



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

WANDERLÂNYO DE LIRA BARBOZA

**O ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL NO MUNICÍPIO DE BAYEUX- PB: UM CASO EM
ESTUDO**

**CAMPINA GRANDE- PB
2020**

WANDERLÂNYO DE LIRA BARBOZA

**O ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL NO MUNICÍPIO DE BAYEUX- PB: UM CASO EM
ESTUDO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

**CAMPINA GRANDE- PB
2020**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

B239e Barboza, Wanderlânny de Lira.

O ensino de geometria nos anos finais do ensino fundamental no município de Bayeux- PB [manuscrito] : um caso em estudo / Wanderlânny de Lira Barboza. - 2020.
88 p.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2021.

"Orientação : Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, Departamento de Matemática - CCT."

1. Geometria. 2. Ensino de Geometria. 3. Pensamento geométrico. 4. Van Hiele. I. Título

21. ed. CDD 516

WANDERLÂNYO DE LIRA BARBOZA

**O ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL NO MUNICÍPIO DE BAYEUX- PB: UM CASO EM
ESTUDO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Aprovado em 22 de dezembro de 2020.

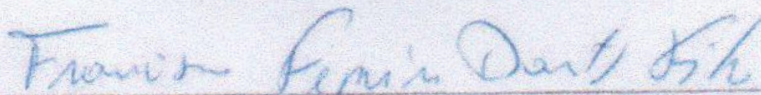
BANCA EXAMINADORA



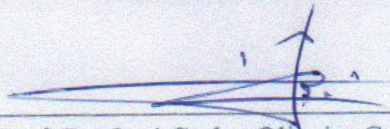
Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida (UEPB)
Orientador



Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barboza (UEPB)



Prof. Dr. Francisco Ferreira Dantas Filho (UEPB)



Prof. Dr. José Carlos Oliveira Costa (CUFSA)

DEDICO ESTE TRABALHO

Ao meu Deus por ter me dado o dom da vida e do conhecimento

In Memoriam a minha mãe por ser um anjo

aqui na terra para me auxiliar em todos os

momentos

Ao meu filho que tem me dado a força para prosseguir

A minha esposa por vivenciar junto a mim

este processo de pesquisa e me ajudar a

realizar este sonho

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me dá condições emocionais e psicológicas para desenvolver este trabalho, por me iluminar neste vasto caminho do conhecimento acadêmico.

Ao prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida pela dedicação, profissionalismo, amizade e carinho demonstrados como meu orientador nesta dissertação de Mestrado.

In Memoriam a minha mãe Lucia de Lira Barboza por todo seu amor, dedicação e apoio em cada passo que eu dei, ela sempre acreditou em mim e nos meus sonhos. Sei que ela estaria celebrando este momento comigo.

Ao meu filho Arthur Almeida de Lira Barboza que me acompanhou nessa jornada acadêmica me dando força para prosseguir em minha caminhada com seu olhar e sorriso.

Ao meu pai Wanderley de Oliveira Barboza pelo carinho e apoio, por estar ao meu lado dando apoio e força.

A minha esposa Vilmara Luiza Almeida Cabral que me apoiou em minha pesquisa, e esteve ao meu lado nesta caminhada.

A minha sogra Eliane Almeida de Figueiredo pelo apoio com meu filho e incentivo em minha pesquisa.

·
À Universidade Estadual da Paraíba, em especial ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, que me oportunizaram a realização do curso.

À banca pela imensa contribuição de conhecimentos fomentados para minha pesquisa.

Aos professores que participaram da pesquisa dando suas relevantes contribuições.

Aos colegas do curso de mestrado por me ajudarem com apoio e torcida pela realização desse sonho.

A todos que de uma maneira ou de outra contribuíram para a realização desse sonho, muito obrigado!!!

RESUMO

A presente dissertação, desenvolvida na linha Metodologia, Didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática do Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM-UEPB), teve como objetivo analisar os conhecimentos geométricos sobre polígonos e poliedros lecionados durante os anos finais do Ensino Fundamental. Para tanto, realizamos uma revisão literária de autores que enfatizam a importância dos processos de ensino e aprendizagem da geometria na educação básica, a fim de desenvolvermos nosso objeto de estudo, caracterizado por práticas pedagógicas e constatações sistematizadas teoricamente sobre o ensino de geometria no Ensino Fundamental. O presente trabalho teve por fundamentação teórica estudos realizados como os de Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Valente (2014), Pais (2010), Gouvêa (1998) e Nacarato (2009), que discutem acerca das lacunas e desafios do ensino de geometria no Brasil. Nossa proposta metodológica teve princípio norteador ancorado na pesquisa qualitativa, exploratória e de pesquisa ação. O estudo foi composto por doze professores sujeitos da pesquisa, licenciados em Matemática e efetivos da rede estadual de ensino da Paraíba, que atuam no município de Bayeux-PB, sendo a técnica de coletas de dados pautada em aplicação de questionário entrevistas e oficinas. Os dados foram analisados segundo a partir dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico dos Van Hiele.

Palavras-Chave: Geometria. Ensino de Geometria. Níveis de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Van Hiele.

ABSTRACT

The present dissertation, developed in the line of Teacher Formation of the Graduate Program in Science and Mathematics Teaching - Professional Master's Degree - UEPB, aimed to analyze the geometric knowledge about polygons and polyhedra taught during the Final Years of Elementary Education, we carried out a literary review of authors who emphasize the importance of teaching and learning geometry in basic education, in order to develop our object of study, characterized by pedagogical practices and theoretically systematized findings about the teaching of geometry in elementary school. The present work had as theoretical basis based on studies carried out, such as those by Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Valente (2014), Pais (2010), Gouvêa (1998) and Nacarato (2009), which discuss about the gaps and challenges of teaching geometry in Brazil. Our methodological proposal had a guiding principle anchored in qualitative, exploratory and action research. The study consisted of 12 teachers subject to the research, graduated in mathematics and permanent employees of the Paraíba state school system, who work in the municipality of Bayeux-PB ., the technique of data collection based on bibliographic review, application of questionnaire interviews and workshops. The data were analyzed according to Van Hiele's theoretical reference.

Keywords: Geometry Teaching. Pedagogical Practices. Workshops

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
1.1	Pontos de partida	12
1.2	Problema e justificativa da pesquisa	13
1.3	Apresentando os objetivos da pesquisa	14
1.4	Estrutura da dissertação	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	Ensino de geometria no Brasil – uma breve abordagem histórica	16
2.2	A formação matemática em ensino de geometria atualidade e desafios	20
2.3	Normativas do ensino de geometria na educação básica a geometria na base comum curricular	23
2.4	O desenvolvimento do pensamento geométrico- teoria de VAN HIELE – Concepções sobre habilidades de geometria	26
2.5	Formação docente inicial e continuada	32
3	O CAMINHAR METODOLÓGICO	34
3.1	Abordagem da pesquisa	34
3.2	Local da pesquisa	41
3.3	Técnica de coleta de dados	41
3.3.1	<i>Metodologia da análise dos dados</i>	42
4	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS	46
4.1	Os questionários	46
4.1.1	<i>O pensamento geométrico na perspectiva do professor</i>	47
4.1.2	<i>Alunos e suas compreensões sobre a geometria ensinada na educação básica</i>	51
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
	REFERÊNCIAS	56
	APÊNDICES	58

1. INTRODUÇÃO

Este estudo constitui-se numa produção desenvolvida como dissertação de mestrado profissional, junto ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), na linha de Formação de Professores. Trata-se de uma pesquisa relativa ao ensino de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, a fim de desenvolver discursões acerca da formação de professores em ensino de geometria na rede estadual de ensino do município de Bayeux/PB. A presente pesquisa visou desenvolver, estudar e construir propostas didático pedagógicas que darão suporte de respostas a questionamentos como: Qual o verdadeiro sentido da importância do ensino de geometria na educação básica na visão docente? Como desenvolver um ensino de geometria que leve à produção de significados, nos que se refere às geometrias bidimensional e tridimensional? Para tanto, realizamos uma revisão literária de autores que enfatizam a importância do olhar sobre processos de ensino e aprendizagem da geometria na educação básica, a fim de desenvolvermos nosso objeto de estudo, caracterizado por práticas pedagógicas e constatações sistematizadas teoricamente sobre o ensino de geometria no Ensino Fundamental. Além disso, fizemos um caminhar de fundamentação teórica que enfatizou a problemática do ensino de geometria associando a formação docente ao pós Movimento da Matemática Moderna. Dessa forma como se dá essa formação do professor de matemática em ensino de geometria em face às novas problemáticas e demandas do novo aluno do século XXI? Vivemos imersos num mundo de formas. Para onde se direcionem o olhar, as relações geométricas estão presentes no mundo tridimensional, seja na natureza, nas artes, na arquitetura ou em outras áreas do conhecimento. Daí a constituição da geometria como um dos conteúdos estruturantes para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio. Essa é ponte que une diferentes conteúdos do campo da Matemática como álgebra e números. Sabe-se que a geometria é considerada a ciência do espaço, pois trabalha com formas e medições, nesse sentido, as Diretrizes Curriculares Estaduais contribuem ao dizer que “conhecer geometria implica em reconhecer-se num dado espaço e, a partir dele, localizar-se no plano”. Essa ciência favorece a percepção espacial e a visualização, sendo conhecimento relevante para as diferentes áreas, permitindo que o aluno desenvolva sua percepção, sua linguagem e raciocínio geométrico de forma a construir conceitos.

A partir destas reflexões surgem questionamentos ao redor da geometria: Por que ainda há dificuldade na compreensão da geometria? Os alunos ao concluírem os anos finais do Ensino

Fundamental a compreendem? Por que a geometria parece tão difícil de ser ensinada? Estas questões acabaram por nortear a pesquisa.

Vários teóricos como Nacarato, mostram que o ensino de geometria na educação escolar fica reduzido a um plano secundário, e que a ênfase se concentra no ensino da Aritmética e da Álgebra. Esses estudos revelam, ainda, o desempenho desfavorável de alunos da Escola Básica em tarefas que envolvem conceitos e resolução de problemas no campo da geometria.

Mas essa realidade, começa a mudar lentamente. Andrade e Nacarato (2009) apontam uma quantidade favorável de pesquisas relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem de geometria. Os autores identificam duas perspectivas emergentes nas pesquisas: a geometria experimental e os ambientes computacionais. Esse estudo começa a reaparecer nas salas de aulas, principalmente, trabalhado com recursos experimentais e computacionais. O aporte teórico que fundamenta as novas pesquisas é embasado na Formação de Professores para o ensino de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental e no modelo de Van Hiele do pensamento geométrico. Refletindo sobre a importância da formação docente que deve caminhar em constante evolução em prática atualizada de ensino. ” As transformações das práticas docentes só se efetivam na medida em que o professor amplia sua consciência sobre a própria prática” (PIMENTA, 2012). De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNs, 1997) vemos a relevância de se trabalhar com o ensino de geometria no desenvolvimento do pensamento geométrico, que permite as crianças fazer uma leitura e interpretação da realidade que supere as aparências, ou seja, que ultrapasse a percepção sensorial e consiga estabelecer as relações abstratas entre as partes e o todo e vice-versa. Fonseca (2011) ao se referir ao eixo espaço e forma dos PCN’s, informa:

No Bloco “Espaço e Forma”, é destacada a importância da Geometria no currículo de Matemática do Ensino Fundamental, visto que através dela o aluno desenvolve a compreensão do mundo em que vive, aprendendo a descrevê-lo, representá-lo e a se localizar nele. Além disso, o trabalho com as noções geométricas estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças e a identificar regularidades, e permite ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, inserindo a exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanatos no contexto de sala de aula (FONSECA, 2011, p.25).

Com efeito, o professor necessita de uma base teórico-metodológica que possibilite a *assimilação* ativa e criativa dos conhecimentos imprescindíveis ao ensino dos conteúdos científicos acumulados pela humanidade, que precisam ser compreendidos pelos alunos em seu processo de humanização. O professor é o mediador entre esses conhecimentos (objetos

geométricos) e os alunos (sujeitos do processo) e neste processo didático-pedagógico o método é fundamental.

Apesar do papel relevante que a geometria exerce sobre o currículo da Matemática na construção da formação cidadã, percebemos que no contexto escolar a geometria vem sendo colocada na posição de menor importância para a aprendizagem dos alunos. De acordo com Peres (1995) e Pavanello (1993) isto se deve ao fato de que:

- Muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas.
- A exagerada importância que desempenha o livro didático entre os professores, em que na maioria das vezes, a geometria é apresentada como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, relegada aos capítulos finais dos livros, nos quais o professor nunca consegue chegar. Nesta perspectiva o ensino de geometria tem sido deixado em último plano, sendo então pouquíssimo ou mesmo não abordado em sala de aula. Dessa forma, torna-se um grande desafio o ensino significativo de geometria, que leve o aluno a construir sua aprendizagem, sua análise crítica diante de situações vivenciadas que relacionem ao estudo da geometria.

Segundo Lorenzato (1995), há outros dois fatores-chaves para explicar a fragilidade dos processos de ensino e aprendizagem da geometria na educação básica:

- Nos currículos, a geometria possui uma fragilíssima posição, quando consta. Quando ela é apresentada é de forma fragmentada e dissociada da Aritmética e da Álgebra. Isto se deve em grande parte às lacunas na formação inicial e (ou) continuada dos professores de Matemática que não têm propriedade (segurança) ao lecionar os conceitos geométricos.
- Antes da chegada do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil, o ensino geométrico era marcadamente lógico-dedutivo, que se referendava com demonstrações. A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior.

Todos estes aspectos ressaltados por Peres (1995), Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) deixam expostos os reais motivos do ensino de geometria ter sido por muito tempo colocado a

margem do currículo da Matemática. Mediante este panorama atual, quais medidas devem ser tomadas, para de fato construirmos um Ensino-Aprendizagem de modo significativo da geometria? Apesar de já haver literatos que expõem a importância do ensino de geometria, nossa problemática se faz pertinente e atual, pois as teorias ainda não estão engajando práticas efetivas e resultados mais satisfatórios na prática.

De acordo com Biembengut e Silva (1995), a geometria aparece como componente curricular da Matemática no Ensino Fundamental e Ensino Médio distribuída em proporções. Entretanto, por muito tempo foi dada a disciplina de Educação Artística a responsabilidade de trabalhar a geometria na educação básica. Quando não assim, os conceitos geométricos vinham quase que frequentemente apresentados no final do programa de Matemática. Essas características demonstram a pouca importância dada ao ensino da geometria, tornando o seu ensino-aprendizagem superficial. Todas estas lacunas no ensino-aprendizagem da geometria ressaltadas por pesquisadores em ensino da Matemática vêm sendo observadas de forma ascendente e preocupante a cada etapa de escolaridade em que o discente tem passado. Assim, reconhecer a importância do ensino de geometria na formação da identidade política e social do aluno é o primeiro passo em busca de construir e dar significado ao ensino-aprendizagem de geometria. Segundo Toledo e Toledo (1997, p.221), a geometria possibilita:

- O desenvolvimento de outros tipos de raciocínio, na resolução de problemas que exigem visualização e manipulação de modelos de figuras geométricas;
- O desenvolvimento do senso estético e da criatividade, com a utilização das formas geométricas em atividades de composição e decomposição;
- A valorização de alunos cujo raciocínio é voltado aos aspectos espaciais que quantitativos da realidade, conseguindo, assim, melhor desempenho nas atividades de Geometria do que naquelas ligadas aos números.

O estudo da geometria de forma significativa poderá proporcionar ao aluno uma maturidade, uma visualização e abstração frente aos demais componentes curriculares da Matemática. Segundo Silva (2007), uma aprendizagem significativa da geometria incide diretamente na compreensão do espaço social, na formação cidadã, pois permite solucionar situações problemas do dia a dia, tendo seu alcance no mundo do trabalho. O conhecimento geométrico serve de instrumento de compreensão, intervenção e políticas de ação frente aos problemas sociais. Assim, torna-se um grande desafio o ensino significativo de geometria, que leve o aluno a construir sua aprendizagem, sua análise crítica diante de situações vivenciadas que relacione ao estudo da geometria. A compreensão desse conteúdo deve ser motivada por meio de resolução de problemas e atividades investigativas que suscite, no educando, o ser

pesquisador, desenvolvendo sua abstração e ampliando o seu potencial de conjecturas, analogias e raciocínio crítico matemático.

Foram desenvolvidas atividades investigativas nas aulas de Matemática no sentido de construir, dar significado e desenvolver a aprendizagem dos conceitos da geometria plana e espacial. Visto que dentro do bloco de conteúdos Espaço e Forma, além da geometria plana, a geometria espacial ganha posição de importância por se tratar do espaço físico, onde vemos três dimensões. Todavia, é na esfera espacial, que os alunos apresentam agravantes dificuldades.

Logo, ressaltamos o desejo em tentar romper e solucionar esta problemática de ensino significativo da geometria espacial via atividades investigativas. Assim, pensamos em trabalhar com a formação continuada, desse modo elaboramos um programa de formação continuada de professores da rede estadual de ensino da cidade de Bayeux/PB, esse programa trouxe oficinas pedagógicas de ensino de geometria visando trabalhar a construção de conceitos bidimensionais e tridimensionais. Nosso problema de pesquisa refere-se a quais caminhos desenvolver para objetivar e significar a verdadeira apropriação e relação dos conceitos geométricos no espaço bidimensional e tridimensional lecionados em turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental?

1.1. Pontos de partida

Em uma reflexão constante da minha prática docente há uma necessidade de repensar como desenvolver o ensino de geometria como fio condutor da formação matemática.

A geometria é um importante instrumento de compreensão e de leitura acerca do mundo físico, já que todas as noções ligadas à organização espacial e, conseqüentemente, a capacidade de visualização espacial e a compreensão de conceitos como o de área são imprescindíveis no currículo de Matemática. O seu lugar no currículo começa a ser revalorizado após o Movimento da Matemática Moderna (década de 70) onde houve uma supervalorização da Álgebra, assim se iniciou uma nova busca de metodologias e didáticas de Ensino que levassem a uma apropriação de conceitos e procedimentos relacionados à geometria.

A importância do ensino de geometria vem sendo assunto de diversas pesquisas já algum tempo. Para Passos (2005, p. 18) “o desenvolvimento de conceitos geométricos é fundamental para o crescimento da capacidade de aprendizagem, que representa um avanço no desenvolvimento conceitual”.

A relevância da geometria também é exposta nos documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, onde deixa evidente a sua importância para “desenvolver capacidades cognitivas fundamentais” (BRASIL, 1998, p. 16).

Por esse motivo alguns pesquisadores explicitam a ideia de que o ensino desse ramo da Matemática deve ser iniciado desde os primeiros anos escolares. Segundo Lorenzato (1995), o ensino de geometria deve ter início ainda na Pré-escola através da geometria intuitiva que possibilite a observação e exploração de formas presentes no mundo das crianças. Ainda segundo esse autor (1995, p. 8),

As crianças devem realizar inúmeras experiências ora com o próprio corpo, ora com objetos e ora com imagens; para favorecer o desenvolvimento do senso espacial é preciso oferecer situações em que elas visualizem, comparem e desenhem formas [...] é uma etapa que parece mero passatempo, porém é de fundamental importância. Apesar de sua reconhecida importância podemos dizer que seu ensino vem sendo colocado em segundo plano e, muitas vezes, até sendo desprezado. Tal constatação fundamentou-se em pesquisas que abordam a problemática do ensino da Geometria (Perez, 1995; Pavanello, 1993).

Mesmo diante da importância da geometria como componente curricular da Matemática no Universo da Educação Matemática tem sido observada uma concepção de omissão ou mesmo abandono do Ensino-Aprendizagem de geometria principalmente nos anos finais do Ensino Fundamental demonstradas nas escolas brasileiras (Pavanello, 1989). Ainda de acordo com (Pavanello, 1989) no Brasil há uma tradicional dualidade acerca do ensino de geometria que pode ser colocada como escola onde se ensina geometria (escola da elite) e escola onde não se ensina geometria (escola para o povo), já que nas escolas públicas o abandono do ensino de geometria mostra-se mais arraigado e intensificado a cada etapa de escolaridade, diferentemente da maior parte das escolas da rede privada de ensino. Estes aspectos representam uma parcela da real problemática do Ensino-Aprendizagem da geometria na educação básica, cabe então ao papel docente a ressignificação e revalorização da geometria em sua forma bidimensional e tridimensional dentro da esfera educacional e refletida na vivência do educando. Frente à problemática do Ensino-Aprendizagem Significativo de geometria no campo conceitual e formal, o objeto de estudo desta pesquisa consiste em elaborar e desenvolver em sala de aula atividades investigativas, a fim de verificar qual a sua contribuição para o alcance de uma aprendizagem eficiente e eficaz, dos conceitos da geometria bidimensional e tridimensional em turmas de 6º ano de uma escola da rede estadual de ensino.

