UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

GREYCE MICHELINNE ROCHA MARTINS
(Mestranda)
Dr. JOHN A. FOSSA
(Orientador)

ALICE E OS CONJUNTOS NUMÉRICOS

CAMPINA GRANDE-PB
2022

GREYCE MICHELINNE ROCHA MARTINS

ALICE E OS CONJUNTOS NUMÉRICOS

Produto educacional apresentado à Universidade Estadual da Paraíba – UEPB como requisito para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM.

Linha de pesquisa: História, Filosofia e Sociologia das Ciências e Matemática

Área Temática: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. John Andrew Fossa

CAMPINA GRANDE-PB

2022

S586a Martins, Greyce Michelinne Rocha.
Alice e os conjuntos numéricos [manuscrito] / Greyce Michelinne Rocha Martins. - 2022.
194 p. : il. colorido.

Digitado.
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2022.
"Orientação : Prof. Dr. John Andrew Fossa , Departamento de Matemática - CCT."

1. Conjuntos numéricos. 2. História da Matemática. 3. História em quadrinhos. 4. Educação matemática. I. Título

21. ed. CDD 511.32

Elaborada por Lucas H. A. da Silva - CRB - 15/898 BC/UEPB

SUMÁRIO

1. PARA O PROFESSOR.

Caro(a) professor(a),

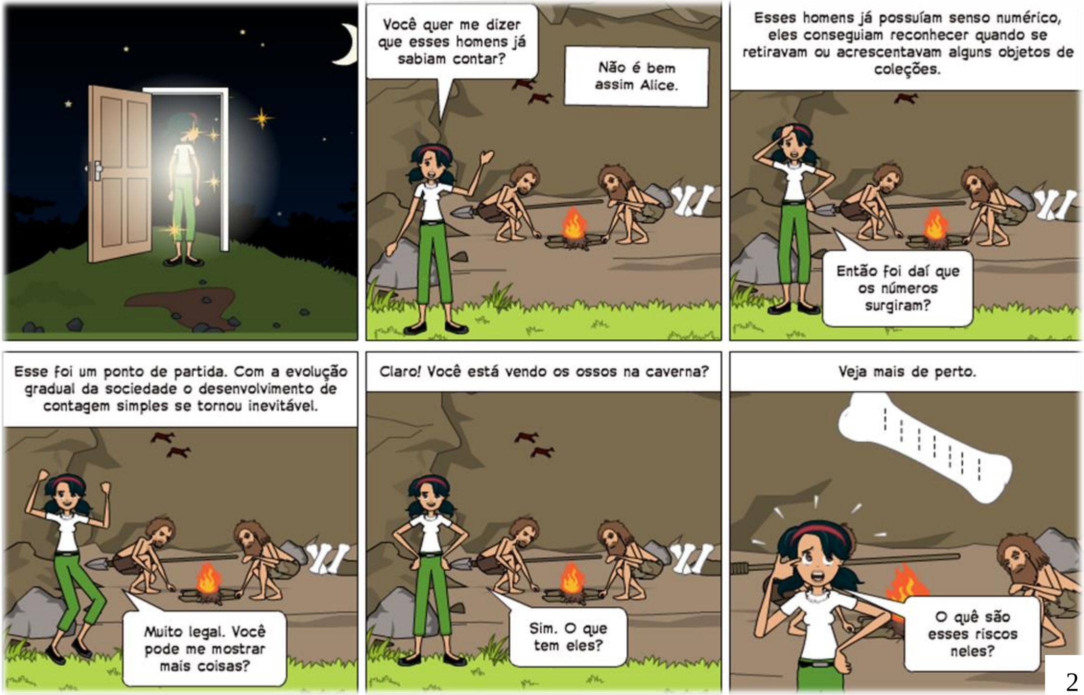
Ser professor(a) na atual conjuntura de constantes evoluções tecnológicas acarreta a necessidade de se adaptar às novas tecnologias que surgem tanto na nossa vida quanto na educação. Embora isso seja uma dificuldade, é também uma oportunidade de se pensar em novas ferramentas de ensino que atendam às expectativas dos estudantes e acompanhem as transformações sociais pelas quais eles estão passando. Nesse sentido, a presente coletânea de histórias em quadrinhos, Alice e os Conjuntos Numéricos, foi pensada como recurso para lhe auxiliar a trabalhar aspectos da História da Matemática de forma lúdica e interativa, estimulando à participação efetiva dos estudantes inseridos no processo de ensino-aprendizagem

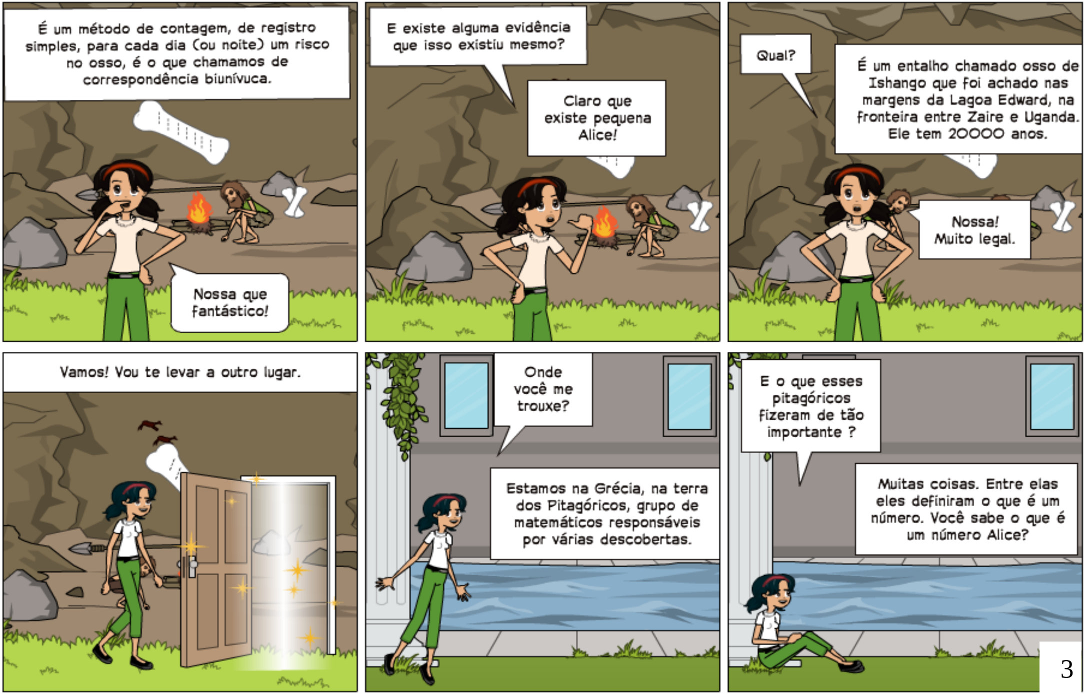
As histórias dos quadrinhos aqui apresentados abordam, de forma histórica, a formação dos conjuntos numéricas, especificamente os dos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais. Nosso objetivo é apresentar os referidos conceitos matemáticos de maneira interativa e divertida para facilitar a aprendizagem dos estudantes e despertar o interesse deles para com a matemática. Assim, intencionamos incluir uma riqueza de detalhes suficiente para embasar os conceitos abordados sem nos perder em preciosismos eruditos que poderiam prejudicar a compreensão e o interesse do estudante. Para tanto, lançamos mão ao conceito de "história satírica" do historiador/educador inglês Ivor Grattan-Guinness, que permite certas imprecisões que redundam à melhor compreensão pelo leitor. Assim, por exemplo, falamos do "homem da caverna" em vez do mais correto "homem do Período Neolítico", pois isso coaduna com a fala dos estudantes, evita a obrigação de explicações técnicas desnecessárias e mantém o tom descontraído.

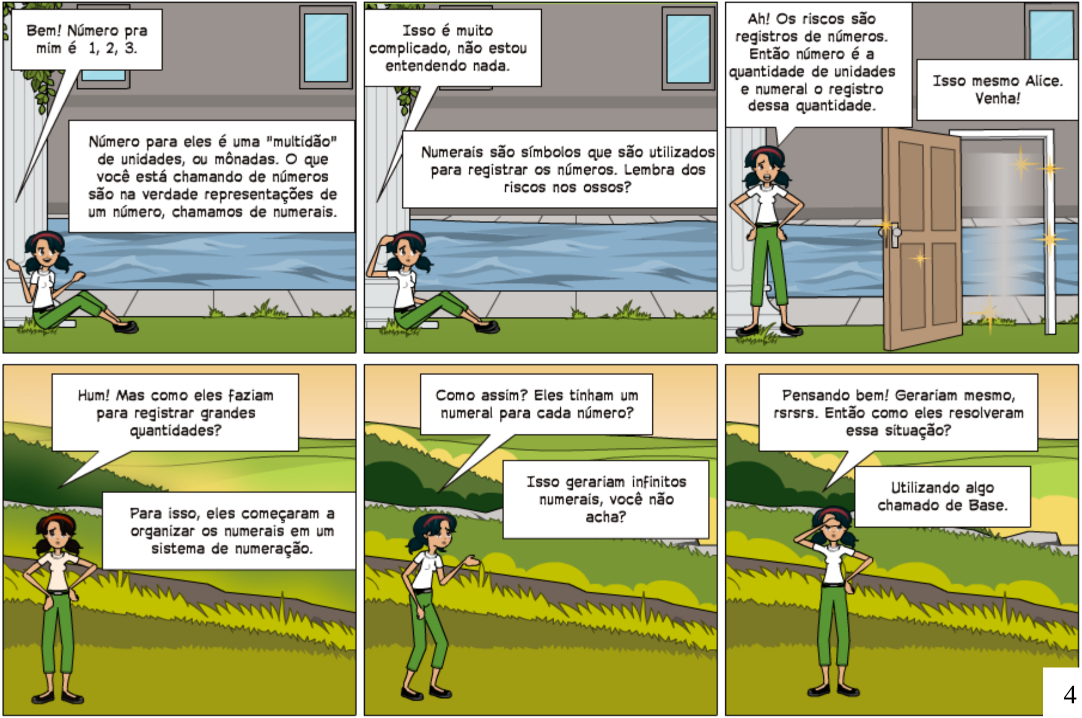
Observamos ainda que a coletânea foi desenvolvida como parte da dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB da primeira autora e, como tanto, já foi testada na sala de aula, obtendo resultados significativos. Dessa forma, abrimos um convite para que você, professor(a), possa

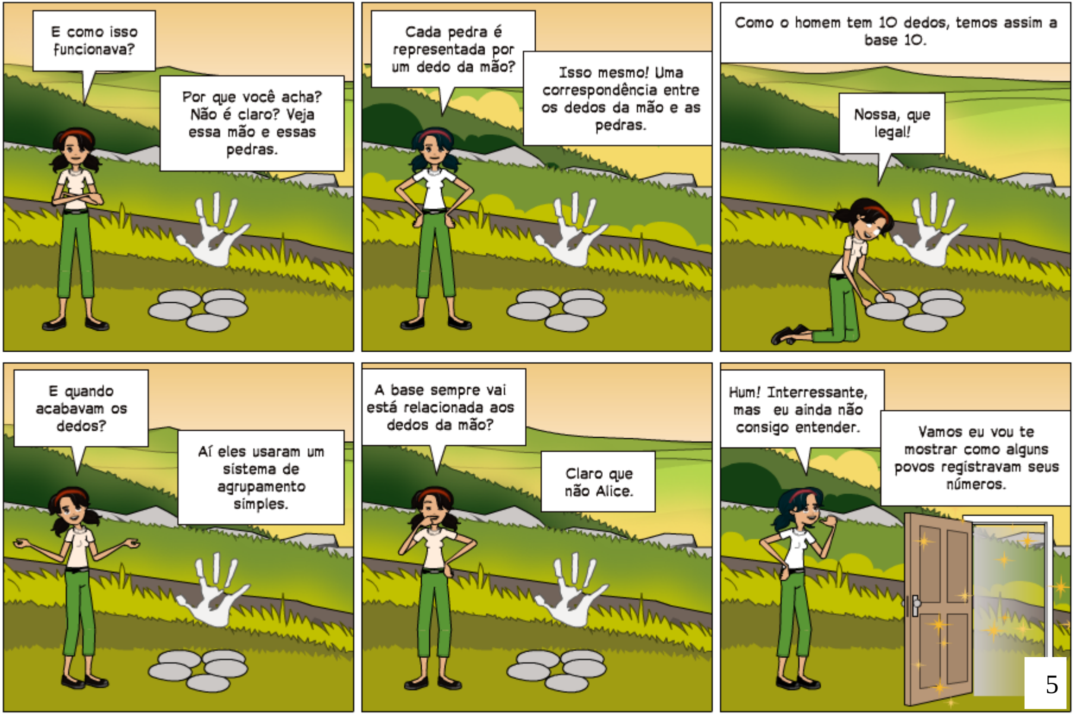
2.1 HQ 01- A viagem de Alice pelos números e numerais

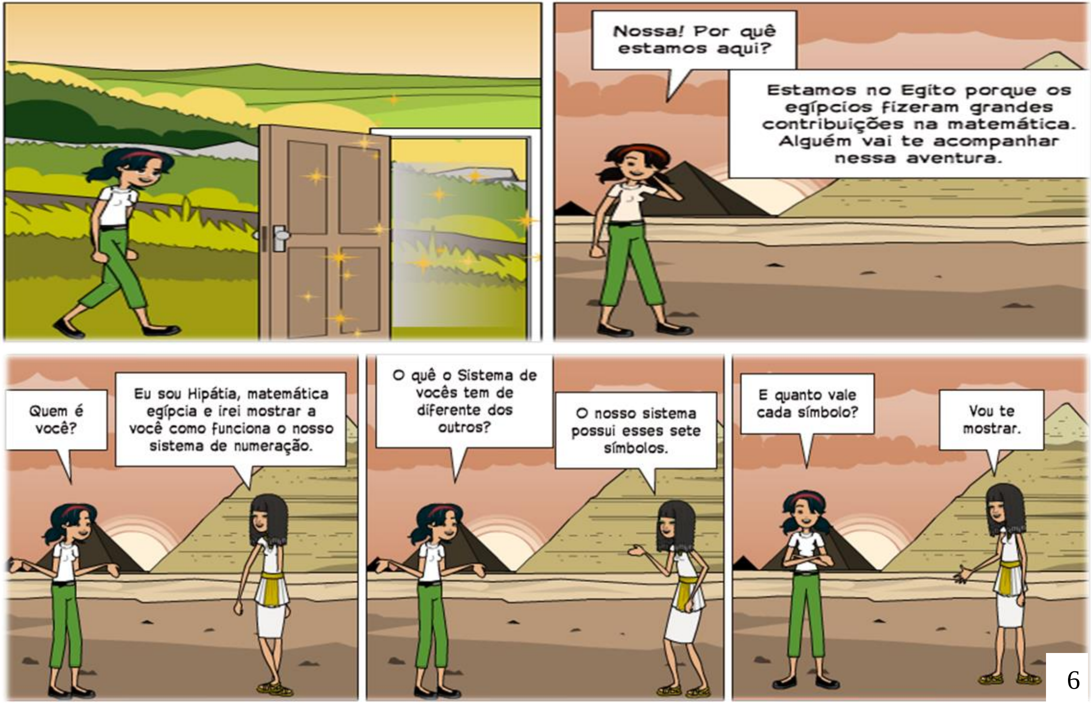

Olá!!!
Olá! tem alguém aí?
Olá Alice!
Quem é você? Onde você está?
Eu sou o espírito da matemática. Você não pode me ver.
Onde estou?
No universo dos Números.
E o que eu vim fazer aqui?
Eu vou te levar em uma aventura que você irá adorar.
Com números? Duvido muito.


Você quer me dizer que esses homens já sabiam contar?
Não é bem assim Alice.
Esses homens já possuíam senso numérico, eles conseguiam reconhecer quando se retiravam ou acrescentavam alguns objetos de coleções.
Então foi daí que os números surgiram?
Esse foi um ponto de partida. Com a evolução gradual da sociedade o desenvolvimento de contagem simples se tornou inevitável.
Muito legal. Você pode me mostrar mais coisas?
Claro! Você está vendo os ossos na caverna?
Sim. O que tem eles?
Veja mais de perto.
O quê são esses riscos neles?


É um método de contagem, de registro simples, para cada dia (ou noite) um risco no osso, é o que chamamos de correspondência biunívuca.
Nossa que fantástico!
E existe alguma evidência que isso existiu mesmo?
Claro que existe pequena Alice!
Qual?
É um entalho chamado osso de Ishango que foi achado nas margens da Lagoa Edward, na fronteira entre Zaire e Uganda. Ele tem 20000 anos.
Nossa! Muito legal.
Vamos! Vou te levar a outro lugar.
Onde você me trouxe?
Estamos na Grécia, na terra dos Pitagóricos, grupo de matemáticos responsáveis por várias descobertas.
E o que esses pitagóricos fizeram de tão importante ?
Muitas coisas. Entre elas eles definiram o que é um número. Você sabe o que é um número Alice?

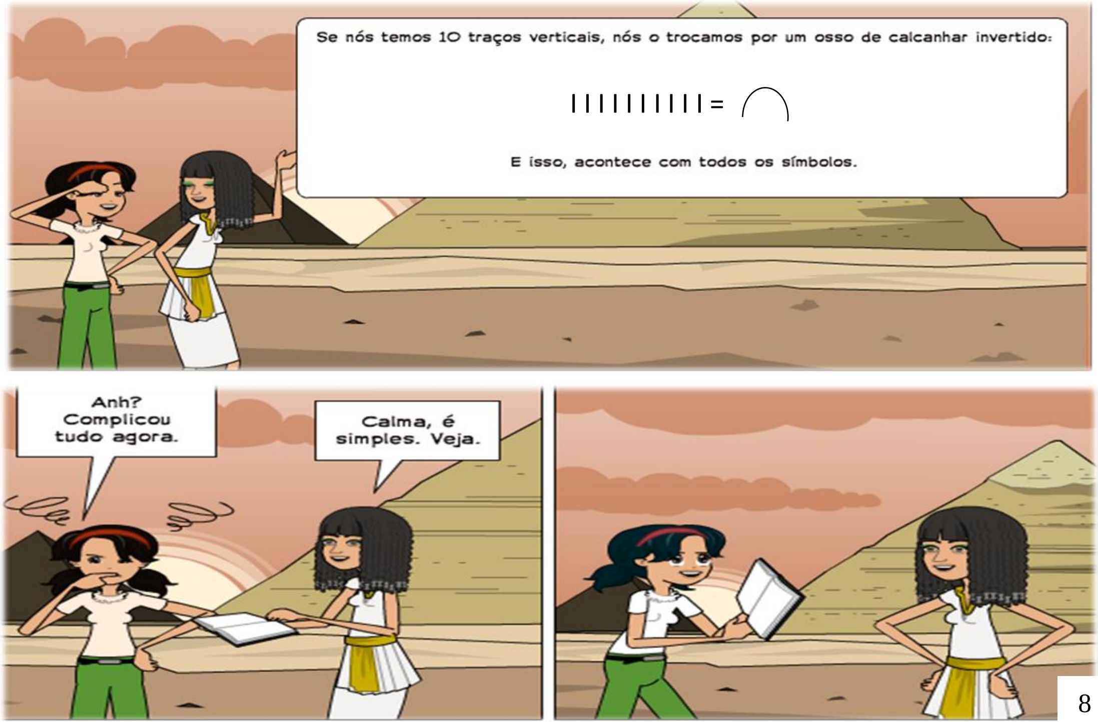

Bem! Número pra mim é 1, 2, 3.
Número para eles é uma "multidão" de unidades, ou mônadas. O que você está chamando de números são na verdade representações de um número, chamamos de numerais.
Isso é muito complicado, não estou entendendo nada.
Numerais são símbolos que são utilizados para registrar os números. Lembra dos riscos nos ossos?
Ah! Os riscos são registros de números. Então número é a quantidade de unidades e numeral o registro dessa quantidade.
Isso mesmo Alice. Venha!
Hum! Mas como eles faziam para registrar grandes quantidades?
Para isso, eles começaram a organizar os numerais em um sistema de numeração.
Como assim? Eles tinham um numeral para cada número?
Isso gerariam infinitos numerais, você não acha?
Pensando bem! Gerariam mesmo, rsrsrs. Então como eles resolveram essa situação?
Utilizando algo chamado de Base.

