estratégias de resolução de equações do 2º grau. É nesta etapa de escolaridade que o estudante concebe ou aprende que o método geral, e por vezes, único, de resolução, de uma equação desse tipo é a fórmula resolutiva de Bhaskara. Todavia, este método vinculado à fórmula e como qualquer outro, requer dos estudantes, uma aplicação imediata que parte da memorização formulada para que em seguida a solução desejada seja indicada.

Esse fato nos leva a inferir que tal prática pode gerar ou ocasionar uma deficiência no ensino e na aprendizagem de Matemática, inicialmente nessa etapa de escolaridade, agravando-se ainda mais na etapa seguinte, no Ensino Médio. Assim, acreditamos que seria necessário para o ensino de equação do 2º grau, atentar para as orientações do Currículo de Pernambuco para o ensino desse conteúdo, ao tempo em que podemos ampliar novas e mais possibilidades de resolução através de outros métodos e estratégias matemáticas.

Esta reflexão levou-nos a buscar respostas à pergunta norteadora dessa pesquisa: **Como os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh podem contribuir para o ensino de equações do 2º grau à luz da Resolução de Problemas?**

A partir desse questionamento, entendemos que uma pesquisa a respeito da problemática acima supracitada, poderia oferecer algum retorno, como também contribuir para pesquisas e estudos em Educação Matemática que buscam discutir, compreender e propor melhores alternativas para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Diante do exposto, apresentamos esta pesquisa como sendo de natureza qualitativa, cujo objetivo principal buscou investigar as contribuições de uma proposta de ensino através da Resolução de Problemas sobre a articulação dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh na resolução de equações do 2º grau.

Para alcançar o objetivo principal da pesquisa, estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

- Descrever e avaliar o potencial da Metodologia de Resolução de Problemas para o ensino de equação do 2º grau no 9º Ano do EF;
- Investigar as contribuições dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas para resolver problemas no ensino de equação do 2º grau;
- Verificar a importância do Método de Po-Shen Loh para resolver problemas que envolvam equação do 2º grau;
- Compreender o Método de Po-Shen Loh, como uma estratégia pedagógica à luz da Resolução de Problemas para o ensino e a aprendizagem de Equação do 2º grau.

1.1 Estrutura da Dissertação

Nesta introdução, relatamos uma breve explanação da pesquisa, possibilitando um panorama do interesse de investigação, o caminhar acadêmico e profissional do autor e os objetivos (geral e específico) propostos para buscar respostas à pergunta norteadora da pesquisa. A seguir, apresentemos um sumário comentado da estrutura desta pesquisa.

No Capítulo 1, dedicamos a presente "INTRODUÇÃO" desta pesquisa, apresentando os elementos percussores que motivaram a sua realização, os argumentos que a justificam, a problemática, os procedimentos metodológicos utilizados nesse percurso para alcançar os objetivos propostos e por fim, os objetivos, geral e específico da mesma.

No Capítulo 2, "METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS", apresentamos uma discussão teórica acerca da Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas que subsidiou o presente estudo. Esse capítulo traz uma fundamentação inicial da resolução de problemas e da Resolução de Problemas, seguida de um aprofundamento teórico acerca da Resolução de Problemas como metodologia. Em continuidade, apresenta um panorama pedagógico que relaciona o roteiro de atividades, a sala de aula e as contribuições da Resolução de Problemas para a prática docente e por fim, apresenta uma revisão da literatura acerca do ensino de equação do 2º grau sob a perspectiva da Resolução de Problemas.

No Capítulo 3, propomos uma discussão sobre "O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU NA EDUCAÇÃO BÁSICA", numa perspectiva teórica e epistemológica apresentando um panorama do ensino de equação do 2º grau no atual cenário e as recomendações dos Documentos Oficiais para o ensino de equação desse grau. Neste capítulo oferecemos uma demonstração dos métodos de resolução de equação do 2º grau propostos pelo Currículo de

Pernambuco e pela BNCC, de certo que os mesmos têm norteado o trabalho educativo na Educação Básica.

Ainda neste capítulo, reservamos a fundamentação teórica do "MÉTODO DE PO-SHEN LOH", trazendo um breve histórico e suas principais referências enquanto professor e pesquisador. Nesse percurso, detalhamos sua generalização notável, que dá nome ao método e em seguida, discutimos as aplicações do recente e promissor método de Po-Shen Loh.

Para o Capítulo 4, apresentamos uma abordagem teórica da "FORMAÇÃO CONTINUADA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA" no contexto atual, situando o desenvolvimento profissional, a prática reflexiva do professor no âmbito escolar e a importância da Resolução de Problemas na formação continuada do professor de Matemática no atual cenário.

Dedicamos o Capítulo 5, a "METODOLOGIA DA PESQUISA", apresentando nosso percurso metodológico, acompanhado de uma discussão teórico-metodológica que adotamos seguida da apresentação do universo de estudo. Já no Capítulo 6, trazemos a "COLETA, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS", desde a técnica da análise dos dados, dialogando com os instrumentos utilizados na coleta das informações e os desdobramentos da proposta da Pesquisa de Campo numa abordagem qualitativa, finalizando com as análises e descrições dos encontros formativos a partir dos resultados encontrados.

Por fim, trazemos as nossas "CONSIDERAÇÕES FINAIS" e o Apêndice do "PRODUTO EDUCACIONAL", evidenciando as principais conclusões advindas da análise e discussão dos resultados, sob a qual respondemos à pergunta norteadora e propomos nossas considerações referentes à pesquisa em tela. Nesse capítulo, destacamos também, a contribuição da pesquisa de campo e suas significativas implicações no processo de ensino e aprendizagem, como também para o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática.

2 METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

2.1 Resoluções de Problemas e resolução de problemas, uma compreensão da literatura e definição dos termos

Considerar a linguagem e a empregabilidade de um mesmo termo para conceituar ou fazer referência a um conteúdo ou uma área de estudo é muito comum no ensino de Matemática, seja aqui no Brasil ou em outros países. Atentar ao uso correto da utilização de termos quando falamos, nem sempre é tão preciso, quando de fato escrevemos.

Analisando a literatura brasileira, encontramos duas expressões, embora semelhantes, mas com finalidades e significados diferentes, a Resolução de Problemas e a resolução de problemas. Comumente ouvimos professores e pesquisadores mencioná-las, mas nem sempre inferimos sobre a que abordagem são direcionadas.

Huanca, Silva e Souza (2021) apontam que "na literatura, as denominações Problem-Solving e Solving-Problems são encontradas em inglês. Quando se referem à teoria, usam Problem-Solving mas, na ação de resolver problemas, usam solving-problems" (HUANCA; SILVA; SOUZA, 2021, p. 15). Partindo dessa compreensão e do olhar desses autores, neste trabalho, usaremos Resolução de Problemas, com as iniciais maiúsculas (R e P), referentes à Metodologia de Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e a expressão resolução de problemas, com as iniciais minúsculas (r e p), quando se referir ao ato ou atividade de resolver problemas.

A resolução de problemas, segundo Allevato e Onuchic (2014, p. 35), é considerada o coração da Atividade Matemática, sendo a mesma, uma força propulsora para a construção de novos conhecimentos e de uma inquestionável importância para a uma significativa e efetiva aprendizagem, contudo a forma como tem sido incorporada na sala de aula de Matemática, ainda não está clara para os professores.

Corroborando essas ideias, Allevato e Vieira (2016) dizem que:

> [...] a resolução de problemas não é algo que se programa da noite para o dia com reflexos imediatos na aprendizagem dos alunos e também não deve configurar-se como uma prática isolada. Certamente, problemas e resolução de problemas foram e ainda são expressões empregadas com frequência no dia a dia dos professores, legisladores e pesquisadores que se dedicam ao trabalho no âmbito da Educação Matemática: ao ensino, à aprendizagem, à avaliação, à formação de professores e à elaboração de materiais didáticos ou orientações curriculares. Apesar disso, nem sempre o uso dessas expressões vem acompanhado de reflexões conscientes e sistemáticas sobre seu real significado e sobre o relevante papel que a resolução de problemas desempenha ou deveria desempenhar (ALLEVATO; VIEIRA, 2016, p. 114).

Considerando a resolução de problemas como uma atividade de resolver problemas, faz-se necessário refletir as abordagens e as possibilidades que esta atividade quando bem desenvolvida, implica diretamente na forma de ensinar, aprender e consequentemente na forma de como avaliar cada um dos estudantes. Cabe ressaltar que a resolução de problemas não é exclusivamente uma meta de aprendizagem, mas uma forma de fazê-la e ser compreendida como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, deixando de ser uma proposta didática isolada nas aulas de Matemática.

No âmbito escolar, e em especial, a sala de aula de Matemática, é importante refletir e compreender que a resolução de problemas não é uma técnica ou um método que quando utilizada, seja única e suficiente para ensinar e aprender Matemática.

Onuchic e Allevato (2005) afirmam que:

> É importante reconhecer que a Matemática deve ser trabalhada através da resolução de problemas, ou seja, que tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam um veículo pelo qual um currículo deva ser desenvolvido. A aprendizagem será uma consequência do processo de resolução de problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 221).

Para as autoras, ensinar Matemática através da resolução de problemas é uma abordagem consistente com as recomendações dos Documentos Curriculares Oficiais, uma vez que conceitos e habilidades matemáticos são desenvolvidos e explorados no contexto da resolução de problemas.

Nesse panorama, passamos a visualizar a resolução de problemas como uma abordagem didática metodológica para a prática docente, distante das práticas tradicionais do processo de ensinar e aprender Matemática, quando trabalhada de forma construtivista, interventiva e planejada para ensinar.

A partir das investigações e estudos sobre e para o ensino de resolução de problemas, enxergamos que no contexto da Educação Matemática, existe um campo de estudo mais abrangente e teórico, mais complexo e multifacetado em relação à atividade de resolver problemas. Nesse sentido, pontuamos a Resolução de Problemas, como um campo que reside na Educação Matemática, norteado por objetivos claros e definidos, onde o problema não é concebido como uma atividade técnica e processual, mas tomada como uma ferramenta necessária para o envolvimento dos estudantes com o pensar matemático.

Numa concepção mais abrangente e investigativa, segundo os Padrões do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM 2008) – Conselho Nacional dos Professores de Matemática, a Resolução de Problemas é considerada um meio pelo qual os estudantes aprendem Matemática e alcançam o conhecimento matemático, emergindo das experiências da exploração do contexto, dos procedimentos utilizados, da própria resolução ou até mesmo por meio da formulação dos problemas.

A importância dada à Resolução de Problemas tende a caracterizar uma forte e plausível mudança no papel do professor para o desempenho dos estudantes em sala de aula. O professor acentua nesse cenário, o papel de observador, mediador e incentivador da aprendizagem, pois nesse caminhar, o professor objetiva tornar seus estudantes investigadores diante de um problema ou de uma situação.

Entretanto, é percebido que quando denotamos a expressão Resolução de Problemas não a dimensionamos a um ensino sobre ou para resolver problemas, mas essa expressão repousa sobre o que Allevato e Onuchic (2014, p. 41), destacam sobre "a busca por renovadas formas de realizar o ensino, a aprendizagem e a avaliação em Matemática", e sobre suas implicações e formas de implementação em sala de aula de Matemática.

Por essa razão, a Resolução de Problemas nos percursos de pesquisas, tornou-se crescente e continua presente nas investigações do ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, sendo esta uma das alternativas metodológicas, considerando três elementos significativos e precisos em sua dinâmica, o ensino, a aprendizagem e a avaliação.

2.2 Resolução de Problemas como Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática

A Resolução de Problemas, por volta do final da década de 1990, foi caracterizada como uma tendência de estudos por meio de uma nova abordagem teórico-metodológica para a prática de ensino, tornando-se um movimento educacional nos processos de ensino, aprendizagem e avaliação.

Nesse período, reformas educacionais, diretrizes e matrizes curriculares sobre a Resolução de Problemas passaram por profundas mudanças a partir das reflexões da contextualização decorrente "da processualidade na produção acadêmica da Educação Matemática, como um meio que engloba e que fornece um pano de fundo para se compreender o campo da Resolução de Problemas" (LEAL JUNIOR; MISKULIN, 2017, p. 307).

No final dos anos 90 e início dos anos 2000, o NCTM apresenta cinco Padrões de Procedimento para a Matemática Escolar, entre eles, a Resolução de Problemas é o primeiro procedimento indicado e recomendado para o ensino de Matemática através da resolução de problemas. Aqui no Brasil, o grupo de pesquisadores da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, *campus* Rio Claro, liderados pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa

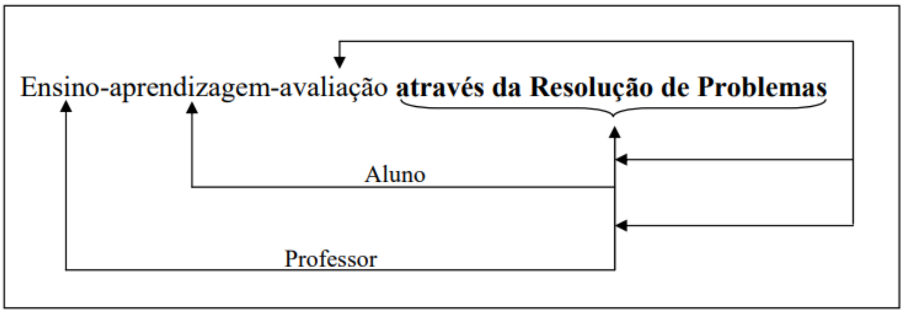
Onuchic, intensificaram seus estudos com vistas as recomendações dos documentos e diretrizes curriculares oficiais.

No tocante a notoriedade da concepção do ensino de Matemática “através da Resolução de Problemas” já difundido no Brasil e acompanhado pela renovação em suas orientações curriculares, Onuchic (1999), dedicou-se a investigar e apresentou três frentes da abordagem da Resolução de Problemas: (1) o ensino sobre a resolução de problemas; (2) o ensino para a resolução de problemas e (3) o ensino através da resolução de problemas.

Considerando a terceira abordagem estudada e apresentada por Onuchic e seu grupo de pesquisa, como uma alternativa metodológica na sala de aula de Matemática, constituindo-se de três elementos distintos e integrantes no desenvolvimento das atividades em sala de aula: o ensino, a aprendizagem e a avaliação.

Por essa razão, chegam à conclusão de que a concepção de trabalhar Matemática através da resolução de problemas tem uma estreita relação com “a expressão ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica que integra a avaliação às atividades de sala de aula, entendemos como uma metodologia, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 43).

Figura 1: A avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem



Fonte: Huanca (2014, p. 96)

Allevato e Onuchic (2014) apontam que a composição da palavra ensino-aprendizagem-avaliação, objetiva expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente, considerando que durante a construção do conhecimento dos estudantes, o professor exerce o papel de guia e mediador da aprendizagem. Por essa razão, a Metodologia[3] de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de

[3] Neste trabalho a expressão Metodologia da Resolução de Problemas – MPR será empregada no lugar de Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Problemas, defende que a avaliação assume um lugar importante no processo de ensino e aprendizagem, sendo realizada durante a resolução de problemas.

Academicamente compreendida e delimitada como metodologia, a MRP se configura por sua essência didático-pedagógica estudada e defendida pelas autoras acima citadas, as quais situam o ensino *sobre* e *para* a resolução de problemas como práticas tradicionais ao processo de ensinar e aprender Matemática. Portanto, ensinar Matemática através da Resolução de Problemas permeia uma proposta mais próxima e eficiente para o ensino e a aprendizagem dos estudantes.

A MRP constitui-se como uma oportunidade e um caminho para os que os estudantes aprendam Matemática, não se limitando a apenas a resolver problemas. Essa metodologia prescreve a ideia de fazer Matemática com compreensão, trabalhando-a de forma completa e inteira, com vistas a produzir e dar sentido a saber fazer Matemática. Nesse sentido, Romanatto (2008, p. 1) reitera que "a resolução de problemas se apresenta como um dos caminhos mais promissores para o "fazer Matemática" em nossas salas de aula".

Van de Walle (2009) reitera que:

> [...]os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática. Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da Matemática embutida na tarefa (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

Buscando aproximar as ideias e características da MRP, compreendemos a resolução de problemas como um recurso e/ou instrumento didático-pedagógico utilizado para ensinar Matemática. Já, a MRP é uma metodologia de ensino e aprendizagem que tem como ponto de partida, o problema.

Não obstante, o termo problema é visivelmente utilizado em nosso cotidiano e empregado nas salas de aula de Matemática, mas nem sempre seu emprego é pautado de sobre sua definição. Onuchic e Allevato (2009) consideram que:

> Um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através da resolução. Professor e aluno, juntos, desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009, p. 7).

As autoras enxergam o problema como um elemento importante e necessário para acelerar o processo de construção do conhecimento, através da resolução de problemas, conectando o estudante com diferentes campos da Matemática, originando novos conceitos, conteúdos e novas aprendizagens.

Onuchic e Allevato (2011, p. 81), generalizam o termo problema, como “tudo aquilo que não se saber fazer, mas que se está interessado em fazer”. Dessa forma, a MRP tem como premissa o problema, sendo este gerador e a resolução de problema, como uma estratégia de ensino de Matemática.

Vale ressaltar que a MRP, defende a ideia de quando e a finalidade de propor o problema. Nessa visão, Onuchic e Allevato (2011), afirmam que:

> nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.85).

Em direção a perspectiva da MRP, percebemos o momento apropriado para oferecer o problema aos estudantes, preocupando-se em atentar o lugar desses sujeitos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, valorizando os conhecimentos já construídos por eles. Ressaltamos nessa abordagem, a recepção do problema pelos estudantes e o que o explorar a partir do problema proposto, uma vez que a MRP não está interessada na exatidão da resposta ou solução, apresentada pelo estudante.

Em particular, através da MRP, os estudantes aprendem, *[re]* constroem e compreendem conceitos, processos e técnicas operatórias, como sujeito ativo e participante, enquanto o professor ensina, media e conduz a aprendizagem, fomentando a avaliação entre ambos, ensino e aprendizagem.

Recorrente a esta característica, Huanca e Assis (2018, p. 86), comentam que uma sala de aula de Matemática que insere a MRP, “ se configura como um caminho para ensinar Matemática indo além de ensinar a resolver problemas”. Dessa forma, podemos conjecturar que uma aula de Matemática, planejada e desenvolvida à luz da MRP, não se configura unicamente e não mais na comunicação do professor, mas em sua mediação, acompanhada de observação e estímulo ao estudante como centro na processualidade de ensino e aprendizagem.

Na esteira dessas considerações, Van de Walle (2009), reitera que:

> [...] ensinar com tarefas baseadas em resolução de problemas é mais centrado no aluno do que no professor. O ensino começa e se constrói com as ideias que as crianças possuem – seus conhecimentos prévios. É um processo que requer confiança nas crianças – uma convicção de que todas elas podem criar ideias significativas sobre a Matemática (VAN DE WALLE, 2009, p. 58).

Essa abordagem evidencia o foco e o objetivo da resolução de problemas no ensino de Matemática, ampliando seu papel no ensino-aprendizagem-avaliação, deixando de ser uma atividade limitada, com um fim em si mesmo. Diante dessa evidência, constatamos que a MRP não se preocupa apenas com o problema, mas frente a ele, sua escolha, proposição e como desenvolver uma aula de Matemática rica em detalhes e acompanhada do sucesso dos estudantes, pesquisadoras brasileiras ao longo dos últimos vinte anos tem estudado e investigado a implantação da MRP nas salas de aula de Matemática.

Para aproximar as discussões teóricas da MRP, Onuchic (1999) e o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP elaboraram um roteiro de atividades para nortear o trabalho dos professores de Matemática no planejamento e na condução de suas aulas.

Esse roteiro de atividades, inicialmente estruturado em sete etapas, teve sua aplicabilidade em torno de doze anos, passando por reformulações até chegar em um roteiro mais atual e próximo a sala de aula de Matemática.

Onuchic e Allevato (2011), partindo de suas investigações e olhares para a sala de aula, consideram importante ampliar algumas etapas no roteiro de atividades para o desenvolvimento da MRP. Partindo da sua importância e dimensão na MRP, no cenário da Educação Matemática, Allevato e Onuchic (2014) aprofundam seus estudos e visando apoiar o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, sugere um novo roteiro de atividades, composta de dez etapas para sua organização e seu desenvolvimento.

Para maior compreensão, apresentamos na tabela a seguir a desempenho das etapas do roteiro de atividades sugeridas pelas autoras, ao longo de duas décadas.

Tabela 1: Roteiros de atividades da MRP

Onuchic (1999)	Onuchic e Allevato (2011)	Allevato e Onuchic (2014)
Formar grupos – entregar atividades	Preparação do problema	Proposição do problema
O papel do professor – lança questões e ajuda	Leitura individual	Leitura individual
Resultado na lousa	Leitura em conjunto	Leitura em conjunto
Plenária	Resolução do problema	Resolução do problema
Análise dos resultados	Observar e incentivar	Observar e incentivar
Consenso	Registro das resoluções na lousa	Registro das resoluções na lousa
Formalização	Plenária	Plenária
	Busca do consenso	Busca do consenso
	Formalização do conteúdo	Formalização do conteúdo
		Proposição e resolução de novos problemas

Fonte: BRASIL (2017, p. 88)

Como visto na tabela acima, os estudos e pesquisas da MRP não foram demarcados no primeiro e segundo roteiro de atividades propostos para a dinâmica das aulas de Matemática.

As autoras seguiram avançando e crescendo no ensino de Matemática através da Resolução de Problemas. Fundamentar e implantar a MRP, requer profundas mudanças não apenas no espaço físico da sala de aula, seja ela na Educação Básica ou no Ensino Superior.

Pensando assim, Allevato e Onuchic (2014) ressaltam que:

> Fundamentar a Resolução de Problemas e implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011, p. 82).

Huanca (2014) corrobora com as ideias das autoras, acentuando o papel da Resolução de Problemas mantendo o foco da atenção dos estudantes sobre ideias e o dar sentido a elas, desenvolvendo a convicção de que os estudantes sejam capazes de fazer Matemática e de perceber o sentido que ela faz. Nesse sentido e atento a implantação da MRP, Romanatto (2012), chama a atenção para a relação que o professor faz entre a Resolução de Problemas e o seu trabalho realizado em sala de aula.

> Outra condição importante para o professor implantar a metodologia de resolução de problemas em suas aulas é que ele mesmo deve ser um resolvedor de problemas. Assim, antes de utilizar essa metodologia, ele deve vivenciar a resolução de problemas para experimentar etapas ou aspectos que envolvem a resolução de um problema. Por exemplo, a questão da leitura de um problema pode ser um aspecto a ser considerado no trabalho com os estudantes. [...] Nesse contexto, o professor sendo também um resolvedor de problemas pode entender melhor, especialmente, as dificuldades que os estudantes enfrentam diante de uma tarefa ou atividade cuja solução é desconhecida (ROMANATTO, 2012, p. 305).

Consciente dessa condição, o professor que busca ou tende a implantar em suas aulas a MRP, precisa refletir sobre o tempo de estudo para o ensino em sala de aula; as situações que podem ocorrer no desenvolvimento de como intervir na aula e, como a seleção dos problemas – geradores – podem favorecer a aprendizagem dos estudantes. Analisar cada uma dessas partes, podem subsidiar e potencializar o desenvolvimento das atividades propostas pelo professor em suas aulas.

Atentando aos roteiros propostos por Onuchic e Allevato (1999; 2011; 2014), para este trabalho, tomamos como atual e preciso, o roteiro de atividades estruturado em nove etapas, como indicam Onuchic e Allevato (2011):

> 1. *Preparação do problema* - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.

> 2. *Leitura individual* - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
> 3. *Leitura em conjunto* - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
> • Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
> • Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
> 4. *Resolução do problema* - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
> 5. *Observar e incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
> 6. *Registro das resoluções na lousa* – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
> 7. *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
> 8. *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
> 9. *Formalização do conteúdo* – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83 - 85).

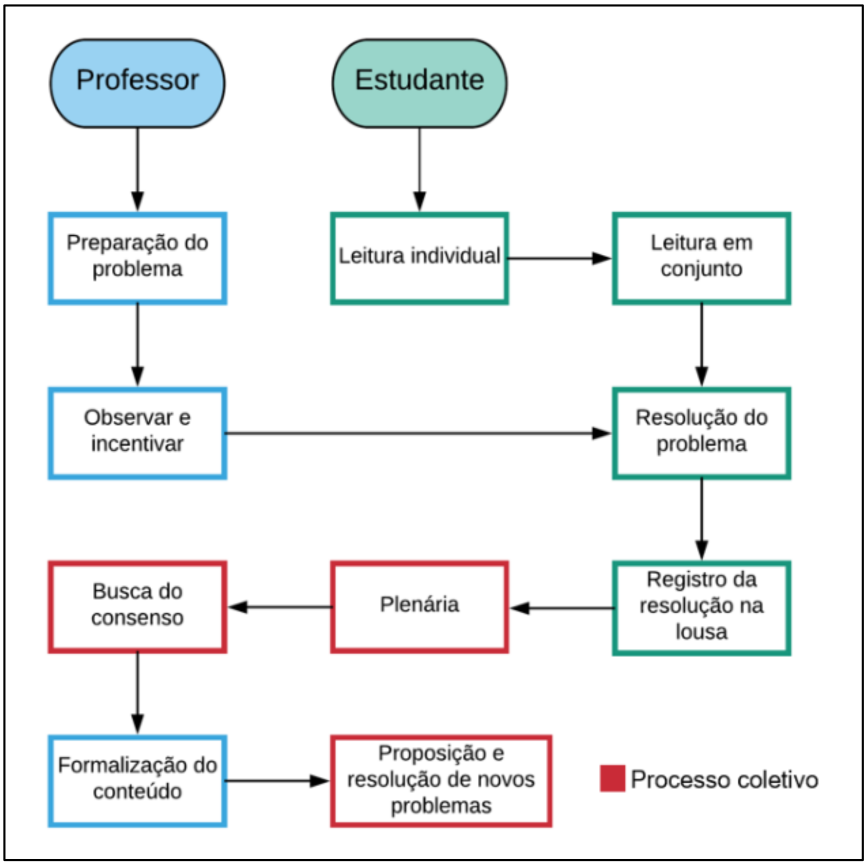
Ao analisar o roteiro de atividades, proposto pelas autoras, refletimos sobre a importância do planejamento, a mudança na postura da prática do professor e o perfil dos estudantes. O roteiro em tela não se apresenta como uma receita pronta e infalível na promoção do conhecimento e aprendizagem dos estudantes. Entender a sala de aula como universo, a organização e o tempo da aula e o que se objetiva alcançar com os estudantes, são pontos a considerar para inserir a MRP.

Diante do exposto chegamos a imaginar as aulas ou uma sequência de ensino pautada nessas nove etapas, é vislumbrar: um ambiente colaborativo e reflexivo para a aprendizagem; um professor investigador, mediador, observador e incentivador; estudantes atuantes, participantes, protagonistas e co-construtores de sua aprendizagem; uma aprendizagem colaborativa e significativa, respeitando as diferenças, pontos de vista e decisões; um cenário de significados para quem ensina e para quem aprende; e uma Matemática impregnada de mais sentido e significado para o ensino, aprendizagem e avaliação.

Em uma crescente e significativa produção acadêmica, o roteiro de atividades proposto por Allevato e Onuchic (2014), pode-se observar em sua organização mais uma etapa, a etapa dez, proposição de novos problemas.

Esta etapa é prevista após a formalização do conteúdo, intencionando a proposição de novos problemas aos estudantes, sendo estes relacionados ao problema gerador. As autoras caracterizam um problema gerador, sendo este o problema inicial e propulsor de um novo conceito, conteúdo ou procedimento.

Figura 2: Etapas do Roteiro de Atividades da MRP (2014)



Fonte: Cardoso (2018, p. 56)

A décima e última etapa, assim apresentada pelas autoras, “possibilita analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 46). Em relação ao roteiro de atividades proposto pelas autoras, a única particularidade em relação aos roteiros 2011 e 2014, é a etapa da proposição de novos problemas.

2. 3 Do roteiro de atividades à sala de aula, quais as contribuições da Resolução de Problemas para a prática docente?

Importantes estudos já foram realizados e continuam sendo desenvolvidos na busca de aproximar a fundamentação teórica e prática da MRP, desde suas contribuições como suas formas de programar a resolução de problemas no ensino de Matemática.

Nesse caminhar, Allevato (2005) acrescenta que "quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da resolução de problemas" (ALLEVATO, 2005, p. 61).

Visualizar a MRP como uma estratégia de ensino, possibilita a compreensão da composição ensino-aprendizagem-avaliação, característico da metodologia. Compreender as três palavras de maneira composta é experenciar uma concepção de ensino e aprendizagem que ocorrem paralelamente à construção do conhecimento dos estudantes, integrando nesse processo, a avaliação.

Não se trata de uma avaliação que classifica e justifica o sucesso ou fracasso dos estudantes. A avaliação integrante na composição das três palavras é construída durante todo o processo, desde a proposição do problema, acompanhando cada etapa prevista no roteiro de atividades e que por sua vez, acompanha o crescimento dos estudantes.

Huanca (2006) considera que o ensino de Matemática através da MRP pode oferecer:

> uma experiência em profundidade, uma oportunidade de conhecer e delinear as dificuldades, de conhecer as capacidades e limitações do conhecimento matemático que os estudantes possuem. O ensino através da resolução de problemas coloca ênfase nos processos de pensamento, nos processos de aprendizagem e trabalha os conteúdos matemáticos, cujo valor não se deve deixar de lado (HUANCA, 2006, p. 38).

Vale destacar, concordando com as ideias expressas acima, que através da Resolução de Problemas, o trabalho didático-pedagógico do professor ganha forças por perceber que a ênfase é dada onde os estudantes estão e não no lugar do professor. Em acréscimo aos processos de pensamento e aprendizagem dos estudantes, Van de Walle (2009, p. 49), afirma que é importante "envolve-los em problemas que favorecem a usar suas ideias enquanto procuram soluções e criam novas ideias nesse processo".

Van de Walle (2009) em sua obra *Matemática no Ensino fundamental: formação de professores e aplicações em sala de aula* reafirma a resolução de problemas como a principal estratégia de ensino de Matemática e apresenta alguns elementos que asseguram o relevante valor e o porquê da Resolução de Problemas no ensino.

> - A resolução de problemas concentra a atenção dos alunos sobre as ideias e em dar sentido às mesmas.
> - A resolução de problemas desenvolve nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido.
> - A resolução de problemas fornece dados contínuos para a avalição que podem ser usados para tomar decisões educacionais, ajudar os alunos a ter bom desempenho e manter os pais informados.
> - A resolução de problemas envolve os estudantes de modo que ocorrem menos problemas de disciplina.
> - A resolução de problemas desenvolve o "potencial matemático".
> - A resolução de problemas é muito divertida.
> (VAN DE WALLE, 2009, apud. GONÇALVES; ALLEVATO, 2020, p. 65-67)

Os valores atribuídos por Van de Walle (2009) à MRP, se configuram como uma das possibilidades de experimentar fortemente esse trabalho em sala de aula, desenvolvendo o ensino de Matemática com vista para o ensino-aprendizagem-avaliação, sem perder de vista o trabalho reflexivo e colaborativo através da resolução de problemas.

Consoante aos valores defendidos pelo autor, Onuchic e Allevato (2011) propõem seis princípios sobre a Resolução de Problemas diante da prática metodológica da sala de aula de Matemática, sendo eles:

> 1. Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre dar o sentido.
> 2. Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.
> 3. Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido, a confiança e autoestima dos estudantes aumentam.
> 4. Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática.
> 5. Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
> 6. A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos. (ONUCHUIC; ALLEVATO, 2011, p.82)

Conforme o exposto, é certo que os princípios apresentados por Onuchic e Allevato (2011), permeiam os olhares em rede para prática docente na sala de aula, sendo vista como uma prática que se realiza em diferentes contextos *[re]*significando os papéis e a atuação dos professores e estudantes ao trabalhar o ensino, a aprendizagem e a avaliação.

Ao comparar os valores defendidos por Van de Walle (2009) e os princípios apresentados por Onuchic e Allevato (2011) sobre a MRP, compartilhamos de quatro abordagens semelhantes: o foco da atenção dos estudantes; a convicção e crença da capacidade dos estudantes de fazer Matemática; o potencial matemático e os dados contínuos da avaliação.

Diante desse panorama e analisando os valores e as contribuições que a Resolução de Problemas como Metodologia se constitui, compreendemos que sua importância não se limita apenas à Matemática, mas se estende ao campo de estudo da Educação Matemática de forma mais assertiva e potencializadora.

Com isso, acreditamos que os estudos e pesquisas sobre a MRP seguem alicerçados nas relações que se estabelecem na sala de aula.

Dessa forma, entendemos que a MRP promove uma significativa relação entre os pares (estudantes e estudantes; estudantes e professor; professor e estudantes), os quais transformam aquilo que é abstrato em real diante dos problemas propostos, produzindo no ensino na sala de aula de Matemática e na pesquisa, mais sentido, compromisso, identidade profissional, o sucesso mútuo e a promessa de aprendizagem dos estudantes.

2.4 Um olhar sobre a literatura

Em direção ao Capítulo 3 desta dissertação, o qual situa o nosso objeto de pesquisa e sua relevância para a literatura, buscamos mapear pesquisas desenvolvidas e finalizadas nos últimos dez anos (2012 – 2022) no Brasil que abordam o Ensino de equação do 2º sob a perspectiva da MRP.

Segundo Brizola e Fantin (2016), a revisão da literatura é muito útil, quando bem feita, pois nos permitirá evitar futuros dissabores, a exemplo, descobrir que a "roda já foi inventada", que a pesquisa é algo já investigado e dito por muitos outros. Nesse sentido, a revisão da literatura apoiará o pesquisador a:

> (a) delimitar o problema da pesquisa, (b) auxiliar na busca de novas linhas de investigação para o problema que o pesquisador pretende investigar, (c) evitar abordagens infrutíferas, ou seja, através da revisão da literatura o pesquisador pode procurar caminhos nunca percorridos, (d) identificar trabalhos já realizados, já escritos e partir para outra abordagem e (e) evitar que o pesquisador faça mais do mesmo, que diga o que já foi dito, tornando a sua pesquisa irrelevante (BRIZOLA; FANTIN, 2016, p. 23).

No tocante a esse mapeamento, buscamos na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), de início, pesquisas que tratam sobre equação do 2º grau. Nessa busca, verificamos inúmeros trabalhos sobre esse tema, no entanto, nos limitamos às pesquisas cuja direção se aproximassem de nossa temática de interesse, equação do 2º grau e Resolução de Problemas e/ou resolução de problemas. Filtrando nossa busca, realizamos uma nova procura, agora mais avançada, versando pesquisas que tratassem da Resolução de Problemas e /ou resolução de problemas e o ensino de equação do 2º grau.

O trabalho encontrado diante do exposto acima, o qual descreverá a seguir, apresenta em sua essência, uma abordagem teórica e metodológica próxima a resolução de problemas e sua relação com o ensino de equação do 2º grau. Nessa busca consideramos ao longo desse período, uma única dissertação defendida em 2016 que versa o tema pesquisado. Em análise aos trabalhos filtrados, nenhum deles faz menção ao ensino de equação do 2º grau à luz da MRP, o único trabalho encontrado, versa a resolução de problemas segundo a prática de resolver atividades, conforme apresentamos a seguir.

A dissertação de mestrado da autora Renata Paixão Coutinho (COUTINHO, 2016), elaborada junto ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, fundamentou-se na abordagem histórica sobre o ensino da Matemática e a resolução de problemas na sala de aula. Esta dissertação teve como objetivo debater uma proposta alternativa para ensinar o conteúdo equações do 2º grau, sob o ponto de vista da resolução de problemas.

A pesquisa teve seu início apresentando a importância da Matemática no cotidiano das pessoas, seguida de uma breve abordagem histórica sobre o ensino da Matemática com base nas referências dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998).

Nesta direção a autora, apresenta a resolução de problemas na sala de aula, bem como as estratégias para a resolução desses problemas.

Na resolução dos problemas, Coutinho (2016) apresenta uma abordagem da Matemática através da resolução de problemas conjecturando o termo problema, segundo alguns autores como Dante (1991), Onuchic (1999), Polya (1987) e Romanato (2012).

Em seguida, a autora discute algumas estratégias para a resolução de problemas segundo os estudos de George Polya (1945) no tocante as quatros fases de resolver o problema. Em acréscimo as estratégias de resolução a autora, apresenta cinco estratégias de resolução propostas por Furlanetto, Dullius e Althaus (2012).

Em continuidade, Coutinho (2016) fundamenta o problema no processo de ensino e aprendizagem com vista as dez etapas do Roteiro de Atividades proposto por Onuchic e Allevato (2014), caracterizando o papel do estudante e o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem para o sucesso escolar de todos os envolvidos no contexto escolar.

Após essa abordagem, a autora trata da resolução de problemas envolvendo equações do 2º grau, definindo a equação do 2º grau e apresentando em seguida, o desdobramento dos métodos de resolução anteriormente citados.

A autora caracteriza sua pesquisa qualitativa, utilizando, no processo da coleta de dados, a análise dos registros de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada de Niterói – RJ, composta por vinte e sete estudantes, onde foram desenvolvidas duas oficinas, apresentando doze problemas em que os alunos deveriam resolver exatamente três problemas usando cada um dos métodos de resolução das equações do 2º grau explorados em sala de aula.

A autora identifica que os estudantes na Educação Básica, tem uma vivência marcada por professores que ensinam apenas a fórmula de Bhaskara como método de resolução das equações do 2º grau e em alguns casos, apresentam como segunda via de resolução, as relações entre os coeficientes das equações do 2º grau (relações de Girard ou ainda soma e produto das raízes).

Por essa inquietação, Coutinho (2016) busca desenvolver sua investigação explorando em uma sequência de ensino por meio dos métodos de completar quadrados, a fórmula de Bhaskara, as relações de Girard e, por último e o método geométrico de AlKhwarizmi, através da resolução de problemas.

Em seus resultados, a autora destaca aspectos relacionados a preferência dos estudantes pela praticidade da aplicação da fórmula de Bhaskara e pela evidência, da apresentação dos quatro métodos, pois dessa forma, tem-se uma gama maior de possibilidades para resolver equações desse tipo.

Com o intuito de dar maior visibilidade a pesquisa analisada, organizamos seus principais aspectos na tabela seguinte:

Tabela 2: Síntese da pesquisa analisada

Pressupostos Teóricos	**Foco dos dados**	**Resultados encontrados**
resolução de problemas: Polya (1987) Onuchic e Allevato (2014)	Estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental	A importância de ampliar novos métodos de resolução de equação do 2º grau através da resolução de problemas

Fonte: Elaborado pelo Autor

A pesquisa apresentada acima, aponta alguns enfoques teóricos e metodológicos pertinentes a nossa pesquisa, tais como o ensino de equação do 2º grau e a resolução de problemas, como arte de resolver atividades e/ou tarefas. Nesse contexto, nossa pesquisa apresenta uma abordagem voltada ao ensino de equação do 2º grau segundo os Documentos Curriculares vigentes sob a perspectiva da MRP, caracterizando como original e relevante para o processo de ensino e aprendizagem da Educação Básica.

3 O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU NA EDUCAÇÃO BÁSICA

3. 1 Um panorama do ensino de equação do 2º grau no atual cenário

Equação do 2º grau é um dos assuntos mais significativos e aplicados inicialmente no 9º Ano EF e que o seu tratamento é demarcado apenas nessa etapa de escolaridade, mas tem sua continuidade e precisa complexidade no Ensino Médio. O ensino desse conteúdo é abrangente em vários campos da Matemática e outras Ciências.

Pereira e Santos (2020) comentam que:

> Estudar equação do 2º grau deixou de ser um ato mecânico de decorar fórmulas, tabuada, regras etc. Acredita-se que para a superação de problemas matemáticos é necessário um planejamento que inclua atividades diversificadas e individuais, estudo constante, dedicação e muita competência, o que não é diferente no contexto dos problemas envolvendo equações do 2º grau (PEREIRA; SANTOS, 2020, p. 43).

No atual cenário da Educação Básica, é percebido que o ensino de equação do 2º grau segue vinculado a uma abordagem de ensino tradicional, onde o professor expõe uma definição sobre o assunto, aplica alguns exemplos e em seguida, propõe aos estudantes, listas de exercícios para fixação do conteúdo. Diante dessa ocorrência, concebemos a ideia de que o trabalho em sala de aula é norteado pela sequência de ensino, apresentada pelo livro didático.

Um dos efeitos desta prática, que é próxima e visível nas aulas de Matemática é o fato de que os estudantes são condicionados a memorizar o processo e realizar a prática da repetição, mas em sua grande maioria, os estudantes nem se quer tem acompanhado essa problemática. Não distante e ainda preocupante, existe outro ponto que nos chama a atenção, a limitante e única forma utilizada para resolver e por que não, ensinar, equação do 2º grau.

O fato é que essa vertente é tão recorrente que tem restringido os estudantes única e exclusivamente a determinar e/ou encontrar as raízes de uma equação desse grau, manipulando a fórmula resolutiva de Bhaskara. Acrescentamos e reconhecemos que este método é utilizado como uma via de resolução pela sua praticidade e eficiência, mas que não se esgota em si.

Vale (2013), considera que na resolução de equações do segundo grau tem se limitado somente à fórmula resolvente e na relação entre as suas raízes e coeficientes, e que é raro uma abordagem com os mais variados procedimentos de resolução. Nessa direção, o autor propõe que diferentes estratégias de resolução da equação do segundo grau sejam apresentadas e ensinadas aos estudantes.

Em acréscimo as discussões apresentadas, Flóes (2013) reitera em sua obra, *Estudos dos Métodos Históricos de Resolução de Equações do Segundo Grau*, que os estudantes devem conhecer e fazer o uso dos diversos métodos utilizados para resolver situações que envolvam equações do 2º grau até chegar ao entendimento e generalização de qualquer equação dessa natureza, e ainda desenvolver outros aspectos de interesse pela Matemática dando significado a sua aprendizagem.

Atualmente presenciamos nas escolas da Educação Básica, a dura e complexa realidade do baixo rendimento escolar dos estudantes, o despreparo do professor em procurar as vias mais adequadas para formar as capacidades do desenvolvimento matemático dos seus estudantes no ensino de equação do 2º grau.

