UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ZULEIDE FERREIRA DE SOUSA

GEOMETRIAS ESPACIAL E PLANA: UMA ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS REVELADOS POR MEIO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

CAMPINA GRANDE – PB
2016

ZULEIDE FERREIRA DE SOUSA

GEOMETRIAS ESPACIAL E PLANA: UMA ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS REVELADOS POR MEIO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, sob a orientação do professor Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre.

CAMPINA GRANDE – PB
2016

S725g Sousa, Zuleide Ferreira de.

Geometrias espacial e plana [manuscrito] : uma análise dos significados revelados por meio dos registros de representações semióticas / Zuleide Ferreira de Sousa. - 2016.

149 p. : il. color.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.

"Orientação: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, Departamento de Matemática".

1. Representações semióticas. 2. Significados 3. Ensino de geometria. 4. Ensino de matemática. I. Título.

21. ed. CDD 516

ZULEIDE FERREIRA DE SOUSA

GEOMETRIAS ESPACIAL E PLANA: UMA ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS REVELADOS POR MEIO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, sob a orientação do professor Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre.

Aprovada em: 21 de dezembro de 2016

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida
Universidade Estadual da Paraíba – PPGECEM/UEPB
Orientador

Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes
Universidade Estadual da Paraíba – PPGECEM/UEPB
Examinador interno

Prof. Dr. Luís Havelange Soares
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB
Examinador externo

À família.

Fonte inesgotável de virtudes.

AGRADECIMENTOS

Quando uma etapa das nossas vidas se cumpre, é hora de agradecer e seguir em frente. Porém, devemos referendar os significados construídos durante a caminhada, fazendo destes os motivos que definirão nossas futuras decisões. Os caminhos que nos trouxeram até aqui nem sempre foram os menos pedregosos, no entanto, foram necessários. Em cada curva, um significado. A cada trilha, tem-se uma canção, cuja mensagem está registrada em minh'alma. Neste sentido, destaco que nada se faz só, o trabalho que aqui se materializa se configura como o resultado de estreitas relações de amor, carinho, afeto, apoio e dedicação, manifestados das mais diversas formas, sem os quais a tarefa teria sido ainda mais árdua. Assim, quero externar minha profunda gratidão, especialmente a:

A Deus, pelo dom da vida e pela força, pois precisei vencer várias vezes o desânimo;

Aos meus pais, José Ancelmo Ferreira Filho e Maria de Sousa Ferreira, pelo exemplo de honestidade e luta pela dignidade, que me motivam todos os dias;

Aos meus irmãos Douglas, João, Carlos, Sebastião, Rosângela, Cristiana e Josefa, pelo companheirismo e colaboração, de todos os momentos;

A Tonires Sales de Mélo, pela força que muito me motiva;

Ao meu orientador, José Joelson Pimentel de Almeida, pela parceria e amizade;

Aos professores que compõem a banca examinadora deste trabalho, especificamente, José Joelson Pimentel de Almeida, Luís Havelange Sores e Marcus Bessa de Menezes, pelas significativas contribuições;

À minha irmã de coração, Luciana Macedo, por todo apoio a mim dispensado;

Às minhas amigas, Joelma Maria Rolim e Maria Luiza Gonçalves, pelas palavras de incentivo nos momentos que precisei;

Aos meus amigos mestrandos do PPGECEM, pela partilha que a mim muito somou;

Aos professores e demais servidores do PPGECEM, que contribuíram para que chegássemos até aqui;

Aos meus professores da graduação, Antonio Fernandes Queiroga e Tonires Sales de Mélo, que muito me incentivaram e torceram;

Aos meus colegas de trabalho da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental Maria Cândido de Oliveira, pelo apoio moral prestado a minha pessoa;

Ao Município de Cachoeira dos Índios – PB, pelo apoio financeiro, sem o qual não teria sido possível chegar até aqui.

Seguiremos gratos por toda a atenção recebida, na certeza que com esta etapa podemos ir bem mais longe.

O verdadeiro significado das coisas é encontrado
ao se dizer as mesmas coisas com outras palavras.
(Charles Chaplin)

RESUMO

A presente pesquisa, intitulada *Geometrias espacial e plana: uma análise dos significados revelados por meio dos registros de representações semióticas*, consiste em uma investigação qualitativa, do tipo pedagógica, desenvolvida junto a educandos do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal na cidade de Cachoeira dos Índios, interior da Paraíba. A referida pesquisa foi norteada pela questão: "Quais significados sobre geometrias espacial e plana podemos identificar, a partir dos registros de representações semióticas empregados por educandos dos anos finais do Ensino Fundamental, na resolução de questões envolvendo poliedros e polígonos?". Teve como objetivo analisar significados revelados nos registros de representações semióticas produzidos por educandos dos anos finais do Ensino Fundamental, em aulas de geometrias espacial e plana e, mais especificamente, significados que envolvem poliedros e polígonos. Nesse intento, desenvolvemos, junto aos sujeitos da pesquisa, uma sequência didática, enfocando os conteúdos geométricos poliedros e polígonos, por meio da exploração de material manipulável, da construção e reconstrução desses objetos, além do desenho e de produções escritas e orais. A coleta dos dados, assim produzidos, se deu por meio de bloco de anotações, fichas de atividades dos educandos, vídeos e fotografias. Os significados revelados foram analisados com base na teoria dos registros de representações semióticas, de Raymond Duval, apresentando como resultados o destaque dos significados mais notáveis, as compreensões dos educandos sobre os objetos estudados e a verificação de relação entre os significados apresentados e o emprego dos registros de representações semióticas.

Palavras-chave: Registros de representações semióticas; significados; ensino de geometria.

ABSTRACT

This research, called Spatial and plane geometries: an analysis of the revealed meanings on registers of semiotic representations, consists on a qualitative investigation, pedogogical type, developed with seventh grade students of a public school in Cachoeira dos Índios, countryside of Paraíba. It was guided by the following question: “What meanings about spatial and plane geometry can be identified, based on the registers of semiotiotic representation used by estudents of the final years of basic education, on the resolution of questions involving polyhedrons and polygons?”. The research aimed to analyse revealed meanings on the semiotic representations registers produced by students on the final years of basic education, during spatial and plane geometry classes and, more specifically, meanings envolving polyhedrons and polygons. On this intent, we developed, with the research subjects, a teaching sequence, focusing the geometric contents polyhedrons and polygons, through manipulable materials exploration, building and rebuilding of these objects, besides drawning and writing and oral productions. Data collect was done with notebook, students activity sheets, videos and pictures. The revealed meanings were analysed based on the Registers of Semiotic Representation Theory of Raymond Duval, presenting as results the eminence of the more remarkable meanings, the students comprehension about the studied objects and the verifying of the relation between presented meanings and use of registers of semiotic representations.

Key-words: Registers of Semiotic Representation; meanings; geometry teaching.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A forma como interagimos com o meio no qual estamos inseridos está estreitamente relacionada à nossa capacidade de abstrair informações pertinentes a essa interação, bem como à capacidade de processar tais informações e de interpretar seus resultados. Assim também procede no ambiente escolar.

Desse modo, a dinâmica imposta ao processo de ensino deve estreitar as relações estabelecidas entre os sujeitos desse processo, bem como as relações desses sujeitos com o saber, a fim de contribuir com a produção de significados pelos educandos, o que nem sempre se efetiva. Isto acontece, por exemplo, com os conteúdos relativos à geometria, particularmente, a noções geométricas espaciais ou planas. Assim, observa-se que existe uma dificuldade eminente, entre os educandos, de diferenciar um objeto geométrico espacial de um objeto plano, como podemos analisar em diversas situações na sala de aula.

Em conformidade com Pavanello (1989), a geometria consiste em uma importante ferramenta para leitura e interpretação do meio, seja ele físico ou abstrato. Assim, entendemos que as dificuldades acima mencionadas se configuram em obstáculos à nossa relação com o mundo, uma vez que a qualidade das relações estabelecidas entre nós e o mundo ao nosso redor, depende da forma como o conhecemos.

Entendendo a geometria como uma importante ferramenta para a formação do cidadão, defendemos o seu ensino evidenciando uma postura mais dinâmica, o que envolve abordagens diversificadas, com atividades práticas exploratórias e investigatórias, que buscam nas diferentes formas de linguagens o caminho para o entendimento do educando, enxergando possibilidades enriquecedoras para produção de significados.

Guiados por esses pensamentos, desenvolvemos a presente pesquisa, que foi norteada pela interrogação: Quais significados sobre geometrias espacial e plana podemos identificar, a partir dos registros de representações semióticas empregados por educandos do Ensino Fundamental, na resolução de questões envolvendo poliedros e polígonos?

No intento de responder a esta interrogativa, analisamos os significados revelados nos registros de representações semióticas produzidos por educandos do 7º ano do Ensino Fundamental, durante o cumprimento de uma sequência didática que envolve os conteúdos poliedros e polígonos. Nesta análise, destacamos os tipos de registros empregados nas resoluções, o emprego coordenado de dois registros e significados revelados sobre poliedros e polígonos, além de verificarmos a existência de relações entre esses significados apresentados e os registros de representações semióticas empregados na resolução de tais questões.

A referida análise se deu com base na teoria das representações semióticas de Raymond Duval, cujo embasamento teórico se encontra no primeiro capítulo deste texto. Para essa discussão, trazemos as características cognitivas da atividade matemática, os tipos de registros e as transformações de representações semióticas. De acordo com esta teoria, as representações semióticas são os únicos meios pelos quais podemos ter acesso aos objetos matemáticos, em consequência entendemos que os registros de representações semióticas empregados na resolução das questões nos revelaram compreensões dos educandos sobre os objetos em estudo.

No Capítulo 2 encontra-se o embasamento teórico sobre o ensino de geometria, no qual enfocamos a origem da construção desse conhecimento, associada a necessidades da vida prática e ao lazer, um breve panorama do ensino de geometria no Brasil, a construção de significados em aulas de geometria (objeto de estudo) e o ensino de geometria em uma perspectiva vygotskyana, perspectiva sob a qual se deu a elaboração das atividades que compõem a sequência didática que tomamos como campo de ocorrência do nosso objeto de estudo.

