UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

JOSELITO ELIAS DE ARAÚJO

UM ESTUDO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA APLICADO À PROBLEMAS DA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP).

CAMPINA GRANDE - PB

2017

JOSELITO ELIAS DE ARAÚJO

UM ESTUDO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA APLICADO À PROBLEMAS DA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP).

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa

CAMPINA GRANDE - PB

2017

A659e Araújo, Joselito Elias de.

Um estudo dos registros de representação semiótica aplicado à problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) [manuscrito] : / Joselito Elias de Araujo. - 2017.

95 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.

"Orientação : Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa, Departamento de Matemática - CCT."

1. Representação semiótica. 2. Problemas matemáticos. 3. Matemática - Resolução de problemas.

21. ed. CDD 510.7

JOSELITO ELIAS DE ARAÚJO

UM ESTUDO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA APLICADO À PROBLEMAS DA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP).

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Aprovado em 27 de novembro de 2017

Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa

Orientador – UEPB

Prof. Dr. José de Arimatéia Fernandes

Examinador - UFCG

Aníbal de Menezes Maciel

Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel

Examinador - UEPB

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a meus pais, José Araújo Filho e Maria Elias de Araújo, a quem honro pelo esforço com o qual me mantiveram na escola, permitindo-me alcançar os objetivos desejados, a minha esposa Luzineide do Nascimento Silva que tanto contribui para essa realização e em especial ao meu filhão Arthur.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente ao senhor Deus pela vida e a força quem tem me dado todos os dias e as pessoas do meu convívio que acreditaram e contribuíram, mesmo que indiretamente, para a conclusão deste curso.

Aos meus pais José Araújo Filho e Maria Elias de Araújo, pelo amor e pela paciência que tem me doado todo esse tempo. Por terem feito o possível e o impossível para me oferecer a oportunidade de estudar, acreditando e respeitando minhas decisões e nunca deixando que as dificuldades acabassem com os meus sonhos.

A minha esposa Luzineide do Nascimento Silva e ao meu filho Arthur Nascimento Araújo, por terem sentido comigo, todas as angústias e felicidades, acompanhado cada passo de perto. Pelo amor, carinho e apoio depositado, além da companhia por todos esses anos.

Agradeço a meu orientador, José Lamartine da Costa Barbosa, pela paciência, dedicação, compromisso e ensinamentos que possibilitaram que eu realizasse este trabalho.

A esta universidade e todo seu corpo docente, além da direção e a administração, que realizam seu trabalho com tanto amor e dedicação, trabalhando incansavelmente para que nós, alunos, possamos contar com um ensino de extrema qualidade.

Agradeço aos meus amigos, por confiarem em mim e estarem ao meu lado em todos os momentos da vida, em especial a Aníbal de Menezes Maciel e a Mozart Edson, pelas dicas e contribuições para realização deste trabalho.

“A viagem de mil quilômetros começa com um passo.”

Lao Tzu

LISTA DE SIGLAS

CLAMI: Centro Latino-americano de Matemática e Informática

IMPA: Instituto de Matemática Pura e Aplicada.

MEC: Ministério da Educação.

MCTI**:** Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação.

OBMEP: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

OBM: Olimpíada Brasileira de Matemática.

OCM: Olimpíada Campinense de Matemática.

PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais.

SBM: Sociedade Brasileira de Matemática.

IMO: Olímpiada Internacional de Matemática.

RPM: Revista do Professor de Matemática.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

RESUMO

ARAÚJO, Joselito Elias de. Um Estudo dos Registros de Representação Semiótica Aplicado á Problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) 2017. 121f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2017.

A disciplina de Matemática é tida como a mais difícil para alguns alunos. Vários são os motivos para justificar o fracasso escolar na aprendizagem desse conteúdo. A dificuldade que os alunos têm em compreender a Matemática em função do seu caráter abstrato merece, no presente trabalho, destaque. Assim, consideramos a importância da resolução de problemas matemáticos, a partir dos quais, possamos: utilizar conhecimentos do cotidiano do aluno como ponto de início para o desenvolvimento de seus conhecimentos; ensinar Matemática do ponto de vista significativo e despertar o interesse pela Matemática. Portanto, no presente trabalho temos como objetivo: analisar quais são as contribuições que a teoria de Raymond Duval, relativo ao estudo dos Registros das Representações Semióticas, tem para um melhor desempenho de alunos na OBMEP. Para isso, estamos recorrendo a uma pesquisa de cunho qualitativa, que até o presente momento revela alguns resultados, tais como: uma frequência maior do registro de representação semiótica da linguagem natural e simbólica numérica nas respostas dos sujeitos da pesquisa.

Palavras-chave: Representação semiótica, Resolução de problemas, OBMEP.

ABSTRACT

The discipline of Mathematics is considered to be the most difficult for some students. There are several reasons to justify school failure in learning this content. The difficulty that the students have in understanding Mathematics due to its abstract character deserves, in the present work, a highlight. Thus, we consider the importance of solving mathematical problems, from which we can: use knowledge of the students' daily life as a starting point for the development of their knowledge; Teach mathematics from a meaningful point of view and arouse interest in mathematics. Therefore, in the present work we have as objective: To analyze what are the contributions that Raymond Duval's theory, regarding the study of the Registers of Semiotic Representations, has for a better performance of students in OBMEP. For this, we are resorting to a qualitative research, which until the present moment reveals some results, such as: a higher frequency of the registration of semiotic representation of the natural and symbolic numerical language in the answers of the subjects of the research.

Keywords: Semiotic representation, Problem solving, OBMEP.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O discurso ainda muito comum dos alunos de todas as faixas etárias é o de que a matemática é a disciplina mais complexa dentre as que compõem a grade curricular da educação básica. Cremos que isso se deva ao fato de os conteúdos matemáticos serem trabalhados através da simples resolução de exercícios nos quais são utilizados algoritmos e a aplicação imediata de fórmulas e não de maneira articulada aos aspectos do cotidiano do aluno, concepção de ensino e aprendizagem especialmente difundida, desde a década de noventa, por documentos oficiais parametrizadores, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) elaborados e distribuídos às escolas públicas pelo Ministério da Educação (MEC), (LARANJEIRA, 1997).

Assim, as dificuldades encontradas pelos alunos no processo de aprendizagem da disciplina de Matemática tem sido assunto sempre em pauta, tanto nas discussões corriqueiras ocorridas em meio escolar, como também, nas pesquisas apresentadas por diversos trabalhos na área de estudos da Educação Matemática.

Mas, como conceber tais dificuldades, muitas vezes, insuperáveis que muitos alunos têm na compreensão da Matemática? Não é difícil notarmos que, de uma maneira geral, a Matemática é tida como um conhecimento complexo, e ter um domínio sobre ela está comumente relacionado a ser dotado de uma inteligência nata. Ainda, gostar de matemática é tomado, muitas vezes, com certa estranheza por muitos. Não parece normal que alguém possa efetivamente gostar de um conhecimento considerado além de obscuro, extremamente abstrato, tido muitas vezes como sendo um conteúdo sem relação e utilidade alguma com a realidade que nos cercam.

Entretanto, não desconsideramos que tais dificuldades podem surgir de diversas causas, além do nível de complexidade e abstração ligado ao fato de não se gostar de Matemática, como por fatores psicológicos; ou ainda fatores ligados às questões estruturais, didáticas, filosóficas e até mesmo despreparo por grande parte dos docentes no que se refere à apresentação dos conteúdos matemáticos. Ao que podemos perceber, muitas dessas dificuldades podem ser atribuídas a algumas questões referentes a métodos vinculados ao ensino tradicional que embora tenha se iniciado no século XIX e passado fortemente pelo século XX sobrevive até os dias atuais, mesmo com as diversas modernizações ocorridas no ensino.

Em específico, uma das características do ensino tradicional é a abordagem dos conteúdos de forma descontextualizada e mecânica inserida numa aula expositiva de definições, acompanhada da realização de exercícios repetitivos, geralmente resumidos a aplicações de fórmulas considerando o indivíduo como sendo capaz apenas de armazenar conhecimentos dos mais simples aos mais complexos e repeti-los sequencialmente, confundindo desse modo o suposto aprendizado com a memorização, não permitindo desenvolvê-los ou construí-los numa perspectiva abordada pelas diversas linhas de estudo da Educação Matemática.

No âmbito de um ensino que apresente alternativas ao tradicional, vale destacarmos que "[...] o significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos" (BRASIL, 1997, p. 19). Assim, as dificuldades dos alunos na Matemática vêm também de inicial falta de interesse em repetir exercícios que eles próprios questionam: *em que usarei isso professor fora daqui?* e sem dar a oportunidade até mesmo de o aluno utilizar seus conhecimentos do cotidiano para resolvê-los.

É perceptível que antes de ser chamado a se envolver com a Matemática é necessário que seja despertado o interesse do aluno. Nesse sentido, D'Ambrósio (1993, p.7) afirma que "[...] a Matemática é a única disciplina escolar que é ensinada aproximadamente da mesma maneira e com o mesmo conteúdo para todas as crianças do mundo". Para se gostar de aprender Matemática, a aprendizagem deve ser significativa, o aluno deve ter papel ativo, assumindo a posição de sujeito do seu próprio saber. As atividades escolares devem ser experiências em que se possa, por exemplo, comparar, interpretar, construir hipóteses, debater, entre outras.

Assim, uma das alternativas metodológicas que possibilita avanços na direção de um ensino de Matemática dinâmico é a resolução de problemas. Durante a busca da solução de um problema em Matemática, as ideias precisam ser organizadas a partir da representação de objetos matemáticos e de relações entre eles. Os objetivos da resolução de problemas matemáticos vão desde proporcionar a construção ou reconstrução de conceitos por parte do aluno a dar oportunidades para que o mesmo possa desenvolver diferentes tipos de raciocínio e estratégias na solução do problema apresentado, como a ampliação do seu conhecimento de forma a dar significado a conceitos e propriedades matemáticas.

Nesse contexto, Duval (2009) destaca que, o acesso aos objetos matemáticos é obtido por meio de representações semióticas e, com isso, os sistemas de signos são essenciais à atividade cognitiva de pensamento. Do ponto de vista do ensino, possibilitar a apropriação de diferentes representações matemáticas implica em criar condições para a apreensão de conceitos matemáticos pelos alunos. Do ponto de vista da resolução de problemas, possibilita ao aluno criar suas próprias soluções. É com esse sentido que propomos trabalhar com as provas da OBMEP, por possibilitar que o aluno construa suas próprias soluções.

Inicialmente, discorremos sobre a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) para nos situarmos nas questões que são abordadas anualmente. A OBMEP é um programa relativamente novo, iniciado em 2005, promovido pelo Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação (MCTI) e realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), o qual vem criando um ambiente estimulante para o estudo da Matemática entre alunos e professores de todo o País. No formato de prova, assume a concepção de questões-problema desafiadoras, relacionadas a contextos reais e que ainda permitem "[...] que os alunos trabalhem com informações, discutam, interpretem e desenvolvam raciocínios próprios de solução" (SANTOS, 2009, p. 22), passos esses que são próprios da resolução de problemas, enquanto uma das tendências inovadoras da Matemática essenciais à aprendizagem dessa disciplina. Entre seus objetivos, a OBMEP tem como finalidade estimular o estudo da Matemática por meio da resolução de problemas que despertem o interesse e a curiosidade de professores e estudantes. Os problemas que compõem a prova da OBMEP estão relacionados as situações cotidianas do aluno, fazem com que os alunos pensem no seu cotidiano ao tentar resolvê-los e dessa forma observarem a utilidade da Matemática na vida e na construção da humanidade.

Contudo, o que nossa experiência como professor de Matemática nos mostra é que as dificuldades na aprendizagem da Matemática não estão relacionadas aos conceitos em si, mas à variedade de representações semióticas utilizadas.

1.1. Problema da pesquisa

Para Duval (2009), a compreensão em Matemática implica a capacidade de mudar de registro. Neste caso, para que o aluno consiga resolver problemas matemáticos é necessário interpretar de forma correta o que o problema está nos dizendo, ou seja, compreender bem seu enunciado, e daí fazer as representações desses dados de forma organizada e concisa. Nessa perspectiva, o *problema* que norteia nossa pesquisa que pretendemos desenvolver e que subsidia a *questão que visamos responder* a partir de nossa investigação: *quais as contribuições da teoria de Raymond Duval, relativo ao estudo dos Registros das Representações Semióticas, para um melhor desempenho de alunos na OBMEP?*

1.2. Objetivos

Assim sendo, como *objetivo geral* deste trabalho temos: analisar soluções dadas em problemas da OBMEP, tendo como referência a Teoria dos Registros de Representações Semiótica.

Como *objetivos específicos* traçamos os seguintes: historiar a origem das olimpíadas de matemática; apresentar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de forma concisa e organizada para o ensino e aprendizagem da matemática; apresentar como a OBMEP pode contribuir para visibilidade da Matemática e como ela pode despertar o interesse dos alunos por essa disciplina; identificar em problemas matemáticos as várias representações semióticas, ou seja, através do processo de conversão (mudança de registro) e produzir material didático para que possa servir de orientação para professores e alunos de escolas públicas da Educação Básica.

1.3. Justificativa da pesquisa

Justificamos a relevância da investigação que nos propomos a fazer com base em três pontos. Primeiro, dizemos que nosso estudo destaca *a grande importância que as representações semióticas têm para resolução de problemas matemáticos.* Isso é importante porque está associado a como os alunos pensam, raciocinam e fazem suas representações de situações problemas, uma vez que propomos a *estimular o estudo da Matemática por meio da resolução de problemas que despertem o interesse e a curiosidade de professores e estudantes*[1], que tem como pressuposto o de servir de instrumento não apenas para a avaliação do aluno, mas também para a prática docente, já que há uma relação direta entre o ensino e o estímulo apresentado pelo aluno.

O segundo motivo que justifica a realização de nossa pesquisa também está ligado ao principal objetivo da OBMEP. Refere-se ao fato de essa prática e esse ensino estarem associados à resolução de problemas. *Ela constatará se, de fato, o ensino de esse conteúdo matemático tem como base a aplicação da teoria de Raymond Duval na resolução das questões da OBMEP, e como essa teoria contribui para um bom desempenho dos alunos nas Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.*

[1] Objetivo principal da OBMEP, segundo o site http://www.obmep.org.br/faq.html.

O terceiro ponto diz respeito às implicações que essa constatação irá trazer ao ensino de problemas matemáticos. Ao comprovarmos ou não as contribuições da teoria de Duval na resolução de problemas matemáticos da OBMEP estaremos possibilitando uma *mudança nas práticas dos professores*. Assim, professores que a utilizam em suas aulas, poderão passar a não mais utilizá-la se a sua contribuição não for comprovada e o inverso também ocorrerá: os que não usam poderão passar a usá-la. Em primeira instância, essa mudança poderá ocorrer por parte dos professores da escola onde ocorreu a investigação; em segunda, por parte daqueles que tiverem acesso à nossa investigação.

1.4. Estrutura da dissertação

A estrutura do trabalho compreende cinco capítulos, além, da Introdução, Considerações Finais, Referências Bibliográficas, Anexos e Apêndice.

Na Introdução, apresentamos o tema, a justificativa, a problemática em estudo e a estrutura do texto.

No primeiro capítulo, que se encontra intitulado Revisão de Literatura, apresentamos a OBMEP e seus objetivos como uma prova que ajuda os alunos a despertarem o interesse pela Matemática, através de questões desafiadoras e contextualizadas. Apresentamos também a fundamentação teórica que rege nossa pesquisa: a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, formulada por Raymond Duval em relação ao papel e à importância dos registros e como podemos utilizar essas representações para resolver problemas matemáticos. Aliado a teoria de Duval também apresentamos a resolução de problemas como uma estratégia eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática

No capítulo 2, Origens das Olimpíadas de Matemática, apresentamos um breve histórico de como surgiu as Olimpíadas de Matemática e mostramos os objetivos da OBMEP como um instrumento que visa melhorar a educação básica da rede pública através da inclusão social.

No capítulo 3, O Estudo dos Registros de Representação Semiótica, apresentamos uma breve biografia de Duval, em seguida, mostramos a importância da sua teoria e os diferentes tipos de registros utilizados por Duval e por fim apresentamos os registros de representação semiótica como estratégia de resolução de problemas.

No capítulo 4, Aspectos Teóricos e Metodológicos, apresentamos a natureza da pesquisa, sua classificação, contexto e sujeitos da pesquisa, além, dos instrumentos e procedimentos utilizados para nossa coleta de dados.

No capítulo 5, Resultados e Análises de Dados, apresentamos e discutimos alguns resultados referentes a resolução das provas da OBMEP 2017 – N2 primeira e segunda fase, além das possibilidades de conversão nos enunciados dessas provas.

Em seguida, nas Considerações Finais, apresentamos algumas considerações levantadas com o desenvolvimento da pesquisa. Para finalizar, apresentamos as Referências utilizadas para a fundamentação de nossa pesquisa, alguns anexos e apêndice.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. A OBMEP e a resolução de problemas

Promovido pelo Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI) e pelo Ministério da Educação (MEC), realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), a OBMEP está em sua décima terceira edição e suas provas estão organizadas em duas fases: a primeira, de múltipla escolha, abrangendo a totalidade dos alunos inscritos pelas escolas; e a segunda, discursiva, destinada aos alunos aprovados na primeira fase. Os alunos classificados para realizar a prova da segunda fase são equivalentes a 5% do total de alunos inscritos.

A OBMEP consiste em uma prova que premia o bom desempenho dos alunos com medalhas de ouro, de prata e de bronze e certificados de menção honrosa, além de Bolsas de Iniciação Científica Júnior do CNPq. Os professores das escolas públicas responsáveis pela inscrição dos alunos também são premiados com certificados, tablets e assinatura da Revista Professor de Matemática (RPM). Já as escolas públicas são premiadas com troféus e kits de material didático, enquanto que os municípios são premiados com troféus.

Na OBMEP as questões desafiam o aluno através da resolução de problemas matemáticos levando-o a realizar os passos necessários para se chegar ao resultado final, quais sejam os de compreender o problema, estabelecer um plano, executar a plano estabelecido e verificar o resultado (SILVEIRA & MIOLA, 2008). Trata-se de uma forma contextualizada de abordar os conteúdos e, nesse sentido, a OBMEP pode levar o aluno a perceber a utilidade prática dos conteúdos abordados.

WACHILISKI (2012) traça um panorama histórico sobre a metodologia da resolução de problemas e nos esclarece que os primeiros estudos científicos que surgiram sobre esse instrumento foram por volta de 1900. Os estudos que se originaram nos Estados Unidos difundiram-se principalmente na década de 1980 e inicialmente sofreram forte influência das teorias da psicologia aplicada à educação formuladas por Piaget (1971). As pesquisas sobre a resolução de problemas de matemática proveniente dos norte-americanos propõem a ideia de que os problemas devem partir preferencialmente da realidade ou contexto dos alunos, isso graças ao surgimento do movimento da educação matemática realística, criada pelo alemão Hans Freudenthal ao final da década de 1960.

De acordo com WACHILISKI (2012), um dos primeiros pesquisadores dessa área foi o húngaro George Polya, que em 1945 publicou a primeira edição de seus estudos sobre esse assunto, cuja tradução para a língua portuguesa no Brasil foi em 1977 e denominou-se *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.* Polya, que viveu de 1887 a 1985, é considerado o pai da resolução de problemas matemáticos e um dos incentivadores dessa metodologia de ensino da matemática, com o objetivo principal de ensinar os alunos a pensar.

A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para incentivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo de ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que podem ser explorados e não apenas resolvidos. Um dos principais objetivos do ensino de Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las. O professor Dante (1991, p. 9) define problema "[...] como qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la" e o classifica em seis categorias:

> 1) Exercícios de reconhecimento: objetiva que o aluno reconheça alguma propriedade;
> 2) Exercícios de algoritmos: objetiva apenas o exercício da aplicação de algum algoritmo;
> 3) Problemas-padrão: objetiva a aplicação direta de algum algoritmo;
> 4) Problemas-processo ou heurísticos: a solução envolve passos não descritos no enunciado. É preciso pensar em uma estratégia para resolvê-lo;
> 5) Problemas de aplicação: trata-se da aplicação da Matemática para resolver problemas relacionados com o dia-a-dia;
> 6) Problemas de quebra-cabeça: são problemas de desafio, cuja solução depende de algum tipo de truque difícil de se descobrir, (DANTE 1991, p. 9).

A maioria dos problemas da OBMEP são do quarto tipo e podem ser muito proveitosos para desenvolver o raciocínio e o espírito investigativo dos alunos e ajudar no desenvolvimento do conhecimento matemático, através do seu ensino.

