



UEPB

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CAMPUS I

PRÓ REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

JOSÉ FERREIRA DOS SANTOS JÚNIOR

**A ANÁLISE DIDÁTICA DE ERROS: UM ESTUDO COM EQUAÇÕES DO
SEGUNDO GRAU**

CAMPINA GRANDE – PB

2020

JOSÉ FERREIRA DOS SANTOS JÚNIOR

**A ANÁLISE DIDÁTICA DE ERROS: UM ESTUDO COM EQUAÇÕES DO
SEGUNDO GRAU**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Linha de pesquisa: Metodologia, Didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Pedro Lucio Barboza

CAMPINA GRANDE – PB

2020

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

- S237a Santos Júnior, José Ferreira dos.
A análise didática de erros [manuscrito] : um estudo com equações do segundo grau / José Ferreira dos Santos Júnior. - 2020.
100 p. : il. colorido.
Digitado.
Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2021.
"Orientação : Prof. Dr. Pedro Lucio Barboza , Coordenação do Curso de Matemática - CCT."
1. Ensino de matemática. 2. Equações do segundo grau.
3. Modelo analítico de análise de erros - MADE. I. Título
21. ed. CDD 510.7

JOSÉ FERREIRA DOS SANTOS JÚNIOR

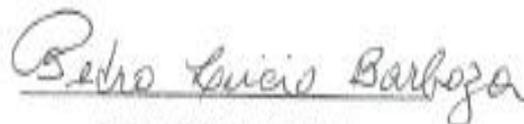
A ANÁLISE DIDÁTICA DE ERROS: UM ESTUDO COM EQUAÇÕES DO
SEGUNDO GRAU

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Aprovada em: 16/12/2020

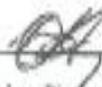
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Pedro Lucio Barboza

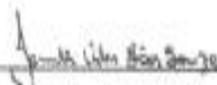
Orientador

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. José Joelson Pinóntel de Almeida

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dra. Jamille Viles Bóas de Souza

Instituto Federal da Bahia (IFBA)

À minha mãe, Marluce Luna Gangorra e meu pai, José Ferreira dos Santos (*in memoriam*) pelos conselhos, amor e incentivos para continuar meus estudos, sendo eles inspirações de vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ...

À Deus, primeiramente pelas bênçãos concedidas em toda minha vida.

Ao professor, Pedro Lucio Barboza pelas leituras sugeridas ao longo dessa orientação e pela dedicação.

Ao meu pai, José Ferreira dos Santos (*in memoriam*), embora fisicamente ausente, sentia sua presença ao meu lado, dando-me força. E em vida, por sempre me incentivar a continuar meus estudos.

A minha mãe, Marluce Luna Gangorra por sempre me apoiar e incentivar nos meus estudos e pela educação que foi me dado.

Aos professores do Curso de Mestrado da UEPB, em especial, Eduardo Onofre e Aníbal de Menezes Maciel, que contribuíram ao longo de minha carreira acadêmica, por meio das disciplinas e conselhos.

Aos amigos, em especial a Alanberg Montini Neves da Silva, Evandro Farias Alves e Luciana da Silva Araújo que em algum momento de minha vida deram-me forças e incentivos para nunca deixar de sonhar e buscar meus objetivos.

Aos membros da Banca Examinadora, professores Joelson Pimentel de Almeida e Jamille Vilas Bôas de Souza, pela dedicação na leitura e pelas importantes considerações que fizeram neste trabalho.

Aos docentes e discentes participantes da pesquisa, por terem contribuído com ela.

A professora Analice dos Santos Lima por ter contribuído com a leitura do texto realizando observações pertinentes.

Aos colegas de classe pelos momentos de amizade e apoio, em especial Elídio Raimundo da Silva Júnior, Genilson Viana da Silva e Vilalba Andréa Vieira Lucena.

Às irmãs Maria Aparecida Tomaz e Anna Fábria Rodrigues Tomaz. Fornecendo apoio cada uma a seu modo para que na reta final da dissertação tudo ocorresse da melhor maneira possível.

*Não tenha medo de cometer erros. Tenha medo
de não aprender com eles.*

Peter Jones

RESUMO

O objetivo deste estudo é compreender o papel do erro no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Os participantes da pesquisa foram estudantes do primeiro ano do ensino médio e professores de matemática da rede pública de ensino. Esta pesquisa é de caráter qualitativa e os dados coletados foram as produções realizadas pelos alunos a partir de quatro situações envolvendo equações do segundo grau, além das entrevistas estruturadas com os professores participantes da pesquisa. O estudo buscou evidenciar os tipos de erros cometidos pelos alunos resolvendo equações do segundo grau. Utilizamos como suporte teórico o MADE - modelo de análise didática dos erros, proposto por Torre (2007). O modelo nos oferece a possibilidade de analisar diversos tipos de erros que podem ocorrer em três momentos do processo de resolução de uma questão, ou seja, erros do momento de entrada, organização e execução. O mesmo autor nos oferece suporte teórico para fazer o tratamento didático dos erros cometidos pelos alunos, que consistem em três fases: detecção, identificação e retificação de erros. A partir das resoluções dos alunos ficou constatado o elevado índice de erros, com isso, utilizamos o tratamento didático de erros que possibilitou melhorar o desempenho dos mesmos. Foi possível perceber que devido ao tratamento didático dos erros realizado, o cenário que antes era de diversos erros, passou a ser de uma redução significativa nos mesmos. Com os professores participantes da pesquisa, procuramos compreender suas percepções acerca do erro do aluno no processo de ensino e aprendizagem. Eles compreendem que o erro é importante, porém constatamos que lhes faltam conhecimentos teóricos de como seria a melhor forma de tratar o erro do aluno em sala de aula, todavia mostram-se inquietos quando o erro é evidenciado desenvolvendo alguma estratégia que julgam ser a correta. Além do mais alguns professores percebem o erro de seus alunos, podemos evidenciar nos depoimentos dados pelos professores características que situam o erro do ponto de vista positivo e quanto negativo.

Palavras-Chave: Erro do aluno. Análise de erros. Ensino e aprendizagem. Percepção.

ABSTRACT

The aim of this study is to understand the role of error in the teaching and learning process of mathematics. The research participants were first-year high school students and public school math teachers. This research is qualitative and the data collected were the productions made by students from four situations involving high school equations, in addition to structured interviews with teachers participating in the research. The study sought to highlight the types of errors made by students solving high school equations. We used as theoretical support the MADE - model of didactic analysis of errors, proposed by Torre (2007). The model offers us the possibility to analyze several types of errors that can occur at three moments in the process of resolving an issue, that is, errors at the time of entry, organization, and execution. The same author offers us theoretical support to do the didactic treatment of errors made by students, which consist of three phases: detection, identification, and correction of errors. Based on the students' resolutions, a high rate of errors was found, with this, we used the didactic treatment of errors that made it possible to improve their performance. It was possible to realize that due to the didactic treatment of the errors carried out, the scenario that used to be of several errors, became a significant reduction in them. With the teachers participating in the research, we seek to understand their perceptions about the student's error in the teaching and learning process. They understand that the error is important, but we note that they lack theoretical knowledge of what would be the best way to deal with the student's mistakes in the classroom, but they are uneasy when the error is evidenced by developing some strategy that they believe to be the correct one. In addition, some teachers perceive the error of their students, we can evidence in the testimonies given by the teachers characteristics that situate the error from a positive and a negative point of view.

Keywords: Student error. Error analysis. Teaching and learning. Perception.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Capítulo 1

Figura 1	Modelo de análise didática dos erros-MADE.....	25
----------	--	----

Capítulo 3

Figura 1	Resolução da equação incompleta, realizada por A2. É apresentado apenas uma raiz.....	39
----------	---	----

Figura 2	Resolução da equação incompleta por A12, esquecendo de colocar o expoente 2.....	40
----------	--	----

Figura 3	Resolução feita por A18, esquece de colocar o sinal de menos.....	40
----------	---	----

Figura 4	Há uma troca dos valores dos coeficientes da equação. O A16 comete o erro do momento de entrada.....	41
----------	--	----

Figura 5	Erro de troca de valores do coeficiente, cometido por A13.....	41
----------	--	----

Figura 6	A11 apresenta uma desigualdade seguindo um caminho que foge do objetivo da meta fixada.....	41
----------	---	----

Figura 7	O A11 apresenta uma má organização dos dados, evidenciando obstáculos na resolução.....	42
----------	---	----

Figura 8	O A18 comete um erro de execução, ao errar a operação de multiplicação, de radiciação.....	42
----------	--	----

Figura 9	O A17 comete uma falha ao operar com números inteiros, ou seja, erro operacional. Característico do erro de execução.....	43
----------	---	----

Figura 10	Resolução do A16, comete um erro de compreensão, característico do erro de entrada.....	44
-----------	---	----

Figura 11	Resolução da A2, comete um erro de operação, característica do erro de execução.....	44
-----------	--	----

Figura 12	Resolução do A1, demonstrando uma confusão entre as fórmulas.....	45
-----------	---	----

Gráfico 1	Desempenho dos alunos na atividade matemática.....	45
-----------	--	----

Capítulo 4

Quadro 1	Desempenho dos alunos na primeira atividade.....	57
----------	--	----

Figura 1	Detecção dos erros para a situação 1, segundo A1.....	58
----------	---	----

Figura 2	A segunda oportunidade proporcionada a A1.....	59
----------	--	----

Figura 3	Detecção de erros para a situação 2, segundo A2.....	60
----------	--	----

Figura 4	Segunda oportunidade proporcionada a A2.....	61
----------	--	----

Figura 5	Detecção de erros para a situação 3, segundo A3.....	62
----------	--	----

Figura 6	A segunda oportunidade proporcionada por A3.....	63
Figura 7	Detecção de erros para a situação 4, segundo A4.....	64
Figura 8	Segunda oportunidade proporcionada a A4.....	65
Quadro 2	Desempenho dos alunos na terceira etapa da pesquisa.....	65

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO DA PESQUISA	12
1.1 Introdução	12
1.2 Os caminhos da pesquisa.....	12
1.3 Relevância da pesquisa.....	12
1.4 Estrutura da dissertação.....	13
1.5 Objetivos da pesquisa.....	15
1.5.1 <i>Objetivo geral</i>	15
1.5.2 <i>Objetivos específicos</i>	15
1.6 Metodologia.....	15
1.7 A pesquisa qualitativa.....	16
1.8 Participantes da pesquisa.....	17
1.8.1 <i>Os discentes</i>	17
1.8.2 <i>Os docentes</i>	17
1.9 A coleta dos dados.....	17
1.10 Para analisar os dados.....	18
1.10.1 <i>Modelo de Análise didática dos erros – MADE</i>	19
2. O ERRO NA FORMAÇÃO E AVALIAÇÃO.....	26
2.1 O erro do aluno sob ótica da formação.....	26
2.2 O aluno em momentos de avaliação.....	27
3. A ANÁLISE DIDÁTICA DOS ERROS COMO VERIFICADOR DAS DIFICULDADES DE ALUNOS RESOLVENDO EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU.....	30
3.1 Introdução.....	30
3.2 O erro numa perspectiva construtiva.....	33
3.3 Os três momentos que o erro é evidenciado.....	37
3.4 Metodologia.....	38
3.5 Análise dos dados.....	39
3.6 Considerações Finais.....	46
3.7 Referências.....	48

4. A UTILIZAÇÃO DO TRATAMENTO DIDÁTICO DOS ERROS BUSCANDO MELHORAR O DESEMPENHO DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU.....	50
4.1 Introdução.....	50
4.2 A inserção da análise dos erros na prática docente.....	52
4.3 Metodologia.....	55
4.4 Em busca da compreensão do erro do aluno.....	57
4.5 Algumas considerações.....	66
4.6 Referências.....	67
5. COMO O PROFESSOR DE MATEMÁTICA PERCEBE O ERRO DO ALUNO RESOLVENDO ATIVIDADES MATEMÁTICAS.....	69
5.1 Introdução.....	69
5.2 Por que analisar erros?.....	70
5.3 Aspectos metodológicos	72
5.4 Análise dos dados.....	73
5.5 Considerações Finais.....	79
5.6 Referências.....	79
6. RETOMANDO A PESQUISA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES.....	82
6.1 reencontro com os objetivos da pesquisa.....	82
6.2 Compreendendo os resultados.....	84
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	88
REFERÊNCIAS	91
APÊNDICES.....	96

1. APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

1.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos como surgiu o caminho da pesquisa, cujo objetivo é compreender o papel do erro no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Mostramos a relevância de pesquisar os erros dos alunos e enfatizamos quais os objetivos específicos, bem como a metodologia utilizada para cumprir os anseios da pesquisa e a estrutura da dissertação.

1.2 Os caminhos da pesquisa

Desde cedo, ainda durante o ensino básico percebia que alguns docentes não se detinham em explicar e dialogar de modo que pudéssemos refletir sobre os motivos e principais dificuldades acerca dos erros cometidos pelos alunos. O erro era tratado como algo a ser excluído, de modo que nos sentíamos intimidados em expor nossas falhas, existia vergonha e receio, o que implicava em não tomar algumas atitudes, como fazer perguntas sobre o erro ocorrido, de maneira que pudéssemos suprimir nossas dúvidas.

Essa experiência enquanto aluno do ensino médio, foi o que contribuiu para a escolha da temática da pesquisa. Com isso, tive a oportunidade de retornar à escola a qual estudei, agora como professor pesquisador com o intuito de tentar contribuir com os alunos e professores daquela instituição.

Estes fatos, sempre estiveram comigo durante a formação acadêmica. Não queria seguir a tendência tradicional de ensino, ter uma visão diferente sobre o erro já era parte integrante da minha forma de pensar. Foi por isso que busquei ingressar num mestrado que pudesse contribuir com meus anseios acadêmicos e profissionais, sempre com uma visão de ajudar no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Foi no mestrado que pude aprofundar sobre os conhecimentos teóricos e começar a compreender caminhos metodológicos que poderiam ser adotados em sala de aula. Após diversas leituras realizamos um percurso que consideramos ser compatível com nossa maneira de pensar e agir sobre o erro do aluno.

1.3 Relevância da pesquisa

O erro vem sendo debatido há alguns anos, principalmente na área da educação matemática. Diversas pesquisas foram realizadas, a fim de estudar os comportamentos

dificuldades, obstáculos, percepções, principais erros dos alunos em diversos conteúdos (CURY, 2008; PASINOTTO, 2008; RAMOS, 2015; ROSSO E BERTI, 2010; SILVA, 2018). Mas, queria buscar a investigação sobre os erros acerca da minha realidade, de modo que esta pesquisa pudesse contribuir com os docentes e discentes.

É importante que os docentes compreendam que o erro faz parte do processo de ensino e aprendizagem, e por isso o professor pode fazer com que os alunos entendam que o erro é algo natural que acontece. É de incumbência docente levar o aluno a discutir, refletir sobre suas próprias produções e também evidenciar a priori quais os erros mais cometidos.

Porém, cabe ressaltar que na formação inicial, o debate acerca do erro do aluno é insuficiente, carece de componentes curriculares com este tema em específico, para possibilitar que a prática do professor de matemática acerca do erro do aluno seja mais eficiente. Se o professor não busca e nem leva o aluno a buscar os motivos que geraram o erro, o discente será o mais prejudicado levando consigo diversos obstáculos ao longo da carreira acadêmica (GUSMÃO, 2000; SPINILLO, 2014; MOREIRA, 2012).

Tendo a nota como o principal objetivo em uma atividade matemática, o discente sem as devidas orientações entra num embate psicológico entre o aprender e o resultado. Então, de algum modo a pesquisa mostra que quando o erro é bem trabalhado com uma análise didática dos erros e com a utilização de estratégias de ensino, o aluno pode melhorar seu desempenho.

Portanto, consideramos esta pesquisa relevante, tanto do ponto de vista docente, quanto discente. O professor de matemática ao assumir sua inquietude sobre o erro do aluno muitas das vezes toma atitudes sem saber se é o adequado, ou seja, sem suporte teórico que o oriente, que ajude a pensar como deve proceder. O que torna sua tarefa mais difícil e esta pesquisa mostra-se relevante a ponto de acrescentar e agregar valores para professores e futuros professores.

1.4 Estrutura da dissertação

Esta dissertação se enquadra em um formato adotado por diversos programas de pós-graduação pelo mundo, conhecido como *multipaper*. Esta se diferencia da dissertação convencional, que procura responder à questão central da pesquisa em um texto corrido e uniforme, sem fragmentações. Já o *multipaper*, tem como característica a inserção de vários artigos no trabalho final. Para Frank (2013),

A principal característica da tese em formato de artigos é que cada artigo tem suas próprias características de individualidade. Isto significa que cada artigo terá seu próprio objetivo, revisão da literatura, método de pesquisa, resultados, discussões e

conclusões, de maneira que ele possa ser submetido e aprovado em um periódico acadêmico independentemente dos demais artigos, ou baseado nos resultados parciais obtidos no artigo anterior (FRANK, p.1, 2013).

Uma das vantagens desse método é que à medida que os artigos ficam prontos podemos submetê-los a periódicos, já na dissertação convencional só podemos fazer os artigos depois de concluída, o que acaba implicando em um pouco mais de trabalho para escrever diversos artigos oriundos da pesquisa.

Diversas instituições de ensino no país e no mundo utilizem-se deste modelo de dissertação em seus programas de pós-graduação. Barbosa (2018, p. 16) cita alguns exemplos: “Programa de Pós-Graduação em Educação pra Ciência da Universidades Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL)”, entre outras. Pesquisadores como Morais (2019), Santana (2017), Cordeiro (2019), fizeram seus trabalhos neste formato *multipaper*.

Seguimos a mesma proposta adotada por esses autores e programas. Esta dissertação está estruturada com seis capítulos. No primeiro capítulo, abordamos a parte introdutória do trabalho com o propósito de situar o leitor com a pesquisa. Delineamos os caminhos percorridos neste estudo, a relevância, bem como objetivos, metodologia e a estrutura da dissertação. No segundo capítulo, discorremos sobre a literatura com a finalidade de mais embasamento teórico acerca de questões pertinentes para o tema.

No terceiro capítulo (artigo I), intitulado “A análise didática dos erros como verificador das dificuldades de alunos resolvendo equação do segundo grau”, tem como objetivo identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos resolvendo equações do 2º grau, ao coletarmos os dados fizemos uma varredura de todas as atividades realizadas. Em seguida, realizamos a análise didática dos erros, separando e categorizando tais erros, seguindo as orientações propostas por Torre (2007).

O quarto capítulo (artigo II), intitulado “A utilização do tratamento didático dos erros buscando melhorar o desempenho dos alunos na resolução de equações do 2º grau”, tem por objetivo analisar como o erro do aluno pode ser trabalhado a partir da utilização estratégias de ensino, assim verificar se é possível melhorar o desempenho dos alunos ao resolver equações do 2º grau. Decidimos fazer um tratamento didático dos erros também proposto por Torre (2007).

No quinto capítulo (artigo III), intitulado “Como o professor de matemática percebe o erro do aluno resolvendo atividades matemáticas” cujo objetivo é analisar de qual maneira o professor percebe o erro do aluno quando está resolvendo atividades de matemática. Buscamos compreender qual a concepção de professores de matemática acerca do erro do aluno, não foi criando nenhuma categoria com os dados, porém discutimos utilizando alguns autores de modo que pudéssemos alcançar os objetivos da pesquisa para o artigo.

Por último, no sexto capítulo, realizamos uma retomada dos objetivos da pesquisa, bem como, buscamos construir uma sistematização dos resultados e apresentamos as considerações finais.

1.5 Objetivos da pesquisa

Considerando o formato adotado nesta dissertação, composta de artigos científicos apresentados nos capítulos 3, 4 e 5, apresentamos os objetivos de cada capítulo definidos nos objetivos específicos, assim como o objetivo geral, conforme explicitado abaixo:

1.5.1 Objetivo geral

- ✓ Compreender o papel do erro no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

1.5.2 Objetivos específicos

- ✓ Identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos resolvendo equações do 2º grau.
- ✓ Analisar como o erro do aluno pode ser trabalhado a partir da utilização de estratégias no ensino de equações do 2º grau.
- ✓ Analisar de qual maneira o professor percebe o erro aluno quando está resolvendo atividades de matemática.

1.6 Metodologia

A seguir, discorreremos para compreendermos o conceito de metodologia, assim como entender o que é uma pesquisa científica, para depois abordarmos os métodos empregados neste estudo.

Segundo Oliveira (2011, p. 8), “metodologia refere-se ao estudo sistemático e lógicos dos métodos empregados nas ciências, seus fundamentos, sua validade e sua relação com as

teorias científicas”. Para o autor, os procedimentos metodológicos variam de uma área da ciência para outra, ao relatar seus resultados os cientistas devem contar quais caminhos percorreram para chegar.

Sanchez Gamboa (2013, p. 130) traz que, “a história das práticas científicas foi dando a determinadas sequências de atos seu caráter científico e contribuindo para consolidar a reflexão sobre os métodos (metodologia)”. Já Costa (2011 p. 14) afirma que “o método científico é o procedimento ou conjuntos de procedimentos utilizados para gerar conhecimentos. O estudo desse método, em todas as suas dimensões, é o que denominamos de metodologia”.

Portanto, para se fazer pesquisa deve-se ter um objetivo, que neste estudo é compreender o papel do erro no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Portanto, o método nos fornece os caminhos a serem trilhados a fim de obter os conhecimentos necessários para comprovar e verificar se os objetivos foram ou não alcançados. Para Sampieri *et al* (2013, p. 30), “a pesquisa é um conjunto de processos sistemáticos, críticos e empíricos aplicado no estudo de um fenômeno”. Assim, a pesquisa busca solucionar o problema obedecendo um conjunto de processos sistêmicos, de modo a utilizarmos procedimentos necessários para buscar responder o que foi perguntado.

Descreveremos a seguir as etapas seguidas que resultaram no alcance dos objetivos da pesquisa.

1.7 A pesquisa qualitativa

A presente pesquisa aborda sobre a temática do erro do aluno, expresso em três objetivos, cada um elencado para cada artigo do estudo, porém, eles estão imbricados de modo que o erro do aluno é a principal temática estudada. Na pesquisa utilizamos o método qualitativo, pois nos possibilita compreender essa temática por diversos aspectos, tanto relacionados aos processos de resolução da atividade do aluno, quanto nas percepções do professor acerca da mesma temática.

Segundo Denzin e Lincoln (2006), a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem interpretativa do mundo, buscando soluções para as questões que realçam o modo como a experiência social é criada, adquirindo significados.

Por estas razões que consideramos a abordagem qualitativa a mais adequada para esta pesquisa, para que assim pudéssemos identificar nas produções dos alunos, aspectos relevantes acerca do erro cometido bem como nos possibilitasse interpretar as falas dos sujeitos da

pesquisa à luz de nossas percepções, sempre embasado nos suportes teóricos. De acordo com Pereira *et al* (2018), “os métodos qualitativos são aqueles nos quais é importante a interpretação por parte do pesquisador com suas opiniões sobre o fenômeno em estudo. Neles a coleta de dados muitas vezes ocorre por meio de entrevistas com questões abertas”.

1.8 Participantes da pesquisa

1.8.1 Os discentes

Os participantes da pesquisa foram alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública, escola essa que cursei o ensino médio, portanto, é uma forma de agradecimento e retribuição que tenho com a mesma. A escolha dessa turma se deu pelos seguintes motivos: 1) o conteúdo que estamos abordando, equação do segundo grau, nesta pesquisa é visto no 9º ano do ensino fundamental, porém no período que fomos realizar a pesquisa os alunos ainda não tinham entrado em contato com o conteúdo; 2) achamos pertinente considerar o fato de verificar se após um período de tempo, no caso no ano seguinte, os alunos haviam adquirido esse conhecimento, e se apresentavam erros que evidenciassem possíveis dificuldades ou obstáculos.

1.8.2 Os docentes

Os participantes docentes da pesquisa são cinco professores de matemática de escolas públicas. Todos eles lecionam nos anos finais do ensino fundamental, sendo dois do sexo feminino e três do masculino.

Os cinco professores tiveram formação inicial em universidades públicas. Em relação à formação continuada apenas um tem o título de mestrado, três mestrandos e um apenas com a graduação. Todos já atuam há mais de três anos em suas respectivas escolas que lecionam, o que não se caracteriza mais como início de carreira segundo Huberman (1995).

1.9 A coleta dos dados

Para o primeiro artigo, coletamos os dados através de uma atividade contendo um conjunto de perguntas envolvendo o conteúdo de equação do segundo grau. As perguntas incluem quatro situações, duas envolvendo equações incompletas e duas completas.

Aplicamos a atividade de forma que todos pudessem ter o mesmo período de tempo (50 min), sem beneficiar ou prejudicar nenhum participante. Colocamos as atividades em cima da banca de cada aluno (viradas), de modo que iniciassem a resolução todos no mesmo momento. Não foi realizado nenhuma explanação acerca do conteúdo, eles realizaram a atividade apenas com os conhecimentos prévios. Durante o processo de resolução da atividade, nenhuma dúvida foi retirada, a não ser em relação a escrita das questões.

No segundo artigo, procuramos compreender os erros cometidos e fazer com que o aluno refletisse sobre eles. Para isso, entregamos a atividade aos participantes e fizemos um tratamento didático dos erros proposto em Torre (2007), para coletar os dados deste tratamento pedimos para cada situação que eles relatassem os motivos de seus erros e dificuldades apresentadas em cada situação.

Ainda neste artigo, fazendo parte do tratamento didático dos erros aplicamos uma segunda atividade, para verificarmos se houve mudanças em relação a primeira. Esta nova atividade também continha quatro situações obedecendo as mesmas características anteriores.

No terceiro artigo, escolhemos para a coleta de dados entrevistas estruturadas, pois permite uma maior interação entre o entrevistador e o entrevistado. Aplicamos cinco perguntas pré-estabelecidas para todos os cinco participantes.