No Capítulo 3 fazemos uma apresentação da pesquisa, relatamos três trabalhos relacionados à nossa temática de estudo, expomos nossas motivações para escolha do tema, a construção da nossa questão de pesquisa, a definição dos objetivos e contextualizamos o campo de pesquisa.

O Capítulo 4 traz a apresentação e análise dos dados obtidos na primeira fase da intervenção pedagógica, fase preparatória na qual foi oportunizado aos educandos o trabalho com poliedros e polígonos, como também os registros de representações semióticas *língua natural nas modalidades oral e escrita*, *língua formal* e *configuração geométrica*. Nessa fase, os educandos foram levados a expressar o que compreendiam sobre os objetos em estudo, antes e depois das situações de ensino. Nesta atividade, o enfoque foi para a produção de representações semióticas nos diferentes registros.

No Capítulo 5 damos continuidade à apresentação e análise dos dados obtidos a partir da intervenção pedagógica. Na segunda fase da intervenção pedagógica, as equipes foram levadas a produzir, de forma independente, com mínimas orientações da educadora, objetos concretos envolvendo os conteúdos geométricos estudados e, posteriormente, representa-los por meio dos registros semióticos. Nesta atividade, enfocamos as transformações de representações semióticas, com destaque para a conversão.

A seguir trazemos algumas considerações sobre a pesquisa, inicialmente apresentamos nossas compreensões sobre os principais aportes teóricos sobre os quais construímos esta dissertação, os registros de representações semióticas e o ensino de geometria. Dando sequência apresentamos, separadamente, nossas considerações sobre os resultados observados na primeira e na segunda fase da intervenção pedagógica, posteriormente fazemos uma comparação entre eles. Por fim apontamos relações entre nosso trabalho e outras pesquisas já realizados sobre a temática, onde destacamos a pertinência do mesmo.

CAPÍTULO 1

O ENSINO DE MATEMÁTICA E AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

O que observamos atualmente na escola, em ralação ao ensino da Matemática, chega a ser contraditório à história da construção do conhecimento matemático, uma vez que esse ensino se dá de forma engessada, sem muitas oportunidades que levem os educandos a participar e refletir sobre o que está sendo estudado.

O conhecimento não é colocado como uma construção coletiva, que se deu ao longo do tempo e que, portanto, está sujeito a mutações e reformulações para satisfazer às necessidades dessa sociedade em transformação e munida de diferentes contextos.

> Quando observamos o desenvolvimento do saber matemático ao longo da história, podemos verificar que esse saber foi construído a partir de problemas do cotidiano da sociedade na busca do desenvolvimento humano. Nesse processo, esses saberes foram sendo paulatinamente sistematizados, com novas construções realizadas, construções essas dando origem a novos problemas, e assim sucessivamente. Porém, me parece importante destacar que esses saberes produzidos caracterizam-se essencialmente pela contextualização, processo necessário para permitir a universalização desses saberes (CÂMARA DOS SANTOS, 2008, s/p).

Um conhecimento que nasceu das necessidades emergentes da sociedade, e que visa atender certa demanda, dentro de um determinado contexto, haveria de carregar consigo significados inerentes a essa sociedade, o que levaria a ser facilmente reconhecido e assimilado, no entanto não é o que tem acontecido.

À medida que esse conhecimento foi sendo sistematizado, agregou a si novas construções, que foram dedutivamente elaboradas tornando-se um sistema cada vez mais fechado e inacessível à maioria das pessoas.

Na maioria das vezes é esse conhecimento, fechado, sem vínculo com a realidade, que é reproduzido nas salas de aulas. Isso provoca, nos educandos, aversão à matemática e compromete a aprendizagem desse componente curricular.

> O trabalho pedagógico centrado exclusivamente em procedimentos formais e na simbologia matemática tem levado os alunos a manipularem técnicas e símbolos sem que entendam suas regras e lógicas (SANTOS, 2014, p. 46).

As abordagens utilizadas para o ensino de conteúdos matemáticos não favorecem a participação dos educandos durante as aulas, não os leva a uma interação com o saber e nem a momentos de reflexões dos quais possam surgir novos problemas a serem solucionados. Tal fato se dá porque a prática do ensino está mais preocupada com as respostas dos estudantes do que com o desenvolvimento do processo.

Além disso, dois outros motivos podem ser alegados em desfavor da prática pedagógica que se dá exclusivamente por meio de manipulação de técnicas e símbolos. O primeiro deles é a linguagem, essa seria dificultada, uma vez que "em poucas palavras precisa fornecer varais informações" (D'AMORE, 2012, p. 46). E o segundo seria a falta de variedade de materiais e procedimentos didáticos.

Nesse contexto o educando não faz parte, ativamente, dos processos de ensino e nem atua como sujeito de sua aprendizagem, uma vez que as oportunidades de atuar na construção de seu conhecimento são muito limitadas. Desta forma, esses educandos não são capazes de produzir significados a partir dos conceitos matemáticos que são formalizados na escola, com isso não conseguem utilizá-los fora dela, motivando o desinteresse durante as aulas além de aversão pelo componente curricular.

Partindo do pressuposto que o indivíduo aprende a partir das interações que estabelece com o outro, sendo esse outro todo e qualquer elemento envolvido no espaço tempo em que o indivíduo se encontra, e que, portanto, as diferentes interações promovidas nas situações didáticas favorecem a compreensão e apreensão de conceitos matemáticos, buscaremos aqui estabelecer uma discussão sobre o ensino da matemática com base na teoria das representações semióticas de Raymond Duval. O ensino da matemática sob a perspectiva do estudo das representações semióticas propõe-se a desenvolver no educando as capacidades de raciocínio, de análise e visualização.

De maneira geral, as representações são sempre exploradas nas situações de ensino, sejam aquelas cujas produções se dão em um sistema físico, como por exemplo uma fotografia, ou aquelas produzidas nos sistemas semióticos, a exemplo de uma figura geométrica. As informações que temos sobre um objeto podem ser organizadas de modo que o resultado dessa organização possa representá-lo. Apresentar uma fotografia, uma maquete, falar ou escrever sobre algum objeto, por exemplo, são formas de representar tal objeto. Em algumas situações, esse objeto pode ser imediatamente acessível pelos órgãos dos sentidos, ou podem vir a ser com a ajuda da tecnologia, podendo inclusive estar presentes e ser comparados às representações deles produzidas. Essa comparação é feita por meio do processo da justaposição.

Em outras situações, as representações são os únicos meios pelos quais um objeto pode se tornar acessível, este é o caso particular dos objetos matemáticos, cujos conteúdos consistem em conceitos e propriedades. Motivo pelo qual a atividade matemática está condicionada à compreensão e ao emprego das representações semióticas. Quando o objeto não é acessível, só podemos justapor as suas representações. Para o reconhecimento do objeto, faz-se necessário que as representações, assim associadas, tenham conteúdos diferentes.

> Associar as representações e o próprio objeto, as palavras com as coisas nomeadas, as realizações feitas com seu modelo etc. aparece, então, como o processo cognitivo fundamental para 'dar sentido' e para verificar e, portanto, adquirir novos conhecimentos (DUVAL, 2011, p. 48).

Dessa forma, parece coerente que o ensino de matemática não restrinja o desenvolvimento das atividades didáticas, às possibilidades oferecidas por um ou outro sistema semiótico. Ao contrário, que possa usufruir da diversidade existente, uma vez que essa diversidade contribui com o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos envolvidos no processo, como podemos deduzir a partir de Duval (2009), para quem a compreensão das representações precede a formação de um conceito.

Em se tratando do conhecimento matemático, não é possível fazer associações entre o objeto e suas representações, mas entre as diferentes representações de um mesmo objeto. De modo que é pela correspondência estabelecida entre as unidades de sentido de duas representações de conteúdos diferentes que teremos acesso ao conteúdo do objeto representado. Para colocar em correspondência tais unidades é necessário descriminá-las, o que consiste em uma condição necessária à aquisição de conceitos, pois se trata de uma "[...] operação cognitiva que permite retirar as propriedades, ou ter acesso a novos objetos do conhecimento, com base nessas unidades de sentido que constituem o conteúdo das representações semióticas" (DUVAL, 2011, p. 51).

> As operações matemática e cognitiva de colocar em correspondência dizem respeito aos elementos dos conteúdos respectivos de duas representações semióticas. Mas a operação cognitiva diverge da operação matemática em razão de que seu resultado não é invariante de uma relação objetiva, pois existem múltiplas maneiras de discriminar as unidades de sentido no conteúdo das representações semióticas. Seu resultado é o reconhecimento do objeto representado por meio de duas representações diferentes (DUVAL, 2011, p. 51).

Enquanto a operação matemática busca evidenciar o conteúdo do objeto, e esse não sofre alteração em decorrência da forma como esteja representado, a operação cognitiva está para desvendar os conteúdos das representações, pois é a partir da identificação dos conteúdos de duas diferentes representações que podemos ter acesso ao objeto nas diferentes situações em que se apresenta.

Para Duval (2011), as representações semióticas são essenciais para nos pôr em contato com objetos, no entanto não podem jamais serem confundidas com os objetos que representam. O conteúdo de uma representação depende tanto do objeto, quanto do sistema semiótico em que foi produzida, existindo muitas representações possíveis para um mesmo objeto. Fica assim caracterizada a variabilidade das representações, característica que as diferem do objeto representado, uma vez que o conteúdo desse não sofre alterações por motivo de suas representações e é considerado invariante.

1.1 Características cognitivas da atividade matemática

A matemática escolar tem sido uma vilã no processo de ensino. A experiência e as pesquisas mostram que ensinar e aprender matemática são tarefas desafiadoras. Esse componente chega a ser responsabilizado pela elevação dos índices de reprovação e evasão escolar. Fato que se desdobra em muitos questionamentos e muitas atribuições ao educador em matemática.

Por muito tempo, e ainda há quem comungue dessa ideologia, acreditou-se que o conhecimento matemático era acessível a um número reduzido de pessoas, somente aquelas que dispunham de capacidades especiais eram capazes de aprendê-la. Felizmente, outra linha de pensamento tem sido disseminada, passando a defender a ideia que todas as pessoas são capazes de aprender sobre diferentes assuntos, inclusive sobre Matemática. No entanto, o problema com relação ao ensino e à aprendizagem desse componente curricular persiste incessantemente.