1.2 problema e justificativa da pesquisa

Os motivos apresentados na seção anterior nos levaram a refletir e fomentar questionamentos acerca da formação matemática em geometria ofertada. Assim, nosso

problema de pesquisa refere-se a Quais caminhos desenvolver para objetivar e significar a verdadeira apropriação e relação dos conceitos geométricos no espaço bidimensional e tridimensional lecionados em turmas de 6º ano?

Nosso tema de pesquisa mostra-se *relevante* à academia por se tratar de um trabalho exploratório, em que consideramos como justificativas: primeiro ponto a pouca produtividade dos alunos em relação ao pensamento geométrico, em segundo ponto as lacunas na formação inicial e continuada dos docentes em ensino de geometria e em terceiro ponto é a fragilidade dos processos de ensino e aprendizagem da geometria na educação básica, fragilidade essa ressaltada por Lorenzato (1995) que foi gerada devido a fragmentação da geometria, aritmética e álgebra, dando um forte enfoque a álgebra e a aritmética em detrimento à geometria. Esses pontos acima ressaltados dão a base de relevância de nossa pesquisa para a academia.

O conhecimento sobre formas geométricas e suas características são necessárias em situações do cotidiano. A geometria está presente no nosso cotidiano, tornando o aluno um observador do meio em que vive. Inserir ao alunado, uma forma mais simples e espontânea, isto é uma alternativa motivadora para o ensino da geometria. Como o ensino vem passando por transformações, precisamos modificar a atual estrutura, principalmente no conteúdo geométrico quando tratamos especificamente no estudo dos Polígonos e dos Poliedros. É de grande importância implantarmos uma nova prática pedagógica que seja mais interessante do que as tradicionais, com a utilização desses materiais manipulativos voltados ao ensino da geometria onde os alunos possuem mais dificuldade de compreensão, trazendo ênfase do trabalho aplicado aos alunos, proporcionando resultados na formação acadêmica de maneira permanente e qualitativa na Educação Básica.

1.3 Apresentando os objetivos da pesquisa

Nossa dissertação tem como **objetivo geral** analisar os conhecimentos geométricos sobre polígonos e poliedros lecionados durante os anos finais do Ensino Fundamental

Objetivos Específicos:

- Investigar as dificuldades apresentadas pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental sobre a geometria, na visão do professor;

- Elaborar e desenvolver uma abordagem de ensino alternativo de Matemática por meio de atividades investigativas, objetivando o ensino da geometria nos anos finais do Ensino Fundamental,
- Elaborar um curso de formação continuada para professores da rede estadual de ensino que são do município de Bayeux/PB,
- Avaliar a contribuição das atividades investigativas para ensino/aprendizagem de geometria;
- Levantar dados sobre o impacto da abordagem didática junto às oficinas,
- Analisar os resultados obtidos

Trata-se de uma pesquisa qualitativa do tipo exploratória, tendo como método interpretativo para a análise e triangulação dos dados as ponderações de Fiorentini e Lorenzato (2012). Esse trabalho tem como lócus de investigação uma pesquisa Ação que se caracteriza pelo fato de objetivar a compreensão e explicação da prática de grupos sociais com o fim de melhorar essas práticas. No nosso trabalho temos uma metodologia de pesquisa que busca um método de investigação e de reflexão. Com esse sentido, a pesquisa-ação é a que se encaixa de forma mais adequada para almejar o nosso intuito nesse trabalho.

1.4 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos. Neste primeiro, nossa intenção foi apresentar as motivações que justificaram escolher o presente tema e as nossas questões de pesquisa, nossos objetivos e a estrutura da dissertação. No segundo capítulo, buscamos compor um referencial teórico que permitisse compreender o contexto recente do campo da Educação e da formação de professores, com ênfase na importância do ensino de geometria. Mais especificamente, também procuramos trazer autores que tratam da importância do pensamento geométrico abordado nos anos finais do Ensino Fundamental. No terceiro capítulo, apresentamos o percurso metodológico vivido para a construção da pesquisa, bem como o local da pesquisa, o tipo de pesquisa e os instrumentos usados para o desenvolvimento do trabalho.

No quarto capítulo, descrevemos e analisamos detalhadamente os dados da pesquisa. No quinto capítulo, trabalhamos as considerações finais acerca da pesquisa, ou seja, nesse momento buscamos fazer um fechamento da dissertação retomando nossas questões de pesquisa, relacionando-as com o que o processo de análise dos trabalhos estudados possibilitou identificar. Aproveitamos também para fazer sugestões para futuras pesquisas na área.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2,1 Ensino de Geometria no Brasil – uma breve abordagem histórica

Os primeiros conhecimentos geométricos que o homem teve, a respeito da geometria, partiram das necessidades em compreender melhor o meio onde vivia. Motivo este que talvez justifique a origem da sua palavra, pois o termo “geometria” deriva do grego *geo* = terra + *metria* = medida que significa medição de terra. De acordo com Eves (1997), as primeiras considerações feitas a respeito da geometria são muito antigas tendo como origem a simples observação e a capacidade de reconhecer figuras, comparar formas e tamanhos. Um dos primeiros conceitos geométricos a serem desenvolvidos foi a noção de distância. Ainda, segundo Eves (1997), foi das necessidades da sociedade, quando o homem **teve** que delimitar terras, que **teve** origem uma geometria caracterizada pelo traçado de desenho de formas, fórmulas, cálculo de medidas de comprimento de área, volume, etc. Foi nessa época que se desenvolveu a noção de figuras geométricas como, retângulo, quadrado e triângulos. Outros conceitos geométricos, como noções de paralelismo e perpendicularidade teriam sido sugeridos pela construção de muros e moradias. Boyer (1974), no livro *História da Matemática*, faz colocações que descrevem a história da geometria que vem ao encontro do que diz Eves (1997), também descreve que a geometria teve sua origem no Egito, e seu surgimento veio da necessidade de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio Nilo.

As inundações anuais sobrepunham-se sobre o Delta do referido rio. Ano após ano, o Nilo transbordava seu leito natural, espalhando um rico limo sobre os campos ribeirinhos. A inundação fazia desaparecer os marcos fixados no ano anterior, de delimitação entre as propriedades de terras. Para demarcarem novamente os limites existiam os "puxadores de corda", (assim chamados devido aos instrumentos de medida e cordas entrelaçadas que usavam para marcar ângulos, e determinar as áreas de lotes de terrenos, dividindo-os em retângulos e triângulos). Os egípcios levavam os direitos de propriedade muito a sério e sem os marcos fronteirços, tinham início muitos conflitos entre indivíduos e comunidades. Assim, sem as demarcações, os agricultores não tinham como saber qual era a sua propriedade, tanto para o cultivo, quanto para o pagamento de impostos aos governantes. Segundo Mlodinow (2005), a cobrança de impostos, talvez tenha sido o primeiro motivo para o desenvolvimento da geometria, pois o governo determinava os impostos da terra baseado na altura da enchente do ano e na área de superfície das propriedades. Aqueles que se recusavam a pagar podiam ser espancados pelos guardas, até que se submetessem. De acordo com Boyer (1974), para resolver

esta situação, os faraós passaram a nomear funcionários, os agrimensores, cuja tarefa era avaliar prejuízos das cheias, medir as terras e fixar os limites das propriedades, restabelecendo as fronteiras entre as diversas propriedades, refazendo os limites de suas áreas de cultivo. No momento de refazer os limites, os agrimensores tinham apenas informações parciais ou até mesmo nenhuma, pois as fronteiras podiam ter sido destruídas por completo. Estes agrimensores acabaram por aprender a determinar áreas de terrenos dividindo-os em retângulos e triângulos, e quando se deparavam com superfícies irregulares utilizavam o método de triangulação, (dividir um campo em porções menores e triangulares cujas áreas somadas correspondiam à área total). Segundo Boyer (1974), os Egípcios tinham muita habilidade em delimitar terras e com isso descobriram e **utilizaram** inúmeros princípios. Um destes princípios era **utilizado** para marcar ângulos retos, onde usavam cordas cheias de nós equidistantes um do outro, fazendo assim a divisão das terras. Essa técnica empírica, para obter resultados aproximados, mais tarde viria a ser demonstrada pelo teorema de Pitágoras. É importante lembrar que a geometria, de uma maneira mais rústica, foi utilizada na Babilônia, na China, entre outros países. Mas seu uso como ciência dedutiva surgiu no vale do rio Nilo, no Antigo Egito,

Eles diziam que este rei [Sesóstris] dividia a terra entre os egípcios de modo a dar a cada um deles um lote quadrado de igual tamanho e impondo-lhes o pagamento de um tributo anual. Mas qualquer homem despojado pelo rio de uma parte de sua terra teria de ir a Sesóstris e notificar-lhe o ocorrido. Ele então mandava homens seus observarem e medirem quanto a terra se tornava menor, para que o proprietário pudesse pagar sobre o que restara, proporcionalmente ao tributo total. (HERÓDOTO, século V a.C apud, EVES 1997, p.3)

Segundo Eves (1997), nos primórdios, o homem só considerava problemas geométricos concretos, onde não se observava nenhuma ligação, cada problema era apresentado individualmente, só mais tarde que se tornou capaz de observar formas, tamanhos e relações espaciais de objetos físicos específicos e delas extrair certas propriedades que tinham relações com outras observações já vistas. Com isso, os homens da época começaram a ordenar os problemas geométricos práticos em conjuntos, de tal forma que podiam ser resolvidos pelo mesmo procedimento. Assim, chegou-se a noção da lei ou regra geométrica. Da prática dos egípcios e babilônios, com atividades ligadas à agricultura e engenharia no antigo Egito, deu-se o primeiro passo para o surgimento da geometria como ciência.

Esse nível mais elevado do desenvolvimento da natureza da geometria pode ser chamado “geometria científica” uma vez que indução, ensaio, erro e procedimentos empíricos eram instrumentos de descobertas. A geometria transformou-se num

conjunto de receitas práticas e resultados de laboratório, alguns corretos e alguns apenas aproximados, referentes a áreas, volumes e relações entre figuras sugeridas por objetos físicos. (EVES, 1997, p. 3)

O desenvolvimento da geometria teve como base o povo egípcio e babilônio, mas, segundo Eves (1997), as mudanças políticas e econômicas ocorridas nos últimos séculos do segundo milênio a.C. diminuíram o poder dessas nações, passando os desenvolvimentos posteriores da geometria para os gregos. Para os gregos, os fatos geométricos deveriam ser estabelecidos, não por procedimentos empíricos, mas por raciocínio dedutivo, eles transformaram a geometria empírica dos egípcios e babilônios em geometria demonstrativa.

Para Mlodinow (2005), os gregos valorizavam a busca do conhecimento e foi com seus matemáticos que a geometria foi estabelecida, começando com Tales de Mileto 640 a.C. e 564 a.C. Tales fez muitas viagens para o Egito, e lá passou longos períodos. Em uma dessas viagens, buscou explicações teóricas para o fato dos egípcios construírem as pirâmides, mas não terem conhecimento para medir a sua altura, com isso Tales deduziu técnicas geométricas, como propriedades de triângulos semelhantes para medir a altura da pirâmide de Quéops. Tales foi o primeiro a demonstrar teoremas geométricos, que, séculos mais tarde, se juntariam com os elementos de Euclides. Para Mlodinow (2005), outro matemático importante foi Pitágoras. Ele não só aprendeu a geometria egípcia, como também, foi o primeiro grego a aprender os hieróglifos egípcios, tornou-se sacerdote, de onde teve acesso a todos os mistérios egípcios, chegando, até mesmo aos aposentos secretos do templo Pitágoras que permaneceu no Egito por 13 anos, somente partindo quando os persas invadiram o Egito e o levaram prisioneiro. Por causa de sua genialidade, um importante cálculo matemático leva seu nome: o Teorema de Pitágoras. Conforme Garbi (2006), outro matemático que contribuiu significativamente para as descobertas matemáticas foi Euclides. Pouco se sabe sobre ele, nem mesmo onde e quando nasceu e morreu. É possível que tenha estudado na Academia de Platão, devido à semelhança entre a visão platônica do conhecimento e a visão de Euclides, e pelo desinteresse em aplicações práticas. Euclides foi o primeiro a apresentar, a geometria como ciência de natureza lógica e dedutiva. Ele não se limitou a anunciar um grande número de leis geométricas, mas se preocupou em demonstrar esses teoremas. Operava a partir de hipóteses básicas e, com seus conhecimentos, adquiridos ao longo do tempo, estabelecem-se o conceito de lugar geométrico.

Euclides escreveu o clássico livro: “Os Elementos”, uma série de 13 livros que serviu de base para o ensino da geometria. Em sua obra, Euclides procurou fazer afirmações simples que seriam aceitas e entendidas por todas as pessoas, até por iniciantes.

Os Elementos, de Euclides, o mais antigo livro de matemática ainda em vigor nos dias de hoje, uma obra que somente perde para a Bíblia em número de edições e, para muitos, o mais influente livro matemático de todos os tempos (GARBI, 2006, p.49).

Conforme Eves (1997), Euclides, por volta do ano 300 a.C. coletou e arranjou proposições da geometria plana, apoiando-se num conjunto de cinco postulados, onde definiu retas paralelas, sendo este conhecido como “Postulado das Paralelas”. Mais tarde, segundo Eves (1997), Platão também se interessou pela geometria. Ele acreditava na geometria intuitiva, e era um matemático que defendia a teoria dos cinco elementos, o fogo sendo tetraedro, o ar octaedro, a água icosaedro, a terra, o cubo e o Universo, o dodecaedro, sendo sólidos geométricos regulares. Platão e seus seguidores estudaram esses sólidos, conhecidos como “Poliedros de Platão”, com muita intensidade. Para Platão, os poliedros regulares estavam presentes na natureza e o universo era formado por um corpo e uma alma. Na matéria havia porções limitadas por triângulos, quadrados ou pentágonos, formando elementos diferentes conforme a forma e as características da natureza.

Platão entendia que cada elemento era justificado. Para ele, o tetraedro (modelo de fogo) era um sólido formado por 4 faces, triângulos equiláteros. Platão dizia que o átomo do fogo teria a forma de um poliedro com 4 faces. O cubo (modelo da terra) era o único poliedro regular com faces quadrangulares, justificando a associação da terra porque assenta sobre qualquer uma das faces, e é o sólido de maior estabilidade. Os átomos de terra seriam cubos, os quais permitem ser colocados lado a lado, com solidez. O octaedro (modelo de ar) são triângulos equiláteros, mas em cada vértice reúnem-se quatro triângulos. É formado por 8 faces, e representa o ar, porque o modelo de Platão para um átomo de ar, era um poliedro com 8. O dodecaedro (modelo do cosmos) é o único poliedro regular cujas faces são pentágonos regulares. Este sólido representa o universo porque, para Platão, a associação entre o universo e o dodecaedro é que este tem 12 faces tal como o zodíaco tem doze signos. O icosaedro (modelo de água) é o poliedro composto por vinte faces. Para Platão, este sólido representa água, que seria constituída por icosaedros. Percebe-se que, no decorrer de sua história, a geometria sempre teve muita importância em vários sentidos, facilitando a vida do homem. Nos dias atuais, a geometria é um componente essencial para a construção da cidadania, pois a sociedade utiliza-se, cada vez mais, de conhecimentos científicos e tecnológicos, e isso tem tudo a ver com a geometria.

Apesar de sua importância, o seu ensino vem sendo deixado para segundo plano e muitas vezes desprezado nas escolas. Passos (2005, p.18, apud Carneiro, Déchen 2006,

p.2), diz que “o desenvolvimento de conceitos geométricos é fundamental para a capacidade de aprendizagem e representa um avanço no desenvolvimento conceitual”. Segundo Pavanello (1993), no Brasil, o ensino de geometria está sendo deixado para o final do ano letivo, como se tal conteúdo fosse menos importante, ou como se a falta de tempo para esse trabalho não viesse a ser um grande problema. Associado a isso, um ensino baseado na apresentação de teoremas e aplicação de fórmulas, na resolução de exercícios, são fatores que contribuem para a situação em que se encontra o ensino de geometria na atualidade.

2.2 A Formação Matemática em Ensino de Geometria – Atualidade e Desafios

A geometria é parte essencial da Matemática, sua importância é inquestionável tanto pelo ponto de vista prático quanto pelo aspecto instrumental na organização do pensamento lógico, na construção da cidadania, na medida em que a sociedade cada vez mais se utiliza de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se aprimorar.

Segundo Fonseca (2001), ela está relacionada com a formação humana, pois promove valores culturais e estéticos, em que o aluno poderá compreender e apreciar construções e trabalhos artísticos feitos pelo homem e pela natureza. Segundo Fainguelernt (1999), a geometria é usada como ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos; é a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e que tem ligação com a realidade, uma ciência que permite ao aluno basear-se em ambientes reais para entender o pensamento geométrico, pois ela contribui para o desenvolvimento do raciocínio e permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive sendo essencial na formação do indivíduo. Para Fonseca (2001), o ensino da geometria é de grande importância, considerando o desenvolvimento de habilidades e competências, a percepção e a melhor compreensão na resolução de problemas, pois o ensino da geometria oferece uma imensa oportunidade ao aluno, de olhar, comparar, medir, generalizar e abstrair, desenvolvendo o pensamento lógico. O ensino de geometria precisa ter significado para o aluno, deve conduzi-lo a uma compreensão teórica e fazê-lo refletir sobre conhecimentos anteriores e aplicá-los, de acordo com a natureza do problema, pois,

A Geometria oferece um vasto campo de ideias e métodos de muito valor quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e de dados concretos e experimentais para os processos de absorção e generalização. A Geometria também ativa a passagem do estágio das operações concretas para o das operações abstratas. É, portanto, tema integrador entre as diversas partes da Matemática, bem como campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar. Ela desempenha papel primordial no ensino,

porque a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituem a sua essência (FAINGUELERNT, 1995 p.45).

O ensino da geometria **tem** grande importância, pois possibilita uma interpretação mais clara de conceitos matemáticos, uma visão mais ampla da localização e trajetória de objetos, pois o indivíduo passa a **ter** mais controle sobre as operações básicas de geometria.

O estudo da geometria é de fundamental importância para desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para leitura do mundo e para que a visão da matemática não fique distorcida (FAINGUELERNT 1999, p.53).

Para Fainguelernt (1999), é importante desenvolver uma educação visual adequada e analisar diferentes representações surgidas na solução de uma mesma proposta. Assim, o ensino de geometria não deve ser desenvolvido através de técnicas de memorização ou operações ou ainda baseado em processos de formalização com alto nível de rigor, abstração e generalização.

A visualização refere-se às habilidades de perceber, representar, transformar, descobrir e refletir sobre informações vistas; envolve processos mentais necessários que podem ser transferidos para outras partes da Matemática ou outras áreas do conhecimento. Para Alan Hoffer (p.12 1981, apud Lopes, 2003), as habilidades que devem ser desenvolvidas com a geometria vão além da memorização das provas e teoremas. A não ser que essas provas venham acompanhadas da compreensão de fatos geométricos abordados pelos teoremas. Nas aulas de geometria usa-se muito a habilidade de verbalização, pois favorece o uso da linguagem mais do que qualquer outro assunto de Matemática. Há uma abundância de vocabulário para os estudantes aprenderem, há definições precisas, proposições que descrevem 18 propriedades de figuras e relações entre elas. A geometria trabalha com a habilidade lógica, sendo um dos conteúdos que mais ajuda os alunos a aprenderem a analisar um argumento e a reconhecendo se é válido, ou não.

Sem conhecer a geometria, a interpretação do mundo torna-se incompleta. Portanto, pode-se utilizar a geometria como facilitadora para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.

A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho com comodidade e eficiência no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade (SANTALO, 1996; apud FAINGUELERNT, 1999, p. 19).

Segundo Trautenmuller (2005), o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem do aluno, estimula a observar, perceber as semelhanças e diferenças, desenvolver habilidades com números e medidas, pois, geralmente, os alunos se interessam muito pela geometria, por isso é de fundamental importância que os conceitos geométricos sejam trabalhados a partir de objetos presentes no cotidiano dos discentes. Tais atividades possibilitam aos estudantes representar, estabelecer relações, construir idéias e formas geométricas para resolver problemas da vida cotidiana.

A geometria permite ao aluno o desenvolvimento do pensamento, sendo capaz de demonstrar, argumentar, descobrir, experimentar e deduzir, e chegar a conclusões. Dessa forma, o ensino da geometria ajuda o aluno a compreender o mundo, faz com que ele perceba o espaço em que vive, ajuda a resolver problemas do dia a dia, possibilitando desenvolver habilidades e potencialidades, referentes à Matemática e a outras áreas do conhecimento.

