

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

LUCIANO GOMES SOARES

PRODUTOS TÉCNICO-TECNOLÓGICOS E ATIVIDADES MATEMÁTICAS:
POSSIBILIDADES PARA PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS EM AULAS DE
MATEMÁTICA

LUCIANO GOMES SOARES

PRODUTOS TÉCNICO-TECNOLÓGICOS E ATIVIDADES MATEMÁTICAS: POSSIBILIDADES PARA PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS EM AULAS DE MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração Educação Matemática na linha de pesquisa Metodologia, Didática e Formação de Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida.

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S676p Soares, Luciano Gomes.

Produtos técnico-tecnológicos e atividades matemáticas [manuscrito] : possibilidades para produção de significados em aulas de matemática / Luciano Gomes Soares. - 2022.

209 p.: il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2022.

"Orientação : Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida , Departamento de Matemática - CCT."

1. Produção tecnológica. 2. Semiótica. 3. Conhecimento matemático. 4. Ensino de matemática. I. Título

21. ed. CDD 372.7

Elaborada por Camile de A. Gomes - CRB - 15/559

BC/UEPB

LUCIANO GOMES SOARES

PRODUTOS TÉCNICO-TECNOLÓGICOS E ATIVIDADES MATEMÁTICAS: POSSIBILIDADES PARA PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS EM AULAS DE MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração Educação Matemática na linha de pesquisa Metodologia, Didática e Formação de Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Aprovada em: 02/02/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (PPGECEM-UEPB)

Prof. Dr. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG/PPGECEM-UEPB)

Documento assinado digitalmente
Hilda Helena Sovierzoski
Data: 06/02/2022 21:25:18-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

Profa. Dra. Hilda Helena Sovierzoski Universidade Federal de Alagoas (PPGECIM-UFAL)

Dedico ...

Gratidão a **Deus** por tudo que vem me concedendo!

Aos meus pais, **Francisco de Assis**, que hoje não se encontra mais fisicamente entre nós, mas que está sempre me olhando, lá do céu, com orgulho, mais uma vez, pelo meu feito, pois era seu sonho me ver formado e, hoje, estou concluindo meu Segundo Mestrado; e a minha mãe, **Maria de Lourdes**, que me ensinou, encaminhou, incentivou e acreditou que, mais uma vez, esse dia chegaria! E aos meus segundos pais, **Maria Gomes** e **Antônio Martins**, por sempre estarem acreditando no meu potencial e terem me incentivado a ultrapassar meus limites.

Aos meus irmãos, **Daniela**, **Gerlane**, **Edvaldo**, **Germano** e **Luciana**, pelo carinho e apoio sempre...

Ao Amigo/ Professor/ Duas vezes Orientador de Mestrado, **José Joelson Pimentel de Almeida**, pelo incentivo e apoio para a realização desta incrível pesquisa.

Enfim... Dedico esse trabalho a toda a minha **família, amigos, familiares** e **professores** que pela forma mais simples que seja, contribuíram para que hoje eu esteja realizando este marco tão importante na minha vida!

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a **Deus**, por me proporcionar esse momento único, e por ter me dado forças, mais uma vez, para encarar novamente essa jornada, dessa vez em um segundo mestrado, de quase dois anos...

A meu pai, **Francisco de Assis** (in memoriam)... "levarei você para sempre em meus pensamentos e em meu coração. Saudades meu pai".

As minhas duas mães, **Maria de Lourdes** e **Maria Gomes**, que souberam me criar, educar e incentivar em todos os momentos da minha vida!

Aos meus irmãos, **Daniela**, **Gerlane**, **Edvaldo**, **Germano** e **Luciana**, pelo carinho, apoio e por terem me incentivado em todos os momentos de minha vida...

A todos os meus amigos e conhecidos, em especial a **Eduardo**, **Júnior**, **Germano Soares**, **Lili**, **Jurandy Gomes** (**Jura**), **Cizinho**, **Anderson Firmino**, pelo companheirismo e amizade, e por acreditar que essa criatura que está digitando essas palavras, iria chegar, mesmo com grandes dificuldades que foram vencidas, até esse grande momento! E, enfim, chegou!

A minha querida e para sempre *Diretora de Comunicação da Prefeitura Municipal de Areia*, **Isis Coelho**, pelo incentivo ao mundo do conjunto de signos em um sistema de escrita, que desencadeou o nosso interesse pelo desenvolvimento da escrita e pela arte de escrever! A você, Isis, e também ao querido Rafael Melo Poeta, meu muito obrigado pelos ensinamentos jornalísticos, pelos desafios das reportagens que vivenciamos e pelo incentivo ao mundo da escrita!

Aos queridos amigos da Prefeitura Municipal de Areia, Iris, Ivonize, Solange, Raminha, Sônia, Angélica, Socorro, Evaldo, Gilmara, Ruth, Natália, Jéssyka, Helinho, mais do que companheiros de trabalho, grandes amigos! Agradeço a atenção do amigo e antigo Secretário de Finanças, Leopoldo Gondim, e do amigo e Ex-Prefeito de Areia, João Francisco, pelo incentivo para que esse momento chegasse. Também agradeço ao Secretário de Administração e Finanças, Alcides Melo Filho, da atual Prefeita de Areia, Sílvia César Farias Cunha Lima, e do meu grande amigo e Ex-Prefeito de Areia, Elson da Cunha Lima Filho (Dr. Elsinho), pela atenção, conversas e incentivo para que possamos continuar trilhando em nosso caminho acadêmico.

Aos queridos amigos e colegas da Câmara Municipal de Areia, Lucas Eduardo, Ana Nívea, Rosana Ribeiro, Alisson Alves, Anderson Barros, Louriana Alves, Wanderllan Cardoso, Edlaine Cristina, Kalberta, Gilmar Batista, pela atenção, conversas e incentivos. Também agradeço a atenção do Ex-Presidente da Câmara, Neto, do atual Presidente, Dinha, dos antigos (18ª Legislatura) e atuais Vereadores da Câmara (19ª Legislatura) pelos quais tive o efetivo compromisso de trabalhar e auxiliar os mesmos enquanto estávamos como Secretário Administrativo da Câmara Municipal.

Agradeço, em especial, a querida amiga e atual Vereadora, **Nelma Carneiro**, e a seu esposo, **Seu Assis**, como também a toda a família de Dona Nelma, pelas conversas, incentivos e por sempre estarem nos incentivando a sermos pessoas melhores todos os dias. Meu muito obrigado, Dona Nelma, Seu Assis, Madona! De coração!

Aos queridos amigos **Wallace**, **Wégida**, **Gilda**, **Millena**, **João Manoel**, **Lucas Henrique**, pela excelente companhia nos corredores da UEPB e por nossas conversas no ônibus. Pela amizade única, sincera e infinita. Obrigado, queridos(as)!

Ao Professor **Dr. José Roberto Costa Junior**, pelo apoio, amizade e incentivo para que chegasse até aqui e superasse meus limites acadêmicos. Professor **Junior**, muito obrigado por V. Ex.ª ter aceitado me orientar e incentivar enquanto estávamos começando a caminhar no TCC, ao final da graduação. E, desde então, muita coisa, envolvendo o mundo da escrita, já ocorreu e continuará ocorrendo. Muito Obrigado, professor José Roberto (Junior)!

Ao Professor **Dr. Aníbal de Menezes Maciel**, pelos momentos de conversas e de incentivo e pelos ensinamentos proporcionados, desde a época da graduação e disciplinas do mestrado. Muito Obrigado pelo carinho de sempre, professor Aníbal!

Ao Professor **Dr. José Joelson Pimentel de Almeida**, pela orientação, competência, humanidade, humildade, profissionalismo e dedicação tão importantes, durante esses anos que estou no PPGECEM/UEPB, que vão desde disciplinas como aluno especial, até a finalização desse grande momento. Até o ano de 2016, eu não conhecia V. Ex.ª, pois, até então, não tive a alegria e o privilégio de ter assistido suas aulas na graduação em disciplinas envolvendo Educação Matemática. Tenho lembranças de ver um professor, caminhando pelos corredores do CCT no período noturno, com uma bolsa de lado, e, em alguns dias, indo ministrar suas aulas vestido de camisetas de *Game of Thrones*, e cumprimentar V. Ex.ª apenas por saudações cordiais. Acredito que o destino não fez com que eu tivesse assisto alguma aula sua na graduação, pois estava reservando o que viria mais para frente. Quando decidimos assistir aulas como aluno especial do mestrado pela segunda vez, já que em 2015 o Universo não quis que desse certo, ao observarmos todas as disciplinas que estavam sendo ofertadas naquele

período, caímos em uma disciplina sua por indicação de um amigo professor de Matemática. Não sabendo se iria ser escolhido por V. Ex.ª entre os que também queriam ser alunos especiais, como algo que já estava escrito pelas linhas do destino, fui escolhido para ser um de seus alunos. E, desde então, nossas energias foram tão compatíveis que o professor Joelson, que eu chamo carinhosamente de Sir. JJ, me acolheu no Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa (LEEMAT), ao qual ele é Pesquisador Líder. Dessa época até os dias de hoje, quando estou escrevendo esses agradecimentos que você está lendo, foram muitas aulas, conversas, risadas, compartilhamentos de alegrias, tristezas, gambiarras comunicativas, de desejo de forças e boas emanações de energia em forma de boas orações. Esse grande homem, que é Sir. JJ, faz um grande diferencial na vida de seus orientandos, principalmente na da pessoa que está digitando esses signos agora. Sem o incentivo de Sir. JJ, essa pesquisa aqui não seria realizada, pois quase que parávamos no meio do caminho por cansaço mental em meio a uma pandemia nunca antes enfrentada. Mas, como sempre é bom termos pessoas em nossa volta que acreditam em nós para sermos pessoas cada vez melhores todos os dias, juntamos forças e conseguimos concluir essas mais de 100 páginas. Querido Sir. JJ sei que palavras são poucas para o tamanho do carinho e consideração que tenho por V. Ex.^a. E, mesmo que essas palavras sejam poucas em comparação ao quanto agradeço ao Universo por você ter me escolhido para me orientar três vezes, já que a partir de 2022, começaremos outra jornada agora no Doutorado Acadêmico, eu não chegaria aqui sem o seu incentivo e apoio. Você foi e está sendo muito mais que orientador: para mim será sempre um grande mestre da leitura, da escrita, um grande amigo, um excelente mestre yoda e um grande Ser Humano. Muito Obrigado pela boa energia, que você emana, e pela Luz! Muito obrigado, professor Joelson! Que a força esteja com você!

Aos membros da banca examinadora, Professor **Dr. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida** e a Professora **Dra. Hilda Helena Sovierzoski**, que tão gentilmente aceitaram participar e colaborar com esta dissertação e que nos incentivam a continuarmos trilhando no mundo da escrita acadêmica. Muito Obrigado, professor **Helber**, por ter aceitado, pela segunda vez, estar em uma banca em que *JJ* e eu estarmos aqui dialogando com objetos da Educação Matemática. E obrigado, professora **Hilda**, que também é membro do nosso querido Grupo de Pesquisa *Leemat*, e que tive a grande honra de conhecê-la pessoalmente quando criamos e realizamos o **Festival Nacional de Matemática, Arte e Literatura** (**FENMAL**) em 2018. Meu muito obrigado!

Agradeço aos professores do PPGECEM, que dedicaram seu tempo passando seus conhecimentos e contribuindo com minha formação nas disciplinas do mestrado, doutorado e

nos seminários acadêmicos. Agradeço aos atuais Coordenadores do PPGECEM, professores **Silvanio** e **Dantas**, a querida Secretária, **Lidayana**, e ao Auxiliar Administrativo, **Cícero**, pela atenção de sempre.

Agradeço também a querida *Família Pibid Uepb Premen*, em especial a professora **Me. Maria da Conceição Vieira Fernandes, Rosemary Gomes Fernandes, Risllane** e a **Tayná**, pelo apoio e pelas conversas ao longo desses anos de graduação e nos dois mestrados. Muito Obrigado *Conceição*, *Rose*, *Ris* e *Tayná*!

Aos membros do **Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa** (**LEEMAT**), pelos grandes momentos de troca de experiências que foram proporcionadas desde o início do ano de 2016, e por acreditarem em meu potencial. Muito obrigado pelo carinho e atenção com essa pessoa que vos digita!

Aos meus inscritos dos meus canais no *YouTube*, **Canal Oi Geek**, **Canal Matemática Geek** e **Canal Chave Geek**, pelas conversas e incentivos.

Agradeço ao PPGECEM/UEPB por ser referência para várias instituições do Brasil. E a **Universidade Estadual da Paraíba** por, mais uma vez, ter aberto suas portas para mim.

... A todos, os meus sinceros agradecimentos!!!

Sua vida neste momento é reflexo de seus pensamentos passados. Isso inclui todas as coisas importantes, e as que você não considera tão importantes. Como você atrai aquilo em que mais pensa, é fácil saber quais têm sido seus pensamentos dominantes em cada área de sua vida, porque foi o que você vivenciou. Até agora! Agora você está conhecendo O Segredo, e com esse conhecimento poderá mudar tudo.

RESUMO

No presente trabalho, temos a seguinte questão de investigação: como os Produtos Técnico-Tecnológicos (PTT), produzidos em mestrados profissionais, podem contribuir para a produção de significados matemáticos? Utilizamos a abordagem qualitativa envolvendo análise de PTT, para que possamos nos aproximar da realidade dos objetos estudados, como também fazer um levantamento bibliográfico sobre o tema. Quanto aos procedimentos metodológicos, nossa pesquisa é dividida em alguns momentos. No primeiro, escolhemos o site do PPGECEM-UEPB e catalogamos doze PTT da área A1 (Educação Matemática), mais especificamente, do Leitura e Escrita em Educação Matemática - Grupo de Pesquisa (LEEMAT) em um recorte do Quadriênio 2017-2020. Em seguida, analisamos quais PTT trazem uma abordagem do conteúdo matemático de diferentes formas, sejam com exercícios, atividades, dentre outras. Essa nova filtragem resultou em nove PTT que foram analisados em nossa pesquisa. A partir dos estudos de Peirce e Duval, criamos critérios semióticos para analisarmos os nove PTT catalogados da área A1, nos detendo à presença de como as atividades matemáticas, representadas nesses produtos, podem auxiliar nos processos de produção de significados matemáticos. Os resultados indicam que os PTT podem lidar com dois ou mais registros de representação diferentes, que podem permitir aos professores e alunos atribuir significados durante os processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Quanto ao olhar linguístico, semiótico, representativo, contextualizado que colocamos nesses PTT analisados, entendemos que esses se tornam possibilidades, dentre outras possíveis, para entendermos como alguns produtos podem contribuir para a produção de significados envolvendo o conhecimento matemático. Esse trabalho nos leva a concluir sobre a importância de se pensar em materiais que, de forma planejada, visem a construção de estruturas mentais que podem ajudar no desenvolvimento da compreensão matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Mestrados Profissionais. Produto Técnico-Tecnológico. Semiótica. Contextualização Matemática.

ABSTRACT

In the present work, we have the following research question: how Technical/Technological Products (PTT), produced in professional master's degrees, can contribute to the production of mathematical meanings? We use a qualitative approach involving the analysis of PTT, so that we can approach the reality of the studied objects, as well as carry out a bibliographical survey on the subject. As for the methodological procedures, our research is divided into a few moments. In the first, we chose the PPGECEM-UEPB website and cataloged twelve PTT from the A1 area (Mathematics Education), more specifically, from the Reading and Writing in Mathematics Education – Research Group (LEEMAT) in a clipping of the 2017-2020 Quadriennium. Then, we analyze which PTT approach mathematical content in different ways, whether with exercises, activities, among others. This new filtering resulted in nine PTT that were analyzed in our research. Based on Peirce and Duval's studies, we created semiotic criteria to analyze the nine PTT cataloged in the A1 area, focusing on the presence of how the mathematical activities, represented in these products, can help in the production processes of mathematical meanings. The results indicate that PTT can handle two or more different representation registers, which can allow teachers and students to assign meanings during the teaching and learning processes of mathematical content. As for the linguistic, semiotic, representative, contextualized look that we put in these analyzed PTT, we understand that these become possibilities, among other possible ones, to understand how some products can contribute to the production of meanings involving mathematical knowledge. This work leads us to conclude on the importance of thinking about materials that, in a planned way, aim at the construction of mental structures that can help in the development of mathematical understanding.

KEYWORDS: Professional Masters. Technical/Technological Product. Semiotics. Mathematical Contextualization.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Exemplo de atividade sobre compreensão, intepretação, e completudo	e na leitura
do enunciado	80
FIGURA 2 - Exemplo de um Kit Probabilidade	85
FIGURA 3 - Exemplo de atividade presente na estrutura do PTT	86
FIGURA 4 - Exemplo de uma atividade investigativa presente no PTT	91
FIGURA 5 - Exemplo de atividade presente no PTT	95
FIGURA 6 - Exemplo de complemento da atividade presente no PTT	96
FIGURA 7 - Exemplo de cartão de crédito da Atividade 6 presente no PTT	105
FIGURA 8 - Exemplo de atividade presente no PTT	110
FIGURA 9 - Exemplo de uma atividade presente no PTT	118

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - Revisão da Literatura de estudos que envolvem PTT no Ensino de	Ciências e
Matemática	27
QUADRO 2 - PTT dos membros do LEEMAT no site do PPGECEM-UEPB	70
QUADRO 3 - Critério 1 para análise	74
QUADRO 4 - Critério 2 para análise	75
QUADRO 5 - Critério 3 para análise	77
QUADRO 6 - Critério 1 para análise do PTT 1	82
QUADRO 7 - Critério 2 para análise do PTT 1	83
QUADRO 8 - Critério 3 para análise do PTT 1	84
QUADRO 9 - Critério 1 para análise do PTT 2	87
QUADRO 10 - Critério 2 para análise do PTT 2	88
QUADRO 11 - Critério 3 para análise do PTT 2	90
QUADRO 12 - Critério 1 para análise do PTT 3	92
QUADRO 13 - Critério 2 para análise do PTT 3	93
QUADRO 14 - Critério 3 para análise do PTT 3	95
QUADRO 15 - Critério 1 para análise do PTT 4	97
QUADRO 16 - Critério 2 para análise do PTT 4	99
QUADRO 17 - Critério 3 para análise do PTT 4	100
QUADRO 18 - Critério 1 para análise do PTT 5	102
QUADRO 19 - Critério 2 para análise do PTT 5	103
QUADRO 20 - Critério 3 para análise do PTT 5	104
QUADRO 21 - Critério 1 para análise do PTT 6	107
QUADRO 22 - Critério 2 para análise do PTT 6	108
QUADRO 23 - Critério 3 para análise do PTT 6	110
QUADRO 24 - Critério 1 para análise do PTT 7	112
QUADRO 25 - Critério 2 para análise do PTT 7	113
QUADRO 26 - Critério 3 para análise do PTT 7	114
QUADRO 27 - Critério 1 para análise do PTT 8	116
QUADRO 28 - Critério 2 para análise do PTT 8	117
QUADRO 29 - Critério 3 para análise do PTT 8	118
QUADRO 30 - Critério 1 para análise do PTT 9	120
QUADRO 31 - Critério 2 para análise do PTT 9	121

QUADRO 32 - Critério 3 para análise do PTT 9	.122
QUADRO 33 - Resultados dos Critérios de análise dos PTT	.123
QUADRO 34 - Registros de Representação no Critério 3	.130

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17		
1.1	Apresentação da temática	17		
1.2	Justificativa	19		
1.3	Questão de investigação e objetivos	24		
1.4	Estrutura do trabalho	25		
2	REVISÃO DA LITERATURA	26		
2.1	Conexões deste estudo com pesquisas relacionadas envolvendo PTT	26		
3	REPRESENTAÇÃO, SEMIÓTICA, CONHECIMENTO			
	MATEMÁTICO	32		
3.1	A Epistemologia bate à porta do conhecimento matemático?	32		
3.2	Representações semióticas e os símbolos matemáticos	36		
3.3	Os modelos semióticos de Saussure e Peirce	38		
3.4	Transformações semióticas em atividades matemáticas	46		
4	PROCESSOS LINGUÍSTICOS, COGNITIVOS E			
	CONTEXTUALIZAÇÃO DA MATEMÁTICA	54		
4.1	Linguagem e Cognição: duas janelas que iluminam a compreensão e o			
	aprendizado da Matemática	54		
4.2	O papel da contextualização no ensino de matemática	59		
5	ASPECTOS METODOLÓGICOS			
5.1	Trilhando os caminhos da pesquisa qualitativa			
5.2	Fazendo caminho para o início da investigação	69		
5.3	Critérios para análise dos Produtos Técnico-Tecnológicos	72		
5.3.1	Relação do Professor/Aluno – PTT – Atividades Matemáticas – Processos			
	Linguísticos nas atividades matemáticas72			
5.3.2	Registros de Representações Semióticas em atividades matemáticas 74			
5.3.3	Contextualização em atividades matemáticas70			
6	ANÁLISE DAS ATIVIDADES MATEMÁTICAS NOS PRODUTOS			
	TÉCNICO-TECNOLÓGICOS	79		
6.1	Análise dos produtos técnico-tecnológicos	79		
6.1.1	Produto 1	79		
6.1.1.1	Análise do Critério 1	81		

6.1.1.2	Análise do Critério 2	83
6.1.1.3	Análise do Critério 3	84
6.1.2	Produto 2	85
6.1.2.1	Análise do Critério 1	86
6.1.2.2	Análise do Critério 2	88
6.1.2.3	Análise do Critério 3	89
6.1.3	Produto 3	90
6.1.3.1	Análise do Critério 1	91
6.1.3.2	Análise do Critério 2	92
6.1.3.3	Análise do Critério 3	94
6.1.4	Produto 4	95
6.1.4.1	Análise do Critério 1	96
6.1.4.2	Análise do Critério 2	98
6.1.4.3	Análise do Critério 3	99
6.1.5	Produto 5	100
6.1.5.1	Análise do Critério 1	101
6.1.5.2	Análise do Critério 2	103
6.1.5.3	Análise do Critério 3	104
6.1.6	Produto 6	105
6.1.6.1	Análise do Critério 1	106
6.1.6.2	Análise do Critério 2	108
6.1.6.3	Análise do Critério 3	109
6.1.7	Produto 7	110
6.1.7.1	Análise do Critério 1	111
6.1.7.2	Análise do Critério 2	112
6.1.7.3	Análise do Critério 3	113
6.1.8	Produto 8	114
6.1.8.1	Análise do Critério 1	115
6.1.8.2	Análise do Critério 2	116
6.1.8.3	Análise do Critério 3	117
6.1.9	Produto 9	118
6.1.9.1	Análise do Critério 1	119
6.1.9.2	Análise do Critério 2	120

6.1.9.3	Análise do Critério 312	
6.2	Cruzamento de todos os produtos técnico-tecnológicos a partir dos	
	critérios estabelecidos	122
7	PROEDUMAT	137
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS E FUTURAS PESQUISAS	198
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	202
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS DOS PRODUTOS TÉCNICO-	
	TECNOLÓGICOS PESQUISADOS	208

1. INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação da temática

Atualmente, com o avanço das pesquisas em Educação Matemática, muito se tem produzido nos diversos ramos ou tendências e os pesquisadores são encorajados, cada vez mais, a pensar de forma diferente para tentar trazer uma concepção mais ampla sobre o ensino da Matemática em sala de aula. Com novos caminhos para serem trilhados, somos desafiados a refletir sobre como a Matemática é ensinada e praticada, pois essa disciplina está presente em nosso dia a dia e os seus avanços podem estar associados à forma de como o pensamento matemático é usado nos diversos campos do conhecimento.

Com a grande produção de trabalhos de conclusão de curso, dissertações, teses, produtos técnico-tecnológicos, materiais didáticos, recursos pedagógicos e tecnológicos, podemos refletir sobre o papel dos educadores matemáticos em um mundo onde se deve pensar se é realmente necessário insistir em tempo e energia escolar para ensinar conteúdos que possam estar, possivelmente, obsoletos em vez de pensarmos sobre possibilidades pedagógicas e conceituais da Matemática, podendo levar os alunos a explorar e conjecturar novas ideias.

Percebemos que, em um contexto sobre uma nova abordagem para a Matemática, mesmo que explorem ideias que possam estar incompletas, os professores devem continuar, cada vez mais, oferecendo a possibilidade de exercitar a criatividade como objeto de produção de significados, podendo despertar para o desafio de desenvolver novas formas de assumir uma postura diferenciada para entender como os alunos possam desenvolver conhecimentos matemáticos, dentre e fora do ambiente escolar.

E, mesmo que os processos envolvam, cada vez mais, novas tecnologias e, aos poucos, eles vão invadindo nosso cotidiano, um dos pontos que ainda não paramos para pensar é que esses recursos são feitos por pessoas como nós, seres humanos. Sobre isso, poucos são os que refletem e os analisam como se fossem fenômenos naturais, focando apenas nas pessoas e sobre como essas podem ser criativas. Esse ponto é uma das formas de tentarmos entender o nosso mundo cada vez mais tecnológico.

Nesse contexto, entendemos que os recursos que surgem dessas considerações, sobre os quais refletimos, não apenas enriquecem o ensino da Matemática em sala de aula, também podem ser usadas em outras disciplinas, servindo para promover a contextualização e a interdisciplinaridade.

Acreditamos que um dos maiores desafios ao propor um trabalho com uma vertente como a deste, é tentar refletir sobre novas possibilidades de se pensar matematicamente falando, como também aprender novas maneiras de pensar, interpretar e resolver problemas e atividades matemáticas e, de certa forma, decifrar códigos ou símbolos para tentar entendermos como as pessoas adquirem habilidades para resolver esses problemas.

Dessa forma, entendemos como importante o desenvolvimento dessas habilidades, pois "tentar decifrar ou tentar entender esses símbolos visuais seria uma boa estratégia para que os alunos pudessem usar o visual ou, de forma mais específica, a visualização para pensar em problemas matemáticos" (SOARES, 2019, p.15).

Nesse contexto, ao começarmos a entender melhor esses símbolos,

[...] os alunos já poderiam começar com certos objetivos em mente e, inicialmente, visualizar como iriam resolver os problemas. Essas estratégias, de aprendizagem visual, podem ajudar os alunos a avaliar e interpretar informações de vários meios, incorporando novos conhecimentos aos que já aprenderam e, também, melhorar as habilidades de percepção e interpretação, resultando no pensar criticamente (SOARES, 2019, p.15).

A partir desses apontamentos, entendemos que, ao conseguirem pensar criticamente, os alunos podem desenvolver novas abordagens dentro do ensino da Matemática, podendo produzir novas teorias, produtos e práticas que possam auxiliar investigar o desenvolvimento do conhecimento matemático. Isso pode impulsionar as investigações dentro da sala de aula visando também o pensamento algébrico.

Nesse sentido, com o desenvolvimento conceitual matemático que professores e alunos poderão investigar em sala de aula, podendo ser também com recursos didáticos, livros didáticos, novas tecnologias, dentre outros, muito se tem pesquisado sobre como as representações simbólicas podem desempenhar um papel importante na Matemática e na explanação, argumentação e comunicação nos processos de ensino e aprendizagem.

Essas características tornam-se pontos bem importantes para que os pesquisadores e educadores reflitam sobre como usar ferramentas didáticas para o desenvolvimento do conhecimento matemático. Acreditamos que essas ferramentas devem levar os alunos a refletir como eles veem essas ferramentas, como devem olhar para elas e como lê-las de forma correta, não as usando como simples acessórios que os levem a pensar apenas na compreensão, promovendo a reflexão e o questionamento sobre quais maneiras o conhecimento matemático é produzido.

Com base nessas considerações, pretendemos abordar, em nosso trabalho, o uso de ferramentas didáticas, como os produtos técnico-tecnológicos, como forma de contribuir para o processo de produção de conhecimento matemático.

1.2 Justificativa

O desejo de trabalhar nessa perspectiva com produtos técnico-tecnológicos decorre da experiência a partir de nossa pesquisa de mestrado acadêmico (SOARES, 2019).

Nossa investigação apresentou como tema o uso da imagem virtual e, como objetivo geral, propusemos a analisar a imagem virtual como forma de contribuir para o processo de produção de significados em aulas de Matemática, considerando seu possível papel didático no âmbito da contextualização desse componente curricular e da articulação entre a semiótica, a visualização matemática, que expressa também uma nova forma de compreender a Matemática por meio do processo de formação de imagens, e o pensamento matemático.

Para entendermos sobre os processos de abstração e formulação de símbolos visuais nessas imagens virtuais em nossa mente, refletimos sobre o campo da visualização matemática e do processo de formação do pensamento matemático, ambos sendo articulados à semiótica de Peirce (2005). Sentimos essa necessidade, pois, para concretizarmos a leitura dessas imagens virtuais, tem-se que atender: à percepção do que a imagem representa, à forma como identificamos os elementos que compõem visualmente essas imagens e à interpretação do que elas significam (SOARES, 2019).

O nosso interesse se solidificou quando cursamos a disciplina do Mestrado/Doutorado Profissional intitulada *Produção Científica, Artigos de Pesquisa e Produtos Educacionais em Ensino de Ciências e Educação Matemática*, lecionada pelo professor Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, no PPGECEM-UEPB, a qual ampliou nosso desejo pelo estudo de produtos técnico-tecnológicos (PTT¹).

Durante as aulas, discutimos experiências que envolvem os processos de criação de uma proposta de um PTT, os planejamentos didáticos gerados a partir de atividades de pesquisa, que foram formuladas para servir como resposta a uma pergunta, problema ou uma necessidade do pesquisador que, ao identificar um problema que se deseje trabalhar, com base em um referencial teórico/metodológico consistente e coerente, se propõem soluções para

¹ Em nosso texto, o uso da sigla PTT pode se referir no singular ou plural.

abordar o problema identificado, para que sejam aplicados e testados os PTT, dentre outros temas.

Partindo dessas considerações, acreditamos que nossa pesquisa também se destaca por estarmos realizando um estudo envolvendo PTT no ensino de Matemática, vinculando-a ao contexto da semiótica, dos processos linguísticos e cognitivos e da contextualização matemática, envolvendo-a na perspectiva da Educação Matemática, pois exige-se uma boa formação matemática que o auxilie "para o desenvolvimento de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização" (DUVAL, 2008, p.11).

Nesse sentido, entendemos que é preciso desenvolver a capacidade de escolher a abordagem mais adequada para a resolução de um problema particular e compreender as limitações das representações da linguagem matemática (SOARES, 2019). Assim, nas atividades matemáticas, em que a abstração nos leva além do que é perceptível à nossa visão, muitas vezes "[...] usam-se processos simbólicos, diagramas visuais e muitas outras formas de processos mentais que envolvem a imaginação [...] para explorar diferentes tipos de atividades matemáticas" (GUZMAN, 2002, p.2).

Portanto, acreditamos que seja importante o estudo dos PTT (OSTERMANN; REZENDE, 2009; MOREIRA; NARDI, 2009; LATINI *et al.*, 2011; LEITE, 2018; RÔÇAS; MOREIRA; PEREIRA, 2018; MARQUES *et al.*, 2020; RIZZATI *et al.*, 2020), a partir da semiótica de Peirce e Duval, para o ensino de matemática.

Após elencarmos esses apontamentos que nos motivou a trabalhar com PTT, agora, sendo referendados por essas considerações, dissertaremos como foi formulado o *corpus* de nossa pesquisa.

Enquanto estávamos pensando sobre qual seria o caminho que iríamos trilhar em uma segunda pesquisa de mestrado, já que a primeira despertou o entendimento e a curiosidade que resultou nos estudos de Soares (2019), fomos orientados a pensar em algo que fosse bastante inovador em comparação com outras pesquisas, principalmente quando falamos sobre o PTT.

Já estávamos pensativos sobre o que isso poderia significar, pois, em nossa pesquisa anterior (SOARES, 2019), tínhamos sido orientados a pensar em uma nova ideia que fosse diferente de outras que víamos por aí. Ao ser novamente indagado sobre o que seria algo que deve bastante inovador em comparação com outras pesquisas, o orientador novamente respondeu não saber o que poderia ser esse algo inovador, se tratando de PTT, mas que, mais uma vez, tínhamos que descobrir o que seria. Novamente pensativo sobre o que poderia ser isso, e, ao mesmo tempo, motivado em descobrir o que seria esse novo enigma, sem ser o

Enigma do Príncipe de Harry Potter, mas ao melhor estilo Mestre Yoda de Star Wars, começamos a refletir sobre uma pesquisa que fosse diferente e um PTT que fosse inovador.

Enquanto colhíamos pistas ao estilo *Sherlock Holmes*, fomos convidados a assistir o *1º Colóquio Virtual do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências (PROPEC)*². Durante a apresentação, foram apresentados vários dados da Área de Ensino. E alguns números nos chamaram a atenção. De acordo com dados do Relatório de Avaliação Quadrienal 2013-2016³, efetuado em 2017, tivemos aproximadamente mais de 10 mil dissertações, 5 mil produtos ou processos educacionais e mais de 1400 teses.

Assim como foi comentado durante a explanação do 1º Colóquio do PROPEC, também ficamos pensativos sobre a quantidade da produção de dissertações e PTT. E, por falar em PTT, também refletimos, durante nossa passagem na disciplina acima mencionada, sobre as possíveis dificuldades dos alunos de Mestrados e Doutorados Profissionais no que diz respeito aos processos que envolvem a criação de um PTT.

Ainda durante a disciplina, exploramos inicialmente o estudo dos PTT no âmbito dos Mestrados Profissionais da Área de Ensino da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Também debatemos sobre os processos de avaliação dos PTT e do seu uso como recurso pedagógico.

Nesse contexto, justificamos nossa pesquisa considerando vários aspectos, dentre eles destacamos: o social, o político, o pedagógico e o matemático. Do ponto de vista social, acreditamos que um trabalho que envolva um estudo sobre PTT pode ser muito bem visto, pois, nos últimos anos, com o crescimento de mestrados e doutorados profissionais nos cursos de pós-graduação na área de ensino em nosso país, causaria um impacto na sociedade devido aos produtos que são gerados para uso em escolas públicas em nosso estado, como também em nosso país, além de dissertações e artigos que são derivados de suas experiências em sala de aula.

Em relação ao aspecto político, percebemos que o processo de formação do cidadão, na sociedade atual, cada vez mais envolve mídias educacionais, recursos imagéticos, científicos e tecnológicos, o que pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico.

² PROPEC. 1º Colóquio Virtual do PROPEC – "Processos e Produtos Educacionais na Área de Ensino da CAPES". Youtube, 1 de jul. de 2020. Disponível em: https://youtu.be/tYy1pxJA5r8. Acesso em: 18 mai. 2021.

³ Ver Relatório de Avaliação Quadrienal 2017. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/documentos/avaliacao/relatorio_quadrienal_ensino.pdf . Acesso em: 18 mai 2021.

No que se refere ao aspecto pedagógico, entendemos que os PTT podem exercer um importante papel em processos de ensino e aprendizagem. A sociedade está cercada por mídias, protótipos e materiais educacionais em todos os lugares e, com a expansão da *internet*, estamos acostumados a acessar informações, em textos verbais e não verbais, como também bibliotecas e repositórios que possuem acessos livres, sejam nacionais ou internacionais. Dessa forma, o uso de PTT em sala de aula pode ser uma boa estratégia pedagógica para incentivar os alunos que crescem em um ambiente digital e virtual, sendo esses espaços ricos em atividades e materiais educacionais.

Quanto ao aspecto matemático, ao analisarmos alguns PTT, percebemos que demandam novas posturas e olhares dos professores e alunos sobre determinados conteúdos matemáticos, permitindo que façam conexões com a Matemática, de modo a proporcionar o pensar, a resolução de problemas, o raciocínio e o desafio, possibilitando a produção de significados para o que se veicula nas aulas ao estabelecer contatos e integração com o repertório de leitura, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades de comunicar e argumentar matematicamente (ZIMMERMANN; CUNNIGHAM, 1991).

A partir de uma investigação em banco de dados de trabalhos acadêmicos, percebemos que há um caráter inédito em nossa pesquisa, ao se promover uma abordagem semiótica, envolvendo processos linguísticos e cognitivos, sobre PTT na Educação Matemática.

Sabemos que, no âmbito dos Mestrados Profissionais da Área de Ensino, a Capes indica como produção para obtenção do título de mestre a Dissertação de Mestrado e um PTT "que necessita ser aplicado em um contexto real, podendo ter diferentes formatos" (RIZATTI *et al.*, 2020, p.2) de forma que possa "servir de produto interlocutivo a professores e professoras que se encontram nos mais diferentes contextos do nosso país" (RIZATTI *et al.*, 2020, p.2).

E, nesse meio, percebemos que os processos que envolvem a criação, planejamento, aplicabilidade, replicabilidade, podem surgir a partir de possibilidades entre a prática docente e a pesquisa que o mestrando esteja desenvolvendo, principalmente,

[...] produtos educacionais que não apenas contemplassem a eficiência de um método de ensinar dado conteúdo, mas que envolvessem uma reflexão sobre um problema educacional vivido pelo professor em uma dada realidade escolar e que estimulassem o desenvolvimento de atividades curriculares alternativas, tais como projetos interdisciplinares envolvendo toda a escola, problematização de questões ambientais, sociais, tais como questões de gênero etc (LEITE, 2018, p.332).

A partir do pensamento de Leite (2018), e da quantidade de produções que foram analisadas na quadrienal 2017, refletimos que, em nosso programa, PPGECEM-UEPB, temos um bom número de dissertações e PTT que são produzidos anualmente. Sobre esses PTT, ficamos pensativos sobre como os mesmos podem contribuir para a produção de significados em Matemática.

Partindo dessas considerações, acreditamos que nossa pesquisa também se destaca por estarmos realizando um estudo que vise analisar PTT e por traçar apontamentos sobre conexões entre os mesmos com o ensino e aprendizagem da Matemática.

Acreditamos que seja importante destacar também que a presente pesquisa soma-se a um número reduzido de trabalhos que buscam discutir e relacionar os processos de construção de conceitos abstratos matemáticos que podem ser encontrados nos PTT, pois, ao refletirmos sobre o contexto do ensino de matemática, esses podem auxiliar no desenvolvimento de novas formas de representações semióticas de problemas da realidade escolar, podendo permitir novas formas de pensamento e, também, de interação. Ou seja, esses produtos podem instigar,

[...] a capacidade de pensar, generalizar e abstrair, favorecendo a estruturação e desenvolvimento do pensamento, do raciocínio lógico, de competências matemáticas e da capacidade de poder atribuir novos significados ao que já lhe é conhecido, [...] o que contribui para suas habilidades gerais para a formulação de um pensamento crítico e para a aprendizagem ao longo da vida (SOARES, 2019, p.22).

De forma mais objetiva, entendemos que, em sala de aula, ao usar recursos pedagógicos como estratégia, os alunos têm oportunidade de melhor refletir sobre os objetivos das atividades, podendo compreender os enunciados estabelecidos. Como os alunos avaliam e interpretam as informações que são disponibilizadas em determinadas atividades, ao fazerem isso, incorporam novos conhecimentos àqueles que já aprenderam anteriormente e melhoram suas habilidades de pensar criticamente. Portanto, inferimos que as ferramentas educacionais de aprendizagem podem ajudar os alunos a desenvolver as estratégias, ao envolver representações semióticas, auxiliando na compreensão de informações.

Nesse sentido, as representações são imprescindíveis em processos de ensino e aprendizagem matemática, inclusive auxiliando os alunos a situar, desenvolver e compartilhar os pensamentos matemáticos, melhorando as habilidades de comunicação, raciocínio e resolução de problemas (SOARES, 2019).

Uma vez construídos esses objetos matemáticos em nossa mente, poderemos também estar sintonizados para pensar sobre as relações, associações ou representações matemáticas a

partir de modelos (esquemas) visuais, como extensão, figura, configuração, espacialidade, que, normalmente, começam a *ficar mais visíveis* aos nossos olhos. Nesse momento, estaremos realmente *fazendo* matemática, ao estabelecer novas relações com os objetos matemáticos, permitindo que o mesmo visualize as etapas lógicas que levam a uma resposta e compreender a solução, que deve ser verdadeira, a partir das relações mentais construídas.

Em nosso trabalho, iremos apresentar algumas reflexões que possam contribuir com educadores matemáticos e futuros pesquisadores que desejam trabalhar com pesquisas em educação e em ensino nos mestrados profissionais, bem como com PTT, principalmente quando envolvem conexões com ferramentas, mídias, recursos educacionais que normalmente visam à sala de aula, como é o caso dos materiais didáticos/instrucionais, curso de formação profissional, tecnologia social, *software*, aplicativos, manuais, cartilhas, dentre outros.