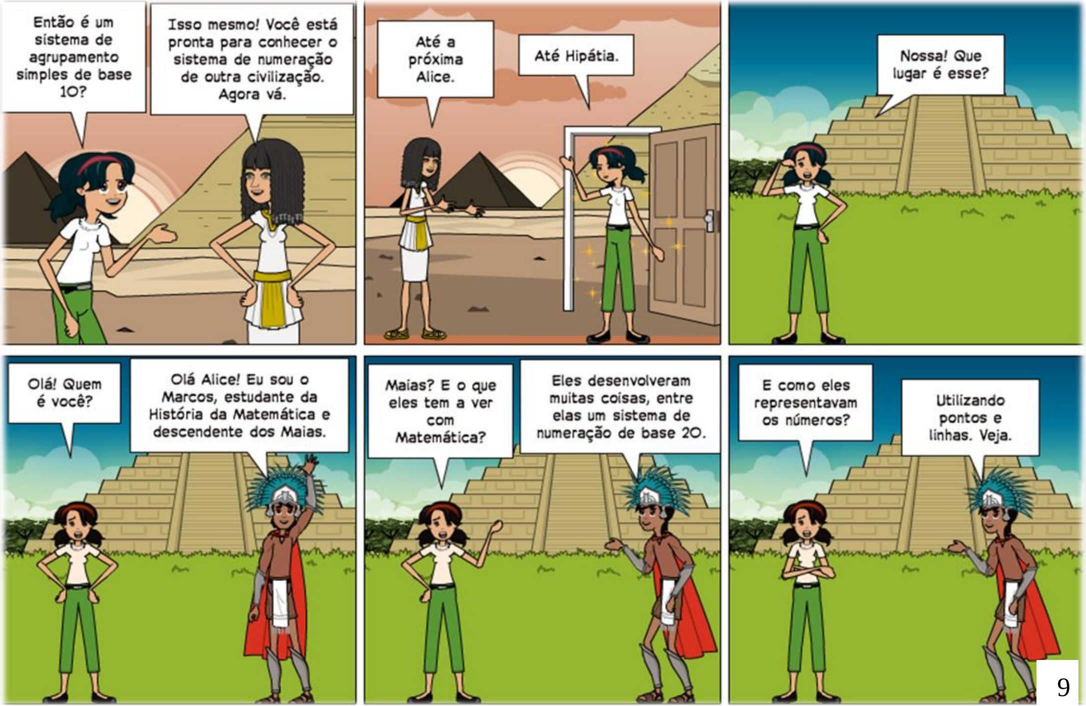

E como isso funcionava?
Por que você acha? Não é claro? Veja essa mão e essas pedras.
Cada pedra é representada por um dedo da mão?
Isso mesmo! Uma correspondência entre os dedos da mão e as pedras.
Como o homem tem 10 dedos, temos assim a base 10.
Nossa, que legal!
E quando acabavam os dedos?
Aí eles usaram um sistema de agrupamento simples.
A base sempre vai está relacionada aos dedos da mão?
Claro que não Alice.
Hum! Interressante, mas eu ainda não consigo entender.
Vamos eu vou te mostrar como alguns povos registravam seus números.

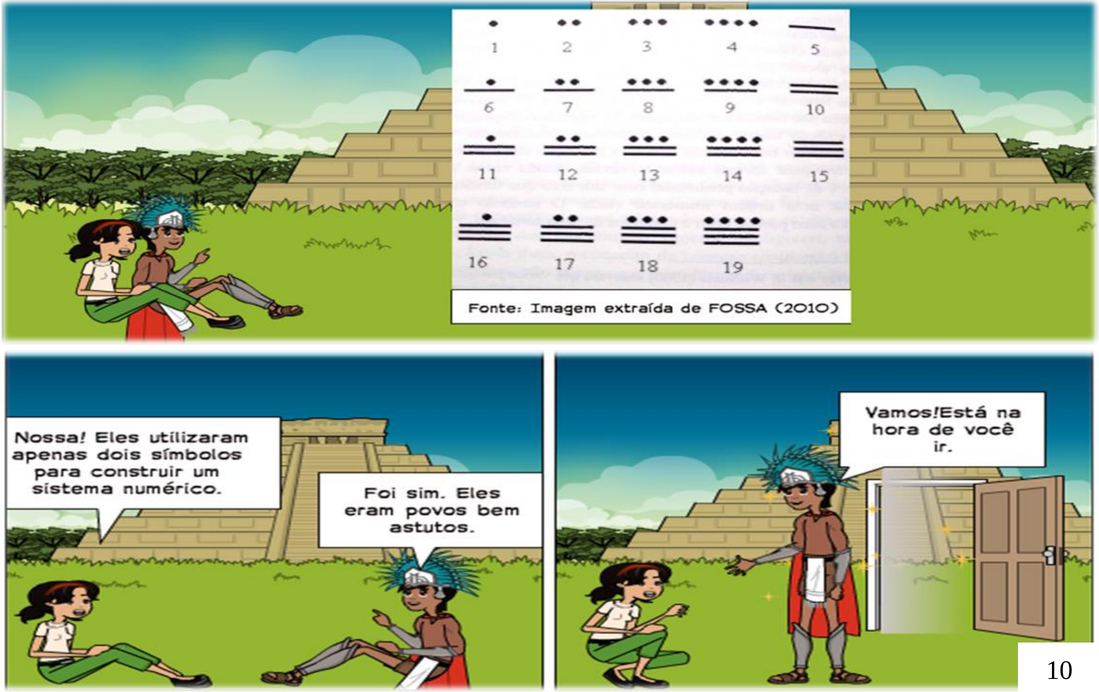

Nossa! Por quê estamos aqui?
Estamos no Egito porque os egípcios fizeram grandes contribuições na matemática. Alguém vai te acompanhar nessa aventura.
Quem é você?
Eu sou Hipátia, matemática egípcia e irei mostrar a você como funciona o nosso sistema de numeração.
O quê o Sistema de vocês tem de diferente dos outros?
O nosso sistema possui esses sete símbolos.
E quanto vale cada símbolo?
Vou te mostrar.

						
1	**10**	**100**	**1000**	**10.000**	**100.000**	**1.000.000**
traço vertical	osso de calcanhar invertido	laço	flor de lótus	dedo dobrado	girino	figura ajoelhada

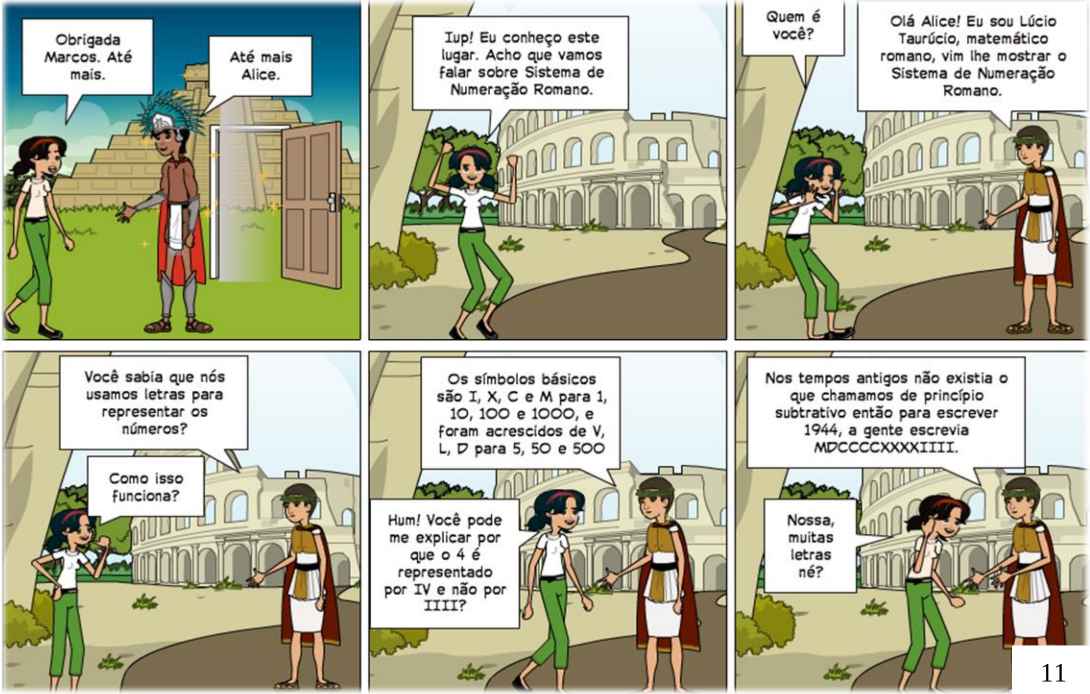
Figuras extraídas de IMENES, 1989, p. 22

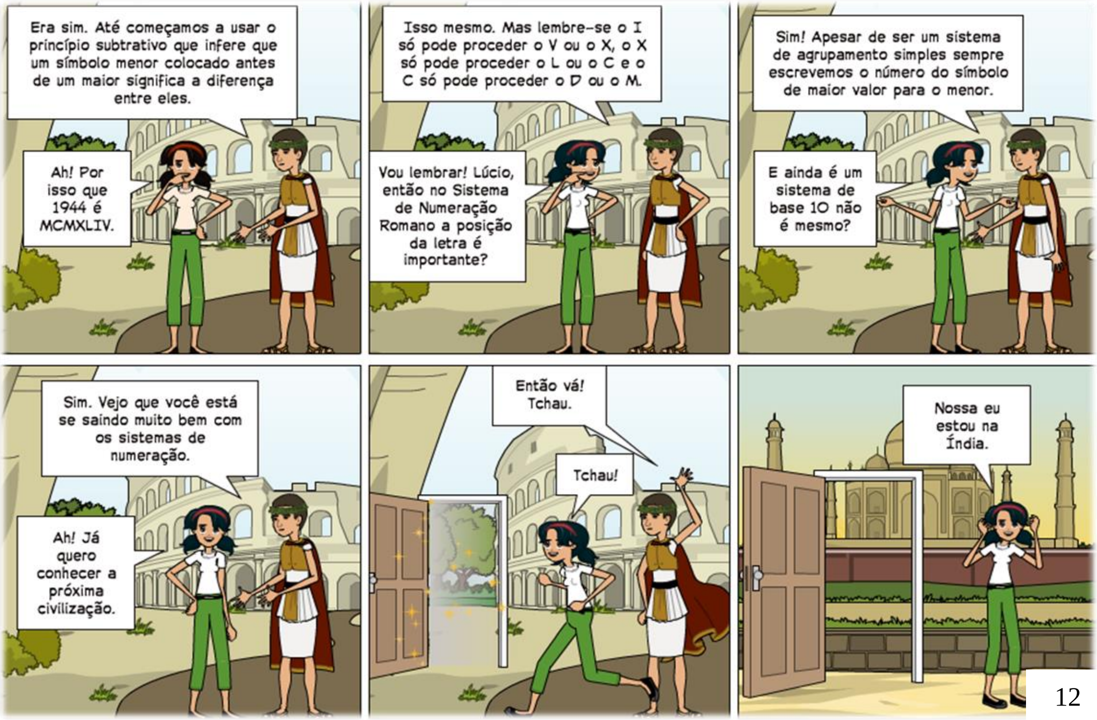

Se nós temos 10 traços verticais, nós o trocamos por um osso de calcanhar invertido:
I I I I I I I I I I =
E isso, acontece com todos os símbolos.
Anh? Complicou tudo agora.
Calma, é simples. Veja.

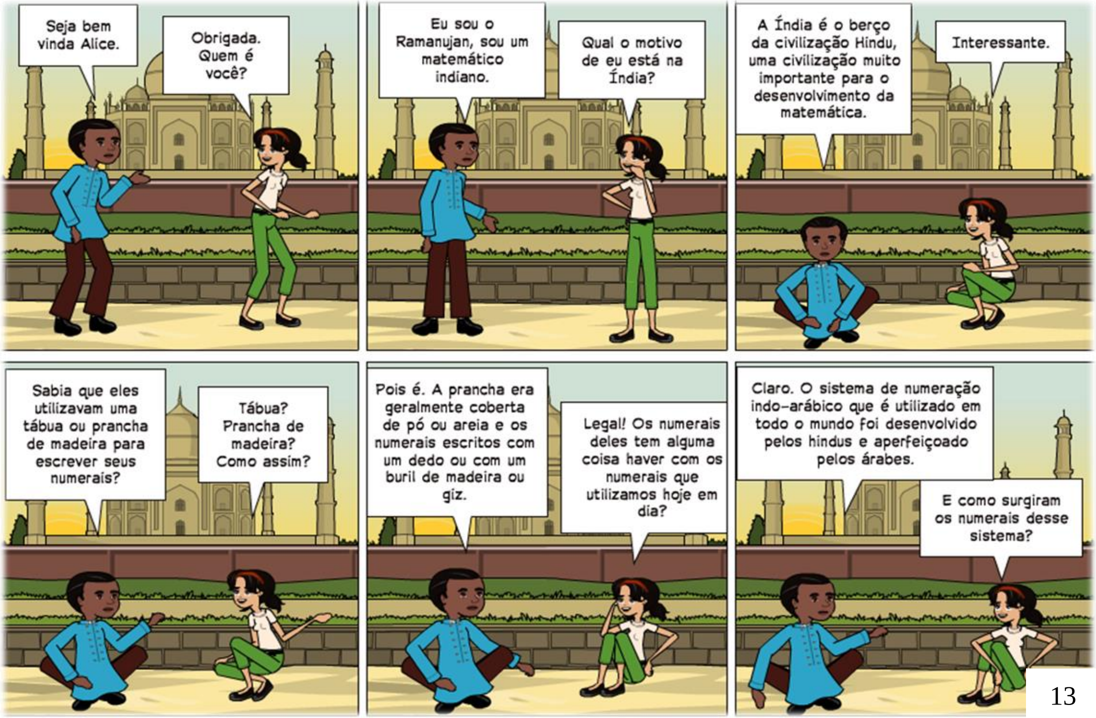

Então é um sistema de agrupamento simples de base 10?
Isso mesmo! Você está pronta para conhecer o sistema de numeração de outra civilização. Agora vá.
Até a próxima Alice.
Até Hipátia.
Nossa! Que lugar é esse?
Olá! Quem é você?
Olá Alice! Eu sou o Marcos, estudante da História da Matemática e descendente dos Maias.
Maias? E o que eles tem a ver com Matemática?
Eles desenvolveram muitas coisas, entre elas um sistema de numeração de base 20.
E como eles representavam os números?
Utilizando pontos e linhas. Veja.

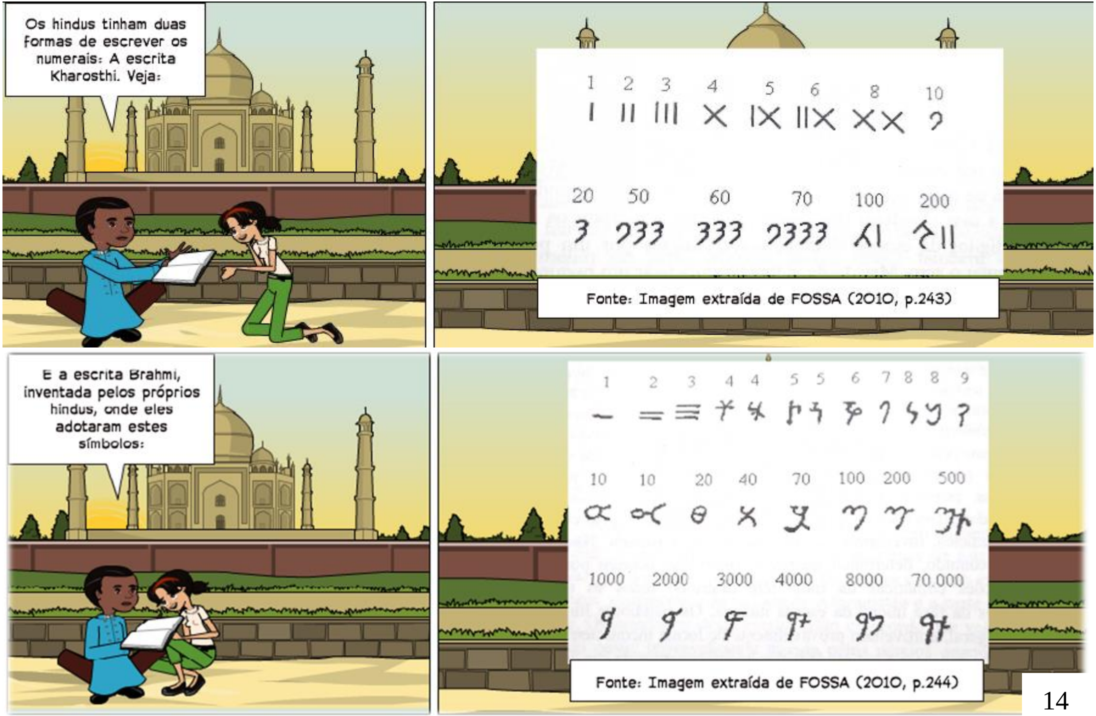


1 2 3 4 5
6 7 8 9 10
11 12 13 14 15
16 17 18 19
Fonte: Imagem extraída de FOSSA (2010)
Nossa! Eles utilizaram apenas dois símbolos para construir um sistema numérico.
Foi sim. Eles eram povos bem astutos.
Vamos!Está na hora de você ir.

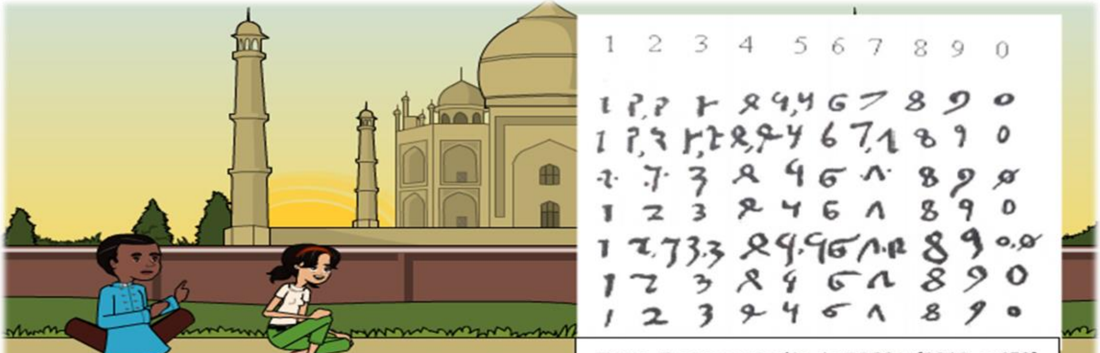

Obrigada Marcos. Até mais.
Até mais Alice.
Iup! Eu conheço este lugar. Acho que vamos falar sobre Sistema de Numeração Romano.
Quem é você?
Olá Alice! Eu sou Lúcio Taurúcio, matemático romano, vim lhe mostrar o Sistema de Numeração Romano.
Você sabia que nós usamos letras para representar os números?
Como isso funciona?
Os símbolos básicos são I, X, C e M para 1, 10, 100 e 1000, e foram acrescidos de V, L, D para 5, 50 e 500
Hum! Você pode me explicar por que o 4 é representado por IV e não por IIII?
Nos tempos antigos não existia o que chamamos de princípio subtrativo então para escrever 1944, a gente escrevia MDCCCCXXXXIIII.
Nossa, muitas letras né?


Era sim. Até começamos a usar o princípio subtrativo que infere que um símbolo menor colocado antes de um maior significa a diferença entre eles.
Ah! Por isso que 1944 é MCMXLIV.
Isso mesmo. Mas lembre-se o I só pode proceder o V ou o X, o X só pode proceder o L ou o C e o C só pode proceder o D ou o M.
Vou lembrar! Lúcio, então no Sistema de Numeração Romano a posição da letra é importante?
Sim! Apesar de ser um sistema de agrupamento simples sempre escrevemos o número do símbolo de maior valor para o menor.
E ainda é um sistema de base 10 não é mesmo?
Sim. Vejo que você está se saindo muito bem com os sistemas de numeração.
Ah! Já quero conhecer a próxima civilização.
Então vá! Tchau.
Tchau!
Nossa eu estou na Índia.