Durante a realização deste trabalho, observa-se que a geometria **tem** grande importância desde a sua origem, pois foi da partilha das terras às margens dos rios Nilo que **teve** origem uma geometria caracterizada pelo traçado de desenho de formas, fórmulas, cálculo de medidas de comprimento de área, etc. Foi nessa época que se desenvolveu a noção de figuras geométricas como, retângulo, quadrado e triângulos. Utilizando na escolaridade básica a aplicação da geometria nos diferentes campos da vida humana, pode ser possível ensinar os conteúdos dessa área do conhecimento de forma eficaz para o aluno e não apenas apresentar-lhes um corpo teórico de axiomas, propriedades e teoremas distantes da realidade, embora aprender os aspectos teóricos e axiomáticos também seja importante. Além disso, conhecer seu desenvolvimento histórico, os avanços e recuos ocorridos, é possível apresentar uma perspectiva mais crítica aos conteúdos ensinados, considerando-os uma escolha intencional de um grupo de pessoas que estudam a área e que, portanto, têm posicionamentos políticos e sociais nem sempre claramente explicitados.

Apesar dessas visões sobre a importância da geometria e de seu ensino, o que perdurou, por muito tempo, nos currículos escolares de Matemática foi uma geometria demonstrativa, carregada de axiomas, proposições, teoremas e demonstrações, tal como organizada em Os Elementos. Com a “reforma” ocorrida no período de 1960 a 1970, conhecida como Movimento da Matemática Moderna (MMM), pensou-se ter encontrada uma alternativa para o ensino de geometria: a unificação da linguagem nas diferentes áreas da Matemática. Assim, o rigor das demonstrações geométricas praticamente foi abolido, mas a preocupação excessiva com a linguagem da teoria dos conjuntos acabou por comprometer ainda mais o ensino dessa área,

acarretando sua supressão ou o empobrecimento do conteúdo. O que atualmente ocorre nas salas de aulas sobre o ensino de geometria pode ser ainda consequência do MMM.

A geometria é um dos pilares fundamentais do ensino da Matemática, pois o ensino oferece uma imensa oportunidade para o aluno de olhar, comparar, medir, generalizar e abstrair, desenvolvendo o pensamento lógico, por isso precisa ser trabalhada desde os primeiros anos de idade, em diversas situações sob diferentes pontos de vista. Apesar da grande importância da geometria, quando se instaurou o Movimento da Matemática Moderna, o seu ensino foi relegado a segundo plano, pois a proposta de ensino da matemática moderna de algebrizar a geometria não vigorou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, onde a geometria era ensinada na forma de exposições de teoremas e demonstrações, ou seja, era ensinada de forma lógico-dedutiva. Com a eliminação desse modelo criou-se uma lacuna no seu ensino, o qual permanece até os dias de hoje. O ensino da geometria, que deveria **ter** início nos primeiros anos de escolarização e **ter** continuidade em toda vida escolar do aluno, parece sofrer certo abandono. Nas escolas, o ensino de geometria, muitas vezes, restringe-se aos cálculos de ângulos, comprimentos, áreas e volumes com aplicações de fórmulas, sem a devida contextualização deste ensino. Essas aulas, muitas vezes, são ministradas de uma maneira mecânica, talvez seja um dos motivos pelo qual o aluno não **tenha** tanto interesse pelo conhecimento, não sinta prazer em aprender a geometria, pois ele não encontra um significado para este conteúdo, as aulas são muito repetitivas.

Diante da análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais, percebe-se que a geometria é abordada de forma a descrever o mundo, medir espaços e formas e encontrar regras que o expliquem. Pois trabalhando com espaços e formas, pode-se relacionar a percepção espacial, a qual nos traz a habilidade para nos orientar no espaço, coordenar diferentes ângulos de observação e de objetos no espaço.

2.3 Normativas do Ensino de Geometria na educação básica – A Geometria na Base Comum curricular

O conhecimento acerca da geometria é amplamente útil no dia a dia e também está relacionado a outros conteúdos escolares, seja da Matemática ou de outras disciplinas. Muitos dos objetos encontrados no cotidiano são formas geométricas clássicas, já estudadas e conhecidas pelos alunos. Todos esses objetos possuem **alguma** forma, **algum** tamanho ou ocupam **alguma** posição no espaço. Medir, examinar formas, comparar tamanhos, analisar posições são preocupações cotidianas são ações necessárias para a sobrevivência no mundo e a geometria pode transformar-se em ferramenta para estudar tais problemas.

Consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais que

[...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (BRASIL, 1999, p. 89-91).

Tais competências tornam-se importantes para a

[...] compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões de Matemática e de outras áreas do conhecimento. De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com objetos que lhe deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos de outras ciências, em especial a Física (*ibid*, p. 91).

Buscamos explanar as habilidades e finalidades que o Ensino Fundamental e Médio expõe como objetivos ao final de cada nível. Como o objeto da nossa pesquisa é o pensamento geométrico, buscamos enfatizar tais habilidades no que se referem aos conceitos geométricos no Ensino Fundamental.

No Ensino Fundamental, de acordo com os “Parâmetros Curriculares Nacionais” (PCN) de 1998, existe um consenso sobre a seleção de conteúdos para esse nível de ensino, que devem contemplar o estudo dos números e das operações, o estudo do espaço e formas, das grandezas e das medidas. O PCN aponta que esses conteúdos devem se associar às necessidades cotidianas do aluno, capacitando-os para tratar as informações que circulam diariamente como os dados estatísticos, tabelas e gráficos e ideias envolvendo probabilidade e combinatória. As finalidades para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental são descritas no documento com uma abordagem voltada para a construção da cidadania. No quadro abaixo organizamos algumas dessas finalidades.

Finalidades para o Ensino da Matemática no Ensino Fundamental segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;

- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis; Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas.

Como exposto acima, as finalidades do ensino da Matemática culminam com a construção da autonomia de raciocínios matemáticos, de modo a conduzir o aluno a incorporar base suficiente para a consolidação e o aprofundamento desses conceitos no Ensino Médio. Ainda cabe ressaltar que, ao final do Ensino Fundamental, segundo a teoria do pensamento geométrico de Van Hiele (1957), o aluno deve estar no nível 2, caracterizado pela capacidade de dedução formal, quando já consegue fazer inter-relações de propriedades e é capaz de deduzir as propriedades de uma figura e reconhecer suas classes.

Os conteúdos matemáticos organizam-se em blocos que são: números e operações; espaço e forma; tratamento de informação. O bloco *espaço e formas*, que particularmente nos interessa por englobar os conteúdos geométricos, de acordo com o documento oficial constituem uma parte importante da Matemática no Ensino Fundamental, “pois por meio desses conhecimentos, os alunos desenvolvem um tipo especial de pensamento que permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 51). Os estudos de geometria também contribuem para a aprendizagem de números e medidas, pois estimulam a observação, a percepção de semelhanças e diferenças, identificação de regularidades, etc. Sobre os estudos de *espaço e forma*, os PCN ressaltam que o professor de Matemática deve explorar situações que envolvam construções geométricas de compasso e régua, de forma a visualizar e aplicar as propriedades das figuras, além de possibilitar a construção de outras relações. Além disso, torna-se fundamental que esses estudos sejam apresentados e explorados a partir de objetos do mundo físico, “de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento” (BRASIL, 1998, p.32).

Os PCN destacam que o conteúdo de aprendizagem deve conter elementos do domínio vivencial dos alunos, a fim de propiciar um espaço de significação dos conceitos estudados no ambiente escolar, ou seja, desenvolver o pensamento matemático partindo do meio no qual o aluno está inserido. No tocante à Matemática, os PCN afirmam que a disciplina tem valor formativo e também instrumental. Quanto ao valor formativo, o documento aponta que a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade transcende a própria Matemática enquanto disciplina escolar, ou seja, formar o aluno apto a resolver problemas, criando situações novas e outras capacidades.

A “Base Nacional Comum Curricular” (BNCC) expõe quadros com os conteúdos didáticos dos três níveis de ensino e obedecendo à LDB/96 na sua alteração pela Lei nº 12.796 de 04 de abril de 2013, determina que, além da Base Nacional Curricular Comum para todos os níveis de ensino, obrigatoriamente deve oferecer uma Parte Diversificada de acordo com as características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos.

A estrutura do componente Matemática na BNCC procura dialogar com os documentos curriculares recentes no cenário brasileiro e encontra articulação na adoção de cinco eixos que orientam a formulação de seus objetivos de aprendizagem e desenvolvimento: Números e operações, Geometria, Grandezas e medidas, Álgebra e Funções, Estatística. Vale ressaltar que cada um desses eixos recebe tratamento diferenciado dependendo do ano de escolarização, procurando garantir um grau de proficiência dos alunos, que se torne cada vez mais elaborado ao longo dos anos de escolarização.

2.4 O Desenvolvimento do pensamento geométrico- Teoria de Van Hiele – Concepções sobre habilidades de geometria

Conforme Van de Walle (2009, p. 438), a partir das influências do Movimento dos padrões curriculares do NCTM em 1989 houve uma mudança considerável no conceito e aplicação da geometria no Ensino Fundamental, visto que, anteriormente muitos professores tinham receio de ministrar esse conteúdo por achar que pertencia ao ensino médio e pelo fato de muitos testes americanos não utilizar este conteúdo.

De acordo com o olhar do pensamento dos alunos em relação ao conteúdo da geometria, divide-se em dois tópicos: O primeiro tópico fundamenta como aluno observa o espaço e as formas e o segundo de uma forma mais antiga, como são conhecidos por método tradicional.

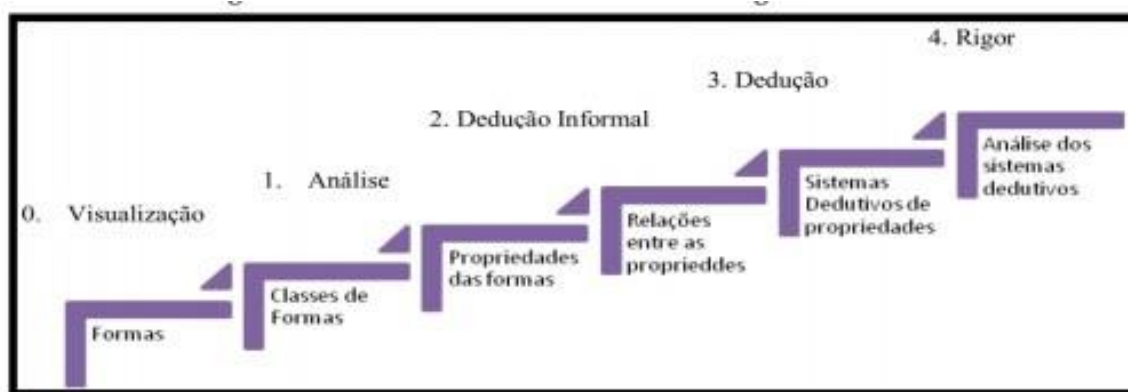
O pensamento espacial, segundo Van de Walle (2009, p. 431), é deduzido através de uma habilidade sensorial que o ser humano possui, podendo relacionar as diferentes e

semelhantes formas no espaço do meio ambiente, com o raciocínio mental consegue distinguir vários tipos de formas.

Existe ainda o culto de não saber identificar as formas, poder visualizá-las, não desenvolvendo o senso espacial. No entanto, diversas atividades podem ser trabalhadas de modo a criar essa percepção gradativamente desde jogos lúdicos em sala de aula até representações da natureza, obras artísticas e arquitetônicas, dentre outros. Cabe ao professor tentar buscar meios de desenvolver o pensamento geográfico dos alunos. No conteúdo geométrico Van de Walle (2009, p. 439) afirma que, por muito tempo, o currículo de geometria nos Estados Unidos tem sido um tanto quanto uma mistura eclética de atividades e listas de “palavras em negrito” com uma ênfase excessiva e exagerada na aprendizagem da terminologia.

Ao mesmo tempo, a crescente ênfase dedicada à geometria tem gerado uma enorme variedade de atividades incríveis para os alunos. Assim, é necessário um planejamento dos professores a partir de cada plano de aula de forma que possa atender o conteúdo de geometria de acordo com os quatro principais temas, a saber, formas e propriedades, transformação, localização e visualização. Cada tema apresenta uma característica distinta e junto com o senso espacial contribuem para a aprendizagem do aluno quanto ao pensamento geométrico.

De acordo com Jaime (1993), o modelo de Van Hiele aborda alguns aspectos básicos: o *descritivo* que identifica as diferentes formas de raciocínio geométrico dos indivíduos e por meio do qual se pode avaliar seu progresso; o *instrutivo* que direciona métodos a serem seguidos pelos professores para favorecer o progresso de nível dos alunos. Como pode ser observada na figura a seguir, a teoria do pensamento geométrico de Van Hiele é composta de cinco níveis de compreensão que, segundo o autor, a progressão nos níveis dependerá mais da aprendizagem adequada do que da maturação ou idade, mas não excluindo a importância de obedecer a maturação.



Fonte: WALLE, 2009

É importante destacar que para maior clareza de nossa exposição optamos por chamar de nível 0, nível 1, nível 2, nível 3 e nível 4, pois fica mais fácil relacionar com o uso de diferentes termos nas bibliografias nacionais e internacionais.

Por meio da teoria de Van Hiele pode-se conhecer em que nível de desenvolvimento encontra-se o pensamento geométrico do aluno. Sua proposta prevê uma aprendizagem dos conceitos geométricos que favoreçam a progressão dos alunos, obedecendo a uma sequência de níveis de compreensão dos conceitos. Assim, a teoria de Van Hiele consiste em organizar o ensino capaz de levar os estudantes a evoluírem na aprendizagem geométrica, seguindo os níveis hierárquicos de pensamento. Portanto, consiste em dizer que o estudante só poderá passar para um nível superior se alcançou as estruturas do nível abaixo, não podendo assim saltar níveis. Para que isso aconteça, a prática do professor e suas escolhas metodológicas são fortes influenciadoras do processo de evolução do pensamento geométrico.

Diante das dificuldades nos processos de ensino e aprendizagem da geometria no Ensino Fundamental, o casal de educadores holandeses Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele estudaram o comportamento dos seus alunos diante do nível de maturidade do pensamento geométrico dos mesmos. O modelo proposto pelo casal compreende cinco níveis dos modos de compreensão das ideias espaciais descrevendo processos de compreensão e pensamento no contexto matemático. Os níveis são divididos em nível 0 – visualização, nível 1 – análise, nível 2 – dedução informal, nível 3 – dedução e o nível 4 – rigor.

O **nível 0** refere-se ao primeiro contato com a forma, como os alunos a visualizam e em que estas formas se parecem. A capacidade de debater sobre as medidas, sobre as formas e a aparência é definida nesse nível.

Crowley (1994, p. 2) aponta que os conceitos geométricos são vistos como “entidades totais e não como entidades que têm componentes ou atributos.” As figuras geométricas, segundo a autora, não são reconhecidas por suas partes ou propriedades, mas pela sua aparência física. Alunos nesse nível conseguem aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzir figuras. E, embora alguém nesse nível consiga reconhecer e diferenciar quadrados de retângulos, não consegue, por exemplo, reconhecer que essas figuras têm ângulos retos ou que os lados opostos são paralelos.

o nível visual, o conhecimento de geometria é básico, a percepção das figuras geométricas ocorre de forma global e individual. A descrição das figuras é baseada principalmente em seus aspectos físicos e posição no espaço. As propriedades geométricas são utilizadas de forma imprecisa. Inicia-se a introdução de um vocabulário matemático para falar das figuras e descrevê-las (SILVA E CANDIDO, 2008, p. 1).

Nesse nível, o professor deve, conforme Crowley (1994), proporcionar ao aluno oportunidade para:

- manipulação, coloração, dobraduras e construção de figuras geométricas; identificação de uma figura ou de uma relação geométrica, num desenho simples, num conjunto de recortes, blocos de modelos ou outros objetos classificáveis, envolvendo objetos físicos do ambiente em que se encontra, ou dentro de outras configurações geométricas;
- criação de figuras, desenhando à mão livre; fazendo cópia de figuras em papel pontilhado ou quadriculado, fazendo recortes, usando geoplanos; construindo figuras com o auxílio de material concreto, como varetas, canudos, blocos;
- descrição de figuras e construções geométricas utilizando a linguagem adequada;
- trabalho com problemas que possam ser resolvidos manejando figuras, medindo e contando.

Quando o aluno inicia uma análise dos conceitos geométricos, ele, então, encontra-se no **nível 1** do modelo van Hiele, denominado descritivo/analítico. Nesse nível, o aluno começa a diferenciar as propriedades das figuras para analisá-las. Consegue apontar propriedades semelhantes, mas sem estabelecer relações entre elas. Por meio da observação e da experimentação, reconhece certos elementos das figuras e faz experimentações. No entanto, ainda não faz classificações adequadas, não é capaz de explicar relações entre as propriedades, não percebe inter-relações entre figuras e não entende definições.

Nesse nível, aponta Crowley (1994), o professor pode proporcionar ao aluno oportunidades para:

- medição, dobraduras, coloração e modelagem, com o intuito de identificar propriedades de figuras e outras relações geométricas;
- descrição de classes de figuras por suas propriedades;
- comparação de figuras segundo suas propriedades características;
- classificação e reclassificação de figuras por atributos isolados, tais como número de lados paralelos ou ângulos retos;
- identificação e desenho de figuras, dadas uma descrição ou escrita de suas propriedades;
- identificação de figuras a partir de pistas visuais;
- dedução empírica de regras e generalizações, a partir do estudo de muitos exemplos; • identificação de propriedades que possam ser usadas para caracterizar ou comparar diferentes classes de figuras;

- descoberta de propriedades de classes de objetos não familiares, a partir de exemplos e contraexemplos;
- uso de vocabulário e símbolo apropriados;
- resolução de problemas geométricos que requeiram o conhecimento das propriedades das figuras, relações geométricas ou abordagens perspicazes.

Nível 1: Corresponde à análise. Nesse nível, o aluno raciocina sobre conceitos geométricos por meio de uma análise informal, pela observação e experimentação. Porém não é possível estabelecer relações entre as propriedades da figura, conhecendo as propriedades somente de forma empírica pela manipulação e experimentação. Ou seja, esse nível é caracterizado pelo reconhecimento dos alunos não apenas pela visualização, mas por suas propriedades gerais (VARGAS; ARAYA, 2013; COSTA 2016, KALEFF, 1994).

Nível 2: Os alunos formam definições abstratas, podendo estabelecer inter-relações das propriedades nas figuras; compreendem como uma propriedade é consequência da outra. Por conseguinte, nesse nível o aluno consegue obter a relação entre figuras e propriedades e estabelecer condições necessárias e suficientes, existentes por trás das figuras geométricas, pois as definições adquirem significados. No entanto, seu raciocínio lógico segue baseado na manipulação, ou seja, realiza demonstrações, mas não é capaz de generalizá-las por não ser possível, ainda, a organização formal dos raciocínios lógicos que justificam suas observações. (VARGAS; ARAYA, 2013; COSTA 2016, KALEFF, 1994).

Nível 3: Representa a dedução formal, pois os alunos desenvolvem sequências de afirmação advinda de outra anterior. Os alunos raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático formal e tem a capacidade de fazer provas e demonstrações de certos conceitos. “O aluno é capaz de compreender a dedução como um meio de situar a teoria da geometria no contexto de um sistema axiomático, além de entender o significado intrínseco da demonstração” (COSTA, 2016. p. 69). Realizam demonstrações e deduções lógicas e formais. Desse modo, o aluno consegue realizar demonstrações por diversos meios e estabelecer a distinção entre uma proposição e sua recíproca (VARGAS; ARAYA, 2013; COSTA 2016, KALEFF, 1994).

Nível 4: Refere-se ao rigor, visto que os alunos avaliam sistemas dedutivos com algum grau de rigor, ou seja, assimilam a teorização, são capazes de aprofundar a análise das propriedades de

um sistema dedutivo e de, produzir teoria. Esse nível é definido por processos matemáticos e os indivíduos estão capacitados para analisar, em grau de rigor elevado, os vários tipos de sistemas dedutivos e compará-los entre si. Compreendem a geometria em sua forma abstrata.

A seguir vamos expor as propriedades da teoria de Van Hiele. Para **compreender** melhor essa teoria, faz-se necessário **compreender** algumas propriedades e suas características. Crowley (1994), Vargas e Araya (2013) expõem essas propriedades: **Sequencial** – O êxito de um nível depende do grau de assimilação que o estudante obteve nos níveis anteriores. O estudante só poderá passar para um nível acima se compreendeu o exigido no nível anterior.

Avanço – O que determina o avanço para os níveis superiores depende de como os conteúdos geométricos são abordados na prática do professor e se as abordagens são elaboradas de forma adequada para o avanço do aluno na compreensão do pensamento geométrico, não necessariamente em relação à idade do aluno.

Intrínseco e extrínseco – Aqui os objetos matemáticos podem tomar ou assumir características diferentes em cada nível. Um exemplo: “no primeiro nível as figuras geométricas são percebidas apenas pela sua aparência global ou forma, enquanto no segundo, elas são analisadas e percebidas e detentoras de propriedades” (COSTA, 2016. p. 72).