Nessa direção, segundo Polya (1985, p. 11), "[...] o ensino é mais uma arte do que uma ciência." Sendo uma arte, o ensino de matemática não deve ficar apenas no plano teórico. É preciso trabalhar com exemplos reais, é preciso investigar, para descobrir o que funciona e o que não funciona, em relação as maneiras com que o aluno aprende melhor dentro do seu contexto de vida. O aluno também precisa participar, pois não se aprende matemática sendo simplesmente um observador. É necessário pensar cada questão, testar diferentes formas de resolvê-la, experimentar e vivenciar o conteúdo que está sendo trabalhado. Nesse sentido, a resolução de problemas é uma ótima opção de metodologia, visto que aborda o aspecto fundamental no ensino de matemática: a aplicação prática dos conteúdos ensinados e a possibilidade de fazer com que o aluno pense matematicamente. Polya (1985) defende que este deve ser o centro do ensino da matemática, porém não deve ser o único método utilizado. É importante diversificar os tipos de atividade, utilizar também

> demonstrações matemáticas, a ideia de um sistema axiomático, talvez mesmo uma olhada na filosofia subjacente às demonstrações e às estruturas matemáticas. No entanto, estes assuntos estão mais distantes do pensamento habitual e não podem ser apreciados ou mesmo compreendidos sem um prévio cabedal de experiências matemáticas, que o aluno adquire, principalmente, resolvendo problemas, (POLYA, 1985, p. 13-14).

Todas as teorias acabam defendendo, portanto, a utilização da resolução de problemas como estratégia metodológica adequada ao ensino eficaz da Matemática.

Embora a maior parte das pessoas pense que estudar para participar da OBMEP se resume a avançar na matéria escolar, percebemos que não se resume a isso. Os problemas não exigem uma dose maior de conhecimento, e sim o despertar de um raciocínio e de muita criatividade. Em Olimpíadas de Matemática são dados, em geral, problemas envolvendo raciocínio lógico onde o estudante deve chegar a uma das maneiras de resolver tais problemas. Os problemas propostos na OBMEP fogem do padrão encontrado em muitos livros didáticos, pois suas soluções não dependem da simples aplicação de modelos matemáticos prontos, e sim da utilização criativa dos conhecimentos matemáticos.

2.2. A Teoria de Raymond Duval

No que se refere ao francês Raymond Duval e a utilização dos Registros de Representação Semiótica no Ensino e na aprendizagem da Matemática, o autor dessa teoria, desenvolve suas pesquisas em psicologia cognitiva desde os anos de 1970, oferecendo importantes contribuições para a área de Educação Matemática. Duval foi pesquisador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM) de Estrasburgo, França, de 1970 até 1995. Atualmente, Raymond Duval é professor emérito em Ciências da Educação da Université du Littoral Côte d'Opale, na cidade de Boulogne-sur-mer, e reside na cidade de Lille, norte da França.

A referida teoria tem sido bastante difundida no Brasil e tem dado muitas contribuições para pesquisas no âmbito do ensino e da didática da Matemática nas últimas décadas. A partir de uma abordagem cognitiva, o autor procurou entender o funcionamento cognitivo do sujeito, destacando atividades essenciais para a aprendizagem Matemática. Duval atribui um papel de destaque às Representações Semióticas para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Pois, é no campo das ideias que reside a natureza dos objetos matemáticos. O conhecimento matemático se estabelece pela representação de seus objetos e é neste ponto que se dá a contribuição de Raymond Duval.

Segundo Duval (2011b, p.23), as representações "[...] estão no lugar dos objetos ou os evocam quando esses não são imediatamente acessíveis". Na Matemática, as representações ganham relevo, pois estas não mais estão apenas relacionadas com a função de comunicar ou evocar algo, mas aparecem atreladas ao próprio desenvolvimento da atividade Matemática. Nesse contexto, as representações semióticas são entendidas como produções constituídas pelo emprego de signos, utilizadas para expressar, objetivar e tratar as representações cognitivas, isto é, o conjunto de concepções de um indivíduo acerca de um objeto ou situação (DUVAL, 2003).

O apoio nessa teoria nos oferece contribuições significativas tanto em aspectos conceituais, para que entendamos como se dá a aquisição do pensamento matemático, como metodológicos, possibilitando a reflexão acerca das maneiras de ensinar, no sentido de encontrar alternativas viáveis para o ensino da Matemática. Neste caso poderíamos dizer que, encontramos nessa teoria elementos que caracterizam e fundamentam tanto a aprendizagem matemática, como nos faz refletir sobre o ensino da Matemática.

Assim, é na Semiótica, ciência dos signos, que procuramos estudar as formas de comunicação, organizadas em linguagem verbal ou não verbal e a fusão dessas linguagens em um só texto, para resolver problemas matemáticos.

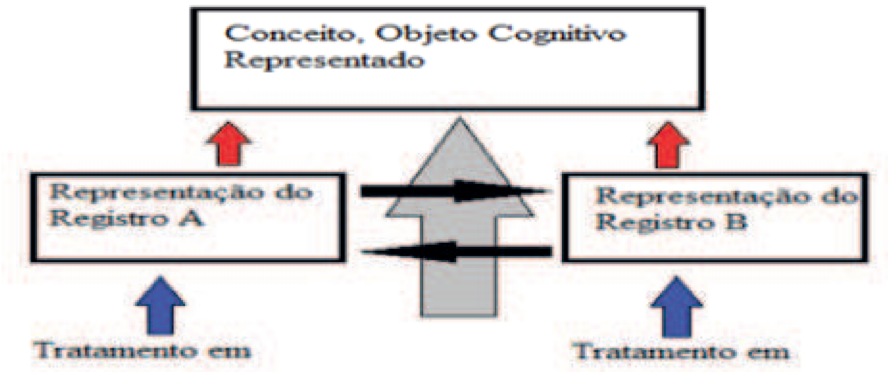
Um objeto matemático pode assumir representações distintas, sua representação depende da necessidade e do uso que se faz dele. Duval afirma que a Matemática possui uma singularidade em relação às outras ciências, dada a sua natureza abstrata. Segundo ele, para se acessar qualquer objeto matemático é necessário a utilização de Representações Semióticas, neste contexto, ele classifica essas diversidades de representações semióticas em quatro grupos: Linguagem natural; Escritas algébricas e formais; Figuras geométricas; Representações gráficas.

Ao conjunto dessas representações ele denomina de Registro de Representação Semiótica. Segundo Duval (2009), as representações são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento. Este pesquisador afirma, em outras palavras, que para um sistema semiótico ser considerado um registro de representação semiótica, ele deve admitir três atividades cognitivas: a formação, o tratamento e a conversão. Essas atividades, quando verificadas, determinam a diferenciação entre os sistemas semióticos.

Para explicar o processo de aprendizagem desenvolvido por Duval, que pressupõe a conversão como forma de acesso ao conceito e, portanto, compreensão, recorremos à figura 1.

Na figura 1 apresentamos um resumo do esquema segundo Duval: as flechas azuis referem-se às transformações internas a um registro, sendo, portanto, atividades de tratamento. As flechas pretas, por sua vez, representam as transformações externas entre dois registros, ou seja, o processo típico de conversão. A flecha cinza representa a compreensão integral de uma representação, supondo uma coordenação de dois registros como fundamental para compreensão. E, por fim, as flechas vermelhas apresentam a distinção entre representante e representado (DUVAL, 2012).

Figura 1: Estrutura de representação em função de conceituação



Fonte: Duval (2012b, p. 275)

Duval (2003) explica que na resolução de um problema, um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, no entanto, no ensino de Matemática sempre devemos ficar atentos à possibilidade de existência de mais de um registro. Neste caso, ele define a conversão como a transformação que parte de uma representação em um registro em direção a uma representação de outro registro e o tratamento como uma transformação entre representações no interior de um mesmo registro. Estas transformações podem ser realizadas entre representações dos registros da língua natural, algébrico, figural e gráfico, como comentadas anteriormente.

Assim, o modo como expressamos o conhecimento matemático é dado dentro de um sistema de representação semiótica e que possibilita variadas representações, como, por exemplo, na língua materna, em forma de desenho, algébrica, fórmula ou signo específico.

Portanto, as Representações Semióticas pretendem que o aluno seja capaz de distinguir entre o objeto matemático e a representação que se faz dele, isso é, extrair os conceitos das operações fundamentais, partindo dos variados registros de representação semiótica dos quais, historicamente, algumas culturas se valeram para realizar as suas operações.

Neste contexto, para resolver um problema matemático é imprescindível que o enunciado do problema esteja claro, para uma boa compreensão do que está sendo solicitado, e somente a partir daí começar a pensar quais são os dados fornecidos no enunciado, qual a incógnita, quais dados podem ajudar na resolução. É neste momento que o aluno deve usar notações e representações adequadas para facilitar o processo de resolução do problema, em muitos casos usar recursos gráficos pode ser bastante útil.

3. BREVE HISTÓRICO SOBRE AS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

3.1. As origens e os caminhos das Olimpíadas de Matemática[2]

A Olimpíada de Matemática é uma competição inspirada nos jogos olímpicos, que por sua vez são inspirados nos festivais esportivos que os gregos realizavam na antiga Grécia, em honra ao deus Zeus e de outros deuses que habitavam o Olimpo.

Os festivais esportivos, ou competições entendidas como olimpíadas de Matemática tinham como principais objetivos: induzir nos jovens o gosto e o prazer de estudar Matemática, estimular o ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio e por último disponibilizar aos estudantes e professores uma coleção de problemas estimulantes e desafiadores.

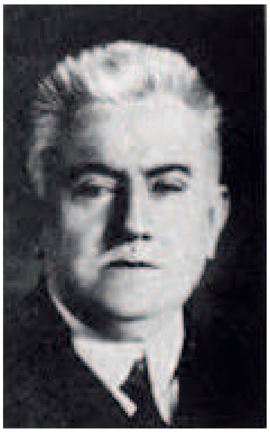
A Olimpíada de Matemática é uma disputa entre os jovens, de caráter intelectual, um torneio onde as armas dos participantes são: a inteligência, a criatividade, a imaginação e a disciplina mental. Na Olimpíada de Matemática os estudantes concorrem experimentando o prazer de resolver problemas intrigantes. Este tipo de atividade intelectual, que valoriza a competência e o saber, é uma demonstração de civilidade e avanço cultural. A história da humanidade comprova que as sociedades mais desenvolvidas têm cultivado esse sentimento de respeito pelas vitórias do espírito.

Importante registrar, a realização de Olimpíadas de Matemática no mundo é um acontecimento que data do século dezenove. A primeira Olimpíada de Matemática ocorreu no Leste Europeu, mais precisamente na Hungria, em 1894, em homenagem ao Ministro da Educação da Hungria, Jósef Kurschák, Professor de Matemática, membro da Academia de Ciências da Hungria e do Instituto Politécnico da Universidade de Budapeste. Essa ideia salutar foi disseminada pelo resto da Europa e para todo o mundo. Veremos na figura 2 uma fotografia desse professor.

---

[2] Para obtenção dos dados aqui apresentados, as quais foram apontadas as referências, foram realizadas pesquisas nos sites das olímpiadas, bem como artigos e trabalhos no corpo do texto. Vide referências.

Figura 2: Fotografia de Jósef Kurschák



Fonte: Matematikai versenyfeladatok[3]

Desde 1959, acontece, anualmente, sempre em um país diferente, a Olimpíada Internacional de Matemática (International Mathematical Olympiad - IMO). O Brasil tem participado na IMO e obtido, através de seus jovens, diversas medalhas de ouro, prata e bronze. Em 2017, pela primeira vez, o Brasil sediou a IMO.

Existe também, desde 1985, patrocinada pela Organização dos Estados Ibero-Americanos para a Educação, Ciência e Cultura, a Olimpíada Ibero-Americana de Matemática. Nessa Olimpíada, o Brasil já conquistou, ao longo dos anos, medalhas de ouro, prata e bronze. Acontece também, anualmente, sempre em um país diferente, a Olimpíada de Matemática do Cone Sul, envolvendo estudantes do Brasil, Argentina, Bolívia, Chile, Equador, Paraguai, Peru e Uruguai.

O Brasil participa, também, das Olimpíadas de Maio, patrocinada pelo Centro Latino-Americano de Matemática e Informática (CLAMI) e pela Federação de Competições de Matemática. Esta competição está dividida em dois níveis: estudantes com idade menor do que 13 anos e estudantes com idade menor do que 15 anos e maior do que ou igual a 13 anos. O concurso é aplicado nas escolas dos seguintes países: Argentina, Bolívia, Brasil, Chile, Colômbia, Cuba, Espanha, México, Panamá, Paraguai e Venezuela.

No Brasil, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) promove, anualmente, desde 1979, a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) e, através da Comissão Brasileira de Olimpíadas de Matemática, coordena a participação de estudantes brasileiros em competições internacionais.

[3]Disponível em: <www.tankonyvtar.hu> Acesso: Setembro de 2017. Matematikai versenyfeladatok (tarefas competitivas matemáticas).

Localmente, a Olimpíada Campinense de Matemática (OCM) é uma atividade de extensão realizada pela Unidade Acadêmica de Matemática da Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande, desde 1983. Portanto, já tem maioridade e uma longa história que vem ao encontro dos objetivos que fundamentam a filosofia de olimpíadas culturais, na medida em que constitui um meio efetivo de detectar e estimular estudantes para estudos da Matemática, e prepará-los para competições nacionais e internacionais através de uma competitividade saudável.

A OCM, no decorrer desse tempo, sofreu várias mudanças. Nos primeiros anos, era aplicada apenas para alunos do ensino médio. No início dos anos 90, foi também estendida para estudantes dos 8º e 9º anos. Só a partir de 1998, a OCM passou a ser realizada para alunos do ensino fundamental (a partir do 6ª ano), além do ensino médio. Nos últimos cinco anos, mais de 10 mil estudantes de mais de 60 escolas de Campina Grande e cidades circunvizinhas foram inscritos para participar da Olimpíada Campinense de Matemática.

A OCM leva no seu nome Olimpíada Campinense de Matemática Professor José Viera Alves, uma homenagem a um de seus fundadores professor José Vieira Alves do Departamento de Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia, Campus Campina Grande, hoje professor aposentado. Na figura 3 apresentamos a sua imagem.

Figura 3: Fotografia de José Vieira Alves

Fonte: Departamento de Matemática da UFCG[4]

Pensando na melhoria do ensino de matemática nas escolas públicas de todo o País, o MEC juntamente com a SBM e o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) estão promovendo e organizando desde 2005 a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas

[4] Disponível em: http://www.dme.ufcg.edu.br/uame/imagens/fotos_professores/vieira.jpg> Acesso: Setembro de 2017

Públicas (OBMEP), que com cerca de 19 milhões de participantes a cada ano, faz dela a maior olimpíada de matemática do mundo. A cada ano são premiados inúmeros alunos de diferentes estados, bem como professores e escolas.

Em olimpíadas de Matemática são dados em gerais problemas de lógica onde o estudante deve chegar ao resultado esperado, através de uma maneira de resolver tais problemas. As subáreas pela qual é composta uma prova olímpica de Matemática são: Álgebra, Combinatória, Geometria e Teoria dos Números.

3.2. A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)

A (OBMEP) é uma prova elaborada e promovida pelo Ministério da Educação (MEC) e realizada pelo (IMPA), projeto que vem criando um ambiente estimulante para o estudo da matemática entre alunos e professores de Escolas públicas em todo o Brasil.

Voltada para o ensino público, nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio, a OBMEP tem o compromisso de afirmar a excelência como valor maior do ensino da matemática; além de mostrar a importância da disciplina para o futuro dos alunos e consequentemente para o desenvolvimento do país.

A OBMEP é destinada aos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio das Escolas públicas nas esferas municipais, estaduais e federais, sendo realizada em três níveis. No Nível 1 avaliam os alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental; no Nível 2 os alunos do 8º e 9º anos também do Ensino Fundamental e no Nível 3 os alunos da 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio. Os alunos da (EJA) do 6º ou 7º ano do ensino fundamental deverão ser inscritos para as provas do Nível 1, os do 8º ou 9º ano para as provas do Nível 2 e os do ensino médio para as provas do Nível 3

As provas dos Níveis 1, 2 e 3 são compostas de duas fases; participam da primeira fase todos os alunos da escola, os quais são inscritos pela própria escola de forma online para participarem da OBMEP, ficando aptos a segunda fase, cerca de 5% dos alunos inscritos pela escola em cada nível. Cabe a cada escola, através de um responsável, que no geral é o professor de matemática da própria escola, que terá o papel de selecionar os alunos com melhor desempenho na primeira fase, classificando-os a participar da segunda fase, cabendo ao responsável fixar previamente critérios de desempate a serem aplicados, se necessário, de modo a não exceder sua cota em cada nível. A OBMEP premia os alunos com medalhas de ouro, de prata ou de bronze e certificados de menção honrosa, além de Bolsas de Iniciação Científica Júnior do CNPq. Os professores responsáveis pela organização das escolas públicas também são premiados com certificados, tablets e assinatura da RPM. As escolas públicas são premiadas com kits de material didático e troféus. Os municípios são premiados com troféus. Todas essas premiações seguem critérios vinculados à premiação e pontos obtidos pelos alunos, descritos no Regulamento da OBMEP (OBMEP, 2016).

Vale frisar que na 1ª edição foram 10.520.831 inscritos, 30.031 escolas, contemplando 93,5% dos municípios brasileiros. Passados 12 anos, em sua 13ª edição e com 18.240.497 de alunos inscritos, 53.231 escolas e 99,57% dos municípios participaram da OBMEP e continuam participando em grande número da OBMEP, sendo hoje, considerada a maior competição de Matemática do mundo.

Em 2016 foram premiados 48.984 alunos com medalhas e menções honrosas, dessas premiações, 461 foram para alunos da Paraíba, com 6 medalhas de ouro, 8 medalhas de prata, 61 medalhas de bronze e 386 menções honrosas.

De forma contextualizada, as questões propostas na OBMEP trazem em seus enunciados questões-problema desafiadores, relacionadas a contextos reais e que ainda permitem que os alunos trabalhem com informações, discutam, interpretem e desenvolvam raciocínios próprios para chegarem a solução do problema proposto.

Em linhas gerais, os objetivos principais da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas são:

> 1. Estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas. 2. Contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica. 3. Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas. 4. Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional. 5. Contribuir para a integração das escolas públicas com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e as sociedades científicas. 6. Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento, (OBMEP, 2017).

Entretanto, limitar o pensamento de que estudar para participar da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas é avançar na matéria escolar é muito restrito, de fato não é apenas isso, porque os problemas não exigem uma dose maior de conhecimento, e sim o despertar de um raciocínio e de muita criatividade. Nas olimpíadas de matemática são dados, em sua maior parte, problemas de lógica nos quais o estudante deve chegar, através de variadas formas de solução, a uma das maneiras de resolver tais problemas.

Os problemas propostos na OBMEP fogem do padrão encontrado em muitos livros didáticos, pois suas soluções não dependem da simples aplicação de modelos matemáticos prontos, e sim da utilização criativa dos conhecimentos matemáticos dos estudantes.

No contexto atual, existem diversas olimpíadas de conhecimento (história, robótica, redação, entre outras), porém a maior parte dos alunos que participam destas olimpíadas não se prepara de maneira adequada, isto quando existe a preparação. Tal fato é alarmante, uma vez que o futuro da educação, associada ao futuro do país, está intrinsecamente ligada à como se trata a preparação da vida acadêmica e do planejamento de como alcançar tais objetivos por parte dos discentes, sendo os fatores que mais preocupam os grandes pensadores da educação mundial.

Um dos fatores desmotivadores na prática docente é perceber que o aluno é temeroso em aprender a matemática devido a estereótipos estabelecidos na passagem em cada nível de educação, através de influências internas e externas ao ambiente escolar, presenciando tais atitudes dos docentes quando relatam que aprender matemática é complicado e que jamais irão aprender e/ou memorizar tais fórmulas, apenas levando em consideração que muitos dos professores lançam os conteúdos propostos em seus currículos sem mostrar ou demonstrar suas utilidades, aplicações e contextualizações.

3.3. A OBMEP como inclusão social

No que se refere especificamente à OBMEP e a inclusão social, vale destacar que a OBMEP foi apresentada à comunidade escolar e à sociedade brasileira como um projeto de inclusão social e científica inspirado no Projeto NUMERATIZAR do estado do Ceará, enfatizando a utilização de questões matemáticas que incitam o raciocínio, como base de um projeto cujo um dos objetivos é o desenvolvimento de estratégias que possibilitem melhorar a qualidade do ensino de matemática na educação básica, de forma mais efetiva gerando inclusão social," (Projeto NUMERATIZAR, apud OBMEP, s.d., p. 6).