O que motivaria essa dificuldade atribuída à matemática, que a difere das demais áreas de conhecimento?

Para responder a essa pergunta, trazemos uma reflexão a partir da teoria dos registros de representação semióticas de Raymond Duval. É intuitivamente aceitável que para se conhecer algum objeto precisamos, de alguma forma, ter acesso a esse objeto. Desse modo, quando um educador dá uma aula de geografia que trata sobre rios, por exemplo, é possível pôr o educando em contato com uma representação física do objeto em estudo, não sendo obrigatório que assim o faça, mas é certo que o acesso é facilitado. Uma aula de história pode ser enriquecida com uma obra de arte, uma fotografia, um documentário, uma visita a um museu, etc. Até mesmo em uma aula de ciências, quando se estuda sobre células, uma unidade microscópica, é possível, com a ajuda da tecnologia, facilitar o acesso a esse objeto. No caso do conhecimento matemático, não contamos com esses recursos.

Não queremos dizer, com isso, que educadores das áreas de conhecimento acima mencionadas necessitem sempre recorrer a esses e outros meios para facilitar o acesso aos seus objetos de ensino, nem que a presença desses é garantia de aprendizado, mas, sem dúvida, são caminhos que ampliam a possibilidade de acesso aos objetos em estudo. Em conformidade com Duval (2011), é nisso que essas áreas de conhecimento se diferenciam da Matemática, uma vez que o conhecimento matemático dispõe somente das representações semióticas como forma de acesso.

> De ponto de vista epistemológico, todas as produções matemática são necessariamente de ordem semiótica. Além disso, a descrição das atividades matemáticas mostra que seus processos de exploração e de prova, e mesmo de aplicação à realidade, consistem na transformação de representações semióticas. O funcionamento cognitivo do pensamento matemático, mesmo no que denominamos ‘conceituação’, é eminentemente semiótico (DUVAL, 2011, p. 103).

Neste caso, a única forma de acesso ao conhecimento matemático é por meio das representações semióticas. Fica subentendido assim que precisamos conhecer as representações para só depois ter acesso ao conteúdo que elas representam, pois a falta de conhecimento do conteúdo próprio de cada representação nos impõe o risco de confundir uma representação com o objeto que ela representa. Para que isso não aconteça precisamos conhecer diferentes tipos de representações de um mesmo objeto e saber identificar o conteúdo de cada uma delas.

Como caraterísticas da atividade matemática, Duval (2003), traz a importância e a grande variedade das representações semióticas. A importância das representações semióticas para a atividade matemática deve-se ao fato dos objetos matemáticos só serem acessíveis por meio dessas representações, não sendo possível contatá-los diretamente, por meio dos sentidos, nem com a ajuda da tecnologia, mas de compreendê-los a partir das suas representações e dos tratamentos que lhes são permitidos dentro de um dado sistema de representação.

"Além dos sistemas de numeração, existem, as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é utilizada de outra maneira que não a da linguagem corrente" (DUVAL, 2003, p. 14) – estes compreendem a variedade de representações semióticas que caracterizam a atividade matemática.

Diferentemente das demais áreas do conhecimento, a matemática conta apenas com as representações semióticas como vias de acesso ao seu conteúdo, o que vem a requisitar um trabalho que valorize essas representações nos seus diferentes sistemas, não apenas em sistemas que já lhe são específicos, como as escritas simbólicas, por exemplo, mas todos aqueles cujas operações lhes permite as possibilidades de representação e conversão de seus objetos.

> A especificidade das representações semióticas consistem em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações 'equivalentes' em um outro sistema semiótico, mas podendo tomar *significações* diferentes para o sujeito que as utiliza. A noção de representação semiótica pressupõe, então, a consideração de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico para um outro. Essa operação tem sido primeiramente descrita como 'mudança de forma' (DUVAL, 2009, p. 32, grifo do autor).

Partindo desse pressuposto, a situação de ensino que não leva em consideração a diversidade de representações semióticas, e nem a dependência da atividade matemática a essas representações, priorizando uma em detrimento de outras, pode não contribuir para a compreensão e apreensão dos conceitos envolvidos nas temáticas em estudo. Isto acontece, por exemplo, quando trabalhamos tópicos de álgebra com primazia de sua representação algébrica, ou quando tópicos de geometria são explorados por sua representação figural em demasia. Pois como afirma Duval (2013), "a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas", seja no emprego simultâneo de tais registros ou na alternância entre eles (DUVAL, 2003, p. 15).

1.2 Tipos de registro de representações semióticas

Um sistema semiótico é considerado um registro quando permite a produção de representações de objetos imediatamente perceptíveis, acessíveis por meio de instrumento ou não acessíveis, por operações que lhes são próprias, além disso, permite a transformação dessas representações em outras dentro do próprio sistema ou em sistemas distintos do que foi produzida. A esses sistemas, Duval (2011) chama de *sistema semiótico cognitivamente criador*. As regras de produção de representações e de tratamento dessas representações são intrínsecas a cada registro, o que garante a particularidade de cada um deles.

Duval (2003) organiza os registros de representações semióticas em quatro tipos, conforme podemos observar no Quadro 1. Os diferentes sistemas são de possível interação e, fazendo uso deles podemos representar sob diferentes formas um mesmo objeto, até que suas propriedades tornem-se evidentes e compreendidas, o que nem sempre é possível quando se opta, indiscriminadamente, por um único registro.

Quadro 1 – *Tipos de registros de representações semióticas*

	Representação discursiva	Representação não discursiva
REGISTROS MUTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • argumentação a partir de observações, de crenças...; • dedução válida a partir de definições ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensões 0, 1, 2 ou 3). • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • numéricas (binária, decimal, fracionária...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais). Cálculo.	Gráficos cartesianos. • mudanças de sistemas coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14)

Dadas as limitações desses registros para, isoladamente, representarem os objetos matemáticos em sua totalidade, em todas as situações que se façam necessários, é pertinente conhecer os diferentes registros e usufruir desses nas situações de ensino. “Por intermédio do registro de representação, o sujeito relata de forma consciente o que está sendo observado a respeito do objeto” (BURATTO, 2006, p. 28), o que também consiste em um dos motivos para a exploração e adequação dessas representações em sala de aula, além da necessidade própria do fazer matemático.

Assim contamos com quatro diferentes tipos de registros de representações semióticas que estão organizados seguindo critério das possibilidades de transformação, visto que cada registro apresenta operações específicas. Aqui discutiremos de forma breve, três desses tipos de registros: o discursivo multifuncional; o discursivo monofuncional, e o não-discursivo multifuncional, por estarem no foco da nossa pesquisa.

Como apresentado em Duval (2011), os registros discursivos multifuncionais, como é o caso das línguas, contam com *três operações hierarquicamente incluídas* (*designação de objetos, enunciação e raciocínio)* e podem apresentar-se nas modalidades oral e escrita. O tratamento para esse tipo de registro não é algoritmizável e, fora da matemática, raramente são utilizados para esse fim. Esses registros são usados fora da matemática, prioritariamente, com as funções de comunicação e objetivação.

Os registros discursivos monofuncionais, como é o caso dos sistemas de escritas simbólicas, contam com infinitas possibilidades para operação de substituições, mas apresentam-se apenas na modalidade escrita. Esse registro é próprio da matemática e utiliza tratamentos algoritmizáveis (DUVAL, 2011).

Por sua vez, ainda de acordo com Duval (2011), os registros não-discursivos multifuncionais, como é o caso das figuras geométricas, podem apresentar-se na forma *icônica: produção à mão livre, conservação interna das relações topológicas características das partes do objeto,* e configuração geométrica. Esta última dispõe de *três operações independentes:* **(***construção instrumental, divisão e reconfiguração merológicas, desconstrução dimensional das formas).* Assim como as línguas naturais não são próprios da matemática, nem apresentam tratamento algoritmizável.

1.3 Transformações de representações semióticas

Como vimos anteriormente a atividade matemática está condicionada à existência dos sistemas semióticos e, consequentemente, das operações intrínsecas a esses registros, uma vez que o fazer matemático consiste em transformar representações semióticas em outras representações semióticas. Sejam no mesmo registro em que foram produzidas ou em outro registro.

Em conformidade com Duval (2009), as transformações de representações ocorridas dentro de um mesmo sistema semiótico podem resultar em produção de significados sobre a representação de partida, enquanto que as transformações ocorridas de um sistema para outro podem resultar na construção de significados sobre o objeto matemático em estudo. “A significação é a condição necessária de objetivação para o sujeito, isto é, da possibilidade de tomar consciência” (DUVAL, 2009, p. 41), apropriar-se de conceitos e propriedades sobre os objetos em estudo, os quais não lhes eram anteriormente perceptíveis nem mesmo com a mediação do educador. Ou seja, chegar à compreensão do objeto. Isso nos faz afirmar que a apreensão em Matemática requer a coordenação de diferentes registros, a saber, a linguagem natural, as línguas simbólicas, os gráficos, as figuras geométricas, dentre outros.

Duval (2003, 2009, 2011) considera dois tipos de transformações das representações semióticas: o tratamento e a conversão. Ambos desempenham papéis importantes na atividade matemática, no entanto, correspondem a diferentes atividades de cognição.

Ainda de acordo com esse autor, o tratamento consiste em uma transformação de representações, que no caso da Matemática ocorre obrigatoriamente em um sistema semiótico. Por apresentar essa dependência ao sistema produtor da representação de partida, é também chamada de transformação interna. Quando realizamos a resolução de uma atividade cuja resposta apresenta-se no mesmo registro da representação de partida estamos realizando um tratamento, isto é o que acontece, por exemplo, quando completamos uma figura empregando propriedades de simetria, em que o registro explorado é a configuração geométrica.

Embora seja bastante empregado nas situações de ensino, este tipo de transformação não possibilita aos educandos a tomada de consciência sobre os objetos matemáticos em estudo, e sim sobre os objetos da própria representação, o que também é necessário, mas sozinho torna-se insuficiente. Por lidar com objetos inerentes a um mesmo registro de representação, os tratamentos são propícios às atividades de prova e de justificação e, por isso, são mais condizentes com as atividades de pesquisa do matemático, o que não as tornam desprezíveis nas situações de ensino, podendo ser largamente exploradas para esse fim, contudo sem que sejam o único tipo de atividade. Se assim fosse, o ensino seria limitado à utilização de um único registro e, em consequência, limitadas seriam as possibilidades de compreensão por parte dos educandos, já que a compreensão em Matemática está condicionada ao uso coordenado de pelo menos dois registros.