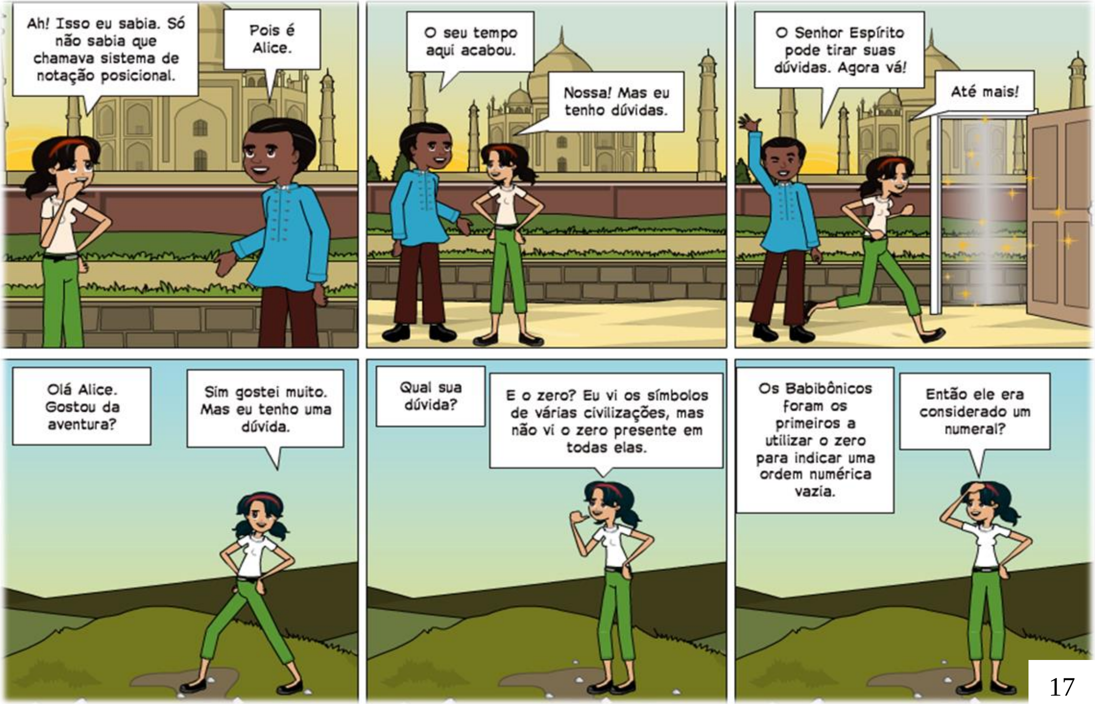

Seja bem vinda Alice.
Obrigada. Quem é você?
Eu sou o Ramanujan, sou um matemático indiano.
Qual o motivo de eu está na Índia?
A Índia é o berço da civilização Hindu, uma civilização muito importante para o desenvolvimento da matemática.
Interessante.
Sabia que eles utilizavam uma tábua ou prancha de madeira para escrever seus numerais?
Tábua? Prancha de madeira? Como assim?
Pois é. A prancha era geralmente coberta de pó ou areia e os numerais escritos com um dedo ou com um buril de madeira ou giz.
Legal! Os numerais deles tem alguma coisa haver com os numerais que utilizamos hoje em dia?
Claro. O sistema de numeração indo-arábico que é utilizado em todo o mundo foi desenvolvido pelos hindus e aperfeiçoado pelos árabes.
E como surgiram os numerais desse sistema?

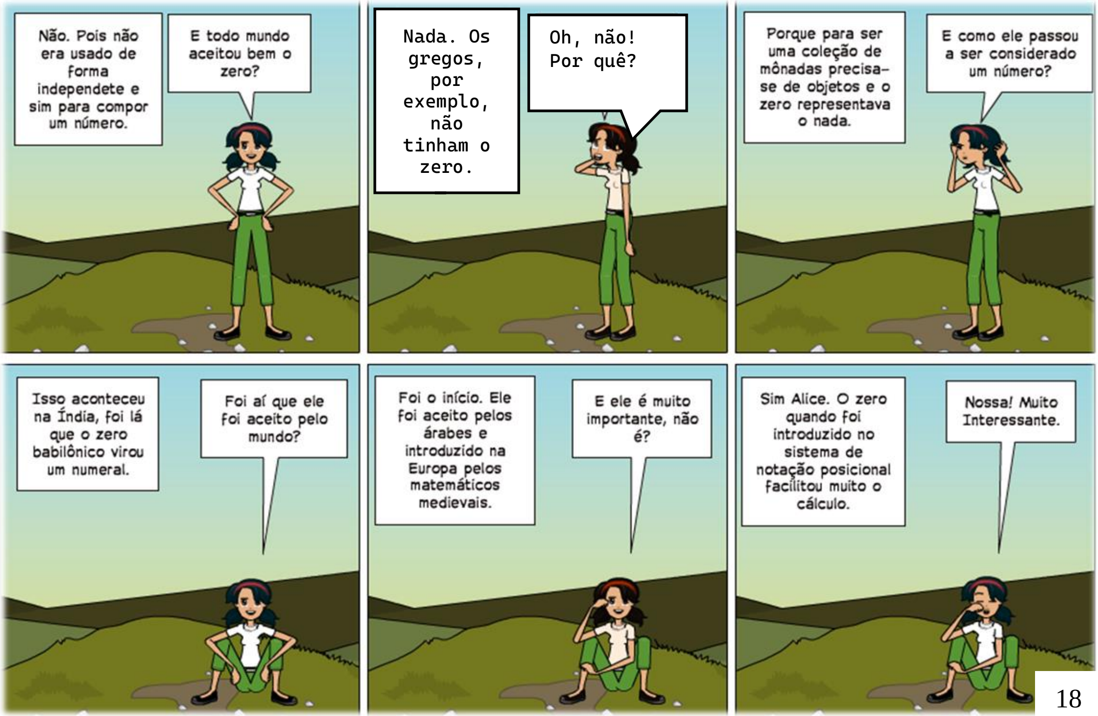

Os hindus tinham duas formas de escrever os numerais: A escrita Kharosthi. Veja:
1 2 3 4 5 6 8 10
20 50 60 70 100 200
Fonte: Imagem extraída de FOSSA (2010, p.243)
E a escrita Brahmi, inventada pelos próprios hindus, onde eles adotaram estes símbolos:
1 2 3 4 4 5 5 6 7 8 8 9
10 10 20 40 70 100 200 500
1000 2000 3000 4000 8000 70.000
Fonte: Imagem extraída de FOSSA (2010, p.244)

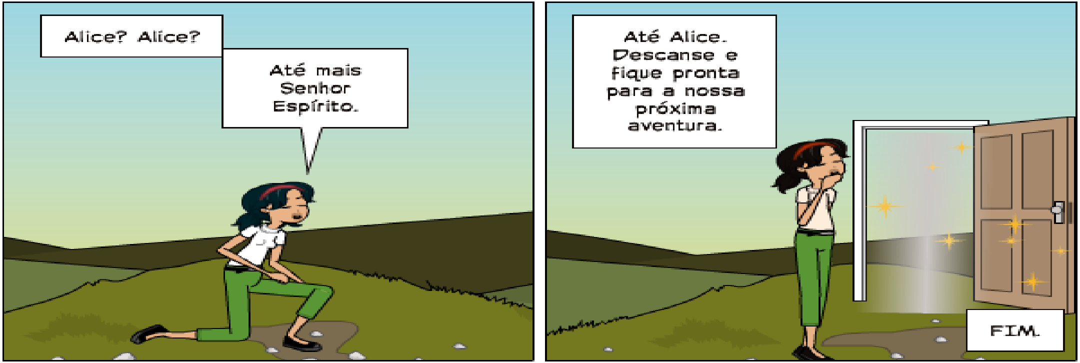

E como esses símbolos viraram os numerais que usamos hoje em dia?
Eles foram conhecidos pelos néo–pitagóricos em Alexandria, de onde passaram para Atenas, Roma e Espanha.
E onde estão os árabes nessa história?
Os árabes dominaram a maior parte da Espanha e desenvolveram lá atividades ligadas à Educação.
Hum! E como chegamos aos numerais que usamos hoje?
As formas começaram a ser fixadas com a invenção de instrumentos mecânicos para escrever
Nossa!
Veja



Fonte: Imagem extraída de FOSSA (2010, p.253)


Ah! Isso eu sabia. Só não sabia que chamava sistema de notação posicional.
Pois é Alice.
O seu tempo aqui acabou.
Nossa! Mas eu tenho dúvidas.
O Senhor Espírito pode tirar suas dúvidas. Agora vá!
Até mais!
Olá Alice. Gostou da aventura?
Sim gostei muito. Mas eu tenho uma dúvida.
Qual sua dúvida?
E o zero? Eu vi os símbolos de várias civilizações, mas não vi o zero presente em todas elas.
Os Babibônicos foram os primeiros a utilizar o zero para indicar uma ordem numérica vazia.
Então ele era considerado um numeral?


Não. Pois não era usado de forma independete e sim para compor um número.
E todo mundo aceitou bem o zero?
Nada. Os gregos, por exemplo, não tinham o zero.
Oh, não! Por quê?
Porque para ser uma coleção de mônadas precisa-se de objetos e o zero representava o nada.
E como ele passou a ser considerado um número?
Isso aconteceu na Índia, foi lá que o zero babilônico virou um numeral.
Foi aí que ele foi aceito pelo mundo?
Foi o início. Ele foi aceito pelos árabes e introduzido na Europa pelos matemáticos medievais.
E ele é muito importante, não é?
Sim Alice. O zero quando foi introduzido no sistema de notação posicional facilitou muito o cálculo.
Nossa! Muito Interessante.



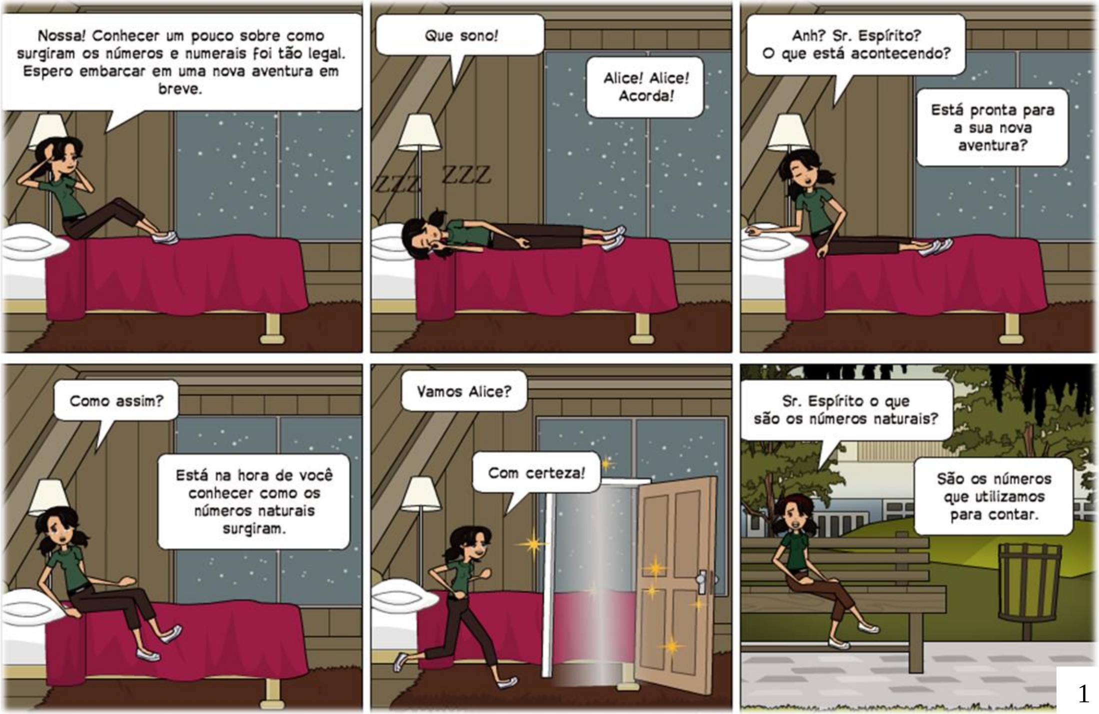
CRÉDITOS

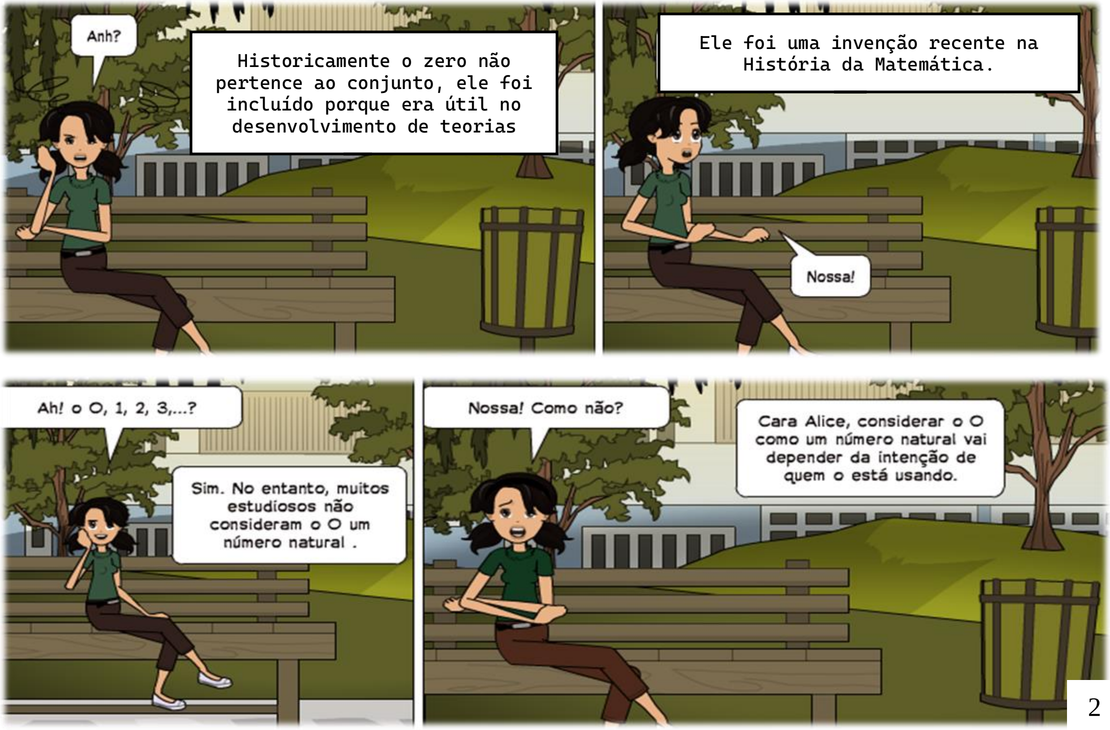
AUTORA: Greyce Michelinne Rocha Martins
REVISOR: Dr. John A. Fossa

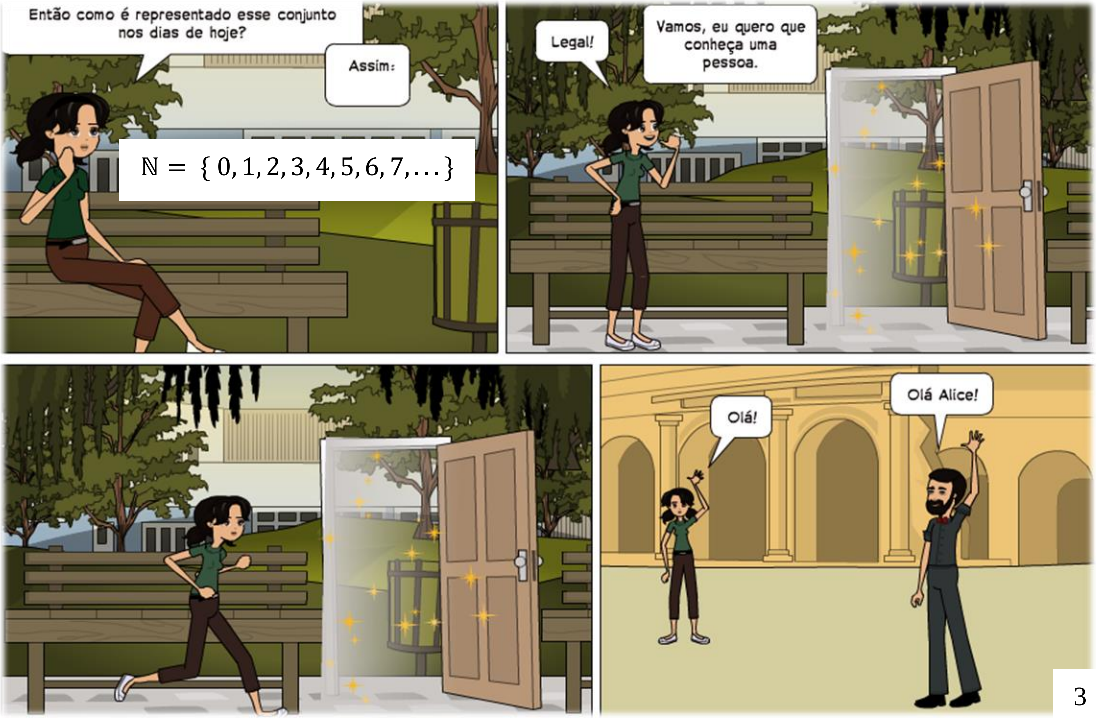
REFERÊNCIAS

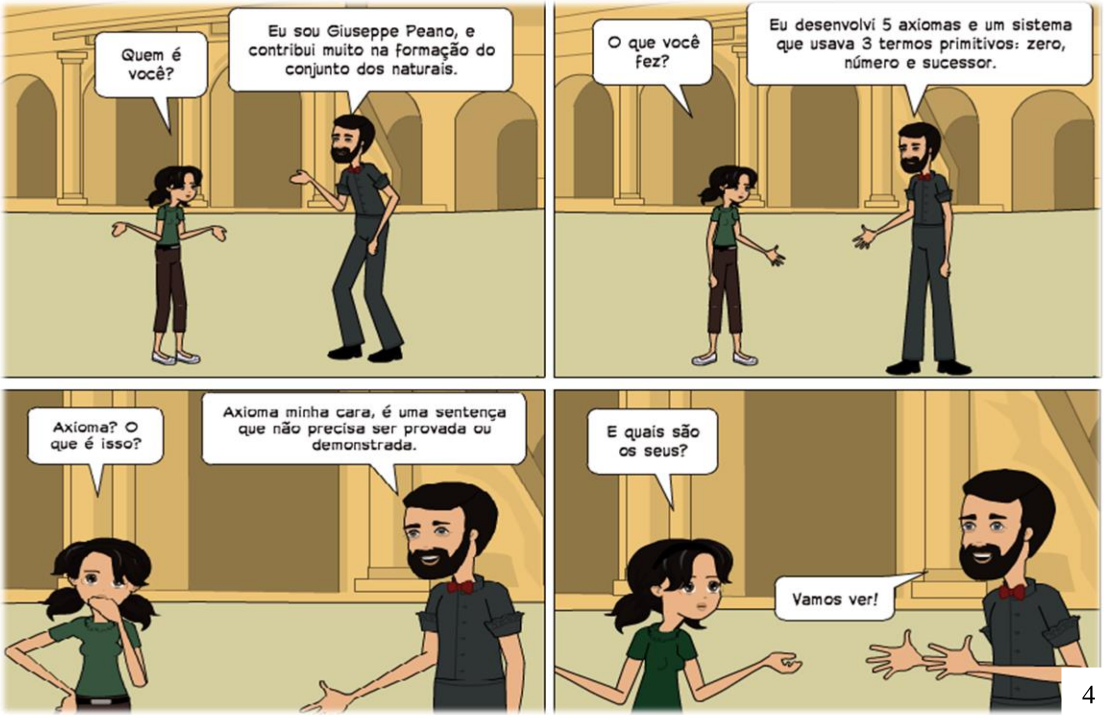
FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte A** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.
FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte B** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.
EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. -Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

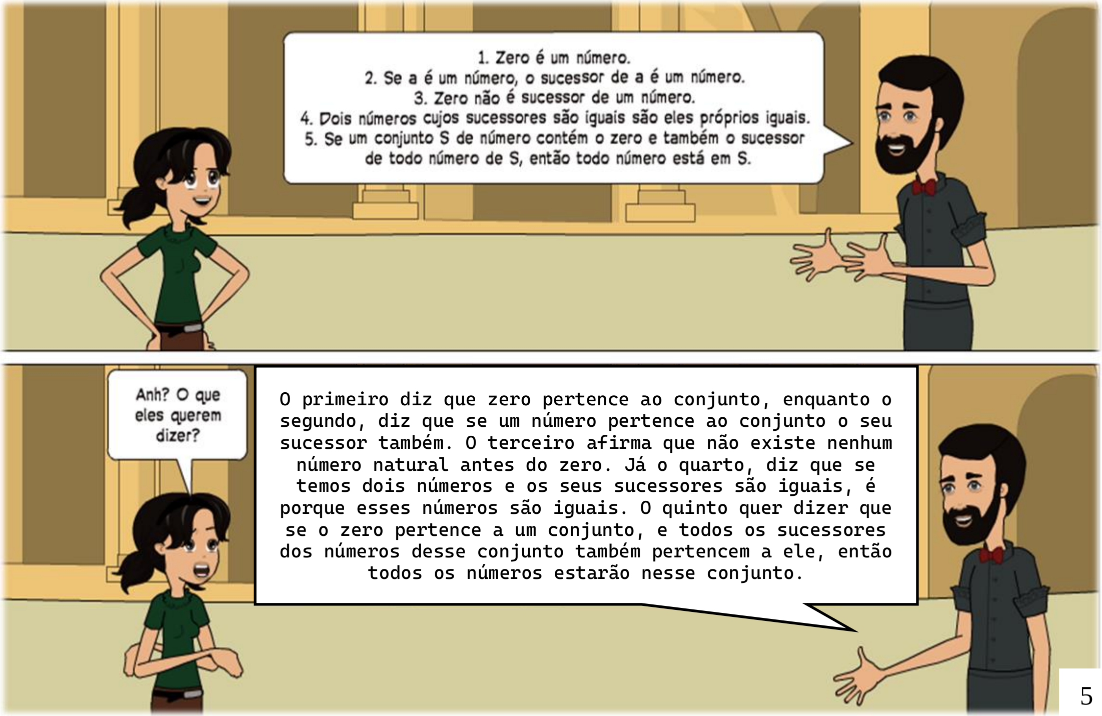
2.2 HQ 01- Alice num passeio pelo mundo dos naturais.