O projeto NUMERATIZAR foi organizado como uma política pública de inclusão social, tendo servido, também, para a descoberta de talentos precoces em Matemática e para a melhoria do Ensino Fundamental nas escolas públicas cearenses. Segundo o professor Dr. João Lucas Marques Barbosa (UFC), ex-presidente da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), o "objetivo macro dos dois Projetos é o de melhorar a Educação Pública – corrigir deficiências da educação formal que afetam a cidadania e a inclusão social, dificultando o crescimento científico e tecnológico e a qualidade da educação profissional e superior," (BARBOSA, 2007).

Esse caráter inclusivo associado à OBMEP fica explícito na análise de sua estrutura de funcionamento, com suas coordenações regionais preocupadas em viabilizar a participação de alunos das mais diferentes regiões do país, das mais diversas cidades, abrangendo as mais diversas áreas habitadas do país.

Apresentamos a seguir alguns programas desenvolvidos pela OBMEP ao longo desses anos.

3.3.1. Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC)

Destinado aos alunos medalhistas da OBMEP, o PIC é realizado por meio de uma rede nacional de professores em polos espalhados pelo país, e também no fórum virtual. Tem como objetivos despertar nos alunos o gosto pela matemática e pela ciência em geral e motivá-los na escolha profissional pelas carreiras científicas e tecnológicas. Ao longo de suas edições, a OBMEP já ofereceu a mais de 36 mil alunos a oportunidade de estudar Matemática por 1 ano, com bolsa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e mais de 1800 alunos participaram do programa como ouvintes.

3.3.2. Portal da Matemática

Com aplicativos e vídeo aulas que cobrem todo o currículo da Matemática, do sexto ano do ensino fundamental ao terceiro ano do ensino médio. O objetivo deste canal é de contribuir com material de apoio a professores, a alunos e ao público em geral.

3.3.3. Banco de Questões

Para professores que desejam preparar seus alunos para as Olimpíadas em *http://www.obmep.org.br/banco.htm* podemos encontrar os Bancos de Questões que apresentam uma seleção de problemas, similares aos problemas das provas da OBMEP, divididos por níveis e por assuntos. Também em *http://www.obmep.org.br/provas.htm* podemos encontrar todas as provas anteriores da OBMEP, suas soluções e vídeos com a resolução das provas mais recentes.

3.3.4. Portal Clubes de Matemática

Toda semana podemos encontrar um desafio no blog *http://clubes.obmep.org.br*, onde podemos criar com amigos um clube de matemática e participar de gincanas e competições nacionais. O clube dará acesso também a um fórum onde podemos discutir com outros alunos do país questões relacionadas à Matemática. Se você é professor(a), você também poderá participar.

3.3.5. Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI)

O programa é destinado aos interessados em se preparar para as provas da OBMEP e da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), que estejam matriculados no oitavo ou no nono ano do Ensino Fundamental ou em qualquer uma das séries do Ensino Médio.

3.3.6. Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME)

O PICME é um programa que oferece aos estudantes universitários que se destacaram nas Olimpíadas de Matemática (medalhistas da OBMEP ou da OBM) a oportunidade de realizar estudos avançados em Matemática simultaneamente com sua graduação. Os participantes recebem as bolsas por meio de uma parceria com o CNPq (Iniciação Científica) e com a CAPES (Mestrado). Desde a sua criação, mais de 2000 alunos já receberam bolsa do PICME.

3.3.7. Programa OBMEP na Escola

Voltado para o professor de matemática das escolas públicas e para os alunos de licenciatura em Matemática, o programa quer estimular atividades extraclasse com o uso dos materiais da OBMEP, tais como provas e Bancos de Questões. Professores de todo o país são habilitados e preparados para desenvolver essa atividade em sua escola ou em escolas vizinhas. O programa conta com o apoio da CAPES para o pagamento da bolsa aos professores participantes.

4. O ESTUDO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

4.1. Breve biografia de Raymond Duval.

O pesquisador francês Raymond Duval, filósofo e psicólogo de formação, desenvolve suas pesquisas em psicologia cognitiva desde os anos 1970, oferecendo importantes contribuições para a área de Educação Matemática. Duval foi pesquisador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática – IREM de Estrasburgo, França, de 1970 até 1995. Atualmente, Raymond Duval é professor emérito em Ciências da Educação da *Université du Littoral Côte d'Opale*, na cidade de Boulogne-sur-mer, e reside na cidade de Lille, norte da França. 4.2. (ENTREVISTADO9, 2015), cujo retrato vemos na figura 4.

Figura 4: Fotografia de Raymond Duval

Fonte: imagem do slideshare[5]

Autor de várias pesquisas, cujos resultados têm sido divulgados em revistas científicas francesas e internacionais, Duval trata, em sus extensa produção, principalmente do funcionamento cognitivo, implicando sobretudo na atividade Matemática e nos problemas de tal aprendizagem. Realizou trabalhos sobre a utilização específica da língua materna nos

[5] Disponível em <https://image.slidesharecdn.com/teoraderegistrosderepresentacinseimtica-160710182238/95/teora-de-registros-de-representacin-seimtica-2-638.jpg?cb=1468175076> Acesso em setembro. 201t.

procedimentos matemáticos, bem como sobre a compreensão de textos de Matemática, e ainda sobre a aprendizagem de diferentes formas de raciocínio e argumentação.

Duval estudou também as diversas representações mobilizadas pela visualização Matemática. Ele desenvolveu um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento, em termos de mudança de registros de representação semiótica, na referida obra *Sémiosis et pensée humaine*. Raymond Duval contribuiu com o capítulo de sua autoria dentre os vários que compõe este livro. Acreditamos que seja de fundamental importância toda reflexão, para a compreensão e a superação dos problemas presentes no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. (MACHADO, 2003).

4.2. A Importância da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

A teoria dos registros de representação de Raymond Duval tem-se mostrado um importante instrumento de pesquisa, no estudo da complexidade da aprendizagem de Matemática.

Na perspectiva de Duval, uma análise do conhecimento matemático é, essencialmente, uma análise do sistema de produção das representações semióticas referentes a esse conhecimento.

A maneira Matemática de raciocinar e de visualizar está intrinsicamente ligada à utilização das representações semióticas, e toda comunicação em Matemática se estabelece com base nessas representações. Assim, a abordagem cognitiva adotada por Duval, desenvolvida em estreita relação com o *funcionamento* matemático, no que ele tem de específico, torna sua teoria operatória, por excelência.

Muitos investigadores, que tomaram conhecimento de análise de atividades matemáticas, em termos de registros de representação, interessaram-se por essa abordagem, e passaram a adotá-la em suas pesquisas. Assim, os trabalhos de Raymond Duval sobre os Registros de Representações Semióticas têm servido de base para várias pesquisas concernentes à aquisição do conhecimento matemático e à organização de situações de aprendizagem desses conhecimentos.

A obra *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, publicada em 1995, foi marco entre as várias produções de Duval, por tratar-se da primeira apresentação sistematizada de sua teoria. De lá para cá, sua teoria dos Registros de Representação Semiótica tem sido divulgada em diversos países e publicada em várias línguas.

Os Registros de Representação Semiótica, teoria desenvolvida por Duval tem sido bastante difundida no Brasil e tem dado muitas contribuições para pesquisas no âmbito do ensino e da Didática da Matemática nas últimas décadas. A partir de uma abordagem cognitiva, o autor procurou entender o funcionamento cognitivo do sujeito, destacando atividades essenciais para a aprendizagem matemática. Duval atribui papel de destaque aos Registros de Representação Semiótica para o ensino e a aprendizagem da Matemática, pois, é no campo das ideias que reside a natureza dos objetos matemáticos. O conhecimento matemático se estabelece pela representação de seus objetos e é neste ponto que se dá a contribuição de Raymond Duval,

É suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático. Ora, a importância das representações semióticas se deve a duas razões fundamentais.

> 1. Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático – por exemplo, as operações de cálculo – dependem do sistema de representação utilizado. Por exemplo, o sistema de numeração decimal de posição oferece mais possibilidades que os sistemas grego ou romano de numeração e, no entanto, a aquisição desse sistema de numeração pelos alunos não é fácil.
> 2. Outra razão importante é a grande variedade de representações semióticas utilizadas em Matemática. Além dos sistemas de numeração, existem as formas geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, (MACHADO, 2003, p.13).

A teoria dos Registros de Representações Semióticas se mostra de fundamental importância para a compreensão e o desenvolvimento das atividades matemáticas do ponto de vista cognitivo, pois é um estudo que contribui para alargar as teorias que já se conhece sobre a linguagem matemática, suas aplicações e suas características lógicas.

4.3. Os diferentes tipos de registros

Os diferentes tipos de Sistemas de Representações Semióticas utilizados em Matemática foram designados *Registros*, ou seja, um sistema dotado de signos que permitem identificar uma representação de um objeto. Existem quatro tipos diferentes de registros: os *multifuncionais* discursivos e os não-discursivos, e os *monofuncionais* discursivos e não-discursivos.

Na tabela 1 apresentamos a classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.

Tabela 1: Classificação dos diferentes tipos de registros

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associação verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • Argumentação a partir de observações, de crenças..., • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). • Apreensão operatória e não somente perceptiva; • Construção com instrumento.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escrita: • Numérica (binária, decimal, fracionária...); • Algébrica; • Simbólica (línguas formais. Cálculo	Gráfico cartesianos. • Mudança de sistema de coordenadas; • Interpolação, extrapolação.

Fonte: (MACHADO, 2003, p. 14)

É na Semiótica, ciência dos signos, que procuramos estudar as formas de comunicação, organizadas em linguagem verbal ou não verbal e a fusão dessas linguagens em um só texto, para resolver problemas matemáticos.

Um objeto matemático pode assumir representações distintas, sua representação depende da necessidade e do uso que se faz dele. Duval afirma que a Matemática possui uma singularidade em relação às outras ciências, dada a sua natureza não real. Segundo ele, para se acessar qualquer objeto matemático é necessário a utilização de Representação Semiótica, neste contexto, ele classifica essas diversidades de representações semióticas em quatro grupos: Linguagem natural; Escritas algébricas e formais; Figuras geométricas; Representações gráficas. (ARAÚJO et al., 2015).

Vejamos na figura 5 a seguir como podemos representar um objeto matemático.

Figura 5: Esquema de possíveis registros de representação de um objeto matemático

Linguagem natural	Escritas algébricas e formais	Figuras geométricas	Representações gráficas	. . .

Fonte: Produção própria

Para o conjunto dessas representações ele denomina de Registro de Representação Semiótica. Segundo Duval (2009), as representações são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento. Este pesquisador afirma que, em outras palavras, para um sistema semiótico ser considerado um registro de representação semiótica, ele deve admitir três atividades cognitivas: *a formação, o tratamento* e *a conversão*. Essas atividades, quando verificadas, determinam a diferenciação entre os sistemas semióticos.

A *formação* de uma representação semiótica é baseada na aplicação de regras de conformidade e na seleção de certas características do conteúdo envolvido.

Por exemplo, a composição de um texto, construir uma figura geométrica, elaborar um esquema, escrever uma fórmula, descrever o domínio de uma função, etc.

O *tratamento* de uma representação é a transformação desta em outra representação no mesmo registro na qual foi formada. O tratamento é, portanto, uma transformação interna em um registro.

Por exemplo, o cálculo é uma forma de tratamento próprio das escritas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo de limite de uma função, cálculo integral de uma função, cálculo proposicional...), resolver uma equação ou um sistema de equações, completar uma figura segundo critérios de conexidade e simetria.

A *conversão* de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro, ou seja, as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados.

Por exemplo, a tradução de um texto em uma ou mais expressões algébricas correspondentes é uma conversão da representação destas expressões da língua materna para o registro algébrico, (HENRIQUES AFONSO, 2016).

A *conversão* é, portanto, uma atividade cognitiva diferente e independente do t*ratamento*. O *tratamento* e a *conversão* são tipos de transformações semióticas que são radicalmente diferentes. Geralmente quando descrevemos a resolução de problemas matemáticos e quando analisamos a produção dos alunos, não tomamos o cuidado em diferenciá-los. Na tabela 2 a seguir, apresentamos a distinção decisiva para análise do funcionamento cognitivo da compreensão, dois tipos radicalmente diferentes de transformação de representação semiótica.

Tabela 2: Distinção entre as atividades cognitivas – Tratamento e Conversão

Transformação de uma representação semiótica em uma outra representação semiótica	
Permanecendo no mesmo sistema: Tratamento	Mudando de sistema, mas conservando a referência aos mesmos objetos: Conversão
Quase sempre, é somente este tipo de transformação que chama a atenção porque ele corresponde a procedimentos de justaposição. De um ponto de vista “pedagógico”, trata-se algumas vezes procurar o melhor meio para que os alunos possam compreender.	Este tipo de transformação enfrenta os fenômenos de não-congruência. Isso se traduz pelo fato de os alunos não reconhecerem o mesmo objeto através de duas representações diferentes. A capacidade de converter implica a coordenação de registros mobilizados. Os fatores de não-congruência mudam conforme os tipos de registros entre os quais a conversão é, ou deve ser, efetuada.

Fonte: (MACHADO, 2003, p. 14)

4.4. Os Registros de representação semiótica como estratégia de resolução de problemas matemáticos

A Resolução de Problemas constitui um dos temas fundamentais, tanto na investigação quanto no desenvolvimento curricular em Educação Matemática. É uma das tendências no âmbito da Educação Matemática que tem ganhado um espaço privilegiado, sobretudo, no currículo de Matemática, (NUNES, 2006).

Em seus estudos, Stanick e Kilpatric (1989) explicam o papel da resolução de problemas na matemática escolar:

> [...] o papel da resolução de problemas na matemática escolar é o resultado do conflito entre forças ligadas a ideias antigas e persistentes acerca das vantagens do estudo da matemática e uma variedade de acontecimentos que influenciaram uns aos outros e que ocorreram no princípio do século XX. A principal razão para a maior ênfase dada pelos educadores matemáticos ao ensino da resolução de problemas é que, até este século, era assumido que o estudo da Matemática seria, de uma maneira geral, a melhoria do pensamento das pessoas. [...] Por isso, desde Platão, temos a ideia de que, estudando Matemática, melhoramos as capacidades de pensar, raciocinar, resolver problemas com que confrontaremos no mundo real. [...] Os problemas foram um elemento do currículo de Matemática que contribuiu, tal como outros elementos, para o desenvolvimento do poder de raciocinar (STANICK e KILPATRICK, 1989, p 7-8).

Segundo Onuchic e Allevato (2004), a utilização da Resolução de Problemas como metodologia se destaca desde meados dos anos 1980, em todo o mundo, como um dos propósitos do ensino da Matemática. No entanto, o trabalho com essa metodologia em sala de aula tem sido, normalmente, reduzido a atividades de aplicação de conteúdos expostos previamente, sem preocupação com o seu real objetivo: proporcionar a descoberta, dar oportunidade de o aluno desenvolver diferentes tipos de raciocínios e estratégias, ampliar seu conhecimento de forma a dar significado a conceitos e propriedades matemáticas.

Intuitivamente, todos nós temos uma ideia do que seja um problema. De maneira genérica, pode-se dizer que é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo. Mas, o que é resolver problema? Segundo George Polya (1997):

> Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos um problema. Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma

> dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados. Resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como o "animal que resolve problemas"; seus dias são preenchidos com aspirações não imediatamente alcançáveis. A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos à simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim. (POLYA apud KRULIK; REYS, 1997)

Já nos PCNs (1998) podemos ler: Resolver problemas pressupõe que o aluno: Elabore um ou vários procedimentos de resolução (como por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos e valide seus procedimentos, (BRASIL, 1998)

Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido. Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam pôr a prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos, para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimento, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar situações problemas que o envolva, o desafie e o motive a querer resolvê-las. Essa é umas das razões pelas quais a resolução de problemas tem sido reconhecida no mundo todo como uma das principais ferramentas da Matemática no processo de ensino aprendizagem.

Então podemos construir o caminho para se ensinar Matemática por meio da resolução de problemas dividindo-os em quatro fases, segundo Polya (2006).

> Primeiro, temos de *compreender* o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver os diversos itens inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a, (PÓLYA, 2006, p.4-5).

Compreensão do problema. Polya (2006, p. 5) afirma que "é uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida. É triste trabalhar para um fim que não se deseja". Para que o aluno possa resolver o problema ele deve sentir-se motivado e desafiado.

É imprescindível que seu enunciado esteja claro, que o aluno tenha completa compreensão do que está sendo solicitado, e daí pensar quais são os dados fornecidos pelo problema que nos ajude na sua resolução. O estudante deve considerar as partes principais do problema, a incógnita, os dados e a condicionante, além de usar as notações adequadas para fazer as devidas representações que facilite o processo de resolução do problema. Em muitos casos utilizar as representações como: figuras, gráficas, entre outras, são bastante úteis.

Após a compreensão do que está sendo solicitado no problema e a identificação das partes principais, que nos ajude a encontrar sua solução, podemos passar para o próximo passo.

Estabelecimento do plano. Após o aluno familiarizar-se com o problema, é preciso que se encontrem relações entre a incógnita e os dados levantados. Se essas relações não forem encontras de imediato, é interessante recordar problemas semelhantes que, porventura, já tenham sido vistos ou resolvidos. É preciso ter ideias dos métodos e procedimentos que podem ser utilizados para a resolução do problema.

> As boas ideias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos. Para uma boa ideia, não basta a simples recordação, mas não podemos ter nenhuma ideia boa sem relembrar alguns fatos pertinentes, (POLYA, 2006, p.7)

Espera-se que, ao sair dessa fase, o aluno tenha em mente planos e imagine diferentes estratégias para resolver o problema. É importante salientar que nem todos os dados presentes no problema serão utilizados para a resposta final, que por vezes não será de única solução.

Executar o plano estabelecido. Estabelecido o plano de resolução do problema o próximo passo é executá-lo. É o momento em que, por meio da utilização de ferramentas matemáticas, que inclui algoritmos já conhecidos, identificação de operadores matemáticos e estimativas, será desencadeada uma tentativa de relacionar os dados coletados com a solução do problema. Cálculos serão feitos e os registros devem ser organizados de tal forma que nenhum cálculo seja inútil; todo desenvolvimento é importante para a solução do problema. Intuir e deduzir alguns padrões, por meio de analogias ou simples comparações, é de extrema importância na execução dos planos estabelecidos.

> O plano proporciona apenas um roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e que não

> reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro, (POLYA, 2016, p.10).

Retrospecto. Nesta fase o aluno já tem resolvido o problema e encontrado uma resposta final. Esta é a etapa da revisão, ou seja, examinar a solução obtida seguindo os passos: examine a solução obtida, verifique o resultado e o argumento, perceber que é possível chegar ao resultado por um caminho diferente.

> Se fizermos um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas, (POLYA, 2016, p.12).

Durante a resolução ou a busca da solução de um problema em Matemática, as ideias precisam ser organizadas a partir da representação de objetos matemáticos e de relações entre eles. É nesse contexto que aplicamos o estudo dos Registros de Representação Semiótica. Para Duval (2009), o acesso aos objetos matemáticos é obtido por meio de representações semióticas e, com isso, os sistemas de signos são essenciais à atividade cognitiva de pensamento.

Duval (2003) explica que na resolução de um problema, um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, no entanto, no ensino de Matemática sempre devemos ficar atentos para a possibilidade de existência de mais de um registro. Como visto anteriormente, Duval define a *conversão* como a transformação que parte de uma representação em um registro em direção a uma representação de outro registro e o *tratamento* como uma transformação entre representações no interior de um mesmo registro.

O modo como expressamos o conhecimento matemático é dado dentro de um sistema de representação semiótica e que possibilita variadas representações, como, por exemplo, na língua materna, em forma de desenho, álgebra, fórmula ou signo específico.

Segundo Polya (2006, p. 5), “se houver uma figura relacionada ao problema, deverá *traçar uma figura* e nela indicar a incógnita e os dados”. É neste momento que o aluno está utilizando a teoria de Duval, ou seja, fazendo as representações dos objetos matemáticos.

As representações semióticas pretendem que o aluno seja capaz de distinguir entre o objeto matemático e a representação que se faz dele, isso é, extrair os conceitos das operações fundamentais, partindo dos variados registros de representação semiótica que historicamente algumas culturas se valeram para realizar as suas operações.

