UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MOZART EDSON LOPES GUIMARÃES

ANÁLISE DE DISCURSOS MATEMÁTICOS A PARTIR DE CONCEITOS BAKHTINIANOS E RESGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

CAMPINA GRANDE
2019

MOZART EDSON LOPES GUIMARÃES

ANÁLISE DE DISCURSOS MATEMÁTICOS A PARTIR DE CONCEITOS BAKHTINIANOS E RESGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Área de concentração: História, Filosofia e Sociologia das Ciências e da Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida.

CAMPINA GRANDE
2019

G963a Guimarães, Mozart Edson Lopes.
Análise de discursos matemáticos a partir de conceitos bakhtinianos e resgistros de representações semióticas [manuscrito] / Mozart Edson Lopes Guimarães. - 2019.
80 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2019.

"Orientação : Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida , Departamento de Matemática - CCT."

1. Conceitos bakhtinianos. 2. Registros de representações semióticas. 3. Compreensão matemática. I. Título

21. ed. CDD 510.1

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

MOZART EDSON LOPES GUIMARÃES

ANÁLISE DE DISCURSOS MATEMÁTICOS A PARTIR DE CONCEITOS BAKHTINIANOS E REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Área de concentração: História, Filosofia e Sociologia das Ciências e da Matemática.

Aprovada em: 21/05/2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Aníbal de Menezes Maciel

Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Profa. Dra. Hilda Helena Sovierzoski
Universidade Federal de Alagoas (UFAL)

AGRADECIMENTOS

Ao professor Joelson, orientador e coordenador do curso de mestrado, por seu empenho, disposição e dedicação ao trabalho, à educação e aos orientandos.

A todos os professores do mestrado pelas leituras sugeridas, pelas palavras proferidas durante as aulas e pela dedicação a educação.

Ao meu pai, Edson, (*in memoriam)* embora fisicamente ausente, sentia sua presença ao meu lado, dando-me força.

A minha mãe, Alice, por todo apoio, força e paciência.

Aos meus irmãos pela compreensão e apoio.

A minha esposa, Isabelly, pelas várias conversas teóricas e não teóricas, pelo apoio, pela força e, principalmente, pela paciência.

À professora Lourdinha, do departamento de letras, pelas conduções teóricas e apoio.

Aos meus amigos Joselito e Rodrigo (CDA) pelas conversas, conselhos teóricos, apoio e força.

Aos membros do grupo de pesquisa LEEMAT pela abertura aos novos diálogos.

Aos funcionários e amigos da UEPB, Edme, Kênia, Carol, Giu e Jean, pela presteza, apoio familiar e atendimento quando nos foi necessário.

Aos membros da banca, professora Hilda e professor Aníbal, pela dedicação à análise deste trabalho e os direcionamentos teóricos e profissionais.

“Eu prefiro ser essa metamorfose ambulante do que ter aquela velha opinião formada sobre tudo.”

(Raul Seixas, 1973)

RESUMO

A matemática é uma ciência que é aplicável, até mesmo, nos mais improváveis campos do conhecimento, como nas ciências biológicas, sociais ou humanas. Sua importância rompe as fronteiras sociohistoricamente estabelecidas em forma de disciplinas, ou componentes curriculares, dentro de uma estrutura escolar tradicional. Dentro de ambientes escolares, mais especificamente salas de aula de matemática, nos deparamos com diversas dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem, tal fato afeta a compreensão de conceitos matemáticos por parte dos sujeitos sobre os papeis de alunos e professores. Existe um distanciamento entre objetos matemáticos, necessidades cotidianas e soluções de problemas. Dessa forma, a aquisição dos conhecimentos sobre s*emiótica*, *discurso*, dentre outros abordados nesta dissertação, aliados ao conhecimento matemático e à experiência profissional, auxiliou ao professor pesquisador a compreender algumas das falhas presentes no processo de ensino nos mais diversos níveis e algumas das dificuldades presentes no processo de aprendizagem, também nos mais diversos níveis, e, assim, produzir este trabalho de *simbiose conteudística* inédita ao respondermos nossa questão de pesquisa: que relações podem ser estabelecidas entre conceitos bakhtinianos e a teoria dos registros de representação semiótica (TRRS) do pesquisador Raymond Duval e que implicações têm para a compreensão de discursos matemáticos? Apresentamos como objetivo estudar alguns conceitos bakhtinianos, a saber: *enunciado*, *enunciação*, *discurso* e *atitude responsiva*, e a TRRS com a finalidade de analisar possíveis implicações para compreensão dos discursos matemáticos. Para esta análise, elaboramos a atividade presente no Apêndice A e a aplicamos para alunos do curso de Licenciatura em Matemática noturno, no componente curricular Tópicos Especiais em Matemática Básica. Apresentamos nesta dissertação uma discussão teórica sobre a TRRS, sobre os conceitos bakhtinianos anteriormente citados neste resumo e sobre compreensão matemática. Concluímos este trabalho com uma análise, a luz das teorias anteriores, das resoluções apresentadas pelos alunos a partir dos problemas propostos na atividade presente no Apêndice A. Nas considerações finais apresentamos a conclusão do estabelecimento de relações entre conversões, tratamentos e atitude responsiva dentro das relações discursivas presentes nas salas de aula de matemática, fato este que possibilitou uma análise de alguns discursos matemáticos sobre forma de respostas de alunos para a atividade presente no Apêndice A e verificação de algumas das implicações dessas relações para compreensão de conceitos matemáticos.

Palavras-Chave: Conceitos bakhtinianos. Registros de representações semióticas. Compreensão matemática.

ABSTRACT

Mathematics is a science that is applicable even to the most unlikely fields of knowledge, such as the biological, social or human sciences. Its importance breaks the sociohistorically established boundaries in the form of subjects, or curriculum components, within a traditional school structure. Within school environments, more specifically math classrooms, we encounter several difficulties in teaching and learning processes, this fact affects the understanding of mathematical concepts by the subjects about the roles of students and teachers. There is a gap between mathematical objects, everyday needs and problem solving. Thus, the acquisition of knowledge about semiotics, discourse, among others addressed in this dissertation, combined with mathematical knowledge and professional experience, helped the researcher teacher to understand some of the flaws present in the teaching process at various levels and some of the difficulties present. in the learning process, also at the most diverse levels, and thus produce this work of unpublished content symbiosis by answering our research question: what relations can be established between Bakhtinian concepts and the researcher's theory of semiotic representation records (TRRS) from the researcher Raymond Duval and what implications do they have for understanding mathematical discourses? We present as objective to study some Bakhtinian concepts, namely: utterance, enunciation, discourse and responsive attitude, and the TRRS in order to analyze possible implications for the understanding of mathematical discourses. For this analysis, we elaborated the activity presented in Appendix A and applied it to students of the Night Mathematics Degree course, in the component Curriculum Special Topics in Basic Mathematics. In this dissertation we present a theoretical discussion about the TRRS, the Bakhtinian concepts previously mentioned in this abstract and about mathematical comprehension. We conclude this paper with an analysis, in the light of previous theories, of the resolutions presented by the students from the problems proposed in the activity presented in Appendix A. In the final considerations we present the conclusion of the establishment of relationships between conversions, treatments and responsive attitude within the relationships. present in mathematics classrooms, a fact that made possible the analysis of some mathematical discourses about students' responses to the activity presented in Appendix A and the verification of some of the implications of these relations for the understanding of mathematical concepts.

Keywords: Bakhtinian Concepts. Records of semiotic representations. Mathematical understanding.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A humanidade está em constantes transformações sócio-históricas, estas dependentes e naturalizadas pelo sistema econômico-social regente de determinada sociedade, levando os sujeitos que a compoem a agirem alternando entre minimizar e maximizar as suas necessidades e, como consequência, atingirem uma (r)evolução. Neste sentido, fazendo parte do sistema capitalista, a sociedade brasileira é desafiada a acompanhar o ritmo das grandes potências mundiais, onde o *novo* da tecnologia é cada vez mais volátil, as especialidades estão cada vez mais específicas e tanto as necessidades como as formas de interação estão cada vez mais rapidamente mutáveis.

Apesar da existência de tantas variações, existe uma forma de interação socialmente imprescindível, por este motivo, é sempre preservada em todas as eras e áreas, a comunicação [1]. Quando fazemos referência ao ato de nos comunicarmos, ou à ação de comunicar, dentro de um sistema social, seja por meio de sistemas concretos, a exemplo da mídia, dos livros; ou abstratos, a exemplo da Matemática, estamos tratando de inúmeras formas, meios, possibilidades de intercâmbio de informações entre sujeitos, isto é, lidamos com "[...] uma gama incrivelmente intricada de formas sociais de comunicação e de significação" (SANTAELLA, 1994, p.11), que são as linguagens.

Para que tenhamos um eficiente sistema de comunicação, com linguagens que cumpram o seu papel, dependemos da adoção de elementos de representação de objetos, concretos ou abstratos, e da sua organização dentro de estruturas criadas para cumprir determinada função sociocultural, assim produzimos significados e sentidos. Dessa forma, fica explícita a necessidade de estudarmos as diversas linguagens, seus elementos e suas estruturas, sendo este o objetivo da Semiótica.
Para Santaella (1990),

> A Semiótica é a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significação e de sentido. (SANTAELLA, 1990, p.15)

Os objetos de estudo dessa ciência fizeram parte da modelagem da teoria de alguns pesquisadores, a exemplo de Peirce, Frege, Saussure e, mais atualmente, Duval, sendo os três primeiros, embasamentos para todos os estudos posteriores sobre a Semiótica. Cada uma das

---

[1] Com o advento da tecnologia, a comunicação se intensificou. Ela vem ganhando novos formatos, gêneros, mas não perdeu a essencialidade que é a interação, troca de conhecimentos, intercâmbio social.

teorias base possui suas particularidades e todas possuem um ponto em comum, o estudo das linguagens.

Entre esses quatro pesquisadores, Raymond Duval foi o que trabalhou, de forma mais explícita e específica, a linguagem matemática, diferenciando sua teoria dos registros de representação semiótica das teorias anteriores, pela distinção entre a “[...] natureza da relação com os próprios objetos” (DUVAL, 2011, p.37) do signo (unidades elementares de sentido) e da representação[2].

A ciência Matemática é composta de objetos de natureza abstrata com potenciais de representações múltiplas, mantendo parcialmente rígidos os significados daqueles, porém abrindo oportunidades de geração de, também, múltiplos sentidos a depender da construção sociohistórica dos conceitos dos objetos matemáticos e não matemáticos apreendidos pelo sujeito.

Como exemplo citamos os problemas[3] tão utilizados em sala de aula por professores de Matemática, abordados por pesquisadores do ensino desta ciência e apresentados, em sua maioria, em língua natural, no formato de questões (consignas). A sua interpretação depende do nível dos conhecimentos matemáticos e não matemáticos adquiridos durante a vida do sujeito por meio das interações sociais, dos diálogos, ou ainda, das relações dialógicas anteriormente estabelecidas. Esses problemas estão carregados de objetos matemáticos, os quais são visualizados de acordo com o que o sujeito tiver de conhecimento prévio a respeito deles.

Utilizando a ideia de Pozo; Guimarães (2013) afirma que

> [...] a capacidade de solucionar problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades eficazes, mas também criar hábitos e atitudes de enfrentar a dificuldade de aprendizagem como um problema, para o qual deve ser encontrada uma solução. Para o professor, não é uma questão de apenas ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para o próprio aluno, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado. (GUIMARÃES, 2013, p.7)

No trabalho com resolução de problemas, o professor pode explorar vários aspectos linguísticos, envolvendo os objetos matemáticos, os gêneros do discurso e as representações semióticas. Infelizmente, a abordagem de conteúdos em salas de aula é feita, muitas vezes, de

---

[2] A seção 2.1 deste trabalho trás uma discussão sobre o tema Semiótica, mostrando alguns conceitos envolvidos e uma leitura da teoria dos registros de representação semiótica.

[3] “O termo "problema" sempre esteve presente no dia-a-dia de pessoas que trabalham com Matemática, segundo Onuchic (2013) ‘Um problema é tudo aquilo que não se sabe fazer mas que se está interessado em resolver’ e para Pozo (1998) ‘Um problema é uma situação que para ser resolvida necessita de um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequencia de passos a serem seguidos’.” (GUIMARÃES, 2013, p.7)

forma isolada, a ponto de não haver a interligação entre conteúdos dentro da mesma área, ou até mesmo entre diferentes áreas do conhecimento.

Podemos citar, como exemplo, o ensino do conteúdo *Função Afim*. Este é aplicado às disciplinas da área de exatas, como Matemática, Física, Química, nas disciplinas da área de ciências biológicas, como Biologia, e até mesmo na área de humanas, como Geografia. Assim, os problemas, relatos fictícios ou verídicos, escritos ou oralizados, quando utilizados de forma adequada, funcionam como recursos interdisciplinares.

Quando apresentados como simulacros da realidade, os problemas devem ser vistos como instrumentos facilitadores da compreensão, além de possibilitar a interação entre as mais diversas esferas do conhecimento. São os professores, então, através desses problemas, entre outras alternativas, os responsáveis por aproximar o discente dos objetos matemáticos em sua forma natural, não sendo um transmissor de conteúdos, mas sim um intermediador, propiciador e participante de diálogos.

De forma metafórica, com o intuito de ilustrarmos os ditos do parágrafo anterior, mencionamos o filme Matrix[4] o qual foi lançado em 21 de maio de 1999 e propicia um profundo debate filosófico que transita pelo sentido da existência humana, o que vem a ser a realidade e religião, tendo sido, algumas vezes, comparado ao *Mito da caverna* de Platão. O personagem principal, Neo, é atormentado pela inquietação sobre o sentimento de ter algo de errado com o mundo e não saber o que é. A sua liberdade está condicionada ao conhecimento da verdade.

Na visão de Neo, a chave para essa verdade é Morpheus, outro personagem. Em uma conversa entre os dois, marcada na história dos cinemas, Morpheus dá duas opções a Neo, ambas representadas por pílulas, uma na cor azul (o mantém preso na ignorância), outra na cor vermelha (o liberta pela verdade). O personagem principal, movido pela sua angústia, opta pela pílula vermelha, a qual lhe possibilita deixar a realidade existente no mundo da imaginação e vivenciar a realidade concreta. Porém, a escolha da pílula foi apenas uma primeira etapa.

Neo ainda estava preso ao sentido da visão, mesmo sabendo que aquilo que enxergava na Matrix era apenas representação, não conseguia manipulá-la, ele continuava tratando

[4] “Um jovem programador é atormentado por estranhos pesadelos nos quais sempre está conectado por cabos a um imenso sistema de computadores do futuro. À medida que o sonho se repete, ele começa a levantar dúvidas sobre a realidade. E quando encontra os misteriosos Morpheus e Trinity, ele descobre que é vítima do Matrix, um sistema inteligente e artificial que manipula a mente das pessoas e cria a ilusão de um mundo real enquanto usa os cérebros e corpos dos indivíduos para produzir energia.” (Disponível em https://mi.tv/br/programas/matrix-1999. Acessado em 18 de abril de 2018.)

algumas coisas que via, como sendo reais, objetos da própria realidade. Durante outro diálogo com Morpheus, Neo o questiona quando irá conseguir desviar de balas e obtém a resposta que chegará o momento em que ele não precisará desviar. Ao dar essa resposta, Morpheus estava se referindo ao fato de Neo ser *O Escolhido*, aquele que conseguirá o entendimento a respeito da verdadeira natureza da Matrix e libertará a humanidade.

Na última parte do filme, Neo entra em confronto com o agente Smith e outros dois agentes, acabando gravemente ferido, sendo dado pelos seus amigos como morto. Porém, nesse momento o personagem principal, de alguma forma, passa a entender que aquelas balas que o atingiram não eram reais, mas apenas representações, fato este que possibilita sua *recuperação* e, a partir de então, a manipulação daqueles e de outros signos representativos de objetos reais.

Entendemos que a relação dos alunos com a ciência Matemática tem semelhanças com o que se dá entre Neo e sua compreensão da Matrix. Duval (2009) afirma que

> [...] não se pode ter compreensão em matemáticas, se nós não distinguimos um objeto de sua representação. É essencial jamais confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções, as retas, etc, com suas representações, quer dizer, as escrituras decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras... porque um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes. (DUVAL, 2009, p.14)

Os discentes, frequentemente, não conseguem identificar a natureza abstrata por trás das representações semióticas dos objetos matemáticos e, tal fato, os impede de explorar melhor as potencialidades desses objetos. É de extrema importância que os sujeitos, sob o papel de alunos, sejam estimulados a manterem uma relação dialógica constante entre cotidianos e contextos escolares e extraescolares, desta forma possibilitando a formação de um sujeito socialmente ativo, crítico e conhecedor das potencialidades dos objetos matemáticos diante das diversas situações passíveis de serem vivenciadas.

Neste sentido, enxergamos o discurso em Bakhtin, envolvendo conceitos, a exemplo de enunciado, enunciação, atitude responsiva, discurso etc, como um suporte teórico, adicional à teoria dos registros de representação semiótica, adequado para elaboração de uma pesquisa sobre as problemáticas e as necessidades citadas até então, as quais giram em torno da compreensão dos discursos matemáticos.

1.1 Motivação

Sempre que nos deparamos com algo que não entendemos ou não sabemos seu significado, perguntamos “O que é isso?” ou, ainda, “O que significa isso?”, “Para que serve isso?”. Não foi diferente comigo quando, como aluno especial no componente curricular *Ensino-Aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental e Médio*, no período 2016.1, oferecido pelo Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, ministrado pelo professor doutor Aníbal de Menezes Maciel, ouvi pela primeira vez a palavra *semiótica*. Fui incumbido, juntamente com o então colega de classe, Joselito Elias, de apresentar para o restante da turma o texto *Registro de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática*, do professor Raymond Duval.

Diante do desafio lançado pelo professor Aníbal, senti-me na obrigação de procurar profundidade, na medida do possível, sobre os conceitos abordados no texto, dentre os quais está a Semiótica. Busquei artigos e livros, na *internet* e na biblioteca da Universidade Estadual da Paraíba, da qual tive total apoio por meio de seus funcionários, em especial Isabelly, Jean e Carolina, todos formados no curso de Letras, com habilitação em Língua Portuguesa.

Meu contato mais profundo com o tema, até então, foi com o livro cujo título é exatamente *O que é Semiótica*, da autora Lúcia Santaella. Por meio dele, pude ampliar a pouca compreensão sobre seu principal tema. Verifiquei que havia muito em comum entre minhas atuais leituras e minha vivência como docente em turmas de ensino fundamental, médio e, até mesmo, superior, fato este que serviu de agente motivador da ampliação da pesquisa em torno da semiótica.

Entre as conversas com outros professores, em especial a professora doutora do departamento de letras da UEPB, Lourdes Leandro, surgiu o nome de Bakhtin e sua teoria em torno de discursos, sobre a qual busquei um aprofundamento e, posteriormente, interesse em unir à teoria sobre semiótica. Assim, fui orientado pelo professor Aníbal a procurar o coordenador do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM e, também, membro do corpo docente do mestrado, professor José Joelson, pois este havia produzido uma tese de doutorado a qual envolvia os gêneros do discurso de Bakhtin e o ensino de matemática.

Após alguns encontros e algumas discussões, a curiosidade, a necessidade e a vontade de pesquisar sobre possíveis relações entre discurso, semiótica e matemática foram naturalizadas em mim, me levando à elaboração de um projeto e à participação do processo seletivo do mestrado com o intuito, a princípio, de melhorar as práticas docentes e a aprendizagem dos alunos, posteriormente chegando ao objetivo descrito neste trabalho.

1.2 Justificativa

A educação está na base de desenvolvimento de toda sociedade. É por meio dela que buscamos melhor compreender o ambiente em que vivemos e, em consequência, modificá-lo em prol, a princípio, de uma melhoria de vida. No nosso cotidiano, estamos cercados de informações minuciosamente interligadas, porém, muitas vezes, a escola as aborda de modo compartimentado, fato este facilitado pela fragmentação disciplinar proposta pela organização do currículo escolar.

Mesmo nesse contexto, a Matemática apresenta uma característica extraordinária, consegue ser, ao mesmo tempo, *objeto* de estudo intrínseco à própria matemática e *objeto* de aplicação em outras ciências, abrangendo todas as áreas do conhecimento, mantendo sua universalidade de linguagem. Neste sentido, Santaella diz

> A Matemática é observativa na medida em que monta construções na imaginação de acordo com preceitos abstratos, passando, então a observar esses objetos imaginários, para neles encontrar relações entre partes que não estavam especificadas no preceito da construção. No entanto, a Matemática estuda o que é e o que não é logicamente possível, sem se fazer responsável pela existência atual desse possível. Nesse sentido, é a ciência que fornece subsídios e encontra aplicação em todas as outras ciências.” (SANTAELLA, 1994, p.24)

Encontramos a Matemática utilizada tanto em outras ciências *exatas*, Química e Física, como em ciências de outras áreas do conhecimento, a Geografia, a exemplo do estudo envolvendo escalas; Biologia, a exemplo de probabilidades dentro da genética; etc. Podemos, assim, afirmar que sua *onipresença* nos mais diversos fenômenos socioculturais confirma sua importância para o desenvolvimento da sociedade. Portanto, é uma realidade a necessidade do instrumento matemática ser estudado, seja na sua vertente pura, seja na sua vertente educacional.