A conversão “aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquele que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (DUVAL, 2003, p. 16), por isso indispensável às situações de ensino e à análise das atividades que concretizarem-se por meio delas. Para Duval (2009), as atividades de *tradução, ilustração, transposição, interpretação, codificação etc.*, são operações de transformação do tipo conversão. Quando representamos o mesmo objeto por meio de um novo registro, por exemplo, representamos por meio de desenho um objeto que nos foi apresentado por meio de um texto escrito, e vice versa, estamos realizando uma transformação do tipo conversão. “A conversão das representações é o primeiro limiar da compreensão em matemática” (DUVAL, 2011, p. 100).

Do ponto de vista do ensino, a conversão é a transformação de representações com maior potencial, uma vez que sua existência já implica na presença de dois ou mais sistemas semióticos, potencializando, assim, também a diversidade de representações semióticas. Segundo Duval (2009), a diversidade dessas representações amplia as capacidades cognitivas dos sujeitos, como também suas representações mentais. Pois é por meio destas diferentes representações que tomamos conhecimento dos objetos matemáticos apresentados e das operações próprias do registro de partida e do registro de chegada para que esses funcionem em sinergia. Por acontecer em registro diferente do anteriormente dado, dizemos que a conversão é uma transformação externa.

CAPÍTULO 2

O ENSINO DE GEOMETRIA

Entendemos que uma visita, mesmo que breve, às origens do conhecimento geométrico, como também um breve relato sobre os acontecimentos que têm influenciado seu ensino, aqui no Brasil, pode nos ajudar a compreender muitos dos significados atribuídos a esse ramo da Matemática, ou a falta deles. Esperamos ainda que as discussões sobre linguagens, abordagens dos conteúdos e sociointeracionismo aqui apresentadas, nos ajudem a esclarecer nosso objeto de pesquisa.

2.1 Geometrias: uma visita às origens desse conhecimento

A geometria surgiu como conhecimento empírico, cujo desenvolvimento foi motivado pelas necessidades básicas de distintas comunidades das antigas civilizações, e sofreu grande evolução ao longo do tempo. Com isso adquiriu caráter de conhecimento dedutivo e chegou até as complexas teorias do espaço curvo.

Cronologicamente não se pode afirmar ao certo a origem da geometria. Relatos históricos sobre a origem desse conhecimento fazem menção a tempos precedentes ao nascimento de Cristo, como, por exemplo, aparecem em Boyer (1974), Pavanello (1989) e Santos (2009). Sabe-se, porém, que a noção desse conhecimento precede o surgimento da escrita, e que o homem neolítico já expressava em seus utensílios noções elementares de simetria e congruência, como ressalta Boyer (1974), o que nos faz acreditar que a beleza das formas já despertava o fascínio dos povos pré-históricos.

Os estudos históricos ainda apresentam divergência entre os motivos que levaram ao surgimento desse conhecimento. Boyer (1974) apresenta duas teorias, uma defendida por Heródoto e outra defendida por Aristóteles, ambas divergentes entre si. O primeiro, geógrafo e historiador grego, acreditava que a geometria tivesse nascido no Egito, motivada pelas necessidades práticas da época. Já naquela época, eram muitas as atividades humanas que utilizavam noções geométricas, a exemplo da medição de terras para o cultivo, para divisão de propriedades, para construções de casas e previsões astrológicas.

A demarcação de terras era uma atividade muita praticada pelas antigas civilizações, principalmente pelos antigos às margens do rio Nilo após as enchentes, que destruíram as marcas.

> Impunha-se assim a tarefa de fazer os limites com base em informações parciais ou, quando destruídas por completo as fronteiras, tratava-se de refazê-las de modo a demarcar o desejado número de propriedades, conservando as áreas relativas que possuíam no passado (SANTOS, 2009, p. 7).

Isto fez com que os egípcios desenvolvessem muitas habilidades nessa tarefa. Essas marcações requeriam determinação do perímetro e conservação do número de propriedades e suas áreas, impulsionando, assim, o desenvolvimento e a utilização das noções de “linhas, ângulos e figuras” (SANTOS, 2009, p. 2). Portanto, esse tornou-se um forte argumento para associar o surgimento e desenvolvimento do conhecimento geométrico, em seus primórdios, às necessidades práticas daquela época.

Já Aristóteles, filósofo e biólogo grego, acreditava que a geometria tivesse nascido como forma de lazer para alguns sacerdotes e dos rituais da época.

> Gostaríamos de pensar que ao menos alguns dos mais antigos geômetras trabalhavam pela pura satisfação de fazer matemática, não como auxílio prático à mensuração; mas há outras alternativas. Uma é que a geometria, como contagem tivesse origem em rituais primitivos (BOYER, 1974, p. 5).

Embora a ideia de Aristóteles aproxime-se do modo de fazer matemática na atualidade, uma prática que estuda matemática pela busca de significados nela própria, a história não confirma essa teoria.

Segundo Santos (2009), os babilônios também já usufruíam de algumas noções geométricas, porém, com a mesma função atribuída pelos egípcios, que era atender às necessidades práticas da vida cotidiana. Mas, foi com os gregos que a geometria ganhou caráter dedutivo e passou a utilizar-se da argumentação lógica para justificar sua própria existência enquanto ciência do conhecimento. Tales de Mileto contribuiu de forma significativa com esse desenvolvimento, trabalho esse que teve continuidade com Pitágoras e seus seguidores.

As noções geométricas desenvolvidas pelos egípcios, babilônios, gregos e outros povos antigos foram mais tarde organizadas em um livro pelo matemático grego Euclides, elevando-a à categoria de conhecimento sistematizado. A geometria,

> é, tradicionalmente, desde Euclides, apresentada em uma linguagem denominada cientifica, em que são encontradas hipóteses demonstradas encadeadas em sequências de raciocínios dedutivamente articulados (BICUDO, 2005, p. 80).

Isto impulsionou seu desenvolvimento enquanto conhecimento científico, abrindo espaço para um leque de teorias e sub-ramificações, a exemplo das geometrias analítica e projetiva.

No livro intitulado *Os elementos*, Euclides reúne de forma sistemática os principais trabalhos já produzidos em geometria naquela época. Surge assim “geometria como ciência dedutiva. Isto significa que toda a afirmação deve ser deduzida logicamente de outras afirmações mais simples, e assim sucessivamente” (SANTOS, 2009, p. 3).

Essas informações mais simples foram denominadas por ele de postulados, consistindo em noções simples e facilmente aceitáveis pela mente humana. A partir disso, ele enunciou algumas leis e demonstrou, por dedução, outras, dando origem ao que chamamos de geometria euclidiana. Euclides envolveu, assim, a geometria em um sistema axiomático.

> Um sistema axiomático, como o elaborado por Euclides, é uma seqüência de sentenças ou proposições, precedidas por definições. As sentenças básicas são os postulados e os axiomas. Partindo delas são demonstrados os teoremas. Tanto os postulados como os axiomas e os teoremas são as teses de um sistema axiomático (SANTOS, 2009, p. 4).

Mas, além de Euclides, outros nomes se destacam em relação ao desenvolvimento da geometria, a exemplo de Tales e Pitágoras, (que contribuíram para que a geometria se estabelecesse como ciência dedutiva), de Platão, que criticava o materialismo da geometria, e de Aristóteles, a quem foi atribuído um tratado sobre retas indivisíveis. Eles colaboraram para estreitar a relação entre este ramo da Matemática e o meio abstrato.

Nesse processo de distanciamento do conhecimento geométrico dos fatores meramente empíricos, um nome que imprime bastante significado é o de René Descartes. Descartes era defensor do conhecimento dedutivo, foi ele quem introduziu noções elementares sobre geometria analítica, a partir das quais os objetos geométricos passaram a ser estudados por meio de estruturas algébricas. Mais tarde a geometria analítica veio a receber contribuições de Newton e Leibniz que, mesmo estudando separadamente, cada um em uma localidade distinta, chegaram às primeiras noções sobre o cálculo diferencial em um mesmo período da história.

Segundo Boyer (2012), uma característica da geometria analítica que impulsionou o estudo da geometria foi sua capacidade de generalização. Isto estimulou Poncelet a aplicar o princípio de generalização ao estudo das propriedades descritivas das figuras, impulsionando, assim, o desenvolvimento da geometria projetiva. O trabalho de Poncelet teve continuidade com Chasles.

Atingindo a categoria de ciência a ser ensinada, a geometria ramifica-se na escola, surgindo, assim, duas filosofias para o seu ensino. Uma delas voltada para exploração/investigação da realidade, priorizando as atividades empíricas, e a outra adepta do método axiomático de Euclides, utilizando-se da articulação lógica e sequenciada das experiências racionais para obter resultados com demonstrações dedutivas. Em conformidade com Santos (2009), o método axiomático estabelecido por Euclides influenciou de forma decisiva o ensino de geometria em todo mundo por mais de 2000 anos.

2.2 O ensino de geometria no Brasil

No Brasil, embora a geometria faça parte da matriz curricular do ensino de Matemática desde muito tempo, o tratamento dado ao seu ensino lhe conferia pouca ou nenhuma relevância, conforme podemos observar no breve relato histórico a seguir.

No século XVIII, este componente, juntamente com a álgebra, aritmética e outras já faziam parte do currículo escolar e "estruturavam os cursos de formação de artilheiros, engenheiros, mão-de-obra especializada" (LOBO; BAYER, 2004, p. 20) nas escolas militares. No entanto o material adotado para o ensino derivava-se de produções francesas, eram "traduções, compilações e adaptações de manuais" (LOBO; BAYER 2004, p. 20). Esse fato motivou a publicação do livro *Juízo Crítico sobre o Compêndio de Geometria*, de Cristiano Benedito Ottoni, em 1845, onde se discutia mecanismos didáticos pedagógicos Lobo e Bayer (2004).