Neste contexto, para resolver um problema matemático é de fundamental importância que o enunciado do problema esteja claro, para uma boa compreensão do que está sendo pedido, e somente a partir daí começar a pensar quais são os dados fornecidos no enunciado, qual a incógnita, quais dados podem ajudar na resolução. Neste instante é fundamental que o aluno utilize as notações e representações adequadas para facilitar o processo de resolução do problema.

Para o presente estudo tomamos como base as provas da OBMEP realizada no ano de 2017 nível 2, primeira e segunda fase. Desta feita, apontamos possíveis estratégias de soluções, adotando caminhos de interpretação baseados em representações semióticas que por sua vez serviriam para orientar os alunos envolvidos com esse programa, através da busca de relações para o que Duval denominou de Registros de Representação Semiótica e a resolução de problemas matemáticos.

Ensinar Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações-problema que o envolva, o desafie e o motive a querer resolvê-las. Ensinar Matemática sob o ponto de vista de Duval (2003) é antes de tudo possibilitar o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização.

A caracterização do desenvolvimento das atividades referentes à resolução de problemas matemáticos é dependente dos registros de representação semiótica, então podemos dizer que, para uma melhor compreensão da matemática, essas representações semiótica assume uma grande importância, já que os objetos matemáticos estão no mundo das ideias, ou seja, são objetos abstratos, os quais não são acessíveis pela percepção.

Para que, um problema desperte o interesse dos alunos, é necessário que ele seja desafiador, pois

> O aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo. Se lhe faltar compreensão e interesse, isto nem sempre será culpa sua. O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante, (PÓLYA 1995, p.4).

Todavia, para Duval, as dificuldades de compreensão na aprendizagem da Matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas à variedade de representações semióticas utilizadas e o uso confuso que fazem delas. A compreensão em Matemática implica a capacidade de mudar de registro. Neste caso, para que o aluno consiga resolver problemas matemáticos é necessário interpretar de forma correta o que o problema está nos dizendo, ou seja, compreender bem o seu enunciado, e daí fazer as representações desses dados de forma organizada e concisa.

5. ASPECTOS TEÓRICOS METODOLÓGICOS

Afirmamos, com base em Fiorentini e Lorenzato (apud SILVEIRA; MIOLA, 2008, p. 101), que a pesquisa que pretendemos desenvolver enquadra-se na área da *Educação Matemática.* Na concepção desses autores, nossa investigação não pode ser considerada como sendo da área da educação puramente, pois seu objeto de pesquisa é um conhecimento específico – a resolução de problemas matemáticos, sob o ponto de vista da Teoria de Raymond Duval. Tampouco pode ser considerada uma pesquisa em matemática, pois não objetiva criar novo conhecimento na área. Configura-se, portanto, segundo os autores mencionados, como estando localizada entre essas duas áreas e se insere no campo da prática educativa, pois se estabelece em três polos distintos, porém, complementares: *o professor, o aluno e o conhecimento matemático.*

5.1. Natureza, abordagem e classificação

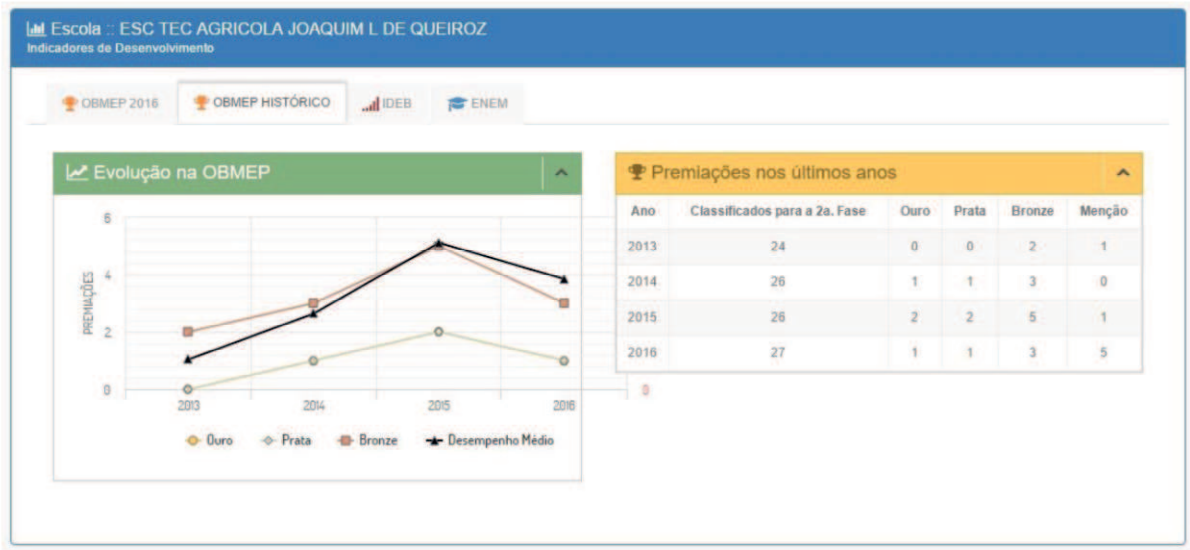
Nossa pesquisa é de natureza *descritivo-interpretativista* nos moldes estabelecidos por Bogdan e Biklen (1994, p. 48) nos quais os dados são analisados "[...] em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma como foram registrados".

É também um estudo tanto *quantitativo* quanto *qualitativo* e não no sentido de que essas duas abordagens mantêm uma relação dicotômica, mas no sentido de que "os dados quantitativos necessitam ser suplementados por detalhes contextuais fornecidos pelas técnicas qualitativas" (MOREIRA; CALEFFE, 2006, p. 67). Assim, pretendemos *quantificar* os erros e acertos cometidos pelos alunos no teste que aplicamos com questões da OBMEP para, só assim, os analisarmos de forma *qualitativa.*

5.2. Contexto e sujeitos da pesquisa

Atendendo ao critério da acessibilidade, realizamos nosso estudo na Escola Técnica Agrícola Joaquim Limeira de Queiroz localizada no município de Puxinanã - PB, a 18 km (dezoito quilômetros) de Campina Grande – PB, onde atuamos, lecionando a disciplina de Matemática. Escola esta pertencente à rede municipal de ensino e composta por alunos do sexto ao nono ano do ensino fundamental, tem apresentado nos últimos anos (Figura 6) um ótimo resultado na OBMEP, resultados estes que atribuímos ao trabalho que temos realizado no que se refere ao ensino de problemas matemáticos em atividades extra classe. Foi também essa a razão que nos motivou a escolher a referida escola como campo de nossa pesquisa.

Figura 6: Número de alunos premiados na OBMEP de 2013 a 2016



Fonte: OBMEP na escola

5.3 Instrumentos e procedimentos de coleta de dados

Para alcançarmos nosso objetivo proposto selecionamos como sujeitos de nossa pesquisa os alunos premiados na OBMEP 2016. Quanto aos instrumentos de coletas de dados recorremos às Provas da OBMEP 2017 N2 realizadas na primeira e segunda fase, assim como as formas que os alunos responderam às mesmas.

6. RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS

Para analisarmos se as questões da prova da OBMEP são elaboradas com possibilidades da Teoria da conversão de registro proposta por Duval, assim como se seus enunciados auxiliam na resolução das questões, procuramos verificar como 6 (seis) alunos responderam as 20 (vinte) questões da prova aplicada na OBMEP 2017- N2 primeira fase e as 6 (seis) questões da prova aplicada na OBMEP 2017 – N2 segunda fase (em anexo).

Lembramos que não nos preocupamos inicialmente com as respostas, ou seja, se a resolução estava correta ou não. Como já afirmamos, o importante era verificarmos os procedimentos de resoluções das questões por parte dos alunos, pois os caminhos percorridos eminentemente já respondiam a nossa primeira averiguação, ou seja, se as provas permitiam a utilização de registros propostos por Duval. O quadro 1 a seguir é revelador, vejamos:

Quadro 1: Análise dos registros de representação utilizados pelos alunos na resolução da prova da OBMEP 2017 – N2 primeira fase

REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO				
Questão	Registro na Língua Natural	Registro simbólico		Registro Figural
		Numérico	*Algébrico*	
01	Sim	Sim	Não	Não
02	Sim	Sim	Não	Não
03	Não	Não	Sim	Não
04	Não	Sim	Não	Não
05	Sim	Não	Não	Não
06	Sim	Não	Não	Não
07	Sim	Sim	Não	Não
08	Não	Sim	Não	Não
09	Sim	Sim	Não	Não
10	Sim	Não	Não	Não
11	Sim	Sim	Não	Não
12	Sim	Sim	Não	Sim
13	Sim	Não	Não	Não
14	Não	Sim	Não	Sim
15	Sim	Não	Sim	Não
16	Sim	Sim	Não	Não
17	-	-	-	-
18	-	-	-	-
19	Sim	Sim	Não	Não
20	-	-	-	-

Utilização do Registro	
Sim	
Não	

Fonte: Produção própria

O quadro já nos revela, de acordo com a prova aplicada que, os registros de representação mais utilizados pelos alunos são os da língua natural e o do simbólico numérico.

A tabela a seguir é mais objetiva, nos dá a frequência com que os registros ocorrem. Vejamos:

Tabela 3: Frequência de tipos de registros de representação na prova da OBMEP 2017 -N2 primeira fase.

REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO		Frequência	
		Sim	Não
Registro na Língua Natural		13	04
Registro simbólico	Numérico	11	06
	Algébrico	02	15
Registro Figural		02	15

Fonte: Produção própria

A frequência do registro simbólico algébrico pode estar sinalizando um problema de conversão de registro. Contudo, precisa ser mais analisada, face às questões da prova não exigir esse tipo de conversão.

6.1. Análise dos registros utilizados para resolver a prova da OBMEP 2017 – N2 primeira fase

A tabela 4 a seguir mostra os registros utilizados pelos alunos em pesquisa, para resolução da prova da OBMEP 2017 N2 primeira fase (Anexos A1 e A2).

Tabela 4: Análise das soluções: prova da OBMEP 2017 - N2 primeira fase.

Questão	Registro	Análise
1	Numérico e Língua natural	Observe que, para resolver essa questão o aluno utilizou primeiramente o registro cálculo numérico e em seguida para justificar sua resposta, utilizou o registro língua natural, fazendo uma conversão.
2	Algébrico, Numérico e Língua natural	Nesta questão, o aluno fez tratamentos dentro do registro algébrico e tratamentos dentro do registro numérico. Também mostrou claro entendimento do que estava fazendo ao conseguir converter registros algébricos em língua natural e da língua natural retornando ao registro algébrico
3	Algébrico	Neste caso, o aluno utiliza apenas o registro algébrico para resolver a questão, ou seja, emprega apenas o tratamento
4	Numérico	Igualmente a questão 3, o aluno emprega apenas o tratamento no registro para a resolução da questão, porém neste caso o registro utilizado e o numérico.

5	Língua natural	O registro utilizado pelo o aluno para resolver essa questão foi apenas o registro língua natural, ou seja, foi empregado apenas o tratamento.
6	Língua natural	Como na questão 5, o único registro utilizado para resolver essa questão foi o registro língua natural.
7	Língua natural e Numérico	Para resolver essa questão, inicialmente o aluno se utiliza do registro língua natural e para obter o resultado, faz a conversão para o registro numérico.
8	Numérico	Para resolver essa questão, foi necessário utilizar apenas o registro numérico, ou seja, foi empregado apenas o tratamento. O aluno também fez uso de elementos, como por exemplo setas, para explicitar sua linha de raciocínio.
9	Língua natural e Numérico	Nesta questão, podemos perceber que o aluno utiliza tanto o registro língua natural quanto o registro numérico para encontrar a solução, ou seja, ele se utiliza da conversão.
10	Língua natural	Para resolver essa questão, o aluno utilizou o mesmo procedimento feito na questão 8, porém com barras e ainda para justificar sua resposta fez uso do registro língua natural.
11	Língua natural e Numérico	Observe que, nesta questão o aluno inicia utilizando o registro língua natural para analisar os casos possíveis para resolver o problema e em um segundo momento utiliza o registro numérico para determinar a solução do problema, ou seja, fazendo a conversão.
12	Língua natural, Numérico e Figural	Nessa questão, o aluno passa a utilizar elementos geométricos na sua resposta, alternando entre conversões e tratamentos.
13	Língua natural	Nesta questão, após uma breve análise do enunciado, podemos perceber que o aluno utiliza apenas o registro língua natural para resolver o problema.
14	Numérico e Figural	De modo análogo a questão 12, o aluno passa a utilizar elementos geométricos ou figurais na sua resposta, alternando entre conversões e tratamentos.
15	Língua natural e Algébrico	Para resolver essa questão, o aluno inicia utilizando o registro língua natural e finaliza sua resolução fazendo a conversão para o registro algébrico.
16	Língua natural e Numérico	Nesta questão fica claro que o aluno se utiliza do registro língua natural e do registro numérico para resolver o problema.
17	-	-
18	-	-
19	Língua natural e Numérico	Igualmente ao problema 16, fica claro que o aluno se utiliza dos registros língua natural e numérico ou aritmético para resolver esse problema.

20	-	-

6.2. Análise dos registros utilizados para resolver a prova da OBMEP 2017 – N2 segunda fase

O quadro 2 a seguir nos revela os registros mais utilizados pelos sujeitos da pesquisa, para resolver a prova da OBMEP 2017 N2 segunda fase.

Quadro 2: Análise dos registros de representação utilizados pelos alunos na resolução da prova da OBMEP 2017 – N2 segunda fase

REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO				
Questão	Registro na Língua Natural	Registro simbólico		Registro Figural
		Numérico	*Algébrico*	
01	Sim	Sim	Não	Não
02	Sim	Sim	Não	Sim
03	Sim	Sim	Sim	Não
04	Não	Sim	Não	Sim
05	Sim	Sim	Não	Sim
06	Sim	Sim	Sim	Não

Utilização do Registro	
Sim	
Não	

Fonte: Produção própria

O quadro 2, mostra os registros que aparecem com maior frequência nas possíveis soluções dadas pelos alunos para a prova da OBMEP 2017 - N2 segunda fase, são eles: língua natural e o simbólico numérico. Perceba que, o registro figural já ocorre com maior frequência se compararmos com a prova da OBMEP 2017 - N2 primeira fase. A tabela a seguir nos revela a frequência com que esses registros aparecem.

Tabela 5: Frequência de tipos de registros de representação na prova da OBMEP 2017 - N2 segunda fase.

REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO		Frequência	
		Sim	Não
Registro na Língua Natural		05	01
Registro simbólico	Numérico	06	00
	Algébrico	02	04
Registro Figural		03	03

Fonte: Produção própria

A tabela 6 a seguir, nos mostra com maiores detalhes como os registros são utilizados pelos sujeitos da pesquisa para resolver a prova da OBMEP 2017 N2 segunda fase (Anexos A3 e A4).

Tabela 6: Análise das soluções: prova da OBMEP 2017 - N2 segunda fase.

Questão	Registro		Análise
1	a)	Numérico e Língua natural	Percebemos no item a) dessa questão que o aluno utilizou a figura dada no enunciado para auxiliar na elaboração da sua solução, encontrando portando 8 botões. Ou seja, o aluno utilizou a figura para chegar em um resultado numérico, após ele utilizou o registro língua natural para argumentar e justificar a resposta dada. Notamos claramente nessa questão que o aluno fez o que Duval denomina de conversão. Para responder os itens b) e c) o aluno utiliza apenas o registro língua natural para justificar sua resposta, fazendo portanto um tratamento.
	b)	Língua natural	
	c)	Língua natural	
2	a)	Língua natural e Numérico	Utilizando a figura dada no enunciado, é notório que após uma análise nessa figura, o aluno utiliza seu conhecimento matemático para retirar informações úteis para auxiliar na sua resolução. Após esse levantamento de informações, o aluno começa a construir a solução dos itens a) e b) da questão utilizando o registro língua natural e por fim, faz a conversão para o registro numérico. Para responder o item c) o aluno utiliza a figura disponível no enunciado da questão e seus conhecimentos matemáticos para obter o solicitado, e para concluir sua resposta faz a conversão para o registro língua natural.
	b)	Língua natural e Numérico	
	c)	Figural e Língua natural	
3	a)	Numérico	Observe que para responder o item a) dessa questão o aluno utiliza apenas o que Dual denomina de tratamento, ou seja, os registros permanecem num mesmo sistema de representação, seja através da escrita, de figuras, gráficos, diagramas, dentre outros. Neste caso, o aluno utilizou o registro numérico. Para responder o item b), inicialmente o aluno tenta modelar a situação descrita no enunciado através do registro algébrico, ou seja, fazendo uma conversão. Em um segundo momento percebemos que além do registro algébrico, o aluno utiliza seu conhecimento aritmético para expor sua solução. No item c), o aluno utiliza apenas o registro língua natural para justificar o que se pede no enunciando da questão, fazendo portanto, apenas o tratamento.
	b)	Algébrico e Numérico	
	c)	Língua natural	
4	a)	Figural	No item a) o aluno utiliza apenas o registro figural responder o solicitado. Neste caso, ouve apenas o tratamento.
	b)	Figural e Numérico	

	c)	-	Para responder o item b) além de utilizar o registro figural, o aluno utiliza também o registro numérico para construir sua solução. Fazendo portanto uma conversão.
5	a)	Figural e Numérico	Para responder o item a) dessa questão, o aluno utiliza as informações dadas no seu enunciado para representar figuralmente o solicitado na questão. Após a utilização do registro figural o aluno faz a conversão para o registro numérico, obtendo assim a solução pedida. Para solucionar os itens b) e c), o aluno utiliza seus conhecimentos aritméticos e justifica sua resposta fazendo a conversão para o registro língua natural. Já para determinar o solicitado no item d) o aluno utiliza apenas o registro numérico para construir sua solução, fazendo portanto um tratamento.
	b)	Numérico e Língua natural	
	c)	Numérico e Língua natural	
	d)	Numérico	
6	a)	Numérico e Língua natural	Após uma análise dos dados disponíveis no enunciado da questão, para responder o item a), o aluno utiliza o registro numérico e faz uma conversão para o registro língua natural. Justificando a construção da solução. A princípio, para responder item b) o aluno faz uma conversão do registro língua natural expressa no enunciado da questão para o registro algébrico. Deste modo, ele consegue chegar a solução.
	b)	Algébrico	
	c)	Língua natural	

Fonte: Produção própria

6.3. Análise das possibilidades de conversão nos enunciados das provas da OBMEP 2017 – N2 primeira e segunda fase

Como afirmamos acima, ao analisarmos se as questões da prova da OBMEP são elaboradas com possibilidades da teoria da conversão de registro proposta por Duval, assim como se seus enunciados auxiliam na resolução das questões, procuramos, agora, responder os problemas da prova aplicada na OBMEP 2017 – N2 primeira e segunda fase.

De acordo com as soluções encontradas (Apêndices A1 e A2) analisamos os possíveis registros utilizados, e em cada problema verificamos as possibilidades de conversão em seus enunciados. As tabelas (7 e 8) que seguem mostram os registros disponíveis nos enunciados e os registros utilizados nas soluções de cada questão, como também se os enunciados possibilitariam fazer a conversão. O que disponibilizamos no apêndice A1 e A2 é apenas uma solução para cada questão e, queremos deixar claro que existem outras soluções para cada uma dessas questões (Anexos 1 e 3).

De acordo com as tabelas (7 e 8) que seguem, podemos perceber que a maiorias das questões da prova da OBMEP 2017 – N2 primeira e segunda fase, traz em seus enunciados possibilidades de conversão.

Tabela 7: Possibilidades de conversão nos enunciados da prova da OBMEP 2017 – N2 primeira fase.

Questão	Registros do enunciado	Registros utilizados pare resolverem as questões	Conversão
1	Língua natural e figural	Língua natural e numérico	Sim
2	Língua natural e figural	Língua natural e numérico	Sim
3	Língua natural e figural	Algébrico	Sim
4	Língua natural e numérico	Língua natural e numérico	Não
5	Língua natural e figural	Língua natural e figural	Sim
6	Língua natural e figural	Língua natural, numérico e figural	Sim
7	Língua natural e figural	Língua natural, numérico e algébrico	Sim
8	Língua natural e numérico	Numérico	Sim
9	Língua natural	Língua natural e algébrico	Sim
10	Língua natural e figural	Língua natural e numérico	Sim
11	Língua natural e figural	Língua natural, figural e algébrico	Sim
12	Língua natural e figural	Língua natural e figural	Sim
13	Língua natural e figural	Algébrico	Sim
14	Língua natural e figural	Figural e numérico	Sim
15	Língua natural e figural	Língua natural	Sim
16	Língua natural	Língua natural e algébrico	Sim
17	Aritmético	Aritmético	Não
18	Língua natural e figural	Língua natural e numérico	Sim
19	Língua natural	Língua natural e numérico	Sim
20	Língua natural e figural	Língua natural, figural e numérico	Sim

Fonte: Produção própria

Tabela 8: Possibilidades de conversão nos enunciados da prova da OBMEP 2017 – N2 segunda fase.