Portanto, esperamos contribuir no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, usando os PTT como objeto da mediação do conhecimento científico, em especial, como possibilidade para a compreensão de conhecimentos matemáticos.

1.3 Questão de investigação e objetivos

Diante do que foi exposto, surge a seguinte questão de investigação: como os PTT, produzidos no Mestrado Profissional do PPGECEM-UEPB, podem contribuir para a produção de significados matemáticos?

Na perspectiva dos aspectos metodológicos presentes em PTT, seja em cartilhas, sequências didáticas, ou em outros materiais, tal como qualquer outra linguagem, esses produtos podem desempenhar diversas funções nos processos de produção de significados.

Algumas atividades matemáticas podem representar ou converter símbolos verbais em símbolos visuais, podendo auxiliar sobre possíveis interpretações de quando o leitor as relaciona com o contexto dos PTT. Dessa forma, acreditamos que esses produtos podem ir além, pois, eles também representam os símbolos visuais dessas possíveis atividades em função de suas estruturas, características, objetivos e conceitos que as mesmas são, normalmente, formuladas.

Embora a estruturação das atividades nos auxilie a dar significado às situações que tornam os conceitos significativos para o leitor que visualiza as mesmas em um PTT, devemos nos atentar também ao modo como esses PTT processam os aspectos metodológicos e atividades matemáticas que são codificadas em sua estrutura. Dessa forma, discutiremos

sobre funções que elas podem desempenhar a partir da estruturação das atividades matemáticas que foram codificadas.

Com base nessas considerações, podemos delinear o objetivo geral de nossa pesquisa: Analisar as potencialidades de Produtos Técnico-Tecnológicos (PTT) na produção de significados em Matemática.

Na perspectiva de alcançarmos nosso objetivo geral, situamos os PTT na perspectiva da semiótica de Duval. Também discutimos sobre a construção de objetos matemáticos nas atividades matemáticas presentes nos PTT. E, por fim, identificamos e discutimos sobre quais as contribuições dos PTT nos processos de produção de significados no ensino de matemática.

Nesse sentido, para alcançarmos isso, e também para discutir junto de nosso referencial teórico, fez-se necessário a criação de um PTT (ProEduMat), que pode ser visto no Capítulo 7.

1.4 Estrutura do trabalho

O nosso trabalho está estruturado em capítulos e, além desta apresentação da temática, está dividido por partes ao serem estabelecidos critérios lógicos de desenvolvimento para uma leitura fluída.

Em um primeiro momento abordamos a semiótica, registros de representação, objetos matemáticos e como esses podem se apresentam à percepção e a nossa mente.

Em seguida, tratamos sobre a importância dos processos linguísticos, cognitivos e a contextualização em processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Na sequência, apresentamos os caminhos metodológicos que percorremos para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Depois, estão apresentadas algumas reflexões sobre resultados de nossa pesquisa, destacando como esses PTT podem auxiliar os professores em salas de aula e contribuir para a formação crítica das pessoas que vivem em nossa sociedade. Em seguida, foi realizado o cruzamento de todos os PTT a partir dos critérios estabelecidos.

Posteriormente, apresentamos o PTT intitulado: *PROEDUMAT: Guia com possibilidades para a produção de significados em aulas de Matemática*.

E, após o cruzamento dos dados, temos os resultados finais da pesquisa e apontamentos para possíveis perspectivas de pesquisas futuras.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, apresentamos uma breve revisão da literatura sobre pesquisas que trabalhem com PTT no Ensino de Ciências ou Educação Matemática. Esse levantamento tem por objetivo buscar trabalhos similares, como também discutir o que está sendo pesquisado, apontar caminhos para esta pesquisa e possibilitar uma melhor compreensão acerca do estudo.

2.1 Conexões deste estudo com pesquisas relacionadas envolvendo PTT

Nesta breve seção, situamos nossa pesquisa dentro de alguns estudos que já existem sobre os PTT para entendermos e compreendermos a literatura acadêmica sobre os produtos no ensino e aprendizagem da Matemática. Acreditamos que seja importante realizarmos uma revisão da literatura para que possamos continuar nosso trilho metodológico e ajudar a seguir em nossa temática e refletirmos sobre apontamentos das questões de pesquisa, ou seja,

[...] resguarda o desígnio de dar aos pesquisadores o conhecimento e a interação com as pesquisas já realizadas acerca do seu tema, oferecendo assim, uma maior habituação dos mesmos à área, aos conceitos, às teorias e às noções que englobam a sua temática de estudo (FONTANA, 2018, p.67).

A partir dessa citação, entendemos que a revisão da literatura permite que o pesquisador possa estabelecer uma compreensão das pesquisas atuais em um campo específico antes de realizar uma nova investigação.

Nesse sentido, como pode ser conferido no Quadro 1, resumimos e identificamos pontos sobre os principais estudos que se relacionam com a temática de nossa pesquisa. Para isso, apresentamos um quadro comparativo para melhor visualizar os principais tópicos que podem ser relacionados a este estudo.

Ainda analisando as pesquisas mencionadas no Quadro abaixo, podemos perceber breves apontamentos de estudos que correlacionassem os PTT com a Matemática. Também podemos perceber que as pesquisas apresentam diferentes abordagens e metodologias envolvendo PTT, sendo que quase todos os estudos trilharam pela abordagem qualitativa e todos os estudos pesquisados seguiram pelo método de pesquisa bibliográfica ou documental. Os estudos também diferiram em relação ao ambiente, coleta e análise dos dados.

Quadro 1 - Revisão da Literatura de estudos que envolvem PTT no Ensino de Ciências e Matemática

Tópicos	Titulo	Objetivo Geral	Tipo da Pesquisa	Método da Pesquisa	Ambiente	Coleta de Dados	Tratamento
Mello (2012)	Recorte dos produtos educacionais em história no ensino da matemática e em didática da matemática a partir das dissertações e teses defendidas no Brasil entre 1990-2010	Apresentar um veículo de divulgação dos produtos educacionais gerados nas dissertações e teses que envolvem pesquisa sobre o uso da História no ensino da Matemática e sobre Didática da Matemática	Qualitativa	Estudo bibliográfico documental	Programas de Pós-Graduação stricto sensu do Brasil entre 1990 e 2010, das áreas de Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências Naturais e Matemática e áreas afins	Recorte: 20 anos 66 Produtos Educacionais de teses e dissertações	Dois subgrupos; História no ensino da Matemática e Didática da Matemática
Oliveira Neto (2013)	CONTEXTUALIZAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA: uma proposta de análise de produtos educacionais	Propor uma alternativa de análise/ caracterização de obras didáticas e, por conseguinte, criar um mecanismo (formulário) que permita analisar os contextos desenvolvidos em obras de mesma espécie	Qualitativa Análise de conteúdo	Revisão Bibliográfica	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MECM-UEPB)	3 Produtos da área Educação Matemática	Teoria sociocultural herdeira dos pragmatistas e de Vigotsky. O objeto de análise dos Produtos e o design geral da investigação dos Produtos.
Melo (2014)	PRODUÇÃO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA DA UFRN (FÍSICA E QUÍMICA) 2005-2012): PAPEL DOS DOCUMENTOS OFICIAIS	Analisar um recorte da produção acadêmica do PPGECNM/UFRN, tomando como referência 17 dissertações das Ciências Naturais, defendidas entre os anos de 2005 e 2012, as quais desenvolveram e	Qualitativa Análise de conteúdo	Análise documental	Sitio eletrônico do PPGECNM/UFRN	Recorte entre os anos de 2005 e 2012 Dezessete (17) dissertações que se tomaram	Categorias: Modelos e modelagens. Ensino por Investigação; Experimentação. História e Filosofia da Ciência; Educação em espaços não-formais; Tecnologias da informação e comunicação; Educação para o

desenvolvimento sustentável; Abordagens CTS	Agrupamentos: Propostas de Ensino; Material Textual; Midias Educacionais; Material Interativo: Atividades de extensão.	Circulo Bakhtin/ Voloshinov/ Medvedev sobre a relação dialógica da linguagem e sua Teoria do Enunciado Concreto (TEC)	10 categorias: Livro paradidático; Jogo; Oficina, palestra e/ou curso; Hipermidia; Sequência didática;
objeto da nossa investigação	Recorte entre os anos de 2010 e 2012 105 Produtos Educacionais	Recorte temporal: entre 2002 e 2014 28 Produtos Educacionais	155 trabalhos para definição das caracteristicas necessárias
	Produtos Educacionais Eptocacionais Produzidos em Programas de Mestrado Profissional, especificamente na área de Ensino em Química Sitios eletrónicos das Instituições de Ensino Superior	Site do Mestrado Profissional em Ensino de Fisica (MPEF) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)	O Banco de dados da BDMPEC foi definido a partir das características de produtos educacionais que
	Pesquisa documental	Estudo bibliográfico documental	Estudo bibliográfico
	Quantitativa	Qualitativa	Qualitativa
aplicaram produtos educacionais destinados a alunos do Ensino Médio	Estudar a produção acadêmica dos Mestrados Profissionais quanto às tendências do ensino atual de propiciar o desenvolvimento das diversas habilidades e competências dos estudantes de quimica	Identificar, a partir da direcionalidade, se os produtos educacionais estão levando em consideração questões escolares efetivamente relevantes e se esses materiais se justificam frente à literatura, a partir da expressividade e entonação atribuídas, além do gênero discursivo adotado	Proposta e o desenvolvimento da primeira versão de uma biblioteca digital, denominada Biblioteca Digital de Produtos de
E CARACTERÍSTICAS DOS PRODUTOS EDUCACIONAIS	OS PRODUTOS EDUCACIONAIS DE QUÍMICA DESENVOLVIDOS POR MESTRADOS PROFISSIONAIS EM ENSINO DE CIÊNCIAS NO BRASIL	ANÁLISE DE PRODUTOS EDUCACIONAIS DESENVOLVIDOS NO ÂMBITO DE UM MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA	PROPOSTA E DESENVOLVIMENTO DE UMA BIBLIOTECA DIGITAL PARA PRODUTOS
	Cavalcante (2015)	Nascimento (2016)	Andrade (2017)

Cartilha; Objeto educacional: Proposta de disciplina; Página 1veb; Apresentação digital.	Circulo de Bakhtin a partir da perspectiva dialógica da linguagem na Teoria do Enunciado Concreto (TEC)
Cartilha, educacion de discip veb; , digital. digital.	Circulo de Bal partir da persi dialógica linguagem na do Enu Concreto (TEC
para descnção de um produto educacional	Recorte no periodo de 2004 até 2014 Quatro (04) dissertações, três (03) produtos educacionais e uma (01) hipermidia (site para consulta de alunos e professores)
são gerados em programas de MPECs. Sitio do curso de ma instituição privada localizada em Belo Horizonte/MG	Site do Mestrado Profissional em Ensino de Fisica (MPEF) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
documental	Pesquisa documental
Exploratória envolvendo Produtos Educacionais	Qualitativa Análise do discurso
Mestrados Profissionais em Ensino de Ciências (BDMPEC), voltada, em um primeiro momento, para a catalogação e a disponibilização de produtos gerados por egressos do programa de MPEC da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) com potencial para ser estendida e utilizada por outros programas de MP relativos ao ensino devido a similaridade das características dos produtos educacionais confeccionados por esses programas	Caractenizar e analisar os produtos educacionais e sua respectiva dissertação, produzidos pelo Mestrado em Ensino de Física
MESTRADOS PROFISSIONAIS EM ENSINO DE CIÊNCIAS	Uma análise de produtos educacionais para o ensino de Física Quántica desenvolvidos no âmbito de um Mestrado Profissional em Ensino de Física
	Diestel (2017)

Abordagens como o Design Thinking, o Canvas de Proposta de Valor e o Minimo Produto Viável, aplicadas à educação	Ensino Investigativo a partir das influências de Piaget, Vygotsky, Gil Perez, Paulo Freire, Bachelard, Chassot e Ausubel
Recorte remporal: periodo entre 2010 e 2015	Recorte entre o periodo de 2014 a 2018 133 Produtos Educacionais
Bases de dados científicas nacionais, como: SciElo e CAPES	Produtos educacionais produzidos nos Mestrados Profissionais em Ensino no estado de Goiás
Pesquisa documental/ bibliométrica	Abordagem Pesquisa uantitativa e documental qualitativa
Qualitativa	Abordagem quantitativa e qualitativa
Identificar se houve uma ressignificação para a docência em uma perspectiva empreendedora baseada na proposta dos produtos educacionais oriundos dos Mestrados Profissionais em Ensino, de forma a promover mudanças e melhorias nas práticas docentes	Analisar de forma quantitativa e e productos educacionais produzidos pelos programas de Mestrados Profissionais em Eusino de Ciências no estado de Goiás, demonstrando de forma qualitativa quais desses producos apresentam as características do Ensino por Investigação
NA TRILHA DA INOVAÇÃO: A FORMAÇÃO DO PROFESSOR E AS IMPLICAÇÕES COM OS PRODUTOS EDUCACIONAIS	O ENSINO POR INVESTIGAÇÃO NOS PRODUTOS EDUCACIONAIS ELABORADOS NOS MESTRADOS PROFISSINAIS EM ENSINO DE CIÊNCIAS NO ESTADO DE GOLÁS
Silva (2018)	Silva (2020)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao final de nossa revisão, inferimos que não foram encontradas na literatura pesquisas que correlacionassem os PTT com a Semiótica, em especial, com os Registros de Representação Semiótica. Dessa forma, como identificamos essa lacuna de estudos, justificamos a importância de nossa análise para preencher a existência dessa questão de pesquisa, como também perspectiva ou problema que não foi situado na literatura existente no campo da Educação Matemática.

Na próxima seção, falamos sobre a literatura referente à semiótica, registros de representação e objetos matemáticos.

3. REPRESENTAÇÃO, SEMIÓTICA, CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Neste capítulo discutimos a literatura referente à semiótica, registros de representação, objetos matemáticos e como esses podem se apresentam à percepção e a nossa mente.

3.1 A Epistemologia bate à porta do conhecimento matemático?

Deixe-me ajudá-lo a entender o que isso significa para você. Significa que toda possibilidade já existe. Todo o conhecimento, todas as descobertas e todas as invenções do futuro estão na Mente Universal como possibilidades, esperando ser atraídas pela mente humana. Na história, todas as criações e invenções também foram atraídas da Mente Universal, conscientemente ou não. Como atrair coisas da Mente Universal? Basta você ter consciência dela e usar sua maravilhosa imaginação. Busque no entorno necessidades a serem atendidas. Imagine que tivéssemos uma grande invenção a fazer. Pense nas necessidades, e depois imagine e pense na forma concreta de atendê-las. Você não precisa elaborar a descoberta ou invenção, pois a Mente Suprema já contém essa possibilidade. Basta focar a mente no resultado final e imaginar a satisfação da necessidade, e você irá materializá-la. Assim como pedir, sentir e acreditar, assim também receberá. Há um acervo ilimitado de ideias esperando ser exploradas e convertidas por você em realidade. Você retém tudo em sua consciência.

(The Secret – O Segredo)

Para algumas pessoas, aprender Matemática é uma grande dificuldade. Essas não conseguem relacionar contextos matemáticos que são ensinadas nessa disciplina ao seu cotidiano, dificultando o aprendizado das mesmas quando fazem uma reflexão com outras áreas do conhecimento. Entendemos que possam existir vários tipos de dificuldades relacionadas à introdução de um novo conceito, metodologias interativas, dentre outros.

Quando pensamos em dificuldades relacionadas ao contexto da Matemática, existem aquelas associadas à solução de um problema, raciocínio, visualização geométrica, gráfica, ou até mesmo à forma de como os indivíduos podem transferir e aplicar o conhecimento matemático adquirido a novas situações e realidade.

Por outro lado, nesse meio, onde existem diversas formas de se observar o que os alunos estão fazendo em sala de aula e tentar explicar os sucessos e dificuldades dos mesmos quando vão responder uma atividade ou problema matemático, um dos primeiros pontos que

devemos pensar seria: qual é o conhecimento matemático que esses alunos estão adquirindo? Qual a diferença desse conhecimento matemático para outros tipos de conhecimento?

A partir dos estudos de Duval (2017), entendemos que essas questões são cognitivas e epistemológicas, e que esses dois tipos de conhecimento andam juntos. Para Duval (2017), quando estamos analisando algum tipo de conhecimento, esses devem considerar não apenas a natureza dos objetos estudados, mas também a maneira como os objetos nos são apresentados e como podemos acessá-los, pois a forma de acessar esses objetos é algo importante para os processos de formação do conhecimento e aprendizado da Matemática que irá auxiliar o indivíduo ao entendimento de determinada situação.

Quando estamos produzindo várias interpretações sobre quais modelos podem se referir aos processos de formação do conhecimento ou ao funcionamento cognitivo do pensamento, podemos indagar: ao interpretarmos algo, acessamos os objetos de forma direta ou imediata? Quais são os modelos de estruturas, ou sistemas necessários para que consigamos obter os objetos em nossa mente? Qual a relação cognitiva entre esses processos e objetos de conhecimento? Indagações como essas são necessárias para nos auxiliar a conduzir nosso estudo.

Quanto à noção epistemológica fundamental, ao analisarmos os esquemas de análise do conhecimento, Duval (2017) explica que esse processo inicia-se pela oposição epistemológica entre a representação de um objeto e o objeto representado. A partir dessa relação, entendemos que o conhecimento começa quando não confundimos a representação de algo com o próprio objeto.

Com base nessa afirmação, podemos pensar em novas indagações: se o conhecimento ocorre quando não misturamos a representação de um objeto com o próprio objeto, quando estamos diante de um objeto, é o próprio objeto ou é uma representação do mesmo? Para responder a esse questionamento, tomemos como exemplo uma árvore e, ao lado dessa árvore, um prédio refletindo a mesma. Ao visualizarmos esse contexto, percebemos que, se toda a parte exterior que reflete a árvore no prédio fosse totalmente de vidro, poderíamos dizer que a mesma seria semelhante a tal ponto que iríamos nos perguntar se esses dois objetos são semelhantes ou se não seríamos capazes de dizer qual era o objeto real.

Nesse mesmo contexto, a partir dos estudos de Duval (2008), entendemos que comparações, como a que citamos no exemplo anterior, pode nos auxiliar mais sobre o que poderia ser a representação de um objeto do que o que constitui o próprio objeto. Quando falamos em possíveis representações de um mesmo objeto, percebemos que podem existir vários tipos de representações e que essas podem ser da mesma natureza. Estudiosos se

referem a esse mesmo contexto como se fosse uma imitação de um modelo, como ocorre com as pinturas.

Na Matemática, a noção de representação de um objeto matemático pode ser construída a partir de gráficos, equações, figuras geométricas, dentre outros. Nesse sentido, entendemos que "quanto mais fácil for essa *gramática visual* para a visualidade, melhor é a comunicação que se estabelece para que o objeto seja definido como uma representação" (SOARES, 2019, p.66).

Nesse sentido, podemos entender que, de forma diferente do objeto, as representações do mesmo podem mudar ao mesmo tempo, dependendo da forma como se acessa e dos modelos usados para sua representação. Assim, o objeto aparece como uma constante de suas possíveis representações, pois "a representação é um tipo de modelo de uma coisa que ela representa" (SOARES, 2019, p.66).

Soares (2019), em seus estudos, exemplificou essa relação de um objeto e sua representação. Ele argumentou que, quando tiramos uma foto com um celular, câmera digital ou analógica, criamos uma nova representação do objeto, em que a escolha da posição que tiramos essa foto, o ângulo da visão, a forma como tiramos a foto, afetam a forma como a foto representa o objeto original.

Quando pensamos sobre os aspectos cognitivos envolvidos nos processos de como acessamos os objetos e qual seria o papel das representações nesses processos, Duval (2008; 2017) discutem que, para acessar esses objetos, estabelecemos uma conexão direta e imediata com todos os objetos dentro do campo perceptivo de natureza multissensorial, que seriam todas as experiências que envolvem os nossos sentidos. Dessa forma, entendemos que a conexão que envolve a percepção imediata, que, nesse caso, seria o acesso de todo o nosso conhecimento, mesmo que a produção de sensações possa, possivelmente, emular imitações onde a representação pode ser confundida com o próprio objeto.

Duval (2008; 2017) ainda discute sobre a natureza da relação entre o objeto e a sua representação. Para o autor, a discussão dessa relação epistemológica é essencial para a formação de processos de construção de conceitos, onde essa formação está ligada às representações envolvendo a percepção, pois os "objetos possuem sua significância na construção de conhecimentos que, por si só, têm a necessidade de representações visuais, modelos, figuras, ilustrações, fotografias, entre outras" (SOARES, 2019, p.67).

Desse modo, ao analisarmos as relações entre as representações e o objeto representado, podemos refletir se o objeto é a causa das representações ou vice versa. Para nos

auxiliar a pensar mais sobre esses apontamentos, recorremos à ideia da relação do estudo dos signos.

Para Santaella e Noth (1998), referendados por Peirce (2005), quando existe uma representação, existe uma *coisa*, que é o representante, que está por outra *coisa*, que é o representado. A partir desses apontamentos, entendemos que a noção de signo nos auxilia a comunicar alguma *coisa* a alguém.

Para Peirce (2005), ao estudarmos a relação dos signos e os modelos cognitivos de acesso aos objetos,

[...] nos oferece um meio para investigar o modo como se concretiza a percepção do signo em nossa mente, e, também, a forma como ocorre o processo de significação do signo e da linguagem. A partir disso, podemos relacionar os sinais que percebemos em nosso dia a dia a determinadas lembranças, de forma que realizemos associações entre esses dois conjuntos, ou seja, um sinal que é percebido e associado, Peirce denomina-o como signo, mensagem ou representação, por ser alguma coisa que significa, simboliza ou representa outra coisa (SOARES, 2019, p.69).

Ainda segundo Soares (2019), ao analisarmos as ideias a que o signo se refere, e observarmos os processos e definições de signo e linguagem, podemos relacionar a exemplos do nosso dia a dia, como os sons, gestos e expressões que vemos todos os dias. Como o som que escutamos do alarme dos nossos celulares, sendo esse som um signo que representa a hora de levantar.

Nessa direção, entendemos que a relação do ser humano viver com os signos em sua volta nos faz refletir sobre possibilidades de perceber onde os signos diferem dos vários tipos de representações. E a relação dessas representações com os objetos que os descrevem ou definem é derivado a partir da forma como alguém usa expressões verbais em seu cotidiano.

Para Duval (2017), os signos são representações e nunca devem ser confundidos com os objetos a que se referem. Isso nos leva a entender que é por causa dessa relação que os signos são definidos por suas características que possuem em comum às representações.

No entanto, percebemos que os signos podem ser diferentes das representações pelo fato de sua relação com os objetos em si serem referenciais, fazendo com que a capacidade cognitiva dos indivíduos, ao envolver sistemas semióticos, como diálogos, modelos simbólicos, que são construídos a partir de meios semióticos, possa exercer poder cognitivo nas representações semióticas, que são construídas por meios físicos ou mentais, como vemos nos próximos tópicos deste capítulo.

3.2 Representações semióticas e os símbolos matemáticos

O meio que envolve a linguagem dos sistemas semióticos, onde os mesmos podem ser construídos a partir de modelos mentais, nos lembra quando surgiu, trilhando um pouco pela História da Matemática, como exemplo, a álgebra. Ao perceber que o sentido ou capacidade de perceber algo, como ocorreu com o simbolismo dos cálculos, que pode ser denotada como se fosse uma *linguagem algébrica*, como ocorreram, por exemplo, nos estudos de Leibniz⁴, Condillac⁵, que revolucionou os processos que envolvem a Matemática.

Acreditamos que, ao olharmos para os caminhos históricos, foi uma grande revolução quando alguém introduziu a ideia de letras substituindo números e quantidade, como nos estudos de Leibniz. E, ao estudarmos sobre linguagens e semiótica, entendemos que isso nos faz pensar que esse grande fato revolucionário trouxe, para o mundo, a reflexão do pensamento sobre a importância do papel dos signos na Matemática.

Outro exemplo de estudos que também podemos citar são os de Descartes, que muitos associam como o que configurou a notação algébrica que utilizamos nos dias de hoje. E, nessa notação, observamos esses pensadores brincavam com os modelos simbólicos que iam surgindo, como também com os signos e símbolos da Matemática.

Ao mesmo tempo em que iam surgindo estruturas simbólicas, também iam surgindo novas possibilidades de construção de representações gráficas, como as que ocorrem na geometria, seja ela plana, espacial ou analítica. A grande reflexão que observamos, no contexto do nosso estudo, foi a forma como os pensadores realizaram *codificações*, nas quais conseguiam associar dois números a um ponto em um plano definido por dois eixos. Esse processo pode permitir a linguagem algébrica para a linguagem figural ou gráfica, onde se podem *transformar* formas geométricas que se queria, podendo ser uma superfície, curva, linhas, dentre outros.

A partir daí percebemos as formas que os pensadores conseguiam realizar processos que permitiam relacionar modelos simbólicos, através de possibilidades mentais, e representar, simultaneamente, o objeto em dois tipos de representações semióticas diferentes, como se fosse o mesmo processo representacional (DUVAL, 2017).

Como podemos reconhecer se eles representam o mesmo objeto ou não, e se dois gráficos visualmente semelhantes representam o mesmo objeto matemático ou não? Aqui nos

⁴ Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).

⁵ Étienne Bonnot de Condillac (1714-1780).

deparamos com a possibilidade de não confundirmos as representações e o objeto representado.

Se formos pensar em outro exemplo, dentro da História da Matemática, podemos refletir sobre o pensamento de Leibniz em seu tempo. Em seus estudos, ele percebia que o conhecimento matemático era um *conhecimento simbólico*. E por ter realizado interpretações sobre esse pensamento simbólico, Leibniz poderia ter considerado que esses objetos poderiam surgir por meio da intuição do próprio indivíduo.

Nesse sentido, entendemos que, nos processos que envolvem a forma como podemos pensar, que está relacionada à intuição, e representar uma *coisa* em outra *coisa*, os signos possuem algumas características, diferentes das representações, de forma que possamos relacionar com os objetos representados.

Duval (2017) explica que o nosso sistema cognitivo nos auxilia na ideia de representar os próprios objetos quando estes não estão imediatamente acessíveis, ou seja, a principal característica dos signos é que eles permitem evocar os objetos em sua ausência. Dessa forma, os signos podem determinar as representações para comunicar alguma coisa que foi evocada. Mas, podemos indagar: como os signos se apresentam à percepção e à mente?

Para Soares (2019), as primeiras concepções de signos foram desenvolvidas há muitos anos e elas os definem como algo que vai além de simples palavras, pois o signo pode significar algo para alguém a partir de algum tipo de aspecto ou capacidade, ou seja, esse alguém vai criar na mente de outra pessoa um sinal (signo) equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido que o primeiro. Assim, pode-se entender que o signo evoca algo para alguém, assim, esse signo indica um objeto e, ao mesmo tempo, traz à mente do intérprete outro signo (também chamado de *interpretante*) que traduz e faz a relação mediática do signo original.

Por outro lado, mesmo definindo objetivos que podem ser traçados a partir da Semiótica, para que possamos buscar formas de perceber, identificar e interpretar os signos, e os indivíduos associarem que a ideia de que o signo pode significar algo para alguém, mas podem existir objetos que não são acessíveis, nem concretos, e nem como podemos usar modelos ou sistemas de signos para entender como se concretiza a percepção do signo em nossa mente, e, também, a forma como ocorre o processo de significação do signo e da linguagem na Matemática.

Como já falamos, a relação entre as representações produzidas e o objeto representado é uma relação de referência. E, nesse meio, podemos começar a tentar entender as indagações

sobre os processos de produção de significados matemáticos e a relação como os fenômenos (ou signos ou sinais) se apresentam à mente.

Nesse sentido, entendemos que a teoria dos signos foi, durante muitos anos, estudada por vários pesquisadores que deram suas parcelas de contribuições para chegarmos ao que sabemos ser um signo.

Dessa forma, para delimitarmos o nosso estudo sobre os signos, dois modelos surgiram na Semiótica que podem nos auxiliar a entender os processos da linguagem sígnica de como se apresentam à percepção de todo e qualquer signo: o modelo de Saussure (2006) e o modelo de Peirce (2005).

Nesse sentido, para entendermos as ideias envolvendo a teoria dos signos, focamos nas abordagens semióticas de ambas as teorias para compreendermos a produção de significados para a aprendizagem da Matemática.

Mas, qual seria o modelo para analisarmos as produções dos alunos em sala de aula? Qual seria o modelo mais adequado que poderia nos auxiliar a entender as atividades matemáticas que são construídas por professores, pesquisadores, com o objetivo de adquirir conhecimento?

De um modo geral, cabe-nos discutir sobre essas indagações, tema do qual tratamos na próxima seção.

3.3 Os modelos semióticos de Saussure e Peirce

Ao estudarmos as teorias de Saussure e Peirce, percebemos que elas não possuem nada em comum, pois tanto a definição de signo quanto os critérios para análise dos mesmos podem diferir na forma como podemos descrever o funcionamento cognitivo. Ora, quando se entende as capacidades cognitivas, esses modelos podem permitir a criação de esquemas mentais de associação às questões do conhecimento para sabermos possíveis áreas selecionadas e como podemos usar os signos.

Para Saussure (2006), os signos só podem ser reconhecidos como signos por meio de uma relação oposição de significado que eles têm com outros signos dentro de um sistema. Ainda segundo o autor, o signo e seu significado são a mesma coisa e qualquer elemento pode funcionar como um signo apenas dentro de um sistema semiótico, pois os signos linguísticos são "psíquicos e estão unidos, em nosso cérebro, por um vínculo de associação" (SAUSSURE, 2006, pp.79-80). Nesse sentido, Saussure (2006) delineia o signo como algo que,

[...] une não uma coisa e uma palavra, mas um conceito e uma imagem acústica. Esta última não é o som material, coisa puramente física, mas a impressão psíquica desse som, a representação que dele nos dá o testemunho de nossos sentidos; tal imagem é sensorial e, se chegamos a chamá-la "material", é somente neste sentido, e por oposição ao outro termo da associação, o conceito, geralmente mais abstrata (SAUSSURE, 2006, p.80).

Ao estudarmos a concepção de signo de Saussure (2006), entendemos que a concepção sígnica ocorre a partir de uma relação diádica, que Saussure denomina de *significante* e *significado*. Essa relação dual entre essas duas denominações deriva o conceito de signo como uma unidade básica da linguagem. Ou seja, a linguagem, para Saussure, é um sistema de signos. Para compreendermos sobre o *significante* e *significado*, Fernandes (2011) explica como isso ocorre em nossa mente.

Saussure, portanto, considera o signo linguístico uma entidade psíquica bifacial, ou seja, está composta em duas partes: um significante (Se) e um significado (So) e o signo vem ser a junção destas faces (Se+So = signo), sendo que o signo é sempre mental e é a representação que o sujeito tem de algo na sua cabeça/mente. A representação deste sinal vai para a mente do sujeito como uma imagem acústica e se acopla a um significante (Se) que é o referente, para este referente se acopla um significado (So), que é o conteúdo da coisa, o significado daquilo que é percebido e representado na minha mente (FERNANDES, 2011, p.170).

Vamos ilustrar essa situação conceituada por Saussure sobre o conceito de alguma coisa e a imagem acústica, relacionando-as com o significante e significado. Vejamos um exemplo. Imaginemos, em nossa frente, o nome ÁRVORE e o desenho colorido de uma árvore. Quando olhamos para o nome ÁRVORE e o pronunciamos, o som que produzimos cria em nossa mente, ou na mente de alguém que escuta a palavra que foi pronunciada, alguma coisa correspondente a essa fala. Ao fazermos esse movimento, existe, em nossa mente, algo que reconhece o que foi pronunciado e cria essa imagem mental, reconhecendo a origem a partir de uma análise estrutural da palavra pronunciada. Em síntese, segundo Saussure (2006),

[...] o significante, sendo de natureza auditiva, desenvolve-se no tempo, unicamente, e tem as características que toma do tempo: a) representa uma extensão, e b) essa extensão é mensurável numa só dimensão: é uma linha. Este princípio é evidente, mas parece que sempre se negligenciou enunciálo, sem dúvida porque foi considerado demasiadamente simples; todavia, ele é fundamental e suas consequências são incalculáveis; sua importância é igual à da primeira lei. Todo o mecanismo da língua depende dele. Por

oposição aos significantes visuais (sinais marítimos etc.), que podem oferecer complicações simultâneas em várias dimensões, os significantes acústicos dispõem apenas da linha do tempo; seus elementos se apresentam um após outro; formam uma cadeia. Esse caráter aparece imediatamente quando os representamos pela escrita e substituímos a sucessão do tempo pela linha espacial dos signos gráficos (SAUSSURE, 2006, p.84).

Em outras palavras, podemos dizer que "o significante (Se) é a imagem mental de uma cadeia sonora. [...] Isto significa dizer que o signo é sempre mental" (FERNANDES, 2011, p.170).

Sobre o significado, é importante destacarmos a relação entre o significado de um signo e a referência que o mesmo exerce sobre um objeto, pois o So (significado) depende de qual modelo de sistema ele poderá funcionar. Para Saussure (2006), tanto o significante quanto o significado são construções mentais. Ele compara esses dois conceitos como uma folha de papel que se corta, onde,

[...] de um lado, o conceito nos aparece como a contraparte da imagem auditiva no interior do signo, e, de outro, este mesmo signo, isto é, a relação que une seus dois elementos, é também, e de igual modo, a contraparte dos outros signos da língua (SAUSSURE, 2006, p.133).

Ou seja, de um lado da folha que foi cortada, temos o conceito, e, do outro lado, a imagem acústica. E, ao analisarmos as teorias de Saussure (2006), quando falamos sobre conceito e a imagem acústica, ou mais precisamente, sobre significante e significado, podemos também nos referir à articulação de tipos de signos que nos auxiliam em um discurso oral: o som (imagem acústica) e as palavras, que dão origem à mesma análise estrutural.

A partir dos estudos de Saussure, podemos refletir sobre a ideia de que o som pode estruturar a representação de algo envolvendo nossos sentidos. E as palavras, que nos leva à ideia de conceito, ou, mais ainda de significado, não é simplesmente uma coisa, mas sim uma estrutura mental, ou imagem mental, da coisa que estamos nos referindo, ou seja, o significante pode ser constituído de uma imagem acústica (som, palavra oral) e uma imagem gráfica (palavra escrita), e o significado é a ideia de alguma coisa que queremos informar ou representar.

Nessa direção, ao analisarmos a estrutura que Saussure chama de significante e significado, percebemos que ela pode possuir algumas limitações, principalmente por envolver a linguagem usada pelos indivíduos, que pode produzir uma infinidade de estruturas discursivas. E os estudos de Saussure, de certa forma, não considera um dos extremos da

linguagem que é a externa, onde as estruturas linguísticas são diferentes e podem produzir uma imagem acústica e outros elementos diferentes.

Dessa forma, inferimos que, quando estamos falando de linguagens, principalmente aquelas que envolvem o ensino, seria interessante darmos ênfase apenas aos discursos produzidos pelos alunos e professores, e não na produção da estrutura semiótica derivada do significado.

Por outro lado, os estudos envolvendo os signos e como os fenômenos se apresentam à percepção e à mente tiveram uma grande contribuição vinda de um grande pesquisador: Peirce (2005). Em seus estudos, além do significado, ele trouxe outro elemento, que é o referente. Esse referente é um objeto, real ou imaginário, que pode representar alguma coisa para alguém. A estrutura que envolve as representações e os signos, para Peirce (2005), foi chamada de semiose, que estuda a construção de significado, bem articulada por Saussure (2006), onde o signo, o objeto e o interpretante são três partes necessárias para que exista uma relação mediática, pois, sem essa tríade, a semiose não ocorre.

Analisando a relação epistemológica e cognitiva do objeto, como também as possíveis representações que podem ser produzidas, e entendermos como os fenômenos (ou sinais ou signos) se apresentam à mente, Peirce denominou de *primeiridade*, *secundidade* e *terceiridade*. Ao investigar como esses fenômenos se apresentam à percepção e a nossa mente, para Peirce (2005),

Parece, portanto, que as verdadeiras categorias são: primeira, sentimento, a consciência que pode ser compreendida como um instante do tempo, consciência passiva da qualidade, sem reconhecimento ou análise; segunda, consciência de uma interrupção no campo da consciência, sentido de resistência, de um fato externo ou outra coisa; terceira, consciência sintética, reunindo tempo, sentido, aprendizado, pensamento. [...] três concepções lógicas da qualidade, relação e mediação. A concepção da qualidade, que é absolutamente simples em si mesma e, no entanto, quando encarada em suas relações percebe-se que possui uma ampla variedade de elementos, surgiria toda vez que o sentimento ou a consciência singular se tornasse preponderante. A concepção de relação procede da consciência dupla ou sentido de ação e reação. A concepção de mediação origina-se da consciência plural ou sentido de aprendizado (PEIRCE, 2005, p.14).

Percebemos que esses modelos se baseiam em uma abordagem para tentarmos entender os processos de produção de conhecimentos e podemos nos auxiliar em tentar distinguir, em três estágios, os meios para a produção de significados, pois,

Em síntese, essas categorias, que nos auxiliam a entender e descrever os níveis de mediação, se referem aos processos que Peirce denominou quanto à percepção de todo e qualquer signo. A primeiridade é a percepção inicial, quando o signo é percebido pelos elementos que trazem sensações como a emoção, sentimento. É uma categoria que traz como condição tudo aquilo que se apresenta à consciência em um primeiro instante. São experiências sem reação e causa sem efeito. Podemos citar, como exemplo, as formas, texturas e as cores. Já a secundidade é a reação da identificação do signo, sendo ele decomposto a partir de associações e percebido como signo ou mensagem. É uma categoria que tem como condição tudo aquilo que é percebido na primeiridade e são identificados os elementos que compõem o signo, mas sem a reflexão. E, por último, a terceiridade é percepção final, quando o signo é percebido inicialmente, identificado e interpretado a partir do seu significado. Nessa última categoria, é suscitado o pensamento e a leitura é simbólica, em um contexto de significações, atendendo ao seu poder reflexivo mediado. São experiências, reações e reflexão sobre a reação (SOARES, 2019, p.71).

Soares (2019), com referência em Peirce (2005), ainda explica que a *primeiridade* é a categoria que trás a ideia de primeiro contato com o que está sendo representado. "É caracterizado pelo sentir, pelos elementos que podem suscitar emoção, sentimento. Essa categoria, por ser primeiridade, está relacionada à ideia de primeiro, sugerindo que, antes dessa categoria, não há outra" (SOARES, 2019, p.71).

Nesse sentido, ainda sobre a ideia de primeiro, para compreendermos o processo de associação do signo à mente, na primeiridade, Ghizzi (2009) explica como essa categoria age em nosso dia a dia.

A liberdade da primeiridade é exemplarmente caracterizada quando admiramos certos fenômenos da natureza; dado que é uma experiência comum, diante de uma paisagem, como um pôr-do-sol, um sentimento (experiência) de deslumbramento. Sem pedir licença, esse sentimento se sobrepõe a tudo o que eventualmente ocupasse nossas mentes, colocando-as em estado não (auto) controlado; livre. Nesse libertar-se da razão tendemos a devanear por lembranças (experiências) da nossa mente as mais diversas; às vezes esquecidas no tempo. De modo semelhante, isso acontece diante das grandes produções do homem, seja no mundo da arte (pintura, música, teatro, [dança], arquitetura) ou, mesmo, de grandes descobertas científicas. Elas são, também, capazes de ativar esse estado de total liberdade da mente, fazê-la vagar um mundo de múltiplas possibilidades, como que vivenciando uma fusão de si própria (da mente) com o objeto de experiência (GHIZZI, 2009, p.15).

Nesse sentido, entendemos que essas experiências são qualidades das coisas em si, de modo puro, sem que existam associações sobre quais objetos essas qualidades estão se referindo, ou se são imaginários ou reais. Por outro lado,

[...] ao observar as qualidades puras dos signos e relacioná-las ou associá-las com outros objetos, resultando em uma identificação a partir dessas relação/associação, a percepção deixa de estar na primeiridade e segue-se uma sensação de dualidade, por ser algo que lhe é externo (segundo) e que está sendo percebido ou associado àquela qualidade (primeiro) (SOARES, 2019, p.72).

Ainda segundo Soares (2019), com referência em Peirce (2005), a *secundidade*, que é o reagir, é a categoria que representa o modo de ser do signo em relação a outra coisa. "Esse modo de ser consiste nas associações ou relações que o signo é decomposto e percebido como mensagem, ou seja, enquanto a primeiridade é sobre ser, a secundidade é sobre a existência quanto a seu caráter material" (SOARES, 2019, p.72).

