



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

JOSÉ LAELSON GOMES CRUZ

**UM ESTUDO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM
ATIVIDADES DE GEOMETRIA**

CAMPINA GRANDE – PB

2018

JOSÉ LAELSON GOMES CRUZ

**UM ESTUDO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM
ATIVIDADES DE GEOMETRIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, sob a orientação do professor Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, como requisito parcial para obtenção do título de mestre.

CAMPINA GRANDE – PB

2018

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

C957e Cruz, José Laelson Gomes.
Um estudo de representações semióticas em atividades de geometria [manuscrito] / José Laelson Gomes Cruz. - 2018.
142 p. : il. colorido.
Digitado.
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2019.
"Orientação : Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, Coordenação do Curso de Computação - CCT."
1. Representação semiótica. 2. Semelhança de polígonos.
3. Conversão de registros. I. Título
21. ed. CDD 510.7

JOSÉ LAELSON GOMES CRUZ

**UM ESTUDO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM
ATIVIDADES DE GEOMETRIA**

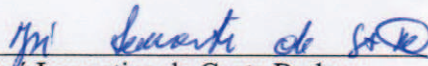
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração *Educação Matemática*, na linha de pesquisa *Metodologia, didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática*, em cumprimento à exigência para obtenção de grau de mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida.

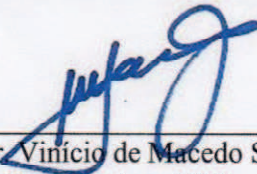
Aprovado em 02/ 10 / 2018.



Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida
Orientador - UEPB



Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa
Examinador - UEPB



Prof. Dr. Vinício de Macedo Santos
Examinador - USP

Dedico a minha filha, Anita Camilly Oliveira Cruz (*in memoriam*), e à família, fonte inesgotável de virtudes.

AGRADECIMENTOS

Nesta página, muito especialmente, gostaria de agradecer a algumas pessoas dentre as muitas que me ajudaram a realizar este trabalho.

Agradeço, em primeiro lugar, a Jesus Cristo, que iluminou o meu caminho durante esta caminhada. Sem Ele, nada conseguiria. A Ele, devo tudo.

Agradeço a minha esposa, Tânia, que, de forma especial e carinhosa, me deu força e coragem, apoiando-me nos momentos de dificuldade. Quero agradecer também a meus filhos, Laelson Júnior e Anita Camilly (*in memoriam*) que, embora não tivessem conhecimento do que isso representa, iluminam de maneira especial os meus pensamentos. Não deixando de agradecer, de forma grandiosa, a meus pais, Geraldo (*in memoriam*) e Maria José, pelo cuidado e dedicação, pois sempre me deram forças para seguir, e cuja presença sempre me serviu de esteio, segurança e certeza de que nunca estarei sozinho. Agradeço aos meus irmãos Walter e Lilian, pela torcida infalível em todas as conquistas. Enfim, à minha família, que, com muito carinho e apoio, não mediu esforço para que eu chegasse até esta etapa de minha vida. Amo a todos vocês!

À Universidade Estadual da Paraíba, por ter oportunizado o horizonte que alcanço hoje.

Agradeço, especialmente, ao Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, por ter aceitado meu projeto de pesquisa, ajudando-me a buscar, nas leituras e em todo o contexto da pesquisa, aquilo de que precisava para desenvolver meu trabalho. Obrigado por me incentivar sempre e me ter direcionado através das orientações inteligentes, pacientes e sinceras.

Aos professores da Banca, Prof. Dr. Vinício de Macedo Santos e Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa, pelas suas significativas contribuições na conclusão do trabalho.

Aos professores do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEPB.

Aos colegas da turma 2016.1 do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, pelas partilhas valiosas em sala de aula, principalmente, aos da área de concentração em Educação Matemática.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa LEEMAT, os primeiros a ouvir nossa proposta de pesquisa.

Aos gestores da Escola Estadual em que a pesquisa foi realizada, pelo espaço cedido.

A todos os alunos do 2º ano G do Ensino Médio, turma 2017, turno da tarde, que me auxiliaram a obter as informações para esta pesquisa.

Meus agradecimentos a todos os meus amigos que, sempre no incentivo, fizeram parte da minha formação e que vão continuar fazendo parte da minha vida.

A todos que fazem parte da paróquia da comunidade do Bairro Novo, Boqueirão – PB, por estarem sempre rezando por mim.

A todas as pessoas não mencionadas, porém, não esquecidas que, direta ou indiretamente, contribuíram para minha formação profissional.

**“Ensinar não é transferir conhecimento, mas
criar as possibilidades para a sua própria
produção ou a sua construção.”**

(Paulo Freire)

RESUMO

Esta dissertação, intitulada “Um estudo de representações semióticas em atividades de geometria”, pretende abordar os resultados de um estudo pedagógico com características etnográficas. Consiste em uma investigação qualitativa, desenvolvida junto a alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual, na cidade de Boqueirão, interior da Paraíba. Nessa perspectiva, buscou-se como objetivo propiciar a análise de significados nos percursos das transformações de registros semióticos produzidos pelos alunos. Nesse intento, desenvolvemos, junto aos alunos da pesquisa, uma sequência didática, enfocando o conteúdo semelhança de polígonos, por meio da exploração de instrumentos acessíveis que podem ser manipulados, produzidos e transformados em outros registros. A coleta de dados se deu pelas observações dos participantes que foram registradas em blocos de anotações, em questionamentos verbais, fichas de atividades dos grupos e em fotografias. Enfim, os significados revelados foram analisados com base na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, que permite compreender porque o entendimento dos conceitos de objetos matemáticos começa, somente, no momento em que o aluno é capaz de mobilizar e coordenar, de forma espontânea ou provocada, nas aulas de Matemática, em registros diferentes, as representações de um mesmo objeto matemático. Diante dessa concepção, obtivemos um método de aprimoramento do sistema cognitivo para representar os conhecimentos matemáticos em registro que satisfaçam a aprendizagem do aluno.

Palavras-chaves: Registros de representação semiótica; transformações semióticas; conversão de registros; semelhança de polígonos.

ABSTRACT

This dissertation entitled "A study of semiotic representations in geometry activities" intends to approach the results of a pedagogical study with ethnographic characteristics. It consists of a qualitative investigation, developed together with students of a class of 2nd year of High School of a state public school, in Boqueirão, state of Paraíba. In this perspective, the objective was to analyze the meanings in the process of transformation of the semiotic registers produced by the students. This way, we developed together with the students a didactic sequence, focusing the content *resemblance of polygons*, by exploring accessible instruments that can be manipulated, produced and transformed into other registers. The data collection was made by observing the participants (whose registers were made on notepads), by oral questions, worksheets and photographs. At last, the meanings revealed were analyzed based on the Semiotic Representation Registers theory, by Raymond Duval, which permits to comprehend why the understanding of the concept of mathematical objects only begins when the student is able to mobilize and coordinate in mathematics classes, in a spontaneous or artificial way, in different registers, the representations of the same mathematical object. From this conception, we obtained an improvement method of the cognitive system to represent the mathematical knowledge in registers that satisfy the students' learning.

Key-words: semiotic representation Registers; semiotic transformations; conversion of registers; resemblance of polygons.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	11
CAPITULO 1	
VARIAÇÕES DE CONGRUÊNCIA E NÃO CONGRUÊNCIA NAS	
CONVERSÕES DE REGISTROS	
1.1	O ponto de vista de Duval nas representações semióticas..... 14
1.2	A importância do registro geométrico em transformação..... 16
1.3	Unidades significativas nas transformações de registros..... 18
1.4	Significados destacados no percurso das conversões de registros..... 19
1.5	Graus de dificuldades nas variações de não congruência..... 21
CAPITULO 2	
PERCURSOS DA PESQUISA.....	
2.1	Objetivos..... 23
2.2	Caracterização da pesquisa..... 24
2.2.1	O cenário da pesquisa..... 25
2.2.2	Os instrumentos de pesquisa..... 28
2.2.3	Método para análise da produção e transformação dos registros..... 31
CAPÍTULO 3	
DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES	
3.1	Primeiro bloco: conhecendo o ambiente de pesquisa..... 34
3.2	Os primeiros registros de representação produzidos pelos grupos..... 35
3.2.1	Percepção nas primeiras produções de registros..... 37
3.2.2	A compreensão das incoerências nos registros iniciais..... 45
3.3	Segundo bloco: transformação nos registros produzidos pelos alunos..... 49
3.3.1	Representação do conhecimento matemático e o ponto de vista cognitivo..... 49
3.3.2	Outra maneira de representar a razão de proporcionalidade..... 61

CAPÍTULO 4

PRODUZINDO SIGNIFICADOS A PARTIR DA CONFECÇÃO DA BANDEIRA NACIONAL..... 71

4.1 Terceiro bloco: as conversões Semióticas em uma intervenção pedagógica com materiais concretos..... 71

4.1.1 Produção da representação da Bandeira Nacional..... 77

CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 81

REFERÊNCIAS..... 84

APÊNDICES..... 85

APÊNDICE A – Autorização para realização da pesquisa a direção da escola..... 86

APÊNDICE B – Autorização para realização da pesquisa aos responsáveis pelos alunos. 87

APÊNDICE C- Sequência didática da Atividade 1, desenvolvida durante a intervenção Pedagógica..... 88

APÊNDICE D- Sequência didática da Atividade 2, desenvolvida durante a intervenção Pedagógica..... 89

APÊNDICE E- Sequência didática da Atividade 3, desenvolvida durante a intervenção Pedagógica..... 94

APÊNDICE F- Produto Educacional.....99

INTRODUÇÃO

A expressão *representação semiótica* também é usada para representar um mesmo objeto matemático em diversos registros. Porém, nas aulas tradicionais de matemática os alunos são instigados a produzir uma única representação para justificar o resultado de um problema proposto no contexto, não dando a mínima importância na aprendizagem dos conceitos que se constroem com os significados no percurso em transformação de registro. Mesmo assim, alguns dos alunos tentam explicar esse percurso quando se utilizam dos registros mentais internalizados, junto à oralidade, interagindo com instrumentos humanos e materiais acessíveis. Nesse sentido, buscamos fazer um estudo da importância das transformações dos registros semióticos, principalmente, na conversão de registro, em que trataremos de compreender o processo que conduz à melhoria da aprendizagem pelos alunos envolvidos.

Diante desse contexto de investigação das transformações em conversão de registros, realizamos um estudo pedagógico com características etnográficas, por meio das atividades que abordam o conteúdo de semelhança de polígonos, tendo em vista um melhor entendimento do percurso dessas transformações para justificar a compreensão do estudo.

Para que todo esse processo tenha uma análise que satisfaça o entendimento da pesquisa, buscamos adaptar as atividades propostas e aplicadas aos alunos envolvidos, dando ênfase, principalmente, à compreensão dos fatores que dificultam as conversões em variações de não congruência.

A partir dessas interpretações, a pesquisa está organizada da seguinte maneira: o Capítulo 1, intitulado “Variações de congruência e não congruência nas conversões de registros”, concentra-se na apresentação do referencial teórico que dá sustentação à pesquisa, discutindo o processo de transformação dos registros, principalmente, do geométrico para o registro na língua natural, em conformidade com a teoria do Registro de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

O Capítulo 2 refere-se ao “Percurso da Pesquisa”, no qual é descrita a metodologia adotada, que está associada ao modo que se procede em um estudo pedagógico com características etnográficas, pois o caminho construído na busca das respostas para esse estudo apresenta alguns de seus instrumentos para coleta de dados. Entretanto, é importante esclarecer que não se trata de um estudo etnográfico e, sim, de uma pesquisa que tem um viés etnográfico numa perspectiva qualitativa. Assim, as atividades foram elaboradas de acordo com o nível de conhecimento dos alunos sobre o conteúdo de semelhança de polígonos e

executadas pelo professor, compreendido como pesquisador no contexto da pesquisa de campo.

Nesse percurso, o professor pesquisador assume a posição de um instrumento que tem raízes na pesquisa etnográfica, que é o observador-participante, passando a coletar os dados, organizá-los, filtrá-los e interpretar as análises, pois, no processo de construir o conhecimento é necessário que o pesquisador esteja presente no campo de investigação com uma ideia determinada e flexível.

Segundo André (2011), um estudo que tem características etnográficas “permite reconstruir os processos e as relações que configuram a experiência escolar diária”. Além disso, favorece o processo indutivo de análise, a exploração de novos temas que tangenciam o objeto de estudo. Diante dessa constatação, Berger e Luckman (1985) referenciam a escola e, em particular, a sala de aula como um espaço físico para exercício de comunicação, em que a realidade é construída socialmente.

No Capítulo 3 é apresentado o desenvolvimento das atividades propostas, com as produções e transformações de registros semióticos que se configuraram como validação para a compreensão desta pesquisa, já que se mostraram eficientes para a mudança de concepções de conhecimentos do objeto matemático em estudo pelos alunos. Para produção e transformação dos registros, organizamos a turma em grupos relacionando-a a concepção de Vygotsky, quando aborda a importância das interações nos grupos. Segundo o autor, nas interações, alunos com potenciais maiores de aprendizagem fazem a vez do professor, conduzindo à aprendizagem aqueles alunos com menores potenciais de aprendizagem, de acordo com o contexto. Porém, é necessário considerar que, em sala de aula, interações ocorrem, igualmente, entre com mesmo potencial.

No Capítulo 4 é apresentada a confecção da Bandeira Nacional em uma oficina pedagógica de materiais concretos, na qual as medidas dos segmentos foram realizadas proporcionalmente em conformidade com o registro das medidas oficiais, justificando-se na aprendizagem um caráter integrador e oportunizando um contato direto com o conteúdo relacionado.

Nas análises, buscou-se algumas interpretações que ampliam com significados a proposta de estudo para o benefício da aprendizagem desses alunos. Sendo assim, segundo Duval (2011), as unidades significantes pertinentes têm que ser abordadas em uma ordem coerente, o que deve ser levado em consideração quando se articulam registros, principalmente, no sentido de uma transformação em conversão.

Nas Considerações finais, partindo de evidências obtidas na interpretação dos dados coletados, observou-se que o ato de transformar registros com procedimentos pedagógicos, trazidos de sua realidade cultural, possibilita ao aluno ter atitudes responsivas ao coordenar dois ou mais registros que se referem ao mesmo objeto matemático.

Como se trata de um Mestrado Profissional, apresentamos, como Produto Educacional, uma proposta de atividades envolvendo produções de registros a partir de questões de geometria, além de alguns problemas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Esta proposta possui o mesmo objetivo de aprendizagem que foi delineado para desenvolvermos a pesquisa. Este Produto Educacional se encontra no Apêndice F.

CAPÍTULO 1

VARIAÇÕES DE CONGRUÊNCIA E NÃO CONGRUÊNCIA NAS CONVERSÕES DE REGISTROS

Neste capítulo apresentamos o referencial teórico, discutindo o processo de transformação do registro geométrico para o registro na língua natural, em conformidade com a teoria do Registro de Representação Semiótica, de Raymond Duval, destacando quais significados são abordados na conservação da ordem das unidades significativas que conduz à coerência ou não dos registros representados pelos alunos nas atividades. Nesse sentido, buscamos discutir, interpretar e relatar os significados encontrados no percurso das transformações de registros, sendo as ordens das unidades significativas nas variações de congruências e não congruências abordadas como forma de verificar esse processo de aprendizagem.

Desse modo, “o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação” (DUVAL, 2012, p. 270). Por isso, os dois sentidos, cognitivo e representação externa, têm a mesma importância nas abordagens que destacam os significados, podendo, assim, compreender o sistema cognitivo nas representações transformadas. Além do mais, essa compreensão aborda outros significados transversais. Assim,

[...] a originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino (DUVAL, 2003, p. 12).

Duval (2003) argumenta ainda que os significados, para serem compreendidos, serão primeiramente encontrados nos dados coletados, e, com os resultados da coleta, poderemos verificar as dificuldades dos alunos na compreensão da Matemática, como também a natureza dessas dificuldades.

1.1 O ponto de vista de Duval nas representações semióticas

A teoria de Registro de Representação Semiótica, de Raymond Duval, filósofo e psicólogo francês, professor emérito na Universidade Du Litoral Côte d’Opale da França, é de

grande importância nas fundamentações teóricas em muitas pesquisas em educação, visto que apresenta caminhos para solucionar as dificuldades na aprendizagem. Dada a diversidade de representações semióticas de um mesmo objeto matemático, Duval introduz um termo específico para essas representações, *os registros de representação semiótica*, que também passaremos a chamar de *registro*, *registro de representação* ou *representação semiótica*, com mesmo sentido, conforme o contexto transmitir sua compreensão.

Os signos foram primeiramente reconhecidos por Charles Sanders Peirce (1839-1914), que os classificou em três tipos, os ícones, os símbolos e os índices, contribuindo, assim, para a existência da semiótica, embora lhe escapasse considerar “as relações possíveis entre sistemas semióticos e a possibilidade de converter uma representação formada dentro de um sistema em uma representação de outro sistema” (DUVAL, 2009, p. 25). Sendo assim, as representações, como as transformações de registros semióticos, têm grande possibilidade de serem compreendidas em diversas áreas do conhecimento humano, visto que, ao se falar em representar algo, inevitavelmente, estaremos falando de conhecimento, compreensão e modelos que serão transferidos e transformados em registros. Para tanto, podemos compreender que representação é “qualquer notação, signo ou conjunto de símbolos que representa (quer representar) algum aspecto do mundo externo ou de nossa imaginação, na ausência dela” (EYSENCK E KEANE, 1991, p. 202). Por isso, representar se relaciona com o conhecimento aprendido.

De acordo com Duval (1993), as representações semióticas que se qualificam ao relacionarem-se como mediadores simbólicos são constituídas por um sistema que possui regras de formação e conversão próprias, de significação e funcionamento que, através das relações internas, permitem identificar objetos matemáticos e estabelecer relações com outros objetos e sistema de representação e que, além do sentido de comunicação, tornam acessível esse conhecimento para outras pessoas.

Às representações que internalizamos em nosso sistema cognitivo podemos chamar de representações mentais ou internas que, no contexto das atividades desta pesquisa, podem ser traduzidas em diversas respostas representadas pelos alunos nas atividades propostas que foram elaboradas, a que chamamos de representação externa. E como elas podem ser divididas nessas duas características, internas e externas, Duval (1993) afirma ainda que as representações são essenciais para o desenvolvimento cognitivo do pensamento.

1.2 A importância do registro geométrico em transformação

O ensino de geometria vem se destacando nas aulas de Matemática e nos currículos das escolas, pois “a Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela interliga com a Aritmética e com a Álgebra” (LORENZATO, 1995, p. 7). Em concordância com essa afirmação, trabalhamos as atividades pedagógicas apresentadas nesta pesquisa com registros em texto não verbal retirado de contexto informativo e registros produzidos pelos alunos em seu cotidiano, com o intuito também de comunicar benefícios sociais e econômicos. Nesse registro encontramos formas geométricas que podem ser representadas e transformadas no mesmo sistema de registro ou em conversão em registros diferentes. Lorenzato (1995) sustenta que o acesso a essas formas geométricas constitui-se instrumento visual e manipulável, tornando as atividades desafiadoras e construtivas.

A espontaneidade dos alunos em manipular esses registros geométricos constituiu as primeiras deduções lógicas relacionadas aos conhecimentos prévios estabelecidos no sistema cognitivo. Duval (2013) afirma que, quando isso ocorre entre as unidades significativas para a formação de um novo registro em uma conservação de ordem coerente do percurso de transformação, percebe-se o registro de partida no registro de chegada, caracterizando a compreensão de aspectos característicos do conhecimento do objeto matemático.

No que se refere aos instrumentos cognitivos, como memória, raciocínio, pensamento e outros, representados pelas interações entre alunos nos grupos, professor e aluno na compreensão do problema, para Vygotsky (1991), as atividades elaboradas devem ser discutidas, com atenção junto a esses instrumentos cognitivos, pois as atividades caracterizam um sistema de ramificações inacabado para dar resposta à compreensão das partes, ou, de modo geral, do fato ou o objeto investigado.

Portanto, a produção de registros de representações segue um caminho definido, quando há interação de forma qualitativa e coerente com as representações mentais, pois permeiam sistemas intermediários que, segundo Duval (2013), são os tratamentos nas transformações que se apresentam no mesmo sistema de representação. Dessa forma, o tratamento conduz à compreensão das propriedades do objeto matemático quando se chega a uma conversão de registro que, nesta pesquisa, é caracterizada pelo conteúdo de semelhança de polígonos.

Segundo Vygotsky (1991), uma atividade externa é reconstruída mediada pela inclusão de representações, que ocorre imediatamente a uma série de modificações no sistema cognitivo. “A essência de seu uso consiste em os homens afetarem o seu comportamento”

(VYGOTSKY, 1991, p. 62). Assim, podemos destacar que o conhecimento da Matemática não se reduz apenas ao lógico-formal e, sim, a um conjunto de fatores positivos que permitem compreender a interação do conhecimento adquirido pelo sistema cognitivo e as representações externas.

Esses conjuntos de fatores também têm sentido quando “o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação” (DUVAL, 2012, p. 270). Portanto, esses funcionamentos fazem entender a diferença entre o objeto e suas representações, possibilitando a compreensão dos termos *semiose*, que trata da apreensão ou da produção de uma representação simbólica do objeto matemático, e a *noese*, que tem o sentido de apreensão conceitual do objeto matemático, de forma que exista uma reciprocidade, não tornando uma desprezível em relação à outra. A apreensão conceitual, por necessitar de uma coordenação de registro, não torna a semiose desprezível, permitindo que o aluno não somente veja seus erros, mas compreenda e controle os processos matemáticos nos contextos.

Não é possível, portanto, fingir como se as representações semióticas fossem simplesmente subordinadas às representações mentais, pois o desenvolvimento da segunda depende de uma interiorização da primeira e somente as representações semióticas permitem preencher algumas funções cognitivas essenciais como a de tratamento (DUVAL, 2012, p. 270).

Na visão de Duval (2004), não há noese sem semiose, o que leva a pensar que a semiose é desprezível em relação à noese e que existe um paradoxo nesta afirmação. Porém, na mobilização dos registros de representação semiótica é conveniente compreender que a noese já tenha adquirido essa produção da representação simbólica. Portanto, o foco desta pesquisa é os alunos aprenderem, construindo um conhecimento já adquirido em estudos anteriores de forma mais sistemática e compreensível. Sendo assim, a noese e a semiose são tratadas com a mesma importância, tanto na discussão e tratamento das variáveis peculiares, como nas transformações de registros. Isso nos dará a condição de buscar mobilizar vários registros e escolher o melhor deles para tratamento, tornando uma condição essencial para que o objeto matemático não seja confundido com suas representações e que possa ser reconhecido em cada uma das suas representações.

1.3 Unidades significativas nas transformações de registros

Empiricamente se percebe que a aprendizagem do aluno vem sendo estabelecida por dimensões nas esferas social e pessoal, sendo institucionalizada pela escola, condicionando o aluno a instrumentalizar, a explicar e a representar as unidades significativas em alguns contextos, de forma coerente ou não coerente. Esse condicionamento é específico em padrões de habilidades cognitivas com relação aos grupos de estudantes, e se percebe na sala de aula com a vivência e com as manifestações interativas.

Para isso, o ensino da Matemática deve ser embasado por estratégias que estimulem a curiosidade dos alunos e os façam refletir e, quando possível, representar esses conhecimentos. Porém, necessitamos sempre relacionar as unidades significativas para compreender as propriedades de um objeto matemático. Nesse sentido, Duval (2004) afirma que a escolha de um registro de representação depende de um sistema semiótico que não pode ser de qualquer natureza.

Sendo assim, esse sistema de representação deve permitir três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável, como exemplo, construir um texto, construir uma figura geométrica, escrever uma fórmula etc. O tratamento de um registro de representação é a transformação da representação em outra representação no mesmo registro no qual for formado e a conversão é a transformação de um registro de representação para outro registro de representação diferente.

Devemos reconhecer que nem todo sistema de representação constitui um registro semiótico. Como exemplo, as representações de comunicação nas placas de trânsito, nas quais a representação de triângulo significa perigo e vermelho representa proibição, tornando assim esses registros somente significativos por ter um único significado, não podendo sofrer transformação.

Não obstante, ao buscar compreender a importância das representações semióticas para as atividades de Matemática, Duval (2004) afirma que os objetos matemáticos são abstratos, criando dificuldades de entendimento, pois não estão disponíveis para o acesso via percepção, observação ou por meio de um instrumento. Requerem, portanto, a utilização do sistema de representação que permite designá-los em registros, na língua natural, sistema de escrita numérica, algébrica, simbólica, figuras (imagens) geométricas, gráficos e outros. Em princípio, o aluno deve reconhecer o objeto em uma ou mais dessas representações e, por meio destas, destacar ideias para que consiga ter as atitudes de transformação.

Segundo Duval (2003), os registros geométricos são tratados como multifuncionais, por não serem algoritmizáveis, conduzindo a atitudes representativas de transformação com significados não discursivos em um primeiro momento, mas, após os tratamentos dados às variáveis peculiares no mesmo sistema de representação que se destaca no registro conduz à formação de outros sistemas de registros, permitindo significados para discussão. Em concordância com Vygotsky (2011), esses dois sentidos, na discussão relacionada à atitude de transformação, buscam internalizar nos indivíduos o novo conhecimento que tem a função de transformar a realidade.

1.4 Significados destacados no percurso das conversões de registros

Podemos dizer que é conveniente distinguir o que seja um objeto matemático e as suas representações, ainda mais que “a compreensão em Matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isso porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação” (Duval, 2003, p. 21). Além disso, do ponto de vista cognitivo, esse entendimento possibilita a um aluno compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos e escolher a melhor forma econômica de representar um tratamento de uma representação semiótica mais econômica na resolução de um problema em um contexto. Podemos destacar que, ao dar um tratamento aos objetos matemáticos do ponto de vista de sua formação e conversão, a teoria ganha sentido.

Um sistema semiótico é um conjunto de representações que possui uma finalidade de se comunicar e dar significados. Assim, Duval (2003) especifica os quatro tipos diferentes de representação de registros que identifica um objeto em estudo e que são realizados no tratamento e conversão na compreensão da aprendizagem.

Quadro 1- Tipos de registros de representações semióticas

	Representação Discursiva	Representação Não Discursiva
Registros Multifuncionais Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua Natural Associações verbais (conceituais) Formas de raciocinar <ul style="list-style-type: none"> • Argumentação a partir de observações, de crenças; • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> • Apreensão operatória e não somente perceptiva. • Construção com instrumentos.
Registros Monofuncionais Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas Numéricas (binária, decimal, fracionária); <ul style="list-style-type: none"> • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos <ul style="list-style-type: none"> • Mudanças de sistemas de coordenadas; Interpolação, extrapolação.

Fonte: (Duval, 2003, p. 14)

Para Duval (2003), existe uma diferença na atividade cognitiva da Matemática para a atividade cognitiva de outros domínios do conhecimento, e essa diferença não está nos conceitos, mas na existência de um sistema semiótico e em uma diversidade de sistemas semióticos presentes na Matemática, em que a compreensão em Matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas.

O tratamento e a conversão desses registros, do ponto de vista da aprendizagem, são tipos de transformações de representação semiótica imprescindíveis na atividade Matemática, principalmente, quando se busca dar significados às representações com os conhecimentos das representações mentais que se formam no sistema cognitivo. O tratamento é a transformação do registro de partida em etapas para chegar a um resultado sem mudar as características iniciais do registro, o que também podemos chamar de transformação interna.

Quase sempre, é somente este tipo de transformação que chama a atenção porque ele corresponde a procedimentos de justificação. De um ponto de vista “pedagógico”, tenta-se algumas vezes procurar o melhor registro de representação a ser utilizado para que os alunos possam compreender (DUVAL, 2003, p. 15).