As entrevistas foram realizadas individualmente e obedecendo a mesma sequência para todos. Foram gravadas e transcritas posteriormente de modo que facilitasse sua análise. Todas as perguntas eram em relação aos erros dos alunos buscando responder os anseios da pesquisa.

1.10 Para analisar os dados

Para responder nossos objetivos, utilizamos os dados obtidos das atividades propostas para os alunos, bem como suas explicações acerca dos seus erros e as entrevistas dos professores, que posteriormente foram cuidadosamente transcritas.

Durante o processo de análise dos dados nos capítulos três e quatro, utilizamos a obra de Torre (2007) intitulada “Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança”.

Em sua obra se encontra o modelo de análise didática dos erros – MADE, que contém segundo o autor as principais dimensões e categorias do erro, que auxilia o professor tanto como um guia para uma investigação quanto para sua análise e seu tratamento didático. O erro do aluno pode acontecer em qualquer momento a partir de seu contato com a atividade. Torre se

propôs a mensurar tais erros em três momentos durante esse processo de resolução, tais momentos são: os erros de entrada, de organização e execução.

A identificação de todos os tipos de erros parece ineficaz se não for de forma prática trabalhada com os discentes, sendo assim Torre (2007) apresenta as fases do tratamento didático dos erros, estas compostas por detecção dos erros, identificação e retificação dos erros.

Para cada uma destas fases, existem estratégias que auxiliam o professor a fazer com que o desempenho assim como os conhecimentos dos alunos seja melhorado. É na detecção dos erros que os alunos devem tomar consciência de que errou e pode ser feito pelo aluno sozinho ou com auxílio do professor ou com seus colegas de classe, para a partir disso seguir para a próxima fase, a de identificação dos erros. Nesta fase, não basta ter localizado o erro e sim tem-se que identificar, descrever o tipo de erro e sua causa, sempre é bom fazer com que os alunos se expressem sobre seus erros seja por meio oral ou escrita. Por último, a fase de retificação que depois das anteriores é hora da correção e eliminação, Torre (2007).

1.10.1 Modelo de Análise didática dos erros – MADE

Parece bastante útil fazer uso do MADE para verificar as tipologias dos erros cometidos pelos alunos ao resolver uma determinada atividade, saber em que momento o aluno errou facilita o trabalho do professor, pois ele pode levantar hipóteses das possíveis dificuldades que o aluno possa ter, para que possa iniciar o tratamento didático dos erros. Assim, descreveremos com mais detalhes os três momentos que o erro pode acontecer: erros de entrada, organização e execução, segundo Torre (2007).

Erros de Entrada I – Uma grande quantidade dos erros que os estudantes cometem se dá neste momento. Ao perceber as informações que eles têm e um dado problema para resolver é possível um desequilíbrio entre os dois fatores, podendo gerar um problema de insuficiência ou inadequação da informação em algum dos três planos citados por Torre (2007, p. 110), “intenção, percepção, compreensão”.

Quando se trata de erros do **plano das intenções**, podemos destacar os seguintes: **a) indefinição de metas; b) incompreensão ou confusão do objetivo e c) conflito de objetivos ou desvio da meta fixada.**

Quando falamos de **a) indefinição de metas** para Torre (2007), já é um primeiro motivo de equívoco, fato que pode gerar dúvidas no que o aluno deveria fazer, não sabendo o que realmente a questão tem como objetivo, ou seja, o que de fato o professor quer que seja feito,

apresentando uma ambiguidade ou até mesmo confusão de metas. Vejamos o que afirma Torre (2007),

Para comprovar o efeito da falta de clareza nas metas basta que entreguemos a nossos alunos uma folha em branco sem outra instrução que: “escrevam”. Mais ainda se dissermos: “façam o que quiserem”. Veremos como surgem de imediato mil perguntas que tentem esclarecer as intenções. (TORRE, 2007. p. 110).

Muitas das vezes entregamos uma atividade aos alunos e logo vem inúmeras inquietações e indagações dos alunos acerca da mesma, como por exemplo, quais procedimentos necessários para sua resolução, se vai ser uma atividade avaliativa, o que se pretende com determinada atividade. Assim, os alunos sentem a necessidade de todas essas instruções partindo do professor, por isso a clareza das intenções é fundamental para uma boa compreensão do que se pede.

Portanto, isso pode acarretar outro tipo de erro que é **b) incompreensão ou confusão do objetivo**. Quantas vezes tomamos os erros dos alunos ou exercício mal resolvidos como sendo por incapacidade deles, porém nem sempre o motivo é esse, acontece que à falta de compreensão no que é pedido em uma questão também ocorre.

Isso se faz presente quando colocamos um problema matemático para uma criança acostumada a resolver questões diretas sem a necessidade de muito raciocínio, para ela é uma mudança brusca em sua forma de pensar, pois o que antes era algo direto, agora ela tem que saber qual é a pergunta de fato que tem que responder, em que consiste tal problema matemático. Segundo Torre (2007), quando o aluno se dirige ao professor em termos como: “É que eu pensava que...”, salta à vista a existência de alguma confusão em relação ao que se pedia”. Portanto, é preciso além de experiência com os tipos de questões ou problemas a serem resolvidos uma certa maturidade cognitiva do aluno que favoreça uma melhor captação dos significados existentes, havendo a compreensão das metas e objetivos a serem alcançados.

Ainda sobre os erros do momento de **entrada**, mais especificamente sobre os erros de **intenção** temos a terceira causa **c) o conflito de objetivos ou o desvio da meta fixada**. Esses erros têm como característica o aluno ignorar os objetivos que o professor definiu, sendo que o aluno resolve seguir seu próprio caminho o que não é errado, porém, o objetivo tende a ser outro, tendo o erro como o resultado mais provável. Para Torre (2007), “ocorre em todos os níveis educativos”. Nas crianças quando o professor leva algo lúdico com o objetivo de trabalhar conceitos matemáticos, porém alguma tende a brincar com o objeto, com adultos quando é colocado um documentário para prestarem atenção e durante a exibição deixam de se interessar pelo tema não dando relevância ao objetivo inicial, proposto pelo professor.

Quando se trata de erros do **plano das percepções**, Torre (2007) categoriza este tipo de erro em: **a) omissão de informação suficiente; b) da relação de redundância e omissão e c) erros de distorção.**

Os erros devido **a omissão de informação suficiente** podem ocorrer muitas das vezes pelo professor supor que seus alunos possuem todos os conhecimentos ou até mesmo habilidades para realizar uma determinada tarefa ou problema, com isto, esse tipo de erro pode aparecer com uma certa frequência. Porém, Torre (2007, p. 112) ressalta que “a falta de informação básica pode se dever a três causas: sobrecarga de informação, distração, insuficiente percepção ou análise”.

Nem sempre os alunos tem a capacidade de filtrar as informações relevantes para conseguir responder uma atividade, a primeira causa a sobrecarga de informação pode provocar a não capacidade de sintetizar e recodificar muitas informações, um exemplo interessante que Torre (2007) relata é que nas provas com consulta ao material, os alunos nem sempre obtém as melhores qualificações, pois a quantidade de informações apresentada nem sempre está em sintonia com a capacidade da pessoa em abstrair o necessário.

A segunda causa a distração acontece geralmente quando os alunos não estão atentos as explicações fornecidas pelo professor, durante a aula ou nas explicações utilizando o livro para que possam resolver a tarefa mais tarde. A terceira e última causa dos erros de **omissão de informação suficiente** é a insuficiente percepção e análise da tarefa ou problema, segundo Torre (2007, p. 113) “este ponto tem muito que ver com o estilo cognitivo, já que os sujeitos de estilo globalizador atenderam aos traços gerais, passando por altos certos detalhes, enquanto que os sujeitos de estilo analítico tendem a ser mais observadores dos detalhes”. Assim, muitos alunos acabam errando sabendo das informações necessárias, porém, não perceberam ou analisaram atentamente o que se pedia na questão.

A segunda categoria dos erros nos planos das percepções é a relação de **redundância e omissão**. O que sabemos é que o conhecimento não se adquire da mesma maneira pelos sujeitos, uma vez que para alguns ser redundante ajuda para outros pode atrapalhar, é necessário manter um certo desequilíbrio ótimo entre as informações assimiladas e as novas, quando repetimos demais pode gerar a ineficácia e quando fornecemos uma excessiva informação nova dificulta a assimilação. A terceira categoria, erros de **distorção**, geralmente é evidenciada quando a informação não é dominada pelo aluno, sendo pouco clara, ocasionando ambiguidade em sua interpretação causando imprecisão em suas respostas, Torre (2007).

Para completar os erros de **entrada** temos ainda os erros de **compreensão**, nesta categoria podem ocorrer erros de natureza **lexical, conceitual e lógica**. Para Torre 92007, p. 115) “a falta de compreensão na linguagem não se circunscreve somente à área de linguagem, nós a encontramos em qualquer outra disciplina, incluindo a matemática”. O aluno ao ler um enunciado de uma determinada questão ou problema matemático pode não saber o significado de um termo, ocasionado um obstáculo na compreensão do que se pede na atividade, podendo até errar a sua resposta. De acordo com Torre (2007), às vezes se torna algo extremamente complicado discernir entre os erros conceituais e os lógicos, mesmo sabendo que o conceitual está ligado a significados convencionais e os lógicos fruto do funcionamento mental do sujeito.

Erros de organização II – Compreendendo que na aprendizagem do sujeito deve se levar em consideração diversos fatores como sua atitude, suas habilidades, sua forma de compreender os conceitos, se de alguma forma houver um como as vezes não sabendo interpretar os dados de uma questão, o que pode gerar diversos erros inclusive de **entrada**.

Porém, existem outros momentos que o aluno pode vir a cometer erros um deles é de **organização** que para Torre (2007, p. 118), “os erros de organização ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação de que se dispõe para dar a que lhe é pedida”. Esses erros são categorizados em outros três como: 1) **erros de análise e síntese**; 2) **erros de ordenação** e 3) **erros de conexão e interferências**.

Para o primeiro tipo de erro que se encontra no momento de organização temos os erros de **análise e síntese**, Torre (2007, p.118), afirma que “enquanto os processos de retenção e evocação são relativamente simples, a síntese é extremamente complexa, por que implica em julgamento avaliativo de diferenciação e escolha”. Já o segundo tipo de erro o de **ordenação**, para Torre (2007), o aluno não consegue conectar as informações que possui, de uma forma correta, fazendo um outro percurso, mudando totalmente a meta que se pretendia alcançar. E por último temos os erros de **conexão e interferências**, neste caso Torre (2007, p. 120) relata que “embora seja certo que os conhecimentos adquiridos e as experiências passadas são uma fonte inesgotável de novas aprendizagens, em algumas ocasiões podem criar oportunidades para erros”. Muitas vezes os alunos acostumam-se com o processo de resolução de um determinado conteúdo e quando é introduzido um novo com outros conceitos acontece de aplicar as informações que já utilizava antes, cometendo um erro. Torre (2007, p. 120) “nem sempre é fácil passar de um plano a outro sem transferir os conceitos para a prática, elevar a prática a conceito teórico ou passar de uma estrutura a outras”.

Erros de Execução III - Esse tipo de erro não vem tanto da falta de percepção ou compreensão como os vimos nos erros de entrada ou até mesmo organização, mas vem de como o desenvolvimento ou a maneira que é colocado em prática o processo de uma resposta. Tornando uma marca registrada para este tipo de erro, o equívoco. O que podemos ressaltar que esse tipo de erro tem muito a ver com o estilo de cada pessoa, depende das estratégias que seguem, se o sujeito se arrisca em novos caminhos ou não, procedimentos não-familiares, Torre (2007). Os erros de **execução**, assim como os de **entrada e organização** tem suas categorizações, deixando-as os erros desse momento mais detalhada havendo uma distinção em três tipos de erros: os erros **mecânico**, erros **operacionais** e de **distração** e erros **lógicos**.

Os erros **mecânicos**, acontecem geralmente em momentos de pressão onde exigem o máximo de concentração, ou seja, momentos que os alunos acabam se estressando, havendo precipitação ou até mesmo urgência em resolver a atividade proposta pelo professor. A fadiga ou cansaço pode ocasionar esse tipo de erro, acontece muito quando o aluno é exigido a responder umas grandes quantidades de questões em pouco tempo. Segundo Torre (2007, p 124), “costuma-se tratar de pequenos detalhes como omissão de letras, alteração ou substituição de um sinal por outro ou de uma palavra por outra”.

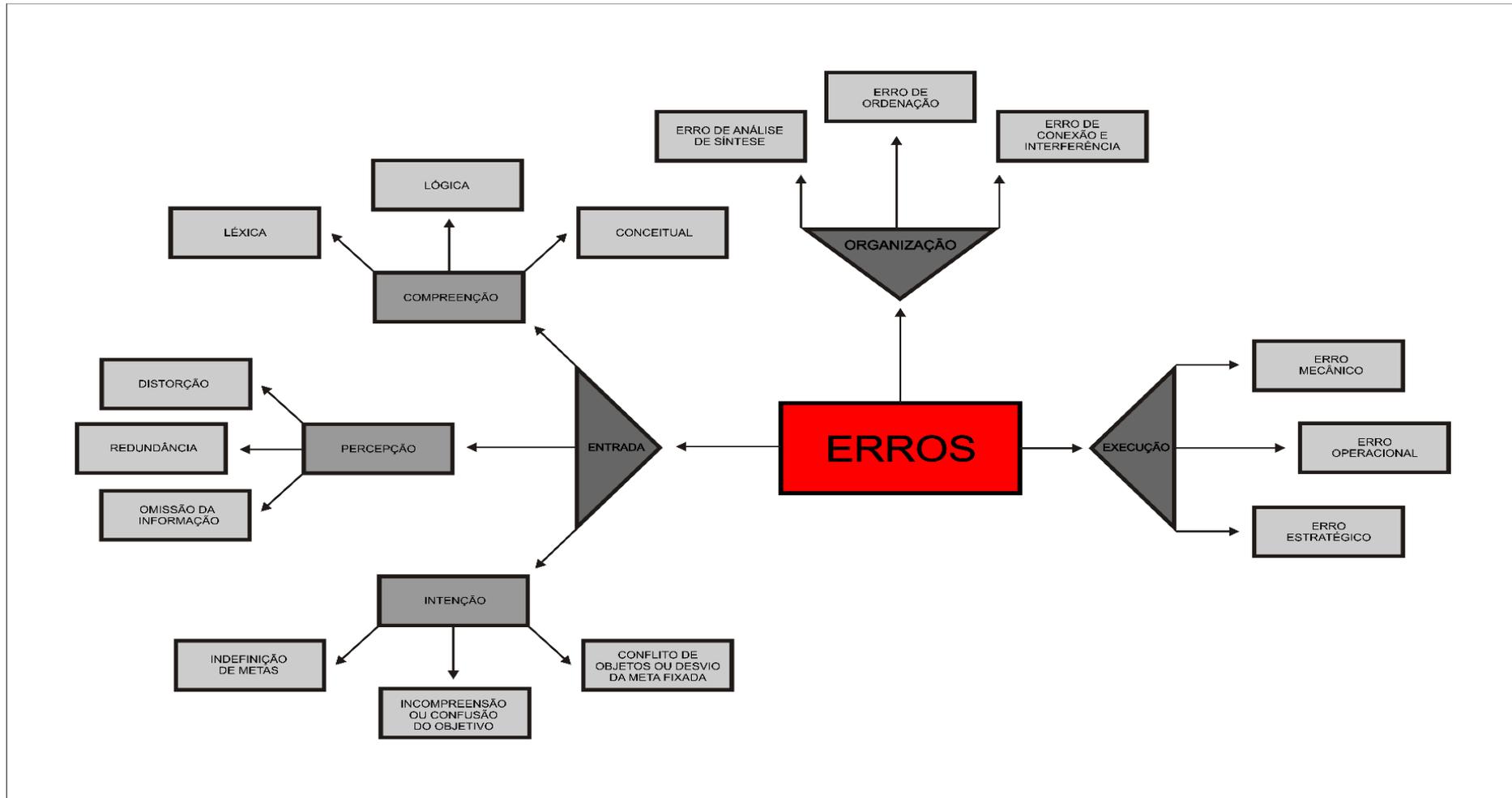
Os erros **operacionais** e de **distração**, esses tipos de erro ocorrem ao realizar um procedimento e esquecemos ou omitimos um elemento importante do processo de resolução. Muitas vezes o aluno dá uma “pane”, ou seja, o cérebro bloqueia o que ele queria lembrar, se esforçam, mas não obtém êxito em suas lembranças, com isso omite alguma etapa, passo, letras ou sinais gerando um erro. Uma causa que devemos salientar é o nervosismo, é uma causa bastante frequente em momentos de avaliação. De acordo com Torre (2009, p. 125), “temos exemplos de erros operacionais quando confundimos os sinais matemáticos, somando quando deveríamos multiplicar ou ao contrário. As distrações levam a confundir também a ordem de operações ou de passos de um processo”.

O terceiro tipo de erro deste momento é o erro **estratégico**, acontece quando o aluno escolhe por um equívoco o caminho menos adequado para chegar ao êxito ao tentar resolver um problema, ocasionando devido sua estratégia o erro. Erros estratégicos ocorrem em diversas situações de nossas vidas, tanto em situações escolares como no nosso dia a dia ao tomamos certas decisões. Para Torre (2007),

“o professor que atrai sobre si a raiva de uma mãe por ter castigado seu filho comete um erro de estratégia; um aluno que se estende em uma prova quando o professor pede esquemas ou sínteses comete um erro estratégico; também comete um erro estratégico que não segue o processo completo de simplificação de uma equação quando o professor o pedia, ou utiliza um procedimento inapropriado na solução de um problema. Erros estratégicos são erros de procedimento” (TORRE, 2007. p. 125).

Relatamos um pouco dos principais erros que o MADE apresenta, diversas ideias de como esses erros ocorrem, suas causas e alguns exemplos característicos de cada momento **entrada, organização e execução**. Sabendo que cada momento contém erros específicos que são categorizados com nomes apropriados, para facilitar uma visão geral desses erros idealizamos um esquema (figura 1), feito a partir de Torre (2007).

Figura 1: Modelo de análise didática dos erros -
MADE



Fonte: Elaborada pelo autor de acordo com Torre
(2007)

2. O ERRO NA FORMAÇÃO E AVALIAÇÃO

2.1 O erro do aluno sob ótica da formação

O erro do aluno sem sombra de dúvidas deve ser percebido e refletido desde a formação inicial até a formação continuada, percebemos que muitas vezes esse tema passa despercebido, como se não fizesse parte do processo de ensino e aprendizagem, dificilmente vemos alguma disciplina específica para debatê-lo nas instituições de formação. Com esse pensamento, alguns autores desenvolvem pesquisas com essa temática, como Santos Júnior e Barboza (2020), Cury (2013), Spinillo *et al* (2016).

Na pesquisa de Cury (2013) a autora fez uma seleção de 902 dissertações e teses de pós graduações que de alguma forma o tema erro, obstáculo ou dificuldade é mencionado. Desse quantitativo 39 foram selecionados, pois elas condiziam com os interesses da pesquisa, cujo objetivo é o aprofundamento de análises de erros ou dificuldades de alunos ou professores na resolução de questões de matemática.

Ainda em sua pesquisa a autora, na sua análise de dados faz uma categorização do objeto de estudo de cada pesquisa e entre todas as categorias de alguma forma o erro do aluno estava envolvido, porém, apenas sete pesquisas foram realizadas com professores. Em suas considerações finais, Cury (2013) deixa claro que não encontrou estudos envolvendo o uso de erros em cursos de formação inicial ou continuada de professores de matemática.

Podemos relatar que Santos Júnior e Barboza (2020), realizaram uma pesquisa envolvendo a formação inicial de professores, sendo que o tema abordado foi o erro do aluno. O objetivo da pesquisa é analisar as concepções de futuros professores sobre os erros dos alunos resolvendo atividades de matemática. Houve a participação de 22 alunos de graduação que responderam algumas perguntas acerca do erro, todos acreditam que o erro pode ser visto com um olhar positivo no processo de ensino e aprendizagem.

Segundo os autores em suas considerações finais, afirmam que a grande maioria dos participantes compreendem que há contribuições oriundas do erro, é pertinente tanto para o aluno quanto o professor, concluindo que o professor deve mudar sua metodologia quando possível para ensinar os alunos. Metodologias estas como utilização de materiais manipuláveis e análise didática dos erros.

Além do mais, os futuros professores acreditam que o erro do aluno está relacionado com o fato deles não conseguirem enxergar a relação da matemática com seu dia a dia. Porém, ainda existem aceitação da concepção tradicional de ensino, o que influenciará na prática do

professor em relação aos erros. Isso foi demonstrado no fato de dois participantes afirmarem que não existe estratégias quando o aluno não tem interesse.

As instituições de formação sofrem alterações ao longo do tempo à medida que algumas concepções vão mudando. Moreira (2012) relata que no século XX as universidades adotavam um sistema que ele denota como sendo 3 +1 , ou seja, durante três anos o aluno estudava disciplinas na área específica e um ano na área de didática, este último ano há uma preocupação com maneira de como se deveria ensinar aos alunos. Segundo o autor o processo de ensinar era visto mais como transmitir o conteúdo, hoje em dia essa maneira de ensinar não é mais adotada.

Moreira (2012) ainda explica que a escola de hoje, é percebida como uma instância que se preocupa com as disputas que ocorrem no âmbito social, além de refletirem sobre as contradições de valores, e também entre outras coisas. Porém, com relação as universidades o que antes era apenas conhecimentos específicos e didática, hoje outras questões são abordadas como: Psicologia da aprendizagem, História da educação, Estágios Supervisionados, Práticas de Ensino e tantas outras disciplinas, porém nenhuma disciplina com o tema erro foi mencionado de forma que os alunos pudessem aprofundar sobre o tema.

2.2 O aluno em momentos de avaliação

A avaliação é um dos meios que mais verificamos os erros e dificuldades dos alunos ao estudar matemática. Este momento acaba sendo o mais estressante para diversos alunos, pois acabam ficando ansiosos e nervosos e muitas das vezes gerando erros que em momentos em sala de aula não cometeria. Além do mais as instituições de ensino estão cada vez mais recebendo diversas avaliações externas, para verificar o nível de aprendizagem dos alunos.

Até que ponto apenas um método de avaliação nos mostra a efetividade da aprendizagem pelos alunos, na pesquisa de Mondoni e Lopes (2009) frisa que os professores e alunos estão imersos em um processo avaliativo quase automático, ou seja o professor aplica sua avaliação o aluno responde e isso já é o suficiente para definir o sucesso ou não do aluno, o estudo tem por objetivo discutir e analisar como a diversidade de instrumentos de avaliação pode promover uma formação matemática significativa.

Os autores realizaram algumas avaliações formais com os participantes, tais que atividade sistematizada, atividade individual, em grupos ou até mesmo em duplas. Todas com o propósito de avaliar como seria o desempenho dos alunos diante dessas variadas formas de avaliar. É de suma importância ressaltar como foi tratado os erros dos alunos ao realizarem a atividade individual, todos foram orientados a não apagar seus erros e deveriam copiar as

correções ao lado das resoluções erradas, com isso o aluno poderia evidenciá-los e refletir sobre ele.

Em suas considerações finais Mondoni e Lopes (2009), ressalta que ao fazer a análise interpretativa sobre o as respostas dos alunos de todas as atividades o envolvimento dos alunos nas avaliações aumentou, o que lhes permitiu um maior *feedback* sobre sua aprendizagem. Os alunos passaram a ser ativos no processo de ensino e aprendizagem, passaram construir conhecimentos matemáticos, mais interação com seus colegas, através da leitura e escrita, e também quando necessário fazendo uso da tecnologia.

Buriasco *et al* (2009), em seu estudo apresentam alguns apontamentos sobre a avaliação da aprendizagem escolar em matemática como prática de investigação e afirmam que nos tempos atuais os professores ao aplicar uma prova escrita atribuem o desempenho dos alunos a um valor numérico, acaba parecendo ser o suficiente para acreditar que o objetivo foi alcançado. Constituindo uma prática ilusória e criando um mito da precisão e justiça ao creditar a nota da prova como sendo a única a validar ou invalidar o sucesso do estudante.

Para os autores ao assumir a avaliação escolar como prática de investigação, devemos considerar todos os caminhos possíveis que levam o aluno a determinado conhecimento, não sendo a prova como o único caminho e sim reconsiderar as múltiplas possibilidades existentes no ambiente escolar. Abrindo espaço para diferentes interpretações acerca de uma mesma pergunta, de modo que vários estudantes possam chegar a um mesmo resultado fazendo uso de caminhos diferenciados.

A proposta de avaliação concebida na pesquisa é a que contribui com a formação do estudante, de modo que fiquem orientados acerca do seu aprendizado e não a encarar como uma meta a ser alcançada. Pois as tarefas devem estimular os alunos a pensar, refletir, criticar, levantar hipóteses, compreender e correlacionar conteúdo.

Contudo em suas considerações Buriasco *et al* (2009), deixa claro que não se pode afirmar que um estudante não sabe de determinado conteúdo pelo fato de não ter obtido alguma informação dele na prova escrita. Além do mais, os autores frisam que a avaliação nunca é um todo acabado, mas uma das múltiplas possibilidades para explicar um fenômeno, analisar suas causas, estabelecer prováveis consequências e sugerir elementos para uma discussão posterior, acompanhada de tomada de decisões.

Morais e Moura (2009), trazem uma discussão acerca do significado da avaliação em matemática na perspectiva histórico-cultural, focalizando na teoria da atividade. Eles concebem a ideia de avaliar o ensino e aprendizagem, de modo que tenham características de orientações e direcionamento do processo de apropriação dos conhecimentos, ou seja os conhecimentos

prévios dos sujeitos são condições para que ele possa se apropriar-se daquilo que é potencial, de modo que através do ensino, o aluno terá condições de conseguir adquirir o conhecimento.

Os autores ainda ressaltam que culturalmente, as práticas avaliativas têm reforçado, por meio da aplicação de prova e testes, o que a criança já sabe, tendo o objetivo em aprovar ou reprovar. Assim o processo de ensino e aprendizagem acaba sendo analisado somente o produto e não o processo.