Dessa forma, entendemos que, se existir um signo, há uma qualidade (primeiridade), que á parte do fenômeno. E, para que essa qualidade exista, ela precisa estar vinculada a uma matéria ou objeto.

Ghizzi também nos auxilia citando um exemplo sobre a secundidade:

O vermelho (qualidade) é vermelho do sangue, da rosa; daí que, o que antes era sentido como pura experiência interna da mente é percebido como propriedade do outro. Esses fatos externos, que atingem nossos sentidos (tato, olfato, visão...), são as nossas sensações. Enquanto a consciência de primeiridade transita sem discriminação pelas meras qualidades dos fenômenos, e por ideias a elas associadas de modo livre pela mente, a consciência de secundidade é forçada a experienciar o outro (a alteridade) na sua característica material, factual, dura; que não cede à pura liberdade da mente e contra os quais ela é forçada a agir (GHIZZI, 2009, p.16).

Por fim, a *terceiridade*, que é o pensar, segundo Soares (2019), é a terceira categoria denominada por Peirce que representa o pensamento final, pois,

[...] ela traz a ideia de terceiro mediador, que representa a mediação de algum fenômeno (primeiridade) com os fatos (secundidade), a partir do momento em que são postos em uma relação/associação. Por agir como mediador, a secundidade age como o fim do processo e a terceiridade como o meio (que media). Para Peirce, a terceira categoria representa a mente ou consciência do intérprete que define qual o melhor caminho a ser percorrido entre o primeiro e o segundo. Assim, a terceiridade corresponde à camada inteligível em conformidade com a forma como a nossa mente é moldada, ou seja, por meio da terceira categoria, que é a percepção final, é a mediação que realizamos para que possamos representar e interpretar o mundo que está em nossa volta (SOARES, 2019, p.73).

Normalmente, a forma como nossa mente é moldada corresponde ao sentido de aprendizado, de surgimento de novos conceitos. Assim, a terceiridade assume a característica

da categoria do pensamento, linguagem e representação, tornando-se a consciência sintetizadora, que corresponde à forma como aprendemos. Nessa terceira categoria, entendemos que o intérprete se torna um terceiro elemento entre o signo e o objeto, tornando-se uma ponte entre o primeiro e o segundo, que é impulsionada pelo senso de aprendizado, pensamento e memória (SOARES, 2019).

Nesse sentido, percebemos que o processo, de como os signos se apresentam à percepção e à mente, ou seja, de significação do signo, nos faz refletir sobre os elementos que nos auxiliam a distinguir os próprios objetos e as possíveis representações que podem surgir desse processo.

Nessa mesma direção, inferimos que, como estamos buscando meios para entender a construção de objetos matemáticos, essa relação referente aos processos que constituem o conhecimento matemático de alguém sobre alguma coisa, do próprio objeto e suas representações, é algo essencial para compreender o fluxo semiótico.

Em sala de aula, quando os professores ensinam determinados conteúdos matemáticos, eles podem usar conceitos, ideias e métodos para que os alunos, ao estudar essas informações, possam representar suas indagações por meio de números, palavras e outros tipos de representações simbólicas. Se formos tentar entender como ocorrem esses processos, essas possíveis respostas, possivelmente, irão nos auxiliar a entender uma das principais dificuldades que os professores de Matemática visualizam em suas salas de aula, que é o processo de compreensão dos alunos em tentar distinguir os objetos matemáticos e suas várias possíveis representações.

De fato, o papel das representações semióticas e da linguagem sígnica nos processos de aprendizagem é algo importante para tentar auxiliar o aluno a entender como representar essas informações simbólicas e como poderão se apropriar delas para usar em seu cotidiano.

Por meio das representações, podemos conseguir reconhecer como os objetos semióticos se apresentam em nossa mente e as possíveis conexões epistemológicas e cognitivas que podemos visualizar a partir do raciocínio lógico para tentar entender o papel do pensamento matemático e dos conceitos matemáticos.

Por outro lado, acreditamos que seja importante observar como essas possíveis representações e signos são visualizadas e como esses objetos podem se tornar visíveis para que os alunos possam acessá-los. Essa relação de tentar entender como ocorrem esses processos acontece quando estamos falando ou escrevendo algo para alguém. De certa forma, isso também ocorre nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

A partir de Saussure (2006) e Peirce (2005), sabemos que, ao falarmos sobre representações semióticas e signos, esses fenômenos passam por processos que nos auxiliam a visualizar algumas das estruturas ou sistemas de acesso ao mesmo objeto que está sendo representando. Isso é possível graças aos estudos da Semiose, que nos dá um suporte para entender o processo de representação mental e a elaboração de pensamentos.

Porém, é interessante destacar que, enquanto a representação mental nos norteia para o processo de objetivação, as representações que envolvem a semiótica nos dão suporte como instrumento de objetivação e de expressão.

Nesse contexto, percebemos que, ao pensarmos sobre como ocorre o processo de construção e transformação de representações mentais e visuais, que envolvem a Matemática, podemos refletir sobre uma separação cognitiva entre os signos e as representações semióticas. Mas, indagamos: será que essa separação sempre ocorre?

Quando falamos sobre atividades em sala de aula, por exemplo, podemos pensar em possibilidades que auxiliam os alunos a construir caminhos que os levem a refletir sobre formas de pensar matematicamente. Nesse meio, podemos perceber que os signos e as representações são importantes para representar alguma coisa a partir de "estruturas simbólicas que possam auxiliar no processo de criação, interpretação e reflexão" (SOARES, 2019, p.88). Esse processo ajuda o visualizador, cognitivamente falando, a não confundir os próprios objetos que estão sendo representados.

Nesse sentido, entendemos que a relação entre as características de acesso aos objetos com o próprio objeto é a separação cognitiva entre os signos e as representações semióticas. E a relação entre os objetos e as representações é originada a partir da percepção mental que deu acesso aos objetos moldados ou construídos por modelos que foram convertidos por estímulos sensoriais ou físicos.

Nesse meio, como já refletimos em nosso estudo, a relação de signos e objetos é originada a partir de uma relação de referência, que é modificada por estruturas semióticas que foram usadas pelo visualizador, como também do sistema simbólico ou numérico usado, da linguagem, dentre outros. E essas relações podem mudar dependendo dos tratamentos que forem usados nesse processo de representação semiótica (DUVAL, 2011).

Ao considerarmos as estruturas e componentes que possam construir os modelos semióticos das representações semióticas, podemos encontrar algumas caraterísticas que podem ser encontradas na unidade sígnica. Duval (2011) afirma que o signo possui, em sua estrutura interna, um modelo que pode variar de um tipo de representação semiótica para outra. E que esse modelo semiótico de uma frase não é a mesma de uma simples equação,

como também que o modelo de uma representação gráfica não é a mesma de uma figura ou de um esquema, dentre outros.

Para Duval (2011), a partir dos processos de construção desses modelos semióticos, podendo ser para qualquer representação semiótica, sempre irão existir várias formas de separar as unidades que envolvem o significado e os níveis desses modelos usados. Ainda segundo o autor, as representações semióticas são, em linguagem natural, as frases e não as palavras. E na linguagem matemática, as representações semióticas são as equações e não números e letras; e nos processos que envolvem a visualização geométrica são as unidades figurais e não os pontos ou as retas.

Nesse sentido, quando refletimos sobre a separação cognitiva entre os signos e a representação, podemos também relacionar com a Matemática? Acreditamos que sim, pois, quando estamos traçando meios para responder atividades matemáticas, essa separação se torna algo importante, em especial, para aquelas representações semióticas e aquelas que não são semióticas. Para as que são representações, conseguimos explorar diferentes tipos de atividades matemáticas mobilizando, pelo menos, um sistema semiótico para nos auxiliar nos processos de representação.

Nesse caso, a linguagem natural se torna, para a aprendizagem de conceitos e o desenvolvimento de habilidades, o primeiro sistema semiótico usado para gerar novas informações para a compreensão da Matemática. Já aquelas representações que não são semióticas, essas são produzidas de forma automática na mente do visualizador, se tornando o resultado das ações diretas dos objetos nas estruturas ou modelos que reconhecem esses a partir de estímulos sensoriais ou físicos.

Mas, na Matemática, como ocorrem as transformações semióticas? Como podemos realizar transformações semióticas em atividades matemáticas? É sobre esse tópico que falamos na próxima sessão.

3.4 Transformações semióticas em atividades matemáticas

Na seção anterior deste texto, vimos alguns conceitos que estudiosos da literatura semiótica abordaram diferentes pensamentos envolvendo as representações e signos que podem levar o visualizador a se confundir sobre como os fenômenos (ou signos ou sinais) podem se apresentar à percepção e à mente, fazendo também uma interseção com objetos representados por características dos quais as representações e os signos se aproximam para que possamos representar.

Vimos também que os "os signos e as representações podem agir como algo que pode *evocar o que está ausente* ou pode também *comunicar* um pensamento que não esteja claro para os outros" (SOARES, 2019, p.122). Ao refletirmos sobre esses apontamentos, percebemos que, nesse caso, talvez estejamos lidando com objetos em vez de lidar com os signos ou representações.

Para Soares (2019), com referência em Duval (2011; 2017), quando falamos sobre o ensino da Matemática, esta característica é secundária. Sobre esse contexto, o autor ainda diz que, no mundo das representações semióticas, devemos nos deter ao "potencial intrínseco que possa auxiliar a sua transformação em outras novas representações semióticas ou equivalentes" (SOARES, 2019, p.122).

Nesse sentido, para Duval (2017), quando falamos sobre representações semióticas, em especial sobre os sistemas ou modelos semióticos que podem ser desenvolvidos no ensino de Matemática, elas surgem a partir da forma como é desenvolvido o raciocínio lógico e a criatividade derivada dos processos cognitivos envolvendo a visualização matemática. O autor ainda argumenta que esses processos dependem do potencial que essas representações semióticas desenvolvem na Matemática e não nos objetos representados em si.

Nesse sentido, ao observarmos possíveis relações envolvendo as teorias de Duval (2008; 2011; 2017) e Peirce (2005), podemos perceber,

[...] a necessidade das representações semióticas que possuem, em sua estrutura, conhecimentos matemáticos, em que as mesmas podem abranger dois ou mais problemas bem diferentes, sendo que o processo de visualização matemática pode chegar aos objetos matemáticos não perceptíveis, permitindo a transformação de representações semióticas em outras novas, mas mantendo a mesma estrutura denotativa (SOARES, 2019, p.122).

Ao considerarmos a estrutura das representações semióticas, percebemos que uma das linhas seguidas durante o processo de transformação semiótica de uma representação em outra é cognitiva. Esse processo cognitivo é resultado das possíveis informações que conseguimos guardar em nossa mente, levando o visualizador a processar essas informações e aprender. Essa linha cognitivista também leva o aluno ao aprendizado a partir das relações de significado que ele pode atribuir a sua realidade.

Quando falamos em sala de aula, onde o aluno pode estabelecer associações com o que armazenou em sua mente, entendemos que, nesse processo cognitivo, também pode ser a origem dos conhecimentos matemáticos e, de forma mais específica, como é o funcionamento

do pensamento matemático. A partir das habilidades cognitivas, os alunos ou visualizadores podem estabelecer relações sobre os conceitos que ele armazenou sobre algo, usando também suas habilidades de raciocínio que poderão ser importantes nas estruturas semióticas mobilizadas para que os mesmos possam representar.

Dessa forma, ao estudarmos a compreensão em Matemática, por meio das representações semióticas, Duval (2011) explica que, do ponto de vista matemático, o que analisamos é sempre a resolução de um determinado problema. Assim, entendemos que, ao partir da solução de um problema, podemos estabelecer ou mobilizar sistemas para explicar propriedades matemáticas que levam o aluno a resolver determinado problema e, de forma análoga, poderá também resolver outros problemas parecidos.

Nesse sentido, observamos que, do ponto de vista cognitivo, o papel que a visualização pode desempenhar nos processos que dão origem ao pensamento matemático, permitindo o reconhecimento de estruturas ou sistemas semióticos na produção de significados matemáticos, pode auxiliar a entender o contexto das respostas dos alunos em suas resoluções de atividades matemáticas.

Diante essas explanações, inferimos que, dependendo do contexto usado pelos alunos, os mesmos podem mobilizar alguns sistemas semióticos para explicar a resolução de suas atividades, ao mesmo tempo que usam propriedades matemáticas que os mesmos conhecem. Dessa forma, à medida que os alunos aprendem sistemas ou conhecimentos matemáticos, os alunos podem visualizar caminhos de soluções para as atividades matemáticas, mesmo sem ter alguma ideia de como resolvê-las.

Duval (2011) afirma que as atividades matemáticas suscitam, em nossa mente, o modo de como podemos acessar os objetos matemáticos e as transformações das representações semióticas. Do ponto de vista epistêmico, durante os processos de acesso aos objetos construídos de forma mental, Duval (2011) auxilia na compreensão de como isso ocorre. E, do ponto de vista cognitivista, poderemos trabalhar com formas de como a matemática deve ser analisada, principalmente quando falamos em transformação das representações semióticas.

Ao estudarmos as teorias sígnicas de Saussure (2006), Peirce (2005) e Duval (2008; 2009; 2011; 2017), percebemos que a semiose pode ser considerada como a intercessão de como surgem os caminhos para os processos cognitivos do pensamento matemático. Isso pode ocorrer por meio de transformações de uma representação semiótica. Para Duval (2011), sejam quais forem as representações semióticas que queremos trabalhar, não existe pensamento matemático sem transformação dessas representações.

Ainda segundo Duval (2009; 2017), para conseguir acessar os objetos matemáticos, ou de qualquer campo do conhecimento, deve-se, primeiro, ter contato com os conceitos que se pode ter de um objeto e tudo que pode ser associado a ele, ao mesmo tempo em que se consegue desenvolver suas primeiras representações mentais e conceituar todas essas. Dessa forma, o visualizador consegue acessar a objetos no aprendizado dessas transformações que podem ser derivadas da atividade cognitiva do pensamento.

Nesse sentido, quando falamos sobre a atividade matemática do ponto de vista cognitivo, segundo Duval (2008),

[...] há o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representação que o permite designar (DUVAL, 2008, p.14).

Todavia, e se pudéssemos aprender a *ver* um objeto em diferentes representações? E se pudéssemos *ver* e refletir sobre as representações semióticas quando se fala em tratamento matemático a partir de um sistema de representação utilizado?

Essa questão traduz ao nível cognitivo o requisito epistemológico fundamental de nunca confundir a representação do objeto com o objeto representado. Duas representações semióticas diferentes do mesmo objeto sempre podem ser tomadas para representações de dois objetos diferentes porque seus respectivos conteúdos são bastante diferentes ou, pelo contrário, duas representações de dois objetos diferentes para representações do mesmo objeto porque seus conteúdos são semelhantes. Como podemos saber, então, quando estamos diante de duas representações, se são representações de duas coisas separadas ou de uma mesma coisa?

Para Duval (2011), a dificuldade cognitiva resulta do fato de que duas representações diferentes não possuem ou não apresentam explicitamente as mesmas características do objeto que representam. Dessa forma, entendemos que, se fossemos usar, por exemplo, imagens para se realizar representações, essas podem ser realizadas como se o objeto fosse visto em nossa frente, podendo ser em qualquer ângulo visual, na medida que diferentes sistemas semióticos possam ser atendidos.

Essa forma de representar algo a partir do real segue o mesmo sentido que refletimos nos estudos de Peirce (2005) e Santaella (2012), quando percebemos que essas representações de um mesmo objeto podem não ter nada em comum com o mesmo. Em outras palavras, quando falamos de representações, falamos dessa complexa relação na qual o conteúdo da

representação depende do tipo de representação que pode ser usada e do objeto representado que foi usado.

Para Duval (2008, p.14), quando falamos sobre os diferentes tipos de representações semióticas que podemos utilizar em matemática, "a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação".

Ainda segundo esse autor, quando falamos sobre atividades cognitivas, os objetos matemáticos podem ser caracterizados ou representados por diferentes tipos de representação de registros que identificam um objeto em estudo, que pode se apresentar como: língua natural, algébrico, numérico, figural, geométrico, dentre outros tipos.

Dessa forma, entendemos que as operações matemáticas e cognitivas estão relacionadas aos elementos dos respectivos conteúdos de duas representações semióticas. Mas, a operação cognitiva diverge da operação matemática, na medida em que não pode ser objetivamente definida de uma vez por todas, porque existem várias maneiras de discriminar as unidades de significado, que compõem o conteúdo das representações semióticas. Seu resultado é o reconhecimento do objeto representado por duas representações diferentes.

Para Soares (2019), ao analisarmos essa imagem, percebemos que a relação entre os elementos, figuras e símbolos que estruturam a imagem nos faz refletir sobre a relação do pensamento ou referência em que se encontra a atividade matemática. Dessa forma, entendemos que, ao serem elencados possíveis procedimentos para resolver determinada atividade, podem ocorrer mudanças na produção de significados matemáticos, isso de acordo com o tipo de representação semiótica utilizada para realizar tratamentos matemáticos a partir da linguagem matemática usada no sistema de representação.

Sobre a linguagem matemática usada em uma resolução de um problema matemático, Duval (2008, p.15) explica que, "a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representação semióticas".

Percebemos que, durante o processo de visualização, interpretação e representação, as categorias de Peirce nos levam a refletir, nesse meio onde ocorrem os processos de produção de significados matemáticos, também estudados por Duval (2008; 2011). Nesse sentido, quando falamos sobre representações semióticas, no momento em que os leitores, ou alunos em sala de aula, realizam determinados tratamentos matemáticos para transformarem uma coisa em outra coisa, todo esse processo vai depender da forma que o mesmo representa simbolicamente.

Por outro lado, segundo Soares (2019), sendo referenciado pelas teorias de Duval (2008; 2017), sabemos que existe uma diferença para analisar a atividade matemática numa perspectiva de aprendizagem (e de ensino) a partir de dois tipos de transformações de representações semióticas, que são diferentes: os tratamentos e as conversões. Essas duas transformações auxiliam no processo de produção de significados matemáticos, pois,

[...] em uma representação semiótica, não é a própria representação que é importante, mas todas as suas possíveis transformações em outras representações semióticas que um leitor poderá criar, sempre tendo em vista a análise dessas transformações, considerando a grande variedade de representações semióticas possíveis (SOARES, 2019, p.164).

Ao falarmos sobre os processos do funcionamento cognitivo que leva à compreensão e produção de significados matemáticos, Duval (2008) explica que,

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica (DUVAL, 2008, p.16).

Nesse sentido, acreditamos que, por meio desses processos que envolvem codificações para a leitura e compreensão das estruturas das variáveis cognitivas, tanto para as conversões quanto para os tratamentos, percebemos que nas estruturas dos processos matemáticos das atividades matemáticas ocorrem as transformações de representações semióticas que podem mobilizar várias representações diferentes para que o visualizador possa conseguir representar os mesmos objetos.

Para Duval (2011; 2017), quando realizamos a análise cognitiva de uma atividade matemática, essa pode se concentrar nos problemas e processos que podem levar à compreensão matemática. Por outro lado, esse autor ainda explica que podem existir alguns critérios de compreensão que podem não ser os mesmos, se formos comparar do ponto de vista matemático e cognitivo.

Do ponto de vista cognitivo, são necessárias duas condições para a compreensão em matemática. E, do ponto de vista matemático, a compreensão ocorre com o que ele chama de validar um processo matemático, depois justificar esse processo, validar novamente para,

depois, demonstrar esse processo matemático, de acordo com as condições que foram impostas para a justificação ou prova (DUVAL, 2009; 2011; 2017).

De fato, um dos pontos importantes para tentarmos entender os possíveis bloqueios que os alunos podem ter que os impedem de compreender determinados fenômenos em suas mentes, pode estar associado, matematicamente falando, a forma como esses acessam os objetos matemáticos. Quando os mesmos selecionam modelos cognitivos mentais, para tentar reconhecer o mesmo objeto em suas possíveis diferentes representações, de certa forma, pode limitar a capacidade cognitiva para o funcionamento do seu pensamento para a aquisição de novos conhecimentos. Dessa forma,

[...] uma vez que nosso cérebro construa esses objetos matemáticos, poderemos estar sintonizados para pensar sobre as relações, associações ou representações matemáticas a partir de modelos (esquemas) visuais, como extensão, figura, configuração, espacialidade etc., que, normalmente, começam a ficar mais visíveis aos nossos olhos. Nesse momento, estaremos realmente *fazendo* Matemática, e não apenas seguindo mecanicamente um algoritmo ou fórmula que foi possivelmente memorizada em algum material. Portanto, entendemos que o pensamento visual matemático, ou pensamento lógico-matemático, é a capacidade que o indivíduo desenvolve, ao estabelecer novas relações com os objetos, permitindo que o mesmo visualize as etapas lógicas que levam a uma resposta e compreender a solução, que deve ser verdadeira, a partir das relações mentais construídas (SOARES, 2019, p.83).

Nessa citação, Soares (2019) grifou a palavra *fazendo* que pode se referir a algo que envolve a compreensão e aprendizagem. Mas, o que estamos realmente fazendo quando estamos "fazendo matemática"? Claro que não dizemos que fazer matemática é resolver atividades ou problemas, pois isso iria significar que estaríamos resolvendo problemas ou atividades matemáticas.

O fazer matemática pode estar relacionado às estruturas de formulação de uma atividade matemática, levando em consideração o que pode ser compreendido dessa atividade, o que pode ser observado a partir dessas atividades, e o que poderemos estar mobilizando para podermos compreender o acesso a esses objetos matemáticos que resultam, de fato, em representações semióticas, como dizem os estudos de Duval (2009; 2011; 2017).

Um dos caminhos que podemos seguir para responder a essas indagações é por meio dos tratamentos e das conversões, pois,

[...] passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Vemos, então, que duas representações de

um mesmo objeto, produzidas em dois registros diferentes, não têm de forma alguma o mesmo conteúdo. [...] Vê-se, então, porque a compreensão matemática está intimamente ligada ao fato de dispor de ao menos dois registros de representação diferentes. Essa é a possibilidade de que se dispõe para não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado (DUVAL, 2009, p.22).

Nesse sentido, entendemos que os processos que envolvem o visualizador para conseguir transformar representações semióticas pode estar relacionado ao acesso aos objetos matemáticos. Essa mobilização está centrada nas estruturas das atividades matemáticas de resolução de problemas, de exploração matemática, de demonstração, dentre outras formas. Isso nos mostra que, para que possamos conseguir desenvolver uma atividade matemática, primeiro, precisamos visualizar as possíveis representações semióticas que podem ser importantes para que visualizador possa reconhecer um objeto matemático que pode ser representado de diferentes formas.

Normalmente, a resolução de atividades matemáticas requer dos visualizadores a mobilização, formulação ou representação de informações que auxiliam na aquisição de novos conhecimentos. Mesmo quando utilizamos representações semióticas e reconhecemos que essas são verbais, simbólicas, geométricas, devemos transformar essas em novas representações de um objeto para outro tipo de representação, pois,

[...] se a conceitualização implica coordenação de registros de representação, o principal caminho das aprendizagens de base matemática não pode ser somente a automatização de certos tratamentos ou a compreensão de noções, mas deve ser a coordenação de diferentes registros de representação, necessariamente mobilizados por estes tratamentos ou por esta compreensão. [...] Definitivamente, o que é importante não é a mudança de registro a ser efetuada, mas os tratamentos que poderão ser realizados na representação obtida após a mudança de registro (DUVAL, 2012, pp.284-285).

Nessa perspectiva, no próximo capítulo do texto, falamos sobre os processos linguísticos, cognitivos e a contextualização para o ensino e aprendizagem de Matemática.

4. PROCESSOS LINGUÍSTICOS, COGNITIVOS E CONTEXTUALIZAÇÃO DA MATEMÁTICA

Neste capítulo discutimos a literatura, principalmente a importância dos processos linguísticos, cognitivos e a contextualização para o ensino e aprendizagem de Matemática.

4.1 Linguagem e Cognição: duas janelas que iluminam a compreensão e o aprendizado da Matemática

Quer tenha estado consciente de seus pensamentos no passado, quer não, *agora* você está tomando consciência. Neste instante, com o conhecimento do Segredo, você desperta de um sono profundo e se torna consciente! Consciente do conhecimento, da lei, do poder que possui por meio de seus pensamentos.

(The Secret – O Segredo)

Um tema recorrente que pode surgir, quando falamos do ensino de Matemática, é sobre como compreender as dificuldades que os alunos apresentam no que se refere à compreensão do que a eles se ensina. Outro ponto que também pode surgir refere-se aos processos cognitivos envolvidos no pensamento matemático.

Algumas pesquisas (LORENSATTI, 2009; ARRUDA *et al.*, 2017) buscam explorar pressupostos teóricos e caminhos metodológicos para melhor explicar o papel da linguagem matemática em um mundo onde "[...] a tecnologia sempre esteve presente em todos os lugares" (SOARES, p.27). Já outros estudos (SILVEIRA *et al.*, 2014; CARVALHO, 2017) buscam enfocar os processos que levam à aprendizagem ao pensamento matemático.

Essas discussões podem nos auxiliar a entender a linguagem matemática como meio de formação e expressão do pensamento matemático. Dessa forma, ao estudar os conceitos, ideias e métodos que envolvem esses processos, entendemos que essas informações podem representar os meios envolvidos no conhecimento matemático. Essa comunicação que pode ser estabelecida, ao se estudar esses processos, leva em consideração tanto as representações simbólicas das atividades matemáticas, que são representadas por números, palavras ou outros tipos de representações, quanto o diálogo estabelecido em sala de aula durante as interações que ocorrem na discussão de questões ou problemas matemáticos.

Nesse sentido, entendemos que, embora se tenha alguns avanços teóricos no que diz respeito aos processos linguísticos e cognitivos envolvidos no ensino e na aprendizagem da matemática, os aspectos mentais que são discutidos durante o entendimento no processo de atribuição de significados a conceitos matemáticos podem enfocar o papel importante que esses processos podem desempenhar nas atividades matemáticas.

Esses pesquisadores, em sua literatura, enfatizam a importância de considerar a linguagem matemática em sala de aula. Para Souza (2010) e Carvalho (2017), durante uma aula de matemática, a comunicação que ocorre entre professor e aluno também pode auxiliar o professor a entender o conhecimento matemático em diferentes situações durante os processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Esses conhecimentos matemáticos podem variar dependendo do interesse teórico e prático da Educação Matemática, como também dos níveis de compreensão desse conhecimento matemático até os processos que podem enfatizar o papel da linguagem matemática, de representação, de gêneros discursivos, e como esses podem afetar o processo de aprendizagem dos alunos.

Ao considerar o importante papel que as representações podem exercer no contexto da Educação Matemática, entendemos que as atividades que desenvolvemos em nosso dia a dia são mediadas por ferramentas semióticas que visem "contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização" (DUVAL, 2008, p.11).

Nesse sentido, percebemos que os diálogos que são construídos em sala de aula, e mediados por meio de instrumentos semióticos, a partir dos estudos de Duval (2008; 2017), podem auxiliar no entendimento e exploração dos fenômenos matemáticos em nossa mente.

Para Soares (2019), esses processos de mediação semiótica, que podem ocorrer durante os processos mentais na representação de informações, também podem ser construídos em sala de aula de Matemática durante as interações e comunicações matemáticas que são desenvolvidas em determinados contextos. Essas discussões nos auxiliam a entender o papel atribuído à linguagem matemática e aos processos de produção de significado que envolve a aprendizagem da Matemática.

Esses apontamentos que envolvem a linguagem matemática usada em sala de aula, em especial os símbolos usados durante os processos de representação semiótica, podem exercer um papel mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, pois é por meio desse instrumento que se pode conseguir acessar a forma como os alunos pensam matematicamente. Em suma, é por meio da linguagem do professor e dos alunos que podemos acessar as representações sobre como eles entendem um determinado assunto.

Os conceitos, estudados por pesquisadores envolvendo investigações sobre a linguagem e os processos do pensamento matemático e de aprendizagem da Matemática, enfatizam que a linguagem matemática não se refere apenas ao estudo de palavras, frases,

imagens mentais, símbolos matemáticos, envolvem também possibilidades de diferentes contextos em que podem ser usadas as estruturas simbólicas de forma que auxiliem nas diferentes maneiras nos processos de criação, interpretação e reflexão das atividades matemáticas, e também na produção de estruturas mentais no desenvolvimento da resolução de problemas.

Se formos analisar o discurso utilizado em sala de aula, durante uma aula de Matemática, alguns pontos devem ser observados, em especial os que surgem a partir das interações que ocorrem, como gestos, entonação, material escrito e desenhos. Dessa forma, entendemos que, nesse contexto, os processos mentais podem surgir, principalmente, por meio do discurso que foi internalizado.

Nesse sentido, a partir dos estudos de Duval (2008; 2011), Almeida (2016) e Soares (2019), acreditamos que os processos que levam à compreensão da aprendizagem e do desenvolvimento do pensamento matemático, podem ser determinados pela linguagem matemática e pelo contexto social de onde o aluno está inserido. Isso pode levar à compreensão de possíveis conexões entre a teoria estudada e a prática escolar.

Nos últimos anos, muitas das pesquisas que envolvem processos cognitivos apontam para questões relacionadas a elementos de linguagem matemática que são usados no discurso de sala de aula. Esses estudos mostram que a habilidade dos alunos em utilizar tais elementos determina como eles participam das atividades em sala de aula, além de influenciar na compreensão dos conceitos apresentados. Almeida (2016) e Soares (2019) também chamam a atenção para o fato de que esses elementos da linguagem são utilizados em nosso cotidiano, embora nem sempre estejamos cientes desse fato. Para compreender o uso das palavras no diálogo em sala de aula, os alunos precisam estabelecer assertivamente sobre os significados atribuídos a essas palavras.

Por outro lado, ao considerarmos os conceitos matemáticos, ideias e métodos que podem ser usados para suscitar outros modos de pensamento matemático e outras formas de representação, a partir desses apontamentos, o visualizador também precisa saber a melhor forma de representar suas ideias matemáticas e desenvolver a capacidade de escolher a abordagem mais adequada para um problema, questão ou atividades que poderão ser realizadas durante uma aula de Matemática.

Para Soares (2019), referindo-se aos estudos de Duval (2008; 2017), ao analisar os processos simbólicos, e outros processos mentais que são envolvidos para explorar as estruturas das atividades matemáticas, o visualizador pode desenvolver, possivelmente, habilidades de raciocínio quando associa aos processos de ensino e de aprendizagem, ao

tentar explanar os níveis de complexidade da estrutura e a aplicação de suas regras de resolução das atividades em sala de aula. Ao tentar melhorar a atenção, a cognição e criatividade do aluno, esses processos cognitivos nos auxiliam como meio que origina os conceitos e métodos, resultando na identificação de conjecturas relacionadas a potencialidades de aprendizagem.

Nesse sentido, entendemos que a matriz da atividade matemática, que pode ser relacionada a essas oportunidades de aprendizagem, deveria ser o objetivo principal quando o visualizador tentar resolver determinadas atividades, focado na aprendizagem, pois, "no contexto do processo de construção do conhecimento matemático, diz respeito a um conceito que tem como intuito o de treinar nossa habilidade visual como forma de abordar e apresentar situações e problemas" (SOARES, 2019, p.91).

Ao considerar a linguagem como meio de formação e expressão do pensamento matemático, algumas pesquisas desenvolvidas de acordo com essa abordagem sugerem importantes avanços educacionais. Entendemos que esses apontamentos podem ser bons momentos para que os professores reflitam sobre o papel que atribuem à linguagem matemática e aos diferentes contextos presentes nos processos de ensino e de aprendizagem.

Ainda segundo essas pesquisas, podemos destacar: a necessidade de os alunos terem um bom domínio do discurso da aula de matemática, em particular nominalizações, e do uso de símbolos; a necessidade de desenvolver práticas pedagógicas nas quais as tensões geradas pelas diferentes formas de interpretar os registros matemáticos sejam confrontadas, e não ignoradas; a necessidade de professores e autores de livros didáticos e currículos utilizarem uma abordagem baseada em pesquisas sobre processos cognitivos e linguísticos, e não apenas em lógica matemática, pois,

[Os] processos, que envolvem e que estão presentes na representação, são fundamentais para o desenvolvimento dos problemas matemáticos, na medida em que os símbolos matemáticos tornam-se muito importantes para a compreensão da Matemática, que envolve a análise, visualização, associação e abstração de ideias, levando a compreensão, manipulação e generalização do conhecimento matemático (SOARES, 2019, p.99).

A partir desses estudos que consideram o papel da linguagem e dos diálogos que podem ocorrer durante os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, mesmo alguns apresentando possíveis abordagens teórico-metodológicas distintas, entendemos que esses podem compartilhar interseções no contexto do processo de produção de significados matemáticos.

Quanto ao funcionamento da compreensão em Matemática, segundo esses estudos, consideram o aluno como meio de um processo que tente analisar, compreender, efetuar e ser, ele mesmo, o responsável que irá controlar a diversidade matemática, podendo resultar em uma aprendizagem de forma contextualizada.

Essas investigações, que tratam sobre processos linguísticos e cognitivos, culminando na compreensão e aprendizado da Matemática, buscam se aventurar em possíveis repostas sobre o papel da cognição, da linguagem no ensino e na aprendizagem da Matemática, contribuindo para estabelecer, ainda mais, um diálogo entre os principais estudos teóricos, que podem surgir em diferentes áreas do conhecimento, e como esses pressupostos podem ser abordados e adaptados metodologicamente, sendo observada a realidade que constituiu esse contexto teórico-metodológico.

Nesse sentido, podemos caracterizar o papel dos estudos que envolvem linguagens, em especial a linguagem matemática, com a capacidade de desenvolvimento matemático sendo idealizada e coordenada por meio de ferramentas semióticas que nos auxiliam a "ver as coisas, estruturá-las, representá-las, seja de forma visual, numérica ou simbólica" (SOARES, 2019, p.92), como também ser capaz de criar e comunicar significados matemáticos.

A partir dessa estruturação do pensamento, e na articulação do uso de possíveis ferramentas semióticas para a construção do conhecimento matemático, "os alunos poderão ser capazes de conduzir suas próprias investigações, sendo capazes de identificar e aplicar tudo o que aprenderam, durante seu desenvolvimento matemático, em situações de sua vida cotidiana" (SOARES, 2019, p.92).

Nesse sentido, entendemos que, no contexto escolar, a construção de ambientes de aprendizagem podem ser importantes para contribuir no desenvolvimento de conhecimentos matemáticos dos alunos, como também nos processos mentais do pensamento matemático.

A utilização da linguagem matemática para o entendimento dos alunos nas aulas de Matemática pode nos auxiliar nas investigações para "ratificar conceitos relacionados ao ensino da Matemática, possibilitando uma melhor compreensão direcionada e estruturada de diferentes conceitos matemáticos" (SOARES, 2019, p.93), em especial as que buscam compreender o papel nos processos de aprendizagem e comunicação matemática, que podem caracterizar a linguagem matemática, fazendo com que os alunos participem das atividades matemáticas e possam aprender.

Mas, podemos indagar: se os professores forem organizar suas aulas de Matemática, em sala de aula, para possibilitar um melhor entendimento da disciplina, como os mesmos poderão abordar os conteúdos de forma que se possa contextualizar o conhecimento? Como

os professores poderão possibilitar a construção de significados e estabelecer relações entre os saberes dos alunos com o conhecimento? É sobre esses pontos que iremos tratar na próxima seção.

4.2 O papel da contextualização no ensino de matemática

Um dos temas que faz parte dos objetivos traçados pelos professores de Matemática, quando os mesmos realizam o planejamento de suas aulas, é a forma de como podem levar os alunos a raciocinar abstratamente, dar sentido aos problemas e pensar em possibilidades durante a resolução de atividades matemáticas.

Ao pensarmos na possível relação negativa que os alunos podem ter com a disciplina de Matemática, ao argumentarem que não conseguem relacionar o significado ao conhecimento escolar, isso pode ser um dos elementos críticos que fazem com que os alunos não consigam realizar conexões de suas experiências diárias com o pensamento matemático e os conceitos matemáticos ensinados em sala de aula.

Nesse sentido, acreditamos que uma das possibilidades que pode reger o ensino de matemática em sala de aula é a contextualização matemática. De acordo com as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais,

[...] aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2002, p.111).

Ao falarmos sobre a contextualização em atividades matemáticas no âmbito escolar, devemos pensar, primeiramente, se essa forma pode auxiliar os alunos durante os processos de percepção de como os mesmos podem analisar o contexto como um todo. Se os professores foram aplicar atividades matemáticas em sala de aula, e tratar essas resoluções como processos de descoberta, essa forma pode diferir, epistemológica e pedagogicamente falando, de como se os alunos fossem perceber as resoluções como um processo.

Partindo dessas reflexões, podemos indagar: como os alunos contextualizam os processos de resolução de atividades matemáticas? É sobre isso que dialogamos nas próximas linhas.

Quando falamos sobre processos de contextualização, entendemos que os alunos podem refletir que as resoluções das atividades matemáticas podem ser difíceis de conceituar, analisar, organizar, ou mesmo de situar o contexto a uma realidade. Para Silveira *et al.* (2014), quando os alunos estão em seus processos de resolução, deve-se analisar a estrutura das atividades, o método utilizado para se chegar à resolução, o uso de possibilidades linguísticas que utilizam na resolução de problemas matemáticos.

Ainda de acordo com Silveira *et al.* (2014), ao se discutir sobre esses meios, pode-se chegar a possibilidades de como os alunos podem contextualizar a resolução das atividades matemáticas. Acreditamos que seja importante analisar a forma como os alunos tentam resolver as atividades matemáticas para compreender as representações semióticas sobre como os mesmos resolveriam determinado contexto matemático.

No contexto do ensino da Matemática em sala de aula, acreditamos que a contextualização da matemática seja algo que os próprios professores devem esclarecer sobre os processos da representação de uma determinada aplicação, que pode estar contida em outra disciplina, como também dentro de um construtivismo, que pode ser problematizado a partir de uma realidade afirmada por uma representação dentro de uma aproximação dessa realidade que o aluno trabalhe.

Nesse sentido, a partir das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (2002), entendemos que uma das grandes competências propostas para auxiliar os professores em sala de aula,

[...] diz respeito à contextualização sociocultural como forma de aproximar o aluno da realidade e fazê-lo vivenciar situações próximas que lhe permitam reconhecer a diversidade que o cerca e reconhecer-se como indivíduo capaz de ler e atuar nesta realidade (BRASIL, 2002, p.126).

Nesse meio, acreditamos que o professor poderá levar o aluno a representar por meio de símbolos semelhantes (imagens mentais) de um objeto e não o próprio objeto cognitivo representado pelo aluno. Dessa forma, entendemos que, ao considerarmos a capacidade que o aluno tem de envolver os processos de abstração, pode referir-se ao entendimento de que, se o aluno contextualizou conceitos para construir seu próprio conhecimento, de certa forma, ele conseguiu associar cognitivamente uma representação de determinada *coisa*, a partir de uma imagem cognitiva presente em sua mente, transferindo de um contexto para outro.

Ao realizar essa leitura e conseguir interpretar o contexto em que esteja inserido, o aluno poderá estar apto a outras abordagens de atividades ou problemas matemáticos permitindo,

[...] o desenvolvimento de várias competências relativas à contextualização sociocultural, como a análise de situações reais presentes no mundo contemporâneo e a articulação de diferentes áreas do conhecimento. Contribui também para a compreensão e o uso de representações gráficas, identificação de regularidades, interpretação e uso de modelos matemáticos e conhecimento de formas específicas de raciocinar em Matemática (BRASIL, 2002, p.127).

Nessa mesma direção, em nosso estudo, entendemos que, ao falarmos sobre a forma como os alunos representam e usam símbolos matemáticos, como forma de tentar entender como os mesmos refletem sobre o contexto cultural em seus processos de resolução de atividades matemáticas, poderemos identificar de que forma o aluno consegue usar a contextualização matemática. Se quisermos identificar se as resoluções ou processos de resoluções matemáticas têm coerência, a partir de suas experiências, pode-se pensar em mudar a forma como o aluno poderá estabelecer relações que visem a assimilação de conceitos que são construídos ao longo de sua vida.

Por outro lado, mesmo estando falando sobre os processos que os alunos poderão realizar para conseguir contextualizar determinado contexto, objetivando facilitar o desenvolvimento dos conteúdos, mas uma pergunta pode suscitar em nossas mentes: o que pode ser a vir a contextualização?

Na literatura da Educação Matemática, a contextualização é um termo bastante complexo, apesar de ser muito usado quando os professores pensam em atividades que possam promover a contextualização, como também podendo ser "ser vista como um dos instrumentos para a concretização da ideia de interdisciplinaridade e para favorecer a atribuição de significados pelo aluno no processo de ensino e aprendizagem" (BRASIL, 2006, p.95).