Silva, Oliveira e Camargo (2016) ressaltam que "a Matemática da escola geralmente preocupa-se em formalizar conteúdos, quase sempre sem levar em consideração os conhecimentos que os estudantes já possuem. Tornando-se, assim, uma disciplina desvinculada da realidade onde os estudantes vivem" (SILVA, OLIVEIRA; CAMARGO, 2016, p. 2)

Muitos estudos descrevem a natureza do ensino e da aprendizagem de equação do 2º grau preocupando-se pelo único uso de fórmulas e deixar de lado as contribuições que outros métodos favorecem quando empregados no ensino deste conteúdo. Ao refletir sobre o ensino e a aprendizagem de equação do 2º grau, nos deparamos com inúmeras dificuldades apresentadas pelos estudantes em sala de aula, como apontam Ourives Filho, Santos e Neilla (2010):

> Em tese, ensinar equação não é fácil; não basta pegar o livro e copiar o conteúdo no quadro. É necessário haver interação do professor com o aluno, o docente precisa saber tornar o assunto interessante. Trabalhar somente com as fórmulas não proporciona um aprendizado amplo; pelo contrário, só condiciona o aluno a resolver as equações por esse método, e isso não conduz ao aprendizado – e sim à memorização. O que leva o professor a criar esses obstáculos epistemológicos? Talvez despreparo ou falta de entusiasmo (OURIVES FILHO; SANTOS; NEILLA, 2010, p. 2).

Pernambuco (2012, p.103) aponta que um dos fatores das dificuldades de aprendizagem por parte dos estudantes ocorre por utilizar apenas a aplicação direta da fórmula de Bhaskara, que acaba tomando o método de resolução de Bhaskara como um único e, ao "esquecer a fórmula", não apresentam habilidades e estratégias para resolver o problema.

Consideramos que ensinar a resolver equações do segundo 2º grau exige uma mútua relação entre o professor (aquele que media a aprendizagem) e os estudantes (sujeitos ativos no processo de aprendizagem), essa relação também precisa envolver alternativas, métodos e procedimentos de resolução.

Entretanto, os métodos e procedimentos não podem ser encarados apenas como únicos e suficientes para construção do conhecimento matemático, mas como meios/vias que permitem o desenvolvimento do 'saber fazer Matemática', dando sentido ao que se faz, podendo assim ser aplicáveis em diferentes situações.

Diante desses olhares, Gomes (2021) considera que:

> Ensinar equação do 2º grau é diferente de explorar a resolução de problemas que envolva equação do 2º grau. Não basta apenas formalizar "o caminho" e os meios para determinar quantas e quais as raízes de uma equação do 2º grau. O grande desafio, entretanto, é compreender o ensino da Matemática através da Resolução de Problemas como um processo constituído de etapas e que estas, podem auxiliar e nortear a metodologia do professor (GOMES, 2021, p. 4).

O autor em tela chama a atenção para uma maior compreensão no tocante ao ensino de equação do 2º grau, que nesse caso, a Matemática através da Resolução de Problemas. Com vistas para a forma de ensinar esse conteúdo, Gomes (2021) provoca uma atenção especial para uma nova perspectiva para a prática do professor, distanciando-se das práticas tradicionais e aproximando-se de uma nova perspectiva didático-metodológica para o ensino e a aprendizagem de equação do 2º grau.

Em direção ao ensino e a aprendizagem de equações do 2º grau, estudos e pesquisas têm possibilitado muitas reflexões no âmbito da Educação Matemática, as quais têm apoiado a *[re]*construção de currículos, matrizes e diretrizes educacionais em todo o país. Tal discussão no âmbito educacional ao longo dos anos tem contribuído para orientar o percurso formativo dos professores em suas práticas metodológicas.

3.2 Recomendações dos Documentos Oficiais para o ensino de equação do 2º grau

Segundo Gomes (2021), a aplicação e a resolução de problemas no ensino de equação do 2º grau estão bem presentes em muitas atividades da nossa vida, pois é um conteúdo muito explorado nos anos finais do Ensino Fundamental para construção de conceitos, desenvolvimento cognitivo e algébrico dos estudantes, necessários para estimular o raciocínio, a capacidade de análise e argumentação matemática.

Considerando o ensino de equação do 2º grau, do ponto de vista algébrico e do princípio normativo, garantido constitucionalmente por meio dos Documentos Oficiais Curriculares, destacamos para aprofundamento dessa pesquisa, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC 2018) e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO 2012; 2019), como sendo os principais documentos norteadores que orientam e sugerem pedagogicamente os conceitos e o desenvolvimento das competências previstas para o ensino de equação do 2º grau no Ensino Fundamental – Anos Finais.

Nesse contexto, cabe destacar que a recomendação desses documentos oficiais para a Educação em todo o país segue as determinações do Plano Nacional de Educação (PNE) e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). No percurso dos últimos vinte anos, o cenário educacional vem crescendo em discussões e estudos sobre a estrutura e intencionalidade desses documentos. Atualmente no Brasil, no âmbito da Educação Básica, a BNCC é o mais recente documento normativo, que tem regulamentado os níveis de aprendizagens e contribuído para a elaboração dos currículos e propostas pedagógicas das redes de ensino.

Em análise aos documentos oficiais e supracitados acima, analisamos a abordagem do conteúdo de equação do 2º grau no campo de estudo da Álgebra e sua relação com outros campos da Matemática. Segundo BRASIL (2018), a Álgebra é denominada como uma unidade temática da Matemática e por sua vez, objetiva:

> [...] o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2018, p. 270).

Para esse desenvolvimento, BRASIL (2018) sugere a ênfase na linguagem algébrica e suas relações com as generalizações, além de analisar a interdependência das grandezas e a resolução de problemas através de equações ou inequações. Paralelo à finalidade e significado dessa unidade temática, Huanca e Assis (2019) apontam a Álgebra como um dos temas mais importantes e presentes em, praticamente, todas as áreas da Matemática, visivelmente utilizada com muita frequência por estudantes, professores e profissionais de diversas áreas e por sua extrema importância nos processos de ensino e na aprendizagem.

Analisando os aspectos regulamentares desse documento, além da Álgebra, BRASIL (2018), apresenta e exemplifica, na unidade temática Geometria, como um campo de estudo amplo e acompanhado por um conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, "estudar a equivalência de áreas, por exemplo, permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau" (BRASIL, 2018, p. 273).

Para fornecer precisamente as informações gerais sobre os conteúdos curriculares, nesse caso, equações do 2º grau, constatamos uma mudança e atenção para esse assunto direcionado ao seu respectivo ensino, agora no 8º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais (8º Ano EF), abordado na unidade temática Álgebra, cujo conteúdo é atribuído ao objeto de conhecimento Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$, a fim de atender a habilidade "(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$" (BRASIL, 2018, p. 273).

Levando em consideração o cenário da Educação Básica, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), considerava apenas que o ensino de equação do 2º grau fosse uma particularidade do 9º Ano EF, sem atentar que esse assunto é explorado e trabalhado no ensino de Fatoração de Expressões Algébricas no 8º Ano EF.

Com vistas a ampliar os mais variados procedimentos, métodos e estratégias de como resolver problemas e/ou tarefas no ensino dessa equação, BRASIL (2018), propôs para o 9º Ano EF no objeto de conhecimento Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações, na unidade temática Álgebra, desenvolver a habilidade "(EF09MA09) Compreender os processos de Fatoração de Expressões Algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau" (BRASIL, 2018, p. 317).

Como consequências dessas orientações curriculares pedagógicas, Pernambuco (2012) já sinalizava a preocupação da aplicação direta da fórmula de Bhaskara para resolver equações do 2º grau, e que por sua vez, provocaria dificuldades posteriores. Pernambuco (2019), recomenda que:

> [...] nessa etapa, os estudantes sejam incentivados a resolver equações de segundo grau utilizando a fatoração e o processo de completar quadrados, os quais, além de serem métodos eficazes, podem dar significado à fórmula de Bhaskara, que somente deverá ser apresentada aos estudantes, posteriormente, no Ensino Médio (PERNAMBUCO, 2019, p. 382).

Em consonância à BNCC, o Currículo de Pernambuco (2019) aborda a ênfase do ensino de equações do 2º grau a partir do 8º Ano EF, considerando a premissa das habilidades prescritas nesse documento. Entretanto, PERNAMBUCO (2019) pressupõe que o ensino de Matemática, em todas as unidades temáticas, aconteça através da resolução e formulação de problemas, almejando que os estudantes formulem novos problemas, baseando-se nas reflexões e nos questionamentos dos problemas propostos.

Para maior visibilidade, apresentamos a seguir, o quadro com os detalhamentos das orientações pedagógicas curriculares previstas em BRASIL (2018) e PERNAMBUCO (2019), estruturadas em unidade temática, objeto de conhecimento e habilidades.

Tabela 3: Orientações curriculares e pedagógicas para o ensino de equação do 2º grau

Documento	**Série/Ano**	**Unidade Temática**	**Objeto de Conhecimento**	**Habilidade**
BNCC (2018)	8º Ano EF	Álgebra	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
Pernambuco (2019)			Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	(EF08MA09PE) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
BNCC (2018)	9º Ano EF	Álgebra	Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.
Pernambuco (2019)			Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	(EF09MA09PE) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Fonte: Elaborado pelo Autor

A necessidade de atender às exigências dos documentos oficiais e ampliando as possibilidades para ensinar e resolver equações do 2º grau, tem-se percebido as mudanças curriculares propostas na BNCC e que neste novo panorama, o ensino de equação de 2º grau teve seu tempo de exploração ampliado, iniciando-se no 8º Ano EF seguindo em sua complexidade até o Ensino Médio.

Em relação ao objeto de trabalho do professor de Matemática no âmbito escolar, é oportuno destacar que não basta conhecer essas diretrizes curriculares e manter-se impregnado a velhas e tradicionais práticas na sala de aula. A Matemática precisa ter sentido para quem ensina e para quem aprende.

Em especial a essa pesquisa, compreendemos que não faz sentido ensinar equação do 2º grau da mesma forma de quando fomos ensinados a resolvê-las. Refletir novas oportunidades de aprendizagem, explorando com os estudantes outras formas e vias de encontrar a(s) solução(ões) de uma equação do 2º grau, podem nos levar a perceber o quanto essas intervenções podem contribuir para uma melhor e significativa compreensão da Matemática Escolar.

3.3 Métodos de resolução de equação do 2º grau segundo a Base nacional Comum Curricular

Ensinar e resolver equação do 2º grau é precisamente uma rotina indispensável nas aulas de Matemática do 9º Ano EF e em todo percurso escolar do Ensino Médio. Muitos são os meios e procedimentos propostos para ensinar e explorar na sala de aula pelo professor de Matemática. Em atenção a esta pesquisa, fundamentaremos quatro métodos de resolução de equação do 2º grau, sem a utilização de fórmulas.

Em direção as habilidades propostas pela BRASIL (2018) e pelo Currículo de Pernambuco (2019) no que concerne o ensino de equação do 2º grau, nossa pesquisa foi pensada nessa abordagem, fazendo uso dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e sua relação com os Produtos Notáveis para resolver as equações completas e incompletas. E em acréscimo, pensando em apoiar ainda mais o trabalho docente, apresentamos no capítulo a seguir, o recente método de Pó-Shen Lohn que foi generalizado a partir do estudo de completar quadrados.

Inicialmente, tomamos como definição de equação do 2º grau, o que Prado (2014) afirma:

> Toda equação com uma incógnita (digamos; sem perda de generalidade, x) que pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, com a, b e c números reais e a diferente de zero é chamada equação do segundo grau ou equação quadrática. Ela recebe este nome porque seu termo de maior grau tem grau, dois (PRADO, 2014, p. 17).

A equação $ax^2 + bx + c = 0$, assim expressa, é denominada forma geral e/ou reduzida de uma equação do 2º grau, para a, b e $c \in$ IR e $a \neq 0$. As letras empregadas na equação, correspondem aos coeficientes (números) e a condição de o coeficiente a ser diferente de zero, deve-se a manter o termo ax^2, satisfazendo a existência de uma equação do 2º grau.

A presença dos coeficientes a, b e c na equação, é determinante para classificá-la como uma equação do 2º grau completa e na ausência de um ou dos coeficientes b e c, a classificamos como incompleta.

Já a incógnita x presente na equação, refere-se a um número, denominado raiz ou solução da equação. Para reconhecê-lo como sendo raiz ou solução da equação, substituímos a incógnita x pelo número e satisfazendo a igualdade $0 = 0$, dizemos que este número é a raiz/solução da equação.

Para solucionar uma equação do 2º grau, atentando as diretrizes curriculares propostas por BRASIL (2018) e pelo Currículo de Pernambuco (2019), abordaremos os métodos de

Fatoração de Expressões Algébricas para resolver as equações completas e incompletas. Nesse sentido, chamamos a atenção para perceber que as equações do 2º grau completas, podem ser resolvidas e exploradas a partir dos métodos de Fatoração e sua relação com os Produtos Notáveis.

Equação Incompleta do tipo $ax^2 = 0$

O procedimento utilizado na resolução dessa equação é semelhante a que aplicamos ao resolver equações do 1º grau.

$$ax^2 = 0$$
$$x^2 = \frac{0}{a}$$
$$x^2 = 0$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{0}$$
$$x = \pm\sqrt{0}$$
$$x = 0$$

As raízes da equação do tipo $ax^2 = 0$ são iguais a zero. Destacamos nessa abordagem o sentido de empregar $\pm$ e sua relação a $\sqrt{x^2} = |x|$, e não por considerar que ‘toda a equação do 2º grau pode admitir duas raízes’, como erroneamente tem sido empregado nas salas de aulas. Dessa forma, podemos constatar que para esse tipo de equação, sempre admitiremos uma única raiz e seu valor, igual a zero.

Equação Incompleta do tipo $ax^2 + bx = 0$: Fator comum em evidência

O procedimento utilizado nesse método, será possível quando existir um fator que se repete ou seja comum aos coeficientes *a* e *b* da equação. Esse fator pode ser apenas a incógnita da equação, como pode ser um número acompanhado da incógnita, derivado de uma simplificação via divisão.

Equação incompleta ⟶ $ax^2 + bx = 0$

Retomando cada termo da equação ⟶ $a \cdot x \cdot x + b \cdot x = 0$

Identificando o fator comum ⟶ $x\,(ax + b) = 0$

Nessa etapa, faz-se necessário apresentar à propriedade do produto nulo, que apresenta à multiplicação de dois termos igual a zero, quando um dos fatores é zero. Assim, temos $x = 0$ ou *$(ax + b)$* = 0. Logo, temos $x = 0$ como uma raiz *e* *$(ax + b)$* = 0.

$$ax + b = 0$$
$$ax = -b$$
$$x = -\frac{b}{a}$$

Então, obtemos duas e distintas raízes, sendo $x_1 = 0$ e $x_2 = -\frac{b}{a}$. Portanto, os dois valores obtidos correspondem ao conjunto solução da equação, sendo representado por S = $\left\{-\frac{b}{a}; 0\right\}$.

Equação incompleta do tipo $ax^2 - c = 0$: Diferença entre quadrados (Produtos Notáveis)

Para os casos em que o coeficiente b é nulo e for possível escrever $ax^2 - c = 0$, com c > 0, podemos conceber duas frentes de resolução. A primeira, segue o mesmo procedimento utilizado na resolução de uma equação incompleta do tipo $ax^2 = 0$, como vemos a seguir:

$$ax^2 - c = 0$$
$$ax^2 = c$$
$$x^2 = \frac{c}{a}$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{c}{a}}$$
$$x = \left|\frac{c}{a}\right|$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$$

obtemos duas e distintas raízes, sendo $x_1 = \sqrt{\frac{c}{a}}$ e $x_2 = -\sqrt{\frac{c}{a}}$. No entanto, se observámos atentamente, podemos generalizar esse procedimento, mediante o valor do coeficiente c. Se o coeficiente c for um quadrado perfeito, teremos a diferença de dois quadrados na equação e assim, por meio da relação do Produto Notável, utilizamos o produto da soma pela diferença de dois binômios para voltar a equação inicial.

$$\left(x - \sqrt{\frac{c}{a}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{c}{a}}\right) = 0 \Rightarrow ax^2 - c = 0$$

A exemplo disso, temos na equação $x^2 - 121 = 0$, os quadrados perfeitos x^2 e 121, logo podemos representar a equação, conforme a relação de Produto Notável, chegando a notação do produto da soma pela diferença entre os binômios polinomiais, $(x - 11)(x + 11) = 0$. Esse procedimento só será possível, para $c > 0$. No caso de $c < 0$, a equação não admitirá uma solução real.

Equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$: Completar quadrados

O método de completar quadrados, torna-se eficiente para as equações do 2º grau completas, onde todos os seus coeficientes são diferentes de zero e a equação inicial pode ser escrita na forma de um trinômio[4] quadrado perfeito.

Para este método, tomaremos a equação reduzida $ax^2 + bx + c = 0$ e a reescrevemos da seguinte maneira:

$$ax^2 + bx = -c.$$

Posteriormente, buscaremos somar um número k em cada um dos membros da equação a fim de determinar um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro, representando assim:

$$ax^2 + bx + k = -c + k$$

Segundo Prado (2014, p. 19), completar quadrados consiste em somar e subtrair termos em ambos os membros de uma equação de modo que um de seus membros se torne um trinômio quadrado perfeito, ou seja, um trinômio resultante da elevação de um binômio ao quadrado.

Ainda neste método, é possível generalizar o número a ser somado (k) em ambos os membros pela expressão $\frac{b^2}{4}$ (para todo $a = 1$, uma vez que para $a \neq 1$, dividimos a equação geral $ax^2 + bx + c = 0$ pelo coeficiente a) . Para melhor comparação, exemplificaremos esse procedimento a partir da equação "$x^2 + 6x - 7 = 0$".

Equação reduzida $\longrightarrow$ $\quad x^2 + 6x - 7 = 0$

---

[4] Consideramos um trinômio quadrado perfeito em uma equação, se e somente se, os coeficientes a e c são quadrados perfeitos e o coeficiente b é o dobro do produto ac.

Reescrevendo a equação $\longrightarrow$ $x^2 + 6x = 7$

Para somar o valor de k em cada um dos membros, consideramos a expressão:

$$k = \frac{b^2}{4} \Longrightarrow \frac{6^2}{4} \Longrightarrow \frac{36}{4} = 9.$$

Somando $k \longrightarrow$ $x^2 + 6x \mathbf{+ 9} = 7 \mathbf{+ 9}$

Trinômio quadrado perfeito $\longrightarrow$ $(x + 3)^2 = 16$

$$\sqrt{(x + 3)^2} = \sqrt{16}$$

$$x + 3 = \pm 4$$

Determinando as raízes da equação:

$x + 3 = 4$	ou	$x + 3 = -4$
$x = 4 - 3$		$x = -4 - 3$
$x = 1$		$x = -7$

Logo, $x = 1$ e $x = -7$, são as raízes da equação e seu conjunto solução é S = { -7 ; 1}.

Equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$: Agrupamento

Este procedimento é um método de Fatoração que busca reescrever uma equação do 2º grau como um produto de dois ou mais binômios, utilizando o processo da multiplicação polinomial.

É de fundamental importância, atentar para esse método sempre que a equação do 2º grau seja completa com seus coeficientes, não nulos. Esse método pode ser utilizado para fatorar trinômios (três termos algébricos e distintos), sempre que um fator comum coexistir entre os agrupamentos.

Na resolução do método de Agrupamento de equações do 2º grau, alguns passos devem ser trabalhados e outros métodos de fatoração empregados, nesse processo. Para melhor comparação, exemplificaremos esse procedimento a partir da equação "$3x^2 - 10x + 8 = 0$".

$$3x^2 - 10x + 8 = 0$$

1º passo: Identificar o fator comum $\longrightarrow$ $3x^2 - 6x - 4x + 8 = 0$

2º passo: Fator comum em evidência $\longrightarrow$ $3x(x - 2) - 4(x - 2) = 0$

3º passo: multiplicação polinomial $\longrightarrow$ $(3x - 4)(x - 2) = 0$

4º passo: propriedade do produto nulo $\longrightarrow$ $(3x - 4) = 0$ e/ou $(x - 2) = 0$

Determinando as raízes da equação:

$$(3x-4)=0 \quad \text{ou} \quad (x-2)=0$$
$$3x=4 \qquad\qquad x=2$$
$$x=\frac{4}{3}$$

Logo, $x=\frac{4}{3}$ e $x = 2$, são as raízes da equação e seu conjunto solução é $S=\left\{\frac{4}{3}\ ;\ 2\right\}$.

Em síntese, apresentamos 4 métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e suas relações com os produtos Notáveis, aproximando as orientações dos documentos oficiais e valorizando a proposta curricular do 8º Ano EF com e rompendo com a crença de que só é possível resolver equação do 2º grau com uso de fórmula. Para um fechamento desse capítulo, apresentamos uma Tabela Resumo com os métodos explorados e também aplicados na pesquisa.

Tabela 4: Resumo dos métodos de Fatoração

Método	**Tipo de equação**	**Quando aplicar?**
Fator comum em evidência	$ax^2 + bx = 0$	Se os coeficientes *a* e *b* tem um fator comum.
Diferença entre dois quadrados	$ax^2 - c = 0$	Se a equação representa uma diferença de quadrados.
Completar quadrados	$ax^2 + bx + c = 0$	Se a equação pode ser transforma em um trinômio quadrado perfeito.
Agrupamento	$ax^2 + bx + c = 0$	Se a equação está na forma geral e existem fatores de *ac* cuja soma é *b*.

Fonte: Elaborado pelo autor

Entendemos também, que as raízes encontradas em cada uma das equações, nesse caso, as do 2º grau, podem ser validadas na equação inicial, satisfazendo a igualdade 0 = 0, trazendo assim, mais sentido ao conceito de equação e a Matemática que o estudante utiliza para resolver os problemas.

3.4 MÉTODO DE PO-SHEN LOH

3.4.1 Po-Shen Loh: histórico e referências

Muitos estudos foram realizados pelos povos egípcios, babilônicos, gregos e muitos outros na história da Matemática que fortemente contribuíram para o estudo das equações do 2º grau. Compreendendo a história e a contribuição de grandes estudiosos matemáticos para os métodos e procedimentos utilizados na resolução de problemas de equações do 2º grau, destacamos um recente e importante matemático que descobriu um novo método para resolver equações desse grau, o Po-Shen Loh.

Po-Shen Loh[5] é professor de Matemática da Carnegie Mellon University nos Estados Unidos (EUA), especialista em Combinatória e fundadora da plataforma de aprendizagem matemática Expii.com. Loh, acumula outras atividades, é diretor acadêmico e treinador da equipe da Olimpíada Internacional de Matemática dos EUA.

Loh tem colecionado vários prêmios através de seus estudos voltados à Combinatória, Teoria da Probabilidade e Ciência da Computação. Assim, tem inspirado jovens estudantes a pensar sobre Matemática de outras formas, incluindo o método que ele elaborou para resolver equações do 2º grau que elimina o processo da fatoração.

Po-Shen Loh tem se tornado uma celebridade entre os entusiastas matemáticos da atualidade, conquistando prêmios de reconhecimento internacional.

Em dezembro de 2019, Po-Shen Loh publicou o artigo *A Simple Proof of the Quadratic Formula*, onde publiciza sua notável e simples demonstração da fórmula quadrática, produzindo uma forma mais natural para resolver equações do 2º grau. Loh (2019), acrescenta que sua publicação objetiva "popularizar uma abordagem pedagógica alternativa e deliciosa para resolver equações quadráticas, o que é prático para integração em todos os currículos convencionais" (LOH, 2019, p. 2).

Em certa noite, em sua experiência como treinador de alunos de competição de matemática, Loh (2019) passou a reinventar independentemente a parametrização babilônica em termos da média, e reconhecer a diferença de quadrados. Mais tarde, ao ensinar fatoração, ele de repente percebeu que o mesmo processo funcionou, levando a uma prova simples da fórmula quadrática eliminando a adivinhação e verificação da fatoração.

Por meio de sua demonstração, Loh (2019) ressalta quão simples são todas as manipulações e conceitos algébricos presentes em sua demonstração. Em decorrência a sua

[5] Conheça um pouco mais da vida e do brilhante trabalho do Po-Shen Loh em https://www.poshenloh.com.

elaboração e autenticidade, o autor pesquisou na literatura inglesa sobre a História da Matemática, consultando traduções em inglês de manuscritos antigos e tradições matemáticas que perpassam os grandes nomes de Diofanto a Brahmagupta, Yanghui e al-Khwarizmi.

Em suas leituras, verificou apenas alguns estudos iniciais, mas sem continuidade ou demonstração alguma. O autor realça os estudos dos povos antigos na busca por formas e vias para resolver problemas quadráticos, mas não constatou em nenhum dos manuscritos e livros da época, nenhuma descoberta que se aproximasse de sua simples e surpresa forma de pensar e resolver equações do 2º grau.

Dessa forma, o autor investigou que não encontrara nenhum livro ou artigo existente que exponha esse tipo de método de maneira adequada e que justifique todas as etapas apresentadas de forma clara e consistente, podendo assim compartilhá-lo para fornecer uma nova e significativa abordagem matemática referenciada com segurança.

3.4.2 Método de Po-Shen Loh, uma generalização notável

O recente método, descoberto e publicado em 2019, pelo Professor Po-Shen Loh é uma generalização da fatoração da forma geral de uma equação do 2º grau por meio da relação do Produto Notável, soma e produto.

Para chegar a essa conclusão Loh (2019), partiu do pressuposto de que para uma equação do 2º grau em sua forma geral, pode ser "representada pela equação $x^2 + Bx + C = 0$ e que por meio desta, basta encontrar dois números com soma – B e produto C, ponto em que a fatoração existirá e essas serão o conjunto completo de suas raízes" (LOH, 2019, p. 2).

Partindo da análise proposta por Loh (2019), tomamos a equação do 2º grau em sua forma geral, $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$ e em seguida, a fim de situar os números B e C, simplificaremos toda equação pelo coeficiente a. Assim, teremos:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \quad \frac{a}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \;\Rightarrow\quad x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Simplificada a equação, chamamos $-B = \frac{b}{a}$ e $C = \frac{c}{a}$, representando-a da seguinte forma $x^2 + Bx + C = 0$. Assim representada, relacionamos a equação a uma fatoração em que satisfaça as ideias inicias de Po-Shen Loh, a soma de dois números igual a – B e o produto igual a C. Para tornar mais didática e clara a condição inicial proposta pelo matemático Loh, associaremos dois números x_1 e x_2 a soma e ao produto. Logo, rescrevendo a equação, temos:

$$x^2 + \text{Bx} + \text{C} = 0$$

$$x^2 + (x_1 + x_2)x + (x_1 \bullet x_2) = 0$$

Em continuidade, para encontrar dois números com soma – B e produto C, representaremos – B = $x_1 + x_2$ (soma) e C = $x_1 \bullet x_2$ (produto). Nesse momento, notamos que a soma dos dois números x_1 e x_2 é igual a – B e para isso seja possível, podemos refletir que – B é a soma da média aritmética de – B, como sendo $-\frac{B}{2} + \left(-\frac{B}{2}\right)$, ou seja,

Loh (2019) ressalta que para a soma e produto, respectivamente “dois números somam − B precisamente cujo produto é C e assim basta encontrar dois números da forma $-\frac{B}{2} \pm z$ que se multiplicam para C, onde z é uma única quantidade desconhecida, porque eles terão automaticamente a média desejada” (LOH, 2019. p. 2).

Corroborando com a proposição do matemático, chamaremos z de parâmetro (μ) onde visualizaremos sua empregabilidade na generalização da fórmula resolutiva de Bhaskara para encontrar à fórmula quadrática descoberta por Po-Shen Loh, Como sabemos, a fórmula resolutiva de Bhaskara é uma generalização da ideia de completar quadrados (método de Fatoração de Expressões Algébricas), sendo representada algebricamente pela equação:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\triangle}}{2a}$$

Assumindo na sequência um desdobramento da fórmula resolutiva, temos:

Fórmula resolutiva $\longrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Desdobramento (1) $\longrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Desdobramento (2) $\longrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$

A partir do segundo desdobramento, podemos ampliar nossa visão em compreender os dois possíveis valores para x_1 e x_2, representando-os da seguinte forma:

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \quad \text{e} \quad x_2 = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Nessa etapa chamaremos $\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ de parâmetro (μ), conforme Po-Shen Loh relaciona z para encontrar à fórmula quadrática, sendo assim, assumiremos para os números x_1 e x_2, as seguintes equações:

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \mu \quad \text{e} \quad x_2 = -\frac{b}{2a} - \mu$$

A partir desse momento, retomaremos a ideia inicial e norteadora do matemático Po-Shen Loh 'encontrar dois números com soma – B e produto C', chamaremos S a soma $x_1 + x_2 = -$ B e P, o produto $x_1 \bullet x_2 =$ C. Como apresentado na equação x^2 + Bx + C = 0, entendemos que – B = $\frac{b}{a}$ e C = $\frac{c}{a}$, logo realizaremos a fusão da Fatoração do produto pela soma, para chegar ao método proposto.

Retomando ⟶ $x_1 = -\frac{b}{2a} + \mu$ e $x_2 = -\frac{b}{2a} - \mu$

Retomando ⟶ S = – B e – B = $\frac{b}{a} \Rightarrow$ S = $-\frac{b}{a}$

Aplicando a Fatoração do produto pela soma na equação $(x_1 + x_2)$ $(x_1 - x_2)$ = P, o Produto resultante, será a diferença entre os quadrados de x_1 e x_2. Nesse sentido, ampliaremos um pouco mais a notação dos números x_1 e x_2, representando-os da seguinte forma:

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \mu \qquad x_2 = -\frac{b}{2a} - \mu$$

$$x_1 = -\frac{b}{a} \bullet \frac{1}{2} + \mu \qquad x_2 = -\frac{b}{a} \bullet \frac{1}{2} - \mu$$

$$x_1 = \text{S} \bullet \frac{1}{2} + \mu \qquad x_2 = \text{S} \bullet \frac{1}{2} - \mu$$

$$x_1 = \frac{\text{S}}{2} + \mu \qquad x_2 = \frac{\text{S}}{2} - \mu$$

Definidos os valores de x_1 e x_2 e aplicando a Fatoração do produto pela soma desses números, encontramos:

Produto da soma pela diferença ⟶ $\left(\frac{\text{S}}{2} + \mu\right) \left(\frac{\text{S}}{2} - \mu\right) = \text{C}$

Diferença entre dois quadrados ⟶ $\frac{\text{S}^2}{4} - \mu^2 = \text{C}$

Equacionando ⟶ $\frac{\text{S}^2}{4} - \mu^2 = \text{C} \Rightarrow \frac{\text{S}^2}{4} - \text{C} = \mu^2$

Generalizando $\longrightarrow$ $\sqrt{\mu^2} = \sqrt{\frac{S^2}{4} - C}$, onde – B = $\frac{b}{a}$ e C = $\frac{c}{a}$

Parâmetro $\longrightarrow$ $\mu = \pm\sqrt{\frac{S^2}{4} - C} \Longrightarrow \mu = \pm\sqrt{\frac{B^2}{4} - C}$

Logo, Po-Shen Loh chega à conclusão de que $x = -\frac{b}{2a} \pm \mu$, é um método completo e essencial para resolver equações e funções quadráticas, para todo a = 1. Estudos embora recentes sobre esse método, como os de Manso e Cardoso (2021), atestam que:

> O método consiste numa simplificação da fórmula de Bhaskara com o intuito de tornar os cálculos mais simples e diretos e não há restrição, podendo ser aplicado em qualquer equação quadrática. Neste método, o valor do coeficiente *a* é obrigatoriamente 1 (*a* = 1) (MANSO; CARDOSO, 2020, p. 248).

Esse recente método, segue em estudo e as pesquisas existentes, provam que a "abordagem do método de Poh-Shen Loh mostra que o método de fatoração é eficiente, pois sempre produz raízes (levando em conta a multiplicidade) cuja soma e produto correspondem aos coeficientes da equação quadrática" (SANTOS, 2021, p. 32).

Mediante a abordagem inicial em situar os números B e C na forma geral de uma equação do 2º grau, a simplificação de todos os coeficientes por *a,* é o que fundamenta e o torna possível o coeficiente *a* igual a 1. Nesse sentido, o parâmetro μ, pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\mu = \pm\sqrt{\frac{b^2}{4} - \frac{c}{a}} \quad \Longrightarrow \quad \mu = \pm\sqrt{\frac{b^2}{4} - \frac{c}{1}} \quad \Longrightarrow \quad \mu = \pm\sqrt{\frac{b^2}{4} - c}\,,$$

sendo μ o parâmetro modular obtido através das manipulações algébricas a partir da fórmula de Bhaskara. Por fim, ressaltamos que o método acima demostrado é uma generalização resultante da fusão da Fatoração do produto da soma pela diferença com a fórmula resolutiva, sendo representada por:

$$x = -\frac{b}{2} \pm \mu, \text{ para todo } a = 1 \text{ e } \mu = \pm\sqrt{\frac{b^2}{4} - c}\,.$$

Po-Shen Loh, em sua pesquisa[6] original publicada no repositório de artigos científicos da Universidade de Cornell, aponta suas etapas particulares para o método alternativo de

[6] Artigo disponível em https://arxiv.org/abs/1910.06709

resolução de equações quadráticas e a prova da fórmula quadrática, resgatando também as contribuições dos povos antigos que iniciaram os estudos matemáticos e algébricos para resolver equações do 2º grau.

Sendo assim, na abordagem e no percurso matemático apresentado no método de Po-Shen Loh, percebemos o uso de conceitos e habilidades mais simples e promissoras para encontrar as soluções de equações do 2º grau através. Esse método segue em investigação para novos olhares e pensares algébricos, não como mais um método de resolução, mas sim, um método que gere situações reais de aprendizagem para os estudantes, a fim de desenvolver o raciocínio matemático e algébrico, e a capacidade de resolver problemas do cotidiano.

3.4.3 Aplicações do Método de Po-Shen Loh

Nesta seção, apresentaremos algumas aplicações deste método, para validar que o mesmo funciona em todas as equações do 2º grau e que cada passo realizado, consiste em um raciocínio matemático simples. Para provar esse método, apresentaremos dois exemplos práticos em resolver esse tipo de equação com o método quadrático, atualmente disseminado e conhecido como método de Po-Shen Loh.

Para que essa demonstração seja bem sucedida e que cada passo possibilite ao estudante as justificativas matemáticas necessárias é importante atentar para alguns passos:

1. verificar se o coeficiente $a = 1$.
   Caso $a > 0$ ou $a < 0$, faz-se necessário dividir todos os coeficientes da equação por a e aplicar o método quadrático na equação gerada;
2. calcular o valor dos termos $-\frac{b}{2}$ e do parâmetro $\mu = \pm\sqrt{\frac{b^2}{4} - c}$;
3. determinar o conjunto solução, cujas raízes são x_1 e x_2.

Exemplo1

Considerando a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, temos:

- $a = 1$; suficiente para aplicação do Método de Po-Shen Loh;
- $b = -5$ e $c = 6$.

Logo:

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} = -\frac{(-5)}{2} \pm \sqrt{\frac{(-5)^2}{4} - 6} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 6} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$x_1 = \frac{6}{2} = 3$ $\qquad$ $x_2 = \frac{4}{2} = 2$

$S = 2 + 3 = B$ (soma) $\qquad$ $P = 2 \cdot 3 = C$ (produto)

Conjunto solução é S = $\{2\ ;\ 3\}$.

Exemplo 2

Na equação $3x^2 + 9x - 12 = 0$, temos:

- $a \neq 1$; É necessário simplificar a equação pelo coeficiente a;
- $\frac{3}{3}x^2 + \frac{9}{3}x - \frac{12}{3} = \frac{0}{3} \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$;
- Agora, temos $a = 1$; $b = 3$ e $c = -4$.

Logo:

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3^2}{4} - (-4)} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$x_1 = \frac{2}{2} = 1$ $\qquad$ $x_2 = -\frac{8}{2} = -4$

Conjunto solução é S = $\{-4\ ;\ 1\}$.

Uma atenção especial

Para os casos em que $a < 0$, a possibilidade de dividir e/ou simplificar todos os coeficientes da equação por a, satisfaz a condição de $a = 1$.

Uma derivação do Método de Po-Shen Loh

Consideremos a fórmula de Po-Shen Loh, $x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c}$ e que $c = \frac{c}{a}$, uma vez que $a = 1$, tem-se a seguinte generalização:

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c}$$

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{4} - \frac{c}{a}}$$

$$x = -\frac{\frac{b}{a}}{2} \pm \sqrt{\frac{\frac{b^2}{a^2}}{4} - \frac{c}{a}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \; ou \; = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Notamos que a generalização do método de Po-Shen Loh deriva a fórmula resolutiva de Bhaskara, usualmente abordada e muito utilizada para ensinar e resolver equações do 2º grau.

4 FORMAÇÃO CONTINUADA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

4.1 O Professor de Matemática em sua Formação Continuada

Desde o final do século XX, estudos e pesquisas da Educação Matemática passaram a contribuir significativamente para o processo de ensino e aprendizagem e para a formação inicial e continuada dos professores proporcionado nestes contextos, oportunidades de reflexão, mudanças e apoio para a prática pedagógica dos professores e na aprendizagem dos estudantes.

Face aos inúmeros desafios da contemporaneidade e aos problemas emergentes da Educação, é percebido que o desenvolvimento do professor tem se completado com a formação continuada. Esse trabalho formativo tem conectado o professor aos seus saberes enquanto profissional da Educação e sujeito protagonista do processo de ensino. Cabe aqui destacar que a formação continuada do professor tem possibilitado reflexões pautadas em mudanças de hábitos, fazeres e saberes na prática pedagógica dos professores.

A Resolução do Conselho Nacional de Educação, proposta em 1º de julho de 2015, define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação continuada, orientando aos profissionais do magistério no capítulo VI:

> Art. 16. A formação continuada compreende dimensões coletivas, organizacionais e profissionais, bem como o repensar do processo pedagógico, dos saberes e valores, e envolve atividades de extensão, grupos de estudos, reuniões pedagógicas, cursos, programas e ações para além da formação mínima exigida ao exercício do magistério na educação básica, tendo como principal finalidade a reflexão sobre a prática educacional e a busca de aperfeiçoamento técnico, pedagógico, ético e político do profissional docente. Parágrafo único. A formação continuada decorre de uma concepção de desenvolvimento profissional dos profissionais do magistério que leva em conta:
> I - os sistemas e as redes de ensino, o projeto pedagógico das instituições de educação básica, bem como os problemas e os desafios da escola e do contexto onde ela está inserida;
> II - a necessidade de acompanhar a inovação e o desenvolvimento associados ao conhecimento, à ciência e à tecnologia;
> III - o respeito ao protagonismo do professor e a um espaço tempo que lhe permita refletir criticamente e aperfeiçoar sua prática;
> IV - o diálogo e a parceria com atores e instituições competentes, capazes de contribuir para alavancar novos patamares de qualidade ao complexo trabalho de gestão da sala de aula e da instituição educativa (BRASIL, 2015, p. 13-14).

A presente resolução, posta em rede nacional, abarcando níveis, etapas e modalidades de ensino na Educação Básica, nos traz uma abordagem mais precisa para a formação continuada do professor, prevendo sua oferta por meio de um trabalho formativo em nível de atualização, aperfeiçoamento e/ou especialização (*lato* e *stricto sensu*) de maneira que agregue novas aprendizagens, saberes e práticas ligadas à área de atuação profissional do professor, enfatizando “a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade de enfrentar desafios” (BRASIL, 1998, p. 27).

Para Nóvoa (2019), a formação continuada é um dos espaços mais importantes para promover uma construção pedagógica em equipe e uma reflexão conjunta da realidade partilhada de cada sala de aula. Partindo desse ponto de vista, a formação continuada do professor de Matemática tem assumido um espaço de estudo, reflexão da prática e desenvolvimento profissional não apenas no âmbito educacional, e também no contexto social.

Ponte (2005) afirma que a formação continuada se caracteriza por insistir na necessidade de promover ações de atualização científica e pela valorização da reflexão do professor sobre sua própria experiência.

Nessa perspectiva, Abrantes e Ponte (1982) nos chama a atenção em refletir a formação continuada e pedagógica do professor “não havendo uma efetiva ligação direta com a realidade escolar, ocorre permanentemente o risco de cair num certo teoricismo e de não preparar, de forma conveniente o trabalho dos professores” (ABRANTES; PONTE, 1982, p. 2).

Para os autores, o trabalho de formação continuada dos professores de Matemática necessitaria de uma reflexão mais profunda sobre a prática e o desenvolvimento profissional desses sujeitos. Em acréscimo a essa abordagem, podemos dizer que essa formação pode assumir como uma forte componente prática para a aprendizagem dos estudantes no âmbito escolar.

Corroborando as ideias acima, Nóvoa (2008) aponta que a formação de professores deve ser construída dentro da profissão, baseando-se na aquisição de uma cultura profissional, mais experiências na formação dos estudantes. A formação de professores deve valorizar o trabalho em equipe e o exercício coletivo da profissão e estar marcada por um princípio de responsabilidade social, favorecendo a comunicação pública e a participação profissional no espaço público da Educação.

Nessa perspectiva, podemos dizer que a formação continuada acentua uma oportunidade de aprendizagem para os professores, incluindo também um trabalho colaborativo entre pares, permitindo a troca de experiências e saberes docentes, contribuindo assim para o pleno desenvolvimento profissional do professor.

Diante disso, Ponte (1996) aponta uma diferença entre formação do professor e desenvolvimento profissional, quando afirma que “a formação está muito associada à ideia de “frequentar” cursos, numa lógica mais ou menos escolar”, já o desenvolvimento profissional processa-se através de múltiplas formas e processos, que incluem a frequência de cursos, mas também outras atividades".

O autor ainda acrescenta que:

> Na formação, o movimento é essencialmente de fora para dentro, cabendo-lhe absorver os conhecimentos e a informação que lhe são transmitidos; com o desenvolvimento profissional está-se a pensar num movimento de dentro para fora, à medida que toma as decisões fundamentais relativamente às questões que quer considerar, aos projetos que quer empreender e ao modo como os quer executar, ou seja, o professor é objeto de formação, mas é sujeito no desenvolvimento profissional (PONTE, 1996, p. 194).

Assim como Ponte, muitos estudiosos têm investigado e defendido a importância da formação continuada do professor de Matemática, principalmente por aproximar e atender as necessidades e carências desse público.