3. A ANÁLISE DIDÁTICA DOS ERROS COMO VERIFICADOR DAS DIFICULDADES DE ALUNOS RESOLVENDO EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

THE DIDACTIC ANALYSIS OF ERRORS AS A DETECTOR OF STUDENTS' DIFFICULTIES SOLVING THE HIGH SCHOOL EQUATION

Resumo

O objetivo deste estudo é identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos resolvendo equações do 2º grau. Foi aplicada uma atividade com 19 alunos de uma escola pública, contendo quatro situações: duas envolvendo equações incompletas e duas com equações completas. Realizamos a análise dos dados tendo por referência uma abordagem qualitativa e utilizamos O Modelo de Análise Didática dos Erros-MADE proposto por Torre (2007). Esse modelo possibilita ter uma visão sistematizada dos possíveis erros apresentados nas produções dos alunos, estabelecendo categorias que passam por todos os momentos de resolução, ou seja, momentos de entrada, organização e execução. Sendo o erro parte integrante do processo de ensino e aprendizagem e encarando-o de forma positiva, através da análise dos erros podem ser desenvolvidas estratégias para superar as dificuldades e obstáculos dos alunos. Nos três momentos de resolução observamos que os alunos participantes desta pesquisa cometeram uma quantidade de erros que pode ser considerada elevada. A maioria dos erros cometidos foram nos momentos de entrada e de execução.

Palavras-chave: erro do aluno, ensino e aprendizagem, análise didática dos erros.

Abstract

The main object of this study is to identify the types of errors made by students solving high school equations. An activity was applied with 19 students from a public school, containing four situations: two involving incomplete equations and two with complete equations. We performed data analysis based on a qualitative approach and used the Didactic Error Analysis Model (MADE in portuguese) proposed by Torre (2007). his model allows to have a systematic view of the possible errors presented in the students' productions, establishing categories that go through all moments of resolution, as, "moments of entry", organization and execution. Since error is a part of the teaching and learning process and facing it positively, through error analysis strategies can be developed to overcome students difficulties and obstacles. In the three moments of resolution we observed that the students participating in this research made a number of errors that can be considered high. Most of the mistakes made were at the beginning and execution.

Keywords: Student error; Teaching and learning; Didactic nalysis of erros.

3.1 Introdução

A educação matemática ao longo de sua trajetória vem mostrando através de pesquisas na área a possibilidade de ensiná-la de forma atraente e motivante. Para atingir tal intento, diversas metodologias de ensino vêm sendo dispostas como tentativa de amenizar a aversão que os alunos apresentam acerca da matemática. Para tanto, algumas já são bastante conhecidas, como resolução de problemas, a modelagem matemática, o uso das novas tecnologias (TIC) e outras. Dentre tantas, uma tão importante quanto as demais é a análise de erros, uma abordagem que pode trazer várias contribuições para o ensino.

A análise de erros pode ser abordada tanto como metodologia de ensino, buscando refletir sobre as dificuldades matemáticas dos discentes, quanto pode ser abordada como metodologia de pesquisa, sendo objeto de estudo de diversos pesquisadores que analisam as produções dos alunos. Cury (2018, p. 27) “considera que Hadamard foi um dos pioneiros da análise de erros”, onde a utilização da Psicologia era primordial, pois permitia a capacidade de compreensão dos processos de criação e descobertas dos matemáticos da época, o que indica uma preocupação com o pensamento nas construções dos alunos.

Compreender o pensamento de construção refuta a concepção de que o resultado seria mais importante, uma vez que muitos professores consideram que a nota é o objetivo a ser alcançado, mas e se o resultado não for obtido com êxito? Será que excluir o processo e validar apenas o produto é o ideal? Quando o docente é capaz de ter essa percepção, ele passa a ter uma atitude diferenciada, utilizando-se da Psicologia via reflexão para entender esse processo.

Refletir e indagar de modo pertinente acerca das produções dos alunos é importante. Porém, não deve ficar restrito apenas ao docente, este deve favorecer que o aluno faça parte do processo de indagação e de reflexão.

A maneira de conceber o erro, via processo de interação entre o docente e os discentes e também entre os alunos, favorecendo as discussões, logo depois das reflexões de suas produções, contribui para todo o processo de ensino e aprendizagem, pois a partir de um questionamento levantado em sala de aula sobre alguma dúvida, erro ou dificuldade apresentada, possibilita a abrangência do debate, atingindo possíveis dúvidas dos demais alunos, e assim o professor pode desenvolver alguma estratégia de ensino, afim de melhorar a partir do erro evidenciado a aprendizagem dos alunos.

Muitos autores (CURY, 2018; TORRE, 2007) consideram essa visão como positiva, pois ela possibilita o avanço do desenvolvimento intelectual do aluno, tornando visível as falhas e a busca da compreensão através das interações e análise dos erros, além de uma autoanálise da docência.

O que sabemos é que muitos professores ainda concebem que estão no centro do processo de ensino e aprendizagem. Uma concepção em que o professor é o dono do saber, em que o aluno não deve questioná-lo, possa até sentir medo de repressões, receio de perguntar. Procedimento típico do ensino tradicional, com aulas meramente expositivas, onde só o professor fala e escreve e os alunos devem concordar com o que é exposto. Nela, o erro é visto como algo negativo, algo que deve ser excluído tendo a nota como sendo o principal objetivo.

Nessa concepção diversas lacunas conceituais são deixadas pelo caminho, pois os alunos pela insegurança de se expressar, dificilmente retiram suas dúvidas. Diferentemente, há

docentes que encaram o aluno como o centro do processo, promovendo os diálogos em classe e com isso discutindo e analisado as falhas, equívocos e obstáculos que surgem em tarefas ou atividades de matemática, possibilitando à autonomia dos discentes.

O objetivo deste estudo é identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos resolvendo equações do 2º grau, numa turma do 1º ano do Ensino Médio. A pesquisa foi realizada com 19 alunos de uma escola pública. Todos os alunos estudaram o ensino fundamental em escolas públicas, e de acordo com a classificação socioeconômica do IBGE pertencem às classes D e E. Foi aplicado uma atividade matemática com quatro situações, sendo as duas primeiras situações formadas por equações incompletas e as outras duas formadas por equações completas do 2º grau.

O presente estudo tem uma abordagem de caráter qualitativa. E está fundamentado na metodologia de análise de erros, utilizando como norte o Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE, apresentado em Torre (2007). Neste modelo são apresentados três momentos para a análise dos erros cometidos. “Passo a descrever com algum detalhe as variantes dos erros, atendendo aos três parâmetros ou momentos do processo: Entrada, Organização e Execução” (TORRE, 2007, p. 109).

Existem várias maneiras de o erro aparecer, porém muitos dos professores não sabem caracterizá-los, e o Modelo que estamos utilizando nesta pesquisa parece útil para analisá-los, considerando que existem tipos de erros diferentes para cada um dos momentos. “Em suma, parece razoável e legítimo levar em consideração os três momentos de qualquer sistema ativo. Em torno deles descreveremos diferentes ou tipos de erro” (TORRE, 2007, p. 108).

Para cada um desses três momentos, segundo Torre (2007), são apresentados tipos de erros específicos que caracterizam determinado erro. No primeiro momento, o de **entrada** temos: erros no plano das intenções, que comporta erros relacionados as ambiguidades de objetivos e conflitos de objetivos; erros de percepção, caracterizados por erros de omissão, redundância e distorção e erros de compreensão, ou seja, erros de natureza léxica, conceitual e lógica. No segundo momento, o de **organização**, ocorrem erros de análise de síntese, de ordenação e conexão. Por fim, no terceiro e último momento, o de **execução**, composto por erros mecânico, operacional e estratégico.

Durante as etapas da resolução de algum problema ou exercício pelo aluno, o erro pode acontecer, seja no momento de entrada, com uma má interpretação da questão ou desconhecimento linguístico, erro conceitual, seja na organização dos dados da questão e até no momento da execução, onde um simples equívoco, como por exemplo, uma troca de sinal indevida resultará no erro do aluno.

3.2 O erro numa perspectiva construtiva

Entender as dificuldades do aluno quando está realizando alguma atividade matemática, que possa vir a resultar em um erro ou mesmo uma série de erros, é uma área de estudo da educação matemática que continua a desafiar pesquisadores.

Alguns autores estão preocupados com o porquê do erro do aluno e quais as causas que motivam a falha na solução de problemas ou atividades matemáticas, e defendem que a análise de erros é fundamental para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem (CURY, 2018; CURY e SILVA 2008; RAMOS, 2015; TORRE, 2007).

A maneira como os docentes encaram os erros dizem muito sobre a aprendizagem dos alunos. Há docentes que os encaram de forma negativa e outros de forma positiva. Segundo Torre (2007, p.13), “podemos nos referir às **quatro direções semânticas** ou aos pontos cardeais do erro: efeito destrutivo, deturpativo, construtivo e criativo.”

Nesta pesquisa deixamos claro aos discentes sobre a importância de compreender os erros que cometem. Tratando os possíveis erros de forma construtiva e criativa, deixando-os tranquilos e a vontade para realizar a atividade. Os alunos estavam preocupados com o desempenho (nota), que é característica do efeito destrutivo e deturpativo, ou seja, caracteriza uma visão negativa do erro. De acordo com Cury (2018),

Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si – que são pontuados em uma prova de avaliação de aprendizagem -, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem (CURY, 2018. p.66).

Mas, talvez seja difícil ao professor que vivencia ou que assume uma prática pedagógica considerada tradicional assumir uma perspectiva construtiva ou criativa acerca do erro. Tal reconhecimento sugeri um caminho para a superação de uma visão distorcida sobre o erro que o aluno comete. Esta é em uma reflexão provocada em cursos de formação continuada, que o poder público tem o dever de promover.

Salsa (2017) compreende o erro como uma atividade de mão dupla, ou seja, como uma componente de todo o processo de ensino e aprendizagem. A autora ainda traz uma discussão sobre o erro como um fator negativo ou um aliado às ações de ensino. Ela aponta duas concepções de ensino, uma tendo como prática pedagógica tradicional, que permeia ideias positivistas e define o erro do aluno ligado tão somente a fatores intrínsecos ao próprio aluno e a outra concepção definida como uma abordagem construtivista, que por sua vez difere da primeira, que não dá a devida importância e atenção aos erros cometidos. Já a vertente

construtivista, indica que o erro traz pistas valiosas das falhas e equívocos, sugere caminhos para superar o problema.

Na pesquisa de Ramos (2015), que tem por objetivo identificar, analisar e classificar os tipos de erros matemáticos cometidos por alunos do 1º ano da educação profissional e tecnológica, também são enfatizadas duas concepções acerca do erro, uma com visão negativa e a outra com visão positiva. A primeira, que no passado, tinha como punição à palmatória, hoje traz a prática de exercícios repetitivos como a principal punição. Já na segunda concepção, a positiva, o erro funciona como um termômetro, um sinal de alerta, onde a partir dele novas hipóteses podem ser formuladas e investigadas gerando uma reflexão nos alunos, fazendo com que eles repensem na forma como resolverão determinada atividade.

Nas conclusões da pesquisa de Ramos (2015) a mesma afirma que uma das formas de analisar o erro é utilizando o MADE como guia, além do mais o erro deve ser visto de forma positiva e criativa, não devendo ser desprezado, pois revelará um conhecimento que o aluno já possui, considerando-se pistas que devem conduzir a aprendizagem, para que o professor possa reavaliar o processo e propor novas estratégias didáticas.

Cury e Silva (2008) fizeram um estudo com alunos do 6º ano do ensino fundamental, cuja proposta envolveu a resolução de problemas como metodologia e planejaram uma atividade que teve como objetivo analisar a produção de escrita dos estudantes e os possíveis erros que viessem a acontecer. O teste foi composto por quatro problemas dos quais, nos dois primeiros os alunos deveriam propor a atividade e responderem em seguida, cujo conteúdo era números decimais; e nos dois últimos, com base em uma tabela de preços de alimentos tinham que interpretar e resolver a questão. As autoras concluíram que as soluções apresentadas pelos alunos com esse tipo de metodologia fornecem muito mais possibilidades as soluções apresentadas.

Sabemos que existem diversas metodologias que podem contribuir para a aprendizagem dos alunos. Uma pesquisa de Kliemann e Dullius (2017) realizou a análise de erros com alunos do 5º ano, após três intervenções com os alunos, aplicaram alguns problemas e ao analisar os principais erros concluíram que a maioria deles está ligado a deficiência dos alunos de interpretar determinadas situações, além do mais que esta análise junto com uma boa intervenção pode ocasionar uma formação com qualidade, deixando os alunos motivados e suprimindo diversas lacunas acumuladas ao longo dos anos.

No estudo de Pasinotto (2008) com o objetivo analisar a importância do erro no processo de ensino e aprendizagem além de discutir o papel da avaliação no sistema de ensino, ele relata que a avaliação tem que deixar o papel de exclusão, com caráter classificatório tendo a nota o

objetivo à ser alcançado, que por sua vez acaba deixando de lado as dificuldades dos alunos, ao invés de encarar o erro de maneira reflexiva, tanto para a aprendizagem dos alunos, quanto para os métodos de ensino dos professores, cabendo a eles ter essa visão de mudança. Afirma em suas conclusões que, em diversas escolas os alunos avançam de um ano para outro com várias lacunas, por exemplo: na regra de sinais, operação com frações, raiz quadrada, fórmula resolutive da equação do 2º grau.

Segundo estudos realizados por Vieira *et al.* (2015), após analisar uma diversidade de avaliações e narrativas dos alunos, as dificuldades apresentadas estão além do raciocínio matemático, ou seja, problemas de interpretação linguística ainda são frequentes nas avaliações. Este estudo analisa a concepção de erros em avaliação de matemática na Educação Básica. Para os pesquisadores, interagir com os sujeitos da pesquisa de modo a compreender e dar significados sobre o erro que eles cometem faz com que os próprios alunos possam refletir sobre os erros nas avaliações.

Alguns estudos seguem uma linha de pesquisa objetivando levantar publicações de autores que fomentam estudos sobre os erros, e um deles é encontrado em Cury (2015). A autora faz um mapeamento de trabalhos acadêmicos em anais de três congressos realizados no Brasil, ela escolheu como critério congressos que continham a presença de professores e pesquisadores brasileiros, além de pesquisadores estrangeiros que são referência em Educação Matemática. Foram selecionados trabalhos de todas as edições do ENEM, CIPEM e CIEM. A autora chegou à conclusão que há uma grande quantidade de produções relacionadas a erros, dificuldades e obstáculos e cada vez mais essas produções vem crescendo.

Com o mesmo propósito vem Silva *et al* (2016) que ao invés de levantarem dados sobre os trabalhos em congressos, decidiram pesquisar as publicações em periódicos, categorizados com conceitos A e B do Qualis. Os artigos das revistas BOLEMA, GEPEN, Zetetiké, Educação Matemática em Revista e Educação Matemática Pesquisa, que abordavam o tema erro foram submetidos a um processo analítico.

E uma dessas publicações é a de Rosso e Berti (2010), que pesquisaram com o objetivo de analisar os erros dos alunos e as estratégias docentes frente aos processos operativos e cooperativos da inteligência e da autonomia intelectual e moral. Os autores afirmam que procuraram desenvolver a autonomia dos alunos frente a situações de erros, onde a professora mediava as discussões, sua interferência era pontual, as perguntas e dúvidas geradas pelos discentes eram devolvidas para os mesmos em forma de uma nova pergunta, com a finalidade de desenvolver autonomia e incentivá-los a falar como realizaram suas atividades e deixá-los à vontade para relatar o raciocínio utilizado.

Por fim, Rosso e Berti (2010) chegaram a algumas conclusões e uma delas foi que na sondagem realizada com os alunos, ficou perceptível que eles assumiram a responsabilidade pelos próprios erros, desatenção, entre outras. Este fato mostra a maturidade de suas próprias construções. Outro fato que merece ser ressaltado é que os próprios alunos, após este modelo ou estratégia utilizada, que foi à discussão feita em sala de aula, evidenciaram indignação com os professores. Segundo Rosso e Berti (2010, p. 1030), “pela falta de paciência e de explicação e pelas correções que não possibilitam a compreensão dos por quês”.

Do ponto de vista didático-pedagógico, ficou evidenciado na pesquisa, que procedimentos didáticos promotores de diálogos e discussões, sob condições de cooperação, socialização dos resultados obtidos, favorecem a reflexão, descentração do pensamento e autonomia.

Se o aluno erra é porque está em busca da verdade, portanto o erro, às vezes, acontece espontaneamente, de forma inconsciente. Para tanto, o professor quando depara-se com o ocorrido, é na correção o momento que deve haver uma reflexão do ocorrido e encará-lo de forma positiva é primordial para o favorecimento da aprendizagem, como afirma Augusto (2012, p. 26), “a consciência sobre o erro pode conduzir o aluno, orientado pelo professor, a atingir um nível de desenvolvimento das suas aprendizagens”.

Travassos e Proença (2018) realizaram uma pesquisa com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, com o objetivo de verificar o desempenho desses alunos ao resolverem atividades do conteúdo de inequação do 1º grau com uma variável nos diferentes níveis de congruências. Contudo, os autores selecionaram quatro graduandos de cada ano para participar do estudo, totalizando dezesseis para responderem os oito exercícios.

Os graduandos teriam que identificar, interpretar e converter corretamente alguns termos conceituais de inequação tais como: maior que, menor que, maior igual, menor igual e entre outros. Os autores verificaram que em alguns exercícios devido a relação sintática ser mais “ambígua”, ocorreram diversos erros, pois, eles não interpretaram corretamente o enunciado da questão o que mostra a deficiência nos conhecimentos linguísticos, além dos erros relacionados à não alterações das desigualdades quando multiplicava ou dividia a inequação por um número negativo, assim vários conceitos que são vistos no ensino médio não eram utilizados pelos graduandos, algo bastante preocupante.

As deficiências em conteúdos matemáticos é frequente na graduação, fato que levou Santos-Wagner e *et al* (2013) buscarem pesquisar através de um grupo de estudos que faziam parte, se os graduandos de algumas Universidades Baianas dominavam conceitos de Análise Combinatória. Os autores tinham como objetivo verificar se os alunos conseguiam diferenciar

arranjo de combinação, quais estratégias utilizavam para resolver os exercícios e os principais erros cometidos por eles.

Em suas considerações, os autores trazem que muitos estudantes não viram esse conteúdo no ensino médio e quando estudaram foi ensinado de maneira mecânica. Os principais desafios encontrados pelos graduandos ao se depararem com as atividades foram interpretar e resolver um problema de contagem utilizando permutação, combinação e arranjos. Excesso na troca de fórmulas ocorreu bastante, pois confundiam o conceito de arranjo, por combinação ou permutação, que foram os principais erros encontrados.

3.3 Os três momentos que o erro é evidenciado

Segundo Torre (2007), o erro do aluno pode acontecer em três momentos, ou seja, erros de entrada, organização e execução. Os erros de entrada, são distribuídos em erros mais específicos como o erro no plano das intenções, neste sentido o autor mensura que o aluno pode errar pela indefinição de metas, ou seja a falta de clareza na intenção é o primeiro motivo de equívoco. Pois, às vezes acontece de o aluno não compreender o que o professor tem por objetivo em determinada atividade, e pode ocasionar uma má interpretação da intencionalidade da tarefa.

Outro tipo de erro neste momento é o que está ligado ao plano das percepções da informação. Ao apresentar uma tarefa o aluno poderá, se não tiver bem formulada, gerar uma ambiguidade dando origem a má percepção do enunciado. Uma das características desse tipo de erro, se dá pela falta de uma boa interação entre as características da informação e os processos cognitivos do sujeito. Para Torre (2007, p. 111), “se nos erros de intenção o principal responsável era o professor, no plano da percepção é a metodologia docente e a capacidade discente”.

Muitos discentes cometem erros de entrada oriundos de falta de compreensão léxica, lógica e conceitual. Para Torre (2007), este tipo de erro se enquadra ainda no momento de entrada, e o denomina erro de compreensão. O autor ainda ressalta que compreender uma atividade significa que o aluno deve estar habilitado a reconceitualizá-lo ou expressá-lo com termos diferentes.

Quantas vezes nos deparamos com erros de alunos por não compreender expressões matemáticas escritas de uma forma diferente do habitual, ou até mesmo por não compreender uma palavra mais técnica que eventualmente utilizamos na matemática, de modo que o impede a prosseguir em sua resolução.

Diversos erros são evidenciados no processo de ensino e aprendizagem, e Torre (2007), define alguns deste como sendo característico para o segundo momento, o qual os denomina como sendo erros de organização.

Neste segundo momento, são apresentados alguns tipos de erros. Um deles é o erro de análise de síntese, que o autor deixa claro que nem sempre é fácil analisar ou isolar as propriedades de um objeto. Ao se deparar com uma síntese acaba sendo extremamente complexo, pois o aluno deve fazer julgamentos avaliativos, de modo que analise qual seria o melhor caminho podendo seguir caminhos sem voltas. O que é parâmetro para outro tipo de erro neste momento que é o de ordenação, como o próprio nome faz jus, ou seja, o discente não se apropria adequadamente da informação que lhe foi passada, ocasionando um desvio de sua meta, devido à falta de ordem em sua estratégia. E o último tipo de erro que aparece neste momento é o de conexão e interferências, muitas vezes o aluno não está acostumado com o novo conteúdo e pode trazer elementos do assunto anterior para a resolução do atual, causando-lhe interferências em suma forma de raciocinar, não havendo uma conexão adequada com os novos conceitos, com isso acaba cometendo um erro durante a resolução do problema.

No terceiro e último momento em que os alunos podem cometer erros, Torre (2007) classifica como erros de execução e separa em erros mecânicos, operacional e estratégico. Esses tipos de erros, não provém muito da falta de percepção ou até compreensão está correspondido melhor ao que é conhecido como equívoco.

Esses erros segundo o autor estão mais ligados ao estilo da pessoa, além de sua atitude, de qual caminho deve seguir, se arrisca ou não, bem como da utilização de estratégias e procedimentos não-habituais para resolução de atividades. Os erros mecânicos estão associados aos pequenos detalhes, como esquecimento ou troca de um sinal ou até uma letra, bem como de palavras inteiras. Situações de estresse que necessite urgência podem causar precipitação na resolução de uma questão ocasionado o erro, outros exemplos são fadiga e cansaço.

Já os erros operacionais, segundo Torre (2007), ocorrem na operação ou execução de um determinado procedimento, outras vezes omitindo informações importantes devidos a esquecimentos. Porém, os erros estratégicos ocorrem quando é posto em prática de forma equivocada, faltando mais reflexão e planejamento para sua execução.

3.4 Metodologia

A presente pesquisa tem como objetivo identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos resolvendo equações do 2º grau e está desenvolvido mediante uma abordagem qualitativa. Aplicamos uma atividade matemática contendo quatro questões sobre equações do segundo grau. Duas questões completas e duas incompletas.

Denominados cada questão como situações, assim temos as situações enunciadas como: Situação I: quais são as raízes da equação incompleta $4x^2 - 100 = 0$? Situação II: quais são as

raízes da equação incompleta $2x^2 - 4x = 0$? Situação III: Observe a equação $(x + 3)^2 = 16$, e calcule suas raízes? E por último, situação IV: Quais são as raízes da equação $x^2 + 4x - 12 = 0$?

Estavam presentes no dia da pesquisa 19 alunos de um total de 32 matriculados, todos tiveram o mesmo tempo para a resolução da atividade, ou seja, 50 minutos. Antes dos alunos iniciarem explicamos que todos deveriam começar ao mesmo tempo, para isto dispusemos a atividade virada em cima da carteira quando finalizamos a entrega, puderam começar. É importante ressaltar que nenhuma aula de revisão foi fornecida, assim decidimos que queríamos saber até onde eles dominavam o conteúdo.

Como os alunos eram do 1º ano do ensino médio, teoricamente todos já viram esse assunto, pois equações do segundo grau é visto nos anos finais do ensino fundamental. Escolhemos essa turma, por dois motivos o primeiro: no momento em que fomos na escola para realizar a pesquisa, a turma do nono ano da presente escola ainda não tinha visto esse conteúdo, uma vez que quando fomos à escola era no primeiro semestre e o professor titular em seu planejamento só ministraria equações do segundo grau somente no segundo semestre. Com isso cabe ressaltar o segundo motivo: verificar se os alunos do 1º ano ainda dominavam o conteúdo, assim decidimos realizar o estudo com essa turma. Escolhemos uma escola pública da rede estadual de ensino.

À medida que os alunos foram terminando fomos recolhendo as atividades para posteriormente fazermos uma análise didática dos erros, utilizando o MADE, para tal análise que é proposto por Torre (2007). Os alunos são identificados em forma de código, por exemplo: A1, para aluno 1; A2 para aluno 2 e assim sucessivamente.

3.5 Análise dos dados

Na primeira situação, propomos uma equação do 2º grau incompleta do tipo: $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$ e $b=0$. Foi apresentada com o seguinte enunciado: **quais são as raízes da equação incompleta $4x^2 - 100 = 0$?** Apenas dois alunos obtiveram êxito em suas respostas, os alunos A3 e A17. Evidenciamos as resoluções que contemplam erros de alguma natureza. Como a seguir:

Figura 1. Resolução da equação incompleta, realizada por A2. É apresentado apenas uma raiz.

The image shows a student's handwritten solution for the equation $4x^2 - 100 = 0$. The work is written on lined paper and is divided into two columns by a vertical line. On the left side, the student has written $x^2 = 25$ and $x = 5$. On the right side, the student has written the following steps: $4x^2 - 100 = 0$, $4x^2 = 100$, $x^2 = \frac{100}{4}$, $x^2 = 25$, $x = \sqrt{25}$, and $x = 5$. The final answer $x = 5$ is written at the bottom right.

Fonte: Dados da pesquisa

A equação do 2º grau, quando tem solução, por definição deve conter duas raízes reais. Porém, tomamos o aluno A2 para representar os demais que não apresentaram as duas raízes da equação, colocando apenas uma delas ($x=5$).