Nesse sentido, se formos pensar no âmbito da Semiótica, ao falarmos sobre contextualizar alguma *coisa*, poderemos estabelecer conexões de situações que podem conectar essa *coisa* em um determinado contexto, ou seja,

[...] a contextualização se apresenta como um modo de ensinar conceitos das ciências ligados à vivência dos alunos, seja ela pensada como recurso pedagógico ou como princípio norteador do processo de ensino. A contextualização como princípio norteador caracteriza-se pelas relações estabelecidas entre o que o aluno sabe sobre o contexto a ser estudado e os

conteúdos específicos que servem de explicações e entendimento desse contexto (SILVA, 2007, p.10).

Nessa direção, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio orientam para a ideia de se contextualizar ou descontextualizar algum conceito por auxiliar os alunos a compreender a produção e comunicação de saberes, pois,

[...] é na dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas — o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de "ilustrar" o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola (BRASIL, 2006, p.83).

Entendemos que essa descontextualização pode auxiliar o aluno a conseguir abstrair algo de determinado contexto para poder representá-la simbolicamente e conseguir manipular os símbolos matemáticos representados como se eles conseguem associar ao seu próprio cotidiano, considerando o contexto cultural.

Quando pensamos em estratégias para se conseguir contextualizar situações, Maffi *et al.* (2019) explicam que esse processo de contextualização não é muito usado em salas de aula, e, quando alguns professores pensam em usá-lo como estratégia durante seu planejamento, contempla apenas pouco do conteúdo em estudo.

Assim, percebemos que, ao ser realizado dessa maneira, os professores não contemplam processos de construção de significados de modo que não valorize a forma como os alunos percebem o conhecimento em sua volta, não conseguindo convidar o aluno para problematizar nem questionar as relações que o mesmo poderá estabelecer com suas experiências e vivências.

Nesse sentido, entendemos que os processos que envolvem a abstração podem ser refletidas a partir de representações semióticas, como falamos no Capítulo 3, onde os alunos podem olhar para a abstração como processo de interiorização, estabelecendo relações semióticas para se interpretar matematicamente como meio de entender o mundo, pois, acreditamos que seja importante,

[...] que se discuta sobre a natureza desse conhecimento e que se identifiquem suas características principais e seus métodos particulares como

base para a reflexão sobre o papel que essa área desempenha no currículo, a fim de contribuir para a formação da cidadania. [...] A matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural [...] o permanente apelo das aplicações às mais variadas atividades humanas, das mais simples na vida cotidiana, às mais complexas elaborações de outras ciências (BRASIL, 1998, p.24).

Outro ponto que podemos elencar, quando falamos sobre a contextualização, é a sua capacidade de ser como meio para a compreensão de conhecimentos matemáticos. Moraes e Onuchic (2011) entendem que,

[...] quanto mais relações os alunos conseguirem estabelecer entre os conteúdos estudados, melhor será sua aprendizagem. Essa relação entre os conteúdos já aprendidos e os novos conteúdos poderia se caracterizar, de acordo com nossa concepção, como contextualização. Essas relações podem ser mais representativas de acordo com o contexto em que as atividades se desenvolvem, podendo ocorrer também dentro da própria Matemática (MORAES; ONUCHIC, 2011, p.2).

A partir desses apontamentos, acreditamos que se os professores permitirem usar temas que possa realizar a contextualização do conhecimento matemático, onde os mesmos podem surgir a partir dos processos cognitivos que são criados da forma como os alunos contextualizam as atividades matemáticas que são usadas em salas de aula, podemos perceber como esses contextos podem mediar a interação dos alunos com as possíveis conexões entre os conceitos que são abordados durante as resoluções de problemas.

Nesse sentido, entendemos que, se o professor permitir que isso ocorra, onde os alunos iriam identificar nas questões que podem ser propostas em contextos didáticos, e refletir sobre as possíveis representações criadas pelo aluno, e perceber também como ele trata os conhecimentos criados, ou as estruturas usadas pelos mesmos, e desenvolver a consolidação de saberes de forma contextualizada nas atividades que os alunos resolverem.

Entendemos que, na medida em que o aluno consiga contextualizar as possíveis representações criadas, os mesmos poderão estar aptos para conseguir (re)significar novas descobertas que poderão surgir por meio de representações. Dessa forma, os alunos se sentirão estimulados por terem participado de um processo significativo, favorecendo o desenvolvimento de habilidades que foram estimuladas visando o conhecimento que os mesmos já tinham até chegar à sala de aula.

Ao se depararem com atividades matemáticas, por exemplo, entendemos que as representações são muito importantes para *fazer* e *aprender* matemática, pois, entendemos

que, tanto o *fazer* quanto o *aprender*, são meios para a compreensão sobre o que pode significar pensar, matematicamente falando, para um fim desejado, que é a resolução das mesmas atividades.

Esses processos de *faze*r e *aprender* matemática podem estar relacionados também à forma como os alunos podem compreender a contextualização da Matemática que são, possivelmente, utilizados nas representações de um mesmo objeto que esteja sendo codificado por meio da linguagem matemática. Dessa forma, inferimos que a forma como se pode analisar, entender e compreender situações matemáticas por meio da visualização do aluno podem ser refletidas a partir dos registros de representações que poderão ser usados durante a resolução de problemas.

Além disso, a contextualização poderá ser usada como "[...] um recurso que deve ser utilizado como forma de possibilitar a apreensão dos conceitos científicos construídos ao longo da história e que permite a compreensão de fatos naturais, sociais, políticos, econômicos que fazem parte do cotidiano do aluno" (PELLEGRIN; DAMAZIO; 2015, p.491).

Quando falamos sobre contextualização, podemos refletir sobre outro termo que é bem associado ao contexto, que é falar sobre o cotidiano. Maffi *et al.* (2019) explicam que,

[...] em relação ao ensino, o termo *cotidiano* tem se caracterizado como base para estudo de situações corriqueiras, associadas ao dia-a-dia das pessoas. A função do ensino, nessa perspectiva, é articular os conhecimentos relacionados à vida diária do aluno com conhecimentos científicos. [...] Desse modo, contextualizar não se limita a discutir o cotidiano imediato, mas sim provocar problematizações pertinentes (MAFFI *et al.*, 2019, p.79, grifo dos autores).

Nesse contexto, podemos também refletir: ao pensarmos em atividades matemáticas, que os alunos poderão responder em salas de aula, como eles podem aprimorar seus conhecimentos matemáticos?

Uma possibilidade para poder se aprimorar os conhecimentos, por meio de atividades matemáticas, resoluções de problemas e a compreensão de como as coisas ou situações possam se conectar, pode estar no caráter interdisciplinar. O ponto que destacamos, envolvendo essa possibilidade, pode estar na forma como os conceitos poderão ser trabalhados em salas de aula por meio de ferramentas matemáticas, materiais didáticos, PTT, dentre outros, que, se bem planejado, poderá fortalecer a capacidade do aluno de interpretar o mundo em sua volta, analisar situações, resolver problemas e atividades matemáticas.

De acordo com as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, antes dos professores pensarem sobre qual tratamento didático será o mais apropriado para ser direcionado para os alunos,

[...] antes de tudo, deve ter como prioridade o estudo de um tema que seja de interesse dos alunos, de forma que se promova a interação social e a reflexão sobre problemas que fazem parte da sua realidade. São situações a serem trabalhadas sob uma visão interdisciplinar, procurando-se relacionar conteúdos escolares com assuntos do quotidiano dos estudantes e enfatizar aspectos da comunidade, da escola, do meio ambiente, da família, da etnia, pluriculturais, etc (BRASIL, 2006, p.85).

Nesse sentido, Venegas-Thayer (2019) explica que, ao envolver os alunos em possiblidades interdisciplinares, os mesmos poderão estar aptos a integrar informações, dados, técnicas, perspectivas, conceitos ou teorias de duas ou mais disciplinas para explicar fenômenos ou resolver problemas, dentre outros. Já Williams e Roth (2019) afirmam que a matemática, no contexto interdisciplinar, pode envolver vários tipos de situações matemáticas com outros conhecimentos na resolução de problemas e investigação.

Os autores também explicam que esses outros conhecimentos podem estar fora da matemática, envolvendo uma ou mais outras disciplinas ou apenas conhecimento extramatemático, também envolvendo o cotidiano. Dessa forma, Williams e Roth (2019) ainda explicam que, a partir das relações que podem ocorrer entre a matemática e outras disciplinas, e as mesmas vão ficando interconectadas, surgindo daí a *inter disciplinaridade* que é quando a matemática *interage* com outras disciplinas para se criar ou tornar algo novo e diferente.

Nesse sentido, de acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, entende-se também que,

[...] de certa forma, também organizam o aprendizado de suas disciplinas, ao manifestarem a busca de interdisciplinaridade e contextualização e ao detalharem, entre os objetivos educacionais amplos desse nível de ensino, uma série de competências humanas relacionadas a conhecimentos matemáticos e científico-tecnológicos (BRASIL, 2000, p.4).

A partir dessa citação, podemos perceber que os processos, que envolvem a interdisciplinaridade e contextualização, são fundamentais para o desenvolvimento de atividades matemáticas, podendo auxiliar os alunos a melhor entender o contexto dos símbolos matemáticos presentes em atividades ou problemas matemáticos sendo importante para a compreensão da Matemática.

Portanto, entendemos que o papel da contextualização nos processos de ensino e de aprendizagem pode "[...] estabelecer relações desses aspectos com o contexto em que vive, com criticidade, com vistas a compreender esse contexto, superando o senso comum" (MAFFI *et al.*, 2019, p.80).

No próximo Capítulo, apresentamos os aspectos metodológicos, procurando detalhar os procedimentos adotados para a realização do presente estudo.

5. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nesse capítulo, detalhamos os procedimentos metodológicos que formam o *corpus* de nossa pesquisa.

5.1 Trilhando os caminhos da pesquisa qualitativa

No mundo acadêmico, recorremos a uma pesquisa quando queremos pensar em possiblidades para encontrar respostas a um questionamento, pergunta ou para resolver um problema que pode ter sido observado pelo pesquisador com o objetivo de fazer novas descobertas para a comunidade científica. Para Fiorentini e Lorenzato (2009),

[...] a pesquisa é um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/ metódica de saberes ou compreensões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade ou presente na literatura o qual inquieta/ instiga o pesquisador perante o que se sabe ou diz a respeito (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.60).

Ou seja, ao se pensar em uma pesquisa, o pesquisador deve descrever e explicar quais os caminhos que ele seguirá, como também os métodos escolhidos, pois isso é bem importante para que se possa relacionar com as perguntas ou hipóteses da pesquisa. Para isso, ele deverá escrever de forma clara para que seu estudo possa ser replicado por outros pesquisadores, ou em uma situação ou estrutura semelhante. Em outras palavras,

[...] A metodologia da pesquisa está relacionada ao conjunto de métodos ou caminhos que são percorridos no processo da pesquisa e sua sistematização. Ou seja, ela envolve os caminhos e as opções tomadas na busca por compreensões e interpretações sobre a interrogação formulada (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018, p.39).

Nesse sentido, a partir da interpretação desses fenômenos e das atribuições de significados dos objetos de nosso estudo, a presente pesquisa pode ser caracterizada como um estudo qualitativo, que, segundo D'Ambrosio (2016, p.12), "tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes".

Dessa forma, entendemos que a pesquisa qualitativa pode abordar conteúdos, práticas ou comportamentos e, depois de identificadas, essas informações serão refletidas a partir do processo de coleta, análise e interpretação de dados, como ocorre com a linguagem. As pesquisas que envolvem dados qualitativos também podem ser definidas como não numéricas, como imagens, textos, gravações de áudios, vídeos, dentre outros.

Ou seja, para nos aproximarmos da realidade dos objetos estudados, como também fazer um levantamento sobre o tema, podemos classificar nossa pesquisa como qualitativa envolvendo análise de PTT.

Escolhemos trabalhar com a pesquisa qualitativa, pois entendemos que "[...] ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos [...]" (MINAYO, 2001, pp.21-22).

Em relação à quantificação de dados, utilizaremos o método de análise de conteúdo (AC), uma "técnica que tem como principal função descobrir o que está por trás de uma mensagem, de uma comunicação, de uma fala, de um texto, de uma prática etc." (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.137). Dessa forma, entendemos que a AC,

[...] incide sobre as mensagens presentes no texto e o investigador busca construir conhecimento ao analisar o discurso escrito. Para tanto, utiliza-se de processos técnicos relativamente precisos e bastante quantitativos. Essa também se diferencia da análise linguística que provém de estudos da semiótica e toca no lado mais obscuro da linguagem, que é o referente ao vivido e que aponta mais para a intuição essencial do que para o uso correto (lógico gramatical) da linguagem (BICUDO, 2014, p.12).

Dessa forma, entendemos que esse "[...] método de análise tenta preservar os principais pontos de forma mais objetiva, com base em uma análise que pode também ter dados quantitativos" (SOARES, 2019, p.102), para a "[...] utilização de critérios claramente definidos sobre registros fornecidos [...], tais critérios consideram as *palavras utilizadas nas respostas*, as *ideias* ou *opiniões expressas* e as *interpretações* e *justificativas apresentadas*" (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.137).

Ainda sobre a forma de organizar e analisar as informações nas pesquisas em abordagem qualitativa, Bauer (2002) explica que,

[...] A análise de conteúdo é apenas um método de análise de texto desenvolvido dentro das ciências sociais empíricas. Embora a maior parte das análises clássicas de conteúdo culminem em descrições numéricas de algumas características do *corpus* do texto, considerável atenção está sendo dada aos "tipos", "qualidades", e "distinções" no texto, antes que qualquer quantificação seja feita (BAUER, 2008, p.190).

Nesse sentido, para que o processo de análise de conteúdo seja bem organizado, o pesquisador pode quantificar e analisar significados e as relações de tais palavras, temas ou conceitos em alguns dados qualitativos, que podem ser os registros escritos (textos), ou seja,

A análise de conteúdo, portanto, exige a utilização de critérios claramente definidos sobre [...] todos os registros [que] devem ser atentamente lidos, vistos e revistos a fim de efetuar-se um levantamento das principais *informações* neles contidas. Em seguida, *elas* devem ser organizadas em categorias (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, pp.137-138).

Com base nessa citação, entendemos que, para realizarmos a análise de texto usando a AC, o texto deve ser codificado, ou agrupado, em categorias codificadas para análise. Dessa forma, ao serem criadas categorias codificadas, esses códigos podem então ser categorizados em "categorias de conteúdo", ou "categorias de palavras", ou "categorias de frases" para resumir os dados e extrair, ainda mais, sua significação.

Ainda sobre o processo de AC, Soares (2019, p.103), com referência aos estudos de Bardin⁶ (1985) e Fiorentini e Lorenzato (2009), sugere que, "[...] o pesquisador faça várias leituras dos registros escritos (textos), de forma que interprete os elementos comuns desses registros, permitindo estabelecer relações de forma que promova a compreensão acerca do objeto estudado".

Escolhido o tipo de pesquisa e o método para análise dos dados, nosso próximo passo foi escolher o conteúdo para a análise. Mas, para isso, precisamos selecionar o ambiente para nossa pesquisa, o qual está discutido no próximo tópico.

5.2 Fazendo caminho para o início da investigação

Partindo dessas considerações, desenvolvemos nossa pesquisa em partes as quais apresentamos como momentos.

Em um primeiro momento, a partir de um estudo inicial realizado no banco de dissertações e PTT do *site*⁷ do PPGECEM-UEPB, fizemos uma primeira caracterização dos produtos disponíveis na área foco da pesquisa em um recorte do Quadriênio 2017-2020. Posteriormente, catalogamos todos os PTT por Área de Concentração. De posse desses produtos catalogados do banco de dados do *site* do programa, iremos trabalhar com os produtos da pós-graduação da área *A1* (*Educação Matemática*).

Por sermos membros do Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa (LEEMAT), catalogamos PTT de membros do LEEMAT no site do PPGECEM-

⁶ BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1985.

⁷ Ver http://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/produtos-educacionais/. Acesso em: 22 fev 2021.

UEPB dentro do recorte temporal. Ao final da coleta desses dados, conseguimos catalogar doze PTT.

Quadro 2 – PTT dos membros do LEEMAT no *site* do PPGECEM-UEPB

Autor (es)	Título do PTT	Ano
AMARAL, Dhiego Vieira do.	Utilização do Laboratório Interativo de Matemática (LIM): aplicação e desenvolvimento	2017
QUEIROZ, Francília de Fátima Silva; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de.	Confecção de panfletos em sala de aula para produção de significados em aulas de Matemática	2017
ASSIS, Francisco Guimarães de.	Proposta de formação continuada de professores envolvendo o eixo Tratamento da Informação no Ciclo de Alfabetização	2018
BARBOSA, Daiana Estrela Ferreira; BARBOZA, Pedro Lúcio.	Reflexões e orientações para professores no início da carreira	2018
CRUZ, José Laelson Gomes; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de.	Uma proposta de atividades de geometria envolvendo registros de representação semiótica	2018
OLIVEIRA, Maelson da Silva; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de.	Uma proposta para o ensino dos poliedros de Platão	2018
SOUSA, Ivan Bezerra; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de.	Empreendedorismo e função afim: contextos cotidianos e aulas investigativas	2018
TRAVASSOS, Cybelle Diniz Cavancanti; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de.	Aversão matemática ou matofobia: Causas, efeitos e superação.	2018
SOUZA, Maria Islany Caetano de; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de.	Textos de outros contextos no Ensino de Matemática Financeira: uma proposta didática para Educação de Jovens e Adultos	2019

SANTOS, Vanessa Lays Oliveira dos; MENEZES, Marcus Bessa de.	SOROBAN: Ferramenta didática no ensino de matemática para alunos cegos	2020
SILVA, Noemita Rodrigues da; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de.	Um portfólio diferente: A Geometria escrita da sua forma - Registros que fazem o professor refletir sobre sua prática	2020
VIANA, Andrezza Farias; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de.	Propostas para o planejamento de atividades dos professores dos anos iniciais	2020

Ainda no primeiro momento, realizamos uma caracterização mais detalhada dos PTT catalogados da área A1 do LEEMAT, visando identificar suas contribuições conceituais e didáticas, especificamente com relação aos conteúdos matemáticos que esses PTT abordam.

A partir dos nossos estudos teóricos, observamos se esses mesmos PTT trazem uma abordagem do conteúdo matemático de diferentes formas, sejam com exercícios, atividades, dentre outras. Sendo assim, realizamos uma nova filtragem, analisando, a partir da Semiótica de Peirce (2005) e Duval (2008; 2017), as informações, ilustrações e funções que estão disponíveis nesses PTT, levando em consideração aqueles que atendem, de forma aprofundada, às necessidades de nossa pesquisa.

Nesse sentido, a partir desses estudos envolvendo semiótica com o material que foi catalogado dentro do recorte temporal, analisamos os PTT para saber quais os que possuíam atividades matemáticas e quais as ressignificações que poderiam surgir nas estruturas durante os processos de construção de objetos mentais. Ao final desses procedimentos que adotamos em nosso estudo, dos doze produtos catalogados, apenas nove possuem atividades matemáticas em suas estruturas, que são os PTT de: Amaral (2017); Queiroz e Almeida (2017); Cruz e Almeida (2018); Oliveira e Almeida (2018); Sousa e Almeida (2018); Souza e Almeida (2019); Santos e Menezes (2020); Silva e Almeida (2020); e Viana e Almeida (2020).

No segundo momento, a partir da semiótica de Peirce (2005) e Duval (2008; 2017), criamos critérios semióticos, descritos na próxima seção, para analisarmos os nove PTT catalogados da área A1, nos detendo à presença de como as atividades matemáticas, representadas nesses produtos, podem auxiliar nos processos de produção de significados

matemáticos. Esses PTT serão analisados por meio de uma ficha de avaliação composta por critérios embasados pelos pressupostos teóricos que dialogamos nos Capítulos 1, 3 e 4 de nossa pesquisa, onde são analisados os conteúdos das atividades, enunciados, como as mesmas foram elaboradas e quais as contribuições desses PTT para pesquisadores, professores que atuam na área de ensino, de acordo com a contribuição de cada PTT.

Já no terceiro momento, os dados coletados são descritos, analisados e discutidos, a partir do referencial teórico. Também refletimos sobre alguns questionamentos, tais como: Do ponto de vista da semiótica, como esses PTT podem contribuir para a produção de significados em Matemática? Quais as potencialidades que esses produtos possuem?

Após realizarmos a análise e discussão dos dados, elaboramos um PTT intitulado *PROEDUMAT: Guia com possibilidades para a produção de significados em aulas de Matemática*, que consiste em guia que contempla ferramentas digitais para docentes em formação inicial e continuada. Esse guia está inserido no Capítulo 7.

A partir desses apontamentos, passamos a apresentar os critérios que delineamos para fazer algumas reflexões dos PTT catalogados em nossa pesquisa.

5.3 Critérios para análise dos PTT

5.3.1 Relação do Professor/Aluno – PTT – Atividades Matemáticas – Processos Linguísticos nas atividades matemáticas

Nos Capítulos 1, 2 e 3, ao pensarmos sobre qual seria o papel de recursos didáticos nos processos de ensino e aprendizagem da matemática, entendemos que, em sala de aula, quando o professor usa esses tipos de recursos como estratégia, os alunos têm oportunidade de melhor refletir sobre os objetivos das atividades matemáticas, podendo compreender os enunciados estabelecidos, auxiliando na produção de significados matemáticos.

Quando os professores usam recursos pedagógicos em sala de aula, que requer a resolução de atividades matemáticas, seria interessante que os mesmos planejassem seu uso de forma que leve os alunos para refletir sobre os meios para trabalhar os conceitos nos diferentes segmentos, pois "para envolver os alunos em um ambiente, os professores precisam planejar suas atividades de maneira mais efetiva e interativa para aprender os conteúdos matemáticos" (SOARES, 2019, p.41).

Nesse sentido, ao pensarmos nos conhecimentos que podem ser produzidos a partir das atividades matemáticas, entendemos que esses recursos que podem ser usados por

professores em sala de aula, como jogos, produtos ou processos educacionais, devem auxiliar nas capacidades mentais dos alunos, ao resolverem atividades que fortaleçam o pensar, aprender e resolver problemas, pois,

[...] como os alunos são obrigados a avaliar e interpretar as informações que são disponibilizadas em determinadas atividades, ao fazerem isso, incorporam novos conhecimentos àqueles que já aprenderam anteriormente e melhoram suas habilidades de pensar criticamente. Portanto, inferimos que as ferramentas educacionais de aprendizagem podem ajudar os alunos a desenvolver as estratégias [...] auxiliando na compreensão de informações (SOARES, 2019, p.79).

Ao estabelecermos um diálogo com as ideias/abordagens que visualizamos nesses recursos pedagógicos, como os PTT, acreditamos que a relação do conhecimento matemático com a linguagem matemática que os leitores podem atribuir significados aos signos ao utilizarem símbolos semióticos para que se interprete o contexto que a atividade matemática possa comunicar, essa relação pode servir como meio para processos de interpretações semióticas, envolvendo a compreensão em matemática para a produção de significados.

Por outro lado, poderíamos também relacionar a forma como os professores, leitores, ou os alunos em sala de aula, podem construir e ressignificar os objetos matemáticos que foram construídos durante o diálogo que os mesmos mantêm com os símbolos matemáticos vistos nas atividades matemáticas durante o processo de representação semiótica.

Dessa forma, entendemos que as atividades matemáticas podem ser representadas semioticamente de diferentes formas, podendo ser usadas para ser desenvolvidas a partir da produção de significados matemáticos, sendo que, em algumas atividades, esses processos são mais simples de serem realizados do que em outras mais complexas em que são construídas sobre o conceito de um sistema ou estrutura simbólica (DUVAL, 2017; SOARES, 2019).

Nesse meio, entendemos que os professores assumem um importante papel de auxiliar os alunos a compreender e desenvolver a capacidade de escolher qual e o melhor caminho ou abordagem mais adequada para uma atividade matemática, como também para compreender as possíveis limitações desses símbolos por meio da linguagem matemática. Essa reflexão é importante para explorar diferentes tipos de atividades matemáticas.

A partir de um olhar que vise compreender a forma como os alunos podem construir o conhecimento matemático, entendemos que os PTT podem levar os alunos ao processo de ressignificar estruturas relacionadas ao aprendizado, pois, quando pensamos na criação de conjecturas, os alunos poderão estabelecer modelos, que estão presentes nas estruturas

simbólicas, para o auxiliar a representar determinado conceito ou atividade matemática que esteja resolvendo.

Portanto, para auxiliar nas etapas do processo de solução de qualquer atividade Matemática, como também na construção do conhecimento, os PTT devem oferecer, em suas estruturas, valores simbólicos que o leitor, ao visualizar determinada atividade matemática, pode associar com outros símbolos matemáticos, contribuindo para a formação matemática do leitor em que, a partir da manipulação dos signos, poderá representar o objeto de diferentes formas (SOARES, 2019). Assim, ao estabelecermos a relação Professor/Aluno – PTT – Atividades Matemáticas – Processos Linguísticos, podemos definir a seguinte ficha:

Quadro 3 – Critério 1 para análise

		Critério para análise 1	
Critério	P	Avaliação	Nota
		PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou	
Professor/Aluno		textos complementares	
-PTT-		PTT permite construir, identificar, diferenciar,	
Atividades		reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade	
Matemáticas –		matemática	
Processos		PTT permite mediar a criação e produção de significados	
Linguísticos nas		durante a resolução da atividade	
atividades		PTT motiva e estimula criar novas conjecturas	
matemáticas		PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação	
		e à interpretação de objetos matemáticos	

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.3.2 Registros de Representações Semióticas em atividades matemáticas

No Capítulo 3, vimos que em uma representação semiótica, para que ocorra a compreensão matemática, o visualizador deverá realizar transformações em outras representações semióticas, ou seja, essas transformações ocorrem a partir das representações, pois estas lhes são anteriores. Para que possamos conseguir analisar essas transformações, devemos refletir sobre a variedade de representações semióticas que podem ser utilizadas em determinado contexto, onde as mesmas dependem tanto do seu conteúdo, do sistema utilizado quando do objeto que será representado.

Ao estudarmos as teorias de Duval (2008), percebemos que existe uma diferença para analisar a atividade matemática em uma perspectiva de aprendizagem (e de ensino) a partir de dois tipos de transformações de representações semióticas, que são diferentes: os tratamentos

e as conversões. Essas duas transformações, necessariamente, estão presentes no processo de produção de significados relativo ao conhecimento matemático.

Em nosso estudo, entendemos que a forma como podemos classificar e representar semioticamente os diferentes tipos e a análise dessas transformações semióticas específicas para cada tipo são importantes para analisar cognitivamente as estruturas da atividade matemática para que, assim, possamos entender os processos que podem levar à compreensão matemática (DUVAL, 2017).

Para Duval (2008; 2017), ao distinguirmos e classificarmos os diferentes tipos de representações semióticas usadas na matemática, em um primeiro momento, estaremos dando o primeiro passo para o desenvolvimento de uma forma para analisar, de forma cognitiva, as atividades matemáticas. Ainda segundo o autor, a noção de registro de representação semiótica foi pensada para tentar explicar os dois tipos de transformações das representações semióticas, pois "[...] quando se descreve a resolução matemática de um problema e quando se analisa a produção dos alunos, não se toma o cuidado de distingui-los" (DUVAL, 2008, p.15).

Duval (2017) ainda explica que um registro é realmente um sistema semiótico e que o mesmo pode ser caracterizado pelas operações cognitivas que fornecem meios para que se possam realizá-los.

Assim, com relação aos registros de representações semióticas em atividades matemáticas, podemos definir um segundo critério para análise dos PTT objetos de nosso estudo.

Quadro 4 – Critério 2 para análise

Critério para análise 2					
Critério	P	Avaliação	Nota		
		PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado			
Registros de representações		PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro, sem conversão.			
semióticas em atividades		PTT permite tratamento em vários sistemas de registros, sem conversão.			
matemáticas		PTT permite conversão ao mudar de registro conservando o mesmo sistema.			
		PTT permite conversão ao mudar de registro em vários sistemas.			

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.3.3 Contextualização em atividades matemáticas

Ao enfatizarmos sobre uma abordagem que envolva a contextualização matemática, a partir da exposição das atividades que estão nesses PTT, podemos estabelecer possíveis relações entre os conteúdos, de forma específica, conteúdos matemáticos.

Quando o professor, em seu planejamento didático, incorpora atividades matemáticas, de forma que os alunos possam realizar seus registros de representação a partir de modelos que envolvem objetos do cotidiano, pode estar contribuindo para que as aulas de matemática se tornem lúdicas e interessantes aos olhos dos alunos, possibilitando que os mesmos possam se envolver matematicamente.

Nesse contexto, entendemos que essa abordagem pode auxiliar os professores para possibilitar uma relação entre os conteúdos ao cotidiano dos alunos, pois, a partir do momento que o professor conseguir resgatar os conhecimentos dos educandos, e os mesmos conseguirem estabelecer conexões com outros contextos, tudo isso poderá resultar em uma aprendizagem da matemática.

Se as atividades aplicadas em salas de aula apresentarem temas que possam relacionar e proporcionar o estabelecimento de representações ricas e contextualizadas dos conceitos matemáticos com temas do seu cotidiano, os alunos poderão se sentir mais seguros ao refletir sobre situações reais do seu contexto, do bairro, ou da cidade em que vivem, contribuindo assim para a aprendizagem de conceitos a partir das relações significativas com outros conceitos (MAFFI *et al.*, 2019).

Para Pozo (2000, p.22), ao pensar sobre as possíveis relações significativas que podem ser estabelecidas em um contexto, "[...] quanto mais entrelaçada estiver a rede de conceitos que uma pessoa possui sobre uma área determinada, maior será a sua capacidade para estabelecer relações significativas e, portanto, para compreender os fatos próprios dessa área".

Outro ponto que também podemos destacar são os processos que envolvem a produção de significados em atividades matemáticas contextualizadas. Acreditamos que seja importante o professor refletir sobre quais são as atividades que o mesmo irá aplicar em suas salas de aula, pois, se a atividade possuir, em seus enunciados ou em suas estruturas simbólicas, possíveis dificuldades que levem os alunos a não conseguirem realizar interpretações de afirmações matemáticas, essas poderão dificultar a capacidade de contextualizar seus temas apresentados, como também a associação de uma nova informação as estruturas do conhecimento no ensino de Matemática.

Nessa mesma direção, acreditamos que, ao tentar contextualizar o que está sendo trabalhado nas atividades matemáticas, de forma que se possa tornar os conteúdos apresentados significativos para a formação do aluno, poderá existir grandes possibilidades de se desenvolver conhecimentos a partir dos conteúdos que serão estabelecidas relações de significação, tornando assim a aprendizagem mais significativa.

Para Silveira *et al.* (2014), ao tornar o conteúdo contextualizado, oferecendo a oportunidade para o aluno relacionar com atividades do cotidiano, essa é uma das formas de se contextualizar para envolver os alunos nos processos de ensino e aprendizagem, onde os mesmos poderão relacionar determinados contextos com suas ideias.

Ainda segundo os autores, isso pode tornar a aula significativa e relevante para a vida dos alunos, oportunizando os mesmos relacionarem o contexto do cotidiano dos alunos com os conteúdos matemáticos que são ensinados no âmbito escolar.

Concordamos com Silveira *et al.* (2014) e acreditamos que seja importante que os professores possam atribuir significados à realidade que o aluno relaciona seus conhecimentos e realizar possíveis estratégias para se consiga explorar os conteúdos em situações reais e ricas que possibilitem a integração do ensino e aprendizagem, podendo também relacionar com temas que envolvam a interdisciplinaridade, pois,

[...] O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (BRASIL, 2000, p.43).

Portanto, a contextualização pode permitir que os alunos atribuam significados aos conteúdos que estão sendo estudados em salas de aula, promovendo uma aprendizagem mais efetiva.

Critério para análise 3

Critério P Avaliação Nota

PTT proposto favorece a relação com outros contextos

PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e situações relacionadas ao cotidiano

Contextualização PTT permite a construção de objetos de conhecimento e as atividades propostas são contextualizadas

PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa de forma clara

Quadro 5 – Critério 3 para análise

PTT	permite	trabalhar	em	uma	perspectiva	
interd	isciplinar					

A partir desses critérios, apresentamos algumas reflexões sobre resultados de nossa pesquisa, destacando como esses PTT podem auxiliar os professores em salas de aula e contribuir para o pensamento crítico. Concluída essa etapa, refletimos sobre o cruzamento de todos os PTT a partir dos critérios estabelecidos.

6. ANÁLISE DAS ATIVIDADES MATEMÁTICAS NOS PTT

Neste capítulo temos como foco principal a análise dos PTT do grupo de pesquisa LEEMAT que foram postados no *site* do PPGECEM-UEPB e a sua relevância para que os leitores possam representar semioticamente e construir objetos matemáticos.

6.1 Análise dos PTT

A primeira etapa consiste na análise dos PTT que foram postados no intervalo do recorte temporal do Quadriênio 2017-2020 e das estruturas simbólicas semióticas que ocorrem em cada PTT ao serem visualizados/aplicados/replicados em sala de aula.

Em nossa análise, os PTT catalogados foram, inicialmente, descritos brevemente, sendo destacadas algumas características dos referidos PTT, como também as atividades matemáticas que estão inseridas neles. Em seguida, analisamos cada produto com base nos critérios criados a partir de nosso referencial teórico, e refletimos sobre a relação dos produtos com os professores ou alunos, dos processos e elementos semióticos que podem auxiliar na produção de significados e objetos mentais, como também de objetos matemáticos a partir de registros de representação, e sobre como essas atividades podem estar sendo contextualizadas.

Cada critério possui cinco quesitos de análise, e assinalamos com um X se o PTT analisado possuir o respectivo quesito. Ao final, cada PTT terá uma nota para cada critério analisado. Os PTT estão analisados a seguir.

6.1.1 Produto 1

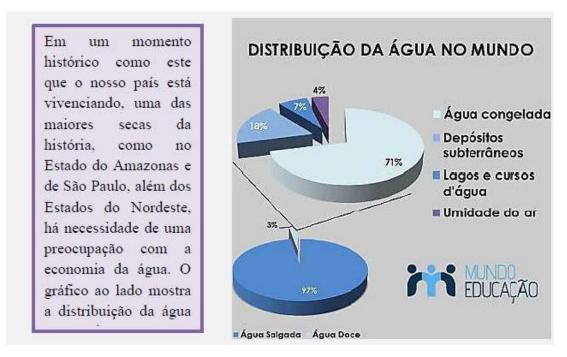
O PTT *Confecção de Panfletos em Sala de Aula para Produção de Significados em Aulas de Matemática*, de autoria de Queiroz (2017), pode ser trabalhado com alunos do 6º ano e buscou refletir sobre como a leitura e a escrita de panfletos podem possibilitar a produção de significados pelos alunos. Para isso, a autora trabalhou com leitura de textos, resolução de atividades e produções textuais em panfletos.

O PTT de Queiroz (2017) apresenta três atividades escritas, sendo uma nomeada como "texto de abertura de atividades". Esse texto de abertura é destinado para que os professores possam analisar a compreensão inicial dos alunos sobre enunciados, informações textuais, conteúdos, metodologias, dentre outros. Ao final das atividades escritas II e III, são

apresentados "textos de fechamento" que podem ser usados para auxiliar o professor para sintetizar os significados que foram atribuídos pelos alunos nas confecções dos panfletos.

Dentre as três atividades que estão na estrutura desse PTT, apresentamos uma delas, que é a atividade escrita II que pode ser aplicada no primeiro encontro com os alunos.

Figura 1 – Exemplo de atividade sobre compreensão, intepretação, e completude na leitura do enunciado



Fonte: Queiroz (2017, p.7).

A Figura 1 apresenta, em sua estrutura, textos e ilustrações que podem suscitar emoções para a compreensão a partir das cores, texturas apresentadas, podendo relacionar os elementos que compõem a estrutura da mesma com as representações simbólicas. A partir das associações/ relações que o aluno faz para poder compreender o que o enunciado representa, ele poderá refletir e interpretar as questões que são apresentadas no corpo da atividade.

Ao fazer a leitura do contexto descrito acima, o aluno deverá responder às seguintes questões:

Agora é sua vez! 1. Pelo gráfico, qual o percentual de água doce no mundo? E o percentual de água salgada? Onde se encontra o maior percentual de água doce? **2.** Só 7% da água doce do mundo se encontra em lagos, rios e barragens, e é destas fontes que recebemos água nas nossas casas. É uma parcela pequena em relação à quantidade de água existente no planeta e que pode se reduzida pela metade pelo desperdício. Elaborem um panfleto

informando a população sobre como evitar o desperdício de água. (Apresentem dados matemáticos em seus textos) (QUEIROZ, 2017, pp.7-8).

Ao ler essas questões, entendemos a importância de o aluno fazer a leitura do contexto para começar a associar os símbolos contidos nessa imagem, que podem ser letras, figuras, formas geométricas que, mentalmente e de forma abstrata, podem representar números. Atividades como essa requerem que o aluno possa identificar, reconhecer e comparar as representações numéricas para conseguir responder às perguntas. Nesse tipo de atividade podem ser desenvolvidas habilidades de raciocínio, como organização, atenção e concentração.

Complementando a atividade acima, Queiroz (2017) também apresentou outra atividade no segundo encontro, descrita a seguir:

Após a leitura do panfleto "Água, Fonte de vida", entregue pela professora de matemática, respondam às questões abaixo: O panfleto dá sugestões de como economizar água nos diversos ambientes e situações em casa. Uma das dicas apresentadas no panfleto é a seguinte: "Tome banhos rápidos, e enquanto estiver se ensaboando feche o registro. A cada minuto no banho você gasta de 3 a 9 litros". Suponha que uma pessoa utilize o chuveiro no consumo máximo gastando 9 litros de água por minuto. Se essa mesma pessoa passar 10 minutos no banho sem desligar o registro quanto gastará? E se passar meia hora?. (QUEIROZ, 2017, p.9).

Ao ler o enunciado da atividade, o aluno poderá relacionar o contexto presente no mesmo com a realização de simples cálculos matemáticos com operações aritméticas. Essas atividades também permitem que o mesmo desenvolva sua capacidade de raciocínio lógico, pois podem identificar e usar abordagens de soluções, a partir da atribuição de significado para resolução da situação dada.

As demais atividades do PTT de Queiroz (2017) tentam levar o aluno a identificar possíveis conteúdos matemáticos que podem ser estudados em sala de aula, como também a forma como os mesmos podem visualizar, identificar, associar e interpretar o contexto matemático quando representam algo para alguém. As atividades apresentadas também permitem que os alunos possam expressar suas dificuldades na comunicação de suas ideias.

6.1.1.1 Análise do Critério 1

A partir da interação com esse PTT, os alunos, ou professores em formação, poderão ampliar suas estratégias para a produção de significados, onde os mesmos são convidados a

expressar-se para a comunicação de ideias, expondo soluções em um ambiente matemático em que foi estimulado o conhecimento que o aluno já possui, criando novas oportunidades entre os novos conhecimentos e os que ele já conhece.

Por outro lado, entendemos que o PTT oferece poucas oportunidades dos alunos se sentirem desafiados para conseguir mobilizar processos mentais para a construção do conhecimento matemático. Ao realizarem a leitura das atividades, os alunos assumem posturas a partir de textos informativos que poderiam auxiliá-los na resolução de situações, permitindo a produção de significados.

Em cada uma das atividades, o PTT contribui para a comunicação matemática, mas não consegue estimular os alunos a criar novas conjecturas, pois se os mesmos possuírem dificuldades na escrita e comunicação da linguagem matemática e não conseguir identificar e interpretar as estruturas usadas para representa-las de forma diferente, poderá dificultar no entendimento desses processas linguísticos.

Também percebemos que os textos apresentados não permitem uma melhor articulação lógica para que os mesmos possam auxiliar os alunos observarem melhor e utilizar as informações que foram disponibilizadas nas atividades matemáticas para aprofundar a compreensão do pensamento matemático e utilizá-los em diversos momentos para criar novas conjecturas.

As atividades que foram apresentadas no PTT devem permitir que os alunos se sintam desafiados. Acreditamos que isso poderá fortalecer o relacionamento dos alunos com as mesmas e orientá-los nos processos de aprender matemática, ao conseguirem problematizar determinada atividade, desenvolvendo competências para a aprendizagem dos conteúdos que foram apresentados nas atividades, como também para os conceitos, problemas, definições, dentre outros.