Temos como exemplo, nas atividades realizadas nesta pesquisa, a transformação de um registro inicial geométrico em mesmo sistema de registro em que foi necessário buscar representar as variáveis peculiares destacadas com a utilização dos instrumentos de medidas apropriados nos quais se justificam a transformação.

A conversão de registros trata de uma transformação que é complexa, pois se depara com dois fenômenos, um na heterogeneidade dos dois sentidos de conversão, e outro nas variações de congruência e não congruência, restringindo-se a transformar um registro em outro registro, conservando a referência ao mesmo objeto. Para Duval (2003), do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como a atividade de transformação representacional fundamental; aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. Entretanto, do ponto de vista de quem ensina Matemática, não é dada essa importância de compreender as unidades significativas em uma ordem coerente com a conservação do percurso que se faz no tratamento para chegar a um registro final, o que se faz nas aulas de Matemática, para resolver um problema de um determinado contexto, um único tratamento mais econômico e mais potente como sendo o melhor que ofereça justificativa para o resultado.

No fenômeno da heterogeneidade, esses graus de dificuldades são percebidos em problemas aplicados no ensino tradicional de Matemática, pois privilegiam o treinamento

efetuado num sentido e não mostram que, no sentido inverso, representam-se as partes de maneira diferente. Podemos tomar, como exemplo, a conversão de um registro geométrico em uma representação na língua natural. Isso não demanda, necessariamente, o mesmo custo cognitivo de converter da língua natural para o registro geométrico. Assim, “nem sempre a conversão se efetua quando se invertem os registros de partida e de chegada. Isso pode mesmo conduzir a contrastes muito fortes de acerto quando se inverte o sentido de conversão, como K. Pavlopoulou observou entre os estudantes do primeiro ano universitário” (DUVAL, 2003, p. 20). Nesse sentido, os tratamentos e os registros intermediários são diferentes, e deve-se levar em consideração que os conhecimentos matemáticos nessas conversões não conduzem às mesmas ideias.

Para análise na transformação de conversão de registros, o ponto de vista cognitivo busca a compreensão que se destaca nas variáveis peculiares, “pois são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes devem ser levadas em consideração em cada um dos dois registros” (DUVAL, 2011, p. 17). Sendo assim, se os alunos, espontaneamente nessas articulações, conseguem coordenar dois registros de representação e identificar no registro de chegada o registro de partida, segundo Duval (2003), essas articulações ampliam com significados a dimensão conceitual. O autor afirma ainda que essas análises da dificuldade da aprendizagem devem ser justificadas também nos graus encontrados nos fatores da não congruência nas conversões de registros.

Para o fenômeno das variações de congruência e não congruência nas conversões de registros é cognitivamente primordial destacar quais fatores dificultam a aprendizagem, quando se busca analisar os graus de dificuldade na transformação de conversão de registros. Desse modo, “ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação – diz-se então que há congruência -, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não congruência” (DUVAL, 2003, p. 19). Essa codificação permite destacar, nas discussões, os fatores relacionados à formação da característica do objeto matemático no contexto em estudo, como também outros fatores cognitivos que se manifestam em significados para ser analisados nos registros.

1.5 Graus de dificuldades nas variações de não congruência

O registro de uma representação geométrica sendo transformado em outro registro diferente com interações de instrumentos acessíveis determina sucesso ou fracasso em

contextos propostos nas atividades de Matemática. Quando se percebe fracasso, ele é determinado nas características dos graus de dificuldades que indicam os fatores das variações de não congruência nas conversões de registros. Igualmente, ocorre “em toda resolução de problemas e nas análises das atividades. Por isso, é necessário distinguir cuidadosamente o que sobressalta no tratamento em um registro e aquilo que sobressalta em uma conversão” (DUVAL, 2003, p. 24). Em conformidade com as atividades pedagógicas que relacionam formas geométricas nesta pesquisa, percebeu-se essa importância quando eram feitas as conversões, pois, através de um sistema de representação que foi escolhido pelos alunos ou em sugestões pelos pesquisadores envolvidos, buscamos compreender os graus de dificuldade de alguns padrões cognitivos em representar o novo registro.

No entanto, Duval (2012) afirma que as representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado. Portanto, no sentido de sobressair, é primordial compreender os fatores de não congruência nas conversões, sabendo que não implica que inexista solução quando os fatores existem e, sim, dificuldades de compreender, principalmente, quando os fatores mostram um grau acima, o que ele classifica como leve.

Segundo Duval (2003), a compreensão em Matemática ocorre quando o estudante consegue produzir e coordenar registros de um mesmo objeto matemático, tendo a apreensão da representação tanto cognitivamente quanto integrando-se no que chama de melhor forma de representação. E essa forma é manifestada quando o registro de partida na conversão é percebido no registro de chegada. Portanto, se ocorre a não congruência das conversões de registros, possibilita graus de dificuldades representados pela incoerência nos três fatores de congruência que Duval (2003) define como conservação da ordem das unidades de significados, correspondência semântica entre as unidades de significados e univocidade semântica terminal.

O primeiro fator de congruência, conforme especificado, caracteriza-se quando a conversão entre dois registros de representação se dá no mesmo sentido da leitura ou tratamento, conservando a coerência. Conseqüentemente, as dificuldades de aprendizagem ficam perceptíveis quando a não congruência nas conversões é representada pelos alunos em registros semióticos, tanto dos conceitos abordados quanto dos percursos da resolução de problemas. E esse primeiro fator apresentado por Duval (2003) é o que utilizamos para as interpretações nas análises das atividades nesta pesquisa.

CAPÍTULO 2

PERCURSOS DA PESQUISA

Após evidenciar a importância das transformações de registros semióticos, quando relaciona as representações mentais que são internas com o ato de representar e transformar registros externamente, buscamos, nessa relação, destacar significados no percurso das transformações de registros e sua influência na apreensão do objeto matemático em estudo para o desenvolvimento da aprendizagem. Conseqüentemente, apresentamos os objetivos que nortearam esta pesquisa. Diante dessas justificativas é que definimos os pressupostos teóricos desenvolvidos anteriormente, visto que eles orientaram as ações e serviram de base para as interpretações e análises.

2.1 Objetivos

Segundo Duval (2003), o processo da aprendizagem de Matemática vem evoluindo com o modo como se apresentam os registros. Dessa forma, “o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático” (Duval, 2003, p. 13). Sobre isso, pode-se afirmar que os contextos culturais, sociais e econômicos atuais em transformação se manifestam pelas informações representativas, conduzindo a essa evolução, beneficiando, principalmente, a aprendizagem de Matemática em sala de aula com acesso a registros de representações desses cenários. Isso permite representar, discutir e transformar os objetos matemáticos implícitos no contexto, destacando significados que contribuem para o processo de aprendizagem.

Assim, a presente pesquisa tem por objetivo analisar o processo do percurso de transformação dos registros semióticos produzidos pelos alunos. Para concretizar esse objetivo, estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

- Destacar, nas transformações dos registros, os dados objetivos e subjetivos, tanto quantitativos como qualitativos, nos quais as unidades significativas determinam em conservação de ordem as características do objeto em estudo, produzidas e transformadas pelos grupos nas suas práticas de investigação;

- Organizar, filtrar e interpretar os dados registrados abordando o fator de variação de não congruência que dificultam a aprendizagem;
- Compreender a importância das atividades pedagógicas vivenciadas nesta pesquisa pelos grupos, e quais as contribuições para a melhoria da aprendizagem.

Após o estabelecimento dos objetivos que norteiam esta pesquisa, faz-se necessário mencionar os procedimentos metodológicos utilizados na busca das informações necessárias para a composição do conhecimento que se escolheu investigar. Essas orientações metodológicas são descritas a seguir.

2.2 Caracterização da pesquisa

A metodologia utilizada na realização desta pesquisa assume um caráter qualitativo, pois uma de suas características consiste em fazer com que os investigadores movimentem-se nas escolas munidos de seus equipamentos específicos para investigação, uma vez que na ausência deles não seriam capazes de produzir resultados que satisfaçam a coleta. “No entanto, todos eles têm em comum o seguinte: o seu trabalho corresponde à nossa definição de investigação qualitativa e incide sobre diversos aspectos da vida educativa” (BOGDAN E BIKLEN, 1982, p. 47). Além disso, enfoca-se nesta pesquisa a subjetividade do ambiente escolar, ao expor condições de interações entre as pessoas envolvidas no ensino e aprendizagem, para se desenvolver e concretizar a construção dos conhecimentos, ao se perceberem dificuldades, lacunas e como estas influenciam no desenvolvimento escolar.

A subjetividade vincula o aluno com o seu cotidiano. Essa relação dinâmica é uma dependência real constatada em situações vividas na sala de aula. Bogdan e Biklen (1982), diante dessa dependência, indicam algumas características a serem tomadas como básicas para uma pesquisa qualitativa: a preocupação com o processo, em que os indivíduos e as situações terão que ser entendidos como o todo, e a abordagem indutiva em que o pesquisador tenta entender os focos de interesses que existem, para categorias de análise, que é predominantemente descritiva.

O método a ser utilizado nesta pesquisa é o estudo pedagógico, que tem característica etnográfica, pois, de acordo com André (2011), “permite reconstruir os processos e as relações que configuram a experiência escolar diária”. Portanto, esse método tem efetividade, em particular, na educação de forma participativa entre os que nela atuam, buscando subsídios

nas atividades vividas pelos alunos na história do contexto escolar, para desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados.

A sala de aula é uma realidade da vivência do aluno em busca de melhorar seus conhecimentos para serem aplicados na transformação da realidade. Sendo assim, os alunos envolvidos, por pertencerem de modo ativo a comunidades onde estão inseridos e por participarem da plena vivência de situações reais manifestadas pelo sistema econômico, social e político, têm essa base empírica do objeto em estudo manifestado em seu cotidiano e, um dos seus principais destaques, é o significado que têm as ações nos quais são participantes.

Desse modo, essa autonomia é de grande importância para articular pesquisa e educação, trocando conhecimento com objetivo de produzir novos conhecimentos, e não apenas conhecimentos já existentes, como nas metodologias tradicionais. Por isso, para o desenvolvimento da pesquisa foram estabelecidas as seguintes estratégias de ação:

- Levantamento bibliográfico;
- Escolha de uma turma do Ensino Médio, uma vez que a turma faz parte do cenário da escola em mesmo nível de conhecimentos de aprendizagem das outras turmas;
- Atividades planejadas para o desenvolvimento da pesquisa;
- Observações dos participantes nos encontros dos grupos da turma envolvida na pesquisa;
- Utilização de instrumentos essenciais, para interagir com as atividades na pesquisa, que permitam destacar significados nas conversões dos registros de representação semiótica sobre a temática semelhança de polígonos;
- Análise dos dados coletados, após organização, filtragem, interpretação e redefinição, caso necessário, dos objetivos da pesquisa;
- Apresentação dos resultados.

2.2.1 O cenário da pesquisa

A organização didática e pedagógica desta pesquisa foi construída na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Conselheiro José Braz do Rêgo – EEEFMCJR, localizada na cidade de Boqueirão, Estado da Paraíba, Microrregião do Cariri Oriental (IBGE/2008) e região metropolitana de Campina Grande–PB. Desde 2010 vem envolvendo o fazer

pedagógico e as suas relações com o currículo, com o conhecimento e com a função social da escola, que propõe uma reflexão contínua de todos os envolvidos nesse projeto.

A escola foi fundada no dia 07 de março de 1990, pelo Decreto Lei de criação nº 13.545, pelo Conselho Estadual de Educação, com capacidade de atender cento e cinquenta alunos. As aulas eram ministradas em um prédio alugado, situado na Rua Severiano Macêdo s/n, no centro da cidade. Somente a partir de 1991 a escola passou a funcionar em prédio próprio, situado na Rua Nossa Senhora do Desterro, s/n, também no centro, com uma área de 2.400 m², que hoje conta com: doze salas de aulas; dois laboratórios, um de Informática e um de Ciências (Robótica, Química e Física); uma biblioteca com mais de mil livros, cujo acervo é composto por literatura infantil, literatura juvenil, teatro, novela, ficção, filosofia, educação inclusiva, enciclopédias, crônicas, poesias, contos, biografias, dicionários, história de cordel, mangá, livros de todas as áreas do currículo escolar, com especificação na educação, e diversos outros; uma sala de vídeo; sala de professores; secretaria e sala da direção conjugadas; cozinha com refeitório; três banheiros específicos e um pátio localizado na frente da escola para práticas esportivas e recreios.

No ano de 2017 estavam matriculados novecentos e doze alunos, distribuídos no Ensino Fundamental e Médio, regular e EJA, funcionando nos três períodos, em que consta, no período da manhã, no Ensino Fundamental regular: uma turma do 7º ano, uma turma do 8º ano e duas turmas do 9º ano; no Ensino Médio regular: três turmas do 1º ano, três turmas 2º ano e duas turmas do 3º ano; no período da tarde, no Ensino Fundamental regular: uma turma do 9º ano; no ensino médio regular, tarde: quatro turmas do 1º ano, quatro turmas 2º ano e duas turmas do 3º ano; no período da noite, no Ensino Médio regular: uma turma 2º ano e uma turma do 3º ano; no Ensino Médio EJA, três turmas, denominadas ciclos, que vão do 1º ano ao 3º ano. E dos novecentos e doze alunos, cem alunos participam do projeto Novo Mais Educação¹.

Quanto ao quadro docente, há quarenta e um professores, distribuídos da seguinte maneira: cinco de Matemática, seis de Português, três de Ciências e Biologia, três de Educação Física, três de Química, um de Artes, dois de Física, quatro de Geografia, quatro de História, três de Língua Inglesa, dois de Sociologia e Filosofia e um que é o professor maestro da Banda Marcial da escola. Em suas qualificações, doze dos professores têm

¹ O programa Novo Mais Educação, criado pela Portaria nº 1.144/2016 do Ministério da Educação (MEC) e regido pela Resolução nº 5/2016 do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). <http://paraiba.pb.gov.br/novo-mais-educacao-beneficia-59-mil-alunos-do-ensino-fundamental-na-paraiba>

especialização na sua área, cinco têm mestrado, um tem doutorado e os outros graduação completa.

Segundo o Projeto Político Pedagógico (2013-1014), a proposta é uma escola de qualidade, democrática, participativa e comunitária, como espaço cultural de socialização e desenvolvimento do educando, visando também prepará-lo para o exercício da cidadania, através da prática e cumprimento de direitos e deveres, e tem por finalidade atender o disposto na Constituição Federal, na Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional e no Estatuto da Criança e do Adolescente, ministrar o Ensino Fundamental, o Ensino Médio e a Educação de Jovens e Adultos, observadas, em cada caso, a legislação e as normas especificamente aplicáveis.

No parágrafo primeiro do artigo trinta e cinco do Projeto Político Pedagógico da referida escola, uma das finalidades do Ensino Médio, etapa final da educação básica com duração mínima de três anos, é a consolidação dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental, possibilitando prosseguimento de estudos. Com relação aos conteúdos, as metodologias e as formas de avaliação serão organizadas para que o educando demonstre domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna e o conhecimento das formas contemporâneas de linguagem. Destaque-se que a base teórica apresentada no Projeto Político Pedagógico da escola não faz alusão às transformações dos registros de representação semiótica.

Justificamos a escolha de uma turma do Ensino Médio da escola visto que os alunos têm conhecimentos adquiridos do objeto matemático em estudo nesta pesquisa nas etapas anteriores do Ensino Fundamental, e, como professor de matemática da escola, a turma escolhida foi uma do 2º ano do Ensino Médio, como também poderia ter sido qualquer outra turma do Ensino Médio, uma vez que todas as turmas têm seu comprometimento com a aprendizagem. Percebemos em nossas aulas que os alunos produzem espontaneamente discussão de uma atividade proposta que envolve objetos matemáticos em estudo, o que possibilita representá-los na língua natural verbalizada em processos de atividades pedagógicas para posterior análise e interpretação desse conhecimento.

A turma escolhida era composta por trinta alunos, dos quais vinte e cinco eram meninas e cinco meninos, todos na faixa etária dos dezesseis anos. Como a turma era heterogênea no que diz respeito à socialização, objetivos de vida e níveis de aprendizagem, percebemos que eles têm um bom apreço para compreender o conhecimento que era repassado por todos os professores da escola, características também de todas as turmas da escola, pois essa constatação era pauta nas discussões dos planejamentos da escola no ano

letivo de 2017. Outro fator importante na turma é como eles convivem em grupo por afinidade, pois é percebido que alguns alunos tinham dificuldade de aprender, mas eram sempre participativos e interagem com os que estavam com níveis maiores de aprendizagem para melhorar seus desempenhos.

2.2.2 Os instrumentos de pesquisa

Pode se considerar as técnicas de investigação por observação participante um dos instrumentos da pesquisa etnográfica como mecanismos para coletar, organizar e filtrar os dados, na busca da interpretação e análises do mesmo, correspondendo à tradução dos objetivos mencionados na pesquisa, tendo em vista as questões que a norteiam.

Este estudo baseia-se na utilização de três formas de coletas de dados: questionamento do professor pesquisador junto aos alunos nos grupos, observações participativas do professor pesquisador e produção e transformação de registros pelos alunos em três blocos diferentes ao longo do período da pesquisa, no ano de 2017. Assim, essas técnicas foram aplicadas no primeiro semestre do ano letivo de 2017, na disciplina de Matemática, da turma envolvida na pesquisa.

A pesquisa é um processo de construção que busca compreender a realidade de um estudo com sustentação em determinados pressupostos epistemológicos e teóricos. Portanto, nunca é neutra e é sempre incompleta. Com base nessa concepção, iniciamos apresentando o caminho que vamos percorrer junto aos alunos envolvidos, e percebemos que, por ser para eles uma atividade diferenciada no processo do ensino escolar com a qual convivem, a motivação em participar se tornou um consenso de todos os alunos em busca desse conhecimento. Outro fator preponderante é a afinidade que eles têm em se reunir em grupos para discutir a aprendizagem no momento que estão sendo provocados para uma atividade na sala de aula.

Nessa perspectiva, todas as atividades foram direcionadas no mesmo sentido de motivação, em que os alunos são provocados a discutir em grupos o objeto de estudo que se propõe investigar, que tem único percurso com significado, que são as transformações de registros semióticos, para justificar o problema no contexto.

Acreditamos que, com as transformações de registros nas atividades de Matemática, os alunos têm que espontaneamente coordenar pelos menos dois registros de representação, e essa é uma das condições de compreensão da aprendizagem para Duval (2003). Portanto, nessas transformações, buscamos quais são os aspectos revelados para destacarmos e fazemos

nossas análises. Além disso, procuramos também observar e compreender, para um melhor resultado, como se processa nesta pesquisa o sistema de representação mental nas transformações em registros semióticos externos.

As atividades elaboradas para esta pesquisa compreendem um estudo pedagógico com características etnográficas, segundo Lüdke e André (2012), e visam: buscar a descoberta, dar ênfase na interpretação do contexto, relatar a realidade de forma completa, agregar as variedades de fontes de informações, permitir generalizações naturalísticas e representações de ideias conflitantes.

Nesse sentido, todo o processo de investigação parte do princípio de que o pesquisador tem sempre um grau de interação com o contexto estudado, e como teve também um grupo de representantes da comunidade que são os alunos envolvidos na pesquisa, podemos caracterizar a metodologia, segundo André (2011), como estudo pedagógico com características etnográficas. Sendo assim,

em primeiro lugar quando ele faz uso das técnicas que tradicionalmente são associadas à etnografia, ou seja, a observação participante, a entrevista intensiva e a análise de documento. [...] Subjacente ao uso dessas técnicas etnográficas existe o princípio da interação constante entre o pesquisador e o objeto pesquisado, princípio esse que determina fortemente a segunda característica da pesquisa do tipo etnográfico, ou seja, que o pesquisador é o instrumento principal na coleta e na análise de dados (ANDRÉ, 2011, p. 28.).

A intensa interação do professor pesquisador com todos os instrumentos que estão envolvidos na pesquisa é uma das principais características da pesquisa etnográfica. Por isso, é que definimos como estudo pedagógico do tipo etnográfico como proposta metodológica. Suas características fundamentais, segundo André (2011), são: buscar o que é significativo para a pesquisa; retratar a visão pessoal dos alunos envolvidos; no campo de atuação, observar as manifestações naturais; utilizar-se da grande quantidade de dados descritivos e transcrições e reavaliar conceitos, fundamentos e instrumentos. Todos em consonância com o dia a dia na escola em vista dos muitos problemas existentes que precisamos entender melhor em situações de aprendizagem.

No percurso didático da investigação foram organizadas quatro atividades pedagógicas que preveem transformações do registro geométrico para o registro na língua natural, principalmente, com ênfase na transformação em conversão.

Nessas atividades, além de os alunos justificarem o que é proposto utilizando os conceitos, produções e transformações de registros, eles perceberam a real importância desses

conhecimentos quando são utilizados em situações externas, lembrando que as atividades foram sistematizadas em uma ordem construtivista objetivando essa ênfase.

A primeira atividade foi retirada de um registro representativo não verbal em um *site* da *Internet* por meio do qual comunica contribuições da transposição do Rio São Francisco, beneficiando setores sociais e econômicos. A escola está localizada na cidade de Boqueirão, Estado da Paraíba onde encontramos o manancial Epitácio Pessoa. O registro desta atividade sendo da compreensão cognitiva dos alunos no que estava informando, também contribuiu com as formas geométricas acessíveis no seu contexto para serem destacadas e transformadas em outros registros. Na segunda e terceira atividades, os alunos produziram imagens fotográficas e publicaram em seus bate-papos no grupo privado da *Internet*, imagens adaptadas às atividades que foram desenvolvidas com o mesmo objetivo de produção de registros. Por fim, reproduzimos a Bandeira Nacional utilizando materiais concretos, ficando o aluno exposto à realidade do conhecimento adquirido.

Quadro 2- Blocos de atividades desenvolvidas

Blocos	Atividades desenvolvidas	Instrumentos utilizados	Data	Aulas de 40 minutos	Situações trabalhadas
1	Apresentação da Pesquisa		11/05	3 aulas	Mostrando os caminhos que iremos percorrer junto aos alunos.
	Atividade 1 – verificar se as imagens 2 e 3 são ampliações da imagem 1, do ponto de vista da Matemática.	Régua e transferidor Fichas dos alunos	18/05	3 aulas	Formação das propriedades do objeto matemático em estudo utilizando os instrumentos de medidas.
	Questionamento da compreensão da atividade anterior		24/05	1 aula	Produção do registro final na língua natural. Compreensão das incoerências nos registros transformados.
2	Atividade 2 - Constante de redução e ampliação.		25/05	3 aulas	Produção da constante de ampliação e redução com os valores percentuais da impressora.
	Atividade 3 - Determinar as medidas originais	Impressora multifuncional Régua e transferidor Fichas dos alunos	31/05	1 aula	Produção do registro final na língua natural.
3	Atividade 4 – Produção da Bandeira Nacional	Fichas dos alunos Régua, transferidor, estilete, tesoura, tintas e pincéis, isopor e outros apetrechos	08/06	3 aulas	Produção das medidas dos seguimentos correspondentes e proporcionais as medidas oficiais da Bandeira Nacional.
			21/06	3 aulas	Construção e apresentação da Bandeira Nacional com material concreto.

Fonte: Arquivo do autor

Ainda, a aplicação dessas atividades para os alunos envolvidos na pesquisa ocorreu de forma pontual, sem se preocupar se essas noções já tinham sido desenvolvidas em atividades de estudos anteriores. Optou-se em dividir a turma em grupos de seis alunos, com objetivo de compreender as potencialidades de conhecimento de cada um e como eles manifestavam essas potencialidades na interação para responder as atividades.

Quanto às observações participativas realizadas nas interações dos grupos no período das atividades, buscaram-se elementos que enriquecessem e direcionassem a pesquisa, tornando-a autêntica, visto que permitem um contato direto do pesquisador com as partes envolvidas. Em concordância com Thiollent (2011), esse contato direto qualifica a observação na busca da compreensão das atividades, pois, quando há uma ação por parte do grupo implicado na pesquisa, ela precisa desempenhar um papel ativo no equacionamento das atividades propostas.

Dessa forma, entende-se que a realidade precisa ser observada em todos os aspectos, pois saber distinguir informações relevantes das triviais, concentrar-se para fazer essas observações, além de realizar registros descritivos, permite que a realidade do aluno seja acompanhada sobre uma ótica de registros mentais produzidos nas aulas, buscando perceber estratégias para melhorar a aprendizagem dos alunos.

2.2.3 Método para análise da produção e transformação dos registros

Para analisar a produção dos alunos, empregou-se o método proposto por Duval (2003). O autor afirma que “os mecanismos de compreensão não ressaltam somente justificativas feitas aos alunos, eles dependem de um funcionamento cognitivo que se deve poder descrever” (DUVAL, 2003, p. 24). Certamente, entende-se que esse método pode subsidiar condições que favoreçam a análise do instrumento e o desenvolvimento da investigação, visto que os dados coletados são produzidos e representados pelos alunos para responder a atividades acerca da temática na importância da apreensão do objeto matemático em estudo, buscando destacar os significados no percurso da conversão de registros em seus fatores de variações de congruências e não congruências.

Como as conversões ocorrem entre os registros e são atividades de compreensão, Duval (2003) propõe que é necessário em todas as análises, principalmente em conversão de registros, distinguir cuidadosamente o que sobressalta em uma conversão, para que possamos observar o que se destaca em significados nas produções dos registros pelos alunos.

Duval (2003) ainda afirma que esses fatores possibilitam evidenciar graus de dificuldades nos fenômenos de variações de congruência e não congruência nas atividades de conversão de registros semióticos, pois são cognitivamente importantes nessas análises. Assim, Duval (2003) elucida que:

A representação terminal no registro de chegada transparece na representação do registro de partida e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação – diz então que há congruência -, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não congruência (DUVAL, 2003, p. 18.).

Duval (2003) enfatiza que, quando se busca analisar as dificuldades de aprendizagem dos alunos, deve-se focar nas partes destacadas com significados que traduzem o processo da conversão do registro, pois a articulação dos diferentes registros no processo de transformação com coerência é que possibilita a compreensão em Matemática.

Para categorizar os dados coletados, segundo Duval (2003), aquilo que do ponto de vista matemático pode ser considerado um erro ou um acerto, às vezes, não tem relevância do ponto de vista cognitivo. Pois, “do ponto de vista cognitivo, os acertos elementares não são determinados para cada item separadamente, mas por reagrupamentos de itens, porque esses acertos só podem ser definidos em termos de discriminação” (Duval, 2003, p. 27). Dessa forma, para diferenciar o que dois registros distintos do mesmo objeto matemático representam é necessário ser capaz de reconhecer no que diferem duas representações cujos elementos perceptíveis, salvo uma, são as mesmas.

Uma das afirmações de Duval (2003), para explicar como os estudantes adquirem conhecimentos matemáticos, está centrada no contato deles com objetos matemáticos de onde convém espontaneamente desenvolverem a capacidade mental de representação.

CAPÍTULO 3

DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES

Neste capítulo são apresentadas as atividades realizadas em sala de aula. Fazemos uma descrição detalhada e algumas análises dos sete encontros que tivemos com a turma pesquisada, levando em consideração que, para uma pesquisa no cotidiano da sala de aula, é oportuno um olhar detalhado e minucioso dos diversos acontecimentos que a envolvem. Sendo assim, permanecemos com a turma da pesquisa em todos os momentos de suas produções.

No primeiro bloco, apresentamos o percurso da pesquisa e as atividades aplicadas, com objetivo de destacar significados nos registros produzidos e transformados pelos grupos na interação com todos os instrumentos acessíveis. A primeira atividade foi produzida com objetivo de compreendermos os significados destacados nos registros produzidos pelos alunos em suas interações em grupo. Sendo assim, provocamos os alunos nos grupos a usarem régua e transferidor como instrumentos de medidas para fazerem o que Duval chama de “tratamento”, uma transformação de registro no mesmo sistema de representação. Para esse contexto, busca-se provar nas representações a justificativa da resposta das atividades pelas unidades significativas em uma ordem de conservação.