Linguística – As habilidades de raciocínio associadas aos níveis de Van Hiele não são somente refletidas na resolução de problemas, mas também no uso de símbolos linguísticos. “Como exemplo, podemos mencionar o caso do quadrado. Uma figura geométrica pode apresentar diversos nomes, no caso do quadrado, ele também é um paralelogramo, um retângulo e um losango.” (COSTA, 2016. p. 72)

Combinação inadequada – Ocorre quando o aluno está em um nível diferente daquele que lhe é apresentado. Nesse sentido, a aprendizagem pode não ocorrer devidamente e a evolução da aprendizagem pode não se realizar. Ou seja, se aquilo que permeia a ponte entre o conhecimento geométrico em cada nível, como o material didático, as metodologias e a linguagem, estiverem em um nível mais elevado que o do aluno, ele não terá condições de estruturar o raciocínio exigido em cada nível.

As fases de aprendizagem da teoria do pensamento geométrico, segundo Kaleff (1994), Van Hiele, na sua teoria, verificou a existência das fases de desenvolvimento do pensamento geométrico que especificam algumas generalizações e caracterizam o modelo e, ainda, fornecem um roteiro e uma metodologia.

O modelo é parte de uma teoria de desenvolvimento e, portanto, presume que um aluno para atuar com sucesso em determinado nível necessita ter adquirido (através de experiências e aprendizagens apropriadas), as estratégias dos níveis anteriores, não permitindo ao aluno

saltar níveis. O processo, ou falta dele, de um nível para o outro, depende mais dos conteúdos e métodos de ensinos recebidos do que a idade. [...] No mecanismo entre os níveis, os objetos inerentes a um nível se transformam em objetos de estudo para o nível superior. Cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e seu próprio sistema de relações conectando esses símbolos. Assim, uma relação que é aceita como correta em um nível pode ser modificada em outro. (KALEFF,1994, p.27)

Dessa forma, cada categoria de nível tem sua propriedade específica que se faz necessária para apreensão de novos conhecimentos geométricos. Segundo os Van Hiele (1957), as fases favorecem a aquisição de um nível de pensamento em um determinado tópico de geometria de modo a facilitar sua aquisição.

Diante do exposto neste capítulo, podemos notar que a teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico por Van Hiele, conclui que para o aluno adquirir conhecimentos de cada nível específico, esse deve compreender as propriedades e objetivos de cada nível. Sendo assim, o aluno não pode saltar de um nível a outro sem que tenha total domínio dos conhecimentos específicos do nível inferior. O professor e sua prática são colaboradores primordiais no progresso e evolução do pensamento geométrico dos aprendizes, por isso é de extrema importância que professores de Matemática conheçam e compreendam a teoria do desenvolvimento geométrico de Van Hiele.

2.5 Formação docente inicial e continuada

Neste capítulo, apresentaremos à formação docente inicial e continuada, de forma sucinta à luz de fundamentar a relevância de nossa pesquisa e levantar questionamentos a fim de demonstrar as possíveis respostas ao nosso problema de pesquisa e auxiliar a nossa metodologia.

A formação continuada dos professores constitui-se essencial na atividade docente sendo fundamental para a configuração da **prática** buscando a eficácia da **prática** educacional com a concepção de professor como um instrumento de transmissão de **saberes** produzidos por outros. Assim, os **saberes** científicos encontram no professor um profissional habilitado com a sua competência técnica para adequá-lo, ou ressignificá-lo, para que seja aprendido pelos estudantes no exercício do seu cotidiano escolar. Essas formações têm a intenção de propor novas estratégias e colocar os profissionais a par das discussões teóricas atuais, a fim de contribuir com mudanças que se fazem necessárias para a melhoria da qualidade do ensino e da ação pedagógica no contexto escolar. Como aborda Nóvoa (1995) e; Imbernón (2010) que a formação de professores deve contemplar a emergência de uma cultura profissional no meio do professorado e uma cultura organizacional no seio da escola.

Essa dupla face caracteriza a busca de agir rumo a uma mudança tanto no desenvolvimento pessoal e profissional do professor, quanto no desenvolvimento institucional da escola. Já os saberes são construídos na vivência do cotidiano pessoal e profissional, fatores importantes da prática escolar ocorrem dentro de um contexto historicamente construído pela significação de cada sujeito envolvido no processo. É necessário considerar que a atividade docente é exercida no cotidiano, no dia a dia escolar, no qual se dão as relações e surgem as necessidades imediatas para as quais o professor precisa encontrar soluções. Entre os autores que se debruça sobre a questão dos saberes que os professores mobilizam quando ensinam, destacaremos Tardif, (2008); Perrenoud (1993, 1996); Schön (1995), esses chamam a atenção para o fato de que o saber docente é plural, estratégico e desvalorizado, constituindo-se em um amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional, dos saberes das disciplinas, dos currículos e da experiência.

Quanto ao saber fazer, esse é o saber da prática onde eles são transformados em função das exigências do trabalho. Segundo Tardif (2008), os saberes profissionais são **saberes** da ação, **saberes** do trabalho e no trabalho, são temporais, plurais e heterogêneos, personalizados e situados, carregando consigo as marcas do seu objeto que é o ser humano (os estudantes).

A dinâmica do trabalho docente é evidenciada na prática, que, organizada teoricamente, vai à prática, realiza o diálogo, o que favorecerá o surgimento de novas necessidades, consistindo na dinamicidade da relação. O ser e o agir, ou melhor, o que eu sou e o que eu faço ao ensinar, devem ser vistos não como dois polos separados, mas como resultado dinâmico das próprias transações inseridas no processo de trabalho escolar (TARDIF, 2008, p.16, 17). Na visão de Freire (1987), os saberes docentes só existem saber na invenção, na reinvenção, na busca inquieta, impaciente, permanente, que os homens fazem no mundo, com o mundo e com os outros.

3 O CAMINHAR METODOLÓGICO

3.1 Abordagem da Pesquisa

Neste capítulo, apresentaremos o delineamento metodológico adotado para realização de nossa investigação, iniciamos pela concepção de pesquisa, o tipo da pesquisa qualitativa. A pesquisa trata-se de uma pesquisa qualitativa, pois analisou dados descritivos e interpretativos. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a abordagem qualitativa significa uma investigação mais detalhada e focada.

A pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa de caráter exploratório. A qual, de acordo com Gil (2007), proporciona maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito. Apesar de ser utilizado ao longo da análise dos resultados dados quantitativos, o maior interesse mostra-se em avaliar o nível de conhecimento geométrico dos alunos percebido na visão do professor e, nesse caso específico, os dados numéricos somente irão subsidiar essa avaliação. Além disso, é uma pesquisa do tipo pesquisa ação. A pesquisa ação caracteriza-se pelo fato de objetivar a compreensão e explicação da prática de grupos sociais com o fim de melhorar essas práticas. No nosso trabalho, temos uma metodologia de pesquisa que busca um método de investigação e de reflexão. Com esse sentido, a pesquisa-ação é a que se encaixa de forma mais adequada para almejar o nosso intuito nesse trabalho, conforme nos mostra a afirmação de Fonseca,

“A pesquisa-ação pressupõe uma participação planejada do pesquisador na situação problemática a ser investigada. O processo de pesquisa recorre a uma metodologia sistemática, no sentido de transformar as realidades observadas, a partir da sua compreensão, conhecimento e compromisso para a ação dos elementos envolvidos na pesquisa. O objeto da pesquisa ação é uma situação social situada em conjunto e não um conjunto de variáveis isoladas que se poderiam analisar independentemente do resto.” (FONSECA, 2009, p.34 e 35)

Nas seções abaixo estão descritas a abordagem, o método de pesquisa, o lócus e participantes da pesquisa, os procedimentos da pesquisa e as etapas da formação. O procedimento metodológico foi usado sob o foco de atender o objetivo da pesquisa: Que conhecimentos geométricos são compreendidos e ensinados pelos docentes que trabalham o ensino de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental na rede estadual do município de Bayeux? A fim de responder esta proposta da pesquisa a presente investigação teve base qualitativa, permitindo que nossas questões de pesquisa sejam investigadas de forma não só a medir ou enumerar eventos, mas entender e atuar sobre o fenômeno estudado.

Optamos por um percurso metodológico inserido na abordagem qualitativa de investigação, pois a natureza de nosso trabalho envolve, dentre outras características, interações entre sujeitos, relações humanas e subjetividades que evidenciam ideia e concepções. Nossa escolha por este formato de pesquisa ocorreu por entendermos que possibilitaria uma maior capacidade de elucidação de nosso objeto de investigação.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), a abordagem qualitativa significa uma investigação mais detalhada e focada a pessoas, locais e conversas. As questões para a **investigação** não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, mas são formuladas de modo a **investigar** o fenômeno em toda a sua complexidade e em contexto natural. Ainda que os indivíduos que fazem **investigação** qualitativa possam vir a selecionar questões específicas, à medida que recolhem os dados, a **investigação** privilegia, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da **investigação**.

De acordo com Minayo e Sanches (1993), a abordagem qualitativa realiza uma aproximação fundamental e de intimidade entre sujeito e objeto, uma vez que ambos são da mesma natureza. Pesquisador e pesquisado envolvem-se com empatia aos motivos, às intenções, aos projetos, a partir dos quais as ações, as estruturas e as relações tornam-se significativas. Nas pesquisas qualitativas, é frequente que o observador procure entender os fenômenos, segundo a perspectiva dos participantes da situação analisada e, a partir daí, situe sua interpretação em relação aos fenômenos estudados.

Lüdke e André (1986) afirmam que este tipo de abordagem privilegia a compreensão do fenômeno investigado, a partir da perspectiva dos participantes. Nesse tipo de investigação, buscamos responder a questões particulares, como compreender e explicar a dinâmica das relações sociais, a experiência e a cotidianidade, assim como o entendimento das estruturas e instituições como resultado da ação humana objetivada (MINAYO, 1996).

Nessa perspectiva, entendemos que a investigação qualitativa costuma ser direcionada ao longo de seu desenvolvimento. Além disso, não busca enumerar ou medir eventos, dela faz parte a obtenção de dados descritivos, mediante contato direto e interativo do pesquisador com a situação do objeto de estudo. O investigador introduz-se no mundo das pessoas que pretende estudar, tenta conhecê-las, dá-se a conhecer e ganhar a sua confiança, elaborando um registro sistemático de tudo aquilo que ouve e observa (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Para D'Ambrósio (2010), a abordagem qualitativa é essencial à pesquisa centrada no indivíduo, com toda a sua complexidade e a sua inserção e interação com o ambiente

sociocultural e natural. Nesse contexto, a interação entre os participantes da pesquisa é fundamental.

Bogdan e Biklen (1994, p. 47-51), elencaram cinco características próprias da investigação qualitativa na educação que apoiam nossa escolha. Vejamos as características sobre cada uma delas:

1-Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2- A investigação qualitativa é descritiva; 3- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produto; 4- Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; 5- O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN E BIKLEN,1994, p. 47)

Ao assumir tais características, o investigador está, de certa maneira, explicitando seu modo de pensar, fazer e estar na pesquisa. A abordagem qualitativa presume que a coleta de dados aconteça numa relação direta do pesquisador com a situação a ser investigada, estabelecendo maior ênfase no processo que no produto.

Para D'Ambrósio (2010), a abordagem qualitativa é essencial a pesquisa centrada no indivíduo, com toda a sua complexidade e a sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural. Nesse contexto, a interação entre os participantes da pesquisa é fundamental.

Nesse contexto Bogdan e Biklen (1994, p.47-51), elencaram 5 (cinco) características próprias da investigação qualitativa na educação que apoiam nossa escolha. Vejamos as características sobre cada uma delas:

1-Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2- A investigação qualitativa é descritiva; 3- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produto; 4- Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; 5- O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Ao assumir tais características, o investigador está, de certa maneira, explicitando seu modo de pensar, fazer e estar na pesquisa.

Na pesquisa qualitativa, a validação é muito influenciada por critérios subjetivos, mas assegura o rigor com base na metodologia da pesquisa. Essencialmente, o registro dos dados deve ser o mais referenciado possível: se escrito, data, local e hora das anotações, com elementos identificadores dos locais e objetos descritos e dos indivíduos entrevistados; se

gravado ou fotografado, devem ter esses mesmos dados. A análise dos dados depende de uma fundamentação teórica que, obviamente, resulta do pesquisador e de suas interpretações (D'AMBRÓSIO, 2010.)

Quanto aos objetivos, a pesquisa tem caráter de ser descritiva, uma vez que para Bardin (2009), o estudo irá se debruçar em análises de um volume de dados descritivos, tais como: situações; pessoas; ambientes; depoimentos; entre outros, que serão expostos em forma de palavras ou de transcrição literal na íntegra. Para Bardin (2009), o ponto do estudo descritivo é a possibilidade de o pesquisador organizar a coleta de dados, atribuir articulação coesa entre eles e a teoria científica.

A pesquisa enquadrada como descritiva é segundo Gil (2001), uma metodologia para o desenvolvimento de uma investigação científica que em sua essência contempla dois objetivos principais: (i) descrever características peculiares de uma população ou fenômeno estudado e (ii) identificar, categorizar, definir, classificar e descrever as relações funcionais existenciais entre as variáveis em estudo e quando necessário, busca determinar a natureza dessas relações. No tocante aos objetos de estudo agregados à pesquisa descritiva, para operacionalizar uma investigação científica é possível elucidar uma variedade de fenômenos das ciências humanas e sociais como cotidiano escolar, práticas educativas, inovações curriculares, formação profissional, condições de vida de uma população; nível de escolaridade, dentre outros. Nossa pesquisa é descritiva, pois apresenta detalhamento de peculiaridades do objeto de estudo, realizamos a identificação e descrição da escola, objeto de pesquisa a fim de organizar a coleta de dados e articular coerentemente entre eles e a fundamentação teórica.

Para a natureza da presente pesquisa, a descrição e a inferência são apresentadas como modo de expor a dinâmica das múltiplas perspectivas das situações de ensino vividas pelos seus múltiplos agentes.

Quanto aos procedimentos, a pesquisa configura-se como um estudo de caso. **Corroborando** com os meios e os fins de nossa investigação, utilizamos como estratégia de pesquisa o estudo de caso qualitativo. **Corroboramos** do conceito de triangulação, de Denzin & Lincoln (2000), no qual o uso de múltiplos métodos e fontes pode aumentar a compreensão da leitura de um objeto de estudo, que em seu cerne, deve ser analisado, com rigor, em toda sua natureza complexa, densa, pontual ou geral. Sobretudo porque, essa análise, deve gerar um produto, para a perspectiva acadêmica e científica, válida, interna e externamente ao meio educacional, uma vez que a presente pesquisa aqui propostapropõem-se a incitar uma construção didática que visa subsidiar auxílio a uma problemática identificada, e que, na

natureza dessa sugestão, propomos-nos a desenvolver um material didático para auxiliar nas aulas em uma escola normal.

A metodologia qualitativa ora discutida aquié fundamentada numa perspectiva mais interpretativa, crítica e construtivista. Para Denzin e Lincoln (1994,p.4),a palavra qualitativa implica uma ênfase em processos e significados que não são examinados nem medidos (se chegarem a ser medidos) rigorosamente, em termos de quantidade, volume, intensidade ou frequência.

A expressão investigação qualitativa tem sido usada como designação geral para todas as formas de investigação que se baseiam, principalmente, na utilização de dados qualitativos, incluindo a etnografia, a investigação naturalista, os estudos de caso, a etnometodologia, a metodologia de histórias de vida, as aproximações biográficas e a investigação narrativa (RODRÍGUEZ et al., 1999). Também Bogdan e Bilken (1994) utilizam a expressão investigação qualitativa como termo genérico para agrupar diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Nesta investigação, os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em fenómenos descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico (Bogdan e Bilken, 1994, p.16)

A abordagem qualitativa emergiu no século XIX nas ciências sociais e começou a ser efetivamente utilizada pelos acadêmicos, antropólogos e sociólogos em contraponto da abordagem quantitativa para desencadear narrativas de histórias de vida, estudos e investigações científicas de natureza predominantemente social com dois objetivos principais: (i) elucidar os problemas sociais em conexão com a realidade do ser humano, a partir de seus métodos científicos de pesquisa e (ii) provocar transformações sociais com base na investigação (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Quanto aos objetivos, a pesquisa tem caráter de ser descritiva, uma vez que para Bardin (2009), o estudo irá se debruçar em análises de um volume de dados descritivos, tais como: Situações; Pessoas; Ambientes; Depoimentos; entre outros, que serão expostos em forma de palavras ou de transcrição literal na íntegra. Para Bardin (2009), o ponto do estudo descritivo é a possibilidade de o pesquisador organizar a coleta de dados, atribuir articulação coesa entre eles e a teoria científica.

A pesquisa enquadrada como descritiva é segundo Gil (2001) uma metodologia para o desenvolvimento de uma investigação científica que em sua essência contempla dois objetivos principais: (i) descrever características peculiares de uma população ou fenómeno estudado e (ii) identificar, categorizar, definir, classificar e descrever as relações funcionais existenciais entre as variáveis em estudo e, quando necessário, busca determinar a natureza dessas relações.

No tocante aos objetos de estudo agregados à pesquisa descritiva, para operacionalizar uma investigação científica é possível elucidar uma variedade de fenômenos das ciências humanas e sociais como cotidiano escolar, práticas educativas, inovações curriculares, formação profissional, condições de vida de uma população; nível de escolaridade, índice de criminalidade, estado de saúde mental, dentre outros.

Outra produção científica significativa de pesquisa descritiva abrangendo a área educacional é a de Alves (2011). Ao participar de um grupo colaborativo centrado na ressignificação do currículo de Matemática por parte de professoras dos anos iniciais de uma rede pública municipal de ensino, a autora descreveu o que mudou e/ou melhorou na prática docente dessas profissionais, a partir do processo de ressignificação curricular.

Os resultados apontaram que as principais mudanças estão intimamente ligadas ao aprimoramento dos saberes docentes e as crenças e sentimentos dessas professoras no tocante à Matemática.

Dessa forma, podemos inferir que a pesquisa descritiva tem ocupado lugar privilegiado nas pesquisas acadêmicas e científicas e que suas extensões e potencialidades são evidentes pela quantidade e qualidade de trabalhos produzidos mediante este tipo de investigação.

É importante enfatizar que a pesquisa descritiva não tem por foco relatar sobre um objeto de estudo em seu contexto generalizado, mas descrever em profundidade alguns aspectos que permeia o fenômeno investigativo.

A pesquisa descritiva exige do investigador uma série de informações sobre o que deseja pesquisar. Esse tipo de estudo pretende descrever os fatos e fenômenos de determinada realidade (TRIVIÑOS, 1987).

Quanto à análise dos dados é uma pesquisa do tipo pesquisa ação. A pesquisa ação caracteriza-se pelo fato de objetivar a compreensão e explicação da prática de grupos sociais com o fim de melhorar essas práticas. No nosso trabalho, fundamentamos uma metodologia de pesquisa de buscar um método de investigação e de reflexão. Com esse sentido, a pesquisa-ação é a que se encaixa de forma mais adequada para almejar o nosso intuito nesse trabalho, conforme nos mostra a afirmação de Fonseca,

A pesquisa-ação pressupõe uma participação planejada do pesquisador na situação problemática a ser investigada. O processo de pesquisa recorre a uma metodologia sistemática, no sentido de transformar as realidades observadas, a partir da sua compreensão, conhecimento e compromisso para a ação dos elementos envolvidos na pesquisa (p. 34). O objeto da pesquisa ação é uma situação social situada em conjunto e não um conjunto de variáveis isoladas que se poderiam analisar independentemente do resto. Os

dados recolhidos no decurso do trabalho não têm valor significativo em si, interessando enquanto elementos de um processo de mudança social. O investigador abandona o papel de observador em proveito de uma atitude participativa e de uma relação sujeito a sujeito com os outros parceiros. O pesquisador quando participa na ação traz consigo uma série de conhecimentos que serão o substrato para a realização da sua análise reflexiva sobre a realidade e os elementos que a integram. A reflexão sobre a prática implica em modificações no conhecimento do pesquisador (FONSECA, 2002, p.35)

Essa metodologia, é de maneira reflexiva, porque aplicamos um método de ensino investigativo, de acordo com o que observamos as realidades encontradas, através desses materiais coletados enxergamos de um a outro lado dos estudos realizados, um processo de mudanças na aprendizagem, com esses dados recolhidos. Algumas considerações sobre os recursos de coleta de dados adotados são:

I - Questionários e Entrevistas: Para fins de transformar, em dados, a informação comunicada diretamente pelo sujeito colaborativo do estudo. De acordo com Tuckman (2000), são instrumentos destinados a perspectivar a dimensão interna de alguém e, dessa forma, carece de métodos qualitativos de interpretação. A depender do que o questionário deseja sondar, ele pode ser encarado como instrumentos de auto-registro, o que pode gerar um campo de análise maior, caso o pesquisador estivesse interessado em apenas uma observação direta dos fenômenos que deseja estudar. A natureza dos questionários costuma ser três, são elas: “Estruturada”, “Semi-estruturada” e “Não Estruturada”.