A dependência da educação nacional aos aparatos franceses se estendeu até o final dos anos 20 do século XX, pois só a partir de 1931, com a chamada Reforma Francisco Campos, se modernizou o ensino da matemática, conferindo-lhe uma nova dinâmica. Nessa investida, a geometria passaria a articular-se harmonicamente com a álgebra e a aritmética. Com esse pensamento também foi que, em 1929, Euclides Roxo lançou seu livro intitulado "*Curso de Matemática Elementar*", no qual abordaria os conteúdos de álgebra e aritmética a partir de noções intuitivas trabalhadas em geometria. Após alguns anos, em 1942 o ensino de matemática vivencia uma nova reforma, dessa vez, a Reforma Gustavo Capanema, que promovia a separação dos componentes matemáticos até então articulados.

Embora o ensino de geometria no Brasil tenha passado por diferentes momentos no que concerne a sua organização curricular, no que concerne ao seu desenvolvimento didático pedagógico não se pode afirmar a mesma coisa, a abordagem dada aos seus conteúdos foi influenciada pelos estudos de Euclides até 1960, o que culminou com um ensino refém de memorização graças ao grau de abstração e ao teor de complexidade que lhe foi impresso, conforme descrevem Santos e Nacarato (2014) e Lobo e Bayer (2004).

Entre 1970 e 1980, conforme Santos e Nacarato (2014), o ensino foi influenciado pelas ideias do Movimento da Matemática Moderna (MMM), tendo como característica uma nova tentativa de unificação dos campos matemáticos (geometria, álgebra e aritmética) e cuja abordagem dar-se-ia, “via teoria dos conjuntos e geometria das transformações” (VASCONCELLOS, 2005, p. 14).

Nesse contexto, o trabalho com geometria devia priorizar os aspectos intuitivos e a linguagem. No entanto, a falta de preparação dos educadores não permitiu aos mesmos adequar-se satisfatoriamente a essa proposta, por isso foram negligenciando o ensino da geometria que foi se tornando cada vez mais escasso.

Tal escassez, no entanto, teve início antes do MMM, segundo Santos e Nacarato (2014), motivado pela descrença de alguns educadores, pelo potencial da geometria em contribuir com a formação intelectual dos educandos e pelo caráter utilitário que foi dado à matemática. A abordagem utilizada pelos educadores, e até pelos livros didáticos, também não valorizava muito o ensino, uma vez que não possibilitava a exploração dos conteúdos em termos significativos para sua realidade, enfocando principalmente a classificação de figuras planas.

De acordo com Lobo e Bayer (2004), a geometria foi separada da Matemática, ou seja, os conteúdos geométricos deixaram de fazer parte do componente curricular Matemática, e, com isso, alguns desses conteúdos foram banidos das aulas. Já outros assumiram a condição de componentes e passaram a fazer parte do currículo escolar, como, por exemplo, aconteceu com o desenho geométrico. Durante muito tempo o ensino de geometria se deu de forma estereotipada, limitando-se quase sempre a alguns tópicos da geometria plana, prevalecendo a atividade de classificação de figuras.

O conhecimento geométrico desde seu surgimento apresenta estreita relação com ações cotidianamente desenvolvidas pelo homem, o que pode ser observado na história do seu surgimento pelas duas linhas de pensamentos anteriormente discutidas, estando uma relacionada as necessidades práticas e a outra ao lazer. Isso nos faz entender que o desenvolvimento do pensamento geométrico é de grande valor para qualquer indivíduo. No entanto, a forma como a escola tem tratado esse conhecimento, por longos anos, não tem contribuído de forma significativa para que os educandos possam desenvolver habilidade ou competências geométricas capazes de lhes auxiliar na relação com o meio no qual estão inseridos.

2.3 A produção de significados em aulas de geometria

Os processos de ensino em matemática, na Educação Básica, sofrem fortes influências de fatores internos e externos. A geometria é um dos ramos da matemática bastante afetado por tais fatores, dentre eles podemos citar alguns como: a abordagem dada aos conteúdos geométricos, a linguagem usada durante as aulas, a formação dos profissionais em educação e as concepções dos educadores e dos educandos.

Dadas as características do nosso trabalho, trazemos a seguir uma discussão sobre os dois primeiros fatores, por acreditarmos ser a abordagem e a linguagem fatores que se destacam na produção e na revelação de significados dos objetos geométricos durante o processo de ensino, seja por parte dos educandos ou dos educadores. Aqui tratamos das noções de objetos e de significados segundo as ideias defendidas por Lins (2005).

Postos em contato com os conteúdos geométricos poliedros e polígonos, o que os educandos podem, ou são capazes de dizer, sobre esses objetos matemáticos, que lhes foram disponibilizados? Com o que pode ser dito entendemos as noções conceituais que já foram validadas e que em uma situação de ensino correspondem ao saber a ser ensinado, o objeto de estudo. Como possíveis revelações, observam-se os significados por eles construídos, aproximando-se ou não do saber ensinado, mas que são resultados da interação que mantém com a situação de ensino.

Quando o educando trata um hexaedro regular como quadrado, por exemplo, este é o significado que aquele poliedro tem para ele, ou seja, os critérios utilizados por esse educando para classificar uma figura geométrica como quadrado não são consistentes, e, portanto, precisam passar por situação de conflito para que um novo processo de construção de significados seja desencadeado. Com isso, é possível que ocorra divergência entre os significados apresentados pelos educandos, uma vez que consistem em construções individuais.

Lins (2005) vem a corroborar com as ideias de Duval (2009) quando afirma que na matemática dos matemáticos os objetos não são conhecidos pelo que *são*, mas por suas *propriedades*, que possuem uma natureza simbólica, prevalecendo a linguagem formal para efetivação da justificação e da prova. A não diversificação de registros para conversão e tratamento de tais propriedades prejudica o entendimento sobre esses objetos, podendo inclusive levar os educandos a uma situação de ensino, com tal tipo de abordagem, a concepções desastrosas sobre a matemática. Criam-se os "monstros", ou seja, os obstáculos encontrados durante as atividades, mesmo que sejam proporcionados pela falta de recurso ou ferramentas, são entendidos pelos educandos como intrínsecos da matemática, e esta vai ganhando a fama de terrível e devoradora.

2.3.1 A abordagem dada aos conteúdos geométricos

A introdução aos conceitos geométricos deve ser feita sem muita preocupação com rigor. Os axiomas, teoremas e demonstrações não devem determinar essa abordagem inicial.

> A exploração informal da geometria pode ser motivadora e matematicamente produtiva. Seu ensino deve recair sobre a investigação, o uso de ideias geométricas e relações, ao invés de se ocupar com definições a serem memorizadas e fórmulas a serem decoradas (BURATTO, 2006, p. 27).

O educador precisa conhecer minuciosamente os conteúdos a serem estudados e identificar as formas mais adequadas de abordar e de se chegar a um resultado importante da geometria. Uma caraterística necessária ao educador que se proponha a fazer isto é a habilidade de combinar métodos e técnicas, utilizadas em diferentes conteúdos. Podemos combinar métodos de ensino da geometria euclidiana com técnicas utilizadas na álgebra e na geometria analítica. A utilização de ilustrações visuais, como diagramas e objetos concretos, também favorece a interação dos educandos com os conceitos geométricos, mesmo nos momentos em que o educador necessitar fazer explicações ou demonstrações que exijam maior rigor.

Para Pavanello e Franco (2007), a capacidade de compreensão dos educandos a respeito do que está sendo estudado depende de como é apresentado o conteúdo, de como o educador apresenta a relação de significados e da importância que esse conteúdo tenha para o educando. Relacionar os conteúdos geométricos com outros conteúdos da Matemática e com o mundo físico, real, favorece as reflexões e estimula os educandos a tirar conclusões.

Entre as ferramentas utilizadas como auxiliares ao processo de ensino, podemos destacar o material didático e a linguagem. São estes que auxiliam as relações entre educandos e o saber escolar e, consequentemente, a construção de significados relacionados a esse saber.

Os educandos matriculados no ensino fundamental, em sua maioria entre 6 e 14 anos, apresentam níveis de entendimento bastantes variados, e muito deles não conseguem interagir com o objeto de estudo se a abordagem metodológica feita nas situações de ensino não estabelecerem relações com a realidade. Nesse sentido entendemos que os conteúdos geométricos precisam ser abordados de forma que sejam relacionados com situações reais e elementos concretos, a fim de que eles possam adquirir significados.

> O que é observável no mundo real é relacionado como *dados e problemas ou eventos*. Apesar da área pequena em que esses últimos produtos são encontrados, sua importância, no desenvolvimento, aplicações e ensino de geometria é enorme. Modelos físicos como cubos de açúcar, caixas de sapatos, janelas e molduras de todos os tipos sugerem propriedades de um ou mais modelos geométricos. O uso adequado desses modelos físicos ajuda os alunos a visualizar, encontrar padrões e observar diferenças (LINDQUIST; SHULTE, 1994, p. 292, grifo dos autores).

As preocupações com o ensino de geometria têm ganhado notoriedade mundial, basta ver o grande número de pesquisas e produções nessa área. Uma das principais discussões concerne ao que a escola propõe a desenvolver nos seus educandos com relação às habilidades necessárias para compreensão dos conceitos geométricos em toda sua extensão, seja no campo da matemática ou áreas afins. Essa compreensão dos conceitos é o que garante a percepção de significados nas situações-problema.

No entanto, as mudanças na prática desse ensino são insignificantes. As aulas de geometria ainda se encontram carentes de abordagens metodológicas que favoreçam a relação dos educados com o saber, seja no que concerne à diversificação de materiais didáticos, ao uso da linguagem ou adequação do nível de complexidade dos conteúdos abordados aos níveis de desenvolvimento dos educandos. No geral, as condições oferecidas pelas situações de ensino põem em vantagem o processo de memorização e pouco ou nada favorecem os processos de compreensão, dificultando a construção de significados sobre os objetos geométricos, bem como a análise desses significados.

Quanto à negociação de significados, a proposta é que educador e educandos envolvidos em uma situação de aprendizagem apresentem suas respostas para as atividades, argumentando estratégias de resolução. Os resultados são apresentados para o grupo através de registros em papel ou oralmente. A conversação deve explorar os detalhes da construção de conceitos, esses detalhes são importantes na negociação de significados, ajudam a certificar a validade dos conceitos apresentados pelo grupo e possibilitam a aceitação dos mesmos.