No segundo bloco, também, buscamos apresentar nas interações acessíveis as produções do estudo junto aos alunos, como meros reprodutores dessa atividade, relacionando-a com a sua cultura, e que tem como proposta determinar as razões de proporcionalidade que envolvem os segmentos correspondentes proporcionais e os ângulos congruentes correspondentes nas imagens geométricas produzidas em fotografias pelos próprios alunos dos grupos. Sendo a atividade uma continuação do estudo com o mesmo sentido em todas as atividades, após a produção e adaptações, buscamos compreender pelos registros produzidos em transformação se os alunos perceberam todo o processo de chegar às propriedades que determinam a semelhança de polígonos. Outra atividade trabalhada nesse bloco trabalhada envolvia compreender as dificuldades em transformações de conversão de um registro de representação para outro registro, em que o custo cognitivo em converter um registro A em um registro B não é o mesmo quando se inverte a conversão de registro.

No terceiro bloco, que consta no Capítulo 4, reproduzimos a Bandeira Nacional em dois registros. Buscamos compreender, no primeiro registro, como eram feitos os registros produzidos pelos alunos, relacionando-os às proporcionalidades das medidas dos segmentos

correspondentes da primeira Bandeira Nacional oficial. O segundo registro foi confeccionado em registro geométrico com materiais concretos de acordo com as medidas produzidas no primeiro registro.

3.1 Primeiro bloco: conhecendo o ambiente da pesquisa

Iniciamos as atividades com a turma no dia 11 de maio de 2017. Compareceram os 30 alunos. Nesse encontro, procuramos reconhecer na turma algumas características de como identificam e trabalham os conhecimentos de Matemática e como utilizam o sistema cognitivo para filtrar as informações e guardá-las para, posteriormente, interagir em outras circunstâncias de aprendizagem.

Nas abordagens diárias, sempre procuramos observar cada participante com atenção, com o objetivo de verificar se estavam acompanhando aquilo que lhes é ensinado. Por ser professor titular da disciplina de Matemática (particularmente por sermos professor desses alunos envolvidos na pesquisa desde o início do ano letivo de 2017), sentimos a necessidade de apresentar nesta pesquisa atividades matemáticas que abordem alguns conceitos de semelhança de polígonos e também relatar as etapas sucessivas em que foram produzidos os diversos registros de representação pelos alunos, para, assim, chegarmos a uma análise qualitativa na busca de compreender o estudo de caso que traduz o sentido de produzir mais registros para justificar a resposta de um problema de Matemática e quais significados são pertinentes no percurso da transformação.

Os gestores da escola autorizaram a pesquisa e solicitamos também a autorização dos responsáveis dos alunos para que pudéssemos começar, no encontro seguinte, as atividades previstas naquele momento. Ainda nesse encontro, apresentamos o nome do orientador responsável da pesquisa, como também da entidade que promove a pesquisa, a Universidade Estadual da Paraíba, e a importância do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática em contribuir com resultados para o ensino e aprendizagem na Educação Matemática. Em seguida, compartilhamos nossa trajetória acadêmica e pedimos para que cada aluno falasse onde estudou até o ano letivo de 2016. Também discutimos algumas normas que seriam imprescindíveis para o bom desempenho de nossas atividades. Estabelecemos, com os alunos, os seguintes acordos:

- Relação de respeito e confiança mútua;

- Durante as atividades trabalhadas, todos deveriam prestar muita atenção e ser muito cuidadosos com o que realizassem;
- Explicamos para eles que a avaliação seria feita de forma contínua e predominantemente qualitativa;
- Ao fim de todas as atividades seriam recolhidas todas as anotações (registros), para que fosse feito um relatório para análise dos dados;
- Todas as atividades seriam feitas no grupo;
- Tudo que fosse anotado por eles, mesmo que fosse identificado como erro, não deveria ser apagado ou inutilizado;
- Mesmo as atividades sendo feitas em grupo, todos os componentes receberiam atividades que deveriam ser devolvidas ao professor pesquisador, conforme os procedimentos;
- Ao realizarem as atividades, e se surgissem dúvidas, deveriam solicitar a ajuda do professor pesquisador no campo, pois ele, o professor, discutiria os possíveis problemas com o grupo, não lhe apresentando solução, mas meios que lhe permitissem sanar a dúvida.

Para finalizar o encontro, questionamos aos alunos sobre a motivação e as dificuldades que eles iriam encontrar no decorrer do percurso de realização das atividades. E nesse questionamento percebemos que alguns dos alunos tinham um conhecimento melhor de situações matemáticas motivadas pelo seu cotidiano com alguém que os induziu ou provocou da melhor forma possível. Por isso, buscamos a convivência em grupo para realização das atividades como estratégia de motivação nesta pesquisa, pois, empiricamente, em algumas situações de ensino e aprendizagem na sala de aula, quando formamos grupos para resolver problemas, essa constatação de potencial maior de aprendizagem aparece sempre representada por alunos que têm essa característica em sua história na aprendizagem. Sendo assim, a formação de grupos se torna fundamental para os trabalhos que foram apresentados nesta pesquisa.

3.2. Os primeiros registros de representação produzidos pelos grupos

As atividades do bloco 1 iniciaram-se no dia 18 de maio de 2017, perfazendo o total de três momentos. Começamos as atividades dividindo a turma, que tem um total de trinta

alunos, em cinco grupos com seis alunos, ficando assim formados os Grupos A, B, C, D e E. Os componentes dos grupos também foram representados pela letra que identifica o grupo, um número natural, por exemplo, no Grupo A temos os alunos A1, A2 até A6. Como no dia de realização da atividade compareceram 25 alunos, os seis componentes de cada grupo foram divididos por suas afinidades. Os que não compareceram foram informados pelos membros do grupo a que pertenciam para comparecerem nas atividades seguintes. Igualmente, sentimos a necessidade de abordar os pontos que foram acordados anteriormente no primeiro encontro, com relação às normas para um bom desempenho.

Em continuidade, relatamos a Atividade 1 para os grupos e pedimos que eles lessem os enunciados das atividades e, ao manusearem os instrumentos de medidas, buscassem sempre a precisão das medidas do sistema de unidades de comprimento e de ângulos. No relato da Atividade 1, informamos aos alunos envolvidos que esta pesquisa busca relacionar os seus conhecimentos de Matemática que já estão internalizados cognitivamente, devido a aprendizagens anteriores, como forma de eles representarem a compreensão do problema exposto em transformação de registros.

Para isso, instigamos os alunos nos grupos somente a medir os ângulos e os segmentos das imagens com os instrumentos adequados, régua e transferidor, esperando que, com essa provocação, os alunos fizessem tratamento na mesma forma dos registros geométricos, em que se busca perceber a relação dos ângulos congruentes correspondentes e os segmentos proporcionais correspondentes, como unidades significativas. A finalidade era determinar se as Imagens 2 e 3, como estão no enunciado da atividade, são ou não uma ampliação da Imagem 1, do ponto de vista da Matemática (Apêndice C).

Ao entregarmos os instrumentos de medidas, percebemos a dificuldade de alguns alunos, pois não sabiam manusear o transferidor, haja vista que, como muitos deles relataram na ocasião, não sabiam para que servia. Outra indagação dos alunos foi o porquê de o professor não poder demonstrar mais sobre o que estava sendo proposto. Então, nós, enquanto pesquisadores, informamos que, durante as atividades, passaríamos sempre a questioná-los, mostrando algo que lhes ajudassem, mas nunca com resposta pronta e, sim, desafiando a entenderem conforme o que seria produzido com as interações do seu sistema cognitivo com as representações produzidas nos grupos.

Para uma análise detalhada da atividade, buscamos conformidade com Duval (2003), quando afirma que “a originalidade de uma abordagem cognitiva não está em partir dos erros para tentar determinar as “concepções” dos alunos e a origem de suas dificuldades em álgebra, em decimais, neste ou naquele conceito geométrico etc.” (DUVAL, 2003, p.12).

Duval acredita que, para esse contexto de atividades, a originalidade da abordagem para a evolução cognitiva consiste em identificar significados nas produções de registros, quando os conhecimentos internalizados são provocados a fazerem transformações de registros semióticos referentes ao mesmo objeto matemático, dando assim a condição de coordenar mais de um registro semiótico em uma atividade de Matemática.

Então, para a compreensão destas análises, iremos destacar os significados dados ao tratamento feito nas unidades significativas, isto é, no mesmo sistema de registros em uma ordem de conservação das unidades ou justificando uma conversão, em que as unidades, sendo representadas pelos instrumentos de medidas, buscarão a compreensão ou não das propriedades da semelhança de polígonos produzidas nos registros.

Outro ponto importante, com relação às imagens das respostas produzidas pelos alunos a serem representadas nas atividades, é que quase todas foram modificadas em seus tamanhos originais, pois, para a compreensão dos objetivos e para as análises, não foi dada muita importância às medições métricas que foram provocadas e, sim, o que se destacam na relação de todas as interações acessíveis na produção do conhecimento que perfaz o percurso de transformação.

Para realizarem a Atividade 1, apresentamos um registro não verbal de característica informativa com o tema “Transposição do Rio São Francisco”, pois, como os alunos pertencem à comunidade que se beneficia da transposição, achamos conveniente utilizar esse tema como motivação para os diálogos nas interações. Outro fator preponderante nas imagens geométricas é que constam inseridas formas geométricas para serem relacionadas com o objeto matemático em estudo, além de informar e comunicar os benefícios da transposição em contextos sociais, culturais e econômicos. Percebemos também na elaboração da atividade que o registro geométrico dá a condição de transformação de mais de um registro em tratamento e conversão de forma significativa para a evolução cognitiva dos conhecimentos de Matemática aos alunos. Para Duval (2003), essa evolução é temporalmente progressiva, isto é, quanto mais anos se estuda, os conhecimentos são modificados e assim o aluno passa a ter mais transparência no entendimento dos conceitos dos conteúdos de Matemática.

3.2.1 Percepção nas primeiras produções de registros

A imagem representativa com o tema “Transposição do Rio São Francisco” foi adaptada e produzida para a Atividade 1, em cujo contexto encontramos registros geométricos para serem transformados em outros registros, no Apêndice C.

Durante a atividade, percebemos que os alunos buscaram, de início, manusear os instrumentos de medidas, dando ao registro geométrico um tratamento que, para Duval (2003), é uma transformação no mesmo sistema de registro, com o objetivo de justificar se a Imagem 2 e a Imagem 3 são uma ampliação da Imagem 1, do ponto de vista da Matemática.

Sempre que algum grupo nos chamava, mostrávamos a forma correta de utilizar o transferidor na medição de alguns ângulos em uma figura plana projetada na imagem da Atividade 1. Com isso, pedíamos a um aluno específico do grupo que compreendesse essa medição e que a ensinasse aos demais.

Figura A – Fotografias de alunos produzindo seus primeiros registros



Fonte: Arquivo do Autor

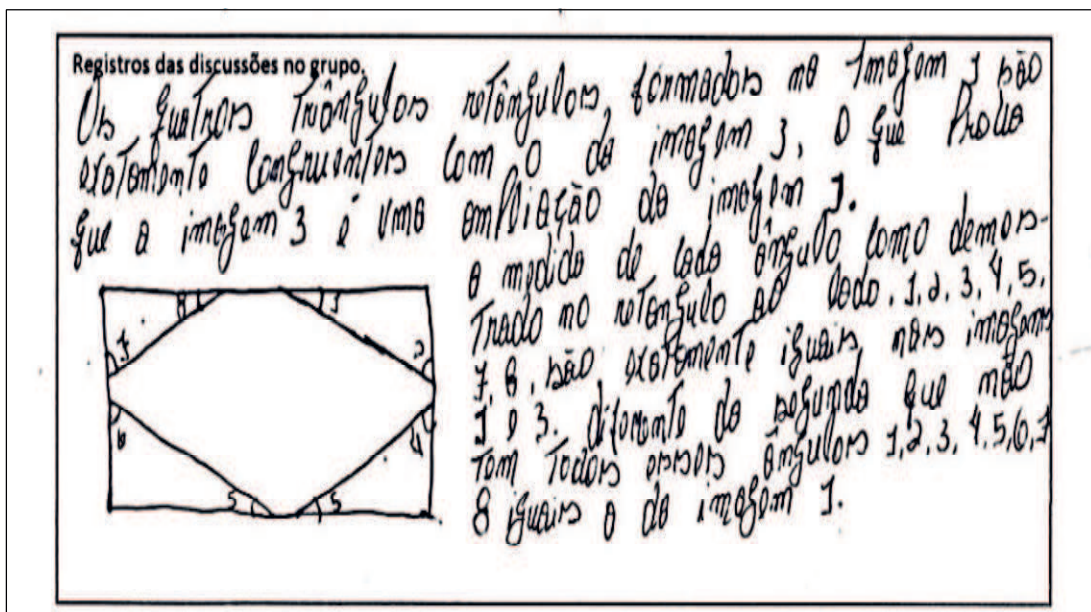
Nesse processo (Figura A), enquanto os alunos interagiam e faziam seus registros de seus conhecimentos adquiridos em estudos anteriores com a utilização de instrumentos que estavam acessíveis (nas unidades significativas que estavam sendo representadas em segmentos e ângulos na imagem representativa), muitos deles tiveram dificuldades de compreender a justificção da semelhança de imagens, o que, como percebemos, se justifica nas propriedades do conteúdo da semelhança de polígonos.

Sendo assim, quando os registros foram produzidos e transformados em outros registros, relacionando as ordens das unidades significativas nos tratamentos realizados para as conversões de registros, muitos dos alunos não conseguiam justificar uma compreensão satisfatória e coerente das medições correspondentes dos segmentos e ângulos para determinar se a resposta correta é sim ou não.

No que diz respeito ao ponto de vista cognitivo, percebemos que os significados destacados na interação com os instrumentos acessíveis revelaram graus de dificuldades quando se transformavam em representações verbalizadas, no sentido de apreender o conhecimento matemático. E isso era o que nós, pesquisadores, buscávamos em estratégias com metodologias adequadas na aprendizagem dos alunos, principalmente porque se tratava de Ensino Médio.

Apresentamos a resolução do Grupo A, pois percebemos, por meio do seu registro de representação, que foram feitos tratamentos nas unidades significativas correspondentes, usando transferidor para medir os ângulos, e a produção de um registro na língua natural para explicar os resultados da síntese das interações do grupo de forma coerente com as propriedades do estudo de semelhança de polígonos. O grupo apresentou também, na Imagem 2, a resposta “não” e, na Imagem 3, a resposta “sim”.

Figura B – Produções dos registros iniciais do Grupo A



Fonte: Ficha de atividade do Grupo A

O registro do Grupo A nas transformações constatou a congruência nas conversões em uma ordem semântica, que podemos classificar como coerente. Segundo Duval (2013), a condição fundamental para que um aluno possa reconhecer o objeto matemático em estudo é por múltiplas representações que podem ser feitas em registros diferentes. Sendo assim, percebemos que os integrantes do Grupo A, após produzirem e coordenarem dois registros de representação para resolver a Atividade 1, começaram a ter a ideia do conceito do objeto

matemático em estudo. Com isso, podemos afirmar que estão aprendendo esses conhecimentos que representam o objeto matemático em estudo.

O Grupo B apresentou a Imagem 2 como resposta “sim” e a Imagem 3 como resposta “sim” e, quanto aos registros produzidos (Figura C), percebemos, na síntese que explicou essa atividade, a produção de dois registros de representações: um em registro de sistema de numeração, comparando as medidas nos ângulos correspondentes e nos segmentos correspondentes proporcionais, e outro em registro na língua natural.

Figura C – Produções dos registros iniciais do Grupo B

Registros das discussões no grupo.		
Imagem 3	$\text{Ângulo} = 30^\circ$ $\text{ângulo} = 13,5$ base - 4,5 altura	Os ângulos não aumentado a partir da figura e as medidas de ângulo e base e altura são maiores a cada imagem e imagem 3 e quase o dobro da 1 imagem.
Imagem 3	$\text{Ângulo} = 20^\circ$ $\text{Ângulo} = 7$ base - 6,5 altura	
Imagem 3	$\text{Ângulo} = 10^\circ$ $\text{ângulo} = 6,5$ base - 3,5 altura	

Fonte: Ficha de atividade do Grupo B

Na síntese do Grupo B não se percebe o registro de partida de forma coerente nos registros de chegada, após tratamento e conversão. O registro produzido na língua natural foi representado de forma incoerente. Notamos também que essa incoerência decorreu da resposta afirmativa “sim” à proposição da Imagem 2, fazendo com que o grupo não buscasse significados nas medições correspondentes nos ângulos e nos segmentos para poderem explicar em conformidade com as propriedades de semelhança de polígonos.

O Grupo C respondeu “sim” na Imagem 2 e “não” na Imagem 3, e apresentou sua explicação da Atividade 1 na língua natural (Figura D).

Figura D – Produções dos registros iniciais do Grupo C

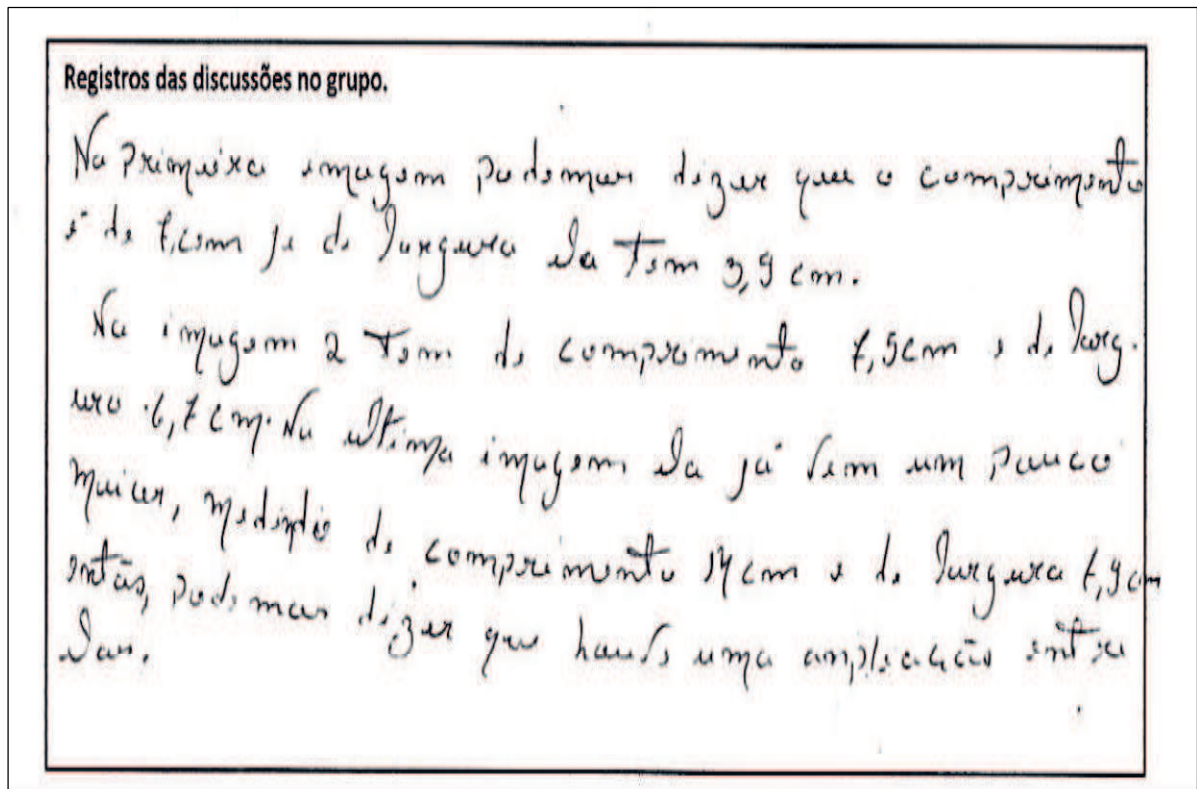
Registros das discussões no grupo. Ao analisar as imagens, verificamos que, apesar de a imagem 3 ser uma ampliação da imagem 1, pois o comprimento, a largura e os ângulos delas divergem. O comprimento, a largura e o ângulo da imagem 1 são 7,4 e 50° graus, respectivamente; já o comprimento da imagem 3 é 15, a largura é 70° de graus. Por outro lado, não podemos considerar a figura 2 uma ampliação, uma vez que, ela está sendo vista de outro ângulo, e como se ela estivesse sendo observada de cima, diferente da 1, que é um pouco de lado. Contudo, até os medidos não têm uma aproximação quando comparados entre si, o que prova que o que mudou foi o lado de observação: Tomamos que o comprimento da imagem 1 e 2 são 7 e 7,9 respectivamente.

Fonte: Ficha de atividade do Grupo C

No tratamento realizado nessa atividade, com os instrumentos de medidas nas unidades significativas apresentadas pelo grupo C, percebe-se que a conversão em registro na língua natural não ficou coerente, ao relacionar a Imagem 3 com a Imagem 1. No registro na língua natural, para explicar o tratamento, utilizou-se a expressão verbal *divergem*, quando o correto seria *convergem*. Sendo assim, não percebemos o registro de partida de forma coerente com o registro de chegada na língua natural. Constatamos também que não coordenaram mais de um registro, ficando acessível sua justificativa simplesmente no registro em língua natural.

O Grupo D apresentou, como resposta, “sim” para Imagem 2 e também para a Imagem 3. Percebemos que, para explicar a atividade, utilizou-se a transformação do registro de partida em um registro na língua natural.

Figura E – Produções dos registros iniciais do Grupo D



Fonte: Ficha de atividade do Grupo D

No tratamento realizado pelo Grupo D, com os instrumentos de medidas nas unidades significativas correspondentes, percebe-se que a conversão de registro não ficou coerente, pois a representação na explicação relaciona a Imagem 2 com a Imagem 1 como uma ampliação, observando somente o crescimento das medidas correspondentes sem utilizar um coeficiente de ampliação. Sendo assim, o registro produzido em língua natural foi representado com grau de dificuldade para entender o resultado do problema proposto. Esse grau apresentado nos fatores de não congruência traduz a incoerência em afirmar “sim” na resposta da Imagem 2. E, na síntese da atividade, o grupo não buscou significados relacionados à proporcionalidade dos segmentos para poderem explicar em conformidade com as propriedades de semelhança de polígonos.

O Grupo E respondeu “não” na Imagem 2 e “sim” na Imagem 3, e apresentou sua explicação da Atividade 1 fazendo o tratamento de medição dos ângulos correspondentes das imagens e justificando em um registro na língua natural, conforme pode ser visto na Figura E.

Figura F – Resposta do Grupo E

ATIVIDADE 1

Usando régua e transferidor verifique, em dupla, as medidas das imagens, relatando se é uma ampliação, do ponto de vista da Matemática.

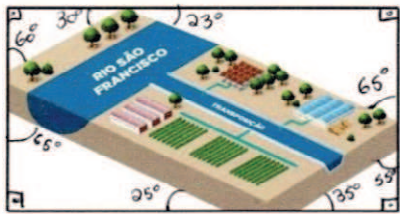


Imagem 1: Original da chamada PBTEM Transposição do Rio São Francisco
<http://tpagencia.com.br/tp/index.php/component/k2/item/372-chamada-pbtem-transposicao-do-rio-sao-francisco>

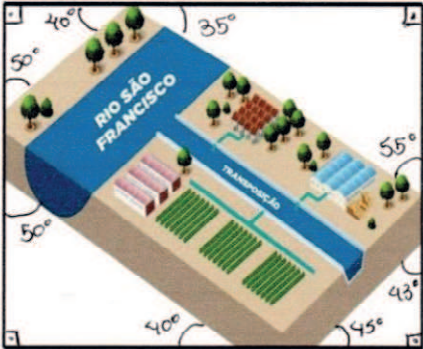


Imagem 2: Ampliação. Sim () não (X)

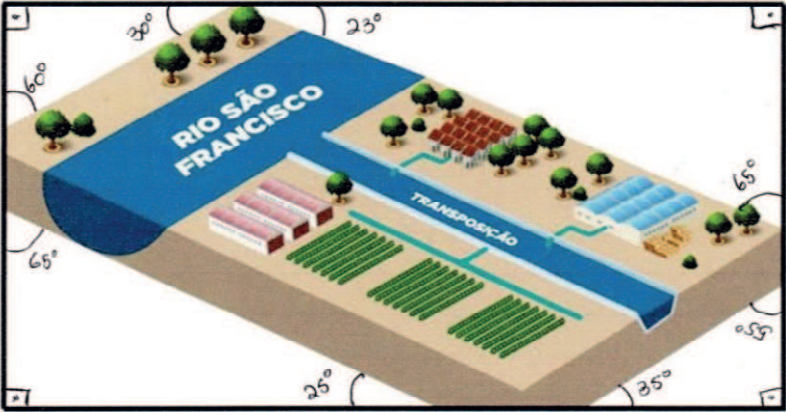


Imagem 3: Ampliação. Sim (X) não ()

Registros das discussões no grupo.

Percebo que a figura de número 3 é ampliação da figura de número 1, pois ambas têm as mesmas medidas de seus ângulos, e isso que para a ampliação de uma imagem, seus ângulos não precisam mudar. Apenas sua altura e largura ocorre alteração no entanto, contendo a mesma forma geométrica (diferente da imagem que é um quadrado), que nos casos de 3 tem a mesma forma, alterando apenas os seus estímulos que fixaram os dados da original (1ª imagem).

Fonte: Ficha de atividade do Grupo E

O Grupo E apresentou no registro de representação de partida, que é um registro geométrico, tratamentos no mesmo sistema de registros utilizando a relação existente entre as unidades significativas correspondentes em medidas de segmentos e ângulos. Após produzir o registro na língua natural, constatamos a coerência na transformação da conversão, tornando-a congruente, principalmente, quando se mostra de forma simples o registro de partida no registro de chegada.

Apresentamos o demonstrativo das respostas realizadas pelos grupos, quando tentaram justificar se a Imagem 2 e a Imagem 3 são ampliação da Imagem 1 do ponto de vista da Matemática, e quais instrumentos de medidas foram utilizados.

Quadro 3 – Demonstrativo das respostas (sim ou não) pelos alunos na Atividade 1

GRUPOS	IMAGEM 2			IMAGEM3			BUSCOU PROVAR POR				PRESEÇA
	Nº DE ACERTOS	Nº DE ERROS	Nº NÃO MARCOU	Nº DE ACERTOS	Nº DE ERROS	Nº NÃO MARCOU	SEGMENTOS	ÂNGULOS	SEGMENTOS E ÂNGULOS	NÃO BUSCOU	
A	4	-	2	4	-	2	2	1	3	-	6
B	-	3	-	3	-	-	-	-	3	-	3
C	6	-	-	6	-	-	3	-	3	-	6
D	2	3	-	5	-	-	-	3	2	-	5
E	5	-	-	5	-	-	-	-	5	-	5
TOTAL	17	6	2	23	-	2	5	4	16	-	25

Fonte: Arquivos do autor

Observando o Quadro 3, que apresenta o demonstrativo das respostas de todos os alunos envolvidos na pesquisa na atividade, percebemos que o número de erros e a quantidade não marcada para justificar se a Imagem 2 é uma ampliação, do ponto de vista da Matemática, foi induzida pelo tamanho da imagem ampliada, não levando em conta as propriedades da semelhança de polígonos.

O quadro da síntese dos grupos nos registros apresentados nesse bloco de atividades apresenta o resultado com o grau de dificuldades em congruência em suas produções em registro na língua natural.