A formação continuada do professor de Matemática atualmente tem rompido paradigmas do descompasso da formação inicial e promovido profundas reflexões no professor no cenário educativo e dentro do processo docente, ou seja, uma reflexão para e na ação desenvolvida.

Refletir sobre teoria e prática numa ampla dimensão pedagógica requerem do professor um papel investigativo de sua prática e seu desenvolvimento profissional que está pautada na reflexão na ação. Para essa abordagem e pensando no perfil do professor reflexivo, Schön (1995), ressalta que:

> [...] um professor reflexivo tem a tarefa de encorajar e reconhecer, e mesmo de dar valor à confusão dos seus alunos. Mas também faz parte das suas incumbências encorajar e dar valor à sua própria confusão. Se prestar a devida atenção ao que os alunos fazem, o professor também ficará confuso. E se não ficar, jamais poderá reconhecer o problema que necessita de explicação (SCHÖN, 1995, p.85).

Assim, o professor reflexivo reflete sua prática pedagógica em busca de atender as necessidades dos seus estudantes, compreendendo e reconhecendo os diferentes níveis e tempos de aprendizagens, e impulsionando seus estudantes a se desafiarem continuamente e vislumbrando novos conhecimentos. A esse passo é possível enxergar um professor que assume com responsabilidade e comprometido seu papel educativo e profissional quando reflete sua prática pedagógica na prática diária de sua vivência profissional.

> [...] faz-se necessário rever como ocorre a formação continuada dos professores e colocá-los no lugar de agentes da própria formação, não por obrigação, mas por desejo, vontade e até, quem sabe, por necessidade, uma vez que ninguém nasce professor, faz-se professor. Aprende-se a ser professor. E o processo de aprender está intimamente ligado ao desejo. (SILVA, 2011, p. 3).

O professor que reflete na ação, investiga sua prática pedagógica contribuindo para o esclarecimento e resolução dos problemas de seus estudantes e até mesmo os de ordem profissional.

Além disso, investigar a própria prática pode ser considerada uma estratégia de formação, reflexão e de construção do conhecimento profissional, haja vista que tal investigação acontece durante o processo de ensino possibilitando ao professor retomar ou rever caminhos que levem o estudante ao sucesso escolar e consequentemente, conduza o profissional docente a formar-se na ação de ensinar.

Nessa direção, podemos conjecturar que o professor reflexivo se encontra em formação contínua dos seus saberes e fazeres pedagógicos, investigando a si mesmo e o cenário da realidade educacional em que está inserido e rodeado, articulando no processo de ensino e aprendizagem mudanças necessárias para refletir suas compreensões e reconhecê-las em sua formação contínua e seu desenvolvimento profissional.

4.2 O Desenvolvimento Profissional e a Prática do Professor de Matemática

A formação do professor de Matemática tem constituído novos campos de ação e investigação, revelando-se de grande importância para o futuro das sociedades, num cenário de constantes mudanças do ser humano no desenvolvimento de seus projetos de natureza pessoal, social e profissional.

Atualmente, a profissão docente frente aos seus desafios, tem cumprido parcialmente ou na íntegra, suas competências e compromissos de ordem cultural, científica e pedagógica, mas, também, de ordem pessoal e social, implicando diretamente "nas concepções sobre Matemática, Educação e Ensino, Escola e Currículo" (PEREZ; COSTA; VIEL, 2002, p.2).

O desenvolvimento do professor de Matemática, enquanto profissional educativo, reflexivo e protagonista de sua prática pedagógica, não se resume ou se limita a cursos pontuais de atualização ou aperfeiçoamento de sua área, pelo contrário, mantem-se em constante crescimento e evolução de saberes e conhecimentos que o auxilie em sua atuação profissional.

Os saberes e tempo de experiência não podem confundir-se com desenvolvimento profissional, uma vez que seguimos e estamos em uma sociedade aceleradamente marcada por mudanças sociais, culturais e educativas.

O conceito e importância de desenvolvimento profissional, segundo Ponte (1996):

> resulta da constatação que uma sociedade em constante mudança impõe à escola responsabilidades cada vez mais pesadas. Os conhecimentos e competências adquiridos pelos professores, antes e durante a formação inicial, tomam-se

> insuficientes para o exercício das suas funções ao longo de toda a sua carreira (PONTE, 1996, p. 193).

Segundo o autor, o desenvolvimento profissional é decorrente do processamento de várias formas, incluindo a participação em cursos e projetos, estudos, troca de experiências e reflexões, diferenciando-o da noção de formação profissional. É no desenvolvimento profissional que os conhecimentos e saberes são valorizados e podem ser desenvolvidos, considerando o professor como um todo interligando a teoria e a prática.

> A formação pode ser concebida de modo a favorecer o desenvolvimento profissional do professor, do mesmo modo que pode contribuir para lhe reduzir a criatividade, a autoconfiança, a autonomia e o sentido de responsabilidade profissional. O professor, para se desenvolver profissionalmente, tem toda a vantagem em tirar partido das oportunidades de formação que correspondem às suas necessidades e objetivos, sem abdicar por isso do seu papel de protagonista crítico. O desenvolvimento profissional requer tempo, experimentação e maturação e não se coaduna com calendários apertados decorrentes de agendas exteriores ao professor (PONTE, 2005, p. 6).

O desenvolvimento profissional do professor é construído na prática e na reflexão de sua prática, compreendendo seu ofício e sua função na escola e na sociedade, estando a par das mudanças curriculares, sociais e profissionais do presente cenário brasileiro. O pleno desenvolvimento do professor enquanto profissional, difere do seu desenvolvimento pessoal, não trata apenas do seu saber matemático ou acadêmico, antes de tudo, o professor precisa compreender o saber escolar.

Para Schön (1995), o saber escolar:

> um tipo de conhecimento que os professores supostamente devem possuir e transmitir aos alunos. É uma visão dos saberes como fatos e teorias aceitas, como proposições estabelecidas na sequência de pesquisas. O saber escolar é tido como certo, significando uma profunda e quase mística crença em respostas exatas. É molecular, feito de peças isoladas, que podem ser combinadas em sistemas cada vez mais elaborados, de modo a formar um conhecimento avançado. A progressão dos níveis mais elementares para os níveis mais avançados é vista como um movimento das unidades básicas para a sua combinação em estruturas complexas de conhecimento (SCHÖN, 1995, p. 81).

O saber escolar, apresentado por Schön nos faz refletir que saber ou saberes são concebidos, construídos e compreendidos na carreira do professor ao longo de sua trajetória escolar e qual identidade profissional tem assumido em sua prática e vivência enquanto professor.

Na prática diária do professor é importante que o mesmo enxergue que os estudantes possuem conhecimentos extraescolares e que as aprendizagens ocorrem e acontecem dentro e fora da escola e que os elementos do seu entorno são imprescindíveis para o sucessor escolar do estudante, da turma e da escola.

Compreendendo os diferentes elementos e processos que promovem o desenvolvimento profissional, podemos citar o estudo da aula e a formação do professor. O estudo de aula objetiva potencializar a aprendizagem dos estudantes de forma efetiva e participativa, onde as aulas são planejadas e elaboradas em um coletivo de professores, de forma colaborativa seguida de reflexão sobre a vivência pedagógica.

Corroborando essas ideias, Ponte et al. (2016) consideram os estudos de aula como sendo aqueles que:

> [...] centram-se nas aprendizagens dos alunos e não no trabalho dos professores. Isto distingue-os de outros processos formativos que envolvem observação de aulas, mas que se centram, principalmente, na atuação dos professores. A participação num estudo de aula constitui uma oportunidade para os professores aprenderem questões importantes em relação aos conteúdos que ensinam, às orientações curriculares, aos processos de raciocínio e às dificuldades dos alunos e à própria dinâmica da sala de aula. Os estudos de aula são desenvolvidos em ambientes colaborativos, levando os participantes a criar um relacionamento próximo, partilhar ideias e apoiar-se mutuamente. Desta forma, constituem um contexto não só para refletir, mas também para promover a autoconfiança, fundamental para o seu desenvolvimento profissional (PONTE ET AL., 2016, p. 870).

Segundo os autores, o estudo de aula é constituído como um processo em formação interligado à prática, favorecendo a aquisição de conhecimentos não apenas científicos e específicos do componente curricular que ministra, trata-se de uma abordagem mais ampla e completa que implica diretamente em sua prática pedagógica por meio de novos olhares e habilidades voltados para a didática, currículo educacional e estratégias de ensino.

Com isso, o estudo de aula, atualmente tem sido utilizado por muitos professores em níveis, etapas e modalidades de ensino, refletindo a sala de aula, a aprendizagem e o ensino. Esse método de ensino, tem sido estudado e utilizado por suas contribuições no trabalho docente, permitindo um trabalho reflexivo e colaborativo na e para a prática do professor.

Dessa forma, as aprendizagens construídas na centralidade do coletivo, permitindo a troca de saberes e conhecimentos dos pares em prol ao direito de aprendizagem dos nossos estudantes.

Um segundo processo de desenvolvimento profissional que citamos a pouco é a formação do professor. A formação aqui mencionada não é a formação acadêmica do professor, mas o processo de formação continuada. Este processo "envolve o progressivo desenvolvimento das suas potencialidades, a construção de novos saberes, sendo fortemente marcado pelas dinâmicas sociais e coletivas" (PONTE, 2005, p. 8), buscando articular sempre que possível os interesses, necessidades e domínios do próprio professor e do seu contexto profissional.

Através da formação continuada, o professor de Matemática além de receber novas orientações curriculares, aprende a refletir sua identidade profissional, acolhe sugestões e abordagens teórico-metodológicas para sua prática, rompe os paradigmas do individualismo profissional dialogando e compartilhando ideias e propostas pedagógicas de sucesso escolar, analisa e discute estratégias de ensino e aprendizagem para a construção do conhecimento dos estudantes.

Refletir a prática no desenvolvimento profissional do professor, nos remete a pensar em qual momento de sua profissão ele está vivendo. Para isso, Perez, Costa e Viel (2002), apresenta uma classificação em três grandes grupos de profissionais ligados à sua identidade:

> os investidos, que vivem a sua profissão com entusiasmo e sentido de responsabilidade, remando muitas vezes contra ventos e marés (e que não são poucos);
> os acomodados, que não têm esperança de ver ocorrer qualquer mudança significativa no ensino e que encaram a sua profissão fundamentalmente como um meio de sobrevivência;
> os transitórios, que estão na profissão apenas de passagem, à espera de mudar para outra atividade em que se sintam melhor (PEREZ; COSTA; VIEL, 2002, p. 5).

Uma atenção decorrente do desenvolvimento profissional do professor de Matemática se dá a partir do princípio de que professores reflexivos promovem práticas reflexivas, onde a reflexão na prática acentua o perfil profissional de cada professor.

Não basta apenas analisar o tempo de experiência profissional, os títulos acadêmicos obtidos ou o grau de complexidade das aulas que ministra, faz-se necessário pensar no investimento do tempo pedagógico que o professor destina para refletir, planejar e organizar suas aulas.

Em paralelo a essas discussões, o desenvolvimento profissional do professor de Matemática não traz um fim em si mesmo, é um processo que relaciona outros processos que evoluem na medida em que o professor assume o papel de protagonista, reconhecendo suas necessidades e habilidades para aprender, descobrir, ajudar-se e desenvolver-se no processo de evolução profissional e educacional.

4.3 A importância da metodologia da Resolução de Problemas na Formação de Professores

Atualmente muitos professores de Matemática têm participado de encontros formativos, oficinas, fóruns, debates e tantos outros eventos que dialogam inúmeras temáticas e abordagens voltadas para o ensino, aprendizagem, avaliação, metodologia, didática, currículo, e muitos outros. Espaços como esses tem levado a Educação Matemática a marcar o rumo e a perspectiva do desenvolvimento profissional por meio do processo de formação continuada dos professores.

Consciente disso, Onuchic e Allevato (2009), afirmam que a formação continuada de professores precisa promover mudanças não somente em ensinar conteúdos que outrora não eram ensinados, talvez por não serem necessários naquele momento, mas é premente considerar a possibilidade de se utilizarem novos e diferentes recursos e formas de ensinar, empregando novas metodologias de ensino nas aulas de Matemática.

A considerar a eficácia das ações da formação continuada para os professores, Faustino (2011) acentua uma perspectiva formativa cujo modelo tem semelhança ao que descreve a MRP, quando afirma que:

> A eficácia das ações de formação continuada está relacionada com processos formativos amparados em modelos que se pautam na reflexão sobre a prática, na discussão do coletivo, na participação voluntária dentro da própria escola, que favorece a troca de experiências, que provoca reflexões e mobiliza saberes, na busca do saber-fazer, na resolução dos problemas e das dificuldades da prática docente, na busca pela autonomia profissional e na articulação entre teoria e prática (FAUSTINO, 2011, p. 26).

Estudos como o de Huanca e Assis (2018, p. 73), pontuam que a MRP na Formação de professores de Matemática busca "fomentar a reflexão rumo a uma mudança que abarque o desenvolvimento profissional do professor de Matemática e possíveis contribuições aos processos de ensino, de aprendizagem e de avaliação em sala de aula. Com isso, podemos dizer que a MRP se revela como uma atividade de investigação tanto para o professor em refletir e [re]ver sua prática, como para o estudante em seu processo de aprendizagem e descoberta.

Aspectos relativos aos processos de mudança na prática de ensino, são propostos por Onuchic e Allevato (2009), há mais de vinte anos, quando passaram a experimentar um processo de [re]significação nas aulas de Matemática. Não se trata de uma abordagem ou concepção de ensino, mas de uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que tem se constituído como um caminho promissor para ensinar Matemática e não apenas para ensinar a resolver problemas.

Ao utilizar na prática da sala de aula de Matemática a MRP, alguns estudiosos dessa metodologia, apontam além da importância, o desempenho, as mudanças e os resultados satisfatórios que essa metodologia proporciona no desenvolvimento formativo e profissional do professor de Matemática.

Ao tratar o ensino de Matemática através da MRP, Onuchic e Allevato (2005), numa visão mais ampla afirmam que:

> [...] ensinar Matemática através da Resolução de Problemas é uma abordagem consistente com as recomendações do NCTM e dos PCNs, pois conceitos e habilidades matemáticos são aprendidos no contexto da Resolução de Problemas. O desenvolvimento de processos de pensamento de alto nível deve ser promovido através de experiências em Resolução de Problemas, e o trabalho de ensino de Matemática deve acontecer num ambiente de investigação orientada em resolução de problemas. Em nossa visão, a compreensão de Matemática, por parte dos alunos, envolve a ideia de que compreender é essencialmente relacionar. Esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando o aluno é capaz de: relacionar uma determinada ideia Matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos, relacionar um dado problema a um grande número de ideias Matemáticas implícitas nele, construir relações entre as várias ideias Matemáticas contidas num problema (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 222).

Para as autoras, fomentar o uso da MRP como uma alternativa pedagógica de sucesso nas aulas de Matemática implica diretamente na dupla atuação e relação entre professor e estudante. Tal metodologia não se destaca por um roteiro apresentado em sete, nove ou dez passos e que se seguido à risca, promoverá uma aprendizagem efetiva e significativa para os estudantes.

Onuchic e Allevato (2005), observam que através da MRP, a escola e o professor tendem a seguir as recomendações educacionais vigentes, aprimorando as habilidades do professor, avaliando o que está ocorrendo no processo, com vistas a [re]orientar as práticas de sala de aula.

Considerando o exposto acima, Allevato e Onuchic (2009, p. 17), propõem a temática da MRP em contextos de formação de professores de Matemática e atestam que:

> [...] experiências, em pesquisas com alunos e atividades de formação de professores em que esta forma de trabalho tem sido utilizada, têm favorecido significativos avanços na compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos e no aprimoramento da prática docente pelo professor (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 17).

Ainda nessa abordagem, percebemos que o contexto da formação continuada não está atrelado a uma espécie de treinamento, mas a uma oportunidade de refletir, construir e investigar o percurso e a prática do professor frente aos avanços e necessidades do estudante, escola e sociedade em geral. Compreender o sentido e significado da MRP para a formação continuada dos professores de Matemática é nortear caminhos e possibilidades para o profissional que é investido.

Precisamente assim, desenvolveremos uma melhoria no ensino de Matemática e consequentemente no desenvolvimento profissional do professor de Matemática, partindo de uma proposta curricular onde sejam definidas atividades, apresentadas por problemas e modelos matemáticos, que sirvam de suporte às aprendizagens significativas.

O autor também enfatiza a importância do ensino de Matemática através da MRP, por nos oferecer “uma experiência em profundidade, uma oportunidade de conhecer e delinear as dificuldades, de conhecer as capacidades e limitações do conhecimento matemático que os estudantes possuem” (HUANCA, 2006, p.38).

Para Brasil e Huanca (2018), a fundamental importância de aproximar a MRP à prática pedagógica do professor de Matemática se dá pelo fato de que esses profissionais consigam desenvolver suas habilidades, tornando-se mais reflexivos e capazes de assumir o papel de multiplicadores na Educação básica onde visivelmente é tão deficitário de novidades para o ensino de Matemática.

Aliada a essa abordagem, Brasil e Huanca (2018, p. 92) afirma que através da MRP, “ o professor deve ter uma postura de mudança, ao invés de solicitar que os estudantes façam perguntas para que ele possa responder, o mais correto é o professor perguntar para que os alunos possam responder”, assumindo o papel de um professor problematizador de novas oportunidades de aprendizagem.

Diante desse cenário, os estudantes passam a analisar seus próprios métodos e soluções obtidas com vistas a construção do conhecimento, como também avaliam o professor e sua prática. Nesse processo, o professor avalia sua postura enquanto mediador e avalia também os resultados qualitativos e quantitativos dos estudantes (HUANCA; ONUCHIC, 2014).

Portanto, reafirmamos a importância e as contribuições que MRP favorece na formação continuada do professor de Matemática, como sendo por vezes ou até mesmo, em sua maioria, uma oportunidade crescente e permanente para aprender e melhorar sua prática pedagógica e consequentemente seu conhecimento profissional.

Assim, o professor que compreende e experencia a vivência da MRP na sua prática diária admite a capacidade de refletir sua própria prática pedagógica, adaptando-se as constantes e desafiantes mudanças educacionais do presente contexto.

5 METODOLOGIA DA PESQUISA

5.1 Abordagem e Percurso Metodológico da Pesquisa de Campo

Com interesse em especificar a abordagem metodológica dessa pesquisa, direcionamos os estudos científicos aqui presentes, como uma pesquisa de natureza qualitativa, que é direcionada, ao longo de seu desenvolvimento, através de "um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo a sua estruturação" (OLIVEIRA, 2011, p. 28), sem precisar enumerar e/ou medir eventos.

Para Alves-Mazzotti (1998), a principal característica da pesquisa qualitativa é o fato de que esta segue a tradição compreensiva ou interpretativa, em que se pretende compreender de que forma os sujeitos da pesquisa pensam e agem em um contexto particular.

Nesse sentido, Borba (2004) diz que, a pesquisa qualitativa prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, ou seja, o conhecimento como compreensão contingente negociado e não como verdade rígida. Então, o que é considerado verdadeiro, dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado.

Para desenvolver a presente pesquisa a partir das leituras, estudos e interesse de investigação descritiva que optamos, pois de acordo com Lüdke (1986, p. 18), "o estudo qualitativo é o que se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada".

Apreciando a natureza da investigação adotada, levamos em consideração os sujeitos participantes e atuantes da pesquisa e as possiblidades de coletar informações precisas e que sejam possíveis de serem analisadas e interpretadas para responder a questão norteadora de nossa pesquisa.

Coutinho (2018), pressupõe que a abordagem de cunho qualitativa:

> Defende uma lógica indutiva no processo de investigação; os dados são recolhidos não em função de uma hipótese predefinida que há que pôr à prova, mas com o objetivo de, partindo dos dados, encontrar neles regularidades que fundamentem generalizações que serão cada vez mais amplas (COUTINHO, 2008, p. 7).

Assim, definimos o percurso metodológico a ser percorrido com a finalidade de alcançar os objetivos geral e específicos e também responder à pergunta norteadora da pesquisa, a saber como os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh podem contribuir para o ensino de equações do 2º grau à luz da Resolução de Problemas no 9º Ano EF?.

Após definir a temática de investigação e delinear o objeto de estudo da pesquisa, aprofundamos nossos estudos nas bases teóricas que nortearam e subsidiaram nosso trabalho, adotando em seguida a metodologia de natureza qualitativa para aplicar nossa Pesquisa de Campo.

Dessa forma, delimitamos o caminho a ser seguido e posteriormente, definimos o universo da pesquisa (público alvo, ambiente, período), cenário de investigação mediante a metodologia adotada, instrumentos de coleta de informações e o método para análise dos dados coletados, visando atingir os nossos objetivos.

Assim sendo, com vista às informações anteriormente apresentadas, mapeamos nosso percurso metodológico estruturado na figura a seguir:

Figura 3: Percurso Metodológico da Pesquisa

1. Definir o cenário de investigação e metodologia adotada na Pesquisa de Campo
→ Rede de ensino estadual de Pernambuco; Pesquisa qualitativa
2. Aprofundar as leituras sobre as bases teóricas da Pesquisa
→ Resolução de Problemas, Ensino de equação do 2º grau e o Método de Po-Shen Loh e Formação de Professores
3. Planejar a estrutura, formato e aplicabilidade da Pesquisa de Campo
→ Minicurso (20h); Formato Híbrido; 4 Encontros Formativos
4. Definir o público alvo da pesquisa
→ 10 Professores de Matemática do 9º Ano EF
5. Selecionar as atividades para aplicá-las no Minicurso
→ 8 atividades problematizadoras e 2 questionários (Pré e Pós Minicurso)
6. Apresentar a proposta de investigação para validação
→ Professor Orientador e Grupo de Pesquisa GPRPEM / PPGECEM-UEPB
7. Realizar a Pesquisa de Campo na Rede de ensino estadual de PE
→ 2 Encontros Presenciais e 2 Encontros Virtuais
8. Fazer o levantamento dos dados e analisar os materiais produzidos pelos professores participantes durante as atividades propostas
→ Método da Triangulação
9. Responder à pergunta norteadora da Pesquisa e elaborar o Produto Educacional a partir da Pesquisa

Fonte: Elaborado pelo Autor

Diante da estrutura acima apresentada, pressupomos uma oportunidade de explorar as potencialidades da Metodologia da Resolução de Problemas durante a realização da Pesquisa de Campo – Minicurso – com os professores de Matemática do 9º Ano do EF, público alvo desta pesquisa e visualizar a partir das Atividades e dos Questionários aplicados nos Encontros Formativos as contribuições dos Métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e do recente Método de Po-Shen Loh para resolver equações do 2º grau.

Esta pesquisa não pretende validar nem provar nenhuma hipótese, mas verificar as contribuições dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh na resolução de equações do 2º grau à luz da Resolução de Problemas, especialmente com professores de Matemática do 9º Ano EF, responsáveis por mediar e conduzir novas oportunidades de aprendizagem aos estudantes da referida etapa de escolaridade.

Entendendo o percurso metodológico e a natureza desta pesquisa, assumimos o papel de professor mediador, responsável por definir e elaborar todo o material necessário na realização do trabalho de investigação. Conscientes do olhar enquanto pesquisador e professor mediador da pesquisa, atentamos por empregar vários instrumentos para coleta de informações a fim de mantermo-nos imparciais na análise dos dados coletados.

Nessa direção, reafirmamos as ideias de Lüdke (1986, p. 12), quando sinaliza que "o pesquisador deve atentar para o maior número de elementos presentes na situação estudada, pois um aspecto supostamente trivial pode ser essencial para melhor compreensão do problema que está sendo estudado".

Esta pesquisa, buscou atentar para os aspectos acima apresentados, com um olhar atencioso a investigar novas informações e dados que pudessem ser explorados nas discussões entre os pares, valorizando as interações, os registros produzidos na realização das atividades e as transcrições em áudio e vídeo durante a investigação em tela.

As atividades propostas intencionaram analisar as interações entre os participantes da pesquisa, desde as discussões e registros, e também por meio das observações do professor mediador, verificando o engajamento entre os integrantes dos grupos, os conhecimentos compartilhados e construídos no percurso do trabalho e da recepção dos mesmos pela proposta da pesquisa.

O foco central desta pesquisa é o processo de ensino de equação do 2º grau e os métodos utilizados pelos professores para resolver problemas que envolvem tal conteúdo, para que nossa proposta pudesse intervir direta e pedagogicamente no âmbito da sala de aula ampliando o conhecimento dos professores e respectivamente nos estudantes.

5.2 Universo e estrutura da Pesquisa de Campo

As informações e dados produzidos e coletados nesta pesquisa, são baseados na metodologia qualitativa realizada no término do primeiro semestre de 2022, tendo como público alvo, dez professores de Matemática que ministram aulas nas turmas de 9º Ano EF na rede de ensino estadual de Pernambuco.

A escolha pelo público alvo deu-se no intuito de apoiar o trabalho formativo destes sujeitos e por nos permitir experimentar uma proposta de ensino que pudesse ampliar os seus conhecimentos no tocante ao ensino e as diversas formas de resolução de problemas de equação do 2º grau, propostas pelos documentos oficiais curriculares.

Corroborando ainda, visualizamos os sujeitos participantes como multiplicadores dessa proposta em suas respectivas salas de aula, contribuindo para o processo de ensino e consequentemente, na aprendizagem dos estudantes, haja vista que refletir práticas de ensino e novas alternativas didático-metodológicas podem implicar significativamente para quem ensina e para quem aprende.

Para a realização da pesquisa de campo, propusemos um planejamento de quatro encontros formativos, sendo primeiro encontro com oito horas e os demais com quatro horas de duração, perfazendo uma carga horária de 20 horas/aula, sendo estruturado em formato de um Minicurso, intitulado "ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU: UMA REFLEXÃO À LUZ RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS".

Para a realização do Minicurso, estudamos a organização dos dias em que os professores de Matemática da rede estadual de Pernambuco, cumprem com a suas Aulas Atividades, nas terças-feiras. Os professores de Matemática da rede estadual de Pernambuco, durante as terças-feiras, realizam suas Aulas Atividades com planejamento, estudos, formação em serviço, elaboração e correção de atividades, dentre outras atividades.

Definida a estrutura, planejamento e público alvo previstos para participação no Minicurso, optamos por realizá-lo em formato híbrido, sendo dois encontros presenciais e dois encontros virtuais, uma vez que as Tecnologias Digitais têm contribuído significativamente para os cenários de aprendizagem.

No entanto, para sediar e autorizar a participação e a realização da Pesquisa de Campo através do Minicurso, procuramos a Gerência Regional de Educação da Mata Norte – GRE Mata Norte, situada em Nazaré da Mata – PE, munidos de toda a documentação necessária.

Apresentada e discutida a proposta da Pesquisa de Campo, a Coordenação Geral de Desenvolvimento da Educação da GRE Mata Norte, imediatamente abraçou a parceria e a oportunidade de a Universidade apoiar o trabalho do professor no âmbito da Regional. A partir do diálogo próximo e aprazível, definimos o local da realização presencial, o convite, a inscrição e a participação dos professores das escolas estaduais de Nazaré da Mata e Carpina, como público alvo da pesquisa.

A Coordenação Geral de Desenvolvimento da Educação da GRE Mata Norte mediou junto às escolas estaduais, na pessoa dos gestores escolares o convite e a precisa participação dos mesmos para o Minicurso. Diante do planejamento junto à Coordenação, foram indicados doze professores para participar do Minicurso, entretanto, apenas dez participaram ativamente de todo o Minicurso.

Para evitar possíveis riscos relacionados à participação dos professores durante o Minicurso, dialogamos com brevidade nosso projeto com a GRE e pontuamos o dia da terça-feira, como dia viável para realizar o Minicurso em seus quatro encontros e por se tratar de as escolas estaduais situadas em Nazaré da Mata são próximas à GRE, onde sediou os dois encontros formativos. Assim, organizamos nosso trabalho de investigação, conforme a tabela abaixo:

Tabela 5: Organização da Pesquisa de Campo

Encontro Formativo	**Horário e Formato**	**Local**	**Conteúdo Programático**
1	8h às 17h Presencial	Sala de Reunião da GRE Mata Norte em Nazaré da Mata – PE	Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas
2	13h às 17h Presencial	Sala de Reunião da GRE Mata Norte em Nazaré da Mata – PE	Métodos de ensino e resolução de equação do 2º grau
3	18h às 22h Virtual	Plataforma Google Meet via link https://meet.google.com/pmh-zyru-dpe	Método de Po – Shen Loh
4	8h às 12h Virtual	Plataforma Google Meet via link https://meet.google.com/pmh-zyru-dpe	Ensino de equação do 2º grau na sala de aula à luz dos documentos oficiais e o Método de Po-Shen Loh

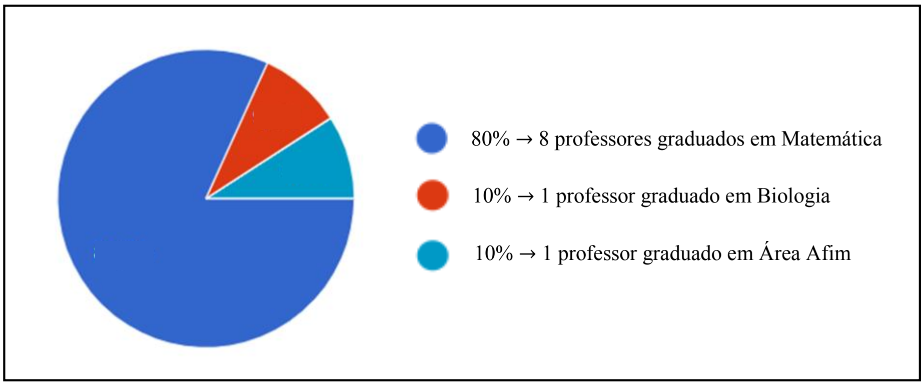
Fonte: Elaborado pelo Autor

Conscientes da estrutura, organização e planejamento do Minicurso, a inscrição de cada professor participante foi encaminhada via formulário *Google Forms* pela Coordenação Geral a cada uma das escolas, mantendo-nos neutros quanto à seleção do público participante. No ato da inscrição, solicitamos alguns dados de cunho profissional para facilitar o nosso trabalho, entre eles, destacamos relevantes o e-mail educacional de cada professor, para enviar os materiais informativos e de apoio a leitura dos participantes, bem como o link para participação nos momentos formativos virtuais.

O segundo e relevante dado solicitado no ato da inscrição, foi o número telefônico do WhatsApp dos participantes, cuja finalidade foi aproximar as informações do Minicurso e disponibilizar um meio para alinhar a dinâmica do trabalho a ser realizado.

Computada as inscrições dos participantes inscritos, pudemos analisar o perfil do público com o qual iríamos dialogar e planejar nossas atividades para desenvolver com o grupo de professores.

Figura 4: Perfil dos Professores Participantes



Fonte: Dados da Pesquisa

Constatamos que das dez inscrições, 80% delas possuem graduação em Matemática, 10% tem graduação em Ciências Biológicas e 10% possui grau em outra área de formação. Com vistas a essa análise, podemos dizer que dos dez participantes, oito deles possuem graduação em Matemática e dois deles, possuem formação em áreas afins, como mostra a figura acima.

Analisando o perfil dos professores participantes, procuramos organizar as atividades a serem realizadas, a formação dos grupos, a gestão do espaço para acolher e organizá-los em um ambiente propicio para *[re]*construir, compartilhar e *[re]*significar pensares e saberes docentes.

6 COLETA, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

6.1 Procedimentos para a análise dos dados

Como em toda a pesquisa científica há uma preocupação em visualizar um meio para estudar a coleta, a produção e a análise dos dados, selecionamos uma técnica que tivesse uma estreita relação com a metodologia e abordagem adotada no presente trabalho.

No tocante à produção dos dados, optamos pela Técnica da Triangulação, uma vez que "a convergência de resultados advindos de fontes distintas oferece um excelente grau de confiabilidade à pesquisa, muito além de pesquisas orientadas por outras estratégias" (MARTINS, 2008, p. 80).

Pesquisadores como Stake (2011), define Triangulação como um método que utiliza dados adicionais para validar ou ampliar as interpretações feitas pelo pesquisador, adotando diferentes percepções para esclarecer o significado por meio da repetição das observações ou interpretações.

Os estudos iniciais sobre a Triangulação estavam voltados ao tipo de percepção que o pesquisador se debruçava a investigar. A partir desses olhares, quatro Técnicas de Triangulação foram descritas e caracterizadas: (1) Triangulação de Pesquisadores; (2) Triangulação de Dados; (3) Triangulação de Teorias e (4) Triangulação Metodológica. Em decorrência a novas perspectivas e estudos, mais duas Técnicas de Triangulação foram defendidas e estudadas: (5) Triangulação Disciplinar e (6) Triangulação Ambiental.

Diante dos múltiplos tipos de Técnicas de Triangulação, nossa pesquisa adotou a Técnica de Triangulação de Dados para a análise das informações e dados coletados durante toda a investigação na Pesquisa de Campo e por sua natureza retratar uma descrição da realidade de forma mais consistente, objetiva, detalhada e completa do fenômeno estudado.

Nessa direção, Holanda e Farias (2020) descrevem a Técnica de Triangulação de Dados como a mais conhecida e a mais fácil de ser implementada, além de possibilitar o agrupamento de informações, num mesmo estudo, em tempos e espaços diferentes e em fontes distintas, proporcionando ao investigador analisar o problema a partir de diferentes olhares.

Diante disto, podemos dizer que os distintos dados explorados de diferentes fontes podem contribuir, sinalizar caminhos e até mesmo possibilitar maior clareza da análise dos dados, verificando fielmente o que ocorreu durante a realização e discussão das atividades. Com atenção a essa perspectiva, buscamos fundamentar os dados coletados considerando fontes distintas a partir da observação participante do professor mediador, dos documentos e registros produzidos pelos professores participantes e por meio das transcrições em áudio e vídeo das interações e discussões dos professores participantes em todo o percurso de investigação.

As múltiplas fontes de coleta de dados permitem uma análise mais detalhada das evidências na pesquisa, a partir das falas, comportamentos e registros escritos, desenvolvendo aspectos convergentes da investigação, permitindo assim a veracidade dos resultados encontrados, respeitando o relacionamento e posicionamento de todos os envolvidos na Pesquisa.

6. 2 Instrumentos para a coleta de dados

Considerando a natureza qualitativa da metodologia adotada e a Técnica de Triangulação proposta por Martins (2008), utilizamos nesta pesquisa os seguintes instrumentos para a coletas de dados:

(1) Observação Participante do professor mediador (autor deste trabalho) considerando seus registros (anotações). Vale destacar que a observação participante:

> [...] é o meio mais direto de se estudar uma ampla variedade de fenômenos, e grande maioria dos aspectos do comportamento humano só podem ser estudados satisfatoriamente mediante observação. Outro aspecto positivo é que esse método de coleta de dados é o que exige menos dos sujeitos objeto de estudo. A observação também comprova ou não os relatos dos sujeitos, porque nem sempre o que eles falam é o que demonstram em seus comportamentos. (QUEIROZ; VALL; SOUZA; VIEIRA, 2007, p. 281)

(2) Questionários de Entrevista (Pré e Pós Minicurso) através de formulários *Google Forms*, garantindo a legítima e fiel identidade dos professores participantes quanto às suas respostas, pois segundo Oliveira (2011, p. 44) “O questionário é considerado um importante instrumento de pesquisa por fornecer subsídios reais do universo ou da amostra pesquisada”.

(3) Documentos/Registros produzidos pelos professores diante das atividades propostas. Segundo Lüdke e André (1986), os documentos:

> [...] constituem também uma fonte poderosa de onde pode ser retirada evidências que fundamentem afirmações e declarações do pesquisador. Representam ainda uma fonte “natural” de informações. Não são apenas uma fonte de informação contextualizada, mas surgem num determinado contexto e fornecem informações sobre esse mesmo contexto (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 39).

(4) Áudio e Vídeo com gravações das discussões individuais, grupais e coletivas (plenárias). Esses instrumentos, segundo Sadalla e Larocca (2004, p. 423) “permitem registrar, até mesmo, acontecimentos fugazes e não-repetíveis que muito provavelmente

escapariam a uma observação direta", possibilitando a fidedignidade dos dados através das respectivas transcrições.

Os instrumentos acima apresentados foram utilizados, valorizando o caráter descritivo da pesquisa, os princípios de ética exigidos e formalizados entre todos os participantes, haja vista que tomamos a transcrição de áudio e vídeo gravações no desenvolvimento da pesquisa, como também registramos algumas fotografias para arquivo e destaque do trabalho realizado.

Todos os participantes do Minicurso, foram informatizados sobre o uso de suas informações e registros orais e escritos como sendo dados a serem utilizados para coleta, análise e discussão dos resultados encontrados.

No tocante a vídeo gravação dos dois encontros formativos virtuais, através do Google Meet, realizamos a transcrição por meio da ferramenta "Legendas", disponível como função da Plataforma.

Os áudios em gravação que utilizamos nos encontros presenciais, foram coletadas através do aplicativo Gravador de Voz, disponível para download no Play Store de smartphones. Como realizamos nos encontros presenciais, dois grupos de estudo durante a realização do Minicurso, foram necessários dois smartphones para garantir a captura dos comentários e discussões dos professores tanto em seus grupos, como nas plenárias coletivas.

Nos encontros virtuais, mantemos a formação dos dois grupos, a partir da subdivisão de salas temáticas, sendo disponível por ser mais uma função da Plataforma Google Meet. Em acréscimo, utilizamos o jamboard, mais uma função disponível na Plataforma para registro escrito dos professores.

O acesso dos professores a sala virtual, ocorreu por meio do envio do link endereçado ao e-mail educacional de cada um deles, sendo disponível também no grupo do WhatsApp.

6.3 Sistematização dos Encontros Formativos e descrição das Atividades desenvolvidas

A Pesquisa de Campo constituiu-se em quatro encontros formativos, seguindo um roteiro de estudo descrito na fundamentação teórica desse trabalho, como recomenda Allevato e Onuchic (2011), considerando as nove etapas descritas pelas autoras. Para investigar e ampliar os conhecimentos dos professores participantes no Minicurso, foram utilizadas oito atividades problematizadoras e dois questionários de entrevistas, chamados de Pré e Pós Minicurso.

Para organizar cada um dos encontros formativos, tanto o presencial como o virtual, definimos uma sequência sistemática e metodológica para desenvolver nossa proposta de ensino.

Diante disso, conjecturamos um trabalho pautado na carga horária prevista para cada encontro, vislumbrando o tempo reservado para discussões teóricas e o tempo para o desenvolvimento das atividades, como propomos no quadro a seguir, a sequência metodológica de cada um dos Encontros Formativos:

Quadro 1: Sequência Metodológica do Minicurso – Encontro 1

<table>
<tr><td rowspan="10">ENCONTRO 01</td><td>ATIVIDADE</td><td>MINISTRANTE</td></tr>
<tr><td>Credenciamento</td><td rowspan="9">Msdo.
Renato Duarte</td></tr>
<tr><td>Apresentação do Projeto do Minicurso</td></tr>
<tr><td><u>Dialogando com os Pares</u>
- Como você professor tem desenvolvido metodologicamente suas aulas de Matemática?
- Na sua sala de aula (9º Ano EF), quais conteúdos matemáticos os estudantes apresentam mais dificuldades de aprendizagem?</td></tr>
<tr><td><u>Estudo 01</u>
Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas</td></tr>
<tr><td>Intervalo</td></tr>
<tr><td>Desenvolvimento da Atividade 1
Problemas: Álgebra em foco; O x da Questão</td></tr>
<tr><td>Desenvolvimento da Atividade 2
Problemas: Agrupando ideias; Equacionando soluções</td></tr>
<tr><td>Considerações Finais</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 2: Sequência Metodológica do Minicurso – Encontro 2

<table>
<tr><td rowspan="8">ENCONTRO 02</td><td>ATIVIDADE</td><td>MINISTRANTE</td></tr>
<tr><td>Credenciamento</td><td rowspan="7">Msdo.
Renato Duarte</td></tr>
<tr><td><u>Dialogando com os Pares</u>
- Quais os principais métodos de resolução você utiliza PARA ensinar a resolver equação do 2º grau?
- Na sua sala de aula (9º Ano EF), em quais conteúdos matemáticos você utiliza equação do 2º grau para resolver problemas?</td></tr>
<tr><td><u>Estudo 02</u>
Métodos de ensino e resolução de equação do 2º grau</td></tr>
<tr><td>Intervalo</td></tr>
<tr><td>Desenvolvimento da Atividade 3
Problema: A área do quadrado</td></tr>
<tr><td>Desenvolvimento da Atividade 4
Problema: A loja de calçados</td></tr>
<tr><td>Considerações Finais</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 3: Sequência Metodológica do Minicurso – Encontro 3

	ATIVIDADE	MINISTRANTE
ENCONTRO 03	Credenciamento	Msdo. Renato Duarte
	<u>Dialogando com os Pares</u> - Diante dos encontros anteriores, qual (is) o(s) método(s) de Fatoração de Expressões Algébricas você melhor visualizou **PARA** ensinar **E** resolver Equação do 2º grau? - Na sua sala de aula (9º Ano EF), em quais conteúdos matemáticos você já visualiza utilizar equação do 2º grau para resolver problemas?	
	<u>Estudo 03</u> Métodos de Po-Shen Loh	
	Intervalo	
	Desenvolvimento da Atividade 5 **Problema: Po-Shen Loh em estudo**	
	Desenvolvimento da Atividade 6 **Problema: As equações de Ada e Zaqueu**	
	Considerações Finais	

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 4: Sequência Metodológica do Minicurso – Encontro 4

	ATIVIDADE	MINISTRANTE
ENCONTRO 04	Credenciamento	Msdo. Renato Duarte
	<u>Estudo 04</u> Ensino de equação do 2º grau na sala de aula à luz dos documentos oficiais e o Método de Po-Shen Loh	
	Desenvolvimento da Atividade 7 **Problema: Papiro de Moscou**	
	Intervalo	
	Desenvolvimento da Atividade 8 **Problema: A troca de chocolates**	
	Questionário Pós Minicurso	
	Avaliação e Considerações Finais	

Fonte: Elaborado pelo autor

Com base nessa sequência metodológica, direcionamos os outros três encontros formativos, atentando o tempo e as atividades planejadas. Cabe esclarecer que nos Encontros Formativos 01 e 02, propusemos a realização de atividades organizadas com dois problemas geradores cada atividade.