Quadro 6 – Critério 1 para análise do PTT 1

Critério para análise 1				
Critério	P	Avaliação	Nota	
		PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou		
Professor/Aluno		textos complementares		
-PTT-	X	PTT permite construir, identificar, diferenciar,		
Atividades		reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade		
Matemáticas –		matemática	2	
Processos	X	PTT permite mediar a criação e produção de significados		
Linguísticos nas		durante a resolução da atividade		
atividades		PTT motiva e estimula criar novas conjecturas		
matemáticas		PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação		

e à interpretação de objetos matemáticos

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.1.2 Análise do Critério 2

Nas atividades propostas por Queiroz (2017), ao serem aplicadas em salas de aula, os alunos podem lidar com alguns registros de representação.

Percebemos que o PTT trabalha com o registro numérico, ao serem analisados os dados das porcentagens das águas doces e salgadas, o tempo de banho e a referência de litros de água presentes na atividade II. Na atividade III, encontramos o registro número "tabular", referente ao quadro com as receitas que os alunos podem utilizar.

Também podemos encontrar o registro figural "geométrico" ou "gráfico", ao serem destacados os diagramas circulares de pizza ou de setores contendo categorias estatísticas representando proporcionalmente às respectivas porcentagens da distribuição de água no mundo, como vimos na atividade escrita II.

O PTT também trabalha com o registro da língua natural, ao serem lidas as palavras "percentual", "maior", "quantidade", "reduzida", "máximo" e ter relacionado a descrição da relação do tempo de banho com o gasto.

O PTT trabalha com vários registros nas atividades, mas o aluno não estabelece a conversão de um registro para outro quando está realizando a resolução das mesmas. Por outro lado, percebemos que há oportunidades para serem realizadas as conversões. São apenas realizados tratamentos em vários sistemas.

Quadro 7 – Critério 2 para análise do PTT 1

	Critério para análise 2					
Critério	P	Avaliação	Nota			
	X	PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado				
Registros de representações	X	PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro, sem conversão.				
semióticas em atividades	X	PTT permite tratamento em vários sistemas de registros, sem conversão.	3			
matemáticas		PTT permite conversão ao mudar de registro conservando o mesmo sistema.				
		PTT permite conversão ao mudar de registro em vários sistemas.				

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.1.3 Análise do Critério 3

O contexto presente na realização da atividade permite que os alunos possam aprender estabelecendo relações de significação, atribuindo significados à realidade que ele se encontra, pois os objetivos que foram traçados para a realização da atividade, quando os alunos leem os textos que foram apresentados no PTT, podem estimular o desenvolvimento de conhecimentos que podem ser contextualizados e aprendem a se comunicar matematicamente.

Mesmo o PTT de Queiroz (2017) não possuindo muitas atividades, mas as mesmas, quando são apresentadas de forma contextualizada, tanto para alunos quanto professores, pode tornar o aprendizado significativo, transformando o conhecimento ao relacionar com atividades do cotidiano, podendo acessar e explorar outras informações por meio de outras fontes.

Essas atividades também podem ser integradas, em um caráter interdisciplinar, por tratar também de questões que envolvem a educação financeira, meio ambiente, dentre outros pontos. Essa relação da contextualização e da interdisciplinaridade pode permitir que se estabeleçam conexões entre os possíveis conceitos matemáticos que são trabalhados nesse PTT e entre diferentes formas de se construir o pensamento matemático, podendo ser aplicado no desenvolvimento do ensino de ciências, por envolver temas como a água.

Portanto, é um PTT que pode estabelecer diálogos contextualizados, significativos, interdisciplinar, contemporâneos, promovendo conhecimentos que os alunos possam integrar em suas vidas.

Quadro 8 – Critério 3 para análise do PTT 1

Critério para análise 3					
Critério	P	Avaliação	Nota		
	X	PTT proposto favorece a relação com outros contextos			
	X	PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e			
		situações relacionadas ao cotidiano			
Contextualização		PTT permite a construção de objetos de conhecimento e			
em atividades		as atividades propostas são contextualizadas	4		
matemáticas	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa			
		de forma clara			
	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva			
		interdisciplinar			

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.2 Produto 2

O PTT *Utilização do Laboratório Interativo de Matemática (LIM): Aplicação e Desenvolvimento*, de autoria de Amaral (2017) é recomendado trabalhar com alunos do 2º aluno do Ensino Médio. Em seu produto, Amaral procurou identificar quais potencialidades que o LIM pode apresentar com os seus materiais didáticos manipuláveis produzidos com materiais diferenciados, podendo ser acrílico, plástico, emborrachado e metal, e como esses podem auxiliar o professor. Amaral também buscou analisar quais são as possíveis limitações que estes apresentam para o desenvolvimento das aulas de matemática e se os mesmos podem, de alguma forma, contribuir negativamente no processo de ensino e aprendizagem.



Figura 2 – Exemplo de um *Kit* Probabilidade

Fonte: Amaral (2017, p.15).

Neste PTT, somos apresentados aos principais materiais que fazem parte do guia didático que acompanha os LIMs. De forma descritiva, e com o auxílio de fotografias, Amaral (2017) aborda: Bloco de Cubos, Coleção de Formas Geométricas, Torre de Hanói, Conversor Binário, Conversor Multibase, Kit Teorema de Pitágoras, Relações Métricas Aplicada ao Triângulo Retângulo, Círculo Fracionado, Sólido Geométrico, Conjuntos de Frascos de Acrílico, Sólidos de Revolução, Conjunto de Copos de Becker, Kit Para o Estudo de Balística, Espelhos Angulares, Mesa Elíptica, Traçador de Elipse, Kit Árvore das Possibilidades, Kit Probabilidade, Talha de Arquimedes, Pêndulo Simples, Projetor de Segmento, Conjunto para construção de poliedros, Circulo Trigonométrico, Kit Produtos Notáveis, Banner e o Multiplano.

O PTT de Amaral (2017) ainda apresenta três atividades que podem ser trabalhadas em aulas de Matemática do 2° ano do Ensino Médio. Elas consistem em questionários, que podem ser preenchidos após a manipulação com os materiais didáticos manipuláveis. O autor também apresentou "exercícios trabalhados [que] foram retirados do manual que acompanha o Multiplano e do caderno de atividades "Polígonos e Quadriláteros" (AMARAL, 2017, p.20).

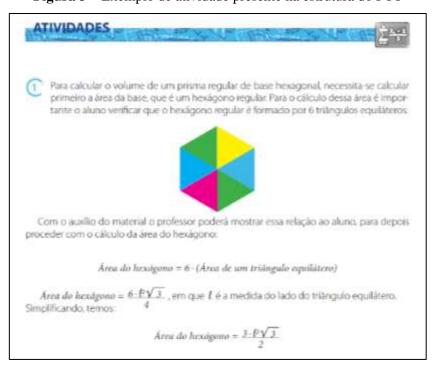


Figura 3 – Exemplo de atividade presente na estrutura do PTT

Fonte: Amaral (2017, p.28).

Na Figura 3, podemos observar um dos exemplos de atividades que podem ser visualizadas no PTT de Amaral (2017). Essa atividade consiste em calcular o volume de um prisma regular de base hexagonal.

6.1.2.1 Análise do Critério 1

Ao interagir com o PTT, os alunos/professores podem usar materiais didáticos para auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem, podendo agir também como possibilidade pedagógica para o ensino de geometria.

O PTT apresenta atividades que podem contribuir para a produção de significados matemáticos, proporcionando situações que podem permitir aos alunos criar conjecturas, seja

por meio das atividades que busquem problematizar os problemas que são apresentados, em especial, naquelas que requerem o uso do multiplano, ou geoplano. Essas atividades, se bem planejadas pelo professor, permitem que os alunos possam avaliar seus conhecimentos prévios, possibilitando ao professor melhor orientar em suas salas de aula.

Por se tratarem de atividades que envolvem o ensino de geometria, essas atividades podem requerer, de forma didática, algumas sequências que levam os alunos a construírem representações geométricas que podem ser exploradas por meio do desenho ou de algum outro material que o professor possa conseguir inserir em seu planejamento didático.

Caso o professor não possua materiais didáticos manipuláveis, para auxiliar as suas aulas, o docente pode utilizar outros recursos de forma que possa complementar os assuntos que são abordados por meio do PTT. Apesar de acreditarmos que também pode ser por meio dos registros de representação que "[...] são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento" (DUVAL, 2012, p.269), entendemos que a observação das informações que são requeridas nas atividades matemáticas presentes no PTT podem auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Mesmo se as atividades presentes no PTT de Amaral (2017) atenderem a percepção, identificação e a interpretação de objetos matemáticos, mas acreditamos que os alunos podem não se sentirem desafiados por essas atividades. Dessa forma, uma sugestão seria de, antes dos professores replicarem essas atividades em suas salas de aula, os mesmos entenderem as limitações desse PTT e de sua possível importância para mediar a relação entre o conhecimento e o aluno, e pensar em possibilidades e ações que possam favorecer essa relação.

Nesse caso, acreditamos ser necessário que os professores possam tentar se relacionar melhor com a linguagem matemática que é construída por meio dessas atividades matemáticas do PTT de Amaral (2017), podendo compreender e melhor interpretar as situações que são requeridas nas mesmas, oportunizando assim aos alunos quais as melhores estratégias para resolvê-las, quais poderão ser as melhores argumentos que serão importantes para serem expressados para que se possam se feitos registros.

Quadro 9 – Critério 1 para análise do PTT 2

Critério para análise 1							
Critério	Critério P Avaliação					Nota	
	PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou						
Professor/Aluno textos complementares							
-PTT-	X	PTT	permite	construir,	identificar,	diferenciar,	

Atividades		reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade	
Matemática –		matemática	3
Processos	X	PTT permite mediar a criação e produção de significados	
Linguísticos nas		durante a resolução da atividade	
atividades	X	PTT motiva e estimula criar novas conjecturas	
matemáticas		PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação	
		e à interpretação de objetos matemáticos	

6.1.2.2 Análise do Critério 2

Nas atividades propostas por Amaral (2017), ao serem aplicadas em salas de aula, os alunos poderão lidar com alguns registros de representação diferentes.

O PTT trabalha com o registro da língua natural, ao serem enunciados os nomes dos quadriláteros; e quando são disponibilizados pistas do nome dos quadriláteros para que os alunos possam identificar os mesmos junto a suas propriedades.

Também podemos encontrar o registro figural, quando são apresentados quadriláteros no *banner* da atividade I; quando surgem possibilidades de construir e representar no multiplano ou geoplano, e quando aparece um hexágono regular na atividade III.

Identificamos o registro algébrico, quando é apresentada a fórmula da área do hexágono na atividade III. E o registro numérico, que são os números que indicam a medida do raio do hexágono também na atividade III.

O PTT trabalha com vários registros em suas atividades matemáticas, sendo que, algumas dessas, podem solicitar do aluno realizar a conversão do registro da língua natural para o registro figural, podendo ser realizado tanto no multiplano, ou geoplano, quanto em espaços quadriculados.

Os professores também poderiam ampliar a proposta das atividades I e II, onde, em algumas delas são requeridos dos alunos a representação figural sendo convertida da língua natural, para também realizarem a conversão para o registro figural "espacial". Essa possibilidade poderia levar o aluno a refletir sobre as propriedades dos mesmos quadriláteros.

Essa sugestão também poderia ser usada na atividade III, por se tratar do cálculo do volume de um prisma regular de base hexagonal.

Quadro 10 – Critério 2 para análise do PTT 2

Critério para análise 2					
Critério	P	Avaliação	Nota		
	X	PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o			

		sistema de registro e o objeto representado	
Registros de	X	PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro,	
representações		sem conversão.	
semióticas em	X	PTT permite tratamento em vários sistemas de registros,	4
atividades		sem conversão.	
matemáticas	X	PTT permite conversão ao mudar de registro	
		conservando o mesmo sistema.	
		PTT permite conversão ao mudar de registro em vários	
		sistemas.	

6.1.2.3 Análise do Critério 3

O contexto presente na realização da atividade do PTT permite que os alunos/ professores poderão trabalhar com os materiais didáticos manipulativos em mais de um conteúdo e em mais de um ano de ensino. Mesmo sabendo que, a partir do uso de materiais, como os que foram apresentados no PTT, as atividades não foram pensadas envolvendo temas contemporâneos, as atividades apresentadas não permitem que se possa contextualizar possíveis relações de práticas sociais, ao envolver conteúdos para se promover o conhecimento matemático.

Por outro lado, como uma das atividades envolve o uso do multiplano, ou geoplano, pode ser uma boa oportunidade para o aluno, ou professor caso o PTT seja usado em cursos de formação continuada, ampliar possibilidades de interação entre a experiência que o mesmo trabalhe em sala de aula, como também nas formas de visualizar a produção de significados compreendendo os significados, não ficando apenas de forma expositiva ou na experimentação.

Entendemos que, ao usar o multiplano, ou geoplano, poderá oferecer possibilidades dos alunos poderem descontextualizar conhecimentos para que se possa contextualizar novamente em outras situações, não ficando em um único contexto, podendo ser transferido para novos olhares, e situações que possibilitam o aprendizado.

Ao ser aplicado em sala de aula, se o professor planejar bem a sua aula e souber como usar corretamente esses materiais em sala de aula, poderão tornar a aprendizagem significativa.

Quadro 11 – Critério 3 para análise do PTT 2

Critério para análise 3							
Critério	P	Avaliação	Nota				
	X PTT proposto favorece a relação com outros contextos						
		PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e					

		situaçõ	es relacion	adas ao cotio	diano			
Contextualização	X	PTT po	ermite a co	onstrução de	objeto	s de co	nhecimento e	
em atividades		as ativi	idades prop	ostas são co	ntextu	alizadas		3
matemáticas	X	PTT p	ermite trab	alhar em un	na per	spectiva	significativa	
		de forn	na clara					
		PTT	permite	trabalhar	em	uma	perspectiva	
		interdis	sciplinar					

6.1.3 Produto 3

O PTT Empreendedorismo e Função Afim: Contextos Cotidianos e Aulas Investigativas, de autoria de Sousa e Almeida (2018), é recomendado trabalhar com alunos do 1º ano de Ensino Médio. Em seu produto, os autores procuraram apresentar sugestões de atividades investigativas para que professores de Matemática possam replicar em suas aulas, tornando essas um espaço de criticidade, e que os alunos possam ser sujeitos ativos durante os processos de produção de significados e na nessa construção e na elocução de seus pensamentos.

Sousa e Almeida (2018) elaboraram o PTT para uma pesquisa de campo, e dividiram a atividade em três etapas, descritas a seguir:

1) Na Etapa I é apresentado o seguinte texto: Vender geladinho dá dinheiro? O objetivo foi introduzir ideias sobre o empreendedorismo; 2) Na Etapa II é apresentado um quadro com nove sabores de geladinhos, com seus respectivos ingredientes e porções de 115 ml e de 180 ml; 3) Na Etapa III é apresentada uma atividade na qual os alunos teriam que montar estratégias para a venda de 500 geladinhos por dia, de um respectivo sabor e, a partir disso ideias envolvendo custos de produção, de venda e lucro deveriam vir à tona, como também a modelagem da determinada situação com a utilização da função afim na forma algébrica e gráfica (SOUSA; ALMEIDA, 2018, p.10).

Na Figura 4, podemos observar uma das etapas da atividade que pode ser visualizada no PTT de Sousa e Almeida (2018). Nessa etapa da atividade, os alunos podem, após a leitura do texto, discutir sobre os possíveis sabores e ingredientes que foram elencados no quadro do PTT. Ao olharmos a Figura 4, percebemos que existe uma coluna a ser preenchida pelos alunos, onde esses mesmos geladinhos poderão variar no tamanho da embalagem utilizada, no sabor e no preço de venda.

Figura 4 – Exemplo de uma atividade investigativa presente no PTT

Etapa II da atividade investigativa

Temos diversos tipos de geladinhos que vão variar no sabor, no tamanho da embalagem utilizada e no preço que iremos vendê-lo ou comprá-lo. Com base nisso, temos no quadro a seguir os ingredientes que são utilizados para fazer alguns tipos de geladinhos, bem como seus respectivos sabores e porções que poderão ser feitas com os ingredientes disponíveis.

Sabor	Ingredientes	Preço dos ingredientes, em reais
Geladinho de leite	1 litro de leite;	
condensado	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
(12 porções de 115 ml)	1 caixa de leite condensado;	
(porções de 180 ml)	3 colheres de sopa de leite em pó (100g).	

Fonte: Sousa e Almeida (2018, p.13).

6.1.3.1 Análise do Critério 1

A interação entre o aluno e o PTT de Sousa e Almeida (2018), se bem trabalhada, pode permitir ao professor avaliar os conhecimentos dos alunos no que diz respeito ao conteúdo explanado pelos mesmos. A partir do texto explorado, acreditamos que, ao seguirem as três etapas, os alunos podem ampliar possíveis oportunidades de desenvolver habilidades no que diz respeito a situações que foram elencadas na etapa III, no que diz respeito as estratégias de vendas, bem como na elaboração de expressões matemáticas, gráficos, cartazes, dentre outras ações.

Entendemos que, ao preencherem as atividades desse material didático e formularem possíveis abordagens para melhor estruturar o conteúdo de função afim, podem ser ampliadas oportunidades conceituais do conteúdo em questão, bem como auxiliar na problematização e reflexão do tema.

Como a sala de aula é um lugar em que se busca o desenvolvimento da aprendizagem, acreditamos que, a partir de atividades como as que foram trabalhadas por Sousa e Almeida (2018), e contar com a mediação do professor para enfatizar que os alunos possam aprender a comunicar matematicamente falando, ao associar as linguagens necessárias para a construção do conhecimento, como ocorreu na elaboração das atividades do PTT, os alunos poderão

tornar a aprendizagem significativa. Dessa forma, ao realizarem as associações necessárias, os alunos estarão associando essas experiências, que foram absorvidas a partir dessas atividades, com sua vida cotidiana, ou om outros possíveis conhecimentos que poderão surgir de forma espontânea.

Além de motivar os alunos em sala de aula e conseguir construir meios para refletir sobre os processos de criação de novas conjecturas, a partir de atividades como as que estão presentes no PTT, os alunos podem construir significados matemáticos ao explorar as mesmas, resultado da elaboração e organização dos dados que foram apresentados por meio de quadros, gráficos, desenhos, valorizando a linguagem matemática como forma de produção de significados matemáticos.

Portanto, as atividades do PTT de Sousa e Almeida (2018) podem auxiliar os alunos em processos que envolvam a leitura, produção, associação e interpretação de registros que podem ser produzidos em sala de aula, ao conseguirem fazer o levantamento de ideias, traçar possibilidades, fazer previsões que os auxiliem na formulação e validação de novos significados e conhecimentos.

Quadro 12 – Critério 1 para análise do PTT 3

		Critério para análise 1	
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou	
Professor/Aluno		textos complementares	
-PTT-	X	PTT permite construir, identificar, diferenciar,	
Atividades		reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade	
Matemáticas –		matemática	5
Processos	X	PTT permite mediar a criação e produção de significados	
Linguísticos nas		durante a resolução da atividade	
atividades	X	PTT motiva e estimula criar novas conjecturas	
matemáticas	X	PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação	
		e à interpretação de objetos matemáticos	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.3.2 Análise do Critério 2

Nas atividades propostas por Sousa e Almeida (2018), ao serem aplicadas em salas de aula, os alunos poderão lidar com alguns registros de representação.

O PTT trabalha com o registro da língua natural, ao serem lidas as palavras "lucro", "tamanho", "preço", "porções", "reais", "litro". Encontramos a língua natural no enunciado da situação hipotética apresentada na etapa III, onde foram destacadas as quantidades de

geladinhos, a variação de tamanhos (115 ml e 180 ml), e na descrição das medidas dos sabores de geladinhos.

Percebemos que o PTT também trabalha com o registro numérico, ao serem descritos os números dos ingredientes e da quantidade de porções rendidas a partir dos tamanhos (115 ml e 180 ml) na etapa II. Ainda na etapa II, encontramos o registro número "tabular", referente ao quadro com as receitas descrevendo os ingredientes que podem ser utilizados para produzir os geladinhos, como também os sabores e porções que podem ser produzidas a partir dos ingredientes disponíveis, como pode ser visto na Figura 4.

O PTT trabalha com alguns registros em sua atividade matemática, que foi dividida em três etapas. Ao realizarem a etapa II, os alunos podem realizar a conversão do registro da língua natural para o registro numérico "tabular", como também converter as porções de 115 ml e de 180 ml em um quadro com valores de gastos com cada sabor escolhido, como também as quantidades de porções referentes a cada ml.

Também percebemos que, na etapa III, os alunos podem realizar a conversão do registro da língua natural e do numérico "tabular", ou apenas da "tabular", para o registro algébrico. Ao final das conversões, eles podem chegar a encontrar a fórmula de uma função afim para ambas as porções de geladinhos.

Após encontrarem a função afim, os alunos podem realizar tratamentos para realizar operações no mesmo sentido. Após, realizarem esses tratamentos, também pode ser requerido realizar uma conversão do registro algébrico para o registro gráfico, onde os alunos poderão representar graficamente a elaboração de valores a partir as expressões matemáticas formuladas.

Quadro 13 – Critério 2 para análise do PTT 3

Critério para análise 2			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado	
Registros de representações	X	PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro, sem conversão.	
semióticas em atividades	X	PTT permite tratamento em vários sistemas de registros, sem conversão.	4
matemáticas	X	PTT permite conversão ao mudar de registro conservando o mesmo sistema.	
		PTT permite conversão ao mudar de registro em vários sistemas.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.3.3 Análise do Critério 3

A contextualização nas atividades presentes nesse PTT é realizada por meio da resolução de problemas, e os mesmos foram formulados incentivando o desenvolvimento de habilidades. Ao se depararem com o contexto dos geladinhos, os alunos podem identificar quais conteúdos estão sendo trabalhados e, ao se reunirem em grupos de discussão, traçar estratégias sobre quais processos podem levar a produção de significados matemáticos, como também a utilização de possibilidades dentro do contexto que os mesmos estão envolvidos, despertando o raciocínio matemático.

Quando o professor aplicar a etapa I do referido PTT, que tem por objetivo introduzir ideias sobre o empreendedorismo, essa atividade pode favorecer a atribuição de significados pelos alunos ao visualizarem a contextualização como uma ferramenta de relacionar o determinado contexto com a ideia de interdisciplinaridade. Dessa forma, o professor consegue organizar o direcionamento que está sendo dada a aplicação do PTT, relacionando com os conhecimentos matemáticos dos alunos ao lerem o texto que faz parte da atividade investigativa.

Já na etapa II, ao serem apresentados aos diversos sabores de geladinhos, os alunos podem buscar refletir sobre a atribuição de significados ao conhecimento escolar, relacionando o mesmo contexto com os sabores apresentados pelo PTT, incentivando a capacidade de aprender e associar aos possíveis problemas que estão disponíveis para resolver e solucionar problemas de forma contextualizada, que são os geladinhos de 115 ml e 180 ml.

Em atividades como essa, a contextualização se apresenta ao serem relacionadas com situações do cotidiano dos alunos a partir das simulações que o autor abordou no PTT, como apontam os estudos de Silva (2007).

Na etapa III, quando é pedido para os alunos se dividirem e pensar em estratégias de vendas de geladinhos, entendemos que esse tipo de atividade auxilia o professor como possibilidade na capacidade de compreender a realidade dos alunos, pois é algo que pode se ter em toda cidade, sendo que um dos objetivos é desenvolver atividades significativas que possam relacionar o contexto e os conteúdos, estimulando os alunos a se tornarem protagonistas, despertando sua autonomia.

Para concluir sobre os critérios que envolvem a contextualização do PTT de Sousa e Almeida (2018), percebemos também recursos complementares com a interdisciplinaridade, como forma de ampliar possibilidades entre disciplinas, transformando-as em conhecimentos a partir da articulação e integração em processos permanentes da contextualização e

interdisciplinaridade, mostrando aos alunos que os mesmos podem reconhecer situações que podem possibilitar o aprendizado.

Quadro 14 – Critério 3 para análise do PTT 3

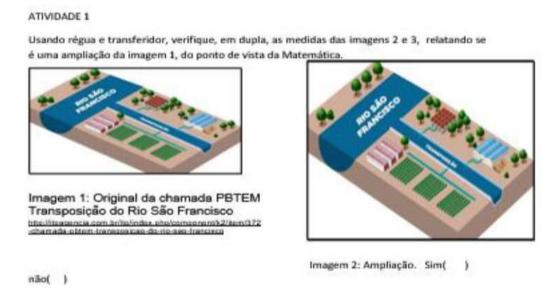
Critério para análise 3				
Critério	P	Avaliação	Nota	
	X	PTT proposto favorece a relação com outros contextos		
	X	PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e		
		situações relacionadas ao cotidiano		
Contextualização	X	PTT permite a construção de objetos de conhecimento e		
em atividades		as atividades propostas são contextualizadas	5	
matemáticas	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa		
		de forma clara		
	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva		
		interdisciplinar		

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.4 Produto 4

O PTT *Uma proposta de atividades de geometria envolvendo registros de representação semiótica*, de autoria de Cruz e Almeida (2018), pode ser trabalhado com alunos do Ensino Médio. Em seu produto, os autores descreveram propostas de atividades matemáticas que visam analisar todo o processo do percurso de transformação dos registros semióticos produzidos pelos alunos ao resolverem essas atividades.

Figura 5 – Exemplo de atividade presente no PTT



Fonte: Cruz e Almeida (2018, p.10).

Cruz e Almeida (2018) apresentaram, em seu PTT, três atividades e as análises e discussões de sete problemas matemáticos.

Na Figura 5, podemos observar uma das atividades que podem ser aplicadas em sala de aula. A partir da proposta, é requerido que sejam usados régua e transferidor para o aluno analisar, do ponto de vista da Matemática, se as imagens 2 e 3 (Figura 6) são uma ampliação da Imagem 1 da atividade.



Figura 6 – Exemplo de complemento da atividade presente no PTT

Imagem 3: Ampliação. Sim () não ()

Fonte: Cruz e Almeida (2018, p.10).

6.1.4.1 Análise do Critério 1

Na interação com as atividades matemáticas que estão no PTT de Cruz e Almeida (2018), deverão interpretar e produzir registros a partir das resoluções das mesmas atividades, onde podem expressar quais conhecimentos matemáticos devem usar para compreender as associações necessárias para realizar as transformações de mais de um registro de representação.

Em atividades que envolvam a resolução de problemas e possíveis construções de conjecturas, os alunos podem pensar e utilizar diferentes registros como forma de identificar e comunicar ideias que auxiliem na construção de estratégias significativas, facilitando a leitura de enunciados e na interpretação de informações que envolvam a capacidade de escrita de uma resolução de determinado problema matemático.

A partir das atividades matemáticas apresentadas por Cruz e Almeida (2018), esperase que os alunos possam dominar o domínio dos diferentes registros que podem ser encontrados no decorrer das atividades, podendo explorar também conceitos e relações matemáticas que podem contribuir para o planejamento do professor durante as aulas.

No entanto, para serem aplicadas em sala de aula, o professor deverá refletir sobre as limitações a fim de conseguir que os alunos possam ter um bom desempenho durante as resoluções das atividades. Dessa forma, poderemos estar visando ao desenvolvimento de habilidades relacionadas à investigação matemática, como também auxiliando que os alunos possam criar novas conjecturas.

Entendemos que seja importante o professor organizar melhor como pode aplicar essas atividades em sala de aula, e quais poderão ser adaptadas, pois alguns dos sete problemas apresentados pelo PTT de Cruz e Almeida (2018) podem impedir que os alunos não tenham uma participação mais ativas durante as aulas de matemática, fazendo com que os alunos não consigam refletir sobre as relações que podem ser estabelecidas entre as atividades e problemas do PTT com os conteúdos abordados.

Ao analisarmos as resoluções das atividades matemáticas apresentadas pelos autores do PTT, percebemos que as mesmas apresentam possibilidades que permitem explorar a percepção, identificação e interpretação do objeto matemático, permitindo que os alunos possam compreender o desenvolvimento das propriedades dos objetos matemáticos que estão sendo abordados, auxiliando na correlação dos mesmos com situações do cotidiano e suas relações com os conteúdos em estudo.

Quadro 15 – Critério 1 para análise do PTT 4

Critério para análise 1			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou	
Professor/Aluno		textos complementares	
-PTT-	X	PTT permite construir, identificar, diferenciar,	
Atividades		reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade	
Matemáticas –		matemática	4
Processos	X	PTT permite mediar a criação e produção de significados	
Linguísticos nas		durante a resolução da atividade	
atividades		PTT motiva e estimula criar novas conjecturas	
matemáticas	X	PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação	
		e à interpretação de objetos matemáticos	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.4.2 Análise do Critério 2

Nas atividades propostas por Cruz e Almeida (2018), ao serem aplicadas em salas de aula, os alunos sempre lidarão com registros de representação, desde que participem das atividades ativamente.

Encontramos o registro figural "geométrico", ao serem destacados representações dos seguintes objetos: cubo (problema 1), cilindro (problema 2), prisma (problemas 3 e 4), semiesfera e cone (problemas 5 e 6), e paralelepípedo (problema 7). Também podemos encontrar registros figurais nas atividades 1, 2 e 3. Esses registros podem ser usados como meio para produção de novos registros.

Ainda nas atividades, também percebemos que o PTT de Cruz e Almeida (2018) trabalha com o registro numérico, ao serem analisados os dados das ampliações criadas por meio da régua e do lápis que foram reduzidas e ampliadas em 50% com relação à figura original. Nos problemas de 1 a 7, também encontramos registros numéricos, que são os números que indicam as medidas das arestas, do volume, da área, da altura, da largura, do comprimento, da superfície, dentre outros.

Também encontramos o registro algébrico, ao serem destacadas as fórmulas do volume do cilindro e da área do círculo, no problema 2; e das fórmulas dos volumes da esfera e do cone, no problema 5.

O PTT também trabalha com o registro da língua natural, ao serem destacadas as palavras "medida", "redução", "ampliação", "segmentos", "geométricas", "cálculos", "maior", "menor", "volume", "percentagem", dentre outros. Nas atividades e problemas apresentados, também é requerido que os alunos produzam registros em língua natural para justificar a respostas dos mesmos.

O PTT trabalha com vários registros tanto em suas atividades matemáticas quanto nos problemas apresentados. Nas atividades 1, 2 e 3, os autores formularam as atividades de tal forma que é requerido dos alunos realizarem tratamentos no mesmo sistema de registros, ao usarem o lápis, régua e transferidor. Se o professor souber orientar os alunos na resolução dessas atividades, os mesmos poderão realizar também tratamentos com o registro algébrico, numérico e da língua natural.

Percebemos também que, a partir das representações figurais presentes nas atividades 1, 2 e 3, os alunos poderão produzir novos registros, sejam eles numéricos, figural "geométrico" e gráfico, incentivando a conversão de registros.

E sobre os problemas propostos, onde foram sugeridos sete problemas, os autores apresentam até dois tipos de soluções, sendo uma usando o registro algébrico, e a segunda solução usando o registro da língua natural. Como os problemas possuem, em sua estrutura simbólica registros figurais "geométricos", podem ser incentivadas as conversões das transformações de representações que consistem em mudar de registro, passando do geométrico para o algébrico, e vice versa.

Quadro 16 - Critério 2 para análise do PTT 4

Critério para análise 2			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado	
Registros de representações	X	PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro, sem conversão.	
semióticas em atividades	X	PTT permite tratamento em vários sistemas de registros, sem conversão.	4
matemáticas	X	PTT permite conversão ao mudar de registro conservando o mesmo sistema.	
		PTT permite conversão ao mudar de registro em vários sistemas.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.4.3 Análise do Critério 3

Além de valorizar os processos imagéticos de visualização dos alunos, esse PTT possui atividades que podem auxiliar os educandos a desenvolverem novas perspectivas de visualizar as atividades de um novo ponto de vista, pois possui imagens que podem contribuir para contextualizar a aprendizagem. Acreditamos que isso pode ser possível, pois as atividades 1, 2 e 3 despertam o senso da observação dos alunos, e que os mesmos podem observar e compreender a realidade desses recursos imagéticos, e interpretar possibilidades visuais.

Outra possibilidade que também pode ser desenvolvida, que é complementar a essas atividades 1, 2 e 3, é a forma como os autores pensaram em contextualizá-las, mesmo sem abordar de forma interdisciplinar. Também percebemos que algumas atividades deste PTT não trabalham com temas do cotidiano, e nem relacionam o conhecimento que pode ser adquirido nessas atividades por meio da produção de significados com a possível parcela significativa que podem ocorrer nas mesmas.

Embora as atividades possam despertar uma reflexão sobre a possibilidade de se buscar alternativas para auxiliar os alunos ou professores em formação na busca para compreender e circular novos conhecimentos, poucas atividades apresentadas nesse PTT apresentam contextos para se trabalhar em uma perspectiva interdisciplinar.

Em relação aos sete problemas também trazidos por Cruz e Almeida (2018), podemos refletir que essas atividades, por mais que sejam atividades que permitam ao aluno perceber possibilidades de resolução de atividades, as mesmas podem estabelecer possíveis relações com o contexto matemático ao resolverem atividades geométricas, podendo desenvolver o pensamento matemático. Acreditamos que essas atividades se preocupam mais com a aplicação do que trazer para o cotidiano da sala de aula, onde os alunos estejam inseridos.

Critério para análise 3 Critério P Avaliação Nota **X** PTT proposto favorece a relação com outros contextos aborda temas, conteúdos contemporâneos situações relacionadas ao cotidiano Contextualização PTT permite a construção de objetos de conhecimento e em atividades as atividades propostas são contextualizadas 3 matemáticas PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa de forma clara PTT permite trabalhar em uma perspectiva interdisciplinar

Quadro 17 – Critério 3 para análise do PTT 4

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.5 Produto 5

O PTT *Uma proposta para o ensino dos Poliedros de Platão*, de autoria de Oliveira e Almeida (2018), pode ser trabalhado com alunos do Ensino Médio. Em seu produto, os autores apresentaram algumas atividades que podem ser exploradas tanto em livros didáticos quanto em sala de aula.

Segundo os autores, ao terem contato com essas atividades, os alunos podem criar polígonos regulares, alguns poliedros variados e regulares, construindo assim as ideias em torno da existência de somente cinco tipos de poliedros de Platão. Oliveira e Almeida (2018) ainda apresentaram opções de materiais, que podem ser adquiridos avulsamente, para despertar o máximo possível o interesse do aluno. Na Figura 6, podemos visualizar um exemplo de hastes magnéticas com esferas de aço que os autores usaram no PTT.



Figura 6 – Exemplo de Hastes magnéticas com esferas de aço presente no PTT

Fonte: Oliveira e Almeida (2018, p.24).

Ao iniciarem a aplicação, os autores iniciaram a atividade com uma discussão: *você* sabe construir um polígono regular?. Em seguida, partiram para a atividade de construção. Nesse momento, pode ser relembrado o fato de que em um triângulo equilátero cada ângulo interno possui 60°, podendo ressaltar também que o ângulo externo medirá 120°.

Depois, podem ser construídos quadrados, pentágonos, hexágonos e heptágonos regulares. Na segunda parte da atividade, os autores propõe construir quaisquer tipos de poliedros, regulares ou não, para começar a refletir sobre as noções acerca das limitações.

Na terceira parte da atividade, os autores podem construir os poliedros de Platão e demonstrar o porquê de só existirem cinco tipos diferentes de poliedros regulares. E finalizam com a demonstração de que não é possível reunir, em torno de um ângulo sólido, mais de dois polígonos regulares com mais de cinco lados.

6.1.5.1 Análise do Critério 1

No que compete a possibilidades de interação dos alunos com o PTT de Oliveira e Almeida (2018), percebemos que o mesmo permite que os conteúdos sejam trabalhados por meio de demonstrações que possibilitem a aprendizagem de conceitos em estudo.

A partir das atividades que foram apresentadas no referido PTT, entendemos que essas podem auxiliar os alunos a realizarem uma correlação com os objetos matemáticos, não ficando apenas restrita a construção de poliedros regulares. Essas atividades não buscaram

desenvolver nos alunos a percepção, identificação e interpretação de objetos nas construções, podendo, possivelmente, relacioná-las com o mundo em que vivemos e suas possíveis relações com os objetos.

As atividades que foram trabalhadas no PTT de Oliveira e Almeida (2018) abordam alguns conceitos sem que exista a problematização dos mesmos. Acreditamos que essas possíveis articulações permitem que os alunos possam relacionar e desenvolver os conhecimentos matemáticos, bem como a capacidade de investigação e de se produzir conjecturas para novamente voltar a esses conhecimentos matemáticos para uma melhor compreensão mais significativa.

O PTT permite que os alunos participem dos processos que envolvem as construções de diferentes poliedros, permitindo assim a participação ativa do aluno no processo de sua aprendizagem, motivando o mesmo durante a abordagem dos conceitos que permitem as construções desses poliedros regulares.

As atividades destacam-se por envolver materiais didáticos manipuláveis, aumentando assim a abordagem no que se refere aos exemplos apresentados nos exemplos ou no passo a passo da atividade, sendo articulada com aportes teóricos no que diz respeito aos polígonos que possuem mais de cinco lados.

Portanto, acreditamos que as atividades de construção de poliedros possibilitam a construção de diferentes materiais e explorar conceitos de ângulos. Essas atividades podem cumprir com a função de auxiliar o professor em seu planejamento, que ocorre antes da aplicação das mesmas, de forma que preparar os alunos no que se refere a aprendizagem de propriedades e meios que os motivem a continuar sempre aprendendo, permitindo o desenvolvimento de habilidades que serão traçadas pelo professor.

Quadro 18 – Critério 1 para análise do PTT 5

Critério para análise 1				
Critério	P	Avaliação	Nota	
Professor/Aluno		PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou textos complementares		
-PTT-	X	PTT permite construir, identificar, diferenciar,		
Atividades		reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade		
Matemáticas –		matemática	3	
Processos	X	PTT permite mediar a criação e produção de significados		
Linguísticos nas		durante a resolução da atividade		
atividades	X	PTT motiva e estimula criar novas conjecturas		
matemáticas		PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação		
		e à interpretação de objetos matemáticos		

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.5.2 Análise do Critério 2

Nas atividades propostas por Oliveira e Almeida (2018), ao serem aplicadas em salas de aula, os alunos sempre lidarão com registros de representação, desde que participem das atividades ativamente.

Percebemos que o PTT trabalha com o registro numérico, ao serem analisadas as medidas dos ângulos durante os processos de construção. Também podemos encontrar o registro figural "geométrico", ao ser usado o papel, régua, transferidor, lápis e tesoura para explorar a construção de polígonos regulares.

O PTT também trabalha com o registro da língua natural, ao serem encontrados contextos envolvendo "ângulo", "quantidade", "soma", "medida". Encontramos também o registro numérico, quando se encontram as medidas dos ângulos.

O PTT trabalha com alguns registros em sua atividade matemática, que pode ser trabalhada tanto nos livros didáticos quanto em salas de aula. Dessa forma, entendemos que a atividade matemática do PTT de Oliveira e Almeida (2018) é dividida em momentos. Os autores apresentam três possibilidades de materiais que podem ser trabalhados com os alunos, ou professores em cursos de formação, e é apenas requerido o tratamento no mesmo sistema de registro.

Entendemos que as conversões são ausentes nos momentos das atividades, pois os alunos não são levados a passar do registro da língua natural para o registro figural "geométrico" ou gráfico. Como um dos objetivos do PTT de Oliveira e Almeida (2018) envolvam construir conceitos de polígonos regulares, uma boa sugestão seria os alunos explorarem no registro algébrico para converterem para o "geométrico", ou da língua natural para o "geométrico", dentre outras possibilidades.

Critério para análise 2 Critério P Avaliação Nota PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado Registros de PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro, representações sem conversão. semióticas em 3 PTT permite tratamento em vários sistemas de registros, atividades sem conversão. matemáticas PTT permite conversão mudar de registro conservando o mesmo sistema.

Quadro 19 – Critério 2 para análise do PTT 5

PTT permite conversão ao mudar de registro em vários	
sistemas.	

6.1.5.3 Análise do Critério 3

O contexto presente na realização da atividade pode estar na forma como os autores contextualizaram a construção do conhecimento a partir dos poliedros de Platão, podendo auxiliar a aprendizagem dos alunos, oferecendo oportunidades de (re)significarem as situações que podem estabelecer relações entre os poliedros. Dessa forma, os alunos podem experimentar processos de formação do pensamento abstrato, e o objeto que promove a aprendizagem.

