UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL - PROFMAT/CCT/UEPB

JOSIMAR DOS SANTOS MACÊDO

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA PROPOSTA COM ATIVIDADES ENVOLVENDO SITUAÇÕES COTIDIANAS

CAMPINA GRANDE - PB
2020

JOSIMAR DOS SANTOS MACÊDO

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA PROPOSTA COM ATIVIDADES ENVOLVENDO SITUAÇÕES COTIDIANAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de mestre em Matemática.

Orientador: Prof.Dra. Divanilda Maia Esteves

CAMPINA GRANDE - PB
2020

M141e Macêdo, Josimar dos Santos.

Educação e Matemática Financeira [manuscrito] : Uma proposta com atividades envolvendo situações cotidianas / Josimar dos Santos Macedo. - 2020.

39 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual da Paraíba, Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa , 2020.

"Orientação : Profa. Dra. Divanilda Maia Esteves , Departamento de Matemática e Estatística - CCT."

1. Matemática financeira. 2. Educação financeira. 3. Ensino médio. 4. Tecnologias de Informação e Comunicação - TICs. I. Título

21. ed. CDD 371.33

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

JOSIMAR DOS SANTOS MACÊDO

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA PROPOSTA COM ATIVIDADES ENVOLVENDO SITUAÇÕES COTIDIANAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de mestre em Matemática.

Trabalho aprovado em 24 de JULHO de 2020.

BANCA EXAMINADORA

DMEsteves

Profa. Dra. Divanilda Maia Esteves
(Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Dr. Sílvio Fernando Alves Xavier Junior
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Severino Horácio da Silva

Prof. Dr. Severino Horácio da Silva
Universidade Federal de Campina Grande
(UFCG)

Dedico, primeiramente a Deus, a meu pai, minha mãe, meu irmão e minha esposa que sempre estiveram comigo me concedendo incentivo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de lembrar que “tudo é do Pai, toda honra e toda glória, é d’Ele a vitória alcançada em minha vida”. Agradeço a Deus pela vida e por Ele estar sempre presente nela me fortalecendo a cada momento da minha caminhada.

Ao meu pai Mauro Francelino de Macêdo, minha mãe Maria Santina dos Santos Macêdo, ao meu irmão Marinaldo dos Santos Macêdo e a minha esposa Rayane Nataly S. F. Macêdo, pela compreensão, pelo incentivo, pelo ensinamento e por acreditarem em mim.

A Secretaria Estadual de Educação da Paraíba, por ter me concedido dois anos de licença parcial da minha carga horaria semanal para que eu pudesse me dedicar ao PROFMAT.

A minha orientadora professora Drª Divanilda Maia Esteves (professora Diana) pela orientação, incentivo, ensinamentos e atenção na realização deste trabalho e na disciplina de Matemática Discreta.

A todos os professores que fazem parte desse programa PROFMAT-UEPB, em especial aqueles que foram professores nas disciplinas que estive matriculado, os quais sempre tiveram meu respeito e admiração, agradeço pelo ensinamento. Aos professores Dr. Aldo Trajano Lourêdo e Dr. Vandenberg Lopes Viera por acreditarem e incentivarem na minha conclusão de curso, os quais tive a oportunidade de ser aluno em mais de uma disciplina no curso e de escutar seus ensinamentos para a vida profissional.

Aos meus amigos e colegas de turma (2012 e 2018), pelos momentos de amizade, de estudo e aprendizagem.

Por fim, agradeço à Sociedade Brasileira da Matemática - SBM pelo oferecimento deste Curso em Rede Nacional e à CAPES.

"Mais vale adquirir sabedoria do que ouro,
e é melhor adquirir discernimento do que a prata."
(Provérbios 16:16.)

RESUMO

O objetivo deste trabalho é propor atividades que possam usar situações cotidianas para abordar temas de Matemática e Educação Financeira para alunos do Ensino Médio. Entender Matemática Financeira é importante para a formação não apenas do aluno, mas do cidadão. Muitas pessoas realizam empréstimos, fazem compras à prazo, lidam com juros cobrados por atrasos de pagamentos e, no entanto, não compreendem como isso funciona. Os conhecimentos de Matemática financeira devem capacitá-los para analisar, interpretar e tomar decisões financeiras, sendo que essas situações fazem parte da vida da maioria das pessoas. O objetivo de abordar a matemática financeira não é formar economistas, mas desenvolver um pensamento crítico e dotar o estudante das noções básicas utilizadas nesse contexto. Propõe-se o uso de exercícios envolvendo contextos práticos para aproximar teoria e realidade, tornando o conteúdo mais atrativo. Na maioria das atividades indica-se o uso de planilha eletrônica, por facilitar os cálculos e a visualização dos resultados.

Palavras-chaves: Matemática Financeira. Educação Financeira. Ensino Médio.

ABSTRACT

This work aims to propose activities that can use everyday situations to approach Mathematics and Financial Education subjects for high school students. Understanding Financial Mathematics is essential for training not only the student but the citizen. This knowledge should enable people to analyze, interpret and make financial decisions, and these situations are part of most people's lives. Many people take out loans, make installment purchases, and deal with interest charges for late payments, yet they do not understand how it works. The objective of approaching financial mathematics is not to train economists, but to develop critical thinking and provide the student with the basic notions used in this context. It is proposed to use exercises involving practical contexts to bring theory and reality closer together, making the content more attractive. In most activities, the use of an electronic spreadsheet is indicated, as it facilitates calculations and visualization of results.

Key-words: Mathematics. Financial education. High school.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC: Base Nacional Comum Curricular

ENEF: Estratégia Nacional da Educação Financeira

ENEM: Exame Nacional do ensino médio

EM13MAT101: ensino médio do 1º ao 3º ano de Matemática, relacionada a competência 1 e sendo primeira habilidade proposta.

EM13MAT104: ensino médio do 1º ao 3º ano de Matemática, relacionada a competência 1 e sendo quarta habilidade proposta.

EM13MAT203: ensino médio do 1º ao 3º ano de Matemática, relacionada a competência 2 e sendo terceira habilidade proposta.

EM13MAT303: ensino médio do 1º ao 3º ano de Matemática, relacionada a competência 3 e sendo terceira habilidade proposta.

EM13MAT304: ensino médio do 1º ao 3º ano de Matemática, relacionada a competência 3 e sendo quarta habilidade proposta.

EM13MAT305: ensino médio do 1º ao 3º ano de Matemática, relacionada a competência 3 e sendo quinta habilidade proposta.

EM13MAT503: ensino médio do 1º ao 3º ano de Matemática, relacionada a competência 5 e sendo terceira habilidade proposta.

LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

OCDE: Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, percebe-se que muito se discute em relação ao ensino de Matemática. São muitos debates e questionamentos sobre quão preocupados estão os professores com a qualidade do ensino, com aprendizagem dos estudantes e com o envolvimento desta disciplina com as tecnologias e situações práticas da sociedade. Na sala de aula, muitos alunos questionam a utilidade dos conteúdos na vida prática e o porquê de se estudar alguns tópicos de Matemática, pois não conseguem vislumbrar sua presença no seu cotidiano. Na verdade, a Matemática está presente em diversas situações da sociedade e do dia-a-dia, desde algumas bem simples como o uso das operações aritméticas básicas, até outras mais complexas, como seu uso na construção de máquinas. Toledo e Toledo (2009) afirmam que:

> Uma pergunta comum entre alunos é: "Para que eu preciso aprender isso?". Embora um dos objetivos explícitos do ensino da Matemática seja preparar o estudante para lidar com atividades práticas que envolvam aspectos quantitativos da realidade, isso acaba não acontecendo. Então, exceto por alguns problemas de compras, pagamento e troco, a questão continuaria válida, porque grande parte do conteúdo, na maioria das vezes, continua sendo tratada de modo totalmente desligado do que ocorre no dia a dia da escola e da viva dos alunos.

Existe um consenso sobre a importância de se ensinar a Matemática de maneira contextualizada, com atividades voltadas para situações práticas, mas ainda há uma grande dificuldade por parte dos professores e do sistema de ensino para adotar métodos e metodologias renovadas. Isto, em parte, pode explicar o desinteresse por partes dos estudantes com aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Em vista disso, o professor deve prosseguir na busca por recursos que tornem a Matemática menos complexa e mais interessante para os estudantes. Tal iniciativa, além de possibilitar a popularização da Matemática, pode contribuir para a formação de indivíduos com um pensamento mais crítico. Tal consequência ocorre porque a Matemática incentiva o raciocínio lógico e o aumento da capacidade de abstração. Além do desenvolvimento intelectual do indivíduo, é um caminho para fortalecer o raciocínio e dificultar a manipulação das pessoas por meio de informações que tantas vezes chegam à população de forma parcial e enganosa.