Como podemos ver na resolução do aluno A2, na figura 1, este é um tipo de erro de natureza **conceitual**. Uma vez que, a equação apresentada têm duas raízes distintas, o aluno deveria apresentar a segunda raiz o que ele não faz, ou seja, o conceito apresentado em seu método apresentado na resolução, assemelha-se ao processo de resolução da equação do primeiro grau, não demonstrando compreender a existência de uma segunda raiz, com isso o conceito acerca da equação do 2º grau é inexistente. Este tipo de erro, nesta questão, foi apresentado por três alunos. Eles até conseguem organizar os dados devidamente realizando todas as etapas do processo.

Porém, pode acontecer de alunos ao resolverem uma atividade matemática, não dominar o conceito envolvido e assim, realiza os cálculos de forma mecânica, sem compreender, de fato, o que significa dessa resolução. Segundo Torre (2007, p.115), “uma alta porcentagem de erros escolares tem sua raiz em limitações ou deficiências na compreensão léxica, conceitual ou lógica”.

Ainda na situação I, outros tipos de erros foram evidenciados, como podemos ver nas imagens abaixo:

Figura 2. Resolução da equação incompleta por A12, esquecendo de colocar o expoente 2.

$$4x^2 - 100$$

$$x = \frac{100}{4}$$

$$x = 25$$

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3. Resolução feita por A18, esquece de colocar o sinal de menos.

$$a=4, b=0, c=300 \quad \Delta = (0)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-300)$$

$$\Delta = 0 + 1600 \quad \Delta = 3600$$

$$x = \frac{0 \pm 40}{8} \quad x_1 = \frac{0 + 40}{8} = \frac{40}{8} = 5 \quad x_2 = 5$$

?

Fonte: Dados da pesquisa

Tipos de erros assim costumam acontecer, por um motivo ou outro o aluno se distrai, e acaba cometendo um equívoco, e segue na resolução como se nada estivesse ocorrido. Na figura 2, o aluno A12 repetiu a questão inicial, e no passo seguinte omitiu o expoente 2 e continuou a resolver, chegando a um valor igual a 25.

Já o aluno A18 como vemos na figura 3, escolheu caminho diferente de A12, achou os coeficientes corretamente, colocou os valores na fórmula resolvente e continuou a resolver, estava realizando os cálculos corretamente, até que em um passo esqueceu de colocar o sinal de menos (-), e acabou concluindo que as duas raízes eram iguais. Porém, o valor de delta nega a sua conclusão, pois para existirem duas raízes reais iguais, delta teria que ser igual a zero

($\Delta=0$), como $\Delta>0$ deveria existir duas raízes reais distintas. Observamos que o aluno A18 coloca um ponto de interrogação indicando que esqueceu de alguma coisa, ou que algo não estava certo, isto é, por um equívoco ocasionado por uma distração, ocorreu o erro do aluno.

Erro de **distração** também é apresentado no Modelo de Análise Didática do Erro-MADE, ao qual está inserido nos erros do momento de **execução**. Torre (2007, p.124) afirma, “os erros operacionais ou de distração ocorrem ao se operar ou executar um procedimento. Outras vezes, se apresentam em forma de omissões devidas a esquecimentos.” Foi o que os alunos A12 e A18 acabaram fazendo, respectivamente, na figura 2 e 3.

Ainda em relação à situação I, os alunos A6 e A19 deixaram a questão em branco. E dez não obtiveram êxito na resolução, sendo que seis alunos cometeram erros do momento de **entrada**, trocando os coeficientes da equação:

Figura 4. Há uma troca dos valores dos coeficientes da equação. O A16 comete o erro do momento de entrada.

Fonte: Dados da pesquisa

A imagem acima mostra que o aluno A16 não tem a **percepção** de qual é o valor dos coeficientes b e c , trocando seus valores e errando os cálculos ao substituir na fórmula resolutive. Para Torre (2007, p.111) “os erros de percepção resultam em uma má interação entre as características da informação e os processos cognitivos do sujeito”.

Para finalizar a primeira situação, destacamos estas duas resoluções abaixo:

Figura 5. Erro de troca de valores do coeficiente, cometido por A13.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 6. A11 apresenta uma desigualdade seguindo um caminho que foge do objetivo da meta fixada.

Fonte: Dados da pesquisa

A primeira situação, podemos observar que o aluno A13 comete um equívoco em seu processo de resolução, dá para notar que ele consegue realizar as operações adequadamente,

porém, seu erro foi não identificar que o coeficiente a é igual a 4, trocando pôr $a = 1$, mais um erro de **percepção**, como podemos observar na figura 5. Também apareceram erros que estão inseridos no momento de **execução** chamados por Torre de **conflito de objetivos ou desvio da meta fixada**, como é mostrado na resolução do aluno A11 na figura 6, o discente foge totalmente do objetivo da questão. Torre (2007) “isso acontece quando a tarefa ou exercício desperta no sujeito “objetivos” mais desejáveis que os propostos pelo professor”.

Na segunda situação, propomos uma equação do 2º grau incompleta do tipo: $ax^2 + bx = 0$, com $a \neq 0$ e $c=0$. Foi apresentada com o seguinte enunciado: **quais são as raízes da equação incompleta $2x^2 - 4x = 0$** ? Nesta, os mesmos alunos que acertaram a situação I obtiveram êxito em suas respostas, os alunos A3 e A17. Quatro alunos não responderam e treze cometeram erros, dos mais variados tipos, alguns que foram comentados na situação anterior. Erros do momento de **organização** foram evidenciados, como podemos observar na figura abaixo:

Figura 7. O A11 apresenta uma má organização dos dados, evidenciando obstáculos na resolução.

Fonte: Dados da pesquisa

Dos erros que estão neste momento, o de **organização**, podemos destacar os **erros de análise e síntese**, alguns alunos cometeram esse tipo de erro, e um deles foi o aluno A11, ele não organiza as informações corretamente, tenta estabelecer critérios para a resolução, mas não consegue. Segundo Torre (2007, p. 118) “nem sempre é fácil analisar e isolar as propriedades de um objeto”.

O aluno mostra indícios que poderia resolver a equação por fatoração, mas ao mesmo tempo tenta resolver pela fórmula resolvente, ocasionando uma dificuldade e “amontoando” as informações. Torre (2007, p. 119), afirma ser “uma falha na compreensão léxica ou conceitual”.

Ainda na situação II outro tipo de erro foi apresentado, como podemos ver na imagem abaixo:

Figura 8. O A18 comete um erro de execução, ao errar a operação de multiplicação, além de radiciação.

Fonte: Dados da pesquisa

Vimos que na situação anterior já apareceram esses erros que estão no momento de **execução** e nesta não foi diferente, alguns erros com estas características comprometeram o resultado correto da questão, por exemplo do aluno A18 por uma **distração** deixa de efetuar corretamente uma multiplicação ocasionando outros erros e por consequência não acertando a questão.

É frequente os erros **operacionais** aparecerem nas atividades matemáticas, o aluno de vez enquanto apresenta erros como somar, subtrair, multiplicar e dividir. Segundo Torre (2007),

É frequente estudantes do ensino médio ou educação profissional sejam capazes de apresentar problemas difíceis de matemática e física e equivocarem-se ao resolvê-los em uma operação de soma ou subtração. Esqueceram essas operações? De modo algum (TORRE 2007, p.124).

Na terceira situação, propomos uma equação do 2º grau completa cujo primeiro membro é um trinômio quadrado perfeito. Foi apresentada com o seguinte enunciado: **Observe a equação $(x+3)^2 = 16$, calcule suas raízes.** Apenas o aluno A18 conseguiu acertar o resultado nesta situação.

Nesta situação, dos alunos que tentaram resolver, alguns seguiram o caminho considerado mais longo, aumentando as chances de o erro aparecer. Como é apresentado na imagem abaixo:

Figura 9. O A17 comete uma falha ao operar com números inteiros, ou seja, erro operacional. Característico do erro de execução.

Observe a equação $(x+3)^2 = 16$, agora calcule suas raízes. $S = \{-1, -7\}$

$$\begin{aligned} (x+3) \cdot (x+3) &= 16 \\ x^2 + 6x + 9 &= 16 \\ x^2 + 6x + 9 - 16 &= 0 \\ x^2 + 6x - 7 &= 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \\ & \frac{-6 \pm 8}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} a &= 1, b = 6 \text{ e } c = -7 \\ \Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) \\ \Delta &= 36 + 28 = 64 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} x' &= \frac{-6 + 8}{2} = \frac{-2}{2} \Rightarrow (-1) \\ x'' &= \frac{-6 - 8}{2} = \frac{-14}{2} \Rightarrow (-7) \end{aligned} \right\}$$

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A17 teve um acerto parcial, cometendo um erro característicos do momento de **execução**, após resolver quase todos os passos, por uma operação inadequada acaba não obtendo uma das raízes corretamente. Ao invés da operação $(-6 + 8) / 2$ resultar em $2/2$, ele coloca como resultado o $-2/2$. Como podemos ver na imagem acima.

Essa situação difere um pouco das outras, no sentido que como é apresentada. E isso pode ter ocasionado um certo obstáculo por parte dos alunos e tenha favorecido na grande

quantidade de erros característicos do momento de **entrada**. Os alunos não souberam como prosseguir com este tipo de questão, e dos dez erros cometidos, seis deles tem esta tipologia.

Outros alunos tentaram resolver utilizando a fórmula resolutive, porém, não desenvolveram o produto notável, colocando os valores dos coeficientes de forma equivocada, como podemos ver na figura 10:

Figura 10. Resolução do A16, comete um erro de compreensão, característico do erro de entrada.

Observe a equação $(x + 3)^2 = 16$, agora calcule suas raízes

$A = 0$ $B = 3$ $C = 16$

$\Delta = B^2 - 4 \cdot A \cdot C$ $x = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot A}$

$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 0 \cdot 16$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{43}}{2 \cdot 0} = 38$

$\Delta = 9 + 64$ $x_2 = \frac{-3 - \sqrt{43}}{2} = -38$

$\Delta = 43$

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A16 vai a procura dos coeficientes da equação, e comete o erro de *compreensão*, para achá-los deveria desenvolver o produto notável em questão e realizar todos cálculos para assim, encontrar os coeficientes. De acordo com Torre (2007, p. 115) “compreender uma tarefa ou um problema significa ser capaz de reconceitualizá-lo ou expressá-lo com termos diferentes, com a própria linguagem”.

A potenciação é a operação inversa da radiciação e o expoente 2 poderia ser eliminado do primeiro membro, restando o radical no segundo da expressão matemática. Nenhum aluno tentou utilizar essa propriedade dos radicais.

A análise está chegando ao fim com a última situação proposta aos alunos, vale ressaltar que se trata de uma equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ e como a maioria das situações anteriores os alunos se prenderam muito a fórmula resolutive, assim, vários erros que aconteceram nesta situação já foram discutidos anteriormente. Foi apresentada com o seguinte enunciado: **quais são as raízes da equação completa $x^2 + 4x - 12 = 0$.**

Foi nesta situação que ocorreu o maior número de acertos, embora seja pequeno, os alunos A3, A17 e A18 conseguiram calcular as raízes da equação. Os erros operacionais persistiram, principalmente com os números inteiros, como está apresentado na figura 11:

Figura 11. Resolução da A2, comete um erro de operação, característica do erro de execução.

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x^2 = \frac{-4 + 8}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

$x = \frac{-4 + \sqrt{64}}{2 \cdot 1}$ $x^2 = \frac{-4 - 8}{2} = \frac{-12}{2} = -6$

$x = \frac{-4 + 8}{2}$

$S: 2, -2, 6, 4$

Fonte: Dados da pesquisa

E o aluno A2 ficou perto de acertar, ao calcular a primeira raiz da equação que ele o chame de x^1 e ao calcular a segunda raiz x^2 , acaba cometendo um erro **operacional** no fim da questão, não realizando a operação de números inteiros correta. Continuando nesta situação, podemos destacar dentre as demais a resolução do aluno A1, mostrada na figura seguinte:

Figura 12. Resolução do A1, demonstrando uma confusão entre as fórmulas.

Handwritten work for solving the quadratic equation $x^2 + 4x - 12 = 0$. The student lists three cases: a) 1, b) 4, and c) -12. For each case, they use the quadratic formula $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$. They calculate $\Delta = b^2 - 4ac$ for each case, but there are errors in the calculations and the final solutions. For case a) (b=1), they get $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 1 - 48 = -47$, which is crossed out. For case b) (b=4), they get $\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 16 - 48 = -32$, which is also crossed out. For case c) (b=-12), they get $\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 144 + 48 = 192$, which is boxed. They then calculate $x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{192}}{2 \cdot 1} = \frac{12 \pm \sqrt{192}}{2}$. They simplify $\sqrt{192}$ to $\sqrt{64 \cdot 3} = 8\sqrt{3}$, leading to $x = \frac{12 \pm 8\sqrt{3}}{2} = 6 \pm 4\sqrt{3}$. However, they also show a calculation for $x = \frac{-12 \pm 8}{2}$, resulting in $x_1 = \frac{-12 + 8}{2} = -2$ and $x_2 = \frac{-12 - 8}{2} = -10$.

Fonte: Dados da pesquisa

Os erros de **execução** foram predominantes, são relativamente as mesmas características das situações anteriores. Já os alunos A1, A4 e A5 mostraram-se confusos com as fórmulas, sabemos que para calcular o valor de delta utiliza-se ($\Delta = b^2 - 4.a.c$) e para achar as raízes $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$. Porém, podemos observar na resolução do A1 que ele se confundiu no (b^2) que pertence a primeira fórmula, pôr ($-b$) da segunda, gerando o erro a partir daí.

Esses conceitos têm que serem bem trabalhados, haja vista que nem todos os alunos acompanham de forma igual os conteúdos e por isso vários obstáculos que vão surgindo é deixado de lado pelo professor, ocasionando dúvidas, confusões, distorções e acaba gerando o erro.

É possível a existência de uma sobrecarga de informação e assim os alunos não compreenderam os conceitos envolvidos, e podendo às vezes levá-los a decorar as fórmulas. De acordo com Torre (2007, p. 112) “quando não existe a capacidade suficiente para integrar e recodificar uma abundante informação, é como se não se dispusesse dela”.

Buscando uma síntese, apresentamos no gráfico 1, a seguir, o desempenho dos alunos resolvendo as quatro situações que apresentamos.

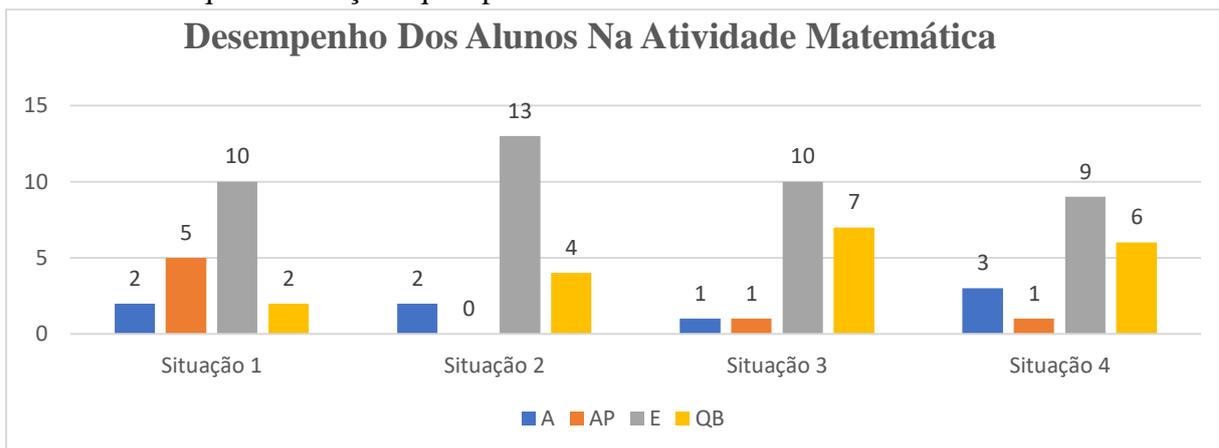


Gráfico 1. O gráfico mostra a quantidade de acertos (A) em azul; acertos parciais (AP) em laranja; erros (E) na cor cinza e as questões deixadas em branco (QB) na cor amarela, nas 4 situações propostas na atividade.

Podemos perceber que em todas as situações houve um elevado índice de erros, o que mostra dificuldade de aprendizagem dos alunos sobre a temática. Na situação I a quantidade de acertos foi igual a quantidade de respostas deixadas em branco, nesta consideramos a questão mais simples de se resolver, porém os alunos apresentaram bastante dificuldades. Além do mais, foi na situação I que muitos alunos tiveram uma maior quantidade de acertos parciais, que por detalhes não conseguiram encontrar as raízes corretamente.

A segunda situação se destaca por obter o maior número de resoluções erradas, totalizando treze. Na terceira situação, houve a menor quantidade de acertos igualando-se com a quantidade de acertos parciais e obtendo a maior quantidade de respostas deixadas em branco. Dentre as quatro situações, a última, uma equação do 2º grau completa, os alunos apresentaram mais acertos.

Diante de todo esse cenário, tendo o erro como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, consideramos tais erros e equívocos como algo natural que pode ocorrer, porém como o foco da pesquisa é verificar quais os tipos de erros apresentados, assim, são pertinente utilizar a partir da análise dos erros estratégias para melhorar esse cenário.

3.6 Considerações Finais

Nesta pesquisa utilizamos a proposta trazida por Torre (2007), o Modelo de Análise Didática dos Erros-MADE, e a partir das produções dos alunos analisamos quais foram os principais erros que eles cometeram. A quantidade de erros apresentados foi alta, erros de **entrada**, **organização** e **execução**. Com mais frequência os de **entrada** e **execução**. Muitos

alunos deixaram as questões em branco, que podem ser tanto falhas dos alunos quanto do professor.

Constatamos que os erros de **entrada** foram frequentes na resolução das situações propostas. Algumas vezes os alunos acabaram cometendo o erro no início da resolução ou mesmo tiveram dificuldades de colocar em prática conceitos que deveriam ter aprendido em anos anteriores de estudos, outras vezes, podem ter errado até mesmo por distração.

Neste estudo constatamos poucos erros característicos do momento de **organização**. Em contrapartida, os erros do momento de **execução** foram maiores. Percebemos que mais alunos cometeram erros devido a **equivocos** ocasionados por falta de atenção, esquecendo sinais, omitindo informações importantes para o andamento correto das resoluções.

Os alunos apresentaram dificuldades com as operações básicas, cometendo erros de **operação** que é característico dos erros do momento de **execução**, com operações de números inteiros, além de falhas no conceito de radiciação. Outros obstáculos que ocasionaram os erros, foram dificuldades nas equações incompletas, poucos alunos utilizaram os métodos práticos para encontrarem as raízes, tentando resolver as incompletas pela fórmula resolutiva, e com isso se atrapalharam no momento de encontrar os coeficientes, e ao colocarem na fórmula cometerão erros conceituais.

A forma de encarar o erro pode influenciar na dinâmica em sala de aula, seja do ponto de vista do professor quanto do aluno. Se o docente tem uma concepção positiva e trabalha de forma diferenciada acerca dos erros, pode estimular os alunos a refletir sobre suas próprias produções.

Como sabemos, os erros não são bem aceitos na prática pedagógica tradicional, ou seja, eles devem ser evitados e com isso os alunos sempre estarão preocupados com notas e dificuldades e os obstáculos passam despercebidos pelos professores. Superar tal prática, que está impregnada na cultura escolar ao longo da história, é um desafio que continua posto.

Cury (2018) e Torre (2007) apresentam argumentos que podem contribuir com a mudança de atitude do docente sobre o erro, para que possa utilizar a metodologia de análise didática dos erros para melhorar a compreensão das dificuldades dos alunos e assim através de estratégias bem utilizadas contribuam para a aprendizagem.

Às vezes, o docente pode ter se perguntado: qual o motivo para que o aluno tenha cometido determinados tipos de erros? Sabemos que o professor tem papel a ser considerado no processo. Entre outras possibilidades, o erro pode ter origem na metodologia empregada pelo professor ou na falta de atenção do aluno que dificulta compreender os conceitos matemáticos apresentados na sala de aula. “Nem sempre é o aluno o responsável por tal

carência; ela pode ter sua origem em uma metodologia inadequada ou em uma intervenção docente não-adaptada aos sujeitos” (TORRE, 2007, p. 116).

Podemos destacar que alguns erros em específicos com relação a aspectos do conteúdo, foram muitos erros acerca da definição correta dos valores dos coeficientes, erros em relação a compreensão do que o discriminante determina e as raízes encontradas, outro erro bastante encontrado foram não dominar os métodos de resoluções das equações incompletas, quando se trata das completas muitos tiveram dificuldades de lembrar da fórmula resolutive, cometendo diversos equívocos ocasionando uma diversidade de erros.

Diante dos resultados desta pesquisa, algumas estratégias podem ser colocadas em práticas com esses discentes, haja vista que houve muitos obstáculos, falhas e dificuldades que acarretaram num alto índice de erros. Torre (2007) traz sugestões de algumas estratégias que podem ser trabalhados com os alunos, levando-os a reflexões sobre suas próprias produções, mediante a detecção dos seus próprios erros e discussões entre professor-aluno e aluno-aluno, que ele chama “fases do tratamento didático dos erros” p.131.

3.7 Referências

AUGUSTO, Ana Alexandra Fernandes. **O erro como caminho para a aprendizagem das operações com números naturais: Um estudo com alunos do 2º ano de escolaridade.** 2012. Dissertação do mestrado em educação.

CURY, Helena Noronha e SILVA, Priscila Nitibailoff. **Análise de erros em resolução de problemas: uma experiência de estágio de um curso de licenciatura em matemática.** R.B.E.C.T., v. 1, n. 1, 2008.

CURY, Helena Noronha. Erros, dificuldades e obstáculos no ensino e aprendizagem de Matemática: um levantamento em trabalho em anais. **Acta Scientiae**, v. 17, n. 2, 2015.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos.** – 2. Ed.; 3, reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

KLIEMANN, Geovanna Luiza e DULLIUS, Maria Madalena. Análise de erros na resolução de problemas matemáticos. **Amazônia – Revista de educação em Ciências e Matemática.** v.13, n. 28, 2017.

PASINOTTO, Renata. **O erro no processo de Ensino-Aprendizagem**. 2008,35 f. Monografia. Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões - Campus de Erechim. Curso de Matemática. Erechim, 2008.

RAMOS, Maria Luisa Perdigão Diz. A importância da análise didática dos erros matemáticos como estratégias de revelação das dificuldades dos alunos. **REVMAT**, v. 10, n. 1, 2015.

ROSSO, Ademir José e BERTI, Nívea Martins. O erro e o ensino-aprendizagem de matemática na perspectiva do desenvolvimento da autonomia do aluno. **Bolema**. v. 23, n. 37, 2010.

SALSA, Ivone da Silva. A importância do erro do aluno em processos de ensino e de aprendizagem. **REMATEC**. ano 12, n. 26, 2017.

SANTOS-WAGNER, Vânia Maria Pereira e *et al.* Análise das resoluções corretas e erradas de combinatória de futuros professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**. v. 15, n. 3, 2013.

SILVA, André Gustavo O. *et al.* Concepções do erro matemático em 36 anos de publicação de educação matemática no Brasil. **Educação Matemática Pesquisa**. v. 18, n. 2, 2016.

TRAVASSOS, Wilian Barboza e PROENÇA, Marcelo Carlos de. Registros de representações Semióticas E O Conceito de Inequação: Análise Do Desempenho De Licenciados Em Matemática À Luz Da Congruência Semântica. **REVEMAT**, v. 13, n. 2, 2018.

VIEIRA, André Ricardo Lucas. *et. al.* Avaliação em Matemática: O erro como estratégia pedagógica para o acerto. **EDUCERE- XII Congresso Nacional de Educação**, 2015.

4. A UTILIZAÇÃO DO TRATAMENTO DIDÁTICO DOS ERROS BUSCANDO MELHORAR O DESEMPENHO DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU

THE USE OF TEACHING STRATEGIES SEEKING TO IMPROVE STUDENTS' PERFORMANCE IN RESOLVING 2ND DEGREE EQUATIONS

Resumo

O objetivo deste estudo é analisar como o erro do aluno pode ser trabalhado a partir da utilização de estratégias no ensino de equações do 2º grau. Aplicamos uma atividade para alunos do 1º ano do ensino médio de uma escola pública, contendo quatro situações envolvendo o conteúdo de equações do 2º grau. Ao analisar os dados para verificar os tipos de erros ocorridos, ficou evidenciado um baixo desempenho dos participantes nas quatro situações propostas. A partir disso, decidimos aplicar o tratamento didático dos erros proposto por Torre (2007). Esse tratamento contém três fases: detecção, identificação e retificação dos erros, possibilitando através das estratégias contidas em cada uma destas fases obter um melhor desempenho acerca do conhecimento do aluno. Na última fase, utilizamos a estratégia denominada segunda oportunidade, ou seja, uma nova atividade para verificarmos os resultados do tratamento didático dos erros. O erro é parte integrante do processo de ensino e aprendizagem e com isso ele sempre pode estar presente, mas devemos procurar meios para amenizar sua ocorrência encarando-o de forma positiva. Constatamos que a maioria dos alunos conseguiu melhorar o desempenho, aumentando a quantidade de acertos na segunda atividade, após a aplicação do tratamento didático dos erros.

Palavras-chave: Erro do aluno. Estratégia de ensino. Análise de erros.

Abstract

The aim of this study is to verify if using some teaching strategies it is possible to improve students' performance when solving second degree equations. We applied an activity for students of the 1st year of high school in a public school, containing four situations involving the content of 2nd degree equations. Analyzing the data to verify the types of errors that occurred, it was evidenced a low performance of the participants in the four proposed situations. Therefore, we decided to apply the didactic treatment of errors proposed by Torre (2007). This treatment contains three phases: detection, identification and rectification of errors, making it possible, through the strategies contained in each of these phases, to obtain a better performance on the student's knowledge. In the last phase, we used the strategy called second opportunity, that is, a new activity to verify the results of the didactic treatment of errors. The error is an integral part of the teaching and learning process and with that it can always be present, but we must look for ways to mitigate its occurrence by looking at it in a positive way. We found that most students managed to improve their performance, increasing the number of correct answers in the second activity, after applying the didactic treatment of errors.