Sabemos que, no cotidiano dos alunos, há possibilidades de relacionar os objetos da produção de significados matemáticos com o seu dia a dia. Ao observarmos a atividade presente no PTT de Oliveira e Almeida (2018), percebemos que a construção dos poliedros de Platão possa ser contextualizada, permitindo aos alunos relacionarem com outras formas de representação. Mas a atividade não está vinculada a situações vivenciadas por professores ou alunos, que permitem e possibilitam o desenvolvimento de associar ao cotidiano com o conhecimento ao buscar problematizar as sequências de construção de poliedros de forma exploratória e dinâmica.

Percebemos também que esse mesmo contexto pode ser refletido na busca por saberes interdisciplinares. Entendemos que, por não conseguirmos associar os objetivos da atividade ao contexto interdisciplinar, considera-se que a atividade do PTT não permite ser explorada por essa perspectiva.

Quadro 20 – Critério 3 para análise do PTT 5

Critério para análise 3				
Critério	P	Avaliação	Nota	
	X	PTT proposto favorece a relação com outros contextos		
		PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e situações relacionadas ao cotidiano		
Contextualização em atividades	X	PTT permite a construção de objetos de conhecimento e as atividades propostas são contextualizadas	3	
matemáticas	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa de forma clara		
		PTT permite trabalhar em uma perspectiva interdisciplinar		

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.6 Produto 6

O PTT Textos de outros contextos no ensino de Matemática Financeira: uma proposta didática para Educação de Jovens e Adultos, de autoria de Souza e Almeida (2019), pode ser trabalhado com alunos da Educação de Jovens e Adultos. Em seu produto, os autores apresentaram atividades que podem ser reproduzidas em salas de aula, oportunizando aos alunos uma reflexão sobre a necessidade de compreender a matemática financeira, bem como o desenvolvimento de uma aprendizagem apropriada.



Figura 7 – Exemplo de cartão de crédito da Atividade 6 presente no PTT

Fonte: Souza e Almeida (2019, p.26).

Na Figura 7, podemos observar uma imagem que representa um cartão de crédito. Essa imagem acompanha a atividade 6 descrita a seguir: "A Atividade 6 tem como objetivo verificar como os alunos da EJA reagiriam ao receber um cartão de crédito com um bom limite de compra, mas que não foi solicitado; se conhecem os direitos do consumidor" (SOUZA; ALMEIDA, 2019, p.26).

Para aplicar a atividade, Souza e Almeida (2019) sugerem a seguinte construção de uma situação hipotética: "Certo dia ao, chegar em casa, Ana foi informada que recebeu um cartão de crédito, mesmo sem tê-lo solicitado junto ao banco. Na carta de apresentação do cartão estava escrito que o mesmo estava bloqueado, ou seja, se não o utilizasse, Ana não

receberia nenhuma fatura" (SOUZA; ALMEIDA, 2019, p.27). Essa atividade acompanha o *Texto 5*.

O PTT de Souza e Almeida (2019) apresenta seis textos e sete atividades. Essas foram pensadas visando contribuir a aquisição de saberes dos alunos, no que se refere à matemática financeira, relacionando ao cotidiano dos mesmos. Inicialmente, os autores sugerem o *Texto 1* – *Aumento da cesta básica*, que é complementado com as atividades 1 e 2, que tem por objetivo verificar os conhecimentos que os alunos têm sobre a Matemática Financeira, como também identificar e calcular taxas de porcentagem e explorar os conceitos de inflação e deflação. Os autores também visam aprimorar o cálculo de taxas de porcentagem, a partir do cálculo mental, e também do uso da calculadora.

Em seguida, é apresentado o *Texto 2 – AQUI É BARATO & FIADO*, que é complementado com a sugestão da atividade 3, que podem levar os alunos a refletirem sobre diferenças entre as modalidades de compras e sobre a presença dos juros que podem estar embutidos. Depois, é apresentado o *Texto 3 – Não sabemos comprar*. Após a leitura, é sugerido aplicar a atividade 4, que tem como proposta oferecer subsídios para que o aluno perceba que não há venda sem que haja cobrança de juros.

Seguindo o roteiro de aplicação, Souza e Almeida (2019) também sugerem o *Texto 4 – Precisando de dinheiro?*, junto da atividade 5 que instiga o aluno a despertar o olhar crítico sobre as ofertas de empréstimos. Depois, os autores apresentam o *Texto 5 – O cartão de crédito chegou* e a atividade 6, que já descrevemos anteriormente.

Por fim, é sugerido o Texto $6 - 13^{\circ}$ salário, que poderá ser lido depois que os alunos resolverem a atividade 7, que busca verificar o que alunos sabem sobre o 13° salário e saber quais possíveis atitudes eles podem adotar ao receberem o 13°. E se os mesmos ainda não o recebem, pensar em possibilidades de como poderiam gastar como se o tivessem recebido.

6.1.6.1 Análise do Critério 1

As atividades presentes no PTT de Souza e Almeida (2019) podem permitir que os alunos reflitam sobre os conceitos que envolvem a educação financeira nos diferentes níveis de ensino. Nesses conceitos podem ser incluídos, tanto a construção e interpretação de gráficos, medidas, como a problematização de situações do cotidiano de forma que contribua para a produção de significados.

Ao percebermos a interação entre os alunos e o PTT, entendemos que as atividades e textos apresentados permitem reflexões a respeito da prática financeira, que é bem atual.

Podemos sugerir que sejam realizados trabalhos em grupos ou equipes de forma que fortaleçam a aprendizagem de objetos matemáticos.

As atividades que foram trabalhadas no PTT de Souza e Almeida (2019) podem correlacionar as diferentes abordagens nos processos de resoluções dessas atividades, de forma que os alunos possam estudar os tipos de objetos matemáticos, como a linguagem, conceitos, argumentos, situações, para auxiliá-los a compreender o significado de possíveis conceitos básicos da educação financeira.

Caso o professor permita que essa abordagem seja utilizada em sala de aula, durante as resoluções dessas atividades matemáticas, ao enfatizar a importância de se trabalhar com conceitos matemáticos que envolvam problemas e contextos reais, isso pode auxiliar a promover a aprendizagem dos alunos. Dessa forma, entendemos que, ao permitir que o aluno construa, identifique, reconheça possibilidades simbólicas no contexto que esteja inserido, estaremos permitindo que assuma um papel ativo na construção do seu próprio conhecimento.

Nesse sentido, também destacamos que, se os alunos realizarem a utilização de gêneros textuais, principalmente aqueles que fazem parte do contexto social do aluno, poderemos estar enfatizando a importância de se inserir esses contextos cotidianos no currículo de matemática por meio do ensino de uma diversidade textual, possibilitando promover uma abordagem que esteja diretamente envolvida com o conteúdo trabalhado em sala de aula, a fim de alcançar uma aprendizagem consistente com as necessidades que podem ser observadas no âmbito formativo.

Percebemos também que, mesmo que as atividades do PTT de Souza e Almeida (2019) motivem os alunos por meio de contextos aos quais os mesmos estejam inseridos, o PTT não auxilia na percepção, identificação e interpretação de objetos matemáticos, o que pode, possivelmente, dificultar a compreensão e interpretação do desenvolvimento de ideias matemáticas.

Critério para análise 1 Critério P Avaliação Nota PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou Professor/Aluno textos complementares - PTT construir, identificar, diferenciar, PTT permite Atividades reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade 3 Matemáticas – matemática Processos PTT permite mediar a criação e produção de significados Linguísticos nas durante a resolução da atividade atividades PTT motiva e estimula criar novas conjecturas

Quadro 21 - Critério 1 para análise do PTT 6

matemáticas	PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação	
	e à interpretação de objetos matemáticos	

6.1.6.2 Análise do Critério 2

No PTT proposto por Souza e Almeida (2019), percebemos que, em algumas atividades matemáticas presentes no produto, ao serem aplicadas em salas de aula, os alunos podem lidar com alguns registros de representação.

Percebemos que o PTT trabalha com o registro numérico, ao serem analisados os dados presentes nos textos propostos, a exemplo dos valores referentes ao aumento da cesta básica presente no texto 1; nos valores do eletrodomésticos presentes no cartaz do texto 2; da quantia presente no texto 3; das possibilidades de empréstimos no cartaz do texto 4; dos números referentes ao cartão de crédito na representação imagética do texto 5; e nos salários referentes ao 13º e da quantidade de trabalhadores presente no texto 6.

Ainda sobre o registro numérico, também encontramos esse tipo de registro nos enunciados das atividades e nas alternativas que traziam, em sua estrutura simbólica, dados numéricos. Também pudemos perceber que, em algumas atividades, também aparece o registro numérico "tabular", onde é requerido dos alunos preencher corretamente para conseguir o valor das cestas básicas, como ocorre na atividade 2.

O PTT também trabalha com o registro da língua natural, ao serem encontrados contextos envolvendo "taxas", "porcentagem", "inflação", "deflação", "orçamento", "preços", "aumento", "mínimo", "médio", "menor", "maior", "percentual", "juros", "desconto", dentre outros. Nas atividades matemáticas apresentadas no PTT de Souza e Almeida (2019), também é requerido que os alunos produzam registros em língua natural para justificar as respostas dos mesmos com base na reflexão que o texto poderá proporcionar.

Nesse PTT, a atividade de conversão entre os registros presentes nas atividades matemáticas pode ocorrer quando é solicitado do aluno realizar a transformação do registro da língua natural para o registro numérico ou algébrico.

Quadro 22 – Critério 2 para análise do PTT 6

Critério para análise 2			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o	
	sistema de registro e o objeto representado		
Registros de	X	PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro,	

representações		sem conversão.		
semióticas em		PTT permite tratamento em vários sistemas de registros,	3	
atividades		sem conversão.		
matemáticas	X	PTT permite conversão ao mudar de registro		
		conservando o mesmo sistema.		
		PTT permite conversão ao mudar de registro em vários		
		sistemas.		

6.1.6.3 Análise do Critério 3

Nesse PTT de Souza e Almeida (2019), a recomendação de contextualização pode auxiliar o professor durante a aplicação das atividades matemáticas presentes no mesmo produto visando o desenvolvimento de conhecimentos que podem permitir a aproximação do contexto trabalhado com a realidade dos alunos.

Os textos apresentados por Souza e Almeida (2019) revelam que temas do cotidiano dos alunos podem auxiliar os mesmos nos processos de produção de significados, tornando o aprendizado mais significativo e contextualizado. Quando os autores relacionam textos do dia a dia dos alunos, com as atividades disponíveis para que eles responderem, isso pode significar que o contexto foi pensado de forma que fosse integrado à vida de cada um deles, já que o PTT foi aplicado na EJA. Nesse sentido, mesmo que alguns temas sejam um pouco complexos para alguns alunos, acreditamos que favorecem o desenvolvimento de conhecimentos específicos, a partir da contextualização que os autores promoveram ao pensar nas atividades que podem ser replicadas em salas de aula.

Quando os alunos associarem os textos lidos com a resolução das atividades reflexivas, esses podem auxiliar os mesmos como meios para que as leituras se tornem mais integradas à leitura de mundo que eles podem desenvolver, matematicamente falando.

Por se tratar de um tema bem atual, e com a abordagem referente ao cotidiano dos alunos, essas atividades também podem visar à formação da cidadania dos alunos, podendo permitir o desenvolvimento de aprendizados que favoreçam a construção do conhecimento, mediando a visão e interação dos alunos com o mundo que está em sua volta.

E, ainda, podemos ir mais além nessa abordagem contextualizada, pois, o tema trabalhado no PTT, por possuir um caráter que vise gerar a capacidade de compreender a realidade que o aluno esteja inserido, o produto de Souza e Almeida (2019) pode ser trabalhado em uma perspectiva interdisciplinar, contribuindo para a produção de significados.

Quadro 23 – Critério 3 para análise do PTT 6

Critério para análise 3			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT proposto favorece a relação com outros contextos	
	X	PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e	
		situações relacionadas ao cotidiano	
Contextualização	X	PTT permite a construção de objetos de conhecimento e	
em atividades		as atividades propostas são contextualizadas	5
matemáticas	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa	
		de forma clara	
	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva	
		interdisciplinar	

5.1.7 Produto 7

O PTT SOROBAN: ferramenta didática no ensino de matemática para alunos cegos, de autoria de Santos e Menezes (2020), pode ser trabalhado com alunos cegos, com baixa visão e, também, alunos videntes. Em seu produto, os autores descreveram como são realizados os registros dos números no Soroban; quais técnicas podem ser utilizadas para serem realizadas as operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) com o Soroban; como os alunos podem registrar os números decimais usando essa ferramenta, dentre outros exemplos.

Santos e Menezes (2020) apresentaram, em seu PTT, três atividades e quatorze exercícios matemáticos como aplicação do uso do Soroban.

Figura 8 – Exemplo de atividade presente no PTT



Fonte: Santos e Menezes (2020, p.32).

Na Figura 8, podemos observar a primeira atividade que pode ser aplicada em sala de aula. Essa imagem acompanha o seguinte enunciado descrito a seguir: "Três alunos de uma turma do 8° ano apostaram qual deles terminaria o ano com maior média na disciplina de matemática. As médias bimestrais deles foram:" (SANTOS; MENEZES, 2020, p.32).

Em seguida, são apresentadas as seguintes numerações: "a) Calcule a média anual em matemática de cada aluno? b) Qual dos alunos concluiu o ano com maior média em matemática?" (SANTOS; MENEZES, 2020, p.32).

A partir da proposta, é requerido que os alunos usem o Soroban para aplicar o conhecimento sobre média aritmética. Dessa forma, essa atividade objetiva o uso do Soroban como ferramenta didática ao serem realizadas as operações de adição e divisão de números decimais.

6.1.7.1 Análise do Critério 1

As atividades apresentadas no PTT de Santos e Menezes (2020) buscam auxiliar professores que lecionam para alunos com deficiência visual em suas salas de aula. Essas atividades podem estimular o desenvolvimento do pensamento matemático.

Ao serem envolvidos em atividades que podem permitir a construção de conjecturas, os alunos podem pensar, refletir, associar aquele determinado contexto que está inserido na estrutura da referida atividade e dialogar ideias que auxiliem na construção de habilidades mentais que envolvam a capacidade de resolução de determinada atividade ou exercício matemático.

A partir das atividades matemáticas apresentadas por Santos e Menezes (2020), espera-se que os alunos possam dominar o Soroban para a realização de cálculos matemáticos que vão desde as quatro operações fundamentais até os números decimais. Dessa forma, ao serem apresentadas atividades que visem o aprimoramento de cálculos usando o Soroban, os professores poderão desafiar os alunos contribuindo para o planejamento do professor durante sua aula.

Entendemos que seja importante o professor planejar atentamente o uso do PTT de Santos e Menezes (2020), pois, mesmo que sejam apresentadas três atividades e quatorze exercícios matemáticos, o produto requer que seja utilizado o instrumento Soroban e se o professor for aplicar ou replicar as mesmas atividades objetivando o desenvolvimento de contas com rapidez, as escolas devem possuir esse aparelho para que o uso do PTT seja efetivado com sucesso.

Ao analisarmos as resoluções das atividades matemáticas apresentadas pelos autores do PTT, percebemos que, mesmo que as mesmas sejam simples e permitam explorar a percepção, identificação e interpretação do objeto matemático, essas podem ser facilmente adaptadas em salas de aula e, também, permitem que os alunos que usem o Soroban se sintam desafiados em seus processos de resolução por estarem usando um material de cálculo, fortalecendo a inclusão educacional.

Quadro 24 – Critério 1 para análise do PTT 7

Critério para análise 1			
Critério	P	Avaliação	Nota
		PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou	
Professor/Aluno		textos complementares	
-PTT-	X	PTT permite construir, identificar, diferenciar,	
Atividades		reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade	
Matemáticas –		matemática	4
Processos	X	PTT permite mediar a criação e produção de significados	
Linguísticos nas		durante a resolução da atividade	
atividades	X	PTT motiva e estimula criar novas conjecturas	
matemáticas	X	PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação	
		e à interpretação de objetos matemáticos	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.7.2 Análise do Critério 2

Nas atividades propostas por Santos e Menezes (2020), ao serem aplicadas em salas de aula, os alunos sempre lidarão com registros de representação, desde que participem das atividades ativamente.

Percebemos que o PTT trabalha com o registro numérico, ao serem analisados os anos de nascimento das personagens (Maria, Bruna, Ruth, Suzy) na terceira atividade. Na primeira atividade, encontramos o registro número "tabular", referente ao quadro com as médias dos alunos em Matemática. Já na primeira e segunda atividades, o PTT também trabalha com os registros numéricos "decimais" ao serem apresentadas as médias anuais dos alunos, na primeira atividade, e quando são mostradas as alturas do grupo de amigos, na segunda atividade.

O PTT também trabalha com o registro da língua natural, ao serem lidas as palavras "maior", "média", "altura", "menor", "idade". Também aparecem quando é relacionada a altura de um personagem com o produto da altura do mesmo pelo registro número 4. Por fim,

aparece quando é calculado a diferença da idade relacionando com o registro numérico 2020 (ano).

O PTT trabalha com vários registros nas atividades, mas o aluno não estabelece a conversão de um registro para outro quando está realizando a resolução das mesmas. Por outro lado, percebemos que há oportunidades para serem realizadas as conversões. São apenas realizados tratamentos em vários sistemas.

Quadro 25 – Critério 2 para análise do PTT 7

Critério para análise 2			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado	
Registros de representações	X	PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro, sem conversão.	
semióticas em atividades	X	PTT permite tratamento em vários sistemas de registros, sem conversão.	3
matemáticas		PTT permite conversão ao mudar de registro conservando o mesmo sistema.	
		PTT permite conversão ao mudar de registro em vários sistemas.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.7.3 Análise do Critério 3

Por mais que as atividades apresentadas por Santos e Menezes (2020) sejam simples, permitindo que os alunos possam contextualizar o aprendizado por meio de situações que envolvam o cotidiano dos mesmos, esse PTT permite a possibilidade de se relacionar o cotidiano dos alunos com o instrumento Soroban. Acreditamos que isso pode ser possível, pois as atividades 1, 2 e 3 trabalham com contextos que são vivenciados por professores e alunos, levando os mesmos a observar e compreender as suas realidades, tornando a resolução dessas atividades mais dinâmicas.

Como as atividades apresentadas requerem o uso do material Soroban, percebemos as mesmas não permitem uma abordagem interdisciplinar, pois, como o Soroban é mais usado visando permitir o acesso a comunicação matemática escrita, os contextos interdisciplinares podem ser limitados para serem relacionados com a construção de determinados conceitos numéricos.

Em relação às três atividades e quatorze exercícios matemáticos também trazidos por Santos e Menezes (2020), podemos refletir que essas atividades, por mais que sejam

atividades que permitam aos alunos usarem o instrumento Soroban para realizarem cálculos matemáticos, as mesmas podem ser adaptadas para outros tipos de atividades matemáticas de verificação de resultados, como também em outras atividades que permitam técnicas de manuseio do Soroban na solução das operações fundamentais.

Quadro 26 – Critério 3 para análise do PTT 7

Critério para análise 3			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT proposto favorece a relação com outros contextos	
	X	PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e situações relacionadas ao cotidiano	
Contextualização em atividades	X	PTT permite a construção de objetos de conhecimento e as atividades propostas são contextualizadas	4
matemáticas	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa de forma clara	
		PTT permite trabalhar em uma perspectiva interdisciplinar	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.8 Produto 8

O PTT *Um portifólio diferente: A Geometria escrita da sua forma* – *Registros que fazem o professor refletir sobre sua prática*, de autoria de Silva e Almeida (2020), pode ser trabalhado com alunos dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Em seu produto, os autores apresentaram algumas atividades que podem ser exploradas para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Segundo os autores, ao terem contato com essas atividades, os alunos podem usar os contextos que serão trabalhados por meio do referido PTT visando a criatividade para "visualizar, representar, exemplificar situações que represente modelos geométricos" (SILVA; ALMEIDA, 2020, p.4). Esse contexto pode ser melhor visualizado na atividade, descrita a seguir: "SAIA DA SUA ZONA DE CONFORTO E DESENHE ALGUMA COISA QUE VOCÊ NUNCA CONSEGUIU DESENHAR NA GEOMETRIA" (SILVA; ALMEIDA, 2020, p.12).

Ao visualizarem essa atividade, é requerido dos alunos que os mesmos criem imagens mentais e reproduza as possíveis coisas que o aluno não conseguiu representar envolvendo a geometria. Atividades, como essa, pode nos levar a refletir sobre em quais lugares

conseguimos encontrar a geometria. Possa ser que alguns alunos sejam levados a pensar onde a geometria pode ser aplicada e quais coisas ele não tentou desenhar, ou representar.

Nas atividades seguintes, Silva e Almeida (2020) incentivam os alunos a escrever ou desenhar coisas que lembrem formas geométricas, ou a relacionar poemas ou músicas com a Matemática, dentre outros.

6.1.8.1 Análise do Critério 1

No que compete a possibilidades de interação dos alunos com o PTT de Silva e Almeida (2020), percebemos que o mesmo permite que o pensamento geométrico seja trabalhado de forma que o aluno possa visualizar, identificar, associar a partir das relações que os alunos podem fazer em salas de aula, visando o desenvolvimento de habilidades por meio da observação e sua localização no mundo que está em sua volta.

A partir das atividades que foram apresentadas no referido PTT, entendemos que essas podem auxiliar os alunos a usarem a criatividade e relacionarem com os processos de visualização de objetos matemáticos, de forma que possam auxiliar na produção de significados matemáticos. Essas atividades podem buscar desenvolver nos alunos a percepção, identificação e interpretação de objetos nas construções, principalmente no mundo que está em sua volta.

As atividades que foram trabalhadas no PTT de Oliveira e Almeida (2018) abordam alguns conceitos sem que exista a problematização dos mesmos. Acreditamos que essas possíveis articulações permitem que os alunos possam relacionar e desenvolver os conhecimentos matemáticos, bem como a capacidade de investigação e de se produzir conjecturas para novamente voltar a esses conhecimentos matemáticos para uma melhor compreensão mais significativa.

O PTT permite que os alunos participem dos processos que envolvem as construções de diferentes poliedros, permitindo assim a participação ativa do aluno no processo de sua aprendizagem, motivando o mesmo durante a abordagem dos conceitos que permitem as construções desses poliedros regulares.

As atividades destacam-se por requererem que o aluno possa construir, identificar, diferenciar, reconhecer e comparar formas geométricas para conseguir responder as atividades. Nesses tipos de atividades podem ser desenvolvidas habilidades de raciocínio, como organização, atenção e concentração. Por envolverem formas geométricas em suas estruturas, algumas atividades do PTT de Silva e Almeida (2020) possuem cores diferentes,

em que a geometria é destacada para ser trabalhada de forma dinâmica, com frases em poucas linhas, com vários formatos, sem muitos detalhes. Partindo disso, os alunos poderão associar essas formas com outras que ele já tenha visto para que os mesmos continuem seus processos de observar o mundo em sua volta.

Quadro 27 – Critério 1 para análise do PTT 8

Critério para análise 1			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou	
Professor/Aluno		textos complementares	
-PTT-	X	PTT permite construir, identificar, diferenciar,	
Atividades		reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade	
Matemáticas –		matemática	5
Processos	X	PTT permite mediar a criação e produção de significados	
Linguísticos nas		durante a resolução da atividade	
atividades	X	PTT motiva e estimula criar novas conjecturas	
matemáticas	X	PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação	
		e à interpretação de objetos matemáticos	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.8.2 Análise do Critério 2

Nas atividades propostas por Silva e Almeida (2020), ao serem aplicadas em salas de aula, os alunos sempre lidarão com registros de representação, desde que participem das atividades ativamente.

Percebemos que o PTT trabalha com o registro numérico, ao serem elencadas os números nas escadas da atividade "AONDE VOCÊ ESTÁ INDO?", e no início dos versos da atividade "ENCONTRAMOS MATEMÁTICA NOS POEMAS?". Também podemos encontrar o registro figural "geométrico" ao serem usadas formas geométricas em algumas atividades para explorar o pensamento geométrico.

O PTT também trabalha com o registro da língua natural, ao serem encontrados contextos envolvendo "quociente", "incógnita", "trapezoide", "retangular", "esferoides", "soma", "quadrado", "catetos", "hipotenusa".

Ao serem trabalhados vários registros de representação nas atividades presentes no PTT de Silva e Almeida (2020), entendemos que as conversões ocorrem poucas vezes nos momentos das atividades. Como um dos objetivos do PTT dos autores envolve manipular figuras geométricas quanto a sua identificação, reconhecimento de suas propriedades, uma

boa sugestão seria os alunos explorarem mais registros algébricos para converterem para o "geométrico", ou da língua natural para o "geométrico", dentre outras possibilidades.

Quadro 28 – Critério 2 para análise do PTT 8

Critério para análise 2			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado	
Registros de representações	X	PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro, sem conversão.	
semióticas em atividades	X	PTT permite tratamento em vários sistemas de registros, sem conversão.	4
matemáticas	X	PTT permite conversão ao mudar de registro conservando o mesmo sistema.	
		PTT permite conversão ao mudar de registro em vários sistemas.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.8.3 Análise do Critério 3

O contexto presente na realização da atividade pode estar na forma como os autores contextualizaram a construção do conhecimento a partir de como os alunos poderão formular o pensamento geométrico. Como as atividades presentes no PTT de Silva e Almeida (2020) foram pensadas de com o intuito de formular as possíveis representações geométricas que os alunos tiveram contato no mundo que está em sua volta, essas podem oferecer a possibilidade dos alunos (re)significarem as situações que podem estabelecer relações com elementos que suscitam emoção, a partir das formas, contornos, texturas, dentre outras.

Quando o aluno é levado a refletir sobre o percurso que o mesmo faz da sua casa até a escola, ou vice versa, e, nesse caminho, fazer associações/ relações para poder compreender o que é percebido de forma visual, ele passa a aprender as propriedades e a relacionar o seu cotidiano as formas geométricas.

Percebemos também que esse mesmo contexto pode ser refletido envolvendo a interdisciplinaridade. Entendemos que, como as atividades presentes no PTT podem ser associadas ao contexto interdisciplinar, considera-se que algumas atividades do produto permitem ser exploradas por essa perspectiva.

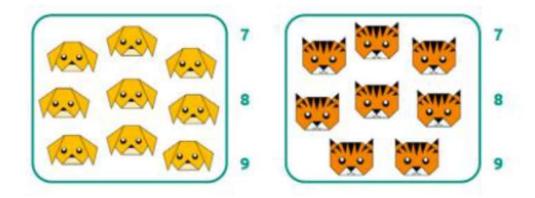
Quadro 29 – Critério 3 para análise do PTT 8

Critério para análise 3			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT proposto favorece a relação com outros contextos	
	X	PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e	
		situações relacionadas ao cotidiano	
Contextualização	X	PTT permite a construção de objetos de conhecimento e	
em atividades		as atividades propostas são contextualizadas	5
matemáticas	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa	
		de forma clara	
	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva	
		interdisciplinar	

6.1.9 Produto 9

O PTT *Propostas para o planejamento de atividades dos professores dos anos inicias* de autoria de Viana e Almeida (2020), é recomendado para professores, pesquisadores que desejam trabalhar com os anos iniciais do Ensino Fundamental. Em seu produto, os autores procuraram apresentar sugestões de atividades para que professores de Matemática possam replicar em suas aulas.

Figura 9 – Exemplo de uma atividade presente no PTT



Fonte: Viana e Almeida (2020, p.13).

Viana e Almeida (2020) elaboraram o PTT para auxiliar na formação contínua dos professores, como também contribuir para o planejamento do docente. Com quatorze sugestões de atividades, os autores também apresentaram orientações divididos em blocos ou campos, seguindo as diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que são: "Números (incluindo operações), geometria

(antes era espaço e forma), grandezas e medidas, probabilidade e estatística (antes era tratamento da informação) e o mais novo, que é álgebra" (VIANA; ALMEIDA, 2020, p.5).

A Figura 9 faz parte da atividade sugestiva 3.1.03, descrita a seguir: "Ana tem uma coleção de figurinhas. Contorne ao lado de cada figurinha, o número que mostra a quantidade de objetos de cada figurinha tem" (VIANA; ALMEIDA, 2020, p.13). Nessa atividade, os alunos podem, após refletir sobre o contexto que está estruturado na imagem, discutir sobre as diferentes representações simbólicas que são requeridas dos alunos, auxiliando no reconhecimento de diferentes figuras, como também nos processos de composição, decomposição e agrupamento de números naturais.

6.1.9.1 Análise do Critério 1

Ao terem contato com o PTT de Viana e Almeida (2020), os professores, pesquisadores, poderão ter uma ferramenta que permita trabalhar com atividades que visem a produção de significados matemáticos. A partir das atividades que estão inseridas nas estruturas do PTT dos autores, essas podem ser exploradas para que seja incentivado sobre a importância de diálogos em salas de aula, principalmente envolvendo o conhecimento acerca dos números em nossa volta.

Entendemos que, ao ser aplicado em salas de aula, os alunos poderão questionar sobre as atividades que envolvem os processos de significação dos números que serão usados para contar, medir, comparar. Como a maioria das atividades permitem que exista uma comunicação visual, entendemos que as atividades do PTT de Viana e Almeida (2020) permitem não apenas passar informações aos alunos, seja por figuras, imagens, cartazes, desenhos, entre outros, mas também para o planejamento envolvendo registros verbais e simbólicos, bem como auxiliar na problematização de situações do interesse dos professores (jogos, brincadeiras, materiais).

Portanto, as atividades do PTT de Viana e Almeida (2020) podem auxiliar os alunos em processos que envolvam estratégias, elaboração e resolução de problemas, comparar quantidades de objetos, fazer estimativas entre valores de produtos, dentre outros. Dessa forma, o PTT poderá contribuir para a leitura, escrita, associação e interpretação das diversas situações envolvendo objetos que poderão ser trabalhados a partir da socialização de estimativas, principalmente se os alunos se dividirem em grupos.

Critério para análise 1 P Avaliação Critério Nota PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou textos complementares Professor/Aluno -PTT-X PTT permite construir, identificar. diferenciar. Atividades reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade Matemáticas – 4 matemática Processos PTT permite mediar a criação e produção de significados Linguísticos nas durante a resolução da atividade atividades PTT motiva e estimula criar novas conjecturas matemáticas PTT desafia o aluno e atende à percepção, à identificação e à interpretação de objetos matemáticos

Quadro 30 – Critério 1 para análise do PTT 9

6.1.9.2 Análise do Critério 2

Nas atividades sugeridas por Viana e Almeida (2020), ao serem aplicadas em salas de aula, os alunos poderão lidar com alguns registros de representação.

O PTT trabalha com o registro da língua natural, ao serem lidas as palavras "lucro", "idades", "menos", "anos", "iguais", "mais", "soma", "metade", "quadrado", "dobro", "triplo".

Percebemos que o PTT também trabalha com o registro numérico, ao serem descritos os números das placas de cada criança na atividade 3.1.01. Na atividade 3.1.03, também o encontramos na quantidade que pode representar os objetos que serão contornados. Já na atividade 3.1.04, o numérico é encontrado na quantidade de tampinhas de cada cor que está agrupado.

No bloco de atividades sugeridas para o 2° ano, encontramos o registro numérico na atividade 3.2.01 nas quantidades extras que o personagem ganhou. Na atividade 3.2.03, ele pode ser encontrado no padrão das sequências. E na atividade 3.2.04, podemos encontrá-lo nos valores das cédulas que serão somadas. No bloco de atividades sugeridas para o 3° ano, o registro numérico pode ser encontrado nas atividades 3.3.01 e 3.3.02 nos valores que serão utilizados. E, por fim, no bloco de atividades sugeridas para o 4° e 5° anos, nos valores que podem ser resultados do que são requeridos nas alternativas.

O PTT de Viana e Almeida (2020) apresenta quatorze sugestões de atividades e as mesmas trabalham com vários registros. Por outro lado, as atividades não solicitam do aluno a conversão de um registro para outro quando está realizando a resolução das mesmas. Mesmo que as conversões não sejam solicitadas nas estruturas das atividades do PTT, percebemos

que há oportunidades para serem realizadas as conversões. São apenas realizados tratamentos em vários sistemas.

Quadro 31 – Critério 2 para análise do PTT 9

Critério para análise 2			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado	
Registros de representações	X	PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro, sem conversão.	
semióticas em atividades	X	PTT permite tratamento em vários sistemas de registros, sem conversão.	3
matemáticas		PTT permite conversão ao mudar de registro conservando o mesmo sistema.	
		PTT permite conversão ao mudar de registro em vários sistemas.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.9.3 Análise do Critério 3

Ao analisarmos as atividades que estão presentes no PTT de Viana e Almeida (2020), percebemos que a contextualização se dá por meio da forma como os autores pensaram nas atividades que estão inseridas na estrutura do PTT, sendo que as mesmas podem utilizar relações ou situações com o cotidiano. Algumas dessas atividades podem levar os alunos a reconhecer as referidas situações e estabelecer estimativas e comparações entre objetos, podendo resultar em registros simbólicos.

Quando o professor aplicar a atividade 3.1.03, como visto anteriormente na Figura 9, por exemplo, estará objetivando o uso dessas estruturas simbólicas, que podem envolver diagramas visuais, como também outras formas de processos que busquem o desenvolvimento de habilidades mentais, para explorar possíveis objetos que possuem símbolos nas diferentes atividades matemáticas.

Em atividades como essa, a contextualização se apresenta ao serem relacionadas com figuras ou desenhos coloridos e que façam parte do cotidiano dos alunos a partir de situações que o autor abordou no PTT, como apontam os estudos de Silva (2007).

Para concluir sobre os critérios que envolvem a contextualização do PTT de Viana e Almeida (2020), assim como em outros PTT analisados, também percebemos que as atividades presentes na estrutura do referido PTT apresentam possibilidades que podem ser

associadas com a interdisciplinaridade, como forma de ampliar, elaborar e resolver situações problemas do cotidiano com outros contextos.

Quadro 32 - Critério 3 para análise do PTT 9

Critério para análise 3			
Critério	P	Avaliação	Nota
	X	PTT proposto favorece a relação com outros contextos	
	X	PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e	
		situações relacionadas ao cotidiano	
Contextualização	X	PTT permite a construção de objetos de conhecimento e	
em atividades		as atividades propostas são contextualizadas	5
matemáticas	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa	
		de forma clara	
	X	PTT permite trabalhar em uma perspectiva	
		interdisciplinar	

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.2 Cruzamento de todos os PTT a partir dos critérios estabelecidos

Após a análise dos PTT, em que analisamos quais PTT possuíam atividades matemáticas e quais as ressignificações que poderiam surgir nas estruturas durante os processos de produção de significados dos mesmos. No mesmo sentido que dialogamos a partir de Peirce (2005) e, principalmente, de Duval (2008; 2011; 2017), percebemos que os PTT analisados, a partir do recorte temporal do Quadriênio 2017-2020, possuem alguns aspectos recorrentes relacionados à mudança semiótica, em relação à interpretação e produção de significados matemáticos, tornando visível o processo de ressignificação das atividades matemáticas presentes nos PTT.

Quadro 33 - Resultados dos Critérios de análise dos PTT

	Avaliações	P1 P2		P3 P4	23	P6	P7	P8	P9
	PTT pode ser aplicado sem outro material didático ou textos complementares		-	XX		X		X	X
Professor/Aluno – PIT – Airvidades	PTT permite construir, identificar, diferenciar, reconhecer e comparar símbolos para resolver a atividade matemática	X	580000	X	X	X	X	X	X
Matematicas – Processos Lineatisticos	PTT permite mediar a criação e produção de significados durante a resolução da atividade	XX		XX	×	×	X	X	×
nas atividades	PTT motiva e estimula criar novas conjecturas	X	X		X		X	X	×
matemáticas	PTT desafía o aluno e atende à percepção, à identificação e à interpretação de objetos matemáticos		500	X			X	X	
	Notas	2 3	(00/00)	5	3	3	4	2	4
Registros de	PTT permite reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado	XX	COCEAD	XX	X	X	X	X	X
representações	PTT permite tratamento no mesmo sistema de registro, sem conversão.	XX	99500	XX	X	X	X	X	X
semióticas em	PTT permite tratamento em vários sistemas de registros, sem conversão.	X		X	×		X	X	X
atividades	PTT permite conversão ao mudar de registro conservando o mesmo sistema.	X	2000	X X		X		X	
matematicas	PTT permite conversão ao mudar de registro em vários sistemas.								
	Notas	3 4		4 4	3	3	3	4	3
	PTT proposto favorece a relação com outros contextos	A		X	>	×	>	×	>
	PTT aborda temas, conteúdos contemporâneos e situações relacionadas ao cotidiano	2				×	×	×	×
Contextualização em atividades	PTT permite a construção de objetos de conhecimento e as atividades propostas são contextualizadas	X	(ACOM)	X	X	X	X	X	X
matemáticas	PTT permite trabalhar em uma perspectiva significativa de forma clara	XX		X X	X	X	X	X	X
	PTT permite trabalhar em uma perspectiva interdisciplinar	X		X		X		X	X
	Notas	4 3	0.00	5 3	3	5	4	2	S

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir de um olhar semiótico, foi possível verificar como os conteúdos matemáticos, representados nesses produtos, podem auxiliar nos processos de produção de significados matemáticos. Em nossa observação, envolvendo o processo de ressignificação das atividades matemáticas presentes nos PTT e dos registros de representações semióticas que podem ocorrer na mente dos leitores, envolvendo os objetos matemáticos (DUVAL, 2008; 2011; 2017), percebemos os contextos/aspectos que discorremos em nosso texto, os quais selecionamos e catalogamos, com alguns exemplos, da forma como apresentamos no Quadro 33.

Para observarmos os PTT dos Leematianos, dentro do recorte temporal, seguimos alguns critérios para refletirmos sobre os mesmos, sendo eles: *Professor/Aluno – PTT – Atividades Matemáticas – Processos linguísticos nas atividades matemáticas; Registros de representações semióticas em atividades matemáticas*; e *Contextualização em atividades matemáticas*.

Em relação ao primeiro critério, que é sobre a relação do **Professor/Aluno – PTT – Atividades Matemáticas – Processos linguísticos nas atividades matemáticas**, percebemos que, dos nove PTT catalogados, todos eles permitem a construção, identificação, diferenciação, reconhecimento e comparação de símbolos para resolver a atividade matemática, como também permitem mediar a criação e produção de significados durante a resolução da atividade.

Ainda em nossa análise, cinco PTT permitem serem usados sem outro material didático ou textos complementares e outros seis motivam e estimulam os alunos, ou professores em formação, a criar novas conjecturas. Nesses dois segmentos citados, apenas os PTT 3, 8 e 9 podem favorecer os dois.

Nesse sentido, é importante notarmos que, os PTT que foram criados pelos pesquisadores podem ter formas diferentes de como os alunos, ou professores, caso esses produtos sejam usados em cursos de formação continuada, podem acessar o conhecimento, representam vários significados para os mesmos. Entendemos que, quando se aplicam ou replicam produtos em salas de aula, devemos também analisar a experiência que os alunos irão possivelmente ter com os mesmos.

Quando falamos que esses produtos podem ser usados sem outro material didático ou textos complementares, estamos nos referindo à forma que esse produto é usado em sala de aula e qual a sua possível relação com outros materiais ou representações adicionais que o professor leve para auxiliar no desenvolvimento de produção de significados matemáticos, por meio de processos linguísticos ou cognitivos que poderão ocorrer quando os alunos

estiverem respondendo essas atividades em sala de aula, ou seja, ao olharmos para esse contexto, estamos querendo saber se o PTT é autossuficiente, sem que seja necessário o professor recorrer a outro material ou texto.

Outro ponto que também destacamos é a forma como esses produtos podem levar os alunos a criar novas conjecturas. Quando os alunos respondem determinada atividade, o professor pode pensar em como esses materiais didáticos, PTT, jogos, dentre outros, auxiliam os alunos a criar novas conjecturas a partir do desenvolvimento de representações mentais e possíveis relações conceituais (DUVAL, 2011; SOARES, 2019).

Dessa forma, inferimos que, se as atividades matemáticas dos PTT forem pensadas ou estruturadas de tal forma que consigam levar os alunos a criar hipóteses, deduções, suposições, acreditamos que esses PTT podem ser utilizados para que os alunos consigam expressar seu pensamento de tal forma que o mesmo está sendo representado (SANTAELLA; NOTH, 1998), como também poderá servir de meio para que se consiga aprender matemática, podendo também relacionar o aprendizado e entendimento em outras disciplinas, pois as estruturas mentais ou cognitivas possuem resquícios semióticos que podem ser construídas nesse sentido (DUVAL, 2017).