Nesses dois primeiros encontros, de natureza e realização presencial, atribuímos às atividades problematizadoras, quatro problemas mais elementares, para sondagem e investigação dos professores participantes sobre os conhecimentos utilizados para resolver os problemas propostos.

Para cada um dos problemas selecionados pelo pesquisador principal desse trabalho, atribuímos um título para maior facilidade no direcionamento, análise e discussão dos mesmos.

Buscamos em cada um dos problemas geradores propostos no desenvolvimento do Minicurso, explorar dos participantes o máximo de discussões matemáticas possíveis para detalhamento das impressões individuais e coletivas dos professores.

Reconhecemos a necessidade de descrever melhor os problemas geradores adotados na pesquisa, seus objetivos e a proposição do roteiro proposto na Metodologia da Resolução de Problemas presente no percurso metodológico em cada um dos encontros. Portanto, apresentaremos a seguir uma breve descrição roteiro utilizado para o Desenvolvimentos das Atividades propostas e estudadas no presente trabalho.

Roteiro

1. Apresentar o Problema 01 a todos os professores, propondo inicialmente uma análise e leitura individual do problema;
2. Em seguida, realizar uma leitura coletiva com todos os participantes;
3. Após a leitura coletiva, o professor mediador deverá organizar a turma em dois grupos, com critérios definidos por ele, objetivando um espaço agradável para discussão entre os pares e propício para *[re]*construir e compartilhar novas aprendizagens;
4. Formados os grupos, o professor mediador direcionará cada grupo a resolver o problema em tela, estipulando o tempo para discussão, resolução e registro das respostas para apresentação em uma plenária. Nesse momento, após orientar cada grupo no desenvolvimento da atividade, caberá ao professor mediador, dialogar com os grupos a escolha de um representante para apresentar o trabalho elaborado pelo grupo;
5. Durante a proposição da resolução do problema, o professor mediador acompanhará as discussões entre os participantes de cada grupo, observando e incentivando a participação de todos durante as discussões e registros da resolução, de forma dialógica e motivadora;
6. Finalizadas as discussões e resolução do problema, cada grupo por meio do seu representante, socializará a resolução do problema na lousa ou em cartaz, discorrendo sobre as estratégias e procedimentos adotados pelo grupo;
7. Após a apresentação das plenárias de cada grupo, o professor mediador dialogará com todos os participantes, valorizando os registros, estratégias e procedimentos utilizados por eles, afim de chegar a um consenso para a resolução do problema em estudo com uma abordagem mais sistemática e rica em conteúdo;

8. Posteriormente ao consenso, o professor mediador caminhará para a formalização do conteúdo, explorando os conhecimentos matemáticos dos professores participantes, incentivando e resgatando os conceitos já construídos pelo público em tela. Dessa forma, os participantes perceberão os diferentes pensares e saberes para um mesmo conceito e/ou conteúdo com os recursos presentes no cenário de investigação.

O roteiro acima apresentado, trata-se de uma leitura e compreensão dos nove passos do roteiro elaborado pelas autoras Allevato e Onuchic (2011), responsáveis por contribuírem para a fundamentação teórica da Metodologia da Resolução de Problemas da nossa pesquisa. Paralelo a esse olhar, buscamos acentuar na escolha do problema gerador, os objetivos do problema para discussão e investigação dos conhecimentos que os professores já construíram acerca do ensino de equação do 2º grau.

Compreendendo que "na abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende Matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas" (ONUCHIC, 1999, p. 210), apresentaremos os problemas geradores selecionados e aplicados no desenvolvimento dessa investigação.

Em acréscimo, salientamos que nossas análises não se limitaram a exatidão das respostas, mas na *[re]*construção e ampliação dos conhecimentos matemáticos acompanhados à luz da Metodologia da Resolução de Problemas.

Para os quatro encontros, selecionamos dez problemas com seus respectivos objetivos, conforme o anexo dos Problemas Geradores da Pesquisa de Campo, visando à *[re]*construção de conceitos envolvendo a relação dos produtos notáveis, Fatoração de Expressões Algébricas, trinômio quadrado perfeito e completando quadrados de uma equação do 2º grau, por meio de princípios ou procedimentos. Esses problemas serão chamados de problemas geradores. Também, dentre esses preparamos alguns problemas para dar destaque ao método de Po-Shen Loh.

6.4 Encontros Formativos do Minicurso: descrição e análise

Após apresentada a abordagem qualitativa adotada na Pesquisa de Campo e os desdobramentos do percurso metodológico, compreendendo a estrutura, universo, procedimentos e instrumentos utilizados na pesquisa, seguiremos com uma descrição detalhada de dois encontros formativos da Pesquisa de Campo.

Através dos encontros formativos passamos a coletar os insumos necessários para estudo, análise dos dados e discussão dos resultados. Para proteção da imagem dos professores-participantes, desfocamos o brilho das fotografias com um embaçamento e na descrição das falas e comentários dos mesmos, utilizamos a sigla PP_1 para mencionar professor participante 1, PP_2 para mencionar professor participante 2 e assim por diante. As descrições dos quatro encontros formativos são caracterizadas pelos formatos presencial (Encontros 1 e 2) e virtual (Encontro 3 e 4).

6.4.1 Encontro 1

O primeiro encontro formativo do Minicurso, aconteceu em 02 de agosto de 2022, na Sala de Reunião da GRE Mata Norte em Nazaré da Mata – PE. Nesse encontro participaram 10 professores de Matemática que ministram aulas nas turmas de 9º Ano EF nas escolas estaduais da jurisdição da GRE Mata Norte. O encontro formativo ocorreu de forma presencial nos turnos da manhã e tarde, compreendendo a abordagem teórica e prática da Pesquisa de Campo.

Inicialmente, o pesquisador recepcionou os professores-participantes coletando a assinatura de Ata de Frequência e a entrega de um kit pedagógico de apoio para uso no desenvolvimento das atividades durante o Minicurso. Em seguida, o pesquisador ofereceu seus agradecimentos em nome do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da UEPB pela adesão de cada um dos participantes ao Minicurso.

Após as boas vindas do pesquisador, foi oportunizada a apresentação individual dos professores-participantes e qual expectativa em participar do Minicurso. Finalizadas as apresentações, o pesquisador apresentou o Projeto do Minicurso, detalhando os objetivos, carga horária, cronograma, descrição dos encontros formativos (presencial e virtual) e aporte teórico utilizado para a Pesquisa de Campo. Na oportunidade, foi discutido com os professores-participantes do teor da Pesquisa de Campo e dos dados que seriam coletados em cada um dos encontros, necessitando da validação e consentimento dos mesmos para o uso da gravação em áudio e vídeo, bem como o uso das imagens nos registros de fotos.

Dando continuidade, foi proposta uma discussão entre os professores-participantes, afim de promover uma sondagem inicial de como os professores-participantes em sua prática pedagógica desenvolviam suas aulas, por meio das perguntas: *Como você professor tem desenvolvido metodologicamente suas aulas de Matemática?* e *Na sua sala de aula (9º Ano EF), quais conteúdos matemáticos os estudantes apresentam mais dificuldades de aprendizagem?* Para que as impressões e depoimentos dos professores fossem registradas, o pesquisador informou aos participantes das anotações que o mesmo faria em seu diário de registros.

Antes de iniciar as discussões, o pesquisador buscou incentivar os participantes para que todos se sentissem confortáveis para dialogar, compartilhar ideias e contribuir com o trabalho em tela. Apresentados os questionamentos, selecionamos três relatos dos participantes em relação ao primeiro questionamento:

PP_2 *Bom dia a todos! Eu tenho realizado um trabalho com minhas turmas de acordo com o Currículo de Pernambuco apoiado com o livro dos estudantes, tentando oferecer novos conhecimentos.*

PP_8 *Olá pessoal! Eu venho estudado a melhor forma de ensinar aos alunos, planejando as minhas aulas, visualizando os recursos que são possíveis, seguindo as recomendações do Currículo.*

PP_9 *Bom dia, minha gente! Bem! Metodologicamente tenho planejado minhas aulas, de acordo com a realidade dos estudantes e dentro daquilo que é possível realizar na sala de aula com as atividades, explicação, testes e novas oportunidades, é isso.*

Diante dos comentários, o pesquisador buscou intervir e direcionar os participantes a refletirem sobre a metodologia que eles utilizam na prática da sala de aula. Embora, houvesse esse direcionamento, todos os participantes não fizeram menção a nenhuma abordagem metodológica que tivesse uma base teórica e as discussões sobre esse questionamento baseou-se apenas na forma como eles tem ministrado as aulas em sala de aula.

Em direção ao segundo questionamento, a participação do público foi em massa. Todos contribuíram com suas impressões e relatos. Para esse questionamento, propomos os relatos de quatro participantes:

PP_5 *Ao longo desses anos de profissão, nas turmas de 9º Ano tenho percebido que os alunos apresentam muitas dificuldades quando vamos ensinar equação do 2º grau, Geometria, Probabilidade e Função, quando dá tempo.*

PP_7 *Bom dia! Bem! Com minha experiência nessas turmas, acho que equação do 2º grau é o maior desafio. Geometria até caminho com a turma, mas quando me deparo com a necessidade de usar equação do 2º grau, as dificuldades são muitas. Penso que problemas que envolvem Álgebra trazem mais dificuldades para os alunos.*

PP_{10} *Pensando na realidade das turmas, Radiciação, Equação do 2º grau, Sistemas de equações, Teorema de Talles com equação do 2º grau, Trigonometria no 9º Ano traz uma chuva de dificuldades quando ensino esses assuntos.*

PP_1 *Assim como os colegas já falaram, Equação do 2º grau, Teorema de Pitágoras, Trigonometria, Sistemas, são os assuntos que os alunos apresentam mais dificuldades no 9º Ano. Por isso que me interessei em participar do Minicurso para tentar aprender algo novo para ensinar nas minhas turmas.*

Diante dos comentários dos professores participantes foi notório perceber que o ensino de equação do 2º grau foi pontuado por todos como um dos assuntos que os estudantes apresentam muitas dificuldades, paralelo a essa situação, percebemos também a necessidade de que o trabalho proposto pudesse contribuir na formação docente desses profissionais, como é relatado pelo PP_1.

Finalizado o primeiro momento do encontro, o pesquisador perguntou ao público se os mesmos conheciam a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e por uma única voz, relataram que não conheciam a referida metodologia. O primeiro questionamento proposto aos participantes foi pensado para estreitar e nortear as discussões seguintes acerca da metodologia que os professores utilizam para ensinar Matemática, independente do conteúdo.

Nessa direção, o pesquisador através da apresentação dos slides, realizou em um segundo momento do encontro, o estudo da Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, cujo aporte teórico utilizado para esse estudo está fundamentado no Capítulo 1 deste trabalho. Para esse estudo, foi explorado a abordagem de ensinar PARA, SOBRE e ATRAVÉS da Resolução de Problemas e os caminhos e novas perspectivas da pesquisa em Resolução de Problemas. Foi discutida a tríade das palavras que embasa o ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e fundamentando em seguida, o roteiro de atividades proposto por Onuchic e Allevato (2011).

Perante essas discussões, foi perguntado aos professores o que eles compreendiam acerca da Resolução de Problemas e ambos, trouxeram como resposta:

PP_6 *Acredito que essa abordagem está ligada a resolver problemas para encontrar uma solução.*

PP_9 *Acho que tem relação com as respostas de um exercício, problema ou situação problema.*

PP_3 *Resolução de problemas se dá a prática de explorar tarefas e desafios.*

PP_4 *A Resolução de problemas é uma particularidade da Matemática para qualquer conteúdo.*

Ao considerar as respostas dos participantes, visualizamos que os conhecimentos dos professores estavam relacionados à prática de resolver problemas, como Huanca, Silva e Souza

(2021) apontam que o termo Resolução de Problemas se refere à teoria, e o termo, resolução de problemas, à ação de resolver problemas.

O pesquisador, a partir das respostas dos professores, fundamentou e diferenciou os termos Resolução de Problemas, enquanto metodologia e resolução de problemas, como a ação de resolver tarefas e/ou problemas. Para essa abordagem, foi dialogado sobre o uso das letras iniciais maiúsculas e minúsculas e também, o fato de suprimir a expressão Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pela expressão Metodologia da Resolução de Problemas.

Ao dialogar e estreitar os passos a seguir, conforme o que orienta o roteiro de atividades da MRP, foram explanadas as três versões desse roteiro, conforme apresentado por Brasil (2017), na página 23 da fundamentação teórica deste trabalho. Fundamentamos no presente estudo que segundo Onuchic e Allevato (2011), o roteiro de atividades seguirá noves passos, mas que outros estudos como de Onuchic e Allevato (2014), no trabalho "Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas?, as autoras já propõem dez passos a seguir.

Com a intencionalidade de refletir e sentir junto aos professores como esse roteiro é desenvolvido, apresentou-se nos slides os nove passos do roteiro de atividades da MRP estreitando um diálogo igualitário e dialógico com os professores-participantes acerca das palavras-chaves: problema gerador, leitura individual e coletiva, formação e trabalho em grupos, papel e atuação do professor, consenso, plenária e formalização do conteúdo. Segundo as etapas propostas pelo roteiro de Onuchic e Allevato (2011), apresentamos outros trabalhos que seguem essa linha pesquisa e que tem contribuído significativamente para a prática docente e a aprendizagem dos estudantes.

Para aproximar as discussões teóricas da MRP, o pesquisador fechou o segundo momento do estudo e convidou a todos a olharem as canetas em cada pasta. Para a organização dos grupos 1 e 2, o pesquisador formou os grupos a partir da cor da caneta que estava dentro das pastas. Como o mesmo tinha selecionado as cores em preto e azul, os participantes que receberam a pasta com a caneta azul, ficaram no grupo 1 e os participantes que receberam a caneta preta, compuseram o grupo 2. Essa estratégia foi pensada para permitir a interação e troca de conhecimentos entre os participantes, valorizando o trabalho e a experiência de cada um deles.

Dada a orientação a todos os participantes, o pesquisador iniciou o terceiro momento, que seria a parte prática, ou seja, o ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas e direcionou os participantes aonde seriam realizadas as Atividades 1 e 2. Assim, formados os grupos, o pesquisador ofereceu a cada grupo a cópia da Atividade 1 que apresentava os problemas:

Problema 1: Álgebra em foco

Sabe-se que a diferença entre o quadrado de número e 4 é zero. Qual o conjunto solução desse problema?

Problema 2: O *x* da questão

O quadrado de um número subtraído do seu dobro é igual a 3. Qual expressão matemática representa essa situação? E qual é esse número?.

A partir dessa atividade, buscamos verificar o desempenho dos professores na resolução de problemas que envolviam equações do 2º grau, utilizando os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas.

Figura 5: Organização dos Grupos 1 e 2 – Encontro 1

Fonte: Acervo do Minicurso

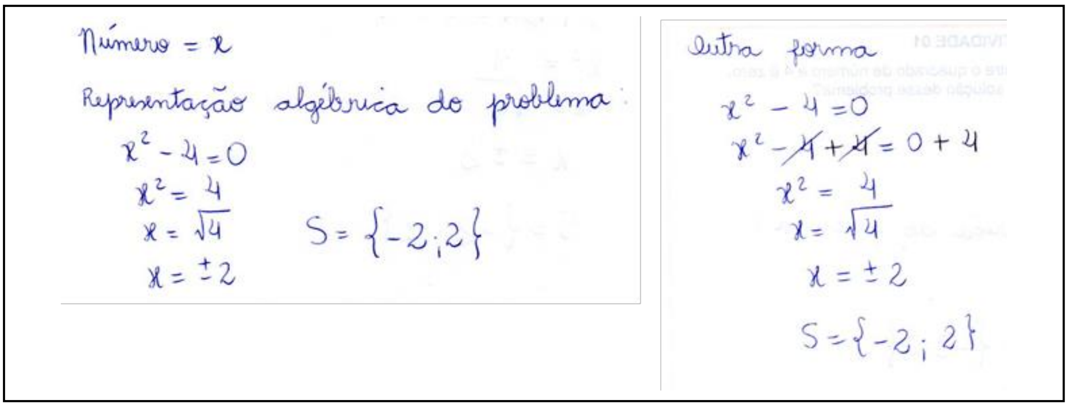
Dando início ao roteiro de atividades proposto por Onuchic e Allevato (2011), foi entregue a atividade, e proposta aos participantes uma leitura individual do problema e em seguida, uma leitura coletiva direcionando o tempo para resolução dos problemas da Atividade 1 ao tempo em que foi sugerido que o grupo elegesse um representante para expor a resolução do grupo na lousa durante a plenária. Enquanto os grupos trabalhavam de forma colaborativa, o pesquisador observava e incentivava a participação de todos no grupo, sugerindo aos participantes que para a resolução da atividade não utilizassem fórmula alguma.

Figura 6: Mediação do pesquisador nos Grupos 1 e 2

Fonte: Acervo do Minicurso

Os problemas da Atividade 1 compreendiam a linguagem e a representação algébrica para resolvê-los. Durante a resolução do problema *Álgebra em foco* os participantes de forma prática resolveram em consenso com todo o grupo, isso ocorreu em ambos os grupos 1 e 2. De forma muito tranquila, o pesquisador propôs que cada grupo registrasse a resolução de cada problema em uma ficha para ser entregue após a apresentação e discussão na plenária.

Figura 7: Resolução do Problema 01 - Grupo 1



Fonte: Acervo do Minicurso

Finalizado o tempo de resolução do primeiro problema, cada grupo elegeu um representante para apresentar na plenária o consenso do grupo. O grupo 1 chegou a apresentar duas resoluções distintas para o mesmo problema, o que também aconteceu com o grupo 2. Ambos os grupos, admitiram uma mesma resolução para o problema, considerando-a como na forma $ax^2 - c = 0$, encontrando duas soluções.

Ainda nessa abordagem pedagógica e Matemática, o pesquisador trouxe na plenária a segunda resolução apresentada pelos dois grupos. Precisamente foi apresentada ao grande grupo a resolução do problema pela natureza da equação do 2º grau incompleta, chegando a questionar os grupos sobre o uso do termo $\pm\sqrt{\ }$ para resolver equação incompleta desse tipo.

Apresentamos alguns comentários acerca do que os professores pensam sobre a empregabilidade do $\pm\sqrt{\ }$:

PP_7 *Nós empregamos o* $\pm\sqrt{\ }$, *porque trata de uma equação do 2º grau e admite duas raízes.*

PP_2 *Usamos* $\pm\sqrt{\ }$ *porque a equação possui duas soluções.*

PP_9 *O* $\pm\sqrt{\ }$ *é usado quando aplicamos uma das propriedades dos radicais e por se tratar de uma equação do segundo grau.*

Diante dos comentários dos professores, o pesquisador refletiu com os professores participantes o porquê do emprego do $\sqrt{\ }$, destacando que uma raiz quadrada é sempre o módulo do número que, multiplicado por ele mesmo, nos dá o valor do radicando.

Na formalização, o pesquisador detalhou a resolução do problema resgatando dos professores-participantes os conhecimentos já existentes e estruturando os processos matemáticos sem encurtar caminhos, conforme aponta Huanca (2006, p. 262) “o professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema”.

Formalização – Problema 1 (Equação do tipo $ax^2 - c = 0$)

$x^2 - 4 = 0 \rightarrow$ a diferença entre o quadrado de um número e quatro é igual a zero.
Conjunto Solução = ?

$x^2 - 4 = 0$ Sabe-se que é uma equação do 2º grau incompleta e do tipo $ax^2 - c = 0$.

$x^2 = 4$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$	Notemos que nesse momento, aplicamos uma das Propriedades dos Radicais, para obter o valor de x.
$\vert x \vert = 2$	O valor de x se dará a partir do módulo de x. Onde $x = 2$ ou $x = -2$, para todo $x \in$ IR, temos $\sqrt{x^2} = \vert x \vert$. Logo, S = { -2; 2}.

Em outros casos, ocorre da seguinte maneira:

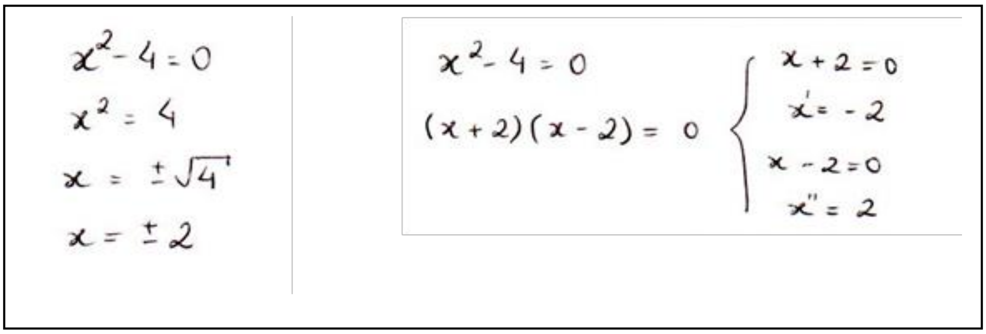
$x^2 - 4 = 0$	Sabe-se que é uma equação do 2º grau incompleta e do tipo $ax^2 - c = 0$.
$x^2 = 4$	Nessa etapa, busca-se extrair a raiz quadrada do número 4.
$x = \pm\sqrt{4}$	Nesse momento é empregado o sinal $\pm$, .pelo fato de todo $x \in$ IR, satisfazendo $\sqrt{x^2} = \vert x \vert$.
$x = \pm 2$	Onde x = 2 ou x = – 2. Então o conjunto solução é representado por S = { -2; 2}.

Para esse problema, o pesquisador aproveitou a resolução do grupo 2 para dar sentido ao objetivo da atividade, mesmo já tendo resolvido o problema por um método mais simples. Nesse momento, o pesquisador pergunta aos grupos como perceberam que $x^2 - 4 = 0$ equivalia a $(x + 2)(x - 2) = 0$. Reconhecer a equação inicial como o produto da soma pela diferença de dois termos, nos levou a questionar o porquê de igualar as expressões $x + 2 = 0$ e $x - 2 = 0$ e em que momento esse conteúdo é explorado nas aulas de Matemática.

A formalização do conteúdo, também possibilitou a retomada de um dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e sua relação com os Produtos Notáveis, além de abordar para propriedade do produto neutro utilizada na resolução e para a representação do conjunto solução. Ao propor uma observação na resolução proposta pelo grupo 2 com todos os participantes, o PP_4 relatou: - *Se o aluno pensar dessa forma, ele consegue resolver equação do 2º grau incompleta por fator comum em evidência, pois a propriedade do produto nulo também é possível nesse método*.

Com esse relato, o pesquisador fundamentou a situação, reafirmando uma das recomendações do Currículo de Pernambuco e da BNCC, apresentadas nas páginas 33-37 no Capítulo 2 da fundamentação teórica deste trabalho. Ainda nessa abordagem, chamou-se atenção para o ensino de Polinômios, quando proposto no 8º Ano EF e que esses conceitos e habilidades quando bem trabalhados, podem favorecer significativamente o ensino de equações do 2º grau.

Figura 8: Resolução do Problema 1 - Grupo 2



Fonte: Acervo do Minicurso

Partindo dessa observação junto aos dois grupos, o pesquisador retomou ao problema, semelhantemente a resolução do Grupo 2, trazendo algumas notas de referência para a resolução, como exposto abaixo:

Formalização – Problema 1 (Produto da soma pela diferença)

$x^2 - 4 = 0$ Sabe-se que é uma equação do 2º grau incompleta, generalizada do produto da soma pela diferença de dois termos, $(x + 2)\ (x - 2) = 0$. Esse produto é uma particularidade da relação dos Produtos Notáveis para todo $(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$.

Logo,

$(x + 2)\ (x - 2) = 0$ Para resolver essa equação, faz-se necessário relembrar a propriedade do produto nulo, que apresenta a multiplicação de dois termos igual a zero. Onde consideramos se $A \bullet B = 0$, então $A = 0$ ou $B = 0$. Dessa forma, podemos aplicar o produto nulo na equação.

$(x + 2)\ (x - 2) = 0 \quad \rightarrow \quad (x + 2) = 0 \quad$ ou $\quad (x - 2) = 0$

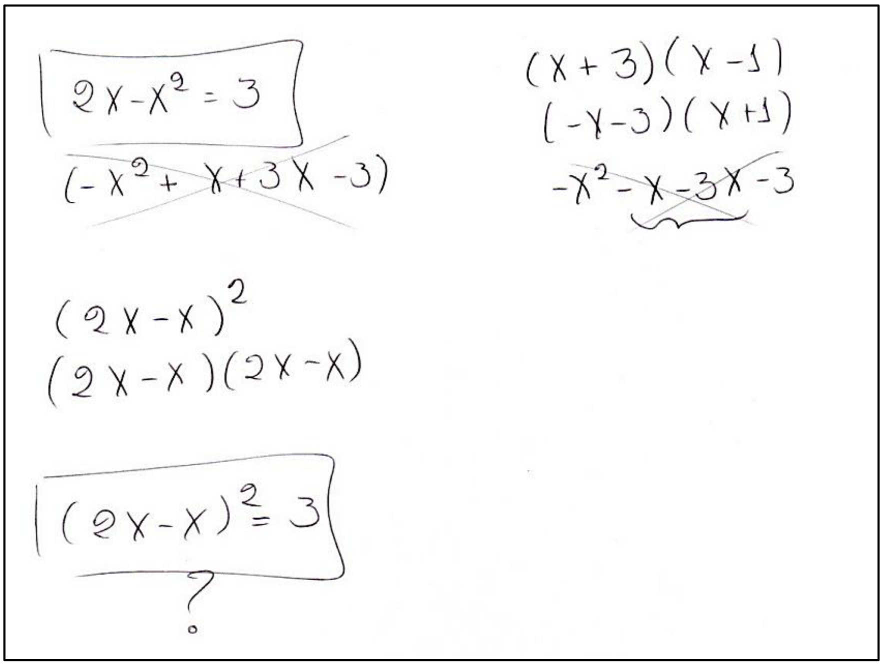
$x = -2 \qquad\qquad x = 2$

Conjunto Solução $\rightarrow S = \{-2; 2\}$

Nessa abordagem, o pesquisador chamou os participantes para uma reflexão acerca da representação do conjunto solução, ao empregar o ponto e vírgula para separar as duas soluções, a fim de evitar dúvidas sobre qualquer tipo de representação decimal. Antes de finalizar a formalização do conteúdo, o pesquisador aponta que o Grupo 2, mesmo apresentado e verbalmente tenha indicado as raízes da equação, o conjunto solução não foi registrado na resolução.

Em continuidade, foi proposta a plenária do segundo problema da Atividade 1 "O *x* da questão". Esse problema trouxe muitas inquietações e indagações para os professores participantes. Seguido dos mesmos passos, das leituras individual e coletiva, do tempo determinado para resolução, do representante de cada grupo para socializar na plenária, esse problema foi conduzido aos professores-participantes para que resolvessem o problema sem a utilização de fórmula. Cabe aqui destacar que essa abordagem era sugerida ao tempo em que o pesquisador acompanhava, observava e dialogava com os grupos.

Figura 9: Resolução do Problema 2 – Grupo 1



Fonte: Acervo do Minicurso

O problema em tela assim como o primeiro problema da Atividade 1, compreendia a linguagem e a representação algébrica para resolver o problema. Agora, a complexidade do problema não era o conjunto solução, mas a sentença algébrica que representaria uma equação do 2º grau completa. Os participantes passaram a chamar o pesquisador para ajudá-los a sentenciar o problema, enquanto o pesquisador oferecia o desafio para que todos do grupo pensassem juntos, registrassem e apresentassem suas estratégias.

Figura 10: Resolução do Problema 2 – Grupo 2

1ª $x^2 - 2x = 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

completando os quadrados:

$x^2 - 2x + 1^2 = 3 + 1^2$

$(x-1)^2 = 4$

$(x-1)^2 = 2^2$

$|x-1| = 2$

• $x - 1 = 2$ • $x - 1 = -2$

$x = 2 + 1$ $x = -2 + 1$

$x = 3$ $x = -1$

2ª $2x - x^2 = 3$

$x^2 - 2x + 3 = 0$

completando os quadrados:

$x^2 - 2x + 1 = -3 + 1$

$x^2 - 2x + 1 = -2$

$(x-1)^2 = -2$

o que não ocorre (quadrado de um número resultar negativo)

$\Downarrow$

Não há raiz real.

Fonte: Acervo do Minicurso

Em certo momento, o grupo 2 trouxe duas resoluções sem definição de raízes reais, chegando a relatar que *O certo parece estar errado e o errado parece estar certo!* (PP_4). Notou-se que a dificuldade inicial não estava em encontrar as raízes do problema, mas representar algebricamente o problema. O pesquisador destaca o procedimento do completar quadrados, utilizado pelo grupo para resolver a equação 1 apresentada na resolução.

Considerando os registros, referentes à resolução dos dois grupos, observou-se o grande desafio dos participantes em compreender a álgebra presente no problema para representá-la por meio de uma equação do 2º grau. Outra problemática observada foi o registro de duas equações para tentar encontrar a solução do problema. E para o esforço e dedicação dos participantes, o problema não trazia solução no conjunto dos números reais. Mesmo condicionando os participantes a resolverem a equação sem o uso de fórmulas, os dois grupos chegaram a falar: *Se a equação do 2º grau é completa só pode ser resolvida pela fórmula de Bhaskara!* PP_5.

O pesquisador ao ouvir essa afirmativa, perguntou ao grande grupo se era possível resolver equação do 2º grau de natureza completa sem a utilização da fórmula de Bhaskara e ambos os grupos afirmaram que não. PP_1 *Para resolver uma equação completa e do 2º grau só é possível por Bhaskara!* O pesquisador mais uma vez questiona os dois grupos, com a pergunta: É possível resolver equações do 2º grau completa sem a utilização da fórmula de Bhaskara? E mais uma vez os dois grupos chegaram a afirmar que não!

Antes de responder se a afirmativa dos grupos era verdadeira ou falsa, o pesquisador perguntou aos grupos, vocês chegaram a um consenso? O grupo 1 apresentou seu registro com uma equação do 2º grau completa e sem resolução alguma. O grupo 2, apresentou duas equações do 2º grau como resposta sem resolução alguma, afirmando ser uma das duas como resposta. O pesquisador antes de responder o problema, informou a todos que o problema não apresenta solução no conjunto dos números reais e que, portanto, não admitiremos solução ou raiz. Em seguida, o pesquisador convidou a todos para juntos resolver o problema. Realizada mais uma vez a leitura do problema, o pesquisador pergunta aos grupos como podemos representar algebricamente "O quadrado de um número subtraído do seu dobro é igual a 3. Qual expressão matemática representa essa situação? E qual é esse número?".

Logo, o pesquisador registra na lousa a equação $2x - x^2 = 3$ e em seguida, equaciona a sentença na forma geral de uma equação do 2º grau, $- x^2 + 2x - 3 = 0$. Ao chegar nessa equação, os dois grupos sinalizaram que chegaram à representação algébrica, mas que tinham dúvida em relação a pensar na equação $x^2 - 2x = 3$. Imediatamente o pesquisador provoca os grupos, perguntando se ambos tentaram resolver por tentativa e erro, e eles automaticamente responderam que sim.

O pesquisador lança outra pergunta aos grupos: Vocês conhecem algum método ou estratégia que podemos utilizar para resolver equação do 2º grau completa? Os professores participantes falaram que conheciam apenas a fórmula resolutiva de Bhaskara e que a mesma era suficiente para resolver quaisquer equações desse grau. O pesquisador agradeceu o desdobramento de cada grupo na resolução do problema e trouxe uma abordagem matemática acerca da afirmativa dita pelos professores quanto a resolver equações do 2º grau completa unicamente por Bhaskara.

Então, o pesquisador direciona para os grupos que na Atividade 2, provaria que é possível resolver equações do 2º grau sem a fórmula de Bhaskara. Para que essa situação fosse respondida, o pesquisador propôs a Atividade 2 que trazia mais dois problemas, "Agrupando ideias e Equacionando soluções".

A Atividade 2 teve como objetivo verificar o desempenho dos professores na resolução de problemas que envolvam equações do 2º grau, utilizando os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas. Seguindo os passos do roteiro de atividades da MRP, o pesquisador conduziu a proposição da Atividade 2, mantendo os mesmos grupos para o desenvolvimento da mesma. Ao distribuir a Atividade 2, o pesquisador propôs após as leituras individual e coletiva, o tempo estipulado para resolução do problema "Agrupando ideias", conversando com os participantes de cada um dos grupos, sobre a atenção de resolver o problema em consenso.

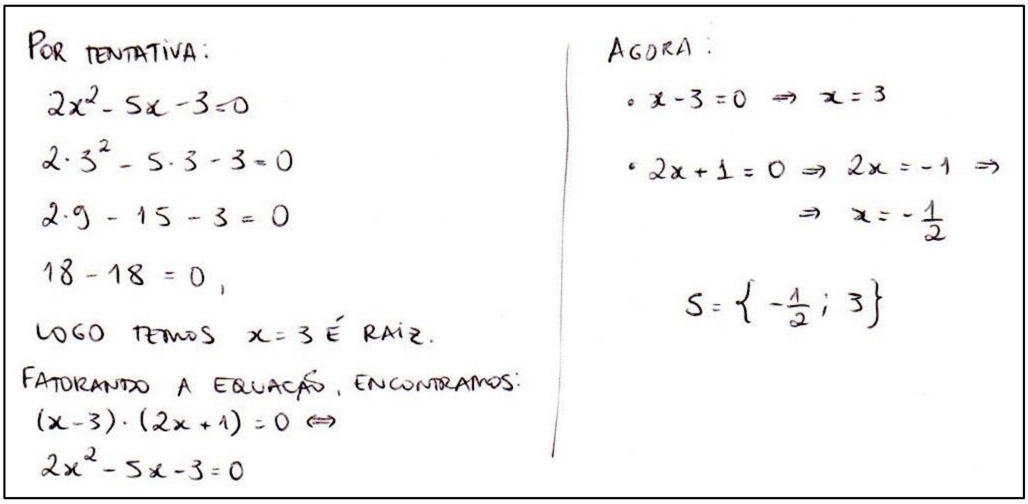
Problema 3: Agrupando ideias

Analisando a equação $2x^2 - 5x - 3 = 0$, determine o seu respectivo conjunto solução sem utilizar a fórmula de Bhaskara.

Enquanto os participantes dialogavam e interagiam, o pesquisador desafiou cada um dos grupos a resolver o problema sem a fórmula de Bhaskara. Depois dessa abordagem, foi proposto aos participantes que discutissem e visualizassem as estratégias e métodos que melhor se adequassem a resolução do grupo. Para esse problema, os professores interagiam e registravam suas impressões nos rascunhos dispostos em cada mesa, enquanto isso o pesquisador mediava as discussões e perguntava *De que forma, vocês têm pensado para resolver o problema?*. Ambos os grupos, apresentaram a resolução por tentativa e erro, mas com indícios para um dos métodos de Fatoração, e mesmo sem que percebessem ou lembrassem, o pesquisador provocou a todos para que buscassem se possível, outra forma de resolução para o problema.

Ainda dentro do tempo estipulado para a resolução do problema, os grupos continuaram trabalhando colaborativamente em busca de encontrar uma forma diferente para resolver o problema. Há de situar que se tratava de uma equação do 2º grau completa e cada grupo apresentaria a resolução na plenária. Finalizado o tempo para a resolução, o pesquisador convidou o grupo 2 para iniciar a plenária e em seguida, o grupo 1. Apresentadas as resoluções, percebe-se uma semelhança na resolução e um mesmo procedimento utilizado para resolver o problema.

Figura 11: Resolução do Problema 3 – Grupo 2



Fonte: Acervo do Minicurso

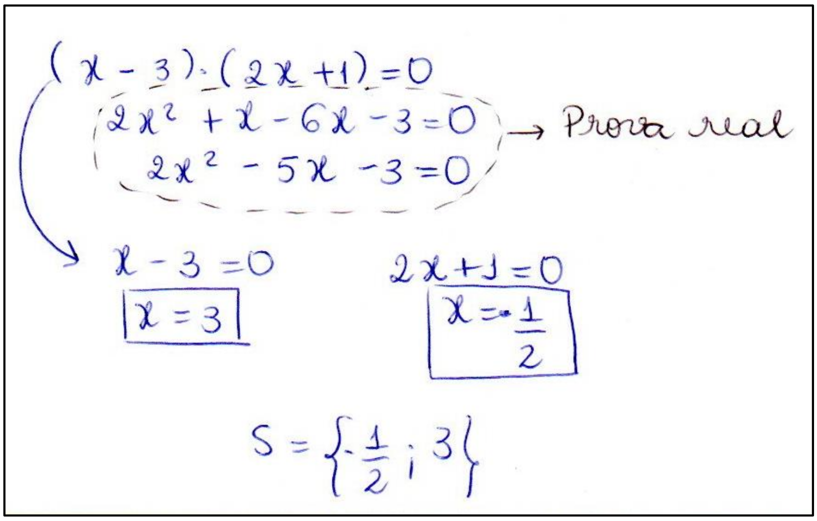
O grupo 2 detalhou os passos que tomaram para encontrar o conjunto solução da equação, utilizando a estratégia por tentativa e erro e por esse caminho, chegaram a uma equação formada pelo produto de dois binômios. Mesmo apresentando a resolução, o pesquisador perguntou ao grupo de que forma chegaram a esse produto de binômios e os participantes, trouxeram como resposta, a tentativa e erro. Ainda na plenária, o pesquisador lança para o grupo "Diante dessa resolução, o grupo deve começar a repensar o que disseram sobre resolver equação desse tipo unicamente pela fórmula resolutiva de Bhaskara".

Imediatamente, PP_8 comenta: *Minha nossa! Quantas vezes afirmamos aos nossos estudantes que só por Bhaskara podemos resolver uma equação do 2º grau completa.*

PP_3 acrescenta: *Acho que há outros meios de resolução não é, professor?*

O pesquisador responde aos participantes, será que o Grupo 1 não conseguiu encontrar esse meio? Vamos observar a apresentação do consenso do Grupo 1. Após a apresentação do Grupo 2 e das discussões acima apresentadas, o Grupo 1 expôs a resolução do consenso do grupo.

Figura 12: Resolução do Problema 3 – Grupo 1



Fonte: Acervo do Minicurso

Este grupo expôs o raciocínio de como chegaram à resolução, indicando a estratégia de tentativa e erro e a validação que usaram para verificar se o produto dos binômios, equivaliam a equação do 2º grau. Durante a plenária, o pesquisador perguntou ao grupo acerca do detalhamento da prova real, apontada pelo grupo, o que eles achavam do desenvolvimento do produto binomial. Os participantes do grupo 1, externaram que desenvolver o produto dos dois termos era uma prova para verificar se chegariam à equação inicial.

Após apresentada a resolução do grupo 1, o pesquisador convidou aos participantes para que juntos resolvessem o problema por outro caminho, sem utilizar a tentativa e erro, resgatando os registros apresentados pelos dois grupos. Mesmo encontrando semelhança nas resoluções, o pesquisador perguntou aos professores "Vocês sabiam que podemos chegar ao produto dos binômios que vocês apresentaram? Vocês também perceberam que conseguem responder uma equação do 2º grau completa de formas diferentes?".

Ao ouvir essas perguntas, os participantes ficaram atentos e sorriam entre si, por eles mesmos perceberem a divergência do que pensavam sobre resolver equações completas. Nessa direção, o pesquisador foi conduzindo os grupos a interagir na resolução. Para formalizar o conteúdo, o pesquisador utilizou um recorte da resolução do grupo 1, expondo na lousa a equação do 2º grau inicial, detalhando a resolução da seguinte forma:

Formalização – Problema 3 (Agrupamento)

O que precisamos?
Determinar o conjunto solução da equação $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

$$2x^2 + x - 6x - 3 = 0$$
$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

- Primeiro, o Grupo 1 apresentou na resolução
- Vamos então considerar que $\mathbf{-5x} = x - 6x$
- Então minha equação será representada por $2x^2 \mathbf{+ x - 6x} - 3 = 0$.

Notemos que a equação nos apresenta dois pares de semelhanças:

$$2x^2 + x - \mathbf{6x} \; \mathbf{- 3} = 0$$
$$\mathbf{(2x^2 + x)} + \mathbf{(-6x \; - 3)} = 0$$

- E o que cada um desses pares tem em comum?
- Um fator comum!

x é comum a $\mathbf{2x^2}$, assim como **– 3** é comum a **– 6x** e a **– 3**

- Dessa forma, podemos trabalhar o método de fator comum em evidência nos dois pares.

$$\mathbf{2x^2 + x - 6x \; - 3} = 0$$
$$\mathbf{x\,(2x + 1) - 3\,(2x + 1)} = 0$$

Percebemos que ao trabalhar o método de fator comum em ambos os pares, obtemos um mesmo fator comum na equação, o termo 2x + 1. Logo, teremos uma fatoração por agrupamento.

$(2x + 1)(x - 3) = 0$ E agora? Aplicamos a propriedade do produto nulo!

Sabemos que se $A \cdot B = 0$, então $A = 0$ ou $B = 0$.

Assim, podemos calcular:

$$(2x + 1) = 0 \quad \text{ou} \quad (x - 3) = 0$$

$$2x = -1 \qquad\qquad x = 3$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Portanto, o conjunto solução é $S = \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$.

Assim, na busca do consenso, seguindo o roteiro de atividade de Onuchic e Allevato (2011) foi construída a resolução na lousa e os participantes ficaram surpresos por não lembrarem do método de Fatoração por agrupamento. Ainda no fechamento da discussão, dois comentários foram compilados pelo pesquisador:

PP_2 *Muito interessante Professor essa abordagem e esse percurso que o senhor tem feito! Resgatando os conhecimentos de Fatoração e nos oferecendo mais possibilidades de resolver equações.*

PP_3 *E o bacana é o sentido matemático para cada um dos passos e processos que o senhor tem apresentado e acompanhado sem trazer respostas prontas, mas nos provocando a pensar e responder juntos e em grupo. Essa dinâmica é muito interessante!*

Partindo desses comentários, o pesquisador fez uma abordagem da MRP como um caminho possível para melhorar e dar mais sentido as aulas de Matemática independente do conteúdo a ser ministrado. Quanto a Matemática ter mais sentido para quem faz uso dela, o pesquisador comentou que "tarefas ou problemas podem e devem ser colocados de forma a engajar os estudantes em pensar e desenvolver a Matemática importante que precisam para aprender" (ONUCHIC; ALEVATTO, 2004, p. 223).