Keywords: Student error. Teaching strategy. Error analysis.

4.1 Introdução

A análise didática dos erros é uma prática que professores poderiam adotar, porém uma parcela destes não tem uma percepção da importância de utilizar esta metodologia, outra parcela, pode não ter conhecimentos teóricos suficientes para colocar em prática uma melhor condução acerca dos erros cometidos pelo aluno (TORRE, 2007; CURY, 2018).

Cury (2018) traz uma discussão teórica relevante acerca do que podemos ou devemos aprender com as respostas dos alunos. Discute sobre a importância do docente adotar a análise de erros como metodologia de ensino.

Para Cury (2018), a análise de erros se dá de forma direta, sobre às respostas fornecidas em atividades matemáticas realizadas pelos alunos. Esta autora sugere analisar as respostas dos alunos categorizando-as em classes, de modo que os erros apresentados estejam seguindo o mesmo padrão. Já Torre (2007), propõe que o professor detalhe ainda mais os erros dos alunos, ou seja, busque compreender e estabelecer em que momento ocorreu o erro do aluno, e o porquê do erro.

O erro pode ser visto tanto pelo professor, quanto pelo aluno como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem. Quando o erro acontecer, devemos ter uma visão positiva, sem excluí-lo ou mesmo deixar de tentar compreender as razões e os motivos que o gerou.

Neste estudo utilizamos as “fases do tratamento didático de erros” (TORRE, 2007, p. 132), nestas fases são oferecidas estratégias de ensino que ajudam como devemos intervir sobre os erros cometidos pelo aluno. Estas fases são: detecção, identificação e retificação de erros.

A detecção dos erros é a primeira fase do tratamento didático dos erros, a localização deles é essencial para que o aluno possa seguir adiante. Segundo Torre (2007, p.133), “os professores têm lapsos, como qualquer pessoa, na correção das tarefas escolares, eles são no entanto, os principais agentes de detecção do erro”, portanto, essa preocupação passa pelo docente, que sabendo quais são os erros que os alunos cometem, deve informá-los para que possam ter compreensão do mesmo.

Da tomada de consciência do erro, que é a base para a segunda fase, a identificação dos erros, não basta apenas detectá-los, mas procurar indagá-los, questionar os motivos que os geraram. Torre (2007, p. 134) afirma que, “ficamos, na maior parte das vezes, na localização do erro, sem passar à sua identificação, à descrição do tipo de erro e a causa deste”. Deste modo, é nesta fase que o professor junto com os alunos, devem procurar compreender quais os principais erros presentes, refletir e discutir, com o propósito de buscar retificá-los.

A retificação, uma das estratégias mencionadas por Torre (2007) é chamada de segunda oportunidade, que consiste na aplicação de uma nova atividade. Após passar pelas fases anteriores, detecção e identificação dos erros, para finalizar o estudo, verificando se o aluno melhorou seu desempenho. Torre (2007, p. 138) entende que, “localizado e identificado o erro, chegamos ao objetivo final: a correção e eliminação. A preocupação que deve guiar o professor nesta fase não é tanto a de corrigir como de conseguir certa mudança no aluno”.

O objetivo desta pesquisa é analisar como o erro do aluno pode ser trabalhado a partir da utilização de estratégias no ensino de equações do 2º grau. Tendo por base as estratégias propostas por Torre (2007) procuramos realizar em sala de aula o tratamento didático dos erros dos alunos. Neste estudo buscamos evitar a correção das atividades de forma mecânica, sem ocasionar a reflexão acerca das produções dos alunos, como acontece algumas vezes na sala de aula quando da correção de atividades.

Segundo Torre (2007, p. 130), a análise de erros no ensino de matemática deve ser centrada “nas falhas de compreensão e no processo lógico seguido, quando o estudante realiza uma tarefa ou resolve um problema matemático de forma errônea”. O autor ainda acrescenta que como consequência da análise, o professor necessita modificar as estratégias e utilizar uma metodologia mais apropriada às características do aluno.

A prática docente adotada pode sempre procurar saber o que o aluno pensa acerca de sua produção. Ao localizar o erro o professor necessita ouvir a reflexão do aluno sobre o erro que cometeu. A discussão é algo estritamente importante no processo de ensino e aprendizagem, pois é um momento em que os discentes expõem as dúvidas e obstáculos que porventura estejam lhes atrapalhando, ou seja, é uma estratégia que pode evitar um possível erro.

4.2 A inserção da análise dos erros na prática docente

Sabemos que, em geral, a responsabilidade pelo erro é atribuída ao aluno e que esta não é a melhor posição a ser adotada pelo professor. A seguir, realizamos uma visita a literatura nacional sobre análise de erros do estudante de matemática para verificar o que estão afirmando as pesquisas.

Os erros geralmente são vistos numa perspectiva excludente, isso acontece nas diversas fases do ensino, tanto com os alunos da educação básica quanto do ensino superior. Na busca de uma atitude diferente, podemos nos debruçar tanto acerca da percepção docente quanto discente sobre essa temática.

Costa e Pavanello (2016) desenvolveram um trabalho com um grupo de seis professores visando mudanças de atitudes sobre suas concepções acerca dos erros dos alunos. A pesquisa foi desenvolvida em dois momentos: o primeiro, refletir sobre os erros dos alunos a partir de textos debatidos sobre o tema, posteriormente realizaram a análise de erros das produções de alunos, para tentar compreender o que aconteceu para determinado aluno ter cometido o erro, gerando debates e reflexões entre o grupo de professores.

Costa e Pavanello (2016) percebem que os discursos dos docentes não estão alinhados com suas práticas em sala de aula, uma vez que além de responderem aos questionários os pesquisadores observaram o dia a dia na sala de aula, justamente para verificar a prática docente. E, em suas considerações os autores afirmam que do grupo de seis professores apenas três deles mostraram algum avanço sobre a concepção acerca do erro dos alunos, os demais mostraram um descompasso entre o discurso e a prática.

De modo semelhante, Ambrosio (2015) fez uma pesquisa com professores de matemática que lecionavam em classes de recuperação intensiva, com o objetivo de analisar e apresentar a visão deles sobre os erros de seus alunos. Para isso, foram realizadas entrevistas após um período de observação das aulas, possibilitando que as perguntas fossem construídas a partir dos dados registrados pelo que foi visto. As questões abordadas foram a prática em sala de aula, como lidam com os erros dos alunos e as dificuldades encontradas em sala de aula, entre outras.

Pesquisando com o objetivo de analisar a visão que professores de matemática apresentam acerca do aluno, Ambrosio (2015) coletou os dados por meio de entrevistas semiestruturadas, concluindo que quase todos os professores participantes da pesquisa mostraram que não compreendem o erro como parte do processo de aprendizagem. Resultados que estão de acordo com os resultados da pesquisa de Costa e Pavanello (2016), denotando assim que pode ser uma falha no processo de formação docente.

Leivas e Cury (2010) trazem em pesquisa, que é recorte de uma dissertação, uma análise de um problema relacionado a geometria e álgebra, com professores de Matemática em formação continuada. O estudo objetivou analisar quais os principais erros cometidos pelos cinquenta participantes para chegar aos resultados. Os professores tiveram que resolver um problema matemático proposto pelos pesquisadores.

Através das respostas os autores formularam categorias para analisá-las, utilizando a metodologia de análise de conteúdo dos erros. As categorias propostas foram do tipo: solução correta, parcialmente correta, incorreta e ausência de respostas. A maioria dos professores obteve êxito na solução do problema, já outros não conseguiram resolver, deixando o problema em branco.

Em suas considerações Leivas e Cury (2010) propõem que mais professores em formação continuada utilizem estratégias, como softwares de geometria dinâmica, porque estes ajudam a melhorar a compreensão de conceitos geométricos, porém eles ressaltam que existe uma barreira ao utilizar tecnologias para o ensino de matemática, pois ainda existe a concepção que o ensino escolar está intrinsicamente ligado somente a figura do professor.

Nem todos os professores têm a percepção do quão é valioso terem preocupação com o erro do aluno. Investigar erros conceituais, lógicos e estratégicos é necessário, mas, devemos nos ater também aos fatores psicológicos. Gusmão e Emerique (2000) trazem algumas considerações teóricas a respeito da percepção do erro nas aulas de matemática, procurando debater dentro das perspectivas construtivista e epistemológica, para assim encontrar um espaço para discutir as emoções dos alunos diante do erro.

Os autores, que direcionaram a pesquisa a ser de cunho qualitativa, tiveram a seguinte pergunta norteadora: quais as emoções suscitadas no aluno pela percepção do erro em aulas de matemática? Além de outras, como por exemplo: os erros podem se constituir em obstáculos emocionais e influenciar a aprendizagem matemática?

Ficou evidenciado na investigação dos pesquisadores que o erro pode se constituir num obstáculo emocional, ainda mais se a aquisição do conhecimento vier de forma traumática, além do mais, a pesquisa mostra que existe um círculo vicioso. Ou seja, o obstáculo emocional induz ao erro e, configurando-se o erro, este desencadeia emoções, como: frustração de expectativas, angústias, raiva e sentimento de inferioridade, entre outras.

Gusmão e Emerique (2000), consideram em sua pesquisa que as ideias e reflexões apresentadas em seu trabalho levam-nos a seguinte posição: o erro não deve mais ter o poder de reprovação, é preciso superá-lo, transcendê-lo para que não evoque sentimentos preconceituosos e negativos com relação ao ensino e aprendizagem de matemática, e desse modo, deixar de gerar obstáculos, dentre eles, os obstáculos emocionais que podem dificultar o processo de ensino e aprendizagem.

Baseada em estudos de Guy Brousseau, a pesquisa de Silva (2018) acrescenta a presença de vários obstáculos, tais como: o epistemológico, didático, psicológico e ontogênico. A autora analisa como o professor de matemática, através dos erros e obstáculos apresentados pode reconstruir o conceito matemático sobre as operações fundamentais. A pesquisa de caráter qualitativa, ao analisar os erros nas duas atividades dos alunos, verifica quais obstáculos estão presentes, para retornar aos alunos para que possam realizar novamente a atividade proposta.

Nas considerações finais de Silva (2018) nenhum erro caracterizado como obstáculo emocional foi evidenciado, e sim obstáculos epistemológicos e didáticos. Como a quantidade de erros diminuiu ao reaplicar as atividades depois da análise de erros, a autora deixa claro que o objetivo foi alcançado.

Spinillo *et al* (2014) em sua pesquisa, parte da ideia de que o erro é inevitável, ressaltando que ele sempre irá existir. Para tanto, a questão colocada é como transformar o erro

em algo didaticamente aproveitável. E busca um diálogo teórico utilizando diversas concepções sobre os erros e suas implicações para a prática do professor.

Os autores, procuram compreender as estratégias de resolução feita por alunos resolvendo atividades matemáticas, como em combinatória, fração, perímetro, entre outros. Com propósito de evidenciar os erros para inseri-los na prática, de modo a desenvolver alguma estratégia didática para trabalhar acerca do erro apresentado.

Nas considerações finais, Spinillo *et al* (2014) afirmam que errar é algo normal, além de ser inevitável. Para eles, a ideia de que os erros devem ser evitados e eliminados não se sustenta na prática escolar de hoje. Eles enfatizam que é relevante saber o que os erros informam sobre o raciocínio utilizado pelos alunos ao resolver uma atividade matemática.

Já em outra pesquisa, Spinillo *et al* (2016), para saber como professores e futuros professores interpretam erros de alunos quando estão resolvendo problemas, foram entrevistados 12 futuros professores e 12 professores do ensino fundamental. Os entrevistados localizaram erros de natureza procedimental, linguística e conceitual. Os pesquisadores concluíram afirmando que o tipo de problema é um elemento relevante no modo de interpretar erros, com maior importância que a formação e a experiência do professor.

Com base teórica na perspectiva piagetiana, Rosso e Berti (2010) analisaram erros de alunos do 5º ano e as estratégias do professor frente aos processos cooperativos da inteligência e da autonomia intelectual. Os autores concluíram a investigação afirmando que, “a complexidade e a provisoriade do pensar e do conhecer se expressam na diversidade de respostas e estratégias presentes nos erros dos alunos e que a socialização dos erros promove a cooperação, a descentração e a autonomia do pensamento” (ROSSO; BERTI, 2010, p. 1005).

As pesquisas de Costa e Pavanello (2016), Ambrosio (2015) e Leivas e Cury (2010) ocorreram com professores, já as pesquisas de Silva (2018) e Spinillo *et al* (2014), Rosso e Berti (2010) ocorreram com alunos, nesse aspecto, são as que guardam maiores semelhanças com a pesquisa que aqui empreendemos, sendo que a pesquisa de Silva (2018) também utiliza estratégias semelhantes a nossa.

4.3 Metodologia

A presente pesquisa tem como objetivo analisar como o erro do aluno pode ser trabalhado a partir da utilização de estratégias no ensino de equações do 2º grau e está desenvolvido mediante uma abordagem qualitativa.

A produção do material empírico se deu em três etapas, com alunos de uma escola pública do 1º ano do ensino médio. Todos os alunos estudaram o ensino fundamental em escolas

públicas, e de acordo com a classificação socioeconômica do IBGE pertencem às classes D e E.

Na primeira etapa foi proposta uma atividade matemática referente ao conteúdo de equação do 2º grau. Ao aplicar a atividade, os participantes não tiveram ajuda para resolvê-la, fazendo uso apenas de seus conhecimentos prévios sobre o tema. A atividade foi composta por quatro situações, elencadas da seguinte forma: Situação I) Quais são as raízes da equação incompleta $4x^2 - 100 = 0$? Situação II) Quais são as raízes da equação $2x^2 - 4x = 0$? Situação III) Observe a equação $(x + 3)^2 = 16$, e calcule suas raízes? E por último, situação IV) Quais são as raízes da equação $x^2 + 4x - 12 = 0$?

Nesta etapa estavam presentes 19 alunos e todos tiveram o mesmo tempo para responder as quatro situações. Após analisar as produções dos alunos, constatamos alguns obstáculos e dificuldades que eles enfrentam, verificados por meio de diversos erros cometidos.

Então, retornamos à sala de aula para dar início a segunda etapa da pesquisa, com os participantes atuando em duplas. Decidimos utilizar algumas estratégias inseridas nas três fases do tratamento didático dos erros: detecção, identificação e retificação, propostas por Torre (2007), com o propósito de verificar uma possível melhora no desempenho dos alunos.

Na fase de detecção dos erros, rerepresentamos a atividade realizada por eles na primeira etapa e solicitamos que cada um localizasse os possíveis erros cometidos, sinalizando com um círculo. Após realizar a detecção dos erros utilizamos a seguinte estratégia: a correção coletiva, ou seja, o professor pode expor o processo de resolução no quadro com auxílio da participação dos alunos, havendo interações acerca de cada etapa do processo, que para Torre (2007, p. 134), “é eficaz porque, com pouco tempo, dá-se uma informação rápida a todos os alunos, mas nem as variantes particulares ou os processos seguidos pelo sujeito são levados em conta”.

Para minimizar as falhas desta estratégia que deixa a desejar acerca das variantes particulares de cada sujeito e seu processo de resolução, inserimos durante a correção coletiva de forma natural e dinâmica, outras estratégias mencionadas na fase da retificação dos erros, tais estratégias foram: revisão de exercícios mal resolvidos, que consiste em o professor junto com os alunos corrigir a atividade de modo que os alunos reflitam sobre os erros cometidos.

A estratégia utilizada em seguida foi a caça ao erro, esta estratégia consiste em o professor errar de propósito, verificando se o aluno está atento ao processo de resolução (TORRE, 2007). Outra estratégia que pode ser utilizada é a correção cooperativa, que tem por finalidade uma aprendizagem compartilhada, consiste em colocar os alunos em duplas, assim podem dialogar e discutir sobre suas dificuldades, podendo a discussão ser aberta para a turma.

Após a utilização dessas estratégias, buscamos evidenciar aos alunos a compreensão das falhas que haviam detectado, para isso utilizamos a ideia que se faz presente na segunda fase do tratamento didático dos erros: a identificação dos erros. Segundo Torre (2007, p. 134), “constatado o desajuste ou inadequação da resposta é preciso averiguar que critérios foram transgredidos e por quê”. Nesta perspectiva, solicitamos que os alunos fizessem uma autorreflexão, estratégia que consiste em descrever erros após a realização de uma atividade. Para cada situação, solicitamos aos alunos que expressassem o que refletiram acerca dos erros cometidos e entregamos aos mesmos uma folha de papel com a seguinte pergunta: quais foram os erros e as principais dificuldades encontradas?

Depois que os alunos apresentaram suas percepções e dificuldades sobre os erros cometidos, iniciamos a última etapa da pesquisa e utilizamos a estratégia chamada por Torre (2007) de segunda oportunidade mencionada na terceira fase do tratamento didático dos erros: a retificação.

Na terceira etapa da pesquisa, agora individualmente, aplicamos uma nova atividade matemática com quatro situações obedecendo as mesmas características da primeira atividade, mas com mudanças nos valores numéricos das equações. A atividade foi elencada da seguinte forma: Situação I) quais são as raízes da equação $4x^2 - 400 = 0$? Situação II) quais são as raízes da equação $x^2 - 6x = 0$? Situação III) quais são as raízes da equação $(x + 2)^2 = 25$? E por último, situação IV) quais são as raízes da equação $3x^2 - 7x + 4 = 0$? Nesta etapa faltaram quatro alunos e apenas quinze participaram.

4.4 Em busca da compreensão do erro do aluno

A seguir apresentamos o desempenho dos alunos na primeira etapa da pesquisa, quando propusemos as quatro situações para serem resolvidas por eles.

Quadro 1- Desempenho dos alunos na primeira atividade

	Acertos	Acertos Parciais	Erros	Questões em Branco
Situação 1	2	5	10	2
Situação 2	2	0	13	4
Situação 3	1	1	10	7
Situação 4	3	1	9	6
Total	8	7	42	19

Fonte: Dados da pesquisa

O quadro mostra o desempenho dos alunos, após a realização da primeira etapa da pesquisa. Observamos que a quantidade de acertos em todas as situações foi baixa, resultando em 8 acertos no geral. Quando falamos de acerto parcial, estamos afirmando que o aluno chegou próximo do êxito, ou seja, por um detalhe ele veio a errar, isso aconteceu com mais frequência na situação 1, e nas demais o resultado foi pouco expressivo. Com isso, podemos afirmar que os alunos tiveram um maior domínio sobre este tipo de situação que nas demais.

Observamos um elevado número de erros cometidos pelos participantes da pesquisa, apresentando na situação 2, o maior índice (13). Os alunos erraram mais da metade das situações (42) e mais outras 19 não foram respondidas. A seguir, passamos a segunda etapa da pesquisa.

Para facilitar a discussão, entre os quinze alunos, escolhemos quatro para nossas análises e denominamos por: aluno 1 (A1); aluno 2 (A2); aluno 3 (A3) e aluno 4 (A4).

A seguir, rerepresentamos a atividade feita pelos alunos na primeira etapa, solicitando que eles destacassem (circulassem) o que considerassem ter resolvido de modo incorreto. Vejamos o que o aluno A1 considera ter feito errado:

Figura 1- Detecção dos erros para a situação 1, segundo A1

Situação 1
Quais são as raízes da equação incompleta $4x^2 - 100 = 0$?

$a = 4$ $b = 0$ $c = -100$ $\Delta = (0)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-100)$
 $\Delta = 0 + 1600$ $\Delta = 1600$

$x = \frac{0 \pm 40}{4} = \frac{0 + 40}{4} = \frac{40}{4} = 5$ $x_1 = x_2$

Fonte: Dados da pesquisa

Nesta situação, o participante poderia optar pelo caminho que se sentisse mais seguro para resolver. Ele optou por utilizar a fórmula resolvente, e iniciou identificando quais eram os coeficientes. Durante a resolução, o aluno omite um dos sinais que o levaria a encontrar a outra raiz da equação do 2º grau, por este fato, conclui que a equação possui duas raízes iguais. O aluno conseguiu detectar seu erro (setas). Observamos que na resolução ele coloca que $x_1 = x_2$, demonstrando um erro conceitual, haja vista que o valor do discriminante (Δ) é maior que zero. Segundo Torre (2007, p. 67), “o erro como desajuste conceitual, representa um desajuste entre a norma estabelecida pelo professor como válida ou correta e a resposta dada pelo aluno”.

O pensamento do aluno para Torre (2007), se baseia nas informações adquiridas na maioria das vezes fornecida pelo professor em sala de aula. Nestas informações, estão expressos conceitos e significações a respeito de qualquer conteúdo, a não assimilação dessas informações pode levar o aluno a cometer um erro conceitual. Isso ocorre predominantemente quando os

alunos acabam saindo de aulas sem compreender o que foi explicado. Ocasionalmente diversas lacunas conceituais que deveriam ser aprendidas naquele momento.

Após a detecção dos erros pelos alunos, utilizamos a estratégia da correção coletiva, que segundo Torre (2007, p. 134), “é sem dúvida a técnica mais difundida quando se trata de comprovar a correção dos exercícios ou das tarefas de sala de aula”.

Na fase de identificação dos erros, a reflexão e a discussão realizadas pelas duplas facilita a compreensão entre eles e possibilita melhorar a percepção sobre as causas dos erros cometidos.

Fizemos a seguinte pergunta aos alunos: quais foram os erros e as principais dificuldades encontradas? Vejamos o que o aluno A1 relatou, ao identificar seu erro:

Meu erro foi esquecer a fórmula de fazer e achar que -40 e o +40 daria o mesmo resultado (A1).

O aluno mostra que após a detecção do erro tem uma opinião sobre o que aconteceu, algo a ser considerado positivo, pois muitos alunos não conseguem expressar a causa do erro, principal característica desta fase. Conforme a explicação de A1, “meu erro foi esquecer a fórmula de fazer”, mostrando ter havido certa compreensão da existência de outro método de resolução para uma equação incompleta, pois nas discussões realizadas entre os alunos e o pesquisador foi mostrada outra maneira de chegar as raízes da equação. Dando continuidade em sua explicação, A1 expressa: “achar que -40 e o +40 daria o mesmo resultado”. Mostra que de fato existe um erro conceitual em sua resolução, compreendeu que a resolução requer a necessidade de encontrar duas raízes diferentes.

A estratégia da autorreflexão, no caso a descrição feita pelo aluno, sempre terá sua utilidade, fornecendo evidências de como ocorreu o erro. Torre (2007, p. 141) afirma, “após uma prova ou uma avaliação de resultados inesperados (por serem baixos, naturalmente) é útil recorrer a uma descrição dos erros cometidos, como ocorreram e a que se deveram”.

Na terceira etapa, para verificarmos a possibilidade de mudanças em relação à situação I da primeira atividade. Foi proposto aos alunos presentes para aplicarmos uma nova situação, agora com o seguinte enunciado: quais são as raízes da equação $4x^2 - 400 = 0$?

Vejamos a produção do aluno A1, na figura abaixo:

Figura 2 - A segunda oportunidade proporcionada a A1

$4x^2 - 400 = 0$	$x = \pm \sqrt{100}$
$4x^2 = 400$	$x = \pm 10$
$x^2 = \frac{400}{4}$	$x = \{+10, -10\}$
$x^2 = 100$	

Fonte: Dados da pesquisa

Ao propor uma segunda oportunidade para que os alunos pudessem expressar se haviam compreendido o que foi abordado na estratégia mencionada na fase de retificação dos erros, podemos observar na figura 2 que, agora o aluno A1 não utiliza a fórmula resolutive, evidenciando que ocorreu uma mudança de atitude, pois ele resolveu utilizar um novo método para a resolução da equação incompleta. Desta vez, consegue obter êxito em sua resolução. Para Torre (2007, p. 138), “a preocupação que deve guiar o professor nesta fase não é tanto a de corrigir como a de conseguir certa mudança no aluno”.

Na representação da atividade, vejamos o que o aluno A2 considera ter feito errado:

Figura 3 - Detecção de erros para a situação 2, segundo A2

Situação II
Agora, quais são as raízes da equação $2x^2 - 4x = 0$?

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$2x^2 - 4x \quad \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\Delta = 16 - 8$$

$$\Delta = 8$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{8}}{2 \cdot 2}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Ao corrigir uma atividade o professor não deve ignorar o erro que for evidenciado, o mais importante é ter compreensão de que o aluno deve detectá-lo de modo que possa refletir como chegou a tal resultado, para assim poder questionar, procurar entender em qual momento ele errou. O aluno A2 detectou o primeiro erro ao circular o número 1, pois o coeficiente de c é igual a 0, fato que ocasionou outro erro no resultado do discriminante (Δ). É possível observar que ele apesar de saber a fórmula resolutive não dá prosseguimento nos seus cálculos. Para Torre (2007, p.132), “a primeira fase do tratamento didático dos erros está em detectá-los. Enquanto não forem localizados e não tiver consciência deles, não é possível seguir em frente”.

Quando solicitamos ao aluno A2 que explicasse, segundo o entendimento dele, porque havia errado, veio a seguinte justificativa:

É que eu me atrapalhei, ao invés de colocar $c=0$, coloquei igual a 1. E não me lembrei da outra fórmula (A2).

Nesta colocação existem dois aspectos que podemos observar, o primeiro é quando ele escreve: “me atrapalhei, ao invés de colocar $c=0$, coloquei $c=1$ ”. Aqui, podemos destacar que houve uma mudança na percepção acerca da resolução, agora A2 mostra que compreendeu o erro que havia cometido.