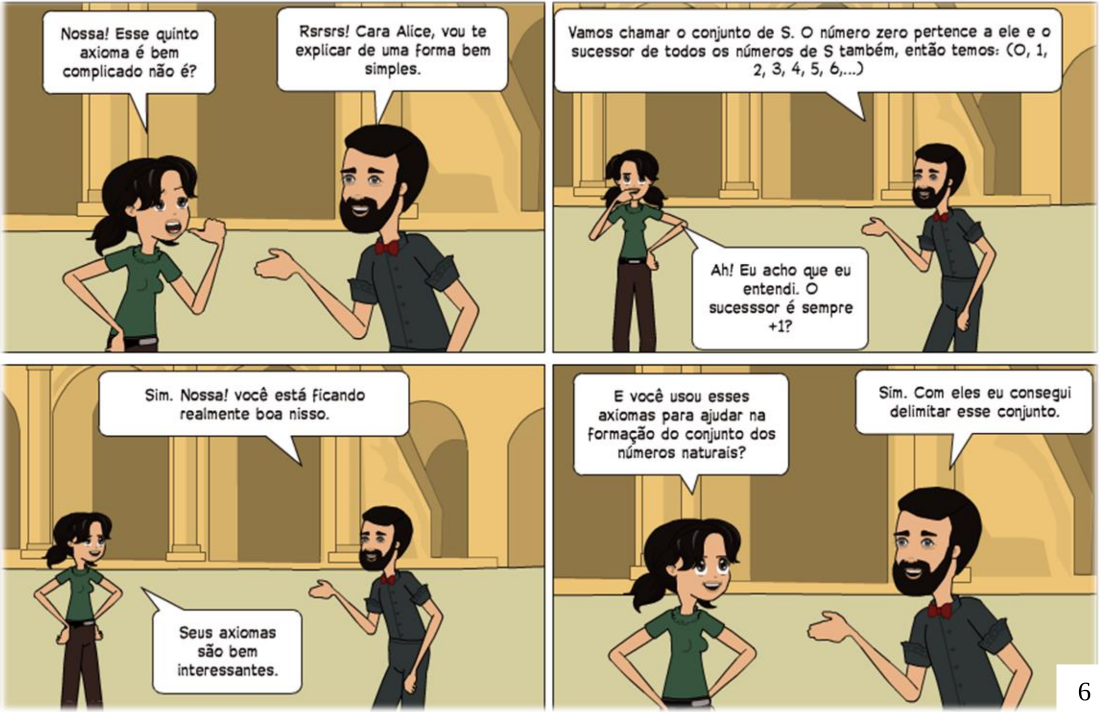

Nossa! Conhecer um pouco sobre como surgiram os números e numerais foi tão legal. Espero embarcar em uma nova aventura em breve.
Que sono!
ZZZ ZZZ
Alice! Alice! Acorda!
Anh? Sr. Espírito? O que está acontecendo?
Está pronta para a sua nova aventura?
Como assim?
Está na hora de você conhecer como os números naturais surgiram.
Vamos Alice?
Com certeza!
Sr. Espírito o que são os números naturais?
São os números que utilizamos para contar.


Anh?
Historicamente o zero não pertence ao conjunto, ele foi incluído porque era útil no desenvolvimento de teorias
Ele foi uma invenção recente na História da Matemática.
Nossa!
Ah! o O, 1, 2, 3,...?
Sim. No entanto, muitos estudiosos não consideram o O um número natural .
Nossa! Como não?
Cara Alice, considerar o O como um número natural vai depender da intenção de quem o está usando.

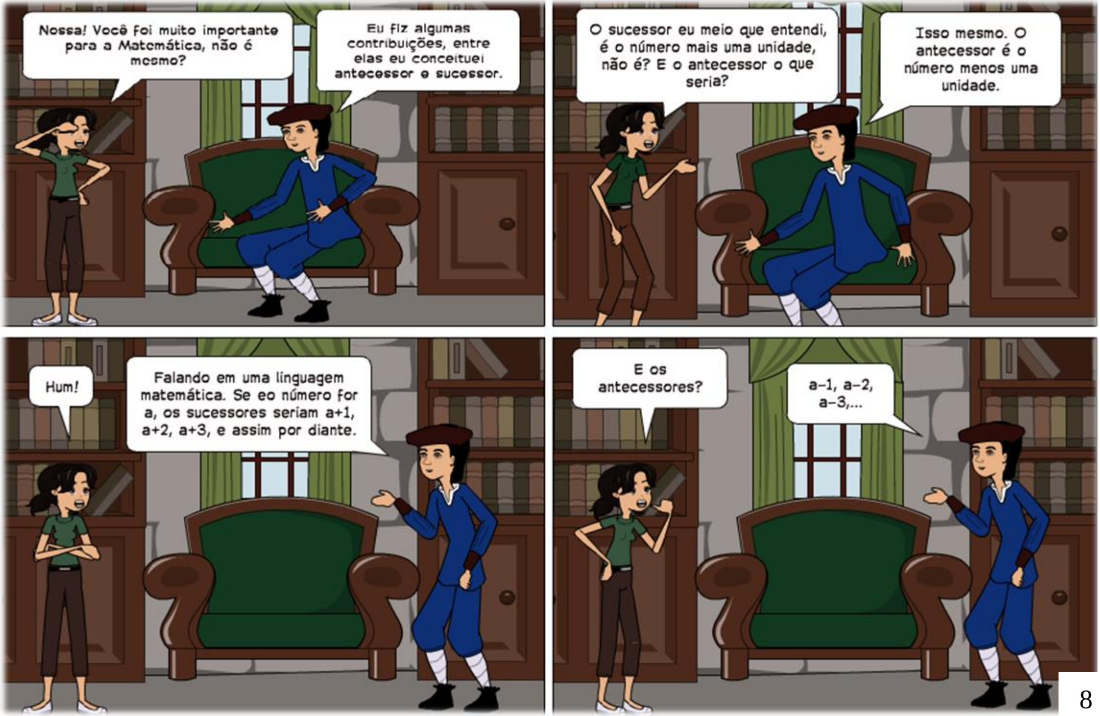

Então como é representado esse conjunto nos dias de hoje?
Assim:
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$
Legal!
Vamos, eu quero que conheça uma pessoa.
Olá!
Olá Alice!


Quem é você?
Eu sou Giuseppe Peano, e contribui muito na formação do conjunto dos naturais.
O que você fez?
Eu desenvolvi 5 axiomas e um sistema que usava 3 termos primitivos: zero, número e sucessor.
Axioma? O que é isso?
Axioma minha cara, é uma sentença que não precisa ser provada ou demonstrada.
E quais são os seus?
Vamos ver!

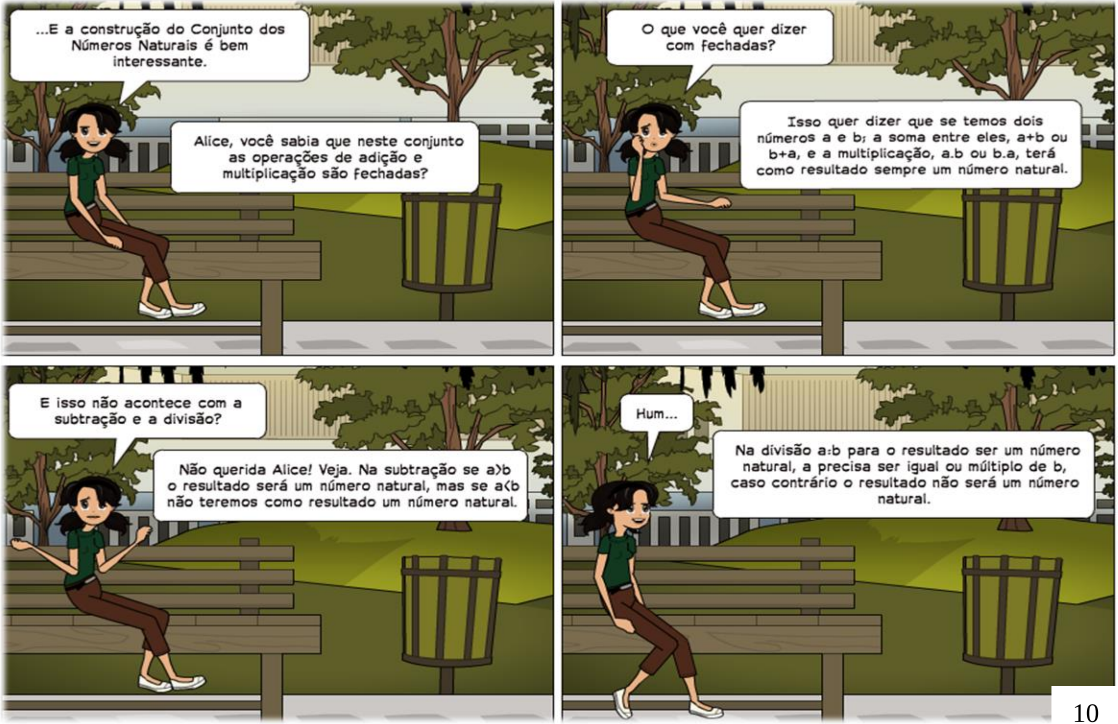

1. Zero é um número.
2. Se a é um número, o sucessor de a é um número.
3. Zero não é sucessor de um número.
4. Dois números cujos sucessores são iguais são eles próprios iguais.
5. Se um conjunto S de número contém o zero e também o sucessor de todo número de S, então todo número está em S.
Anh? O que eles querem dizer?
O primeiro diz que zero pertence ao conjunto, enquanto o segundo, diz que se um número pertence ao conjunto o seu sucessor também. O terceiro afirma que não existe nenhum número natural antes do zero. Já o quarto, diz que se temos dois números e os seus sucessores são iguais, é porque esses números são iguais. O quinto quer dizer que se o zero pertence a um conjunto, e todos os sucessores dos números desse conjunto também pertencem a ele, então todos os números estarão nesse conjunto.

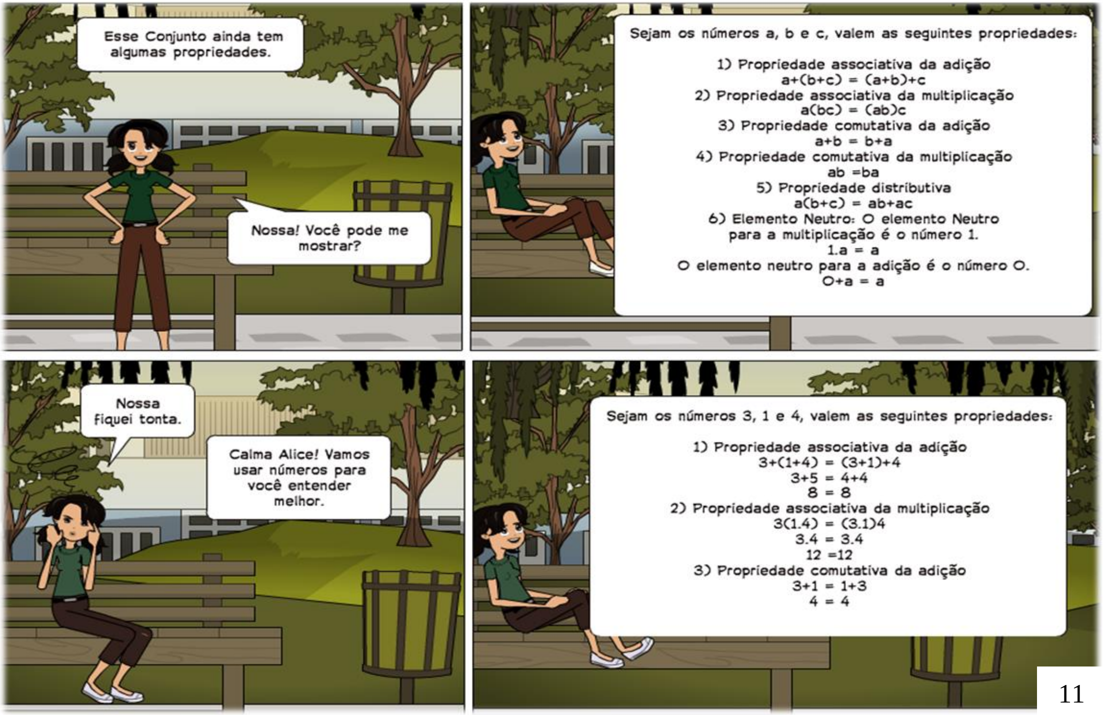

Nossa! Esse quinto axioma é bem complicado não é?
Rsrsrs! Cara Alice, vou te explicar de uma forma bem simples.
Vamos chamar o conjunto de S. O número zero pertence a ele e o sucessor de todos os números de S também, então temos: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,...)
Ah! Eu acho que eu entendi. O sucesssor é sempre +1?
Sim. Nossa! você está ficando realmente boa nisso.
Seus axiomas são bem interessantes.
E você usou esses axiomas para ajudar na formação do conjunto dos números naturais?
Sim. Com eles eu consegui delimitar esse conjunto.

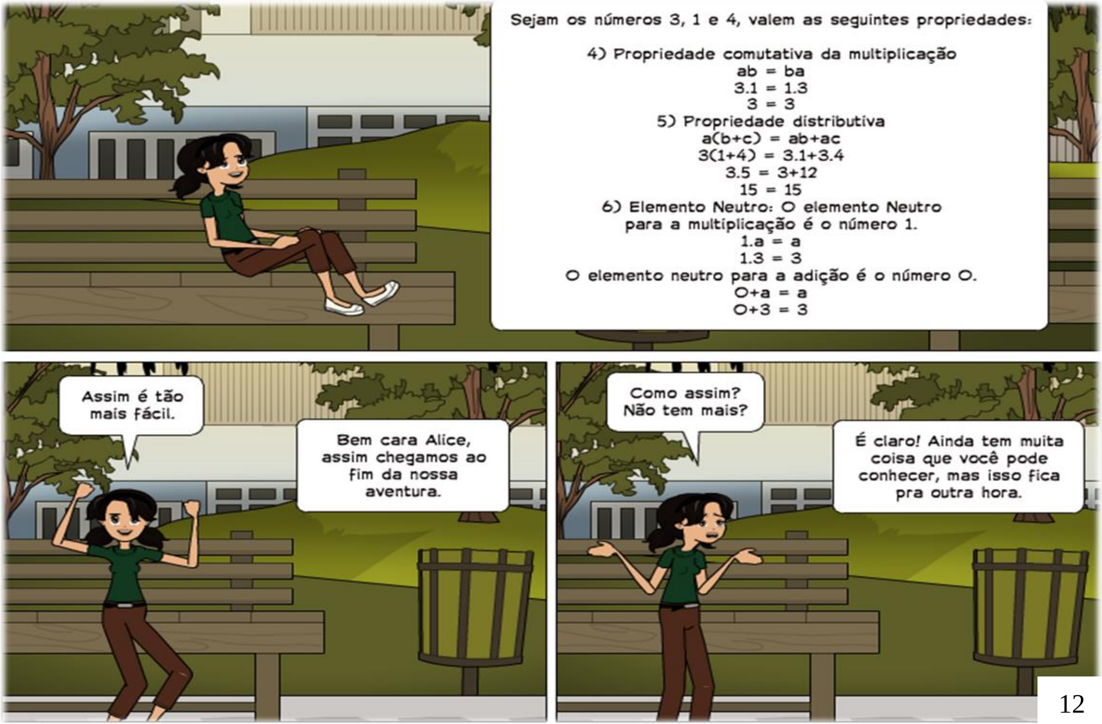

Vá Alice! Você vai conhecer um amigo que vai te explicar melhor sobre sucessor e antecessor.
Anh? Antecessor?
Isso mesmo. Até mais Alice.
Até Peano!
Olá!
Olá Alice!
Quem é você?
Eu sou Leonhard Euler.


Nossa! Você foi muito importante para a Matemática, não é mesmo?
Eu fiz algumas contribuições, entre elas eu conceituei antecessor e sucessor.
O sucessor eu meio que entendi, é o número mais uma unidade, não é? E o antecessor o que seria?
Isso mesmo. O antecessor é o número menos uma unidade.
Hum!
Falando em uma linguagem matemática. Se eo número for a, os sucessores seriam a+1, a+2, a+3, e assim por diante.
E os antecessores?
a–1, a–2, a–3,...


Hum! Todos os números naturais tem antecessor e sucessor?
Todos têm sucessores, mas não antecessores. Antes do zero não temos nenhum número natural.
Que interessante. Assim fica mais fácil de entender.
Alice está na hora de você ir.
Até mais Alice!
Até Sr. Euler!
O que achou do passeio Alice?
Nossa! Peano e Euler foram grandes matemátcos...


...E a construção do Conjunto dos Números Naturais é bem interessante.
Alice, você sabia que neste conjunto as operações de adição e multiplicação são fechadas?
O que você quer dizer com fechadas?
Isso quer dizer que se temos dois números a e b; a soma entre eles, a+b ou b+a, e a multiplicação, a.b ou b.a, terá como resultado sempre um número natural.
E isso não acontece com a subtração e a divisão?
Não querida Alice! Veja. Na subtração se a>b o resultado será um número natural, mas se a<b não teremos como resultado um número natural.
Hum...
Na divisão a:b para o resultado ser um número natural, a precisa ser igual ou múltiplo de b, caso contrário o resultado não será um número natural.


Esse Conjunto ainda tem algumas propriedades.
Nossa! Você pode me mostrar?
Sejam os números a, b e c, valem as seguintes propriedades:
1) Propriedade associativa da adição
a+(b+c) = (a+b)+c
2) Propriedade associativa da multiplicação
a(bc) = (ab)c
3) Propriedade comutativa da adição
a+b = b+a
4) Propriedade comutativa da multiplicação
ab =ba
5) Propriedade distributiva
a(b+c) = ab+ac
6) Elemento Neutro: O elemento Neutro para a multiplicação é o número 1.
1.a = a
O elemento neutro para a adição é o número O.
O+a = a
Nossa fiquei tonta.
Calma Alice! Vamos usar números para você entender melhor.
Sejam os números 3, 1 e 4, valem as seguintes propriedades:
1) Propriedade associativa da adição
3+(1+4) = (3+1)+4
3+5 = 4+4
8 = 8
2) Propriedade associativa da multiplicação
3(1.4) = (3.1)4
3.4 = 3.4
12 =12
3) Propriedade comutativa da adição
3+1 = 1+3
4 = 4


Sejam os números 3, 1 e 4, valem as seguintes propriedades:
4) Propriedade comutativa da multiplicação
ab = ba
3.1 = 1.3
3 = 3
5) Propriedade distributiva
a(b+c) = ab+ac
3(1+4) = 3.1+3.4
3.5 = 3+12
15 = 15
6) Elemento Neutro: O elemento Neutro para a multiplicação é o número 1.
1.a = a
1.3 = 3
O elemento neutro para a adição é o número 0.
0+a = a
0+3 = 3
Assim é tão mais fácil.
Bem cara Alice, assim chegamos ao fim da nossa aventura.
Como assim? Não tem mais?
É claro! Ainda tem muita coisa que você pode conhecer, mas isso fica pra outra hora.