Quadro 4 – Síntese da compreensão dos registros da Atividade 1

GRUPOS	Conversão na língua natural				Síntese das respostas (sim ou não) dos grupos						
	Congruência	Graus de dificuldades em não congruência			Imagem 2			Imagem 3			
		Fator 1	Fator 2	Fator 3	ACERTOU	ERROU	NÃO MARCOU	ACERTOU	ERROU	NÃO MARCOU	
A	X				X			X			
B		X				X		X			
C		X		X	X			X			
D		X				X		X			
E	X				X			X			

Fonte: Arquivos do autor

Observando o Quadro 4, que representa a síntese dos grupos em suas interações, percebemos que os grupos envolvidos nesta pesquisa, quando são desafiados a produzirem registros de representação semiótica para provar o que se pede na atividade inicial, interagindo com os seus conhecimentos prévios e outros instrumentos acessíveis para dar sentido aos resultados, produziram registros com graus de dificuldades que são determinados pelos fatores de não congruência na conversão de registros.

Outro ponto observado é que nem todos os grupos conseguem coordenar mais de um registro para representar a resposta na atividade proposta. E essa é a condição de conforto para justificar um problema nas aulas de Matemática, quando se vai resolver o problema, tornando assim dificultoso o processo de aprendizagem do objeto matemático.

Além desse, pudemos observar em todo processo de realização da atividade a existência de incoerência em alguns dos registros de representação quando feita a conversão do registro de partida para o registro língua natural, pois esse fator não permite ver o registro de partida no registro de chegada de forma coerente.

Constatamos também algumas incoerências de difícil compreensão de alguns registros convertidos na língua natural que foram produzidos pelos alunos nas respostas dos grupos. Isso nos levou a voltar ao campo de pesquisa buscando compreender mais sobre o que eles registraram na síntese. Para Duval (2003, p. 21), “numerosas observações nos permitiram colocar em evidência que os fracassos dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam, consideravelmente cada vez que uma mudança de registro é necessária ou que a mobilização simultânea de dois registros é requerida”. Para finalizar essa perspectiva de observação, como investigador neste estudo (e ciente das dificuldades por parte dos alunos), notamos que foi importante eles terem seu contato inicial com os tipos de atividades que são propostas com o mesmo objetivo nesta pesquisa.

3.2.2 A compreensão das incoerências nos registros iniciais produzidos

O terceiro encontro foi realizado no dia 24 de maio de 2017. Nesse momento, buscamos compreender em questionamento alguns registros que os alunos fizeram na primeira atividade, pois os registros evidenciaram algumas indecisões e algumas incoerências nas produções dos alunos. Chamamos os grupos para relatarmos as incoerências de modo a entendermos melhor os registros e as atitudes que estabeleceram na síntese.

Os alunos do Grupo A chegaram à síntese mostrando algumas representações que explicam a dificuldade sentida pelo professor pesquisador (PP). Vejamos a discussão:

De acordo com a síntese do Grupo A, se percebe que A2 conseguiu convencer a todos vocês do grupo que os registros dele comprovam que a Imagem 3 é uma ampliação da Imagem 1. O que vocês afirmam? (PP)

A maneira como ele [A2] se expressou é que determinou convencer a todos. (A1)

Tentei ver o argumento de A1. Como ele não estava conseguindo se expressar para provar pelos segmentos, então convenci a todos pelos ângulos que é uma ampliação. (A2)

A2 insistia que estava correto o argumento dele. (A4)

Não sabia usar transferidor, mesmo os colegas me ensinando, mas pelos segmentos, consegui provar essa ampliação, mas não consegui me expressar para o grupo. (A6)

Notamos que os alunos não tiveram dúvida de como o aluno A2 se expressava. Ficaram de acordo com suas explicações e resolvemos registrar na síntese os seus apontamentos como entendimento do grupo.

Com relação ao Grupo B, percebemos que tiveram dificuldades de criar os registros, pois a incoerência no relato do registro na língua natural dificultou a compreensão. Vejamos a discussão:

Não compreendi parte dos seus registros, principalmente quando vocês concordam com os registros do B3, e afirma com um X na síntese que a Imagem 2 é uma ampliação da Imagem 1. (PP)

Pelo visual. (B1)

Também não consegui perceber pelas medidas, e pelo visual nós chegamos a essa conclusão. (B2)

Entendi na minha maneira de ver, e não sei explicar oralmente, mas só escrevo o que entendo. (B3)

Pela discussão do Grupo B, constatamos que eles têm muita dificuldade em fazer os registros, pois, como o grupo foi constituído por afinidade, era necessário motivá-los sempre para se chegar a um resultado adequado na atividade. Também nessa discussão as dificuldades de interagir e de representar o objeto de estudo foram perceptíveis.

No tocante ao Grupo C, percebe-se que os alunos buscaram compreender a ampliação das imagens pelas medidas dos segmentos correspondentes, e dos ângulos e em um ponto de vista deles mesmos que, ao afirmarem que a Imagem 2 “é como se estivesse sendo vista de outro ângulo”. Essa maneira de registrar dificultou a compreensão de suas representações. Vejamos a discussão Figura G registro do aluno C1:

Os registros do C1, C2, C3 e C4 apresentam correções na Imagem 2, onde, de início afirmavam que a Imagem 2 é uma ampliação e, depois, riscaram o X da alternativa “sim” e colocaram o X na alternativa “não”. Quem convenceu a modificar a decisão? E por quê? (PP)

A posição como começamos a olhar depois do registro fez mudar de opinião, isto na frontal. (C1)

Percebemos pelo olhar que existe diferença muita das Figuras 1 e 2. (C2)

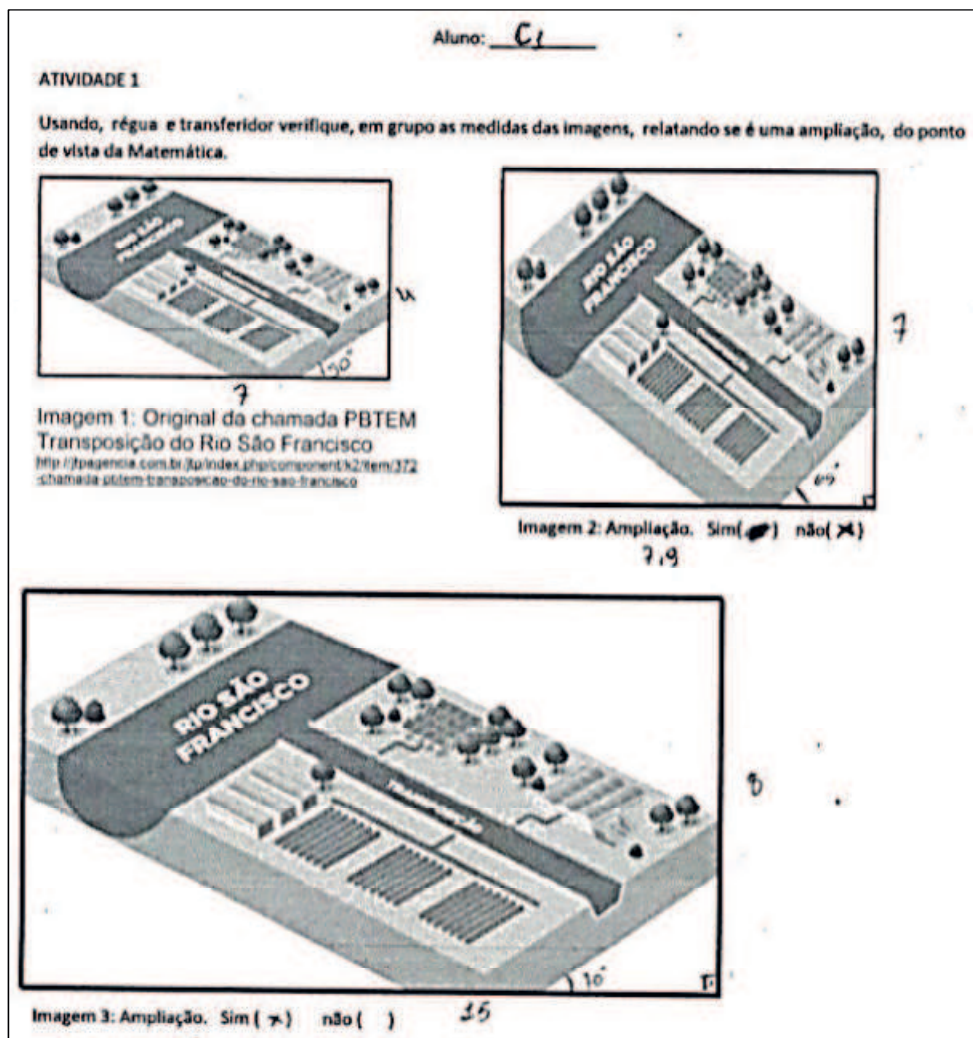
Fizemos os registros de caneta inicialmente e não conseguimos apagar, por isso riscamos depois. (C3)

Os amigos concluíram tudo. (C4)

Eu e o C6 fizemos de lápis grafite o X no “sim” da Figura 2 e depois pudemos apagar. (C5)

Apresentamos a ficha de resposta do aluno C1 na qual o mesmo fez a marcação na Imagem 2 em “sim”, depois tentou apagar ou borrar e preencheu a resposta “não”.

Figura G – Resposta do aluno C1



Fonte: Ficha de atividade do Grupo C

Pelo que podemos perceber, o Grupo C, apesar de algumas incoerências no registro na língua natural, quando eles afirmam “ver-se que, apenas a Imagem 3 é uma ampliação da

Imagem 1, pois o comprimento, a largura e os ângulos delas divergem”, o correto seria convergem, pois essas Imagens 1 e 3, por terem medidas proporcionais, apresentam propriedades de semelhança de polígonos. Percebemos que tomaram a decisão do registro da síntese de uma maneira que satisfizesse o entendimento de todos, e não houve algum aluno do grupo que convencesse aos outros, foi o tempo que se levou para chegar à conclusão que a Imagem 2 não era uma ampliação do ponto de vista da Matemática.

No que diz respeito ao Grupo D, notamos que os alunos procuraram compreender a ampliação das imagens pelos aumentos das medidas dos segmentos correspondentes, não percebendo as proporções dos segmentos nem as medidas dos ângulos correspondentes. Com isso, chegaram à conclusão que a Imagem 2 é uma ampliação da Imagem 1. Vejamos a discussão:

Porque o grupo afirma que a Imagem 2 é uma ampliação do ponto de vista do que foi registrado na síntese? (PP)

Prestei mais atenção na Imagem 3 que a Imagem 2, não fiz medidas algumas na Imagem 2, mas pela visão achei que era uma ampliação a Imagem 2 da Imagem 1. (D4)

Sobre a Imagem 2, juro que ainda estou em dúvida. (D5)

Na discussão, os alunos D2 e o D6 não concordaram em seus registros que a Imagem 2 era uma ampliação, mas não argumentaram nada, simplesmente concordaram com o que foi registrado na síntese.

O Grupo E buscou compreender a ampliação das imagens pelos aumentos das medidas dos segmentos correspondentes. Em seus registros na síntese se percebe que foram uma cópia fiel de discussão com mesmo registro em todos os alunos do grupo. Vejamos a discussão:

Por que todos fizeram os mesmos registros? (PP)

Como era em grupo, todos argumentaram oralmente e chegamos a uma conclusão única e não tínhamos mais o que fazer. Por isso, fizemos o mesmo registro. (E2)

Ponto de vista é meu, o que fizemos foi analisar e todos concordaram com a verbalização da síntese. (E3)

Na discussão, percebemos que o grupo E chegou à conclusão. Todos acertaram as respostas das alternativas das imagens, no ponto de vista da Matemática, mas o que se percebe é que o grupo discutiu a atividade mais do que as representou.

Chegando ao final desse encontro, apesar de os grupos colocarem suas observações quanto ao questionamento de parte de seus registros, acreditamos que ficou mais

compreensível o que eles queriam registrar no momento quando estavam interagindo com os instrumentos adequados e acessíveis. Sendo assim, como encontramos dificuldade de perceber mais detalhes nas unidades significativas que estavam sendo transformadas, buscamos informar aos alunos que nas atividades seguintes eles seriam provocados a produzir mais registros para justificar a resposta da atividade.

3.3 Segundo bloco: transformação nos registros produzidos pelos alunos

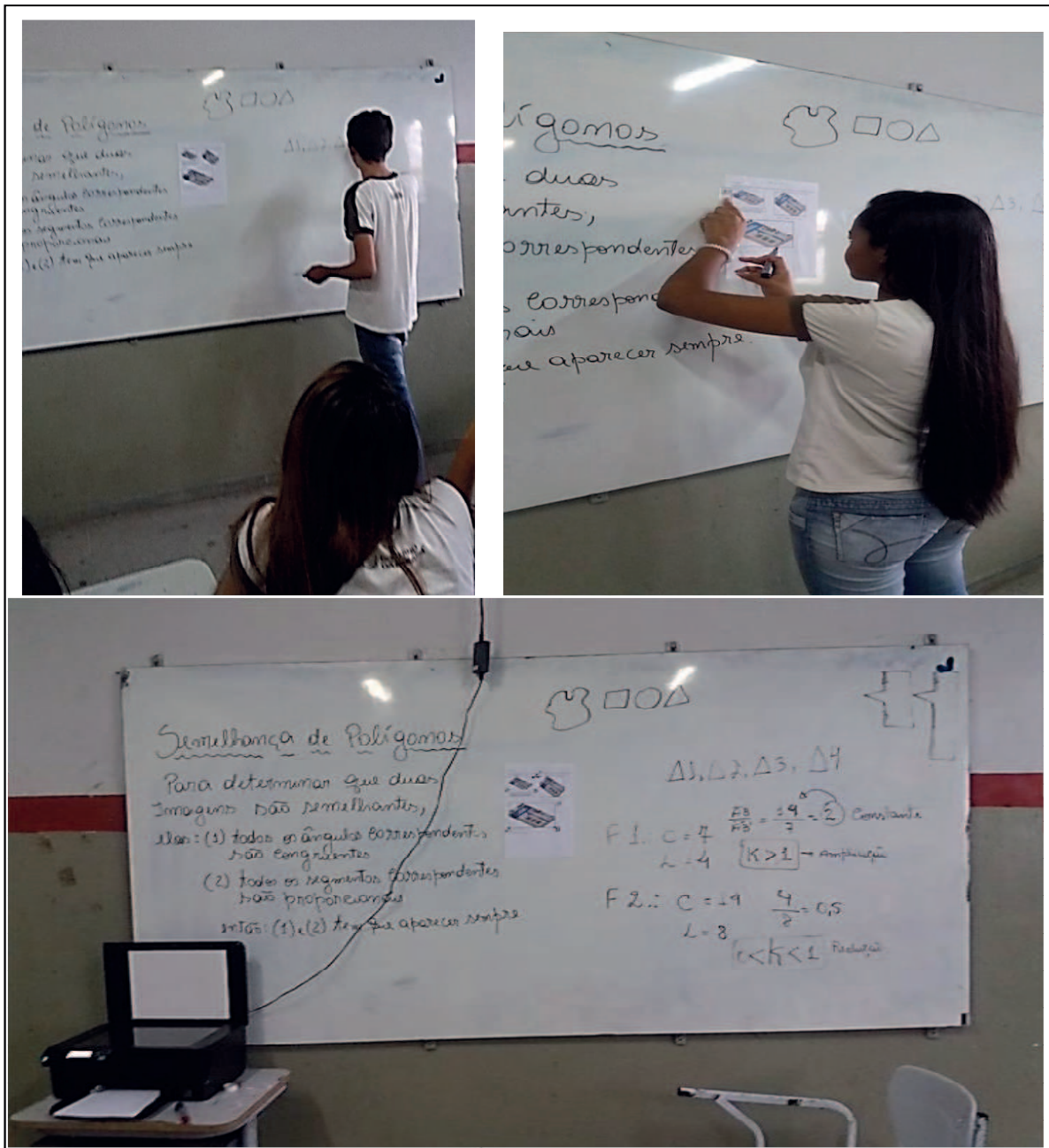
Baseado no ponto de vista de Duval (2003), a limitação determinada de não adquirir novos conhecimentos de Matemática está relacionada aos registros de representação únicos produzidos nas repostas de atividades pelos alunos, fato que limita a evolução do sistema cognitivo quando se refere à capacidade de compreensão e aprendizagem. Entretanto, na Atividade 2, o registro inicial foi produzido pelos alunos dentro do seu contexto social, com o propósito de determinar as propriedades da semelhança de polígonos.

Concomitantemente, buscamos melhorar essa compreensão que constatamos nas dificuldades na primeira atividade, pois propusemos aos alunos a produção de diferentes tipos de registros, principalmente o registro final na língua natural, diferentemente do que relatamos na primeira atividade, quando deixamos os alunos à vontade para produzirem os registros.

3.3.1 Representação do conhecimento matemático e o ponto de vista cognitivo

O encontro do dia 25 de maio de 2017 foi dividido em três momentos: no primeiro momento abordamos o conceito de razões dos segmentos correspondentes proporcionais nas imagens da Atividade 1. Pedimos aos alunos que demonstrassem no quadro branco o conceito de proporcionalidade de acordo com os seus registros elaborados da Atividade 1. Solicitamos a demonstração do aluno E3, que buscou compreender que a Imagem 3 da Atividade 1 era uma ampliação da Imagem 1, pelos ângulos congruentes correspondentes. Logo em seguida, outro aluno A2 demonstrou a ampliação das mesmas imagens pelas medidas dos segmentos proporcionais correspondentes. Ao realizarem essas demonstrações, percebemos que, na discussão, boa parte dos alunos envolvidos começou a ter uma maior compreensão dos registros produzidos desse conhecimento matemático.

Figura H – Fotografias, construção do coeficiente de proporcionalidade



Fonte: Arquivo do autor

Após a explanação e a demonstração dos conceitos de proporcionalidade (Figura H), os alunos solicitaram a colaboração do professor pesquisador para confirmar o que eles estavam começando a compreender sobre as propriedades da semelhança de polígonos. Ou seja, para as imagens serem proporcionais, conforme suas demonstrações e discussões, o conceito determina que: (1) todos os ângulos correspondentes nas imagens relacionadas têm que ser congruentes; (2) todos os lados correspondentes terão que ser proporcionais; e (3) que a semelhança é determinada pelas duas propriedades (1) e (2), simultaneamente. O professor

contribuiu ao afirmar “sim é verdade”. Com essa confirmação, os alunos conseguiram chegar, também, pelos segmentos correspondentes proporcionais, a uma constante de proporcionalidade, tanto para a ampliação como para a redução de imagens semelhantes.

No segundo momento, utilizamos uma impressora multifuncional para demonstrar ampliação e redução de fotografias dos animais de estimação que os alunos postaram em seu grupo “família G” do *Whatsapp*. Na demonstração, cada grupo foi levado à frente da impressora para fazer o processo de ampliação e redução da fotografia do animal de estimação escolhido em seu grupo. A impressora inicialmente mostrava em seu visor que a imagem original tem como medida 100% e para ampliar 50%, é preciso aumentar no visor da impressora os 100% para 150%, e na redução de 50%, é preciso diminuir o valor 100% para 50%. Os alunos conseguiam encontrar, na discussão no ato da atividade na impressão, a constante de ampliação e redução das imagens pela porcentagem. Compreensão essa que também serviu para entender o enunciado e realizar a Atividade 2 da pesquisa.

No terceiro momento, a Atividade 2 foi apresentada. Como ainda restava uma hora para encerrar o encontro, dividimos a turma (conforme foi feito durante a Atividade 1) e solicitamos que cada aluno produzisse os seus registros separadamente. Logo em seguida, iniciou-se uma discussão para fazerem a síntese. Seguem as transformações dos registros na atividade 2 produzidas pelos alunos:

Figura I – Fotografia da produção da constante de ampliação e redução



Fonte: Arquivo do autor

Percebemos que o Grupo A partiu das medições dos segmentos correspondentes nas imagens da Atividade 2 para explicar em vários registros (sistema de numeração, figura geométrica e língua natural) a representação da constante de proporcionalidade de ampliação e redução.

Figura J – Resposta do Grupo A

Atividade 2
Usando régua, construa em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.

Imagem 1: original do grupo "Família G" - WhatsApp
Imagem 2: Segmento. horizontal vertical oblíquo

Imagem 3: Segmentos. horizontal vertical oblíquo

Registros das discussões no grupo
Realmente a imagem dois é a redução da imagem um que é a original. Os três modos, tanto a horizontal como a vertical e oblíquo dão para descobrir a constante.

imagem 1 $\rightarrow \frac{6}{100} = 0,06 \text{ cm (vertical)}$ $\frac{5}{100} = 0,05 \text{ cm (horizontal)}$
 $\frac{7,8}{100} = 0,078 \text{ cm (Oblíquo)}$. Da imagem 2 para a imagem 1: $\frac{6}{3,6} = 1,6 \text{ cm (horizontal)}$
 $\frac{5}{3} = 1,6 \text{ cm (vertical)}$ $\frac{7,8}{4,6} = 1,6 \text{ cm (Oblíquo)}$. Da imagem 3 para a imagem 1:
 $\frac{9}{6} = 1,5 \text{ cm (horizontal)}$ $\frac{4,5}{3} = 1,5 \text{ cm (vertical)}$ $\frac{11,4}{7,8} = 1,5 \text{ cm (Oblíquo)}$

Obs: Continuação no próximo

Fonte: Ficha de atividade do grupo A

Observando a resposta do Grupo A (Figura J), foram realizadas transformações do tipo tratamentos, utilizando os instrumentos de medidas nas variáveis peculiares correspondentes, e duas conversões de registros, todas partindo do registro geométrico para os registros em sistema de numeração e na língua natural. É perceptível que o grupo produziu e transformou mais de um registro para resolver a Atividade 2.

Figura K – Continuação das respostas da atividade do Grupo A

Imagem 1	Imagem 2	Imagem 3
$\overline{AB} = 6 \text{ cm}$	$\overline{AB} = 3,6 \text{ cm}$	$\overline{AB} = 9 \text{ cm}$
$\overline{BC} = 5 \text{ cm}$	$\overline{BC} = 3,0 \text{ cm}$	$\overline{BC} = 7,5 \text{ cm}$
$\overline{CD} = 6 \text{ cm}$	$\overline{DC} = 3,6 \text{ cm}$	$\overline{CD} = 9 \text{ cm}$
$\overline{DA} = 5 \text{ cm}$	$\overline{DA} = 3,0 \text{ cm}$	$\overline{DA} = 7,5 \text{ cm}$
$\overline{AC} = 7,8 \text{ cm}$	$\overline{AC} = 4,6 \text{ cm}$	$\overline{AC} = 11,7 \text{ cm}$
$\overline{BD} = 7,8 \text{ cm}$	$\overline{BD} = 4,6 \text{ cm}$	$\overline{BD} = 11,7 \text{ cm}$

Fonte: Ficha de atividade do Grupo A

No registro na língua natural, do grupo A, para explicar como foram realizadas as conversões, percebemos que não há congruência em seus registros, pois um dos fatores de não congruência está relacionado à semântica do contexto, por não ser completada para entendermos a produção dessa constante de proporcionalidade, dificultando entender, assim, o registro de partida no registro de chegada.

Observamos que o Grupo B também fez uma transformação inicial do tipo tratamento na Atividade 2, no mesmo sistema de registros em medições dos segmentos nas imagens geométricas, para explicar a atividade constante nos dois registros produzidos (sistema de numeração e língua natural).


Figura L– Resposta do Grupo B

GRUPO: B

Atividade 2

Usando régua, construa em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.


6



5

Imagem 1: original do grupo "Familia G" - WhatsApp


4



3

Imagem 2: Segmento. horizontal () vertical () oblquo

9,5



8

Imagem 3: Segmentos. horizontal () vertical () oblquo

Fonte: Ficha de atividade do Grupo B

O grupo B apresentou um tratamento para chegar à constante de proporcionalidade de ampliação e redução da Atividade 2 em que foram realizadas as conversões de registros (Figura M), da seguinte maneira: uma partindo das figuras geométricas para a construção de registros em sistema de numeração e, logo depois, para o registro na língua natural.

Figura M– Resposta do Grupo B

Registros das discussões no grupo

$f_1 = B = 6$ $A = 5$	$\frac{6}{4} = 1,5$ constante	Para descobrir a ampliação e a redução das figuras, nós descobrimos a constante da redução e a ampliação que é 1,5. medimos alguma partes do coelho como a distância das patas e multiplicamos por 1,5 e dar o tamanho original da Imagem 1.
$f_2 = B = 4$ $A = 3$	$\frac{9,5}{6} = 1,5$ constante	
$f_3 = B = 9,5$ $A = 8$		

Fonte: Ficha de atividade do Grupo B

É perceptível que o grupo B coordenou de forma coerente a produção de mais de um registro para resolver a Atividade. A coerência de seus registros para justificar a resposta permitiu observar o registro de partida no registro de chegada.

O Grupo C fez também uma transformação inicial de tratamento na mesma forma de registro, utilizando os instrumentos de medidas nos segmentos das imagens da Atividade 2, e buscou, assim, explicar a atividade através de um registro transformado na língua natural, com objetivo de formação da constante de proporcionalidade.

Figura N – Resposta do Grupo C

Atividade 2

Usando régua, construa em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem 1: original do grupo "Família G" - WhatsApp



Imagem 2: Segmento. (x) horizontal () vertical () oblíquo



Imagem 3: Segmentos. (x) horizontal () vertical () oblíquo

Registros das discussões no grupo

Ao montar as razões das imagens, observava-se que, a três é uma complicação pois o número obtido na razão foi maior do que 1 (3,75). E, pra ter uma ampliação, é necessário que o número proveniente da razão, ou seja, a constante encontrada na relação entre a figura 1 e 2, é menor do que 1 e maior que 0 (0,6). Observando as condições que dizem: toda constante $0 < k < 1$, é uma redução. De outra forma, a figura 2 é nem uma redução.

Fonte: Ficha de atividade do Grupo C

O Grupo C observou a congruência dos registros na conversão (Figura N), pois a coerência na representação é constatada também quando os componentes do grupo chegam à

conclusão de que as constantes de proporcionalidade de ampliação são maiores do que 1, e a constante de redução está entre 0 e 1.

O Grupo D também partiu das medições dos segmentos nas imagens da Atividade 2, como forma de uma transformação inicial de tratamento no mesmo sistema de registro, para explicar a atividade através de representação em sistema de numeração e escrita formais.

Figura O – Resposta do Grupo D

GRUPO:

Atividade 2

Usando régua, construa em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem 1: original do grupo "Família G" - WhatsApp



Imagem 2: Segmento. horizontal () vertical () oblíquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal vertical () oblíquo

Fonte: Ficha de atividade do Grupo D

E, para chegar à constante de proporcionalidade de ampliação e redução, o grupo D apresentou duas conversões de registros, uma partindo das figuras geométricas para a construção de registro na língua formal, como também para registro de sistema de numeração.

Figura P – Resposta do Grupo D

Registros das discussões no grupo

$$F_1: \begin{matrix} C = 6 \\ L = 6 \end{matrix}$$

$$F_2: \begin{matrix} C = 3,33 \\ L = 3 \end{matrix} \quad \frac{3}{6} = 0,6 \text{ constante} \quad 0 < K < 1 \rightarrow \text{Redução}$$

$$F_3: \begin{matrix} C = 18 \\ L = 9 \end{matrix} \quad \frac{18}{6} = 3 \text{ constante} \quad K > 1 \rightarrow \text{Ampliação}$$

Fonte: Ficha de atividade do Grupo D

O grupo D coordenou a produção dos registros para resolver a Atividade de forma coerentes (Figura O) e (Figura P), que se configuraram em congruência, pois se percebe o registro de partida no registro de chegada de forma identificável, facilitando a explicação dessa constante.

O grupo E também partiu das medições dos segmentos nas imagens da Atividade 2, como forma de transformação em tratamento no mesmo sistema de registro, para explicar a atividade através de vários registros: sistema de numeração, escritas algébricas, escrita formal e língua natural.