No caso da primeira, costuma-se utilizar escalas quantitativas de marcação, de alguma aprovação, rejeição, frequência, ou outro vetor informativo, subjetivo a perspectividade do participante. De acordo com Tuckman (2000, p. 321), os questionários são práticos por requererem menores custos, permitirem abarcar um volume maior de sujeitos, se comparado com outros métodos de captação de fontes, como as entrevistas, minimizam esforços de contabilidade das escalas e de elaboração estatística, refletindo, conseqüentemente, na diminuição de escalas de erros. Entretanto, segundo Tuckman (2000), não é apto a promover, com maior incidência a outros métodos de captação de dados, a possibilidades de personalização de questões, observações e opiniões.

Outra assertiva a se considerar é que, de acordo com Barros de Oliveira (1994), o questionário pode limitar respostas mais eficientes, uma vez que é possível, uma parcela da amostra interessada na contribuição do estudo, apresentar dificuldades de interpretação do questionário.

Do ponto de vista ético, uma valoração que o questionário ganha, segundo Fortin (1999), reflete na garantia do anonimato, e dessa forma, maior liberdade de expressão, sem receio de julgamentos, perseguição, revelias ou variantes. Para Tuckman (2000), ainda é um instrumento de muita facilitação de tabulação de dados coletados, pois assegura a homogeneidade da captação de informação.

Portanto, como revela Hill & Hill (2000) ganha-se em homogeneização de tratamento de dados, mas sofre com a possibilidade de não expressão de contexto pessoal do colaborante ao estudo, ameaçando assim, a riqueza dos dados. Assim, o estudo optou por, além do questionário, a utilização de outros métodos de captação de dados.

3.2 Local da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida no auditório da secretaria de educação do município de Bayeux e contou com a participação de **12 professores licenciados em Matemática**, dos tais quatro possuíam licenciatura pela Universidade Federal da Paraíba e oito possuíam graduação em Matemática pelas faculdades particulares. E com esses professores realizamos inicialmente uma entrevista semiestruturada traçando o perfil de cada docente e o perfil do docente em ação, em seguida apresentamos a proposta do curso de formação em ensino de geometria.

3.3 Técnicas de coleta de dados

Para a captação de dados fizemos uso de variadas técnicas: análise documental, entrevista, questionários e oficinas.

Assim, este estudo ocorreu segundo as seguintes etapas.

A primeira etapa – entrevista com os professores, teve como finalidade a possibilidade da intervenção e mostrar os objetivos das atividades práticas pedagógicas;

A segunda etapa – identificar o perfil dos alunos desses docentes, por meio da aplicação do pré-teste sobre ensino dos Polígonos e Poliedros;

A terceira etapa – Elaboração de oficinas de formação docente acerca do ensino de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental;

A quarta etapa – Desenvolvimento das oficinas pedagógicas envolvendo o ensino de geometria, o estudo de “Polígonos”, com a finalidade de identificar e aprender as propriedades e os elementos dos Polígonos apresentados nas práticas dos jogos desenvolvidos nas oficinas e nas situações problematizadoras;

A quinta etapa – um pós-teste com perguntas sobre os conteúdos que foram trabalhados para refletir os erros e acertos sob o ponto de vista de cada aluno na aprendizagem dos Polígonos e Poliedros, como também a análise dos resultados referente ao conteúdo abordado no estudo dos Polígonos e Poliedros e verificarmos através dessa análise se teremos uma melhoria de forma positiva através dos estudos realizados acerca do ensino de geometria.

3.3.1 Metodologia da Análise dos Dados

A pesquisa foi desenvolvida no período de outubro de 2019 a fevereiro de 2020. A coleta de dados foi realizada no auditório da secretaria de educação do município de Bayeux, desenvolveu-se no período matutino. O critério para a escolha do professor participante da pesquisa foi a abertura ao tema investigado e a permissão para a presença do pesquisador na formação de Matemática sobre o ensino de geometria junto aos 12 professores participantes, a partir das características traçadas no perfil dos docentes destacamos em nossa pesquisa três docentes com perfil distintos sob a ótica do ensino de geometria. Chamaremos cada docente por Professor 1, Professor 2 e Professor 3.

A coleta de dados foi desenvolvida em dois momentos: no primeiro momento o pesquisador buscou se integrar aos 12 professores, na compreensão de suas formações e ação docente com as respectivas lacunas dessas formações. No segundo momento, transcorreu a coleta dos registros com os Pré-testes e Pós-testes e a aplicação de questionário diagnóstico para verificação do nível de aprendizagem em geometria. Os professores selecionados para nossa pesquisa são formados em Licenciatura plena em Matemática, os 12 pertencem ao quadro efetivo de servidores do estado da Paraíba, que lecionam entre 7 a 20 anos na Educação Básica.

Após a seleção do local e dos sujeitos da pesquisa, buscamos selecionar os instrumentos que viabilizassem a produção dos dados. Os instrumentos metodológicos adotados para nortear, organizar e captar as informações necessárias para a análise e compreensão da investigação baseou-se nas técnicas mais presentes na pesquisa qualitativa em Educação em Matemática, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012).

Definimos a utilização de instrumentos como a entrevista semiestruturada com o professor, que segundo Fiorentini e Lorenzato (2012) é muito utilizada nas pesquisas educacionais. Esse tipo de **entrevista** conduz o pesquisador a organizar roteiros de pontos a serem contemplados durante a **entrevista**, podendo alterar a ordem deles e, até mesmo, formular questões não previstas inicialmente. Tal instrumento foi utilizado nas abordagens dos

professores investigados, com a finalidade de compreender como eles enxergam a geometria e suas práticas de ensino.

Características dos Participantes da Pesquisa:

Como dito acima, dos doze docentes, oito são formados em Licenciatura em Matemática em faculdade particular e quatro são formados pela Universidade Federal da Paraíba. Dez são do sexo masculino e dois são do sexo feminino. As idades desses professores variam de 28 a 51 anos, como podemos observar na Tabela 1 **Tabela 1: Idade dos Professores**

Idade	Frequência
20-30	2
30-40	6
40-50	2
50-60	2
Total	12

Fizemos o Quadro 1 abaixo relacionando professores, cursos, instituição, ano de ingresso e término e duração do curso **Quadro 1: Formação dos Professores**

Professores	Curso	Instituição	Ingresso	Término
P1	Licenciatura em Matemática	Faculdade particular	1996	2001
P2	Licenciatura em Matemática	Universidade Federal da PB	1994	2001
P3	Licenciatura em Matemática	Faculdade particular	1999	2005
P4	Licenciatura em Matemática	Universidade Estadual da PB	1994	1999
P5	Licenciatura em Matemática	Faculdade particular	1992	1997
P6	Licenciatura em Matemática	Faculdade particular	1992	1997
P7	Licenciatura em Matemática	Faculdade particular	1990	1995

P8	Licenciatura em Matemática	Universidade Federal da PB	1988	1993
P9	Licenciatura em Matemática	Universidade Federal da PB	2001	2006
P10	Licenciatura em Matemática	Faculdade particular	1990	1995
P11	Licenciatura em Matemática	Faculdade particular	1995	2000
P12	Licenciatura em Matemática	Faculdade particular	1989	1994

Como podemos observar no quadro acima, dos quatro professores que realizaram os cursos em universidades públicas o P2 terminou o curso em 7 anos, pois esse fez duas habilitações: Licenciaturas e Bacharelado e os outros três terminaram o curso em 5 anos. Dos professores que cursaram faculdades particulares, todos terminaram dentro do prazo de 5 anos.

Procuramos investigar como esses professores têm desenvolvido sua ação docente, em especial como estes têm lecionado geometria em suas turmas nos anos finais do Ensino Fundamental, além da atualização após a conclusão de seus cursos de formação Vide Apêndice A). Dentre o conjunto de professores, selecionamos três por particularidades distintas, P1, P2 e P3. [Por que esses três e não outros?] Antes de aplicarmos os instrumentos para levantamento de dados, buscamos aprofundar a compreensão dos objetivos específicos da pesquisa que conduzem para a compreensão do objetivo geral, que consiste em analisar os conhecimentos geométricos sobre polígonos e poliedros lecionados durante os anos finais do Ensino Fundamental. Logo, pretendemos, na sequência, organizar as etapas da pesquisa, buscando estabelecer relação com os objetivos, para deixar evidente e de forma clara como tais instrumentos selecionados contribuíram para a elaboração dos dados. Para dar conta de responder o objetivo geral, a pesquisa foi dividida em dois eixos de análise, de modo a permitir elucidarmos nosso objeto de estudo. O primeiro eixo de análise *Compreensões do professor e dos alunos sobre o pensamento geométrico*, foi subdividido em subeixos para a análise da *importância do pensamento geométrico na perspectiva do professor*. Nele abordamos temas como a compreensão do pensamento geométrico pelo professor, a importância da geometria para a formação dos alunos e as principais dificuldades apresentadas pelos alunos no decorrer das aulas de geometria (na visão do professor), contemplando, assim, o primeiro objetivo

específico que propunha “investigar as dificuldades apresentadas pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental sobre a geometria, na visão do professor”.

No segundo subeixo, intitulado *a compreensão pedagógica acerca do ensino de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental*, trouxemos as compreensões dos professores sobre os desafios do ensino de geometria, contemplando o segundo objetivo específico que propunha a “Elaborar e desenvolver uma abordagem de ensino alternativo de Matemática por meio de atividades investigativas, objetivando o ensino da geometria nos anos finais do Ensino Fundamental”. O segundo eixo de análise, intitulado *Os conhecimentos geométricos*, também foi dividido em dois subeixos. No primeiro, chamado de *conhecimento de polígonos*, abordamos os questionários investigativos com questões do nível zero a dois da teoria de Van Hiele (DATA) que engloba os conhecimentos de polígonos por considerarmos que esses conhecimentos são pré-requisitos para o estudo de poliedros. Após a realização dos testes, os mesmos passaram por um processo de correção, segundo a nossa fundamentação teórica, quanto aos conceitos geométricos e a teoria de Van Hiele. O segundo tópico, denominado de *conhecimento de poliedros*, envolve, especificamente, os estudos de poliedros com questões relacionadas do nível zero ao nível três do modelo de Van Hiele, que também passaram pelo processo de correção segundo nossa fundamentação teórica. O segundo eixo contemplou o terceiro objetivo específico da pesquisa que visa “analisar a compreensão dos alunos sobre polígonos e poliedros”. Optamos por não categorizarmos os resultados em nível atingidos ou não atingidos, pois nosso objetivo é apenas analisar a ação docente sobre o ensino de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Utilizamos para a análise dos dados da pesquisa, a organização em dois eixos para melhor compreensão do leitor sobre os resultados encontrados. Reafirmando o que explicitamos anteriormente, no primeiro eixo, intitulado *Compreensões do professor e dos alunos sobre o pensamento geométrico*, abordamos temas como a compreensão do pensamento geométrico pelo professor, a importância da geometria para a formação dos alunos e as principais dificuldades apresentadas pelos alunos (sob a ótica do professor) no decorrer das aulas de geometria. Ainda no primeiro eixo, abordamos as compreensões dos alunos sobre Matemática e a geometria. No segundo eixo, denominado *a compreensão pedagógica acerca do ensino de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental*, apresentamos e discutimos os dados do questionário investigativo, que versava sobre os conteúdos de polígonos e poliedros de acordo com os acertos dos alunos.

4.1 Eixo 1: Compreensões do professor e dos alunos sobre o pensamento geométrico:

Com a finalidade de contemplarmos nosso objetivo geral, que consiste em “analisar os conhecimentos geométricos de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental”, achamos pertinente ouvir o professor, que ensina Matemática, destacar as principais dificuldades encontradas pelos alunos ao estudarem geometria e verificar a construção do pensamento geométrico dos alunos na sua visão. Portanto, o referido eixo contempla dois objetivos específicos da pesquisa: investigar as dificuldades apresentadas pelos alunos sobre geometria na visão do professor e identificar o que os alunos compreendem sobre a Matemática e a geometria ensinada nos anos finais do Ensino Fundamental. Por entendermos que as concepções e a prática do professor são influenciadoras no processo de construção do conhecimento e também auxiliam no processo de desenvolvimento do pensamento geométrico, justificamos a necessidade do presente eixo. Retomamos à teoria de Van Hiele (1957), definida como teórico metodológica, que tem como objetivo ajudar o aluno a evoluir nos níveis do pensamento geométrico, obedecendo aos aspectos descritivos que identificam as diferentes formas de raciocínio geométrico dos alunos e o instrutivo que direciona métodos a serem seguidos pelos professores de modo a favorecer o avanço dos níveis pelos alunos.

Nessa pesquisa, o foco principal encontra-se ligado aos aspectos descritivos, ou seja, o que o aluno compreende por geometria e qual nível de pensamento geométrico encontra-se. No

entanto, não descartamos a importância de fazermos uma reflexão com o olhar para o professor que, a partir de suas compreensões sobre geometria, favorece o avanço dos níveis pelos alunos.

As fases de aprendizagem da teoria do pensamento geométrico de Van Hiele têm caráter instrutivo, que direcionam o professor a desenvolver métodos e estratégias metodológicas que permitam o aluno evoluir no raciocínio geométrico. Portanto, mesmo com a construção de níveis de pensamento geométrico, a teoria baseia-se mais na prática do professor do que na fase em que o aluno se encontra. Logo, consideramos importante ouvir o professor de Matemática, suas compreensões sobre o pensamento geométrico, a fim de podermos triangular tais dados, de modo a buscar respostas concisas para o problema proposto na pesquisa.

O eixo está organizado em dois subeixos: o primeiro aborda *a importância do pensamento geométrico na perspectiva do professor*, em que podemos identificar esse docente, suas compreensões sobre o ensino e a aprendizagem de geometria, a importância do pensamento geométrico para os alunos e as principais dificuldades que os alunos apresentam ao estudarem geometria. O segundo subeixo direciona-se aos *alunos e suas compreensões sobre a geometria ensinada na educação básica*.

4.1.1 O pensamento geométrico na perspectiva do professor

Inicialmente, coube-nos conhecer quem é esse professor, sua formação inicial e sua prática docente, para compreendermos em que sua fala se sustenta, no que se refere ao pensamento geométrico. O professor P1 participante da pesquisa tem formação em Licenciatura Plena em Matemática, pela Universidade Federal da Paraíba. Atualmente, leciona na rede pública de ensino há sete anos, na cidade de Campo Novo do Parecis, é professor do quadro efetivo da Secretaria de Estado de Educação e Cultura na PB e leciona em uma escola particular. Iniciamos perguntando ao professor três itens importantes; (i) sua compreensão do pensamento geométrico; (ii) a importância desse para a formação dos alunos; (iii) as principais dificuldades, elencadas por ele, apresentadas pelos alunos.

Tais informações auxiliam no diálogo com a teoria de Van Hiele (1957), cuja centralidade consiste nas práticas do professor para o sucesso na construção do pensamento geométrico dos alunos. Portanto, coube-nos uma reflexão mais aprofundada da fala do professor sobre esses três pontos, visto que, mesmo não havendo condições de considerarmos que o aprendizado, ou não, de certos conceitos geométricos pelos alunos participantes desta pesquisa estejam diretamente ligados a postura do referido professor, podemos, pelo menos, identificar

suas compreensões sobre o ensino de geometria, bem como sua fala sobre a importância para o aluno em compreender a geometria.

Com isso, vimos que o pensamento geométrico envolve uma complexidade de pensamentos, portanto é necessária uma compreensão sólida da Matemática, tendo em vista que essa pode ser desenvolvida por todos. Pensar geometricamente desenvolve o raciocínio visual, a leitura interpretativa do mundo e a própria comunicação das ideias, **visto que** conhecimentos somente de aritmética e álgebra não são capazes, por si só, de resolver problemas geometrizados, pois, as grandes áreas da Matemática estão interligadas (LORENZATO 1995).

Perguntado sobre sua compreensão de pensamento geométrico, o professor apresenta-nos algumas características já vistas e comentadas anteriormente. A primeira delas está relacionada à geometria como aplicabilidade prática e, segundo sua fala: “*a geometria é fundamental, ela está ao nosso redor, a usamos desde coisas mínimas como construir um portão, ou fazer um desenho com traçados perfeitos desde a sua aplicabilidade nas grandes construções civis (Entrevista com o professor)*”. Nesse excerto, o professor expõe sua compreensão relacionando à aplicação prática da geometria, voltada para o raciocínio visual e a leitura interpretativa do mundo. Como aponta Lorenzato (1995), a ideia da geometria como leitura do mundo visível permeia o pensamento de professores e alunos quando nos referimos à importância de aprendê-la e compreendê-la. A outra característica apontada pelo professor diz respeito à geometria enquanto meio para abstração de determinados conceitos,

entender geometria permite você deduzir fórmulas, construir determinados conceitos, sem necessariamente decorá-los, como é o caso da trigonometria no triângulo retângulo trabalhados no nono ano, a geometria dar suporte para a construção de conceitos mais abstratos. (Entrevista com o professor);

Diante do exposto, assevera-se que a geometria e, particularmente, a geometria ensinada na escola é uma fonte inesgotável de ideias, processos e atitudes que são completamente adequados e importantes para o desenvolvimento de outros tipos de raciocínio. Na fala do professor, percebemos que sua compreensão sobre o pensamento geométrico também abrange essa dimensão do abstrato. Historicamente, sabemos que a geometria foi importantíssima no processo de algebrizar a Matemática. Sobre a importância do pensamento geométrico para os alunos, sabemos que tal conhecimento é essencial por ser considerado uma ponte para diferentes conteúdos da própria Matemática, bem como auxilia a aprendizagem da álgebra e da aritmética, ajuda no processo de construção do conhecimento, de conceitos e, “valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar” (LORENZATO, p. 6, 1995). Perguntado

sobre a importância do conhecimento geométricos para os alunos, o professor enfatiza a importância de todo e qualquer conhecimento, pois “*o conhecimento lhe traz liberdade, é para a vida, de modo geral*”. A importância do pensamento geométrico, segundo o professor, consiste na capacidade que tem de deixar o aluno livre nas suas escolhas *independente se ele usará apenas a geometria, a matemática para colocar um quadro em uma parede e este não ficar torto, ou se ele vai ser um engenheiro que precisará de conceitos mais elaborados, enfim a geometria, a matemática torna-se importante para ampliar a visão de mundo do aluno*”. (Entrevista com o professor).

Percebemos na fala do professor uma importância relacionada a uma Matemática com escolhas e visão de mundo. Pais (2010) aponta que o desenvolvimento de habilidades matemáticas possibilita ao aluno um desempenho que o capacita a melhor enfrentar os desafios do mundo contemporâneo. Tal fala do professor vai ao encontro de algumas relações que os próprios alunos apontaram sobre a importância de se compreender a Matemática, como veremos mais a frente.

Sobre as avaliações em larga escala, faz-se interessante observarmos que tais provas influenciam diretamente a geometria e a Matemática trabalhada em sala de aula. Essa fala é recorrente, pois, quando perguntamos aos alunos sobre a importância de se compreender geometria, alguns argumentam que estudar geometria é importante porque é exigido em processos seletivos, porque está presente em tudo.

O terceiro ponto que abordamos na investigação junto ao professor consiste na identificação das principais dificuldades (ou causas) apresentadas pelos alunos no decorrer das aulas. O professor é enfático ao dizer que a maior dificuldade que os alunos encontram ao se depararem com conceitos de geometria espacial, em especial os poliedros, consiste na falta do domínio de conceitos básicos de geometria.

Na fala do professor, percebemos alguns dados que veem ao encontro da teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele (1957), pois, segundo ela, os alunos só poderão dar sequência no processo de construção do conhecimento geométrico se esse for conduzido de forma adequada pelo professor, cabendo-lhe também identificar o nível ao qual o aluno encontra-se. Quando o professor investigado aponta que os alunos ingressam no Ensino médio sem a compreensão dos conceitos geométricos básicos, podemos dizer que os alunos não alcançaram o nível de dedução informal, que consiste em estabelecer inter-relações das propriedades de uma determinada figura geométrica. Conhecer o nível de pensamento geométrico dos alunos auxilia o professor no processo de elaboração de situações didáticas que

favoreçam o avanço dos níveis. Então, a falta de compreensão da geometria é considerada, pelo professor investigado, como uma das dificuldades identificadas nos alunos. Tal indício aponta para o que Lorenzato (1995) declarou: alunos que não viram geometria não a compreendem.