CRÉDITOS

AUTORA: Greyce Michelinne Rocha Martins
REVISOR: Dr. John A. Fossa

REFERÊNCIAS

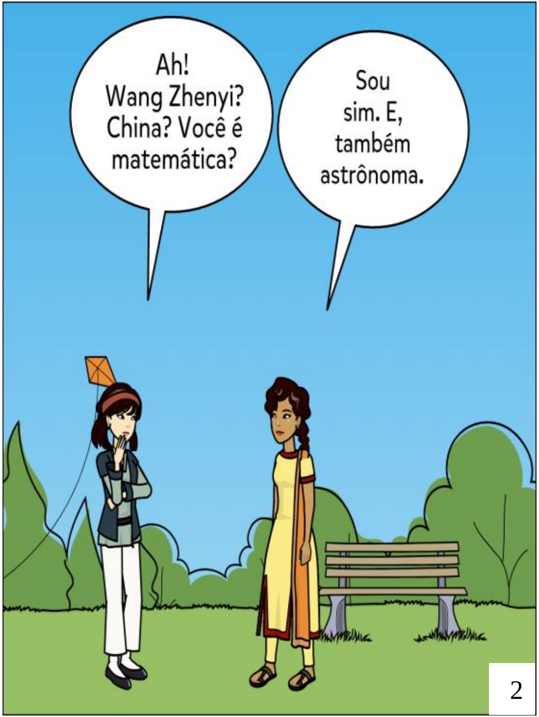
FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte A** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.
FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte B** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.
EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. -Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

2.3 HQ 03- Alice e o surgimento dos números negativos.


Alice?
Sim! Quem é você?

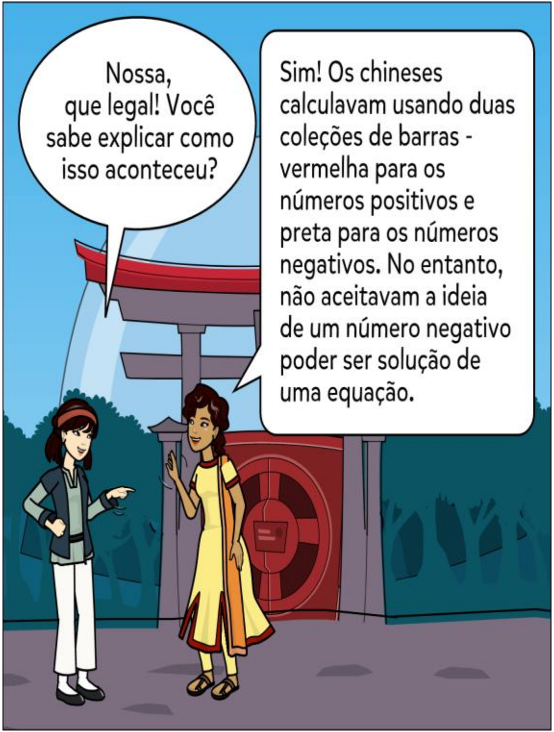

Eu sou Wang Zhenyi, fui enviada pelo Sr. Espírito para te acompanhar na sua próxima aventura. Nossa, como você cresceu!
Nossa! Achei que ele tivesse esquecido de mim, já se passou tanto tempo.


E pra onde vamos?
Hoje, nós vamos à China!


Ah! Wang Zhenyi? China? Você é matemática?
Sou sim. E, também astrônoma.


Que legal! Então, vamos!


Por que estamos aqui?
Porque foi aqui que os números negativos surgiram pela primeira vez.


Nossa, que legal! Você sabe explicar como isso aconteceu?
Sim! Os chineses calculavam usando duas coleções de barras - vermelha para os números positivos e preta para os números negativos. No entanto, não aceitavam a ideia de um número negativo poder ser solução de uma equação.


Só os chineses que conheciam os números negativos?
Não. Os Matemáticos indianos descobriram os números negativos quando tentavam formular um algoritmo para a resolução de equações. quadráticas.

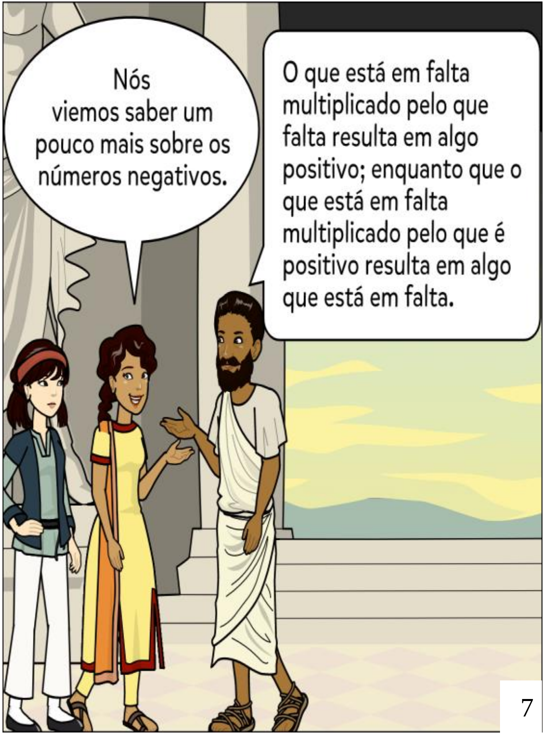

Então, muitos matemáticos conheciam os números negativos.
Sim. Brahmagupta, em sua obra, foi o primeiro a falar sobre os números negativos. Diofanto (Séc. III) operou facilmente com os números negativos que apareciam constantemente em cálculos intermédios em muitos problemas.


Você sabe como surgiu o sinal de menos?
Um matemático Alemão chamado Johann Widman foi o primeiro a registrar os sinais "+" e "-" em 1489. No caso, esses símbolos eram usados meramente para indicar excesso e deficiência.


Vamos Alice! Quero te apresentar alguns desses matemáticos.


Quem vamos encontrar aqui?
Diofanto de Alexandria.


Olá!
Olá!
Olá Alice e Wang! A que devo a honra dessa visita?


Nós viemos saber um pouco mais sobre os números negativos.
O que está em falta multiplicado pelo que falta resulta em algo positivo; enquanto que o que está em falta multiplicado pelo que é positivo resulta em algo que está em falta.


Anh?
Calma Alice! O que ele está nos dizendo é que “menos por menos dá mais” e “menos por mais dá menos” .


Ah!!! Agora entendi.
Isso mesmo Wang.


Agora precisamos ir. Cardano nos espera.
Uma boa viagem para vocês. Até breve!


Quero saber mais sobre esse negócio de menos com menos, fiquei confusa.
Claro! Vamos em frente que falaremos mais sobre isso.


Nossa! Onde estamos? Quem são essas pessoas? E por que estão usando essas roupas diferentes?
Nós estamos na época do Renascimento Alice! Eles são moradores da região.


Renascimento?
Sim. No Renascimento abriu-se uma nova etapa para os números negativos, e também a redescoberta da sabedoria grega.


Vamos! Tem alguém muito especial que eu quero que você conheça.


Nossa, o que está acontecendo aqui?
Pelo visto Cardano está fazendo uma reunião com matemáticos de várias épocas.


Com licença! Cardano?
Olá Wang! Vejo que trouxe nossa ilustre convidada.


Oi!
Eu sou a
Alice.
Nós sabemos quem é você. Gostaria que conhecesse alguns matemáticos que contribuíram com o desenvolvimento da ideia de número negativo.


Eu sou William Oughtred.
George Peacock.
Viéte.


Todos vocês contribuíram para o desenvolvimento da ideia de número negativo?
Todos nós minha cara, tivemos ideias a respeito dos números negativos.


Eu considero a Álgebra como um cálculo não interpretado. Nela, os símbolos são manipulados segundo regras previamente estipuladas. Minha intenção foi criar uma álgebra que englobasse números positivos e negativos.

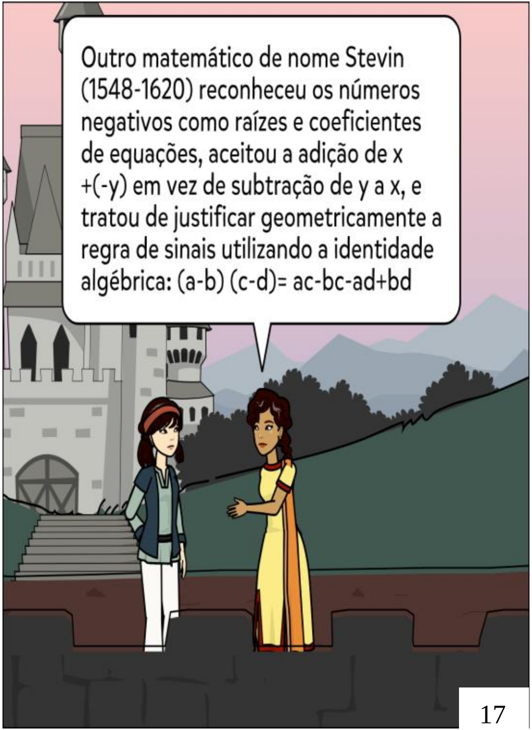

Para mim, os números negativos não possuem o significado intuitivo e físico que vocês utilizam nos dias de hoje. Eu apenas uso o símbolo - para a operação entre os números.


Eu escrevi uma obra intitulada Clavis Mathematicae, onde explico sobre a regra de sinais para a multiplicação entre números positivos e negativos.


Alice, vamos deixar esses cavalheiros terminarem a reunião.
Claro! Até mais pessoal.


Até!
Até Alice!
Até!
Até!


Que época interessante! Aconteceu mais alguma coisa?
Sim! Apareceu um número negativo ligado à uma equação algébrica, na obra do matemático francês Nicolás Chuquet (1445-1500)


Outro matemático de nome Stevin (1548-1620) reconheceu os números negativos como raízes e coeficientes de equações, aceitou a adição de x +(-y) em vez de subtração de y a x, e tratou de justificar geometricamente a regra de sinais utilizando a identidade algébrica: (a-b) (c-d)= ac-bc-ad+bd


Uau! Então aconteceram muitas coisas?
Sim Alice. Foi um momento muito importante para o desenvolvimento da matemática.
Com o surgimento dos números negativos foi preciso formar um novo conjunto numérico?
Sim Alice. Foi necessário formar um novo conjunto. O conjunto que conhecemos como Conjunto dos Números Inteiros.


Você pode falar um pouco mais sobre ele?
Claro! O conjunto dos Números Inteiros é formado pelos números inteiros positivos, inteiros negativos e pelo zero. Ele é representado pelo símbolo Z.


E como fica a representação desse conjunto?
Assim: Z={...,-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...}

Interessante.
Mas nós podemos representá-los usando um diagrama. Assim!
$\mathbb{Z}$
$\mathbb{N}$

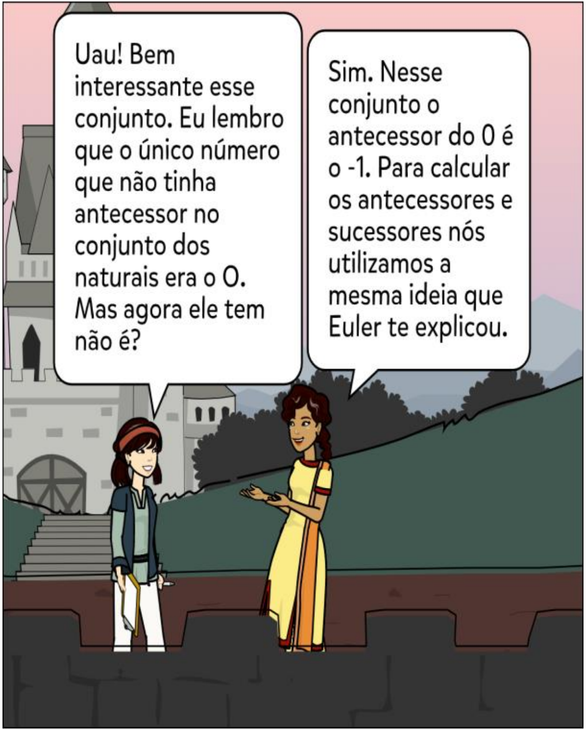
O que esse diagrama está mostrando?
Que o conjunto dos naturais está contido no conjunto dos inteiros.


Nossa, bem legal isso!
É sim. Sabe Alice, o conjunto dos números inteiros possui subconjuntos. Temos o Z*: formado por todos os números inteiros, exceto pelo zero. Z*= {...,-3, -2, -1, 1, 2, 3,...}

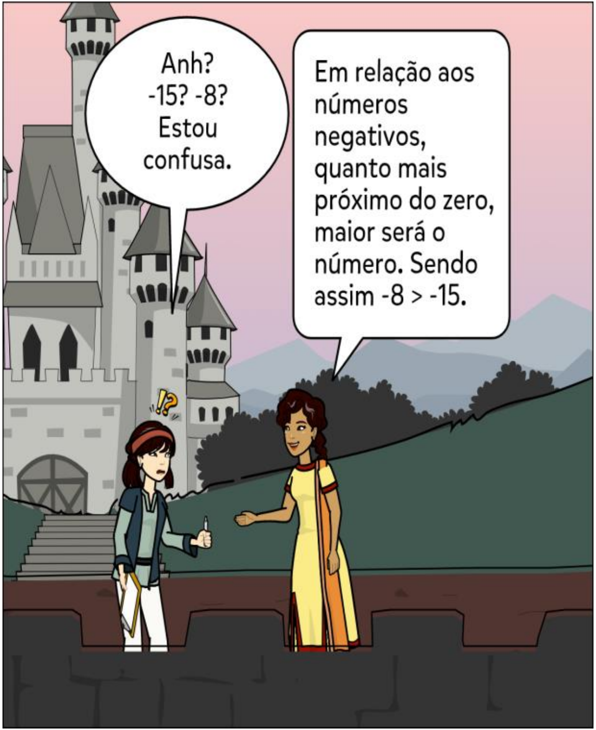

Vou anotar isso!
O outro subconjunto é o Z+: formado por todos os números inteiros não negativos, ou seja, pelo conjunto dos números naturais. Assim, Z+ = N.


Também
o Z_: formado por
todos os números
inteiros não
positivos.


E por último, temos o Z_*:
formado por todos os
números inteiros
negativos. Com exceção
do número zero que não
pertence a esse conjunto.


Uau! Bem interessante esse conjunto. Eu lembro que o único número que não tinha antecessor no conjunto dos naturais era o 0. Mas agora ele tem não é?
Sim. Nesse conjunto o antecessor do 0 é o -1. Para calcular os antecessores e sucessores nós utilizamos a mesma ideia que Euler te explicou.


Certo, é super fácil!
Alice, quem você acha que é maior -15 ou -8?

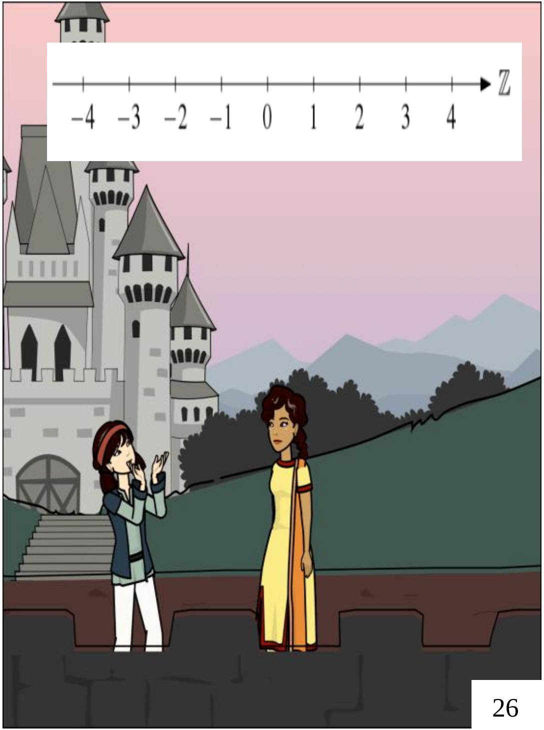

Anh? -15? -8? Estou confusa.
Em relação aos números negativos, quanto mais próximo do zero, maior será o número. Sendo assim -8 > -15.


E vai haver algum caso onde eles serão iguais?
Sim. -3 = -3; 2 = 2...


Então não vai haver nenhum caso onde um número negativo seja igual a um número positivo não é?
Não cara Alice. A não ser que você esteja comparando o módulo de dois números.


Módulo? O que é isso?
O módulo ou valor absoluto de um número representa a distância desse número à origem, ou seja, a distância que o número está do ponto zero da reta.


Como assim?
Observe a reta do conjunto dos números inteiros.


−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4
ℤ

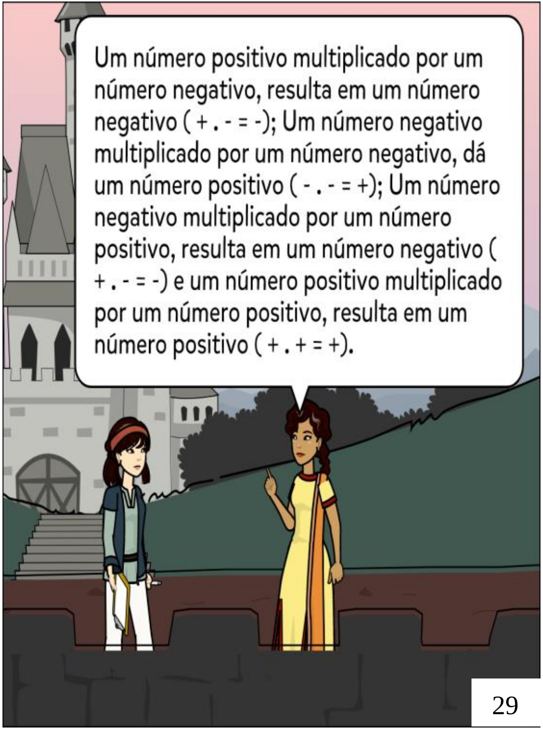

Existem quantos pontos para ir do -4 ao 0? E do 4 ao 0?


Existem 4 pontos para ir do -4 ao 0 e do 4 ao 0 também há 4 pontos.
Isso mesmo. Então podemos dizer que o módulo de -4 é 4 e o módulo de 4 é 4. Assim, podemos escrever que | -4 | = 4 e | 4 | = 4, disto, dizemos que | -4 | = | 4 |.


Fantástico! Sabe, uma coisa me deixou intrigada.
O que Alice?


O que seria a regra de sinais que o Sr. William se referiu?
Ah! A regra de sinais também é conhecida como jogo de sinais.

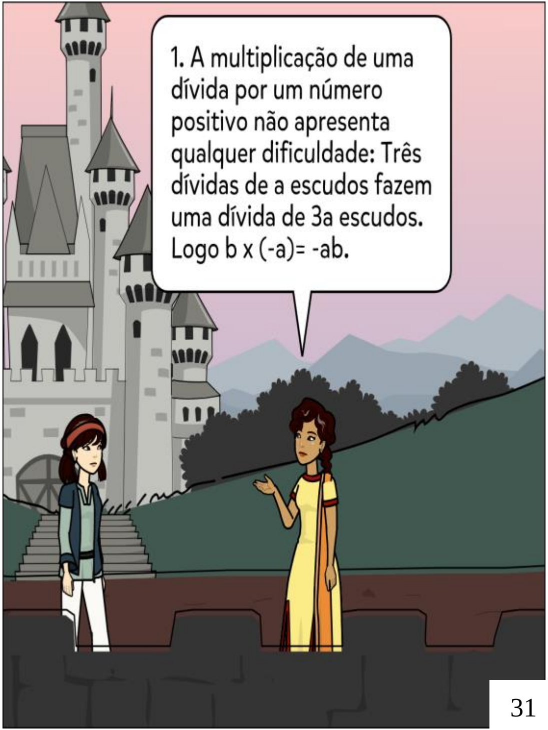

Lembro que Diofanto falou dele. Mas você pode explicar melhor o jogo de sinais para mim?
Claro!