Uma situação onde comumente as pessoas se enganam por falta de conhecimento é o caso de empréstimos, financiamentos e demais operações financeiras. Neste caso, um dos conteúdos que levariam a uma melhor compreensão de tais contextos é a Matemática Financeira. A Matemática Financeira faz parte do Ensino Básico e de vários componentes curriculares de cursos do Ensino Técnico e Superior. No ensino médio, costuma-se abordar esse tema no primeiro ou no terceiro ano. Para Morgado, Wagner e Zani (2001), "os conceitos de aumento e taxa de crescimento devam ser enfatizados no ensino de progressões".

Este trabalho apresenta uma proposta de abordagem de Matemática Financeira, incluindo Educação Financeira. A motivação é que os estudantes concluam o ensino básico, tendo noção de como usar a Matemática Financeira para analisar, interpretar e tomar decisões. Os professores podem usar tal conteúdo para contextualizar as progressões geométricas, pois surge a oportunidade de explicitar o uso da matemática em situações vivenciadas cotidianamente por diversas pessoas na sociedade. Este trabalho se propõe a contribuir no conhecimento dos principais termos da Matemática Financeira, a qual deve ser ensinada com um olhar da Educação Financeira. Serão consideradas as competências e habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), apresentando alguns recursos tecnológicos, como a calculadora e as planilhas eletrônicas, como ferramentas auxiliares no processo ensino e aprendizagem. Também será mostrado o tratamento dado pelos livros didáticos utilizados no ensino médio ao capítulo de Matemática Financeira. Por fim, serão propostas atividades que contribuam para facilitar a fixação do conteúdo.

Inicialmente, serão apresentados alguns conceitos básicos de Educação e Matemática Financeira, incluindo uma breve discussão sobre as recomendações da BNCC sobre o assunto. Após, será vista uma descrição de como os temas são abordados em alguns livros do ensino básico. Por fim, serão propostas algumas atividades baseadas em situações cotidianas que poderão ser aplicadas no ensino médio.

De acordo com Morgado, Wagner e Zani (2001), a Matemática Financeira é uma "matemática simples e útil, que pode e deve ser ensinada a todos os estudantes, e não apenas a estudantes de Economia, Contabilidade e Administração". É claramente um tema de grande importância e deveria ser objeto de estudo não apenas daqueles que tem sua formação voltada para este tema, mas para todos. Nesse contexto, Giraldo, Caetano e Mattos (2013) reforçam que

> Aprendizagem de Matemática Financeira instrumentaliza o cidadão a melhor entender, interpretar e escolher adequadamente dívidas, crediários, descontos, reajustes salariais, aplicações financeiras. Atualmente a Matemática Financeira faz parte da grade curricular de diversos cursos de graduação, como de Engenharia, Administração, Economia, Ciências Contábeis, Gestão Financeira, entre outros.

Os estudantes deveriam ter o contato com Matemática Financeira desde o Ensino Básico, não apenas para desenvolvimento intelectual, mas para a formação de cidadãos com pensamento crítico. Há hoje em dia, um acesso fácil a empréstimos e financiamentos. Para aqueles que conseguem uma sobra de dinheiro no final do mês, guardar ou investir? Se você tem um financiamento, vale a pena antecipar parcelas? Se for possível pagar uma compra à vista, vale a pena pagar no cartão? O conhecimento de matemática básica deveria capacitar as pessoas a fazer uma avaliação, ainda que superficial, de situações deste tipo, a fim de não serem enganados por quem está mal intencionado nem de tomarem decisões equivocadas. Para Mamede (2017), a matemática financeira "será útil na tomada de decisões sobre investimento como de empréstimos, permitindo efetuar projeções de retorno/custo e comparar alternativas disponíveis". Com estes aspectos relacionados, a matemática financeira não deveria ser ensinada apenas no Ensino Superior, mas desde o Ensino Básico, para que os estudantes desenvolvam uma Educação Financeira que os auxiliem nas análises e tomadas de decisões na vida pessoal e social.

1.1 Educação e Matemática Financeira

Muitos autores tratam educação e matemática financeira como se fossem a mesma coisa, mas são conceitos distintos, apesar de relacionados. A Matemática Financeira, segundo Mamede (2017), "tem fundamentos das séries temporais, mais especificamente progressões geométricas, utilizando portanto o raciocínio dedutivo, típico da Matemática, mas também de conceitos decorrentes da prática de mercado". Para Morgado, Wagner e Zani (2001), "matemática financeira não é um conjunto de fórmulas exóticas para cálculo de juros, mas sim um método de decisão entre alternativas de investimento e de financiamento". Iezzi et al. (2017) utilizam o termo matemática comercial, o qual está diretamente ligado tanto à educação financeira quanto à matemática financeira. Neste caso, os autores consideram que a matemática financeira aborda as diferentes modalidades de juros (simples e compostos), os financiamentos, os mecanismos de correção de valores em investimentos financeiros etc, enquanto que a matemática comercial é a Matemática do dia a dia de uma vida em sociedade e que diz respeito à relação das pessoas com o dinheiro: no comercio em geral, nas transações financeiras, na organização do orçamento doméstico, no equilíbrio entre renda familiar e os gastos, na importância de se construir uma poupança, no planejamento para o futuro, entre outras coisas. (IEZZI et al., 2017).

O Ministério da Educação do Brasil conceitua Educação Financeira como o "processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e dos produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação claras, adquiram os valores e as competências necessários para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos neles envolvidos e, então, façam escolhas bem informados, saibam onde procurar ajuda, adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar, contribuindo, assim, de modo consistente para formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro" (BRASIL, 2010). Tal conceito foi usado na implementação da Estratégia Nacional da Educação Financeira (ENEF), definida pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) e adaptada à realidade brasileira.

Cerbasi (2019) diz que a educação financeira é "assunto relativamente recente na realidade brasileira, inúmeras pessoas podem estar sendo orientadas a praticar algo que pouco conhecem ou desconhecem totalmente". Com isso, se torna ainda mais importante o ensino mais detalhado da Matemática Financeira e Educação Financeira no Ensino Básico.

Diante de tais argumentos, conclui-se que educação e matemática financeiras contribuem para a construção de uma consciência sobre análise econômica e um consumo sustentável, proporcionando um conhecimento de diversos conceitos matemáticos e financeiros em diversas situações cotidianas.

1.2 Matemática Financeira no BNCC no ensino médio

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) é um documento criado pelo Ministério da Educação para orientar a Educação Básica no Brasil. Na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (BRASIL, 1996), o Ensino Básico é organizado pela Pré-Escola (Educação Infantil), Ensino Fundamental e ensino médio. A BNCC do ensino médio apresenta, para o ensino de Matemática, cinco competências e quarenta e cinco habilidades. Uma competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e sócio emocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. A temática da educação e/ou matemática financeira estão associadas a quatro competências e sete habilidades:

- **Competência Específica 1:** Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgadas por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.
  Habilidade EM13MAT101: Interpretar criticamente situações econômicas, sociais, e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvem a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
  Habilidade EM13MAT104: Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômicas, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculos desses números.

- **Competência Específica 2:** Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações da saúde sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
  Habilidade EM13MAT203: Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões.

- **Competência Específica 3:** Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos - Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medida, Geometria, Probabilidade e Estatística - para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consciente.

Habilidade EM13MAT303: Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.

Habilidade EM13MAT304: Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como a da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

Habilidade EM13MAT305: Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais são necessários compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contexto como abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira entre outros.

- **Competência Específica 5:** Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na avaliação das referidas conjecturas.

  Habilidade EM13MAT503: Investigar pontos de máximos e mínimos de funções quadráticas em contextos de Matemática Financeira ou de Cinemática, entre outros.

A sequência de letras e números que apresenta as habilidades representa ensino médio, as letras EM, o número 13 significa do primeiro ao terceiro ano, MAT significa Matemática, o primeiro número após a letra T está relacionada a competência e os dois últimos números refere-se ao número da habilidade. Por exemplo, a habilidade EM13MAT503, significa terceira habilidade (03), relacionada a quinta competência de Matemática, do primeiro ao terceiro ano do ensino médio. Observamos nas competências e nas habilidades citadas pela BNCC que a Matemática Financeira é um conteúdo de grande importância no ensino e para aprendizagem dos estudantes, pois o mesmo colabora para interpretação significativa de situações socioeconômicas, a inserção dos instrumentos tecnológicos, a contextualização da Matemática com outras áreas de conhecimentos e a formação do cidadão crítico e reflexivo para análise e resolução de problemas do meio social.