Neste sentido, observemos as seguintes equações:

$$\frac{\partial m(r,t)}{\partial t} = -m(r,t) + g(\beta J * m(r,t) + \beta h), h, \beta \geq 0 \qquad \text{(I)}$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = -u(x,t) + J * (f \ o \ u)(x,t) + h, \ \ h > 0 \qquad \text{(II)}$$

$$\begin{cases} \partial_t u(t,x) = -u(t,x) + \int_{\mathbb{R}^N} J(x,y) f\big(t, u(t,y)\big) dy, \;\; t \geq \tau, \;\; x \in \Omega, \\ u(\tau,x) = u_\tau, \quad x \in \Omega \end{cases} \tag{III}$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + u(x,t) = \int_{\mathbb{R}^N} J(x-y) f\big(u(y,t)\big) \rho(y) dy + h(x) \tag{IV}$$

Cada uma delas faz parte da evolução de um conjunto de artigos matemáticos produzidos como resultados de uma pesquisa que se iniciou em 2008, com a participação do professor do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Campina Grande, Dr. Severino Horácio da Silva.

A equação (I) é um dos principais elementos dos artigos de títulos *Existence of global attractors and gradient property for a class of non local evolution equations* (Existência de atratores globais e propriedade gradiente para uma classe de equações de evolução não locais) e *Continuity of global attractors for a class of non local evolution equations* (Continuidade de atratores globais para uma classe de equações de evolução não locais), publicados em 2008 e 2010, respectivamente.

As equações (II), (III) e (IV) representam a evolução matemática da pesquisa publicada nos artigos *Properties of an Equation for Neural Fields in a Bounded Domain* (Propriedades de uma equação para campos neurais em um domínio limitado, 2012), *Existence, regularity and upper semicontinuity of pullback attractors for the evolution process associated to a neural field model* (Existência, regularidade e semicontinuidade superior de atratores *pullback* para o processo de evolução associado a um modelo de campo neural, 2017) e *A gradient flow generated by a nonlocal model of a neural field in an unbounded domain* (Um fluxo gradiente gerado por um modelo não local de um campo neural em um domínio ilimitado, 2018), respectivamente.

Apesar dos signos utilizados nas equações e nos títulos dos artigos serem pouco familiares para muitas pessoas por fazerem parte, em sua maioria, da linguagem matemática ao nível de pós-graduação, o que eles representam são de grande importância, principalmente, para melhor entendermos alguns fenômenos consequentes das atividades neurais. A modelagem matemática, a exemplo da trabalhada pelo professor Horácio, propicia generalizações e resultados fortes, por esse motivo, proporciona avanços significativos de pesquisas que geralmente necessitam de experimentos empíricos. Imaginem termos acesso a uma representação gráfica e algébrica do comportamento das conexões neurais de pessoas com doenças como epilepsia, situação esta citada em um dos artigos do professor Horácio.

Neste contexto, identificamos a existência da necessidade de expormos as potencialidades dos objetos matemáticos para que eles se tornem passíveis de identificação nas ações cotidianas dos sujeitos sociais para, assim, serem explorados e vistos como úteis, dando sentido a suas existências. Ousamos afirmar que as pesquisas são abastecidas por relações dialógicas de conflito do sujeito pesquisador. O combustível do fazer pesquisa é, em geral, o desconforto gerado pela necessidade de saber aquilo que não se sabe e a busca pelo equilíbrio das inquietações do pesquisador.

A presente dissertação traz consigo o resultado de uma pesquisa que durante seu percurso atingiu, mesmo que de forma embrionária, as esferas social, pedagógica, matemática, acadêmica e política nas quais se encaixam sujeitos no papel de professores ou alunos. Ilustramos tal afirmação a partir do fato de alguns objetos matemáticos, tomando como exemplo a integral, terem sido abordados pelo presente pesquisador, enquanto professor de matemática em uma turma composta por alunos de diversas idades, níveis de conhecimento matemático, classes sociais etc, do curso de licenciatura em matemática, dentro da resolução de uma situação-problema presente no cotidiano de sujeitos envolvidos, direta, ou indiretamente, com a construção civil, mais especificamente com a pintura de uma superfície plana não convencional, isto é, uma parede com face não retangular.

Anterior a tal momento, a maioria dos discentes, mesmo tendo conhecimento teórico sobre tal objeto, não foram capazes de aplicá-lo em prol da *otimização* do tempo e do trabalho de encontrar uma solução para a situação-problema em questão. Até então, socialmente, aquele conhecimento técnico adquirido na academia não tinha sentido. Após uma modificação prático-metodológica do docente, impulsionada pela sua pesquisa, ao elaborar, aplicar e, posteriormente, *resolver* a situação-problema, os alunos vislumbraram potenciais desconhecidos dos objetos matemáticos, mantendo a existência do conhecimento técnico e matemático.

A aquisição dos conhecimentos sobre s*emiótica*, *discurso*, dentre outros abordados nesta dissertação, aliados ao conhecimento matemático e à experiência profissional, auxiliou este professor pesquisador a compreender algumas das falhas presentes no processo de ensino nos mais diversos níveis e algumas das dificuldades presentes no processo de aprendizagem, também nos mais diversos níveis, e, assim, produzir este trabalho de *simbiose conteudística* inédita ao relacionar alguns conceitos bakhtinianos, a teoria dos registros de representação semiótica e a compreensão dos discursos matemáticos.

Neste sentido, o presente trabalho de dissertação, componente da área de concentração História, Filosofia e Sociologia das Ciências e da Matemática, torna-se relevante por abordar, de forma interdisciplinar, as sutis relações entre as teorias de Mikhail Bakhtin e de Raymond Duval, os Discursos e os Registros de Representações Semióticas, em torno da compreensão dos discursos matemáticos minimizando, assim, o acontecimento de falhas no processo de ensino e diminuindo as dificuldades presentes no processo de aprendizagem de matemática.

Para melhor apresentarmos nossa pesquisa, organizamos a escrita desta dissertação da seguinte forma:

Introdução: nesta seção, fazemos uma introdução aos temas centrais da pesquisa como também sua apresentação. Destacamos a justificativa, a questão de pesquisa, o nosso objetivo e a metodologia utilizada.

Relações entre conceitos bakhtinianos e registros de representações semióticas: neste capítulo apresentamos o resultado do nosso estudo sobre semiótica, em especial a teoria dos registros de representação semiótica (TRRS), do pesquisador Raymond Duval. Apresentamos, também, uma discussão a respeito de alguns conceitos bakhtinianos, a saber: enunciado, enunciação, discurso e atitude responsiva. Trabalhamos um conceito de *arena discursiva* dentro de algumas situações comuns em aulas de matemática. Vale enfatizar que utilizamos diversas situações, hipotéticas e reais, para exemplificar e dar base às considerações apresentadas durante o texto.

Uma compreensão dos discursos matemáticos: neste capítulo descrevemos a análise de algumas das resoluções da atividade descrita nos aspectos metodológicos e apresentamos nossas conclusões a respeito desta análise levando em consideração as teorias apresentadas.

Considerações finais: nesta seção apresentamos as relações que encontramos entre conceitos bakhtinianos, a TRRS e a compreensão do discurso matemático, além de nossas últimas considerações sobre a questão de pesquisa, o objetivo, algumas conclusões e perspectivas de continuidade dessa pesquisa.

1.3 Questão de pesquisa

Apresentamos a seguinte inquietação como questão de pesquisa: que relações podem ser estabelecidas entre conceitos bakhtinianos e a teoria dos registros de representação semiótica e que implicações têm para a compreensão de discursos matemáticos?

1.4 Objetivo

Nosso objetivo neste trabalho é estudar alguns conceitos bakhtinianos, a saber: *enunciado*, *enunciação*, *discurso* e *atitude responsiva*, e registros de representações semióticas com a finalidade de analisar possíveis implicações para compreensão dos discursos matemáticos.

1.5 Aspectos metodológicos

Considerando as ideias trazidas por Bakhtin e Duval, optamos por utilizar uma metodologia de pesquisa que nos desse a liberdade de participar de novos diálogos com nossos próprios conhecimentos e, principalmente, com outras áreas de conhecimento presentes nos diversos contextos extraescolares. Visamos tanto à melhoria do processo de compreensão dos discursos matemáticos por parte dos sujeitos sob o papel de alunos, proferidos nas mais variadas esferas sociais, como acrescentar conhecimentos aos sujeitos sob o papel de docentes de matemática, auxiliando-os, assim, no planejamento e na execução de suas aulas.

Utilizamos nossa experiência profissional prévia adquirida em 11 anos de ensino nos níveis escolares médio e fundamental e, a esta, acrescentamos a experiência atual no ensino em nível superior, para transformarmos algumas salas de aula em ambientes empíricos para observação e adoção de práticas resultantes da pesquisa bibliográfica sobre a Teoria do Registro de Representações Semióticas e sobre Discursos. Isto é, a partir de observações hitorico-práticas e estudos bibliográficos embrionários, fizemos do ambiente natural, sala de aula, um local para coleta de informações a exemplo dos significados dos objetos matemáticos apreendidos pelos alunos ao longo de suas vidas acadêmicas, dos sentidos dados a estes objetos e do nível de compreensão dos discursos matemáticos presentes nas aulas.

Para tanto, a princípio elaboramos a atividade presente no Apêndice A e a aplicamos para alunos do curso de Licenciatura em Matemática noturno, no componente curricular Tópicos Especiais em Matemática Básica cuja escolha é justificada por envolver discentes do 2º ao 8º períodos, isto é, teoricamente alunos com níveis de conhecimento matemático distintos, crescentes na medida em que o aluno estivesse mais próximo da conclusão do curso[5].

[5] O curso de Licenciatura em Matemática noturno tem duração regular de 9 períodos, ou seja, 4 anos e 6 meses.

A atividade é composta por duas questões em formato de problemas. A primeira questão trata do desejo de uma escola contratar uma equipe de pintores para executar o serviço de pintura das paredes do ginásio da escola, cujas representações geométricas planas são apresentadas na questão. As paredes laterais têm seções retangulares enquanto que as paredes frontal e posterior possuem um formato diferenciado devido à condição parabólica da coberta do ginásio. Foi estabelecido como critério de seleção da equipe de pintores o custo da mão de obra adicionado ao custo com material. Dessa forma, foram apresentadas duas propostas contendo o valor da área total a se pintada, o tempo de execução do serviço e o custo da mão de obra.

Por fim, considerando as duas propostas e um custo unitário de R$ 6,40 por cada metro quadrado de parede, foi pedido no *item a* para o discente escolher qual das duas equipes de pintores ele iria contratar e, no *item b*, caso achasse necessário, apresentasse uma reescrita do *item a* desta vez se pondo no papel de professor no ato de apresentação da resolução para seus alunos.

Esta questão envolve uma diversidade de objetos geométricos, algébricos e aritméticos, além de ser apresentada com uma descrição de uma situação passível de ser vivenciada, nas suas devidas proporções e adaptações, por quaisquer sujeitos com as mesmas características dos alunos do componente curricular, isto é, em sua maioria trabalhadores, donos(as) de casa, passíveis de encontrarem necessidade da execução de uma pintura de determinados ambientes.

A todos os discentes, em algum período de suas vidas, foram apresentadas teorias (significados) a nível básico ou a nível superior as quais poderiam ser utilizadas no desenvolvimento de soluções. Porém, pretendíamos verificar até que ponto os alunos conseguiriam associar os seus conhecimentos técnicos à necessidade de resolução do problema de forma otimizada, isto é, de analisar as resoluções com relação à capacidade dos alunos de dar sentido aos significados dos mais diversos objetos matemáticos dentro do problema a partir de suas manipulações, transformações.

A segunda questão apresenta uma empresa do ramo de engenharia que ganhou uma licitação para elaboração dos projetos complementares, a saber: elétrico, hidrossanitário e estrutural, e do orçamento para uma construção de uma escola na cidade de Lagoa Seca no estado da Paraíba. Para dar início aos seus trabalhos, a empresa resolveu fazer um levantamento topográfico do terreno onde será construída a escola. O resultado deste levantamento está registrado na questão, porém, como se trata de um contexto incomum dentre os alunos, optamos por, durante a descrição, inserir algumas explicações a exemplo do significado de *curvas de nível*.

Dando continuidade, colocamos à disposição dos discentes a sequência de registros utilizada pela empresa (representações geométricas, representação tabular) necessária para o encontro dos valores de volume de terra deslocado para planear o terreno em questão, além de disponibilizarmos o valor unitário (R$/m³) necessário para encontrar o custo do deslocamento de terra, sendo estes os valores solicitados na questão.

Ao contrário do primeiro problema, apesar de utilizar registros de objetos matemáticos na mesma linha (geométrico, algébrico e aritmético), o segundo problema não apresenta uma situação familiar aos alunos, por esse motivo foi construído um percurso explicativo com o intuito de facilitar o entendimento da questão. Assim, com o acréscimo do discurso não familiar aos alunos, também gostaríamos de verificar até que ponto os alunos conseguiriam associar os seus conhecimentos técnicos à necessidade de resolução do problema de forma otimizada.

Com relação ao processo de aplicação da atividade, seguimos as seguintes etapas:

1. Os alunos foram informados que receberiam uma atividade com duas questões a serem resolvidas em casa, devendo ser devolvida com as resoluções dentro do prazo de uma semana. Mesmo diante de questionamentos a respeito das formas de resolução, passamos unicamente a informação de que a atividade era individual e eles estavam livres para utilizar qualquer conteúdo e instrumento para resolver as questões.
2. A atividade seria entregue na aula seguinte, porém os docentes entraram em greve, fato este que impossibilitou a entrega presencial das questões. Assim, decidimos deixar uma cópia impressa na microempresa fotocopiadora localizada no mesmo bloco onde os discentes participavam das aulas e, ao mesmo tempo, enviá-las por e-mail, reestabelecendo o prazo de entrega das resoluções para a primeira aula após a greve.
3. Após quase quatro meses a greve terminou e os discentes entregaram as resoluções e o docente abriu o debate sobre possíveis dificuldades, formas de resoluções e dúvidas, posteriormente apresentando uma resolução no quadro, esta sendo construída a partir das teorias do discurso e da semiótica[6].

[6] Com o intuito de contribuir para melhor formação matemática, cidadã e profissional dos discentes do ensino superior da UEPB, a pesquisa teve prosseguimento com o aprofundamento das leituras a aplicações das teorias do discurso e da semiótica de Duval em outras turmas, a saber: Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia

Em seguida, foi feito um agrupamento de resoluções semelhantes, considerando as representações semióticas matemáticas registradas e o tipo de transformações de registros, conversão ou tratamento[7], para enfim serem analisadas[8] de acordo com nosso objetivo de pesquisa. Por último, desenvolvemos a escrita do presente trabalho incluindo uma análise das resoluções da atividade constante no *Apêndice A* entregues pelos discentes do curso de Licenciatura em Matemática.

A seguir, iniciamos a discussão teórica que embasa nossa dissertação.

Sanitária e Ambiental, Vetores e Geometria Analítica para Licenciatura em Física, Matemática I e III para Licenciatura em Matemática, Matemática Aplicada às Ciências Biológicas e Matemática Aplicada para Ciências Contábeis.

[7] As resoluções de maior representatividade estão presentes ao longo desta dissertação.

[8] Os detalhes sobre a análise das resoluções estão presentes no capítulo *UMA COMPREENSÃO DOS DISCURSOS MATEMÁTICOS*.

2 RELAÇÕES ENTRE CONCEITOS BAKHTINIANOS E REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Neste capítulo fazemos uma revisão da literatura dividida em *Semiótica, Uma discussão a respeito de alguns conceitos bakhtinianos, A sala de aula como arena discursiva e Conceitos bakhtinianos, Teoria do Registro de Representações Semióticas e a compreensão do discurso matemático*.

2.1 Semiótica

Abordamos nesta seção os conceitos de semiótica, de signo e a Teoria do Registro de Representações Semióticas.

2.1.1 O que é Semiótica

Do que se trata?, *O que significa?* e *O que é?* são expressões típicas do início de perguntas enunciadas por sujeitos à espera de explicações que os deixem a par das definições e dos conceitos que rodeiam aquela palavra. O título desta subseção é o mesmo utilizado pela autora Lúcia Santaella em seu livro lançado em 1983, cujo principal objeto é retirar a interrogação da pergunta *O que é semiótica?*.

Santaella inicia seu livro com uma brincadeira sobre as possíveis ideias que as pessoas podem ter a respeito de Semiótica. “Semi-ótica – ótica pela metade? ou Simiótica – estudo dos símios?” (SANTAELLA, 1990, p.7). Em seguida, ela afirma que a palavra semiótica tem origem grega, *semeion*, e significa signo, para enfim conceituar como a ciência dos signos das linguagens, isto é, “a ciência geral de todas as linguagens” (SANTAELLA, 1990, p.7).

Nöth (2017) afirma que

> Numa primeira definição, podemos dizer que a semiótica é a ciência dos sistemas e dos processos sígnicos na cultura e na natureza. Ela estuda as formas, os tipos os sistemas de signos e os efeitos do uso dos signos, sinais, indícios, sintomas ou símbolos. Os processos em que os signos desenvolvem o seu potencial são processos de significação, comunicação e interpretação. (NÖTH, 2017, p.7)

Nas duas definições encontramos a palavra *signo* como tendo um importante papel para compreensão do que é Semiótica, dessa forma apresentamos a seguir uma subseção que trata o tema.

2.1.2 Signos

> "[...] o pensamento humano gera produtos concretos capazes de afetar e transformar materialmente o universo, ao mesmo tempo que são por ele afetados."
> (SANTAELLA)

Vimos na subseção anterior que a Semiótica é uma ciência cujos objetos de estudo são os signos e as linguagens formadas por estes. Mas o que vêm a serem signos? Antes de apresentarmos algumas respostas a essa pergunta fazemos outro questionamento, o que nos permite comunicarmos? A resposta poderia ser "a fala", então perguntaríamos, "mas e os surdos?"; ou "a escrita", então perguntaríamos "mas e os cegos?". Na verdade podemos nos comunicar de várias maneiras, pois ao longo da história, a humanidade construiu e adotou diversas formas de apresentar e de representar os fenômenos e objetos, sejam eles concretos ou abstratos.

Se diante de um surdo quisermos fazer referência a um caju, podemos simplesmente apresentar a ele a escrita *caju*, ou ainda mostrar uma foto ou um desenho da fruta. Considerando a mesma situação, porém diante de um cego, podemos simplesmente falar a palavra *caju*, ou apresentar em braile a palavra *caju*, ou ainda, oferecer um caju. A comunicação não está restrita apenas a um sentido, ela é sensorial em potencial. Observemos que existem essas e diversas outras formas de representar e apresentar a fruta *caju*.

Mas, e se quisermos expor algum sentimento, por exemplo, raiva? Podemos simplesmente falar *estou com raiva*, ou mostrar uma expressão como da Figura 1, ou ainda através do *emoticon* gráfico da Figura 2.

Figura 1– Expressão de raiva

Fonte: Incrível Club[9]

Figura 2– Expressão de raiva via emoticon

Fonte: Freepik[10]

Para esclarecermos melhor o conceito de signo recorremos ao filósofo, escritor, teólogo e bispo cristão, Aurélio Agostinho (Santo Agostinho), e ao fundador da Semiótica moderna, o cientista-lógico-filósofo Charles Sanders Peirce (1839-1914), ambos citados por Nöth (2017). “O signo é, portanto, uma coisa que, além da impressão que produz nos sentidos, faz com que a outra coisa venha à mente como consequência dele.” (AGOSTINHO *apud* NÖTH, 2017, p.8). “O signo [...] é algo que está no lugar de algo para alguém.”

[9] Disponível em <https://incrivel.club/inspiracao-criancas/6-dicas-uteis-de-psicologos-de-harvard-para-a- criacao-dos-filhos-140360/>. Acesso em 15 jan. 2018.

[10] Disponível em <https://br.freepik.com/icones-gratis/emoticon-com-raiva_726278.htm>. Acesso em 15 jan. 2018.

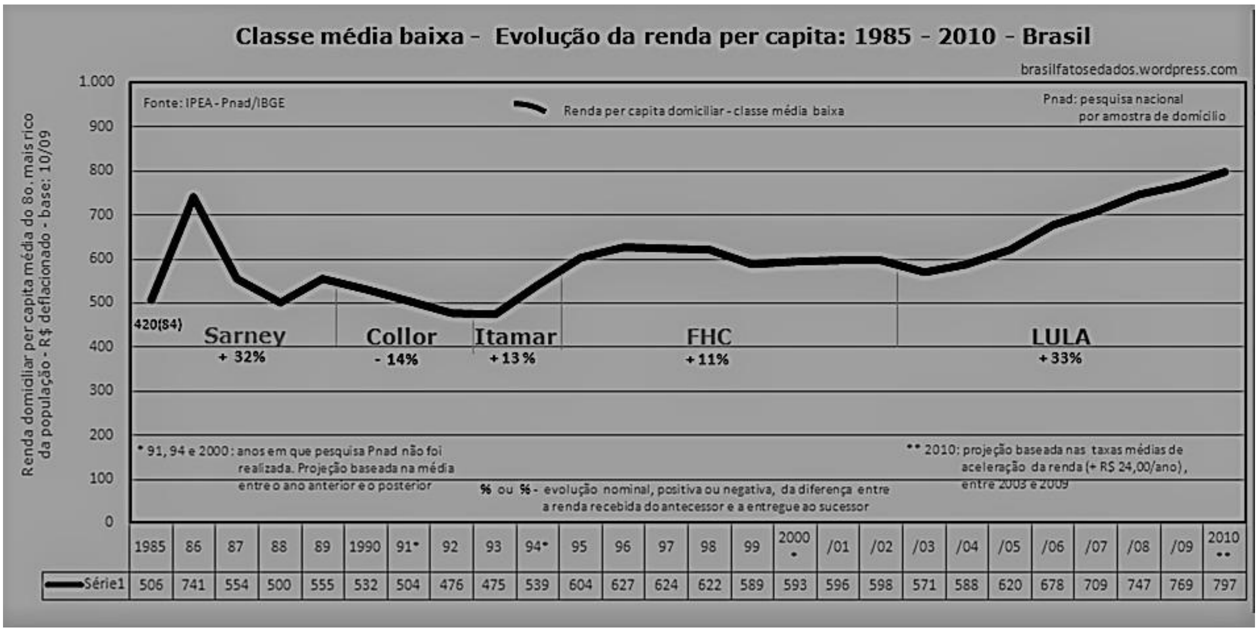
(PEIRCE *apud* NÖTH, 2017, p.9)

Neste contexto, afirmamos que todo signo, seja natural (a exemplo da expressão de raiva) ou artificial (a exemplo do *emoticon*), carrega um significado, produto de uma construção histórica, e um sentido, uma vez que a identificação do objeto representado vai depender de um contexto (fator exterior) e de um conjunto de fatores intrínsecos ao sujeito (fator interior).