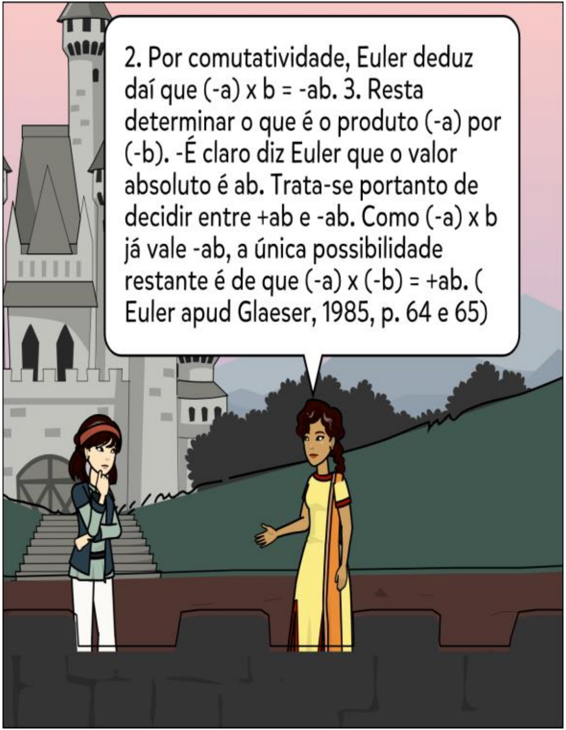

Um número positivo multiplicado por um número negativo, resulta em um número negativo (+ . - = -); Um número negativo multiplicado por um número negativo, dá um número positivo (- . - = +); Um número negativo multiplicado por um número positivo, resulta em um número negativo (+ . - = -) e um número positivo multiplicado por um número positivo, resulta em um número positivo (+ . + = +).


Alice!
Alice! O que aconteceu?

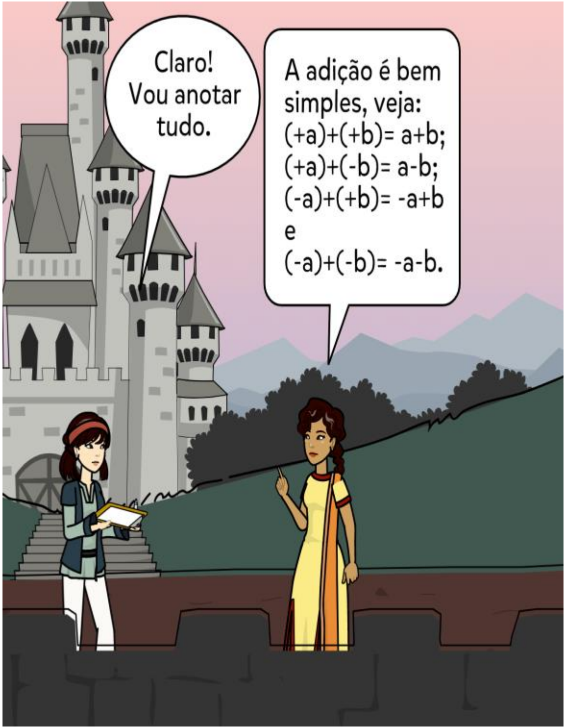

Fiquei tonta com tanta informação. Rsrsrs. Além disso, não entendi nada. Por que - . - = +. Isso não tem sentido.
Você lembra de Euler?

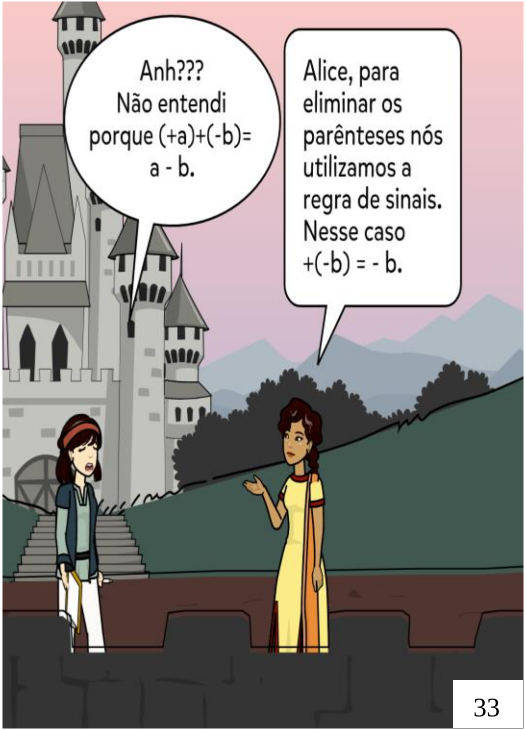

Claro! Grande matemático!
Ele levanta três pontos para explicar a regra de sinais.


1. A multiplicação de uma dívida por um número positivo não apresenta qualquer dificuldade: Três dívidas de a escudos fazem uma dívida de 3a escudos. Logo b x (-a)= -ab.

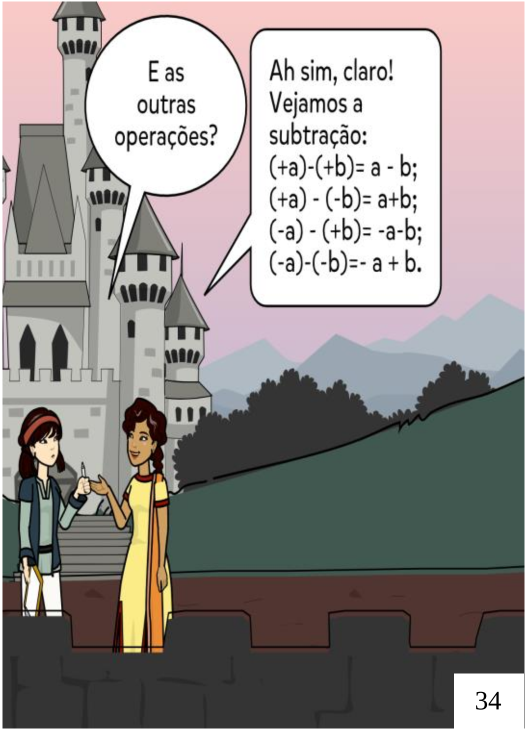

2. Por comutatividade, Euler deduz daí que (-a) x b = -ab. 3. Resta determinar o que é o produto (-a) por (-b). -É claro diz Euler que o valor absoluto é ab. Trata-se portanto de decidir entre +ab e -ab. Como (-a) x b já vale -ab, a única possibilidade restante é de que (-a) x (-b) = +ab. (Euler apud Glaeser, 1985, p. 64 e 65)


Agora sim eu entendi.
Vamos ver alguns exemplos das operações deste conjunto?


Claro!
Vou anotar
tudo.
A adição é bem
simples, veja:
(+a)+(+b)= a+b;
(+a)+(-b)= a-b;
(-a)+(+b)= -a+b
e
(-a)+(-b)= -a-b.


Anh???
Não entendi
porque (+a)+(-b)=
a - b.
Alice, para
eliminar os
parênteses nós
utilizamos a
regra de sinais.
Nesse caso
+(-b) = - b.


Hum!
Os números negativos foram e ainda são muito utilizados em situações financeiras. Os comerciantes utilizavam os números negativos sem ter ideia disso. Quando as pessoas não tinham dinheiro suficiente para pagar por um produto elas ficavam com uma dívida. E esse valor pode ser representado por um número negativo.


E as outras operações?
Ah sim, claro! Vejamos a subtração:
(+a)-(+b)= a - b;
(+a) - (-b)= a+b;
(-a) - (+b)= -a-b;
(-a)-(-b)=- a + b.


Então também fazemos o jogo de sinais?
Sim Alice, ou podemos utilizar a ideia de oposto.

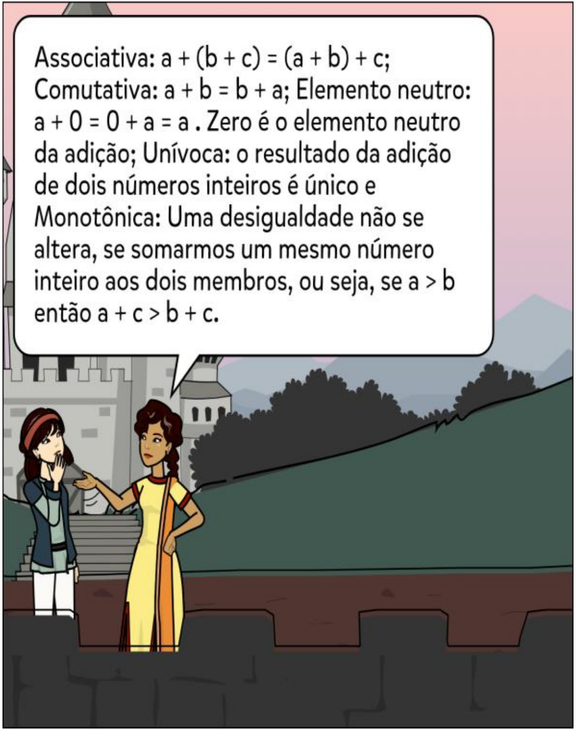

Ideia de oposto?
Isso! Se temos - (+b), poderíamos ler esse sinal de menos como: o oposto de +b que é -b.

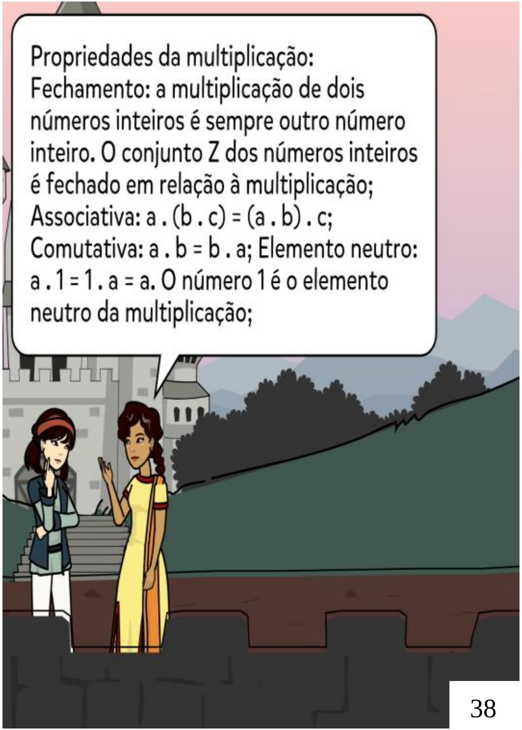

Nossa, assim fica mais fácil ainda.
Na multiplicação usaremos o jogo de sinais sempre: (+a).(+b)= +ab; (+a).(-b)= -ab; (-a).(+b)= -ab; (-a).(-b)= +ab. Como também na divisão utilizaremos a mesma regra.

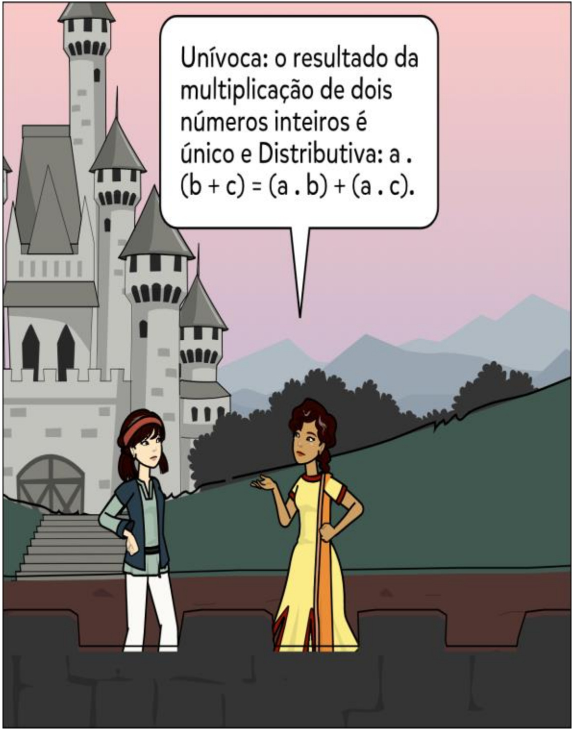

Como assim?
Simples. Quando multiplicamos e dividimos números com sinais iguais, o resultado sempre será positivo; quando os sinais são opostos, resulta em um número negativo.


Ah! Realmente é bem simples.
É sim. Há algo mais que você queira saber?


O conjunto dos números inteiros também tem propriedades como os dos naturais?
Claro que sim.
Propriedades da Adição:
Dados os números inteiros a, b e c, são válidas as seguintes propriedades:
Fechamento: a soma de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
Então o conjunto Z dos números inteiros é fechad
em relação à adição;


Associativa: a + (b + c) = (a + b) + c; Comutativa: a + b = b + a; Elemento neutro: a + 0 = 0 + a = a . Zero é o elemento neutro da adição; Unívoca: o resultado da adição de dois números inteiros é único e Monotônica: Uma desigualdade não se altera, se somarmos um mesmo número inteiro aos dois membros, ou seja, se a > b então a + c > b + c.


Propriedades da multiplicação: Fechamento: a multiplicação de dois números inteiros é sempre outro número inteiro. O conjunto Z dos números inteiros é fechado em relação à multiplicação; Associativa: a . (b . c) = (a . b) . c; Comutativa: a . b = b . a; Elemento neutro: a . 1 = 1 . a = a. O número 1 é o elemento neutro da multiplicação;


Unívoca: o resultado da multiplicação de dois números inteiros é único e Distributiva: a . (b + c) = (a . b) + (a . c).


Sra. Wang, se os números naturais também são números inteiros. Existem números que não são inteiros?
Claro que existem Alice.


Então,
eles seriam os
quebrados?
Rsrsrsrs... Já está
ficando tarde,
temos que voltar.
Quanto aos
números
“quebrados”, você
vai ver na sua
próxima aventura.


Oba!
Não vejo a hora
de começar essa
nova aventura.
Vamos
Alice!
Fim

CRÉDITOS

AUTORA: Greyce Michelinne Rocha Martins
REVISOR: Dr. John A. Fossa

REFERÊNCIAS

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. -Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte A** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.

FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte B** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.

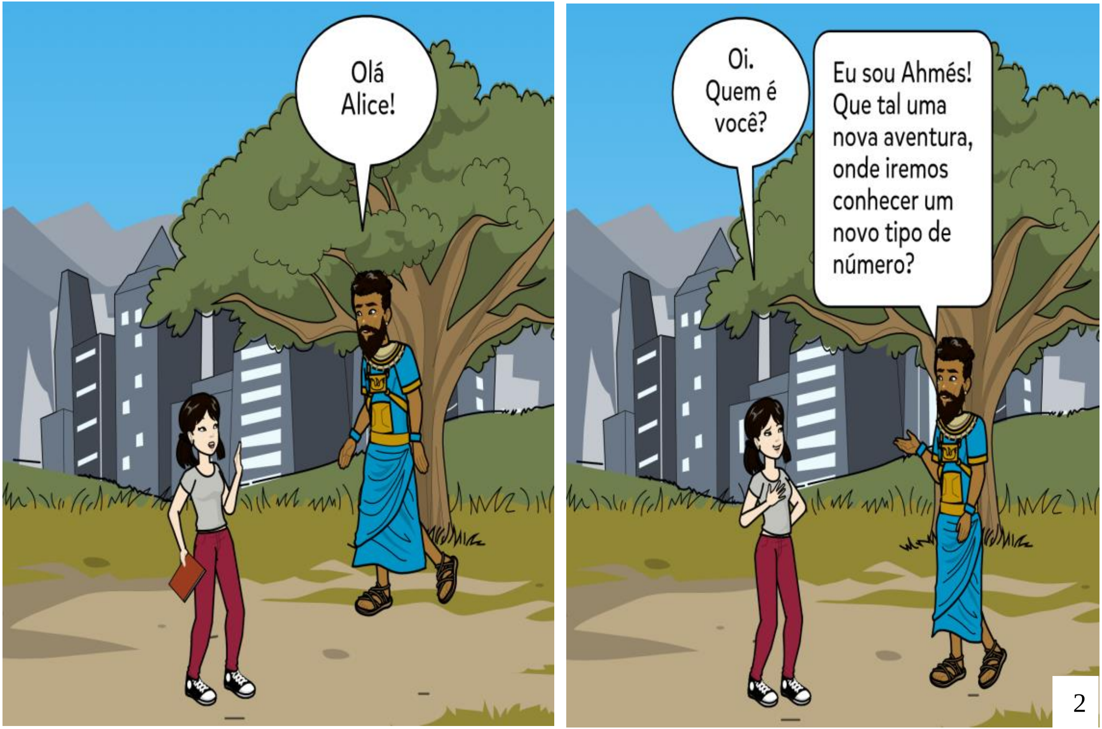
MEDEIROS, Alexandre. MEDEIROS, Cleide. **Números negativos: uma história de incertezas**. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10694 Acesso em 10 de março de 2021.

NETO, Fernando Raul. **Menos vezes menos dá mais: observações históricas sobre o conceito de número negativo.** Disponível em https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2273 Acesso em 10 de março de 2021.

2.4 HQ 04- Alice e os números quebrados: A aparição dos números racionais.


Hoje seria um dia perfeito para uma nova aventura.


Que roupa estranha! De onde será que ele é?


Olá Alice!
Oi. Quem é você?
Eu sou Ahmés! Que tal uma nova aventura, onde iremos conhecer um novo tipo de número?


Legal! Ahmés, por que você está usando essas roupas?
Alice, eu venho do Egito e em nossa época nós usávamos este estilo de roupas.


Nossa! E você é um faraó, ou coisa assim?
Não minha cara Alice! Eu sou um escriba.


Ah!!! E o que você escreveu de tão importante?
Eu fui responsável por copiar o Papiro de Rhind.


Papiro de Rhind? O que é isso?
Ele é um dos mais famosos documentos matemáticos.


Legal!
Ele detalha a solução de 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria.

Então quer dizer que hoje vamos ao Egito?
Sim! A nossa aventura começa por lá!


Aqui é o Egito?
Sim. Estamos às margens do Rio Nilo.


Rio Nilo? O que ele tem haver com matemática?
As terras ao redor do Nilo eram demarcadas. E como aqui ocorriam muitas enchentes, isso apagava as demarcações que eram feitas. Então, sempre era preciso fazer novas marcações.


Pra que serviam essas demarcações? E quem era responsável por fazê-las?
Essas demarcações apontavam as fronteiras das propriedades. E era função do Agrimensor restabelecer essas medidas.


Hum... Agrimensor?
Sim. Eles também eram conhecidos como Esticadores de Corda.


Por que Esticadores de Corda?
Porque eles mediam os terrenos utilizando cordas nas quais uma unidade de medida está marcada.


Essas cordas eram esticadas e se verificava quantas vezes a tal unidade de medida cabia no terreno, mas nem sempre essa medida cabia inteira nos lados do terreno.


Então isso quer dizer que a medida não podia ser representada por um número inteiro?
Isso mesmo.


E como era representada essa medida?
Através de um número chamado de fracionário que eles também chamavam de fração.


Então esse número surgiu devido a necessidade de realizar medições?
Isso mesmo Alice!


Como eles representavam esse número?
Você lembra dos numerais que Hipátia te mostrou?
Claro que lembro!
Para representar as frações unitárias eles usavam os numerais que você já conhece e esse símbolo.


Unitárias?
O que significa
isso?
São
as frações com
numerador 1,
como 1/2, 1/3.


E eles
não usavam
frações com outros
numeradores?
Os egípcios
evitavam
trabalhar com
frações com
outros
numeradores,
com exceção da
fração 2/3.

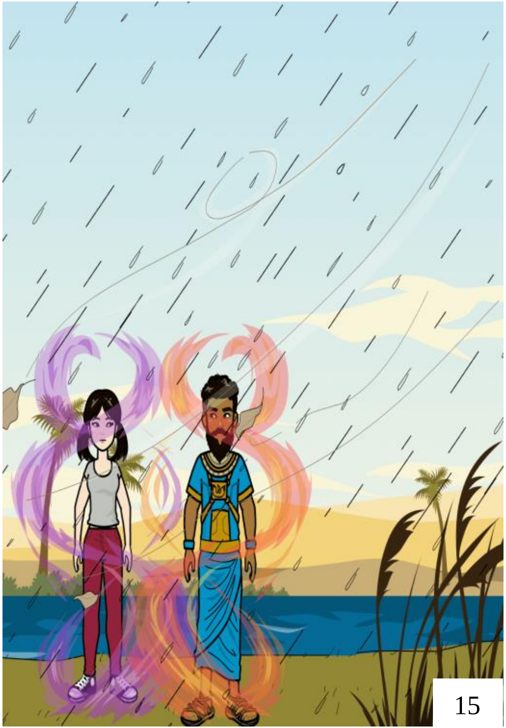

O que tem a fração 2/3?
Eles se sentiam a vontade com esta fração e até representavam ela por esse símbolo.