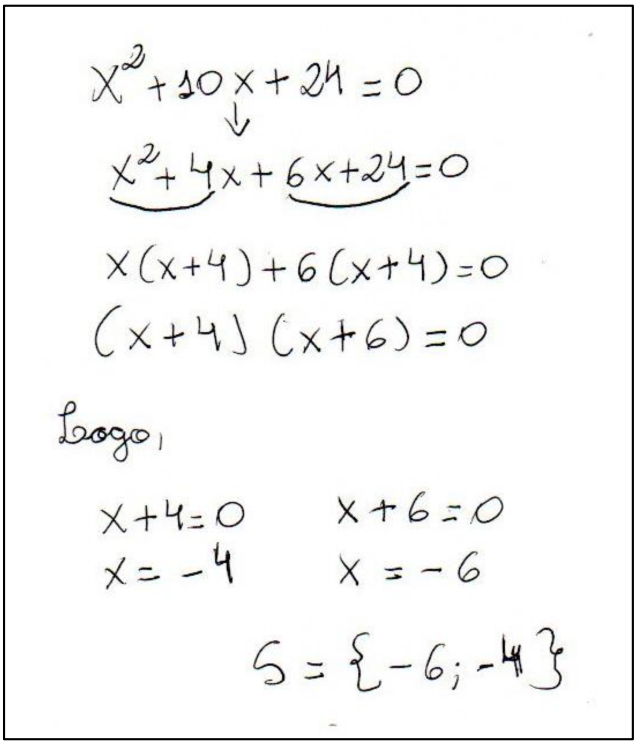
Para finalizar a Atividade 2, o pesquisador direcionou cada um dos grupos para resolver o problema "Equacionando soluções", seguindo os nove passos do roteiro de atividades da MRP. Assim, os grupos seguiram as etapas propostas, valorizando o tempo de discussão e as discussões dos colegas em grupo. Para o problema proposto, enquanto mediava e observava a atuação dos participantes, o pesquisador enfatizou nos dois grupos que os mesmos deveriam resolver o problema sem utilizar a fórmula resolutiva de Bhaskara.

Problema 4: Equacionando soluções
Temos uma equação do segundo grau representada por $x^2 + 10x + 24 = 0$. Quais as soluções dessa equação?

Os grupos de uma forma mais precisa, resolveram o problema. Um participante do grupo 1 chamou o pesquisador e o perguntou: *Existe outra forma, além da fatoração por agrupamento?* (PP_1). O pesquisador perguntou ao PP_1 será que há? No problema da Atividade 1, havia uma resolução que envolvia a relação de Produtos Notáveis na resolução. Discutam entre vocês e tentem resolver de outra forma.

Ao passar no Grupo 2, o pesquisador percebeu que o grupo já havia chegado a um consenso e convidou a pensarem em outra forma de resolução, dentro do tempo que restava. Finalizado o tempo, o pesquisador convidou o Grupo 1 para iniciar a plenária e apresentar a resolução do grupo.

Figura 13: Resolução do Problema 4 – Grupo 1



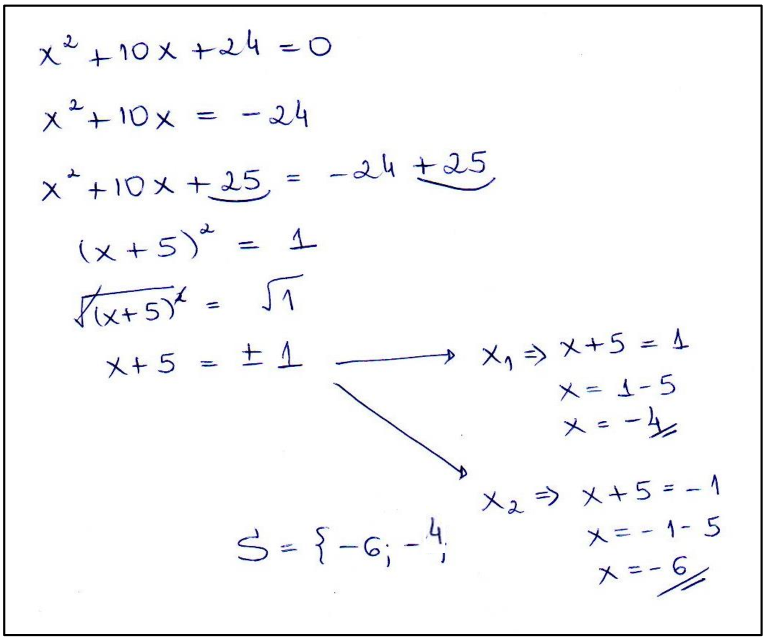
Fonte: Acervo do Minicurso

Notamos que o Grupo 1, resolveu o problema pelo método de Fatoração por Agrupamento detalhando os passos seguidos para encontrar a solução. Foi percebido também que o grupo passou a sistematizar melhor o processo de resolução do problema. O represente do grupo 1 enquanto estava na lousa e apresentava a resolução do grupo, expressou sua satisfação comentando:

PP2 *Eu estou muito motivado a planejar minhas aulas seguindo esse roteiro e poder aplicar esses métodos com meus alunos. Vejo que dessa forma, podemos propor mais formas de resolver e também ensinar equação do 2º grau.*

O pesquisador trouxe da alegria em receber esse comentário e informou que entregaria ao término do encontro o artigo "Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas" de Onuchic e Allevato (2011) para que pudessem aprofundar suas leituras e compreender um pouco mais da MRP. Após a apresentação do Grupo1, o representante do grupo 2 foi a lousa apresentar a resolução do consenso do grupo. Cabe aqui destacar que entre os participantes do grupo, a cada plenária, representantes diferentes participavam da plenária representando o trabalho realizado em grupo.

Figura 14: Resolução do Problema 4 – Grupo 2



Fonte: Acervo do Minicurso

O Grupo 2, durante a plenária trouxe uma resolução diferente do grupo 1. O grupo foi além, resolveu o problema pelo método Fatoração por agrupamento e pelo método de completar quadrados, o que também chamou a atenção do Grupo 1. Detalhada as duas resoluções na plenária, o pesquisador perguntou ao grupo: De que forma vocês chegaram ao consenso para utilizar o método de completar quadrados?

PP_4 *Nós chegamos à conclusão pelo fato de formar uma equação a partir de um trinômio quadrado perfeito.*

PP_7 *Também discutimos como podemos associar um mesmo termo em cada um dos membros da equação para que pudéssemos formar o trinômio quadrado perfeito, utilizando nesse caso os Produtos Notáveis.*

O pesquisador traz para a reflexão durante a plenária, que diante de mais uma equação do 2º grau completa foi utilizada mais uma forma diferente para resolvê-la e que para a resolução do problema, não foi utilizada a fórmula resolutiva e que a afirmativa abordada pelos professores-participantes precisaria ser revista. Nesse momento, o pesquisador explicou que a Resolução de Problemas não é um processo isolado e sim uma metodologia de ensino, onde o estudante tanto aprende Matemática resolvendo problemas como aprende Matemática para resolver problemas (ONUCHIC, 1999).

Após as discussões e considerações acima, o pesquisador realizou a formalização do conteúdo, valorizando e destacando os caminhos e métodos utilizados pelos grupos na resolução do problema e explorou outra forma de resolver a equação do 2º grau pelo mesmo método de completar quadrados, conforme apresentado abaixo:

Formalização – Problema 4 (Completando quadrados)

Seja a equação $x^2 + 10x + 24 = 0$.

- Para resolver uma equação do 2º grau pelo método de completar quadrados, precisamos lembrar de outra relação dos Produtos Notáveis, o trinômio quadrado perfeito.
- Um trinômio quadrado perfeito é resultante da elevação de um binômio ao quadrado.
- Examinando a equação acima:

$$x^2 + 10x + 24 = 0.$$

$$x \bullet x \qquad 2 \bullet 5x \qquad ?$$

- Observando a equação acima, para resultar um trinômio quadrado perfeito, os termos *a* e *c* precisam ser quadrados e o coeficiente *b*, o dobro do produto de *ac*. Então, podemos dizer que a é um quadrado e b é o dobro do produto de dois números que são quadrados. Logo, o que falta para que o coeficiente c seja um quadrado, é a soma de 1 unidade.
- Então, para completar esse quadrado, vamos adicionar 1 em cada um dos membros da equação;

$$x^2 + 10x + 24 \mathbf{+ 1} = 0 \mathbf{+ 1}$$
$$x^2 + 10x + 25 = 1$$

- Ao completar o quadrado do coeficiente c, admitimos um trinômio quadrado perfeito que poderá ser representado pela elevação de um binômio ao quadrado.

$$x^2 + 10x + 25 = 1$$
$$(x + 5)^2 = 1$$

Ao tornar o trinômio quadrado perfeito na elevação do binômio ao quadrado, podemos aplicar a propriedade dos radicais:

$$\sqrt{(x+5)^2} = \sqrt{1}$$
$$|x + 5| = 1$$ para todo $x \in IR$, temos $\sqrt{x^2} = |x|$.

Logo teremos,

$$|-6+5| = 1 \quad \text{e} \quad |-4+5| = 1$$

O conjunto solução é S = $\{-6;\ -4\}$.

Para concluir o encontro formativo, o pesquisador fez a entrega do artigo acima supracitado e indicou para leitura e estudo dos professores o artigo "Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas?" de Allevato e Onuchic (2014).

6.4.2 Encontro 2

Seguindo com mais um encontro formativo proposto no Minicurso, o segundo encontro ocorreu de forma presencial e para início retomamos algumas discussões iniciadas no primeiro momento do Encontro 1. Seguimos com um diálogo entre os pares, propondo duas perguntas: *Quais os principais métodos de resolução você utiliza PARA ensinar a resolver equação do 2º grau?* e *Na sua sala de aula (9º Ano EF), em quais conteúdos matemáticos você utiliza equação do 2º grau para resolver problemas?*.

Esse diálogo aconteceu numa plenária aberta a todos os professores-participantes, onde foi entregue uma ficha com as duas perguntas, para o registro dos mesmos. Após um certo tempo, os professores foram convidados para formar novos grupos, e desta vez utilizamos as cores das fichas (azul e amarela) para organizar os dois grupos de trabalho.

Após organizados os grupos, foi solicitado que cada grupo em uma nova ficha, elencasse os principais métodos de resolução que utilizam para ensinar e resolver equação do 2º grau e em seguida, indicar em uma nova ficha, em quais conteúdos matemáticos utilizam a resolução de equação do 2º grau para resolver problemas. Diante das perguntas propostas aos dois grupos, transcrevemos as respostas obtidas na tabela abaixo:

Tabela 6: Respostas dos Grupos 1 e 2 – Dialogando entre os Pares

Pergunta	**Grupo 1**	**Grupo 2**
Quais os principais métodos de resolução você utiliza PARA ensinar a resolver equação do 2º grau?	- Equações incompletas do tipo $ax^2 + bx = 0$ - Fator comum em evidência - Bhaskara	- Equações incompletas - Fatoração - Completar quadrados - Relações de Girard - Bhaskara
Na sua sala de aula (9º Ano EF), em quais conteúdos matemáticos você utiliza equação do 2º grau para resolver problemas?	- Equações - Distância entre dois pontos - Função quadrática	- Teorema de Pitágoras - Função quadrática - Sistemas de equações - Equações fracionárias - Cálculos de áreas

Fonte: Elaborado pelo Autor

As discussões advindas das perguntas propostas, nos permitiu retomar métodos e comentários do primeiro encontro. A transcrição das respostas obtidas das duas fichas ao serem discutidas no coletivo, possibilitou ao professor mediador comparar com todos os participantes, as respostas semelhantes e provocar novas discussões sobre as respostas coletadas. Para a primeira pergunta, o professor mediador provoca os professores perguntando: *Quando vocês indicam equações incompletas, de qual tipo vocês estão se referindo?*.

Imediatamente PP_7 responde: *Nós podemos ter dois casos de equações do 2º grau incompletas, as do tipo* $ax^2 + bx = 0$*, como o grupo apresentou e as do tipo* $ax^2 + c = 0$.

PP_2 *Gostaria de acrescentar com o colega, acredito que há três casos, os dois apresentados e a equação do tipo* $ax^2 = 0$.

Diante das colocações dos participantes, o professor mediador formaliza os tipos de equações incompletas e a generalização da equação $ax^2 = 0$ para o estudo das equações do 2º grau. Em seguida é perguntado aos grupos: *Quando o grupo apresenta fatoração como resposta para os métodos de resolução de equação do 2º grau, que tipos de Fatoração vocês conseguem pontuar?*

PP_2 *Fatoração por agrupamento, usamos bastante no encontro passado. Fator comum em evidência e também os Produtos Notáveis.*

PP_5 *É importante perceber os casos de fatoração: fator comum, agrupamento, trinômio quadrado perfeito, diferença de dois quadrados. E olha que trabalhamos nos problemas do primeiro encontro!*

Munidos dos comentários dos participantes, o professor mediador em consenso com os dois grupos seguiu suas discussões confrontando as respostas para maior detalhamento e retomando os métodos trabalhados no primeiro encontro. No tocante a segunda pergunta, os participantes foram provocados a relembrar outros conteúdos matemáticos que utilizam a equação do 2º grau.

Nessa abordagem, os participantes incentivados pelo professor, acrescentaram e reformularam suas respostas citando Teorema de Tales, Relações Métricas, Equações Biquadradas, Função do 2º grau, Vértice da Parábola, Equações Fracionárias e Literais, Sistemas de equações do 2º grau e Soma e Produto das raízes (Relação de Girard). Assim, o primeiro momento do Encontro Formativo 2 foi propulsor para o estudo dos Métodos de resolução de equação do 2º grau segundo as recomendações da BNCC.

Para esse momento de estudo e reflexão, o professor mediador se aparou com os pressupostos teóricos presentes no Capítulo 2 desta dissertação, apresentando inicialmente um panorama do ensino de equação do 2º grau na Educação Básica e em seguida estreitando sua relação com os Documentos Oficiais Curriculares.

Em seguida, foram discutidos teoricamente os métodos de resolução de equações do 2º grau conforme preconiza a BNCC, apresentadas nas páginas 36-41. O estudo proposto não se limitou apenas em mostrar matematicamente a aplicabilidade dos métodos, mas em retomar conceitos e procedimentos matemáticos que por vezes são "encurtados" em sala de aula. Nesse estudo, a fórmula resolutiva de Bhaskara não foi discutida, embora abrimos um espaço de discussão para destacar a importância no ensino do conteúdo abordado neste estudo.

Após o segundo momento do Encontro 2, seguimos para a prática da resolução de problemas sob a perspectiva da MRP. Para este momento dois problemas foram selecionados para dar continuidade a programação do Minicurso. Com o objetivo de analisar teórica e metodologicamente a resolução de equações do 2º grau no ensino de Matemática à luz da Resolução de Problemas propomos aos dois grupos o problema "A área do quadrado" seguindo os passos do Roteiro de Atividades de Onuchic e Allevato (2011).

Problema 5: A área do quadrado
A área de um quadrado de lado *l* cm acrescida da área de um retângulo de lados 8cm e *l* cm, mede 65 cm^2. Qual é a medida do lado desse quadrado?

Para esse problema, antes de distribuir o problema para todos os participantes, o professor mediador apresentou no slide o problema proposto para ser resolvido em cada grupo, retomando algumas observações: a participação de todos durante as discussões, o registro da resolução nas fichas entregues nas mesas, a autonomia para apresentação na plenária e a não utilização da fórmula de Bhaskara nas resoluções.

Após a entrega do problema aos participantes, foram realizadas as leituras (individual e coletiva) e direcionados a resolução do problema. O professor mediador, propôs aos grupos que usassem a criatividade na resolução do problema e pensassem de que forma o estudante melhor compreenderia esse problema. Assim, os grupos foram orientados a resolver o problema ao tempo em que o professor mediador, visitava e acompanhava as discussões dos professores-participantes. No grupo 1, foi perguntado o que eles acharam do problema da Área do quadrado, e em seguida os participantes responderam:

PP_8 *Muito bonito esse problema. Dá pra explorar figuras geométricas e noções de aréa dos quadriláteros, Professor1.*

PP_1 *Podemos trabalhar a Álgebra e a Geometria com um só problema e trazer estratégias matemáticas para resolver o problema.*

PP_{10} *Eu gostei bastante! Rico em conceitos da Álgebra e sem contar da oportunidade de retomar o ensino de equação do 2º grau quando trabalhamos Áreas.*

Ao ouvir os comentários, o professor destacou o ponto de vista do grupo e trouxe a preocupação em selecionar os problemas para trabalhar com os estudantes, defendendo as ideias de Romanatto (2012, p. 303) ressaltando que:

> [...] o papel do professor é essencial, pois deve propor bons problemas, deve acompanhar e orientar a busca de soluções, coordenar discussões entre soluções diferentes, valorizar caminhos distintos que chegaram à mesma solução, validando-os ou mostrando situações em que o raciocínio utilizado pode não funcionar (ROMANATTO, 2012, p. 303).

Ainda presente no grupo, o professor perguntou ao grupo de que forma, eles pensaram em resolver o problema e logo, PP_3 responde: *Professor, vamos tentar usar um caminho com a noção das áreas e ver o método mais prático para esse problema!*

O professor valoriza a resposta do participante e deseja um ótimo trabalho a todos e segue para acompanhar o trabalho do Grupo 2. Ao chegar no grupo, visualiza o grupo já organizando a resolução do problema na ficha a ser entregue e logo, pergunta ao grupo: *Por que escolheram esse método para resolver o problema?*

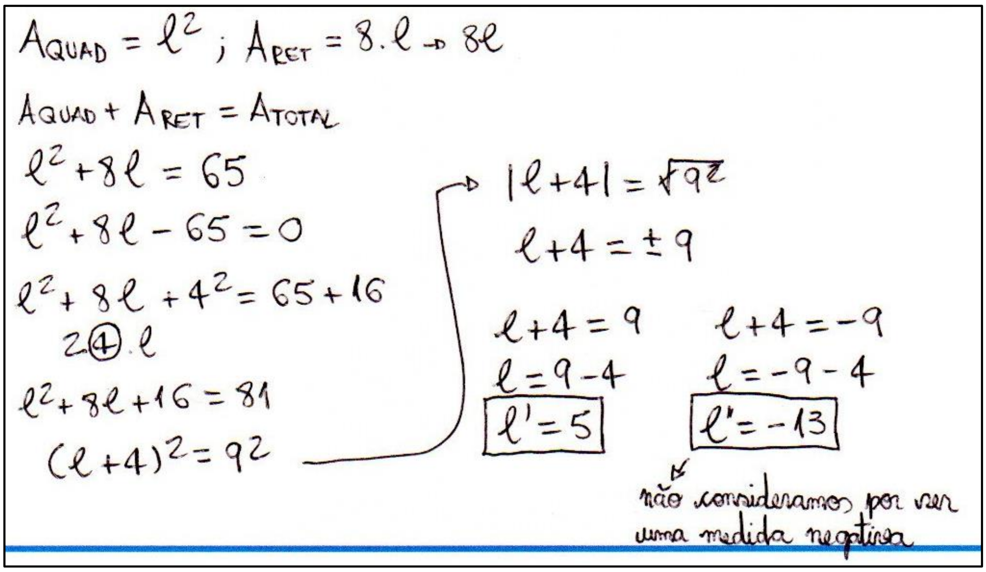
PP_6 *Escolhemos o método de completar quadrados para aproximar a ideia das áreas e da abordagem geométrica do problema!*

PP_5 *E assim, esse problema é muito interessante para ser explorado com completamento de quadrados como também com fatoração por agrupamento!*

Diante dos comentários, foi perguntado ao grupo se geometricamente o grupo visualizava outra maneira de responder o problema. E ao receber a provocação, o grupo se colocou a pensar e tentar ver uma abordagem geométrica para responder o problema. Assim, os grupos trabalhavam e dialogavam entre si. Finalizado o tempo proposto, cada grupo se organizou para a plenária.

O Grupo 1 iniciou a plenária, trazendo na lousa o registro do grupo, detalhando a linguagem algébrica e sua relação com as ideias de área do quadrado e retângulo, pontuando o método escolhido para responder o problema, conforme a Figura 15. Na resolução do problema, o Grupo destaca a leitura do problema para equacionar a sentença que generaliza a equação do 2º grau, comentando o porquê de usar o método de completar quadrados, ao evidenciar o dobro da medida de $4l$ e de forma bem detalhada retoma as propriedades dos radicais em paralelo ao módulo do primeiro termo da equação.

Figura 15: Resolução do Problema 5 – Grupo 1



$A_{QUAD} = \ell^2$; $A_{RET} = 8.\ell \rightarrow 8\ell$

$A_{QUAD} + A_{RET} = A_{TOTAL}$

$\ell^2 + 8\ell = 65$

$\ell^2 + 8\ell - 65 = 0$

$\ell^2 + 8\ell + 4^2 = 65 + 16$

$2 \cdot 4 \cdot \ell$

$\ell^2 + 8\ell + 16 = 81$

$(\ell + 4)^2 = 9^2$

$|\ell + 4| = \sqrt{9^2}$

$\ell + 4 = \pm 9$

$\ell + 4 = 9$ $\quad$ $\ell + 4 = -9$

$\ell = 9 - 4$ $\quad$ $\ell = -9 - 4$

$\boxed{\ell' = 5}$ $\quad$ $\boxed{\ell' = -13}$

não consideramos por ser uma medida negativa

Fonte: Acervo do Minicurso

Antes de finalizar a plenária, o professor busca refletir com o grupo o sentido da palavra “medida” apresentada na resposta do grupo. Assim, os participantes logo responderam:

PP_8 *Eita! Foi um erro! O termo para essa resposta seria valor!*

PP_1 *Isso mesmo! Por não considerar o valor negativo, consideramos a medida do lado igual a 5!*

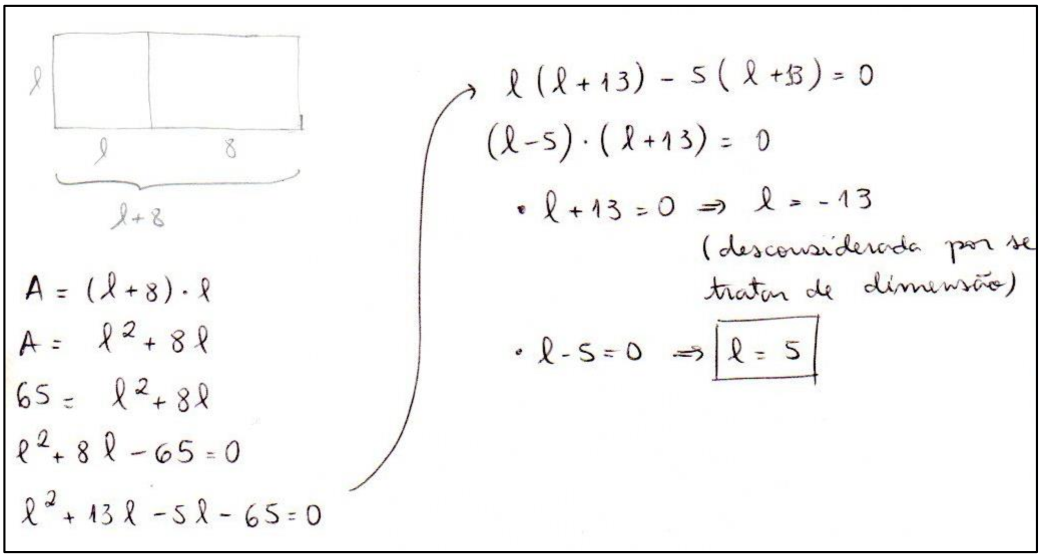
O professor, destaca essa observação e também reflete com o grupo que é preciso registrar a resposta do problema, tendo 5 como a medida dos lados do quadrado. E que nesse registro o grupo apenas apresenta números como resposta, esquecendo o conjunto solução do problema. Finalizada a apresentação do Grupo 1, o professor convida o Grupo 2, para apresentação da resolução do problema.

O Grupo 2, durante sua apresentação esboça os dois quadriláteros apresentados no problema como recurso para facilitar a construção da resolução do problema, chamando a atenção para a área do quadrado e em seguida a área do retângulo.

Seguindo, o grupo situa a palavra “acrescida” para unir as duas áreas, formando um novo retângulo de área igual $(l + 8) \cdot l$. Propondo uma nova leitura, o grupo faz menção a área total igual a 65, obtendo a equação $l^2 + 8l - 65 = 0$.

Para resolver a equação, o grupo utiliza o método de fatoração por agrupamento e apresenta a ideia de representar a equação $l^2 + 8l - 65 = 0$ em $l^2 + 13l - 5l - 65 = 0$, a partir de um número que seja divisível por 65. Dessa forma, com muita praticidade o grupo utiliza os termos em evidência l e $- 5$ e resolvem o problema por agrupamento.

Figura 16: Resolução do Problema 5 – Grupo 2



Fonte: Acervo do Minicurso

Ao analisar o registro exposto pelo grupo, é comentado e valorizado as ideias e procedimentos do grupo e também a escolha do método e a referência da solução do problema. Durante a plenária foi perguntado aos participantes o porquê de igualar os dois parênteses da fatoração por agrupamento a zero. Para responder à pergunta, os participantes comentam:

PP_7 *Adiantamos o processo, não foi Professor! Na verdade só igualamos a zero cada um dos parênteses devido a propriedade do produto nulo. Para A • B = 0, onde A = 0 ou B = 0.*

PP_6 *Essa observação é muito importante! E sem contar que ensinamos aos nossos alunos esse processo sem mencionar a propriedade!*

PP_9 *Outra atenção é o conjunto solução. Não basta apresentar os números e dizer aí está a resposta. Precisamos melhorar na representação do conjunto solução e justificar nesse caso, o 5 como solução do problema e chamar pra uma reflexão o porquê de não considera o – 13.*

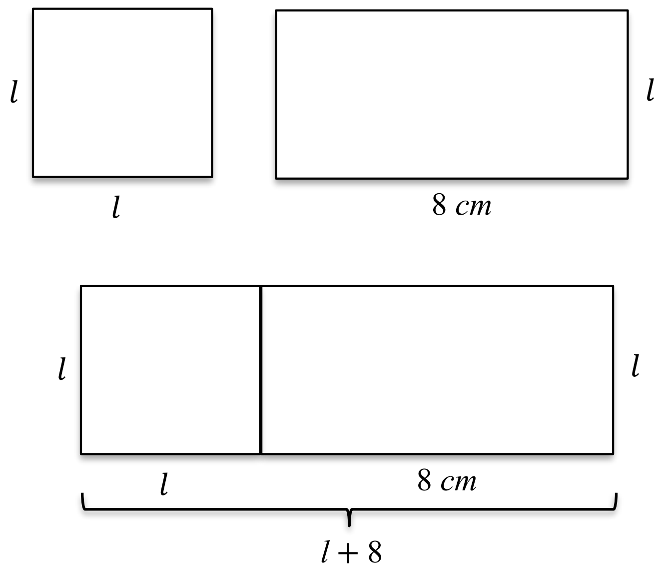
Empolgado com os comentários, o professor destaca cada um dos comentários apresentados pelo grupo e agradece a participação de todos para a resolução do problema 5. Ainda em fechamento as discussões da plenária e em consenso com os grupos, o professor formaliza o conteúdo a partir de uma das resoluções do grupo, conforme observamos a seguir:

Formalização – Problema 5 (Fatoração por agrupamento)

A partir da leitura do problema proposto, temos algumas ideias referentes a área de dois quadriláteros notáveis:

- A_Q = Área do quadrado, cujos lados medem l
- A_R = Área do retângulo, cujos lados medem 8cm e l
- A_T = Área Total formada pela união da área do quadrado com a área do retângulo, cuja medida é 65 cm^2

Partindo da leitura e dos dados indicados no problema, podemos representar geometricamente essa análise da seguinte forma:



Ao unir as duas áreas (quadrado e retângulo) encontramos um novo retângulo cuja área mede 65 cm^2. No entanto o cálculo da área de um retângulo pode ser calculado a partir do produto das medidas dos seus lados (comprimento e largura) e/ou pelo produto da base pela altura, como vemos a seguir:

$$A_T = A_Q + A_R \qquad \text{ou} \qquad A_T = (l + 8)\, l$$

$$65 = l^2 + 8l$$

$$l^2 + 8l - 65 = 0$$

Notemos que para fatorar a equação por agrupamento, vamos precisar generalizar dois pares de binômios. Logo, utilizaremos o termo $8l$ para expressá-lo através de uma soma e visualizar através dessa soma um número divisível por 65.

$l^2 + 8l - 65 = 0 \rightarrow l^2 + \mathbf{13}\boldsymbol{l} - \mathbf{5}\boldsymbol{l} - 65 = 0$ (equação apresentada pelo Grupo 2)

Ao fatorar a equação, vamos obter:

$$l^2 + \mathbf{13}\boldsymbol{l} - \mathbf{5}\boldsymbol{l} - 65 = 0$$

$$l(l + 13) - 5\,(l + 13) = 0$$

um fator comum em cada um do termos.

Logo, podemos trabalhar o método de fator comum em evidência nos dois pares.

$$l(l + 13) - 5\,(l + 13) = 0$$

$$(l + 13)\,(l - 5) = 0$$

Quando admitimos o produto de dois binômios na equação fatorada, vamos aplicar a propriedade do produto nulo, uma vez que, se A • B = 0, então A = 0 ou B = 0.

Assim podemos aplicá-la nos dois binômios:

$$(l + 13) = 0 \qquad \text{ou} \qquad (l - 5) = 0$$

$$l = -13 \qquad\qquad\qquad l = 5$$

Ao considerar o resultado como medida do lado de um quadrado, refletimos os valores positivos para o conjunto solução, desconsiderando o valor negativo encontrado. Portanto, o conjunto solução é S = {5}.

Para provar essa situação, aplicaremos a solução encontrada na equação inicial do problema.

$$A_T = A_Q + A_R \qquad \text{ou} \qquad A_T = (l + 8)\,l$$

$$65 = 5^2 + 8 \bullet 5 \qquad\qquad 65 = (5 + 8)\,5$$

$$65 = 25 + 40 \qquad\qquad 65 = 13 \bullet 5$$

$$65 = 65 \qquad\qquad 65 = 65$$

Finalizada a formalização do conteúdo, o professor mediador convida os participantes para trabalhar em mais um problema. Nesse momento o professor projeta o problema no slide e convida inicialmente para que eles realizem a leitura individual do problema e em seguida, no coletivo realizam a leitura do problema. Com os grupos já formados, o problema "A loja de sapatos” foi proposto aos participantes objetivando verificar o potencial da metodologia da Resolução de Problemas na resolução de equações do 2º grau no ensino de Matemática.

Problema 6: A loja de sapatos

Uma loja de calçados lançou um novo modelo e estimou que a quantidade desses pares de sapatos vendidos nas duas primeiras semanas seria igual. No entanto, as vendas superaram as expectativas de forma que, na primeira semana, foram vendidos o dobro da quantidade de pares estimada e na segunda semana, o quadrado da quantidade prevista inicialmente, totalizando, nessas duas semanas, 24 pares vendidos desse novo modelo de sapato.

a) Qual foi a quantidade de pares desse novo modelo de sapato que essa loja estimou vender em cada semana?

b) Quantos pares de sapato foram vendidos na primeira semana? E na segunda semana?

Na aplicação desse problema, o professor mediador acompanhou cada um dos grupos, atentando as discussões e as estratégias adotadas pelos participantes para responder o problema. Para esse problema, não foi feito menção a restrição de utilizar a fórmula resolutiva de Bhaskara. Os grupos seguiram suas discussões e resoluções de forma autônoma para responder como achassem interessante.

Em análise as resoluções dos grupos, percebemos que ambos utilizaram o método da fatoração por agrupamento. Nesse sentido, notamos que os participantes dos grupos já estavam mantendo uma familiaridade com alguns métodos na resolução dos problemas. Ao acompanhar os dois grupos, o professor percebeu que um dos grupos utilizou uma estratégia diferente para fatorar por agrupamento, enquanto o outro grupo seguiu na sistematização da resolução.

Assim, concluído o tempo da resolução do problema, o professor inicia a plenária com a participação do Grupo 2 que trouxe uma proposição diferente para fatorar por agrupamento. Diante da exposição, o grupo revelou a facilidade de aplicar o método para resolver as equações do 2º grau completa, como vemos a seguir:

Figura 17: Resolução do Problema 6 – Grupo 2

Qual foi a quantidade de pares desse novo modelo de sapato que essa loja estimou vender em cada semana?

$2x + x^2 = 24$

$x^2 + 2x = 24$

$x^2 + 2x - 24 = 0$

$\begin{array}{ll} x & -4 \\ x & +6 \end{array}$

$(x-4)(x+6)$

$x^2 + 6x - 4x - 24$

$(x-4)(x+6) = 0$

$x - 4 = 0 \quad x + 6 = 0$

$x = 4 \quad \cancel{x = -6}$

$x^2 + 6x - 4x - 24 = 0$

$x(x+6) - 4(x+6) = 0$

$(x-4)(x+6) = 0$

$x - 4 = 0 \quad x + 6 = 0$

$x = 4 \quad \cancel{x = -6}$

Quantos pares de sapato foram vendidos na primeira semana? E na segunda semana?

Considerando $x = 4$, temos:

Primeiro semana:

$2 \cdot x$

$2 \cdot 4 = 8$

Segunda semana:

x^2

$4^2 = 16$

Fonte: Acervo do Minicurso

Ainda na plenária, o professor mediador questiona ao grupo: Qual o raciocínio que os levaram a utilizar esse caminho? Vocês conheciam esse procedimento?

PP_4 *Professor, depois do primeiro dia de estudo, gostamos bastante da sua abordagem que formos pesquisar os métodos de fatoração para resolver problemas e encontrei um vídeo no YouTube que mostrava como fatorar por agrupamento utilizando a multiplicação para encontrar os dois termos! E através do grupo do WhatsApp fui conversando com os colegas!*

PP_6 *Esse trabalho que o senhor tem realizado conosco tem nos impulsionado a pesquisar mais e conhecer novas maneiras de ensinar e também rever nossa prática em sala em sala de aula. Eu também gostei muito do método de agrupamento e assim quero ensinar aos meus alunos cada um dos métodos que tenho aprendido.*

PP9 *Verdade Professor! A cada encontro novas descobertas para descobrir novas possibilidades. Essa regrinha é bem fácil e ajuda a revisitar a multiplicação de monômios e binômios.*

Empolgados com abertura oferecida para expor o raciocínio e a tomada de decisão para resolver o problema, o grupo trouxe uma segunda resolução conforme o que é aplicado no método de fatoração por agrupamento como prova da regra utilizada pelo grupo. Ainda na apresentação, mesmo não registrando a propriedade do produto nulo na resolução, o grupo faz esse destaque para todos quando passa a igualar os dois parênteses a zero.

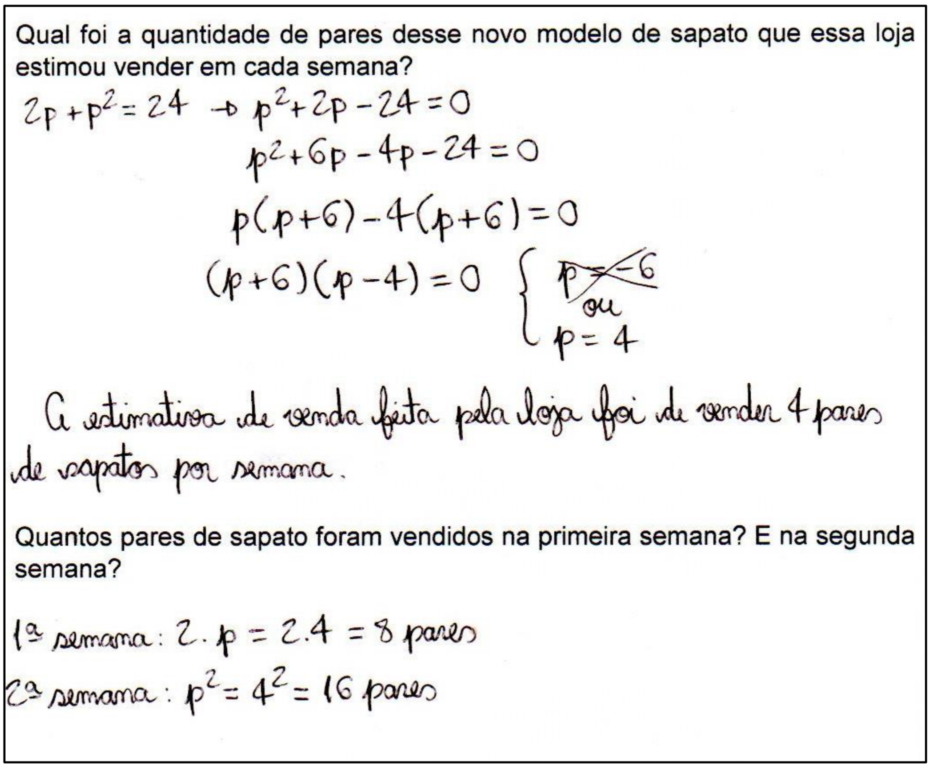
O grupo em sequência, faz menção ao conjunto solução do problema trazendo na plenária a falta do registro do mesmo, em virtude de aplicar o valor positivo para encontrar a quantidade de sapatos vendidos na primeira e segunda semanas, como vemos na Figura 17. Ao finalizar a apresentação do Grupo 2, o professor comenta sobre a comunicação matemática na exposição do raciocínio que o grupo utilizou para resolver o problema e que através dela, podemos validar ou refutar a resolução do problema (ROMANATTO, 2012).

Em continuidade, o Grupo 1 seguiu com a apresentação da resolução utilizada no problema em destaque. De início o grupo chama a atenção para linguagem algébrica presente no problema e também para a compreensão de que a quantidade de sapatos vendidos na primeira e segunda semanas segundo a estimativa da loja e o que realmente venderam em cada semana.

Após essa introdução do problema, o grupo algebricamente vai tornando a leitura em uma sentença algébrica até chegar na equação $p^2 + 2p - 24 = 0$. Utilizando a incógnita p para representar pares de sapatos. Ao generalizar a equação, o grupo destaca o método do agrupamento para resolver o problema, buscando derivar o termo $2p$ em $6p - 4p$ afim de encontrar um número divisível por 24. Ao chegar a essa conclusão é fatorada a equação, obtendo o produto de dois binômios $(p + 6)(p - 4) = 0$.

Chegando no produto de dois binômios, o grupo apresenta a necessidade de aplicar a propriedade do produto nulo, igualando os dois binômios a zero, chegando a solução de $p = 4$. Percebemos que o grupo representa o conjunto solução por meio da sentença escrita, e também notamos que descartam o valor negativo e consideram o valor de 4 como solução para o problema. Para finalizar, na alternativa *b* do problema 6, o grupo representa a primeira semana como sendo $2p$ e a segunda semana, p^2, substituindo o valor de p por 4 e assim encontrando os valores 8 e 16 como respostas.

Figura 18: Resolução do Problema 6 – Grupo 1



Qual foi a quantidade de pares desse novo modelo de sapato que essa loja estimou vender em cada semana?

$2p + p^2 = 24 \rightarrow p^2 + 2p - 24 = 0$

$p^2 + 6p - 4p - 24 = 0$

$p(p+6) - 4(p+6) = 0$

$(p+6)(p-4) = 0 \begin{cases} \cancel{p = -6} \\ \text{ou} \\ p = 4 \end{cases}$

A estimativa de venda feita pela loja foi de vender 4 pares de sapatos por semana.

Quantos pares de sapato foram vendidos na primeira semana? E na segunda semana?

1ª semana: $2 \cdot p = 2 \cdot 4 = 8$ pares

2ª semana: $p^2 = 4^2 = 16$ pares

Fonte: Acervo do Minicurso

Ao término da apresentação do Grupo 1 na plenária, o professor destacou a abordagem do grupo, a organização do registro, a leitura e representação algébrica dialogada na introdução da resolução e da estratégia da busca de um número divisível por 24 para fatorar por agrupamento. Em seguida, o professor mediador faz um destaque a não utilização da fórmula de Bhaskara por parte dos dois grupos e situa que eles estavam livres para utilizar quaisquer métodos ou estratégias na resolução do problema. Em seguida, pergunta ao grupo o que mais chamou atenção no problema 6. E sem perder tempo, os participantes respondem:

PP_5 *Eu gostei porque ele é bem próximo da vivência dos estudantes e traz várias situações da Álgebra para ler e representar.*

PP_{10} *Eu achei interessante por trazer duas situações a resolver! Esse tipo de problema desafia ainda mais o aluno e aproxima a Matemática do cotidiano com os exercícios propostos nas aulas. Nesse problema eu acredito que muitos alunos poderiam responder por tentativa e erro.*

PP_3 *Esse problema é mais elaborado e nos faz perceber que a leitura coletiva nos permite uma nova compreensão do problema. É um problema que não direciona apenas para* *uma finalidade, mas que impulsiona o estudante a pensar e utilizar várias estratégias na resolução.*

Atentando aos comentários dos professores-participantes, o professor mediador fecha as discussões da plenária refletindo sobre a fundamental tarefa do professor em sala de aula ao trabalhar com a resolução de problemas e a tarefa que o mesmo tem em preparar os problemas para trabalhar com seus estudantes. Adiante, o professor chega ao consenso juntamente com os participantes após as discussões da plenária, cujo intuito foi sanar as dúvidas para seguir a próxima etapa do Roteiro de Atividades, a formalização do conteúdo.

Para a formalização do conteúdo, o professor mediador trouxe uma discussão a partir dos comentários dos participantes em resolver o problema por tentativa e erro e em seguida, resolver o problema a partir da regra de fatorar por agrupamento, conforme o Grupo 2 havia apresentado. Finalizada a formalização do conteúdo, o professor mediador trouxe suas considerações acerca do Encontro 2, informando a data do próximo encontro e da natureza do mesmo (virtual), como também questões referentes ao desenvolvimento das atividades na plataforma prevista para a realização do Minicurso.