Figura Q – Resposta do Grupo E

GRUPO: E8

Atividade 2

Usando régua, construa em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.

4,9




Imagem 1: original do grupo "Familia G" - WhatsApp

3,6

2,9




Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo

3,6

2,9

$\frac{AB}{AB} = \frac{3,6}{6} = \frac{0,6}{1}$

$0 < K < 1$ redução

constante ↑

9,6




Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

11,6

$\frac{AB}{AB} = \frac{6}{7,6} = \frac{3,9}{1}$

$K > 1$ ampliação

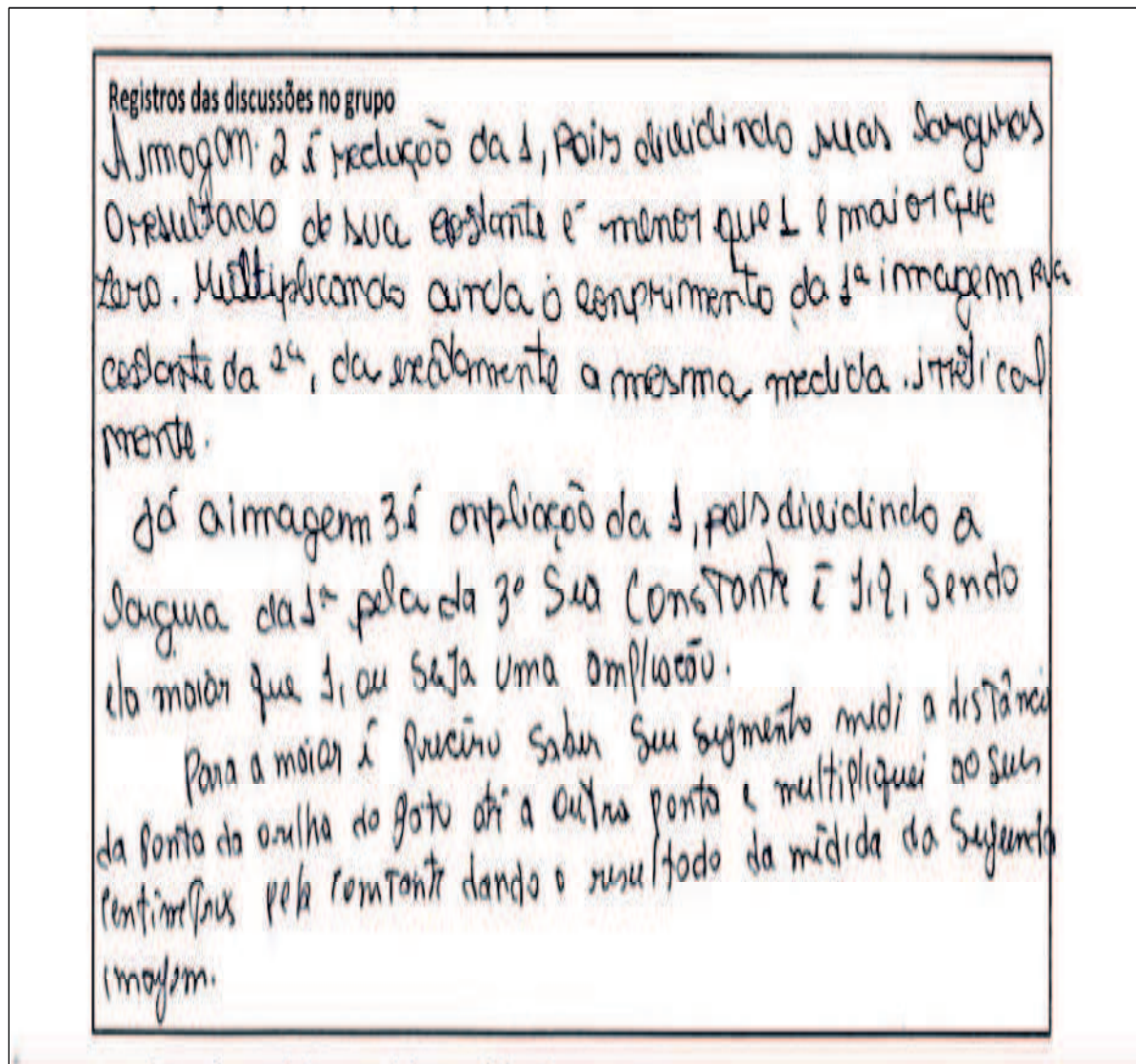
constante ↑

Handwritten calculations for reduction: $4,9 \cdot 0,6 = 2,9$ and $3,9 \cdot 1,9 = 3,6$.

Fonte: Ficha de atividade do Grupo E

E para chegar a essa constante de proporcionalidade de ampliação e redução, o grupo E (figura Q) apresentou várias conversões de registros: algumas partindo das figuras geométricas para a construção de registros na língua natural; outras dos registros das figuras geométricas para registro da escrita algébrica e da escrita algébrica para registro em sistema de numeração.

Figura R – Resposta do Grupo E



Fonte: Ficha de atividade do Grupo E

O Grupo E coordenou a produção dos registros de forma coerente. Na conversão para língua natural buscando explicar a construção dessa constante, a semântica constituiu em congruência, pois é percebido o registro de partida no registro de chegada. O que mais se destaca nos registros é quando se mede a distância entre a orelha do gato da imagem original até um ponto na mesma imagem próxima à orelha do animal e, multiplicando pela constante, comprovam as proporcionalidades entre os segmentos do ponto de vista da Matemática para ampliação e redução das imagens.

Quadro 5 – Síntese da compreensão dos registros da Atividade 2

GRUPOS	Conversão na Língua Natural			Tipos de registros produzidos						
	Congruência	Graus de dificuldades em não congruência			Sistema numeração	Figuras Geométricas	Escrita Alébrica	Representação Gráfica	Língua Natural	Escrita Formal
		Fator 1	Fator 2	Fator 3						
A		X			X	X			X	
B	X				X				X	
C	X								X	
D		X			X					X
E	X								X	X

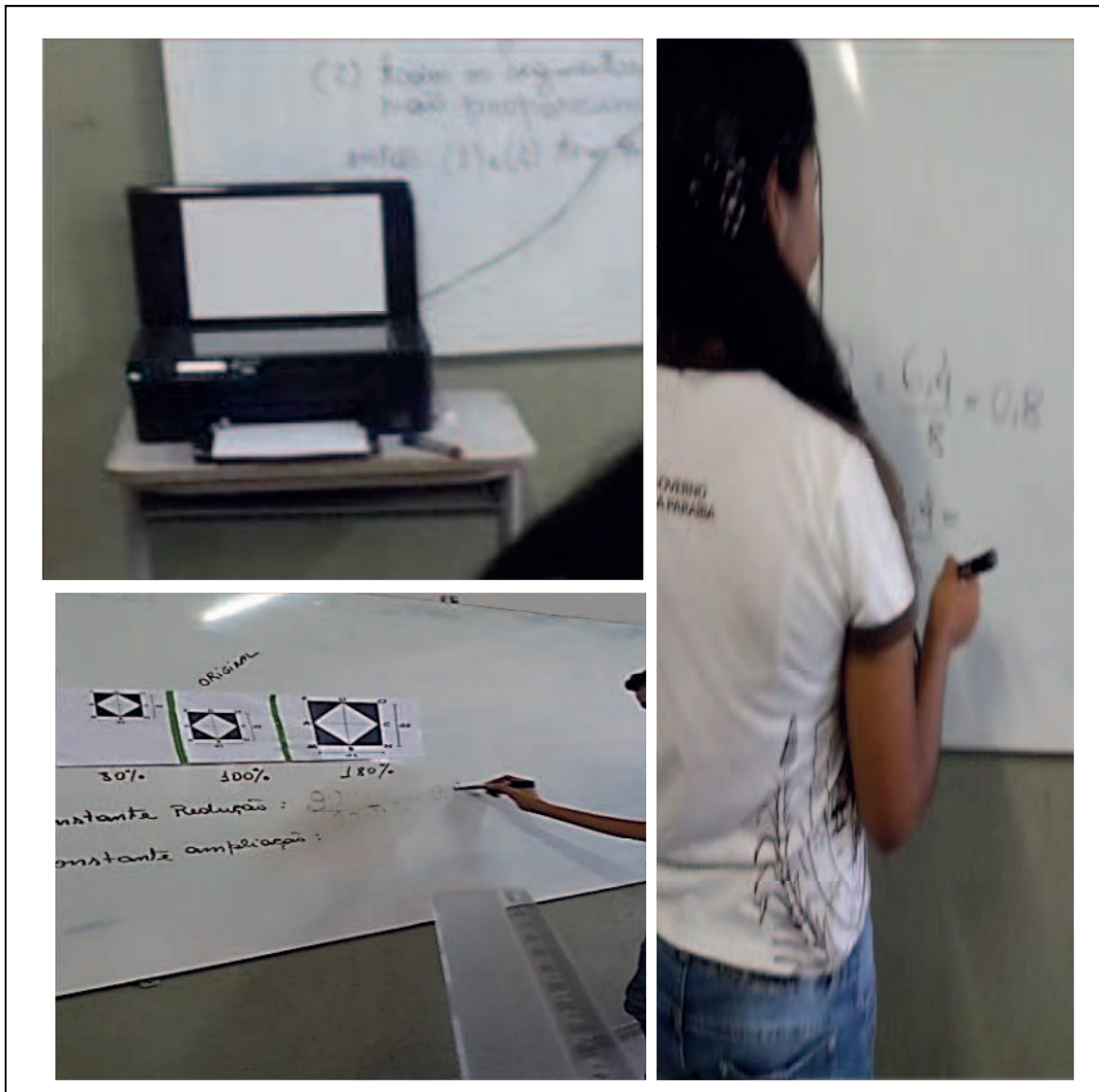
Fonte: Arquivos do autor

Conforme o Quadro 5, percebemos que, na Atividade 2, houve maiores produções e transformações de registros pelos alunos nos grupos em relação à Atividade 1. Pelo que observamos quando fizemos as provocações de produzir mais registros nas interações dos grupos, a demanda de registros diferentes foi facilitada pela atividade ser uma transformação de um registro geométrico para um registro na língua natural, sendo que todo processo em transformação produzirá outros registros. Por exemplo, no caso da Atividade 2, foram produzidos registros no sistema de numeração que envolvem as quatro operações fundamentais da Matemática, como também escritas formais e registros geométricos. Outro fator que observamos também é que o entendimento do conceito de semelhança de polígonos, que foi discutido pelos alunos no início da atividade, contribuiu para as transformações, diminuindo a dificuldade de aprendizagem dos alunos sobre o conteúdo abordado.

3.3.2 Outra maneira de representar a razão de proporcionalidade

Iniciamos o encontro do dia 31 de maio de 2017 retomando alguns pontos da Atividade 2, em que, para se chegar à constante de ampliação e redução, os grupos buscaram, através de seus registros, utilizar medidas de ângulos congruentes correspondentes e segmentos proporcionais correspondentes, mostrando compreensão entre as propriedades da semelhança de polígonos.

Figura S – Fotografia da produção da constante de ampliação e redução



Fonte: Arquivo do autor

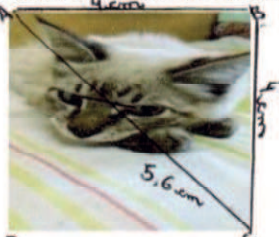
Após demonstração da constante pelos alunos A2 e E3, no registro produzido de uma imagem ampliada e reduzida pela impressora (Figura S), pedimos que os alunos formassem os mesmos grupos e resolvessem a Atividade 3, que propunha chegar à imagem original pelas imagens de redução e ampliação. Nessa atividade, esperamos que os alunos nos grupos mobilizassem diversos registros, principalmente em conversões, interagindo com os conhecimentos adquiridos até o momento e com as discussões no grupo. Para isso, relatamos aos alunos que o mais importante na atividade eram seus registros transformados. Assim, entregamos o roteiro da Atividade 3.

O Grupo A utilizou o registro de porcentagem observado no visor da impressora multifuncional para chegar às medidas dos segmentos da imagem original.


Figura T – Resposta do Grupo A

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determine as medidas da imagem original.



50%
Imagem 1: Redução de 50% da original do grupo "Família G"- WhatsApp



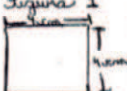
150%
Ampliação de 50% da original do grupo "Família G"- WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

Obs: Interessante, que tanto a horizontal como a vertical das medidas deram a mesma, tanto a redução como a ampliação.

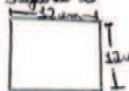
* Da imagem original para a redução diminuiu 4 cm e da original para a ampliação aumentou 4 cm.

Figura 1



$CA = \frac{4}{50}$
 $CA = 0,08$

Figura 2



$CA = \frac{12}{150}$
 $CA = 0,08$

Se original a distância equivalente ao segmento nos olhos do gato é igual a $CA = 0,5$ $1,85$ cm, então a figura de ampliação seria:

$x = 0,5 \cdot 3,7$
 $x = 1,85$

Seja X a medida do segmento dos olhos do gato na original.

$CA = \frac{150\%}{100\%}$
 $CA = 1,5$
 $x \cdot 1,5 = 12$
 $x = \frac{12}{1,5} = 8$

$CA = \frac{50\%}{100\%}$
 $CA = 0,5$
 $x \cdot 0,5 = 4$
 $x = \frac{4}{0,5} = 8$

Vera -7

Fonte: Ficha de atividade do Grupo A

Na apresentação do registro de porcentagem do Grupo A, os alunos representaram a síntese da atividade de forma coerente em registros de representação: geométrica, gráfica,

escrita algébrica e língua natural, mobilizando mais de um registro. A representação do registro de partida foi percebida em todos os registros produzidos.

O Grupo B, em sua apresentação, também utilizou o registro de porcentagem da impressora multifuncional para chegar às medidas dos segmentos da imagem original.

Figura U – Resposta do Grupo B

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determine as medidas da imagem original.




Imagem 1: Redução de 50% da original do grupo "Família G" - WhatsApp

Ampliação de 50% da original do grupo "Família G" - WhatsApp

$0-0=2$ P
 $0-0=3$ G
 $0-0=0,5$ P
 Pequenos multiplicado da a de grande se multiplica pela constante.

Registros das discussões no grupo.

Achar a constante

Redução = 50% $\left(\frac{50}{100} = 0,5 \text{ constante de redução}\right)$

Original = 100% $\left(\frac{100}{100} = 1 \text{ constante de ampliação}\right)$

Ampliação = 150% $\left(\frac{150}{100} = 1,5 \text{ constante de ampliação}\right)$

4 - medida de base = B $\frac{32}{1,5} = 8 \text{ original.}$

32 - medida de base = A

$4 + 4 = 8 + 4 = 32$. Porém vai ser aumentado 4.

No tratamento e conversão do registro de porcentagem do Grupo B, eles apresentaram a síntese da atividade de forma coerente em registros de representações gráficas dos segmentos, escrita algébrica, sistema de numeração e língua natural.

O Grupo C também se valeu do registro de porcentagem do visor da impressora multifuncional para chegar às medidas dos segmentos da imagem original.

Figura V – Resposta do Grupo C

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determine as medidas da imagem original.



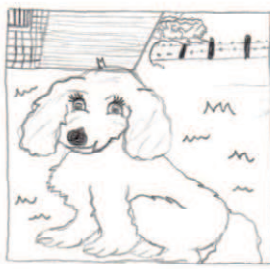


Imagem 1: Redução de 50% da original do grupo "Família G"- WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G"- WhatsApp



Registros das discussões no grupo.

Sabendo que em relação há imagem 2 a "original" e imagem 1 teve uma redução de 50%. Ou seja:

A redução	A original	A ampliação	
%	%	%	$\frac{50\%}{100\%} = 0,5$
cm	cm	cm	$\frac{Ampliação}{100\%} = 1,5$
3cm	6cm	9cm	

Para sabermos as medidas da imagem 2, a 50% diminuir o comprimento da 3 pela da 3 e assim com todos as medidas, pois a redução equivale a 50% e a ampliação de 50%, a mais ou seja fica 150% que equivale a 9cm, ou seja a cada 50% acrescenta-se 3cm.

Medidas:

img 1 = redução	img 2 = Original	img 3 = ampliação	
comp: 3cm CD	comp: 6cm CD	comp: 9cm CD	$\frac{Redução}{6} = 0,5$
larg: 3cm AC	larg: 6cm AC	larg: 9cm AC	$\frac{Ampliação}{6} = 1,5$
obl: 4,2cm AD	obl: 8,5cm AD	obl: 12,7cm AD	

Para termos certeza →

Na apresentação do registro de porcentagem do grupo C, representaram a síntese da atividade de forma coerente em registros de representação gráfica, escrita algébrica, figuras geométricas, sistema de numeração e língua natural.

Figura W – Continuação das respostas da atividade do Grupo C

<p>A imagem 2 em relação a 1 redução</p> <p>amp. := $6 \cdot 0,5 = 3\text{cm}$</p> <p>larg. := $6 \cdot 0,5 = 3\text{cm}$</p> <p>alt. := $8,4 \cdot 0,5 = 4,2\text{cm}$</p>	<p>imagem 3 em relação à 2, Ampliação</p> <p>comprimento := $9 \div 1,5 = 6\text{cm}$</p> <p>largura := $9 \div 1,5 = 6\text{cm}$</p> <p>alt. := $8,4 \div 1,5 = 5,6\text{cm}$</p> <p>ou:</p> <p>$6 \cdot 1,5 = 9$</p> <p>$6 \cdot 1,5 = 9$</p> <p>$8,4 \cdot 1,5 = 12,6$</p> <p>ou seja isso prova que as medidas estão corretas.</p>
--	--

Fonte: Ficha de atividade do Grupo C

Começamos a perceber, (Figura W), a melhora cada vez mais da coerência do registro de sistema de numeração transformado, que contribuiu significativamente para entendimento dos resultados apresentados pelo Grupo C.

O Grupo D utilizou o registro de porcentagem da impressora multifuncional para chegar às medidas dos segmentos da imagem original.

Figura X – Resposta do Grupo D

GRUPO D

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determine as medidas da imagem original. *12 cm*

4 cm






Imagem 1: Redução de 50% da original do grupo "Família G". WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G". WhatsApp



8 cm

Obter em cm não foi 8cm porque não deu todos os cm.

Fonte: Ficha de atividade do Grupo D

Na apresentação do registro de porcentagem pelo Grupo D, representaram a síntese de forma coerente em registros de representação: gráfica dos segmentos, escrita algébrica, figuras geométricas, sistema de numeração e língua natural,

Figura Y – Continuação das respostas da atividade do Grupo D

Registros das discussões no grupo.

Como sabemos que toda imagem original é 100%, na 1ª imagem foto que ele tem uma redução de 50%, quer dizer que o valor da 1ª é 50%. Já na 2ª imagem foto que ele tem ampliação de 50%. O mesmo valor da 1ª só que na 2ª houve uma ampliação de 50% e não uma redução, então o valor real + 50%, ou seja, 100% + 50% que dá 150%.

$$R = \frac{50\%}{100\%} = 0,5 \text{ constante de redução da 1ª imagem.}$$

$$A = \frac{150\%}{100\%} = 1,5 \text{ constante de ampliação da 2ª imagem.}$$

No medida dos requisitos a 1ª imagem mede 4cm e na 2ª mede 12cm. Se na 1ª imagem foi reduzido então o valor do real tem que ser o dobro, como eu mostrei nos cálculos da porcentagem. Então se a 1ª imagem tem 4cm a original será 8cm, e a 2ª imagem mede 12cm certo.

$$R = \frac{4}{8} = 0,5 \text{ constante de redução da 1ª imagem.}$$

$$A = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ constante de ampliação da 2ª imagem.}$$

Fonte: Ficha de atividade do Grupo D

Nas conversões de registros percebemos uma congruência mais significativa em todo o processo, que permitiu observar o registro de partida representado no registro de chegada.


Observamos também que o Grupo E utilizou o registro de porcentagem do visor da impressora multifuncional para chegar às medidas dos segmentos da imagem original, da mesma forma que os grupos vêm utilizando com as medidas de porcentagem.

Figura Z – Resposta do Grupo E


GRUPO E

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determine as medidas da imagem original.



4 cm
3 cm



12 cm
12 cm

Eu acho que o comprimento da imagem original é 3 cm

Constante da imagem 4 cm os 3 cm os 3 cm da imagem 2:

$$\frac{12}{4} = 3$$

imagem original 100%

Constante de redução: $\frac{50}{100} = 0,5$

Constante de ampliação: $\frac{150}{100} = 1,5$

Ampliação de 50% da original do grupo "Familia G". WhatsApp 12 cm

Fonte: Ficha de atividade do Grupo E

Na apresentação do registro de porcentagem realizada pelo grupo E, representaram a síntese de forma incoerente na compreensão da atividade, e essas representações foram feitas em registros de representação: gráfica nos segmentos, sistema de numeração e língua natural.

Figura AA – Continuação das respostas da atividade do Grupo E

Registros das discussões no grupo.

Bom o que eu disse de conclusão com as primeiras contas da constante foi que a medida original é de 100% natural. Disse a constante como ele não sendo a soma portanto com os mais cálculos da constantes achei a redução e a ampliação.

Portanto sobre os centímetros das 2 imagens eu disse a constante e portanto o centímetro e ele 3 cm da imagem original mas acho que sei a conta do constante porque se a redução é de 4 cm original não tinha certeza mas acho que a original não poderia ser de 3 cm mas como disse que eu disse com as minhas contas da constante foi o que eu encontrei acho que não que está certo mas portanto não sei se está correto.

E como está melhorando disse as medidas das imagens ampliada de dois gatos mas não sabe. Ele mostra os resultados finais da imagem original.

Fonte: Ficha de atividade do grupo E

Houve incoerência no relato apresentado no registro na língua natural (Figura AA), e essa incoerência determinou a não conservação das unidades significativas abordadas, que é um dos fatores de não variação de congruência nas conversões de registros.

O Quadro 6, da síntese da compreensão dos registros dos grupos, apresenta uma diminuição de forma significativa do resultado de grau de dificuldades em variações de não congruência, conforme a sequência de atividades desenvolvidas.

Quadro 6 – Síntese da compreensão dos registros da Atividade 3

GRUPOS	Conversão na Língua Natural			Tipos de registros produzidos						
	Congruência	Graus de dificuldades em não congruência			Sistema numeração	Figuras Geométricas	Escrita Alébrica	Representação Gráfica	Língua Natural	Escrita Formal
		Fator 1	Fator 2	Fator 3						
A	X					X	X	X	X	
B	X				X		X		X	
C	X				X	X	X	X	X	
D	X				X	X	X		X	
E		X			X			X	X	

Fonte: Arquivos do autor

Ao final da Atividade 3, conforme a síntese dos grupos no Quadro 6, observamos a evolução dos alunos no que se refere aos novos conhecimentos do objeto matemático em estudo, visto que, ao relacionar a forma como produziram e transformaram os registros, os grupos buscaram chegar ao registro de representação pelas unidades significativas em uma ordem que satisfaz a coerência da conservação. Outro fator preponderante que observamos aconteceu quando foi apresentado o processo de ampliação e redução no visor da impressora, em que os valores percentuais possibilitaram novas discussões e busca de compreender outros objetos matemáticos, como a porcentagem de forma significativa para melhorar a aprendizagem de alguns conhecimentos matemáticos no cotidiano dos alunos.

CAPÍTULO 4

PRODUZINDO SIGNIFICADOS A PARTIR DA CONFECÇÃO DA BANDEIRA NACIONAL

A Bandeira Nacional é considerada um dos símbolos nacionais, vinculando-se diretamente ao sentimento dos brasileiros em relação à pátria. O trabalho com a bandeira procura desenvolver valores necessários à cidadania, como o respeito pelos símbolos brasileiros, a compreensão de sua simbologia, bem como desenvolver competências de Matemática, como nas transformações dos registros geométricos, podendo ampliar e reduzir os segmentos nos polígonos que constituem a sua construção, como também trabalhar as medidas dos ângulos que compõem os polígonos. Constitui-se também em oportunidade para discussão sobre aspectos políticos presentes na adoção e preservação desse símbolo, além de estabelecer um vínculo forte com outras áreas de conhecimento, como Artes, História e Geografia. A partir das representações produzidas pelos alunos, *como atividade final da pesquisa*, buscamos confeccionar a Bandeira Nacional como materiais concretos, usando isopor, tintas, estiletes, pinceis cola, tesoura, instrumentos de medidas de segmentos e ângulos e apetrechos diversos. Os significados destacados, comparados aos registros de representações nas justificativas das respostas anteriores, permitiram compreender o processo de transformação de registros, principalmente a conversão.

4.1 Terceiro bloco: as conversões semióticas em uma intervenção pedagógica com materiais concretos

Iniciamos o encontro do dia 08 de junho de 2017 informando de início, que desenvolveríamos toda a sequência didática da pesquisa para produção de registros em atividade sobre o conteúdo semelhança de polígonos. Em seguida, propomos uma oficina pedagógica que teria como aplicação produzir a Bandeira Nacional em medidas proporcionais à medida oficial, pois, tal modelo de aprendizagem, tem caráter integrador, oportunizando um contato direto com o conteúdo relacionado, com situações que fazem parte do dia a dia.

Para a produção do registro das medidas que determinam a construção da Bandeira Nacional, propusemos que cada grupo construísse, de forma diferente, mas que obedecesse às proporcionalidades nos segmentos correspondentes.

O Grupo A apresentou as medidas dos segmentos para a produção da Bandeira Nacional, feita com material concreto de forma proporcional às medidas oficiais pré-estabelecidas. Sendo assim, produziu e transformou registros em sistema de numeração e algébrico para explicar as produções das medidas dos segmentos que compuseram as formas geométricas que compõem a imagem da Bandeira Nacional.

Figura AB – Produção do registro do Grupo A

Medidas Oficiais da Bandeira do Brasil

- Largura = 17 m
- Com Pimento = 20 m
- Distância entre o losângulo e os lados da Bandeira = 1,7 m
- Raio do círculo azul = 3,5 m
- Largura da faixa branca = 0,5 m

Calculos:

17 m → 1700 cm	$K = \frac{30}{2000} = 0,015$
20 m → 2000 cm	
1,7 m → 170 cm	$0,015 \cdot 170 = 2,55 \text{ cm}$
3,5 m → 350 cm	$0,015 \cdot 350 = 5,25 \text{ cm}$
0,5 m → 50 cm	$0,015 \cdot 50 = 0,75 \text{ cm}$
	$0,015 \cdot 2000 = 30 \text{ cm}$
	$0,015 \cdot 1400 = 21 \text{ cm}$

Medidas da Bandeira do Grupo A

- Largura = 21 cm
- Com Pimento = 30 cm
- Distância do losângulo = 2,55 cm
- Raio do círculo = 3,5 m
- Largura da faixa branca = 0,5 m

https://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=j&url=http://www.immune.gov.br/consumidor/producao/bandeira-nacional.asp&usq=__ahUK5wi7vK-F4JVAHWGH5AKH4C2DILG_FggjHRE&usq=AFGjCPEJSOTLm5cF7-KLh7dJm30UnQHw

GRUPO A

Fonte: Ficha de atividade do Grupo A

Pelo que podemos perceber (Figura AB), os cálculos representados pelos registros em sistema de numeração e algébrico para explicar a produção da Bandeira Nacional foram feitos numa sequência mostrando a conservação da ordem das unidades significativas de forma coerente.

O Grupo B, também, apresentou as medidas dos segmentos para a produção da Bandeira Nacional, feita com material concreto de forma proporcional às medidas oficiais pré-estabelecidas. Sendo assim, produziu registros na língua natural e algébrico para explicar as produções das medidas dos segmentos de uma forma que os cálculos foram diretos para representar as formas geométricas; retângulo, losango e a esfera que compõem o registro da Bandeira Nacional.