Aquilo que não é ensinado, não é aprendido. Ou seja, os alunos ao chegarem ao Ensino médio sem conhecimentos básicos de geometria, pode-se considerar que, possivelmente, não viram esse conteúdo ou, não lhes foi ensinado de forma que favorecesse a evolução do pensamento geométrico por parte dos alunos. Se nossos alunos concluem a Educação Fundamental sem o ensino de geometria, ou em qualquer outra área da Matemática e das demais disciplinas, certamente não apresentarão um nível mínimo satisfatório previsto nas diretrizes curriculares.

Outro ponto exposto pelo professor pesquisado diz respeito ao interesse dos alunos pelos estudos. A falta de interesse em aprender gera dificuldades que o próprio aluno sentirá em seu processo de ensino, *“não é fácil convencê-los a estudar, que é preciso estudar”*. (Entrevista com o professor)

O sistema escolar adotado no estado, também foi mencionado como influenciador do desinteresse dos alunos, da falta de motivação para estudar. Segundo o professor, o Sistema Escolar implantado, que veio substituir o ensino seriado, ajudou no aumento do desinteresse. Como não é objetivo da presente pesquisa fazer uma discussão sobre **o sistema ciclado** no estado, não aprofundaremos esse aspecto. No entanto, é válido expor o pensamento do professor, visto que essa é uma ideia radicada dentro das escolas do estado da Paraíba que culpabilizam **o sistema ciclado** por todos os problemas da escola.

Almeida (2016) defende que o Ciclo Básico de Aprendizagem tem como objetivo assegurar o direito a uma educação de qualidade, buscando a redução das taxas de abandono escolar ocasionada pelos altos índices de reprovação; desse modo, o ciclo possibilitaria a permanência do educando na instituição de ensino de modo a romper com o fracasso escolar.

De acordo com o professor investigado, as dificuldades que os alunos apresentam ao chegarem aos anos finais do Ensino Fundamental está relacionada com a falta de contato com a geometria, ou seja, não houve construção dos conceitos geométricos pelos alunos. Diante do exposto, podemos verificar que o professor investigado tem conhecimento da importância do desenvolvimento do pensamento geométrico pelos alunos. Sua compreensão sobre a geometria corrobora na perspectiva da nossa pesquisa, principalmente, quando aponta que a maior dificuldade que os alunos possuem diz respeito à falta de conceitos básicos de geometria, dificultando assim o avanço dos níveis de Van Hiele (1957).

4.1.2 Alunos e suas compreensões sobre a geometria ensinada na educação básica.

Antes de nos determos especificamente na questão dos conteúdos geométricos, achamos necessário compreendermos a visão dos alunos sobre a Matemática. Para isso, perguntas relacionadas à compreensão sobre essa disciplina e sobre a geometria foram realizadas, a fim de contemplarmos um de nossos objetivos específicos que consiste em identificar o que os alunos compreendem sobre a geometria ensinada nos anos finais do Ensino Fundamental.

A primeira pergunta provocou aos alunos falarem sobre sua relação com a Matemática, e as respostas revelaram como eles as enxergam. Vale lembrar que a pergunta “*você gosta de estudar Matemática? Por quê?*” direciona para respostas subjetivas que valorizam a relação do aluno com a Matemática, não necessariamente no ambiente escolar. Dentre os vinte e sete alunos que responderam o questionário, treze responderam que gostam de Matemática, quatorze responderam que não gostam. A discussão das respostas foi sistematizada a partir dos dados apresentados pelos alunos em três perspectivas: relação da Matemática com o trabalho e profissão, a Matemática como ciência e a Matemática como conteúdo escolar. A seguir, discorreremos sobre cada uma delas.

A primeira categoria de respostas identificadas entre os alunos que responderam afirmativamente à pergunta, justificou seu posicionamento relacionando à **Matemática com o trabalho e profissão**. Oito alunos do professor P1 relacionaram seus interesses associando o gostar de Matemática e a importância em aprendê-la com o sucesso na profissão futura.

Respostas obtidas: *porque será usada na profissão que vou exercer; algumas profissões exigem conceitos geométricos;*

- *depende da carreira que você for exercer;*
- *quem deseja seguir profissões que envolvem cálculos, como as engenharias;*
- *qualquer trabalho exige o mínimo de matemática.* (Questionário dos alunos).

A relação explicitada pelos alunos entre a Matemática, o trabalho e a ideia de um “futuro melhor”, pode expressar um sentido para seu aprendizado. No entanto, verificamos a ausência do sentido específico da Matemática como ciência, ou seja, que tem certo rigor em sua natureza; que necessita de validação científica; que é desenvolvida por matemáticos, como a criação de conceitos, as descobertas de teoremas e demonstrações que são sistematizados pelo trabalho da comunidade científica (PAIS, 2011). Mas a Matemática não deixa de ter sentido

para esses alunos, ou ainda, o aluno relaciona seu ensino com a vida fora da escola, enxergando-a além do universo escolar.

As respostas dos alunos também vêm ao encontro com alguns posicionamentos do professor entrevistado, quando esse relaciona a importância de estudar geometria e Matemática como sendo “*algo para a vida!*”. Também cabe também o vínculo que o aluno faz com a escola, com o conhecimento e com o trabalho, visto que, a realidade de nossos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental é de se iniciar no mercado de trabalho a partir da adolescência. O trabalho pode ser um espaço de construção de valores de identidade e de socialização. Portanto, a ponte que os alunos fazem entre a Matemática com o trabalho e a profissão levam-nos a compreender a realidade na qual estão inseridos e, como o pensamento matemático relaciona-se com as atividades práticas e com a força utilitarista que ela tem, ou seja, é importante “*porque vou usar para um determinado trabalho*” (Questionário dos alunos).

A segunda categoria encontrada nas respostas dos alunos refere-se à relação que eles fizeram com a **Matemática como ciência**, ou seja, suas justificativas apontaram a importância de estudar Matemática porque leva a pensar e traz conhecimento. As justificativas que fortalecem essa compreensão de Matemática como ciência e potencializadora no processo da construção do pensamento matemático encontram-se expostas a seguir:

a matemática revoluciona, traz conhecimento e se desenvolve em todas as coisas; a matemática está em tudo;

- *me faz pensar, me desafia! é importante para nosso conhecimento.* (Questionário dos alunos).

Nas falas podemos entender que para esses alunos a Matemática tem sentido ao ser estudada não somente como disciplina escolar, mas como ciência que viabiliza meios para pensar de forma clara e objetiva, que desperta e desafia.

Nossa análise vem ao encontro das noções da didática da Matemática que Pais (2010) apresenta como um dos objetivos maiores da Educação Matemática que é despertar no aluno o hábito de fazer uso do raciocínio e de cultivar o gosto por essa ciência. Trabalhar com problemas que valorizem a criatividade e estratégias pessoais pressupõe: “O desenvolvimento dessas habilidades possibilita ao aluno um desempenho que, certamente, o capacita a melhor enfrentar os desafios do mundo contemporâneo” (PAIS, 2010, p.32).

A terceira categoria de respostas dos alunos indica a relação da **Matemática como conteúdo escolar**, esses são daqueles que indicaram não gostar de Matemática porque apresentam dificuldades para compreender determinados conceitos e conteúdos específicos. Para esses alunos, gostar de Matemática tem relação direta com a compreensão dos conteúdos

da disciplina, tal justificativa aponta-nos que eles a percebem somente como uma prática escolar, direcionada à utilização de fórmulas, números e alguns conceitos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final da exposição de nossa pesquisa retomamos, brevemente, o percurso que nos possibilitou chegar às considerações finais e reafirmar as motivações que nos mobilizaram para a investigação, que se construiu e consolidou ao longo da experiência pessoal, acadêmica e profissional.

No que se refere à experiência acadêmica, a proximidade com o objeto de estudo – o pensamento geométrico –, alicerça nossa busca pela compreensão das causas da não aprendizagem de geometria no Ensino Fundamental, que nos possibilitou o aprofundamento sobre o objeto de estudo e abriu portas para continuar a pesquisa voltada para a geometria, agora nos anos finais do Ensino Fundamental, tomando por base os níveis de Van Hiele (2002).

Durante a experiência profissional percebemos a necessidade de se trabalhar de forma significativa os conteúdos geométricos na Educação Básica, visto que, os alunos continuavam apresentando dificuldades em compreender a geometria. Diante desta percepção, temos como contexto da pesquisa nos anos finais do Ensino Fundamental, que nos possibilitou pesquisar a temática e do qual emergiu a questão norteadora da investigação: *Que conhecimentos geométricos sobre polígonos e poliedros são apresentados por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (na perspectiva do professor) ?* Definido o problema a ser pesquisado, iniciamos o levantamento dos dados que teve como foco o conhecimento geométrico dos conteúdos de polígonos e poliedros pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio. Deparamo-nos com a necessidade de pesquisa nessa temática que visa a consolidação de um processo de ensino de geometria eficiente para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

Para responder nosso problema de investigação consideramos importante investigar as dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Fundamental sobre geometria na visão do professor de Matemática; também consideramos importante identificar o que os alunos compreendem sobre a geometria ensinada na Educação Básica; por fim, buscamos analisar a compreensão dos alunos sobre os conteúdos de polígonos e poliedros, conteúdos ensinados no Ensino Fundamental. Para produção de dados, utilizamos os seguintes instrumentos: questionário de caracterização do professor e dos alunos, entrevista semiestruturada, questionário, diário de campo. *Nesse sentido, nossa investigação engloba o pensamento geométrico dos alunos, entendemos como a forma de raciocinar e elaborar estratégias para solucionar qualquer tipo de problemas que engloba raciocínio geométrico.* A partir dos dados elegemos dois eixos temáticos para análise: *Compreensões do professor e dos alunos sobre o pensamento geométrico; Os conhecimentos geométricos.* O primeiro eixo de análise

subdividimos em dois subeixos, o primeiro aborda a importância do pensamento geométrico na perspectiva do professor. Sobre essa questão, achamos pertinente ouvir a voz do professor que ensina geometria, suas compreensões sobre a importância do pensamento geométrico, bem como a necessidade de compreensão por parte dos alunos.

As informações coletadas na pesquisa conduziram-nos a compreender que ensino de conceitos geométricos na escola de Educação Básica vai além de definições ou estudo de determinadas propriedades geométricas. O pensamento geométrico torna-se compreensível quando a prática em sala de aula ultrapassa as atividades pedagógicas que visam somente a memorização de definições de fórmulas. Em relação à compreensão do professor investigado sobre o pensamento geométrico, os resultados demonstraram uma relação com a geometria e sua praticidade concreta para atividades do dia a dia, e também a importância na dedução de fórmulas, construção de conceitos. Ou seja, para o professor, a geometria tem importância porque produz a possibilidade de utilizá-la nas atividades concretas e como potencializadora do processo de construção da Matemática. Sobre a finalidade da geometria para a formação do aluno, o professor aponta a necessidade de um conhecimento que lhe traga liberdade, um conhecimento para a vida, pois o pensamento geométrico deve ampliar a visão de mundo do aluno.

Assumindo essa compreensão, tomamos por base o que dizem os documentos oficiais ao relatarem a importância de um conhecimento matemático que dê liberdade ao aluno, de pensar e agir na sociedade na qual está inserido, podendo mudar sua realidade, pela via do conhecimento e pensamento matemático. Sobre as dificuldades que os alunos apresentam, o professor foi enfático ao relacionar a não formação de conceitos, ou seja, os alunos chegam ao Ensino Médio sem o domínio de conceitos simples e básicos de geometria, por isso há grande dificuldades em desenvolver a continuidade dos conhecimentos geométricos e consolidá-los nessa etapa de ensino.

REFERÊNCIAS

- BALOMENOS, R. et al. Geometria: prontidão para o cálculo. . In LINDQUIST, M, M, e SHULTE, A. P. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.
- BASTOS, Rita. **Geometria no currículo e pensamento matemático**. Educação Matemática, número 52, Março/Abril. 1999.
- BRASIL. (2017). **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)- Anos Finais do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEF.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais Matemática** Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 149 p.
- BÚRIGO, E. Z. **Para que ensinar e aprender Geometria no ensino fundamental? Um exercício de reflexão sobre o currículo**. São Paulo, 1994.
- CRESWELL, J. W. (2014). **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens**. Tradução de Sandra Mallmann da Rosa. 3. ed. Porto Alegre: Penso.
- COLL, C. **Aprendizagem Escolar e Construção do Conhecimento**. 2. impressão. Porto Alegre: Editora Artmed, 2002.
- FAINGUELERNT, E. K., **O Ensino de Geometria e a Teoria das Inteligências Múltiplas: uma experiência com Informática no Colégio Santa Úrsula, no Rio de Janeiro**. Pátio revista pedagógica. Porto Alegre. Ano 1. n. 1, p. 46-50, maio/jul. 1997.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006, 226p.
- FONSECA, M. da C. F. R., et al. (2009). **O ensino da Geometria na Escola Fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica.
- FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

LINDQUIST, Mary & SHULTE, Albert. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Guarulhos: Editora Atual, 1998.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** In: Revista A Educação Matemática em Revista. São Paulo: SBEM, 1995, v.4.

MORACO, A. S. C. T. & PIROLA, N. A. **Uma análise da linguagem geométrica no ensino de Matemática**. Associação brasileira pesquisa em educação para ciências. Atas do EMPEC n. 5.2005, p. 263.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármem Lúcia Brancaglioni. **A Geometria nas Séries Iniciais**: Uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

OLIVEIRA, H. **A relação professor-aluno na realização de investigações Matemáticas**. Lisboa: Projeto MPT e APM. 1999.

PAVANELLO, R. M. **O Abandono da Geometria: uma visão histórica**. Dissertação (Mestrado) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké: Revista de Educação Matemática, v. 1, p. 7-18, n. 1, 2009.

_____. **Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas**. Tese (Doutorado)- Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

_____. **O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké. n.º 7. Ano I. n.º 1, 1993.

_____. (org.). **Matemática nas series iniciais do ensino fundamental: A pesquisa e a sala de aula**. São Paulo: Biblioteca do professor, Coleção SBEM, v. 2, 2004.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Coleção: Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 152p.

SANTOS, J. N. **Uso de ferramentas cognitivas para a aprendizagem de física** 129f. Dissertação (Mestrado) em Física – Universidade, Orientador: Prof. Dr. Ilde Guedes da Silva. Fortaleza: 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE A - OFICINA SOBRE ENSINO DE GEOMETRIA



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa
Centro de Ciências e Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Educação Matemática

Relatório das Atividades Desenvolvidas no Estágio Docência

I – Informações Gerais		
Nome: WANDERLÂNIO DE LIRA BARBOZA		
Orientador(a): José Joelson Pimentel de Almeida		
Departamento: PPGECM		
Componente Curricular: ESTÁGIO		
Código: 3000	Ano Letivo: 2020 2020.1	Curso: Programa de formação de professores de Matemática nos anos finais da rede estadual de ensino na cidade de Bayeux
Período de Estágio: 10/02/2020 a 12/03/2020		Carga Horária: 30

Docente Responsável pelo Componente Curricular: Wanderlânnyo de Lira Barboza

II – Objetivo

- Desenvolver ações formativas envolvendo a temática do Ensino da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental envolvendo geometria de acordo como as orientações curriculares;
- Educação Matemática dos anos finais na perspectiva da BNCC para capacitar e preparar os professores que ensinam Matemática nos anos finais a estarem implementando atividades de resolução de problemas e de investigação de ensino e sequências didáticas que propiciam trabalhar com o eixo ensino de geometria para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. de forma a ter significado ao aluno;
- Potencializar o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas ao se trabalhar com o eixo de geometria;
- Capacitar os professores de Matemática que atuam nos anos finais para estarem elaborando atividades, sequencias didáticas e projetos de ensino envolvendo a temática do ensino de geometria;
- Proporcionar situações didáticas, considerando processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de geometria;
- Vivenciar e analisar situações didáticas, considerando as metodologias e procedimentos avaliativos acerca do conteúdo de geometria;
- Promover trocas de experiências e a criação de novas possibilidades de ensino de geometria nas escolas nos anos finais do Ensino Fundamental nas escolas estaduais do município de Bayeux.

III – Atividades Desenvolvidas

O curso foi dividido em 4 módulos. Cada módulo representava uma parte específica do eixo de geometria. Todas aulas foram presenciais, coordenadas de acordo com o plano de curso da disciplina realizado pela professor (formador) e com os planos de aulas.

Foi abordada nas aulas a importância do uso de jogos como perspectiva lúdica para o ensino de Matemática por meio de proposição de problemas a partir dos jogos e resolução de problemas

Os graduandos do curso de Matemática participavam das aulas teóricas e práticas com discussões em meio a proposição de desenvolvimentos das atividades a partir dos jogos

Discussão de algumas possibilidades de avaliação que a perspectiva metodológica da problematização sobre geometria plana e espacial a partir dos jogos permite.

IV – Conteúdo Previsto para Regência (com base no plano de ensino da disciplina)

Módulo 1 – Ensino de Sólidos geométricos de acordo com Base Nacional Comum Curricular – BNCC 11/02/2020

Leitura do texto acerca de como o conteúdo de Polígonos e Sólidos geométricos deve ser abordado nos anos finais do Ensino Fundamental segundo a BNCC

Material de Apoio

- APRESENTAÇÃO DE SLIDES ACERCA DA HISTÓRIA SOBRE OS SÓLIDOS DE PLATÃO E A PLANIFICAÇÃO DE SÓLIDOS
- DISCUSSÃO SOBRE OS POLIEDROS PLATÔNICOS E SUAS CARACTERÍSTICAS
- JOGOS DOS CADERNOS DOS MATHEMAS
- HABILIDADE DA BNCC – Reconhecer Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).

Módulo 2 –Números Racionais na forma de fração- 14/02/2020

Material de Apoio

- PDF do LEMA- Laboratório de Ensino da Matemática- Geoplano e Tangram

Módulo 3 - Poliedros e as Habilidades da BNCC para os anos finais do Ensino Fundamental - 17/02/2020**Material de Apoio**

- Artigo do Conedu VI- ORIENTAÇÕES DO BNCC E PCN: uma análise da geometria dos anos finais do Ensino Fundamental.
- Habilidades do ensino de geometria para os anos finais do Ensino Fundamental: (EF06MA17-A) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do número de lados do polígono da base, por meio de materiais manipuláveis ou não. (EF06MA17-B) Reconhecer e resolver problemas que envolvem as relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides e desenvolver a percepção espacial.
- TOLEDO, M.; TOLEDO, M. Didática de matemática como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997
- Artigo Aplicação da Geometria Espacial em Ambientes Diversos. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2455-8.pdf>

Módulo 4 – Trabalhando a noções de prismas e pirâmides, estudando polígonos**Material de Apoio**

- JOGO “JOGO EU TENHO QUEM TEM”
- “APRENDENDO E JOGANDO COM A GEOMETRIA”
- Situações problemas sobre polígonos
- Dissertação de Juliana de Oliveira Chaves - GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA REFLEXÃO SOBRE AS PROPOSTAS METODOLÓGICAS
- Construção e desenvolvimento de Oficina

V – Avaliação do Professor da Disciplina

A avaliação ocorreu de forma contínua e processual, observando-se a compreensão dos conteúdos, a participação nas discussões propostas e atividades sugeridas.

Foram distribuídas as notas da seguinte maneira na disciplina: avaliação escrita individual com consulta ao material de estudo (1); trabalhos individuais ou coletivos, ao longo do componente (2), participação na Exposição Interativa de Jogos Matemáticos e elaboração de trabalho final da disciplina (incluindo a autoavaliação) (3).

Conceito (nota de 0 a 10 atribuída pela professora da disciplina):

APÊNDICE B - PLANO DE AULA

POLIEDROS “JOGO EU TENHO QUEM TEM”

1. Conteúdos:
 - Geometria Espacial (Poliedros)
2. Indicação (Série/ano):
 - 9º ano do Ensino Fundamental
3. Tempo estimado:
 - 50 minutos
4. Material necessário:
 - Régua; cola; lápis; tesoura; papel A4 Canson.
5. Objetivos:
 - Reconhecer e fixar as noções de prismas e pirâmides apresentadas, através do uso de materiais manipulativos.
6. Desenvolvimento:
 - 1º Momento: Os alunos ficaram em duplas e receber a planificação da figura representada (poliedro), em seguida irão recortar a figura planificada, usar dobraduras conforme o indicado na folha representada e logo depois o processo de colagem da figura geométrica, chegando a construção desse poliedro.
 - 2º Momento: Em seguida os alunos irão ficar em círculo, já que trata de uma atividade coletiva, serão distribuídas fichinhas, constando as características dos prismas e pirâmides correspondentes.
 - 3º Momento: Depois da entrega das fichas, cada aluno receberá nessa ficha uma pergunta e uma resposta a respeito das propriedades dos poliedros. Será de forma aleatória, já que depende da circunstância de cada pergunta que o aluno fará. O ponto de partida será do aluno que puxar a ficha “Eu começo”.
7. Avaliação:
 - Será avaliado os alunos no decorrer da aplicação do jogo, perguntas sobre o processo da planificação da figura apresentada até o momento da conclusão da construção dessa figura, como também a compreensão do reconhecimento dos prismas e pirâmides através das fichas entregadas, constando suas respectivas propriedades

8. Referências:

- RUTH RIBAS ITACARAMBI, Ivani da Cunha Borges Berton/ Geometria Brincadeira e Jogos, 1º ciclo do Ensino Fundamental – Editora Livraria da Física – 1º edição 2008

Questionário sobre a atividade do jogo “Eu tenho quem tem”

I - Parte

1) Você recebeu uma folha contendo uma planificação... com essa folha responda as seguintes questões abaixo:

a) Marque no quadro a seguir as formas geométricas (polígonos) que existem em sua planificação:

Hexágono
Círculo
Triângulo
Quadrado
Retângulo
Pentágono
Trapézio

- b) Essa figura que você recebeu é plana (bidimensional) ou espacial (tridimensional)?
- c) Recorte o contorno externo da figura dada, conforme as informações apresentadas;
- d) Dobre e cole conforme a indicação da figura apresentada:

II – Parte

1º Passo: turma em círculo;

2º Passo: Cada dupla ou de três com seu sólido;

3º Passo: Sorteio da ficha com a pergunta;

4º Passo: Quem tiver o nome “ Eu começo” será o ponto de partida de início do jogo (aleatório) pois outro tem a resposta da pergunta.