Dos nove PTT analisados, apenas quatro desafiam os alunos e podem, possivelmente, atender à percepção, à identificação e à interpretação de objetos matemáticos. Ao final da análise do primeiro critério, podemos destacar os PTT 3 e 8 que foram examinados e possuíam os cinco segmentos avaliativos.

Em nossa análise, também podemos perceber que alguns PTT atendiam a um contexto, mas não atendia ao outro dentro do mesmo critério. Dessa forma, entendemos que, quando os alunos respondem as atividades matemáticas que estão nos produtos, ao se depararem com as mesmas, pode existir a possibilidade deles possuírem dificuldade cognitiva de acessar os objetos matemáticos, de tal forma que atenda à percepção, à identificação e à interpretação dos mesmos.

Pudemos notar que, normalmente, para se conseguir ter acesso objetos, esses podem ser acessíveis por meio de suas possíveis representações que são criadas. E, se o aluno não conseguir associar essas representações que poderão ser produzidas, também não conseguirá associar o que está sendo visualizado que, de forma mental e de forma abstrata, esses contextos simbólicos também podem representar números (SOARES, 2019).

Por outro lado, entendemos que, se os alunos conseguirem associar os contextos simbólicos presentes nas atividades com suas possíveis representações e com o objeto matemático que poderá ser construído e também atribuído a significados matemáticos

(SOARES, 2019), esses estarão envolvidos nos processos cognitivos que levam o aluno relacionar o *fazer sentido* de alguma *coisa*, levando os mesmos a representar e mediar novos conhecimentos.

Para Duval (2008; 2011), essas situações de criar novas formas de se chegar aos processos cognitivos, de tal forma que os indivíduos possam criar novas propriedades de se conseguir acessar a objetos matemáticos, podem ser meios de se atribuir significados às representações semióticas que podem diferir de outras a partir dos seus respectivos conteúdos.

Dessa forma, entendemos que, nessas atividades matemáticas que analisamos a partir do primeiro critério estabelecido, os aspectos que estão inseridos nas estruturas dessas atividades podem, em partes, auxiliar na formação de conceitos, a partir da percepção de objetos que também podem representar a mediação e o apoio à construção de objetos matemáticos para que os alunos possam refletir durante os processos de construção de objetos, como também do conhecimento matemático.

Nesse sentido, Soares (2019), com referência em Duval (2008), explica que, em atividades matemáticas, ou problemas ou desafios simbólicos, quando possuem contextos que podem levar os alunos ao processo de aquisição de conhecimento, ao visualizar os elementos que compõem as atividades matemáticas, e os educandos conseguem associá-las a possíveis representações, como símbolos, figuras, desenhos, esse contexto pode auxiliá-los "durante o processo de construção desses objetos matemáticos e que são atribuídos significados matemáticos, ou seja, nesse tipo de atividades, as ilustrações, desenhos ou símbolos representam números" (SOARES, 2019, p.153).

Nesse sentido, Soares (2019), sendo referenciado pelos estudos de Santaella (2012) e Duval (2017), explica que,

[...] esses símbolos podem ser visualizados nessas imagens são letras, figuras, números, formas geométricas e que, mentalmente e de forma abstrata, podem representar números. Dessa forma, essas atividades matemáticas ou desafios matemáticos que possuem um contexto simbólico podem despertar na mente dos leitores, processos de interpretação e construção de objetos matemáticos em que o leitor pode representar semioticamente símbolos e estruturas mentais para a produção de significados [...], permitindo que se possa associar alguma *coisa* à outra *coisa*, que, nesse contexto, essa última *coisa* seria a representação de uma figura/ símbolo em números (SOARES, 2019, pp.152-153).

Em relação ao segundo critério, que trata sobre os **Registros de representações** semióticas em atividades matemáticas, dos nove PTT catalogados, todos eles permitem reconhecer o conteúdo da representação, o sistema de registro e o objeto representado, e

também permitem que sejam realizados tratamentos no mesmo sistema de registro, sem a necessidade de conversão.

Podemos notar que, nas atividades matemáticas analisadas em nosso recorte temporal, essas permitem que se possa conhecer e associar o registro de representação a possíveis transformações, como os tratamentos, que, segundo Duval (2008; 2017), são bastante importantes no contexto das representações semióticas.

A partir dos estudos de Duval (2009; 2011; 2017), como falamos no Capítulo 3, quando os alunos resolvem determinadas atividades matemáticas, os mesmos poderão recorrer à realização de provas matemáticas que podem ser derivadas do processo de reconhecimento do conteúdo que a atividade matemática pode abordar, como também escolher o sistema semiótico que pode ser justificado durante seu processo de visualização.

Dessa forma, Duval (2017) nos explica que se, hipoteticamente, o aluno não usar o mesmo registro semiótico, durante sua leitura das estruturas simbólicas, que estão inseridas nas atividades matemáticas, poderá ocorrer de o objeto matemático não ser mudado devido ao tratamento realizado durante o processo de transformação referente ao registro que foi selecionado pelo aluno em sala de aula.

Isso nos ajuda a refletir sobre o porquê de a maioria dos materiais didáticos, pedagógicos, ou também os professores em suas salas de aula, tentam buscar analisar como essas transformações ocorrem, principalmente durante seus processos de resolução de atividades matemáticas, problemas, sendo analisadas as propriedades dos objetos que serão representados. E, se isso não ocorrer, pode deixar de entender que o mesmo é mobilizado para auxiliar os mesmos no processo de tentar entender como ocorrem essas transformações do registro selecionado pelo aluno (DUVAL, 2017).

Já oito dos nove PTT analisados podem permitir tratamentos em vários sistemas de registros, sem conversão. E cinco dos nove PTT permitem que seja realizada a conversão ao mudar de registro conservando o mesmo sistema.

A observação que realizamos nesses PTT analisados, nos levou a refletir sobre a forma como os alunos realiza a mobilização de registros para que os mesmos possam entender a Matemática, como também a resolução de problemas. Para Duval (2011), quando falamos sobre atividades matemáticas, as mesmas não se limitam ao uso de apenas um único registro. O autor ainda explica que toda essa situação poderá ser bem mais complexa do que as possíveis produções que podem constar nos registros em que os tratamentos são realizados (DUVAL, 2011; 2017).

Dessa forma, sendo referenciados por esses estudos de Duval que envolvem os registros de representação, podemos inferir que, no contexto matemático, quando o aluno se depara com uma atividade matemática não irá pensar em um único registro, mais sim em vários registros.

Também percebemos que, nessa mobilização de registros de representação, o mesmo pode assumir outros contextos representativos que poderão surgir a partir dos processos cognitivos que o aluno desenvolve a partir das atividades matemáticas que envolvem vários sistemas cognitivos.

Ainda sobre os possíveis registros que podem ser usados no contexto da Matemática, Duval (2011) também explica que todas as transformações que poderão surgir de representações que constituem a atividade matemática, como, por exemplo, aquelas operações que são próprias para cada registro e os vários tipos de conversão que podem surgir nesse meio, permitem que as representações de dois registros diferentes possam ser mudadas de acordo com os registros. O autor ainda acrescenta que, esses registros de representações semióticas, são diferentes das representações abordadas por Pierce (2005).

Esse contexto também foi percebido por Soares (2019) em seus estudos, quando explanou que,

[...] durante o processo de visualização, interpretação e representação, as categorias de Peirce nos levam a refletir, nesse meio onde ocorrem os processos de construção de objetos matemáticos, [...] quando falamos sobre representações semióticas, no momento em que os leitores, ou alunos em sala de aula, realizam determinados tratamentos matemáticos para transformarem uma *coisa* em outra *coisa*, todo esse processo vai depender da forma que o mesmo irá representar simbolicamente (SOARES, 2019, p.157).

E, sendo referenciado pelos estudos da semiótica de Peirce (2005) e Duval (2008; 2017), e de Santaella (2012), Soares (2019) explicou que,

[...] na Matemática, um dos principais papéis que o signo pode desenvolver na mente dos leitores não é representar objetos matemáticos em si, mas fornecer aos mesmos a capacidade de realizar interpretações, associações e representações de alguns signos em outros signos. Ou seja, no contexto matemático, as representações semióticas podem ser desenvolvidas pela forma como os leitores podem desenvolver determinadas capacidades de processamento matemático que essas representações podem permitir (SOARES, 2019, p.157).

Por outro lado, nenhum dos nove PTT permitem que sejam realizadas conversões ao mudar de registro em vários sistemas.

Para Duval (2011; 2017), quando falamos sobre a necessidade de se realizar a conversão de uma representação de um registro inicial para o registro final ou de chegada, também poderemos estar tentando diferenciar de conversões que podem ocorrer de forma direta e inversa entre dois registros de representação.

O autor ainda explica que isso pode se tornar mais recorrente durante os processos que envolvem processos de ensino e aprendizagem da Matemática, e que é difícil serem levados em consideração nos contextos pedagógicos e de salas de aula. Duval ainda explica que, para se ter sucesso em uma conversão de representações semióticas em um sistema, essas não envolvem a capacidade de reconhecer e fazer uma conversão inversa, pois as mesmas são bem diferentes.

Quando falamos sobre conversões de registros em vários sistemas, estamos nos referindo a como essas atividades podem permitir que os alunos produzam representações de representações semióticas mobilizando diferentes sistemas que serão usadas para produzi-las. Ao sermos embasados pelos estudos de Duval (2017), entendemos que isso é possível a partir da forma como são realizadas as atividades cognitivas que dizem respeito aos meios que os alunos caminham para se chegar aos processos de aquisição do conhecimento que a referida atividade poderá leva-los, observando o modo como eles conseguem acessar os objetos de conhecimento.

E, olhando todo esse contexto, que poderão estar presentes nas estruturas das atividades matemáticas, como também nos modelos semióticos dos diferentes registros de representação, percebemos que podem existir vários fenômenos que originam possíveis conversões ao mudar de registro em vários sistemas de registros semióticos, como podem ocorrer nos registros em língua natural.

Como falamos no Capítulo 3, a forma como podemos representar algo depende do sistema produzido pela mesma forma. Além do que podemos realizar com os registros em língua natural, também há possibilidades quando adotamos registros figurais de objetos em duas ou mais dimensões que podem desempenhar funções cognitivas bastante diferentes (DUVAL, 2011; 2017).

Dessa forma, podemos entender que existem vários registros possíveis para a única função de algum cálculo algébrico, por exemplo. Para Duval (2011), esse processo pode ser chamado de substituição algorítmica de representações semióticas entre si.

Ainda em relação ao segundo critério do nosso estudo, também podemos destacar a presença de vários registros de representações nos PTT analisados. O resultado dos registros presentes nas atividades matemáticas podem ser conferidos no quadro a seguir:

Critério Registros de Representação **P1 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 Mobilizados** Registro em Língua Natural X X X X X X X X X Registros de Registro Numérico X X X X X X X X X Registro Numérico Tabular representações X X X semióticas em Registro Figural X X X X X atividades Registro Algébrico X X X matemáticas Registro Gráfico X X X Nota 4 5 4 3 3 3 2

Quadro 34 – Registros de Representação no Critério 3

Como pode ser observado no Quadro 34, foram encontrados vários registros de representação nas atividades matemáticas, sendo eles: *língua natural, numérico, numérico* "tabular", figural, algébrico e gráfico.

Ainda no Quadro 34, como resultado da análise, podemos destacar que todos os nove PTT envolvem tratamentos ou conversões de *registros em língua natural* e *numérico*. Já o *registro figural* se fez presente em cinco dos nove PTT analisados. Os *registros numérico tabular, algébrico* e *gráfico* se fizeram presentes em três PTT, sendo o *tabular* no P1, P3, P6 e P7; o *algébrico* no P2, P3 e P4; e o *gráfico* no P3, P4 e P5.

Percebemos também que, dos nove PTT analisados, dois deles, que são os produtos 3 e 4, são os que mais possuem a mobilização de registros de representação e exploraram várias possibilidades tanto de tratamentos quanto de conversão. Por outro lado, o produto 9 foi o único que apresentou poucos registros de representação.

Dessa forma, a partir dos estudos de Peirce (2005) e Duval (2008; 2011; 2017), entendemos que as produções que os alunos fazem em Matemática são produções semióticas. E, como também podemos observar no Quadro 34, essas produções são feitas em, pelo menos, dois registros, sendo que, em nossas análises, são os registros em língua natural e o número.

Essa análise pode nos levar mais adiante, pois, se formos observar os contextos em que os registros em língua natural podem auxiliar, a partir das atividades matemáticas presentes nos PTT catalogados e analisados, entendemos que esses em língua natural são produzidos por meio da leitura, escrita ou oralidade.

Nesse sentido, também percebemos que os registros que surgiram desses PTT podem nos levar a refletir sobre como o pensamento matemático pode agir nos processos de produção de significados. Para existir o entendimento matemático é necessário, pelo menos,

dois registros de representação, então, podemos inferir que não é interessante que os alunos foquem apenas em um único registro e explanar que esse é a representação principal de uma estrutura semiótica ou de outros registros que podem surgir.

A partir dos estudos de Duval (2017), percebemos que, como os PTT podem lidar com dois ou mais registros de representação diferentes, esses poderão permitir aos professores e alunos atribuir significados durante os processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Dessa forma, entendemos que as atividades matemáticas podem ser representadas semioticamente de diferentes formas, podendo ser usadas para ser desenvolvidas a partir da produção de significados matemáticos, sendo que, em algumas atividades, esses processos são mais simples de serem realizados do que em outras atividades mais complexas em que são refletidos sobre o conceito de um sistema ou estrutura semiótica (DUVAL, 2017; SOARES, 2019).

Em relação ao terceiro critério, que trata sobre a **Contextualização em atividades matemáticas**, dos nove PTT catalogados, identificamos que todos permitem trabalhar em uma perspectiva significativa de forma clara, e que os alunos, ou professores em formação, podem relacionar as situações vivenciadas nas atividades dos referidos produtos e permitem que os mesmos possam refletir, associar e interpretar situações matemáticas relacionando esse aprendizado de forma significativa. Também percebemos que os nove PTT analisados favorecem relações com outros contextos.

Dessa forma, entendemos que as atividades matemáticas presentes nos PTT analisados podem permitir que os alunos realizem representações contextualizadas, podendo auxiliar aqueles alunos que possuem dificuldades em seus processos de aprendizagem, como também a construção e compreensão de conceitos matemáticos.

Ainda no que se refere à contextualização matemática nessas atividades analisadas, também percebemos que as mesmas consideram a contextualização como uma forma de descrever uma situação no âmbito do ensino, podendo ajudar os professores em salas de aula, principalmente aqueles que não sabem explicar uma situação que envolva a contextualização.

Como foram analisados nove PTT, entendemos que, por eles possibilitarem trabalhar em uma perspectiva significativa e pode contextualizar a aprendizagem, esses podem usar a contextualização como um meio de se chegar aos conhecimentos dos alunos, trazendo determinados conceitos deles, de suas casas, de seu meio, para conectá-los à sala de aula (SILVEIRA *et al.*, 2014).

Ainda, dos nove PTT analisados, oito permitem a construção de objetos de conhecimento que podem auxiliar na compreensão de como os alunos podem produzir significados, desenvolvendo assim a habilidade de criar novas representações, como também estimular a associação e criação de interpretações matemáticas. Percebemos também que as atividades propostas nesses PTT são contextualizadas. Seis de nove produtos abordam temas, conteúdos contemporâneos e situações contextualizadas. Já outros cinco produtos permitem trabalhar em uma perspectiva interdisciplinar.

Como algumas atividades matemáticas podem promover o ensino contextualizado, acreditamos que, esses tipos de atividades são bastante importantes no dia a dia em sala de aula por poder conectar o contexto do meio em que o aluno esteja inserido, como as suas crenças, culturas, relacionando ao mundo real. Dessa forma, esse processo contextualizado de ensino, que conecta o seu cotidiano com o contexto das atividades, pode ser atraente para o interesse dos alunos, como apontam os estudos de Maffi *et al.* (2019).

Portanto, o olhar linguístico, semiótico, representativo, contextualizado que colocamos nesses PTT analisados torna-se uma possibilidade, dentre outras possíveis, para entendermos como alguns produtos podem contribuir para a produção de significados envolvendo o conhecimento matemático.

Com base nesses apontamentos, podemos indagar: de que maneira os PTT, em especial aqueles que possuem atividades matemáticas, podem contribuir para a produção de conhecimentos matemáticos?

Inicialmente, inferimos que o olhar do nosso trabalho foi a partir de uma perspectiva semiótica. Com base nos estudos de Peirce (2005), e, principalmente, de Duval (2008, 2017), vimos que a semiótica pode nos auxiliar a compreender como um objeto é visualizado. Entendemos que, para algumas pessoas, é difícil pensar na possibilidade de apresentar ou representar signos e que seus significados podem fazer parte de alguma representação, principalmente quando falamos de contextos que envolvem objetos matemáticos.

Refletir sobre um conceito abstrato, muitas vezes, pode levar os alunos, ou até mesmo professores em seus cursos de formação, a considerar possibilidades de perceber que esses objetos mentais, os quais conseguimos representar e interpretá-los, são visualizados por meio de expressões simbólicas, em que esses símbolos nos auxiliam na mediação e na produção de significados desses mesmos objetos que, ao envolvermos no contexto da Matemática, são usadas em atividades matemáticas para fortalecer o pensamento dos mesmos, facilitando o entendimento dessas estruturas que estão sendo representadas semioticamente.

Quando falamos sobre os processos linguísticos que podem nos auxiliar a entender como essas situações ocorrem, ao analisarmos os enunciados presentes nas atividades ou problemas matemáticos, quando os alunos vão refletindo sobre os signos presentes nessas estruturas, podem conseguir relacionar essas expressões simbólicas matemáticas aos processos que envolvem as áreas do conhecimento matemático.

Nesse sentido, acreditamos que os alunos podem perceber, identificar e relacionar conceitos de novas representações semióticas para que essas auxiliem a representar estruturas simbólicas, construção de gráficos, definições de funções, ou qualquer outro tipo de contexto que possa levar a uma visualização matemática (SOARES, 2019).

Seguindo nessa mesma direção, entendemos que, durante muitos anos, se procurou saber como os alunos compreendem determinado contexto matemático e como os mesmos podem trilhar seu próprio caminho visando à compreensão da Matemática. Mesmo que alguns desses alunos possam refletir sobre a existência de objetos matemáticos, ou sobre como acessar esses objetos, ao analisarmos atividades matemáticas, como realizamos em nosso estudo, podemos até pensar na possibilidade de que é por meio das representações que podemos pressupor a existência de objetos que podem ser considerados, por exemplo, concretos.

Mas, para que esses objetos concretos possam, de certa forma, existir, ou até mesmo para que os alunos possam saber da existência dos mesmos, precisamos pensar em meios que levem os alunos a fazer novas conjecturas, pois mesmo que os alunos explorem resoluções de problemas, situações matemáticas ou, até mesmo, demonstrar conjecturas, todos esses meios podem impulsionar atividades matemáticas.

Em nossas análises, entendemos que as atividades matemáticas, que estão presentes nas estruturas dos PTT que analisamos em nosso recorte temporal, quando alunos, ou professores em cursos de formação continuada, forem desenvolvê-las, essas atividades dependem das possíveis representações semióticas que podem ser usadas para o entendimento do objeto matemático, como também dependem da necessidade de produzir e considerar, pelo menos, duas representações bastante diferentes do mesmo objeto (DUVAL, 2008; 2017).

Se os alunos conseguirem realizar meios para criar novos significados, ou referir-se a um objeto concreto, por exemplo, ele precisaria, necessariamente, criar novos meios de pensamentos, de compreensão, em busca do conhecimento matemático, para acessar objetos abstratos, como é o caso dos objetos matemáticos, pois,

[...] é por meio das representações semióticas, e do conceito de signo, que podemos ter acesso à produção semiótica dos leitores, seja por meio de registros, comentários, para tentarmos saber como os mesmos transformam esses signos, que podem ser enunciados de atividades, símbolos matemáticos, número, gráficos, dentre outros exemplos que catalogamos nas imagens virtuais, utilizam esses mesmos signos, em uma perspectiva semiótica, para a produção de outros signos (SOARES, 2019, p.160).

Dessa forma, entendemos que o aluno, ao refletir sobre os processos de associar alguma *coisa* a símbolos matemáticos, quando realizam um cálculo a partir de uma atividade matemática,

[...] pode mobilizar o mesmo tipo de símbolo ou figura para poder representar determinados números, podendo ser também uma equação, função, expressão numérica ou até um sistema de equações, podendo ocorrer também com uma figura geométrica, dentre outros. Dessa forma, entendemos que, quando o leitor faz uma associação com símbolos matemáticos, podemos refletir sobre o contexto que a representação pode se referir e o conteúdo da mesma, pois esses apontamentos nos faz pensar sobre os processos matemáticos que podem ser realizados durante essa associação semiótica (SOARES, 2019, pp.158-159).

A partir desse contexto, podemos refletir sobre a importância que a Matemática exerce no nosso dia a dia, pois é por meio dela que podemos entender melhor que os contextos matemáticos fazem uma grande diferença ao analisarmos determinadas representações, como é o caso de explicações matemáticas no contexto das representações semióticas.

A partir dessas reflexões, podemos indagar: mas o que poderiam ser os objetos abstratos, ou, de forma mais específica, os objetos matemáticos? Uma das possíveis formas de tentarmos responder a essa indagação é por meio de exemplos de objetos matemáticos, ou abstratos. Para alguns autores, objetos abstratos incluem objetos matemáticos, como os números, equações, funções, para outros incluem signos que nos levam a entender a cor de determinado objeto, ou sua forma, dentre outros exemplos.

Nessa perspectiva, dentro do contexto matemático, as representações semióticas podem ser produções constituídas pelas formas como os alunos em sala de aula desenvolvem determinadas capacidades de processamento matemático, em que essas representações podem permitir visualizar o uso de signos que representam objetos matemáticos. Assim, percebemos o papel que a semiótica pode desenvolver na Educação Matemática, servindo como meio para abstrair conceitos de diversos estudos e pesquisas (SOARES, 2019).

Em nossa investigação, uma das contribuições que podemos destacar é entender como os PTT, principalmente os que envolvem atividades matemáticas, podem ser usados em sala

de aula e como pode surgir a produção de representações a partir de atividades, pois, como discutimos em nossa análise, quando um aluno reflete sobre processos que o leve a representar algo, a partir do momento que o mesmo pensar em criar novas representações, esse pensamento é sempre derivado de alguma coisa que esteja interiorizada nos processos cognitivos.

Se o aluno pensar em produzir uma representação semiótica, esse pensar é sempre relacionado a algo, pois se estamos pensando é claro que estamos pensando em alguma coisa. E é nesse meio que podemos destacar a forma como as estruturas cognitivas podem levar o aluno a produzir uma representação em um registro, ou seja, a representação que é derivada dos processos cognitivos em um registro é determinada da forma como pensamos em algo.

Nesse sentido, a partir da teoria de Duval (2008; 2017), podemos refletir que, o caminho cognitivo que falamos anteriormente, envolvendo a produção de representações semióticas, as mesmas surgem como o aluno pensa nos objetos que podem ser representados.

Os estudos de Duval nos fazem refletir sobre a forma como pensamos nos objetos matemáticos. É como se pensássemos em alguma *coisa* (objeto) que não tínhamos pensado nessa *coisa* antes de tentarmos produzir possíveis representações de objetos que estejam envolvidos nesses processos de pensamentos matemáticos. Essa reflexão, que acabamos de pensar, fica ainda mais evidente quando fazemos uso da linguagem natural, ou na língua natural, que esteve presente em todos os PTT quando analisamos os registros de representações.

Quanto à mobilização dos registros de representações, percebemos que as atividades matemáticas permitem que ocorram transformações, seja por tratamento ou conversão. Para Duval (2017), quando se realizam os processos de produções de representações semióticas, envolvendo o pensamento matemático, a produção de novas representações depende apenas da mudança do registro e da forma como podemos realizar a substituição do referido registro.

Dessa forma, entendemos que, quando falamos em transformações, de forma específica, nos tratamentos que são realizados, essas permitem construir novas representações no mesmo registro por uma transformação específica que pode ser requerida a mudança. Para Duval (2008), quando falamos em pensamento matemático, o mesmo sempre mobiliza, pelo menos, dois registros. E, mesmo que, do ponto de vista matemático, esses processos pareçam usar apenas um único registro, o entendimento necessário para executá-lo requer a mobilização de um segundo registro.

Duval (2008; 2017) ainda explica que a mobilização de um segundo registro é necessária para discernir e reconhecer quais formas de significados são, matematicamente,

relevantes no conteúdo das representações produzidas no primeiro registro. Dessa forma, entendemos que é nesse sentido que as transformações que os alunos realizam podem direcionar o funcionamento que podem levar os alunos a representar, de forma específica, cada registro.

Quanto às atividades matemáticas analisadas, detectamos que essas podem auxiliar os alunos nos processos que envolvam seu aprendizado, principalmente se os professores planejarem melhor suas atividades de forma que possam criar conjecturas que formule o pensamento matemático e que os alunos possam conseguir evoluir sua percepção de construção de objetos matemáticos, conseguindo melhorar seu aprendizado.

Também pudemos perceber que, ao analisarmos as estruturas simbólicas presentes nas atividades matemáticas dos PTT catalogados, as relações mentais que os alunos poderão estabelecer, não colocando em análise a forma como os mesmos se comportam em salas de aula, auxiliam os professores ou pesquisadores que precisam aplicar suas atividades em salas, a entender melhor a relação que os mesmos podem construir com essas atividades matemáticas e as associações que eles fazem ao realizarem processos mentais conjecturados.

Nesse sentido, entendemos que, mesmo não sendo o nosso objetivo pensar sobre como criamos muitas coisas que o nosso cérebro pode conseguir associar, mas como os tempos mudam, conforme vão surgindo novas tecnologias, podendo resultar em outros tipos de aprendizados, esses poderão também contribuir com um aumento significativo nos processos que envolvem os objetos matemáticos, pois, com novas formas de atividades, nosso cérebro também pode mudar com o tempo.

Em nossas análises, tentamos perceber relações entre as atividades matemáticas que estão presentes nos PTT com a criação e formulação de objetos matemáticos. Entendemos que, quando os alunos criam processos para visualizar os objetos, podendo ser eles abstratos, mentais ou matemáticos, eles estarão formulando um objeto de visualização que podem auxiliar em sua aprendizagem ou na compreensão de qualquer outro contexto matemático.

A partir daí, quando esse objeto de visualização, que pode ser uma estrutura simbólica, uma imagem virtual, um vídeo, dentre outras possibilidades, quando o aluno visualizar esse contexto, poderá começar a construir estruturas mentais que podem ser usadas também quando não são suscitados outros objetos dessa visualização, que podem ajudar no desenvolvimento da compreensão matemática.

7. PROEDUMAT

O PTT intitulado *ProEduMat* surge como uma possibilidade de apresentar aos professores, pesquisadores e alunos possíveis recursos para estimular suas aulas de Matemática ao fazerem uso de PTT nos processos de construção do conhecimento em Matemática. Este guia contempla ferramentas digitais para professores em que poderão ser elencados e ensinados para seu uso em salas de aula de Matemática. Também contempla possibilidades de se construir PTT.

O *ProEduMat* se juntará com outros guias já existentes pelo mundo da internet que tem como objetivo servir como meio de comunicação e interação formativa com a comunidade acadêmica e sociedade, por meio das tecnologias digitais e redes sociais.

Para acessar o *ProEduMat*, basta escanear código *QR* abaixo com a câmera do seu leitor de *QR Code*. O guia também está disponível a partir da próxima página.









 $\times \Box$ _

PROEDUMAT

Guia com possibilidades para a produção de significados em aulas de Matemática



 $\times \square$ _

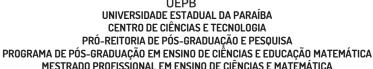
Luciano Gomes Soares &

José Joelson Pimentel de Almeida



0







Luciano Gomes Soares José Joelson Pimentel de Almeida

PROEDUMAT: Guia com possibilidades para a produção de significados em aulas de Matemática

Produto Técnico-Tecnológico apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração Educação Matemática na linha de pesquisa Metodologia, Didática e Formação de Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida.



Apresentação

Estimado(a) leitor(a),

0

Em algum momento de sua vida, você já parou para pensar de que forma poderemos produzir significados em aulas de Matemática? Se esse pensamento já passou por sua mente, então, veio ao lugar certo! Apresentamos este Produto Técnico-Tecnológico (PTT), que foi produzido a partir da pesquisa de mestrado que resultou na dissertação Produtos Técnico-Tecnológicos e Atividades Matemáticas: Possibilidades para produção de significados em aulas de Matemática.

Em nossa dissertação descrevemos e analisamos atividades diversas de produtos educacionais que estão apresentadas em outros produtos educacionais, escritos por membros do Leitura e Escrita em Educação Matemática — Grupo de Pesquisa (LEEMAT), também correlacionados a pesquisas de mestrado profissional.

Este PTT, que você está lendo agora, intitulado **ProEduMat**, surge como possibilidade de apresentar a você professor(a), pesquisador(a), aluno(a), estudante, algumas páginas com orientações e recursos que visem estimular suas aulas de Matemática ao fazerem uso de PTT nos processos de produção de significados em aulas de Matemática. Também esperamos contribuir em seu planejamento de ensino com reflexões sobre o uso de atividades matemáticas em suas aulas de Matemática.

No momento em que este material foi desenvolvido, as atividades de ensino eram desenvolvidas, primordialmente, em modo remoto, algumas poucas escolas estavam em ambiente híbrido. Assim, optamos por manter este PTT sem aplicação. Por essa justificativa, após ser realizada a leitura e aplicação deste guia, contenos o que achou do nosso **ProEduMat**! Compartilhe **conosco de que forma este guia contribuiu para o seu planejamento em sala de aula**. Você pode enviar seus comentários para: Luciano Gomes Soares (<u>lgedumat@gmail.com</u>) e José Joelson Pimentel de Almeida (<u>jimat@alumni.usp.br</u>).

E mais uma coisa! Se você quiser acessar tanto este guia quanto a nossa dissertação de mestrado, basta escanear o QR Code da primeira página! Boa leitura!

Sumário

Podcasts	143
Expectativas de aprendizagem relacionadas a produção de significados	
Leitura e Escrita em Educação Matemática — Grupo de Pesquisa (LEEMAT)	150
Sugestões de atividades	152
Produções Técnica-Tecnológicas em salas de aula	173
Sugestão de vídeo	175
ProEduMat na Web e Redes	177
ProEduMat na Formação de Professores	179
ProEduMat e as Ferramentas Digitais na prática docente	181
Feedback	190
Recursos	192
Referências	193

Podcasts

SABE 0

(RE)SIGNIFICADO

DE UMA ATIVIDADE

MATEMÁTICA EM

SALA DE AULA?

0

Dialogamos sobre o conhecimento que envolve habilidades matemáticas OS DIFERENTES 2
TIPOS DE
REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO
SEMIÓTICA

Falamos sobre como é possível identificar os diferentes registros de representação

SÍMBOLOS

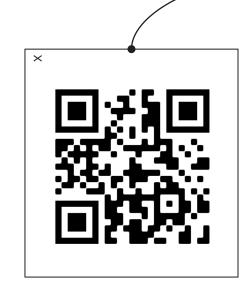
MATEMÁTICOS

ASSOCIADOS AO

COTIDIANO DOS

ALUNOS

Refletimos sobre os símbolos matemáticos que fazem parte do cotidiano



 $\times \square$ _

 \Box _

Pensa ai:

Você sabe quais (re)significados podemos refletir sobre o uso de atividades matemáticas em salas de aula? Se gostou do questionamento, te convidamos a escutar o *podcast* do **QR Code**.

×



 $| \times \square_-$

 \Box

VOCÊ JÁ OUVIU FALAR SOBRE OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA?

Não?! Então, vem saber um pouco mais sobre os **diferentes**tipos de registros de representação semiótica e como eles
podem ser trabalhados em salas de aula! Acesse o *podcast* do

QR Code ao lado esquerdo.

Entendendo a Matemática no seu cotidiano

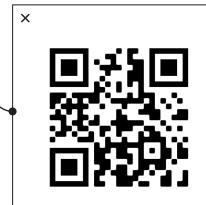
 $\times \square$ _

0

 \Box _

Ao falarmos sobre a palavra **cotidiano**, muita coisa vem na mente de vários(as) professores(as) e pesquisadores(as). Mas, de que forma **as atividades matemáticas estão** relacionadas a situações envolvendo o cotidiano dos alunos(as)?

Quer saber um pouco mais sobre isso? Então, recomendamos que você escaneie o **código QR** ao lado e fique bem informado!



 $\times \square$ _ "[...] o papel das representações semióticas e da linguagem sígnica nos processos de aprendizagem é algo importante para tentar auxiliar o aluno a entender como representar essas informações simbólicas e como poderão se apropriar delas para usar em seu cotidiano" (SOARES, 2022, p.44).

Expectativas de aprendizagem relacionadas à produção de significados

Estratégias para a produção de significados

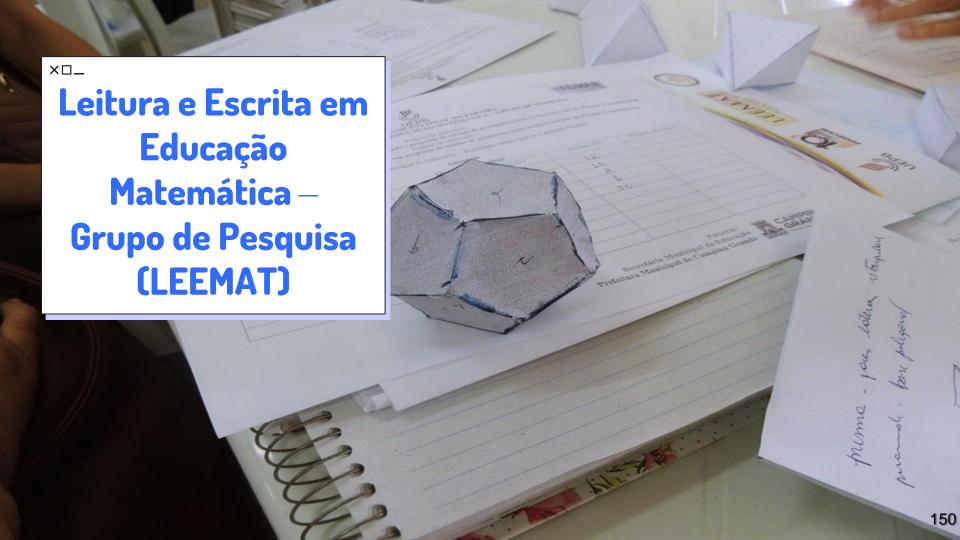
∨□— Quais relações e estratégias podem ser estabelecidas entre os símbolos e os processos de produção de significados?

Falamos isso no *podcast* do **QR Code**.



0





LEEMAT

 $X \square$

0

O Leitura e Escrita em Educação Matemática — Grupo de Pesquisa (LEEMAT) foi fundado em 2013. Além do desenvolvimento de várias atividades, em suas pesquisas, o Grupo busca "[...] problematizar questões relativas à leitura e escrita em Educação Matemática, mormente aquelas concernentes à linguagem matemática, à produção de significados em aulas de Matemática" (ALMEIDA; SOARES, 2021, p.234).

Na próxima página apresentamos algumas sugestões de atividades desenvolvidas pelo LEEMAT, as quais já foram aplicadas em salas de aula e podem ajudar em seu planejamento didático.



Fonte: Arquivo do LEEMAT (2015).

Sugestões de atividades

0

Anos iniciais do Ensino Fundamental

Sugestão de atividade seguindo diretrizes dos PCN e BNCC: números, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística, e a álgebra X

Preciso pagar uma conta de 250 reais no final do mês, já tenho 150 reais. Faltam 5 dias para acabar o mês, quanto eu preciso guardar por dia para conseguir o valor final?

a) () R\$ 10,00 b) () R\$ 20,00 c) () R\$ 30,00 d) () R\$ 40,00

Fonte: Viana e Almeida (2020, p.22)

Quer mais atividades dos anos iniciais?

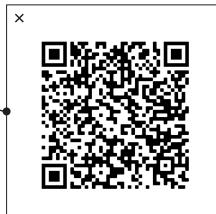
 $\times\Box$ _

0

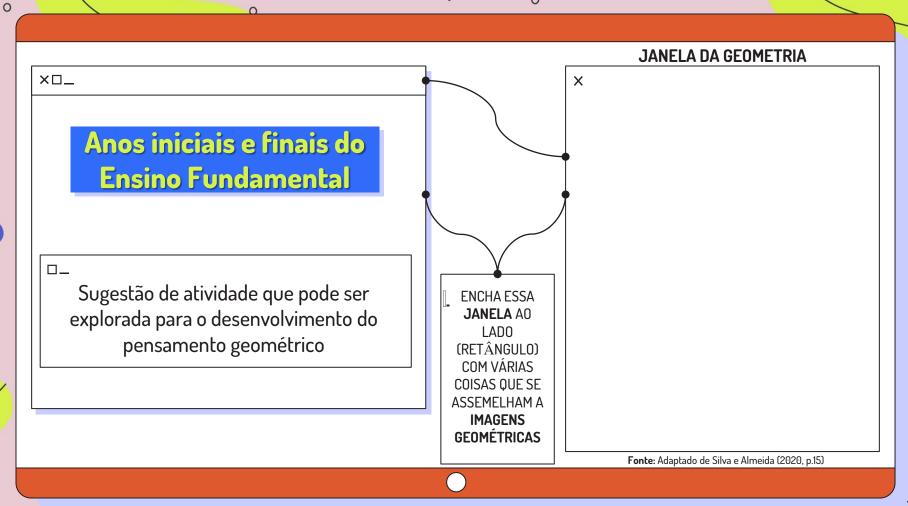
 \Box _

E aí, leitor, gostou da atividade que você leu na página anterior? Se liga que, nesse **QR Code**, você pode encontrar:

- Orientações sobre a profissão docente e ensino de matemática nos anos iniciais;
- Sugestões de atividades do 1º ao 5º anos.



Ou clique na aba **Sugestões de atividades** ao entrar nesse link: <u>https://apptuts.bio/proedumat</u>



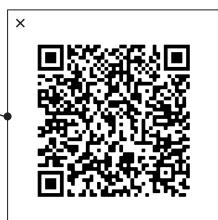
Quer mais atividades envolvendo Geometria?

 $\times \square$ _

 \square _

A **geometria** é linda, não é mesmo?

Quer mais atividades com **geometria**? Acesse o **QR Code** ao lado que você vai encontrar um **portfólio diferente** recheado de atividades!



Ou clique na aba **Sugestões de atividades** ao entrar nesse link: https://apptuts.bio/proedumat

0

6° ano

Sugestão de atividade envolvendo leitura de um texto sobre a distribuição da água no mundo. Você também pode abordar vários conteúdos de outras disciplinas.

Em um momento histórico como este que o nosso país está vivenciando, uma das maiores secas história, como no Estado do Amazonas e de São Paulo, além dos Estados do Nordeste. há necessidade de uma preocupação com a economia da água. O gráfico ao lado mostra a distribuição da água



Agora é sua vez!

- 1) Pelo gráfico, qual o percentual de água doce no mundo? E o percentual de água salgada? Onde se encontra o maior percentual de água doce?
- 2) Só 7% da água doce do mundo se encontra em lagos, rios e barragens, e é destas fontes que recebemos água nas nossas casas. É uma parcela pequena em relação à quantidade de água existente no planeta e que pode se reduzida pela metade pelo desperdício. Elaborem um panfleto informando a população sobre como evitar o desperdício de água. (Apresentem dados matemáticos em seus textos)

Fonte: Queiroz (2017, pp.7-8)

Quer mais atividades com textos?

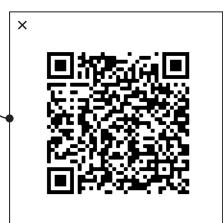
 $X\square$ _

0

 \Box _

Você já parou para pensar que a **leitura de um texto** pode te auxiliar na **compreensão** e **interpretação** de diferentes contextos?

Gostou da atividade da página anterior e quer mais? Então, acesse o **QR Code** ao lado que você vai encontrar sugestões envolvendo **leitura de textos**, **resolução de atividades** e **produções textuais em panfletos**!



Ou clique na aba **Sugestões de atividades** ao entrar nesse link: https://apptuts.bio/proedumat

×

0

Utilize o **geoplano** e as **gominhas** para fazer a construção indicada abaixo:

- As diagonais são congruentes, perpendiculares entre si e se interceptam nos pontos médios.
- o Pergunta: qual quadrilátero obtido?