1.3 Conceitos Básicos da Matemática Financeira

Para compreender matemática financeira é preciso aprender alguns termos iniciais. Para realizar uma operação financeira, tem-se inicialmente um **capital** C, que é um valor a ser utilizado na operação, e "movimenta-se" esse capital ao longo do tempo. Por exemplo, quando um empréstimo é feito, o órgão financiador fornece um capital, o qual no decorrer de um período deve ser devolvido acrescido de um valor extra chamado de **juro** (J) e então no final do período o total pago será igual ao capital mais o juro, o qual será chamado de **montante** (M), ou seja, $M = C + J$. Outra situação é aquela em um capital C é aplicado em uma poupança, a cada mês há um acréscimo de juros e depois de um tempo o capital C "se transforma" em um montante $M = C + J$, onde J é o juro acumulado no período considerado. O tempo que o dinheiro esteve aplicado é chamado de prazo de aplicação.

Definição 1. À razão entre o juro e o capital dá-se o nome de **taxa de crescimento do capital** ou **taxa de juros**, denotada por i, a qual deve estar relacionada a um período de tempo - dias, meses, anos ou outra unidade de medida de tempo qualquer. Em outras palavras,

$$i = \frac{J}{C}.$$

—

Pode-se ainda comparar o ganho ou perda percentual de uma operação feita, usando a definição a seguir.

Definição 2. Chama-se **taxa de variação**, denotada por p à variação percentual do preço de um produto em um período considerado expressa na forma decimal, ou seja,

$$p = \frac{V_1 - V_0}{V_0}, \tag{1.1}$$

sendo que V_0 é o valor inicial de um produto e V_1 é o valor do mesmo em uma data futura. Se $p > 0$, então houve um aumento (ou acréscimo) e se $p < 0$, houve um desconto (ou decréscimo). O único caso em que $p = 0$ é aquele em que $V_0 = V_1$ e neste caso não houve variação. —

Uma taxa de juros pode ser comercial ou exata. Para efeito de cálculo de taxa de juros, considera-se nas taxas de juros comercial, um mês como sendo um período de 30 dias e um ano como sendo um período de 12 meses (360 dias) e para as taxas de juros exatas os meses e o ano têm a quantidade de dias exatos como estão presentes nos calendários.

O período compreendido entre duas contagens sucessivas de juros é chamado **capitalização**. Atualmente existem duas formas de regime de capitalização: a simples e a composta, sendo que a última é a mais comumente empregada no sistema econômico.

Definição 3. Considere que um capital C é aplicado durante t unidades de tempo a uma taxa de juros de i por unidade de tempo. No sistema de capitalização simples, os juros são incorporados ao capital proporcionalmente ao tempo, como em uma progressão aritmética (PA), ou seja, a taxa de juros incide apenas sobre o capital inicial. Neste caso, diz-se que os juros são **juros simples**. Por outro lado, se os juros incidem sobre o valor atual da dívida, então têm-se um sistema de capitalização composta, onde os juros se incorporam ao capital a cada período, incidindo juros sobre o capital atualizado, seguindo uma progressão geométrica (PG). Para este modelo, diz-se que os juros são **juros compostos**. —

Quando alguém realiza um empréstimo bancário ou faz uma compra parcelada, há o valor inicial do empréstimo ou do bem, o qual será quitado em parcelas pagas ao longo do tempo. Tais parcelas são chamadas às vezes de **prestações**.

Definição 4. Duas taxas i_1 e i_2 são ditas **equivalentes** se quando aplicadas a um capital C, durante um período de tempo t, em diferentes sistemas de capitalização, levam a um mesmo montante M. —

A Definição 4 é um dos conceitos mais importantes de matemática financeira e, usando o resultado a seguir (MORGADO; WAGNER; ZANI, 2001), permite encontrar a taxa em sistema de capitalização, quando é conhecida em outro. Por exemplo, com base em taxas de juros mensais, pode-se calcular taxas anuais e vice versa.

Lema 1. ***Fórmula das Taxas Equivalentes*** *Se I é a taxa de crescimento de uma grandeza relativamente ao período de tempo T e i é a taxa de crescimento relativamente ao período t, e se $T = nt$, então $(1 + I) = (1 + i)^n$.* —

Com relação a juros compostos, Morgado, Wagner e Zani (2001) apresentam o seguinte resultado, chamado, por vezes, Fórmula da Equivalência de Capitais.

Teorema 1. *No regime de juros compostos de taxa i, um capital C transforma-se, depois de períodos de tempo, em um montante $M = C(1 + i)^n$.* —

Quando se realiza um financiamento ou um empréstimo, as parcelas pagas mensalmente servem tanto para pagar parte da dívida quanto para pagar juros.

Definição 5. Amortização é o processo de redução de uma dívida por meio de pagamentos parciais, que podem ser mensais, bimestrais, anuais, entre outros. Cada pagamento (ou prestação) realizado corresponde ao juro e parte do capital (valor da dívida), sendo o juro calculado sobre o saldo devedor. —

As duas formas mais simples de amortização são o sistema Price ou Francês, em que as prestações são fixas, e o sistema de amortização constante (SAC), em que a amortização é constante. Apesar de ser um assunto presente na vida de muitas pessoas, não é, em geral, abordado nos livros didáticos. Morgado, Wagner e Zani (2001) abordam este tema um pouco mais detalhadamente, trazendo, por exemplo, as fórmulas para o cálculo dos valores das parcelas nos dois sistemas de amortização citados.

Teorema 2. *O valor de uma série uniforme de n pagamentos iguais a P, um tempo antes do primeiro pagamento, sendo i a taxa de juros, é igual a*

$$C = P \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}. \tag{1.2}$$

—

A demonstração do teorema é feita usando progressões geométricas, mas não será feita aqui. Uma consequência da Equação 1.2 é que sabendo o valor do bem, a taxa de juros e a quantidade de parcelas:

$$P = C \cdot \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}.$$

2 DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NOS LIVROS DIDÁTICOS

Neste Capítulo será apresentada a forma como a matemática financeira é abordada em alguns livros didáticos. Os livros escolhidos foram aqueles apresentados em 2017 na Escola Pedro Targino da Costa Moreira, situada em Cacimba de Dentro - PB, para fazer parte do Programa Livro Didático na Escola nos anos de 2018, 2019 e 2020. Na ocasião, seis coleções foram disponibilizadas e três foram escolhidas para descrever os tópicos de matemática financeira abordados. Os livros selecionados foram: Matemática Paiva, Volume 1, autor Manoel Paiva, livro adotado na referida escola (PAIVA, 2015); Matemática Contexto e Aplicações, Volume 3, autor Luiz Roberto Dante (DANTE, 2017) e o livro Matemática Ciência e Aplicações, autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida (IEZZI et al., 2017).

Levando em considerações alguns conteúdos de matemática financeira trabalhados nas coleções, foram selecionados três livros entre os acima citados para serem apresentados aqui: Matemática Paiva, Matemática Contexto e Aplicações, e Matemática Ciência e Aplicações. O primeiro foi selecionado por ser o livro adotado na referida escola e os outros dois por considerar que trazem mais informações sobre matemática financeira.Outro fato considerado é que estes três livros selecionados não possuem nenhuma atividade com planilha eletrônica e não trazem muito incentivo ao uso da calculadora científica.

2.1 Livro Matemática Paiva

O primeiro livro a ser considerado é Matemática Paiva (PAIVA, 2015). O conteúdo de matemática financeira encontra-se no volume 1, capítulo 2 - Temas Básicos de Álgebra e Matemática Financeira. O tema é introduzido a partir de pequenas notícias nas quais a linguagem da matemática financeira está presente. Depois, o autor escreve sobre porcentagem, taxa percentual e sua representação como razão. O autor prossegue trazendo alguns exercícios resolvidos e outros exercícios propostos.

Para introduzir juros simples são apresentadas duas situações envolvendo aplicações financeiras e depois vêm os conceitos de juro, capital inicial, montante, taxa de juros e juros simples. Em seguida é dada uma fórmula que relaciona capital, taxa de juros e o tempo da operação neste contexto. Esta fórmula foi usada para responder os cinco exercícios propostos sobre juros simples, quatro com aplicação direta da fórmula para encontrar o juro, montante, o tempo de aplicação ou a taxa percentual e um exercício propondo uma comparação de aplicações financeiras para saber qual é a mais vantajosa.

O tema Juros Compostos iniciou com um exemplo no qual foi calculando o juro e o montante a partir de uma taxa não constante em três meses. Conclui-se que o cálculo de juro composto é efetuado da seguinte maneira: “ao final da primeira unidade de tempo considerada na aplicação, a taxa de juro incide sobre o capital inicial. A partir da segunda unidade de tempo, a taxa de juro incide sobre o montante acumulado na unidade de tempo anterior (PAIVA, 2015). Baseando-se nessa ideia, o autor deduz as fórmulas para o cálculo do montante com juros compostos - com taxa variável e com taxa constante - por unidade de tempo. O autor destaca que quando ocorrerem descontos ou prejuízos a taxa é negativa. Para fixar os conceitos, finaliza-se o assunto com exercícios resolvidos e exercício propostos.