Figura AC – Produção de registro do Grupo B

Medidas da bandeira do grupo B

Coefficiente de Redução $\frac{9}{2000} = 0,0045$

Para acharmos a constante dividi a lateral da bandeira produzida pela lateral da bandeira original.

Medidas da bandeira original	Medidas da Bandeira produzida
$Y = 170$	$Y = 0,765$
$X = 180$	$X = 0,81$
$u = 480$	$u = 2,16$
$Z = 700$	$Z = 3,15$

<https://www.google.com.br/urq?sa=t&source=web&url=https://www.inmetro.gov.br/consumidor/Produtos/Bandeira-nacional.dop&ved=0a7uKEwi7uA-F4dJVAhUHGHS AKHecc2Di9&f9jMAE&usq=AFQJCNEd8DtLRSOF7-Ki97djm3DvHvDhw>

Fonte: Ficha de atividade do Grupo B

Como podemos perceber (Figura AC) nos cálculos representados pelos registros na língua natural para explicar a produção da constante de redução, os alunos aprenderam a utilizar unidades significativas em uma conservação de ordem coerente com o estudo proposto.

O Grupo C apresentou as medidas dos segmentos para a produção da Bandeira Nacional, feita com material concreto de forma proporcional às medidas oficiais pré-estabelecidas. Sendo assim, produziu registros em sistema de numeração, algébrico e na língua natural, para explicar as produções das medidas dos segmentos que compuseram as formas geométricas que compõem a imagem da Bandeira Nacional.

Figura AD – Produção do registro do Grupo C

Medidas Grupo: C

Coeficiente de redução: $\frac{30}{2000} = 0,015$

* Peguei o segmento da lateral (A) da reduzida e dividi pelo segmento da lateral correspondente. Acharo, desta forma, o valor 0,015, a constante ou coeficiente de redução.

Medidas da bandeira Original:

<p>$C = 20 \text{ m}$ $Y = 1,7 \text{ m}$ $X = 1,8 \text{ m}$ $W = 4,8 \text{ m}$ $Z = 7 \text{ m}$ $A = 14 \text{ m}$ $H = 0,5 \text{ m}$</p>	<p><i>Medidas da bandeira reduzida:</i></p> <p>$A = 1400 \cdot 0,015 = 21$ $C = 2000 \cdot 0,015 = 30$ $Y = 170 \cdot 0,015 = 2,55$ $X = 180 \cdot 0,015 = 2,7$ $W = 480 \cdot 0,015 = 7,2$ $Z = 700 \cdot 0,015 = 10,5$ $H = 50 \cdot 0,015 = 0,75$</p>
---	---

Site: https://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&url=https://www.inmetro.gov.br/consumidor/producao/bandeira_nacional.aspx?val=0ah_UK6wI7VM-F453VAMWEN5AKH2E20id_F883M

Fonte: Ficha de atividade do Grupo C

Pelo que podemos perceber (Figura AD) nos cálculos executadas para a formação do coeficiente de redução para produzir a Bandeira Nacional com material concreto é que todos os grupos seguiram um mesmo padrão para representar os seus registros das medidas proporcionais, sendo perceptível que a aprendizagem do conceito de semelhança de polígonos

e as transformações dos registros produzidos pelos alunos nos grupos ajudou muito na aprendizagem desse conhecimento matemático.

O Grupo D apresentou as medidas dos segmentos para a produção da Bandeira Nacional, feita com material concreto de forma proporcional às medidas oficiais pré-estabelecidas. Sendo assim, produziu registros em sistema de numeração e na língua natural, para explicar as produções das medidas dos segmentos que formaram as formas geométricas que compõem a imagem da Bandeira Nacional.

Figura AE – Produção do registro do Grupo D

Grupo: D

Coeficiente de Redução: $\frac{15}{2000}$

Para acharmos as reduções faremos a medida do comprimento da Bandeira reduzida (15 em), e dividimos pelo comprimento da Bandeira Oficial (20 m), como estava em metros, transformamos para em (2000 em). E obtemos o resultado.

Medidas:

Bandeira Reduzida.	Bandeira Oficial
Constante de Redução $\frac{15}{2000} = k = 0,0075$ $C = 2000 \text{ cm}$ $0,0075 \times 2000$ 1430 $L = 140 \text{ cm}$ $0,0075 \times 140$ $106,5$ $Y = 170 \text{ cm}$ $0,0075 \times 170$ $127,5$ $W = 480 \text{ cm}$ $0,0075 \times 480$ 360 $Z = 700 \text{ cm}$ $0,0075 \times 700$ 525 $A = 80 \text{ cm}$ $0,0075 \times 80$ 60	$C = 20 \text{ m}$ $L = 14 \text{ m}$ $Y = 1,7 \text{ m}$ $X = 1,8 \text{ m}$ $W = 4,8 \text{ m}$ $Z = 7 \text{ m}$ $A = 0,8$

http://www.google.com.br/?sa=f&source=web&act=jd&url=http://www.immune.gov.br/comunicacao/produtores/bandeira_nacional.amp&ved=0ahUKEqj7UK-F4JfVhWGA5AKA2c2D1QFggjMAE&img=AFGjCNET3OTLm50F7_Kth7_2Jm30Mv&hnc

Pelo que podemos perceber na Figura AE nos cálculos efetuados para a formação do coeficiente de redução para produzir a Bandeira Nacional com material concreto, o grupo D foi mais detalhista nos registros de sistema de numeração, pois mostrou, passo a passo, as operações que realizaram para encontrar as medidas dos segmentos correspondentes proporcionais.

Na apresentação do Grupo E, as medidas dos segmentos para a produção da Bandeira Nacional foram realizadas utilizando registros na língua natural para explicar a produção do coeficiente de redução dos segmentos correspondentes proporcionais e registro no sistema de numeração que determina a medida de cada um dos segmentos produzidos.

Figura AF – Produção do registro do Grupo E

Medidas Grupo E

Coeficiente de redução: $\frac{30}{2000}$ $k = 0,015$ $\frac{30000}{30000}$ $\frac{12000}{12000}$
 Resultado: $= 0,015$

Segui a Medida correspondente do segmento Y lateral da redução dividido pela correspondente comprimento X e achei o valor X que corresponde a valor de 0,015.

$A = 170 \text{ cm}$

$$\begin{array}{r} 0,015 \\ \times 170 \\ \hline 0,105 \\ 0,105 \\ \hline 0,02550 = 2,55 \text{ cm} \end{array}$$

$O = 180 \text{ cm}$

$$\begin{array}{r} 0,015 \\ \times 180 \\ \hline 0,270 \\ 0,180 \\ \hline 0,02700 = 2,7 \text{ cm} \end{array}$$

$w = 480 \text{ cm}$

$$\begin{array}{r} 0,015 \\ \times 480 \\ \hline 0,720 \\ 0,720 \\ \hline 0,07200 = 7,2 \text{ cm} \end{array}$$

$Z = 700 \text{ cm}$

$$\begin{array}{r} 0,015 \\ \times 700 \\ \hline 0,105 \\ 0,105 \\ \hline 0,07050 = 7,05 \text{ cm} \end{array}$$

$H = 50 \text{ cm}$

$$\begin{array}{r} 0,015 \\ \times 50 \\ \hline 0,075 \\ 0,075 \\ \hline 0,00750 = 0,75 \end{array}$$

Costa $\left\{ \begin{array}{l} 2,55 \\ 2,7 \\ 7,2 \\ 2,7 \\ 2,55 \\ \hline 2,00 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 2,55 \\ 7,2 \\ 10,5 \\ 7,5 \\ 2,55 \\ \hline 30,00 \end{array} \right.$

Site: https://www.google.com.br/url?sa=t&url=https://www.inmetro.gov.br/consumidor/Produtos/bandeira_nacional.pdf&ved=0ahUKEwi7vK-F4djVAH5AKHeC2dQF53jMAE&usq=AFQjCNE18DTLn50F7_K1h7adm3OuvVa0Hw

Fonte: Ficha de atividade do Grupo E

O que chamou atenção nos grupos durante a atividade, principalmente no grupo E, foi o fato de que, quando estavam sendo produzidos os registros, alguns alunos queriam compreender a diferença entre círculo e circunferência e também como manipular um compasso para medir o círculo azul, o que representava aquela estrela que ficava acima da faixa “Ordem e Progresso”, como também qual o significado das cores da Bandeira Nacional. Nesse momento, houve uma interferência do professor pesquisador, pois começamos a perceber que a pesquisa também poderia ser direcionada a concepções de aprendizagem diversas, por isso começamos a esclarecer algumas questões e, para outras questões, fizemos pesquisas para compreender a resposta. Com relação a mostrar a diferença entre círculo e circunferência, utilizamos alguns instrumentos concretos circulares que se encontravam em sala de aula, a exemplo da base da lixeira que tem um formato do tronco de cone, o vidro do relógio, a tampa do marcador do quadro branco e outros objetos acessíveis no momento, medindo, assim, o diâmetro com uma régua para encontrar o valor do raio, mostrando o significado da medição do diâmetro para calcular o comprimento de uma circunferência, como também a área de um círculo que são dois fatores que determinam situações para compreender essa diferença. Outra observação que fizemos diante da compreensão do círculo azul como eles afirmavam, é que dava para ser percebido como uma esfera olhando para a forma geométrica onde está escrita a mensagem “Ordem e Progresso”.

4.1.1 Produção da representação da Bandeira Nacional

Iniciamos o encontro no dia 21 de junho de 2018 propondo a produção da Bandeira Nacional, conforme as medidas proporcionais dos registros anteriores que foram feitos em cada grupo. Foram utilizados os seguintes materiais: folha de isopor, régua, compasso, transferidor, estilete, tesoura, pincel, tintas guache, tintas de tecido e outros apetrechos. Na folha de isopor foram desenhadas as medidas dos segmentos e também alguns recortes de relevos.

Durante a confecção da Bandeira Nacional, Figura AG, os alunos interagiram em uma realidade diferente da que se passa em aulas tradicionais, pois a motivação, a responsabilidade de realizar com perfeição, a interação entre eles e com o professor, com questionamentos acerca do conteúdo matemático que estava sendo abordado na confecção, levaram a outros significados nas suas aprendizagens.

Figura AG – Fotografia da produção da Bandeira Nacional pelos grupos



Fonte: Arquivo do autor

. Nessa perspectiva, começamos a perceber outro fator importante para a aprendizagem: o ensino do conteúdo com a participação ativa dos alunos. Isso pode promover um maior aprendizado e também facilita a construção do conhecimento mediado pelo professor. Como não conseguimos nesse encontro terminar todo o processo, buscamos marcar outro encontro para finalizarmos e apresentarmos o resultado final.

No dia 28 de julho de 2017 finalizamos a atividade e apresentamos o resultado final das produções da Bandeira Nacional. Buscamos ainda entender as expectativas dos alunos quanto a essa aprendizagem e sobre as iniciativas de levar para sala de aula todo esse processo de construção de conhecimentos manipulando materiais concretos. Como resposta dos trinta alunos, mais de 80% afirmaram que considera bom quando o professor adota metodologias alternativas para explicar conteúdos.

Figura AH – Fotografias das bandeiras apresentadas



Fonte: Arquivo do autor

Após a apresentação dos resultados (Figura AH), fizemos algumas avaliações para compreender a validade das aplicações da proposta no que se refere ao desenvolvimento do sistema cognitivo com todas as interações acessíveis, como também pelas representações de

registros realizados nas atividades pelos alunos. Podemos dizer que, nesse sentido, ela atendeu à expectativa de forma positiva, pois evidenciaram, pelo *feedback* dos alunos, a satisfação de realizarem todas as atividades de forma aceitável e com liberdade de expressarem seus conhecimentos mediante registros.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Configuramos a metodologia desta pesquisa como um estudo pedagógico com características etnográficas, pois percebemos que todo o processo envolve um fazer que relaciona aspectos da etnografia, em que, para estabelecer o contato direto com o contexto da pesquisa, relacionamos objetivos específicos à proposta do estudo: fizemos questionamentos nas atividades, observamos e registramos todo o processo de realização das atividades, permitindo no estudo recolher os dados objetivos e subjetivos, para podermos analisar o percurso das transformações dos registros.

Aplicamos essa metodologia em uma turma do 2º ano do Ensino Médio, em uma escola estadual, localizada na cidade de Boqueirão, interior da Paraíba. Isso resultou na compreensão do estudo, quando os alunos eram provocados nas devidas condições com acesso aos instrumentos para realizarem as atividades pedagógicas que constavam de uma estrutura construtivista relacionada a todas as seções abordadas, com objetivo de compreender as partes significativas na transformação de registros, principalmente, quando se sai de um registro geométrico para um registro na língua natural.

Inicialmente, abordamos compreender os registros cognitivos dos alunos na transformação em registros escritos. Percebemos que não foi dada muita importância de converter mais de um registro do objeto matemático em estudo, que segundo Duval (2004), deve-se considerar a importância de mobilizar diferentes registros de representação, para ter a compreensão do objeto matemático que se está estudando. Essa importância é primordial para entendimento de que os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção. Pois, passar de um registro para outro não é apenas modificar o modo de tratamento do objeto matemático, mas explicar propriedades ou aspectos diferentes de um mesmo objeto.

Começamos a perceber também na Atividade 1 inicial que as dificuldades de representar o objeto matemático em diversos registros não é uma prática comum para os alunos no seu cotidiano de aprendizagem na escola, pois, mesmo interagindo nos grupos que foram formados na turma para esse estudo, produziram e transformaram em conversão o registro inicial, que é um registro geométrico de uma imagem representativa em um único registro na língua natural, simplesmente para justificar a resposta da atividade em uma transformação que Duval (2003) chama de tratamento, isto é, na mesma forma de registro. Quanto ao processo de formação do registro na língua natural nos grupos, as unidades significativas foram apresentadas de forma incompreensível de entendimento para análises

com relação aos que eles queriam apresentar, mostrando assim que foi difícil de compreender os relatos nessas transformações.

Em termos de significados encontrados relacionados à compreensão dos conceitos de um objeto matemático, para Duval (2004) existem alguns fatores que influenciam a não realização de uma conversão compreensível. E um desses fatores é a ordem da conservação das unidades significativas abordadas de uma forma incoerente. Sendo assim, provocamos nas atividades seguintes a produção de mais registros diferentes para justificar o resultado da atividade 2, e começamos a perceber mais transformações de registros de representações realizadas pelos grupos. Na frequência de transformação em conversão dos registros percebemos que os alunos começaram a minimizar as dificuldades de representar o objeto matemático em diversos registros.

A partir da Atividade 3, os alunos teriam que produzir registros de uma situação em transformação em sentido diferente nas Atividades 1 e 2, mas, mesmo assim, o registro inicial é um registro geométrico que, segundo Duval (2004), esse sair de um registro inicial A para um registro final B não tem o mesmo valor cognitivo de sair do registro B para o registro A, e dificulta a aprendizagem em conhecimento de objetos matemáticos. Entretanto, na atividade, essa dificuldade também foi melhor compreensível pela situação do contexto no momento em que a impressora serviu como instrumento no processo de realizar a atividade. Como todo o processo de realização das atividades nesta pesquisa é buscar produzir e transformar um registro na língua natural partindo de um registro geométrico, os resultados apresentados na justificativa no Quadro 6, da Atividade 3, mostram essa evolução desta aprendizagem em produzir mais registros. Sendo assim, muitos alunos começaram a perceber com mais frequência o sentido deste estudo para um resultado que satisfaça a aprendizagem.

Por isso, consideramos relevante e eficaz a metodologia de transformação dos registros na aprendizagem dos alunos. Nesses termos, também consideramos atendidos nossos objetivos e, quando comparamos os resultados transcritos nesta pesquisa com os objetivos propostos, consideramos os resultados como um fator positivo para ser aplicado nas aulas de Matemática.

Em termos de significados para aprendizagem, os registros produzidos e transformados pelos alunos nesta pesquisa propiciaram aprender o conceito do objeto matemático em estudo, como também modificar seus conhecimentos matemáticos cognitivamente que, na transferência para situações de outros contextos, provocam novas ações.

No que se refere ao produto final, como observamos que o Exame Nacional do Ensino Médio-ENEM, traz em seu contexto muitos problemas sobre o conteúdo sólidos geométricos, apresentamos uma alternativa de produção de registros, utilizando como estratégias a teoria desenvolvida por Raymond Duval, ou seja, a teoria das representações semióticas.

REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Etnografia da prática escolar**. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2011.
- BERGER, P., & LUCKMANN, T. **A construção social da realidade**. Petrópolis: Vozes, 1985.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1982.
- DUVAL, R. Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de lapensée. **Annales de Didactique et Sciences Cognitives**, Strasbourg, IREM–ULP, v. 5, p. 37-65, 1993.
- _____. **Résumé, approches cognitives de la démarche mathématique Annales de didactique et de sciences cognitives**, volume 1, p.7-14, 1988.
- _____. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.
- _____. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Universidad del Valle: PeterLang, 2004.
- _____. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: R.eletr. de Edu. Matem.** eISSN -1981-1322, Florianópolis, v. 07, n.2, p. 266-297, 2012.
- _____. Entrevista: Entrevista concedida a FREITAS, J .L. M. de; Rezende, V. Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM**, Campo Mourão, v. 2 e 3, jul – dez , 2013.
- EYSENCK, M.; KEANE, M. **Cognitive psychology: a student's handbook**. London: Erlbaum, 1991.
- Governo do Estado da Paraíba (Org.) **Projeto Político Pedagógico da Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio Conselheiro José Braz do Rêgo**. BRITO, Kleber Gomes de; DANTAS, Maxwel Fernandes; CHAGAS, Solânea Maria das (Coord. do PPP). Boqueirão, Paraíba, 2003-2004.
- LORENZATO, S. Por que ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**, SBEM, São Paulo, v. 3, n. 4, p. 1-64, 1995.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.
- VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1991

APÊNDICES

APÊNDICE A – Autorização para realização da pesquisa a direção da escola

Autorização requerida à direção escolar para fins de realização da pesquisa de mestrado.

AUTORIZAÇÃO

Eu, [Nome da Gestora], abaixo assinado, responsável pela Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Conselheiro José Braz do Rêgo, autorizo a realização da pesquisa a ser conduzida pelos pesquisadores abaixo relacionados. Fui informada pelo responsável do estudo sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição que represento.

Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos sujeitos da pesquisa nela recrutadas, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Boqueirão(PB), 10 de Maio de 2017.



UEPB

Assinatura e carimbo do responsável pela Instituição

Assinatura do Pesquisador

Assinatura do Orientador

Termo adaptado e disponível em:

[HTTP://www.pucpr.br/pesquisacientifica/comitespesquisa/cep/documentos.php](http://www.pucpr.br/pesquisacientifica/comitespesquisa/cep/documentos.php).

APÊNDICE B – Autorização para realização da pesquisa aos responsáveis pelos alunos**AUTORIZAÇÃO REQUERIDA AOS RESPONSÁVEIS PELOS ALUNOS MENORES DE IDADE**

AUTORIZO o mestrando JOSÉ LAELSON GOMES CRUZ, regularmente matriculado no Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, a utilizar, parcial ou integralmente, anotações, gravações em áudio das falas ou imagens do aluno(a): _____, matriculado no 2º ano G do Ensino Médio, turno tarde, para fins de pesquisa relacionada ao mestrado, podendo divulgá-las em publicações, congressos e eventos da área, com a condição de que seja garantido o nosso anonimato no relato da pesquisa.

Dados dos pais ou responsáveis preenchidos pelo pesquisador:

NOME DO PAI OU RESPONSÁVEL:

RG:

TELEFONE:

E-MAIL:

Assinatura do responsável

Assinatura do orientador

APÊNDICE C – Sequência didática da Atividade 1, desenvolvida durante a intervenção pedagógica

Grupo: _____

ATIVIDADE 1

Usando régua e transferidor, verifique, em dupla, as medidas das imagens 2 e 3, relatando se é uma ampliação da imagem 1, do ponto de vista da Matemática.

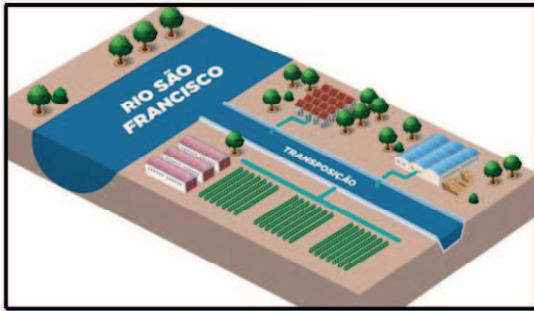


Imagem 1: Original da chamada PBTEM
Transposição do Rio São Francisco

<http://itpagenzia.com.br/itp/index.php/component/k2/item/372-chamada-pbtem-transposicao-do-rio-sao-francisco>

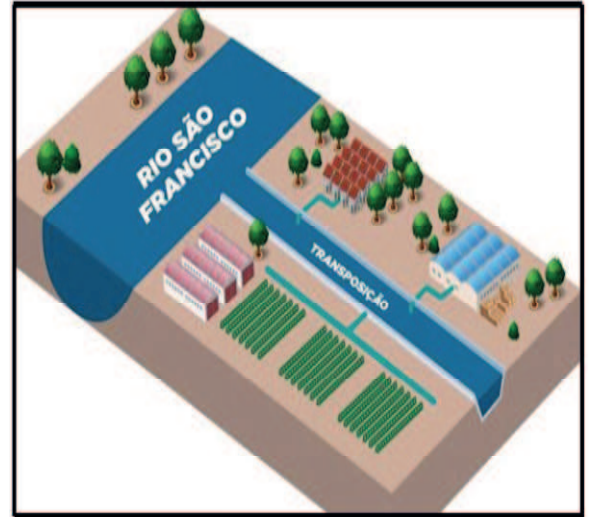


Imagem 2: Ampliação. Sim () não ()

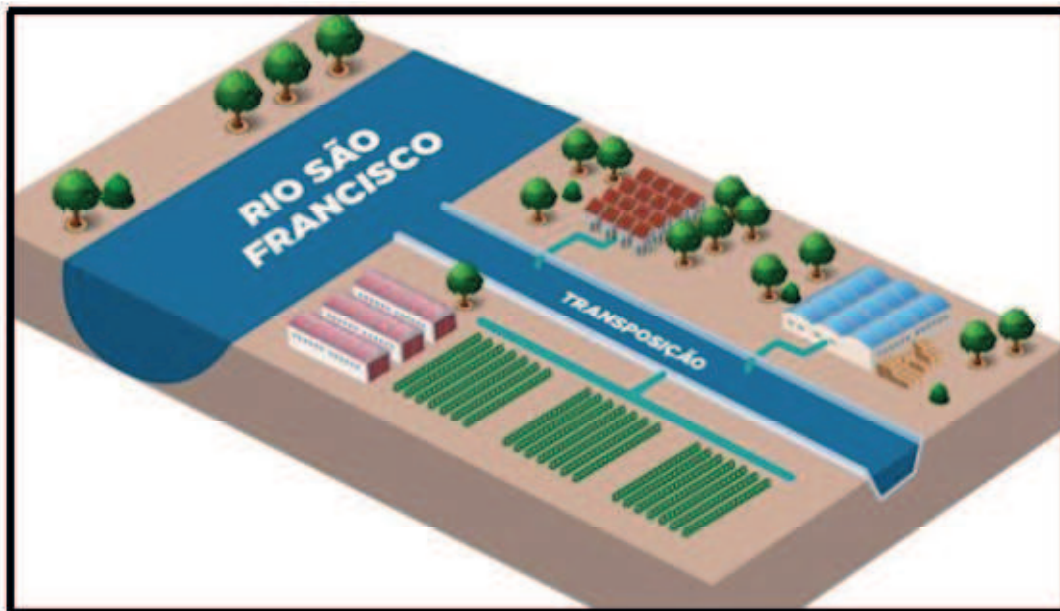


Imagem 3: Ampliação. Sim () não ()

Registros das discussões no grupo.

APÊNDICE D – Sequência didática da Atividade 2, desenvolvida durante a intervenção pedagógica

GRUPO: A

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo “Família G”- WhatsApp

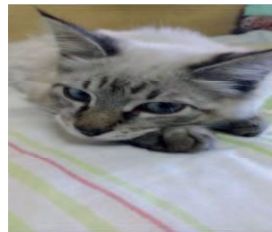


Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

GRUPO: B

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo "Família G" - WhatsApp



Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

GRUPO: C

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo "Família G"- WhatsApp



Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

GRUPO: D

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo "Família G" - WhatsApp



Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

GRUPO: E

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo "Família G" - WhatsApp



Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

APÊNDICE E – Sequência didática da Atividade3, desenvolvida durante a intervenção pedagógica

GRUPO A

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.

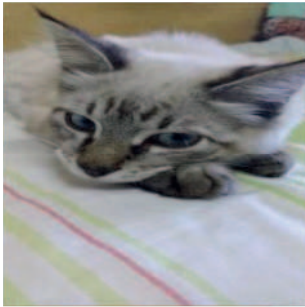


Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G" - WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G" - WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

GRUPO B

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.



Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G"- WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G"- WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

GRUPO C

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.



Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G" - WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G" - WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

GRUPO D

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.



Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G" - WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G" - WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

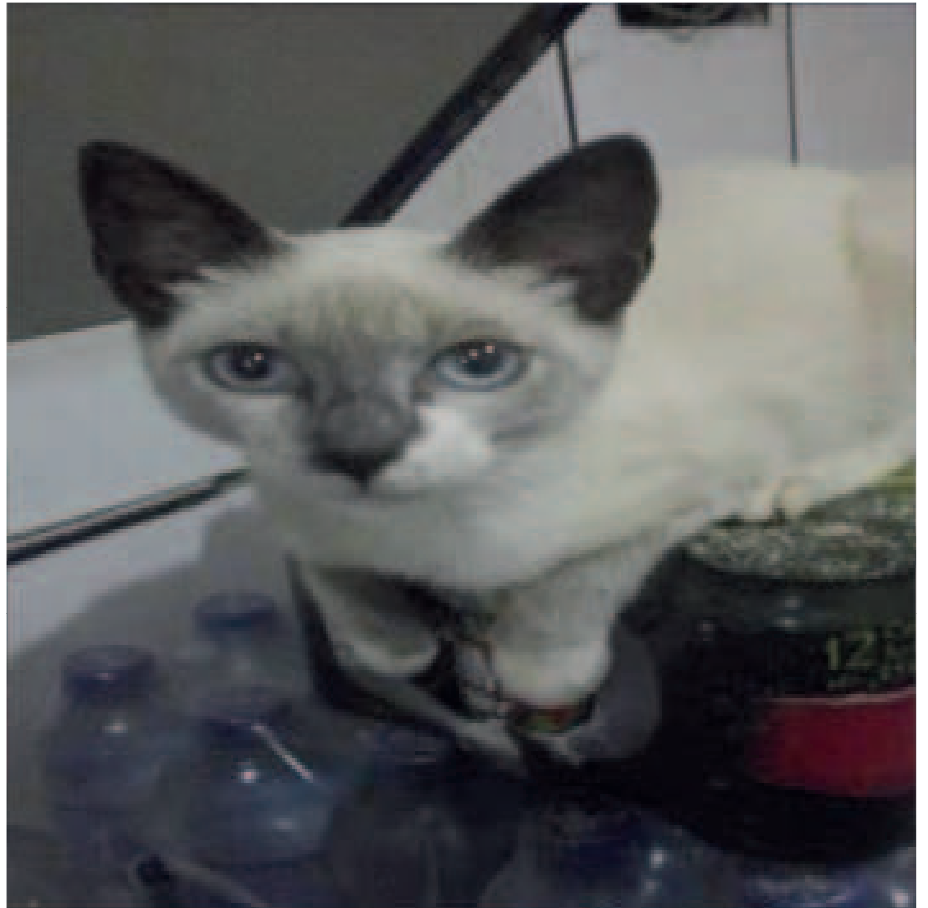
GRUPO E

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.



Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G"- WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G"- WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

APÊNDICE F – Produto Educacional



JOSÉ LAELSON GOMES CRUZ
JOSÉ JOELSON PIMENTEL DE ALMEIDA

**Uma proposta de atividades de geometria
envolvendo registros de representação semiótica**

Campina Grande –PB
2018

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

JOSÉ LAELSON GOMES CRUZ
JOSÉ JOELSON PIMENTEL DE ALMEIDA

Produto educacional vinculado à Dissertação de Mestrado intitulada *Um estudo de representações semióticas em atividades de geometria*, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de pesquisa *Metodologia, Didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática*.

Área de concentração *Educação Matemática*

CAMPINA GRANDE, PB

2018

FICHA CATALOGRÁFICA

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	04
2. O PROCESSO DE PRODUÇÃO DE REGISTROS SEMIÓTICOS	05
3. BLOCO DE ATIVIDADES	08
3.1. Conhecendo o ambiente de pesquisa	08
3.2. Transformações nos registros produzidos pelos alunos	10
3.3. Conversões semióticas em uma intervenção usando materiais concretos	13
4. PROBLEMAS E ANÁLISES	14
Problema 1 – Cubo	14
Problema 2 – Cilindro	16
Problema 3 – Prisma	18
Problema 4 – Prisma	20
Problema 5 – Semiesfera	22
Problema 6 – Cone	24
Problema 7 – Paralelepípedo	25
5. RECOMENDAÇÕES	28
6. RESULTADOS	29
7. REFERÊNCIAS	31
8. APÊNDICES	32

1. APRESENTAÇÃO

Caro colega, professor do Ensino Médio,

Iniciei minha carreira docente nos anos 90, ministrando aulas para estudantes do Ensino Fundamental II e Ensino Médio, na época, Ensino Primário e Ginásial. Atualmente leciono no Ensino Médio em duas escolas estaduais na Paraíba.

Apresento-lhes este Produto Educacional, exigência do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, para obtenção do título de Mestre, a partir da pesquisa de mestrado que resultou na dissertação “Um estudo das representações semióticas em atividades de geometria”, defendida em outubro de 2018.

Sendo assim, compartilho um pouco do que foi realizado ao longo dessa pesquisa. Procuo descrever as propostas de atividades acrescidas de reflexões acerca do processo vivido pelos alunos. Espero que essa proposta possa servir como uma ideia inicial para que você possa adaptá-la a suas necessidades, e que as discussões e reflexões feitas possam contribuir para sua prática profissional.

Neste material, exploramos também, como complemento de atividades, questões do ENEM, relacionadas aos sólidos geométricos, que são abordadas com muita frequência nas provas de Matemática e Tecnologias. Analisamos estas questões abordando as unidades significativas peculiares relativas ao contexto do problema com o auxílio da *teoria dos registros de representação semiótica*, comentando a produção em registro na língua natural com o objetivo de servir de orientação para a proposição de atividades semelhantes em suas aulas.

Se quiser comentar o nosso trabalho ou fazer alguma sugestão, estamos à disposição, para isto envie-nos um e-mail (laelsomacruz@hotmail.com ou jjedmat@gmail.com).

2. O PROCESSO DE PRODUÇÃO DE REGISTROS SEMIÓTICOS

Raymond Duval desenvolve suas pesquisas no campo da psicologia cognitiva desde 1970, apresentando a *teoria dos registros de representação semiótica*, como contribuição para melhorar os processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Duval foi pesquisador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM) de Estrasburgo, França, de 1970 até 1995. Atualmente, é professor emérito em Ciências de Educação da Université du Littoral Côte d'Opale, na cidade de Boulogne-sur-mer, e reside na cidade de Lille, norte da França.



Imagem de Raymond Duval
Fisem.Org

A *Teoria dos registros de representação semiótica* vem sendo utilizada como embasamento teórico para a análise e caracterização das práticas de Matemática. Além disso, “apresenta caminhos para solucionar as dificuldades na aprendizagem. Dada a diversidade de representações semióticas de um mesmo objeto matemático” (CRUZ, 2018, p.15). Duval (2003) enfatiza que representações do mesmo objeto matemático têm papel fundamental na aprendizagem de Matemática, por apresentar um caráter abstrato deste mesmo objeto matemático com significados que podem ser trabalhados na construção coerente de um contexto. Deste modo, desenvolve no aluno a capacidade de mobilizar, simultaneamente, dois ou mais registros de representações semióticas, coordenando-os de forma natural.

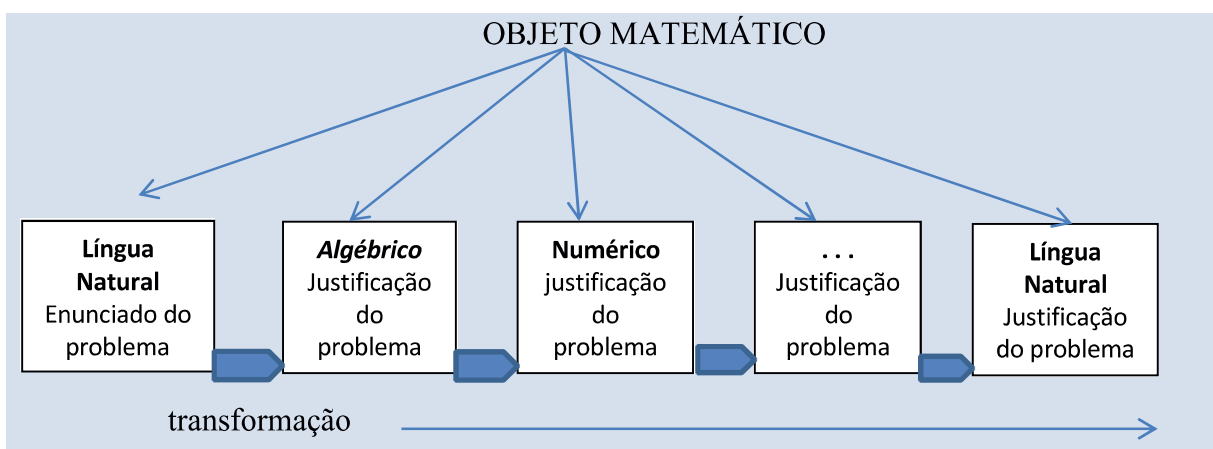
As representações semióticas se constituem em três funções que as diferenciam dos outros tipos de representações, são elas: a comunicação, a objetivação e o tratamento. Segundo Sousa (2009, p.6) “[...] a não utilização da representação para a comunicação tornaria inviável qualquer troca de conhecimento”. A função de comunicar busca no indivíduo as representações internas, concretizando a sua percepção mental de um objeto que está sendo conceituado em um dado momento. Por isso, as representações são essenciais para o desenvolvimento cognitivo do pensamento. “O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação” (DUVAL, 2012, p.270). Sendo assim, os dois sentidos, cognitivo e representação externa, têm a mesma importância nas abordagens que se destacam nos significados abordados, podendo, assim, compreender o sistema cognitivo dos alunos nas representações produzidas.

Para Damm (2008),

[...] Toda comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto, para o seu ensino precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático” (DAMM, 2008, p.167),

A função *objetivação* é a clareza do que está sendo produzindo, isto é, torna claras as suas transformações de modo que a aprendizagem sirva para si próprio. A função de *tratamento* é aquela forma que se realiza produzindo registros em transformações para se obter a resposta de um problema.

Quanto às atividades cognitivas, Duval (2003) caracteriza em formação, tratamento e conversão, especificando ainda *os diferentes tipos de representação de registros* que identificam um objeto em estudo, e que são realizados nas três atividades cognitivas para a compreensão da aprendizagem. Alguns desses tipos de registros são: linguagem natural; escritas algébricas e formais; figuras geométricas; e representações gráficas. Vejamos como podemos representar o objeto matemático neste contexto.



Por formação, “a observância de tais regras é que permite identificar elementos esparsos ou traços como uma representação dentro de um sistema semiótico” (BARRETO, 2009, p.131), isto é, são regras que são utilizadas para formação de um determinado registro. Para que se realize, o aluno tem que ter o conhecimento das unidades significativas para a formação das propriedades de um objeto matemático em estudo.

O tratamento também é de grande importância como atividade cognitiva, pois é constituída de uma transformação utilizando o mesmo sistema de registro inicial, por exemplo, produzir registros geométricos a partir de uma imagem geométrica.

Para Duval (2003, p.18), “[...] do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que [...] aparece como atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão”. Por exemplo, em atividades com imagens geométricas produzidas em fotografias, onde se busca compreender o objeto matemático em estudo, pede-se ao aluno para fazer um registro em língua natural explicando a solução do problema, constituindo assim, a mudança do tipo de registro. Neste sentido, Duval (2004) afirma, ainda, que a escolha de um registro de representação depende de um sistema semiótico que não pode ser de qualquer natureza.

Diante destas estratégias teóricas é que o ensino da Matemática deve ser embasado para estimular a curiosidade dos alunos, levando-os à reflexão e produção de significados. Mais adiante sugerimos que seja aplicado este estudo de produção de registros a partir de questões do ENEM. Para isso, buscamos algumas questões no banco de dados de provas que já foram realizadas.

O ENEM, criado em 1998, é um exame individual, com participação voluntária, oferecido anualmente aos estudantes que estão concluindo o Ensino Médio ou que já concluíram em anos anteriores. Seu objetivo principal, conforme o sítio do Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), é possibilitar uma referência de auto avaliação, a partir das competências e habilidades que estruturam o exame.

No que se refere ao ensino de geometria, damos um destaque, pois “a Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela interliga com a Aritmética e com a Álgebra” (LORENZATO, 1995, p.7). Em concordância com essa afirmação, segundo Duval (2003), as atividades envolvem formas geométricas podem ser transformadas no mesmo sistema de registro (*tratamento*) ou em um registro diferente (*conversão*) podendo ser dentre uma escrita algébrica e formal, uma representação gráfica, uma linguagem natural e outros.

Conforme propostas de atividades que foram desenvolvidas na pesquisa de Cruz (2018), sugerimos a sua aplicação em outros contextos, também podendo ocorrer adaptações para outras atividades que poderão ser realizadas em sala de aula. As atividades que foram realizadas na pesquisa de Cruz (2018) são: o registro representativo de um contexto envolvendo formas geométricas, por meio do qual comunica contribuições da transposição do Rio São Francisco, beneficiando setores sociais e econômicos, principalmente na comunidade onde está inserida a escola, imagens fotografadas e publicadas pelos alunos envolvidos na pesquisa, em seus bate-papos no grupo privado da *Internet* e, por fim, reprodução da Bandeira Nacional utilizando materiais concretos. A seguir vamos expor as atividades e os resultados

conquistados na pesquisa. Todas as atividades se encontram anexo, para serem utilizadas em sala de aula.

3. BLOCO DE ATIVIDADES

Denominamos bloco de atividades ao conjunto de atividades realizadas no decorrer da pesquisa.

3.1. Conhecendo o ambiente de pesquisa

A atividade requer que, usando régua e transferidor, seja verificado se as imagens 2 e 3 são uma ampliação da imagem 1, *do ponto de vista da Matemática*.

Nesta atividade os alunos, após tratamento no mesmo sistema de registros, terão que produzir um registro final na língua natural justificando a resposta do problema. Sendo assim, para Cruz (2018), no processo inicial da construção da justificção da resposta, os alunos utilizarão a régua e transferidor, que são instrumentos de medidas no mesmo sistema de registros, que denominamos aqui medidas geométricas nas unidades significativas, que são peculiares ao problema proposto.

3.2. Transformações nos registros produzidos pelos alunos

Este bloco consta de duas atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Na primeira, “usando régua, construa, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens”.

Nesta atividade os alunos são provocados a produzir mais registros, devido ao fato de produção da constante de ampliação com ajuda do professor. De acordo com os debates, eles terão que fazer, além do tratamento com a utilização da régua, um registro algébrico, um registro no sistema de numeração, como também um registro na língua natural para justificar a resposta do problema.

GRUPO: E

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.

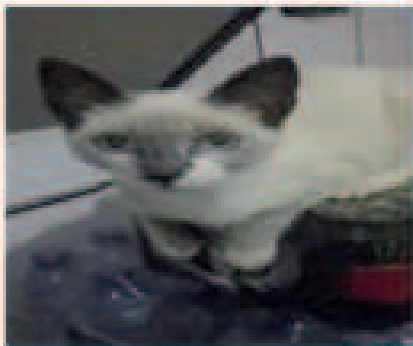


Imagem 1: original da gata "Vanilla C" - whiteface

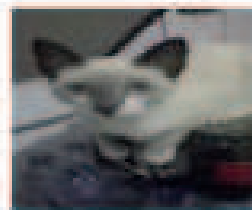


Imagem 2: Segmentos (Horizontal) (Vertical) (Oblique)



Imagem 3: Segmentos (Horizontal) (Vertical) (Oblique)

Registros das discussões no grupo

A segunda Atividade deste bloco, consta de “duas imagens, onde na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda houve uma ampliação de 50%. “Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original”.

Nesta atividade os alunos são provocados a produzir as medidas originais das imagens apresentadas, que é o contrário do processo que se realiza cognitivamente na Atividade 2. E como esta atividade está na sequência das atividades anteriores, espera-se que eles produzam mais registros espontaneamente.

ATIVIDADE 3

Atividade, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.



Imagem 1: Redução de 50% da original do grupo "Tamba 2" - WhatsApp

Ampliação de 50% da original do grupo "Tamba 2" - WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

3.3. Conversões semióticas em uma intervenção usando materiais concretos

As atividades realizadas neste bloco constam em fazer uma pesquisa e produzir a Bandeira Nacional, “em uma oficina pedagógica de materiais concretos, na qual as medidas dos segmentos serão realizadas proporcionalmente em conformidade com o registro das medidas oficiais, Justificando-se na aprendizagem um caráter integrador e oportunizando um contato direto com o conteúdo relacionado” (CRUZ, 2018, p.12).

GRUPO E

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determine as medidas da imagem original.

Eu acho que o en-tre-time

Imagem 1: Redução de 50% da original do grupo "Familia G"- WhatsApp

Imagem 2: Ampliação de 50% da original do grupo "Familia G"- WhatsApp

Constante d/ redução: $\frac{50}{100} = 0,5$

Constante d/ ampliação: $\frac{100}{50} = 2$

12 : 2 = 6 cm

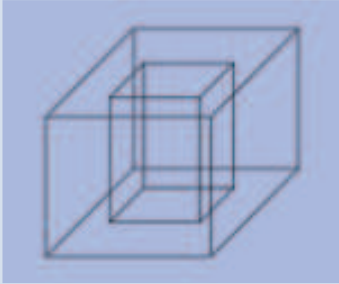
Fonte: Ficha de atividade do Grupo E

De acordo com Cruz (2018), percebemos que este grupo produziu diversos registros para justificar a resposta do problema proposto, o mais significativo foi a maneira como eles provaram em registros essa ampliação e redução nas medidas dos segmentos a partir de pontos na orelha do animal.

Seguem atividades de problemas geométricos das últimas provas do ENEM, e o que podemos esperar da produção dos registros dos alunos quando aplicados em sala de aula.

4. PROBLEMA E ANÁLISES

Problema 1 – Cubo (Adaptado de ENEM – 2010). Um porta lápis de madeira foi



construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado ao lado. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.

Qual o volume de madeira utilizado na confecção desse objeto?

Como o volume de um cubo é dado por $V_c = (\text{aresta})^3$, construa um texto relatando quais são as unidades significativas peculiares ao problema proposto para encontrar o volume da madeira utilizado na confecção desse objeto e qual a relação que existe com a imagem.

No processo de resolução é importante chamar a atenção para as arestas e conhecê-las nos sólidos geométricos.

Primeira solução

Seja x a aresta do cubo maior. Então, $x = 12$ cm

$$V_m = x^3 \Rightarrow V_m = 12^3 \Rightarrow V_m = 1728$$

Logo, o volume do cubo maior é igual a 1728 cm^3

Seja y a aresta do cubo menor. Então, $y = 8$ cm

$$V_n = y^3 \Rightarrow V_n = 8^3 \Rightarrow V_n = 512$$

Logo, o volume do cubo menor é igual a 512 cm^3

Seja V_o o volume do objeto. Então, $V_o = V_m - V_n$

$$V_o = 1728 - 512 \therefore V_o = 1216$$

Logo, o volume do objeto é igual a 1216 cm^3

Segunda solução – Língua natural

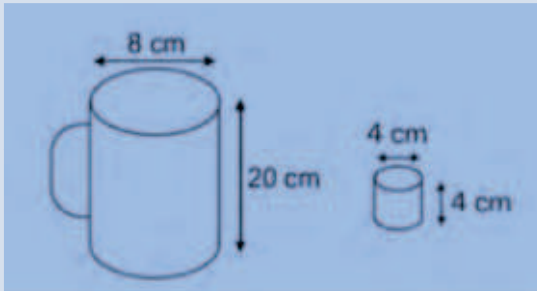
Como o cubo interno é vazado, o volume da madeira se calcula pela diferença entre os volumes dos cubos externo e interno. No cubo externo, a aresta mede 12 cm e, então o volume é dado por $(12 \text{ cm})^3$, que é igual a 1728 cm^3 . Por sua vez, o cubo interno tem aresta igual a 8 cm. Fazendo o mesmo cálculo, o volume do cubo menor é dado por $(8 \text{ cm})^3$, logo é igual a 512 cm^3 . A diferença entre os dois, dada por $1728 \text{ cm}^3 - 512 \text{ cm}^3$, é igual a 1216 cm^3 , que corresponde ao volume da madeira utilizada na confecção do porta lápis.

Análise

Inicialmente resolvemos a questão por meio do registro algébrico, estabelecendo uma relação direta com a representação geométrica, a partir da compreensão sobre as arestas e sobre o volume. Logo, é necessário que o aluno compreenda a relação entre a medida da aresta e o cálculo do volume do cubo ou tetraedro regular, percebendo que a relação é a mesma para qualquer cubo (tanto para o maior, quanto para o menor).

No caso do registro em língua natural, o professor tem mais uma oportunidade para compreensão da aprendizagem por meio dos registros cognitivos, pois pode perceber a conservação da ordem das unidades significativas relatadas pelos alunos para chegar a uma justificativa do resultado. E, com relação à representação geométrica por meio da imagem dada na questão, cabe uma discussão sobre as unidades significativas correspondentes.

Problema 2 – Cilindro (Adaptado de ENEM – 2010). Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos também cilíndricos.



Com objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, que percentagem da leiteira Dona Maria

deverá encher?

Como o volume de um cilindro é dado por $V_c = (\text{Área da Base}) \cdot (\text{Altura})$, e a base é um círculo, cuja área é dada por $\pi \cdot r^2$, construa um texto relatando essas unidades significativas peculiares ao problema proposto para encontrar a justificativa que leva Dona Maria a encontrar a melhor solução para o problema.

Nas soluções, é importante olhar para o diâmetro a fim de buscar o raio do círculo da base nos dois cilindros.

Primeira solução

Seja V_L o volume da leiteira, cujo diâmetro mede 8 cm. Então, o raio R é igual a 4 cm. Assim,

$$V_L = \pi \cdot R^2 \cdot h \Rightarrow V_L = \pi \cdot 4^2 \cdot 20 \Rightarrow V_L = \pi \cdot 16 \cdot 20 \Rightarrow V_L = 320\pi$$

Logo, o volume da leiteira é igual a $320\pi \text{ cm}^3$

Seja V_l o volume do copinho de diâmetro 4 cm. Então, o raio r é igual a 2 cm

$$V_l = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V_l = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 \Rightarrow V_l = \pi \cdot 4 \cdot 4 \Rightarrow V_l = 16\pi$$

Logo, o volume do copinho é igual a $16\pi \text{ cm}^3$

Seja X a quantidade de copinhos cheios, temos:

$$X = \frac{V_L}{V_l} \Rightarrow X = \frac{320\pi}{16\pi} \therefore X = 20$$

Então, para encher os vinte copinhos pela metade, basta encher a leiteira pela metade.

Segunda solução – Língua natural

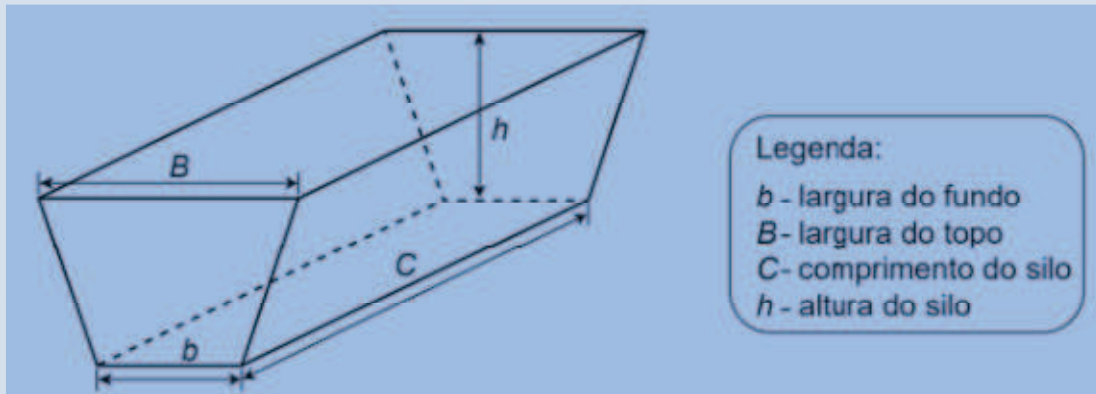
Como o raio do círculo da base do copinho é igual a 2 cm, o volume do copinho é $V_c = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$. Da mesma forma, como o raio do círculo da base da leiteira é igual a 4 cm, calculamos o volume V_L da leiteira: $V_L = \pi \cdot 4^2 \cdot 20 = 320\pi$, ambos os valores em cm^3 . Por sua vez, dividindo V_L por V_c , obtêm-se o número de copinhos por leiteira. Isto é, 20 copinhos por leiteira. Com esse resultado se conclui que a medida do volume de uma leiteira corresponde ao mesmo volume de 20 copinhos plásticos, logo, para encher 20 copinhos plásticos pela metade de seu volume, é suficiente encher uma leiteira pela metade do seu volume.

Análise

Inicialmente resolvemos a questão por meio do registro algébrico, estabelecendo uma relação direta com a representação geométrica, a partir da compreensão sobre diâmetro e raio do círculo. Logo, é necessário que o aluno compreenda essa relação entre a medida de um diâmetro e o raio para calcular a área de um círculo em superfície plana. Outra compreensão do problema por parte dos alunos é que não precisa atribuir o valor numérico para π para resolver a questão.

No caso do registro em língua natural, o professor tem mais uma oportunidade para compreensão da aprendizagem por meio dos registros cognitivos, pois pode perceber a conservação da ordem das unidades significativas relatadas pelos alunos para chegar a uma justificativa do resultado. E, com relação à representação geométrica por meio da imagem dada na questão, cabe uma discussão sobre as unidades significativas correspondentes.

Problema 3 – Prisma (Adaptado de ENEM – 2014). Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.



Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m³ desse tipo de silo.

EMBRAPA, Gado de corte. Disponível em www.cnpqo.embrapa.br

Acesso em 1ago 2012 (adaptado)

Após a silagem, qual a quantidade máxima de forragem que cabe no silo?

Construa um texto relatando essas unidades significativas peculiares ao problema proposto para encontrar a justificativa da resposta do problema. No processo de resolução, é importante um olhar atento para as arestas nos trapézios do silo, como também para o comprimento C .

Primeira Solução

Seja b a largura do fundo, $h = 2$, $B = 6$ e $C = 20$, conforme a imagem do problema. Então, a largura do fundo é dado por $B = 0,5 \cdot h + b$

$$6 = 0,5 \cdot 2 + b \Rightarrow 6 = 1 + b \Rightarrow b = 5$$

Logo, a largura do fundo é igual a 5 m.

Seja A_t a área do trapézio. Então, o volume do prisma é igual a área do trapézio de bases B e b .

$$A_t = [(6 + 5) \cdot 2]/2 \Rightarrow A_t = [11 \cdot 2]/2 \Rightarrow A_t = 11$$

Logo, a área do trapézio é igual a 11 m^2 .

Seja V_s o volume do silo e C o comprimento do silo, temos:

$$V_s = A_t \cdot C \Rightarrow V_s = 11 \cdot 20 \therefore V_s = 220$$

Logo, o volume do silo é igual a 220 m^3 .

Como, 1 tonelada ocupa 2 m^3 desse tipo de silo, então dividimos 220 m^3 por 2 m^3 e obtemos 110 toneladas.

Segunda solução – Língua natural

O volume do prisma se calcula pelo produto da área da base por seu comprimento perpendicular. A área da base do trapézio de altura h mede 2 m. A aresta maior B do trapézio mede 6 metros. Então, a aresta da base menor b calcula-se com base na seguinte afirmação: “para cada metro da altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo”. Como o silo tem dois metros de altura, $0,5 \text{ m} \cdot 2 = 1 \text{ m}$. Fazendo $b = B - 1$, $b = 5 \text{ m}$. Sendo o comprimento C do silo igual a 20 m, então, o volume do silo é igual ao produto da área do trapézio pelo comprimento, isto é, $11 \cdot 20 = 220$. Com esse resultado do volume, de 220 m^3 , dividindo por 2 m^3 , que é o equivalente a 1 tonelada de forragem, pode-se determinar que o silo comporta 110 toneladas.

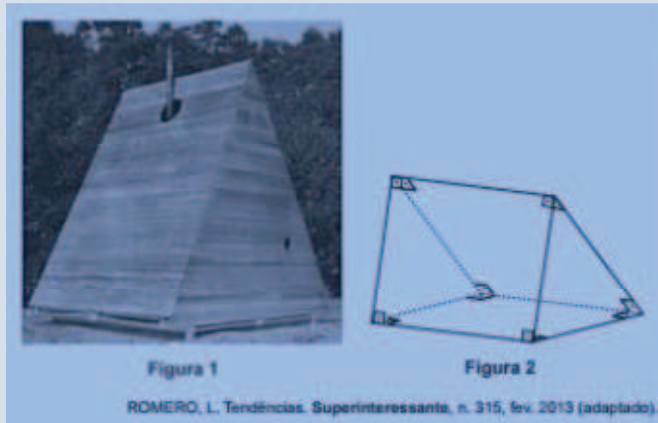
Análise

Inicialmente resolvemos o problema por meio do registro algébrico, estabelecendo uma relação direta com a representação algébrica, a partir da compreensão das arestas do trapézio e do volume do prisma de comprimento C . Consideramos que o silo tem dois trapézios (paralelos) como bases e que o comprimento do prisma se encontra na aresta C horizontal.

No caso do registro em língua natural, o professor tem mais uma oportunidade para compreensão da aprendizagem por meio dos registros cognitivos, pois pode perceber a conservação da ordem das unidades significativas relatadas pelos alunos para chegar a uma

justificativa do resultado. E, com relação à representação geométrica por meio da imagem dada na questão, cabe uma discussão sobre as unidades significativas correspondentes.

Problema 4 – Prisma (Adaptado de ENEM - 2017). Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de



sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.

A forma geométrica da superfície

cujas arestas estão representadas na Figura 2 é:

- tetraedro.
- pirâmide retangular.
- tronco de pirâmide retangular.
- prisma quadrangular reto.
- prisma triangular reto.

Construa um texto relatando as unidades significativas peculiares ao problema proposto para encontrar a justificativa para sua resposta.

É importante olhar para as unidades significativas e formas planas que compõem o registro geométrico.

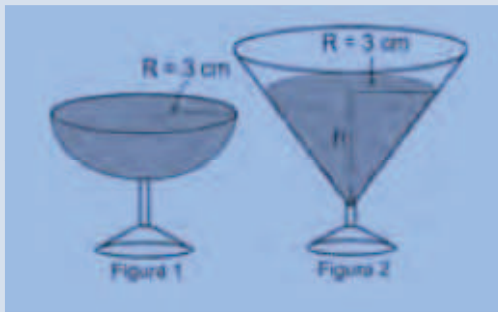
Solução

Podemos perceber na imagem que há a formação de dois triângulos (paralelos), o que significa um prisma triangular reto.