Questão	Registros do enunciado	Registros utilizados para resolverem as questões	Conversão
1	Língua natural e figural	Língua natural, figural e numérico	Sim
2	Língua natural e figural	Língua natural, figural e numérico	Sim
3	Língua natural e figural	Língua natural, numérico e algébrico	Sim
4	Língua natural e figural	Língua natural, figural e numérico	Sim
5	Língua natural, figural e numérico	Língua natural e numérico	Sim
6	Língua natural, figural e algébrico	Numérico e algébrico	Sim

Fonte: Produção própria

Portanto, podemos observar de acordo com a prova da OBMEP 2017 – N2 primeira fase (Anexo 1) que as figuras expressas nos enunciados das questões 2), 10) e 18) não auxiliam na resolução das questões, o mesmo pode ser observado na prova da OBMEP 2017 – N2 segunda fase (Anexo 3) no enunciado da questão 6, apesar de ter outras formas, como a ilustrativa.

Ademais, lembramos que os procedimentos utilizados pelos (as) alunos (as) na resolução de uma questão são subjetivos e individuais. A forma de interpretação e a experiência em resolver problemas matemáticos usando as linguagens propostas por Durval são frutos de uma exercitação.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente pesquisa abordamos as possíveis contribuições da teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Raymond Duval para resolver problemas, especificamente problemas contidos nas provas da OBMEP 2017 – N2 primeira e segunda fase. Considerando os argumentos apresentados no corpo deste estudo, concluímos que a referida teoria traz valiosos subsídios para o estudo das provas da OBMEP, ao despertar nos professores de Matemática o entendimento da real importância e objetivos dessa disciplina que não reside em formar pequenos matemáticos, na escola básica, mas apresentar para os alunos um forte instrumento de compreensão da sociedade, nos mais variados aspectos em que vivem.

Duval parte do princípio que muitos são os motivos para as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à Matemática. Todavia, chama atenção para o que ele denomina causa psicológica que seria a dificuldade de se perceber os objetos matemáticos, em virtude do caráter abstrato desse conhecimento. Em função disso apresenta as representações semióticas como forma de aproximação desses objetos abstratos. E como forma também de promover o raciocínio matemático. Como pesquisa, trouxemos a aplicação dessa teoria à prova da OBMEP 2017 – N2 primeira e segunda fase e defendemos, através do uso dos registros de representação semiótica, como parâmetro para analisar a forma dos alunos resolverem os problemas por eles propostos. Além do mais, produzimos um material didático que possa servir de orientação para professores e alunos de escolas públicas da Educação Básica, assim, possibilitando o aumento do acesso de alunos a esse conhecimento.

Objetivo este que também é do programa da OBMEP, ou seja, tornar a Matemática mais acessível aos alunos, resgatando assim a sua importância para quem ensina e para quem aprende.

A representação semiótica é nítida quando percebemos que, mesmo o aluno não chegando à solução final correta, observamos vários conhecimentos matemáticos realizados na tentativa de resolver uma questão, porque ele tenta buscar na linguagem natural resultados que auxiliam na resolução, também na representação simbólica algébrica ou por meio de figuras ele pode observar resultados que auxiliam na resolução tais como: área de figuras, relações de ordem entre números inteiros, dentre outros conhecimentos a serem explorados.

Este trabalho, descritivo-interpretativista em sua natureza, buscou entender a importância da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, como estratégia para resolver problemas matemáticos, em especial, problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática

(OBMEP), além de analisar as possibilidades de conversão em seus enunciados. Durante a realização da pesquisa foi possível levantar questões adicionais a serem estudadas posteriormente, neste sentido apresentamos alguns pontos os quais acreditamos que sejam interessantes para futuros estudos, tais como: verificar o impacto que a OBMEP tem sobre o ensino de Matemática, trabalhar as possibilidades de conversões nos enunciados das provas aplicadas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e analisar em que as conversões podem potencializar o aprendizado do aluno.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J.E. DE et al. **O papel da olímpiada brasileira de matemática das escolas públicas (OBMEP) como instrumento de inclusão social**. n.1, 2015.

BARBOSA, J. L. M. **Olimpíadas de Matemática: uma experiência de sucesso em educação no Ceará. s.d**. Disponível em: <http://www.sbpcnet.org.br/livro/57ra/programas/CONF_SIMP/textos/joaolucasbarbosa-simp.htm>. Acesso on-line em 22 de setembro de 2016.

BRASIL/MEC. **Olimpíada Brasileira de Matemática Das Escolas Públicas**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12287:olimpiada-brasileirade-matematica-das-escolas-publicas-&catid=260:olimpiada-de matematica&Itemid=577>. Acesso em: 20 de setembro de 2016.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto Alegre: Porto Editora, 1994, p. 48-90.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática para estudantes de magistério e professores do 1º grau.** São Paulo: Ática, 1989.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução: M. T. REVEMAT. Florianópolis, v.7, n.2, p. 266 - 297, 2012

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11 - 33.

GONÇALVES, D. C. **O ensino de geometria métrica espacial pautado na articulação entre os registros de representação semiótica**. p. 1–16, 1998.

HENRIQUES AFONSO, A. S. A. **Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple**. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 22, p. 465–487, 2016.

LARANJEIRA, M. I. **Parâmentros Curriculares Nacionais**. p. 42, 1997.
OBMEP. REGULAMENTO 2016. s. d. Disponível em:<http://www.obmep.org.br/regulamento.html . Acesso em: 25 setembro de 2016.

MOREIRA, H; CALEFFE, L. G. **Metodologia da pesquisa para professor pesquisador**. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MACHADO, S.D.A. **Aprendizagem em matemática: Registro de representação semiótica.** São Paulo: Papirus, 2003.

NUNES, C. B. **A Resolução de Problemas na Formação Inicial e Continuada de Professores**. p. 1–10, 2006.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução e problemas**. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org.) **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213-231.

PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. [Tradução de Heitor Lisboa de Araújo]. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. p. XIX-XX.

PROJETO NUMERALIZAR. Disponível em:<www,utexa.edu>. Acesso em: 25 de setembro de 2016.

SANTOS, L. M. **Tópicos da história da física e da matemática.** Curitiba: Ibpex, 2009. (Metodologia do ensino de matemática e física; v. 5)

STANICK, G.M.A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R.I; SILVER, E.A. (Eds.) **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**: Research Agenda for Mathematics Education, vol.3, Lawrense Erlbaum Associates. National Council of Teachers of Mathematics,1989, p. 1-22.

SILVEIRA, E.; MIOLA, R. J. **Professor pesquisador em educação matemática.** Curitiba: Ibpex, 2008. (Metodologia do ensino de Matemática e Física; v. 3).

WACHILISKI, M. **Didática e avaliação: algumas perspectivas da educação matemática.** Curitiba: InterSaberes, 2012.

ANEXOS

1 – Prova da OBMEP 2017 - N2 Primeira fase.

OBMEP 2017

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

1ª FASE – 6 de junho de 2017

Nome completo do(a) aluno(a): ____________________

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma delas é correta**.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção**: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Não é permitido o uso de celulares, tablets ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas páginas na Internet: www.obmep.org.br www.facebook.com/obmep

SBM impa MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

1. Vânia preencheu os quadradinhos da conta abaixo com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8. Ela usou todos os algarismos e obteve o maior resultado possível. Qual foi esse resultado?

$\square\square\square + \square\square - \square\square\square$

A) 402
B) 609
C) 618
D) 816
E) 876

2. Para obter tinta de cor laranja, devem-se misturar 3 partes de tinta vermelha com 2 partes de tinta amarela. Para obter tinta de cor verde, devem-se misturar 2 partes de tinta azul com 1 parte de tinta amarela. Para obter tinta de cor marrom, deve-se misturar a mesma quantidade de tintas laranja e verde.

Quantos litros de tinta amarela são necessários para obter 30 litros de tinta marrom?

A) 7
B) 8
C) 9
D) 10
E) 11

3. Dentro de três sacolas idênticas foram colocados objetos de pesos a, b, e c, como na figura. Com isso, o peso da sacola 1 ficou menor que o peso da sacola 2, que por sua vez ficou menor que o peso da sacola 3. Qual das desigualdades abaixo é verdadeira?

A) $a < b < c$
B) $a < c < b$
C) $b < a < c$
D) $b < c < a$
E) $c < a < b$

4. Na sequência 1, 5, 4, −1, −5, ... cada termo, a partir do segundo, é igual à soma de seus dois vizinhos; por exemplo: $5 = 1 + 4$, $4 = 5 + (-1)$ e $-1 = 4 + (-5)$. Qual é a soma dos 1000 primeiros termos dessa sequência?

A) 0
B) 1
C) 4
D) 9
E) 10

5. Um ponto está a 1 cm de uma figura quando a menor distância desse ponto aos pontos da figura é 1 cm. Celinha traçou com uma caneta vermelha todos os pontos que estão a 1 cm de distância do círculo da Figura 1. A seguir, ela fez o mesmo para a região quadrada da Figura 2. Qual é o desenho que ela vai obter se traçar todos os pontos que estão a 1 cm de distância da região poligonal da Figura 3?

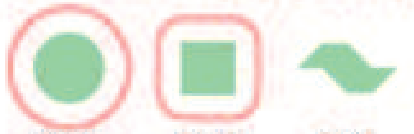
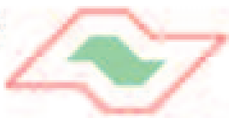


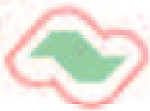
Figura 1 Figura 2 Figura 3

A) 

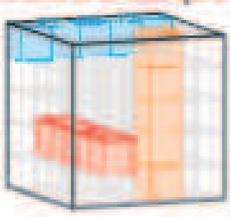
B) 

C) 

D) 

E) 

6. João formou um cubo 5×5×5 usando cubinhos menores numerados, sendo que cada cubinho recebeu um número diferente dos demais. O cubo foi montado de tal modo que a soma dos números em qualquer bloco de 5 cubinhos alinhados lado a lado fosse sempre a mesma. A soma dos números de todos os cubinhos é 7875. Qual é a soma dos números dos cubinhos de uma face qualquer do cubo?



A) 315
B) 1575
C) 2875
D) 5625
E) 7875

7. Com pentágonos regulares com 1 cm de lado, formamos uma sequência de polígonos como na figura. O perímetro do primeiro polígono é 5 cm, o perímetro do segundo é 8 cm, e assim por diante. Quantos pentágonos são necessários para formar um polígono com perímetro igual a 1736 cm?

A) 570
B) 572
C) 574
D) 576
E) 578

8. José gosta de inventar operações matemáticas entre dois números naturais. Ele inventou uma operação ■ em que o resultado é a soma dos números seguida de tantos zeros quanto for o resultado dessa soma. Por exemplo,

$$2 \blacksquare 3 = 5\underbrace{00000}_{5\text{ zeros}} \quad \text{e} \quad 7 \blacksquare 0 = 7\underbrace{0000000}_{7\text{ zeros}}.$$

Quantos zeros há no resultado da multiplicação abaixo?

$$(1 \blacksquare 0) \times (1 \blacksquare 1) \times (1 \blacksquare 2) \times (1 \blacksquare 3) \times (1 \blacksquare 4)$$

A) 5
B) 10
C) 14
D) 16
E) 18

9. Um livro, com páginas numeradas em sequência, está dividido em três capítulos. Cada um dos capítulos tem a mesma quantidade de páginas. A primeira página do Capítulo 1 tem o número 1. A soma do número da primeira página do Capítulo 2 com o número da primeira página do Capítulo 3 é 1052. Qual é o número da primeira página do Capítulo 3?

A) 699
B) 700
C) 701
D) 702
E) 703

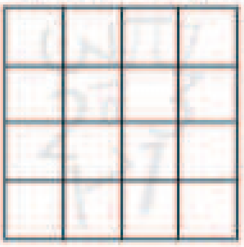
10. Ana, Bruna, Carla, Débora e Eliane escolheram números de 1 a 100 para participar de um sorteio:

- Ana escolheu o número 5;
- Bruna escolheu o número 15;
- Carla escolheu o número 40;
- Débora escolheu o número 70;
- Eliane escolheu o número 90.

No sorteio, uma bolinha é retirada ao acaso de uma caixa com cem bolinhas numeradas de 1 a 100. Ganhará quem tiver escolhido o número mais próximo do sorteado; em caso de empate, ganhará quem tiver escolhido o maior número. Qual das meninas tem maior chance de ganhar o sorteio?

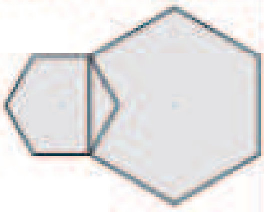
A) Ana
B) Bruna
C) Carla
D) Débora
E) Eliane

11. De quantas maneiras diferentes é possível pintar de preto algumas casas do quadriculado abaixo de modo que, em cada linha e em cada coluna, fiquem pintadas de preto exatamente três casas?



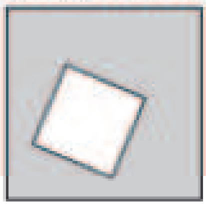
A) 4
B) 6
C) 16
D) 24
E) 32

12. Na figura, dois vértices do hexágono regular maior coincidem com dois vértices do hexágono regular menor. O hexágono menor tem área igual a 10 cm². Qual é a área do hexágono maior?



A) 20 cm²
B) 30 cm²
C) 35 cm²
D) 36 cm²
E) 40 cm²

13. Na figura vemos um quadrado dentro de outro, determinando uma região cinza. A área (em cm²) e o perímetro (em cm) dessa região são numericamente iguais, ou seja, o valor numérico da soma dos perímetros desses quadrados é igual ao valor numérico da diferença entre suas áreas. Qual é a diferença entre as medidas dos lados desses quadrados?



A) 1 cm
B) 4 cm
C) 6 cm
D) 8 cm
E) 10 cm

14. Pelo centro do quadrado da Figura 1 traçam-se duas retas perpendiculares, que o dividem em quatro quadriláteros iguais. Esses quadriláteros são rearranjados em outro quadrado maior, como na Figura 2. Qual é a área do quadrado *ABCD* da Figura 2?

A) 16 cm²
B) 25 cm²
C) 36 cm²
D) 49 cm²
E) 64 cm²

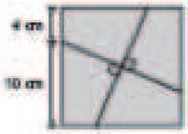


Figura 1

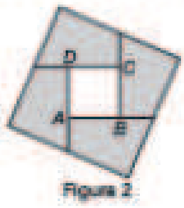


Figura 2

15. Zequinha tem três dados iguais, com letras O, P, Q, R, S e T em suas faces. Ele juntou esses dados como na figura, de modo que as faces em contato tivessem a mesma letra. Qual é a letra na face oposta à que tem a letra T?

A) S
B) R
C) Q
D) P
E) O

16. Em uma festa havia somente 3 mulheres, e 99% dos convidados eram homens. Quantos homens devem deixar a festa para que a porcentagem de homens passe a ser igual a 98% do total de participantes?

A) 3
B) 30
C) 100
D) 150
E) 297

17. Qual é o valor da expressão abaixo?

$$\frac{-1\times2+2\times3-3\times4+4\times5-5\times6+\cdots-49\times50+50\times51}{1+2+3+\cdots+25}$$

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

18. Em uma competição, as partidas têm duração de 60 minutos, e cada time tem sempre 5 jogadores em campo. Em determinada partida, um time inscreveu 8 atletas e foram feitas várias substituições de modo que cada um deles jogou a mesma quantidade de tempo. Quanto tempo cada um deles jogou nessa partida?

A) 27 minutos e 30 segundos
B) 30 minutos
C) 37 minutos e 30 segundos
D) 40 minutos
E) 42 minutos e 30 segundos

19. Uma caixa contém 10 bolas verdes, 10 bolas amarelas, 10 bolas azuis e 10 bolas vermelhas. Joãozinho quer retirar uma certa quantidade de bolas dessa caixa, sem olhar, para ter a certeza de que, entre elas, haja um grupo de sete bolas com três cores diferentes, sendo três bolas de uma cor, duas bolas de uma segunda cor e duas bolas de uma terceira cor. Qual é o número mínimo de bolas que Joãozinho deve retirar da caixa?

A) 11
B) 14
C) 21
D) 22
E) 23

20. Sérgio quer numerar de 1 a 16 os triângulos da Figura 1 de tal modo que números consecutivos fiquem em triângulos que têm um lado comum. Por exemplo, ele pode numerar os triângulos como na Figura 2.

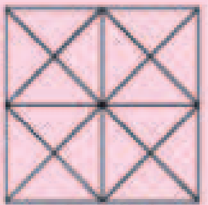


Figura 1

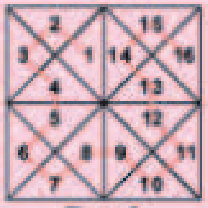


Figura 2

De quantas maneiras Sérgio pode fazer isso?

A) 16
B) 32
C) 48
D) 56
E) 64

2 – Possíveis soluções para prova da OBMEP 2017 - N2 primeira fase.

1. $875 + 64 - 123 = 816$ letra D

Os valores de soma devem ter os maiores números possíveis em seu 1º digito e depois no 2º, e assim sucessivamente de acordo com o comprimento de cada número, claro da esquerda para direita. Pelo contrário os números de subtrair devem ter 1º o menor possível, depois o 2º menor possível.
"Os valores para soma devem conter o maior valor e os de subtração os menores possíveis."

2. Para se obter a tinta de cor marrom é necessario misturar a mesma quantidade de tintas laranja e verde: $\frac{L = V}{C}$
ou seja:

$C + C = 30l$ 15l cor laranja
$2c = 30l$ 15l cor verde
$c = \frac{30l}{2}$
$c = 15l$

* cada litro de cor laranja possui 3 partes vermelhas e 2 partes amarelas. 5 no Total.

* Cada litro de cor verde contém 2 partes azuis e 1 parte amarela. Total = 3 partes

15l . 2 = 30 amarelas. Laranja possui 5 partes; $\frac{30}{5} = 6$ litros
15 . 1 = 15 amarelas. Verde possui 3 partes; $\frac{15}{3} = 5$ litros

$6l + 5l = 11$ litros letra (c)

3. $1<2<3$ $S1 = AAb$ S1 e S2 possuem
(b) $a<c<b$ $S2 = bcc$ b, o que varia
$S3 = abb$ são os valores
de A e C e como
$1<2$ então $A<C$.
→ Assim, para $S3 > S2$ o
b deve ser > que o C.

4. A sequência é:
$(\cancel{1}, \cancel{5}, \cancel{4}, -\cancel{1}, -\cancel{5}, -\cancel{4} \ldots)$,

podemos eliminar + com
- =0, ou seja a cada 6
valores o resultado é 0.

$$\begin{array}{r|l} 1000 & 6 \\ \hline 40 & 166 \\ 40 & \\ (4) & \end{array}$$

$166 \cdot 6 = \underline{996}$ → neste número
a soma será = 0 ao fim do
ciclo. Daí:

$$\underset{997}{\cancel{1}} + \underset{998}{5} + \underset{999}{4} - \underset{1000}{\cancel{1}} = 9$$

· letra (D)

5. Como já se falou: deve ter 1cm de distância
da figura para a linha. Deve ter o mesmo
espaço entre o desenho
e seu contorno em
toda a linha.
logo, letra A.

6. Soma de todos os números é 7875.
Cada fatia contém 5 "pedacinhos", então:
7875/5 = 1575
↳ soma dos números dentro os cubinhos de uma fase qualquer.

(B)

* Já que a soma dos números de quaisquer 5 blocos "alinhados" lado a lado é sempre a mesma.

7. De um pentágono para outro a diferença no perímetro está sendo = 3.
então uso o perímetro total pedido = 1736 cm pela diferença entre eles. $\frac{1736}{3} = 578$

(e)

8. (1▫0) . (1▫1) . (1▫2) . (1▫3) . (1▫4)
(10) . (200) . 3000 . 40000 . 500000

× × × ×

letra (D)

$= 12\overbrace{\underbrace{00 \ldots 00}_{15 \text{ zeros}}}^{16 \text{ zeros}}$

9. Cap. 1 = n 1 → 351
Cap. 2 = Cap. 1 + 350 = n 351 → 700
Cap. 3 = Cap 2 + 350 = n 701 → 1050

Peguei o 1052 e dividi por 3: $\frac{1052}{3} \cong 350$

letra (c)

↳ Quant. de folhas em cada capítulo.