Há ainda uma seção de exercícios complementares, sendo onze deles sobre matemática financeira. Por fim, há a seção Trabalhando em Equipe, na qual são apresentados três itens; o primeiro é um exercício de porcentagem, o segundo sobre o sistema Price, o qual apresenta o sistema Price resolvendo um exemplo e deixando dois problemas como atividades, e para finalizar o autor traz uma sugestão de atividade sobre consumo e orçamento doméstico mensal, com o objetivo de destacar a importância de planejar e otimizar os gastos para obter um equilíbrio no orçamento doméstico. Esta atividade está correlacionada com educação financeira na vida da sociedade do dia-a-dia.

Um ponto negativo neste caso é que o conteúdo de matemática financeira foi trazido antes do de progressões, não sendo possível estabelecer uma relação entre os assuntos.

2.2 Livro Matemática Contexto e Aplicações

O segundo livro considerado foi Matemática Contexto e Aplicações, de Luiz Roberto Dante (DANTE, 2017). A matemática financeira é abordada no Volume 3 (Ensino Médio), capítulo 1, cujo título é Matemática Financeira. O capítulo em questão é dividido em seis tópicos - O Dinheiro e a Matemática; Situação Inicial; Porcentagem; Fator de Atualização; Temas Importantes de Matemática Financeira; Equivalência de Taxas - e mais dois tópicos de leitura, as quais visam ampliar e enriquecer o conteúdo estudado.

O primeiro tópico - O Dinheiro e a Matemática - traz um pouco sobre a história do dinheiro, tais como a necessidade do seu surgimento, algumas unidades de troca utilizadas por civilizações, o surgimento da moeda e da operação de empréstimo, do juro e como surgiu o conceito de banco.

O tópico Situação Inicial apresenta um exemplo no qual se considera pagar por um bem à vista ou em duas prestações para determinar qual opção é mais vantajosa. O autor convida os estudantes a resolverem usando seus conhecimentos prévios e com sugestões do professor.

A terceira parte traz o conceito de porcentagem e sua representação na forma de fração e de número decimal, por meio de exemplos, seguido de quatro exercícios resolvidos. Antes do tópico 4, há oito exercício propostos e uma sugestão de leitura. Os exercícios tem tanto questões diretas, situações problema e uma questão retirada de uma prova do ENEM. A leitura é traz uma reflexão sobre inflação. É um texto curto, mas que serve para mostrar uma aplicação da matemática em uma situação cotidiana.

O tópico 4 é dedicado ao fator de atualização. Primeiramente define-se fator de atualização e, depois de algumas considerações sobre a razão entre dois valores, obtém-se a taxa percentual a partir do fator de atualização. Essa parte tem dois subtópicos: Aumentos e Descontos, Aumentos e Descontos Sucessivos. No primeiro é apresentado o fator de atualização na forma de razão, explicando o que ocorre quando se tem um aumento, desconto e um fator neutro. O segundo é um complemento do primeiro, pois o autor apresenta o fator acumulativo como a multiplicação de vários fatores individuais. O tópico finaliza com quatro exercícios resolvidos e com dezesseis exercícios para serem respondidos pelos estudantes. Em mais da metade das atividades propostas sugere-se o uso da calculadora para auxiliar na realização dos cálculos.

Termos Importantes de Matemática Financeira é o título do tópico 5. Inicialmente são apresentadas as ideias dos termos capital, tempo, empréstimos, juros, taxa de juros e montante. Nele há três subtópicos: juros simples, juros compostos e conexão entre Juros e funções. No sub tópico Juro Simples, o autor apresenta a definição de juros simples e as fórmulas para calcular juro e o montante, destacando que o importante é compreender os conceitos que envolvem os juros simples. O subtópico juros compostos é iniciado com o seguinte exemplo: "Um capital de R$40.000,00 foi aplicado à taxa de 2% ao mês durante 3 meses. Qual foi o montante no fim dos 3 meses?" Ele foi resolvido com a ideia de juro simples e compostos. O autor destaca que houve diferença no montante no final dos 3 meses dependendo do regime de juros aplicado. O tópico apresenta oito exercícios resolvidos, dos quais apenas um é sobre juros simples e dezesseis exercícios contemplando juros simples e compostos, sendo que em treze desses o autor sugere o uso da calculadora. No sub tópico Conexão entre Juros e Funções, o autor relaciona juros simples com função afim e progressão aritmética e juros compostos com função exponencial e a progressão geométrica, apresentando as equações, tabelas e gráficos.

No tópico 6, Equivalência de Taxas, um exemplo foi usando para introduzir o assunto. Depois, foi apresentada a Fórmula das Taxas Equivalentes e em seguida tal fórmula foi aplicada em quatro exercícios resolvidos e oito exercícios propostos. O autor faz algumas observações sobre capitalização mensal, uso de calculadora cientifica, taxa nominal e taxa efetiva. O capítulo finaliza com sugestões de leitura dos textos: Cartão de crédito: amigo ou vilão? e o Sistema Financeiro Nacional. Os textos são informativos e motivadores para aprendizagem da Educação Financeira.

Apesar do autor citar no início do livro o computador como instrumento para o ensino da Matemática Financeira, o mesmo não apresenta nenhuma sugestão de atividade no capítulo dedicado para esse tema.

2.3 Livro Matemática Ciências e Aplicações

O terceiro e último livro considerado foi Matemática Ciência e Aplicações, autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida (IEZZI et al., 2017). O capítulo 6, do volume 3 da coleção do ensino médio, é dedicado à Matemática Financeira. Tal capítulo é formado pelas seções Introdução, Aumentos e

Descontos, Variação Percentual, Juros, Juros Simples, Juros Compostos, Juros e Funções, além das seções Troque Ideias e Aplicações.

Na Introdução, fala-se sobre a importância de estudar matemática financeira. Além disso, são feitas algumas considerações sobre cálculo de porcentagens usando calculadora simples, multiplicação e cálculo mental. As seções Aumentos e Descontos e Variação Percentual tratam exatamente do que os títulos sugerem, através de exemplos feitos com cálculos diretos ou usando uma calculadora simples. O capítulo prossegue apresentando um exemplo, três exercícios resolvidos de variação percentual e vinte exercícios envolvendo os temas das três seções vistas.

Na quarta seção, o autor faz alguns comentários sobre a familiaridade da palavra "juros" no cotidiano das pessoas, pois aparece em jornais, revistas, atraso em pagamentos de contas, entre outras. Em seguida são apresentados os conceitos de capital, taxa de juros, juros e montante.

As seções de juros simples e juros compostos iniciam com exemplos contextualizados, depois são apresentadas a ideia e as fórmulas para relacionar juros e montante. A seção que trata de juros simples traz três exercícios resolvidos e treze exercícios propostos. A seção de juros compostos faz uma pequena revisão sobre logaritmo, apresentando a definição e as principais propriedades. Na sequência, são feitos exemplos e exercícios, inclusive considerando a taxa de juros variável. A seção finaliza com uma lista de vinte e dois exercícios propostos. O autor não faz a sugestão do uso da calculadora, mas a necessidade do uso deste equipamento fica implícita, pois os exercícios envolvem cálculos de raízes (de várias ordens), potências e logaritmos.

Todos os capítulos do livro trazem uma seção chamada Troque Ideias. Segundo o autor, a seção propõe:

> Atividades que devem ser realizadas em grupo. Tais atividades buscam despertar a curiosidade e levar o leitor a construir novos conceitos ou aprofundar conteúdos já apresentados, além de favorecer a autonomia e investigar a busca pelo conhecimento. (IEZZI et al., 2017)

Neste contexto de matemática financeira, a seção trata o tema "Compras à vista ou a prazo", o qual desenvolve a aprendizagem da matemática Financeira ao realizar os cálculos e a educação matemática quando se faz a reflexão das questões apresentadas no texto.

Na seção de Aplicações, também contida em cada capítulo, é feito o emprego de conhecimentos matemáticos em outros campos, estabelecendo, por exemplo, conexões entre a Matemática e a Física ou entre a Matemática e a Economia. Os textos aprofundam alguns conceitos e auxiliam a construção de outros" (IEZZI et al., 2017). Com esse intuito, são trazidos dois textos: um sobre compras à vista ou a prazo, e outro intitulado Trabalhando, Poupando e Planejando o Mundo. No primeiro, os autores inicialmente introduzem o termo valor presente e propõem dois problemas, um sobre a venda de uma geladeira em três prestações com pagamento um mês após a compra, para descobrir o valor da geladeira à vista e o outro problema fala sobre financiamento de um carro com o intuito de trazer o valor de alguma parcela para uma data atual. Esses dois problemas servem de motivação para que o autor apresente a ideia e a dedução da fórmula da soma de n primeiros termos de uma Progressão Geométrica (P.G.), com primeiro termo da sequência a_1 e razão q. Essa abordagem está em consonância com Morgado, Wagner e Zani (2001), que enfatizam que matemática financeira deve ser "tratada como aplicação natural das progressões geométricas". Com essa fórmula são resolvidos o segundo problema do primeiro texto e o problema apresentado no segundo texto, o qual tem o intuito de determinar o rendimento mensal líquido de um fundo de investimento.