Consideremos agora a apresentação do gráfico representado na Figura 3.

O que você pensou ao analisá-lo? Você pensaria as mesmas coisas se olhasse para esse mesmo gráfico há 4 anos? Será que seu vizinho pensaria a mesma coisa que você? A pergunta mais adequada talvez fosse *O que este gráfico está representando para você neste exato momento?*

Figura 3 – Gráfico representativo da evolução da renda per capita no período de 1985 a 2010



Fonte: Brasil fatos e dados.[11]

No capítulo introdutório do livro *Marxismo e Filosofia da Linguagem*, de Mikhail Bakhtin, Marina Yaguello (1981, p.17) afirma que “o pensamento não existe fora de uma expressão social e, por consequência, fora da orientação social desta expressão do próprio pensamento”. Para ambos, todo signo é ideológico, pois este e a situação social do sujeito

[11] Disponível em <https://brasilfatosedados.wordpress.com/11-classe-media-baixa-renda-per-capita/>. Acesso em 15 jan. 2018.

estão “indissoluvelmente ligados”[12].

Assim, a criação de signos artificiais está intimamente ligada às necessidades sociais. Mostramos anteriormente o exemplo de um *emoticon* gráfico. Apesar de várias versões a respeito do surgimento dos *emoticons*, todas sugerem uma necessidade de aproximar as palavras escritas das expressões faciais para, assim, produzir mais emoções. Outro exemplo de signos que surgem com bastante frequência são as palavras oralizadas e escritas. É por meio delas que nos comunicamos mais frequentemente.

A percepção e existência dos signos dependem de alguns canais, como mostrado no Quadro 1, apresentado por Nöth (2017).

Quadro 1 – Signos classificados conforme o canal perceptivo

Canal perceptivo	*Exemplo*
Visual (ou ótico)	imagens, escultura, mercadorias, palavras escritas
Auditivo (ou acústico)	palavras da linguagem oral, gritos, música, buzinas, sirenes
Tátil	palavras "escritas" em braile, beijos, abraços
Olfativo	cheiro de flor, café, pão fresco, carne assada, perfume
Gustativo	paladar doce, ácido, amargo, sabor de vinho etc.
Térmico	sensação de calor, frio, morno etc.

Fonte: Nöth (2017, p.11)

Dito inicialmente isso, a próxima subseção apresenta uma teoria semiótica voltada para as linguagens e os signos matemáticos. Apresentamos de forma sucinta algumas ideias e conceitos abordados pelo professor pesquisador Raymond Duval.

2.1.3 Teoria dos registros de representação semiótica

“A matemática é observativa na medida em que monta construções na imaginação de acordo com preceitos abstratos, passando, então, a observar esses objetos imaginários para neles encontrar relações entre as partes que não estavam especificadas no receito da construção.”
(SANTAELLA)

[12] Voltaremos a tratar de algumas concepções bakhtinianas na seção 2.2.

O surgimento da teoria do professor Duval teve início a partir da observação e da constatação de um problema no nível de compreensão dos conteúdos matemáticos, por parte dos alunos do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática – IREM, de Estrasburgo, França, de onde era professor. Os discentes tinham dificuldade com as passagens entre língua natural[13] e todas as designações e formulações simbólicas envolvidas no conteúdo.

A conclusão que parte dessa dificuldade provinha da forma de transmissão dos conteúdos pelos docentes, os quais faziam uso de metodologias que distanciavam os objetos matemáticos de suas funções socioculturais, ao não os relacionarem com simples representações concretas, era inevitável. Para melhor entendermos a situação, basta imaginarmos o ensino de volumes de poliedros sem a referência concreta da representação de um poliedro, apenas trabalhando as formas algébricas, isto é, puramente fórmulas. Para a maioria dos docentes do IREM, a relevância do ensino estava nos conceitos mentais, na abstração.

Por outro lado, na contramão do consenso de outros professores, Duval se propunha a trabalhar a importância e a variedade das formas de linguagem em atividades matemáticas, por este motivo enfrentou dificuldades no início da sua pesquisa tendo que adiar seus estudos. Apenas com a adoção, por parte das instituições de ensino francesas, de uma nova estrutura educacional, em que eram trabalhados problemas, fato que tornou amplamente visível a dificuldade dos alunos em compreensão de enunciados, fez com que Duval retomasse a sua pesquisa.

Para Duval, não há nenhum conhecimento que um sujeito possa mobilizar sem uma atividade de representação, seja ela mental (representação como evocação dos objetos ausentes), interna (representação como codificação da informação) ou semiótica (representação por meio de sistema de signos). Afirma ainda que,

> A especificidade das representações semióticas consiste em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações “equivalentes” em um outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferentes para o sujeito que as utiliza. (DUVAL, 2009, p.32)

Um mesmo objeto matemático pode fazer parte de diferentes sistemas semióticos por meio de equivalentes, porém diferentes, representações. Existe, ainda, uma dependência da interpretação da representação com o sujeito que a utiliza, Duval alerta para tomada de

---

[13] A língua natural, a qual Duval faz referência, é tratada por Santaella (1994, p.10) como língua nativa, materna ou pátria, fazendo alusão à língua que falamos ou escrevemos.

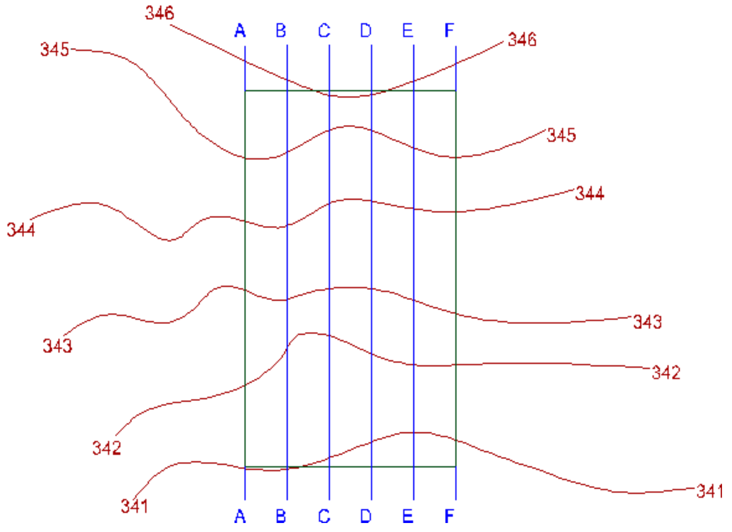
significações distintas. Na subseção 2.1.1 chamamos essas significações de *sentidos* e afirmamos que essa dependência está ligada às relações histórico-sociais vivenciadas pelo sujeito.

Para ilustrarmos a aplicação de distintas representações semióticas de um mesmo objeto matemático, apresentamos, a seguir, uma atividade que elaboramos no primeiro semestre do mestrado em curso, 2017.1, e aplicada no mesmo período em uma turma do componente curricular *Tópicos Especiais em Matemática Básica*, do curso de Licenciatura em Matemática, com as seguintes características e condições:

- A turma era composta por alunos do segundo ao oitavo períodos;
- Não havia *repetentes* na turma, isto é, todos estavam no componente pela primeira vez;
- Nas aulas anteriores à aplicação da atividade, o professor estava trabalhando problemas matemáticos presentes nas Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), não havia especificidade de conteúdo, assim, o aluno se encontrava livre para utilizar os conteúdos que julgasse adequados;
- Os discentes foram informados que receberiam uma atividade via *e-mail*, composta por dois problemas, e teriam duas semanas para entregar as respostas;
- As respostas deveriam ser entregues da maneira mais organizada possível, cabendo ao aluno a escolha pela forma de registro que entendesse adequada;
- Após a entrega, iria ser apresentada em aula uma opção de resolução de cada um dos problemas.

Uma empresa X ganhou o processo licitatório lançado pelo Governo do Estado da Paraíba cujo objetivo foi o de contratar uma empresa para elaborar o projeto arquitetônico, os projetos complementares (hidrossanitário, elétrico, estrutural etc) e a planilha orçamentária, com memória de cálculo e cronograma físico-financeiro, para construção de uma escola na cidade de Lagoa Seca. A primeira ação do orçamentista foi fazer uma visita técnica ao local da obra para levantar dados referentes à topografia do terreno cujo resultado gráfico aproximado está ilustrado a seguir.

Figura 4 – Ilustração aproximada da topografia do terreno



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observação: as curvas na cor de vinho são chamadas curvas de nível, elas representam as "profundidades" do terreno. O retângulo verde representa os limites do terreno e as linhas em azul são eixos auxiliares locados a cada 10m.

Em seguida, para melhor organizar seus dados, o orçamentista construiu a tabela apresentada a seguir.

Tabela 1 – Distância de interseção do eixo com limite inferior do terreno e a interseção do eixo com a curva de nível

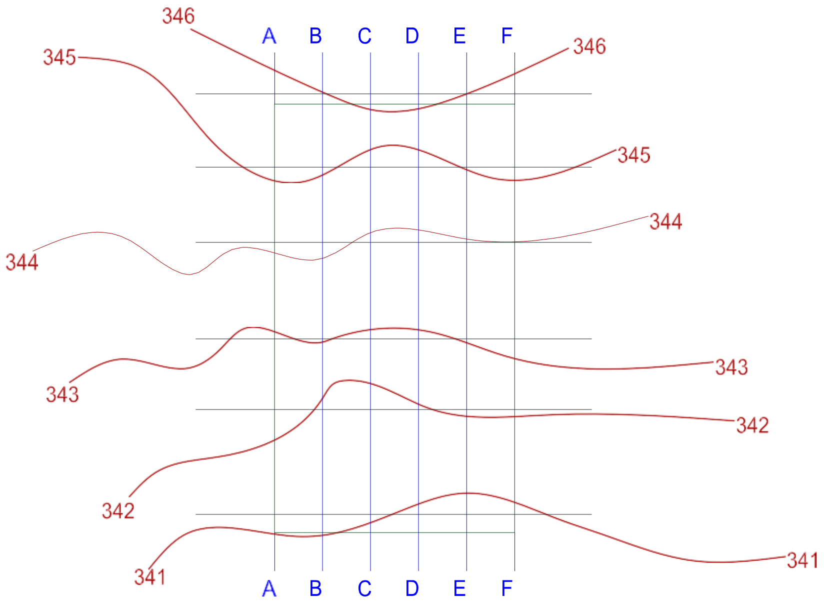
Nível	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*Média*
341	*0,00*	*0,00*	*1,90*	*5,44*	*7,49*	*5,75*	
342	*17,74*	*25,39*	*28,22*	*24,30*	*22,02*	*21,95*	
343	*38,27*	*36,04*	*38,40*	*38,36*	*35,93*	*32,91*	
344	*52,93*	*51,87*	*56,76*	*57,28*	*55,54*	*55,01*	
345	*66,65*	*67,74*	*72,55*	*72,49*	*68,73*	*66,74*	
346	*86,02*	*82,05*	*79,97*	*80,49*	*83,03*	*86,75*	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe que a coluna "Média", onde devem estar as médias dos valores das distâncias apresentados em cada uma das linhas, está vazia. Dessa forma, calcule os valores médios e preencha a coluna respectiva.

Os valores a serem obtidos estão representados na figura a seguir pelas linhas pretas na horizontal.

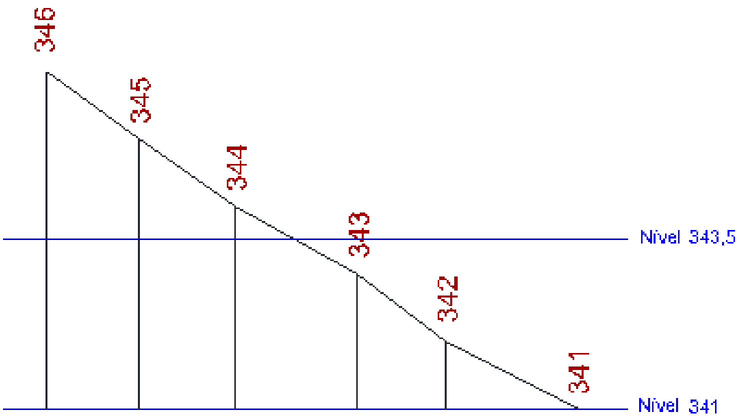
Figura 5 – Ilustração aproximada da topografia do terreno com linhas médias



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir da figura anterior e com o intuito de calcular o volume de terra necessário para deixar todo o terreno no nível 343,5, o orçamentista elaborou a figura a seguir a qual mostra a vista do terreno em corte (perfil) a partir das linhas médias. Assim, considerando que o terreno tem 50m de largura, calcule o volume de terra aproximado a ser cortado e o volume de terra a ser utilizado como aterro.

Figura 6 – Perfil do terreno a partir das linhas médias



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por último, o orçamentista incluiu na sua planilha orçamentária o serviço "Corte e aterro compensado" para calcular o custo desse serviço. Sabendo-se que o custo unitário (R\$/m³) desse serviço é R\$6,87, calcule o valor total desse serviço.

A situação descrita na atividade contextualiza o problema, que envolve signos matemáticos e não matemáticos, para os alunos. O registro da atividade é uma mescla da língua natural, de gráficos e de tabela, porém sempre fazendo referência ao objeto concreto *terreno*. Sobre este é narrada uma condição inicial geométrica espacial de irregularidade de níveis e solicitado um estado, também geométrico, de regularidade sobre o nível 343,5, assim representado algebricamente. Ao final, é solicitado o custo desse processo de planificação do terreno.

O problema exige um constante foco no *onde queremos chegar?*, ou ainda em *o que queremos resolver?*, pois entre o estado inicial da situação e seu estado final, a solução, existem várias possibilidades de percursos lineares e não lineares. O caminho a ser seguido pelo sujeito que se propuser a encontrar a solução desse problema vai depender da sua relação com os objetos matemáticos, não matemáticos e suas respectivas representações. Neste caso, foi exigida do aluno uma habilidade na manipulação das representações semióticas e no interrompível fluxo entre estas e seus objetos.

Neste caso, a linguagem matemática, seja ela geométrica, tabular ou algébrica, cumpre mais do que um papel de comunicação, é por meio dela que podemos ilustrar o tratamento dos dados de uma forma simplificada. Imaginemos como seria descrever toda a resolução do problema em língua natural. Duval afirma que as representações semióticas preenchem mais que a função de comunicação, elas "preenchem igualmente as funções primordiais de tratamento de informação e a função de objetivação ou de tomada de consciência" (DUVAL, 2009, p.34).

Mas em que a teoria de Duval se diferencia das outras teorias da semiótica?

A teoria dos registros de representação semiótica tem como foco as representações matemáticas, a linguagem matemática e suas peculiaridades dentro da natureza abstrata dos objetos matemáticos. Para exaltar essa distinção, Duval adotou a palavra *registro*, primeiramente como forma de homenagem ao matemático René Descartes[14] e sua obra *Geometria*[15], uma vez que essa palavra está presente nas primeiras páginas de sua obra. Além

---

[14] "René Descartes nasceu perto de Tours em 1596. Aos oito anos de idade foi enviado a uma escola jesuíta em La Fleche. [...] Em 1612 deixou a escola e foi para Paris onde, logo depois, em companhia de Mersenne e Mydorge [...] passou a dedicar parte de seu tempo ao estudo da matemática. [...] resolveu mudar para a Holanda, então no auge de seu poder, onde viveu cerca de vinte anos, consagrando-se à filosofia, à matemática e à ciência. Em 1949, relutantemente, foi para a Suécia a convite da rainha Cristina. Poucos meses mais tarde ele contraiu uma infecção pulmonar, vindo a morrer em Estocolmo no início de 1950." (EVES, 2002, p.383)

[15] "Foi durante a sua estada de vinte anos na Holanda que Descartes produziu seus escritos. Os primeiros quatro anos foram gastos para escrever *Le monde*, uma descrição física do Universo que acabou sendo abandonada incompleta quando Descartes soube da condenação de Galileu pela igreja. Pôs-se então a escrever um tratado filosófico sobre a ciência universal sob o título de *Discours de la Méthode pour Bien Conduire se Raison et*

disso, Duval explica que

> [...] esta palavra também se refere à extensão dos recursos disponíveis em domínios como a voz, os instrumentos musicais, os modos de se expressar: falamos, por exemplo, de “registros” para designar o comando de cada um dos jogos de um órgão. A obra Sémiosis et pensée humaine (1995) foi a primeira apresentação sistemática da teoria de registros de representação semiótica. A distinção entre os diferentes registros permite separar os dois tipos de transformações que constituem a atividade matemática: as conversões e os tratamentos. Essas transformações são o que eu vou chamar na sequência de gestos intelectuais específicos em qualquer atividade matemática. (DUVAL, 2013, p.16)

Os registros têm papel fundamental na teoria de Duval, pois é por meio deles que os sujeitos expõem a diversidade de representações dos objetos matemáticos e executam suas transformações, conforme mostramos mais a frente nesta dissertação.

Mas, de que forma uma teoria de registros de representação semiótica pode contribuir para o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização dos sujeitos em formação matemática inicial? Da mesma forma que Duval, consideramos que

> “[...] o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização.” (DUVAL, 2003, p.11)

A Matemática, apesar de fazer parte das mais diversificadas ciências, como Biologia, Geografia, Química etc, possui uma particular característica, seus objetos são de natureza abstrata, por esse motivo, o acesso a eles “está ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar” (DUVAL, 2003, p.14). É o registro dessas representações que permite, aos sujeitos, uma visualização dos comportamentos dos objetos matemáticos mediante as situações, isto é, uma linguagem matemática se concretiza por meio dos variados registros. Neste sentido, a habilidade de manipular ao menos dois registros de representação semiótica, para Duval, é sinal consequente da compreensão em matemática.

Observemos uma sugestão de solução para o problema da empresa X enunciado anteriormente.

Chercher la Vérité dans les Sciences (Discurso do Método para Bem Conduzir a Razão e Procurar a Verdade nas Ciências); acompanhavam esse trabalho três apêndices: *La dioptrique*, *Les météores* e *La géométrie*. O *Discours*, com seus apêndices, foi publicado em 1637; a contribuição de Descartes à geometria analítica aparece no último.” (EVES, 2002, p.383-384)

- *Calcule os valores médios e preencha a coluna respectiva*

A referência ao signo Média *é de média aritmética que, por sua vez, remete ao uso de uma forma algébrica de cálculos com registros ou feitos mentalmente, envolvendo adições e divisão, que têm como consequência um único número que representa um* substituto uniforme *de todos os outros valores envolvidos.*

De uma forma geral, seja S, representado por

$$S = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

a soma de todos os n valores envolvidos no problema. Onde x_i é o valor envolvido e i é a posição que x ocupa na sequência dos valores envolvidos.

Dessa forma, temos que a Média *é o quociente da divisão de S por n, isto é,*

$$Média = \frac{S}{n}$$

As informações anteriormente registradas contêm certo conhecimento a respeito de um conceito e de um significado de Média, tal fato se deve à apresentação de conversão da linguagem natural para linguagem algébrica (fórmula). Porém, o problema exige que este conhecimento prévio seja atestado no caminho para sua solução. Existem alguns questionamentos implícitos, a exemplo de como utilizar os valores presentes na tabela para encontrar a média. Para discutirmos essa questão necessitamos compreender que x_i equivale a cada um dos valores organizados nas linhas da tabela.

Sendo assim, temos:

- *para o nível 341*

$$\frac{0 + 0 + 1{,}9 + 5{,}44 + 7{,}49 + 5{,}75}{6} = 3{,}43$$

- *para o nível 342*

$$\frac{17{,}74 + 25{,}39 + 28{,}22 + 24{,}3 + 22{,}02 + 21{,}95}{6} = 23{,}27$$

- *para o nível 343*

$$\frac{38{,}27 + 36{,}04 + 38{,}4 + 38{,}36 + 35{,}93 + 32{,}91}{6} = 36{,}65$$

- *para o nível 344*

$$\frac{52{,}93 + 51{,}87 + 56{,}76 + 57{,}28 + 55{,}54 + 55{,}01}{6} = 54{,}90$$

- *para o nível 345*

$$\frac{66{,}65 + 67{,}74 + 72{,}55 + 72{,}49 + 68{,}73 + 66{,}74}{6} = 69{,}15$$

- *para o nível 346*

$$\frac{86{,}02 + 82{,}05 + 79{,}97 + 80{,}49 + 83{,}03 + 86{,}75}{6} = 83{,}05$$

Daí, preenchendo a tabela, temos

Tabela 2 – Distâncias entre curvas de nível e médias

Nível	A	B	C	D	E	F	Média
341	0,00	0,00	1,90	5,44	7,49	5,75	3,43
342	17,74	25,39	28,22	24,30	22,02	21,95	23,27
343	38,27	36,04	38,40	38,36	35,93	32,91	36,65
344	52,93	51,87	56,76	57,28	55,54	55,01	54,90
345	66,65	67,74	72,55	72,49	68,73	66,74	69,15
346	86,02	82,05	79,97	80,49	83,03	86,75	83,05

Fonte: Elaborado pelo autor.