5º Passo: A conclusão de todas as perguntas e respostas, conforme cada ficha que foram distribuídas com os alunos.

FICHAS DISTRIBUÍDAS DURANTE O JOGO “EU TENHO QUEM TEM”

<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Eu começo Quem tem um sólido cujas bases são polígonos de forma hexagonal?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCE CONSTRUÍU:</u></p> <p>Eu tenho um cone.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um corpo redondo que tem bases paralelas circulares?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCE CONSTRUÍU:</u></p> <p>Eu tenho um prisma de bases hexagonais.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um sólido com seis faces retangulares cujas faces opostas são congruentes?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCE CONSTRUÍU:</u></p> <p>Eu tenho um cilindro.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um sólido com faces laterais triangulares e base quadrangular?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCE CONSTRUÍU:</u></p> <p>Eu tenho um paralelepípedo.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um sólido de seis faces congruentes?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCE CONSTRUÍU:</u></p> <p>Eu tenho uma pirâmide de base quadrangular.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um sólido cujas bases são pentágonos e as faces laterais retangulares?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCE CONSTRUÍU:</u></p> <p>Eu tenho um cubo.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem sólido de base pentagonal e faces triangulares?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCE CONSTRUÍU:</u></p> <p>Eu tenho um prisma de base pentagonal.</p>

<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um sólido de bases triangulares e faces laterais, retangulares?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCÊ CONSTRUIU:</u></p> <p>Eu tenho uma pirâmide de base pentagonal.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um sólido com quatro faces congruentes?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCÊ CONSTRUIU:</u></p> <p>Eu tenho um prisma de base triangular.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um poliedro com oito faces triangulares equiláteros, seis vértices e doze arestas?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCÊ CONSTRUIU:</u></p> <p>Eu tenho um dodecaedro regular.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um poliedro com doze faces pentagonais, trinta arestas e vinte vértices?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCÊ CONSTRUIU:</u></p> <p>Eu tenho um octaedro regular.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um poliedro com trinta arestas, doze vértices e vinte faces?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCÊ CONSTRUIU:</u></p> <p>Eu tenho um Icosaedro.</p>
<p><u>LER A PERGUNTA</u></p> <p>Quem tem um corpo redondo com base circular e um vértice?</p>	<p><u>RESPONDER à PERGUNTA CONFORME AS CARACTERÍSTICAS DO POLIEDRO QUE VOCÊ CONSTRUIU:</u></p> <p>Eu tenho um tetraedro (pirâmide de base triangular).</p>

JOGO DA MEMÓRIA “APRENDENDO E JOGANDO COM A GEOMETRIA” POLÍGONOS

1. Conteúdos:
 - Geometria Plana (Polígonos)
2. Indicação (Série/ano):
 - 9º ano do Ensino Fundamental
3. Tempo estimado:
 - 50 minutos
4. Material necessário:
 - Quadro branco, pincel e uso do material concreto.
5. Objetivos geral:

- Mostrar a importância do jogo da memória como recurso educativo na educação matemática.
6. Objetivos específicos:
- Identificando e aprendendo as propriedades e os elementos dos polígonos apresentados, através do uso de materiais manipulativos.
7. Desenvolvimento:
- O jogo será aplicado em dupla, no qual vai explorar o raciocínio cognitivo de todos os conhecimentos que são trabalhados a partir da prática do jogo.
8. Avaliação:
- Será avaliado o aluno quem conseguir adquirir mais pares formados.
9. Referências:

TOLEDO, MARÍLIA, Didática de Matemática: Como dois e dois: a construção da Matemática/ Marília Toledo, Mauro Toledo. – São Paulo: FTD, 1997. – (Conteúdo e Metodologia

REFERÊNCIA

Site:

<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/3381/1/WFR19072016.pdf>

http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2016/08/5.2Matema%CC%81tica_Ana%CC%81lise-da-ACARA.pdf

Bibliografia:

BRASIL. Secretária de Educação Básica. Base Nacional Curricular Comum: educação é a base. Brasília: MEC; SEB, 2017.

DANTE, Luiz Roberto. Didática da resolução de problemas. 12^o.ed. São Paulo: Ática, 2007.

KALEFF, Ana Maria M. R., Criando, Vendo e Entendendo Sólidos de Revolução. Revista Boletim Gepem, Rio de Janeiro – RJ 2008.

LORENZATO, Sérgio. org. (2006). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados.

SMOLE, K.C.S. e DINIZ, M.I. Cadernos do mathema. 1^o. ed.: São Paulo: Artmed, 2007

VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicações em sala de aula. Trad. Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERONA, Viviane Aparecida; LOPES, Maria Regina Macieira. Aplicação da Geometria Espacial em Ambientes Diversos. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2455-8.pdf> APÊNDICE C

ENTREVISTA APLICADA AOS PROFESSORES

I. Identifique-se:

Nome completo:

Formação:

Ano de Início e Término do curso de graduação:

Instituição que concluiu o curso superior:

Tempo de sala de aula:

Desafios encontrados:

II. A escola segue alguma linha pedagógica? Qual?

III. Como você define geometria? Você considera importante o ensino da geometria? Justifique.

IV. Como você tem desenvolvido o ensino de geometria nos anos Finais do Ensino Fundamental? Detalhar os conteúdos e metodologias utilizadas. Além de Matemática, outra disciplina ensina conteúdos de geometria?

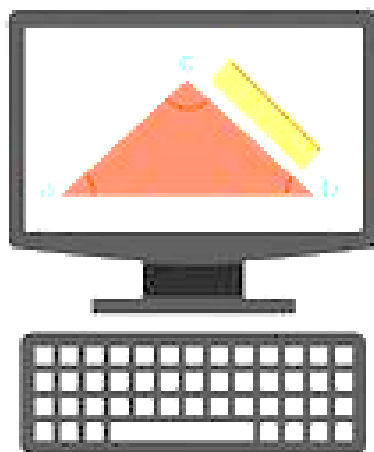
V. Além de Matemática, outra disciplina ensina conteúdos de geometria?

VI. De modo geral quais as principais dificuldades no ensino da geometria?

APÊNDICE C- PRODUTO EDUCACIONAL



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**



**ENSINO DE GEOMETRIA E TECNOLOGIA: UMA PROPOSTA DE
OFICINA PARA PROFESSORES**

**Autores: Wanderlânnyo de Lira Barboza
José Joelson Pimentel de Almeida**

Wanderlânnyo de Lira Barboza
José Joelson Pimentel de Almeida

**ENSINO DE GEOMETRIA E TECNOLOGIA: UMA PROPOSTA DE OFICINA
PARA PROFESSORES**

Produto educacional apresentado ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação matemática, pela Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Linha de pesquisa: Metodologia, Didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática.

CAMPINA GRANDE – PB

2021

PREFÁCIO

Este trabalho é resultado de uma pesquisa qualitativa que foi realizada com professores que lecionam matemática na rede estadual de ensino da Paraíba -PB no município de Bayeux. A pesquisa foi voltada a formação dos professores sobre o ensino de geometria nos Anos Finais do Ensino fundamental. Para tanto realizamos uma revisão literária acerca do ensino de geometria no Brasil e suas fragilidades. Em seguida compomos o sistema de formação via Oficina Pedagógicas. Para tanto utilizamos a metodologia focada em como propiciar a potencialização da compreensão do ensino e aprendizagem de geometria. Saviani (2012). Gasparin (2012) e, Nacarato (2009) foram os principais autores nos quais me apoiei para a fundamentação teórica e desenvolvimento prático das atividades que foram, intencionalmente, planejadas, replanejadas, avaliadas e desenvolvidas. Esperamos, por fim, ao disponibilizarmos este Produto do Mestrado Profissional, contribuir com a reflexão e o trabalho docente de todos os 12 professores de matemática que são sujeitos da pesquisa, que buscam uma formação continuada em ensino de geometria.

Os autores

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	75
Sequência didática: Ensino de geometria e a tecnologia.....	77
Sequência didática: Problematização dos Conteúdos.	83
Sequência didática: Instrumentalização.....	84
Sequência didática: Instrumentalização.....	87
REFERÊNCIAS.....	88

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A proposta teve início com um diálogo inicial sobre como os professores entendem o ensino da geometria. Durante esse conversar foram lançadas questões para serem discutidas: Quais as dificuldades que os alunos têm em geometria? Que recursos podem ser utilizados para abordar a geometria? E o livro didático no ensino de geometria? Quais os principais conceitos da geometria dos anos finais do Ensino Fundamental? De que forma podem-se abordar os conceitos de geometria? Como exploramos a geometria em nossas aulas? Como podemos trabalhar com a geometria a partir do cotidiano? Quais as dificuldades encontradas para ensinar geometria?

A partir dos questionamentos levantados pelos professores propomos situações problemas desencadeadores de outros problemas do campo da geometria, a fim de desenvolver as estruturas geométricas a luz de Van Hiele. A partir daí fomentamos discussões sobre o ensino de geometria associada as tecnologias.

As tecnologias vêm ocupando cada vez mais espaços na sociedade e em particular no meio educacional. Para tanto, *software* da geometria dinâmica tem proporcionado um espaço de aprendizado contínuo, dinâmico e investigativo gerando aprendizagem com significados. Dentre possíveis *software* educativos, vamos destacar o Geogebra que busca integrar os conteúdos matemáticos como geometria, cálculo e álgebra. Criado pelo austríaco por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, foi desenvolvido para ser utilizado em um ambiente de sala de aula, proporcionando ambiente de aprendizagem. O referido software é gratuito e está disponível em vários idiomas. É possível fazer o download do programa, mas o funcionamento deste *software* depende da instalação da linguagem Java, pois esta é a plataforma em que o programa funciona. O GeoGebra por ser um sistema de geometria dinâmica permite fazer construções de imagens, pontos, segmentos, retas, vetores, construir gráficos de funções e curvas parametrizadas, os quais podem, depois, serem modificados dinamicamente. Permite, ainda, a introdução de equações e coordenadas, digitando-se diretamente na sua caixa de entrada. Essas são algumas das potencialidades do software GeoGebra de grande importância para o ensino de geometria plana e espacial no Ensino Fundamental e Ensino Médio. A escolha de um *software* ou a proposição de uma atividade deve estar vinculada à uma filosofia educacional, à uma metodologia e ainda aos objetivos que se quer alcançar no desenvolvimento de conteúdos e conceitos relacionados ao conhecimento

matemático. Na perspectiva das Metodologias didático-pedagógicas para o ensino de Matemática, independentemente se tratamos de geometria, aritmética, ou álgebra e do nível escolar, os *software* podem ser utilizados como ferramentas para atividades que envolvam: Resolução de problemas - Van de Walle (2009) afirma que processos de ensino de Matemática por meio de *software* deve ser baseado em situações-problema que considerem: os processos cognitivos; o raciocínio; as estratégias adotadas durante o processo de resolução; os estágios de desenvolvimento relativos às habilidades envolvidas. Com relação à aprendizagem da Matemática, os *software* mais proveitosos seriam aqueles que permitem interação do aluno com os conceitos ou ideias matemáticas, propiciando a descoberta, inferindo resultados, levantando e testando hipóteses, criando situações-problema.

Investigações matemáticas - Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), ao referirem-se a programas de geometria dinâmica colocam que “esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal” (p.83). E mais, “facilita a recolha de dados e o teste de conjecturas, apoiando, desse modo, explorações mais organizadas e completas e permitindo que os alunos se concentrem nas decisões em termos de processo” (p. 83).

É sabido que a aprendizagem depende muito da prática pedagógica desenvolvida, em especial da forma como se organizam as maneiras de trabalho em sala de aula. As maneiras de se estabelecer uma relação entre o professor, o aluno e o saber são estudados pela teoria das situações didáticas. O interesse em estudar Matemática vai depender da relação didática com os vínculos científicos dela com outras áreas e também com sua presença no dia a dia. Uma aprendizagem efetiva ocorre quando o aluno continua aprendendo, inclusive mediante a situações em que o professor não esteja presente, pois as aulas em si representam apenas uma parcela dos possíveis momentos de aprendizagem (PAIS, 2002). Lembremos que uma visão pedagógica tradicional consideraria como didática apenas os saberes desenvolvidos em sala de aula e desconsideraria as influências do mundo extraescolar. Porém, na realidade não é isso o que acontece. Considerar as situações adidáticas é justamente um desafio para romper com as velhas práticas da didática sob o véis tradicionalista. Percebemos, então, o nível da criatividade do aluno, algo muito importante neste tipo de aprendizagem, uma vez que o aluno deve saber utilizar os conteúdos para os quais já produziu significados. Por esse motivo, aqui apresentamos uma proposta de oficina como um compromisso e uma possibilidade. Compartilhamos a proposta de estudo defendida por Chevallard, Bosch e Gascón (2000). O verbo estudar está desgastado pelo tempo, pois foi e é muito utilizado erroneamente, pensando-se apenas no ato de se estudar para uma prova. A proposta dos autores, no entanto, é um estudo que englobe

processos de ensino e aprendizagem, o que envolve não somente o que se processa na escola com o professor, mas também além dos muros escolares, envolvendo as pessoas do convívio dos alunos, em particular os seus pais.

A Matemática como ciência possui sua linguagem própria e é cercada por gêneros que a mesma produz e utiliza, ou seja, que lhes são comuns, como gráficos, tabelas, expressões algébricas e seus enunciados de problemas, além daqueles que não são exclusivos da Matemática, mas se apóiam em sua linguagem ou procedimentos, como panfletos de supermercado, tabelas nutricionais em embalagens de alimentos, faturas de despesas com cartão de crédito, entre outros:

A riqueza e diversidade dos gêneros do discurso são infinitas porque são inesgotáveis as possibilidades da multiforme atividade humana e porque em cada campo dessa atividade é integral o repertório de gêneros do discurso, que cresce e se diferencia à medida que se desenvolve e se complexifica um determinado campo. (BAKHTIN, 2003, p. 262)

Desta forma, novamente pode-se aludir o caso de gêneros de discurso relativos à Matemática em si, como as formas enunciativas dos teoremas; ao campo de atuação de um matemático profissional ou acadêmico, como os relatórios que têm que produzir; ou à Matemática enquanto disciplina escolar, como os textos didáticos diversos que fazem parte de seus processos de ensino e de aprendizagem. De forma semelhante, Morgan (2002) observa que existem variedades de práticas sociais que podem ser rotuladas como matemáticas (incluindo matemática acadêmica, matemática escolar, matemáticas recreacionais etc.) o que implica que há também uma variedade de gêneros de texto que podem ser chamados de matemáticos (por exemplo, artigos de pesquisa, livros didáticos, questões e respostas de exames, puzzle etc.). Isto confere com a perspectiva bakhtiniana que discute o conceito de gênero discursivo em termos de cristalização de formas enunciativas em cada campo de utilização da língua

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: ENSINO DE GEOMETRIA E A TECNOLOGIA

OFICINA 1

Título- Geometria dinâmica: Uma abordagem potencializadora do conhecimento geométrico, de informação e comunicação como os computadores estão cada vez mais presentes em todos os domínios da atividade humana, o que já nos traz um forte argumento para sua inserção nos

meios educacionais, bem como em todos os níveis de ensino. Para além disso, como propiciador de ambientes de ensino e aprendizagem, os computadores vieram tornar alguns problemas e conteúdos mais acessíveis, proporcionar geométrico.

Descrição e objetivos: As Tecnologias novas formas de representação e domínio da informação matemática, o que nunca antes tinha sido possível. Nesse sentido, a presente oficina tem por objetivo resolver problemas do campo geométrico com o *software* da geometria dinâmica o Geogebra. Esse *software* permite um ambiente de criação e investigação dentro do campo da geometria. As ferramentas e recursos que esses ambientes possuem podem favorecer a representação e visualização de figuras geométricas, das mais simples às mais complexas, bem como a apropriação de suas propriedades. Na parte I, apresentamos atividades introdutórias (atividades básicas) orientadas para a exploração das principais ferramentas e/ou recursos desses ambientes. Na parte II, trabalhamos atividades mais complexas chamadas de situações 2, 3 e 4 que têm por objetivo a solução de situações-problema de geometria, tanto plana quanto espacial.

Recursos: Utilizaremos computadores, *notebooks*, *datashow* e o *software* Geogebra
Trabalhando na perspectiva do ensino de geometria e dos processos de resolução de problemas como potencializadores da aprendizagem do pensamento geométrico trago aqui quatro exemplos de atividades matemáticas, implementadas com *software* da geometria dinâmica (GeoGebra):

Nesta oficina propomos um conjunto de quatro atividades devidamente estruturadas para serem trabalhadas com os estudantes nas escolas. Apresentamos os objetivos, o material necessário para sua aplicação (o *software* Geogebra) e propostas de avaliação. Elas têm como intuito despertar o interesse dos alunos pelo estudo da geometria plana e proporcionar uma aprendizagem eficaz utilizando resolução de problemas.

¹Situação 1- No Geogebra selecione a ferramenta polígono regular. Clique em dois pontos (lugares) da área de trabalho e quando aparecer uma caixa, clique em aplicar. A partir dessa construção serão explorados conceito de polígonos, classificação de polígonos de acordo com número de lados e ângulos.

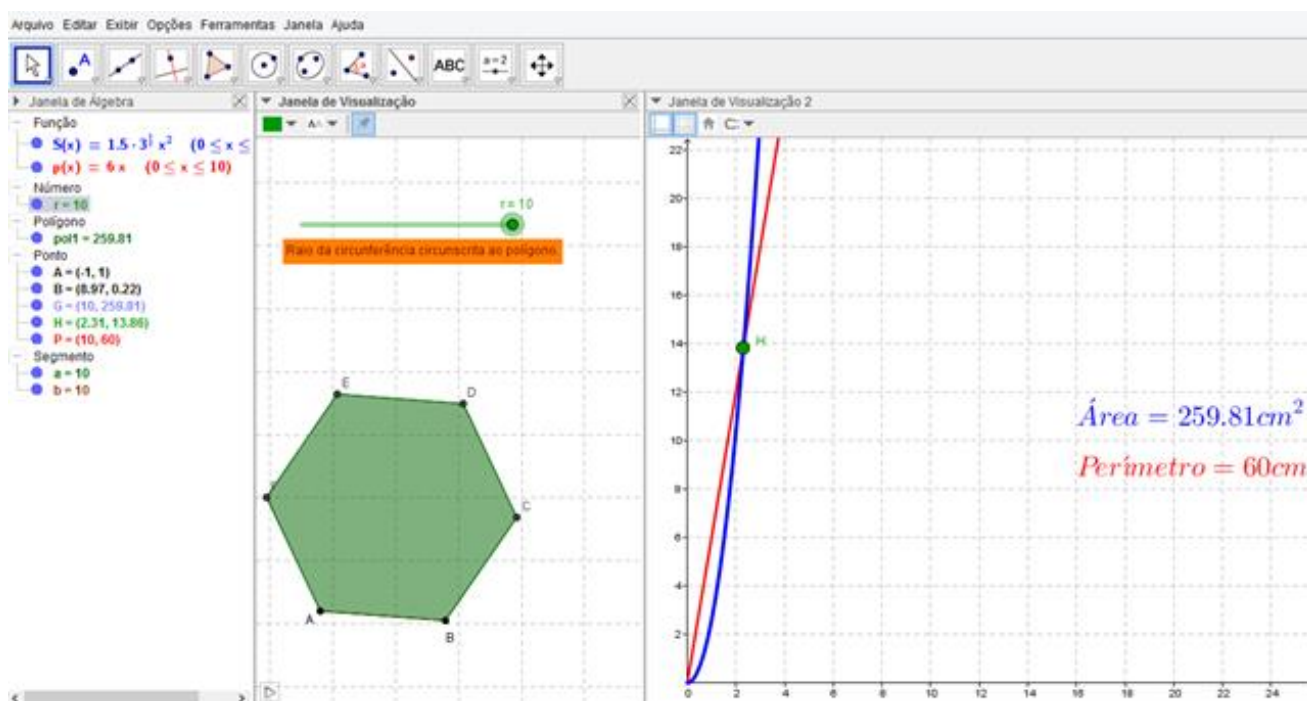


Imagem de um exemplo de polígono a ser construído no Geogebra

Fonte: <https://www.ticsnamatematica.com/2015/06/Applet-Geogebra-relaciona-perimetro-area-poligono-regular.html>

¹Situação 2- Três cidades decidiram, conjuntamente construir um aeroporto. Em que lugar se deve construir o aeroporto? Para responder a este problema. Marcos penou e sugeriu as seguintes possibilidades:

1. Considerar o aeroporto equidistante das duas cidades maiores
2. Considerar o aeroporto equidistante das três cidades
3. Considerar o aeroporto situado em um ponto tal que a soma das três distâncias desde este ponto a cada uma das cidades seja mínima.