Bem interessante! Você sabe dizer se outras civilizações conheciam as frações?
Sim Alice. Os chineses, os babilônios, os romanos, os gregos e os hindus tiveram ideias sobre o número fracionário e desenvolveram formas de trabalhar com eles.


Muitos povos não é mesmo?
As frações foram usadas por vários povos, de vários jeitos diferentes e com bases e notações que dependiam de cada civilização, cada uma elaborou sua própria maneira de representá-las.


Nossa! Eu não entendi muito bem por que escreve 1/4; 1/3.
1/4 quer dizer que 1 foi tomado de 4 partes; 1/3 que 1 foi tomado de 3 partes.


Ah! Nossa o tempo mudou.
Começou a chover, vamos sair daqui, pois o rio provavelmente vai encher.




Aqui está bem melhor.
Então Alice, você ainda tem alguma dúvida?


Você falou em numerador, o que seria isso?
Uma fração é representada, de forma escrita, por dois números inteiros, sendo um o numerador e o outro o denominador.


O denominador é o termo da fração que indica o número de partes em que será dividida uma determinada quantidade, enquanto que o numerador é o número de partes que usaremos dessa quantidade que acabou de ser dividida.


Entendi. Esse número não está incluído em nenhum conjunto não é?
Não Alice, foi preciso formar um novo conjunto para que números como a fração pudessem ser incluídos.


E existem outros números?
Não é que existe outro número, mas existem outras formas de representação.


Veja a fração 1/2. Ela pode ser representada por um outro número, o 0,5. Nesse caso nós dividimos o numerador pelo denominador e descobrimos uma nova forma de representar a mesma fração: A forma decimal.


Nossa, então isso quer dizer que 1/2=0,5?
Isso mesmo Alice.


E a vírgula? Você sabe como ela surgiu?
Ainda existem muitas dúvidas sobre quem utilizou a vírgula pela primeira vez.


Mas não sabemos nem quando ela surgiu?
Isso sim. Ela surgiu até o final do primeiro quarto do século XVIII.


E qual é mesmo a função dela?
Separar a parte inteira da parte decimal.


Venha Alice, vamos falar sobre o novo conjunto que precisou ser formado para conter esses números.


Que legal! Um novo conjunto. Qual o nome dele?
Ele recebeu o nome de Conjunto dos Números Racionais. E é representado pelo símbolo Q.

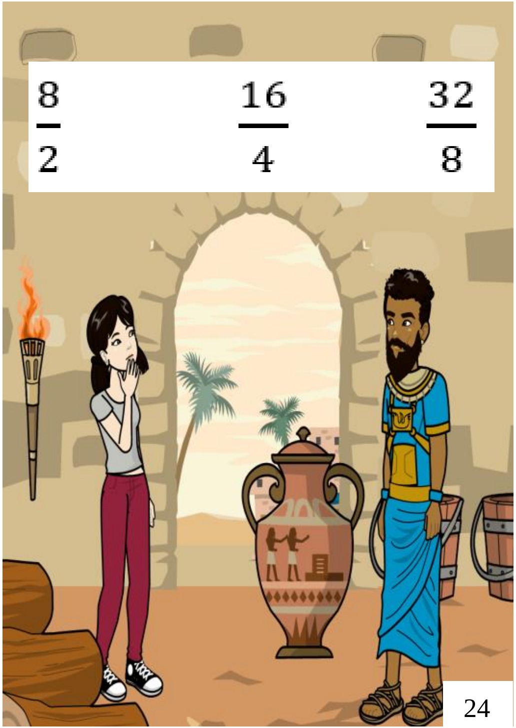

Quais os tipos de números que pertencem a esse conjunto?
Qualquer número que possa ser escrito na forma de fração.

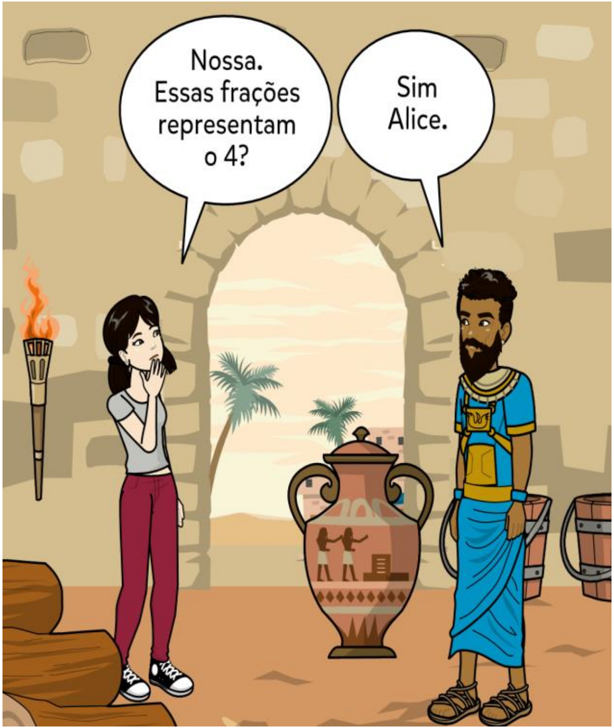

E quais são esses números?
Naturais, inteiros e os decimais.


Isso quer dizer que os outros conjuntos estão contidos nesse novo conjunto?
Isso mesmo. Veja a representação nesse diagrama.
Q
Z
N


Espera! Você disse que era todo número? Como assim?
É. Um número inteiro pode ser escrito em forma de fração.


Então como ficaria o número 4 na forma de fração?
Assim:


$\frac{8}{2}$ $\frac{16}{4}$ $\frac{32}{8}$


Nossa. Essas frações representam o 4?
Sim Alice.


Então quer dizer que elas são iguais?
Isso mesmo. São iguais ou equivalentes. Alice quem você acha que é maior 1/3 ou 1/4?


1/4 com certeza, pois o 4 é maior que o 3.
Não se pode comparar fração como comparamos os números inteiros.


Então como fazemos a comparação?
1/3 quer dizer que 1 unidade foi dividida em 3 partes e 1/4 quer dizer que essa mesma unidade foi dividida em 4 partes. Então quem você acha que é maior?


Ah!
1/3 com certeza.
Isso mesmo cara Alice. 1/3 é maior que 1/4. Quando o numerador é o mesmo, o denominador de menor valor nos indica quem é a maior fração.


Nossa!
E quando os denominadores forem diferentes?
Para isso é necessário tornar as frações equivalentes de mesmo denominador para depois compará-la.


Nossa! Muito interessante.
Você tem alguma pergunta?


O Conjunto dos Números Racionais possui subconjuntos?
Sim Alice. Veja:

Q^* é o conjunto dos números racionais diferentes de zero;

Q_+ é o conjunto dos números racionais positivos e o zero;

Q_- é o conjunto dos números racionais negativos e o zero;

Q_+^* é o conjunto dos números racionais e positivos;

Q_-^* é o conjunto dos números racionais negativos.

Muitos subconjuntos não é mesmo?
Sim! Venha Alice, vou te falar sobre as propriedades.

Propriedades?
Isso, Alice! Propriedade 1: Entre dois números racionais, sempre existirá outro número racional.


Nossa!
Propriedade 2: As quatro operações no conjunto dos números racionais são fechadas.


Isso quer dizer que independente da operação o resultado sempre será um número racional?
Exatamente.


Ahmés!
Uma vez eu vi um número decimal que não tinha fim.
Como assim Alice?


Era o número 2,66666666666...
Ah! Esse número é o que chamamos de dízima periódica, pois a sua parte decimal se repete em períodos que no caso do número que você viu é o 6.

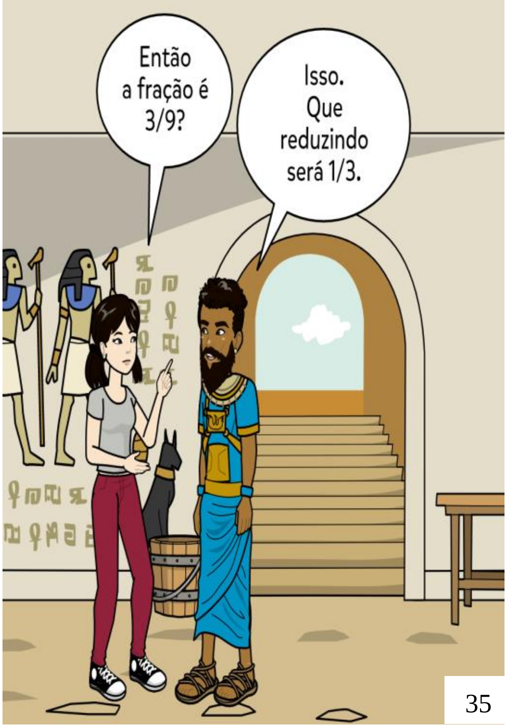

Ele é um número racional?
Toda dízima periódica é um número racional, pois ele provém de uma fração geratriz.


Fração o quê?
Geratriz!


Hum...
Alice, vamos escrever a fração 1/3 em um número decimal.


Hum.1 dividido por 3 vai dá 0,33333....
Isso mesmo. A fração 1/3 gerou a dízima 0,3333....


Ah, entendi! Como a gente faz pra transformar a dízima periódica em fração?
Simples. Na dízima 0,3333... observamos qual é o período, nesse caso o 3 que será o nosso numerador. Para cada algarismo do período colocamos um 9 no denominador.


Então a fração é 3/9?
Isso. Que reduzindo será 1/3.


E quando o número for 3,14159265359...?
Nesse caso não existe um período. Então não temos um número racional.


Como assim? Se ele não é racional, que tipo de número ele é?
Minha cara Alice, ainda há muito o quê aprender, mas o nosso tempo acabou.


Ahmés, não posso ir embora sem saber que tipo de número é esse.
Quem sabe em uma próxima aventura. O que achas?


Já estou ansiosa. Obrigada pelos ensinamentos. Até a próxima!
Até Alice!
Fim

CRÉDITOS

AUTORA: Greyce Michelinne Rocha Martins
REVISOR: Dr. John A. Fossa

REFERÊNCIAS

APARECIDO, Aires. **A Matemática e a história dos números decimais**. Dissertação de Mestrado- Universidade Federal de Mato Grosso, Programa de Pós-Graduação em Educação do Instituto de Educação, Cuiabá, 2012.

CASTRO, Regine Arantes de. OLIVEIRA, Nanci de. **Número fracionário: Estudo Histórico, epistemológico e da transposição didática**. Revista de Educação. Vol. XII, Nº. 13, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. -Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte A** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.

FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte B** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.

2.5 HQ 05- Desvendando a irracionalidade dos números.


Biblioteca Municipal- Seção Matemática
Aqui com certeza deve haver um livro que me diga como são chamados os números com as casas decimais infinitas não periódicas.
Senhor! O senhor pode me ajudar a achar um livro?
Claro Alice!


Anh??? Como sabe quem eu sou?
Eu sei quem você é e também sei o que está procurando. Eu sou Pitágoras! E vim pra te ajudar com algumas respostas.
Pi... o quê?
Pitágoras! Sou considerado o pai da matemática, e fundei a escola pitagórica na Grécia Antiga.


Ah!
Os pitagóricos
foram muito
importantes.
Sim
minha
cara.


Mas o
que os pitagóricos
tem haver com a
minha inquietude?
Você quer saber
como são chamados
os números com
casas decimais
infinitas não
periódicas não é
mesmo?


Sim. Ahmés
me deixou super
curiosa, então vim aqui
atrás de respostas.
Então
vou te levar
onde tudo
começou.
Pronta?


Nossa!
Claro que estou
pronta. Vamos à
Grécia?
Isso
mesmo.


Oba! Adorei a minha roupa.
Uma roupa especial para uma ocasião especial.


Por que estamos aqui?
Aqui é onde a história de alguns números que você ainda não conhece começou.


Hum. Que números são esses?
Vamos devagar Alice.


Quem
são esse homens?
Por que eles parecem
tão preocupados?
Eles
são os
pitagóricos. E
fizeram uma nova
descoberta.


Qual
descoberta?
Um
número
novo.


Um número novo?
Sim. Eles estavam relacionando as figuras geométricas com os números. E foi quando eles perceberam que nem sempre dá pra expressar um comprimento com um número inteiro.


Como assim?
Eles queriam medir a diagonal de um quadrado de lado 1 e perceberam que não conseguiam expressar isso através de um número inteiro.


Então usaram um racional?
Esse número também não possui as características para ser um número racional.

Nossa! Interessante.
Eles chamavam esse número de alogon.


O que esse nome significa?
Não racionais, mas também significava: inexprimível.


Por que isso?
Porque eles consideravam tal número um absurdo.

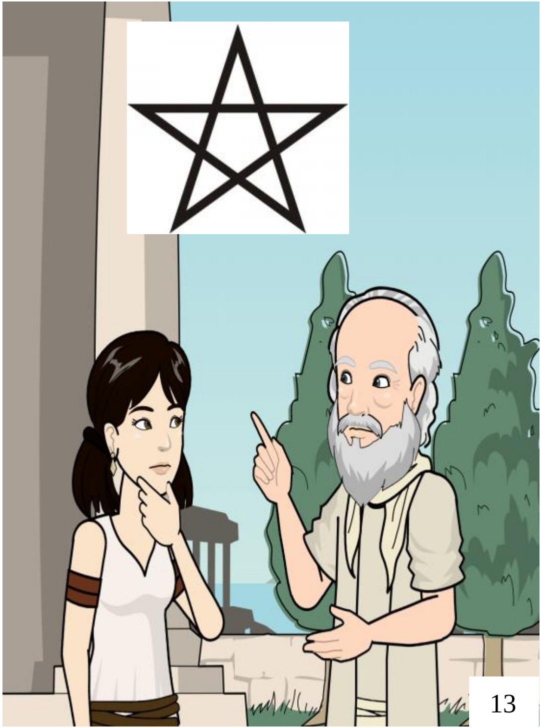

Que descoberta! Isso foi muito importante não é mesmo?
Sim Alice, a descoberta de grandezas incomensuráveis foi muito importante para a matemática.


Grandezas o quê?
Incomensuráveis. Medida que não pode ser expressa pela razão de dois números inteiros.


Um número não racional?
Isso mesmo. Melhor falando: Irracional.


E como eles descobriram essas grandezas incomensuráveis?
Através do estudo do pentagrama.


Pentagrama? Você pode me mostrar o que é um pentagrama?
Claro! Veja.




Que legal.
Os números irracionais também apareceram em um problema chamado de A duplicação do cubo.


Duplicação do cubo?
Isso. No período de 443 a.C a 429 a.C, uma peste assolou a cidade de Atenas. Para resolver esse problema a população enviou uma delegação ao templo de Apolo.


O que isso tem haver com cubo?
O altar era em formato de cubo, e foi feito o seguinte pedido: erguei-me um altar igual ao dobro do já existente e a peste cessará.


Mas isso era muito fácil. Era só multiplicar por 2.
Não é bem assim. Para calcular o volume de um cubo nós multiplicamos o valor da aresta por ela mesmo três vezes.


Anh?
Se a aresta do cubo vale 1, para calcular o volume nós fazemos: v= 1x1x1= 1


Para dobrar o volume do cubo nós precisamos achar um número que multiplicado por ele mesmo 3 vezes resulte em dois, assim: a x a x a = 2


Ah!!!
A resposta é
um número
irracional?
Isso
mesmo.

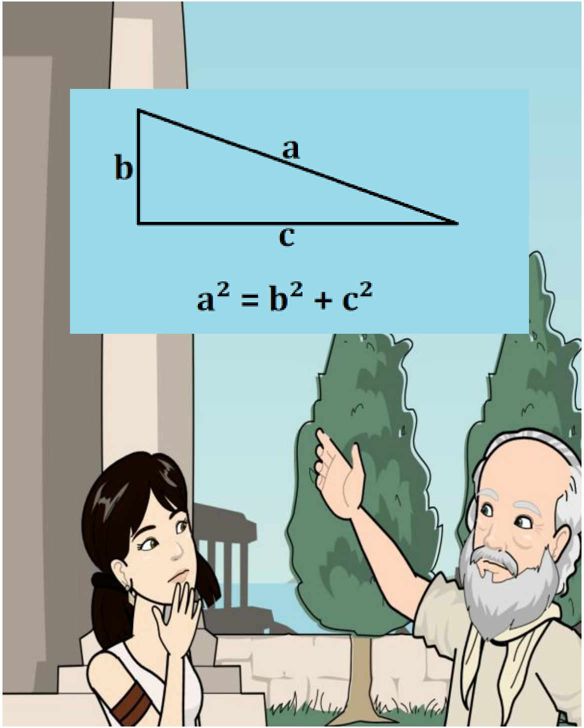

Pitágoras
eu tenho uma
dúvida.
Qual
Alice?


Como representamos a diagonal do quadrado de lado 1?
Ela será expressa por radix de 2.

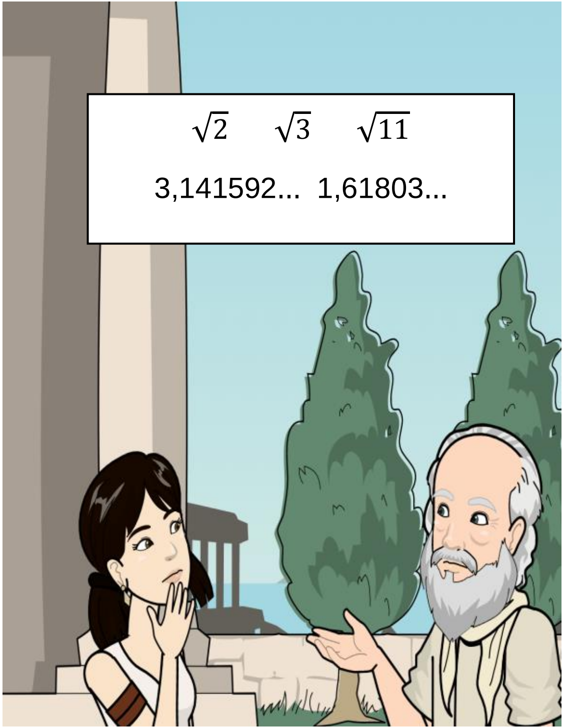

Radix de 2?
Isso mesmo. Raiz quadrada de 2 (√2).


E como eles chegaram a √2?
Utilizando um teorema que traz o meu nome.


Ah! O teorema de Pitágoras.
Isso mesmo. No meu teorema para achar o valor da diagonal do quadrado nós utilizamos a seguinte relação, veja:


b
a
c
$a^2 = b^2 + c^2$


Ah!
Então todo
número que utiliza
raiz é irracional?
Não Alice.
Só aqueles que não
possui raiz exata. Veja
alguns exemplos:


$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{11}$
3,141592... 1,61803...


Agora entendi. Onde surgiu a raiz?
O conceito foi criado por matemáticos árabes. A ideia foi adotada por matemáticos europeus no fim da Idade Média.


E a palavra radix?
Significa raiz em latim.


Nossa, que legal!
Sabe Alice alguns números irracionais se destacam.


Que números são esses?
Um deles é chamado de “Pi”.


Pi?
Isso mesmo. Venha vou te mostrar como esse número foi descoberto.


Alice, conheça Arquimedes, grande matemático.
Olá Alice.


Olá Arquimedes.
Arquimedes foi o primeiro a tentar calcular rigorosamente o valor de pi.


Vou deixar vocês sozinhos para ele falar um pouco sobre o pi à você.


Então Alice, estávamos tentando calcular a razão entre o perímetro de uma circunferência e o seu diâmetro, e percebemos que dava sempre o mesmo resultado: 3,141592...


Nossa! E por que se chama pi?
A letra pi foi escolhida por ser a primeira letra da palavra peripheria, cujo significado é circunferência.
Arquimedes, eu sei que as casas decimais do número pi são infinitas. Mas, você sabe quantas casas são conhecidas?
No seu tempo já são conhecidas oito quatrilhões de casas decimais de Pi.


Nossa! Existem outros números irracionais que também são importantes como o pi?
Claro. O número áureo!

Áureo? De Ouro?
Isso mesmo Alice. O número áureo é também conhecido como proporção áurea, média áurea, proporção divina e regra de ouro.