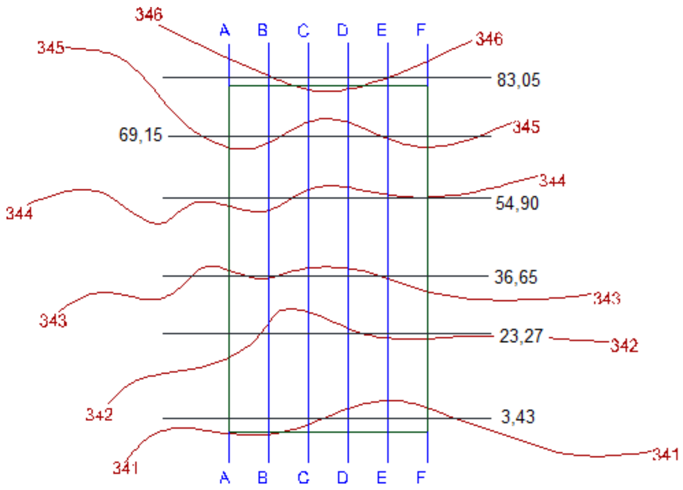
Podemos ainda visualizar os valores médios encontrados anteriormente sobre a sua representação gráfica.

Observamos que o formato curvo *(não linear) das* curvas *de nível, representadas em vermelho (Figura 7), expressa uma mudança desproporcional dos valores das suas distâncias com relação ao limite inferior do terreno, representado de verde. Em certo trecho essa mudança é crescente com variação na inclinação, enquanto que em outro trecho é decrescente com também variação na inclinação. O valor médio das distâncias possibilita uma representação linear, contínua, sem variação de inclinação.*

Assim, apresentamos na Figura 7, em linhas pretas, o registro dos valores médios *calculados anteriormente.*

Neste sentido, ressaltamos a importância do registro do potencial de conversão das representações como justificativa da compreensão dos conceitos envolvidos no problema, pois se tratava de uma avaliação.

Figura 7 – Gráfico com distâncias médias entre curvas de nível

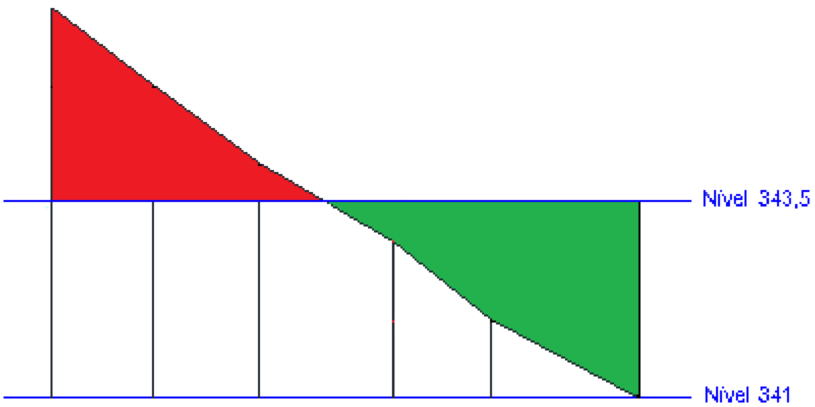


Fonte: Elaborado pelo autor.

- *Calcule o volume de terra aproximado a ser cortado e o volume de terra a ser utilizado como aterro*

Para nos ajudar com a compreensão do questionamento, vamos utilizar a Figura 8 como base para formação de uma representação da área da seção do terreno referente ao corte, vermelho, e da área da seção do terreno referente ao aterro, verde.

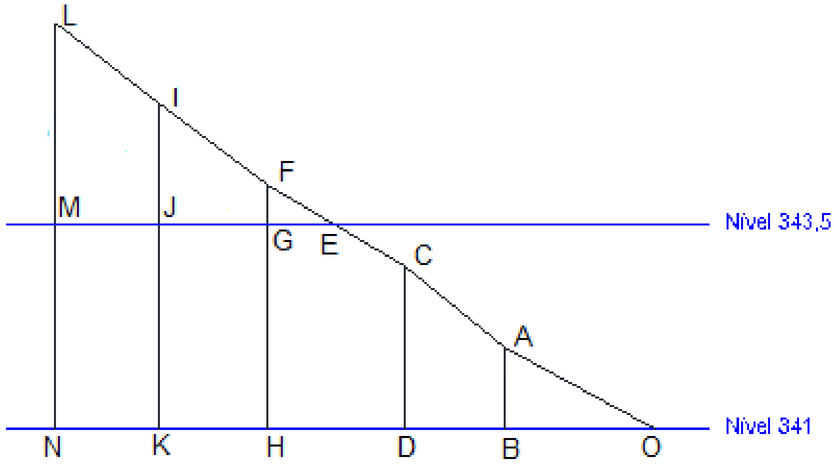
Figura 8 – Representação auxiliar do cálculo dos volumes de corte e aterro



Fonte: Elaborado pelo autor.

Vamos, também, registrar os pontos referentes aos vértices dos polígonos formados pela interseção dos segmentos representativos dos níveis.

Figura 9 – Definição de pontos



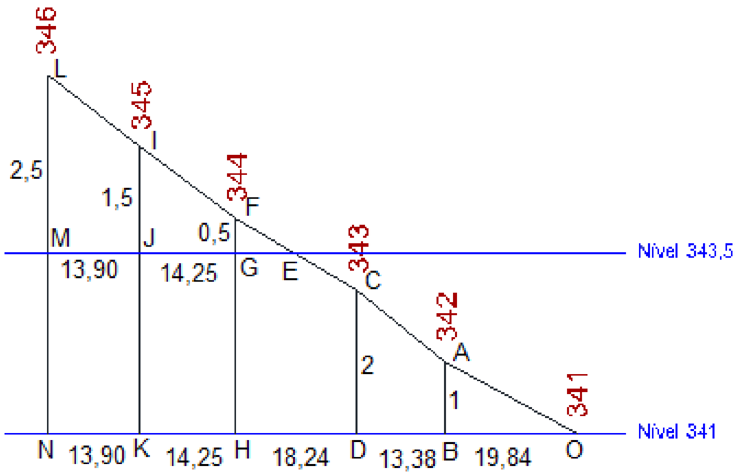
Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe que o ponto O está no nível 341. Por aproximação, o tomaremos como início do terreno e ponto de coordenadas (3,43;341). Neste mesmo sentido, temos B(23,27;341), D(36,65;341), H(54,90;341), K(69,15;341) e N(83,05;341), sendo este, a projeção horizontal do limite final do terreno. Assim, denotando de d_{OB} *a distância entre os pontos O e B, temos que:*

$$d_{OB} = 23{,}27 - 3{,}43 = 19{,}84$$
$$d_{BD} = 36{,}65 - 23{,}27 = 13{,}38$$
$$d_{DH} = 54{,}90 - 36{,}65 = 18{,}24$$
$$d_{HK} = 69{,}15 - 54{,}90 = 14{,}25$$
$$d_{KN} = 83{,}05 - 69{,}15 = 13{,}90$$

E mais, as distâncias verticais são resultado da diferença de níveis. Logo, obtemos as seguintes representações:

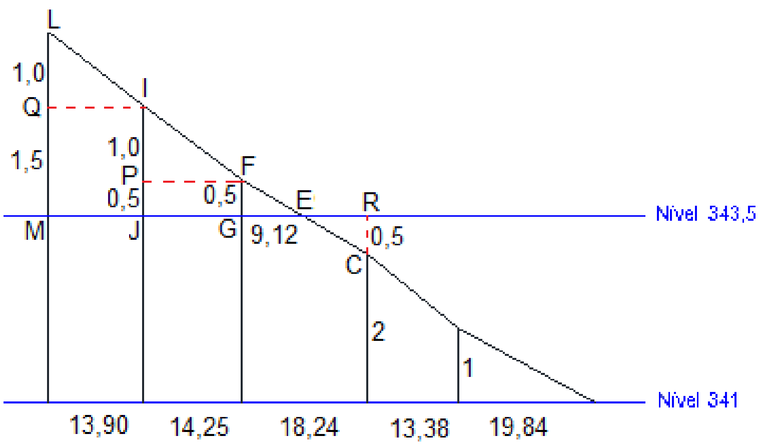
Figura 10 – Exposição das distâncias conhecidas



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para calcularmos a área do polígono EFILM vamos subdividi-lo em triângulos e retângulos, conforme Figura 11.

Figura 11 – Representação auxiliar do cálculo do volume de corte



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa forma, sabendo-se que a área de um triângulo é dada pela metade do produto de sua base pela sua altura e a área do retângulo é dada pelo produto de sua base pela sua altura, obtemos os resultados apresentados no Tabela 3.

A variedade de representações utilizadas, transitando pela língua natural, equações algébricas, gráficos e tabelas, torna a solução rica em detalhes e justificativas, fato este que facilita a compreensão do leitor. Neste sentido a teoria de Duval agrega grande valor aos processos de ensino e de aprendizagem.

Tabela 3 – Resumo do cálculo das áreas para corte

Triângulo	Base (m)	Altura (m)	Área (m²)
EFG	9,12	0,50	2,28
FIP	14,25	1,00	7,13
ILQ	13,90	1,00	6,95
TOTAL			16,36

Retângulo	Base (m)	Altura (m)	Área (m²)
GFPJ	14,25	0,50	7,13
JIQM	13,90	1,50	20,85
TOTAL			27,98

Fonte: Elaborado pelo autor.

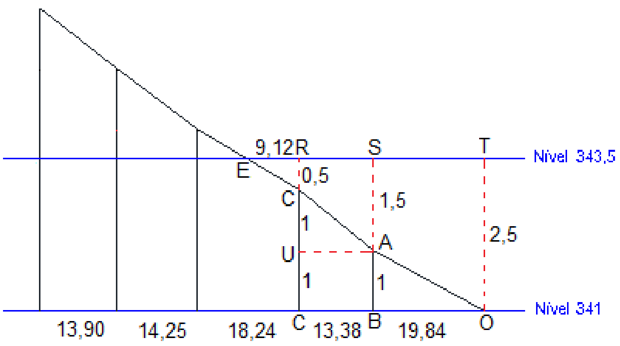
Assim, como a largura do terreno é igual a 50m e a área da seção de corte do terreno (A_1) é igual a 44,33m², temos que o volume de corte é dado por:

$$V_{corte} = A_1 * (largura\ do\ terreno) \Rightarrow V_{corte} = 44{,}33 * 50 = 2216{,}50$$

Logo, $V_{corte} = 2216{,}50\ m^3$.

De forma análoga, calculemos o volume de aterro.

Figura 12 – Representação auxiliar do cálculo do volume de aterro



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 4 – Resumo do cálculo das áreas para aterro

Triângulo	Base (m)	Altura (m)	Área (m²)
ERC	9,12	0,50	2,28
CAU	13,38	1,00	6,69
AOB	19,84	1,00	9,92
TOTAL			18,89

Retângulo	Base (m)	Altura (m)	Área (m²)
UABC	13,38	1,00	13,38
RTOC	33,22	2,50	83,05
TOTAL			96,43

Fonte: Elaborado pelo autor.

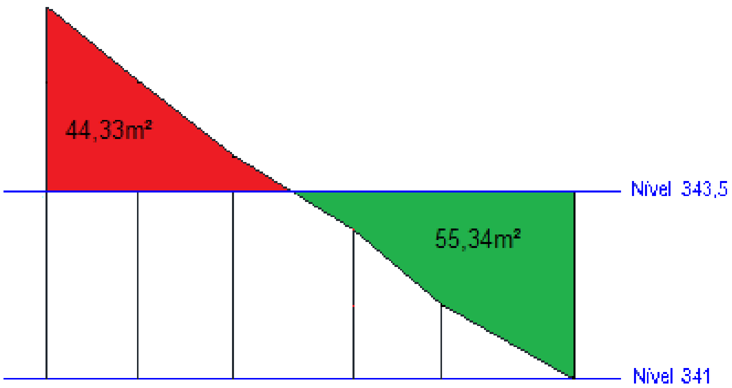
$$A_2 = A_{RTOC} + A_{ERC} - (A_{CAU} + A_{AOB} + A_{UABC}) \Rightarrow A_2 = 55{,}34\ m^2$$

$$V_{aterro} = A_2 * (largura\ do\ terreno) \Rightarrow V_{aterro} = 55{,}34 * 50 = 2767{,}00$$

$Logo, V_{aterro} = 2767{,}00\ m^3$.

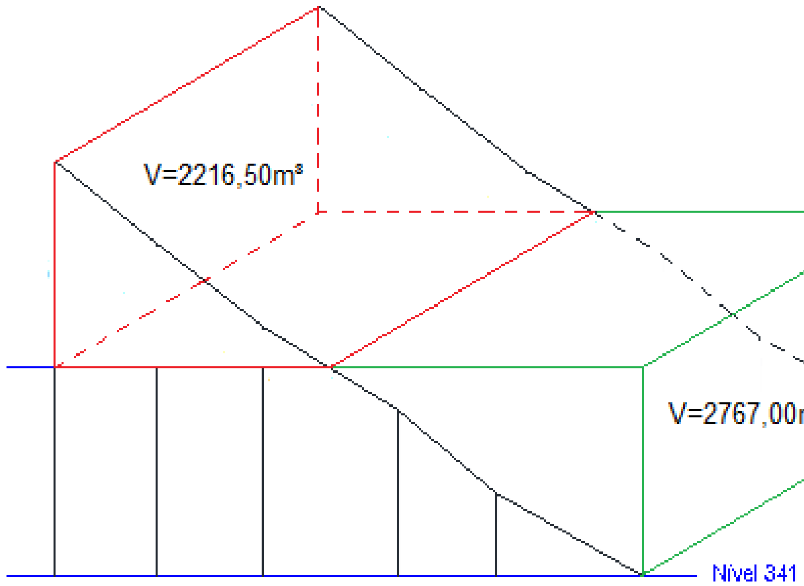
Nas Figuras 13 e 14, registramos as medidas das áreas das seções de corte e de aterro e as medidas dos volumes de corte e de aterro, respectivamente.

Figura 13 – Representação das áreas das seções de corte e aterro



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 – Representação espacial dos volumes de corte e aterro



Fonte: Elaborado pelo autor.

- *O orçamentista incluiu na sua planilha orçamentária o serviço "Corte e aterro compensado" para calcular o custo desse serviço. Sabendo-se que o custo unitário (R$/m³) desse serviço é R$ 6,87, calcule o valor total desse serviço.*

Para calcularmos o custo total do serviço, basta fazermos o produto do custo unitário pelo volume total. Assim, temos $6{,}87 * 4983{,}5 = 34236{,}65$. *Portanto, o custo total do serviço de terraplanagem é R$34.236,65.*

A resolução anterior apresenta uma constante mudança de registros, variando entre língua natural, linguagem algébrica, geométrica, tabular e aritmética, porém, sempre mantendo uma coerência entre a representação e o objeto. Tal fato, para Duval, é consequência da compreensão matemática, ele afirma "[...] a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas." (DUVAL, 2003, p.15).

A atividade matemática possui particulares características que a tornam original quando comparada a outras atividades. Duval afirma que essa originalidade provém da "mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação" (DUVAL, 2003, p.14).

Neste sentido, observamos que tanto o enunciado do problema como a alternativa de resolução apresenta, de forma matematicamente coerente, o registro de uma grande variedade de representações semióticas, respeitando os conceitos, as definições e as propriedades dos objetos matemáticos envolvidos no problema.

Observemos, agora, uma resolução apresentada por um aluno e em seguida algumas de nossas considerações a respeito.

Na Figura 15 apresentamos o quadro com os valores das médias preenchidos. Observamos de imediato que existem algumas diferenças entre a solução apresentada por nós (Tabela 2) e a apresentada pelo aluno A (Figura 15). Posteriormente, baseados no conjunto de informações fornecidas pelo aluno A sobre a forma de registro de representações semióticas, faremos algumas observações a respeito dessas diferenças.

Figura 15 – Tabela preenchida

	A	B	C	D	E	F	Média
341	0,00	0,00	1,90	5,44	7,49	5,75	3,43
342	17,74	25,39	28,22	24,30	22,02	21,95	23,27
343	38,27	36,04	38,40	38,36	35,93	32,91	36,66
344	52,93	51,87	56,76	57,28	55,54	55,01	54,90
345	66,65	67,74	72,55	72,49	68,73	66,74	81,195
346	86,02	82,05	79,97	80,49	83,03	86,75	83,06

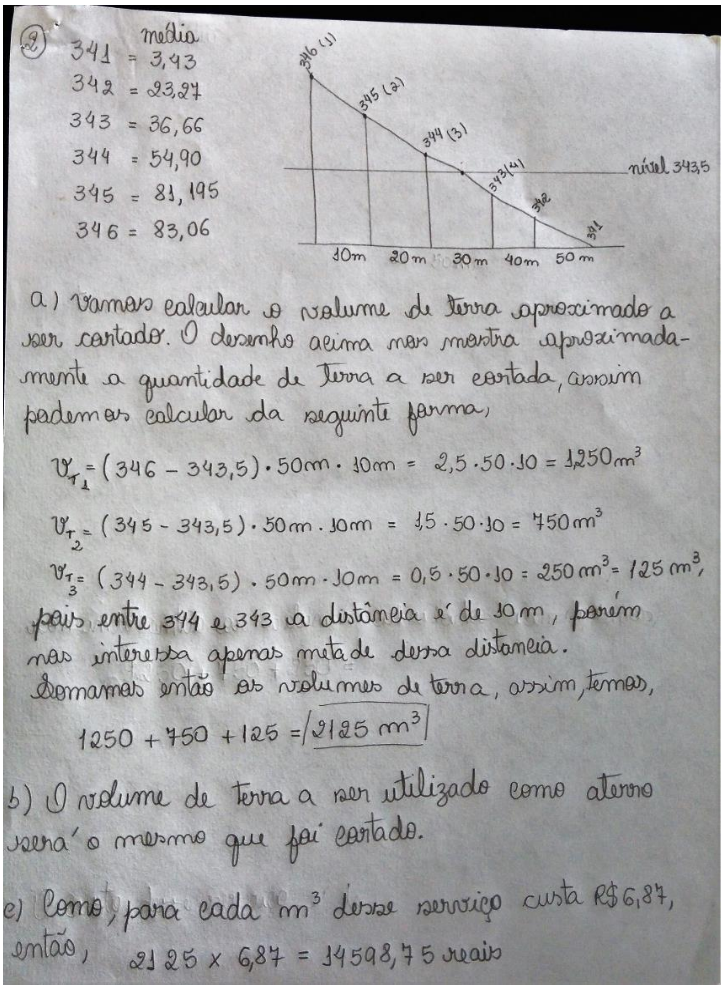
Fonte: Atividade do aluno A (2017).

A Figura 16 apresenta a resolução entregue pelo aluno A.

Visualizamos na Figura 16 uma resolução rica em variação de representações semióticas, porém foram apresentadas algumas incoerências com relação à matemática formal, tornando algumas das conversões e as respostas inválidas.

A Figura 17 mostra o registro geométrico das médias encontradas algebricamente pelo discente.

Figura 16 – Resolução



② média
341 = 3,43
342 = 23,27
343 = 36,66
344 = 54,90
345 = 81,195
346 = 83,06

a) Vamos calcular o volume de terra aproximado a ser cortado. O desenho acima nos mostra aproximadamente a quantidade de terra a ser cortada, assim podemos calcular da seguinte forma,

$V_{T_1} = (346 - 343,5) \cdot 50m \cdot 10m = 2,5 \cdot 50 \cdot 10 = 1250 m^3$

$V_{T_2} = (345 - 343,5) \cdot 50m \cdot 10m = 1,5 \cdot 50 \cdot 10 = 750 m^3$

$V_{T_3} = (344 - 343,5) \cdot 50m \cdot 10m = 0,5 \cdot 50 \cdot 10 = 250 m^3 = 125 m^3$,

pois entre 344 e 343 a distância é de 10m, porém nos interessa apenas metade dessa distância.
Somamos então os volumes de terra, assim, temos,

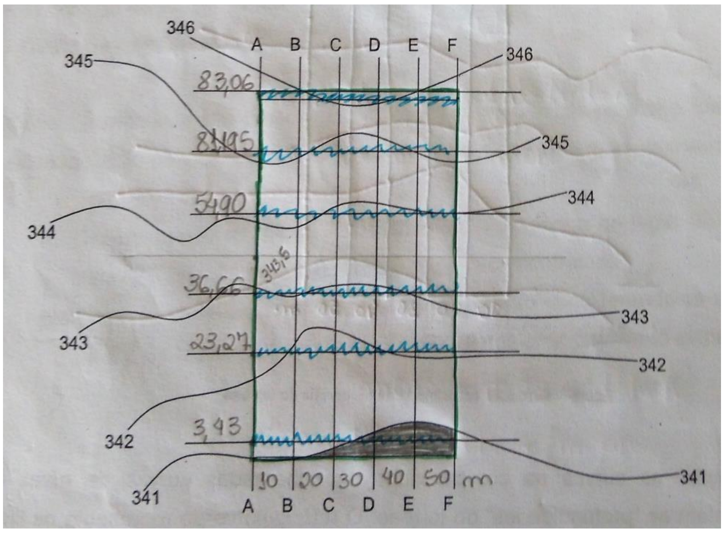
$1250 + 750 + 125 = \boxed{2125 m^3}$

b) O volume de terra a ser utilizado como aterro será o mesmo que foi cortado.

c) Como, para cada m^3 desse serviço custa R$ 6,87, então, $2125 \times 6,87 = 14598,75$ reais

Fonte: Atividade do aluno A (2017).