Na seção Juros e Funções, estabelece-se relações entre juros simples, funções afins e progressões aritméticas, e também associa juros compostos com funções exponenciais e a progressões geométricas, apresentado equações, gráficos e diagramas. Em seguida apresenta cinco exercícios sobre esse tema. O capítulo finaliza com um desafio que, segundo os autores, tem como objetivo "permitir que o leitor vivencie a resolução de problemas, estimulando sua criatividade e seu raciocínio".

3 A TECNOLOGIA E O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

O uso das tecnologias no ensino da Matemática vem recebendo grande atenção pelo sistema escolar. Há uma crescente busca por alternativas de uso de tecnologias no ensino da Matemática, na intenção de tornar o ensino mais atrativo e facilitar a aprendizagem dos conteúdos pelos estudantes. De acordo com Giraldo (2012),

> As tecnologias digitais estão cada vez mais presentes em praticamente todos os setores da atividade humana, portanto não faria sentido bani-las da sala de aula sob pena de tornar a escola tão anacrônica em relação à vida exterior a seus muros a ponto de ter um efeito inócuo da formação dos alunos.

O ensino da matemática financeira requer o uso de calculadoras e, a depender do caso, uma calculadora simples não será suficiente, por não possibilitar o cálculo de raízes de ordem maiores que 2 ou de logaritmos, por exemplo. Alguns celulares já trazem calculadoras com essas funções e podem ser também usados. No que se refere ao uso das calculadoras

> são certamente as tecnologia digitais mais simples, baratas e de mais fácil uso. Mesmo as calculadoras com menos recursos matemáticos podem ser usadas de forma a enriquecer significativamente a abordagem. Seu uso como instrumento didático oferece ao contexto da sala de aula, em situações específicas, uma metodologia de ensino que permite ao professor dinamizar, de modo simples, as aulas teóricas tratadas geralmente com metodologias tradicionais. (GIRALDO, 2012)

Portanto, é recomendável que o professor faça essa ligação entre o ensino da matemática financeira e as calculadoras, para que possa haver uma aprendizagem significativa no raciocínio e na educação matemática. Mamede (2017) destaca que "o conhecimento teórico possibilita o entendimento do que se está fazendo, diminuindo erros e tornando mais intuitivo o uso da calculadora" O uso de calculadoras na sala de aula tem várias vantagens, mas pode-se destacar aí a acessibilidade, a facilidade de manipulação e a portabilidade.

Com o avanço significativo da tecnologia, os professores passaram a ter um compromisso a mais: dominá-la para melhorar a qualidade do ensino e do trabalho. Isso evidencia que, para uma leitura do mundo e das coisas que o cerca, é essencial terem domínio de certas tecnologias adequando-se às tendências atuais na mesma velocidade que elas avançam e se renovam. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1997),

"o estudante deve utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação e utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades".

Além do uso da calculadora, pode-se usar também as planilhas eletrônicas. Atualmente, os recursos tecnológicos estão mais presentes na vida dos adolescentes e jovens. Com isso, a utilização da calculadora e das planilhas eletrônicas poderiam ser usadas como ferramenta auxiliar desde o ensino fundamental. A BNCC propõe que:

> Estudantes utilizem tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Tal valorização

> possibilita que, ao chegarem aos anos finais, eles possam ser estimulados a desenvolver o pensamento computacional, por meio da interpretação e da elaboração de fluxogramas e algoritmos. (BRASIL, 2017)

As planilhas eletrônicas não foram criadas com finalidade pedagógica, mas estão se tornando um meio de implementar recursos tecnológicos no ensino de Matemática para facilitar cálculos, organizar tabelas, construir gráficos, entre outros. Giraldo, Caetano e Mattos (2013) retratam que:

> Os recursos disponíveis nas planilhas eletrônicas possibilitam diversas aplicações no ensino de Matemática. Dentre esses recursos destacam-se: manipulação e operações com grande quantidade de dados numéricos; articulação entre diversas formas de representação; ferramentas lógicas e ferramentas estatísticas.

As planilhas eletrônicas podem ser utilizadas para introduzir e desenvolver o conteúdo de Matemática Financeira ou preparar o estudante para aprofundar os itens já trabalhados ou que venham a ser trabalhado em sala de aula ou até mesmo os que não são exigidos no currículo, mas que tenham utilidade na vida social. Devem ser escolhidas as funções adequadas e as atividades preparadas com cuidado para levar o estudante a adquirir conceitos importantes da matemática financeira.

Há *softwares* livres e pagos que permitem edição de planilhas, bem como uso de algumas fórmulas e que podem ser usados como auxiliares na resolução de exercícios de matemática financeira. Sua principal vantagem é a possibilidade de, dentro de um mesmo problema, mudar valores, prazos, taxas de juros, fazendo uma planilha com as funções já implementadas. Em alguns dos exercícios sugeridos aqui, será proposta a utilização de planilhas. Aqui foi utilizado o *software Microsoft Excel*, que é um editor de planilhas produzido pela *Microsoft*.

4 SUGESTÕES DE ATIVIDADE PARA SALA DE AULA

A Matemática Financeira é um conteúdo que pode servir de motivação para outros,como por exemplo progressões aritméticas e geométricas, funções afim, exponencial e logarítmica. Neste capítulo serão propostas algumas atividades para o Ensino Médio com objetivo de abordar os conteúdos de Matemática Financeira, abordando a educação financeira, inserindo o uso da calculadora e da planilha eletrônica na resolução de algumas atividades.

4.1 Atividade 1

O primeiro exercício é simples e tem por objetivo fazer uma análise de qual estacionamento oferece o menor e maior valor por hora estacionada e analisar qual oferece o menor custo mensal. Esse exercício trata-se de uma situação real vivenciada e observada pelo autor.

Exercício 1: Há vários estacionamentos privados localizados no centro da cidade de Campina Grande – PB e as tarifas variam de um para outro. Considere quatro desses estacionamentos, os quais serão denotados por A, B, C e D. Os valores cobrados nesses estacionamentos são

- **Estacionamento A**
  - Até 6 horas - R$ 6,00;
  - De 7 a 12 horas - R$ 12,00;
- **Estacionamento B**
  - R$ 3,00 na primeira hora;
  - R$ 1,00 para cada hora excedente;
- **Estacionamento C**
  - R$ 2,00 na primeira hora;
  - R$ 1,50 para cada hora excedente;
- **Estacionamento D -** R$ 1,80 a hora.

Todos eles tem a tolerância de 15 minutos, ou seja, ao passar os 15 minutos serão cobrado o valor da hora completa. Com base nessas informações responda os itens abaixo.

a) Qual o estacionamento tem a menor tarifa para quem deseja estacionar o carro 1 hora, 2 horas, 3 horas, 4 horas ou 5 horas?

b) Uma pessoa almoça em determinado restaurante localizado no centro de segunda a sexta, desde que não seja feriado. Essa pessoa sempre deixa o carro no estacionamento A e o tempo que ela permanece varia entre 1h30 a 2h. Se neste mês há 20 dias desses, qual a porcentagem que ela pagaria a mais ou a menos se mudasse de estacionamento? Valeria a pena mudar de estacionamento?

Resolução:

a) Se o carro ficar no Estacionamento A, o preço será o mesmo em todos os casos, pois eles cobram R$ 6,00 para permanência de até seis horas. Esta informação será usada para preencher a linha referente ao Estacionamento A na Tabela 1.

Se o carro ficar no Estacionamento B, então a primeira hora custará R$ 3,00 e para cada hora extra paga-se 1 real. Neste caso, pra deixar o carro no estacionamento B por h horas, o preço será $3 + (h - 1) \cdot 1 = 2 + h$. Os valores para $h = 1, 2, 3, 4$ e 5 horas está na Tabela 1 na linha correspondente ao Estacionamento B.

No caso do Estacionamento C, a primeira hora custa R$2,00 e cada hora excedente custa R$ 1,50. Usando raciocínio similar àquele usado para o Estacionamento B, neste caso, para usar os serviços do estacionamento por h horas, o valor a se pagar é $2 + (h - 1) \cdot 1,5 = 0,5 + 1,5h$. Na Tabela 1, na linha relativa ao Estacionamento C, são apresentados os valores para $h = 1, 2, 3, 4$ e 5 horas.

Se o motorista escolher o Estacionamento D, ele pagará R$ 1,80 por cada hora, então se ficar h horas, pagará $1,8h$ reais. Os valores estão na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores pagos para estacionar em cada um dos estacionamentos por 1, 2, 3, 4 ou 5 horas.