10. A = 5] 10
B = 15] 25
C = 40] 30
D = 70] 20
E = 90

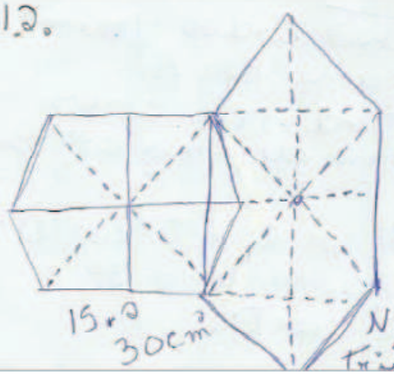
Percebe-se que a letra C tem uma maior diferença entre seus vizinhos. Isto são mais chances de ganhar.

letra C

11. Necessariamente deve ter em cada linha e cada coluna 3 casas da cor preta. No total 12 casas pintadas de preto:
$\underline{3 \cdot 4 = 12}$, restando apenas 4 espaços
lado do quadrado total

$\overline{4} \cdot \overline{3} \cdot \overline{2} \cdot \overline{1} = \overline{24}$ letra D

12.

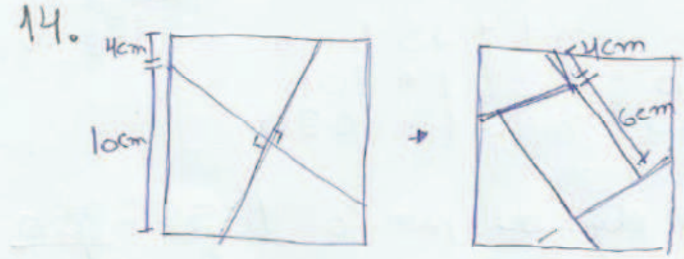


$15 \cdot 2$
$30 cm^2$

com a área do menor = $10cm^2$.
Tracei ~~[illegible]~~ retas ligando ~~[illegible]~~ lados, A área de cada triângulo ficará igual / são todos iguais.
área do menor = $10cm^2$ → temos 8 Δ.
$\frac{10}{8} = 1,25$
área dos triângulos.
No maior tem 12 triângulos. $\boxed{12 \cdot 1,25 = 15cm^2}$

13. Notável pelo enunciado que: 1 maior equivale a 4 menores, então = 4.
letra B

14.



com o lado = 6

temos; $A = \ell^2$

$A = 6^2$

$A = 36cm^2$

letra (C)

15. Pela imagem é notável que R é oposto a Q.
As faces em contato possuem a mesma letra.
A face em contato com os dois primeiros dados não pode ser: P, Q, S, está visível na imagem.
Assim resta apenas a letra T. Oposto de T = S Letra (A)

16. 3 mulheres = 1%
297 homens = 99%
100% = 300

Pegamos o total e dividimos pela quantidade que queremos.

Terá 150 homens a menos.

$$\frac{100\%}{2\%} = \frac{300}{2} = \boxed{150}$$

19. 10 bolas verdes
10 " " amarelas
10 " " azuis
10 " " vermelhas

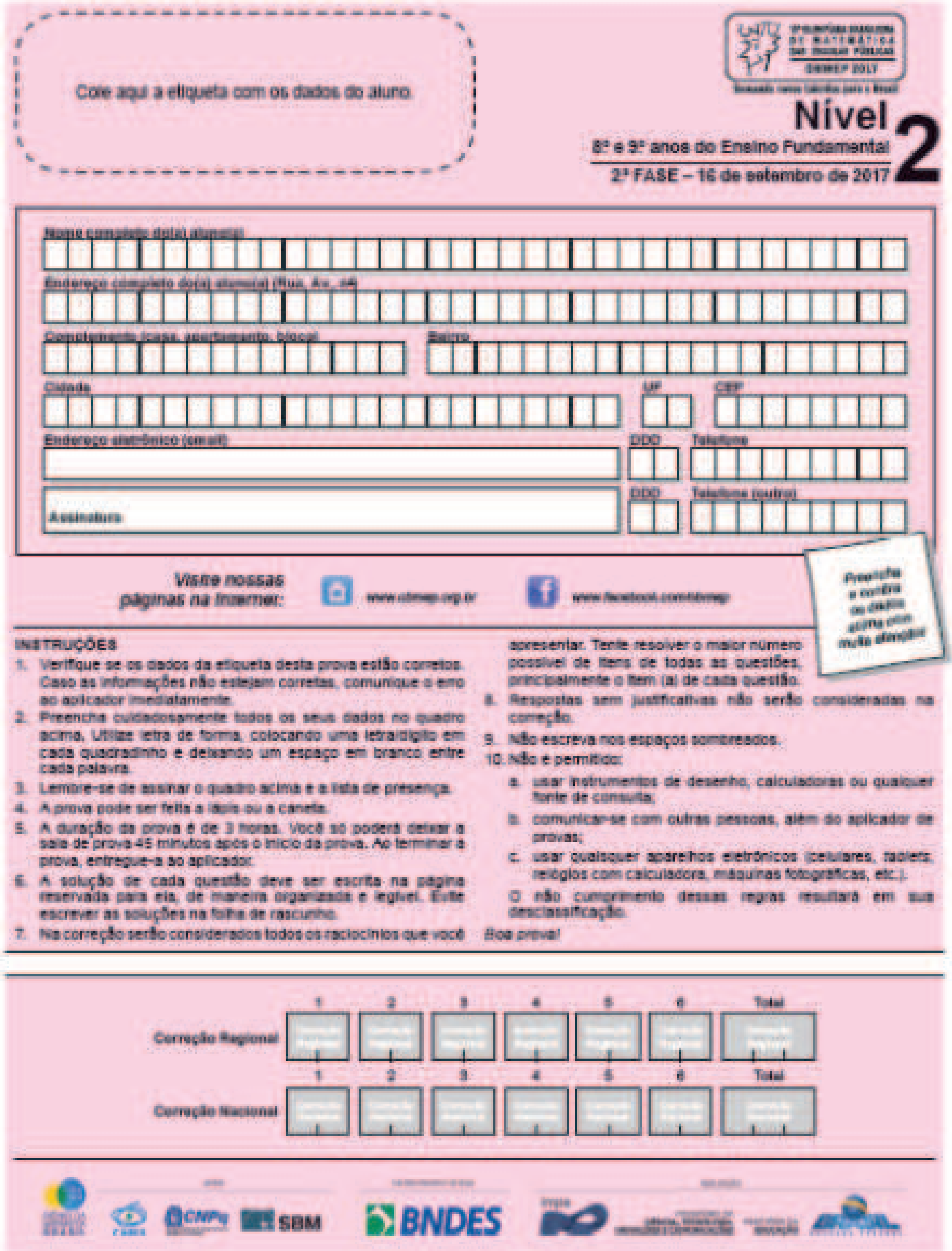
letra (e)

$10 + 10 + 3 = 23$

esses todos forem de uma cor A.
todas as cores forem de uma cor B.

ex: 1º cor = C e 2º cor = D obrigatoriamente a 3º cor será C ou D.

3 – Prova da OBMEP 2017 - N2 Segunda fase.



Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

OBMEP 2017

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 16 de setembro de 2017

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco) | Bairro

Cidade | UF | CEP

Endereço eletrônico (email) | DDD | Telefone

Assinatura | DDD | Telefone (outro)

Visite nossas páginas na Internet:

Preencha o quadro com os dados com muita atenção

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
    a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional							
Correção Nacional							

BNDES SBM CNPq

NÍVEL 2 *Respostas sem justificativa não serão consideradas*

1. Dezesseis botões pretos ou amarelos estão igualmente dispostos num círculo. Toda vez que apertamos um botão, seus dois vizinhos, e somente eles, mudam de cor. No exemplo ao lado, vemos o que acontece quando apertamos o botão amarelo indicado na Figura 1 e, depois, o botão preto indicado na Figura 2.

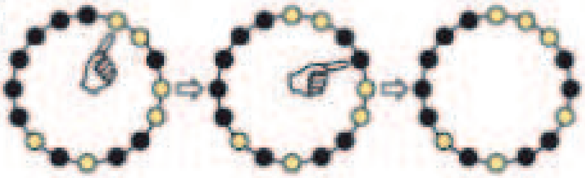
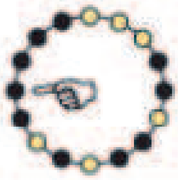


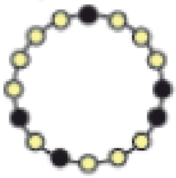
Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) Quantos botões pretos haverá após apertamos o botão indicado na figura abaixo?



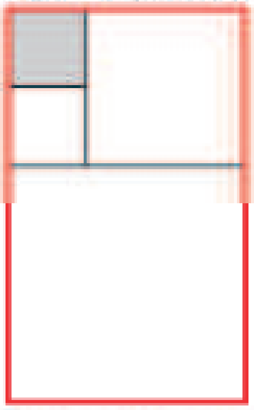
b) A partir de uma figura com 10 botões pretos e 6 amarelos, explique por que, independentemente de quantos e quais forem os botões apertados, o número de botões pretos sempre será par.

c) Explique por que, a partir da figura abaixo, é impossível apertar botões de forma que todos fiquem amarelos ao mesmo tempo.



TOTAL

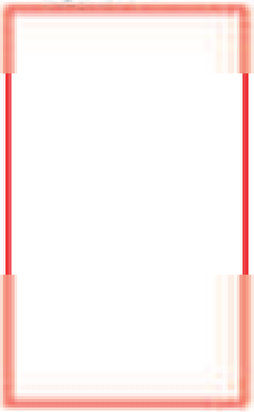
2. Pedrinho juntou quatro quadrados, sem sobreposição, e obteve o retângulo de contorno destacado em vermelho na figura. A área do quadrado sombreado é 4 cm².



a) Qual é a área do retângulo de contorno destacado em vermelho?

b) Pedrinho juntou mais um quadrado à figura, também sem sobreposição, e obteve um novo retângulo de maior área possível. Qual é a área desse novo retângulo?

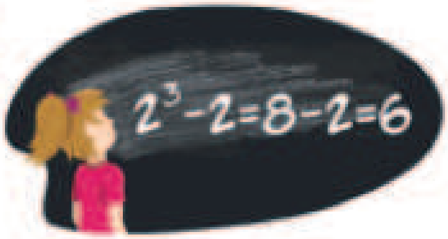
c) Pedrinho quer obter outro retângulo igual ao retângulo do enunciado (destacado em vermelho e reproduzido abaixo), mas agora juntando nove quadrados em vez de quatro. Desenhe, na figura, como ele pode fazer isso.



TOTAL

NÍVEL 2 *Respostas sem justificativa não serão consideradas*

3. Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja na figura que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6.



a) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?

b) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?

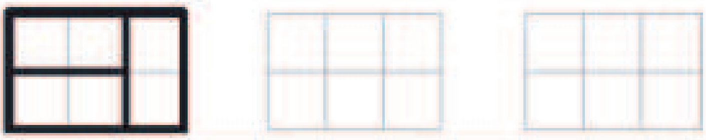
c) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.

TOTAL

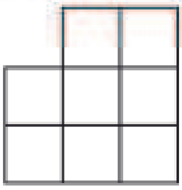
Respostas sem justificativa não serão consideradas — NÍVEL 2

4. Marcela brinca de cobrir todas as casas de tabuleiros quadriculados com peças retangulares e cada uma dessas peças cobre exatamente duas casas do tabuleiro.

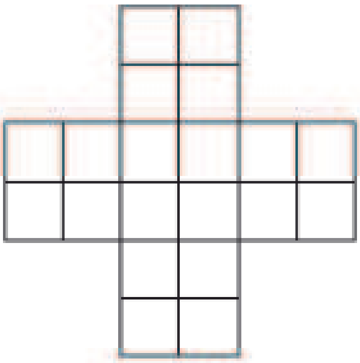
a) A figura abaixo mostra uma maneira de cobrir um tabuleiro 2×3 utilizando três peças. Desenhe as outras duas maneiras de cobrir com três peças o mesmo tabuleiro.



b) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com quatro peças o tabuleiro abaixo?



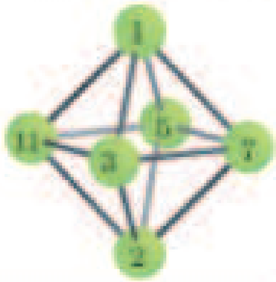
c) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com dez peças o tabuleiro abaixo?



TOTAL

NÍVEL 2 — Respostas sem justificativa não serão consideradas

5. Um objeto foi construído com doze varetas iguais e seis bolinhas numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 11, como na figura. Uma formiguinha caminha pelas varetas, passeando de bolinha em bolinha, a partir de uma bolinha inicial. Quando termina um passeio, ela multiplica todos os números das bolinhas que visitou e obtém um número para esse passeio. Por exemplo, ao final do passeio



$$3 \to 1 \to 3 \to 2 \to 3 \to 11 \to 1$$

ela obtém $3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 3 \times 11 \times 1 = 594$.

a) Descreva um passeio no qual a formiguinha obtém, ao final, o número 45.

b) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.

c) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 40 ao final de um passeio.

d) Quantos passeios diferentes a formiguinha pode fazer para obter, ao final, o número 30?

TOTAL

Respostas sem justificativa não serão consideradas — NÍVEL 2

6. Um número inteiro n é chamado de *bilegal* se n é maior do que 1 e n^2 é igual à soma de n inteiros positivos consecutivos. Por exemplo, 3 é bilegal, pois $3^2 = 9 = \underbrace{2+3+4}_{\text{3 inteiros consecutivos}}$.

a) Verifique que 5 é bilegal.

b) Verifique que 4 não é bilegal.

c) Explique por que nenhum número par é bilegal e todo número ímpar maior do que 1 é bilegal.

Lembrete:
A soma $1+2+3+\cdots+(k-1)$ é igual a $\dfrac{k(k-1)}{2}$.

TOTAL

4 – Possíveis soluções para prova da OBMEP 2017 - N2 primeira fase.

1. Dezesseis botões pretos ou amarelos estão igualmente dispostos num círculo. Toda vez que apertamos um botão, seus dois vizinhos, e somente eles, mudam de cor. No exemplo ao lado, vemos o que acontece quando apertamos o botão amarelo indicado na Figura 1 e, depois, o botão preto indicado na Figura 2.

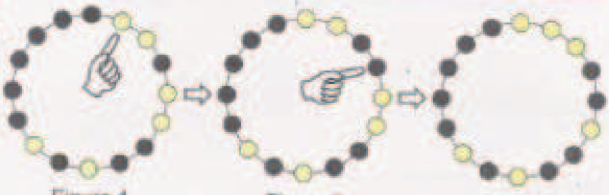
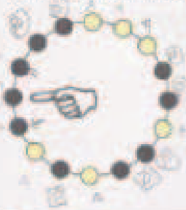


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) Quantos botões pretos haverá após apertarmos o botão indicado na figura abaixo?

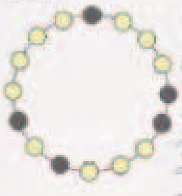


8, porque no início tinham 10 pretos e 6 amarelos e 1 botão é apertado e os botões do lado dele são pretos eles ficarão amarelos, logo de 10 pretos que se tinha restaram apenas 8.

b) A partir de uma figura com 10 botões pretos e 6 amarelos, explique por que, independentemente de quantos e quais forem os botões apertados, o número de botões pretos sempre será par.

Porque sempre que modificarmos os botões dos lados eles [illegible] para preto ou amarelo, mas sempre que houver duas cores distintas elas trocarão de lugar e sempre que houver cores iguais elas mudarão para a cor oposta isso resultará em, +2 pretos -2 pretos ou a mesma quantidade ou seja ele sempre terá um número par de pretos.

c) Explique por que, a partir da figura abaixo, é impossível apertar botões de forma que todos fiquem amarelos ao mesmo tempo.



Usando o mesmo método da questão anterior, porque se iniciarmos com 5 pretos, sempre deixaremos ele com número ímpar por isso ele nunca irá zerar pois ele não ficará com menos que um pois os apertos serão, +2 pretos, -2 pretos, ou o mesmo número.

2. Pedrinho juntou quatro quadrados, sem sobreposição, e obteve o retângulo de contorno destacado em vermelho na figura. A área do quadrado sombreado é 4 cm².

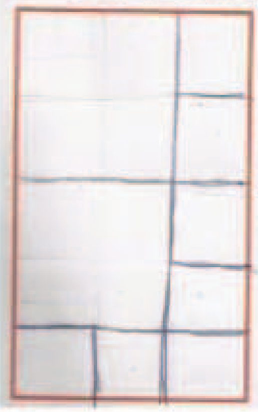
a) Qual é a área do retângulo de contorno destacado em vermelho? 60 cm²

A dos quadrados menores = 4 cm² e 4 cm², o perímetro dos menores de dois lados = 4, então, A quadrado médio = 4x4 = 16 cm² e a soma do perímetro de um lado do quadrado menor e de um lado de um quadrado menor é = 6 logo temos
4 cm² + 4 cm² + 16 cm² + 36 cm² = 60 cm²

b) Pedrinho juntou mais um quadrado à figura, também sem sobreposição, e obteve um novo retângulo de maior área possível. Qual é a área desse novo retângulo? 160 cm²

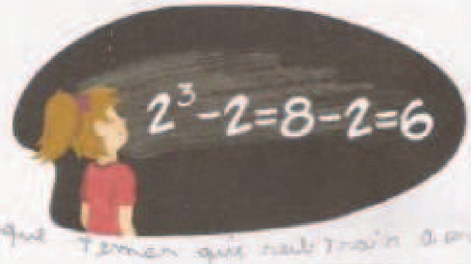
basta adicionar mais um quadrado com perímetro 10 para encaixar no retângulo, logo a área desse quadrado é 10x10 = 100 e temos 60 cm² do retângulo atual e ao somarmos temos
60 cm² + 100 cm² = 160 cm² de área

c) Pedrinho quer obter outro retângulo igual ao retângulo do enunciado (destacado em vermelho e reproduzido abaixo), mas agora juntando nove quadrados em vez de quatro. Desenhe, na figura, como ele pode fazer isso.



Basta dividirmos a figura de acordo com seu perímetro se é 6 dividido em 3 linhas e se é 10 dividido em 5 linhas depois basta apagarmos de tal maneira que fique 9 quadrados no total

3. Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja na figura que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6.



a) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?

$3^3-3=27-3=24$

Temos 3^3 pois foi escolhido o 3 e -3 porque temos que subtrair o próprio número que é $= 27-3=24$

b) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?

Temos que esse número é x logo teremos $x^3-x=1320$

1320

E testamos os possíveis números inteiros com 10

$10.10.10-10=990$, $11.11.11-11=1320$

logo o número escolhido é 11

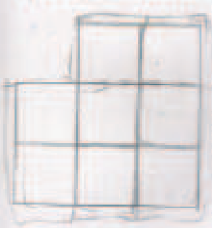
c) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.

Porque todo número elevado ao cubo é um múltiplo de 3 e um múltiplo de três sendo resultado de potência menos o número que foi elevado é múltiplo de 6.

4. Marcela brinca de cobrir todas as casas de tabuleiros quadriculados com peças retangulares e cada uma dessas peças cobre exatamente duas casas do tabuleiro.

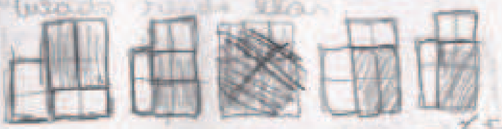
a) A figura abaixo mostra uma maneira de cobrir um tabuleiro 2×3 utilizando três peças. Desenhe as outras duas maneiras de cobrir com três peças o mesmo tabuleiro.

b) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com quatro peças o tabuleiro abaixo? 6567 maneiras



4 4 4 4 4 4

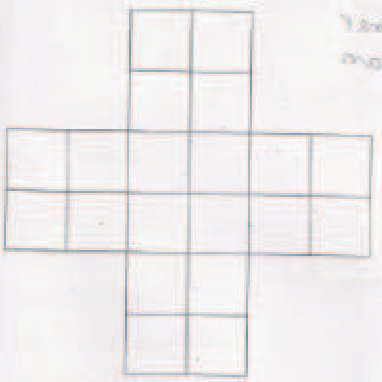
Para isso temos 6 formas de posicionar o quadri- lotado nele.