Figura 17 – Anotações no gráfico



Fonte: Atividade do aluno A (2017).

Notamos que, na célula da média referente à curva de nível 345 apresentada na Figura 18, o aluno A preencheu com o valor 81,195, porém, como pode a média ser esta se o maior valor da linha correspondente é 72,55? Neste caso, não houve coerência no registro, pois uma média aritmética não pode ser maior que o maior dos valores envolvidos no cálculo.

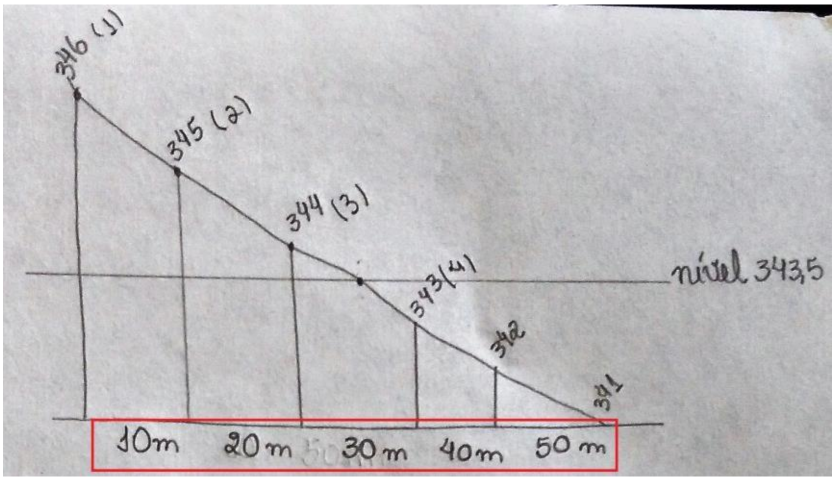
Figura 18 – Equívoco 1

345	66,65	67,74	72,55	72,49	68,73	66,74	81,195

Fonte: Atividade do aluno A (2017).

Na Figura 19, verificamos que o aluno A colocou as distâncias horizontais, na seção do terreno, variando de 10m a 50m, isto implica que o comprimento do terreno é de aproximadamente 150m. Porém, de acordo com a Figura 17, o comprimento total é aproximadamente 83,06m, mostrando, assim, uma incoerência na mudança do registro tabular para o geométrico.

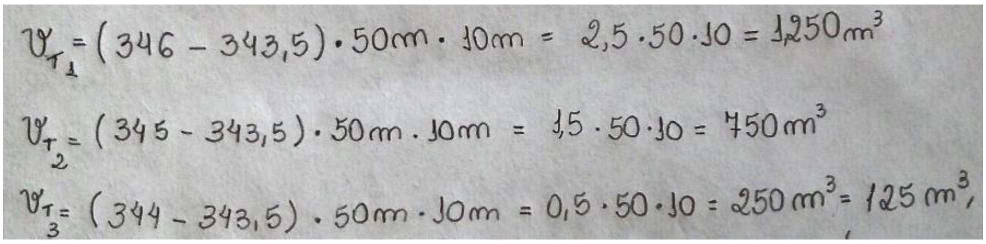
Figura 19 – Equívoco 2



Fonte: Atividade do aluno A (2017).

De acordo com o recorte a seguir (Figura 20), o aluno, utilizando o comprimento do terreno igual a 50m, calculou o volume de terra a ser cortado a partir da fórmula do volume de um prisma de base retangular, porém, trata-se de dois prismas de bases trapezoidais e um prisma de base triangular, além desse valor de 10m estar inadequado.

Figura 20 – Equívoco 3



Fonte: Atividade do aluno A (2017).

O discente ainda afirma, sem justificativa, que os volumes de corte e aterro são iguais, por outro lado, vimos na primeira resolução apresentada que tal fato não procede. Dessa forma, considerando todos os equívocos cometidos pelo aluno, questionamos quais fatores, relacionados à teoria de Duval, o levaram a uma resolução incoerente?

A Figura 18 mostra que a transformação das representações semióticas foi mantida dentro do mesmo sistema de representação (tratamento), isto é, todos os signos utilizados fazem parte da linguagem aritmética. Porém, o número 81,195 está inserido dentro de um contexto problemático específico e não pode ser desvinculado do objeto matemático que representa, neste caso, da *média aritmética*. Esta, por sua vez, traz uma carga de conceitos, dentre os quais citamos ser o quociente da divisão da soma de *x* valores por *x* e, por isso, sua interpretação geométrica a posiciona entre o menor valor e o maior valor dentre todos os *x* valores. Dessa forma, o signo 81,195 não representa a média solicitada no problema.

Por outro lado, levando em consideração a afirmação "Os valores a serem obtidos estão representados na figura a seguir pelas linhas pretas na horizontal", a qual serve de elo de ligação entre o Tabela 1 e a Figura 5, o discente consegue registrar de forma correta os valores das médias encontrados para o preenchimento da tabela. O próprio problema faz uma transformação de registros de representações semióticas de diferentes sistemas, tabular para língua natural e, depois, para geométrico, independente da representação numérica da média. Esse tipo de transformação é denominado por Duval de *conversão*.

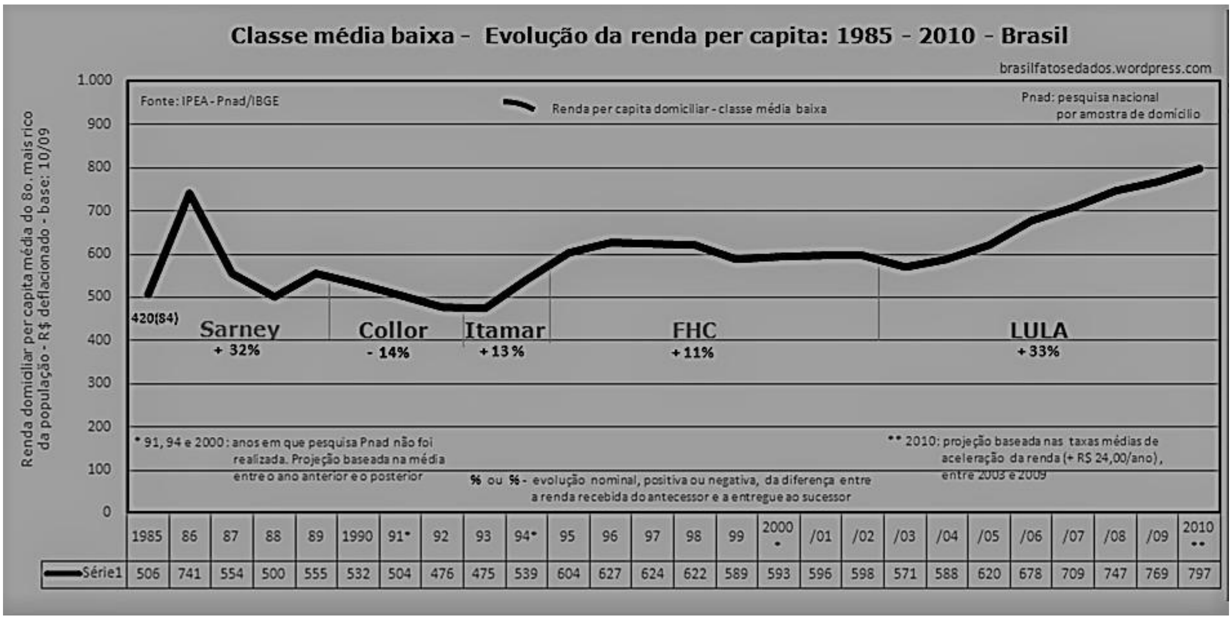
> ● Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria.
> ● As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p.16)

O processo de conversão exige do sujeito o conhecimento do próprio objeto matemático, suas propriedades, os conceitos envolvidos etc, indo além de suas possibilidades de representação. Neste sentido, Duval afirma que “essa é a única possibilidade de que se dispõe para não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado” (DUVAL, 2003, p.22).

A teoria dos registros de representação semiótica leva a matemática para um mundo originalmente mais *humano* que *exato*, com o objetivo de melhor compreender e minimizar algumas dificuldades enfrentadas por alunos e professores na aprendizagem e no ensino dessa ciência. Porém, compreendemos que a matemática, apesar de ser tratada como disciplina, ultrapassa os limites do contexto escolar, fazendo-se presente, visível ou não, no cotidiano dos, redundantemente, sujeitos sociais. Assim, buscamos outra teoria para dialogar, a qual, ao mesmo tempo que abrangesse as relações por meio da comunicação, complementasse os estudos de Duval no sentido da compreensão em matemática através do estabelecimento de relações entre as duas. A seguir, damos início a um diálogo registrado nosso com Mikhail Bakhtin.

2.2 Uma discussão a respeito de alguns conceitos bakhtinianos

Iniciamos esta seção reapresentando a Figura 3.



Trata-se de um gráfico que *representa* a renda *per capita* das pessoas de classe média baixa em função dos anos, estes dentro do intervalo fechado, no sentido estritamente matemático, de 1985 a 2010, com ênfase nos presidentes da república brasileira nos respectivos intervalos de tempo, além da apresentação, em porcentagem (%) aproximada, da *evolução* nominal, positiva ou negativa, da diferença entre a renda recebida do antecessor e a entregue ao sucessor. Exemplo: Collor assumiu o governo em 1990 quando a renda *per capita* era R$ 555,00, herança de Sarney, e deixou o governo em 1992, para Itamar assumir, quando a renda *per capita* era R$ 476,00. Houve um decréscimo de R$ 79,00 na renda média, isto é, uma diminuição aproximada *representada* por -14%.

A partir da definição matemática formal, uma função $f: X \to \mathbb{R}$, com $X \subset \mathbb{R}$, é chamada crescente quando $x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ e decrescente quando $x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. Afirmamos que, considerando apenas o ano de início e o ano de fim de mandato, nos intervalos de tempo de

- 1985 a 1989 ($x_1 = 1985 < 1989 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = 506 < 555 = f(x_2)$)
- 1993 a 1994 ($x_1 = 1993 < 1994 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = 476 < 539 = f(x_2)$)
- 1995 a 2002 ($x_1 = 1995 < 2002 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = 539 < 598 = f(x_2)$)
- 2003 a 2010 ($x_1 = 2003 < 2010 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = 598 < 797 = f(x_2)$)

tivemos crescimentos das rendas médias per capita. Por outro lado, no intervalo de 1990 a 1992 ($x_1 = 1990 < 1992 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = 532 > 476 = f(x_2)$), tivemos uma diminuição das rendas médias.

Ainda dentro do campo matemático, existe alguma forma de saber, dentre os intervalos anteriores qual o de maior crescimento médio? Para responder a essa pergunta, iniciamos apresentando a seguir, em tabelas, as médias das rendas durante cada um dos governos.

Tabela 5 – Evolução e média das rendas médias per capita no governo de Sarney

1985	1986	1987	1988	1989
506	741	554	500	555
Média				
571,2				
Sarney				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 6 – Evolução e média das rendas médias per capita no governo de Collor

1990	1991	1992
532	504	476
Média		
504		
Collor		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 7 – Evolução e média das rendas médias per capita no governo de Itamar

1993	1994
475	539
Média	
507	
Itamar	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 8 – Evolução e média das rendas médias per capita no governo de FHC

1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
604	627	624	622	589	593	596	598
Média							
606,6							
FHC							

Fonte: Elaborado pelo autor.

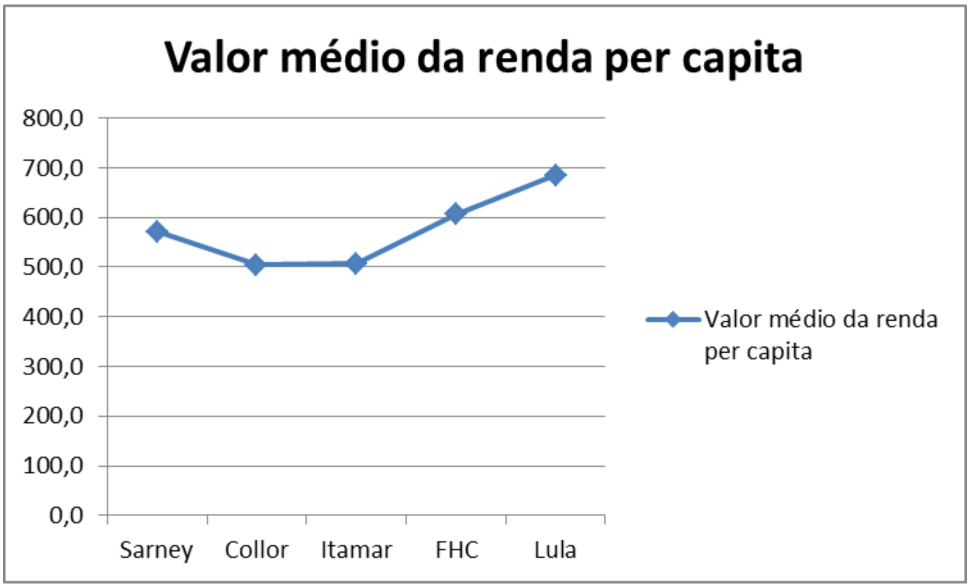
Tabela 9 – Evolução e média das rendas médias per capita no governo de Lula

2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
571	588	620	678	709	747	769	797
Média							
684,9							
Lula							

Fonte: Elaborado pelo autor.

Baseados nos valores médios apresentados nas tabelas anteriores, construímos o gráfico apresentado na Figura 21.

Figura 21 – Representação gráfica de valores médios das rendas *per capita* nos governos de Sarney até Lula



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 21 não nos dá uma base precisa para respondermos se houve maior crescimento da renda média na transição do governo Itamar para FHC ou do governo FHC para o Lula. Assim, buscamos no registro algébrico essa resposta.

As transições das médias das rendas médias dos governos podem ser representadas das seguintes formas:

Sarney – Collor: $g(a) = -67a + 571{,}2$

Collor – Itamar: $h(a) = 3a + 504$

Itamar – FHC: $i(a) = 99{,}6a + 507$

FHC – Lula: $j(a) = 78{,}3a + 606{,}6$

onde $a = 0\ (1^{\text{º}}\ governo)\ ou\ a = 1\ (2^{\text{º}}\ governo)$.

Assim, notamos que o crescimento na transição do governo Itamar para o governo FHC (99,6) foi mais acentuado que o crescimento na transição do governo FHC para o governo Lula (78,3), apesar dos valores deste serem maiores e, em sua maioria, crescentes, como mostra a Figura 3.

Do início da presente seção até o parágrafo anterior nós nos concentramos na exploração da representação gráfica dentro da esfera matemática. Fizemos alguns tratamentos e algumas conversões de registros, percorrendo as linguagens algébrica, tabular e gráfica. Neste sentido, como vimos na seção 2.1, essas transformações são consequência do conhecimento matemático que o sujeito possui. Mas o que acontece se variarmos os contextos de apresentação da Figura 3? Por exemplo, as consequências da análise matemática feita anteriormente teria a mesma repercussão política em 2010 e em 2016? Ou ainda, as reações de duas pessoas, sendo uma de classe média e outra de classe alta, seriam as mesmas? Provavelmente não. Mas por quê?

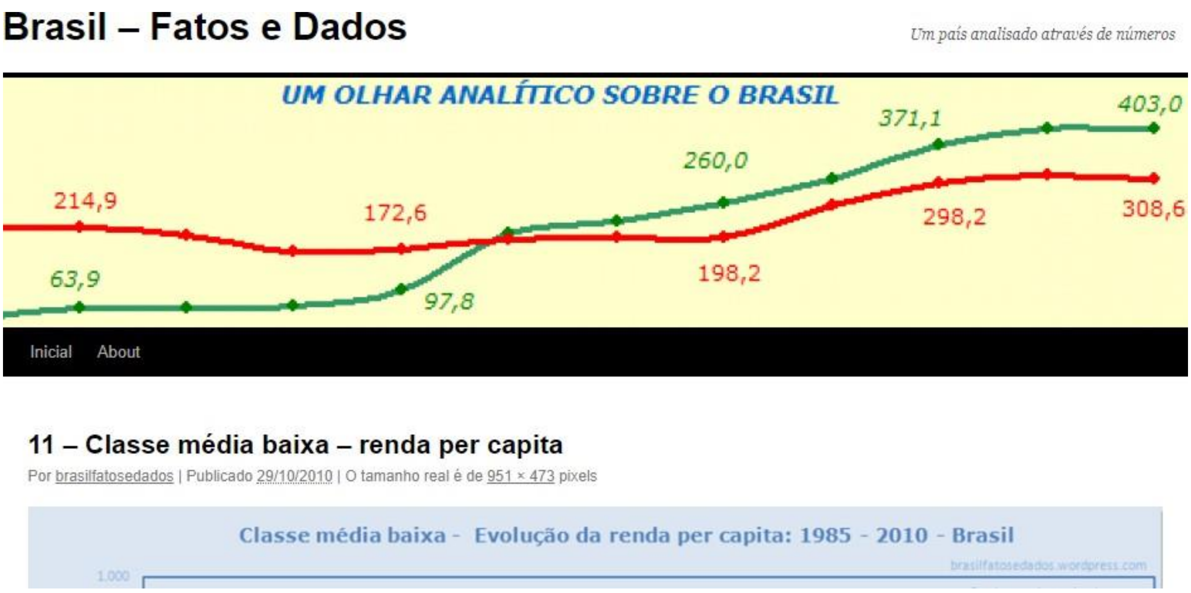
Com o intuito de emergirmos o debate sobre os discursos matemáticos ampliando as fronteiras dos seus registros, discutimos nesta seção alguns conceitos apresentados por Bakhtin, a saber: *enunciado*, *enunciação*, *discurso* e *atitude responsiva*.

Iniciamos com a análise do gráfico apresentado na Figura 3 fora da esfera estritamente matemática. Situamos o registro no tempo e no espaço, além de apresentarmos seu idealizador. O registro foi elaborado pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA, por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios – Pnad, pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE em outubro de 2009 e divulgado no blog *Brasil - fatos e dados* em outubro de 2010. Temos conhecimento sobre ser característica do IBGE divulgar para o conhecimento popular, em linguagem gráfica ou tabular (estrutura discursiva predefinida), dados coletados por meio de pesquisas de campo ou documentais, o que caracteriza uma estratégia comunicativa que visa produzir um efeito de sentido *de imparcialidade* àquilo que é dito. O mesmo objeto (gráfico) é apresentado em dois períodos e dois locais distintos, sendo o primeiro em 2009 e o segundo um ano depois de sua elaboração, por um meio de comunicação de estrutura discursiva menos rígida, mais parcial e com maior abertura para pôr-se no papel de *ouvinte*, o *blog*, uma vez que neste existe um espaço destinado a registros de outros.

A concretização, ou ainda, o registro da representação do objeto, neste caso, matemático, mediante uma intenção de estabelecer uma comunicação, esta de forma mais clara possível, efetiva a existência daquilo que Bakhtin (2015) denomina de "*real unidade* da comunicação discursiva – o enunciado".

Para auxiliar na compreensão do conceito de enunciado, apresentamos a Figura 22.

Figura 22 – Imagem do *blog* “Brasil – Fatos e Dados”



Fonte: Brasil fatos e dados[16]

O gráfico apresentado pelo IBGE e pelo *blog* faz parte de processos distintos de elaboração de enunciados, isto é, enunciações distintas, tendo como consequência, enunciados distintos. Conforme mostrado na Figura 22, o *blog* apresenta em sua estrutura as seguintes frases: “Um país analisado através de números” e “Um olhar analítico sobre o Brasil”. Observamos, assim, que o sujeito responsável pela enunciação, ao apresentar nas duas frases os signos *analisado* e *analítico*, desperta nos interlocutores um olhar crítico, uma comparação entre a realidade cotidiana e o registro gráfico, principal diferença para o enunciado do IBGE, o qual tem por característica a *simples* divulgação de dados estatísticos.

Como dito anteriormente, o gráfico foi lançado no *blog* em outubro de 2010. Neste período, o povo brasileiro, em sua maioria, encontrava-se satisfeito com os resultados alcançados pelo então governante da república, Lula. Portanto, a probabilidade da análise do gráfico por um sujeito cidadão brasileiro ser positiva, isto é, ser a confirmação de um bom governo, era alta. Talvez a análise desse mesmo gráfico, neste mesmo *blog*, nos dias atuais, 2019, não seja tão positiva, uma vez que o então ex-presidente da república encontra-se encarcerado. Neste sentido, afirmamos que o gráfico sofreu um processo de produção de novo sentido, pois apesar de mantida a estrutura de registro, os sentidos dados àquele dependem dos conhecimentos do sujeito, que, no momento, encontra-se em outro contexto político.

---

[16] Disponível em <https://brasilfatosedados.wordpress.com/11-classe-media-baixa-renda-per-capita/>. Acesso em 15 jan. 2018.

> Assim, a situação extraverbal está longe de ser meramente a causa externa de um enunciado – ela não age sobre o enunciado de fora, como se fosse uma força mecânica. Melhor dizendo, a situação se integra ao enunciado como uma parte constitutiva essencial da estrutura de sua significação. Consequentemente, um enunciado concreto como um todo significativo compreende duas partes: (1) a parte percebida ou realizada em palavras e (2) a parte presumida. [...] A característica distintiva dos enunciados concretos consiste precisamente no fato de que eles estabelecem uma miríade de conexões com o contexto extraverbal da vida, e, uma vez separados deste contexto, perdem quase toda a sua significação – uma pessoa ignorante do contexto pragmático imediato não compreenderá estes enunciados. (VOLOSHINOV *apud* BRAIT, 2014, p.67).