Fonte: Adaptado de Amaral (2017, p.22)

 $\times\Box$ _

LABORATÓRIO INTERATIVO

 \Box _

Que tal investigar as diagonais dos quadriláteros com o geoplano? Gostou da ideia? Então, confere uma sugestão desse tipo de atividade!

×

0

Maria, Bruna, Ruth e Suzy são amigas desde a infância. Maria nasceu no ano de 1991, Bruna em 1983, Ruth em 1987 e Suzy em 1992. De acordo com essas informações, responda as questões abaixo:

- a) Qual a diferença, em anos, entre as idades de Suzy e Ruth?
- b) Qual seria a idade de Bruna atualmente?

×u_

FERRAMENTA DIDÁTICA

Dentre as várias **ferramentas** que podem ser utilizadas no **ensino de matemática**, podemos citar o **Soroban**! Ao lado, você pode conferir uma atividade de **subtração de números naturais** utilizando o **Soroban**!

Fonte: Adaptado de Santos e Menezes (2020, pp.34-35)

Gostou? Quer mais atividades envolvendo...



0

... LABORATÓRIO INTERATIVO?

No QR Code (esquerdo) você encontra mais sugestões de atividades envolvendo materiais didáticos manipuláveis

 $\times\Box$ _

 \Box _

хΠ

... FERRAMENTAS DIDÁTICAS?

No **QR Code (direito)** você tem acesso a outras **atividades** envolvendo o **Soroban**

Ou clique na aba **Sugestões de atividades** ao entrar nesse link: https://apptuts.bio/proedumat



0

Manipulação de materiais

 \Box _

Sugestão de atividade que pode ser explorada em sala de aula, com ou sem o uso de livros didáticos

A atividade pode ser iniciada a partir de uma discussão acerca do conceito de polígono regular, provocando o seguinte questionamento: você sabe construir um polígono regular? Depois desse momento é iniciada a atividade de construção, quando será relembrado o fato de que em um triângulo equilátero cada ângulo interno possui 60°, podendo ressaltar também que o ângulo externo mede 120°. Em seguida, serão construídos quadrados, partindo da ideia de que cada ângulo de um quadrado, interno ou externo, deve medir 90°.

Fonte: Adaptado de Oliveira e Almeida (2018, pp.24-25)

Você está gostando?

 $\times\Box$ _

0

 \Box _

O que você achou da atividade anterior? Ficou motivado? Já conhecia os **Poliedros de Platão**? Eles são demais!

Então, se você gostou, acesse esse **QR Code** e você encontrará outras **construções** de **diferentes poliedros**. Vai lá!



Ou clique na aba **Sugestões de atividades** ao entrar nesse link: https://apptuts.bio/proedumat

×

0

Imagine que você é um empreendedor da venda de geladinhos, sendo que, na sua produção, haja a venda de 500 geladinhos, que variam em dois tamanhos: uns de 115 ml e outros de 180 ml. A partir disso, responda:

- Quais estratégias podem ser pensadas para que suas vendas sejam bem-sucedidas?
- Quais os valores gastos na produção dos geladinhos? Quais os lucros na venda dos produtos?
- Como a função afim pode lhe auxiliar na discussão de suas ideias?

Fonte: Adaptado de Sousa e Almeida (2018, p.15)

ightharpoons

Ensino Médio

 \Box _

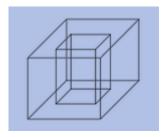
Já pensou em **transformar** a sua aula em uma feira do **empreendedorismo**? Gostou da ideia? Então, confere uma sugestão desse tipo de atividade!

X

0

Um porta lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado abaixo. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.

Qual o volume de madeira utilizado na confecção desse objeto?



Fonte: Cruz e Almeida (2018, p.14)

 \triangleright \times \square \bot

Ensino Médio

 \Box _

Ao lado, você pode conferir uma atividade de um **problema geométrico** que também pode ser usado na **produção de significados** em sala de aula!

Quer mais atividades do Ensino Médio de...



0

... CONTEXTOS COTIDIANOS?

No **QR Code (esquerdo)** você tem sugestões de mais **atividades investigativas** envolvendo **função afim**

 $\times\Box$ _

хΠ

__

... REGISTROS NA GEOMETRIA?

No QR Code (direito) você encontra sugestões de outras atividades envolvendo resolução de problemas e conjecturas em construções geométricas

Ou clique na aba **Sugestões de atividades** ao entrar nesse link: https://apptuts.bio/proedumat



 $X\Pi_{-}$ EJA \square _ Sugestão de atividade sobre Matemática Financeira

A partir de 1º de janeiro de 2022, o salário mínimo passou de R\$ 1.100,00 para R\$ 1.212,00, ou seja, houve um aumento de 10,18%. Na sua opinião, esse reajuste no salário mínimo, é suficiente para suprir todas as necessidades básicas de uma família? Você já parou pra pensar o que provoca o aumento dos preços desses produtos?

Fonte: Adaptado de Souza e Almeida (2019, p.13)

Gostou da atividade anterior?

 $X\square$ _

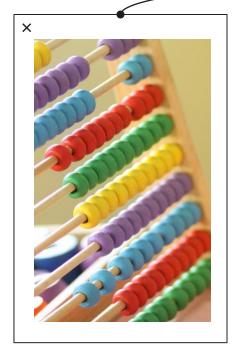
O que você achou desse tipo de atividade da página anterior? Você conhece algo sobre a Matemática Financeira? Já ouviu falar sobre ela? E sobre Educação Financeira? Quer saber um pouco mais sobre esses saberes matemáticos?

Então, acesse esse **QR Code** e você encontrará **textos** e **atividades** que podem contribuir para o desenvolvimento **do pensamento crítico em aulas de matemática**.



Ou clique na aba **Sugestões de atividades** ao entrar nesse link: https://apptuts.bio/proedumat





Está gostando?

Até aqui, você foi apresentado a **atividades** e **pesquisas** que foram desenvolvidas por **leematianos** como possibilidade para auxiliar na **produção de significados matemáticos**.

Quer mais sugestões de atividades e pesquisas? Quer mesmo? Então, pule para a próxima página!

Vamos de mais sugestões?

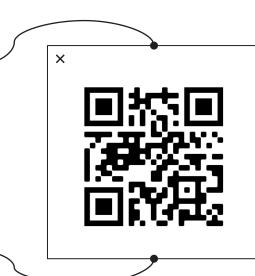
ATIVIDADES?

0

Exercícios, problemas, sequências, aplicações...

×□_ ORIENTAÇÕES?

Pesquisas, guias, cartilhas, apostilas...



PLANEJAMENTOS?

 $X\square$ _

Para professores(as), pesquisadores(as), ...

Ou clique nesse link: https://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/dissertacoes-e-teses-teste/

Ainda quer mais sugestões...

 $\times \square$ _ ... DE PRODUÇÕES TÉCNICAS? × $\times \square$ _ ... DE PRODUÇÕES TECNOLÓGICAS? $\times \square$ _ ... DE PROCESSOS EDUCACIONAIS?

Ou clique nesse link: https://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/produtos-educacionais/

171

Gostou? Quer mais?

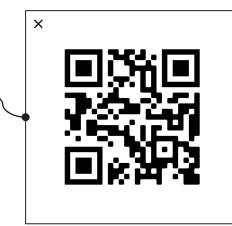
 $\times \square$ _

0

— Como a *internet* tornou-se a principal fonte de pesquisa para estudos acadêmicos, até aqui, apresentamos a você atividades que foram desenvolvidas no **LEEMAT** e no **PPGECEM-UEPB**.

Agora, iremos apresentar mais uma fonte de pesquisa para que você possa ampliar, ainda mais, os **materiais educacionais** que podem ser **(re)aplicados** em suas **salas de aula**. Se interessou? Então, acesse esse **QR Code**.

Bons estudos!



Ou clique nesse link: https://educapes.capes.gov.br/

Produções Técnica-Tecnológicas em salas de aula

Vamos pensar um pouco sobre os PTT...

×□_ O QUE SÃO OS PTT?

Dialogamos sobre o que é um PTT.

 $\times \square$ _

0

OS PTT EM SALAS DE AULA

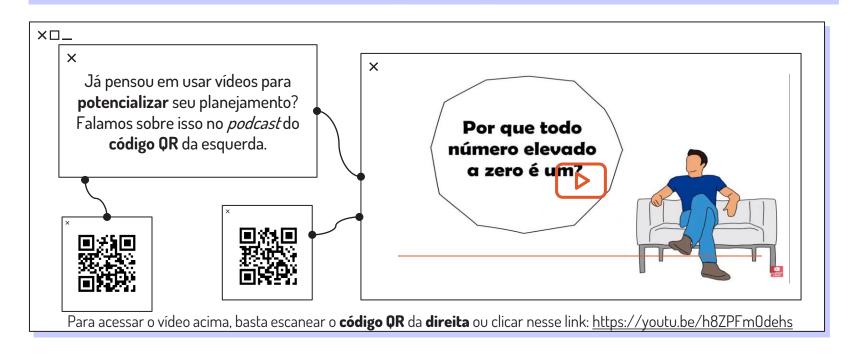
Falamos sobre o uso de PTT no âmbito escolar.



Para ter acesso aos *podcasts*, basta escanear os **códigos QR**. Ou clique nesse link: https://apptuts.bio/proedumat

Sugestão de vídeo

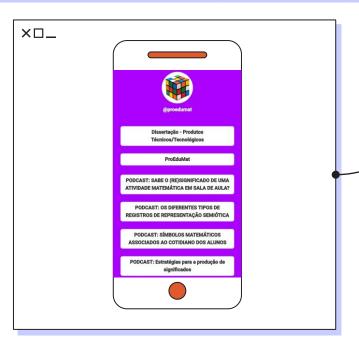
Uso de Vídeos no planejamento docente



ProEduMat na Web e Redes

Fique sempre atualizado... ~

X



0

Você também poderá acessar este guia pela *web*, *app* ou redes sociais. Basta escanear o **código QR** ou clicar no link.



ProEduMat: https://apptuts.bio/proedumat

ProEduMat na Formação de Professores

Formação Continuada de Professores...



0

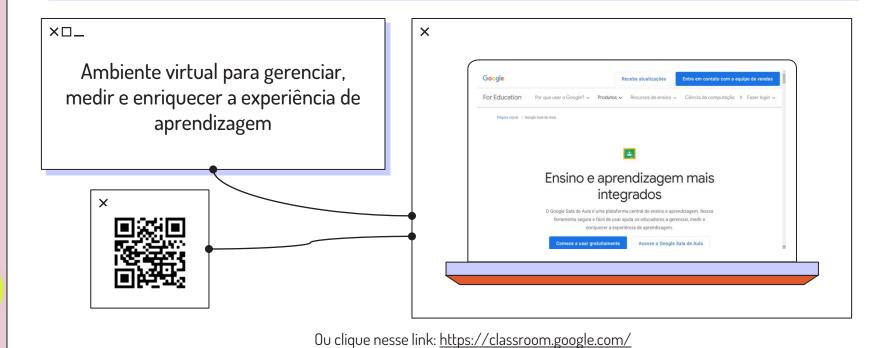
Proposta pensando no planejamento dos professores, na escola e na atuação docente póspandemia. Para acessar, basta escanear o **código QR**.



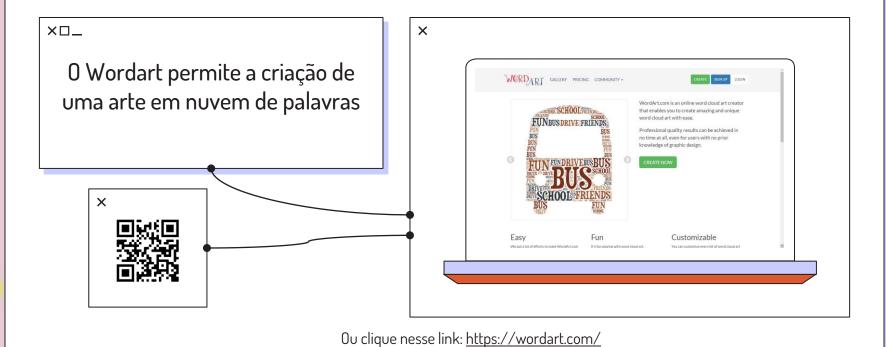
Ou clique nesse link: https://www.instagram.com/leematgp/

ProEduMat e as Ferramentas Digitais na prática docente

Google Sala de Aula



Wordart



Slidesgo

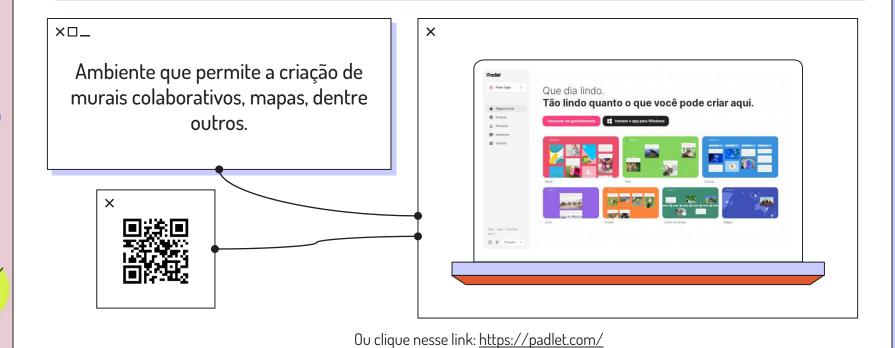
0

0



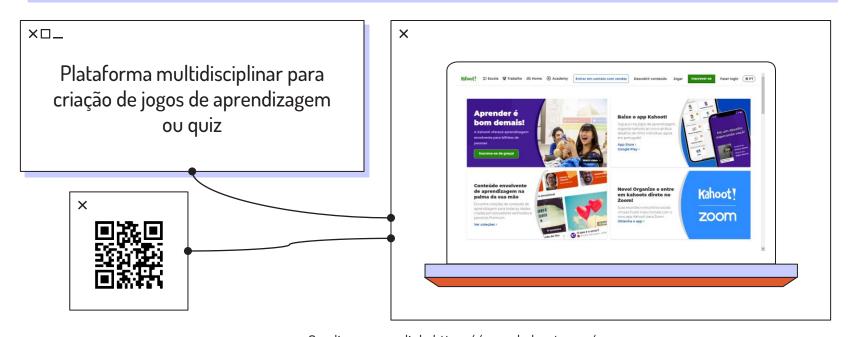
Ou clique nesse link: https://slidesgo.com/pt

Padlet



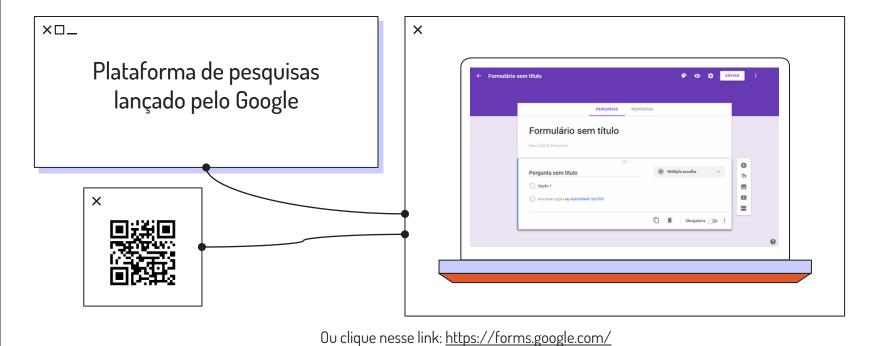
Kahoot

0



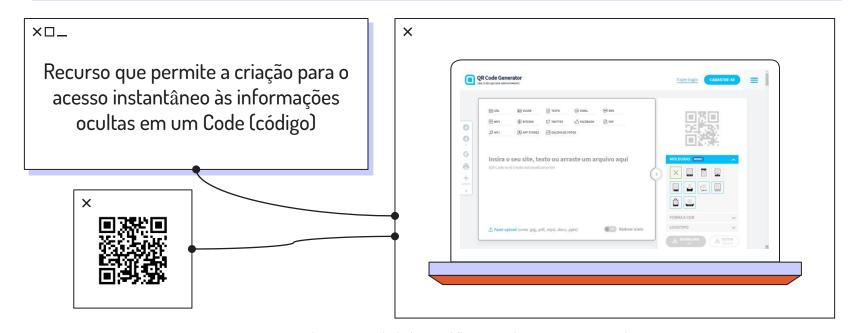
Ou clique nesse link: https://www.kahoot.com/

Google Forms



QR Code Generator

0



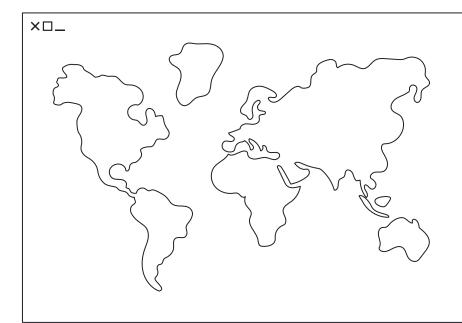
Ou clique nesse link: https://br.qr-code-generator.com/

Pixabay





Mande um *feedback* para a gente! ~



 $X\square$ _

GOSTOU DO ProEduMat?

MANDE UM FEED!

Luciano Gomes Soares (lgedumat@gmail.com) e José Joelson Pimentel de Almeida (jjmat@alumni.usp.br)

RECURSOS

IMAGEM

0

Royalty Free: https://pixabay.com/pt/

SLIDE

• Slidego: https://slidesgo.com/pt

VETORES

• Slidesgo: https://slidesgo.com/pt

QR CODES

QR Code Generator: https://br.qr-code-generator.com/

Referências

0

ALMEIDA, José Joelson Pimentel de; SOARES, Luciano Gomes. Leitura, Escrita e Educação Matemática: Produção de um Grupo de Pesquisa. *In:* WARTH, Edson Jorge; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de (orgs.). **Educação Matemática e Ensino de Ciências:** trajetórias e desdobramentos de grupos de pesquisa da região Nordeste [Livro eletrônico]. Campina Grande: EDUEPB, 2021.

AMARAL, Dhiego Vieira do. **Utilização do Laboratório Interativo de Matemática (LIM):** aplicação e desenvolvimento. Produto Educacional. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. CCT, 2017.

CRUZ, José Laelson Gomes; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Uma proposta de atividades de geometria envolvendo registros de representação semiótica**. Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018.

OLIVEIRA, Maelson da Silva; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Uma proposta para o ensino dos poliedros de Platão**. Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018. (Produto Educacional).

Referências

0

QUEIROZ, Francília de Fátima Silva; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Confecção de panfletos em sala de aula para produção de significados em aulas de Matemática.** Produto Educacional. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. CCT, 2017.

SANTOS, Vanessa Lays Oliveira dos; MENEZES, Marcus Bessa de. **SOROBAN:** Ferramenta didática no ensino de matemática para alunos cegos. Produto Educacional. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.

SILVA, Noemita Rodrigues da; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Um portfólio diferente:** A Geometria escrita da sua forma - Registros que fazem o professor refletir sobre sua prática. Produto Educacional. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.

Referências

0

SOARES, Luciano Gomes. **Produtos Técnico-Tecnológicos e Atividades Matemáticas:** possibilidades para produção de significados em aulas de matemática. 2022. 209f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022.

SOUSA, Ivan Bezerra; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Empreendedorismo e função afim:** contextos cotidianos e aulas investigativas. Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018.

SOUZA, Maria Islany Caetano de; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Textos de outros contextos no Ensino de Matemática Financeira:** uma proposta didática para Educação de Jovens e Adultos. Produto Educacional. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. CCT, 2019.

VIANA, Andrezza Farias; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Propostas para o planejamento de atividades dos professores dos anos iniciais**. Produto Educacional. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.

 $\times\Box$ _

Agradecemos a leitura!

Muito obrigado!

ProEduMat

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS E FUTURAS PESQUISAS

Buscamos, com este trabalho, contribuir para uma melhor compreensão acerca das atividades matemáticas presentes em PTT. Como vimos em nosso trabalho, dialogamos com vários autores do mundo da pesquisa em Educação Matemática com o objetivo de falar sobre a importância da semiótica como forma de aprender conceitos matemáticos.

Em nosso estudo, buscamos também dialogar como os PTT podem aumentar a criatividade dos alunos e a sua importância nos processos de produção de significados. Refletimos sobre a possibilidade de se usar PTT como ferramenta para auxiliar processos de ensino e de aprendizagem dos alunos, de forma que os ajudem a pensar produtivamente e que desenvolvam um pensamento crítico, criativo para pensar, estimular ou criar ideias.

Discutimos sobre a importância que o PTT pode exercer quanto ao contexto da semiótica, da contextualização e da visualização matemática. Ao estudarmos a semiótica de Peirce, aprendemos que, quando um objeto é visualizado, passa por todas aquelas categorias que foram denominadas por Peirce (2005), de como o objeto pode ser percebido, identificado, associado e pensado. No meio dessa relação, associação e identificação que fazemos, surge a formulação dos objetos matemáticos, que são tipos de representações mentais, como acontecem com as ideias, imagens, conceitos, categorias, dentre outros, como afirma Duval (2008; 2017).

Em nosso texto, discutimos sobre alguns apontamentos teóricos e conceituais de Saussure e Peirce, que podem nos auxiliar a entender como esses contextos podem estar relacionados à aprendizagem da Matemática. Dessa forma, entendemos que a semiótica é um caminho viável para trilharmos no mundo das análises do conhecimento. Nesses trilhos, nos deparamos com modelos de análise dos signos, sendo que, cada um desses pode contribuir de alguma forma: o modelo de Saussure, que pode nos auxiliar em análises estruturais de possíveis sistemas semióticos; e o modelo de Peirce, que nos apresenta vários tipos de representações.

Também falamos sobre os estudos de Duval (2008; 2011; 2017), onde tratamos sobre os registros de representação semiótica e como esses se manifestam no funcionamento cognitivo do pensamento matemático. Falamos sobre as possíveis diferenças entre representações, registros, estruturas simbólicas, as possíveis relações entre a linguagem e o pensamento matemático, como também a generalização e caracterização de um registro de representação semiótica.

Com base nesses apontamentos, que dialogamos em nossa pesquisa, podemos indagar: como os alunos, em salas de aula, que visualizam as atividades matemáticas presentes nos PTT, em especial nos que catalogamos em nosso recorte temporal, conseguem ressignificar e interpretar as estruturas simbólicas dos PTT?

Um dos pontos que encontramos, para responder à indagação anterior, pode estar na forma como os alunos codificam importantes informações para compreender quais as características do objeto matemático que os mesmos poderão visualizar ao tentar resolver as atividades matemáticas presentes no PTT. A partir dos estudos de Duval (2008; 2017), um dos tópicos que analisamos nessas atividades é a relação entre elas e as possíveis transformações semióticas que podem ser pensadas pelos alunos.

Vimos que esse processo de acesso a objetos matemáticos, que envolve características para se tentar reconhecer o mesmo objeto em diferentes representações, e como criar relações entre as representações ou com os objetos, pode nos levar a refletir sobre as possibilidades de que, para que possamos conseguir representar objetos matemáticos, pode ser necessário uma análise cognitiva da atividade matemática e do funcionamento do pensamento matemático.

Dessa forma, dentro do contexto das nossas análises envolvendo PTT, entendemos que as representações semióticas, que são formuladas a partir de atividades matemáticas, podem permitir que os alunos compreendam possibilidades para o desenvolvimento de capacidades, quando estão aprendendo Matemática. Assim, percebemos que, se os alunos apresentarem dificuldades de aprendizagem, dentro dessas possibilidades, elas podem ser refletidas a partir do sistema cognitivo, que é o processo que o aluno estabelece relações de significação e auxilia a desenvolver conhecimentos matemáticos, não sendo apenas quando os professores estão organizando, pedagogicamente, as atividades.

A partir desses apontamentos, também podemos refletir: as atividades matemáticas, que estão presentes nos PTT analisados, podem contribuir para a produção de significados matemáticos?

Ao estudarmos os registros de representações, entendemos que se o professor, em seu planejamento didático, buscar promover a aprendizagem, o mesmo precisará formular e refletir sobre algumas questões de tal forma que os alunos sejam capazes de realizar, espontaneamente, duas coisas ao responder uma atividade matemática. A primeira coisa que podemos destacar é o aluno reconhecer os signos que estão sendo usados para que se possa promover a percepção, identificação e interpretação de significados, ou seja, os símbolos ou estruturas matemáticas devem servir como meio para que o aluno possa reconhecer o conteúdo da representação presente naquela atividade.

Como, em nossa análise, observamos as atividades matemáticas presentes nos PTT, ao refletirmos sobre os mesmos a partir dos critérios que criamos, inferimos que as estruturas simbólicas nos auxiliaram a compreender o que os alunos poderiam usar em possíveis representações semióticas e na construção de objetos matemáticos. Esses apontamentos que descrevemos nos auxiliaram no processo de reflexão de produção de significados matemáticos a partir das atividades presentes nos PTT.

Um segundo ponto que podemos destacar são as possíveis transformações que o aluno poderá realizar para conseguir interpretar o que visualizaram, dando início ao processo do objeto, podendo converter os sistemas em outro registro semiótico ou realizando tratamentos do referido registro. E, como afirma Duval (2008), essas são as formas necessárias para entender e fazer qualquer coisa na Matemática, pois, caso não seja realizado dessa forma, os alunos podem, possivelmente, se sentir com dificuldades para aprender matemática.

Nesse sentido, em nossa investigação, o caminho que trilhamos tentou seguir percursos para tentar entender como os PTT, em especial aqueles que possuem atividades matemáticas, podem contribuir para a produção de conhecimentos matemáticos. Também buscamos refletir como esses PTT podem auxiliar no desenvolvimento de possíveis potencialidades dos professores, alunos e leitores que podem ter acesso aos mesmos em qualquer parte do mundo.

Como os leitores podem ter acesso a vários PTT que estão disponíveis tanto no *site* do PPGECEM-UEPB quanto no Portal eduCAPES, procuramos também aumentar a visibilidade de PTT que ficam disponíveis em *sites* de programas de mestrados profissionais e no eduCAPES, em que podem ser boas alternativas para aplicar em salas de aula e disseminar conhecimentos, de forma que incentive os mesmos a pensar, representar e se comunicar matematicamente.

De forma prática, o fechamento dessa atividade de trabalho de investigação científica aponta para diversas perspectivas de trabalhos possíveis de se realizar, seja no âmbito de futuros projetos de pesquisa, ou de ressignificar os PTT, que foi o que fizemos em nossa proposta de PTT de forma que professores, alunos, pesquisadores possam ter acesso aos PTT que analisamos e também possam ter materiais complementares ligados à formação inicial ou continuada na área da Matemática que surgiram a partir de nossas análises neste trabalho. Este PTT, resultado de nossa pesquisa, será apresentado no Capítulo 8 de nosso texto.

Como propostas para futuras pesquisas, podemos delinear alguns apontamentos: como os professores podem trabalhar com os PTT em sala de aula? Quais as concepções de

professores de matemática ao usar PTT em suas salas de aula? Os PTT podem ser relacionados com livros didáticos servindo como possibilidade pedagógica em sala de aula?

Nossa investigação contemplou a análise de atividades matemáticas dos PTT. Porém, existem outras partes dos PTT que também podem ser analisadas, como os enunciados, os conceitos abordados, o processo de construção conceitual por alunos, dentre outros.

Entendemos que nossa investigação contribui para considerações importantes acerca da discussão dos PTT em salas de aula, como também em cursos de formação de professores. Acreditamos que análises, como a que realizamos em nossa investigação, podem estabelecer relações de significado para o desenvolvimento da Matemática, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de matemática**. Campina Grande: Eduepb; São Paulo: Livraria da Física, 2016.

ANDRADE, Douglas. **Proposta e desenvolvimento de uma biblioteca digital para produtos educacionais de mestrados profissionais em ensino de ciências**. 2017. 181 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

ARRUDA, Gislaine de Cássia Romualdo Arruda *et al.* Comunicação, Linguagem Matemática e Contextualização: um diálogo necessário para a Educação Matemática. **Revista Philologus**, Ano 23, Nº 67 Supl.: Anais do IXI SINEFIL. Rio de Janeiro: CiFEFiL, jan./abr., 2017. Disponível em: http://www.filologia.org.br/rph/ANO23/67supl/024.pdf. Acesso em: 19 fev. 2021.

BAUER, Martin. W. Análise de Conteúdo Clássica: Uma Revisão. *In:* GASKELL, George; BAUER, Martin W. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som:** um manual prático. Tradução de Pedrinho A. Guareschi. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2008.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), 2014, pp.07-20. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9nespp7. Acesso em: 01 jun. 2021.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 23 abr. 2021.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio - Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEMT, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em: 23 abr. 2021.

BRASIL. PCN+ Ensino Médio - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmentros Curriculares Nacionais - Ciência da Natureza, Matemática e Tecnologia. Brasília: MEC/Semtec, 2002. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf. Acesso em: 22 abr. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio** – Volume 2 – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 22 abr.

2021.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ALMEIDA, Helber Rangel Formiga Leite de; GRACIAS, Telma Aparecida de Souza. **Pesquisa em ensino e sala de aula:** diferentes vozes em uma

investigação. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

CARVALHO, Maiara Cristina de. **Por uma "Intradisciplinaridade" em matemática:** estabelecendo conexões entre conceitos de matemática a partir de questões contextualizadas do Enem. 2017. 38 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

CAVALCANTE, Dafne Alexandre. **Os produtos educacionais de química desenvolvidos por mestrados profissionais em ensino de ciências no Brasil**. 2015. 95 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Prefacio. *In:* BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAUJO, Jussara de Loiola (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2016, p.12.

DIESTEL, André Luiz Cosenza. **Uma análise de produtos educacionais para o ensino de física quântica desenvolvidos no âmbito de um Mestrado profissional em ensino de física**. 2017. 82 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) — Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. *In:* MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática:** Registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus Editora, 2008.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano:** Registros Semióticos e Aprendizagens Intelectuais. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Organização: Tânia M.M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**. Florianópolis, v. 07, n. 2, 2012, pp.266-297. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266/23465. Acesso em: 01 jun. 2021.

DUVAL, Raymond. **Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations**. Switzerland: Springer International Publishing AG, 2017.

FERNANDES, José David Campos. Introdução à semiótica. *In:* ALDRIGUE, Ana Cristina de Sousa; LEITE, Jan Edson Rodrigues (org.). **Linguagens:** usos e reflexões. 1. ed., v. 8. João Pessoa: UFPB, 2011. Disponível em:

https://www.yumpu.com/pt/document/read/12924394/semiotica-jose-david-campos-fernandes-cchla. Acesso em: 21 nov. 2020.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

FONTANA, Felipe. Capítulo 8 – Técnicas de pesquisa. *In:* MAZUCATO, Thiago (org.). **Metodologia da pesquisa e do trabalho científico**. Penápolis: FUNEPE, 2018.

GHIZZI, Eluiza Bortolotto. **Introdução à semiótica filosófica de Charles Peirce:** texto de apoio didático. Campo Grande: UFMS: 2009. Disponível em: http://repositorio.unicentro.br:8080/jspui/bitstream/123456789/953/5/ http://www.doi.org/10.unicentro.br:8080/jspui/bitstream/123456789/953/5/ http://www.doi.org/10.unicentro.br:8080/jspui/bitstream.pdf. Acesso em: 22 nov. 2020.

GUZMAN, Miguel de. The Role of Visualization in the Teaching and Learning of Mathematical Analysis. *In:* **Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics (at the Undergraduate Level)**. Hersonissos, Creta, Grécia, July 1-6, 2002. Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED472047.pdf. Acesso em: 21 nov. 2020.

LATINI, Rose Mary *et al.* Análise dos produtos de um mestrado profissional da área de ensino de Ciências e Matemática. **Revista Ensino, Saúde e Ambiente**, v. 4(2), pp.45-57, 2011. Disponível em:

https://periodicos.uff.br/ensinosaudeambiente_backup/article/viewFile/14589/9193. Acesso em: 14 ago. 2020.

LEITE, Priscila de Souza Chisté. Produtos Educacionais em Mestrados Profissionais na Área de Ensino: uma proposta de avaliação coletiva de materiais educativos. **CIAIQ2018 - Atas - Investigação Qualitativa em Educação**, v. 1, 2018, pp.330-339. Disponível em: https://proceedings.ciaiq.org/index.php/ciaiq2018/article/view/1656. Acesso em: 18 fev. 2021.

LORENSATTI, Edi Jussara Candido. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura: Filosofia e Educação**, v. 14, n. 2, maio/ago., 2009, pp.89-99. Disponível em: http://ucs.br/etc/revistas/index.php/conjectura/article/view/17/16. Acesso em: 18 fev. 2021.

MAFFI, Caroline *et al.* A contextualização na aprendizagem: percepções de docentes de ciências e matemática. **Revista Conhecimento Online**, a.11, v.2, mai./ago. 2019, pp. 75-92. Disponível em: https://doi.org/10.25112/rco.v2i0.1561. Acesso em: 10 set. 2021.

MARQUES, Nelson Luiz Reyes *et al.* Concepções a respeito do Trabalho Final do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências. **Revista Educar Mais**, v. 4, n. 1, pp.172-187, 2020. Disponível em: http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/educarmais/article/view/1758/1378. Acesso em: 06 ago. 2020.

MELLO, Albimar Gonçalves de. **Recorte dos produtos educacionais em história no ensino da matemática e em didática da matemática a partir das dissertações e teses defendidas no Brasil entre 1990-2010**. 2012. 99 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.

MELO, Andreia Varela de. **Produção do mestrado profissional em ensino de ciências naturais e matemática da UFRN (física e química/2005-2012):** papel dos documentos oficiais e características dos produtos educacionais. 2014. 77f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social:** Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MOREIRA, Marco Antônio; NARDI, Roberto. O mestrado profissional na área de ensino de Ciências e Matemática: alguns esclarecimentos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 2, n. 3, pp.1-9, 2009. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/549. Acesso em: 06 ago. 2020.

MORAES, Rosilda Santos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado. *In:* XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM, Brasil, Recife, 2011. **Anais eletrônicos**... Recife, 2007. Disponível em: http://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/1812/625. Acesso em: 10 set. 2020.

NASCIMENTO, Matheus Monteiro. **Análise de produtos educacionais desenvolvidos no âmbito de um mestrado profissional em ensino de física**. 2016. 222 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

OLIVEIRA NETO, José Praxedes de. **Contextualização no Ensino de Ciências e Matemática:** uma proposta de análise de produtos educacionais. 2013. 82 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

OSTERMANN, Fernanda; REZENDE, Flávia. Projetos de desenvolvimento e de pesquisa na área de ensino de ciências e matemática: uma reflexão sobre os mestrados profissionais. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v.26, n.1, pp.66-80, 2009. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2009v26n1p66. Acesso em: 23 jul. 2020.

PEIRCE, Charles Sanders. Semiótica. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PELLEGRIN, Tatiana Peruchi de; DAMAZIO, Ademir. Manifestações da contextualização no ensino de ciências naturais nos documentos oficiais de educação: reflexões com a teoria da vida cotidiana. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, Belo Horizonte, v.15, n.3, 2015, pp.477-496. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4325. Acesso em: 10 set. 2021.

POZO, Juan Ignácio. A aprendizagem e o Ensino de Fatos e Conceitos. *In:* COLL, Cézar *et al.* **Os conteúdos da Reforma**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

RIZATTI, Ivanise Maria *et al*. Os produtos e processos educacionais dos programas de pósgraduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, pp.1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657. Acesso em: 02 ago. 2020.

RÔÇAS, Giselle; MOREIRA, Maria Cristina do Amaral; PEREIRA, Marcus Vinicius. "Esquece tudo o que te disse": os mestrados profissionais da área de ensino e o que esperar de um doutorado profissional. **Revista ENCITEC**, v. 8, n. 1, pp.59-74, 2018. Disponível em:

http://srvapp2s.urisan.tche.br/seer/index.php/encitec/article/view/2624. Acesso em: 02 ago. 2020.

SANTAELLA, Lucia. Leitura de imagens. São Paulo: Editora Melhoramentos, 2012.

SANTAELLA, Lucia; NOTH, Winfried. **Imagem:** cognição, semiótica, mídia. São Paulo: Iluminuras, 1998.

SAUSSURE, Ferdinand de. Curso de linguística geral. 27. ed. São Paulo: Cultrix, 2006.

SILVA, Erivanildo Lopes da. **Contextualização no ensino de química:** ideias e proposições de um grupo de professores. 2007. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, Frederico Passini. **O ensino por investigação nos produtos educacionais elaborados nos mestrados profissionais em ensino de ciências no Estado de Goiás**. 2020. 67 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências (PPEC) - Câmpus Central - Sede: Anápolis - CET, Universidade Estadual de Goiás, Anápolis, 2020.

SILVA, Keila Crystyna Brito e. **Na trilha da inovação:** a formação do professor e as implicações com os produtos educacionais. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino Tecnológico) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas, Campus Manaus Centro, Manaus, 2018.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da *et al.* Reflexões acerca da Contextualização dos conteúdos no ensino da matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v. 14, n. 1, jan./abr., 2014, pp.151-172. Disponível em:

https://www.curriculosemfronteiras.org/vol14iss1articles/silveira-meira-feio-junior.pdf. Acesso em: 17 fev. 2021.

SOARES, Luciano Gomes. **Imagens virtuais e atividades matemáticas:** um estudo sobre representação semiótica na página do facebook Matemática com Procópio. 2019. 174f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

SOUZA, Kátia do Nascimento Venerando de. Alfabetização matemática: considerações sobre a teoria e a prática. **Revista de Iniciação Científica (RIC) da FFC**, v. 10, n. 1, 2010, pp.1-12. Disponível em: https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/ric/article/view/273. Acesso em: 18 fev. 2021.

VENEGAS-THAYER, M. Alicia. Integration from a Commognitive Perspective: An Experience with Mathematics and Music Students. *In:* DOIG, Brian *et al.* (eds.). **Interdisciplinary Mathematics Education**. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019.

WILLIAMS, Julian; ROTH, Wolff-Michael. Theoretical Perspectives on Interdisciplinary Mathematics Education. *In:* DOIG, Brian *et al.* (eds.). **Interdisciplinary Mathematics Education**. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019.

ZIMMERMANN, Walter; CUNNINGHAM, Steve. Editor's Introduction: What is Mathematical Visualization?. *In:* ZIMMERMANN, Walter; CUNNINGHAM, Steve (eds).

Visualization in Teaching and Learning Mathematics. Washington: MAA, 1991, pp.1-7. Disponível em: http://www.hitt.uqam.ca/mat7191_fich/Zimmermann_Cunningham_1991.pdf. Acesso em: 23 nov. 2020.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS DOS PRODUTOS TÉCNICO-TECNOLÓGICOS

AMARAL, Dhiego Vieira do. **Utilização do Laboratório Interativo de Matemática (LIM):** aplicação e desenvolvimento. Produto Educacional. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. CCT, 2017.

ASSIS, Francisco Guimarães de. **Proposta de formação continuada de professores envolvendo o eixo Tratamento da Informação no Ciclo de Alfabetização.** Produto Educacional. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. CCT, 2018.

BARBOSA, Daiana Estrela Ferreira; BARBOZA, Pedro Lúcio. **Reflexões e orientações para professores no início da carreira**. Produto Educacional. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2018.

CRUZ, José Laelson Gomes; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Uma proposta de atividades de geometria envolvendo registros de representação semiótica.** Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018.

OLIVEIRA, Maelson da Silva; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Uma proposta para o ensino dos poliedros de Platão.** Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018. (Produto Educacional).

QUEIROZ, Francília de Fátima Silva; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Confecção de panfletos em sala de aula para produção de significados em aulas de Matemática.** Produto Educacional. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. CCT, 2017.

SANTOS, Vanessa Lays Oliveira dos; MENEZES, Marcus Bessa de. **SOROBAN:** Ferramenta didática no ensino de matemática para alunos cegos. Produto Educacional. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.

SILVA, Noemita Rodrigues da; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Um portfólio diferente:** A Geometria escrita da sua forma - Registros que fazem o professor refletir sobre sua prática. Produto Educacional. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.

SOUSA, Ivan Bezerra; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Empreendedorismo e função afim:** contextos cotidianos e aulas investigativas. Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018.

SOUZA, Maria Islany Caetano de; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Textos de outros contextos no Ensino de Matemática Financeira:** uma proposta didática para Educação de Jovens e Adultos. Produto Educacional. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. CCT, 2019.

TRAVASSOS, Cybelle Diniz Cavalcanti; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Aversão matemática ou matofobia:** Causas, efeitos e superação. Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018. (Produto Educacional – Mestrado Profissional).

VIANA, Andrezza Farias; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Propostas para o planejamento de atividades dos professores dos anos iniciais**. Produto Educacional. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.