	Tempo de permanência (em horas)				
Estacionamento	1	2	3	4	5
A	R$6,00	R$6,00	R$6,00	R$6,00	R$6,00
B	R$3,00	R$4,00	R$5,00	R$6,00	R$7,00
C	R$2,00	R$3,50	R$5,00	R$6,50	R$8,00
D	R$1,80	R$3,60	R$5,40	R$7,20	R$9,00

A disposição dos preços em forma de tabela facilita a comparação dos valores em cada caso. Para responder à pergunta feita, basta observar qual é o menor valor em cada coluna e conclui-se então que: para quem deseja estacionar seu carro por apenas 1 hora, o Estacionamento D é o mais vantajoso, pois tem o menor valor; para 2h, a melhor opção é ir para Estacionamento C; Para ficar durante três horas, Os Estacionamentos A e B são as melhores opções, pois apresentam o menor valor; por fim, Para permanecer por 6 horas, a melhor opção é o Estacionamento A.

b) Aqui também é possível organizar os valores em uma tabela para facilitar a comparação. Se o tempo de permanência está entre 1h30 e 2h, então ele pagará por duas horas. Usando os dados da Tabela 1, preenche-se a segunda linha da Tabela 2, multiplicando o valor diário por 20, que é a quantidade de dias considerado.

Tabela 2 – Valores pagos para estacionar em cada um dos estacionamentos pagando por 2 horas durante 20 dias e as variações percentuais em relação ao valor pago no Estacionamento A.

Estacionamento	A	B	C	D
Valor pago	R$ 120,00	R$ 80,00	R$ 70,00	R$ 72,00
Variação percentual	-	$-0,3333$	$-0,4167$	$-0,4$

Para calcular a variação percentual, será usada a fórmula 1.1, que é

$$p = \frac{V_1 - V_0}{V_0},$$

sendo que V_0 é o valor inicial de um produto e V_1 é o valor do mesmo em uma data futura. Calculando a variação percentual em cada caso, preenchemos a terceira linha da Tabela 2. Neste caso, $V_0 = 120$, que é o valor considerando o Estacionamento A. Para o Estacionamento B, a taxa de variação será

$$p = \frac{80 - 120}{120} \approx -0,3333,$$

o que indica uma economia de 33,33%, se o motorista passasse a estacionar no Estacionamento B. Em relação ao Estacionamento C, a variação percentual seria

$$p = \frac{70 - 120}{120} \approx -0,4167.$$

Neste caso, mudar para o Estacionamento C gerará uma redução de 41,67%. Por fim, usar em Estacionamento D, faria o motorista economizar 40%, uma vez que, neste caso

$$p = \frac{72 - 120}{120} = -0,4.$$

Os cálculos envolvidos nesta atividade são simples e podem ser calculados manualmente ou usando calculadoras simples. mas poderiam também ser feitos usando uma planilha eletrônica.

4.2 Atividade 2

O segundo exercício propõe a comparação o cálculo de taxa de juros mensal e da desvalorização de um bem baseado em uma situação real. Os dados foram tirados de um encarte de uma loja de departamentos conhecida. O professor pode levar o encarte para a sala, pode pedir que o aluno pesquise e traga preços, por exemplo e assim envolver o aluno na construção e contextualização. Usa uma ferramenta (encarte) que pode ser obtida de modo simples. O professor poderia alternativamente pedir ao aluno que acompanhe o preço de algum bem durante alguns dias ou em duas datas distintas e fazer a aplicação do conteúdo.

Exercício - Em junho de 2019, o preço anunciado de um determinado modelo de *smartphone* numa famosa loja de departamentos era R$ 4.299,00 à vista ou em 18 parcelas mensais fixas de R$ 257,39. Em fevereiro de 2020, o preço desse *smartphone* anunciado na mesma loja era R$ 3.499,00 à vista ou em 18 parcelas mensais fixas de R$ 194,39.

Com base nessas informações, responda o que se pede.

a) Qual o valor final pago por quem opta pelo pagamento à prazo nos dois casos?

b) Considerando o item anterior, as opções de parcelamento são com ou sem juros? Caso tenha juros, quais são as taxas mensais consideradas?

c) Qual a taxa de variação do valor do bem de junho de 2019 para fevereiro de 2020?

Solução

a) Em junho de 2019, o valor total à prazo era $18 \cdot 257,39 =$ R$4.633,02. Por outro lado, em fevereiro de 2020, o valor final à prazo era $18 \cdot 194,39 =$ R$3.499,02.

b) Quando se observa o valor à prazo em fevereiro de 2020, percebe-se que há uma diferença de apenas R$0,02, o que indica que o parcelamento foi feito sem cobrança de juros e a diferença aparece a partir do arredondamento do valor das parcelas, uma vez que a divisão de 3.499 por 18 resulta em um número com mais de duas casas decimais.

   Considerando o bem em junho de 2019, o preço à vista era R$4.299,00 e à prazo R$ 4.633,02. Usando definições vistas no Capítulo 2, o juro acumulado no período foi $4.633,02 - 4.299 = 334,02$, o que implica uma taxa de juros para os 18 meses de

$$I = \frac{334,02}{4.299} \approxeq 0,0777.$$

   Usando a Fórmula das Taxas Equivalentes (Lema 1),

$$(1 + I) = (1 + i)^n,$$

   sendo que aqui I é a taxa para os 18 meses, i é a taxa mensal e $n = 18$. Conclui-se que a taxa mensal i é calculada assim

$$(1 + I) = (1 + i)^{18} \quad \Rightarrow \quad i = \sqrt[18]{1 + 0,0777} - 1 \approxeq 0,0042.$$

   Resumindo, em junho de 2019, as taxas praticadas eram $0,0777$ ou $7,77\%$ para os 18 meses, que são equivalentes a $0,0042$ ou $0,42\%$ ao mês. Essas contas podem ser feitas igualmente usando logaritmos em lugar da raiz de ordem 18.

c) Qual a taxa de variação do valor do bem de junho de 2019 para fevereiro de 2020? O valor anunciado do bem em junho era R$4.299,00 e em fevereiro era R$ 3.499,00. Assim, relembrando que a taxa de variação é

$$p = \frac{V_1 - V_0}{V_0},$$

sendo que V_0 é o valor inicial de um produto e V_1 é o valor do mesmo em uma data futura, segue que

$$p = \frac{3499 - 4299}{4299} \approxeq -0,1861.$$

O fato de p ser negativo, quer dizer que o produto sofreu uma desvalorização. Aqui, a desvalorização foi de aproximadamente $18,61\%$.

4.3 Atividade 3

Nesta atividade propõe-se analisar uma situação de empréstimo, variando o número de parcelas e observando as mudanças que ocorrem.

Exercício - Maria recebe um salário de R$1.600,00 por mês. Ela pretende fazer um empréstimo de R$5.000,00 para fazer uma viagem.

a) Construa uma tabela mostrando o valor total que ela pagará no final (montante), o juro pago e o valor das parcelas com taxa de juros compostos de 1,6% a.m, considerando prazos de 12, 18, 24, 30, 36 e 48 meses.

b) Nas condições da Tabela 2, qual seria a melhor opção de empréstimos para Maria, se ela não quer comprometer mais do que 20% do salário na parcela?

c) Maria decidiu mudar o roteiro de sua viagem e agora vai pegar um empréstimo um pouco menor: R$4.000,00. Refaça a simulação.

Solução

a) Aqui será mostrado como resolver esta questão usando uma planilha eletrônica. Inicialmente, insere-se os dados e as fórmulas utilizadas na planilha. Isso é ilustrado na Figura 1. Nas células azuis estão as descrições do conteúdo da linha e nas verde os dados específicos da questão. Nas células brancas são digitadas as fórmulas para calcular o montante, o juro e valor da parcela, respectivamente. Na linha 3 está o valor do empréstimo (B3), que neste caso é de R$5.000,00 (C3). Na linha 4 está a taxa de juros (B4) e o valor considerado foi 1,6% (C4). Na linha 5 estão os períodos considerados (B5) e, em verde, aqueles que devem ser usados na questão, 12,18, 24, 30, 36 e 48 meses (células C5 a H5). Nas linhas 6, 7 e 8, serão calculados o montante, o juro e o valor da parcela, respectivamente. Observe ainda que as fórmulas são inseridas nas células brancas. Pode-se digitar uma a uma - o que daria bastante trabalho - ou arrastar o conteúdo da célula pela linha - da célula C6 para as células D6 a H6, da C7 para D7 a H7 e, finalmente, da C8 para D8 até H8.

Figura 1 – Uso da planilha eletrônica para cálculo de parcelas de financiamento - inserção de dados e fórmulas.