Análise

Inicialmente esperamos que os alunos compreendam o que é um prisma. É importante fazer uma discussão sobre as alternativas propostas, produzindo registros geométricos destas alternativas com os alunos. No registro na língua natural, o professor pode intervir para compreender a aprendizagem dos registros cognitivos, observando a conservação da ordem das unidades significativas relatadas pelos alunos para chegar a uma justificativa do resultado. Com relação à representação geométrica por meio da imagem dada na questão, cabe uma discussão sobre as unidades significativas correspondentes.

Problema 5 - Semiesfera e Cone (Adaptado de ENEM - 2010). Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes.



Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

Considere:

$$V_{esfera} = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \pi \cdot R^3 \quad e \quad V_{cone} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$$

Sabendo que a taça com formato de hemisfério é servida completamente cheia, qual a altura, em centímetros, do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça?

Construa um texto relatando essas unidades significativas peculiares ao problema proposto para justificar a resolução.

No processo de resolução, é importante observar as unidades significativas, o raio, a altura dos recipientes, como também compreender que o volume do hemisfério é igual à metade do volume da esfera.

Primeira solução

A taça do formato de um hemisfério tem raio $R = 3$ cm. Para medir o volume total da taça fazemos uma relação de sua medida com a metade do volume de uma esfera de mesmo raio.

$$V_c = \frac{V_{esfera}}{2} \Rightarrow V_h = \frac{\left[\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \pi \cdot R^3\right]}{2} \Rightarrow V_h = \frac{4}{6} \cdot \pi \cdot R^3$$

Seja $V_h = V_c$. Então, $\left(\frac{4}{6}\right) \cdot \pi \cdot R^3 = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$
Assim,

$$\frac{4}{6} \cdot \pi \cdot 3^3 = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot h \Rightarrow \frac{4}{6} \cdot \pi \cdot 27 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot h \Rightarrow h = \frac{\frac{4}{6} \cdot \pi \cdot 27}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9} \Rightarrow h = 6$$

Então, a altura da taça que foi substituída é de 6 cm.

Segunda solução – Língua natural

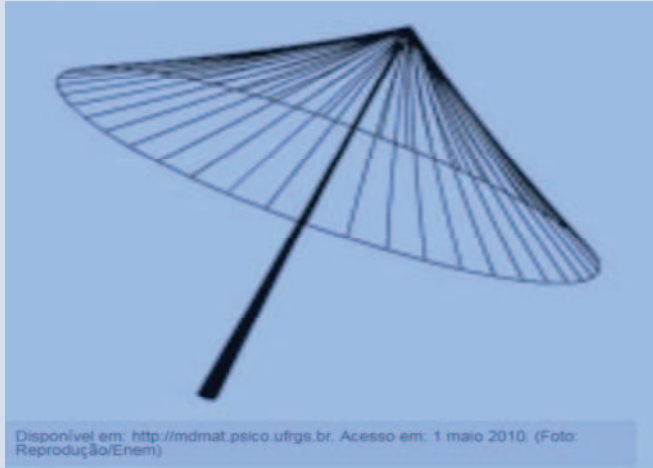
Como os noivos solicitaram que as taças que serão substituídas tenham o mesmo volume, então o volume da taça que é uma semiesfera será igual ao volume da taça que tem o formato de um cone. Logo: $\left(\frac{1}{6}\right) \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^3 = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$.

Substituindo na equação os dados fornecidos no enunciado, obtém-se $h = 6$ cm.

Análise

Para resolver este problema, inicialmente, buscamos encontrar o valor do volume do hemisfério fazendo uma relação com o volume da esfera de mesmo raio. Sabemos que o raio do hemisfério corresponde à altura da taça quebrada, e temos a informação que “os noivos solicitam que ambos os formatos de taça tenham o mesmo volume”. Igualando os volumes das taças citadas, encontraremos a altura desconhecida. Outra percepção é que não precisa atribuir um valor para π para resolver a questão que também é uma unidade significativa muito importante a ser observada. No caso do registro em língua natural, o professor tem mais uma oportunidade para compreensão da aprendizagem por meio dos registros cognitivos, pois pode perceber a conservação da ordem das unidades significativas relatadas pelos alunos para chegar a uma justificativa do resultado. E, com relação à representação geométrica por meio da imagem dada na questão, cabe uma discussão sobre as unidades significativas correspondentes.

Problema 6 – Cone (Adaptado de ENEM – 2011). A figura seguinte mostra um



modelo de sombrinha muito usado em países orientais.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de:

- a) pirâmide.
- b) semiesfera.
- c) cilindro.
- d) tronco de cone.
- e) cone.

Construa um texto relatando as unidades significativas peculiares ao problema proposto que você observa nas figuras para encontrar a justificativa da resposta do problema.

É importante olhar para unidades significativas e formas cônicas que formam o registro geométrico.

Solução

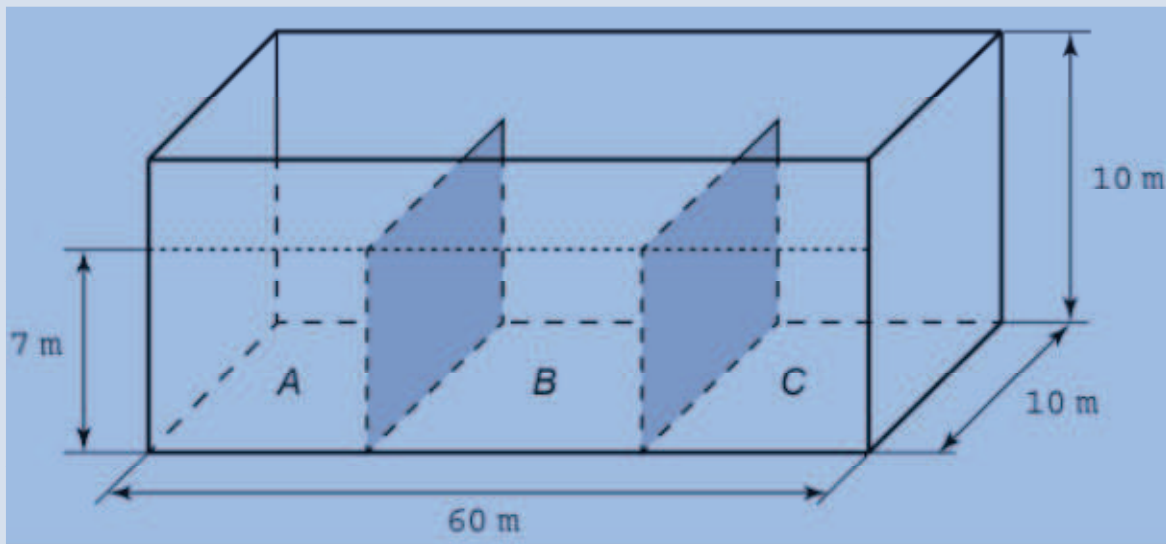
Percebemos que a imagem, tem um formato de um cone, pois há uma superfície gerada pelo movimento de rotação em torno de um eixo.

Análise

Inicialmente, esperamos que os alunos compreendam o que é um cone, e como pode ser formado a rotação de uma superfície gerada pelo movimento de rotação de uma curva em torno de um eixo. Também pode-se fazer uma discussão sobre cada uma das alternativas propostas no problema, fazendo registros geométricos destas alternativas junto aos alunos. No caso do registro em língua natural, o professor tem mais uma oportunidade para compreensão da aprendizagem por meio dos registros cognitivos, pois pode perceber a conservação da ordem das unidades significativas relatadas pelos alunos para chegar a uma justificativa do

resultado. Com relação à representação geométrica por meio da imagem dada na questão, cabe uma discussão sobre as unidades significativas correspondentes.

Problema 7 – Paralelepípedo (Adaptado de ENEM – 2011). Um petroleiro possui um reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento. Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias.

Após o fim do vazamento, qual o volume de petróleo derramado?

Construa um texto relatando essas unidades significativas peculiares ao problema proposto para encontrar o volume de petróleo derramado.

É importante observar que, nas arestas do paralelepípedo que representa o reservatório, foram montados, com duas placas de aço, três novos formatos de paralelepípedos com altura menor nas arestas que o do reservatório.

Primeira Solução

Inicialmente, dividimos o reservatório em quatro compartimentos: três de altura D igual a 7 cm e outro de altura igual a 3 cm, conforme a imagem fornecida.

Seja V_d o volume do compartimento de altura d . Então, $V_d = 60 \cdot 10 \cdot d$

$$V_d = 60 \cdot 10 \cdot 3 \Rightarrow V_d = 1800$$

Seja V_l o volume de um dos três compartimentos, A, B e C, de altura D .

$$V_l = 20 \cdot 10 \cdot 7 \Rightarrow V_l = 1400$$

Seja V_t o vazamento em um dos três compartimentos. Temos:

$$V_t = V_d + V_l \Rightarrow V_t = 1800 + 1400 \Rightarrow V_t = 3200$$

Logo, em caso de vazão de um dos compartimentos, o volume do petróleo derramado é de 3200 m^3 .

Segunda solução – Língua natural

Após o vazamento, como ficará o reservatório? Precisamos ter claro que a estratégia adotada para minimizar o impacto ambiental em caso de derramamento é de se dividir o reservatório em duas regiões: uma superior a 7 metros e uma inferior a 7 metros, relativos às alturas das placas de aço. Assim, em caso de rompimento, independentemente em qual compartimento seja, todo o volume da parte superior vazará. Na sequência, todo o volume do compartimento que rompeu também vazará, restando apenas o volume presente nos outros dois compartimentos.

Análise

Inicialmente, resolvemos a questão por meio do registro algébrico, determinando o valor do volume do reservatório na parte onde as placas não alcançam e, depois, o volume de um dos reservatórios criado pelas placas, observando sempre as medidas das arestas na representação geométrica.

No caso do registro em língua natural, o professor tem mais uma oportunidade para compreensão da aprendizagem por meio dos registros cognitivos, pois pode perceber a

conservação da ordem das unidades significativas relatadas pelos alunos para chegar a uma justificativa do resultado. E, com relação à representação geométrica por meio da imagem dada na questão, cabe uma discussão sobre as unidades significativas correspondentes.

No contexto geral das atividades anteriores, houve produções e transformações de mais de um registro, conforme mostramos ao longo das discussões. Lembramos que, segundo Duval (2003), a aprendizagem se manifesta quando o aluno consegue manipular mais de um registro de representação do mesmo objeto matemático.

5. RECOMENDAÇÕES

Em concordância com Duval (2004), afirmamos que a dificuldade dos alunos para apreensão dos conceitos matemáticos está atrelada à transformação de mais de um registro de representação, portanto, ao desenvolver as atividades com os alunos, recomendamos uma leitura atenta do enunciado do problema. Após essa leitura, deve-se abordar os dados relevantes que corresponde às unidades significativas, o que irá colaborar para justificativa da solução do problema. Isto poderá ser feito por meio de registros algébrico, geométrico ou sistema de numeração. Também recomendamos, fortemente, um registro em língua natural, seja no final ou no decorrer da atividade.

Para o desenvolvimento das atividades que gerou a nossa dissertação (CRUZ, 2018), a fim de alcançar um bom desempenho, tanto em termo da aprendizagem dos alunos, quanto para o acompanhamento dos registros feitos por eles, deve-se estabelecer um acordo ou contrato didático envolvendo uma relação de respeito e confiança mútua, envolvendo-se de tal modo a prestar muita atenção e ser muito cuidadosos na realização das atividades. Para a realização da pesquisa, este contrato ainda envolveu:

- A avaliação seria feita de forma contínua e, predominantemente, qualitativa;
- Ao fim de cada atividade, seriam recolhidas todas as anotações (registros), para que fosse feito um relatório para análise dos dados;
- Todas as atividades seriam feitas em grupo;
- Tudo que fosse anotado por eles, mesmo que fosse identificado como erro, não deveria ser apagado ou inutilizado;
- Mesmo sendo feitas em grupo, todos os componentes receberiam atividades;
- Ao realizarem as atividades, e se surgissem dúvidas, deveriam solicitar a ajuda do professor, que discutiria as possíveis dificuldades com o grupo, não lhe apresentando solução, mas meios que lhe permitissem sanar a dúvida.

6. RESULTADOS

Em nossa dissertação (CRUZ, 2018), elaboramos o quadro abaixo, contendo uma síntese da compreensão dos registros feitos pelos alunos para a Atividade 1.

Quadro 1 – Síntese da compreensão dos registros da Atividade 1

GRUPOS	Conversão na língua natural				Síntese das respostas (sim ou não) dos grupos					
					Imagem 2			Imagem 3		
	Congruência	Graus de dificuldades em não congruência			ACERTOU	ERROU	NÃO MARCOU	ACERTOU	ERROU	NÃO MARCOU
		Fator 1	Fator 2	Fator 3						
A	X				X			X		
B		X				X		X		
C		X		X	X			X		
D		X				X		X		
E	X				X			X		

Fonte: (CRUZ, 2018, p.44)

Conforme discutimos em Cruz (2018), houve pouca produção de registros, além de uma maior frequência de incoerências dos registros em língua natural, o que se pode observar mais fortemente em alguns grupos. Estas incoerências podem ser explicadas porque os alunos buscaram justificar a resposta do problema sem medir os segmentos correspondentes proporcionais e os ângulos correspondentes congruentes, isto é, se justificaram pela observação da ampliação da imagem. Outro aspecto que foi percebido é a pouca produção de registro, sendo isto compreensível, pois era a primeira atividade que estavam fazendo.

Em Cruz (2018) também apresentamos um quadro com a síntese da compreensão dos registros produzidos pelos alunos a partir da Atividade 2 (Quadro 2).

Quadro 2 – Síntese da compreensão dos registros da Atividade 2

GRUPOS	Conversão na Língua Natural			Tipos de registros produzidos						
	Congruência	Graus de dificuldades em não congruência			Sistema numeração	Figuras Geométricas	Escrita Alébrica	Representação Gráfica	Língua Natural	Escrita Formal
		Fator 1	Fator 2	Fator 3						
A		X			X	X			X	
B	X				X				X	
C	X								X	
D		X			X					X
E	X								X	X

Fonte: (Cruz, 2018, p.61)

Na atividade 2, conforme podemos perceber no Quadro 2, o fator de incoerência foi diminuindo a partir do momento em que os alunos começaram a compreender as propriedades do objeto matemático em estudo. Neste momento solicitamos aos alunos que produzissem uma maior quantidade de registros.

Também para a Atividade 3, em Cruz (2018) apresentamos uma síntese da compreensão dos registros produzidos pelos alunos (Quadro 3).

Quadro 3 – Síntese da compreensão dos registros da Atividade 3

GRUPOS	Conversão na Língua Natural			Tipos de registros produzidos						
	Congruência	Graus de dificuldades em não congruência			Sistema numeração	Figuras Geométricas	Escrita Alébrica	Representação Gráfica	Língua Natural	Escrita Formal
		Fator 1	Fator 2	Fator 3						
A	X					X	X	X	X	
B	X				X		X		X	
C	X				X	X	X	X	X	
D	X				X	X	X		X	
E		X			X			X	X	

Fonte: (Cruz, 2018, p.70)

Nesta atividade, a incoerência foi dando vez à compreensão da aprendizagem. Também percebemos uma maior quantidade de conversões de registros, o que se explica pelo fato de os alunos estarem mais habituados uma vez que realizaram as atividades anteriores.

7. REFERÊNCIAS

BARRETO, Marcília C, FARIAS, Isabel M. S. de (Org.). **Docência e Formação de Professores**: novos olhares sobre temáticas contemporâneas – Fortaleza: EdUECE, 2009.

CRUZ, José L. G. **Um Estudo de Representações Semióticas em Atividades de Geometria**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Paraíba: Universidade Estadual da Paraíba, 2018.

DAMM, Regina F.. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia D. A. (org.). **Educação Matemática**: um (nova) introdução: 3^a Ed. São Paulo; Educ, 2008.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2003. p.11-33.

_____. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle: PeterLang, 2004.

_____. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: R.eletr. de Edu. Matem.** eISSN -1981-1322, Florianópolis, v. 07, n.2, p.266-297, 2012.

LORENZATO, S. Por que ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**, SBEM, São Paulo, v. 3, n. 4, p.1-64, 1995.

SOUSA, Ana C. G. **Os registros de representação semiótica e o trabalho com números e operações nos anos iniciais da escolaridade**: uma experiência de formação. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação). Fortaleza: Universidade Estadual do Ceará, 2009.

8. APÊNDICES

Grupo: _____

ATIVIDADE 1

Usando régua e transferidor, verifique, em dupla, as medidas das imagens 2 e 3, relatando se é uma ampliação da imagem 1, do ponto de vista da Matemática.

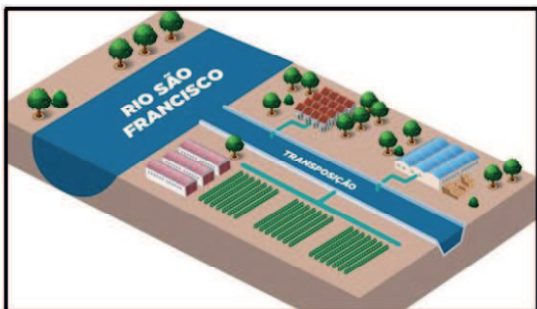


Imagem 1: Original da chamada PBTEM Transposição do Rio São Francisco
<http://itoagencia.com.br/ito/index.php/component/k2/item/372-chamada-pbtem-transposicao-do-rio-sao-francisco>

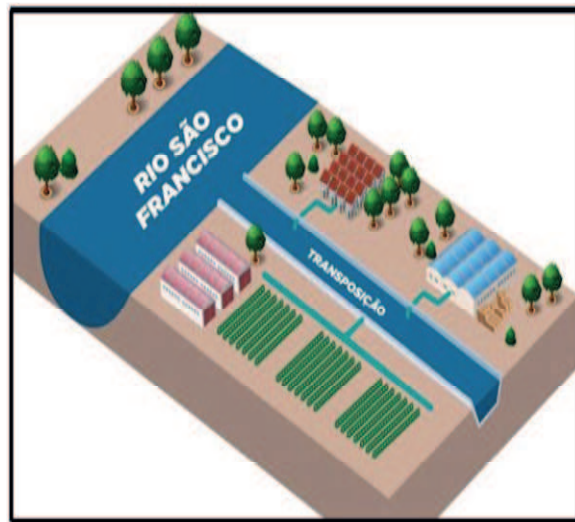


Imagem 2: Ampliação. Sim() não()

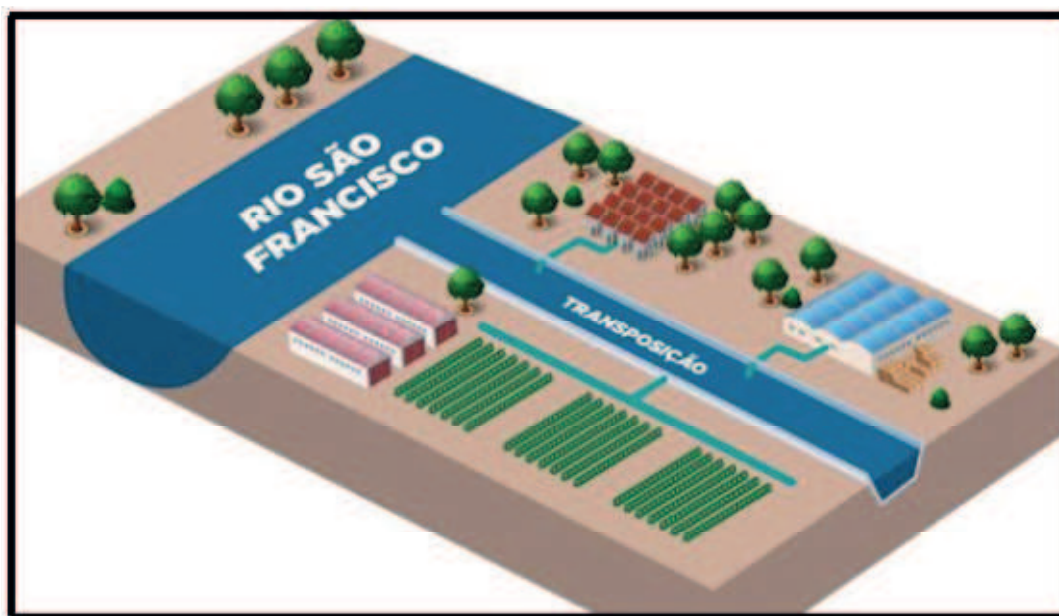


Imagem 3: Ampliação. Sim() não()

Registros das discussões no grupo.

GRUPO: _____

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo "Família G" - WhatsApp



Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

GRUPO: _____

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo "Família G"- WhatsApp



Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

ALUNO: _____

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo "Família G"- WhatsApp



Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

GRUPO: _____

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo "Família G"- WhatsApp



Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

GRUPO: _____

Atividade 2

Usando régua, construa, em grupo, a constante de redução e ampliação nos segmentos correspondentes proporcionais das imagens.



Imagem1: original do grupo "Família G"- WhatsApp



Imagem 2: Segmento. () horizontal () vertical () oblquo



Imagem 3: Segmentos. () horizontal () vertical () oblquo

Registros das discussões no grupo

GRUPO _____

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.

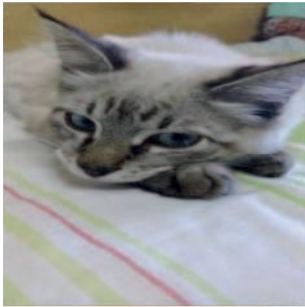
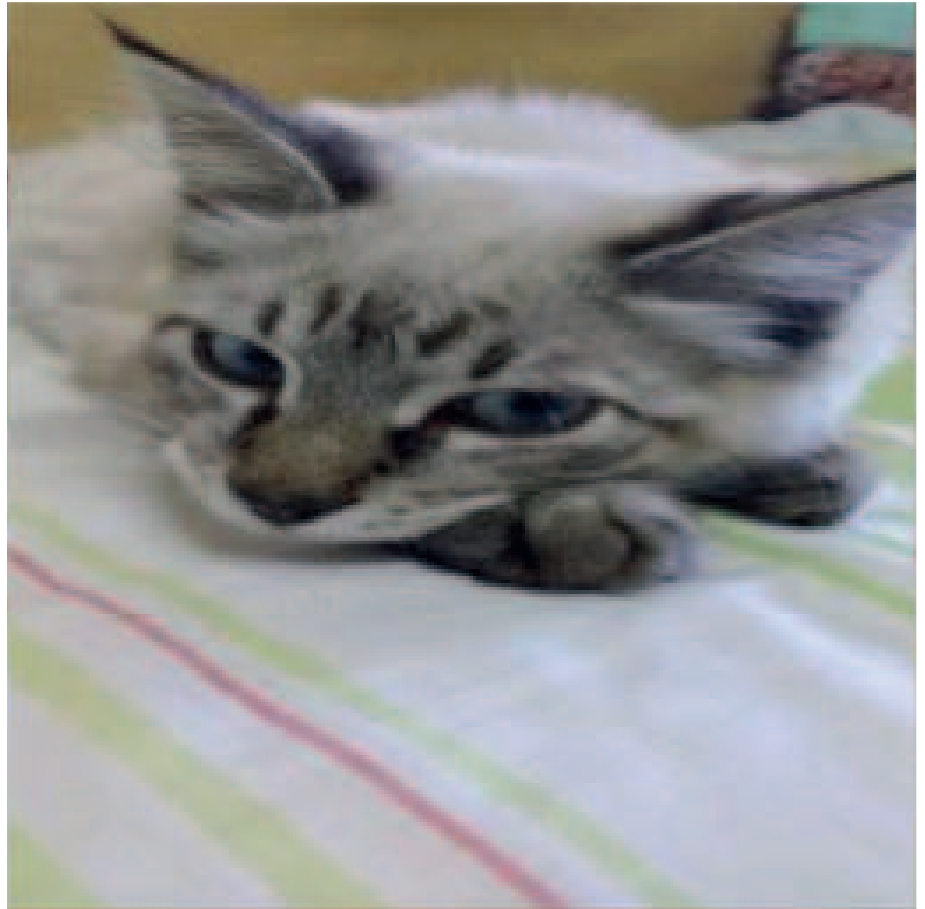


Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G" - WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G" - WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

GRUPO _____

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.



Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G" - WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G" - WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

GRUPO _____

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.



Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G" - WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G" - WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

GRUPO _____

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.



Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G"- WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G"- WhatsApp

Registros das discussões no grupo.

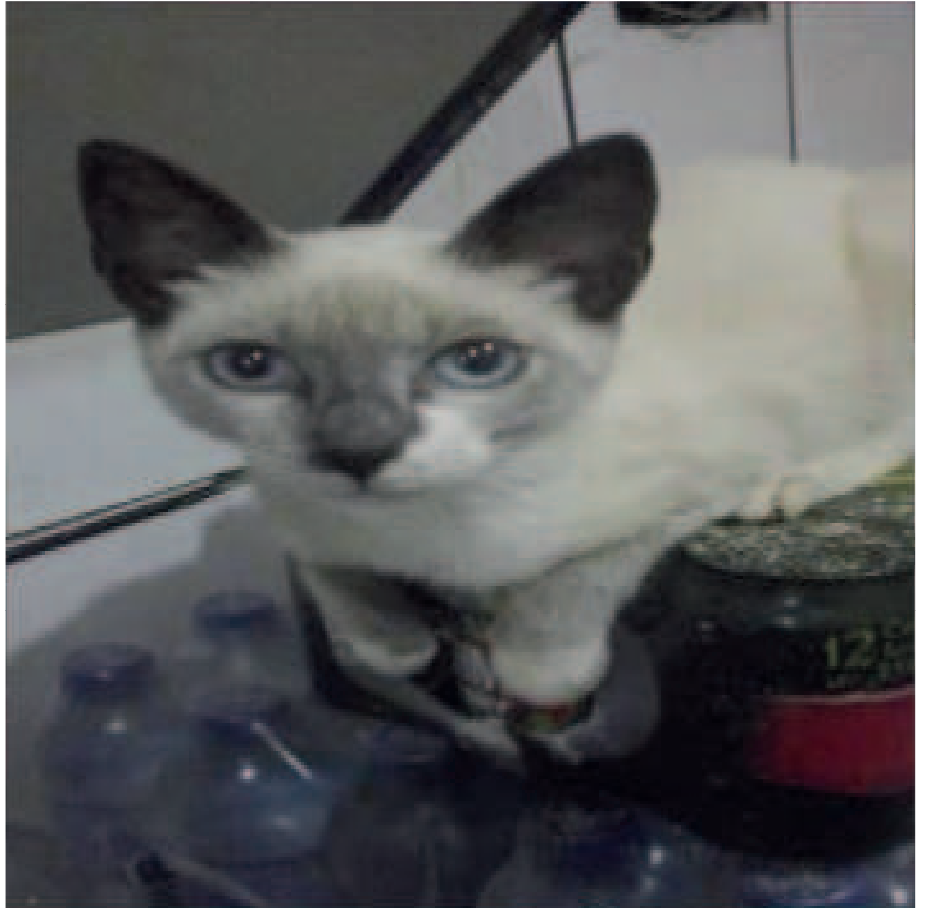
GRUPO _____

ATIVIDADE 3

Abaixo, observem duas imagens. Na primeira, houve uma redução de 50% com relação à original. Na segunda, houve uma ampliação de 50% com relação à original. Façam as medidas usando representações geométricas e os cálculos necessários e determinem as medidas da imagem original.



Imagem 1: Redução de 50 % da original do grupo "Família G" - WhatsApp



Ampliação de 50% da original do grupo "Família G" - WhatsApp

Registros das discussões no grupo.