A seguir, rerepresentamos a atividade ao Aluno A3 para que ele fizesse a detecção de erros:

Figura 5 - Detecção de erros para a situação 3, segundo A3

<p>Situação III</p> <p>Observe a equação $(x + 3)^2 = 16$, agora calcule suas raízes ?</p> $(x + 3)^2 = 16$ <hr/> $(x + 3) \cdot (x + 3) = 16$ <hr/> $x^2 + 3x + 3x + 9 = 16$ <hr/> $x^2 + 6x + 9 - 16 = 0$

Fonte: Dados da pesquisa

O que nos chamou atenção neste caso, foi o fato do participante não ter dado prosseguimento em seus cálculos, ao realizarmos a fase de detecção dos erros ele não circulou nenhuma parte de sua produção, haja vista que até onde ele fez nenhum erro foi evidenciado. Porém, é provável que o aluno tenha um obstáculo que impeça o avanço nos cálculos da equação e com isso não consiga achar as suas raízes.

Nesta situação, como podemos observar na figura acima, se trata de uma equação cujo primeiro membro é um trinômio quadrado perfeito, dentre algumas maneiras de resolução que poderiam ser adotadas, podemos destacar que A3 tenta resolver desenvolvendo o produto notável, e de certa forma ele consegue. Mas, esbarra no passo seguinte ao não realizar a aplicação na fórmula resolutive.

Em busca de saber qual foi o motivo dele não ter dado continuidade, perguntamos: quais foram os erros e as principais dificuldades encontradas? Veja o que o aluno A3, escreve abaixo:

Eu pensei que já tinha chegado ao resultado final, não concluí a questão (A3).

Então, algo que podemos questionar é o fato de como ele poderia achar que havia chegado ao fim da resolução se não encontrou as raízes? O que demonstra que A3 tem obstáculos conceituais e também obstáculos procedimentais acerca do processo de resolução de uma equação do segundo grau, pois não sabia em que momento se encerrava a questão. Quando propusemos para A3 expressar seus erros e dificuldades, estamos tratando de uma atitude característica da fase de identificação dos erros. Para Torre (2007, p. 134), “esta fase de diagnose nos proporciona informação importante para sua posterior retificação”.

Vejam os a produção do aluno A3 na figura abaixo, quando lhe foi proporcionada a segunda oportunidade:

Figura 6 - A segunda oportunidade proporcionada a A3

$$\begin{array}{l}
 (x+2)^2 = 75 \quad \Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -71 \\
 (x+2)^2 + (x+2) = 75 \quad \Delta = 16 + 284 \\
 x^2 + 2x + 2x + 4 = 75 \quad \Delta = 300 \quad x = \dots \quad x = -4 + 10\sqrt{3} = 6 \\
 x^2 + 4x + 4 - 75 = 0 \quad \nearrow \quad \frac{2}{2} \\
 x^2 + 4x - 71 = 0 \quad x = -4 \pm \sqrt{300} \quad x = -4 \pm 10 \rightarrow x = -4 - 10 = -14 \\
 a=1 \quad b=4 \quad c=-71 \quad 2 \cdot 1 \quad 2 \quad 2 \quad 2
 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Desta vez, como podemos observar na figura 6, o aluno A3 não deixou a questão proposta inconclusa, como fez anteriormente (figura 5), agora ele consegue encontrar as raízes da equação polinomial. Aqui, depois que passamos pelas fases anteriores: detecção e identificação dos erros podemos perceber mudanças, A3 consegue avançar e alcança a resolução da situação proposta. Quando o aluno consegue resolver uma nova situação, tendo compreendido todo o processo de resolução, além de ter tido compreensão de seus erros ou dificuldades pode ser uma evidência de que o tratamento didático dos erros pode apresentar resultados satisfatórios.

Uma das estratégias que ajuda para que isso possa apresentar êxito é a correção cooperativa, que faz parte da terceira fase do tratamento de erros, estratégia utilizada nesta pesquisa, que segundo Torre (2007, p. 140), “se entendermos a aprendizagem como um processo interativo, que tem lugar dentro e fora da sala de aula, com apoio dos professores e mediante influências dos colegas, é certo que este também tem seu papel na retificação dos erros”.

Para que o aluno A3 chegasse a este êxito, parece ter sido oportuno o trabalho realizado em sala de aula, acerca das dificuldades apresentadas pelos mesmos, assim como, a discussão e reflexão realizadas pelo professor e pesquisador, primeiro autor deste estudo, sobre os erros cometidos na primeira etapa da pesquisa.

Na representação da atividade, para a detecção de erros, vejamos na figura 7 abaixo, o que o aluno A4 considera ter feito errado:

Figura 7 - Detecção de erros para a situação 4, segundo A4

Situação IV
Quais são as raízes da equação $x^2 + 4x - 12 = 0$?

Handwritten work showing the student's attempt to solve the equation $x^2 + 4x - 12 = 0$. The student identifies $a=1$, $b=4$, and $c=-12$. They calculate the discriminant $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 16 + 48 = 64$. They then use the quadratic formula to find the roots $x_1 = \frac{-16 + 8}{2} = \frac{8}{2}$ and $x_2 = \frac{-16 - 8}{2} = \frac{-24}{2}$. The work shows several errors circled in red, including the exponent 2 in the discriminant formula and the sign of the constant term c .

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A4, comete alguns erros ao resolver esta situação, porém nem todos são detectados. O primeiro erro é ao escrever a fórmula resolvente, sabemos que ela é da seguinte maneira: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, nota-se que ele escreve b^2 em sua resolução, de forma equivocada. Porém, quando solicitado a detecção de seus erros, ele circula o expoente 2. O Segundo erro, como podemos observar ainda na figura 7 é quando A4 tentar encontrar o valor das raízes da equação, podemos perceber erros operacionais envolvendo números inteiros, todavia não os detecta, por exemplo: quando ele escreve que $x_1 = (-16 + 8)/2 = 8/2$, ao invés de escrever o resultado de $-8/2$. Podemos observar ao calcular o valor do discriminante (Δ), na presente fórmula: $\Delta = b^2 - 4ac$, ele comete um terceiro erro, que foi colocar um sinal negativo antecedendo o b^2 e mais uma vez ele não consegue evidenciar esse erro.

Em busca da compreensão acerca de seu erro, perguntamos: quais foram os erros e as principais dificuldades encontradas? Vejamos o que ele escreveu abaixo:

Eu me confundi na fórmula de novo, pois sempre coloco b^2 e não pode, tenho que prestar mais atenção. (A4)

Aqui A4 mostra que refletiu sobre seu erro, e afirma que esse erro é recorrente. De fato, o participante sempre errou os cálculos produzidos dentro da fórmula resolvente em todas as situações que tentou solucionar. Porém, o aluno mostra indignação porque isso acontece diversas vezes, afirmando que tem que estar mais atento. Será que isso ocorre devido o aluno nunca parar para uma autorreflexão sobre seu erro, de modo que pudesse compreendê-lo? Nessa segunda etapa, tivemos o propósito de provocar os participantes para refletir os motivos que o levaram a errar, o que deveria ser sempre adotado em sala de aula. Para Torre (2007, p.141), “desde as séries finais do ensino fundamental até o nível universitário é possível introduzir a autorreflexão como estratégia de análise do próprio fracasso”.

A nova produção do aluno A4, na figura 8, quando solicitado para responder a nova situação, na segunda oportunidade para verificarmos se houve a retificação de seus erros.

Figura 8 - Segunda oportunidade proporcionada a A4

$3x^2 - 7x + 4 =$
 a) 3 $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
 b) -7 $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4$
 c) 4 $\Delta = 49 - 48$
 $\Delta = 1$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $x = \frac{-(-7) \pm 1}{2 \cdot 3}$
 $x_1 = \frac{-(-7) + 1}{2 \cdot 3} = \frac{-6}{6} = -1$
 $x_2 = \frac{-(-7) - 1}{2 \cdot 3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

Fonte: Dados da pesquisa

Podemos observar na figura acima que o problema envolvendo as fórmulas não existem mais (como na figura 7), tanto a do discriminante (Δ), quanto a da fórmula resolvente. Os erros operacionais que cometeu na primeira atividade, nesta segunda oportunidade não ocorreram, talvez agora ele tenha estado mais atento e focado em sanar suas dúvidas sobre o assunto, superadas com a utilização das fases do tratamento didático dos erros proposto por Torre (2007).

A seguir, apresentamos no quadro 2, após o tratamento didático dos erros, o desempenho dos alunos na segunda atividade proposta.

Quadro 2 - Desempenho dos alunos na terceira etapa da pesquisa.

	Acertos	Acertos Parciais	Erros	Questões em Branco
Situação 1	11	0	2	2
Situação 2	8	3	2	2
Situação 3	10	0	3	2
Situação 4	7	1	2	5
Total	36	4	9	11

Fonte: Dados da pesquisa

Podemos observar no quadro 2, que realmente houve uma certa mudança no desempenho dos participantes, em relação a primeira (quadro 1). É preciso atentar para o fato de que na primeira etapa participaram 19 alunos, enquanto nesta etapa participaram apenas 15.

O número de acertos em todas as situações aumentou consideravelmente. Se antes tínhamos 8 acertos, agora esse número chegou a 36 acertos. Os acertos parciais caíram, o que significa que os erros cometidos no final da resolução diminuíram, se na primeira atividade

evidenciámos uma enorme quantidade de erros (42) juntando todas as categorias, depois do tratamento didático dos erros apenas 9 erros foram cometidos. Apesar, das 11 questões deixadas em branco nesta segunda atividade proposta, também houve um decréscimo em relação à primeira (19).

4.5 Algumas considerações

Neste estudo, nós reconhecemos como limitação o fato de a terceira etapa apresentar equações do segundo grau, que em relação a primeira etapa, houve apenas a troca de valores numéricos.

Na presente pesquisa, aplicamos o tratamento didático dos erros proposto por Torre (2007), após a realização de uma atividade matemática envolvendo o conteúdo de equação do 2º grau. Ficou constatado na análise didática dos erros, diversos tipos de erros, o que gerou um baixo desempenho nas produções dos alunos.

O erro do aluno sempre existiu e provavelmente sempre vai existir, porém o que determina se ele tem um caráter negativo ou positivo parece ter uma forte influência do professor. Quando a nota é o principal objetivo a ser alcançado, o professor se inclina a influenciar o aluno de forma negativa acerca dos erros que comete. Entretanto, se decidir valorizar o processo de construção do conhecimento realizado pelo aluno, a tendência é o aluno encarar o erro de forma positiva e melhorar seu processo de aprendizagem.

O docente, tem um papel imprescindível acerca do caráter do erro, compreendendo que os erros fazem parte do processo de ensino e aprendizagem e com isso pode encontrar meios e estratégias para oferecer novas oportunidades para melhorar a aprendizagem do aluno.

Na opinião de Spinillo *et al* (2014), é possível afirmar a necessidade de ter a análise de erros incorporada ao planejamento docente, contribuindo com a dinâmica das aulas e a partir do mesmo saber-se qual a dificuldade que o aluno enfrenta em relação a determinado conteúdo.

As dificuldades tornam-se mais perceptíveis através da análise das produções dos alunos, são nelas que podemos encontrar algumas respostas sobre os obstáculos que muitas das vezes perduram ano após ano. Analisar os erros junto com os alunos gerando a discussão e reflexão sobre tais dificuldades é importante e antecedendo este momento é interessante que os alunos tenham um momento para tentar detectar seus erros.

Compreender por que os alunos erram com certa frequência na primeira atividade, foi um dos motivos da utilização nas fases do tratamento didático dos erros. O que nos proporcionou, através de algumas estratégias utilizadas, diminuir a frequência deles na segunda atividade.

Após passarmos por todas as fases e utilizando as estratégias apontadas por Torre (2007), podemos afirmar que para este estudo, o tratamento didático dos erros mostrou melhoras no desempenho dos alunos, além da mudança de atitudes em relação aos erros que cometeram. Deste modo, queremos deixar registrado que não estamos afirmando que sempre ocorrerá mudança de atitude no aluno em relação ao erro que comete, mas neste estudo reconhecemos que ocorreu.

Diversos alunos mostraram certas mudanças, a partir do que foi debatido e refletido. Se antes, mal sabiam resolver as equações do segundo grau utilizando apenas a fórmula resolutive, mostraram que dominaram outras fórmulas de responder. Para muitos alunos, os erros que foram detectados na primeira atividade, na segunda oportunidade deixaram de serem cometidos.

Diante dos resultados desta pesquisa, podemos perceber que em relação ao erro, o professor pode provocar uma certa mudança nas atitudes do aluno, de modo que ele consiga apropriar-se do conhecimento, superando as dificuldades e obstáculos. Cabe, ressaltar que o professor pode sempre procurar entender os meios que os alunos utilizaram para chegar a uma dada resposta, assim será mais objetivo ao oferecer estratégias adequadas para amenizar as dificuldades dos alunos e proporcionar mais aprendizagem.

Diversas mudanças foram evidenciadas pelos discentes, algumas delas com relação aos erros cometidos na primeira etapa, com relação a certos aspectos ao conteúdo da equação do 2º grau, principalmente acerca dos coeficientes das equações e também a fórmula resolutive havendo decréscimo de erros nestes aspectos.

4.6 Referências

AMBROSIO, A. C. S. A perspectiva sobre o erro dos alunos de professores de matemática da recuperação intensiva: algumas considerações. **Colloquium Humanarum**. n. 3, v. 12, 2015. Disponível em: <https://revistas.unoeste.br/index.php/ch/issue/view/102> Acesso 5 de Março 2020.

COSTA, J. R. e PAVANELLO, R. M. Uma investigação sobre as possibilidades de uma formação continuada de professores de matemática envolvendo a análise de erros e o desenvolvimento profissional docente. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. n. 8, v. 5, 2016. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/view/Vol.5%2C%20No.8%20%282016%29/showToc> Acesso 14 de Fevereiro 2020.

Cury, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica. 2018.

GUSMÃO, T. C. R. S. e EMERIQUE, P. S. Do erro construtivo ao erro epistemológico: um espaço para emoções. **Bolema**. n. 14, v. 13, 2000.

LEIVAS, J. C. P. e CURY, H. N. Análise de erros em soluções de um problema de geometria: uma investigação com professores em formação continuada. **REVMAT**. v. 05, n. 1, 2010.

ROSSO, A. J.; BERTI, N.M. O erro e o ensino-aprendizagem de matemática na perspectiva do desenvolvimento da autonomia do aluno. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 23, nº 37, p. 1005 a 1035, dezembro 2010.

SPINILLO. A. G. *et al.* O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? **Boletim Gepem** (online). n. 64. 2014. Disponível em: <http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2015.005> Acesso 20 janeiro 2020.

SPINILLO *et al.* Como professores e futuros professores interpretam erros de alunos ao resolverem problemas de estrutura multiplicativa? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1188 - 1206, dez. 2016. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/1050> Acesso 22 de março 2020.

SILVA. J. L. O. C. **O estudo de erros e obstáculos nas operações fundamentais de matemática cometidos por alunos de 6º ano em salas de apoio**. 2018. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Ponta Grossa. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3317/1/PG_PPGECT_M_Silva%2C%20Joselba%20Liliane%20de%20Oliveira%20Carneiro%20da_2018.pdf Acesso em 4 de Fevereiro 2020.

TORRE, S. L. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudanças**. Porto Alegre: Artmed. 2007.

5. COMO O PROFESSOR DE MATEMÁTICA PERCEBE O ERRO DO ALUNO RESOLVENDO ATIVIDADES MATEMÁTICAS¹

HOW THE MATH TEACHER PERCEIVES THE STUDENT'S MISTAKE IN SOLVING MATH ACTIVITIES

Resumo

A análise do erro do aluno não é algo tão frequente na prática pedagógica do professor de matemática. Em diversas situações o tema é levado em consideração a partir de uma perspectiva negativa. Nesta pesquisa adotamos uma abordagem qualitativa e o objetivo é analisar de qual maneira o professor percebe o erro do aluno quando está resolvendo atividades de matemática. Os dados foram obtidos por meio de entrevistas semiestruturadas com cinco professores de escolas públicas da educação básica. Os resultados apontam três níveis de percepção sobre a análise de erros. Alguns professores percebem a importância e afirmam praticar na sala de aula uma interpretação positiva do erro do aluno, outros percebem de modo intermediário, tentam realizar a análise ou tratamento dos erros, mas de um modo não apropriado e outros apresentam ideias desaconselhadas para lidar com a situação, percepções que são tidas como práticas do ensino tradicional. Como possibilidade de superação de percepções equivocadas e negativas acerca do erro do aluno sugerimos a inclusão da temática na formação inicial e continuada de professores.

Palavras-chave: Percepção. Análise de erros. Prática pedagógica. Aprendizagem. Ensino.

Abstract

The analysis of the student's error is not so frequent in the pedagogical practice of the mathematics teacher. In several situations the theme is taken into account from a negative perspective. In this research we adopted a qualitative approach and the objective is to analyze how the teacher perceives the student's error when solving math activities. The data were obtained through semi-structured interviews with five teachers from public schools of basic education. The results show three levels of perception about the analysis of errors. Some teachers perceive the importance and affirm to practice in the classroom a positive interpretation of the student's error, others perceive it in an intermediate way, try to carry out the analysis or treatment of errors, but in an inappropriate way and others present ideas that are not recommended to deal with the problem. situation, perceptions that are seen as traditional teaching practices. As a possibility to overcome mistaken and negative perceptions about the student's error, we suggest the inclusion of the theme in the initial and continued training of teachers.

Keywords: Perception. **Error** analysis. Pedagogical practice. Learning. Teaching

5.1 Introdução

Esta é uma pesquisa que apresenta uma abordagem qualitativa e tem o objetivo analisar como o professor de matemática percebe o erro do aluno quando está resolvendo atividades matemáticas.

Muitos problemas carecem de superação no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Um deles está relacionado ao tratamento dispensado ao erro do aluno. Ainda não há uma compreensão adequada por parte do professor sobre o significado do erro do aluno quando está resolvendo essas atividades.

Não existe tal compreensão do professor da educação básica porque ela não se faz presente nos cursos de formação de professores. O erro produzido pelo aluno é algo que faz

¹ Submetido em 05/06/2020 e publicado no periódico Research, Society and Development 2020, v. 9, n. 8, e246985290, ISSN 2525-3409|DOI: <http://dx.doi.org/10.3344/rsd-v9i8.5290>

parte do processo de ensino e aprendizagem, dos caminhos seguidos na construção do conhecimento.

O erro não deve ser analisado apenas com base no resultado do exercício ou do problema resolvido pelo aluno, tampouco pela perspectiva da nota que tem o objetivo de aprovar ou reprovar o aluno.

O erro do aluno produzindo ou estudando matemática pode ser resultado de um momento ou de uma etapa, pode ser de um processo, pode ser resultante de uma circunstância, “um aprender em sala de aula de matemática ocorre na processualidade do vivido, num campo invadido e composto pelo fluxo da colocação de problemas e na força que irrompe do que faz pensar: erro, besteira, seja ela de matemática ou qualquer outra” (Oliveira, 2017, p. 640). Esta autora ainda nos brinda com assertivas espetaculares: “em um ensino de matemática. Acusações. Culpa. Um veredito: errado, besteira. Um veredito se faz com suas palavras de ordem. Que aprendizagem produz?” (Oliveira, 2017, p. 637).

O erro pode ser compreendido como uma oportunidade de criação pelo aluno, a partir da construção de possibilidades, da reformulação de uma resposta errada na busca da solução adequada. Dependendo do modo como seja considerado o erro, ele poderá contribuir para o fracasso escolar, constituindo-se em um elemento de desmotivação.

O erro pode carregar uma nova perspectiva para o processo de ensino e aprendizagem (Torre, 2007, p. 48), para este autor, “não seria pretensioso afirmar que a reflexão sobre o erro não só introduz uma nova dimensão metodológica, como uma renovação didática”. O erro pode deixar de ser considerado como algo danoso e passar a ser visto como fazendo parte de um processo que empurra a aprendizagem, que gera diálogo e conhecimento.

5.2 Por que analisar erros?

Não compete apenas ao professor analisar o erro do aluno. Ao aluno também é possível analisar seus próprios erros, desde que devidamente motivado e orientado pelo professor. O aluno é capaz de desenvolver estratégias de verificação e de autocorreção dos erros.

O erro pode ajudar a compreender as concepções de um determinado aluno sobre conteúdos de matemática, desde que a concepção não seja em uma perspectiva “certo” ou “errado”, por esse ângulo, segundo Nagy e Buriasco (2008), o professor deixa de entender e identificar as razões das escolhas feitas, assim como, possíveis equívocos em relação aos conceitos matemáticos.

O erro, em todos os tempos, foi carregado de uma conotação pejorativa, refere-se a algo que é ruim, que precisa ser evitado. Nesta ótica, os que cometem erros devem ser punidos,

receber castigos. “Essa tradição social influenciou nos paradigmas educacionais, os quais, por sua vez, interferiram na maneira de a escola interpretar os erros dos alunos, referentes à aquisição de conhecimentos” (Lorenzato, 2008, p. 49).

Ambrosio (2015, p. 99) afirma que “depois da segunda metade do século XX, com as mudanças ocorridas no paradigma de compreensão da ciência, esta perspectiva sobre o erro começou a ser superada”. Talvez esteja havendo aqui, certa generosidade por parte da autora. Consideramos que reflexões distintas destas começaram a ser realizadas. Na atualidade, o erro ainda continua sendo pensado como algo a ser evitado por uma parcela significativa de professores.

A análise de erros em quase todas as pesquisas sobre a temática é apresentada como uma ferramenta importante para a aprendizagem. Isto ocorre quando o professor analisa o que o aluno produz na escrita, conferindo os passos percorridos, as estratégias utilizadas e onde apresentou dificuldades.

Com o objetivo de analisar a visão que professores de matemática de turmas de recuperação apresentam acerca de erros cometidos pelos alunos, Ambrosio (2015) realizou entrevistas semiestruturadas, partindo do fato teórico de que o erro faz parte do processo de aprendizagem. A autora afirma que seus resultados mostraram que a maioria expressiva dos professores participantes não compreendem o erro como parte do processo de aprender e o apontam como um sinal de que não houve aprendizagem pelo aluno.

Cury & Silva (2008) em uma experiência com análise de erros e resolução de problemas, realizada com alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública, metodologicamente propuseram que os alunos criassem problemas sobre números decimais, considerando imagens apresentadas, e resolvessem outros que contemplavam valores monetários. As autoras concluíram que os alunos mostraram diferentes formas de trabalhar com decimais e também possibilitou conhecer as dificuldades que eles encontram para resolver problemas e realizar cálculos com decimais.

Chot, Góes e Melo (2014) analisaram os erros cometidos por 140 alunos do 8º ano na resolução da prova da OBMEP do ano de 2013, utilizando a metodologia de análise de conteúdo. Os autores concluíram que a maioria dos alunos sentiram dificuldades na resolução das questões em decorrência de dificuldades na compreensão dos enunciados e por não compreender os conteúdos envolvidos nas questões.

Mesmo sendo realizadas em condições e circunstâncias diferentes, a pesquisa de Cury & Silva (2008) guarda semelhanças nos resultados com a pesquisa de Chot, Góes e Melo

(2014). Ambas apontam que houve a descoberta das dificuldades que os alunos apresentam em relação ao conteúdo.

A partir de uma verificação de 902 dissertações ou teses defendidas em cursos de pós-graduação da área de ensino de ciências e matemática (Cury, 2013), com o objetivo de aprofundar análise de erros ou dificuldades de alunos e professores na resolução de questões matemáticas, encontrou 39 estudos que tratam sobre erros, dificuldades ou obstáculos. O que a autora propõe ao final é a necessidade da inclusão da análise de erros, tanto nos cursos de formação inicial, quanto na formação continuada de professores.

Kliemann & Dullius (2017) pesquisaram com o objetivo de analisar os erros apresentados por alunos do 5º ano do ensino fundamental quando estão interpretando e resolvendo problemas. Foram realizados três encontros em seis escolas e propostas questões retiradas da Prova Brasil de anos anteriores, com a finalidade de diagnosticar as principais dificuldades apresentadas pelos alunos. Ao final de cada encontro, foi feita uma análise dos erros cometidos acompanhada de classificação em categorias distintas. As autoras concluíram que a maioria dos alunos atendidos obteve sucesso na resolução dos problemas propostos, e quando o erro aconteceu relacionou-se à dificuldade de interpretação.

Castanho (2015) analisou respostas dos alunos em provas aplicadas por seus professores em turmas do 6º ano do ensino fundamental de escolas públicas, classificando-os e agrupando-os. A partir dos erros mais comuns cometidos pelos alunos, foram elaboradas estratégias e aplicada uma nova prova, observando o impacto sobre a aprendizagem, com base nos resultados foram realizadas oficinas com os professores dos anos anteriores ao 6º ano. A autora da pesquisa acredita que os resultados desejados foram alcançados com uma nova atitude dos professores e aprendizagem pelos alunos.

5.3 Aspectos metodológicos

O presente estudo é realizado por meio de uma abordagem qualitativa. Os participantes da pesquisa foram cinco professores de escolas públicas, três fazendo parte do corpo docente da rede pública estadual e dois da municipal. Sendo que todos os professores ensinam nos anos finais do ensino fundamental, por este motivo tomamos por satisfeito essa quantidade de participantes para à pesquisa.

A produção do material empírico se deu através de entrevistas estruturadas, de acordo com Oliveira (2011, p. 36), “as entrevistas estruturadas são aquelas nas quais as questões e a ordem em que elas compõem são exatamente as mesmas para todos os respondentes”. As perguntas seguiram uma mesma ordem para todos os entrevistados, sendo posteriormente transcritas para a análise. De acordo com Pereira e *et al* (2018, p. 67), “os métodos qualitativos são aqueles nos quais é importante a

interpretação por parte do pesquisador com suas opiniões sobre o fenômeno em estudo. Neles a coleta de dados muitas vezes ocorre por meio de entrevistas com questões abertas”.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p.200), “a investigação qualitativa envolve pegar nos objetos e acontecimentos e levá-los ao instrumento sensível da sua mente de modo a discernir seu valor como dados”. Para os autores, neste momento que se percebe a razão pelo qual o objetivo foi escolhido, de modo que afetará o potencial valor do que se quer estudar, bem como julgar quais dados utilizar e quais descartar quando apresentados valores duvidosos.