> Embora hoje muitos estudos evidenciem a preocupação com o ensino de geometria, infelizmente poucas mudanças foram realizadas a fim de mudar esse contexto, permanecendo a ênfase em um ensino que avalia a capacidade de memória e não de compreensão, quando o ideal seria a atenção a estes dois aspectos: ênfase na aquisição dos significados dos conceitos geométricos e uma análise mais profunda nas maneiras de reter esses conceitos. (OLIVEIRA; VALESCO, 2007, p. 3).

Nesse sentido a escola não tem a preocupação de avaliar se houve aquisição de significados dos conceitos geométricos estudados, por parte dos educandos. E, não conhecendo tais significados, não tem condição de analisá-los. Assim, passa a preocupar-se apenas com conceitos que foram retidos, ou seja, aquilo que os educandos conseguiram memorizar. Não podemos negar que essa aquisição seja importante, mas nos limitarmos a ela é menosprezar o potencial formador da geometria.

2.3.2 Explorando a linguagem em aulas de geometria

Enquanto seres humanos e sociais, temos necessidade natural de nos comunicarmos uns com os outros, para expressar nossos desejos, anseios, pretensões, necessidades e demais sentimentos. E algo indispensável à comunicação são as linguagens, sejam verbais ou não verbais.

A aula de matemática, especificamente de geometria, assim como em qualquer atividade humana, requer a existência de uma interação entre as partes envolvidas, educador/educando, educando/educando, educando/saber. Para isso, a linguagem assume um importante papel, uma vez que possibilita a comunicação entre ambos. As ações desenvolvidas para concretizar uma situação didática se dão por meio da comunicação.

As linguagens exercem papel fundamental nos processos de ensino e de aprendizagem. Na prática pedagógica, atividades como ouvir, responder, ler, resumir, discutir e contar, são de suma importância. Segundo Santana e Correia (2001), a linguagem oral associada a outros recursos, à manipulação de objetos, “auxiliam o processo educacional, transformando a relação ensino-aprendizagem” (SANTANA; CORREIA, 2001, p. 349).

Para Alrø e Skovsmose (2006), a comunicação predominante na aula de matemática tradicional fundamenta-se no absolutismo burocrático, estabelecendo uma relação desigual entre educador e educando. O primeiro é considerado uma autoridade, que aponta o erro do segundo, quando realiza suas atividades escolares de maneira errônea, e, ao educando, só compete apagar tais erros, sem qualquer questionamento. Desse modo, não fica claro para o aluno quais as perspectivas do educador em relação ao que ele precisa aprender, pois as razões do erro continuam desconhecidas para ele. Assim, por vezes é negado ao estudante o direito de se assumir como agente no processo de aprendizagem.

Por conta disso, os autores sugerem a conversação como meio possível para explicar e entender uma perspectiva.

> Uma perspectiva é uma fonte de significados. Sem perspectiva, nenhum ato de comunicação seria possível. A perspectiva determina aquilo que o participante escolhe ver, ouvir e entender numa conversação, e ela se manifesta através do uso da linguagem, naquilo sobre o que escolhemos falar e não falar, e na forma como entendemos uns aos outros (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 29).

A perspectiva, portanto, se manifesta na motivação que permite refletir sobre a informação ouvida, de analisar e reelaborar esse conteúdo de acordo com a nossa compreensão, e emprega-las nas situações que julgarmos cabíveis ou necessárias. Quando somos capazes de empregar adequadamente a linguagem em diferentes situações sociais, compreendendo e nos fazendo compreender, pressupõe-se que esteja acontecendo uma negociação de significados, ou seja, podemos dizer que atingimos o que Pimm (1990) chamou de competência comunicativa.

Se a aula acontece por meio da comunicação, e essa se efetiva por meio da linguagem, então a leitura e a escrita exercem importantes papeis no processo de ensino de matemática, e, em consequência, da geometria. Assim sendo, a falta de domínio dessas formas de linguagens, por parte dos educandos, constitui-se em obstáculo para este processo.

A matemática contém termos e símbolos específicos, cujos significados não fazem parte do cotidiano da maioria dos alunos. “Por exemplo, nos textos de problemas e exercícios há termos matemáticos que precisam ser decodificados. Muitas vezes, a falta de conhecimento de um termo matemático deixa o aluno sem ação diante do texto" (CURI, 2009, p. 140). Para Fonseca e Cardoso (2005), não só nesse tipo texto, o vocabulário exótico da matemática, a ambiguidade de significados e o desenvolvimento funcional do conteúdo ocasionam dificuldades de leitura em outros textos que abordem conteúdos matemáticos.

Contudo, o desafio para mudar esse quadro é, também, responsabilidade do educador matemático, a ele compete valorizar as atividades de leitura, independentemente do trabalho que seja feito em Língua Portuguesa. Como afirma Curi (2009), o desenvolvimento de competências de leitura e de escrita dependem de uma ação coordenada das atividades curriculares, incluindo as atividades desenvolvidas nas aulas de matemática.

A autora sugere ainda algumas estratégias de leitura que podem ser implementadas nas aulas de matemática com o objetivo de desenvolver habilidades de leitura nos educandos. Recomenda a realização de um levantamento dos conhecimentos prévios dos educandos sobre o tema antes de iniciar a leitura, localizar tema ou ideia principal e palavras-chave relacionadas aos conceitos e informações complementares durante a leitura, e estimular a discussão sobre o assunto, a fim de que os educandos compartilhem suas impressões e compreensões sobre o assunto após a leitura do texto.

Por meio da escrita podemos expor nossas ideias, para que elas possam ser apreciadas por outras pessoas. À medida que fazemos nossos registros vamos ocasionando resultados provenientes das nossas experiências anteriores, a fim de nos fazermos entender pelo leitor. Em contrapartida, quem lê também mobiliza seu repertório de leituras, e as informações devem interagir com outras anteriores, devendo se tornar entendível.

Quem escreve procura reunir, de forma articulada, o maior número possível de informações sobre uma determinada realidade, em diferentes e sequenciados momentos, a fim de representar com propriedade a realidade observada. De acordo com Morgan (2002), a escrita funciona como exercício integrador entre mãos, olhos e cérebro ao mesmo tempo que conecta passado, presente e futuro.

A escrita na sala de aula confere ao educando um importante momento de reflexão e diálogo consigo mesmo e com o texto. Permite também ao educador conhecê-lo melhor, pois, à medida que se escreve, vão se revelando dificuldades e compreensões sobre os conteúdos estudados. É através da escrita que podemos evidenciar outras competências, ou a falta delas.

> Trata-se, no entanto, de uma prática que demanda mobilização e na qual se fica mais à vontade, confiante e reflexivo à medida que se escreve. No

> decorrer dessa prática, é usual que se revelem, para professor e aluno, concepções alternativas, respaldadas, ou não, pela teoria em discussão (SANTOS; NACARATO, 2005, p. 128).

O educando que não tenha habilidades com a linguagem escrita, segundo Morgan (2002), pode não conseguir expressar seus pensamentos, de forma clara, e o educador não sensível a essa realidade pode julgar como falta de conhecimento, do aluno, sobre determinado conteúdo, quando na verdade trata-se de dificuldades com a linguagem.

Estas descrições nos fazem entender a necessidade de intensificar as atividades com leitura escrita em sala de aula, não apenas com objetivos mecânicos, mas como forma de auxiliar o processo no que diz respeito ao trato com as ideias e conceitos por meio das quais podemos registrar e analisar diferentes caracteres inerentes aos conteúdos estudados.

2.4 O ensino de geometria numa perspectiva vygotskyana

Os processos de ensino orientam-se também nas teorias de aprendizagem e, essas por vez, orientam a produção de conhecimento. Quando falamos de conhecimento, estamos nos referindo "[...] ao conhecimento como algo que se ensina e aprende" (BOUFLEUER, 2001, p. 71-72), uma forma de observar, identificar e analisar a realidade segundo a própria consciência.

Nos dias atuais é cada vez mais evidente a busca por um ensino que tire o educando da condição de mero expectador dentro deste processo e passe a atuar juntamente com o educador, ambos na condição de sujeitos da ação. E, na interação entre eles, cada um contribui com aquilo que dispõe. Tanto o educador quanto o educando dispõem de conhecimentos que podem interagir e complementar-se, proporcionando, às aulas, uma nova dinâmica.

Essa proposta traz a figura do educador como orientador das situações didático-pedagógicas, contrapondo-se à ideia do inatismo, na qual o educando é tido como papel em branco e o educador é o único detentor de conhecimentos, cabendo ao último conduzir as situações de aprendizagem pela exposição, incansável, de conceitos. Neste caso, os conceitos são absorvidos pelos educandos, sem a menor criticidade.

Comungando com a ideia de conferir ao processo de ensino uma dinâmica interacionista, trazemos aqui uma discussão sobre o ensino de geometria a partir do sóciointeracionismo de Vygotsky, uma vez que percebemos estreita relação entre a nossa proposta de trabalho para o ensino de geometria e as orientações desta teoria para o campo da aprendizagem.

Para Vygostky (1991), cada sujeito aprende na interação com o meio, e isso confere grande relevância às relações estabelecidas por tais sujeitos com o seu contexto histórico, social e cultural. Essas relações, por sua vez, não ocorrem de forma direta, mas mediada. No caso específico da sala de aula, essa mediação é feita pelo educador, tendo a linguagem como principal instrumento.

Para o ensino de geometria, almejamos que as situações didáticas aconteçam de modo a favorecer as relações que os educandos necessitam estabelecer no ambiente escolar, para que possam, meio dessas relações, compartilhar o saber escolar e os diferentes saberes que o levam a escola, uma vez que os educandos vivenciam diariamente experiências que os põe em contato com elementos sobre os quais é possível fazer considerações em termos geométricos.

2.4.1 O conhecimento geométrico numa visão sociointeracionista

Cada educando vivencia, no seu dia a dia, situações nas quais experimenta do conhecimento geométrico, uma vez que são muitos os objetos a nossa volta nos quais podemos observar representações geométricas. Mas, essas situações se diferem e distanciam-se daquelas experiências às quais são submetidos no ambiente escolar. Faz-se necessário, assim, que as situações de ensino promovam a aproximação entre o conhecimento científico sobre geometria e os fatores e resultados por eles observados diariamente, a fim de que o conhecimento escolar possa lhes ser útil nas relações que estabelecem com o meio.