Verificamos na citação anterior a existência de uma forte conexão entre compreensão, enunciado e contexto extraverbal e é dentro deste que se encontra o cotidiano do interlocutor. Com o intuito de explorarmos os ditos anteriores, relatamos a seguinte situação ocorrida no dia 28 de fevereiro de 2019, em uma reunião, a qual teve início às 08h, de gerentes regionais de ensino do estado da Paraíba com a então secretária estadual executiva de gestão pedagógica e sua equipe técnica, no centro administrativo da cidade capital do estado, João Pessoa. A reunião tinha como pauta principal a proposição e implantação de algumas ações em prol da melhoria do processo de aprendizagem dos alunos da rede estadual, que apesar de abranger os níveis escolares Fundamental I e Fundamental II, tem como foco e responsabilidade legal o nível Médio.

Dentre as propostas de projetos, foi apresentada, por um engenheiro agrônomo da Empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural da Paraíba – EMATER, uma sobre a implantação de hortas pedagógicas nas escolas. O engenheiro apresentou sua proposta para os gerentes regionais, os quais, em sua maioria, se mostraram interessados. Posteriormente, foi apresentado pela equipe da secretária um questionário elaborado pelo engenheiro em conjunto com a secretaria, para ser preenchido pelas gerências de ensino o questionário continha perguntas voltadas às condições físicas da escola, como forma de abastecimento de água, existência de área livre para agricultura etc.

As questões foram apresentadas após a fala do engenheiro agrônomo e, posteriormente, repassado pelo *Google Drive* para todas as 14 gerências de ensino. Porém, durante leitura pública das questões, ocorreram dois fatos inusitados. Dentre tantas perguntas, uma era “Qual a altura da caixa d’água?”. Talvez, você leitor desta dissertação, esteja se questionando *qual o problema com essa pergunta?*, ou talvez tenha identificado algum tipo de problema na pergunta. Algumas questões estavam sendo apresentadas sem mais explicações, foi esse o caso, porém um dos gerentes expôs sua dúvida sobre como medir a altura da caixa d’água em casos de escolas que não possuem escadas, trenas ou funcionários para este serviço, uma vez que alguns reservatórios estavam a mais de 10 m de altura.

Essa dúvida, de uma forma imprevisível, gerou mais dúvidas, pois alguns haviam interpretado a pergunta sobre a altura da caixa d'água como se referindo a uma das dimensões da caixa e não a elevação da mesma em relação ao solo. Mas afinal, qual era a intenção da pergunta do questionário? Se analisarmos de forma isolada, "Qual a altura da caixa d'água?", verificamos que existe uma ambiguidade, pode ser uma referência a uma das dimensões da caixa ou uma referência a sua elevação com relação ao solo. Porém a pergunta foi feita dentro de um contexto de proposição de um estudo de viabilidade para implantação de uma horta pedagógica para fins educacionais em uma edificação do tipo escola.

Dessa forma, sabendo ainda que existia outra pergunta sobre a capacidade volumétrica da caixa d'água, a ambiguidade deixa de existir, confirmando a hipótese da pergunta se referir à elevação do reservatório. A ambiguidade ainda poderia ser eliminada a partir do momento que fosse esclarecido o objetivo da pergunta, isto é, se durante a apresentação fosse dito que era necessário ter conhecimento das *pressões máxima e mínima* exercidas pela água mediante seu nível. Neste sentido, estaríamos adentrando na necessidade de um conhecimento técnico.

Porém, mesmo sendo eliminada a ambiguidade ainda existia uma questão a responder, *como medir essa elevação da caixa d'água sem utilizar aparelhos ou instrumentos específicos?* Tal pergunta expõe um grande problema ao nível de compreensão de conceitos matemáticos básicos. Os enunciados foram apresentados na forma oralizada e escrita, e envolveram, durante sua formação e execução, uma série de pressupostos principalmente voltados às características dos sujeitos interlocutores, (trans)formadores e participantes dos diálogos, fazendo com que a análise desse enunciado ultrapassasse o significado de real unidade da comunicação discursiva, adentrando em uma perspectiva abstrata do discurso.

Analisando as características da reunião, afirmamos que todos os sujeitos ali presentes passaram por uma formação básica em todas as disciplinas lecionadas nos níveis escolares fundamental e médio. Dessa forma, partimos do pressuposto que todos os sujeitos presentes tinham conhecimentos matemáticos suficientes para encontrar a elevação de um reservatório, mesmo na ausência de instrumentos de medida. Porém, a reação de alguns gerentes não atendeu nossos pressupostos. Sendo assim, o discurso foi reformulado de forma a sanar as dúvidas.

Ao ser proferido, o discurso gera as mais diversas reações nos sujeitos que naquele momento estão no papel de ouvintes. Quando foi exposta a pergunta "Qual a altura da caixa d'água?" naturalmente, aqueles que estavam concentrados no discurso fizeram uma reflexão a respeito do que ouviram e reagiram mentalmente esboçando uma compreensão daquilo que havia sido pronunciado. Em outras palavras, se posicionaram ativamente em resposta ao discurso. A compreensão foi variada de acordo com os sujeitos, como também foi variada a reação. Enquanto a maioria não se pronunciou, um dos sujeitos elaborou uma questão a partir de sua compreensão, deixando assim de ser ouvinte para ser falante. A respeito dessas reações ou atitudes responsivas, Bakhtin (2015) afirma que

> [...] o ouvinte, ao perceber e compreender o significado (linguístico) do discurso, ocupa simultaneamente em relação a ele uma ativa posição responsiva: concorda ou discorda dele (total ou parcialmente), completa-o, aplica-o, prepara-se para usá-lo, etc.; essa posição responsiva do ouvinte se forma ao longo de todo o processo de audição e compreensão desde o seu início, às vezes literalmente a partir da primeira palavra do falante. Todo compreensão da fala viva, do enunciado vivo é de natureza ativamente responsiva (embora o grau desse ativismo seja bastante diverso); toda compreensão é prenche de resposta, e nessa ou naquela forma a gera obrigatoriamente: o ouvinte se torna falante. (BAKHTIN, 2015, p.271)

Bakhtin envolve o conceito de falante, aquele que elabora e executa o discurso, e ouvinte, aquele que recepciona o discurso do falante. Essa recepção irá gerar uma reação de natureza responsiva, ou simplesmente atitude responsiva, se, e somente se, houver a compreensão do significado discurso proferido. A concretização dessa compreensão sobre a forma de resposta, imediata ou não, irá tornar o então ouvinte, um falante.

No geral,

> O próprio falante está determinado precisamente a essa compreensão ativamente responsiva: ele não espera uma compreensão passiva, por assim dizer, que apenas duble o seu pensamento em voz alheia, mas uma resposta, uma concordância, uma participação, uma objeção, uma execução, etc. (BAKHTIN, 2015, p.272)

Existem professores das mais diversas disciplinas que mecanizam suas aulas, moldam seus discursos de forma a não propiciarem um ambiente de pronúncias de compreensões efetivamente ativas, mantendo apenas sua voz ativa e hegemônica diante das abstratas vozes dos discentes.

Analisemos a seguinte situação.

Um professor de matemática, durante uma aula para uma turma de primeiro ano do ensino médio, perguntou aos alunos o que era uma função crescente. Um dos alunos analisou a pergunta, buscou nos seus conhecimentos prévios algum significado para o signo crescente, *o associou ao que compreendia sobre função e respondeu que era aquela função em que existe o aumento do valor de y na medida em que o valor de x aumenta. O professor por esperar uma resposta na forma "Uma função f é crescente em um intervalo se, para qualquer* *a e b no intervalo, b > a implica f(a) > f(b)"repreendeu o aluno afirmando que ele estava errado.*

Na situação anterior podemos observar que o aluno teve uma compreensão do discurso do professor e decidiu expor sua resposta a partir de sua compreensão. O professor, por sua vez, teve uma compreensão da resposta do aluno a qual resultou em discordância. O problema é que a réplica do docente, que foi montada com base em sua expectativa de uma resposta do discente do tipo dublagem do enunciado formal apresentado pelos autores renomados dos livros didáticos, ecoa no aluno de forma negativa, pois este vai associar sua resposta diferente a um erro, assim irá buscar em seus próximos pronunciamentos, se efetivados, dublar as vozes de outros falantes, indo na contramão da necessidade de estímulo ao pensamento crítico.

A seguir, apresentamos uma discussão a respeito da perspectiva da sala de aula como um ambiente de conflitos de discursos, ou ainda como uma arena discursiva.

2.3 A sala de aula como arena discursiva

> "Toda definição acabada é uma espécie de morte, porque, sendo fechada, mata justo a inquietação e curiosidade que nos impulsionam para as coisas que, vivas, palpitam e pulsam." (SANTAELLA)

O conceito de sociedade pressupõe, dentre outras ideias, a de relação entre sujeitos que convivem em espaço e tempo similares, com a existência indispensável do fenômeno da comunicação, cujo objetivo é a produção de sentido ou de significado através do uso de instrumentos, a saber: produções escritas (livros, revistas etc.), meios de comunicação visual (televisão, *outdoor* etc), meios de comunicação sonoros (rádio, carros de som etc), dentre outros, que também se formam em sistemas históricos de representação do mundo, as linguagens.

Quando o processo de ensino é abordado ao nível de debates políticos, trabalhos acadêmicos ou, até mesmo, conversas informais é inevitável a referência do sujeito professor como indivíduo que ensina ou deveria ensinar, e do sujeito aluno como indivíduo que aprende ou deveria aprender. Porém, ao analisarmos os ditos e os não ditos dos parágrafos anteriores, podemos nos deparar com a afirmação de que professor e aluno não são indivíduos, mas sim papéis que podem ser alternados por um mesmo sujeito, dependendo da função social exercida dentro da relação dialógica com outros sujeitos.

Os tipos de discursos que surgem durante uma aula, na abrangência dos vários componentes curriculares, são os mais diversificados possíveis, como também é grande a diversidade de linguagens envolvidas. Neste contexto, são gerados conflitos diante da exposição das ideias dos sujeitos sociais, claramente traduzidos em relações de poder, em que tem maior potencial de convencimento aquele que melhor souber aplicar as linguagens para melhor adequar seu discurso. Como exemplo podemos observar o fato contado por De Morgan no seu clássico, Budgel of Paradoxes, 1872, e citado no livro Men of Mathematics, 1937, do matemático escocês Eric Temple Bell.

> Convidado por 'Catarina a Grande' para visitar sua corte, Diderot ganhou a vida tentando transformar os cortesãos ao ateísmo, porém Catarina encarregou a Euler de fechar a boca do arrogante filósofo. Isto era fácil, pois a Matemática era chinês para Diderot. [...] Diderot foi informado de que um doutor matemático estava em posse de uma demonstração algébrica da existência de Deus, e que a exporia ante toda a corte se ele quisesse ouvir. Diderot gentilmente consentiu... Euler avançou em direção a Diderot e disse gravemente em um tom de perfeita convicção:
>
> "Senhor, $\frac{a+b^n}{n} = x$, por tanto Deus existe. Replique".
>
> Humilhado pelo riso desenfreado que cumprimentou seu silêncio embaraçado, o pobre pediu a Catarina a permissão para retornar imediatamente à França, uma licença que foi graciosamente concedida. (BELL, 1937, p.165) (tradução nossa)

É possível observarmos na citação anterior a importância que tem a escolha da linguagem e seus elementos (palavras-chave como doutor, chinês, convicção etc, ou até mesmo a equação apresentada por Euler), na construção do discurso a ser apresentado diante do enfrentamento de poderes. Catalina não concordava com a ideia anunciada e enunciada por Diderot sobre a existência de Deus, porém não possuía contra-argumentos suficientes para se contrapor às palavras do filósofo, que, por sua vez, usava seu discurso para converter os cortesãos em ateus.

Assim, conhecendo o potencial intelectual de Euler, a governante russa o incumbiu de *adormecer o discurso* de Diderot. Para tanto, Euler usou a linguagem matemática, que era pouco familiar ao filósofo, conforme trecho "a Matemática era chinês para Diderot", conseguindo, portanto, pela falta de contra-argumentos por parte de Diderot, ridicularizar este e sair vitorioso da *arena discursiva*[17].

O exemplo anterior nos possibilita enxergar a relação dialógica e bijetiva de imposição

[17] Apresentamos como arena discursiva o ambiente físico de conflitos de pensamentos, convicções, conceitos etc, presentes nos discursos dos sujeitos sobre os papeis alternados de aluno e professor.

de ideologias por parte dos sujeitos integrantes de um mesmo contexto, na tentativa de construir no outro o reflexo de sua subjetividade. Neste sentido, analisemos a situação hipotética, vivenciada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, relatada a seguir.

Determinado professor de matemática elaborou e aplicou em sua turma a seguinte questão:

Encontre o valor do $\boldsymbol{x}$ na equação $\boldsymbol{2x - 6 = 4}$.

Um dos seus alunos apresentou a seguinte resposta:

$\boldsymbol{x = 5}$

Durante a *correção* da atividade, ao se deparar com uma *resolução* diferente da previamente imaginada, o professor, por este motivo, considerou que não havia argumentos suficientes do discente que validassem sua resposta, dessa forma, a questão foi considerada *errada*.

A partir da atitude do professor, podemos dizer que o mesmo estava esperando uma resposta semelhante à apresentada a seguir:

$$2x - 6 = 4 \Rightarrow 2x = 6 + 4 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{2} \Rightarrow x = 5$$

Porém, quais elementos apresentados no discurso, enunciado ou questão do docente, em língua natural ou linguagem matemática, evidenciam a necessidade de ser apresentada uma resposta escrita contendo explicitamente uma suposta linha de raciocínio seguida pelo aluno, espelhada na expectativa do professor?

Para respondermos essa questão, esclarecemos que na presente dissertação trabalhamos com o conceito de enunciado abordado por Bakhtin, excluindo, assim, a ideia usual e simplificada de enunciado como estruturação de signos em língua natural de função questionadora ou problematizadora com finalidade de avaliação, e apresentamos a seguir uma breve análise do enunciado *Encontre o valor do x na equação* $2x - 6 = 4$.

O signo *Encontre* é classificado morfologicamente como um verbo, nesse caso, remetendo a uma ação impositiva de procura a ser executada por aquele a quem o enunciado está direcionado, o aluno. E mais, como não foi posto nenhum complemento a esse verbo, de modo a colocar em dúvida a existência do objeto matemático a ser encontrado, por exemplo, *Encontre, caso exista*, o aluno pode considerar que há um valor o qual *deve* ser achado, caso contrário, o discente não terá o sucesso, na perspectiva do sujeito professor.

Dando sequência ao enunciado, o leitor se depara com o artigo definido *o*, o qual faz referência ao signo *valor* e que, por sua classificação morfológica, indica a unicidade da incógnita, isto é, do valor até então desconhecido.

Até então, na expressão *Encontre o valor* temos a garantia da existência e da unicidade de um objeto, o qual, neste caso, trata-se do número representado pela letra x e que satisfaz a condição representada pela equação $2x - 6 = 4$. Dessa forma, podemos afirmar que a resposta $x = 5$ está coerente com o enunciado *Encontre o valor do x na equação* $2x - 6 = 4$.

Direcionando nosso olhar para uma análise lógico matemática da situação em questão, Lima (2006) na seção *Recomendações* sobre Conjuntos afirma que

> [...] em Matemática não há afirmações absolutas ou peremptórias. Todas as proposições matemáticas são do tipo "se P então Q". Esta afirmação peremptória não pertence à Matemática. Ela é apenas sobre Matemática. (LIMA, 2006, p.7)

O trecho "se P então Q" se refere às afirmações condicionais muitas vezes vistas como verdades absolutas. Lima (2006) exemplifica a afirmação anterior com o Teorema de Pitágoras "Se $a > b \geq c$ são as medidas dos lados de um triângulo retângulo então $a^2 = b^2 + c^2$."

Neste sentido, resgatemos a resposta

$$2x - 6 = 4 \Rightarrow 2x = 6 + 4 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{2} \Rightarrow x = 5$$

Cada sinal de *implica* está separando duas condições. Se denotarmos cada uma destas com as letras A, B, C, D e E teremos $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow D \Rightarrow E$.

Dessa forma, temos que se o valor de x satisfaz A, então satisfaz B, C, D e E. Assim, por transitividade, concluímos que $A \Rightarrow E$. Portanto, $x = 5$ é uma solução para o problema proposto.

Porém, na ação de analisar a resposta do discente, o sujeito sob o papel de professor, ao deparar-se com informações que entram em conflito com suas pretensões, desconsidera a resposta do aluno e se abstém de fazer uma análise reflexiva sobre seu próprio discurso fechando, assim, oportunidades de diálogos constitutivos de sujeitos, fato este que impede as trocas de papéis entre professor e aluno.

Dessa forma, os preconceitos e tradições carregados pelo status de professor de matemática assumem um papel hegemônico ao serem postos acima das oportunidades de aprendizagem, não somente com o enunciado, mas também com a enunciação do aluno, que, por sua vez, é impedido de se expressar até por meio de dativos de opinião oralizados.

Neste contexto, a representação semiótica $x = 5$ assume uma pluralidade de significações apenas a partir da quebra das estruturas responsivas hierarquicamente estabelecidas pela história do ser professor de matemática, marcando, assim, a resistência a mudanças nas relações de dominação e mantendo relações dialógicas na sala de aula de matemática baseadas no *professorcentrismo*.

Os papéis de ser professor e de ser aluno são uma consequência das intenções histórico consensuais das sociedades hegemônicas refletidas nas, a partir de então, relações entre sujeitos, tornando estas, por vezes, pouco dialógicas em consequência da não abertura para atitudes responsivas.

Dessa forma, afirmamos que existe um poder exercido pelo professor ao agir de forma *não natural* e, ao se colocar *acima* do aluno, julgando a resposta $x = 5$ como incorreta, assim, caminhando na contramão do pensamento de Lima (2006) e da análise linguística do enunciado da questão.

Para Bakhtin, o discurso é composto por interlocutores, uma vez que os sujeitos envolvidos alternam papeis de ouvintes e falantes, formando compreensões a partir do discurso de outrem. Porém, em nossa situação hipotética, nos deparamos com o sujeito no papel de aluno, assim imposto pelo *locutor* hegemônico (família, gestor escolar, gestor político etc) no papel ouvinte este, por vezes, conduzido ao *status* de acomodação diante de situações as quais, por sua natureza, têm o potencial de geradoras de debate ou, ainda, de diálogos críticos entre o interlocutor no papel de docente e o interlocutor no papel de discente.

Em outras palavras, cabe ao professor proporcionar um ambiente aberto ao diálogo, livrando o aluno de uma posição de submissão e reclusão discursiva. A interdição premeditada da voz do aluno no ambiente sala de aula em situações de, teoricamente, construção do conhecimento direciona a aula para uma mera transmissão de técnicas, códigos e algoritmos, fato este que maximiza as dificuldades em um processo que deveria ser de trocas de ideias, experiências, conhecimentos e inquietações na busca de compreensões e de informações úteis ou, até mesmo, aparentemente inúteis. Afinal, quem dentre nós nunca se deparou com uma situação onde se perguntou “De que isso vai me servir?” tendo, em outro momento, enxergado uma utilidade para aquela informação? Assim, verificamos que essa *utilidade* só foi alcançada porque foi dada voz a um conhecimento desconhecido *a priori*.

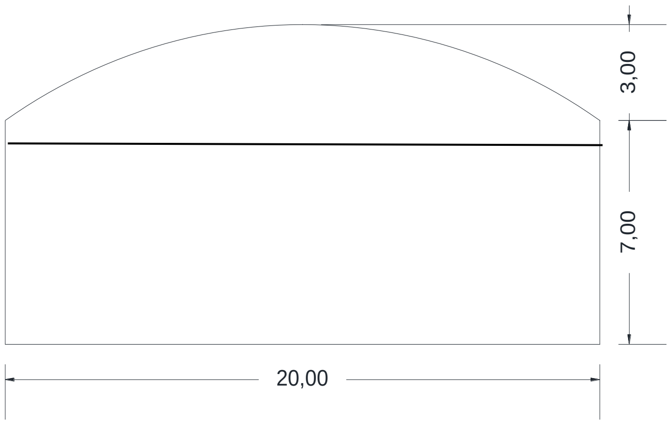
3 UMA COMPREENSÃO DOS DISCURSOS MATEMÁTICOS

Antes do registro da análise das resoluções da atividade descrita nos aspectos metodológicos e apresentada no Apêndice A, mostraremos uma resolução do Problema 1, a qual servirá de parâmetro de análise. A proposta de resolução do Problema 2 está presente na subseção 2.1.3.

A resolução da questão terá início com os cálculos das medidas das áreas das paredes, sabendo que serão pintadas apenas as faces internas do ginásio.

Cálculo das medidas das áreas das paredes

A Figura 1 pode ser dividida em duas regiões, sendo uma delimitada por uma parábola e outra delimitada por um retângulo, como mostra a imagem a seguir.



Sabemos que a parábola é a representação gráfica de uma função quadrática, neste nosso caso dentro de um domínio

$Dm = \{x \in R/0 \leq x \leq 20\}$

e uma imagem

$Im = \{y \in R/0 \leq x \leq 3\}.$

De acordo com a figura anterior, são conhecidos os zeros da função, x_1 e x_2, e as coordenadas do vértice, x_V e y_V.

- $x_1 = 0, x_2 = 20, x_V = 10 \; e \; y_V = 3$

- $f(0) = 0, f(20) = 0\ e\ f(10) = 3$

Assim, sabendo-se que para uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$*, encontramos*

$$f(x) = -\frac{3}{100}x^2 + \frac{3}{5}x$$

Portanto, a medida da área da região delimitada pela parábola é

$$\int_0^{20} \left(-\frac{3}{100}x^2 + \frac{3}{5}x\right) d_x = 40m^2$$

E mais, a área da região retangular é dada por

$$b * h = 20 * 7 = 140$$

Como são duas paredes, temos

$$A_1 = 2 * (140 + 40) \Longrightarrow A_1 = 360m^2$$

Com relação a Figura 2, ela apresenta-se como um retângulo.