VF | =$C3*(1+$C4/100)^C5

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		Valor Empréstimo (R$)	5.000					
4		Taxa de juros (%)	1,6					
5		Periodo em meses (parcelas)	12	18	24	30	36	48
6		Montante	=$C3*(1+$C4/100)^C5					
7		Juros	=C6-$C3					
8		Valor da parcela	=C6/C5					
9								

Fonte: Elaborada pelo autor

Prosseguindo, ao clicar *enter*, aparecerão os valores do montante ou valor futuro, do juro e das parcelas em cada caso, conforme pode ser visto na Figura 2. Por exemplo, na coluna C, vê-se que considerando que o empréstimo será pago em 12 meses, cada parcela seria de R$504,10 e no final, Maria pagaria R$6.049,15, sendo R$5.000,00 o valor recebido e a diferença de R$1.049,15 são os juros.

Figura 2 – Uso da planilha eletrônica para cálculo de parcelas de financiamento no valor de R$5.000,00 - visualização dos resultados.

C6 | =$C3*(1+$C4/100)^C5

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		Valor Empréstimo (R$)	5.000					
4		Taxa de juros (%)	1,6					
5		Periodo em meses (parcelas)	12	18	24	30	36	48
6		Montante	R$ 6.049,15	R$ 6.653,60	R$ 7.318,45	R$ 8.049,73	R$ 8.854,08	R$ 10.711,94
7		Juros	R$ 1.049,15	R$ 1.653,60	R$ 2.318,45	R$ 3.049,73	R$ 3.854,08	R$ 5.711,94
8		Valor da parcela	R$ 504,10	R$ 369,64	R$ 304,94	R$ 268,32	R$ 245,95	R$ 223,17
9								

Fonte: Elaborada pelo autor

b) A parcela a ser paga por Maria deve ser no máximo 20% do seu salário, que é

$$\frac{20}{100} \cdot 1600 = \text{R\$}320{,}00.$$

Observando na Figura 2 a linha 8 da planilha, percebe-se que os valores das parcelas considerando 12 e 18 meses ultrapassam os 20% do salário de Maria. Então ela poderia fazer o empréstimo em 24, 30, 36 ou 48 meses. Quanto maior o período, maior o juro pago. Assim, seria melhor para Maria pagar em 24 meses.

c) Neste caso, basta usar a mesma planilha que foi usada no item a) (Figura 1), mas substituindo o valor do empréstimo, ou seja, na célula C3 deve-se mudar o valor de R$5.000,00 para R$4.000,00. Os resultados podem ser vistos na Figura 3.

Figura 3 – Uso da planilha eletrônica para cálculo de parcelas de financiamento no valor de R$4.000,00 - visualização dos resultados.

Valor do Empréstimo (R$)	4.000					
Taxa de juros (%)	1,6					
Período em meses (parcelas)	12	18	24	30	36	48
Montante	R$ 4.839,32	R$ 5.322,88	R$ 5.854,76	R$ 6.439,78	R$ 7.083,26	R$ 8.569,55
Juros	R$ 839,32	R$ 1.322,88	R$ 1.854,76	R$ 2.439,78	R$ 3.083,26	R$ 4.569,55
Valor da parcela	R$ 403,28	R$ 295,72	R$ 243,95	R$ 214,66	R$ 196,76	R$ 178,53

Fonte: Elaborada pelo autor

Nesta atividade o professor pode explorar vários aspectos. Ele pode, por exemplo, reforçar para os alunos que, mesmo com a taxa de juros fixa, quanto maior o prazo, mais juros serão pagos no final. Então, deve-se buscar um equilíbrio entre prazo e valor da parcela, ou seja, estabelecer quanto do salário pode ser comprometido com o pagamento das parcelas e usar o menor prazo possível. Além disso, o professor pode destacar para o aluno que se, assim considerado no item b), Maria não quisesse que a parcela ultrapassasse 20% de seu salário, neste caso ela teria ainda a alternativa de pagar em 18 meses, o que faria com que ela pagasse menos juros e terminasse mais cedo do que pagando R$5.000,00 em 24 meses. É realmente uma boa ideia considerar a mudança nos planos de viagem.

4.4 Atividade 4

O exercício 4 tem como objetivo calcular a taxa de juro equivalente e analisar se ocorreu um ganho real de uma aplicação na poupança em relação a outro fundo de investimento. Nesta questão a taxa de inflação foi realmente a do ano de 2019, mas as taxas de juros da poupança e do fundo de investimento são fictícias.

Durante a aplicação da atividade, o professor deve contextualizar falando sobre a inflação ou até propor que os alunos pesquisem sobre o que é e como se mede a inflação. Uma possibilidade é fazer uma atividade multidisciplinar sobre o histórico da inflação no Brasil.

Exercício - A taxa de inflação no ano de 2019 foi de 4,31%. João aplicou R$20.000,00 na poupança com taxa de juros de 0,32% ao mês durante um ano e Pedro aplicou a mesma quantia pelo mesmo período em um fundo de investimento com taxa de juros de 0,56% ao mês.

a) Quais as taxas de juros anuais da poupança e do fundo de investimento? Compare essas taxas com a taxa de inflação?

b) Quanto Pedro ganhou a mais do que João após um período de um ano?

Solução

a) Considere i_P e I_P sendo as taxas mensal e anual da poupança, respectivamente, e i_A e I_A os equivalentes no caso da aplicação. Para calcular as taxas anuais será usada a Fórmula das Taxas Equivalentes (Lema 1), que neste caso se traduz em

$$I_P = (1 - i_P)^{12} - 1 \quad \text{e} \quad I_A = (1 - i_A)^{12} - 1.$$

Sabendo que $i_P = 0,0032$ e $i_A = 0,0056$, obtém-se $I_P = 0,0391$, ou 3,91% ao ano, e $i_A = 0,0693$, ou 6,93 ao ano.

As contas acima podem ser feitas usando uma calculadora científica. Aqui, elas foram feitas usando uma planilha eletrônica. Na Figura 5, as fórmulas foram inseridas na sexta linha e os resultados para os valores deste exercício já aparecem na figura.

Como a taxa de juros da poupança é de 3,91% ao ano, ela é menor do que a taxa de inflação, portanto o capital aplicado na poupança teve uma desvalorização. A taxa de juros anual para a aplicação foi 6,93% e, portanto, maior do que a taxa de inflação, de onde se conclui que o valor aplicado teve uma valorização, um ganho real.

b) Para calcular o montante depois de um ano, pode-se usar tanto a taxa anual quanto a taxa mensal.

Se M_J é o quanto João tinha depois de um ano, então

$$M_J = 20.000 \cdot (1 + 0,0391) = \text{R\$20.782,00}.$$

Neste caso, João lucrou $20.782 - 20.000 = 782$ reais. A taxa usada aqui foi a anual, a qual foi calculada com base na taxa mensal e o valor foi arredondado para quatro casas decimais. Se for considerada a taxa mensal,

$$M_J = 20.000 \cdot (1 + 0,0032)^{12} = \text{R\$20.781,66},$$

o que corresponde a um ganho de R$781,66.

Em relação a Pedro, se M_P é o quanto ele tinha depois de um ano, usando a taxa mensal,

$$M_P = 20.000 \cdot (1 + 0,0056)^{12} = \text{R\$21.386,18}.$$

Daí, Pedro lucrou $21.386,18 - 20.000 =$ R$1.386,18. Portanto, a diferença entre o lucro de Pedro e o de João foi $1.386,18 - 781,66 =$ R$604,52.

As Figuras 4 e 5 apresentam as imagens da planilha eletrônica com as fórmulas e com os valores calculados neste exercício, respectivamente.

Figura 4 – Planilha eletrônica referente ao exercício da Atividade 4 - inserção das fórmulas.

	A	B	C	D
1				
2			João	Pedro
3		Valor aplicado (R$)	R$ 20.000,00	R$ 20.000,00
4		Taxa de juros (%) ao mês	0,32	0,56
5		Taxa de inflação (%) no ano	4,31	
6		Tempo de aplicação em meses	12	12
7		Taxa de juros (%) ao ano	=((1+C4/100)^C6-1)*100	=((1+D4/100)^D6-1)*100
8		Montante	=C3*(1+C7/100)	=D3*(1+D7/100)
9		Juros adquiridos (R$)	=C8-C3	=D8-D3
10		Diferença entre os juros	=D9-C9	

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5 – Planilha eletrônica referente ao exercício da Atividade 4 - cálculo de taxas equivalentes, juros e montante.

	João	Pedro
Valor aplicado (R$)	R$ 20.000,00	R$ 20.000,00
Taxa de juros (%) ao mês	0,32	0,56
Taxa de inflação (%) no ano	4,31	
Tempo de aplicação em meses	12	12
Taxa de juros (%) ao ano	3,91	6,93
Montante	R$ 20.781,66	R$ 21.386,18
Juros adquiridos (R$)	R$ 781,66	R$ 1.386,18
Diferença entre os juros	R$ 604,52	

Fonte: Elaborada pelo autor

4.5 Atividade 5

Esta atividade aborda uma situação de uma pessoa que deseja poupar uma quantia mensalmente por um período relativamente longo de tempo.