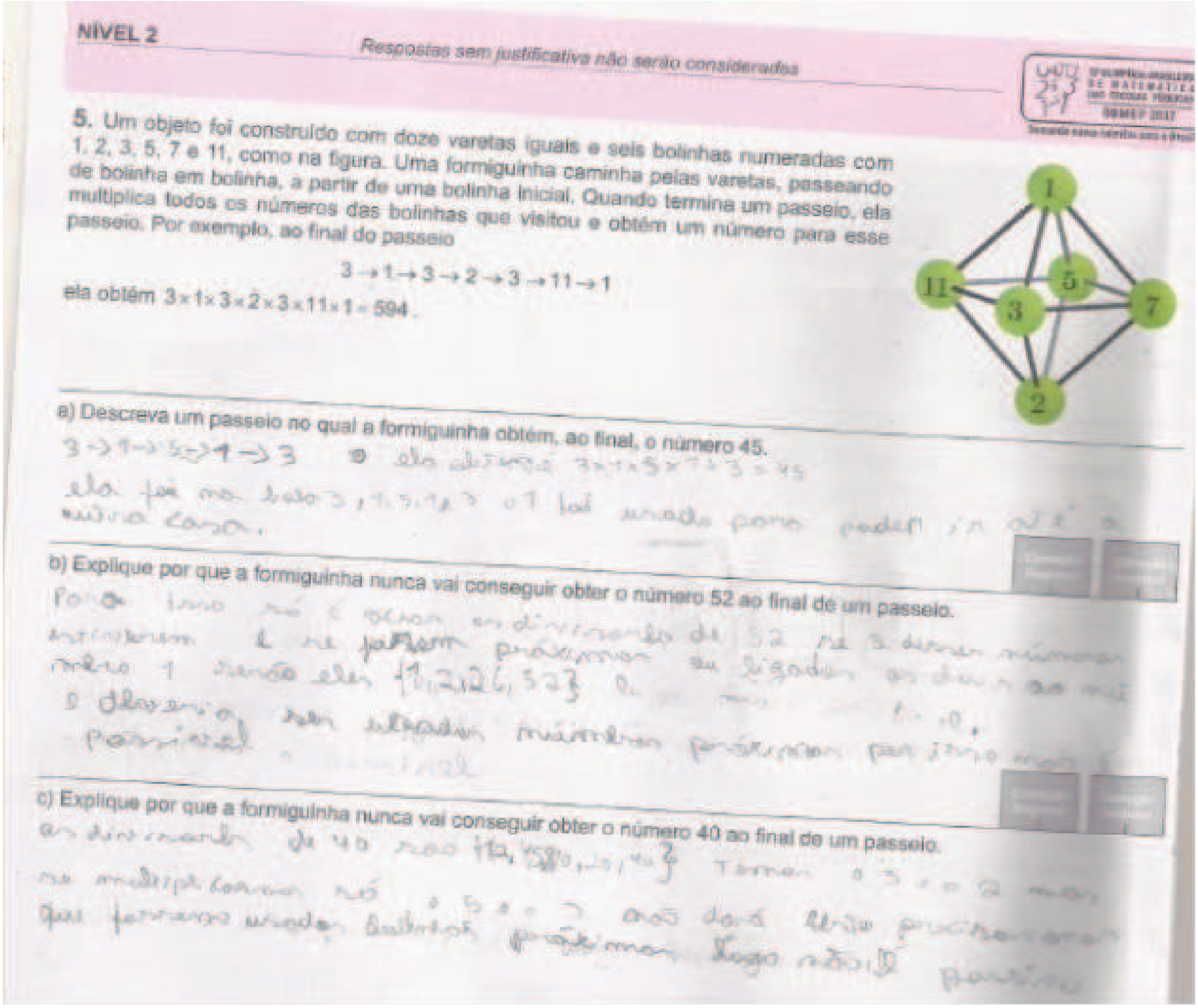
3×3 × 3×3 × 3×3 × 3×3 = 6567 maneiras

Para cada figura temos 3×3 possibilidades de acordo com a letra $\boxed{a}$ logo as possibilidades são 6567

c) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com dez peças o tabuleiro abaixo?



Temos nove maneiras de posicionar no quadro no total



NÍVEL 2

Respostas sem justificativa não serão consideradas

5. Um objeto foi construído com doze varetas iguais e seis bolinhas numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 11, como na figura. Uma formiguinha caminha pelas varetas, passeando de bolinha em bolinha, a partir de uma bolinha inicial. Quando termina um passeio, ela multiplica todos os números das bolinhas que visitou e obtém um número para esse passeio. Por exemplo, ao final do passeio

$$3 \to 1 \to 3 \to 2 \to 3 \to 11 \to 1$$

ela obtém $3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 3 \times 11 \times 1 = 594$.

a) Descreva um passeio no qual a formiguinha obtém, ao final, o número 45.

$3 \to 1 \to 5 \to 1 \to 3$ ela obtém $3 \times 1 \times 5 \times 1 \times 3 = 45$

ela foi na bola 3, 1, 5, 1 e 3 o 1 foi usado para poder ir até a outra casa.

b) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.

Porque [illegible] os divisores de 52 [illegible] e não [illegible] próximos [illegible] números [illegible] 1 [illegible] {1, 2, 26, 52} [illegible] possível [illegible]

c) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 40 ao final de um passeio.

os divisores de 40 são {1, 2, [illegible], 20, 40} [illegible] 3 e o 2 mas [illegible] só [illegible] 5 e 7 não dará [illegible] próximos logo não [illegible] possível

6. Um número inteiro n é chamado de *bilegal* se n é maior do que 1 e n^2 é igual à soma de n inteiros positivos consecutivos. Por exemplo, 3 é bilegal, pois $3^2 = 9 = \underbrace{2+3+4}_{\text{3 inteiros consecutivos}}$.

a) Verifique que 5 é bilegal.

$5^2 = 25 = \underbrace{3+4+5+6+7}_{\text{5 inteiros consecutivos}}$

ele é bilegal pois $5^2 = 25$ e 25 é formado por 5 números consecutivos ou seja $3+4+5+6+7$

b) Verifique que 4 não é bilegal.

$4^2 = 16 =$ não é bilegal

4 não é bilegal pois $4^2 = 16$, $x + x+1 + x+2 + x+3 = 16$ [illegible]

$x + x + x + x = 16 - 6$

$4x = 16 - 6$

$x = \frac{10}{4}$

$x = 2,5$

logo 4 não é bilegal, porque x não é inteiro

c) Explique por que nenhum número par é bilegal e todo número ímpar maior do que 1 é bilegal.

Todo número par [illegible] ao quadrado resulta em um número par e não é formado x vezes x números para ser = x par

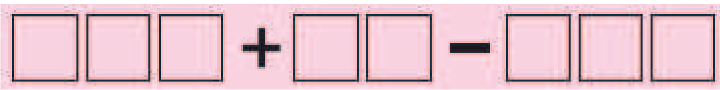
Todo número ímpar é [illegible] que todo número ímpar é formado por 3 números consecutivos

Lembrete:
A soma $1+2+3+\cdots+(k-1)$ é igual a $\frac{k(k-1)}{2}$.

APÊNDICE

A1 - Resolução da prova da OBMEP 2017 – N2 primeira fase.

Questão 1. Para obtermos o maior resultado possível devemos preencher os espaços na figura abaixo seguindo alguns critérios.



i) No primeiro espaço devemos colocar o maior algarismo entre os disponíveis;
ii) Nos espaços dois e quatro será colocado os maiores algarismos entre os restantes, ou seja 6 e 7;
iii) Nos espaços três e cinco podemos colocar os dois maiores algarismos restantes, ou seja 4 e 5;
iv) Por último, preencher os três espaços restante de modo a formar o menor número de três algarismos.

Assim, podemos obter as seguintes possibilidades:

875 + 64 – 123 = 816 ou 865 + 74 – 123 = 816 ou 874 + 65 -123 = 816 ou 864 + 75 – 123 = 816.

Questão 2. Para obtermos 1 litro de tinta laranja precisamos de 5 partes de tinta, sendo 3 de tinta vermelha e 2 de tinta amarela. De modo análogo, para obtermos 1 litro de tinta verde demos ter 4 partes de tinta, sendo 1 parte de tinta azul e 3 de tinta amarela. Assim, para obtermos 30 litros de tinta marrom, devemos misturar a mesma quantidade de tinta laranja e verde, ou seja,

$$15.\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)+15\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)$$

Como queremos apenas o número de tinta amarela na mistura, então:

$$15.\left(\frac{2}{5}\right)+15\left(\frac{1}{3}\right)=6+5=11$$

Logo, para obtermos a mistura desejada precisamos de 11 litros de tinta amarela.

Questão 3. De acordo com a imagem dada no enunciado da questão temos que:

i) Peso da sacola 1 = 2a + b
ii) Peso da sacola 2 = 2c + b

iii) Peso da sacola 3 = 2b + a

Pelas informações também do enunciado sabemos que: o peso da sacola 1 é menor que o peso da sacola 2 que por sua vez é menos que o peso da sacola 3. Com isso, temos:

$2a + b < 2c + b < 2b + a$

Assim,

$2a + b < 2b + a \Rightarrow 2a - a < 2b - b \Rightarrow a < b$, $2a + b < 2c + b \Rightarrow 2a < 2c \Rightarrow a < c$ e $2c + b < 2b + a \Rightarrow 2c < b + a$

Observe que, $a < c \Rightarrow b + a < b + c \Rightarrow 2c < b + c \Rightarrow c < b$. Como $a < b$, $a < c$ e $c < b$, concluímos que:

$a < c < b$

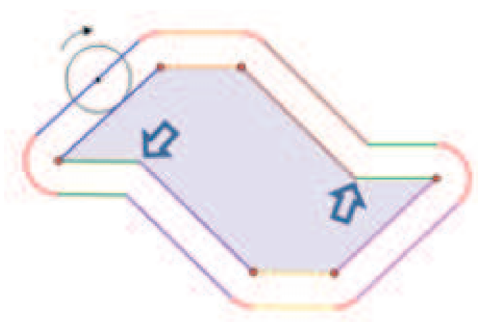
Questão 4. Continuando a sequência dada, temos:

1, 5, 4, – 1, - 5, - 4, 1, 5, 4, - 1, - 5, - 4, 1, 5, 4, ...

Percebermos que a cada seis números a sequência se repete e que a soma desses seis números é igual a zero. Assim efetuando a divisão 1000 primeiros termos dessa sequência por 6, obtemos:

$1000 = 6 \,.\, 166 + 4$

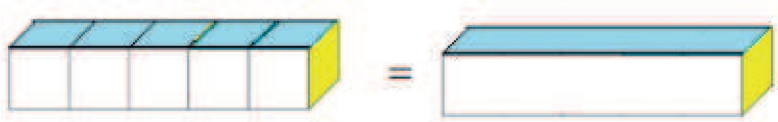
Ou seja, temos 166 blocos de seis números cuja soma é igual a zero, isto é a soma dos 996 primeiros números dessa sequência é igual a zero, restando então os números 1, 5, 4 e – 1 que somados é igual a 9.



Questão 5. Como a distância de um ponto a uma figura geométrica é a menor distância desse ponto aos pontos da figura, o desenho que Celinha obtém ao traçar os pontos que estão a 1 cm da Figura 3 é a trajetória do centro de um círculo de raio 1 quando este se move pelo contorno da figura tangenciando-o. Nesse caso, as curvas obtidas são segmentos de retas ou arcos de circunferências. Nos vértices em que a figura se lança para fora, aparecem arcos de circunferências, mas isto não ocorre nos dois vértices em que a figura se lança para dentro (marcados com as setas largas).

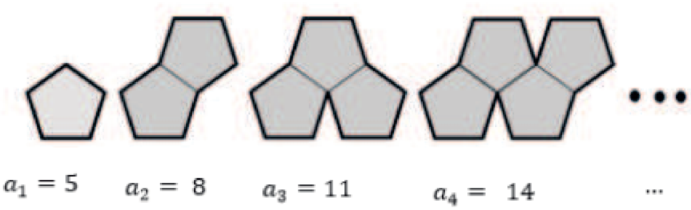
Questão 6. Considerando que a soma de 5 cubinhos alinhados lado a lado em qualquer configuração seja sempre a mesmo, então podemos remontar o bloco da seguinte forma:

juntando 5 cubinhos alinhados lado a lado e formando uma única peça, como mostra a figura a seguir:



nesta configuração podemos remontar o cubo inicial com 25 peças iguais a peça anterior. Assim dividindo o número total de cubinhos pelo número de peças após a nova configuração o bloco e multiplicando pelo número de cubinhos e cada peça, obtemos a soma dos números dos cubinhos de uma face qualquer do cubo, ou seja, (7875 : 25) . 5 = 1575.

Questão 7. Observando a cada figura ao lado percebemos que: ao anexarmos pentágonos de 1 cm de lado sem sobreposição formamos uma nova figura acrescida de 3 cm de perímetro em relação a figura anterior. Assim:



$a_2 = a_1 + 3 = 5 + 3 = 8$

$a_3 = a_2 + 3 = 8 + 3 = 11$

$a_4 = a_3 + 3 = 11 + 3 = 14$

… … … … … … … … … … …

$a_n = a_{n-1} + 3$

Somando membro a membro cada termo da sequência anterior obtemos.

$(a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}) + a_n = a_1 + (a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}) + 3(n-1)$

$a_n = a_1 + 3(n-1)$

Neste caso a_n é o valor do perímetro do enésimo polígono. Portanto para formar uma figura com 1736 cm de perímetro serão necessários

$$a_n = a_1 + 3(n-1) \Rightarrow 1736 = 5 + 3(n-1) \Rightarrow 3n = 1734 \Rightarrow n = 578$$

pentágonos regulares de lado 1 cm.

Questão 8. Tomando como base o exemplo dado, percebemos que dados dois números x e y José inventou a operação $x\blacksquare y$ em que o resultado é a soma dos números seguidos de tantos zeros quanto for o resultado dessa soma. Assim, na multiplicação abaixo, temos:

$(1\blacksquare 0).(1\blacksquare 1).(1\blacksquare 2).(1\blacksquare 3).(1\blacksquare 4) =$

$= 10.200.3000.40000.500000 =$

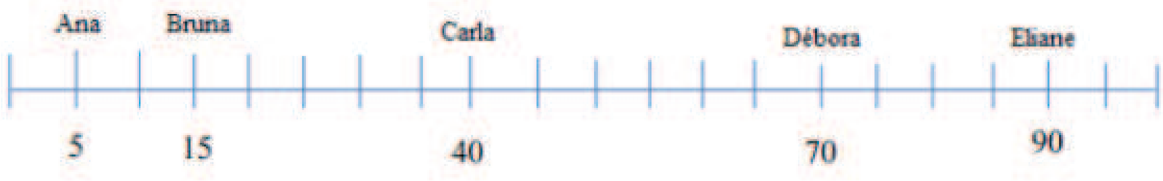
$= 1.10.2.100.3.1000.4.10000.5.1000000 =$

$= 10^1.2.10^2.3.10^3.4.10^4.5.10^5 = 2.3.4.5.10^{15} = 120.10^{15} = 12.10^{16}$

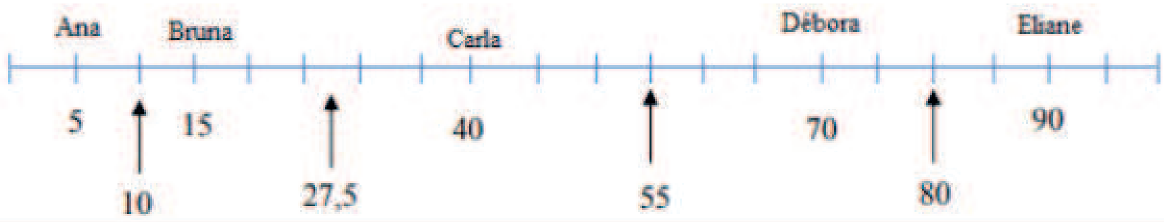
Logo, obtemos 16 zeros.

Questão 9. Como a primeira página do Capítulo 1 é a de número 1, e como os três capítulos têm a mesma quantidade de páginas, o número da primeira página do Capítulo 2 é igual à quantidade de páginas de um capítulo mais 1 e o número da primeira página do Capítulo 3 é igual ao dobro da quantidade de páginas de um capítulo mais 1. Logo, a soma do número da primeira página do Capítulo 2 com o número da primeira página do Capítulo 3 é igual ao triplo da quantidade de páginas de um capítulo mais 2, ou seja, a quantidade de páginas de um capítulo é (1052−2):3 = 350. Logo, o número da primeira página do Capítulo 3 é 2 × 350 + 1 = 701. Algebricamente, se x é o número de páginas de um capítulo e se n é o número da primeira página do Capítulo 3, então $1052 = 3x + 2 \Rightarrow x = 350$ e $n = 2x + 1 \Rightarrow n = 701$.

Questão 10. Levando em consideração as regras do sorteio, sabemos que o ganhador do sorteio será aquele que estiver escolhido o número mais próximo do número da bolinha retirada ao acaso. A figura a seguir mostra os números escolhidos por Ana, Bruna, Carla, Débora e Eliane.



Marcando os pontos médios dos números escolhidos pelas meninas, obtemos:



Analisado última figura, temos:

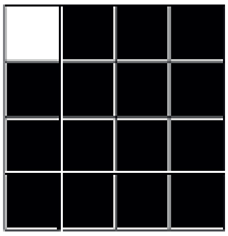
- Ana ganha, se o número sorteado ao acaso esteja no intervalo $[1, 10)$, ou seja, $10 - 1 = 9$. Assim, 9 números dão a vitória para Ana;
- Bruna ganha, se o número sorteado estiver no intervalo $[10, 27]$, ou seja, $27 - 10 + 1 = 18$ números dão a vitória para Bruna;
- Carla ganha, se o número sorteado estiver no intervalo $[28, 55)$, isto é, $55 - 28 = 55 - 28 = 27$ números dão a vitória para Carla;

- Débora ganha, se o número sorteado estiver no intervalo $[55, 80)$, ou seja, $80 - 55 = 25$ números dão a vitória para Débora;
- Eliane ganha, se o número sorteado estiver no intervalo $[80, 100]$, isto é, $100 - 80 + 1 = 21$ dão vitória para Eliane.

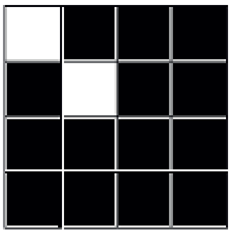
Portanto, Carla tem mais chance de ganhar o sorteio.

Questão 11. Nesta questão disponibilizamos de um quadriculado 4x4 e queremos pintá-lo de modo que fiquem pintadas de preto exatamente três casas em casa linha e em casa coluna. Nesta questão podemos pensar qual a casa que ficará em branco em cada linha, dessa forma a casa em branco na coluna ficará determinada. Assim vamos dividir no problema em 4 decisões:

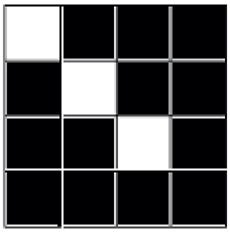
1. Escolher qual das casas ficará em branco na primeira linha, ou seja, isso pode ser escolhido de 4 maneiras distintas.



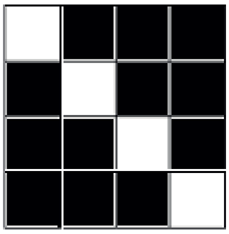
2. Escolher qual das casas ficará em branco na segunda linha, ou seja, isso pode ser escolhido de 3 maneiras distintas, pois não podemos escolher nenhuma casa da primeira coluna.



3. Escolher qual das casas ficará em branco na terceira linha, ou seja, isso pode ser escolhido de 2 maneiras distintas, pois não podemos escolher nenhuma das casas primeira e segunda coluna.

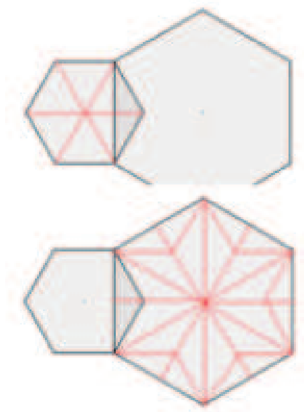


4. Escolher qual das casas ficará em branco na quarta linha, ou seja, isso pode ser escolhido de 1 maneira distinta, pois não podemos escolher nenhuma das casas primeira da segunda nem da terceira coluna.



Portanto, podemos pintar de preto algumas casas do quadriculado acima, respeitando as restrições de 4.3.2.1 = 24.

Questão 12. Decompondo o hexágono menor, percebemos que ele é formado por 6 triângulos equiláteros, fazendo o mesmo com o hexágono maior, notamos que ele é formado por 18 triângulos equiláteros congruentes aos triângulos que formam o hexágono menor, como mostra a figura ao lado.



Se o hexágono menor tem 10 cm² de área e é formado por 6 triângulos equiláteros, então, como o hexágono maior tem 18 triângulos destes, sua área é o triplo da área do hexágono menor, ou seja, 30 cm².