A geometria favorece a nossa compreensão de espaço.

> As tendências curriculares atuais convergem ao considerar que essa área da matemática é fundamental para compreender o espaço em que nos movemos e para perceber aspectos essenciais da atividade matemática. Salienta-se, por exemplo, a importância de estudar os conceitos e objetos geométricos do ponto de vista experimental e indutivo, de explorar a aplicação da geometria a situações da vida real e de utilizar diagramas e modelos concretos na construção conceptual em geometria (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p. 82-3).

No que concerne ao processo de ensino, compete à escola abordar os conceitos geométricos nos seus aspectos mais significativos, fazendo com que eles sejam interessantes para os educandos e venham a somar com o conhecimento prévio dos mesmos. Para isso o planejamento pedagógico da escola deve valorizar as experiências individuais e as etnias do público em questão.

Cada indivíduo, orientado pelas suas experiências de vida e ritmo próprio, desenvolve suas concepções de mundo. No meio onde vivem, esses indivíduos se organizam em grupos, nos quais prevalecem algumas características que são comuns. Cada povo, assim organizado, desenvolve e apresenta forma própria de pensar e conceber o conhecimento matemático. Estando a geometria submetida a essa dinâmica, há que atender as necessidades aqui emergentes do saber e fazer matemático.

> Dentre as distintas maneiras de fazer e de saber, algumas privilegiam comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar. Falamos então de um saber/fazer matemática na busca de explicações e de maneiras de lidar com o ambiente imediato e remoto. Obviamente, esse saber/fazer matemático é contextualizado e responde a fatos naturais e sociais (D’AMBRÓSIO, 2007, p. 22).

Desse modo, é interessante que o ensino de geometria valorize diferentes abordagens, o que deve favorecer as atividades de investigação empírica, além daquelas que empregam os registros de representações semióticas, combinando resultados experimentados fora da escola com aqueles obtidos no espaço escolar.

> No caso do aluno, a escolarização precisa levar em consideração os conhecimentos que ele traz de suas práticas sociais, ou seja, o processo de elaboração conceitual requer que os estudos partam dos conceitos espontâneos que os alunos já trazem consigo. A ampliação ou a ressignificação desses conceitos possibilitará a formação do pensamento geométrico. (SANTOS; NACATATO, 2014, p. 25).

Na perspectiva vygotskyana, é competência do educador fazer um planejamento pedagógico que adeque as condições de ensino às necessidades dos alunos. O educador deve, previamente, identificar as necessidades, imaginar e elaborar atividades didáticas que venham a atender seus educandos, mostrando isso durante as aulas. As atividades devem combinar diferentes materiais e procedimentos didáticos, a fim de promover a motivação dos educandos. O educador elabora materiais didáticos e planeja suas atividades de forma a utiliza-los como auxiliares na interação dos educandos com o saber. Esses materiais, assim como as linguagens, favorecem o diálogo entre os saberes, aqueles trazidos à aula pelos educandos e aqueles apresentados pelo educador. A troca, assim estabelecida, resulta na assimilação de novas informações por parte dos educandos e, em consequência, na construção de uma nova e mais ampla estrutura de conhecimento.

2.4.2 O educador sociointeracionista e o ensino de geometria

O papel do educador é mediar as situações de ensino e de aprendizagem, estimulando os educandos a expressarem suas concepções sobre os conceitos científicos estudados na escola. Desse modo terá oportunidade de adequar a linguagem utilizada pelos educandos à desejada pela escola, relacionando-as. O estimulo a essas manifestações, por parte dos educandos, pode ser favorecido pela possibilidade de participação ativa nas atividades didáticas.

> Os processos de comunicação de ideias na sala de aula são fundamentais, uma vez que os discursos que circulam é que possibilitarão a apropriação da linguagem geométrica. Essa linguagem, associada às atividades experimentais, é que possibilitará a formação do pensamento geométrico. Cabe ao professor a criação desse ambiente propício à aprendizagem (SANTOS; NACARATO, 2014, p. 25-6).

O contato com diferentes materiais didáticos possibilita ao educando maior investigação do objeto de estudo, uma vez que possibilita testar diferentes situações e fazer comparações entre essas situações, além de auxiliar na representação dos objetos assim explorados, por meio de diferentes registros. Lindquist e Shulte (1994), por exemplo, sugerem a manipulação de material concreto para trabalhar noções relativas a conceitos de quadriláteros, ângulos e congruências. Já Lamas (2004) apresenta a manipulação de material concreto e software como potencial para conferir "significados à linguagem e às ideias geométricas".

> Uma instrução apropriada para o desenvolvimento do pensamento geométrico não pode prescindir do uso de recursos didáticos. Nesse sentido, o que propicia aumentar o nível de conhecimento sobre um sólido

> geométrico e as figuras planas que o compõe e estabelecer algumas propriedades está diretamente relacionado com a diversidade de materiais que o professor pode disponibilizar em sala de aula para o aluno manipular, desenhar e visualizar e, sobretudo, formar uma imagem mental sobre o objeto estudado (SANTOS; NACARATO, 2014, p. 17).

O material didático empregado nas situações de ensino, com o objetivo de auxiliar o educando na sua interação com o conhecimento científico, ou seja, o conhecimento social e historicamente construído, se constitui em ferramentas para o educador, por ampliar as possibilidades de execução com êxito em seu trabalho. A linguagem por ele empregada funciona como signo para os educandos, uma vez que amplia as possibilidades cognitivas dos estudantes.

> Ao longo do processo de desenvolvimento, o indivíduo deixa de necessitar de marcas externas e passa a utilizar signos internos, isto é, representações mentais que substituem os objetos do mundo real. Os signos internalizados são, como marcas exteriores, elementos que representam objetos, eventos, situações (OLIVEIRA, 1995, p. 35).

A manipulação, a construção e reconstrução de objetos concretos para representar poliedros, como cubo, por exemplo, corrobora com a atribuição de significados a figuras tridimensionais, como paralelepípedo, de modo geral, e de figuras bidimensionais, como os quadrados que representam suas faces. No processo de internalização, os educandos passam a substituir o objeto manipulável pelas suas representações, que serão mentalmente construídas por eles, mediante a interação mantida com esses objetos, e as noções conceituais compartilhadas com o educador e com os demais educandos.

A essa capacidade de internalização, Vygotsky (1991) denominou uso das funções superiores. Funções essas que apenas os seres humanos são capazes de desempenhar. "A manipulação direta é substituída por um processo psicológico através do qual a motivação interior e as interações, postergadas no tempo, estimulam o seu próprio desenvolvimento e realização" (VIGOTSKY, 1991, p. 21). Desta forma, a linguagem é a principal responsável pela ativação desse processo psicológico complexo.

Ao processo de formação de novas representações mentais, Duval (2009) chama de objetivação, acrescentando que esse processo vem *acompanhado de uma produção de representações semióticas*. Para teoria dos registros de representações semióticas de Duval, assim como para o sociointeracionismo de Vygotsky, a produção dessas representações está associada ao domínio de elementos de linguagens, com o diferencial que, além de tratar de símbolos, por exemplo, é preciso também conhecer as regras sintáticas concernentes à formação e ao tratamento dessas representações. Para Duval (2009), as representações semióticas são representações *conscientes e externas*, que, assim como as representações mentais, têm a função de evocar os objetos representados. Neste sentido, entendemos que as representações semióticas atuam de forma intermediária, entre as representações físicas de um objeto e as representações mentais que o sujeito pode vir a produzir dele. Isto enfatiza a importância dessas ferramentas para os processos de ensino.

2.4.3 O ensino de geometria e os níveis de desenvolvimento psicológico com base no sociointeracionismo de Vygotsky

O trabalho escolar tem como natureza o objetivo formador. Desta maneira visa desenvolver nos educandos habilidades que os levem ao exercício, competente, de sua cidadania, logo prima-se pelo aprendizado desses educandos. Isto significa desenvolver-se em nível que atenda às necessidades desses educandos.

Atividades didáticas que atendam essas necessidades precisam respeitar o nível de desenvolvimento psicológico dos alunos. Vygotsky (1991) considera dois níveis de desenvolvimento: real e potencial. Quando um educando é capaz de executar, sozinho, uma atividade a ele atribuída dizemos que, com relação a essa atividade, o mesmo encontra-se em um nível de desenvolvimento real. No entanto, quando, para desempenhar esta atividade, o educando necessita da mediação do educador ou dos colegas de turma, dizemos que ele apresenta um desenvolvimento em potencial.

O educando que, sozinho, é capaz de identificar, dentre vários sólidos geométricos, aqueles que forem prismas, tenham esses formatos retos ou oblíquos, e diferentes formatos de base, apresenta um nível de desenvolvimento real em relação a essa atividade, demonstrando compreensão sobre os caracteres que os define como tal. Já àquele, para o qual solicitamos fazer a mesma atividade, seleciona formas de prismas com diferentes formatos de base, por exemplo, mas deixa de destacar um deles que se apresenta de forma obliqua, demonstra ter alguma compreensão sobre tais caracteres, mas não o suficiente para realizar, sozinho, completamente, a atividade. Neste caso, dizemos que este educando apresenta um desenvolvimento em potencial, uma vez que poderá completa-la com a mediação do educador. Este último pode utilizar-se, por exemplo, de questionamentos, como: quais características levaram você a classificar essas figuras, escolhidas, como prismas? Alguma condição precisa ser satisfeita para que possamos classificá-las assim? Entre as figuras, restantes, tem alguma que satisfaça essas condições?

Para Oliveira (1995), a atuação do educador deve estar atrelada a esses níveis de desenvolvimento,

> tomando como ponto de partida o nível de desenvolvimento real da criança – num dado momento e com relação a determinado conteúdo a ser desenvolvido – e como ponto de chegada os objetivos estabelecidos pela escola, supostamente adequados à faixa etária e ao nível de conhecimento e habilidades de cada grupo de criança. O percurso a ser seguido nesse processo estará balizado pelas possibilidades das crianças, isto é, pelo seu nível de desenvolvimento potencial (OLIVEIRA, 1995, p. 62).