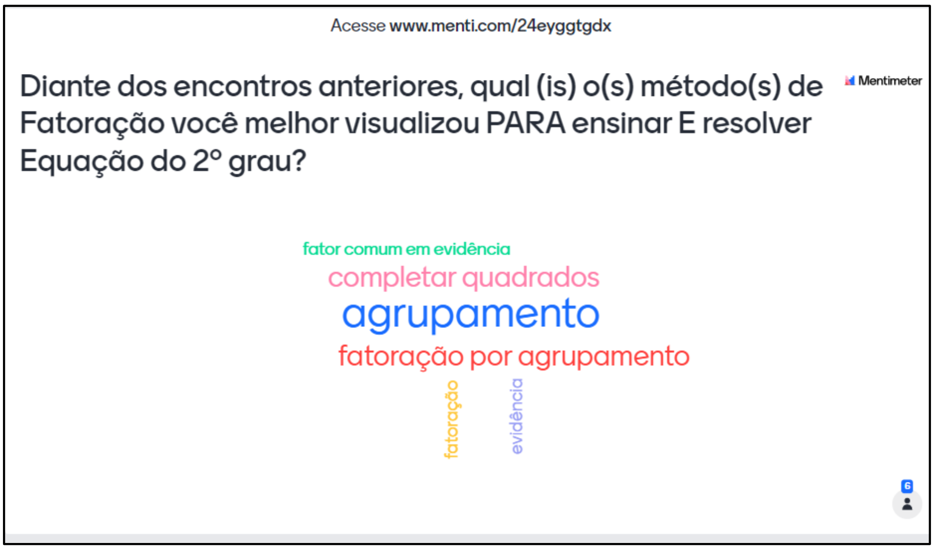
6.4.3 Encontro 3

O terceiro encontro formativo foi realizado no dia 10 de agosto de 2022 em formato virtual, acordado com os professores participantes desde o primeiro encontro formativo, utilizando a Plataforma Google Meet. Participaram desse encontro os dez professores participantes sendo todos recepcionados na sala principal da plataforma.

O pesquisador recebeu todos os participantes e trouxe algumas orientações acerca do trabalho no formato virtual para a formação dos grupos em salas virtuais diferentes, dos registros dos participantes no chat e através do microfone e os registros por meio da lousa digital interativa Jamboard que seria disponibilizado em cada uma das salas. Foi sugerido também que os grupos poderiam se articular no grupo do WhatsApp caso houvesse alguma ocorrência com a conexão dos participantes.

Para começar as discussões com os participantes, o pesquisador propôs um momento de Diálogo com os Pares utilizando a plataforma Mentimeter para interagir e responder a duas perguntas através de uma nuvem de palavras, como mostram as figuras seguintes:

Figura 19: Nuvem de palavras – Pergunta 1



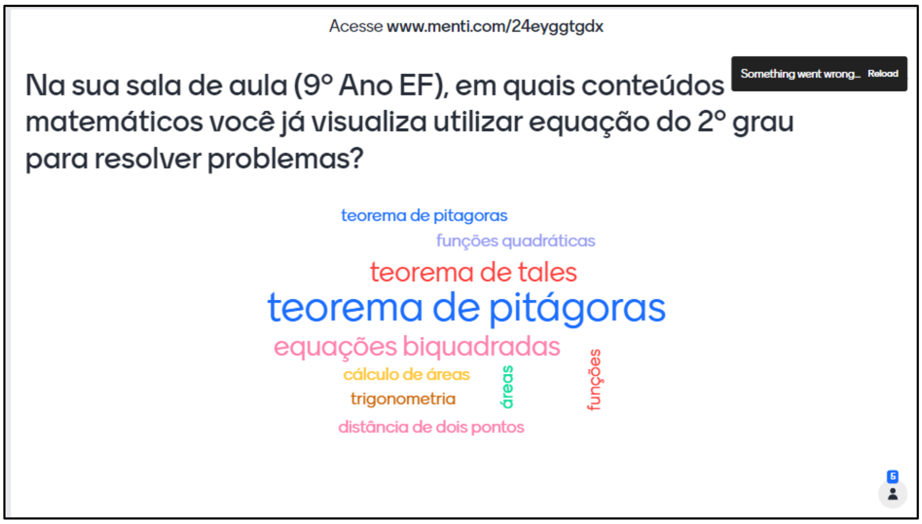
Fonte: Dados da pesquisa

Ao analisar as respostas indicadas na nuvem de palavras, percebemos que apenas 6 dos participantes conseguiram registrar sua resposta e que por meio delas destacamos apenas os métodos de Fatoração como meios para ensinar e resolver equações do 2º grau. Diante dessa nuvem de palavras, o pesquisador explicou para os participantes que ao utilizar os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas cada professor possibilita um panorama de possibilidades para que os estudantes resolvam problemas que envolvam esse conteúdo, além de fundamentar as aulas de Matemática em conformidade com as diretrizes dos documentos oficiais da rede.

A segunda pergunta proposta aos participantes, retoma a uma das perguntas propostas no segundo encontro, ampliando os olhares para compreensão de que o ensino de equação do 2º grau não se limita em si, mas oferece meios para trabalhar com muitos outros conteúdos matemáticos.

Dessa forma, pode-se constatar a partir da nuvem de palavras formada pelas respostas dos professores, mediante a segunda pergunta, como outros conteúdos matemáticos dependem desse conhecimento para resolver inúmeras situações. Assim, visualizamos alguns conteúdos elencados pelos professores participantes na figura abaixo:

Figura 20: Nuvem de palavras – Pergunta 2



Fonte: Dados da Pesquisa

Em fechamento ao primeiro momento desse encontro, o pesquisador sondou dos professores qual o motivo que os levava a resolver problemas utilizando apenas a fórmula resolutiva de Bhaskara. A partir da provocação, os professores relataram:

PP_7 *Acredito que o livro didático nos impulsiona a manter esse padrão de resolução.*

PP_9 *A fórmula de Bhaskara como é mais conhecida e evidente pelos professores, fica mais fácil de trabalhar, até porque ela pode ser aplicada para resolver qualquer equação do 2º grau.*

PP_{10} *Acho que se as formações e capacitações que participamos tivesse a abordagem e a preocupação como neste Minicurso, nós professores e alunos ganharíamos bastante. Porque estamos aqui não discutimos respostas, mas prática de sala de aula, formas diferentes e melhores para ensinar e melhorar os indicadores da escola.*

PP_1 *Às vezes por comodismo mesmo! E diante desses estudos vemos como é preciso sair da zona de conforto.*

Os depoimentos feitos pelos professores já sinalizavam o quanto a intenção e objetivo da Pesquisa de Campo se tornava efetiva e notável. O pesquisador interviu de forma pedagógica, refletindo sobre a forma de como muitos profissionais tratavam o livro didático como uma bússola, orientando as aulas de Matemática, sabendo que o livro texto é um recurso que o professor e estudantes dispõem para auxiliá-los na construção de novos conhecimentos. Ainda nesse momento, o pesquisador refletia com os participantes sobre a necessidade de estarmos estudando e participando de cursos e oficinas para a formação e desenvolvimento enquanto profissional.

Finalizada a discussão e fechamento do Diálogo entre os pares pelo Google Meet, que foi proposto para uma conversa inicial e condutora para o segundo momento do encontro, o pesquisador pergunta se algum professor conhece além da fórmula de Bhaskara, da Fatoração e Completando Quadrados, outra via de resolução que permite resolver equações do 2º grau. E as respostas no chat, evidenciavam o desconhecimento de todos sobre alguma outra fórmula ou método para resolver equação desse tipo. Alguns participantes ativaram o microfone e comentaram:

PP_6 *E será que existe? Acho difícil!*

PP_5 *É bem provável! Acho que o senhor tem algo a nos ensinar!*

PP_{10} *Professor, como as pesquisas tem avançado, acredito que exista. Só não conheço!*

O pesquisador respondeu aos participantes, trazendo de sua experiência nas aulas de Fundamentos da Álgebra em 2021 conforme descrito na Introdução deste trabalho, quando passou a conhecer o método recentemente descoberto em 2019 por um norte-americano matemático chamado Po-Shen Loh.

Em seguida, o pesquisador perguntou aos participantes se já haviam demostrado a fórmula de Bhaskara para os estudantes ou para outro público. Alguns participantes responderam que sim, em algum momento, já tinham discutido como chegar a fórmula de Bhaskara. A partir dessa conversa, o pesquisador explicou aos professores que o método de Po-Shen Loh é a generalização da fórmula resolutiva de Bhaskara. Nesse momento, os professores ficaram surpresos e empolgados em conhecer e saber um pouco mais desse método.

A partir de então, o pesquisador fundamentou a discussão sobre o método de Po-Shen Loh segundo a fundamentação teórica do Capítulo 2, presente nas páginas 44-50, explorando a demonstração notável que Po-Shen Loh generaliza a partir da fórmula resolutiva de Bhaskara. Esse momento foi mais detalhado e exigiu mais tempo, uma vez que estávamos em um ambiente virtual e o registro no Jamboard precisava seguir cada passo da demonstração para chegar à fórmula do autor do método.

Ao término da finalização da demonstração, um professor participante, pediu permissão para fazer uma pergunta.

PP_3 *Professor, essa aplicação só será possível quando o coeficiente a for igual a 1, não é?*

O pesquisador recebeu essa pergunta com muito entusiasmo. Destacou a atenção do participante nos passos e processos desenvolvidos até o momento da demonstração e validou a pergunta do professor, trazendo a condição necessária para utilização da fórmula elabora por Po-Shen Loh, o coeficiente *a* precisa ser igual a 1. Em acréscimo o pesquisador aponta que para os casos em que *a* seja maior ou menor que 1, basta simplificar toda a equação pelo coeficiente *a*. O pesquisador enfatiza aos professores participantes que este método ainda é desconhecido por muitos estudiosos, professores e autores de livros didáticos.

Finalizada a demonstração, o pesquisador convidou a todos para experimentar na prática esse método. Para essa etapa, o pesquisador dialoga com todos os participantes sobre a formação dos grupos em salas virtuais diferentes e reforçou que estaria acompanhando os grupos mesmo que de forma virtual. Antes de formar os grupos, o pesquisador informou aos participantes que para esse momento, os grupos teriam problemas diferentes para resolver, uma vez esta atividade objetivava verificar o desempenho dos professores na resolução de problemas que envolvam equações do 2º grau, utilizando o método de Po-Shen Loh.

Problema 7: Po-Shen Loh em estudo

A

Exemplo 1 – GRUPO A

Na equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, qual é o conjunto solução?

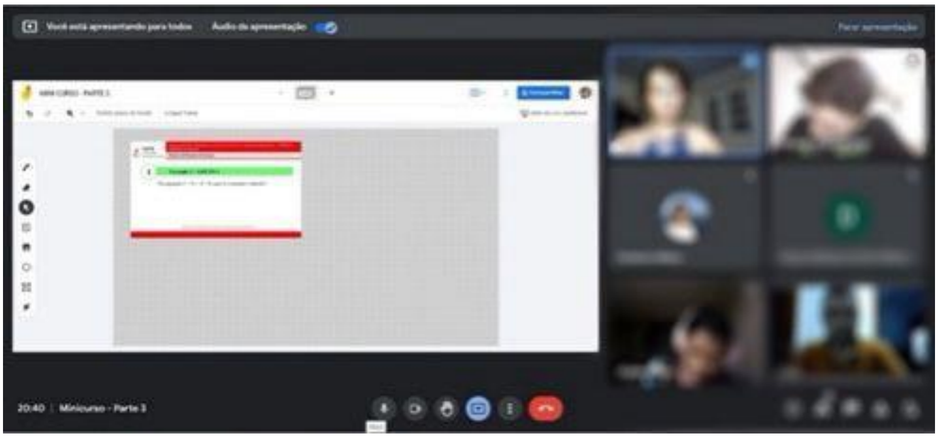
B

Exemplo 2 – GRUPO B

Na equação $3x^2 + 9x – 12 = 0$, qual é o conjunto solução?

Formados e distribuídos os grupos virtuais, o pesquisador propôs a Atividade 5 formada pelo problema “Po-Shen Loh em estudo”, onde o problema A foi direcionado ao Grupo 1 e o problema B, ao Grupo 2. Após os encaminhamentos, o pesquisador passou a observar e mediar as dúvidas que os professores apresentavam quanto ao registro no Jamboard, de certo que alguns dos professores não tinham o domínio da ferramenta.

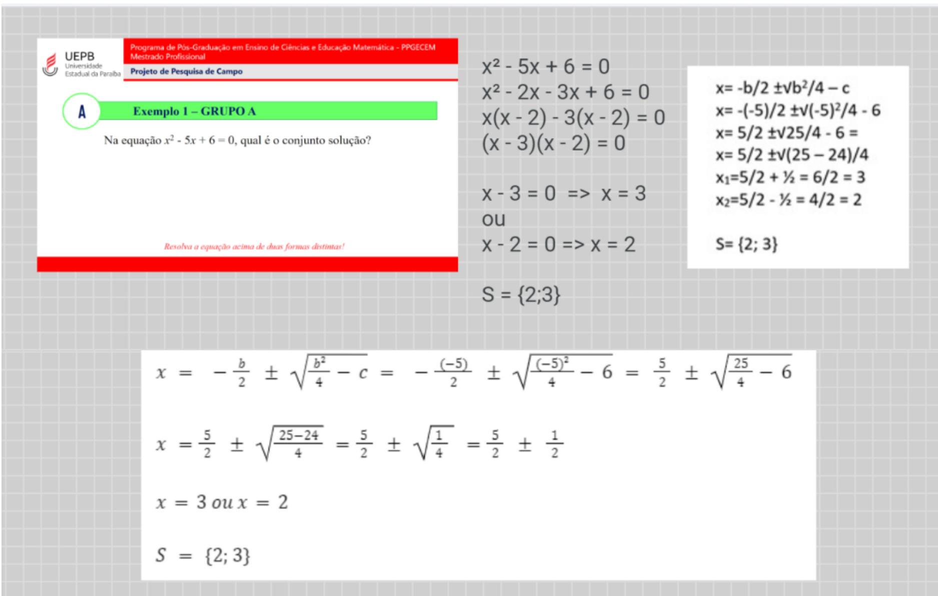
Figura 21: Mediação do pesquisador no grupo virtual – Encontro 3



Fonte: Acervo do Minicurso

Acompanhando as discussões nos grupos, o pesquisador sugeriu que eles podiam registrar a solução no Word e posteriormente, anexar no quadro de resposta da lousa interativa, bem como responder na própria lousa. O pesquisador visitou/navegou os grupos em vários momentos, sondando e visualizando a interação e participação dos professores em cada grupo. Mesmo de forma virtual, os dois grupos trabalharam muito bem, valorizando os comentários dos colegas, expondo os seus pontos de vista e compartilhando ideias entre eles. Finalizado o tempo estipulado para responder os problemas, o pesquisador convidou os professores participantes a voltarem para a sala principal (Google Meet) e em seguida, o Grupo 1 iniciou a plenária com a exposição da aplicação do Método de Po-Shen Loh.

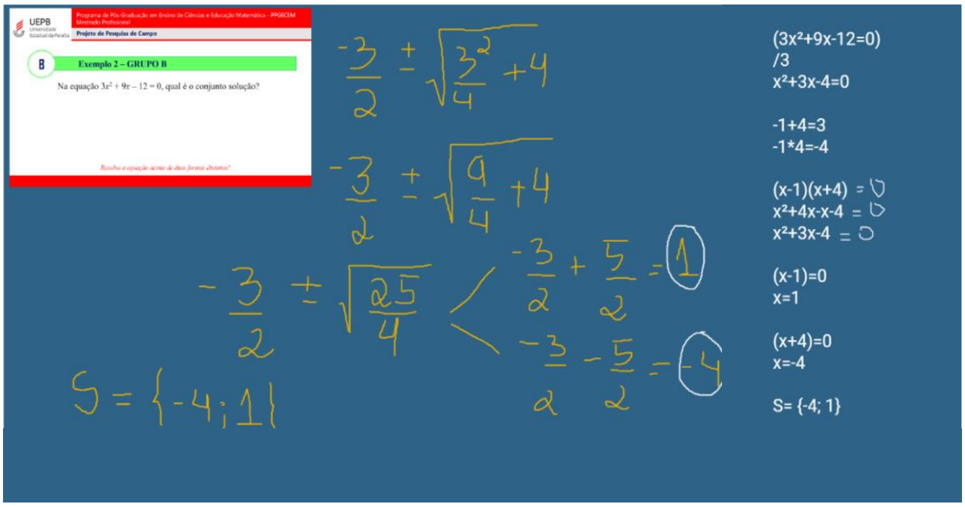
Figura 22: Resolução da Atividade 5 A – Grupo 2



Fonte: Acervo do Minicurso

O Grupo 1 apresentou a aplicabilidade do método de Po-Shen Loh e também, validou o conjunto solução resolvendo o mesmo problema pelo método de Fatoração de agrupamento. Com ambos conjuntos soluções iguais, durante a plenária o representante do grupo externou uma curiosidade do grupo em trabalhar com esse método apenas com os coeficientes *b* e *c*, atentando o coeficiente *a* para a condição de ser igual a 1. O grupo justificou a praticidade de resolver equações do 2º grau pelo método de Fatoração, onde o mesmo foi utilizado para comprovar se a aplicação do método de Po-Shen Loh estava correta. Ao finalizar a apresentação do Grupo 1, o grupo 2 foi convidado a apresentar a resolução do grupo pelo Google Meet.

Figura 23: Resolução da Atividade 5 B – Grupo 1



Fonte: Acervo do Minicurso

Ao iniciar a apresentação, o representante do Grupo 2 trouxe uma reflexão inicial quanto a aplicação do método de Po-Shen Loh, comentando:

PP10 *Nós enquanto grupo gostamos muito desse método. Concordamos com os colegas do Grupo 1 quando mencionaram a utilização dos coeficientes b e c para resolver a equação. No nosso caso, o coeficiente a era maior que 1, então, dividimos toda a equação por 3, para que o coeficiente a fosse igual a 1. Uma discussão do nosso grupo foi confirmar essa aplicação com outro método para verificar se estava certo!*

Após a apresentação do Grupo 2, o pesquisador perguntou ao grupo *Por que vocês optaram por validar a aplicação do método de Po-Shen Loh com o método de agrupamento?* E quando utilizaram o método de agrupamento, qual equação vocês fatoraram?

PP10 *Todos nós nos familiarizamos com o método de agrupamento! Ele é mais prático e fácil de resolver a equação, principalmente quando o coeficiente a é igual a 1. Por isso que utilizamos a equação simplificada!*

Finalizando a plenária com o Grupo 2, o pesquisador não realizou a formalização do conteúdo, pelo fato de verificar o desempenho dos professores na resolução de problemas utilizando o método de Po-Shen Loh. Em continuidade o pesquisador, encerrou essa atividade, parabenizando o trabalho dos grupos e a atenção dedicada a aplicação do método em estudo.

Após isso, o pesquisador apresentou no slide a Atividade 6 que trazia o problema "As equações de Ada e Zaqueu" cujo objetivo foi promover uma proposta alternativa de ensino e resolução de equações do 2º grau através do método de Po-Shen Loh.

Problema 8: As equações de Ada e Zaqueu

20. Ada resolveu em $\mathbb{R}$ a equação $3x^2 - 6x - 105 = 0$ utilizando os coeficientes que apareciam originalmente nessa equação. Já seu amigo Zaqueu transformou essa equação em $x^2 - 2x - 35 = 0$.

a) Determine as raízes da equação que Ada resolveu.

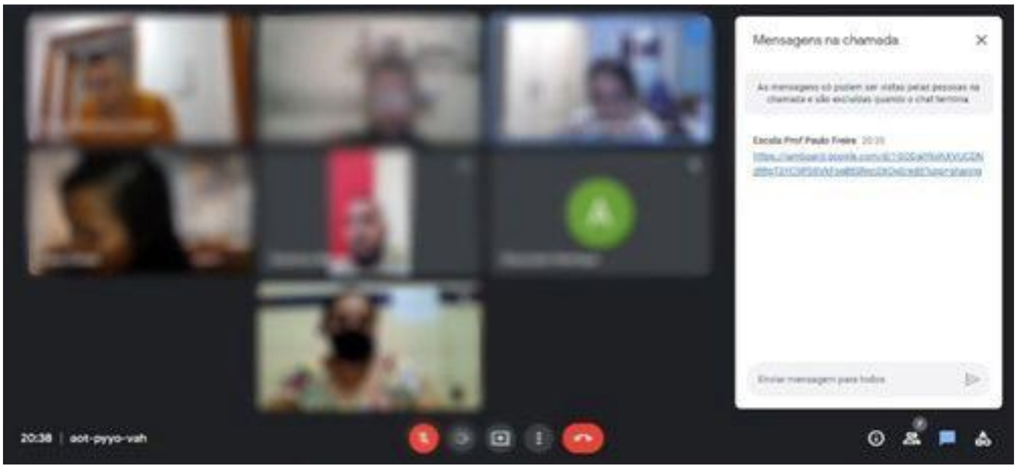
b) Qual foi a transformação efetuada por Zaqueu? Quais raízes ele obteve?

c) Supondo que Ada e Zaqueu resolveram corretamente suas equações, as raízes que eles obtiveram são as mesmas?

d) Qual das equações você considera mais fácil de resolver?

Nessa atividade, o pesquisador propôs na sala principal (Google Meet) que todos lessem o problema incialmente de forma individual, passados alguns minutos, os participantes foram convidados a abrir o microfone da plataforma para uma leitura coletiva. Posterior a essas leituras, os Grupos 1 e 2 foram formados e orientados para resolver o problema. Definido o tempo para resolução do problema, o pesquisador disponibilizou em cada grupo virtual, o link que dava acesso a lousa digital com o problema da Atividade 6.

Figura 24: Entrega da Atividade 6 – Jamboard



Fonte: Acervo do Minicurso

O problema proposto foi bem explorado pelos participantes em cada grupo e durante as observações, o pesquisador percebeu o envolvimento de cada professor e o prazer em discutir e falar das práticas que ambos realizam em sala de aula, chegando a relatar:

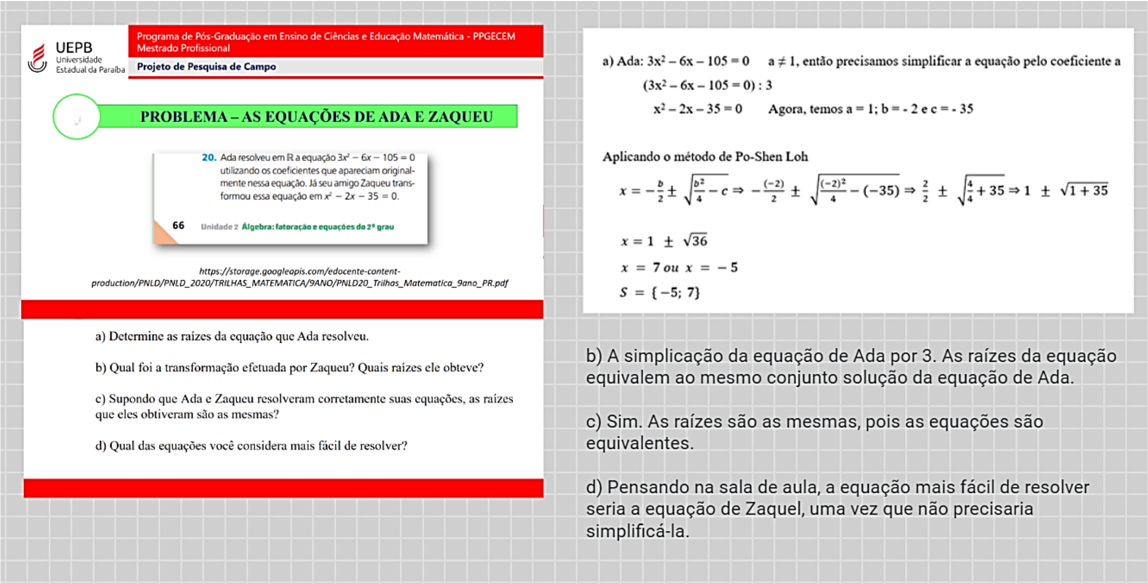
PP$_9$ *Vou colocar em prática tudo que estou aprendendo no Minicurso. O método de Po-Shen Loh é uma fórmula que na prática vai nos ajudar a retomar muitos conceitos matemáticos. Até os problemas que temos resolvido tem mostrado como a escolha das atividades facilita a aprendizagem dos alunos.*

PP$_7$ *Eu estava muito desatualizada! Como a gente cresce nesses momentos de estudo minha gente! Acredito que podemos até ensinar essas propostas aos outros professores da escola!*

No instante em que os participantes comentavam, o pesquisador interviu parabenizando pelas discussões e questionou se havia alguma dúvida, ao tempo em que reafirmava o quanto é importante o trabalho colaborativo em grupo, pois é “uma forma de agrupamento inclusivo na qual todos os estudantes participam do processo de aprendizagem com a ajuda do professor e de outros recursos materiais e humanos, sem que nenhum deles fique para trás” (MELLO; BRAGA; GABASSA, 2012, p. 126).

Em seguida, o pesquisador passou em cada um dos grupos sinalizando o tempo restante para finalizar os registros do grupo e retornar à sala principal para iniciar a plenária. Retornando a sala principal, o pesquisador convidou o Grupo 2 para iniciar a plenária.

Figura 25: Resolução da Atividade 6 – Grupo 2



Fonte: Acervo do Minicurso

O grupo 2, detalhadamente apresentou a resolução do consenso do grupo, utilizando o Método de Po-Shen Loh para resolver o problema e as respostas dos itens *b, c* e *d*, foram registrados em uma caixa de texto, a partir dos recursos do Meet. O grupo sistematizou os passos tomados, utilizando o laser da plataforma para estruturar o percurso que eles seguiram. Na plenária o grupo, expôs as discussões referentes a equação de Ada em relação a equação de Zaqueu e como as equações tinham uma semelhança com a proposta do problema anterior.

O pesquisador, incentivava os participantes a explorarem os recursos da plataforma para auxiliá-los a responderem o problema. O pesquisador também organizou o plano de fundo da tela da lousa interativa com cores diferentes, com a finalidade de diferenciar as resoluções dos grupos, conforme utilizado no problema 5.

Notou-se que a participação do grupo durante a plenária foi bem expressiva e participativa, tendo a contribuição de quase todos durante a apresentação do grupo. O problema proposto conduzia os participantes a um diálogo bastante interessante e reflexivo. Coube ao pesquisador, perguntar ao grupo se o consenso do grupo foi utilizar o método de Po-Shen Loh e se o grupo não precisou utilizar outra maneira para validar o conjunto solução. Diante do questionamento do pesquisador:

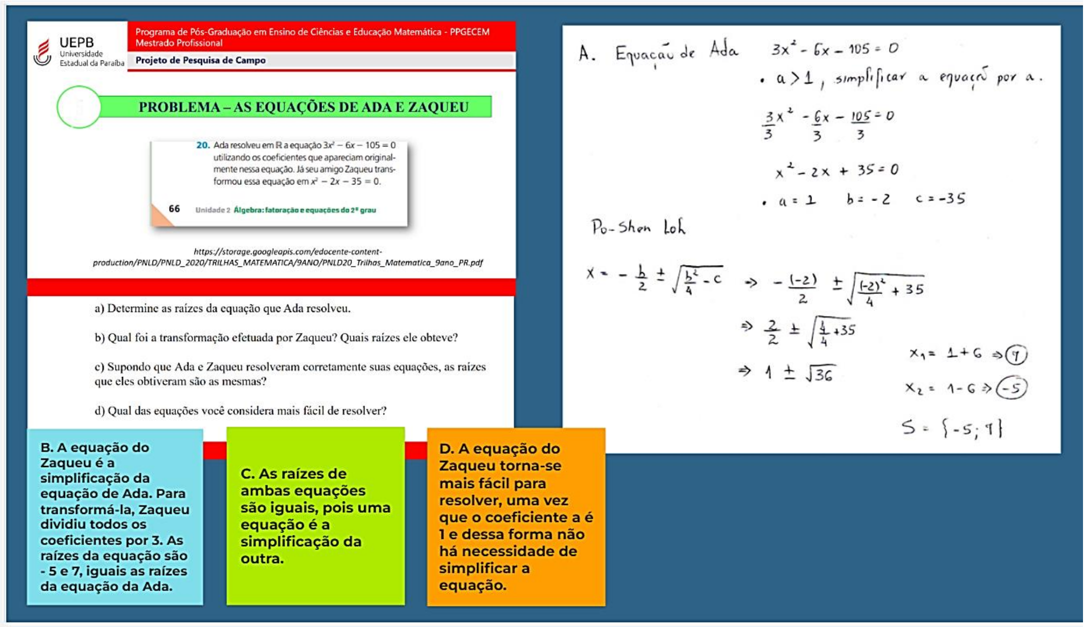
PP_8 *Todo o grupo aderiu a utilização do método Loh, inclusive resolvemos em nossos cadernos e socializamos através da câmera. Uma situação bem interessante é que quando trabalhamos em sala de aula, sempre atentamos para simplificar uma equação do 2º grau, sempre que possível e para esse método, o coeficiente a será o parâmetro para tal* *transformação. Por isso que não respondemos a equação de Zaqueu. Para verificar se nossa resposta estava correta, substituímos as soluções na equação para confirmar.*

PP4 *A conversa no grupo foi muito agradável. E olha que cada um de nós temos um pensamento e realidades bem diferentes nas salas de aula. Nós percebemos o quanto esse método retoma os conceitos matemáticos, como simplificar os coeficientes, trabalhar com operações de frações que é uma necessidade em sala de aula, e acho que pra mim, esse minicurso tem me ajudado a trazer a Matemática sem simplificar etapas e processos.*

PP3 *Eu mesmo, estou cursando mestrado em Matemática Pura e tinha outra visão e compreensão do que é a Resolução de Problemas e desde o primeiro dia de estudo, tenho pensado diferente sobre essa metodologia. Penso que esse espaço tem nos levado a pensar até a forma como ensinamos e até mesmo resolvemos um problema.*

Seguido dos comentários do grupo e da exposição da resolução do problema, o pesquisador agradeceu ao grupo pela exposição e em seguida, convidou o Grupo 1 para a plenária.

Figura 26: Resolução da Atividade 6 – Grupo 1

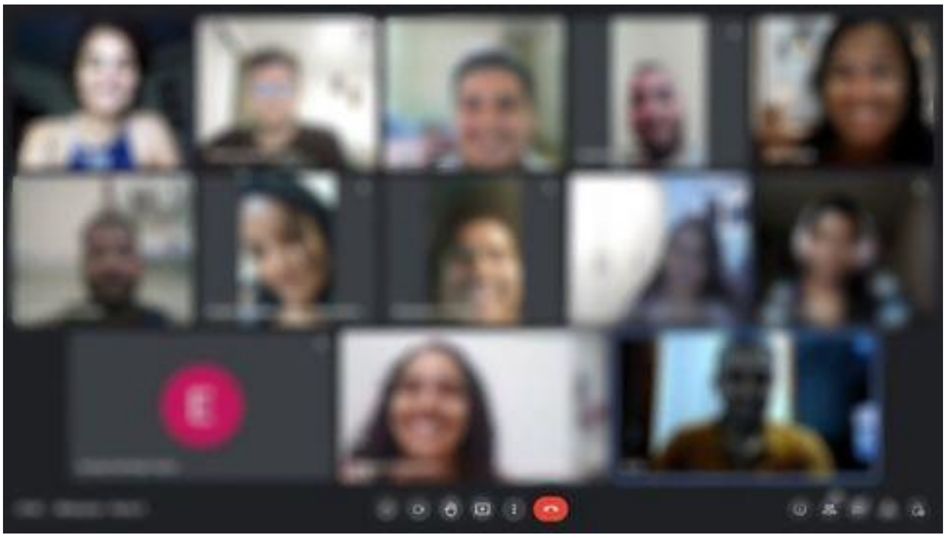


Fonte: Acervo do Minicurso

Assim como o Grupo 2, este grupo detalhou o passo a passo para encontrar a solução do problema aplicando o método de Po-Shen Loh. O grupo explorou os recursos da plataforma, trazendo os comentários dos itens *b, c* e *d* em blocos de nota com cores diferentes e para a solução do item *a*, o grupo fotografou o registro da solução e anexou na tela da lousa interativa, justificando a dificuldade por não possuir uma lousa digital. Durante a plenária, o grupo trouxe na exposição o motivo de ter utilizado o método de Po-Shen Loh e não utilizar outra maneira para conferir as soluções. Ainda em plenária, o grupo abordou o quanto a utilização desse método para resolver equações completas e incompletas seria promissor nas aulas de Matemática.

O grupo sinalizou os itens *b, c* e *d* como um caminho para refletir de que forma os estudantes resolvem problemas desse tipo, sem um olhar mais minucioso, uma vez que não seria preciso responder a equação de Zaqueu, pois a equação era uma simplificação da equação de Ada. Finalizada a apresentação do Grupo 1, o pesquisador agradeceu e parabenizou o grupo pela abordagem e pela apresentação.

Figura 27: Finalização da Plenária da Atividade 6



Fonte: Acervo do Minicurso

Finalizada a plenária, o pesquisador apontou o mesmo caminho percorrido pelos dois grupos, evidenciando o detalhamento e a preocupação em registrar passo a passo na resolução, além de destacar na resolução elementos importantes para leitura e análise dos registros. O pesquisador nesse momento, trouxe de suas observações mencionando o crescimento de cada grupo quanto aos registros e discussões nos grupos e nas plenárias.

O problema não se limitava apenas na resolução da equação de Ada, proposta no item *a*, trazia também os itens *b, c* e *d* que visavam uma discussão sobre simplificação e transformação de equações ao tempo em que relacionava a condição de aplicação do método de Po-Shen Loh, para todo o coeficiente *a* igual a 1. Ainda assim, era possível comparar o conjunto solução de ambas as equações (Ada e Zaqueu) para provar a semelhança entre as equações e que o processo de simplificação tornaria a equação mais simples para ser resolvida. O pesquisador, acrescentou em sua explanação que o método de Po-Shen Loh pode ser aplicado para resolver qualquer equação do 2º grau, sendo ela completa ou incompleta e que a fórmula foi generalizada a partir da fórmula resolutiva de Bhaskara.

Gostaríamos de deixar claro que a nossa intenção de apresentar a fórmula de Po-Shen Loh é que o estudante primeiro deve compreender o que é uma equação do 2º grau e também, entender que no passado, por exemplo, os Babilônios e outros povos trabalhavam com completando quadrados para resolver equações do 2º grau. Posteriormente, utilizou-se a fatoração de polinômios, que já é uma álgebra que nós conhecemos. Assim, depois de serem ensinados esses conceitos utilizando a história da Matemática, os estudantes podem e devem utilizar as fórmulas de Po-Shen Loh ou Bhaskara.

Para finalizar a formalização do conteúdo, o pesquisador explanou para os professores-participantes que a partir da fórmula de Po-Shen Loh poderíamos derivar a fórmula resolutiva, como encontramos na fundamentação teórica presente nas páginas 49 e 50. A explanação da derivação acima citada, foi apresentada por meio do slide do pesquisador, seguindo o aporte teórico presente neste trabalho. Após as discussões propostas na formalização do conteúdo, o pesquisador encerrou o terceiro encontro formativo, agradecendo a participação e reforçando a data do último encontro formativo.

6.4.4 Encontro 4

O quarto e último encontro formativo aconteceu de forma virtual com os professores-participantes do Minicurso, organizado em três momentos para desenvolver junto aos participantes; no primeiro momento buscamos refletir acerca do ensino de equação do 2º grau na sala de aula e os métodos de resolução trabalhados nos encontros anteriores. No momento das discussões, trouxemos em pauta as recomendações dos documentos oficiais propostos para os anos finais do Ensino Fundamental, em especial ao 8º e 9º Anos EF, conforme encontramos nas páginas 38 – 42 do Capítulo 2 desta dissertação.

No segundo momento, aplicamos dois problemas, o “Papiro de Moscou” e “A troca de chocolates”. Inicialmente, convidamos os participantes para a aplicação do problema 9, com o objetivo de compreender o Método de Po-Shen Loh, como uma estratégia pedagógica para o ensino e a aprendizagem de equação do 2º grau. Vale ressaltar que o método de Po-Shen Loh foi apresentado e aplicado nos problemas do Encontro 3.

Antes de formar os grupos, o professor pesquisador, em conversa com os professores, dialogou sobre a autonomia que cada um deles teriam para resolver os problemas da atividade proposta. Ainda assim, o professor propôs a cada um dos participantes que buscaria algumas informações de ordem individual ao acompanhar os grupos.

Apresentando o problema na tela para os participantes, seguimos as etapas das leituras conforme Onuchic e Allevato (2011) recomendam. A formação dos grupos seguiu a mesma estrutura do Encontro 3. Assim, direcionados ao tempo de discussão e resolução do problema, o professor trouxe algumas informações acerca da resolução dos grupos quanto ao registro, podendo utilizar o quadro do jamboard, as caixas de texto, a foto do registro em folha como anexo, e outras formas para registrar a resolução.

Problema 9: O papiro de Moscou

Muitos povos antigos tinham um conhecimento matemático muito desenvolvido e estruturado. Esse era o caso dos egípcios. Alguns textos conhecidos dessa civilização mostram que eles resolviam equações do segundo grau para solucionar problemas do seu dia a dia. O Papiro de Moscou, que data de aproximadamente 1850 a.C., tem esse nome por ter sido comprado pelo museu de Moscou, mas é um papiro egípcio que contém alguns problemas matemáticos. Nele, por exemplo, é pedido que se calcule a base de um retângulo de área igual a 12, cuja altura corresponde a ¾ da sua base.

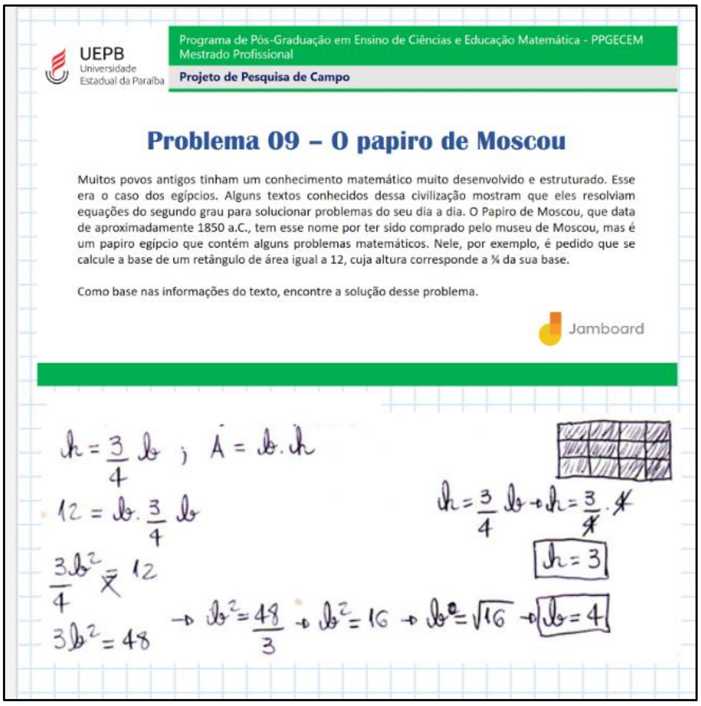
Como base nas informações do texto, encontre a solução desse problema.

No primeiro momento em que o professor mediador visitava os grupos, foi perguntado aos participantes de que forma eles pensaram inicialmente em resolver o problema 9. Essa pergunta foi direcionada a cada participante e ao coletar as respostas, 70% dos dez participantes responderam que utilizariam a ideia de área para resolver o problema, enquanto 20% resolveria o problema por meio de uma equação incompleta do tipo $ax^2 - c = 0$ e 10%, respondeu que resolveria a partir de uma abordagem geométrica.

Ao analisar as respostas coletadas, percebemos que um dos professores não utilizou uma abordagem algébrica por meio dos métodos de resolução para resolver o problema. Nessa direção, notamos também que sete dos participantes por meio da generalização da área do retângulo, calcularam as medidas da base e altura do quadrilátero mencionado. Dessa forma, caminhamos em direção ao que Onuchic (1999) propõe para os professores ao ensinar através da Resolução de Problemas, buscando estabelecer conexões entre os diferentes ramos da Matemática gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Mesmo sondando os participantes durante as observações realizadas em cada grupo, percebemos o engajamento e atenção dos participantes para a leitura e contexto do problema 9. Ao acompanhar as discussões nos grupos, o professor mediador pergunta se chegaram a um consenso para resolver o problema e se sentem alguma dúvida em como registar a solução de cada um dos grupos. Ao finalizar o tempo determinado, a plenária é iniciada com o Grupo 1.

Figura 28: Resolução do Problema 9 – Grupo 1



Fonte: Acervo do Minicurso

O Grupo 1 traz como resolução uma abordagem geométrica partindo das noções de base e altura, segundo as informações do problema. Ao apresentarem a solução encontrada, o grupo faz um detalhamento inicial da história da Matemática presente no problema e da importância dos povos antigos para os registros e estudos matemáticos. Em seguida, exploram os dados do problema e resgatam as ideias do estudo de área para equacionar o problema.

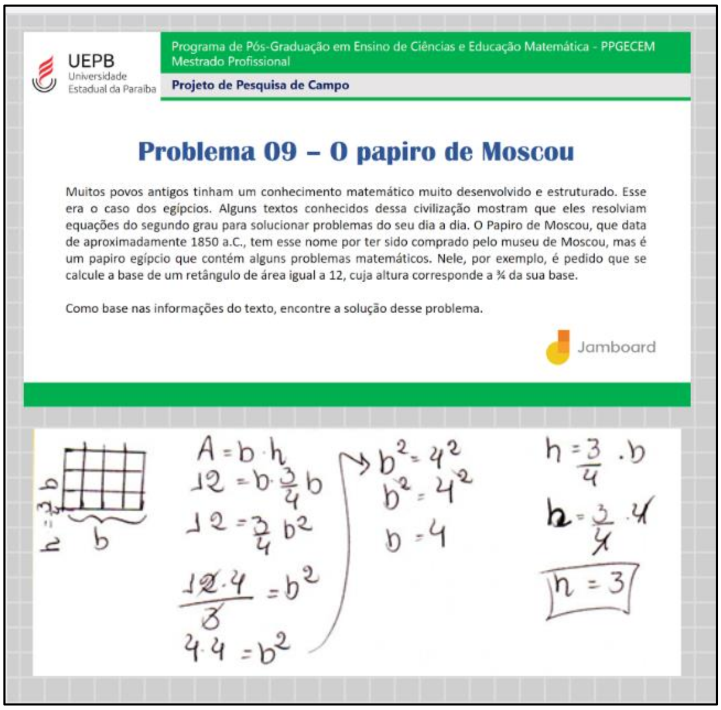
Ao resolver e apresentar os passos tomados na resolução, o grupo sinaliza que ao trabalhar com medidas, não considerariam valores negativos e que para esta resolução caminhariam aplicando as propriedades dos radicais. Ao analisar a resolução, encontramos o procedimento do produto dos meios pelos extremos aplicado no ensino de proporção, utilizado pelo grupo para equacionar o problema em $3b^2 = 48$.