Represente a situação acima no *software* Geogebra e em seguida análise com seus colegas cada caso. Qual foi o fácil? E difícil? Por quê?

Nessa situação 2 temos que é possível explorar distâncias entre pontos, o que são pontos equidistantes, colineares, além de paralelismo e perpendicularismo.

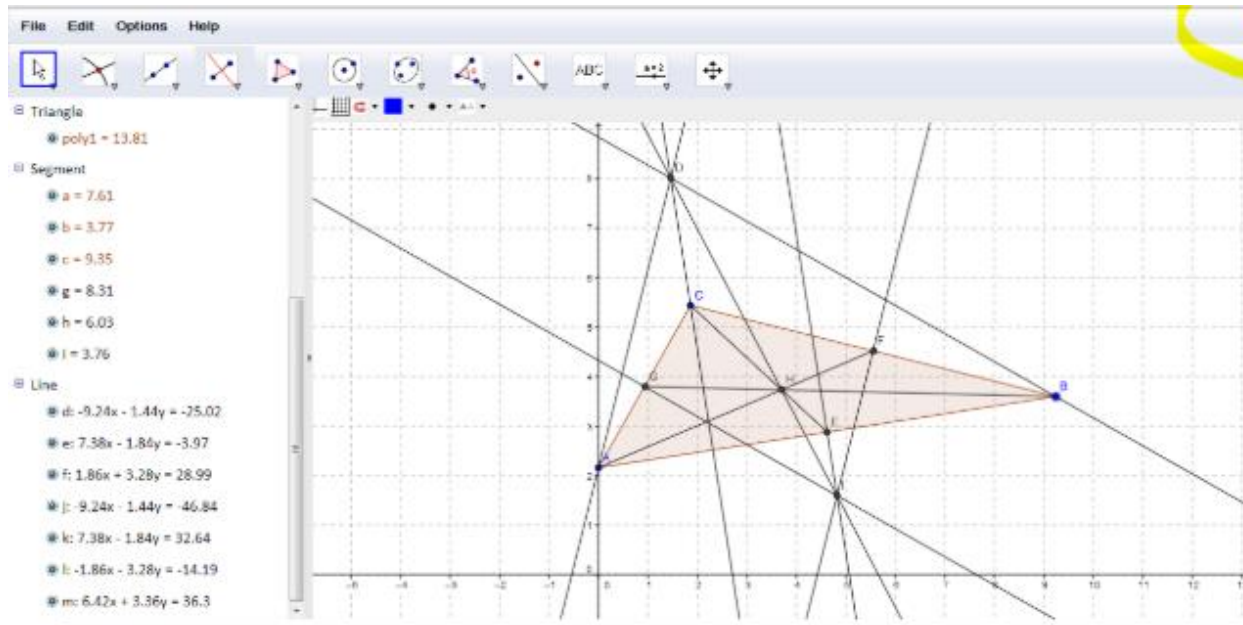
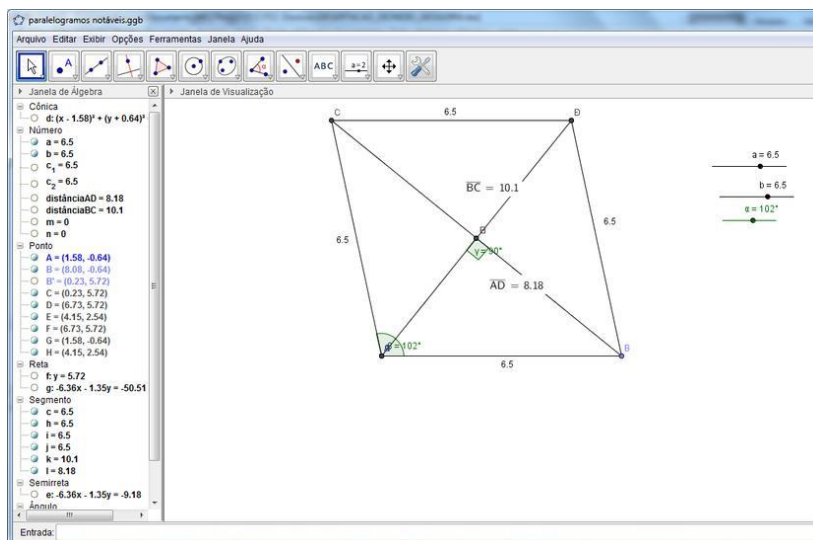


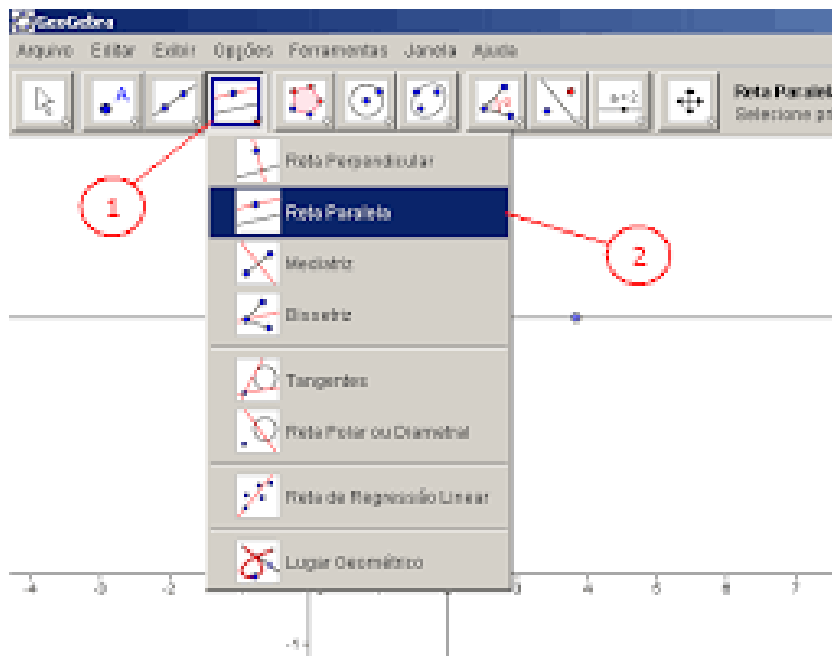
Imagem representando distâncias entre pontos

Fonte: <https://bokhove.net/2012/10/02/geogebra-on-the-web/>

¹Situação 3- Construa no Geogebra um paralelogramo qualquer ABCD e trace a bissetriz de cada um de seus ângulos internos. O encontro das bissetrizes é o quadrilátero EFGH. Mova livremente os vértices do paralelogramo ABCD. O que você pode dizer sobre a natureza do quadrilátero EFGH? Justifique.

A partir da situação 3 apresentada podemos criar um ambiente investigador acerca de conceitos, propriedades e elementos geométricos, como o estudo de ângulos, o que é bissetriz de um ângulo e o estudo dos quadriláteros.





Comandos do Geogebra usados para construir o problema 3

Situação 4-Atividade com google maps. Essa atividade deve ser iniciada com a apresentação da ferramenta Google Maps, nesse momento cada dupla de alunos deve estar com seus respectivos laptops, de tal forma em que, através do acesso à internet, consigam manipular o Google maps. Em seguida, será solicitado que cada dupla de alunos escreva seus endereços no campo “Pesquisa no mapa”, dessa forma, o endereço e o entorno residencial de cada aluno ficariam projetado na tela do computador. Nesse momento, os alunos deverão observar a disposição das ruas, das quadras e dos arredores de suas residências. A partir daí será solicitado aos alunos explorarem as distâncias percorridas entre a sua casa e a escola se o percurso for andando a pé e se o mesmo percurso for realizado de carro. Serão pedidos aos alunos a interpretação geométrica dos arredores da minha residência. Num terceiro momento será solicitado aos alunos que, a partir do desenho que se configura na tela do computador, fosse feita uma representação do mesmo na folha de ofício. Para a representação, os alunos utilizarão folha de ofício A4, régua, lápis e lápis de cor. A ideia é que o desenho tenha as dimensões da folha. Isto é, configurava-se um exercício que, partindo de um desenho menor, aplicavam-se as regras de proporcionalidade, resultando em uma figura maior, de tal forma que preenchesse todo o espaço de uma folha de ofício A4. Tal exercício será trabalhado utilizando regras de razão e proporção. Primeiramente, com uma régua os alunos medirão as dimensões (comprimento e largura) do desenho que aparecia na tela do computador e, em seguida, medirão as dimensões da folha de papel A4. Na sequência, calcularão a razão encontrada em relação às medidas da tela e às medidas da folha, de forma que a mesma razão poderá ser utilizada para

desenhar na folha A4 as ruas e as quadras do local geográfico que eram projetados na tela do *laptop*. Essa situação 4 também pode ser representada no *software* Geogebra a fim de explorar e mover as formas geométricas geradas a partir das distâncias entre a escola e casa. Entendemos que os modelos apresentados podem trazer grades contribuições para os processos de ensino e aprendizagem da geometria espacial na medida em que, podem tornar esse processo mais motivador e criativo para professores e alunos. Pensamos que as ferramentas e/ou recursos do Geogebra podem auxiliar no tratamento e na visualização de figuras e propriedades de objetos espaciais permitindo que os estudantes façam conjecturas a respeito de propriedades das figuras.

Apresentamos algumas situações geométricas que, exploradas dinamicamente, favorecem a elaboração de conjecturas que, posteriormente, precisam ser demonstradas. Tais situações, esperamos, poderão ser usadas em salas de aula de Matemática da Educação Básica, de modo que, a partir de observações feitas com o uso do *software*, os alunos sejam incentivados a elaborar conjecturas, que propiciem o desenvolvimento e a apropriação das várias funções da demonstração explicitadas neste trabalho.

Ambas as situações propostas possuem o gênero não literário e dimensão semântica e pragmática mediante o desenvolvimento das atividades aqui apresentadas. Cada situação fomentada será levada aos alunos sujeitos das pesquisas e as repostas apresentadas pelos alunos serão analisadas a luz da análise do discurso sob o véis das dimensões sintáticas e semânticas das reflexões apresentadas pelos alunos. As repostas dos alunos fornecerão a minha pesquisa informações relevantes acerca do desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno

Esta perspectiva de análise e reposta consciente remete a uma atitude responsiva ativa que implica uma ação concreta dotada de intencionalidade (isto é, não involuntária) praticada por alguém. Ou seja, a atitude responsiva ativa remete ao indivíduo como agente ativo, responsável, consciente e que responde pelos seus próprios atos. Essa atitude responsiva ativa implica diretamente em uma ação concreta, refletida dotada de intencionalidade (não é involuntária) e em si ideológica praticada por um sujeito.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: PROBLEMATIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS

OFICINA 2-

Objetivo geral: Questionar os conhecimentos prévios dos alunos com relação às formas geométricas espaciais: cubo, paralelepípedo, esfera, cilindro, cone, prisma e a pirâmide.

Objetivos específicos: → Identificar o nível de desenvolvimento atual dos alunos com relação aos conteúdos de geometria a serem apropriados. → Sondar o vocabulário geométrico dos alunos, bem como, a sua capacidade de expressar-se sobre o conteúdo desenvolvido. → Propor atividades que exijam conhecimentos básicos dos sólidos geométricos – esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos.

Inicialmente, instigamos os alunos com questões gerais sobre as figuras geométricas espaciais, justamente, para verificar os conhecimentos prévios que eles dominavam ou não dominavam dos conteúdos a serem desenvolvidos. Na verdade, precisávamos saber o quanto de domínio, inclusive, vocabular os alunos já tinham e

Sequência Didática (1). O conhecimento prévio de geometria espacial dos alunos do 9º do Ensino Fundamental.

1º Passo da PHC: Prática Social Inicial.

Objetivo geral: Questionar os conhecimentos prévios dos alunos com relação às formas geométricas espaciais: cubo, paralelepípedo, esfera, cilindro, cone, prisma e a pirâmide.

Objetivos específicos:

- Identificar o nível de desenvolvimento atual dos alunos com relação aos conteúdos de geometria a serem apropriados.
- Sondar o vocabulário geométrico dos alunos, bem como, a sua capacidade de expressar-se sobre o conteúdo desenvolvido.
- Propor atividades que exijam conhecimentos básicos dos sólidos

geométricos – esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos.

Esses eram capazes de nomear e classificar as figuras geométricas de acordo com suas características comuns. Tratou-se, portanto, de um exercício de sondagem daquilo que os alunos conheciam e traziam das experiências de seu ambiente social e daquilo que precisavam saber para desenvolver o pensamento geométrico.

Ressaltamos que este primeiro momento da PHC é de fundamental importância, dado que os alunos aguardam com certa ansiedade e expectativa o assunto sobre o qual querem se pronunciar. Assim, é altamente recomendável que os alunos falem espontaneamente sobre o que pensam dos objetos geométricos postos em pauta. Oportunidade para o professor conhecer o nível de pensamento geométrico que as crianças se encontram, bem como a capacidade delas se expressarem. Gasparin (2012, p.13) destaca que:

O primeiro passo do método caracteriza-se por uma preparação, uma mobilização do aluno para a construção do conhecimento escolar. É uma primeira leitura da realidade, um contato inicial com o tema a ser estudado. [...] Uma das formas para motivar os alunos é conhecer sua prática social imediata a respeito do conteúdo curricular proposto.

As nossas questões pretendiam extrair dos alunos, neste momento, respostas espontâneas:

- “Alguém sabe dizer o que é um paralelepípedo ou um cone”?
- “Quem sabe dizer o que é uma pirâmide”?
- “O que é um Cilindro? E o cubo, alguém conhece”?
- Alguém já ouviu falar em prisma?
- E a esfera, todos conhecem?

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Instrumentalização

I. OFICINA

II –Objetivo

- Desenvolver ações formativas envolvendo a temática do Ensino da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental envolvendo geometria de acordo como as orientações curriculares;
- Educação Matemática dos anos finais na perspectiva da BNCC para capacitar e preparar os professores que ensinam Matemática nos anos finais a estarem implementando atividades de resolução de problemas e de investigação de ensino e sequências didáticas que propiciam trabalhar com o eixo ensino de geometria para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. de forma a ter significado ao aluno;
- Potencializar o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas ao se trabalhar com o eixo de geometria;
- Capacitar os professores de Matemática que atuam nos anos finais para estarem elaborando atividades, sequencias didáticas e projetos de ensino envolvendo a temática do ensino de geometria;
- Proporcionar situações didáticas, considerando processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de geometria;
- Vivenciar e analisar situações didáticas, considerando as metodologias e procedimentos avaliativos acerca do conteúdo de geometria;
- Promover trocas de experiências e a criação de novas possibilidades de ensino de geometria nas escolas nos anos finais do Ensino Fundamental nas escolas estaduais do município de Bayeux.

III – Atividades Desenvolvidas

O curso foi dividido em 4 módulos. Cada módulo representava uma parte específica do eixo de geometria. Todas aulas foram presenciais, coordenadas de acordo com o plano de curso da disciplina realizado pela professor (formador) e com os planos de aulas.

Foi abordada nas aulas a importância do uso de jogos como perspectiva lúdica para o ensino de matemática por meio de proposição de problemas a partir dos jogos e resolução de problemas. Os graduandos do curso de Matemática participavam das aulas teóricas e práticas com discussões em meio a proposição de desenvolvimentos das atividades a partir dos jogos.

Discussão de algumas possibilidades de avaliação que a perspectiva metodológica da problematização sobre geometria plana e espacial a partir dos jogos permite.

IV – Conteúdo Previsto para Regência (com base no plano de ensino da disciplina)

Módulo 1 – Ensino de Sólidos geométricos de acordo com Base Nacional Comum Curricular – BNCC 11/02/2020

Leitura do texto acerca de como o conteúdo de Polígonos e Sólidos geométricos deve ser abordado nos anos finais do Ensino Fundamental segundo a BNCC

Material de Apoio

- APRESENTAÇÃO DE SLIDES ACERCA DA HISTÓRIA SOBRE OS SÓLIDOS DE PLATÃO E A PLANIFICAÇÃO DE SÓLIDOS
- DISCUSSÃO SOBRE OS POLIEDROS PLATÔNICOS E SUAS CARACTERÍSTICAS
- JOGOS DOS CADERNOS DOS MATHEMAS
- HABILIDADE DA BNCC – Reconhecer Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).

Módulo 2 –Números Racionais na forma de fração- 14/02/2020

Material de Apoio

- PDF do LEMA- Laboratório de Ensino da Matemática- Geoplano e Tangram

Módulo 3 - Poliedros e as Habilidades da BNCC para os anos finais do Ensino Fundamental - 17/02/2020

Material de Apoio

- Artigo do Conedu VI- ORIENTAÇÕES DO BNCC E PCN: uma análise da geometria dos anos finais do Ensino Fundamental.
- Habilidades do ensino de geometria para os anos finais do Ensino Fundamental: (EF06MA17-A) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do número de lados do polígono da base, por meio de

materiais manipuláveis ou não. (EF06MA17-B) Reconhecer e resolver problemas que envolvem as relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides e desenvolver a percepção espacial.

- TOLEDO, M.; TOLEDO, M. Didática de matemática como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997
- Artigo Aplicação da Geometria Espacial em Ambientes Diversos. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2455-8.pdf>

Módulo 4 – Trabalhando a noções de prismas e pirâmides, estudando polígonos

Material de Apoio

- JOGO “JOGO EU TENHO QUEM TEM”
- “APRENDENDO E JOGANDO COM A GEOMETRIA”
- Situações problemas sobre polígonos
- Dissertação de Juliana de Oliveira Chaves - GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA REFLEXÃO SOBRE AS PROPOSTAS METODOLÓGICAS
- Construção e desenvolvimento de Oficina

V – Avaliação do Professor da Disciplina

A avaliação ocorreu de forma contínua e processual, observando-se a compreensão dos conteúdos, a participação nas discussões propostas e atividades sugeridas.

Foram distribuídas as notas da seguinte maneira na disciplina: avaliação escrita individual com consulta ao material de estudo (1); trabalhos individuais ou coletivos, ao longo do componente (2), participação na Exposição Interativa de Jogos Matemáticos e elaboração de trabalho final da disciplina (incluindo a autoavaliação) (3).

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Instrumentalização

I. OFICINA

Conteúdo: Formas geometrias espaciais e planas.

Objetivo geral: Gerar a partir das planificações dos sólidos as figuras planas poligonais.

Objetivos específicos: – Planificar modelos de sólidos geométricos e construir modelos de

sólidos a partir de superfícies planificadas → Perceber as semelhanças e diferenças entre diferentes prismas (cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos). → Compor e decompor sólidos geométricos. Apropriar-se dos conceitos de aresta, vértice e faces. → Compreender nas relações de composição de poliedros a participação dos polígonos como seus componentes.

Nesta segunda parte da Instrumentalização damos sequência às atividades teóricas e práticas do processo de apropriação dos conteúdos agora trabalhando com planificações, retomando definições e reforçando conceitos.

REFERÊNCIA

- Bona, B. (2009). **A Análise de Softwares Educativos para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Experiências em Ensino de Ciências, 4(1).
- Miskulin R.G.S. (2009). As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediada pelas TICs. In: Lorenzato, S.(Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas, São Paulo: Autores Associados.
- Ponte, J.P.; Brocardo, J.; Oliveira, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 7)**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, 152 p.
- Preussler, R. & Grando, N.I. (2009). **Processo de Formação de conceitos: funções trigonométricas usando softwares educacionais**. In: Grando, N.I (Org.). **Educação Matemática: Processo de pesquisa no ensino fundamental e médio**. Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo.
- Richit, A.; **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: Repensando a formação inicial docente em Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Valente, J.A.; **Formação de educadores para o uso da informática na escola**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 2003.
- Van de Walle.J.A. (2009). **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre, Rio Grande do Sul: Artmed