E mais, a área da região retangular é dada por

$$b * h = 30 * 7 = 210$$

Como são duas paredes, temos

$A_2 = 2 * 210 \Rightarrow A_2 = 420m^2$

Assim,

$$A_T = A_1 + A_2 = 360 + 420 \Rightarrow A_T = 780m^2$$

Portanto, a Equipe 1 foi a que apresentou corretamente o valor da área, além de propor um custo proporcional menor de mão de obra/m²

$$\frac{8400}{780} \approx R\$10{,}77$$

enquanto que a Equipe 2

$$\frac{8000}{700} \approx R\$11{,}43$$

Temos que o custo com materiais é R\$6,40/m². Logo, o custo total com materiais é

$$A_T * 6{,}40 = 780 * 6{,}40 = R\$4992{,}00$$

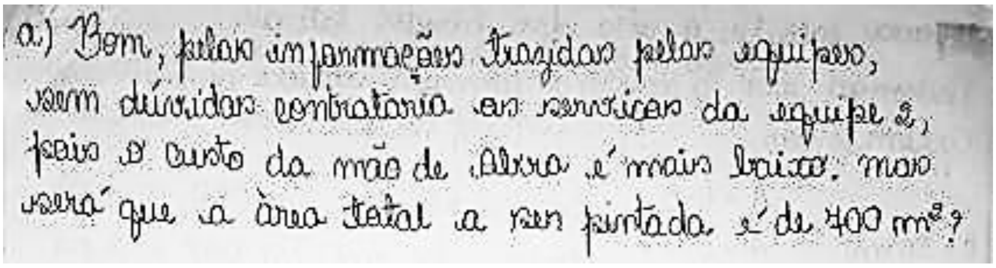
Por fim, por apresentar valores mais coerentes com o serviço, optamos pela Equipe 1, cujo serviço total vai custar

$$R\$4992{,}00 + R\$8400{,}00 = R\$13392{,}00$$

De acordo com as características subjetivas do item b não apresentaremos uma resolução do mesmo.

Vamos basear nossa análise em três principais aspectos: distorção dos significados dos objetos, capacidade de produção de sentidos para os objetos e nível de coerência na compreensão dos discursos. Dessa forma, observemos a Figura 23, a qual mostra uma resposta do aluno B ao *item a* do *Problema 1*.

Figura 23 – Registro da resposta a


a.) Bom, pelas informações trazidas pelas equipes, sem dúvidas contrataria os serviços da equipe 2, pois o custo da mão de obra é mais baixo. mas será que a área total a ser pintada é de 700 m²?

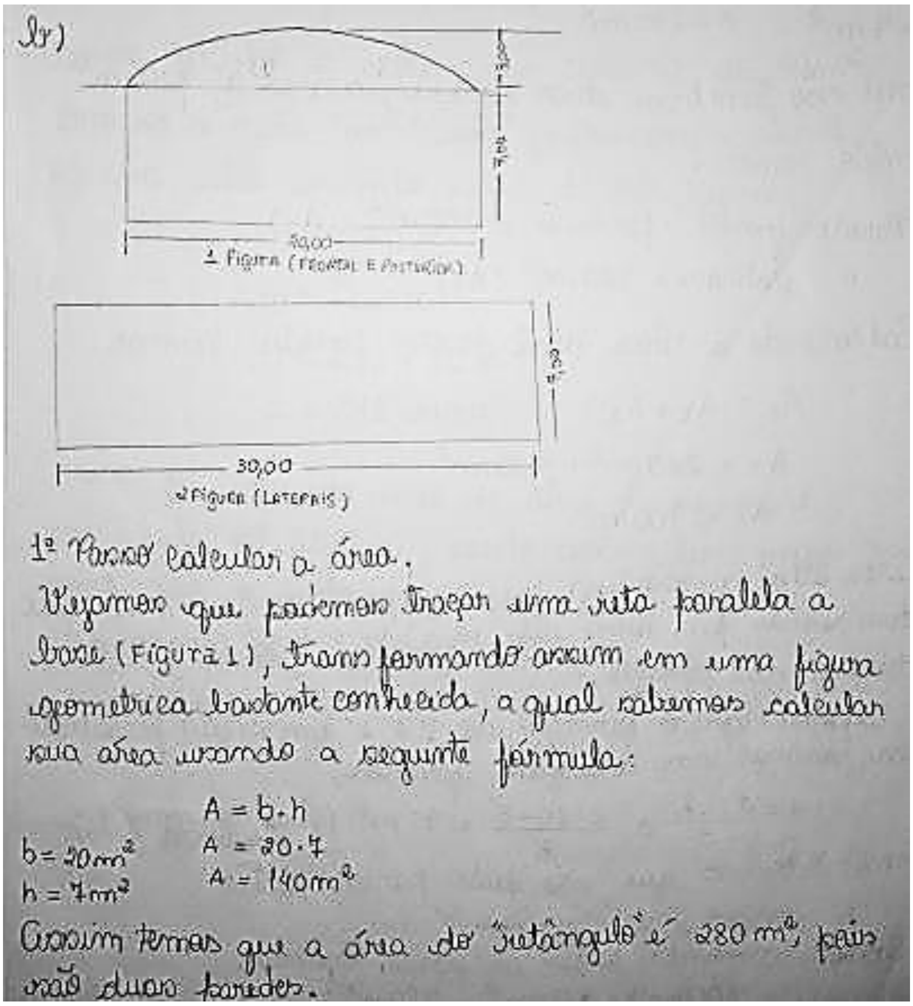
Fonte: Elaborado pelo aluno B (2017).

A princípio, comparando com nossa proposta de resolução, verificamos que a resposta do aluno está apropriada para a questão, porém não condiz com a necessidade comum de economia financeira, uma vez que o custo total da *Equipe 2* é maior. O discente, na elaboração de sua resposta levou em consideração a ideia de que, em termos de custo, quanto mais baixo, melhor. Então, foi feita uma comparação estritamente numérica do custo de mão de obra, desconsiderando o custo com material, consequentemente, o significado de custo total da obra (soma dos custos com material e mão de obra). Analisando pelo viés social, é comum encontrarmos enunciados com essas características, atitudes responsivas espontâneas, pouco profundas teoricamente.

Ao apresentar a expressão “sem dúvidas” o aluno mostra uma certeza que, de forma coerente, é *quebrada* no final de sua resposta com a pergunta “mas será que a área total a ser pintada é de 700m²?”. Tal fato reforça nossa ideia de que a resposta foi dada de forma espontânea e pouco analítica. Mas o que levou o discente a, em um período tão curto, refletir sobre sua, até então, certeza. Prevendo a apresentação de uma resposta pelo senso comum, elaboramos o *item b* na tentativa de dar uma oportunidade do aluno refletir teoricamente sobre a pergunta no *item a* ao ser colocado sobre o papel de professor, o qual, também pelo senso comum, tem obrigação de apresentar respostas detalhadas e coerentes com as teorias. Assim, o aluno apresentou a seguinte resposta para o *item b*.

Analisando as Figuras 24 e 25 verificamos que o aluno compreendeu o enunciado apresentado sobre a forma de questão e utilizou, de forma coerente, seus conhecimentos teóricos matemáticos para executar transformações de registros, do tipo conversões e tratamentos, chegando ao resultado da medida da área total de 780m², o mesmo que obtivemos.

Figura 24 – Registro da resposta b.1

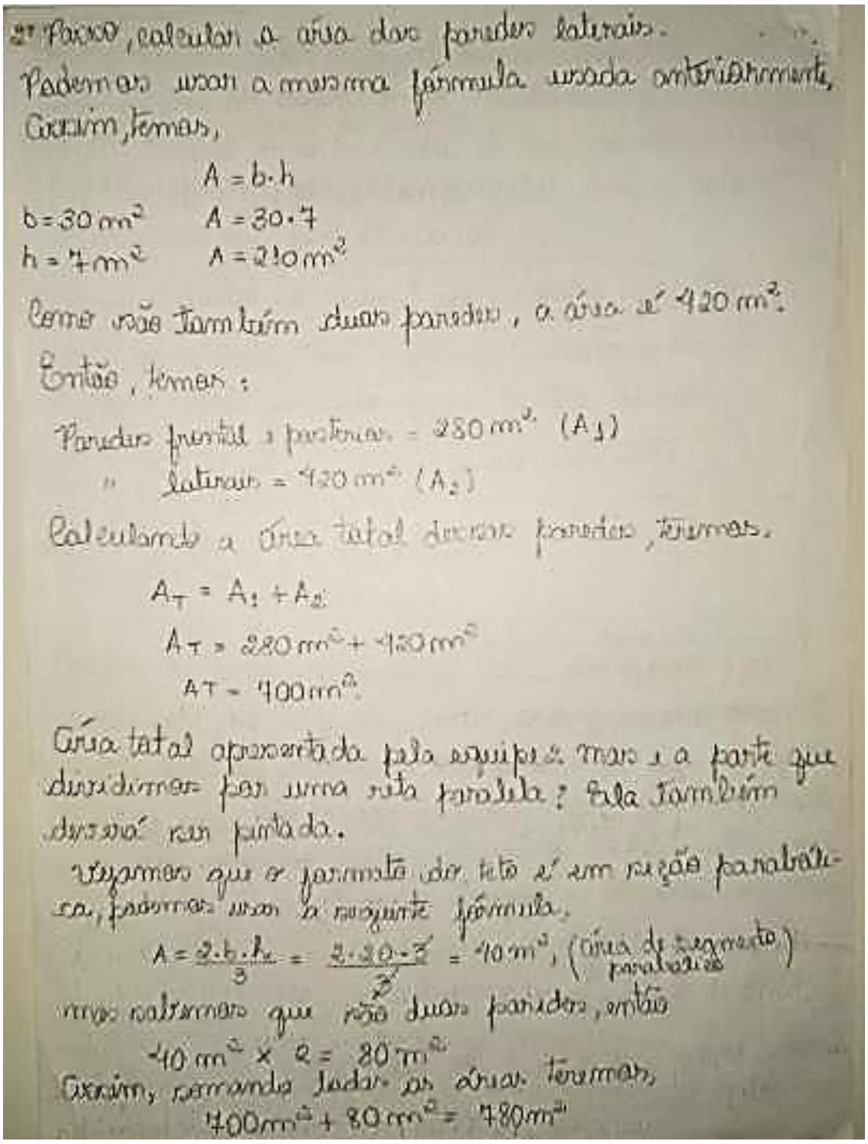


Fonte: Elaborado pelo aluno B (2017).

Chamamos a atenção, Figura 25 para o fato de que o discente optou por não utilizar seu conhecimento sobre integrais ao calcular a área de uma região delimitada por uma parábola e um segmento de reta, o utilizou uma fórmula utilizada no nível médio. Tal escolha pode ter sido impulsionada pela facilidade de ser aplicada uma fórmula.

Após chegar ao resultado de 780m², o aluno B obteve a resposta ao próprio questionamento, mantendo um diálogo consigo, a partir deste, foi proporcionado um momento aberto para reflexões do tipo *Será que a equipe 2 é a melhor opção mesmo?*, ou ainda, *Até que ponto essa diferença nos valores das áreas vai influenciar no custo total?*. Dessa forma, cria-se de forma natural um pensamento crítico, questionador, reflexivo. Assim, apresentamos na Figura 26 a conclusão da resposta do aluno.

Figura 25 – Registro da resposta b.2


2º Passo, calcular a área das paredes laterais.
Podemos usar a mesma fórmula usada anteriormente.
Assim, temos,

$A = b \cdot h$

$b = 30\ m^2$ $A = 30 \cdot 7$

$h = 7\ m^2$ $A = 210\ m^2$

Como são também duas paredes, a área é 420 m².
Então, temos:
Paredes frontal e posterior = 280 m² (A_1)
" laterais = 420 m² (A_2)
Calculando a área total dessas paredes, teremos.

$A_T = A_1 + A_2$

$A_T = 280\ m^2 + 420\ m^2$

$A_T = 700\ m^2$

Área total apresentada pela equipe 2 mas e a parte que dividimos por uma reta paralela? Ela também deverá ser pintada.
Sabemos que o formato do teto é uma região parabólica, podemos usar a seguinte fórmula.

$A = \frac{2 \cdot b \cdot h}{3} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 3}{3} = 40\ m^2$, (área de segmento parabólico)

mas sabemos que são duas paredes, então

$40\ m^2 \times 2 = 80\ m^2$

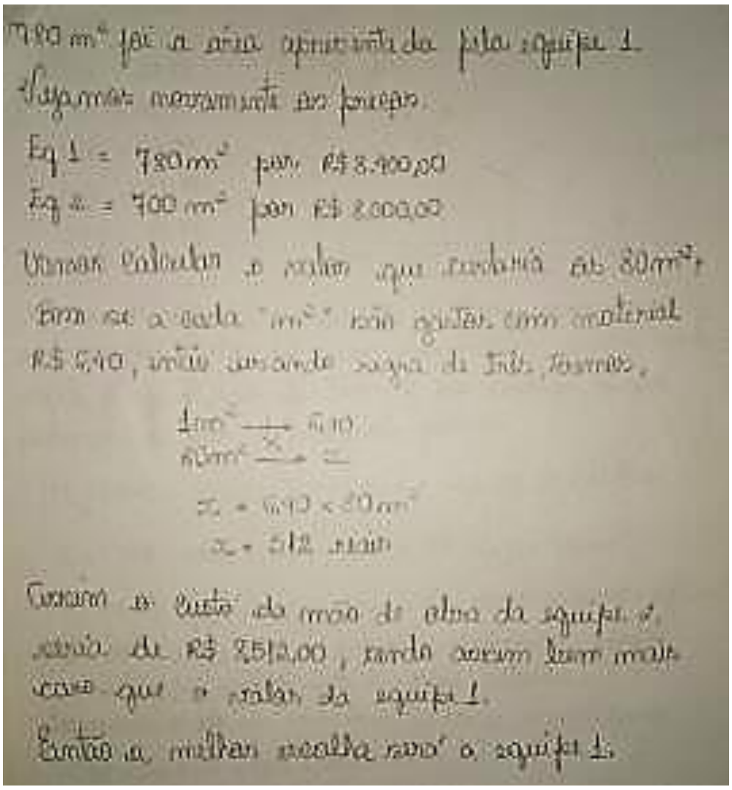
Assim, somando todas as áreas teremos,

$700\ m^2 + 80\ m^2 = 780\ m^2$

Fonte: Elaborado pelo aluno B (2017).

Podemos observar que o aluno B sentiu a necessidade, Figura 26, de registrar a comparação das duas propostas de custos a partir da diferença de 80m² de área e converter essa diferença para valor financeiro. Para tanto, o aluno utilizou o conteúdo *regra de três*, dando assim um sentido para compreensão deste objeto matemático. Dessa forma, foi possível notar uma diferença de R$512,00 a mais para proposta da Equipe 2, tornando a proposta da Equipe 1 mais viável financeiramente. O fato da resposta ao *item a* ser diferente da resposta ao *item b* não desqualifica uma com relação à outra.

Figura 26 – Registro da resposta b.3

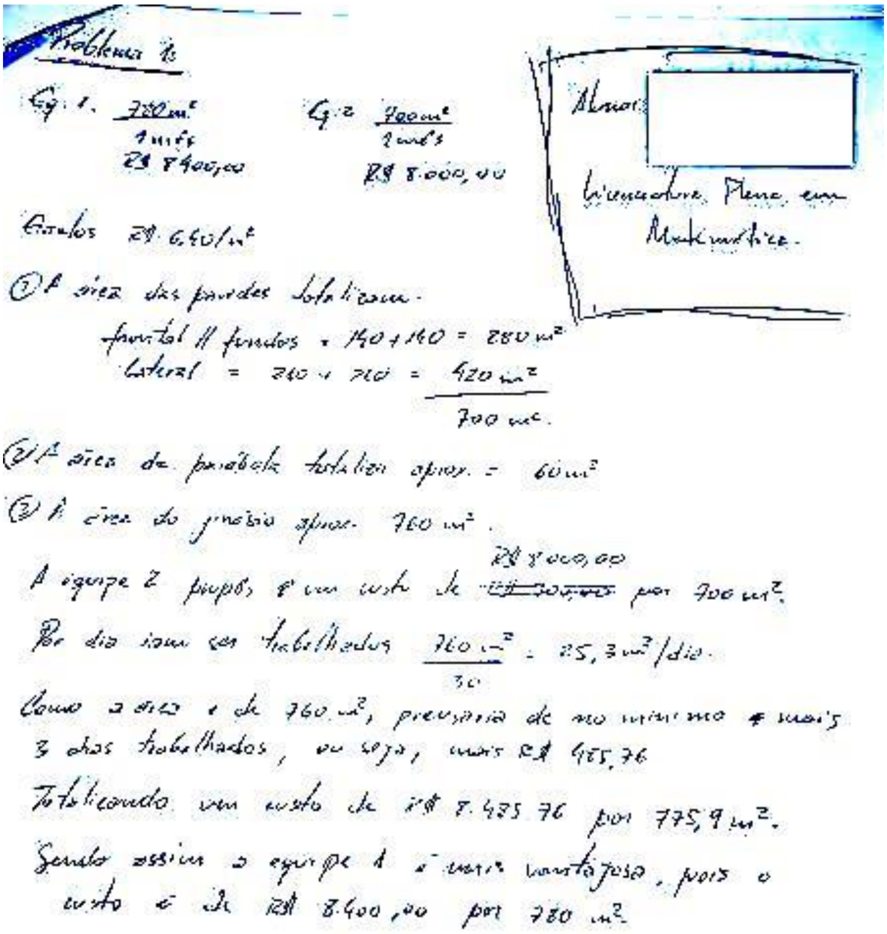


Fonte: Elaborado pelo aluno B (2017).

Analisando os enunciados de ambas, verificamos que as resoluções apresentadas por este aluno estão coerentes com a proposta. Por outro lado, é de extrema importância o diálogo entre professor e aluno no sentido de exploração dos acontecimentos. Até simples questionamentos do tipo *É possível deixar o enunciado menos aberto a respostas?*, ou ainda *Essa diferença de resolução entre os itens a e b é necessária?*, são propícios para direcionar os alunos para criação de pensamentos críticos ou, até mesmo, para exploração dos conteúdos não envolvidos nas resoluções, a exemplo das integrais.

Consideremos agora a Figura 27, a qual apresenta a resolução do aluno C da turma.

Figura 27 – Registro das respostas a e b



Problema 6

Eq. 1. 780 m² / 9 dias / R$ 8400,00

Eq. 2 900 m² / 2 mês / R$ 8.000,00

Aluno:

Licenciatura Plena em Matemática.

Gastos R$ 6,40/m²

① A área das paredes totaliza:

frontal // fundos = 140 + 140 = 280 m²

lateral = 210 + 210 = 420 m²

700 m².

② A área da parábola totaliza aprox. = 60 m²

③ A área do prédio aprox. 760 m².

R$ 8000,00

A equipe 2 propôs o um custo de ~~R$ 8000,00~~ por 900 m².

Por dia iam ser trabalhados 760 m² / 30 = 25,3 m²/dia.

Como a área é de 760 m², precisaria de no mínimo mais 3 dias trabalhados, ou seja, mais R$ 485,76

Totalizando um custo de R$ 8.485,76 por 775,9 m².

Sendo assim a equipe 1 é mais vantajosa, pois o custo é de R$ 8.400,00 por 780 m².

Fonte: Elaborado pelo aluno C (2017).

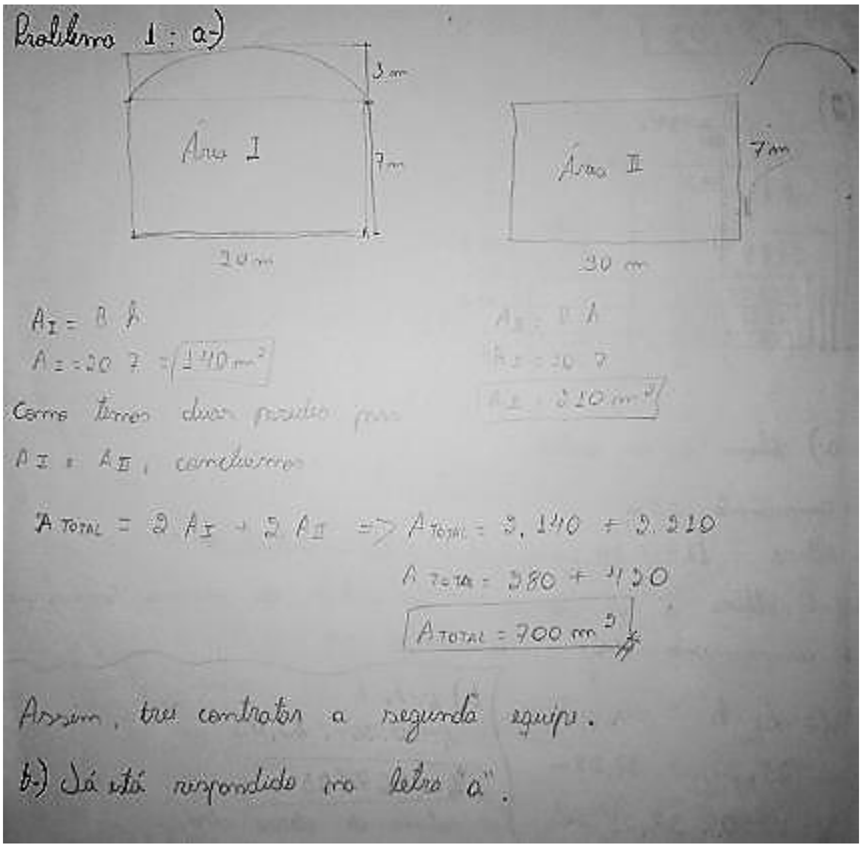
O aluno C fez a opção de não diferenciar as resoluções do *item a* e do *item b*. Talvez, a sua compreensão dos enunciados tenha sido de que uma resolução detalhada seria suficiente para ambas às questões. A Figura 27 apresenta uma resolução sucinta, com algumas brechas nas conversões e tratamentos dos registros. Lembramos que a proposta do *item b* é elaborar uma resolução se pondo no papel de um professor que irá apresenta-la a seus alunos, assim, é importante o registro do maior número de detalhes possível.