O grupo enfatiza que a generalização da equação a caracteriza pelo tipo $ax^2 - c = 0$, mas que neste problema a fórmula da área é suficiente para encontrar as soluções. Neste momento, PP_6 comenta: *O interessante aqui é que o método não é decisivo para resolver o problema. Não basta saber que se trata de uma equação do 2º grau, é preciso compreender a Matemática para buscar uma forma de responder o problema.*

Considerando a fala do PP_6, o professor faz referência ao comentário e traz uma abordagem segundo Romanatto (2012, p. 302) ao afirmar que "os estudantes deveriam ter oportunidades frequentes para formular, tentar e solucionar problemas desafiadores", sendo estes encorajados a refletirem sobre seus conhecimentos. Após a finalização do Grupo 1, o segundo grupo traz para a plenária suas contribuições.

O Grupo 2, semelhantemente resolve o problema pela ideia da área do retângulo. Durante a exposição da resolução do problema, os participantes trazem uma fala importante ao destacar que o estudo de equação do 2º grau não se limita apenas na Álgebra, mas se entende em vários ramos da Matemática e que em Geometria, fortemente utilizam os conhecimentos de equação desse grau para resolver problemas. O grupo aponta a necessidade de retomar o ensino de área no Ensino Fundamental, tendo em vista as inúmeras situações que exigem esse conhecimento dos estudantes.

Figura 29: Resolução do Problema 9 – Grupo 2



Fonte: Acervo do Minicurso

Na resolução do grupo, eles utilizam os dados do problema aplicando diretamente na sentença que representa a área do retângulo e em seguida calculam com um detalhe bem importante, a simplificação dos números 12 e 3 pelo mesmo divisor, trazendo uma abordagem de potência de mesma base para solucionar o problema. Após encontrar o valor referente a base, o grupo determina o valor da altura e traz uma abordagem geométrica para provar a solução encontrada.

Diante das apresentações, foram discutidas as abordagens e procedimentos utilizados pelos grupos e das estratégias utilizadas para responder através da resolução de problemas. O professor mediador, destaca os registros apresentados e o pensar de cada grupo para dar sentido a Matemática necessária que precisamos para resolver os problemas. Com essa abordagem e em consenso com participantes, o professor propôs a formalização do conteúdo utilizando o método de Pho-Shen Loh, como vemos a seguir:

Formalização – Problema 9 (Método de Pho-Shen Loh)

A partir do problema, tomamos como base os dados:

- Área de um retângulo é igual a 12: $A_R = b \bullet h$
- A altura do retângulo corresponde a $\frac{3}{4}$ da base: $h = \frac{3}{4} b$
- O que solucionar? A medida da base do retângulo.

Explorados os dados, buscaremos uma equação que represente o problema a partir da fórmula da área do retângulo.

Fórmula da área do retângulo → $A_R = b \bullet h$

Substituindo os dados na fórmula→ $12 = b \bullet \frac{3}{4} b$

Desenvolvendo → $\frac{3}{4} b^2 = 12$

Multiplicando os meios pelos extremos → $3\, b^2 = 48$

Simplificando a equação por 3 → $b^2 = 16$

Equacionando a zero → $b^2 - 16 = 0$

A equação acima, apresenta coeficientes $a = 1$, $b = 0$ e $c = -16$, logo é propicio para aplicar o método de Po-Shen Loh. Nesta resolução verificaremos ao desenvolvimento com um dos coeficientes sendo igual a zero.

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c}$$

$$x = -\frac{0}{2} \pm \sqrt{\frac{0^2}{4} - (-16)}$$

$$x = 0 \pm \sqrt{0+16}$$

$$x = \pm \sqrt{16}$$

$$x = \pm 4$$

Logo, a solução da equação é representada por S = {4}.

Após a formalização do problema 9, o professor convida os dois grupos para resolver o último problema selecionado para o Minicurso. Em direção a vivência virtual, o professor propõe que durante dois minutos os participantes lessem com muita atenção o problema 10 “A troca dos chocolates”. Depois de chamar a atenção com a leitura individual, é proposta uma leitura coletiva, nesse momento todos os participantes são convidados a abrirem os microfones e leem juntos.

Problema 10: A troca de chocolates
Em uma confraternização, um grupo de amigos fez uma troca de chocolates, na qual, cada participante deu um chocolate a cada um dos demais participantes da confraternização. Essa troca envolveu, ao todo, 132 chocolates. Quantos amigos participaram dessa confraternização?

Formados os grupos e direcionados junto com problema apresentado no quadro do jamboard, o professor oferece um tempo maior para resolver o problema e com autonomia para utilizar quaisquer métodos ou estratégias. Ao distribuir o link do jamboard, o professor pesquisador já sentia o desafio dos participantes em resolver o último problema. Observando através da tela as discussões e dúvidas dos participantes, o professor mediador visitou os grupos investigando os passos e impressões acerca do problema.

No Grupo 1, o professor perguntou sobre o que achavam do problema e se o grupo já havia pensado em uma forma para resolvê-lo. Nesse momento, os participantes comentam:

PP4 *Esse problema foi caprichado! Dando uma dorzinha de cabeça!*

PP9 *A complexidade deste problema é próxima com o problema de Álgebra que tanto pensamos no primeiro encontro.*

PP4 *Esse problema é desafiador, hein! Mas, vamos lá!*

Ao ouvir os comentários o professor mediador, dialoga sobre quais as dúvidas existentes, qual a dificuldade e o que juntos podem pensar para tentar resolver o problema. Nesse acompanhamento o professor sugere que de início, compreendam o problema e depois busquem juntos, um caminho para resolvê-lo.

Na visita ao Grupo 2, notamos alguns registros expressos para uma equação do 2º grau. Logo, o professor pergunta ao grupo *Como chegaram a essa equação? Por que essa equação? Vocês compreenderam o problema?*, confusos, os professores-participantes respondem:

PP_1 *Esse problema o senhor caprichou, não foi? Tá gerando algumas dúvidas aqui!*

PP_5 *Mas agente tá rascunhando as ideias iniciais pra onde vamos chegar!*

PP_2 *Esse problema é bem elaborado, inquieta e coloca o aluno e nós professores para pensarmos.*

O professor impulsiona cada participante a trazer sua leitura e observação sobre o que o problema exige e em grupo, chegar a um consenso para resolver o problema proposto. Notamos inicialmente que a dificuldade não estava em aplicar um método para resolver, mas visualizar a equação que precisavam para resolver. Mesmo em um grupo virtual, os participantes se mantiveram firmes e atuantes nas discussões do grupo.

Faltando cinco minutos para finalizar o tempo proposto, o professor visita mais uma vez cada grupo e percebe os registros já indicados na lousa do jamboard e os comentários dos demais participantes quanto ao problema proposto e fica animado com o trabalho realizado nos grupos. Sinalizados quanto ao tempo e a necessidade de o grupo se organizar para a plenária, o professor oferece mais cinco minutos para finalizar a atividade.

O Grupo 1 iniciou sua apresentação, pontuando a complexidade do problema percebida pelos participantes e em seguida, trouxeram o ponto de vista do grupo que o fizeram chegar à equação do 2º grau e assim representá-la algebricamente. Ao encontrar a equação e perceber os coeficientes, o grupo em consenso resolveu utilizar o método de Po-Shen Loh para resolver o problema. Ainda na plenária, o grupo expôs as dificuldades enfrentadas para resolver o problema, por perceber a leitura algébrica como maior desafio para solucionar o problema.

Figura 30: Resolução do Problema 10 – Grupo 1

UEPB
Universidade
Estadual da Paraíba

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM
Mestrado Profissional

Projeto de Pesquisa de Campo

Problema 10 – A troca de chocolates

Em uma confraternização, um grupo de amigos fez uma troca de chocolates, na qual, cada participante deu um chocolate a cada um dos demais participantes da confraternização. Essa troca envolveu, ao todo, 132 chocolates. Quantos amigos participaram dessa confraternização?

$(c-1)\,c = 132$
$c^2 - c = 132$
$c^2 - c - 132 = 0$

$a = 1 \quad b = -1 \quad c = -132$

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} = -\frac{(-1)}{2} \pm \sqrt{\frac{(-1)^2}{4} - (-132)} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 132}$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{529}{4}}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{529}{4}} = \frac{1}{2} + \frac{23}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{529}{4}} = \frac{1}{2} - \frac{23}{2} = -\frac{22}{2} = -11$$

$S = \{12\}$

Fonte: Acervo do Minicurso

Os participantes do Grupo 1 mencionaram que chegaram à conclusão da equação, ao pensar que o número de chocolates ofertados aos amigos seria igual ao número de chocolates multiplicado pelo número de pessoas da festa menos um. Nessa abordagem, o professor mediador destaca que esse – 1 se refere a cada amigo da festa, uma vez que cada amigo oferece um chocolate a outro amigo, e não a si mesmo.

O professor também pergunta ao grupo o porquê de usar o método de Po-Shen Loh e um dos participantes responde:

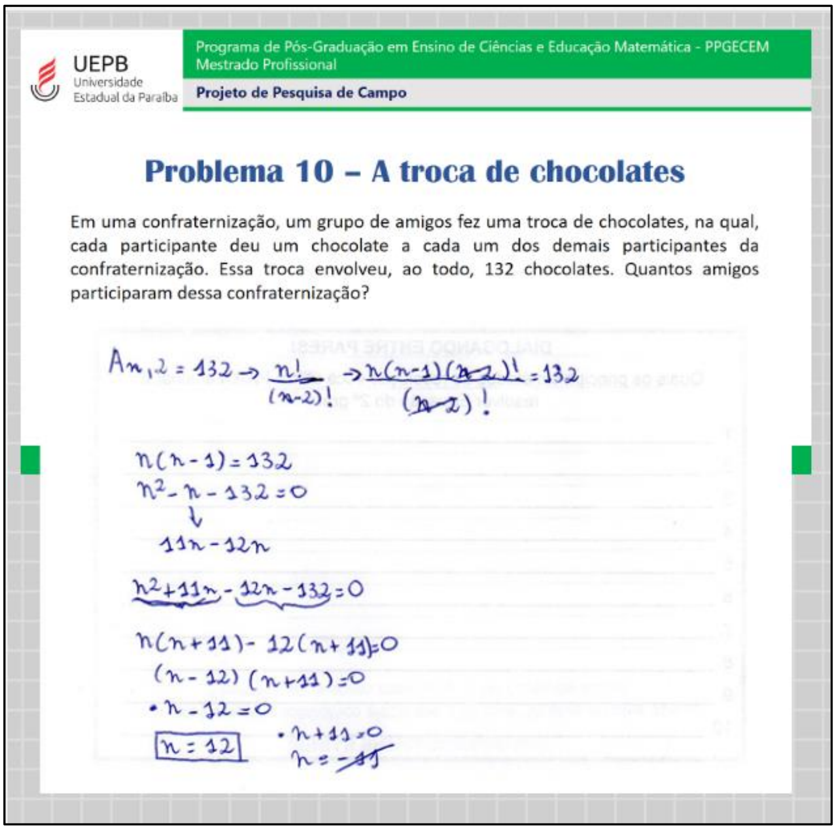
PP_6 *Acredito pelo fato do coeficiente a ser igual a 1 e também para verificar a substituição do coeficiente c na obtenção da raiz.*

PP_9 *Pensamos nesse método para compreender aplicabilidade de dois coeficientes negativos e perceber as operações com frações para os valores de* x_1 *e* x_2*.*

O professor agradece a participação do Grupo 1 e destaca a compreensão exposta para representar a equação e também a organização da resolução do problema apresentado. Em seguida, o Grupo 2 apresentou a resolução do problema 10. O grupo iniciou sua apresentação evidenciando o grau de dificuldade do problema e da relação que encontraram em resolver o problema a partir da noção de arranjos e combinatória.

O grupo destaca que para chegar a uma compreensão do problema, associaram a palavra "troca" a pensar em trocas de posição e permutação, utilizando a noção de arranjo para chegar a uma equação. Em acréscimo os participantes relatam que este conteúdo é trabalhado no Ensino Médio no ensino de Combinatória.

Figura 31: Resolução do Problema 10 – Grupo 2



Fonte: Acervo do Minicurso

Em continuidade, o grupo destaca o método de fatoração por agrupamento utilizado para encontrar a solução do problema e detalhadamente utiliza da estratégia de derivar o termo – n em 11n – 12n, obtendo um número divisível por 132, conforme vemos na figura anterior. O grupo pontua a propriedade do produto nulo ao igualar ambos os parênteses a zero. Ainda na exposição, o grupo considera o valor positivo por considerar o número de amigos presentes na festa.

Após a apresentação dos dois grupos, o professor mediador em consenso com os grupos, retoma a resolução do Grupo 1 para a formalização do conteúdo. Após essa etapa, o professor ainda refletiu com os professores participantes do raciocínio do Grupo 2 em resolver o problema a partir do ensino de Combinatória. Em virtude do tempo, foi utilizada a resolução do Grupo 1 para a formalização do conteúdo e posteriormente a esse momento, seguimos para a última atividade proposta para o público alvo da pesquisa.

Para finalizar a proposta do Minicurso, foi aplicado um Questionário através do formulário do *Google Forms* com o intuito de coletar as impressões dos professores-participantes acerca da experiência com o trabalho desenvolvido e da satisfação quanto aos problemas, métodos e metodologia aplicados nos quatro encontros formativos. Após a aplicação do Questionário, o professor mediador agradeceu a participação de todos os professores em sua pesquisa de campo e o quanto essa experiência poderá despertar novos olhares e pensares para as salas de aula de Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho objetivou investigar as contribuições de uma proposta de ensino através da Resolução de Problemas sobre a articulação dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh na resolução de equações do 2º grau. A pesquisa de campo contou com a participação de dez professores de Matemática que ministram aulas nas turmas de 9º Ano EF.

O processo de obtenção dos subsídios necessários para a composição nos quatro encontros, ocorreu com os professores participantes da Pesquisa de Campo durante a realização do minicurso. Foram desenvolvidas oito atividades nos encontros formativos (presencial e virtual), reunindo um total de dez problemas geradores e em três dos encontros formativos, propusemos um momento de diálogo com pares para sondagem e percepção do conhecimento que os mesmos já traziam consigo.

A fundamentação teórica do trabalho em tela versou conectar na Pesquisa de Campo à performance da Resolução de Problemas no ensino de equação do 2º grau ampliando não apenas o Método de Po-Shen Loh para resolver equações dessa natureza, mas por vivenciar na prática de cada encontro, as contribuições do potencial da Metodologia da Resolução de Problemas no ensino de Matemática.

Os estudos de Onuchic e Allevato (2009; 2011; 2014), Huanca (2006; 2008; 2018; 2021) pautam nossas discussões sobre a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, compreendendo uma revisão das produções já existentes na Educação Matemática. A base teórica das nossas proposições voltadas para o ensino de equação do 2º grau reporta às orientações oficiais da BNCC e do Currículo de Pernambuco para o Ensino Fundamental – Anos Finais, aprofundando em seguida o recente método elaborado por Po-Shen Loh em setembro de 2019.

Compreendemos a partir de nossa investigação que os métodos apresentados nesta pesquisa, podem ser utilizados pelo professor como uma alternativa pedagógica para ensinar aos estudantes outras vias de resolução de equações do 2º grau sob a performance da Resolução de Problemas. A partir dessa investigação, pudemos evidenciar no trabalho desenvolvido com os professores participantes na Pesquisa de Campo, um trabalho colaborativo e reflexivo pensado para a sala de aula e na intenção de que esta proposta seja multiplicada com professores e estudantes da rede de ensino.

Nessa perspectiva, as vivências dos encontros formativos foram especialmente de grande significado e importância para as discussões acerca do nosso aporte teórico que trata da

Formação Continuada dos professores de Matemática, considerando o desenvolvimento profissional, a reflexão da prática docente e a importância da metodologia da Resolução de Problemas na formação continuada dos professores. Vale ressaltar que o sentimento e a atuação de cada um dos professores participantes na Pesquisa de Campo atestavam verdadeiramente a promoção de ações de atualização, aprimoramento e de valorização da reflexão do professor sobre sua própria experiência profissional.

Os dados desta pesquisa, caracterizada como qualitativa, foram coletados por meio de dois questionários Pré Minicurso e Pós Minicurso, registros e anotações das observações do professor mediador, registros dos professores participantes nas discussões individuais e em grupo, áudio e vídeo gravação dos encontros formativos presenciais e virtuais. Os dados coletados foram analisados por meio da Técnica de Triangulação de Dados, como defende Martins (2008) no que tange a convergência dos resultados sucedidos de diferentes fontes, oferecendo um excelente grau de confiabilidade à pesquisa.

Ao término de cada um dos encontros formativos na Pesquisa de Campo, foi possível identificar algumas particularidades referentes a cada um deles, desde a apresentação do projeto ao público alvo desta pesquisa, até o quarto e último encontro realizado. Cada encontro formativo revelou-se como estimulador e termômetro para o encontro seguinte.

O engajamento e participação dos professores participantes tornou o trabalho ainda mais dinâmico e aprazível para o desenvolvimento da proposta de ensino planejada para o Minicurso. Do encontro presencial ao virtual, tivemos 100% de frequência e total adesão aos problemas e discussões propostas a cada participante e a cada grupo.

Uma das particularidades que nos chamou a atenção neste trabalho foi a autonomia de cada grupo em participar da plenária, uma das etapas do roteiro de atividades da MRP. Em alguns momentos, um ou dois integrantes representavam todo o grupo durante a plenária, e em problemas mais complexos, todos os integrantes estavam envolvidos na plenária, apresentando, discutindo e formalizando suas ideias e estratégias.

A cada encontro, um estudo era proposto, novos olhares e profundas reflexões eram experenciadas por todos, inclusive pelo professor mediador. O cenário da investigação possibilitou significativamente aos professores participantes muita aprendizagem e novas *[re]*construções para ensinar e aprender além conceitos matemáticos e métodos de resolução. Os conhecimentos adquiridos pelos sujeitos, são respostas à pergunta norteadora desta pesquisa acrescidas da compreensão didático-metodológica dos métodos e da MRP propostos no desenvolvimento dos encontros formativos.

Reconhecer e diferenciar Resolução de Problemas de resolução de problemas, foi encantador. Aproximar a MRP as atividades problemas em cada situação proposta, acentuou o referencial teórico a prática da sala de aula de Matemática com vistas ao Roteiro de Atividades descrito por Onuchic e Allevato (2011). Preparar o problema, compreender o significado das leituras individual e coletivas, e dar sentido a um trabalho em grupo foram particularidades indescritíveis neste trabalho.

Desse modo, a experiência foi extraordinária, caminhamos em direção às respostas da pergunta que norteou nossa pesquisa. Desenvolvemos uma proposta de ensino para que novas aprendizagens à luz da MRP contribuam para o ensino de equações do 2º grau especialmente no 9º EF, e assim fomos enxergando e verificando o potencial do trabalho colaborativo em grupo, o respeito às diferenças no coletivo, o desenvolvimento reflexivo da prática da sala de aula, conceitos e o sentido da Matemática para resolver problemas e a capacidade de compartilhar e multiplicar novos conhecimentos entre os pares.

A análise dos dados e discussão dos resultados, concentraram-se nas abordagens do potencial da Metodologia da Resolução de Problemas, na ampliação e *[re]*construção dos conhecimentos dos professores em ensinar a resolver equações do 2º grau à luz do que preconiza a BNNC e o currículo vigente do estado e por meio do método de Po-Shen Loh.

A Pesquisa de Campo nos permitiu verificar e investigar o desempenho dos professores participantes na realização das atividades, nas discussões individuais e coletivas e por meio dos registros escritos, identificando os conhecimentos, as estratégias de ensino e a limitação dos métodos de resolução de equações do 2º grau. Há um destaque bem especial para toda essa experiência com o público alvo da pesquisa, conhecer e compreender a Metodologia da Resolução de Problemas, desde a abordagem teórica à sua prática.

Nessa direção, o estímulo para oferecer um trabalho colaborativo entre os pares, além de possibilitar por meio desta experiência formativa e reflexiva na mudança de ver a prática dos professores acontecer de uma forma mais precisa e efetiva visualizando o papel de mediador e colaborador de novas aprendizagens, tanto científicas como didático-metodológicas, foi muito significativa.

Diante do exposto, podemos evidenciar que o estudo investigativo acerca do ensino de equações do 2º grau sob a performance da Resolução de Problemas, revelou-se como uma alternativa promissora e possível que pode contribuir significativamente para qualificar o ensino e aprendizagem em Matemática, ao tempo em que possibilita mudanças e diferentes olhares para a prática pedagógica do professor.

Sendo assim, percebemos que os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas propostos pelos documentos oficiais curriculares vigentes e o método de Po-Shen Loh à luz da Resolução de Problemas, contribuem significativamente para o ensino de equações do 2º grau, visando potencializar o desempenho de professores na formação continuada como também no desempenho escolar dos estudantes.

Assim como todo trabalho científico, os estudos e conhecimentos acerca do nosso objeto de estudo abordado neste trabalho não se encerra aqui. Sugerimos que outras pesquisas voltadas ao ensino de equações do 2º grau sob a perspectiva da Resolução de Problemas possam ser realizadas para aprofundar ainda mais o interesse de pesquisa dessa temática visando contribuir para outros novos estudos, assim como esta pesquisa pode vislumbrar outras possibilidades de investigação.

Esperamos que esta pesquisa possa apoiar o trabalho do professor de Matemática na sala de aula compreendendo a essência da MRP para o ensino de Matemática e percebendo os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh como alternativas pedagógicas para a resolução de equação do 2º grau nas diversas e incontáveis situações e problemas que os estudantes necessitarem resolver não apenas no Ensino Fundamental, mas na Educação Básica e no Ensino Superior.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; PONTE, J. P. Professores de Matemática: Que formação? In. **Atas do Colóquio sobre o Ensino da Matemática: Anos 80**. Lisboa: SPM, p. 269-292, 1982.

ALLEVATO, N. S. G. Resolução de Problemas. In: **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência.** 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.

ALLEVATO, N. S. G.; VIEIRA, G. **Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações matemáticas: possibilidades para a aprendizagem**. Quadrante, v. 25, p. 113–132. 2016.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas**. Boletim GEPEM, v. 55, p. 133-154, 2009.

ALVES-MAZZOTTI, A. Parte II – O Método nas Ciências Sociais. In.: A. J. Alves-Mazzotti, F. Gewamdsznadjder. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 203 p., 1998.

BORBA, M. C. **A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. In.: REUNIÃO ANUAL da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 27., 2004. Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2004.

BRASIL, T. C. **O ensino da Geometria através de resolução de problemas: Explorando possibilidades na formação inicial de professores de Matemática**. 2017. 264 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. **Resolução CNE/CP n. 02/2015**, de 1º de julho de 2015. Brasília, Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, seção 1, n. 124, p. 8-12, 02 de julho de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRIZOLA, N. FANTIN, N. **Revisão de Literatura e Revisão Sistemática de Literatura**. RELVA, Juara – MT. v. 3, n. 2. p.23-39. jul/dez 2016.

COUTINHO, Renata Paixão. **Uma aplicação da resolução de problemas no ensino das equações do 2º grau.** 2016. 97 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

HOLANDA, G. S.; FARIAS, I. M. S. Estratégia da Triangulação: uma Incursão Conceitual. **Estratégia da Triangulação: uma Incursão Conceitual**. Atos de Pesquisa em Educação, [S.l.], v. 15, n. 4, p. 1150-1166, dez. 2020. ISSN 1809-0354. Disponível em: <https://proxy.furb.br/ojs/index.php/atosdepesquisa/article/view/8129>. Acesso em: 04 jun. 2022.

FAUSTINO, M. P. **Ações de formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede municipal de Presidente Prudente (SP) e saberes docentes**. 2011. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Presidente Prudente, 2011.

FERREIRA, M. J. **O potencial dos grupos interativos para o ensino de proporcionalidade: um estudo de caso com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.** 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2017.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

GOMES, R. D. Matematizando o método de Pó-Shen Loh, à luz da Resolução de Problemas. In: **Anais do Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Anais. Campina Grande (PB) UEPB, 2021. Disponível em: <https//www.even3.com.br/anais/xxvebrapem/454474-matematizando-o-metodo-de-po-shen-loh-a-luz-da-resolucao-de-problemas>. Acesso em: 20/06/2022.

GONÇALVES, R.; ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças**. 1. ed. Curitiba: Editora CRV, 2020.

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem- - avaliação de matemática na e além da sala de aula**. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas e a modelização matemática no processo de ensino - aprendizagem - avaliação: uma contribuição para a formação continuada do**

professor de matemática. 2014. 315 p. Tese - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2014.

HUANCA, R. R. H.; ALMEIDA, B. R. **O Ensino e a Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas na sala de aula: por quê?** Anais do III CONAPESC, Campina Grande, v. 1, Realize Editora, 2018.

HUANCA, R. R. H.; ASSIS, M. A. P. **Grupo de Estudos e Resolução de Problemas: potencialidades para formação continuada de professores de matemática.** Revista Temporis de Goiás; Anápolis. V. 18, N. 02, p. 71-98 de 250, jul./dez., 2018. Disponível em: < https://www.revista.ueg.br/index.php/temporisacao/issue/view/484>. Acesso em: 02/10/2021.

HUANCA, R. R. H.; SILVA, D. J. B.; SOUZA, P. Q. **Cálculo diferencial sob a perspectiva da Resolução de Problemas**. 1. ed. Campina Grande: PB. Editora EDUEPB, 2021.

KUHN, M. C.; BAYER, A. **A formação de professores em tempos de incertezas.** ACTA SCIENTIAE. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, ULBRA - Canoas, v. 15, n. 1, p. 226-236, 2013.

LEAL JUNIOR, L. C.; MISKULIN, R. G. S. Perspectivas de Resolução de Problemas por meio de Articulações entre Teoria, Prática e Conceitos sobre Comunidade de Prática. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Org.). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, p. 305-353, 2017.

LOH, P. S. **Simple Proof of the Quadratic Formula**. arXiv:1910.06709 [math.HO]. Disponível em: https://arxiv.org/pdf/1910.06709.pdf.

LÜDKE, M,; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MANSO, F. C. G; CARDOSO, F. A. R. Equação polinomial de grau dois: uma nova abordagem. In: SILVA, A. J. N; VIEIRA, A. R. L. (Org.) **Incompletudes e Contradições para os avanços da pesquisa em Matemática 3**. Ponta Grossa –PR: Atena, 2021. p. 211 – 259.

MARTINS, G. A. **Estudo de caso: uma estratégia de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2008. Disponível em:. Acesso em: 28 abr. 2022.

NCTM (2008). **Princípios e Normas para a Matemática Escolar** – tradução dos Principles and standards for school mathematics do NCTM, Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação educacional.

NÓVOA, A. **Os Professores e a sua Formação num Tempo de Metamorfose da Escola**. Educação & Realidade, Porto Alegre, v. 44, n. 3, e84910, 2019. Disponível em: Anais Jornada Acadêmica do Programa de Pós-graduação em Educação da Unisc

NÓVOA, A. Os professores e o “novo” espaço público da educação. In: TARDIF, M.; LESSARD, C. **O ofício de professor: história, perspectivas e desafios internacionais**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2008.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações, teses**. 5. ed. Elsevier, Rio de Janeiro, p. 197, 2011.

ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. Introdução ao Livro Perspectivas para Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Org.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G. Formação de Professores: mudanças urgentes na Licenciatura em Matemática. In: FROTA, Maria Clara Rezende; NASSER, Lilian (Org.). **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates**. Brasília: SBEM, p. 169 – 187, 2009.

ONUCHIC, L R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (orgs). **Educação Matemática - pesquisa em movimento**. 2.ed. São Paulo: Cortez, p. 213-231, 2005.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, p. 199-220, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 - 231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema - Mathematics Education Bulletin, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

OURIVES FILHO, N. A.; SANTOS, L. A.; NIELLA, G. R. **Equação do segundo grau: o que não deu certo?**

PEREIRA, E. C.; SANTOS, A. S.; **Uma abordagem sobre equações do 2º grau**. Multidebates, Palmas – TO. v. 4, n. 4, out 2020.

PEREZ, G. Formação de Professores de Matemática sob a Perspectiva do Desenvolvimento Profissional. In: Bicudo, M. A. V. (org.), **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo. EDUNESP, p. 263-282, 1999.

PEREZ, G.; COSTA, G. L. M; VIEL, S. R.; **Desenvolvimento Profissional e Prática Reflexiva Bolema**, Rio Claro – SP, v. 15, n. 17, maio 2002.

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Matemática**. Secretária de Educação, Recife: SE, 2012.

PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco: Ensino Fundamental: Matemática**. Secretaria de Educação e Esportes, Recife: SEE, 2019.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GRUPO DE TRABALHO DA INVESTIGAÇÃO- GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, p.11-34, 2005.

PONTE, J. P. Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. In: Ponte, J. P. et all. **Desenvolvimento profissional dos professores de Matemática: que formação?** 1 Edição. Sociedade Portuguesa de Ciência da Educação, 1996.

PONTE, J. P. (2006). **Estudos de caso em Educação Matemática**. Bolema, v. 25, p. 105-132, 2006.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; PEREIRA, J. M.; BAPTISTA, M.; **O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 868 - 891, dez. 2016.

PRADO, E. M. S. **Um novo olhar sobre o ensino de equação e função do segundo grau**. 2014. (Dissertação em Matemática) - Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2014.

QUEIROZ, D. T.; VALL, J.; SOUZA, A. M.; VIEIRA, N. F. C. **Observação participante na pesquisa qualitativa: conceitos e aplicações na área da saúde**. Revista Enfermagem UERJ, v.15, n.2, p. 276-283, 2007.

ROMANATTO, M. C. **Resolução de Problemas nas aulas de Matemática**. Revista Eletrônica da Educação, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 299-311, mai.2012.

ROMANATTO, M. C. **O livro didático: alcances e limites**. 2008. Disponível em: http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr19Mauro.doc. Acesso em: 12 fev. 2021.

SANTOS, M. S. **Estudo de Resultados Clássicos sobre Zeros de Polinômios**. 2021. Dissertação - (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências e Tecnologia Presidente Prudente 2021.

SADALLA, A. M.; LAROCCA, P. **Autoscopia: um procedimento de pesquisa e de formação**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 419-433, 2004.

SCHÖN, D. A. Formar Professores como Profissionais Reflexivos. In: Nóvoa, A. **Os Professores e a sua Formação**. 2 Edição. Lisboa. Dom Quixote, 1995.

SILVA, E. T. De como ser um mau professor/ de como ser um bom professor. **O professor e o combate à alienação imposta**. São Paulo: Cortez, 1991.

SILVA, E. A. C. E.; OLIVEIRA, N. D. S. D. D.; CAMARGO, J. A. Revisitando a Resolução da Equação do Segundo Grau nas Séries Finais do Ensino Fundamental. In**: Encontro conversando sobre extensão na UEPG**, 14., 2016. Ponta Grossa. Anais Eletrônicos. Ponta Grossa: UEPG, 2016.

STAKE, R. E. Qualitative case studies. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Eds.). **The Sage Handbook of qualitative research**. 4. ed. Thousand Oaks: Sage, p. 443 – 466, 2005.

STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam**. Porto Alegre: Penso, p. 263, 2011.

VALE, Alberton Fagno Albino do. **AS DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU**. 2013. 75 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2013.

VAN DE WALLE, J. A**. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICE – PRODUTO EDUCACIONAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RENATO DUARTE GOMES

ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU: UMA PROPOSTA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

CAMPINA GRANDE – PB
2022

RENATO DUARTE GOMES

ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU: UMA PROPOSTA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca.

CAMPINA GRANDE – PB
2022

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este Produto Educacional é fruto de uma pesquisa do Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM), da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), intitulado “Ensino e Aprendizagem de equações do 2º grau: uma proposta através da Resolução de Problemas”, sendo este, integrante à Dissertação de Mestrado do Professor Renato Duarte Gomes sob a orientação do Professor Dr. Roger Ruben Huaman Huanca. Este E-Book é uma ferramenta pedagógica proposta para professores de Matemática que atuam no ensino Fundamental, especialmente nos 8º e 9º Anos desta etapa de escolaridade visando o ensino e a aprendizagem de equações do 2º grau. Nesta proposta pedagógica enfatizamos a importância do ensino de equação do 2º grau através da Resolução de Problemas de modo a contribuir com as práticas metodológicas das aulas de Matemática que contemplem o ensino de equação do 2º grau no contexto da Álgebra, Geometria e outros eixos temáticos dessa grande área do conhecimento. Este E-book contém uma coletânea de problemas geradores e estratégias de resolução com detalhamento dos procedimentos realizados para encontrar a solução do problema por meio de vários métodos de resolução. Neste material, apresentamos os problemas geradores, buscando aproximar as situações tão comuns e presentes em nosso cotidiano relacionando o ensino de equação do 2º grau com outros conteúdos matemáticos. Em acréscimo, apresentamos outras sugestões de materiais de apoio ao professor para que o mesmo, pesquise, estude, conheça e enriqueça sua prática docente assumindo uma postura investigativa para trazer resultados promissores para estudantes, escola e a si mesmo. Dessa forma, esperamos que este material possa contribuir de forma significativa, possível, aplicável e colaborativa para potencializar as aulas de Matemática na Educação Básica, além colaborar com a aprendizagem e o sucesso escolar de todos.

Os autores

1 INTRODUÇÃO

A aplicação e a resolução de problemas no ensino de equação do 2º grau estão bem presentes em muitas situações da nossa vida, pois são tópicos muito explorados nos anos Finais do Ensino Fundamental para a construção de conceitos, desenvolvimento cognitivo e algébrico dos estudantes, sendo estes necessários para estimular o raciocínio, a capacidade de análise e argumentação matemática.

Resolver equações quadráticas é uma prática muito comum para os estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais e do Ensino Médio. Muitos métodos e procedimentos são ensinados e empregados para encontrar a(s) solução(ões) e/ou o conjunto solução de uma equação desse grau. Acredita-se que, na Educação Básica, hão de ser sistematizadas possibilidades para o processo de formação continuada do professor e desenvolvimento do estudante no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, favorecendo a apropriação e compreensão dos significados e características de conceitos relativos ao ensino de equação do 2º grau.

Pereira e Santos (2020) comentam que:

> Estudar equação do 2º grau deixou de ser um ato mecânico de decorar fórmulas, tabuada, regras etc. Acredita-se que para a superação de problemas matemáticos é necessário um planejamento que inclua atividades diversificadas e individuais, estudo constante, dedicação e muita competência, o que não é diferente no contexto dos problemas envolvendo equações do 2º grau (PEREIRA; SANTOS, 2020, p. 43).

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular, documento orientador para o ensino no Brasil, propõe que o processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo deve ser iniciado já no 8º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais sem a utilização de fórmulas e, em seguida, aprimorado e ampliado no Ensino Médio. Acrescentamos ainda, que resolver equação do 2º grau, não está condicionado ao uso de fórmulas para descobrir ou identificar sua solução, uma vez que, inicialmente o ensino de equação desse tipo é explorado com vistas ao tipo e classificação da equação – completa ou incompleta.

Nessa direção, percebemos na prática docente que os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas podem ser explorados no ensino de equação do 2º grau e por sua vez, apresenta um conjunto de informações necessárias para a construção de novas e significativas aprendizagens. Mais especificamente, no que diz respeito a utilização dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas para resolução de equações do 2º grau, acreditamos que esse processo pode auxiliar tanto a prática docente como a aprendizagem dos estudantes, desde que leve em consideração a realidade do contexto social dos estudantes e a abordagem dos métodos utilizados nesse ensino.

Diante do atual cenário, acreditamos que é pertinente a realização de investigações que contemplem diferentes abordagens, métodos, contextos e materiais direcionados ao processo de ensino e aprendizagem de equação do 2º grau na Educação Básica, de certo que as exigências e constantes demandas escolares requerem dos professores uma prática mais dinâmica, criativa e significativa para o fazer docente, como destacam Allevato e Onuchic (2014, p. 41), sobre “a busca por renovadas formas de realizar o ensino, a aprendizagem e a avaliação em Matemática”, e sobre suas implicações e formas de implementação em sala de aula de Matemática.

Pensando na sala de aula e nos desafios que muitos professores de longa carreira profissional e até mesmo os iniciantes enfrentam no chão da escola, nos impulsionou a realização da pesquisa de Mestrado Profissional no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM/UEPB): Performance da Resolução de Problemas no ensino de Equação do 2º grau, um estudo dos métodos de Fatoração e do método de Po-Shen Loh.

Nesta pesquisa de natureza qualitativa, realizada com professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, buscamos investigar as contribuições de uma proposta de ensino através da Resolução de Problemas para a construção e ampliação dos conhecimentos dos professores de Matemática do 9º Ano do EF, sobre a articulação dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh na resolução de equações do 2º grau.

A partir do desenvolvimento e dos resultados obtidos nessa pesquisa, percebemos que poderíamos contribuir ainda mais com os nossos pares através de um material de apoio ao professor de Matemática no ensino de equação do 2º grau. Buscamos então elaborar um E-book como produto da pesquisa que realizamos, na intenção de disseminar parte de nossa pesquisa e auxiliar a prática pedagógica do professor com um material acessível de forma digital e/ou físico, prático, aplicável e pensado para a sala de aula.

Sabendo que na prática da sala de aula, os professores têm buscado alternativas diferenciadas para ensinar viabilizando o ensino e aprendizagem de sua disciplina segundo as orientações do currículo escolar e que desta forma, assume um papel importante desde a organização, planejamento e metodologia adotada em sua prática docente. Sendo assim, o E-book foi elaborado numa abordagem pedagógica e norteada à luz dos documentos oficiais curriculares da rede de ensino, convidando professores a pesquisar, estudar, conhecer e enriquecer sua prática compreendendo melhor seu papel de mediador e sua relevância para o sucesso escolar dos estudantes.

2 APRESENTANDO O E-BOOK COMO PRODUTO EDUCACIONAL

A construção de produtos educacionais é uma particularidade dos processos de formação em mestrado profissional em ensino, emergidos a partir de problemáticas encontradas nas próprias realidades profissionais, sendo estes relevantes por colaborar com a formação dos pesquisadores das mais diversas áreas, sendo esse um dos objetivos centrais desse tipo de formação (MOREIRA, 2004).

Segundo Moreira (2004), os produtos educacionais são ferramentas elaboradas pelos próprios profissionais que estão em formação e que comportam conhecimentos organizados cujo objetivo é viabilizar a prática pedagógica. O autor, destaca que este recurso não se trata de instrumentos que não tenham sentido e significado, mas que surgem de uma realidade que precisa deste recurso, para resolver as problemáticas identificadas na própria realidade.

Sendo assim, Locatelli e Rosa (2015), concordam que:

> Tais produtos, apesar de se constituírem como objeto dos mestrados profissionais, não são de sua exclusividade, pois sabe-se que os professores recorrem a esses instrumentos didáticos independentemente de estarem ou não realizando curso de mestrado profissional (LOCATELLI; ROSA, 2015, p. 197).

Corroborando com essas ideias, Oliveira (2018) pontua que:

> O Mestrado Profissional em Ensino propõe a elaboração e construção de um produto educacional ao término da pesquisa, que possa contribuir com práticas de caráter educacional, sendo utilizado por docentes e discentes, esperando, através da utilização dele, fortalecer a abordagem de conteúdos de uma área específica (Oliveira, 2018, p. 6).

Partindo dessa perspectiva, compreendemos que o objetivo de um produto educacional deve se constituir como um material que possa ser utilizado por outros profissionais, e que após a sua elaboração e aplicação, uma tarefa necessária é a sua respectiva divulgação (MOREIRA, 2004, p. 134). Cabe aqui ressaltar que tanto a materialização quanto o acesso aos produtos educacionais, sejam por parte do pesquisador e/ou do público em geral, precisa ser compreendida como um recurso ou ferramenta pedagógica que apontam caminhos para enriquecer a prática do professor, trazendo possíveis estratégias para soluções de problemáticas reais do cotidiano escolar.

Nesse sentido, refletimos o produto educacional como uma possível alternativa de viabilização para qualificar a prática pedagógica do professor por meio da pesquisa, ação necessária na formação continuada dos professores. Assim, buscamos contribuir com nossos pares, construindo o E-book intitulado “Ensino e Aprendizagem de Equação do 2º grau: uma proposta através da Resolução de Problemas”, cujo principal objetivo é contribuir como um recurso didático que auxilie o trabalho pedagógico dos professores de Matemática do 9º Ano do Ensino Fundamental no ensino de equação do 2º grau à luz da Resolução de Problemas.

Considerando a relevância deste produto educacional desde a sua elaboração, apresentamos alguns objetivos mais específicos:

- visualizar a seleção e aplicação de problemas geradores nas aulas de Matemática que contemplem o ensino de equação do 2º grau no contexto da Álgebra, Geometria e outros eixos temáticos dessa grande área do conhecimento;
- compreender o processo da resolução de problemas geradores segundo o desenvolvimento do Roteiro de Atividades da metodologia da Resolução de Problemas;
- disponibilizar materiais de subsídio pedagógico para o ensino de equação do 2º grau frente às avaliações externas no 9º Ano do Ensino Fundamental;
- compartilhar informações e orientações acerca do ensino de equação do 2º grau, Resolução de Problemas, documentos oficiais curriculares e oportunidades para a formação dos professores.