Exercício - Macêdo deseja investir uma quantia de R$300,00 por mês durante 10 anos. Ele está em dúvida entre aplicar esse dinheiro na poupança, cuja taxa é de 0,3% ao mês, ou em um fundo de investimento com taxa 0,62% ao mês, sendo que para manter essa taxa de rentabilidade, o dinheiro deve ser resgatado apenas no final do período. Calcule o quanto ele terá após 10 anos e o rendimento acumulado.

Solução:

O período de 10 anos equivale a 120 meses. Como os juros são compostos, se VF for o valor que Macêdo terá no final de 120 meses, então os primeiros 300 reais ficarão aplicados por 120 meses, os 300 reais poupados no segundo mês ficarão aplicados por 119 meses e assim sucessivamente, até que o último depósito terá só um mês de juros. Trazendo todos os valores para o mês 120, considerando uma taxa de juros mensal igual a i,

$$\begin{aligned} VF &= 300 \cdot (1+i)^{120} + 300 \cdot (1+i)^{119} + \cdots + 300 \cdot (1+i) \\ &= 300 \cdot \left[(1+i)^{120} + (1+i)^{119} + \cdots + (1+i)\right] \\ &= 300 \cdot \left[(1+i) + (1+i)^2 + \cdots + (1+i)^{120}\right]. \end{aligned}$$

Mas a soma na segunda linha da equação acima é a soma de termos de uma progressão geométrica finita, então

$$\begin{aligned} VF &= 300 \cdot (1+i) \cdot \frac{1-(1+i)^{120}}{1-(1-i)} \\ &= 300 \cdot (1+i) \cdot \frac{(1+i)^{120}-1}{i}. \end{aligned}$$

Se ele aplicar na poupança, a taxa de juros é $i = 0,003$ e daí

$$VF = 300 \cdot 1,003 \cdot \frac{1,003^{120}-1}{0,003} = \text{R\$43.385,48}.$$

Por outro lado, se ele optar pelo investimento, $i = 0,0062$ e portanto

$$VF = 300 \cdot 1,0062 \cdot \frac{1,0062^{120}-1}{0,0062} = \text{R\$53.531,86}.$$

Ao final dos dez ano ele terá um rendimento de R$7385,48 se investir na poupança e R$ 17531,86 caso opte pelo fundo de investimento.

Aqui, o professor pode destacar que o fundo de investimento trará R$10146,38 a mais de lucro do que a aplicação na poupança, mas que no primeiro caso o dinheiro ficará disponível só depois de terminar o prazo. Assim, traz-se a discussão sobre a vantagem para cada caso particular. Se a pessoa não tem um emprego estável ou se não tem segurança sobre a possibilidade de poupar por todo o tempo desejado, talvez opte por um investimento menos rentável, mas com garantia de poder contar com o dinheiro a qualquer momento.

4.6 Atividade 6

Esta atividade é inspirada em uma atividade similar do livro de Paiva (2015). A proposta é elaborar uma tabela na planilha eletrônica com objetivo de entender o que seja receita e despesa, anotar e analisar as finanças, organizar e refletir sobre a vida financeira para que pessoas entendam a importância de organizar e realizar um planejamento financeiro familiar. O professor pode propor aos estudantes que preparem uma planilha dessas baseando-se no seu orçamento, caso ele tenha alguma fonte de renda, ou de sua família.

A Figura 6 é uma sugestão de uma tabela simples de planejamento financeiro, a qual foi construída em uma planilha eletrônica no Excel. A receita é a quantia em reais que uma pessoa recebe durante o mês. Na Figura 6, na célula C5 a soma dos valores que sejam inseridos nas células C3 e C4. A célula C18 representa a soma dos valores das células C7 até a C17, ou seja, o valor total das despesas. A célula C19 mostra a diferença entre as células C5 com C18, a qual representa o saldo.

Figura 6 – Planilha eletrônica de receita e despesa.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Ano		2020					
2	Mês		Jan	Fev	Mar	Abr	Maio	Jun
3		Salário						
4	Receita							
5		Total	=C5+C6					
6			Valores em reais (R$)					
7		Supermercado						
8		Feira e padaria						
9		Energia e água						
10		Celular, Internet e TV						
11	Despesas	Saúde e cuidados pessoais						
12		Vestuário						
13		Estética e embelezamento						
14		Diversão e lazer						
15		Transporte						
16		Educação						
17		Outros						
18	Total		=SOMA(C7:C17)					
19	Saldo		=C5-C18					

Fonte: Elaborada pelo autor

Além disso, o professor pode apresentar ao aluno opções de sites de internet e aplicativos disponíveis para acesso por *smartphones* que podem ser usados para esse tipo de planejamento.

5 CONCLUSÃO

A concepção de que a Matemática é entendida como um conjunto de regras estabelecidas deve ser considerado como um princípio básico, tendo em vista que é uma ciência exata e que necessitamos dela para organizar as nossas vidas. Caso o estudante ainda não compreenda a sua utilização cabe a nós professores desenvolver ações que promovam saberes e interesses por este componente curricular. E em decorrência disso, o estudante atuará significativamente em muitas ações que promovam saberes diversificados deixando assim de ser um mero expectador na construção do saber.

Com isso, a matemática financeira não pode ser associada apenas a um conteúdo didático, pois abrange situações sociais e econômicas. A aplicação da matemática financeira deve tornar os conteúdos mais significativos e ao mesmo tempo atraentes para os estudantes, pois a todo tempo estamos em contato com informações financeiras transmitidas por diferentes formas e meios de comunicação. Isso evidencia a importância desse conteúdo não apenas para a formação acadêmica, mas para a formação do cidadão. A educação financeira deve caminhar junto com a matemática financeira, pois a relação de ambas deve ser alicerçada na aprendizagem, análise, compreensão de situações financeiras e na valorização da contextualização da matemática, para que os estudantes obtenham uma aprendizagem significativa da matemática para a vida no convívio social.

Os recursos tecnológicos, calculadora e planilha eletrônica, podem ser ferramentas valiosas para o processo ensino e aprendizagem dos estudantes, pois os mesmos já estão presentes no dia a dia. Sua inserção traz uma quebra na rotina da sala, muitas vezes atraindo os alunos por ser uma novidade no contexto da aula, além de auxiliar na realização de cálculo que não são facilmente feitos nas calculadoras e de possibilitar a inserção das fórmulas.

As atividades apresentadas neste trabalho podem ser introduzidas na sala de aula. Além de possibilitarem uma reflexão sobre analise, interpretação e compreensão de conceitos como porcentagem, taxa de juros, juros compostos, taxa de variação percentual, alternativas de financiamentos e planejamento financeiro, elas deixam espaço a uma participação mais efetiva do aluno na construção do conhecimento.

A ideia inicial era aplicar as questões em sala de aula. Entretanto, devido à suspensão das aulas no Estado da Paraíba, determinada na Normativa nº 01 do Comitê de Gestão de crise COVID-19, assinada em 17 de março de 2020, pelo Sr. Govenador João Azevêdo, não foi possível a aplicação das atividades nas turmas da escola onde sou professor. Esperamos que a aplicação dessas atividades na sala de aula seja feita em outro momento, para que possa contribuir com o ensino e com a compreensão da matemática financeira e da educação financeira, que torne mais envolvente e significativa a aprendizagem dos estudantes, familiarize os alunos com mais um recurso tecnológico e possibilite uma educação cada vez mais ativa e participativa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília: MEC, 1996. Citado na página 15.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - Matemática*. Brasília: MEC, 1997. Citado na página 25.

BRASIL. *Estratégia Nacional de Educação Financeira*. Brasília: MEC, 2010. Citado na página 14.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 26.

CERBASI, G. *A Riqueza da Vida Simples*. 1a. ed. Rio de Janeiro: Editora Sextante, 2019. Citado na página 14.

DANTE, L. R. *Matemática: Contexto e Aplicações*. 3a. ed. São Paulo: Editora Ática, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

GIRALDO, V. *Revista do Professor de Matemática 79: O Computador na Sala de Aula*. Rio de Janeiro: SBM, 2012. Citado na página 25.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*. 1a. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 26.

IEZZI, G. et al. *Matemática: Ciência e Aplicações*. 9a. ed. [S.l.]: Editora Saraiva, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 14, 20, 22 e 23.

MAMEDE, S. *Matemática Financeira*. Rio de Janeiro: Editora Barra Livros, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 13, 14 e 25.

MORGADO, A. C. de O.; WAGNER, E.; ZANI, S. *Progressões e Matemática Financeira*. 5a. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001. Citado 5 vezes nas páginas 12, 13, 14, 18 e 24.

PAIVA, M. *Matemática Paiva - Volume 3*. [S.l.]: Editora Moderna, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 20, 21 e 36.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. *Teoria e Prática de Matemática: como dois e dois*. 1a. ed. [S.l.]: Editora FTD, 2009. Citado na página 12.