Considerando que o aluno C fez a escolha da Equipe 1 para contratação baseado em uma análise numérico comparativa, de valores encontrados a partir do estabelecimento de relações entre tempo de execução, custo e medida de área, concluímos que, algoritmamente, a resolução está coerente. Porém, foi registrado sem justificativa visível, o valor 60 m² para a medida da área delimitada pela parábola e o segmento de reta. Tomando como base a nossa resolução, a qual apresenta o valor de 80 m², verificamos que 60 m² não está coerente com as medidas propostas pela representação geométrica das paredes.

A não apresentação de uma justificativa para o valor 60 m² dificulta a análise do processo de produção do enunciado do aluno, não sendo possível explorar o ponto exato do erro de tentativa de conversão, o que ocasionou a mudança de objeto. Assim, será através do diálogo com o aluno, que o professor deve alertar o discente para a necessidade da apresentação das justificativas.

Consideremos a resolução do aluno D, apresentada na Figura 28.

Figura 28 – Registro das respostas a e b



Fonte: Elaborado pelo aluno D (2017).

Ao contrário dos alunos B e C, o aluno D não considerou uma relação entre medida de área, custo do serviço e o custo da mão de obra. A resolução apresenta um cálculo incompleto da medida das áreas das paredes, uma vez que foi desconsiderada a região delimitada pela parábola e um segmento de reta. O valor encontrado, 700 m², é referente às regiões retangulares. Essa falta de dados pode ser vista como um sintoma da falta de conhecimento teórico sobre cálculo de áreas de regiões não convencionais, ou ainda como um sintoma de dificuldade na compreensão do enunciado. Os dois casos revelam um aluno que não tem conseguido compreender de forma coerente os significados dos objetos matemáticos, a diversidade de sentidos que estes objetos podem assumir e os discursos matemáticos proferidos no seu cotidiano.

O aluno D, a partir de seus registros, revelou uma compreensão delicada sobre o papel do professor de matemática ao abdicar da reescrita da resolução do *item a*, na contramão da atitude responsiva apresentada nas Figuras 24, 25 e 26. Aparentemente, não sentiu a necessidade de fazer o registro de custos associando aos outros objetos matemáticos, como exemplo, à representação geométrica das paredes, revelando, assim, um problema de compreensão sobre econômica financeira.

Apresentamos três distintos enunciados (resoluções) que surgiram a partir da compreensão da atividade por parte de três distintos sujeitos e que revelam importantes características destes sujeitos. Devemos levar em consideração que são professores em formação, alguns prestes a concluírem o curso, outros ainda encontram-se no início de sua formação profissional. Essa heterogeneidade na turma foi um fator que dificultou a escolha de uma metodologia de ensino adequada, isto é, que abrangesse os mais diversos níveis de compreensão. Porém, verificamos que o trabalho envolvendo discurso e semiótica tem maior abrangência e eficácia, o que tornou a pesquisa apresentada nessa dissertação relevante naquele momento.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando estamos em uma feira e apresentamos ao feirante um problema do tipo "*Quanto foi que deu minha conta?*" e ele, sem o uso de registros, consegue dar uma resposta, podemos afirmar que ele compreende a soma? Ou quando perguntamos "*Quanto foi meu troco?*" e ele, mais uma vez sem o uso de registros, consegue dizer o resultado, posso afirmar que ele compreende a subtração? Quando um professor coloca uma questão do tipo "*Resolva: 3+2*" e o aluno consegue chegar ao resultado, posso dizer que ele compreende a soma? Ou quando o professor coloca o problema "*João comprou três maçãs e duas laranjas, quantas frutas João comprou?*" posso dizer que se o aluno resolver é porque ele compreende a soma?

Na discussão sobre atitude responsiva presente na seção 2.2, o signo *compreensão* não estava associado a uma reação coerente a um discurso proferido por um sujeito, mas sim a uma reação interpretativa particular dependente, dentre outras coisas, da formação histórica e social do interlocutor sobre o papel de ouvinte. É a partir do nível de proximidade entre uma atitude responsiva e a TRRS que podemos parametrizar o grau de coerência entre os discursos dentro de um diálogo. Sendo assim, a resposta a todas as questões que introduziram esta seção de considerações finais, é sim, restando apenas analisar o grau de coerência da reação diante da ação inicial.

Vimos, ainda, que o objeto de estudo da semiótica são os diversos tipos de linguagens. Em especial, a semiótica trabalhada por Duval é restrita às linguagens matemáticas e aos seus objetos, as representações dos objetos matemáticos, chamando a atenção para o fato de que não podemos reduzi-los à sua materialidade representacional. Em outro viés, nos deparamos com uma teoria que nos possibilita vislumbrar as linguagens em movimento (comunicação) a partir de objetos denominados discursos.

Assim, verificamos que as representações dos objetos matemáticos, isto é, seus registros, quando analisados dentro do contexto matemático são vistos carregados de significados, estes provenientes das relações sócio-históricas entre sujeitos que buscam(ram) soluções para problemas ou simplesmente sua formalização. Um professor, ao pedir para um aluno "*Esboce o gráfico da função f, cujo domínio é o conjunto dos números reais, o contradomínio é o conjunto dos números reais e a lei de formação $f(x) - 10t + 500$*", está simplesmente trabalhando a linguagem matemática dentro dos limites dos significados de função afim, domínio, contradomínio, lei de formação e gráfico. Ele quer do aluno a habilidade de conversão do registro algébrico para o registro geométrico.

Por outro lado, ao levarmos os objetos matemáticos para outros contextos, a princípio, não matemáticos, nos deparamos com a possibilidade de geração de diversos sentidos, sem a necessidade de ressignificações. Sentidos estes, produtos do diálogo de interlocutores entre si, do diálogo entre interlocutores e objetos envolvidos no contexto e do diálogo dos objetos entre si, a partir da enunciação. Nesta perspectiva, afirmamos que o processo de registro de representações semióticas é um processo de produção de enunciados os quais carregam consigo, de forma implícita ou explícita, uma série de características do sujeito produtor. O conhecimento dessa relação permite uma análise mais profunda e detalhada dos registros, discursos ou enunciados em sala de aula.

Assim, tomando como exemplos o relato da situação da divisão do relógio e o problema anterior, afirmamos que as conversões e os tratamentos são atitudes responsivas condizentes com as teorias matemáticas e limitadas ao registro das representações semióticas. Em especial, as conversões podem transmitir uma maior complexidade no conhecimento dos objetos matemáticos, a depender da habilidade do sujeito discursivo sobre o uso de diversas representações desse mesmo objeto. O sujeito, ao compreender de forma coerente os conceitos matemáticos, será capaz de identificar as potencialidades dos objetos matemáticos e utilizá-los, também, em sua forma natural, abstrata.

Dessa forma, ao estabelecermos relações entre conversões, tratamentos e atitude responsiva dentro das relações discursivas estabelecidas nas salas de aula de matemática, possibilitamos uma análise de alguns discursos matemáticos com fins de aprendizagem, além de verificarmos algumas das implicações para compreensão, conforme mostrado na seção 3. Assim, afirmamos que o objetivo de nossa pesquisa foi alcançado e nossa questão de pesquisa foi respondida.

Com essa dissertação, agregamos conhecimento, principalmente, a professores no que diz respeito a visualizarmos um problema nos processos de ensino e de aprendizagem voltados à compreensão de discursos matemáticos, e produzimos uma proposta de material teórico relacionando a teoria de Duval e alguns conceitos bakhtinianos, que nos permite melhor explorar e analisar os discursos dentro e fora da sala de aula, sempre que envolverem matemática. Proporcionamos, ainda, uma base para futuras produções de materiais didáticos e metodológicos.

REFERÊNCIAS

BAKHTIN, M. **Marxismo e filosofia da linguagem.** 2. ed. São Paulo: Hucitec, 1981.

BAKHTIN, M. **Estética da criação verbal.** 6. ed. São Paulo: Matins Fontes, 2015.

BELL, E.T. **Los grandes matemáticos.** Buenos Aires: Editorial Losada S.A., 1937.

BRAIT, B. (org.). **Bakhtin, Dialogismo e Construção do Sentido.** 2. ed. São Paulo: Editora da UNICAMP, 1997.

BRAIT, B. (org.). **Bakhtin:** outros conceitos-chave. São Paulo: Contexto, 2008.

BRAIT, B. (org.). **Bakhtin: conceitos-chave.** 5. ed. 2 reimp. São Paulo: Contexto, 2014.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 11-33, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. (Fascículo I)

DUVAL, R. **Ver e Ensinar a Matemática de outra Forma:** entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica**.** Org. Tânia M. M. Campos; trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. In: **RPEM**, v. 2, n. 3, Campo Mourão-PR: jul. - dez., 2013.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Trad. Hygino H. Domingues. 3. ed. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2002.

FREITAS, M. T. de A. **Vygotsky e Bakhtin - psicologia e educação: um intertexto.** São Paulo: Editora Ática, 1995.

GUIMARÃES, M. E. L. **O Computador em Sala de Aula: Ensino e Aprendizagem de Funções Através de Resolução de Problemas.** Dissertação de mestrado. PROFMAT/UFCG. Campina Grande, 2013.

LIMA, E.L., CARVALHO, P. C.P.WAGNER, E. & MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio – Vol. 01.** Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro : IMPA, 2003.

ONUCHIC, L. de la R. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. In: ISERP - Palestra de Encerramento. Unesp: Rio Claro, 2008. Disponível em http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf. Acesso em 17 de junho de

2013.

POZO, J. I. (org.) **A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica.** 8. ed. São Paulo: Brasiliense, 1983. – Coleção Primeiros Passos.

SANTAELLA, L; NÖTH, W. **Introdução à Semiótica: passo a passo para compreender os signos e a significação.** São Paulo: Paulos, 2017. – Coleção Introduções.

APÊNDICE A - ATIVIDADE APLICADA PARA ALUNOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DM

COMPONENTE CURRICULAR: TÓPICOS ESPECIAIS EM MATEMÁTICA BÁSICA

PROFESSOR: MOZART EDSON LOPES GUIMARÃES

ALUNO: ____

Problema 1: Uma empresa escolar deseja contratar uma equipe de pintores para renovarem a pintura das paredes internas de seu ginásio de esportes, ilustradas a seguir.

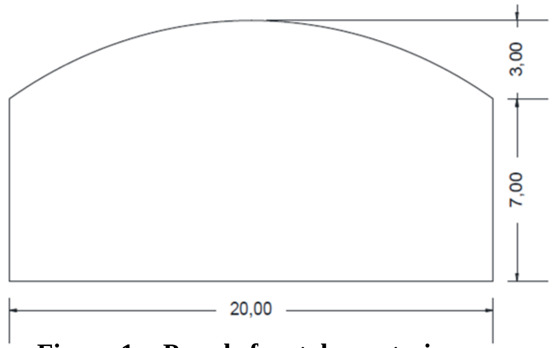


Figura 1 – Parede frontal e posterior

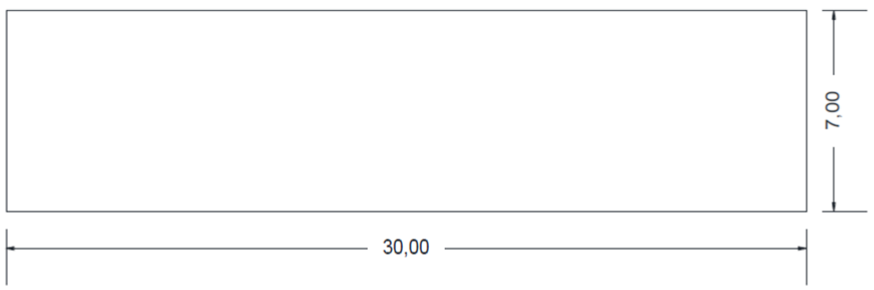


Figura 2 – Paredes laterais

Observação:

- a coberta tem seção parabólica
- as medidas estão em metros

Para tanto, a escola estabeleceu como principal critério de seleção o custo da mão de obra adicionado ao custo do material. Dessa forma, duas equipes disputaram a vaga pelo serviço, as quais, como primeira tarefa, tiveram que calcular a medida da área a ser pintada para, assim, repassar em forma de relatório o tempo de serviço e o custo da mão de obra. Foram entregues os seguintes resultados:

Equipe 1:

- Área total a ser pintada = 780 m²
- Tempo de serviço = 1 mês
- Custo da mão de obra = R$ 8.400,00

Equipe 2:

- Área total a ser pintada = 700 m²
- Tempo de serviço = 1 mês
- Custo da mão de obra = R$ 8.000,00

Considerando que são gastos com material R$ 6,40/m² de parede e mantendo-se a relação Custo da mão de obra/m² para cada uma das empresas, responda.

a) Considerando as informações anteriores, se ponha no lugar do responsável pela contratação e informe qual equipe você contrataria?
b) Caso ache necessário, reescreva sua solução considerando-se um professor no ato da exposição da resolução deste problema para seus alunos.

Problema 2: Uma empresa X ganhou o processo licitatório lançado pelo Governo do Estado da Paraíba cujo objetivo foi o de contratar uma empresa para elaborar o projeto arquitetônico, os projetos complementares (hidrossanitário, elétrico, estrutural etc) e a planilha orçamentária, com memória de cálculo e cronograma físico-financeiro, para construção de uma escola na cidade de Lagoa Seca. A primeira ação do orçamentista foi fazer uma visita técnica ao local da obra para levantar dados referentes à topografia do terreno cujo resultado gráfico aproximado está ilustrado a seguir.

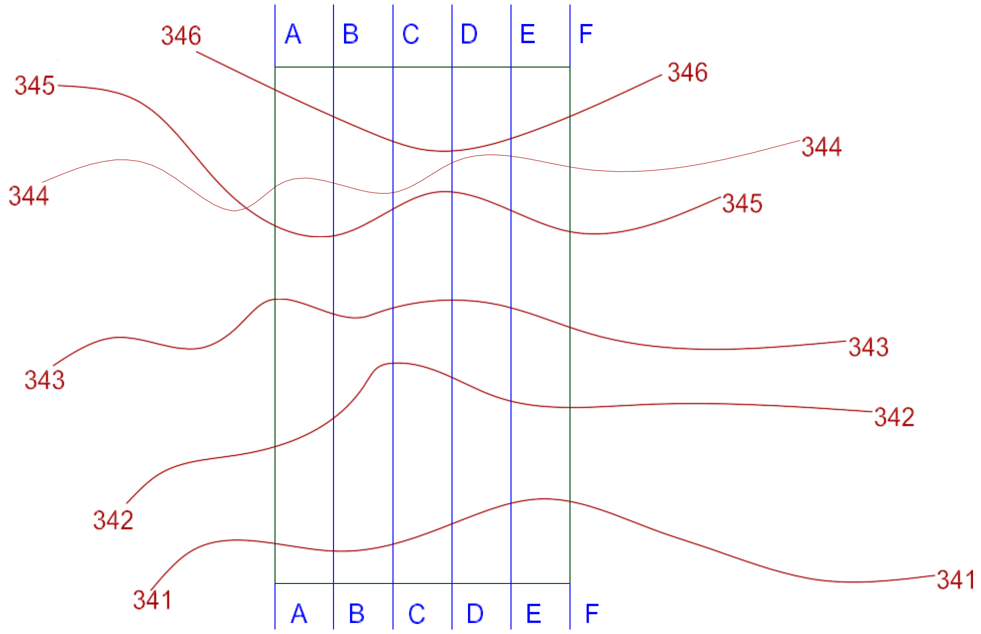


Figura 3 – Ilustração aproximada da topografia do terreno

Observação: as curvas na cor de vinho são chamadas curvas de nível, elas representam as "profundidades" do terreno. O retângulo verde representa os limites do terreno e as linhas em azul são eixos auxiliares locados a cada 10m.

Em seguida, para melhor organizar seus dados, o orçamentista construiu a Tabela 1apresentada a seguir.

Tabela 1 – Distância entre a interseção do eixo com o limite inferior do terreno e a interseção do eixo com a curva de nível

	A	B	C	D	E	F	Média
341	0,00	0,00	1,90	5,44	7,49	5,75	
342	17,74	25,39	28,22	24,30	22,02	21,95	
343	38,27	36,04	38,40	38,36	35,93	32,91	
344	52,93	51,87	56,76	57,28	55,54	55,01	
345	66,65	67,74	72,55	72,49	68,73	66,74	
346	86,02	82,05	79,97	80,49	83,03	86,75	

(1) Observe que a coluna "Média", onde devem estar as médias dos valores das distâncias apresentados em cada uma das linhas, está vazia. Dessa forma, (1) calcule os valores médios e

preencha a coluna respectiva.

Os valores a serem obtidos estão representados na Figura 4 pelas linhas pretas na horizontal.

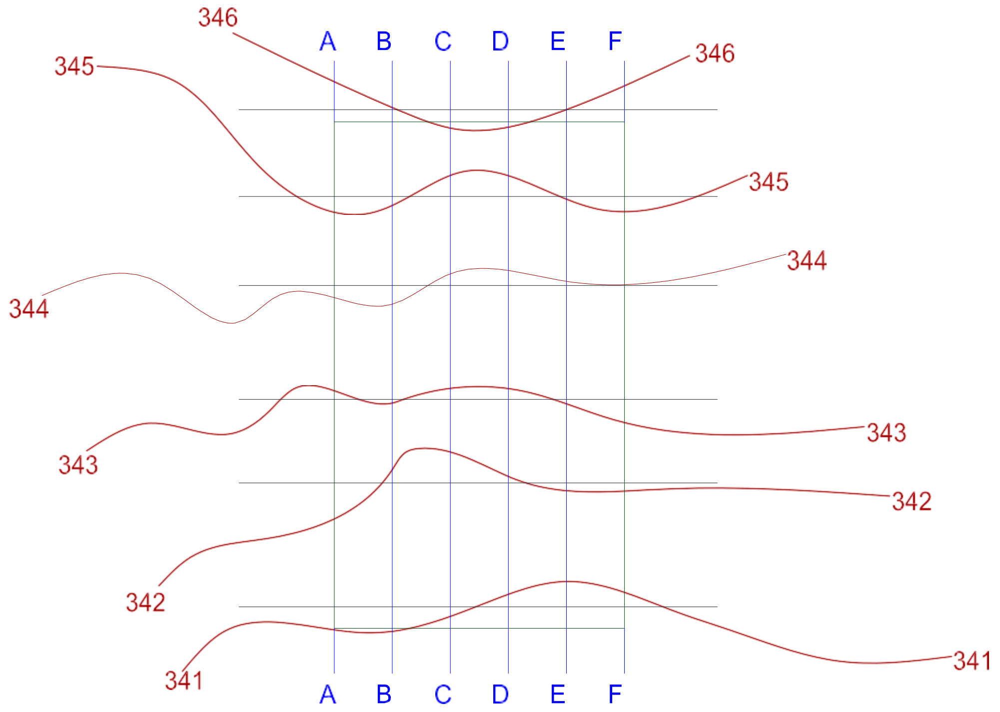


Figura 4 – Ilustração aproximada da topografia do terreno com linhas médias

A partir da Figura 4 e com o intuito de calcular o volume de terra necessário para deixar todo o terreno no nível 343,5, o orçamentista elaborou a Figura 5 a qual mostra a vista do terreno em corte (perfil) a partir das linhas médias. (2) Assim, considerando que o terreno tem 50m de largura, (a) calcule o volume de terra aproximado a ser cortado e o (b) volume de terra a ser utilizado como aterro.

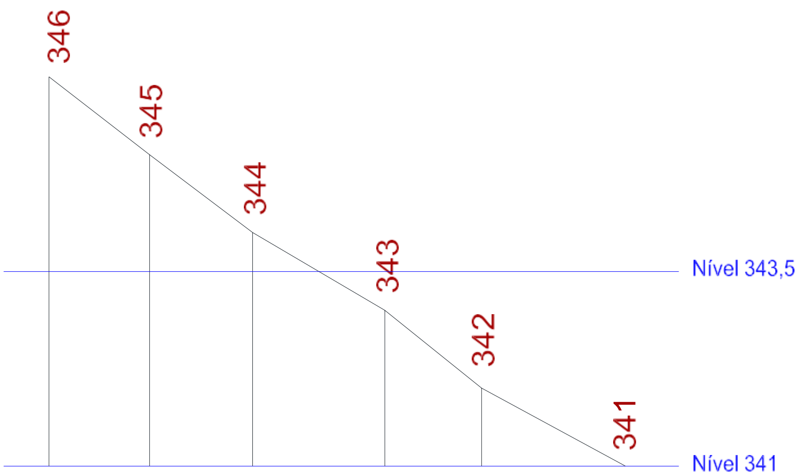


Figura 5 – Perfil do terreno a partir das linhas médias

Por último, o orçamentista incluiu na sua planilha orçamentária o serviço “Corte e aterro compensado” para calcular o custo desse serviço. Sabendo-se que o custo unitário (R$/m³) desse serviço é R$ 6,87, (3) calcule o valor total desse serviço.