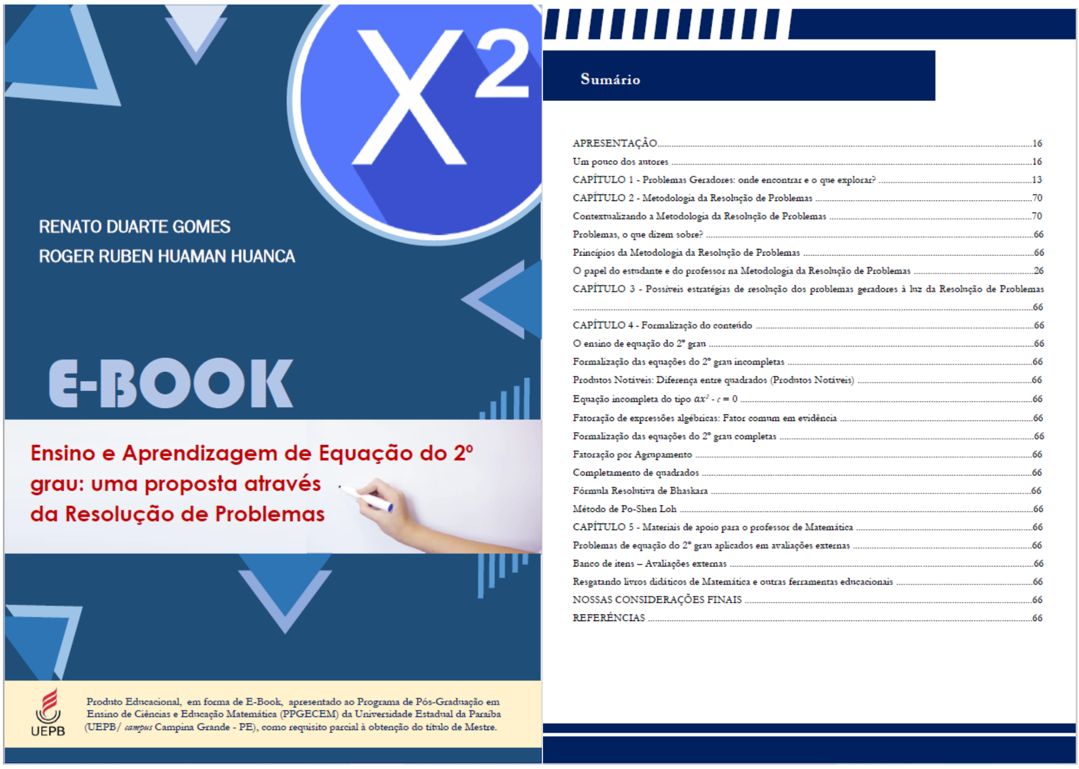
O E-book como produto educacional, foi criado e arquivado na plataforma *Genialy*, uma ferramenta digital disponível em versão gratuita que integra variados e criativos recursos em seu formato digital e possibilita sua versão em PDF a partir do download. Para conhecê-lo, disponibilizamos o link de acesso abaixo:

Link (acesso e download)
https://view.genial.ly/63955d3b76c5380018951fbe/interactive-content-produto-educacional-2022

2.1 Conhecendo os Capítulos do E-Book

O E-book surgiu do desenvolvimento das oficinas realizadas na Pesquisa de Campo e do desejo de contribuir com os professores de Matemática que atuam diretamente no 9º Ano do Ensino Fundamental. Para abarcar o nosso interesse de pesquisa e enxergar a sala de aula de Matemática, este E-book foi estruturado em cinco capítulos, seguidos da apresentação inicial e do sumário.

Figura 1: Capa e Sumário do E-Book



Fonte: Elaborado pelos Autores

Capítulo 1

Problemas Geradores: onde encontrar e o que explorar?

Os capítulos do E-Book foram organizados de acordo com a pesquisa do Mestrado e pensados para potencializar o ensino de equação do 2º grau através da Resolução de Problemas na Educação Básica. Nessa perspectiva, pensamos em iniciar nosso trabalho reunindo problemas geradores, ponto de partida da metodologia estudada e proposta por Onuchic e Allevato (2011). Este capítulo inicial, propõe ao professor uma oportunidade de visualizar os problemas para além do ensino de equação do 2º grau.

Capítulo 2

Metodologia da Resolução de Problemas

No segundo capítulo, trazemos um aprofundamento teórico acerca da metodologia da Resolução de Problemas, norteando seus princípios e o Roteiro de Atividades propostos pelas autoras acima supracitadas. Neste capítulo apresentamos ao professor algumas considerações acerca dos conceitos e definições de "problemas" discutidos por alguns pesquisadores.

Destacamos neste capítulo a essência do Roteiro de Atividades propostos para a sala de aula de Matemática, compreendendo sua preparação, organização e dinâmica na prática docente, refletindo qual o papel do professor e do estudante nesse processo.

Capítulo 3
Possíveis estratégias de resolução dos problemas geradores

No capítulo 3, apresentamos possíveis estratégias de resolução para os problemas geradores presentes no Capítulo 1 do E-Book. Para este capítulo, atentamos para o detalhamento dos processos e abordagens matemáticas pensadas não apenas para resolver o problema, mas também para direcionar o professor frente a formalização do conteúdo. Vale destacar que, trazemos as possíveis resoluções como sugestões para o professor.

Capítulo 4
Formalizando o conteúdo

Posterior ao Capítulo 3, trazemos uma abordagem teórica dos métodos de resolução utilizados em nossa pesquisa, segundo as orientações dos documentos curriculares oficiais e em acréscimo a essas orientações, propomos duas estratégias de resolução que se constituem por meio de fórmulas matemáticas. Sistematicamente, apresentamos a formalização do conteúdo de equações do 2º grau desde a resolução das equações incompletas à resolução das equações completas.

Capítulo 5
Materiais de apoio ao professor de Matemática

Para encerrar o E-Book, buscamos oferecer além dos capítulos anteriores, um material complementar e de apoio ao professor diante de um cenário escolar que tanto tem exigido dos professores de Matemática. Pensando nos desafios da sala de aula e do contexto extraescolar, oferecemos como sugestão para conhecer e experimentar, um Banco de Itens aplicados em avaliações externas que avaliam o estudante ao resolver problemas que envolvem equação do 2º grau.

Pensando além, oferecemos ao professor através de um quadro, os sites de alguns sistemas educacionais de avaliação que anualmente e/ou bienalmente aplicam esses itens através dos cadernos de testes. Para não se limitar a estrutura de problemas voltados a itens de avaliação, sugerimos um Blog que reúne coleções de livros didáticos em formato de PDF, dos quais utilizamos para selecionar os problemas geradores em nossa pesquisa.

Por fim, ao elaborar este material, refletimos em sugerir algo a mais a cada leitor conectando as informações de cada capítulo com uma proposta de leitura e reflexiva. A partir dessa ideia, elaboramos quatro quadros estratégicos e sugestivos ao leitor para instigá-los a conhecer novas informações e oportunidades de aprendizagem. Assim, intitulamos os quatro quadros: Historiando com você!, Pesquisando um pouco mais, Refletindo com meus estudantes! e Tirando dúvidas!.

2.2 O que sugerem os quadros estratégicos ao leitor?

Os quadros estratégicos elaborados e propostos ao longo do E-Book têm a intenção de compartilhar informações e orientações acerca do ensino de equação do 2º grau, Resolução de Problemas, documentos oficiais curriculares e oportunidades para a formação dos professores em desenvolvimento profissional. Assim, convidamos os leitores a conhecer e aprofundar seus conhecimentos com cada uma das sugestões dos quadros estratégicos.

Figura 2: Quadro Historiando com você!

Historiando com você!

Segundo alguns historiadores da matemática, há rudimentos de problemas do segundo grau em tábulas babilônicas antigas. Os babilônios habitaram a Mesopotâmia por volta de 2000 a 1600 a.C. e produziram centenas de tábulas de argila, às quais devemos nossas informações sobre a matemática babilônica antiga. Embora numa estrutura bem diferente da atual, há registros que indicam que os babilônios eram capazes de resolver algumas equações quadráticas, principalmente usando um método similar ao que conhecemos hoje como método de completar quadrados.

SOUZA, R. C. de. Equações algébricas: estudos e sala de aula. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017. p. 11.

Fonte: Elaborado pelos Autores

No quadro **Historiando com você!** apresentamos uma leitura mais sucinta e precisa sobre uma abordagem específica do capítulo, resgatando a história da Matemática como elemento importante a ser discutido com os estudantes em sala de aula ou até mesmo, para conhecer novas fontes de informações.

Figura 3: Quadro Pesquisando um pouco mais

Pesquisando um pouco mais

Conheça um pouco mais da trajetória da professora doutora Lourdes de la Rosa Onuchic através da entrevista publicada na Revista História da Matemática para Professores!

RHMP, Natal (RN), v. 6, n. 2, out. 2020. Disponível em https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/issue/view/7

Fonte: Elaborado pelos Autores

Para instigar a curiosidade e oferecer caminhos na busca de novos conhecimentos, propomos o quadro **Pesquisando um pouco mais**, onde convidamos o professor a uma reflexão que exige do mesmo, uma pausa para uma leitura acompanhada de novas e significativas aprendizagens.

Figura 4: Quadro Tirando dúvidas

Tirando dúvidas!

Resolvendo problemas

Em muitas resoluções é comum encontrarmos na grande maioria das respostas dos estudantes, a utilização de $\pm\sqrt{\ }$. Você utiliza esse procedimento para calcular? É correto utilizar esse procedimento?

Que tal conferir um curto e significativo vídeo que te ajudará a refletir sobre esses questionamentos!

Disponível em https://youtu.be/3wraEeIx7M8

Fonte: Elaborado pelos Autores

Como sempre somos surpreendidos por nossos estudantes, e que por vezes chegamos a questionar alguma situação no ensino da Matemática, propomos uma pausa para o quadro **Tirando dúvidas!**,

Figura 5: Quadro Refletindo com meus estudantes

Refletindo com meus estudantes!

A equação do amor ou declaração de amor?

A partir da equação, $x^2 - 2amox + a^2m^2o^2 - t^2e^2 = 0$ você encontrará duas soluções, as quais chamam a atenção para quem as encontra. Que tal se emocionar resolvendo a equação!

Ah! Essa equação não é um passatempo, mas sim, uma oportunidade para discutir com nossos estudantes!

Fonte: Elaborado pelos Autores

No quadro **Refletindo com meus estudantes**, oferecemos a oportunidade de os professores de forma criativa e reflexiva, dialogar e explorar os conceitos matemáticos inferindo informações em textos diversos com seus estudantes.

3 O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU NA EDUCAÇÃO BÁSICA

3.1 Recomendações dos documentos curriculares oficiais

Segundo Gomes (2021), a aplicação e a resolução de problemas no ensino de equação do 2º grau estão bem presentes em muitas atividades da nossa vida, pois é um conteúdo muito explorado nos anos finais do Ensino Fundamental para construção de conceitos, desenvolvimento cognitivo e algébrico dos estudantes, necessários para estimular o raciocínio, a capacidade de análise e argumentação matemática.

Considerando o ensino de equação do 2º grau, do ponto de vista algébrico e do princípio normativo, garantido constitucionalmente por meio dos Documentos Oficiais Curriculares, destacamos para aprofundamento dessa pesquisa, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO 2012; 2019), como sendo os principais documentos norteadores que orientam e sugerem pedagogicamente os conceitos e o desenvolvimento das competências previstas para o ensino de equação do 2º grau no Ensino Fundamental – Anos Finais.

Levando em consideração o cenário da Educação Básica, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), considerava apenas que o ensino de equação do 2º grau fosse uma particularidade do 9º Ano EF, sem atentar que esse assunto é explorado e trabalhado no ensino de Fatoração de Expressões Algébricas no 8º Ano EF.

Com vistas a ampliar os mais variados procedimentos, métodos e estratégias de como resolver problemas e/ou tarefas no ensino dessa equação, BRASIL (2018), propôs para o 9º Ano EF no objeto de conhecimento Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações, na unidade temática Álgebra, desenvolver a habilidade "(EF09MA09) Compreender os processos de Fatoração de Expressões Algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau" (BRASIL, 2018, p. 317).

3. 2 Equações do 2º grau incompletas

A formalização do conteúdo de equação do 2º grau incompletas presente em nossa pesquisa, atende as habilidades (EF09MA09) e (EF08MA09) propostas na BNNC, tomando como referência a Fatoração de Expressões Algébricas e sua relação com os Produtos Notáveis. Em nossa pesquisa, aprofundamos matematicamente três formas de resolução para as equações do 2º grau incompletas sem utilização de fórmulas: (1) equações do tipo $ax^2 = 0$; (2) $ax^2 + bx = 0$: Fator comum em evidência e (3) $ax^2 - c = 0$: Diferença entre quadrados (Produtos Notáveis).

No Capítulo 4 do E-book, encontramos a formalização conceitual de cada um dos casos acima apresentados, conforme podemos ver na Figura 6.

Figura 6: Formalização das equações do 2º grau incompletas

Fatoração de expressões algébricas: Fator comum em evidência
Equação Incompleta do tipo $ax^2 + bx = 0$

O procedimento utilizado nesse método, será possível quando existir um fator que se repete ou seja comum aos coeficientes a e b da equação. Esse fator pode ser apenas a incógnita da equação, como pode ser um número acompanhado da incógnita, derivado de uma simplificação via divisão.

Equação incompleta	$\rightarrow$	$ax^2 + bx = 0$
Retomando cada termo da equação	$\rightarrow$	$a \cdot x \cdot x + b \cdot x = 0$
Identificando o fator comum	$\rightarrow$	$x\,(ax + b) = 0$

Nessa etapa, faz-se necessário apresentar a propriedade do produto nulo, que apresenta a multiplicação de dois termos igual a zero, quando um dos fatores é zero. Assim, temos $x = 0$ ou $(ax + b) = 0$. Logo, temos $x = 0$ como uma raiz e $(ax + b) = 0$

$$ax + b = 0$$
$$ax = -b$$
$$x = -\frac{b}{a}$$

Então, obtemos duas e distintas raízes, sendo $x_1 = 0$ e $x_2 = -\frac{b}{a}$. Portanto, os dois valores obtidos correspondem ao conjunto solução da equação, sendo representado por $S = \left\{-\frac{b}{a}; 0\right\}$.

Formalização das equações do 2º grau completas

Fatoração por Agrupamento
Equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$

Fonte: Elaborado pelos Autores

3. 3 Equações do 2º grau completas

Para a formalização do conteúdo das equações do 2º grau completas em atenção a habilidade (EF09MA09) prevista e norteada na BNNC, tomamos como referência na resolução dos problemas, um método de Fatoração de Expressões Algébricas e uma articulação dos Produtos Notáveis, destacamos um aprofundamento matemático através de duas formas de resolução para as equações do 2º grau completas sem utilização de fórmulas: (1) Fatoração por Agrupamento e (2) Completar quadrados: Trinômio quadrado perfeito.

Para além dessas estratégias de resolução, apresentamos duas vias de resolução que fazem uso de fórmulas: (1) Fórmula resolutiva de Bhaskara e o (2) Método de Po-Shen Loh. Compreendemos que tais métodos podem contribuir para um maior número de possiblidades de resolução de problemas que tratem dessa natureza. No Capítulo 4 do E-Book, apresentamos o detalhamento de como essas fórmulas foram generalizadas partindo dos processos de Fatoração, como vemos na Figura 7.

Figura 7: Formalização das equações do 2º grau completas

Fórmula resolutiva de Bhaskara
Equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$

O método resolvente de Bhaskara, muito conhecido e utilizado para resolver equações do 2° grau completas e também incompletas, consiste na generalização do método de completar quadrados. A partir dessa fórmula, é possível encontrar as raízes de uma equação do 2° grau por meio de seus coeficientes *a*, *b* e *c* e do cálculo do discriminante.

O discriminante é o número $b^2 - 4ac$, muito importante para compreender o número de soluções de uma equação do 2° grau, sendo muito conhecido pelo símbolo, a letra grega △ (delta), utilizada para representá-lo. O discriminante é parte integrante da fórmula resolutiva de Bhaskara, onde vamos deduzir a seguir:

→ Inicialmente, vamos considerar a equação completa do 2° grau na forma geral $ax^2 + bx + c = 0$, com *a*, *b* e *c* reais em que $a \neq 0$.

→ Em seguida, simplificamos cada membro da equação pelo coeficiente *a*;

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$
$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

→ continuando, buscamos isolar o termo independente (coeficiente) no 2° membro;

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

Fonte: Elaborado pelos Autores

Ainda neste capítulo, percebemos a notoriedade de cinco formas de resolução que não fazem uso de fórmula matemática e que por vezes não são tão exploradas em sala de aula. Neste capítulo trazemos um destaque para o detalhamento do recente método do norte-americano Po-Shen Loh que elaborou uma fórmula resolver equações do 2º grau em dezembro de 2019.

4 A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

4.1 Contextualizando a Metodologia de Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas, por volta do final da década de 1990, foi caracterizada como uma tendência de estudos por meio de uma nova abordagem teórico-metodológica para a prática de ensino, tornando-se um movimento educacional nos processos de ensino, aprendizagem e avaliação.

Nesse período, reformas educacionais, diretrizes e matrizes curriculares sobre a Resolução de Problemas passaram por profundas mudanças a partir das reflexões da contextualização decorrente "da processualidade na produção acadêmica da Educação Matemática, como um meio que engloba e que fornece um pano de fundo para se compreender o campo da Resolução de Problemas" (LEAL JUNIOR; MISKULIN, 2017, p. 307).

No final dos anos 90 e início dos anos 2000, o NCTM apresenta cinco Padrões de Procedimento para a Matemática Escolar, entre eles, a Resolução de Problemas é o primeiro procedimento indicado e recomendado para o ensino de Matemática através da resolução de problemas. Aqui no Brasil, o grupo de pesquisadores da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, campus Rio Claro, liderados pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, intensificaram seus estudos com vistas as recomendações dos documentos e diretrizes curriculares oficiais.

No tocante a notoriedade da concepção do ensino de Matemática "através da Resolução de Problemas" já difundido no Brasil e acompanhado pela renovação em suas orientações curriculares, Onuchic (1999), dedicou-se a investigar e apresentou três frentes da abordagem da Resolução de Problemas: (1) o ensino sobre a resolução de problemas; (2) o ensino para a resolução de problemas e (3) o ensino através da resolução de problemas.

Considerando a terceira abordagem estudada e apresentada por Onuchic e seu grupo de pesquisa, como uma alternativa metodológica na sala de aula de Matemática, constituindo-se de três elementos distintos e integrantes no desenvolvimento das atividades em sala de aula: o ensino, a aprendizagem e a avaliação.

Por essa razão, chegam à conclusão de que a concepção de trabalhar Matemática através da resolução de problemas, tem uma estreita relação com "a expressão ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica que integra a avaliação às atividades de sala de aula, entendemos como uma metodologia, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 43).

Academicamente compreendida e delimitada como metodologia, a MRP se configura por sua essência didático-pedagógica estudada e defendida pelas autoras acima citadas, as quais situam o ensino sobre e para a resolução de problemas como práticas tradicionais ao processo de ensinar e aprender Matemática. Portanto, ensinar Matemática através da Resolução de Problemas permeia uma proposta mais próxima e eficiente para o ensino e a aprendizagem dos estudantes.

A metodologia da Resolução de Problemas constitui-se como uma oportunidade e um caminho para os que os estudantes aprendam Matemática, não se limitando a apenas a resolver problemas. Essa metodologia prescreve a ideia de fazer Matemática com compreensão, trabalhando-a de forma completa e inteira, com vistas a produzir e dar sentido a saber fazer Matemática. Nesse sentido, Romanatto (2008, p. 1) reitera que "a resolução de problemas se apresenta como um dos caminhos mais promissores para o "fazer Matemática" em nossas salas de aula".

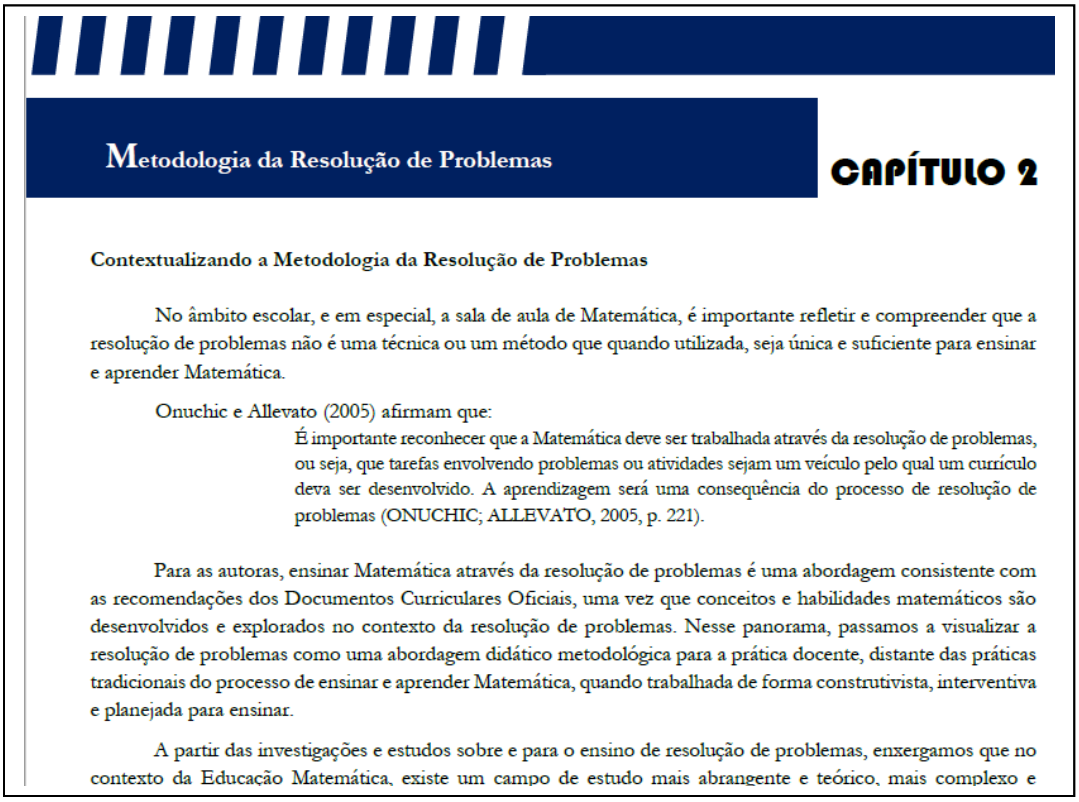
4.2 O Roteiro de Atividades e a dinâmica em sala de aula

Onuchic e Allevato (2011), partindo de suas investigações e olhares para a sala de aula, consideram importante ampliar algumas etapas no roteiro de atividades para o desenvolvimento da MRP. Partindo da sua importância e dimensão na MRP, no cenário da Educação Matemática, Allevato e Onuchic (2014) aprofundam seus estudos e visando apoiar o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, sugerem um novo roteiro de atividades, composta de dez etapas para sua organização e seu desenvolvimento.

Consciente dessa condição, o professor que busca ou tende a implantar em suas aulas a metodologia da Resolução de Problemas, precisa refletir sobre o tempo de estudo para o ensino em sala de aula; as situações que podem ocorrer no desenvolvimento de como intervir na aula e, como a seleção dos problemas – geradores – podem favorecer a aprendizagem dos estudantes. Analisar cada uma dessas partes, podem subsidiar e potencializar o desenvolvimento das atividades propostas pelo professor em suas aulas.

Para este trabalho, tomamos como atual e preciso, o roteiro de atividades estruturado em nove etapas, como indicam Onuchic e Allevato (2011). As etapas e detalhamento de cada uma delas, estão presentes no capítulo 2 do E-Book, bem como a contextualização da Metodologia da Resolução de Problemas, aporte teórico que sustenta a pesquisa dissertativa dos autores, além de situar os professores acerca do que compreendem sobre problemas e o que dizem alguns pesquisadores sobre essa abordagem.

Figura 8: Página inicial do Capítulo 2



Metodologia da Resolução de Problemas

CAPÍTULO 2

Contextualizando a Metodologia da Resolução de Problemas

No âmbito escolar, e em especial, a sala de aula de Matemática, é importante refletir e compreender que a resolução de problemas não é uma técnica ou um método que quando utilizada, seja única e suficiente para ensinar e aprender Matemática.

Onuchic e Allevato (2005) afirmam que:

> É importante reconhecer que a Matemática deve ser trabalhada através da resolução de problemas, ou seja, que tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam um veículo pelo qual um currículo deva ser desenvolvido. A aprendizagem será uma consequência do processo de resolução de problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 221).

Para as autoras, ensinar Matemática através da resolução de problemas é uma abordagem consistente com as recomendações dos Documentos Curriculares Oficiais, uma vez que conceitos e habilidades matemáticos são desenvolvidos e explorados no contexto da resolução de problemas. Nesse panorama, passamos a visualizar a resolução de problemas como uma abordagem didático metodológica para a prática docente, distante das práticas tradicionais do processo de ensinar e aprender Matemática, quando trabalhada de forma construtivista, interventiva e planejada para ensinar.

A partir das investigações e estudos sobre e para o ensino de resolução de problemas, enxergamos que no contexto da Educação Matemática, existe um campo de estudo mais abrangente e teórico, mais complexo e

Fonte: Elaborado pelos Autores

Em resumo, neste capítulo apresentamos o Roteiro de Atividades sugeridos por Onuchic e Allevato (2011), com vistas a implantação da metodologia da Resolução de Problemas nas aulas de Matemática a MRP, refletindo o que a dinâmica dos nove passos propostos nesse roteiro podem subsidiar e potencializar o desenvolvimento das atividades propostas pelo professor em suas aulas. Entretanto, tratamos da organização e dos crescentes estudos dos três roteiros apresentados: Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2011) e Allevato e Onuchic (2014).

Por fim, esboçamos um quadro que propõe uma análise do percurso do Roteiro de Atividades proposto por Allevato e Onuchic (2014), compreendendo o papel do professor como mediador e o lugar central do estudante no processo de ensino e aprendizagem, dialogando com as etapas de ordem individual e coletiva, como vemos na página 19 do E-Book.

5 ATIVIDADES PROPOSTAS

5.1 Problemas Geradores

Compreendendo a importância dos problemas geradores segundo a metodologia da Resolução de Problemas, apresentamos um panorama de problemas geradores onde propomos explorar o ensino de equação do 2º grau com os estudantes no primeiro capítulo do E-Book. Os problemas geradores apresentados, baseiam-se nas orientações didático-pedagógicas dos documentos curriculares vigentes segundo as habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular.

Reunimos neste capítulo dez problemas, acompanhados da referência da fonte de pesquisa, ao tempo em que destacamos a habilidade proposta para a aplicação e exploração do problema. Nessa organização, sugerimos em qual ano do Ensino Fundamental podemos aplicar o problema e quais conteúdos podemos abordar e explorar através do problema gerador apresentado, como podemos visualizar na Figura 9.

Figura 9: Problema Gerador 5 – Capítulo 1

Problema 5

Laranjas

O custo em reais de 25 laranjas é igual ao número de laranjas que podemos comprar com um real. Qual é o número de laranjas que se pode comprar com três reais?

Onde encontrar esse problema?
Arquivo do Minicurso Resolução de Problemas: Convite ao Ensino de Matemática, realizado no 2º Congresso Universitário da UEPB, 2022.

Qual a habilidade é avaliada neste problema?
(EF08MA09) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Ano de escolaridade
8º e 9º Anos do Ensino Fundamental

Quais conteúdos podem ser abordados e explorados no problema?
Sistema Monetário, Regra de Três e Equação do 2º grau no contexto da Álgebra.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Alguns dos problemas apresentados foram aplicados, explorados e analisados na Pesquisa de Campo do trabalho de Dissertação do primeiro autor deste E-book. Os demais problemas foram selecionados a partir do estudo de livros didáticos, pesquisas na internet, participação em eventos e outras fontes.

5.2 Estratégias de Resolução dos problemas geradores

Além de oferecer um panorama de problemas geradores, buscamos descrever e detalhar algumas possíveis estratégias para a resolução dos problemas apresentados no Capítulo 1 do E-Book. No Capítulo 4, buscamos oferecer numa perspectiva didático-metodológica o detalhamento das resoluções compreendendo os processos de Fatoração de Expressões Algébricas, com base em suas relações com os Produtos Notáveis, além de oferecer os métodos da Fórmula resolutiva de Bhaskara e o de Po-Shen Loh.

Figura 10: Resolução do Problema Gerador 3 – Capítulo 3

Problema 3

Pai, filho e suas idades

Um pai tinha 36 anos quando nasceu seu filho. Multiplicando-se as idades que possuem hoje, obtém-se um produto que é igual a 4 vezes o quadrado da idade do filho. Hoje quais são as idades do pai e do filho?

Resolução

Equacionando o problema, consideramos:

F → a idade do filho
36 → a referência da idade do pai
$(36 + F) \cdot F$ → o produto das idades do pai e do filho, hoje

A partir dos dados acima, vamos representar algebricamente o problema:

$(36 + F) \cdot F = 4F^2$ → equacionando e desenvolvendo o problema, aplicando a propriedade distributiva
$36F + F^2 - 4F^2 = 0$ → reduzindo a equação
$36F - 3F^2 = 0$ → equação do 2º grau reduzida

Agora, vamos resolver a equação do 2º grau pelo fator comum em evidência.

$36F - 3F^2 = 0$ → 3 e F são fatores comuns ao termos 36F e $3F^2$
$3F(12 - F) = 0$ → a equação foi fatorada tomando 3F como fator comum evidente nos dois termos

Seguindo, vamos encontrar o valor de F.

$3F(12 - F) = 0$ → vamos aplicar a propriedade do produto nulo para determinar as raízes da equação
Se $A \cdot B = 0$, então $A = 0$ ou $B = 0$.

$3F = 0$	$12 - F = 0$
$F = \frac{0}{3}$	$12 = 0 + F$
$F = 0$	$\mathbf{F = 12}$
↓	

solução descartada por considerar um valor positivo para a idade do filho

Logo, a idade do filho é de 12 anos e a idade do pai pode ser calculada por meio da equação $36 + F$:

$$36 + 12 = 48$$

Assim, concluímos que a idade do pai é de 48 anos e a do filho é de 12 **anos**.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Pensando na dinâmica da sala de aula e nas diversas formas que temos para ensinar e resolver equações do 2º grau, além de atender as orientações curriculares oficiais previstas na

BNCC e nos currículos vigentes, oferecemos outros meios e alternativas de resolução de equações desse grau, seja do tipo completa ou incompleta.

Para não se limitar a resolução dos problemas geradores, propomos em cada resolução o detalhamento dos procedimentos realizados vislumbrando ao professor, a etapa da formalização do conteúdo, segundo o Roteiro de Atividades da metodologia da Resolução de Problemas.

5.3 Material Complementar para o professor de Matemática

Concentrando as atividades e as abordagens teóricas propostas neste trabalho, apresentamos como sugestão alguns materiais de apoio e que podem auxiliar o professor em seu planejamento e sua aplicabilidade no chão da escola. Entendendo os desafios e a dinâmica da sala de aula, oferecemos um banco de itens de avaliações externas, aplicados nas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental selecionados de alguns sistemas educacionais de avaliação, nacional e estaduais. Este material complementar encontra-se disponível no Capítulo 5 do E-book, acompanhado da lista dos sites de alguns sistemas de avalição do nosso país.

Figura 11: Banco de itens – Avaliações externas

Banco de Itens – Avaliações Externas

Item 01

SPAECE – *Sistema Permanente de Avaliação da Educação do Ceará*

O conjunto solução da equação $x^2 + 8x + 15 = 0$ é

A) {– 6, – 2}
B) {6, 2}
C) {– 5, – 3}
D) {3, 5}

Item 02

SAEB – *Sistema de Avaliação da Educação Básica*

O custo de uma produção, em milhares de reais, de x máquinas iguais é dado pela expressão C(x)=x2 – x+10. Se o custo foi de 52 mil reais, então, o número de máquinas utilizadas na produção foi:

A) 6.
B) 7.
C) 8.
D) 9.

Item 03

SAEPE – *Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco*

Observe a seguir a equação matemática que modela o movimento de queda livre dos corpos. Nessa equação, d representa a distância percorrida pelo corpo até chegar ao chão, g a aceleração da gravidade na terra que pode ser considerada 10 m/s² e t o tempo de queda do corpo.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Os sites indicados e sugeridos possibilitarão o professor a conhecer, estudar e aprofundar seus conhecimentos sobre as coleções anuais de Revistas Pedagógicas de acordo com cada sistema de avaliação. Além das Revistas Pedagógicas e do suporte pedagógico que cada um dos sites oferecem, disponibilizamos a referência do Blog do Professor Leonardo Portal que tem reunido coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental ao Ensino Médio das maiores editoras do país ao longo dos últimos PNLD's[7] e outras ferramentas pedagógicas para estudo e apoio ao professor de Matemática. Através desse blog, coletamos muitos dos problemas geradores apresentados no Capítulo 1 do E-Book revisitando os livros didáticos.

Assim, finalizamos o presente trabalho com o link de acesso ao E-book e com um e-mail disponível para recebimento de mensagens que nos ofereça um *feedback* acerca do material elaborado, das atividades propostas e também, para que cada leitor, possa compartilhar conosco sugestões para melhorar este material.

Link (acesso e download)

https://view.genial.ly/63955d3b76c5380018951fbe/interactive-content-produto-educacional-2022

E-mail (sugestões e *feedback*)

renato.gomes@aluno.uepb.edu.br

Destacamos que o E-Book se encontra disponível na plataforma *Genialy*, podendo ser acessado por meio do link acima, sendo este o produto final da Pesquisa do Mestrado Profissional desenvolvida e aplicada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (PPGECEM) e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

[7] PNLD - Programa Nacional do Livro e do Material Didático

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente produto educacional foi elaborado com o objetivo de contribuir com o trabalho pedagógico dos professores de Matemática do 9º Ano do Ensino Fundamental no ensino de equação do 2º grau à luz da Resolução de Problemas através de um recurso e/ou material didático significativo, possível e aplicável em sala de aula. Dessa forma, percebemos que ao atender as exigências do Mestrado Profissional do Programa, disseminamos parte de nossa pesquisa para toda a rede de ensino.

Ao longo desse trabalho desenvolvemos um suporte de atividades e materiais complementares para subsidiar professores de Matemática no ensino de equação do 2º grau no contexto da Álgebra, Geometria e outros eixos da Matemática. A estrutura e organização de cada um dos capítulos foram pensados para que os professores possam refletir sua prática pedagógica e a importância de sua metodologia em sala de aula, aplicando e/ou adaptando esse material de acordo com a realidade dos estudantes e da etapa de escolaridade que o mesmo atende. A metodologia proposta e fundamentada neste trabalho é a Resolução de Problemas na perspectiva de Onuchic e Allevato (2011), sob a abordagem do Roteiro de Atividades seguida dos nove passos, sistematizando-os de acordo com o trabalho realizado de forma individual e coletiva integrando o perfil de mediador para o professor e a centralidade e o protagonismo dos estudantes nesse processo.

Esperamos que este trabalho possa contribuir significativamente para a prática pedagógica dos professores, como uma alternativa para que novos olhares e saberes sejam compartilhados e conhecidos acerca do ensino de equação do 2º grau de acordo com as orientações curriculares oficiais. Diante disso, ressaltamos que este material não é uma receita pronta e/ou mágica e que seja única suficiente para garantir a aprendizagem e o sucesso escolar de todos, uma vez que este E-book se constitui como um material didático e complementar para o ensino de equação do 2º grau nas aulas de Matemática através de uma metodologia que possibilite aulas mais dinâmicas e que atenda à realidade de cada sala de aula.

Face a essa abordagem, acrescentamos ainda que, este produto educacional encontra-se disponível e de fácil acesso para os professores de Matemática, podendo ser ajustado a outras realidades e a outros níveis de ensino da Educação Básica. Assim, oferecemos este E-book como uma dentre muitas possibilidades para subsidiar o ensino de equação do 2º grau e uma ferramenta complementar as práticas pedagógicas de professores que buscam constantemente a melhoria do ensino e da aprendizagem dos seus estudantes.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

GOMES, R. D. Matematizando o método de Pó-Shen Loh, à luz da Resolução de Problemas. In: **Anais do Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Anais. Campina Grande (PB) UEPB, 2021. Disponível em: <https//www.even3.com.br/anais/xxvebrapem/454474-matematizando-o-metodo-de-po-shen-loh-a-luz-da-resolucao-de-problemas>. Acesso em: 20/06/2022.

LEAL JUNIOR, L. C.; MISKULIN, R. G. S. Perspectivas de Resolução de Problemas por meio de Articulações entre Teoria, Prática e Conceitos sobre Comunidade de Prática. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Org.). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, p. 305-353, 2017.

LOCATELLI, A.; ROSA, C. T. W. **Produtos Educacionais: características da atuação docente retratada na I Amostra Gaúcha**. Polyphonía, Goiânia, v. 26, n. 1, p. 197-210, 2015.

MOREIRA, M. A. **O mestrado (profissional) em ensino**. Revista Brasileira de Pós-Graduação, Brasília, v. 1, n. 1. p. 131-142, 2004.

OLIVEIRA, G. P. **Produto educacional: site "o uso pedagógico de objetos de aprendizagem no ensino de matemática"**. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, p. 199-220, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema - Mathematics Education Bulletin, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 - 231.

PEREIRA, E. C.; SANTOS, A. S.; **Uma abordagem sobre equações do 2º grau**. Multidebates, Palmas – TO. v. 4, n. 4, out 2020.

PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco: Ensino Fundamental: Matemática**. Secretaria de Educação e Esportes, Recife: SEE, 2019.

ANEXO – PROBLEMAS GERADORES DA PESQUISA DE CAMPO

Atividade 01

<u>Objetivo</u>

- Investigar com os professores 9º Ano do EF a apreciação crítica dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas.

PROBLEMA – Álgebra em foco
Sabe-se que a diferença entre o quadrado de número e 4 é zero. Qual o conjunto solução desse problema?

Fonte: Elaborado pelo autor

PROBLEMA – O *x* da questão
O quadrado de um número subtraído do seu dobro é igual a 3. Qual expressão matemática representa essa situação? E qual é esse número?

Fonte: Revista Pedagógica do Professor de Matemática – SAEPE, 2013, p. 53

Atividade 02

<u>Objetivo</u>

- Verificar o desempenho dos professores na resolução de problemas que envolvam equações do 2º grau, utilizando os métodos de Fatoração de Expressões Algébricas.

PROBLEMA – Agrupando ideias
Analisando a equação $2x^2 - 5x - 3 = 0$, determine o seu respectivo conjunto solução sem utilizar a fórmula de Bhaskara.

Fonte: Elaborado pelo autor

PROBLEMA – Equacionando soluções

Temos uma equação do segundo grau representada por $x^2 + 10x + 24 = 0$. Quais as soluções dessa equação?

Fonte: Estudo e Orientação[8]

Atividade 03

Objetivo

- Analisar teórica e pedagogicamente a resolução de equações do 2º grau no ensino de Matemática à luz da Resolução de Problemas;

PROBLEMA – Área do quadrado

A área de um quadrado de lado *l* cm acrescida da área de um retângulo de lados 8cm e *l* cm, mede 65 cm^2. Qual é a medida do lado desse quadrado?

Fonte: Estudo e Orientação

Atividade 04

Objetivo

- Verificar o potencial da metodologia da Resolução de Problemas na resolução de equações do 2º grau no ensino de Matemática.

PROBLEMA – A loja de calçados

Uma loja de calçados lançou um novo modelo e estimou que a quantidade desses pares de sapatos vendidos nas duas primeiras semanas seria igual. No entanto, as vendas superaram as expectativas de forma que, na primeira semana, foram vendidos o dobro da quantidade de pares estimada e na segunda semana, o quadrado da quantidade prevista inicialmente, totalizando, nessas duas semanas, 24 pares vendidos desse novo modelo de sapato.

[8] Os problemas extraídos dos momentos de Estudo e Orientação com o Professor Orientador, serão indicados neste trabalho como Fonte: Estudo e Orientação.

a) Qual foi a quantidade de pares desse novo modelo de sapato que essa loja estimou vender em cada semana?

b) Quantos pares de sapato foram vendidos na primeira semana? E na segunda semana?

Fonte: Revista Pedagógica do Professor de Matemática – SAEPE, 2019, p. 81

Atividade 05

Objetivo

- Verificar o desempenho dos professores na resolução de problemas que envolvam equações do 2º grau, utilizando o método de Po-Shen Loh.

PROBLEMA – Po-Shen Loh em estudo

A **Exemplo 1 – GRUPO A**

Na equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, qual é o conjunto solução?

B **Exemplo 2 – GRUPO B**

Na equação $3x^2 + 9x - 12 = 0$, qual é o conjunto solução?

Fonte: Elaborado pelo autor

Atividade 06

Objetivo

- Promover uma proposta alternativa de ensino e resolução de equações do 2º grau através do método de Po-Shen Loh e sua performance via Resolução de Problemas.

PROBLEMA – A equações de Ada e Zaqueu

20. Ada resolveu em $\mathbb{R}$ a equação $3x^2 - 6x - 105 = 0$ utilizando os coeficientes que apareciam originalmente nessa equação. Já seu amigo Zaqueu transformou essa equação em $x^2 - 2x - 35 = 0$.

a) Determine as raízes da equação que Ada resolveu.

b) Qual foi a transformação efetuada por Zaqueu? Quais raízes ele obteve?

c) Supondo que Ada e Zaqueu resolveram corretamente suas equações, as raízes que eles obtiveram são as mesmas?

d) Qual das equações você considera mais fácil de resolver?

Fonte: Livro Didático Trilhas Matemática – 9º Ano EF; Editora Saraiva, 2018, p. 66

Atividade 07

Objetivo

- Compreender o Método de Po-Shen Loh, como uma estratégia pedagógica para o ensino e a aprendizagem de equação do 2º grau.

PROBLEMA – Papiro de Moscou

Muitos povos antigos tinham um conhecimento matemático muito desenvolvido e estruturado. Esse era o caso dos egípcios. Alguns textos conhecidos dessa civilização mostram que eles resolviam equações do segundo grau para solucionar problemas do seu dia a dia. O Papiro de Moscou, que data de aproximadamente 1850 a.C., tem esse nome por ter sido comprado pelo museu de Moscou, mas é um papiro egípcio que contém alguns problemas matemáticos. Nele, por exemplo, é pedido que se calcule a base de um retângulo de área igual a 12, cuja altura corresponde a ¾ da sua base.

Como base nas informações do texto, encontre a solução desse problema.

Fonte: Projeto SEEDUC, disponível em http://projetoseeduc.cecierj.edu.br › eja › novaeja

Atividade 08

<u>Objetivo</u>

- Investigar as contribuições dos métodos de Fatoração de Expressões Algébricas e o método de Po-Shen Loh para resolver problemas no ensino de equação do 2º grau.

PROBLEMA – A troca de chocolates
Em uma confraternização, um grupo de amigos fez uma troca de chocolates, na qual, cada participante deu um chocolate a cada um dos demais participantes da confraternização. Essa troca envolveu, ao todo, 132 chocolates. Quantos amigos participaram dessa confraternização?

Fonte: Fonte: Revista Pedagógica do Professor de Matemática – SAEPE, 2018, p. 62