Houve a necessidade para fins de alcançarmos o objetivo da pesquisa a realização de cinco perguntas, todas elencadas na seguinte ordem: pergunta 1: o que você pensa sobre o erro do aluno quando está resolvendo uma atividade matemática? Pergunta 2: na sua opinião, como o professor de matemática deve agir diante do erro do aluno? Pergunta 3: em relação ao fator psicológico, os alunos podem ficar nervosos em momentos de avaliação, como ver essa situação? Pergunta 4: quais as contribuições que o erro do aluno quando está resolvendo uma atividade matemática pode oferecer? E por último, pergunta 5: você utiliza alguma estratégia em especial quando o aluno comete o erro?

Portanto para se fazer pesquisa deve-se ter um objetivo, assim a metodologia nos fornece os caminhos a serem trilhados a fim de obter os conhecimentos necessário para comprovar e verificar se os objetivos foram ou não alcançados. Para Sampieri e *et al*, (2013, p. 30), “a pesquisa é um conjunto de processos sistemáticos, críticos e empíricos aplicado no estudo de um fenômeno”. Assim, a pesquisa buscou solucionar seu problema obedecendo um conjunto de processos sistêmicos de modo utilizamos procedimentos necessários para buscar responder os anseios da pesquisa.

Nesta pesquisa, analisamos como o professor de matemática percebe o erro do aluno. Para facilitar o processo de análise dos dados e de compreensão do leitor, denominamos os professores participantes da pesquisa com a seguinte abreviação: P1, P2, P3, P4 e P5. Nem todas as respostas dos participantes foram mencionadas, pois devido a semelhança escolhemos as mais adequadas para à análise, não obedecendo a ordem das abreviações dos participantes, e sim, a qualidade de suas respostas para fins de uma melhor condução da análise, começando da pergunta um até a cinco.

5.4 Análise dos dados

Tomamos a resposta de P4, quando perguntado o que pensa acerca do erro do aluno quando está resolvendo atividades matemáticas, pois sua resposta se enquadra para à análise desta primeira pergunta, veja o que ele respondeu:

Inicialmente temos uma ideia de que a matemática vai de tentativa, enquanto o aluno está errando a princípio pode se caracterizar em algo bom, pois esse erro fará com que ele continue tentando até ele chegar no resultado esperado. Então quanto mais ele errar, possa ser que esse erro instigue o aluno para a busca do acerto ou possa desmotivá-lo, deixando de lado a questão e assim venha a desistir do problema. Então esses dois aspectos, os professores devem refletir como associar um ao outro de modo que seja um auxílio, já que o aluno não deve ficar submetido apenas ao erro, ou seja, ele também tem que ir em busca do acerto (P4).

Podemos perceber no relato do professor P4, que ele aborda dois aspectos, que segundo ele pode ocorrer quando o aluno erra. O primeiro, faz menção ao tratamento do erro pelo professor, considerando o erro como algo negativo, que por sua vez está associado ao fracasso do aluno. No segundo aspecto, o professor acredita que o aluno pode se sentir estimulado para resolver a atividade, ou problema solicitado.

O fato é que os alunos não querem errar, muitas das vezes acabam sentindo-se desmotivados quando o erro acontece, no ensino tradicional ele deve ser evitado de modo que estejam sempre em busca da perfeição, tendo a nota como seu principal objetivo. Segundo Spinillo e *et al* (2014, p. 3), “para muitos, os erros devem ser eliminados, pois são comportamentos que sinalizam o fracasso e indicam a ausência do conhecimento matemático”.

Em relação ao segundo aspecto, percebemos que para P4 o erro pode até ser caracterizado como algo positivo, apesar de limitar-se à utilização apenas da técnica de tentativa e erro para combater o fracasso do aluno, não buscando a reflexão, o debate e entre outras estratégias para ajudar os alunos acerca desses erros. Por outro lado, o P4 relata que os professores devem refletir como relacionar estes dois aspectos, ou seja, o aluno não deve estar preparado somente para o acerto, deixando que o erro tenha seu papel no processo de ensino e aprendizagem. Para Salsa (2017, p. 92), “o erro deveria se constituir em um motivo a mais para reflexão e análise sobre os processos que permeiam a construção do conhecimento do aluno, promovida pela ação pedagógica do professor”.

Perguntamos aos entrevistados como o professor de matemática deve agir diante do erro do aluno? Vejamos o que o participante P3 relatou:

Na minha opinião, a gente como professor na medida que o aluno apresenta o primeiro erro diante da resolução de um problema, a gente vai investigar onde foi que veio, quais os conteúdos que eles necessitavam para resolver a questão. E daí procurar sanar essas dificuldades de conteúdos prévios que ele ainda não tem domínio, então dessa forma devemos utilizar o erro pra reforçar a base que eles não tiveram e trazer essa revisão de forma concreta, mostrando o passo a passo de uma resolução de uma questão, onde foi que ele cometeu o erro, assim ele se sentindo valorizado sabendo que o professor está junto, próximo a ele com intuito de ajuda-lo (P3).

O participante P3 relata que o professor deve investigar de onde veio o erro. Porém, percebemos que ele cita apenas um fator de onde provavelmente esse erro possa ter vindo, que

foi a falta de conhecimentos prévios dos alunos, este bastante importante e sempre presente nas análises didáticas dos erros.

Ter conhecimentos a respeito do processo de resolução de um problema é essencial, pois quando o erro aparece nos possibilita compreender o porquê de ter ocorrido. Para Santos Júnior & Barboza (2020, p. 154), “compreender o porquê do erro é fundamental para a ação do professor de matemática em sala de aula. Os caminhos escolhidos pelo aluno precisam ser identificados pelo professor e levados em consideração”.

O erro do aluno está diretamente associado como os professores encaram-no, o docente tem o papel de escolha de qual caminho deve seguir, assim os alunos dependem muito acerca de como o professor pensa a respeito dele, isso pode influenciar diretamente de como o aluno vai encarar o erro.

Cabe ressaltar que outros fatores podem estar ligados ao erro do aluno, como fator psicológico, o nervosismo em momentos de prova acaba desestruturando o aluno que muitas das vezes sabe do conteúdo. Outro fator está ligado ao professor em suas explicações, ou até mesmo na formulação da atividade, que pode ter sido mal elaborada. Segundo Spinillo e *et al* (2016),

Como destacado, seja no contexto da avaliação do conhecimento matemático, seja no contexto do ensino e da aprendizagem, em geral os pesquisadores, ao interpretarem os erros estão atentos tanto ao ponto de vista psicológico quanto ao didático. Estariam os professores também atentos a isso? Como interpretam os erros dos alunos? (Spinillo, *et al*, 2016. p. 1192).

Em busca de compreender a percepção dos entrevistados em relação ao fator psicológico dos alunos em momentos de avaliação, indagamos a todos sobre este aspecto, vejamos o que P1 relatou:

Durante as aulas envolvendo exercícios ou resolução de problemas os alunos conseguem desenvolver bem o conteúdo, porém durante a prova aparentemente esquecem o que tinham aprendido e isso acontece com bastante frequência. Eu acho que essa parte psicológica do aluno deve ser mais trabalhada durante as aulas, de modo que estejam preparados não somente para as avaliações internas, mas também as externas (P1).

Diversos participantes percebem que de fato, muitos alunos expressam nervosismo em momentos de avaliação. O professor P1, relata que nos momentos de resolução de problemas durante as aulas os alunos conseguem compreender de forma efetiva os conteúdos trabalhados. Porém, P1 relata que em momentos de avaliação os alunos esquecem o que tinham estudado, o que ocorre com bastante frequência.

O professor deve estar sempre atento a este aspecto, os alunos criam expectativas em relação as possíveis notas que poderão obter ao final da realização de uma prova, o participante

P1 ainda ressalta a importância do professor trabalhar com mais frequência esse fator em sala de aula, inclusive de modo que os alunos estejam também preparados para as avaliações externas. De acordo com Gusmão e Emerique (2000, p. 5), “o processo avaliativo em matemática vem sendo considerado um dos fatores que tem contribuído para que o erro assim seja concebido, ao utilizar-se de meios classificatórios.

Pensando em possíveis contribuições que o erro do aluno pode fornecer, fizemos a seguinte pergunta aos participantes: quais contribuições o erro do aluno pode oferecer ao resolver uma atividade matemática? Vejamos o relato do professor P1:

O erro do aluno contribui bastante para o professor, pois ao analisar o erro inicial de um determinado aluno o docente pode generalizar para uma maior quantidade de alunos e categorizá-los para que possa evitar uma série de possíveis erros semelhantes. A partir do erro aluno o professor pode auto avaliar-se, analisando se sua metodologia está sendo eficaz, caso contrário, pode mudá-la, inserindo uma nova metodologia para auxiliar no ensino, por exemplo: o uso de tecnologias, jogos matemáticos, entre outras. Algo que seja mais atraente para o aluno de modo que diminua a incidência de erros (P1).

Podemos perceber que o professor P1 encara o erro de modo que possa contribuir tanto com o discente quanto o docente, apenas dois professores tiveram essa percepção, os outros em seus relatos frisaram que o erro pode contribuir apenas com os discentes.

Para P1, a análise dos erros é uma forma de categorizá-los, com isso observa todos os erros que contém certa semelhança, com propósito de externar para a maior quantidade de alunos possíveis, abrangendo as possíveis dúvidas e dificuldades deles. Com isso, para P1 é possível evitar uma série de erros contendo as mesmas características.

Categorizar os erros é uma proposta interessante, o professor saberá quais os caminhos percorridos pelo aluno no processo de resolução. Por outro lado, os discentes ficam sabendo em que momento erraram, e assim podem refletir e compreender determinada falha, por meio do professor. Segundo Cury (2018),

Um texto matemático produzido por um aluno – uma demonstração de um teorema, uma solução de um problema ou uma dissertação sobre determinado tópico – pode ser analisado, com base em procedimentos sistemáticos, para inferir conhecimentos sobre as formas com que aquele estudante construiu um determinado saber matemático (Cury, 2018. p. 64-65).

Para P1, o erro do aluno pode contribuir também com o docente, de modo que possa refletir sobre sua metodologia se está surtindo efeito, de maneira que possa realizar uma auto avaliação. Percebe-se que existe uma preocupação em buscar o melhor para o discente, pois para amenizar a ocorrência do erro o professor P1 sugere a busca de metodologias diferenciadas de forma que seja atrativa para os alunos. Tal relato, é um indício que ele conhece a teoria acerca da análise dos erros.

E em busca de saber que metodologias diferenciadas o professor utiliza, fizemos a seguinte pergunta: você utiliza alguma estratégia especial quando o aluno comete um erro? Vejamos o que relata o professor P2:

Uma delas é pedir pra que o aluno não apague o erro do caderno porque ele verá qual caminho ele fez para chegar a resposta correta, passando por vários obstáculos para poder chegar a resposta do problema ou do exercício de fixação. Assim, o aluno terá um novo olhar para o seu erro, ele verá que o erro pode acontecer, diferentemente outros professores mostram que o erro não deve acontecer (P2).

O professor P2, utiliza uma estratégia interessante que é pedir para que os alunos não apaguem seus erros, ao corrigir uma atividade o professor tende a ir ao quadro negro para as correções sem observar quais erros os alunos cometeram, e quando o aluno começa a verificar tais correções ou até mesmo antes delas, ao observar a resolução de um colega de sala e verifica que cometeu erros, sua primeira atitude é apagar. Esse fato não contribui em nada para a aprendizagem do aluno, por isso o docente é essencial para ajudar na reflexão que o aluno faz, que o erro deve ser observável e não excluído sem que o aluno tenha compreendido os motivos que contribuíram para tal equívoco. O que afirmam, Gusmão & Emerique (2000),

O erro pode ser fonte de tomada de conhecimento, podendo levar o sujeito a modificar seus esquemas; e o que os conceitos básicos da abordagem piagetiana levam-nos a crer. Assim, para o erro desempenhar esse papel (de tomada de consciência), é preciso tornar o erro observável (Gusmão & Emerique, 2000, p. 7).

Portanto, a observação do erro do aluno não deve ficar intrínseco somente ao professor, sendo assim é de responsabilidade docente em fazer com que o aluno tome consciência do que gerou determinado erro. Porém, tornar o erro observável para o aluno não é tarefa simples, requer esforços por parte do professor em buscar estratégias e metodologias diferenciadas de modo que possa ajudar.

Outras estratégias foram mencionadas para ajudar o aluno na reflexão sobre o erro, como podemos observar no relato do professor P5, abaixo:

Sim! Sempre procuro trazer o dia a dia deles para as questões em si, nos erros que eles cometem, sempre procuro é... uma estratégia é... trazendo alguma coisa da convivência deles. Trago alguns jogos, por exemplo: fração como eles tem muitas dificuldades, aí tem um jogo de fração e trago pra eles (P5).

Para P5, sua estratégia é trazer situações voltadas para a realidade do aluno. Percebemos que é uma maneira para prevenir o erro, e não algo estratégico para ser realizado depois que o erro aparece, pois os alunos podem errar ao resolver uma atividade contextualizada com sua realidade, apresentando dificuldades no conteúdo matemático abordado, o que acreditamos é que questões envolvendo a realidade do aluno não garante por si só, que eles deixariam de ter obstáculos. E o que fazer depois que esse aluno cometer um erro?

O professor P5 sugere uma solução, logo em seguida, para a pergunta formulada, que é a utilização de jogos matemáticos para os alunos superarem suas dificuldades. A utilização dos jogos no processo de ensino e aprendizagem tem sido aceita, pois, o lúdico é algo que os alunos se interessam bastante. Para Cury & Kozen (2007, p. 113), “o uso de jogos no ensino tem vantagens para professores e alunos. Para os primeiros, há a possibilidade de analisar o desempenho dos estudantes na resolução de uma questão, verificando seu raciocínio lógico detectando os erros cometidos”.

Os outros participantes da pesquisa relataram que as estratégias utilizadas para amenizar as dificuldades dos alunos estão mais voltadas aos exercícios de fixação, para eles a repetição desses exercícios é o ideal. Vejamos o que o professor P3 diz fazer:

Eu gosto sempre de fazer atividades relacionadas aos conteúdos, no caso com os conteúdos mais simples que poderiam ajudar na resolução de determinada questão. E fazer exercícios de fixação, ajudando o aluno mais de perto a resolver a questão para os alunos entenderem os conteúdos mais simples que ele não tinha conhecimento e assim os rendimentos ficam bem melhores (P3).

P3 considera que o problema se resolve apenas na resolução de exercícios de fixação, essa estratégia de repetição atividades é característico da prática do ensino tradicional, diferente dos demais professores que buscam outras estratégias metodológicas diferentes.

Essa estratégia que P3 menciona pode até trazer algum resultado momentâneo porque ela facilita a memorização de algoritmos, entretanto com o passar do tempo o aluno vai esquecendo o que a priori tinha “aprendido”, por não ter ocorrido a internalização dos conceitos matemáticos de forma efetiva, não provocando uma certa mudança no aluno acerca dos seus erros. O que mais nos chamou a atenção foi que estratégias como reflexão, discussão, análise didática dos erros, entre outras, não foram mencionadas por nenhum participante da pesquisa. Torre (2007) afirma que,

Deve-se conseguir uma mudança nos processos de aprendizagem do sujeito. A aprendizagem e formação foram descritas por nós em termos de mudança. Enquanto esta não acontece, não há uma aprendizagem realmente significativa. É, portanto, a consciência do sujeito dos seus erros o que contribuirá para eliminá-los. A correção por si só não introduz mudanças no sujeito, enquanto este não refletir sobre seus erros (p. 138).

Analisar os erros dos alunos não é simplesmente encontrá-los e corrigir, esse processo para que se torne uma prática efetiva, deve obedecer a um certo rigor, de modo que tenha um objetivo a ser alcançado. A maioria dos professores de matemática deveria se aprofundar sobre essa temática, para proporcionar através dos erros dos alunos novas oportunidades de aprendizagem.

5.5 Considerações finais

A construção de uma prática pedagógica atenta ao que acontece na sala de aula em seus diversos detalhes, continua sendo um desafio posto aos educadores. Compreender causas e motivações do erro do aluno constitui-se num dos pilares que pode ajudar a melhorar o processo de ensinar do professor e a aprendizagem do aluno.

Os dados desta pesquisa apontam que temos professores que apresentam uma compreensão da potencialidade que uma atuação na sala de aula, considerando a perspectiva de investigar o erro e considerá-lo como algo que faz parte do processo de aprendizagem do aluno, pode proporcionar para o processo de construção do conhecimento.

Os outros professores participantes desta pesquisa se dividem entre aqueles que apresentam uma compreensão intermediária sobre o erro do aluno e aqueles que mostram a ausência na prática pedagógica a possibilidade de realizar alguma análise de erro. Perdura uma prática de ensino tradicional. Alguns professores adotam a prática de realizar exercícios com conteúdo mais simples como sendo uma atitude que ajude o aluno, porém essa prática não ajuda na compreensão do aluno acerca do erro que cometeu, e a contribuição para a aprendizagem é limitada ou inexistente.

Parece difícil ao professor levar o aluno a uma reflexão sobre o erro que comete e passar a encará-lo como algo inevitável, que faz parte do processo de aprender. Para ampliar a possibilidade de que isto ocorra, é necessário a inclusão de discussão da temática nos cursos de formação inicial e continuada de professores.

É de suma importância investigar essa temática seja em qualquer aspecto, tanto na percepção do aluno quanto do professor. Esta última, ao qual foi abordado nessa pesquisa tem seu papel relevante no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Vale apenas salientar que outras pesquisas podem ser feitas sobre o tema, principalmente na formação inicial, pois devemos nos preocupar acerca do erro do aluno desde essa fase acadêmica até a pós-graduação. Outra pesquisa que pode ser feita é em relação ao currículo nas instituições de formação de professores, quantas destas instituições disponibilizam disciplinas específicas sobre essa temática? São questões que precisam ser debatidas e pesquisadas, para que haja um avanço na conscientização que o erro do aluno tem seu papel positivo.

5.6 Referências

AMBROSIO, A. C. S. A perspectiva sobre o erro dos alunos de professores de matemática da recuperação intensiva: algumas considerações. **Colloquium Humanarum**, Presidente Prudente(SP), 12(3), 97-105. 2015. Recuperado: <https://revistas.unoeste.br/index.php/ch/article/view/1412/1538>

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto editora. 1994.

CASTANHO, S. B. Análise de erros no ensino fundamental: uma transição do 5º para o 6º ano. Dissertação Mestrado). **Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física**. Universidade Federal de Santa Maria – RS. 2015. Recuperado:

<https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/6758/CASTANHO%2c%20SIMONE%20BRAGA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

CURY, H. N. e SILVA, P. N. Análise de erros em resolução de problemas: uma experiência de estágio em um curso de licenciatura em matemática. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, 1(1), 85-97. 2008. Recuperado: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/226/199>

CURY, H. N. Uma proposta para inserir a análise de erros em cursos de formação de professores de matemática. **Educação Matemática Pesquisa** (São Paulo), 15(3), 547-562. 2013. Recuperado: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/16693/pdf>

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica. 2018.

CURY, H. N. e KOZEN, B. Uma aplicação de jogos na análise de erros em educação matemática. **REVEMAT**, 2(6). 2007.

GUSMÃO, T. C. R. S. e EMERIQUE, P. S. Do erro construtivo ao erro epistemológico: um espaço para emoções. **Bolema**, 13(14). 2000. Recuperado: <file:///C:/Users/Pedro/Downloads/10634-Texto%20do%20artigo-56699-1-10-20150918.pdf>

KLIEMANN, G. L. e DULLIUS, M. M. Análise de erros na resolução de problemas matemáticos. **Amazônia/Revista de Educação em Ciências e Matemática**, 13(28), 166-180. 2017. Recuperado: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/4197/4605>

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados. 2008.

NAGY, M. C. e BURIASCO, R. L. C. A análise da produção escrita em matemática: possível contribuição. IN: Buriasco, R. L. C. (Org.). **Avaliação e educação matemática**. Recife: SBEM. 2008.

OLIVEIRA, M. A. Palavra de Ordem em Aula de Matemática: o erro e a besteira. **Bolema**, Rio Claro (SP), 31(58), 629-641. 2017. Recuperado: <https://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n58/0103-636X-bolema-31-58-0629.pdf>

OLIVEIRA, M. F. **Metodologia científica: Um manual para a realização de pesquisas em Administração**. Catalão: UFG. 2011.

PEREIRA, A. S. e *et al.* **Metodologia da pesquisa científica**. Santa Maria: UFSM. 2018.

SANTOS JÚNIOR, J. F. e BARBOZA, P. L. Discurso de estudantes do 7º período de licenciatura em matemática acerca do erro de alunos resolvendo atividades matemáticas. IN: Gonçalves, F. A. M. F. **Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas**. Ponta Grossa: Atena. 2020. Doi 10.22533/at.ed.71320020414

SHOT, V. C., GÓES, A. R. T. e MELO, J. C. Análise de erros de questões da prova da OBMEP resolvidas por alunos de 8º ano e 8ª série. **XX EREMAT SUL – Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul**. 2014. Recuperado: https://eventos.unipampa.edu.br/eremat/files/2014/12/RE_Chott_07194369907.pdf

SALSA, I. S. A importância do erro do aluno em processos de ensino e de aprendizagem. **REMATEC**, 12(26). 2017. Recuperado: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/112/87>

SAMPIERI, R. H. e *et al.* **Metodologia da pesquisa**. Porto Alegre: Penso. 2013.

SPINILLO, A. G. et al. Como professores e futuros professores interpretam erros de alunos ao resolverem problemas de estrutura multiplicativa? **Bolema**, 30(56). 2016. Recuperado: <file:///C:/Users/Pedro/Downloads/10176-Texto%20do%20artigo-63502-1-10-20161102.pdf>

SPINILLO, A. G. et al. O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? **Boletim Gepem** (online), 64. 2014. Recuperado: <http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2015.005>

TORRE, S. L. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança**. Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed. 2007.

6. RETOMANDO A PESQUISA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Neste capítulo, retomamos os dados da pesquisa, de forma que pudéssemos propor uma discussão pautada nos objetivos dos artigos apresentados nos capítulos 3, 4 e 5 fazendo uso do suporte teórico adotado neste estudo. Na discussão, reencontramos com os objetivos dos artigos e realizamos uma análise dos resultados encontrados, com finalidade de refletir sobre o papel do erro do aluno no processo de ensino e aprendizagem, de modo que haja implicações na prática docente e discente acerca da utilização do erro como meio de buscar o conhecimento, finalizando com as considerações finais.

6.1 Reencontro com os objetivos da pesquisa

Neste momento, reencontramos com os objetivos da pesquisa e os contextos nos quais foram coletados os dados e que nos propiciaram alcançar os objetivos deste estudo. Os Capítulos 3, 4 e 5 constituem os três capítulos escritos em formato de artigo, os Capítulos 3 e 4 com foco nos discentes e o Capítulo 5 nos docentes do ensino básico, sendo discutido em cada artigo questões específicas que se agregam ao problema geral da pesquisa. Apresentamos os objetivos dos três artigos:

- ✓ Identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos resolvendo equações do 2º grau.
- ✓ Analisar como o erro do aluno pode ser trabalhado a partir da utilização de estratégias no ensino de equações do 2º grau.
- ✓ Analisar de qual maneira o professor percebe o erro aluno quando está resolvendo atividades de matemática.

Para esses objetivos, os dados foram coletados através de aplicação de uma atividade matemática realizada com os discentes em seguida, devolvemos as produções realizadas nessa atividade, para que os mesmos pudessem identificar, refletir e discutir sobre os erros cometidos e escrevessem explicando as causas dos erros. Logo após apresentamos uma nova atividade com características semelhantes a primeira, para verificar se o tratamento didático sobre os erros que cometeram havia surtido algum efeito

Para os docentes foi realizada uma entrevista estruturada, com finalidade de saber quais eram suas considerações acerca do erro do aluno resolvendo atividades matemáticas. Após a coleta dos dados, com às dos discentes passamos a trabalhar com eles de modo que pudéssemos abstrair as informações e com às dos docentes, ou seja as entrevistas gravadas uma a uma

transcrevemos ouvindo diversas vezes para obter a melhor compreensão das falas dos participantes.

O primeiro objetivo já foi determinado bem antes de começar a coleta de dados, pois desde o início a inquietação era justamente identificar quais os tipos de erros que os alunos poderiam cometer ao resolver questões envolvendo equação do 2º grau.

Utilizamos como aporte teórico para o artigo (Capítulo 3) intitulado “A análise didática dos erros como verificador das dificuldades de alunos resolvendo equação do segundo grau”, Torre (2007), além de uma revisão de literatura sobre a análise dos erros.

Identificar quais foram os principais tipos de erros que os alunos cometeram resolvendo a atividade, nos permitiu, devido ao elevado número de erros evidenciados, querer mudar esse cenário, diante desta inquietação decidimos aprofundar a pesquisa o que originou um novo artigo.

Esse novo artigo, intitulado “A utilização do tratamento didático dos erros buscando melhorar o desempenho dos alunos na resolução de equações do 2º grau”, propomos um novo objetivo, este o segundo da pesquisa, ou seja, do Capítulo 4. Neste, decidimos fazer um tratamento didático com os erros cometidos pelos alunos, agora seguindo um procedimento didático. Utilizamos o mesmo suporte teórico (TORRE, 2007), que nos possibilita a utilização do tratamento didático dos erros, o qual ele define como tendo três fases para concluir esse procedimento. Na revisão de literatura trouxemos uma diversidade de pesquisas acerca da utilização dos erros no processo de ensino e aprendizagem.