Uau!
Um número de
Ouro. E quanto vale
esse número?
1,6180339887...


Como
se chegou a
esse número?
Pitágoras
pode te explicar
melhor.
Pitágoras?????


Sim
Arquimedes?
Você
pode ajudar Alice
com o surgimento do
número áureo?

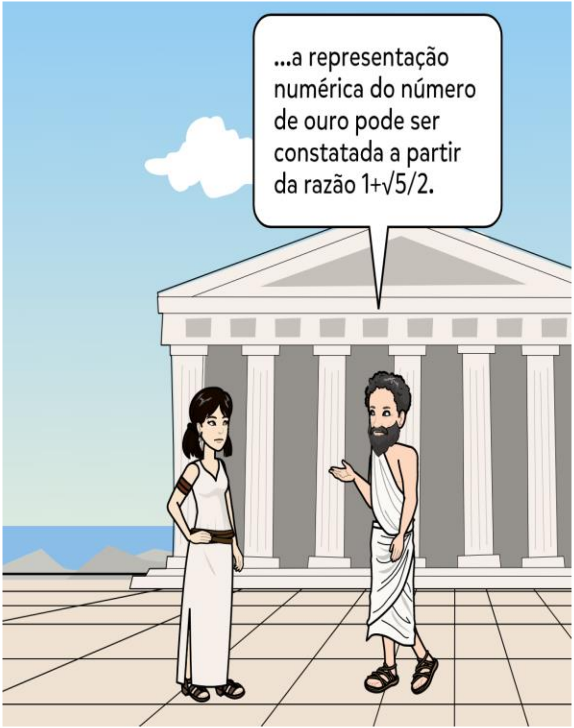

Claro!
Vamos Alice,
vou te mostrar
um lugar.


Alice, este é o Partenon.
Que lugar legal. Mas o que ele tem de especial?


Alice quero que conheças Fídeas.
Olá Fídeas.
Olá Alice.


Fídeas é o grande idealizador dessa obra, e ele fez tudo isso utilizando a proporção áurea.
Isso é verdade?
Sim Alice.


Vou deixar vocês a sós.
Obrigada Pitágoras.
Então Alice...


...a representação numérica do número de ouro pode ser constatada a partir da razão 1+√5/2.


E esse número tá nesse prédio?
Construí este templo entre 447 e 433 a. C., ele possui no retângulo da sua fachada a proporção de ouro.


O que é um retângulo de ouro?
É um retângulo que quando dividimos a sua largura pela sua altura resulta em Phi, ou seja 1,61803398...


E por que você utilizou esse retângulo?
Porque ele representa a beleza matemática.


Hum!
Tudo se torna mais harmonioso e mais belo quando usamos a proporção áurea.


Nossa que interessante.
A proporção áurea está presente na natureza, nas artes, na música, na arquitetura, no corpo humano e em muitas outras coisas.


Fantástico!
Alice,
vou chamar
Pitágoras para te
acompanhar, preciso
voltar às atividades.


Pitágoras??????


Sim Fídeas?
Acompanhe Alice! Creio que ela ainda tem muitas perguntas.


Tem Alice?
Claro que tenho!

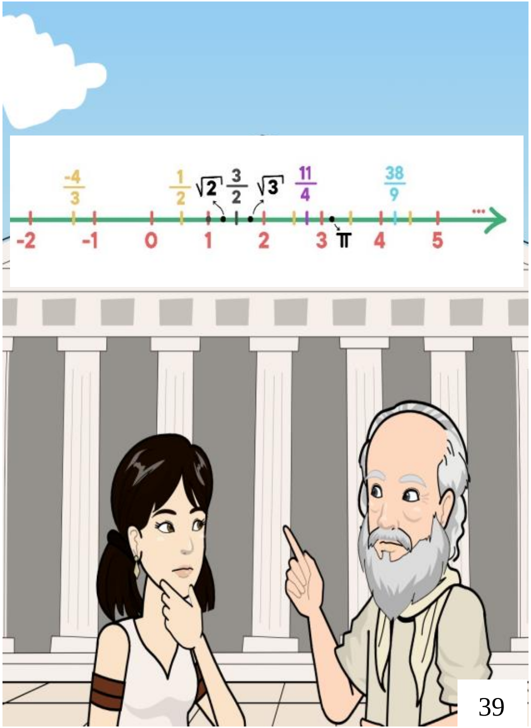

Os números irracionais foram colocados em qual conjunto?
Eles tem o seu próprio conjunto: O Conjunto dos números Irracionais, representado pela letra I.


Nossa.
Pertencem à esse conjunto todos os números que não podem ser representados como uma fração.


No caso as raízes não exatas e as dízimas não periódicas?
Isso mesmo.


Então os outros conjuntos não são subconjuntos dele não é?
Verdade. Veja o diagrama:
Q
Z
N
I


Pitágoras é difícil comparar números irracionais?
Para tal, você precisa saber entre quais números racionais o número irracional se encontra. Observe a reta.

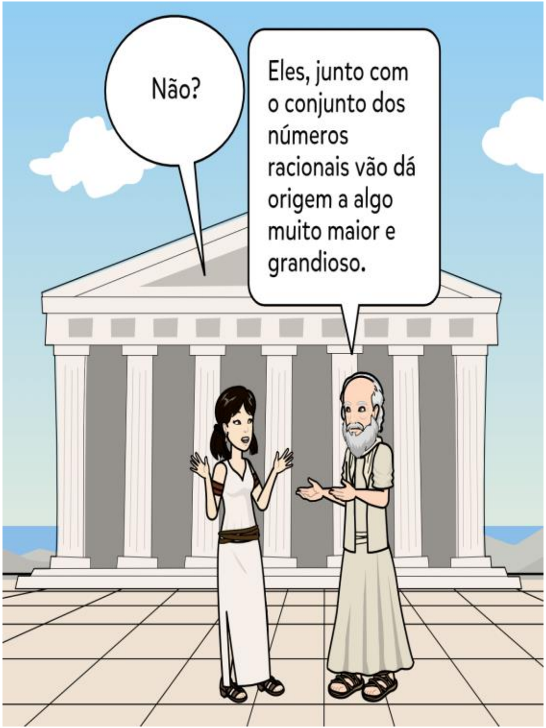

$-\frac{4}{3}$
$\frac{1}{2}$
$\sqrt{2}$
$\frac{3}{2}$
$\sqrt{3}$
$\frac{11}{4}$
$\frac{38}{9}$
-2 -1 0 1 2 3 π 4 5


√2 está entre o 1,4 e o 1,5 e √3 entre o 1,7 e 1,8.
Logo √3 é maior que √2.


Vou usar essa reta sempre como referência.
Use-a sempre! Pois ela é muito importante.


Pitágoras fiquei pensando no diagrama que você mostrou. Seria legal que tivesse um conjunto que juntasse todos esses números.
Por que você diz isso?


Porque os irracionais ficaram sozinhos.
Eles não ficaram sozinhos rsrsrsrsrsrsrs


Não?
Eles, junto com o conjunto dos números racionais vão dá origem a algo muito maior e grandioso.


Sério? Ao quê?
Calma Alice, quem sabe você não descobre em uma próxima aventura. Agora você precisa ir.

CRÉDITOS

AUTORA: Greyce Michelinne Rocha Martins
REVISOR: Dr. John A. Fossa

REFERÊNCIAS

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. - Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte A** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.

FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte B** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.

TRZASKACZ, Alcides José; HRENTCHECHEN, Karolina Barone Ribeiro da Silva. **Irracionais na história da matemática.** Disponível em < https://www.revistaespacios.com/a17v38n60/a17v38n60p02.pdf.> Acesso em 10 de Junho de 2021.

2.6 HQ 06- A realeza dos números.


Enquanto isso na casa de Alice.
Alice chegou um convite para você.


Para mim? Nossa!
Tome. Veja o que tem escrito.


Não acredito!!!
O que foi Alice? O que diz o convite?


É um convite para um passeio pela Realeza dos Números de um tal de Dedekind.
Realeza dos Números? Estranho não é?


Eu passei por muitas aventuras no último ano e essa deve ser mais uma delas.
Então aproveite Alice.

Vou indo pois o encontro com Dedekind é daqui a pouco.
Até mais Alice!


Até
Maninha!


Biblioteca Central
Onde
será que ele
está?


Acho que é ele ali!


Sr. Dedekind?
Sim Alice!


Você é matemático?
Sim! Eu fiz grandes contribuições para a definição do novo tipo de número que você irá conhecer.


E como esse número se chama?
Antes de eu te falar, que tal se a gente falasse um pouco sobre os números que você já conhece?


Ah!
Claro! Eu conheci os naturais, inteiros, racionais e irracionais.
Então vamos começar pelos naturais.


Certo!
Usamos os naturais para contar, não é isso?


Sim, e também para ordenar as coisas.
Isso mesmo Alice! O que você sabe mais sobre eles?


Ah! É um conjunto com elementos infinitos e todos os seus números tem sucessores antecessores, exceto o 0 que não tem antecessor natural.
Nossa! Muito bem Alice! E sobre os inteiros?


O conjunto dos números inteiros é composto pelos números positivos, o zero e os números negativos.
E como esses números negativos surgiram?


Surgiram da necessidade de resolver equações.
Nossa Alice, vejo que você aprendeu direitinho.


Obrigada! Sr. Dedekind, todos os inteiros possuem sucessores e antecessores.
O que você achou mais legal nos inteiros?


Com os inteiros se tornou possível subtrair um número natural menor de um maior.
Verdade. E sobre os racionais? O que foi mais legal?


Tirando o fato que eu fiquei confusa com algumas coisas, eu achei um conjunto muito legal.
Teve algo que lhe chamou mais atenção?


Os números na forma decimal, a representação fracionária e o fato de que todo número inteiro também ser racional.
O conjunto dos naturais e dos inteiros está contido no conjunto dos racionais.


Além de agora ser possível dividir um número inteiro menor por um maior. Isso é fantástico!
E sobre os irracionais?


Eu achei eles um conjunto “triste” pois eles ficam sozinhos.
Rsrsrsrs


Mas eu fiquei maravilhada com o número pi, o número áureo e sua relação com a natureza, arte. Surpreendente!
Os números irracionais são extraordinários.


Pena que eles não ficaram juntos com os racionais.
Será mesmo Alice?


Sr. Dedekind é possível que exista outro conjunto?
Claro Alice! Hoje eu vou te apresentar um novo tipo de número: O número Real!


Número Real?
Isso mesmo!


Alice
quero te
apresentar uma
pessoa muito
especial.


Cantor,
venha aqui
por favor?

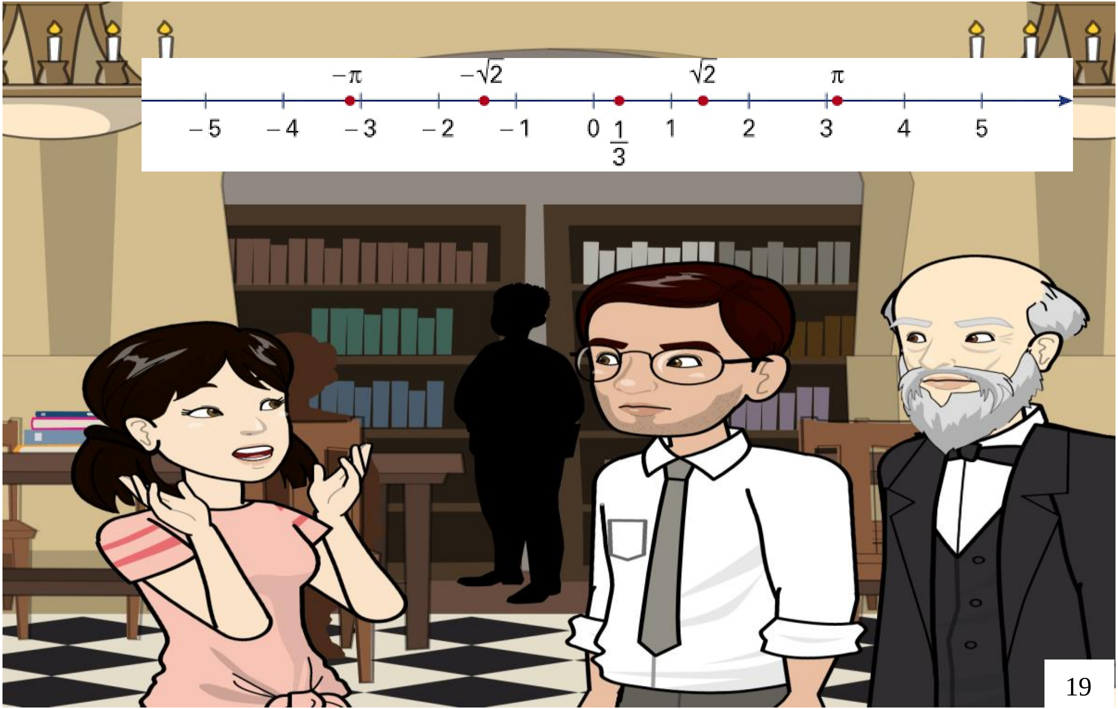

Cantor esta é Alice, ela esta aqui para aprender sobre os números reais.
Que ótima notícia.


Alice este é George Cantor, um dos meus melhores amigos, um matemático surpreendente.
Olá Alice!


Olá Cantor! Você pode me dizer o que é um número real?
Um número real é um valor que representa uma quantidade ao longo de uma linha contínua.


Como assim?
Ele quis dizer que um número real é um ponto sobre uma linha reta infinita chamada de reta real.

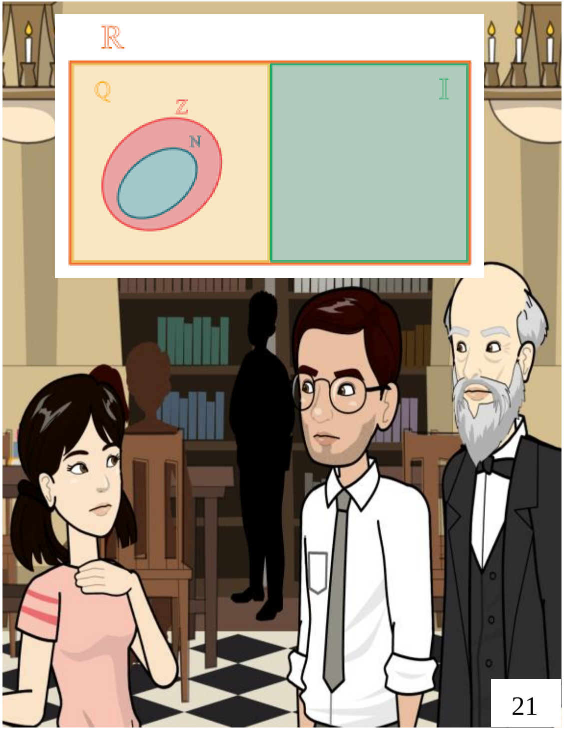

Ah!
Vocês podem
me mostrar
essa reta?
Claro!


$-\pi$
$-\sqrt{2}$
$\sqrt{2}$
π
-5 -4 -3 -2 -1 0 $\frac{1}{3}$ 1 2 3 4 5


Mas os números racionais e os irracionais estão nessa reta, o que isso quer dizer?
Quer dizer que o Conjunto dos Números Reais é formado pela união entre o conjunto dos números racionais e irracionais.


Então todo número racional e irracional também é Real?
Isso mesmo!
Alice, o conjunto dos Números Reais é representado pela letra R.


E como fica a representação no diagrama?
Assim, veja:


R
Q
Z
N
I


Nossa! Muito legal.
Você tem alguma dúvida?


Entre 0 e 1 quantos números racionais e irracionais existem?
Eu tentei enumerar todos os números da reta real. Fiz uma lista achando que todos os números entre 0 e 1 estavam nela mas percebi que não.


E qual foi a conclusão que você chegou?
Que, de certa forma, há mais reais do que naturais, também mais irracionais do que racionais.

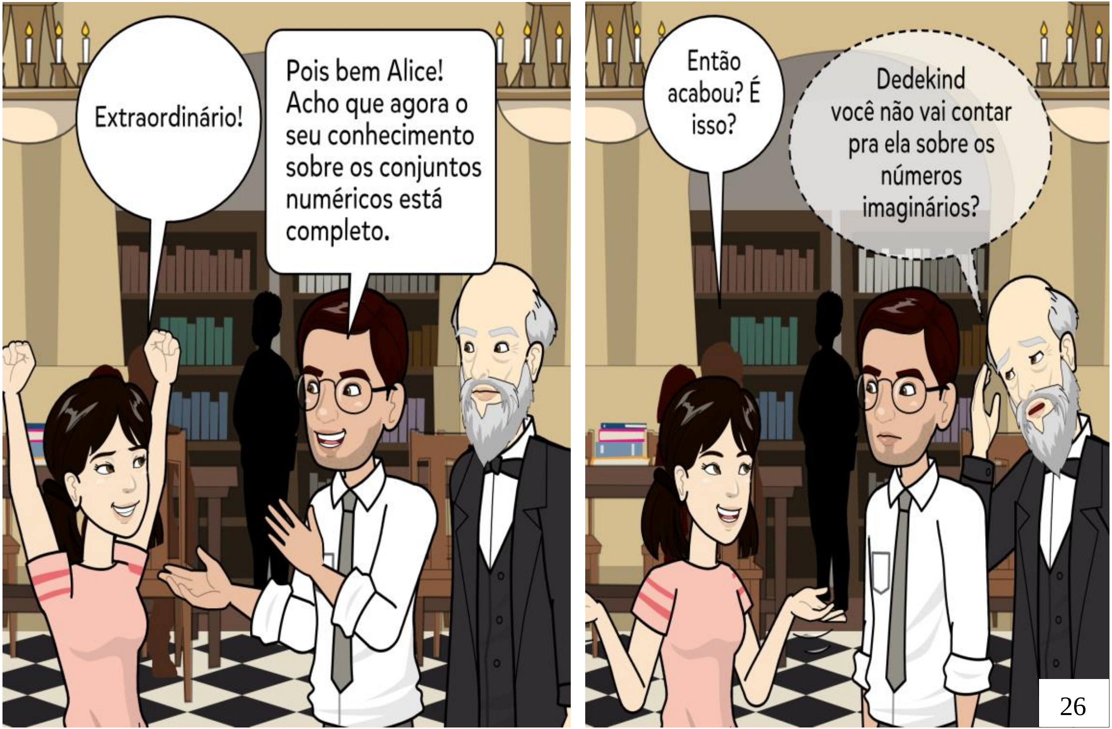

Interessante! E pra comparar números reais, como fazemos?
Você pode utilizar a reta real, ela irá lhe dá muitas informações em relação à comparação dos números reais.


Nesse conjunto todas as operações são fechadas?
Sim Alice! Se somarmos, subtrairmos, multiplicarmos ou dividimos (exceto pelo zero) dois números reais, o resultado sempre será um número real.


Nossa! É definitivamente a realeza dos números.
Sim Alice! A construção dos números reais foi muito importante para o desenvolvimento da matemática.


A evolução histórica dos números reais se deu desde a descoberta na Grécia dos segmentos incomensuráveis. Levando 2500 anos para que os números reais pudessem ser construídos.


Muito tempo, isto é fantástico.
Muitos teoremas foram criados. Eu mesmo criei um que estabelece a propriedade fundamental desse conjunto.


Extraordinário!
Pois bem Alice! Acho que agora o seu conhecimento sobre os conjuntos numéricos está completo.
Então acabou? É isso?
Dedekind você não vai contar pra ela sobre os números imaginários?


Anh???
Números
imaginários?
Isso Alice!
São números que
você irá conhecer
quando adquirir a
base para tal.


Legal!
Até lá
você vai ter muito
o que aprender com o
conjunto dos números
reais.


Sr. Dedekind e Sr. Cantor agradeço por todo o ensinamento.
Foi um privilégio pra gente.


Agora eu preciso ir e contar a todo mundo tudo que aprendi.
Isso mesmo Alice, espalhe conhecimento. Até mais.
Até mais Alice!

CRÉDITOS

AUTORA: Greyce Michelinne Rocha Martins
REVISOR: Dr. John A. Fossa

REFERÊNCIAS

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. - Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte A** - Natal 29 Editora UFRN, 2010.

FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte B** - Natal, RN: Editora UFRN, 2010.

ROQUE, Tatiana. História da matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitose lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012.


Nós esperamos que vocês tenham gostado e aprendido muito com as aventuras de Alice. Até a próxima!
Se preparem, mais aventuras estarão por vir. Até mais!
Até mais pessoal!