Questão 13. Sejam x e y as medidas dos quadrados maior e menor respectivamente. Pelo enunciado da questão temos que:

$$4x + 4y = x^2 - y^2 \Rightarrow 4(x + y) = (x + y).(x - y) \Rightarrow x - y = 4$$

Logo, a diferença entre as medidas dos lados dos quadrados é igual a 4 cm.

Questão 14. Pelos dados do enunciado podemos montar a figura a seguir.

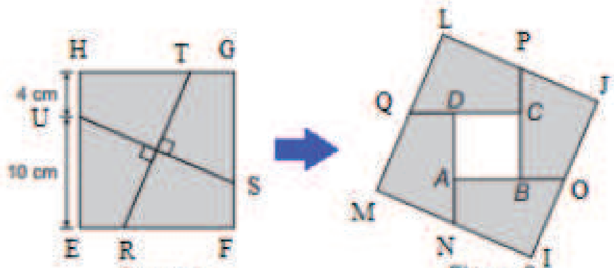


Figura 1 Figura 2

Observe que, os segmentos $EU = SG = ND = BP = 10\ cm$, por outro lado, os segmentos $UH = TG = FS = ER = NA = QD = BC = BA = 4\ cm$. Temos ainda que o segmento $ND = NA + AD \Rightarrow AD = 10\ cm - 4\ cm \Rightarrow AD = 6\ cm$.

Portanto, a área do quadrado $ABCD$ é igual a $6^2 = 36\ cm^2$.

Questão 15. Como os dados são iguais, podemos concluir que a face oposta a letra T só pode ser P,Q ou S pois são as faces adjacentes a O, não pode ser O e nem R, essas faces são opostas observando o desenho. Agora observe os dois primeiros dados (o que mostra a letra P e o que mostra as letras Q e S). Note que a face escondida é letra T, pois é a única que está faltando, ou seja, ela é oposta a S.

Portanto, S é a face oposta à que tem a letra T.

Questão 16. Se 99% dos convidados eram homens, então 1% eram mulheres, ou seja, se 1% equivalem a 3 mulheres então, podemos dizer que existem 300 convidados entre homens e mulheres nessa festa. Agora queremos que essas 3 mulheres representem 2% do total de convidados. Seja x o número de homens que devem deixar a festa para que a porcentagem de homens na seja 98% do total de convidados. Assim, temos a seguinte proporção: se 3 equivale 2% e 297 – x equivale a 98%, então:

$$2(297 - x) = 3.98 \Rightarrow 297 - x = 147 \Rightarrow x = 297 - 147 \Rightarrow x = 150$$

Portanto, 150 homens devem deixar a festa.

Questão 17. Seja A o valor da expressão:

$$A = \frac{-1.2 + 2.3 - 3.4 + 4.5 - 5.6 + 6.7 - \cdots - 49.50 + 50.51}{1 + 2 + 3 + \cdots + 25}$$

Reordenado os termos de A, obtemos:

$$A = \frac{(-1.2 + 2.3) + (-3.4 + 4.5) + (-5.6 + 6.7) + \cdots + (-49.50 + 50.51)}{1 + 2 + 3 + \cdots + 25}$$

$$A = \frac{2(3-1) + 4(5-3) + 6(7-5) + \cdots + 50(51-49)}{1+2+3+\cdots+25}$$

$$A = \frac{2.2 + 4.2 + 6.2 + \cdots + 50.2}{1+2+3+\cdots+25} = 2.2.\frac{(1+2+3+\cdots+25)}{(1+2+3+\cdots+25)} = 4$$

Logo, o valor de A é igual a 4.

Questão 18. Como as partidas têm duração de 60 minutos, com 5 jogadores cada time, então o total de minutos jogados pelos atletas será: 5.60 minutos = 300 minutos, assim temos 300 minutos para ratear entre os 8 atletas, pois há substituições. Daí. O tempo o tempo que cada atleta irá jogar é:

$$\frac{300\, minutos}{8} = 37{,}5\, minutos$$

Ou seja,

37,5 minutos = 37 minutos + 0,5 .60 segundos =37 minutos e 30 segundos.

Questão 19. A caixa contém 40 bolas, sendo 10 verdes, 10 amarelas, 10 azuis e 10 vermelha. Joãozinho quer retirar uma certa quantidade de bolas dessa caixa, ao acaso de modo que ele tenha certeza que entres as bolas retiradas haja:

- Um grupo de 7 bolas com 3 cores diferentes sendo: (3 bolas de uma cor, 2 bolas de uma segunda cor e 2 bolas de uma terceira cor).

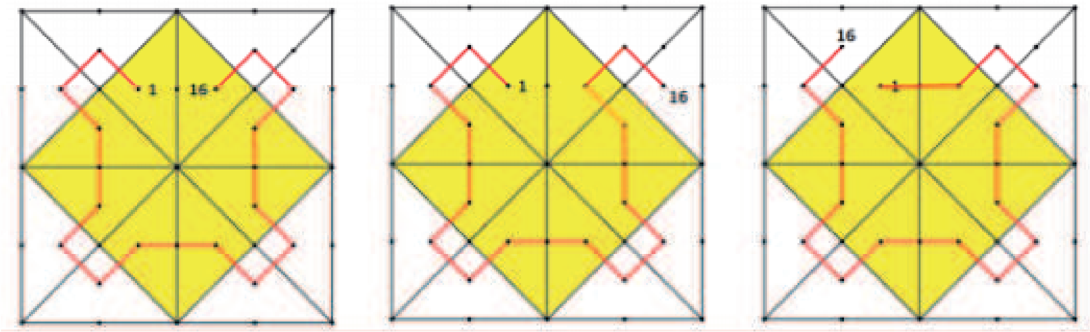
Pensando na pior das hipóteses: Joãozinho retira 10 bolas verdes, 10 bolas amarelas ele garante 3 bolas de uma cor e 2 bolas de uma segunda cor. Agora só tem bolas de cor azul e vermelha na caixa, em um total de 10 de cada cor.

Do restante das bolas na caixa retirando mais 2 bolas, elas podem ser ambas azuis ou ambas vermelhas, ou ainda uma de cada cor, ou seja, ainda não garantimos o sugerido no enunciado da questão. Retirando mais uma bola independentemente da cor (azul ou vermelha) garantimos ter retirado 3 bolas de uma cor, 2 bolas de uma segunda cor e 2 bolas de uma terceira cor. Ou seja, o número mínimo de bolas que Joãozinho deve retirar é $10 + 10 + 2 + 1 = 23$.

Questão 20. Vamos dividir nossa solução em dois casos.

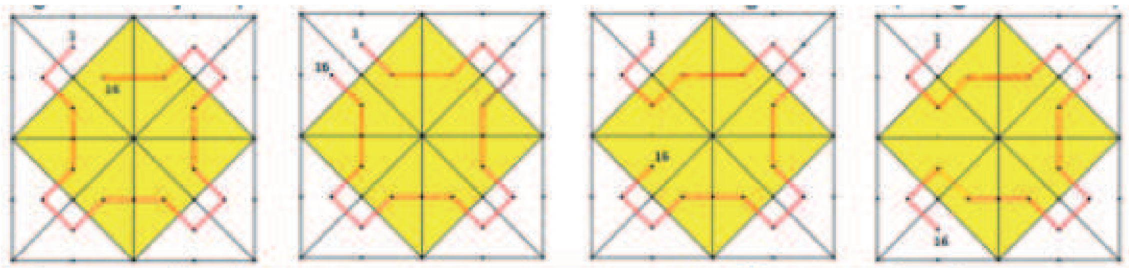
1º caso: selecionar qualquer um dos oito triângulos centrais, para o preenchimento do número 1 até o número 16.

Vamos pintar oito dos dezesseis triângulos coma cor amarelo (centrais), como mostra a figura a seguir. Vamos colocar o número 1 em um dos oitos triângulos centrais.



Selecionando-se qualquer um dos oito triângulos centrais para colocar o número 1, note que existem três caminhos para colocação dos números de 1 a 16. Como temos 8 triângulos centrais então temos 3.8 = 24 caminhos distintos.

<u>2º caso:</u> selecionar qualquer um dos oito triângulos externos, para o preenchimento do número 1 até o número 16.



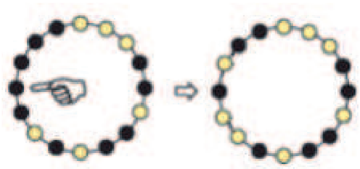
Percebemos na figura anterior que cada triangulo terá quatro caminhos distintos. Como temos 8 triângulos então, temos 4.8 = 32 caminhos.

Portanto, pelo princípio aditivo, Sergio, tem 24 + 32 = 56 maneiras distintas de numerar os triângulos.

A2 - Resolução da prova da OBMEP 2017 – N2 segunda fase.

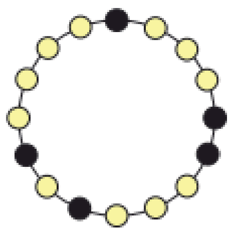
Questão 1.

a) Como os botões vizinhos do botão apertado são de cor preta, ao apertamos esse botão os botões vizinhos ficarão amarelos, então se tínhamos anteriormente 10 botões pretos, então depois de apertar o botão indicado na figura ficaremos com 10 – 2 = 8 botões pretos.



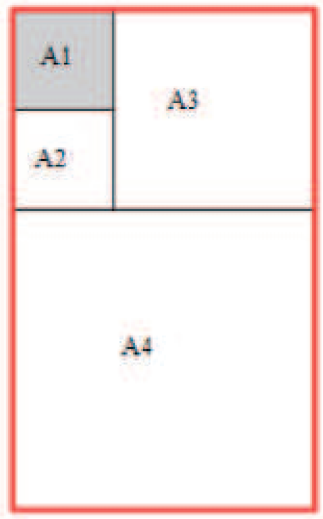
b) Observe que o número de botões pretos e amarelos são pares (10 e 6) respectivamente, ou seja, apertando um botão qualquer, somando ou subtraindo dois botões amarelos ou pretos teremos sempre uma quantidade par de botões pretos ou amarelos, pois a soma e subtração de dois números pares é sempre um número par.

c) Observe na figura ao lado que temos 5 botões pretos, pelo item b), podemos concluir que a quantidade de botões pretos sempre será ímpar, pois ao apertar um botão preto somamos ou subtraímos dois botões aos existentes na figura. Assim, teremos a soma de um número ímpar com um número par, que é ímpar. Para que todos os botões fiquem amarelos, a quantidade de botões pretos deve ser zero que é um número par, como a quantidade de botões pretos será sempre ímpar, é impossível que todos os botões fiquem amarelos.



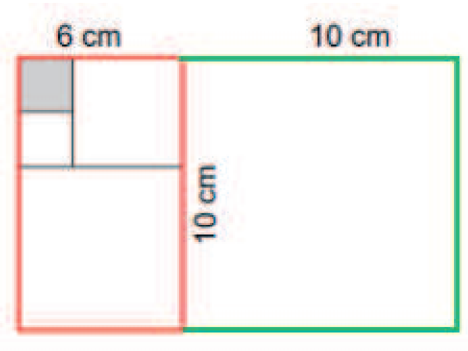
Questão 2.

a) Como a área do quadrado sombreado é igual a 4 cm², então seu lado mede 2 cm. Note que, o lado do quadrado 2 coincide com o lado do quadrado 1, ou seja, sua área também vale 4 cm². O lado do quadrado 3 é igual a soma dos lados dos quadrados 1 e 2, logo seu lado mede 4 cm, assim, o quadrado 3 tem área igual a 16 cm². Por fim, o lado do quadrado 4 é igual a soma dos lados dos quadrados 2 e 3, ou seja, o quadrado 4 tem lado 6 cm e sua área mede 36 cm². Portanto, a área do retângulo de contorno destacado em vermelho é igual a:

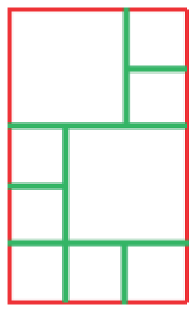


A1 + A2 + A3 + A4 = 4 cm² + 4 cm² + 16 cm² + 36 cm² = 60 cm²

b) O retângulo de contorno destacado em vermelho tem dimensões 6 cm por 10 cm, ao juntarmos sem sobreposição mais um quadrado ao retângulo inicial iremos formar um novo retângulo. Para que esse novo polígono tem maior área possível devemos tomar um quadrado de lado como a maior dimensão do retângulo de contorno destacado em vermelho, ou seja, iremos formar um quadrado de lado 10 cm. Portando, a área do novo retângulo é igual a: 60 cm² + 100 cm² = 160 cm².



c) Para resolver essa questão existem várias possibilidades, a figura ao lado representa uma dessas possibilidades.



Questão 3.

a) Com o número 3 Júlia obteve o seguinte resultado:

$$3^3 - 3 = 27 - 3 = 24$$

b) Sendo x o número escolhido por Júlia, x um número inteiro positivo. Assim,

$$x^3 - x = 1320 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 1320 \Rightarrow x(x - 1)(x + 1) = 1320$$

perceba que, 1320 é igual ao produto de três número inteiros positivos e consecutivos, fazendo uma breve análise encontramos $x = 11$, logo, $x - 1 = 10$ e $x + 1 = 12$. Portando, o número procurado é 11.

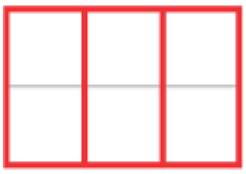
c) Para um número ser múltiplo de 6, ele deve ser múltiplo de 2 e de 3. Como vimos no item b), o resultado é o produto de três números inteiros positivos consecutivos. Como dentre os três números consecutivos pelo menos um deles é par, temos que o resultado é par. Para mostrar que o número encontrado é múltiplo de 3, basta verificar que um dos três números: $x, (x - 1)$ ou $(x + 1)$, é múltiplo de 3. Observe que:

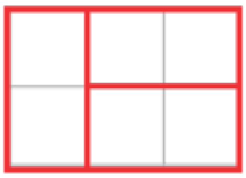
- Se o resto da divisão de n - 1 por 3 for 1, então $x + 1$ será múltiplo de 3;
- Se o resto da divisão de n - 1 por 3 for 2, então n será múltiplo de 3;
- Se o resto da divisão de n - 1 por 3 for 0, então ele mesmo será múltiplo de 3.

Em qualquer um dos casos, o resultado de Júlia, isto é, $x(x - 1)(x + 1)$, será sempre um múltiplo de 2 e de 3; portanto, um múltiplo de 6.

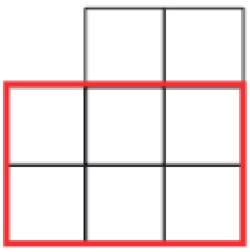
Questão 4.

a) A figura a seguir mostra as outras duas maneiras de cobrir o tabuleiro

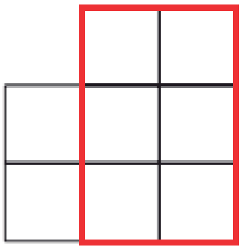




b) Percebemos que a parte contornada na figura ao abaixo é igual a figura da letra a), logo temos 3 maneiras de dispormos as peças, como foi anteriormente desenhada.

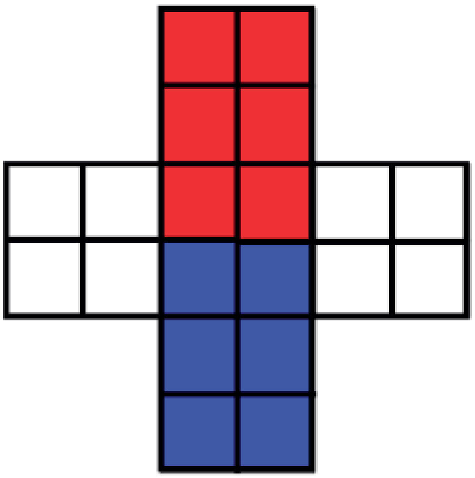


Considerando a figura do enunciado, porém com uma nova parte contornada, como mostra a próxima figura, e procedendo do mesmo jeito da figura anterior, já que ambas têm a mesma área e são iguais a figura do item a), temos 3 maneiras de cobrir o tabuleiro, contudo, duas dessas maneiras são iguais as já contadas na figura anterior, logo, para a figura abaixo temos apenas uma maneira de cobrir o tabuleiro.

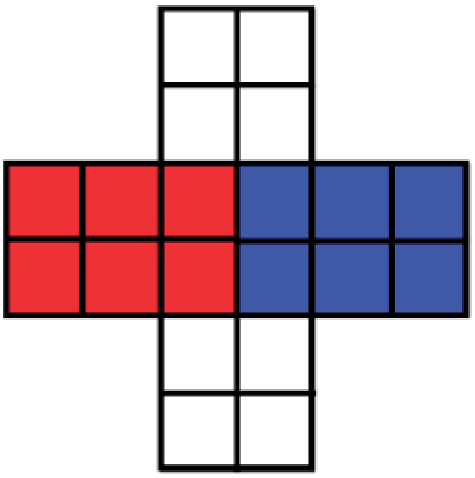


Portanto, Marcela tem 4 maneiras distintas de cobrir o tabuleiro.

c) I) Perceba que as duas partes pintadas na figura abaixo são iguais a figura do item a), logo temos 3 modos de dispor as peças em cada parte (vermelho e azul). Assim, temos 3 . 3 = 9 maneiras distintas para dispor as peças. Para cobrir as peças em branco na figura abaixo, temos 2 maneiras distintas para cobrir a parte da esquerda e 2 maneiras distintas para pintar a parte da direita, logo temos, 2 . 2 = 4 maneiras. Portanto, pelo princípio da contagem temos: 9 . 4 = 36 maneiras distintas de cobrir o tabuleiro.



II) Poderíamos também dispor as peças da seguinte forma:



Seguindo o mesmo argumento de I) percebemos que essa nova configuração do tabuleiro também pode ser coberto de 36 maneiras distintas. Assim, concluímos que existem 36 + 36 = 72 maneiras distintas para Marcela cobrir o tabuleiro.

Questão 5.

a) Existem várias possibilidades para que a formiguinha obtenha o número 45 no seu passeio, uma dessas possibilidades segue abaixo.

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 3$$

b) Observe que os divisores de 52 são: 1, 2, 4, 13, 26 e 52. Apenas 1 e 2 são comuns aos números dispostos nas bolinhas, sendo assim, impossível fazer um passeio entre as bolinhas 1 e 2, pois não temos uma vareta que liga essas duas bolinhas.

c) Note que, os divisores de 40 são: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40. Os números das bolinhas comuns aos divisores de 40 são 1, 2 e 5. Perceba que utilizando apenas as bolinhas com os números 1, 2 e 5 nunca encontraremos um caminho (passeio) que tenha como resultado o número 40.

d) Os divisores de 30 são: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30. Apenas 1, 2, 3 e 5 são comuns aos números expressos nas bolinhas. Número de passeios que a formiguinha pode fazer começando pelo:

i) Número 1: 2 passeios;
ii) Número 2: 2 passeios;
iii) Número 3: 2 passeios;
iv) Número 5: 2 passeios.

Portando, pelo princípio multiplicativo temos $2.2.2.2 = 16$ passeios distintos que a formiguinha pode fazer e obter ao final o número 30.

Questão 6.

a) Temos que: $5 > 1$. Nosso objetivo é verificar se 5 é bilegal.

Seguindo o procedimento exposto no exemplo do enunciado da questão temos:

$5^2 = 25 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$, ou seja, $5^2 = 25$ é igual à soma de 5 número inteiros positivo e consecutivos, logo 5 é bilegal.

b) Sejam, $x - 1$, x, $x + 1$ e $x + 2$ números inteiros positivos e consecutivos. Assim, $(x - 1) + x + (x + 1) + (x + 2) = 16$, fazendo as devidas simplificações obremos: $4x = 16$, ou seja, $x = 3,5$ que não pertence ao conjunto dos números inteiros. Logo 4 não é bilegal.

c) Sendo x o primeiro número de uma sequência de n números inteiros positivos e consecutivos, temos:

$$n^2 = x + (x + 1) + (x + 2) + \ldots + (x + (n - 1))$$

Utilizando a formula dada no enunciado (lembrete) temos:

$$n^2 = x + (x + 1) + (x + 2) + \ldots + \big(x + (n - 1)\big) = \frac{x + (n - 1)}{2}$$

O que implica,

$$n^2 = nx + \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow n = \frac{2x + n - 1}{2} \Rightarrow n = 2x - 1$$

Como $2n$ é um múltiplo de 2, portanto par, logo concluímos que $2x - 1$ é um número ímpar.