Em busca de complementar a pesquisa de forma que abrangesse todo processo de ensino e aprendizagem de matemática, envolvendo a utilização do erro do aluno neste processo, decidimos buscar compreender como professores lidam, refletem ou até mesmo percebem e encaram o erro do aluno. Para isto surgiu o terceiro objetivo da pesquisa, no caso o artigo 3 (Capítulo 5) intitulado “Como o professor de matemática percebe o erro do aluno resolvendo atividades matemáticas”. Utilizamos como suporte teórico diversos autores que já vêm há algum tempo pesquisando sobre o tema, de maneira que a revisão de literatura obedece a essa característica, porém o foco foi o docente e o erro do aluno.

Na seção seguinte, apresentamos os resultados da coleta de dados dos três artigos. Sendo que, nos dois primeiros realizamos uma reflexão sobre o erro encontrado e o tratamento didático dos erros, constatando o quanto o aluno melhorou seu desempenho. No terceiro artigo, refletimos sobre a percepção dos docentes acerca do erro do aluno.

6.2 Compreendendo os resultados

Nesta seção, retomamos com os resultados dos artigos dos Capítulos 3, 4 e 5, de forma que pudéssemos estabelecer um diálogo entre os resultados dos três artigos, os dois que tiveram foco na produção dos alunos, e o outro sobre a percepção docente acerca da temática, buscando verificar o possível favorecimento para a mudança na prática do professor quando se depara com o erro do aluno em sala de aula.

Sabemos que cada artigo tem seu objetivo, mas dois deles (capítulo 3 e 4) estão totalmente relacionados. Começaremos a reflexão acerca do capítulo 3, quando propomos uma atividade com quatro questões envolvendo equações do segundo grau. Neste momento, os alunos puderam expressar seus conhecimentos sobre este conteúdo de forma que não tiveram nenhuma ajuda.

Ao pegar os dados e analisar, verificamos que o índice de erros foi elevado. Utilizamos para categorizar esses erros de forma mais clara e objetiva o MADE, proposto por Torre (2007). Nos três momentos que os alunos podem errar segundo esse modelo, percebemos em nosso estudo que a maioria dos erros constatados estavam presentes nos momentos de entrada e execução, sendo o momento de organização com baixa frequência.

Propomos quatro situações, contendo uma questão em cada para eles resolverem, a primeira uma equação incompleta do segundo grau, com $a \neq 0$ e $b = 0$. Constatamos que os alunos cometeram muitos erros conceituais e operacionais, característicos do momento de entrada e execução, respectivamente. Erros que nos deparamos naturalmente em sala de aula, porém preocupante, pois até nas operações básicas muitos não apresentaram bons resultados.

Na segunda situação, ainda com uma equação do segundo grau incompleta sendo desta vez com $a \neq 0$ e $c = 0$. Os alunos encontraram muita dificuldade, pois assim como na primeira deixamos eles decidirem qual caminho melhor seguir para resolver a situação proposta. Verificamos que houve erros que se encontram no momento de organização, como o erro de análise e síntese uma vez que os alunos não sabiam ao certo qual procedimento utilizar, evidenciando uma má organização em sua resolução.

Nem sempre os alunos conseguiram distinguir as propriedades de um objeto e definir qual a melhor maneira de buscar a resolução. Erros do momento de entrada e execução também aconteceram, principalmente erros de distração pois alguns de forma equivocada erravam em detalhes, em uma multiplicação, ou mesmo numa divisão, e assim por diante.

Nas duas situações seguintes, propomos situações que continham equações do tipo completas. Na terceira situação, a equação do segundo grau tinha o primeiro membro um trinômio quadrado perfeito, podendo ser resolvida a critério do aluno. Notamos que muitos

alunos cometeram erros ao desenvolver o produto notável, nem todos dominam essa técnica e muitos se confundiam nas relações de sinais, nas somas algébricas e nas operações com números inteiros.

Todo esse procedimento resultaria numa equação na forma básica que uma vez assim, poderiam utilizar a fórmula resolutiva, porém nenhum aluno se deteve em utilizar a radiciação para resolver essa questão, pois eliminaria o quadrado do primeiro membro e facilitaria para encontrar as raízes. Torre (2007), relata que nem sempre é fácil compreender uma tarefa e mais, reconceitualizá-lo de forma que pudéssemos expressá-la com termos diferentes deixando-a na mesma linguagem, ou seja, na linguagem matemática.

Isso sugere que alguns alunos se detêm a uma única maneira de resolução, se pedíssemos que fizessem de forma diferente do habitual talvez se perdessem no processo, outros nem se quer souberam iniciar a resolução, o que foi o caso de um aluno que tentou utilizar a fórmula resolutiva, colocando os coeficientes de forma equivocada na fórmula sem desenvolver o produto notável, ou seja, do jeito que se apresentava a equação definindo os coeficientes e tomando como certos, o que não era verdade.

A última situação foi a que mais apresentou acertos, uma equação completa acredito que por este fato estariam mais “acostumados” com esta forma, pois estava em sua forma básica $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$ e $a, b e c \in \mathbb{R}$. Nesta situação os erros encontrados foram a maioria de execução, predominando os erros operacionais. Encontramos também alguns erros ao escrever a fórmula resolutiva havendo confusões entre os termos da fórmula do discriminante com a da fórmula geral.

De uma forma geral, o desempenho dos alunos em todas as situações foi abaixo do esperado, como pode ser visto no gráfico 1. Diversos tipos de erros como foi mencionado foram encontrados em suas resoluções, toda essa demanda de resultados indesejados nos permitiu através do suporte teórico, buscar melhorar o desempenho dos alunos, visando contribuir com sua aprendizagem em matemática.

Nesse intuito, decidimos através do tratamento didático dos erros também proposto em Torre (2007) adentrarmos ainda mais neste estudo. Foi assim que surgiu o segundo artigo, ou seja, o Capítulo 4 desta dissertação.

Decidimos seguir as três fases do tratamento didático: detecção, identificação e retificação dos erros, de forma que utilizamos algumas estratégias de ensino para tentar melhorar o desempenho dos alunos.

Com as resoluções dos alunos em mãos decidimos entregá-los de forma que pudessem localizar seus erros, encontrá-los em suas respostas e grifar, pois, os erros não devem ficar somente à mercê dos professores e sim dos alunos também.

Feito esse procedimento tivemos a oportunidade de refletir e discutir sobre as principais dificuldades apresentadas pelos alunos, uma vez que puderam compartilhar suas inquietações com seus colegas e com o professor, que também foi o pesquisador, esse momento foi bastante importante para eles, que tiveram diversas dúvidas sanadas. Foram utilizadas as estratégias contidas nas fases de tratamento didático dos erros, uma delas foi propor uma autorreflexão podendo expressar através de palavras considerações sobre os motivos e dificuldades que encontraram ao tentar resolver as situações que envolvem as equações do segundo grau.

A última estratégia que utilizamos foi justamente a segunda atividade, que Torre (2007) chama de segunda oportunidade, assim poderíamos verificar se todas as estratégias didáticas surtiriam de alguma forma melhoria no desempenho dos alunos. Ao analisarmos esse novo material verificamos um aumento de acertos considerável em todas as situações, como pode ser visto no quadro 2, constatamos que ocorreu um progresso dos alunos, diminuindo de modo considerável a quantidade de erros.

Porém, pensando no processo de ensino e aprendizagem de matemática surgiu uma nova inquietação. Como o professor de matemática percebia o erro do aluno? As perguntas que fizemos na entrevista visava responder essa inquietação, resultando em uma nova pesquisa e a escrita de um terceiro artigo, ou seja, Capítulo 5.

Os docentes compreendem que o erro pode ter duas vertentes tanto a positiva quanto a negativa. Isso dependerá da prática de ensino que ele compreende ser a mais eficaz, na tendência tradicional de ensino o erro é visto como algo a ser excluído, num ensino mais construtivista é compreendido que o erro pode fazer parte do processo de ensino e aprendizagem, e vimos que professores demonstram características semelhantes a estas duas formas de pensar.

Em busca de querer ajudar os alunos quando o erro aparece, alguns atribuem que devemos instigar de onde o erro se originou alegando que muitas das vezes falta conhecimentos prévios de conteúdos matemáticos. Porém, sabemos que o erro não se origina apenas desse fator. Em busca de instigá-los mais mencionamos acerca do fator psicológico dos alunos, principalmente em momentos de avaliação.

Os docentes, de fato, demonstram que existe diferença no desempenho dos alunos em relação a quando estão fazendo uma atividade normal e quando estão fazendo uma avaliação bimestral, ou seja, sendo colocados a prova de seus conhecimentos e tendo que tirar uma boa nota no exame. Muitos relatam que na atividade normal os alunos acertam, mas na prova erram,

devido ao nervosismo, ficando evidente que o fator psicológico influencia diretamente no desempenho dos discentes.

O erro do aluno pode trazer indícios das principais dificuldades e obstáculos que um aluno pode ter, porém também pode indicar que a metodologia docente precisa ser mudada. E os docentes entrevistados compreendem que existem contribuições que o erro do aluno pode trazer, uma vez que um erro bem trabalhado pode ajudar diversos alunos que de alguma forma tinham a mesma dificuldade que originou esse erro, além do mais alguns entendem que o erro contribui para uma autorreflexão da prática docente, podendo o professor desenvolver meios e estratégias metodológicas que ajudem os alunos.

Estratégias que os docentes mostraram que são ativos em relação aos erros, pois mencionaram que quando necessário pedem para que os alunos não apaguem seus erros uma vez que possam verificar qual caminho utilizou para proporcionar em um determinado erro. Sabemos que a primeira atitude discente quando percebe que errou é apagar, o professor tem que deixar claro que o aluno não deve ter essa atitude até compreender o motivo que o fez errar, pois o erro tem que ser observável não só para o professor, mas também pelos discentes.

Percebemos que alguns participantes se preocupam acerca de como trabalhar o conteúdo matemático com seus alunos, relatando que questões do dia a dia deles podem favorecer na diminuição de erros, assim como na utilização de jogos matemáticos para superarem suas dificuldades. Vimos também no relato de um participante que concebe o exercício de fixação como estratégia para superar o erro do aluno, uma maneira de pensar diretamente intrínseca ao ensino tradicional. De uma maneira geral, compreendemos que falta conhecimentos teóricos para saber tratar os erros de maneira didática, pois muitos até demonstram atitudes positivas.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo traz como tema os erros no processo de ensino e aprendizagem, se mostra relevante tanto do ponto de vista dos discentes quanto dos docentes. Os dois públicos estão imbricados nesta temática, que é um elemento que sempre estará presente no contexto escolar.

Quando falamos do ponto de vista discente, em nossa pesquisa buscamos compreender quais os principais erros apresentados pelos alunos ao resolver equações do 2º grau, além de buscar meios e estratégias de como realizar procedimentos que possibilitassem melhorias no desempenho. Do ponto de vista docente, a pesquisa mostra como alguns professores percebem o erro de seus alunos, além de como tratavam tais erros em sala de aula, podemos evidenciar nos depoimentos dados pelos professores características que situam o erro do ponto de vista positivo e quanto negativo.

No primeiro artigo, tomamos como base o MADE foi a partir dele que podemos especificar quais os tipos de erros e os momentos que os alunos apresentaram mais erros. Neste artigo constatamos que os alunos erraram mais nos momentos de entrada e execução, ou seja, nos momentos que inicia a questão na maioria das vezes e quando finaliza a resolução da questão.

Podemos evidenciar que esses erros de entrada ocorreram devido ao não domínio dos conceitos, características que permeiam o assunto de equações do 2º grau, como por exemplo: os coeficientes dos termos, a fórmula resolutiva, entre outros. Já os erros de execução, os alunos em seu processo resolutivo quando chegavam ao final da questão cometiam algum deslize como, a troca ou omissão de um sinal, uma operação inadequada, distração, entre outras.

São erros que merecem uma atenção pelo professor, buscando dialogar, entender e compreender quais são os obstáculos que fazem os alunos cometerem esses erros, muitas vezes, como numa operação inadequada é necessária uma intervenção acerca das dificuldades que os alunos têm em certos conhecimentos prévios, o que favoreceu a não obtenção do acerto na questão. O professor deve ter em mente que o aluno tem de perceber seu erro, e entender os motivos que levaram a seguir um caminho que o originou.

No segundo artigo (segunda etapa da pesquisa), agora já cientes dos erros cometidos buscamos inserir os discentes na busca deste entendimento, da compreensão de tantos erros, de tantas questões deixadas em branco que foi apresentado e mostrado no primeiro artigo. Fizemos o tratamento didático dos erros, proposto por Torre (2007) diante de tantas estratégias sugeridas, selecionamos e aplicamos as que eram possíveis para a nossa realidade, procurando sempre fazer com que o erro se tornasse observável para o aluno, tais estratégias nos possibilitou

desenvolver a melhora no desempenho dos alunos. É bom ressaltar, que existem diversas formas, maneiras, estratégias de lidar com os erros, porém cabe ao professor decidir quais e como utilizar.

Tais estratégias estão contidos nas três fases do tratamento: detecção, identificação e retificação de erros. Percebemos que muitos alunos, conseguiram detectar seus erros, aqueles que tiveram mais dificuldades, tiveram ajuda de seu colega ou do professor/pesquisador, nas mais diversas discussões que surgiram acerca de dúvidas, onde os alunos puderam expor e corrigir verbalmente os resultados.

Ao realizar uma atividade ou prova avaliativa sempre que possível a análise de erros deve ser realizada pelo professor, favorecendo o aumento de conhecimentos dos alunos. A atividade, não deve ser apenas corrigida no quadro sem o *feedback* dos alunos, sem o professor instigá-los para expressar o que houve de errado em seu resultado, com esse propósito pedimos para que os discentes expusessem tais erros e dificuldades em realizar a primeira atividade, situação por situação. Essa estratégia é plausível, pois o professor saberá o ponto chave onde atuar, em situações futuras.

Nesse tratamento didático, existe uma estratégia que se chama **segunda oportunidade** ela se encontra na fase de retificação dos erros, momento em que o aluno deve ter superado suas dificuldades, baseado neste conceito que tomamos a necessidade de aplicar uma segunda atividade, os discentes tiveram a oportunidade de colocar seus conhecimentos em prática novamente, com isso verificaríamos se todo o tratamento teria ou não surtido efeito. E consideramos de acordo com o aumento de acertos comparado a primeira atividade como sendo um desempenho satisfatório, porém sempre deixando claro a limitação da segunda atividade ter as mesmas características da primeira, havendo apenas a troca dos termos das equações. Deixando, que futuras pesquisas possam realizar de maneira diferente da nossa.

Depois deste estudo com os discentes, decidimos compreender um pouco de como os docentes percebem o erro do aluno. Diante disso, no terceiro artigo tratamos sobre pontos relevantes que todo professor deve considerar.

Um desse pontos é quando se trata dos aspectos psicológicos de alunos em momentos de avaliação, tivemos essa inquietação porque o nervosismo é algo frequente, a cobrança pelo resultado é o que acarreta essa barreira para o aluno. Porém, os participantes consideram que os alunos compreendem o assunto ministrado em sala de aula que acertam atividades propostas, atividades estas sem a cobrança que atividade avaliativa exerce sobre os alunos, portanto acabam errando quando submetidos a tais práticas. Com isso, cabe o professor sempre deixar claro que o erro, faz parte do processo de ensino e aprendizagem que devem ficar tranquilos,

pois todos são aptos e capazes de responder a atividade, são atitudes que os docentes devem sempre colocar em prática.

Outro ponto que merece ser mencionado são as estratégias que os professores utilizam quando o erro aparece, muitos deles deram exemplos pertinentes, mas não havendo a análise didática de erros como prioridade, apesar de um participante ter mostrado indícios desta prática, todavia sem mencioná-la. O que sugere aprofundar-se da literatura e buscar novas práticas de aperfeiçoamento, para tanto de uma maneira ou de outra os professores são preocupados com os erros dos alunos.

Devemos esperar que o docente procure junto com seu aluno compreender os motivos que originaram o erro que a partir disso possam tornar o erro observável para o discente e que através do tratamento didático dos erros possam ajudá-los a melhorar seus conhecimentos matemáticos. O erro sempre fez e continuará fazendo parte do processo de ensino e aprendizagem, o que vai diferenciar é seu papel para com os alunos é o docente desenvolvendo estratégias e possibilite um diferencial na aprendizagem dos discentes, assim o professor tem que sempre está se atualizado também sobre conhecimentos teóricos que os ajudem em sua prática de ensino.

Esperamos que em nossa pesquisa possa ser mais um suporte teórico para professores e futuros professores, de como utilizar a análise didática de erros para melhorar a aprendizagem dos alunos, além disso, ser capaz de mudar a ideia de que o erro deve ser descartado e não utilizado pelos professores, havendo mudanças nas atitudes em suas salas de aulas, possibilitando desenvolver boas práticas de ensino.

REFERÊNCIAS

AMBROSIO, A. C. S. A perspectiva sobre o erro dos alunos de professores de matemática da recuperação intensiva: algumas considerações. **Colloquium Humanarum**. n. 3, v. 12, 2015. Disponível em: <https://revistas.unoeste.br/index.php/ch/issue/view/102> Acesso 5 de Março 2020.

AUGUSTO, A. A. F. **O erro como caminho para a aprendizagem das operações com números naturais: Um estudo com alunos do 2º ano de escolaridade**. 2012. Dissertação do mestrado em educação.

BARBOSA, D. E. F. **A formação do professor de matemática: uma reflexão sobre as dificuldades no início de carreira docente**. 2018. 99 f. Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, 2018.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto editora. 1994. SPINILLO, A. G. *et al.* (2014). O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? Boletim Gepem (online), 64. Recuperado: <http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2015.005>

BURIASCO, R. L. C. *et al.* Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 22, nº 33, p. 69 a 96, 2009.

CASTANHO, S. B. Análise de erros no ensino fundamental: uma transição do 5º para o 6º ano. Dissertação (Mestrado). **Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física**. Universidade Federal de Santa Maria – RS. 2015. Recuperado: [https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/6758/CASTANHO%2c%20SIMONE%20BRAG A.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/6758/CASTANHO%2c%20SIMONE%20BRAG%20A.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

CORDEIRO, J. C. A. **Entre mitos e interditos: uma reflexão sobre a segregação feminina na matemática**. Dissertação (mestrado acadêmico). Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). 78 f. Campina Grande, 2019.

COSTA, M. A. F. da. **Projeto de pesquisa: entenda e faça**. Petrópolis: Vozes. 2011.

COSTA, J. R. e PAVANELLO, R. M. Uma investigação sobre as possibilidades de uma formação continuada de professores de matemática envolvendo a análise de erros e o desenvolvimento profissional docente. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. n. 8, v. 5, 2016. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/view/Vol.5%2C%20No.8%20%282016%29/showToc> Acesso 14 de Fevereiro 2020.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. – 2. Ed.; 3, reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

CURY, H. N. e Kozen, B. Uma aplicação de jogos na análise de erros em educação matemática. **REVEMAT**, 2(6). 2007.

CURY, H. N. e SILVA, P. N. Análise de erros em resolução de problemas: uma experiência de estágio de um curso de licenciatura em matemática. **R.B.E.C.T.**, v. 1, n. 1, 2008.

CURY, H. N. Erros, dificuldades e obstáculos no ensino e aprendizagem de Matemática: um levantamento em trabalho em anais. **Acta Scientiae**, v. 17, n. 2, 2015.

CURY, H. N. Uma proposta para inserir a análise de erros em cursos de formação de professores de matemática. 2013. **Educação Matemática Pesquisa** (São Paulo), 15(3), 547-562. Recuperado: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/16693/pdf>

DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. **O Planejamento da pesquisa qualitativa: Teorias e abordagens**. – 2 Ed.; Porto Alegre: Artmed. 2006.

FRANK, A. G. **Formatos alternativos de teses e dissertações**. (Blog Ciência Prática). 2013. Disponível em: <https://cienciapratica.wordpress.com/2013/04/15/formatos-alterativos-de-teses-e-dissertacoes/>

GUSMÃO, T. C. R. S. e EMERIQUE, P. S. Do erro construtivo ao erro epistemológico: um espaço para emoções. **Bolema**. n. 14, v. 13, 2000.

HUBERMAN, M. **O ciclo da vida profissional dos planetas**. IN: NÓVOA, António. (Org). *Vidas de professores*. Porto Alegre: Porto Editora, 1995. p. 31-66.

KLIEMANN, G. L. e DULLIUS, M. M. Análise de erros na resolução de problemas matemáticos. **Amazônia – Revista de educação em Ciências e Matemática**. v.13, n. 28, 2017.

LEIVAS, J. C. P. e CURY, H. N. Análise de erros em soluções de um problema de geometria: uma investigação com professores em formação continuada. **REVMAT**. v. 05, n. 1, 2010.

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados. 2008.

MORAIS, M. F. S. **A relação ao saber matemático de professores no contexto da educação do campo do município de Belo Jardim-PE**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

MONDONI, M. H. A. e LOPES, C. E. O processo de avaliação do ensino e na aprendizagem de matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 22, n. 33, 2009.

MORAIS, S. P. G. e MOURA, M. O. Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 22, nº 33, p. 96 a 116, 2009.

MOREIRA, P. C. 3 + 1 e suas (In) Variantes (reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na licenciatura em matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, nº 44, p. 1137 a 1150, dezembro 2012.

NAGY, M. C. e BURIASCO, R. L. C. A análise da produção escrita em matemática: possível contribuição. IN: Buriasco, R. L. C. (Org.). **Avaliação e educação matemática**. Recife: SBEM. 2008.

OLIVEIRA, M. A. Palavra de Ordem em Aula de Matemática: o erro e a besteira. **Bolema**, Rio Claro (SP), 31(58), 629-641. 2017. Recuperado: <https://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n58/0103-636X-bolema-31-58-0629.pdf>

OLIVEIRA, M. F. Metodologia científica: **Um manual para a realização de pesquisas em Administração**. Catalão: UFG. 2011.

PASINOTTO, R. **O erro no processo de Ensino-Aprendizagem**. 35 f. Monografia. Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões - Campus de Erechim. Curso de Matemática. Erechim, 2008.

PEREIRA, A. S. e *et al.* Metodologia da pesquisa científica. Santa Maria: UFSM. 2008.

RAMOS, M. L. P. D. A importância da análise didática dos erros matemáticos como estratégias de revelação das dificuldades dos alunos. **REVMAT**, v. 10, n. 1, 2015.

ROSSO, A. J. e BERTI, N. M. O erro e o ensino-aprendizagem de matemática na perspectiva do desenvolvimento da autonomia do aluno. **Bolema**. v. 23, n. 37, 2010.

SALSA, I. S. A importância do erro do aluno em processos de ensino e de aprendizagem. **REMATEC**. ano 12, n. 26, 2017.

SAMPIERI, R. H. *et al.* **Metodologia da pesquisa**. Porto Alegre: Penso. 2013.

SANCHEZ GAMBOA, S. **Projetos de pesquisa, fundamentos lógicos: a dialética entre perguntas e repostas**. Chapecó: Argos. 2013.

SANTANA, K. C. L. **Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática: uma análise a partir de elementos dos recursos do currículo e dos recursos dos professores**. 2017. 166 f. Tese (doutorado em educação matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC. 2017.

SANTOS JÚNIOR, J. F. e BARBOZA, P. L. Discurso de estudantes do 7º período de licenciatura em matemática acerca do erro de alunos resolvendo atividades matemáticas. IN: Gonçalves, F. A. M. F. **Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas**. Ponta Grossa: Atena. 2020.

SANTOS-WAGNER, V. M. P. e *et al.* Análise das resoluções corretas e erradas de combinatória de futuros professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**. v. 15, n. 3, 2013.

SHOT, V. C., GÓES, A. R. T. e MELO, J. C. Análise de erros de questões da prova da OBMEP resolvidas por alunos de 8º ano e 8ª série. *XX EREMAT SUL – Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul*. 2014. Recuperado: https://eventos.unipampa.edu.br/eremat/files/2014/12/RE_Chott_07194369907.pdf

SILVA, A. G. O. *et al.* Concepções do erro matemático em 36 anos de publicação de educação matemática no Brasil. *Educação Matemática Pesquisa*. v. 18, n. 2, 2016.

SILVA, J. L. O. C. **O estudo de erros e obstáculos nas operações fundamentais de matemática cometidos por alunos de 6º ano em salas de apoio**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Ponta Grossa. 2018. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3317/1/PG_PPGECT_M_Silva%2C%20Joselba%20Liliane%20de%20Oliveira%20Carneiro%20da_2018.pdf Acesso em 4 de Fevereiro 2020.

SPINILLO, A. G. *et al.* O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? *Boletim Gepem* (online). n. 64. 2014. Disponível em: <http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2015.005> Acesso 20 janeiro 2020.

SPINILLO A. G. *et al.* Como professores e futuros professores interpretam erros de alunos ao resolverem problemas de estrutura multiplicativa? *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1188 - 1206, dez. 2016. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/1050> Acesso 22 de março 2020.

TRAVASSOS, W. B. e PROENÇA, M. C. Registros de representações Semióticas E O Conceito de Inequação: Análise Do Desempenho De Licenciados Em Matemática À Luz Da Congruência Semântica. *REVEMAT*, v. 13, n. 2, 2018.

TORRE, S. L. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudanças**. Porto Alegre: Artmed. 2007.

VIEIRA, A. R. L. *et al.* Avaliação em Matemática: O erro como estratégia pedagógica para o acerto. **EDUCERE- XII Congresso Nacional de Educação**, 2015

APÊNDICES

Atividade de pesquisa 1**Situação I**

Quais são as raízes da equação incompleta $4x^2 - 100 = 0$?

Situação II

Agora, quais são as raízes da equação incompleta $2x^2 - 4x = 0$?

Situação III

Observe a equação $(x+3)^2 = 16$, calcule suas raízes.

Situação IV

Quais são as raízes da equação $x^2 + 4x - 12 = 0$?

Atividade de pesquisa 2**Situação I**

Quais são as raízes da equação $4x^2 - 400 = 0$?

Situação II

Quais são as raízes da equação $x^2 - 6x = 0$?

Situação III

Observe a equação $(x + 2)^2 = 25$, e calcule suas raízes?

Situação IV

Quais são as raízes da equação $3x^2 - 7x + 4 = 0$?