Daí, a importância de um planejamento pedagógico que leve em conta o aprendizado anterior do educando, o contexto no qual ele está inserido e as condições da escola de lidar com fatores que possam interferir no processo de ensino. Respeitar essas condições aumenta as possibilidades de transformação, por meio da intervenção pedagógica.

O sucesso do trabalho escolar está associado às concepções e convicções do educador, enquanto profissional e enquanto cidadão e membro de diferentes grupos sociais. O mesmo acontecendo com o educando, que embora com menos experiências, carrega consigo seus desejos, anseios e suas concepções de mundo. Quando os agentes do processo de ensino (educador e educando) compartilham dos mesmos interesses se tem assegurado o sucesso deste processo.

O ensino de geometria, ministrado sob uma visão vygotskyana, prima pelo desenvolvimento dos educandos a partir da interação desses com o ambiente no qual estão inseridos, levando em consideração seus conhecimentos prévios, suas necessidades e as relações estabelecidas com os elementos desse meio, seja o educador, colegas educandos, conhecimento escolar e as experiências de diversas naturezas, por eles vivenciadas, na escola ou fora dela.

O educando deve atuar como sujeito ativo no processo de ensino, pois as situações de ensino devem lhe proporcionar condições de interação com o saber, com o educador, com os colegas e demais elementos presentes no meio. O educador atua como mediador nas situações de ensino, a ele é atribuída a responsabilidade de adequar o ambiente formador, deixando-o propício às interações que se fizerem possíveis e necessárias ao processo de ensino.

Sob esse ponto de vista podemos pensar no educando como sujeito capaz de assumir responsabilidades diante do processo de ensino no qual esteja envolvido, cabendo a ele também a responsabilidade de compartilhar com o educador o êxito ou o fracasso pela sua aprendizagem, uma vez que educador e educando dividem situações que os conduzem à ação e à reflexão.

CAPÍTULO 3

ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Diante de uma situação que nos desperte a necessidade de conhecer determinado objeto, não há caminho mais plausível do que a investigação – explorar, comparar, analisar, tornar evidentes ou notáveis certas características, revelar certos detalhes para conhecer melhor, e melhor lidar com tal situação. Os achados dessa investigação poderão se constituir nas ferramentas que contornarão os obstáculos entre o investigador e o objeto.

No caso da investigação científica, a ferramenta que se presume ser encontrada e que fará o enfrentamento do problema é o conhecimento, o que pressupõe a presença de embasamento epistemológico.

> O posicionamento epistemológico, ou a predisposição de gerar conhecimento, implica buscar, na epistemologia, a objetividade do conhecimento científico, realizando estudos, observações, experimentações e análises através das teorias de conhecimento já existentes em confronto com a realidade (OLIVEIRA, 2012, p. 26).

Desse modo, um novo conhecimento resulta da interação estabelecida entre o fato/objeto em estudo e o conhecimento anteriormente produzido. Os significados produzidos ou revelados nesta interação se constituem em aparato epistemológico que fará frente aos obstáculos ora enfrentados.

Para tanto, precisamos adotar um conjunto de técnicas e procedimentos que se ajustem às necessidades da investigação, ou seja, as ações desenvolvidas durante o processo de investigação devem ser necessárias e suficientes ao levantamento dos dados almejados, como de uma análise satisfatória destes. Para isso, são necessários alguns cuidados, desde a escolha do tema até a apresentação dos resultados finais. A esse conjunto de técnicas e procedimentos, denominamos metodologia.

“Portanto, metodologia é um processo que engloba um conjunto de métodos e técnicas para ensinar, analisar, conhecer a realidade e produzir novos conhecimentos” (OLIVEIRA, 2012, p. 43). Logo, é preciso adequar os referenciais teóricos às necessidades do estudo, inclusive aqueles que dão suporte ao processo metodológico.

Esta pesquisa foi realizada com o intuito de analisar significados sobre geometrias espacial e plana, revelados por educandos dos anos finais do Ensino Fundamental, a partir dos registros de representações semióticas empregados por eles na resolução de questões sobre poliedros e polígonos, bem como conhecer possíveis relações entre os significados apresentados e o emprego dos registros em questão. Desta forma, a pesquisa envolveu uma parte prática, ou de campo, que se deu por meio de uma intervenção pedagógica, e uma parte teórica, para qual reunimos referenciais teóricos condizentes com o teor da pesquisa, a fim de que pudesse nos ajudar, qualitativamente, na explicação dos dados construídos a partir do trabalho de campo.

Como constituída, esta pesquisa caracteriza-se como qualitativa do tipo pedagógica. Emprega, como instrumentos de coleta de dados, as notas de campo, fotografias e vídeos, além das atividades produzidas pelos educandos. Tais dados foram apresentados por meio das representações, descrição, figura geométrica e fotografia, conforme pode se observar nos dois próximos capítulos.

A análise se deu com base na teoria dos registros de representações semióticas, de Raymond Duval, reportando-nos precisamente às características cognitivas da atividade matemática, aos tipos de registros de representações semióticas e às transformações de representações semióticas. Essa análise nos proporcionou destacar os significados sobre geometrias espacial e plana, apresentados pelos educandos, e a verificar a existência de relações entre os significados apresentados e os registros de representações semióticas empregados pelos educandos, conforme objetivávamos.

3.1 Pesquisas envolvendo registros de representações semióticas e ensino de geometria

Os trabalhos apresentados nesta seção foram localizados a partir de uma busca no *site* do Instituto Brasileiro de Informação em Ciências e Tecnologia (IBICT)[1], quando buscávamos por pesquisas envolvendo os registros de representações semióticas e o ensino de geometria.

Dentre os trabalhos encontrados, dezessete estavam relacionados a essa temática, mas apenas três trabalhos apresentavam conteúdos relacionados ao nosso interesse de pesquisa:

[1] http://bdtd.ibict.br.

- *Triângulos nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica* (SILVA, 2014);
- *Aprendizagem em geometria nas séries iniciais: uma possibilidade pela integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual* (PIROLA, 2012); e
- *Representação semiótica no ensino de geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores* (BURATTO, 2006).

Estes trabalhos, de alguma forma, apresentam discussão sobre o ensino de geometria associado aos registros de representações semióticas, como expomos a seguir.

A pesquisa intitulada *Triângulos nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica*, realizada por Silva (2014), faz uma investigação sobre as representações gráficas de triângulos nos livros didáticos de matemática destinados aos anos iniciais do Ensino Fundamental, aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2013. Embasada pela teoria dos registros de representações semióticas, de Raymond Duval, a referida pesquisa analisou a diversidade das representações gráficas de triângulos nos livros didáticos, considerando três critérios: comprimentos dos lados, medidas dos ângulos e posição na página, destacando as atividades de conversões entre os registros língua natural e figural.

Observada a abrangência do tema, a autora procurou delimitá-lo, suscitando as seguintes questões:

1) *No conjunto de coleções didáticas escolhidas, como são as representações gráficas de triângulos, observando-se suas características – comprimento dos lados, medida dos ângulos – e a disposição das imagens gráficas deles na página? Há uma variabilidade equilibrada dessas características ou há escolhas dominantes?*
2) *Qual a frequência relativa das atividades envolvendo triângulos nas quais o aluno é solicitado a realizar uma conversão entre os registros da língua natural e figural?*

E, para respondê-las, a autora se propôs a analisar as representações gráficas de triângulos em livros didáticos de Matemática, destinados aos cinco anos Iniciais do Ensino Fundamental, à luz da teoria dos registros das representações semióticas. O foco de sua pesquisa esteve em dois pontos, conjuntamente: análise da variabilidade das representações gráficas de triângulos, quanto aos critérios estabelecidos (comprimento dos lados, medidas dos ângulos e posição na página); e identificação, nas coleções selecionadas e nos triângulos focalizados, das atividades de conversões do registro na língua natural para o registro figural e do registro figural para o registro na língua natural.

Nesse intento, a autora realizou uma pesquisa documental, na qual investigou 110 livros didáticos pertencentes a 22 diferentes coleções. A partir destes livros, mapeou as ocorrências de representações gráficas de triângulos, seguindo os critérios previamente adotados, e atividades em que apresentavam como proposta para os educandos fazer conversões entre os registros língua natural e figural. Além disso, fez uma investigação das orientações pedagógicas trazidas pelo manual destinado aos educadores, tendo como objetivo identificar orientações envolvendo as questões dos registros de representações semióticas.

Como resultados, a autora destaca a pouca variabilidade de representações de triângulos quanto aos critérios estabelecidos, afirmando que são insuficientes as atividades que oferecem oportunidades aos educandos realizarem conversões.

A pesquisa desenvolvida por Pirola (2012), intitulada *Aprendizagem em geometria nas séries iniciais: uma possibilidade pela integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual*, investiga a importância da visualização para a aprendizagem em geometria nos primeiros anos de escolaridade, pressupondo que as aprendizagens em geometria, das crianças nessa fase de ensino, aparecem integradas às capacidades de percepção visual das mesmas.

Embasada na teoria dos registros de representações semióticas, de Raymond Duval, a investigação de Pirola (2012) põe em foco as categorias de apreensões (perceptiva, operatória, discursiva e sequencial), definidas por Duval, combinadas com a categorização feita por Hoffer para as capacidades de percepção visual, coordenação visual motora, percepção figura/fundo, constância perceptual, percepção da posição no espaço, percepção das relações espaciais, discriminação visual e memorial visual.

Motivada pelas observações feitas sobre as apreensões de uma figura na resolução de problemas de geometria e sobre as capacidades de percepção visual, a autora levanta a seguinte questão de pesquisa: *de que forma as apreensões em geometria aparecem em um conjunto de atividades que explora as capacidades de percepção visual nas crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental*?

Para responder ao questionamento acima, a mesma propôs-se a explorar as relações entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual em um conjunto de atividades aplicado a crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental.

A investigação se deu de forma qualitativa, classificando-se como estudo de caso, tendo sido desenvolvido em duas fases. A primeira fase consistiu em um estudo-piloto sobre um conjunto de atividades elaboradas com base na categorização de Hoffer para as capacidades visuais. Participaram desta fase todos os educandos de uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental. A partir desta, algumas observações foram feitas procurando adequar as atividades para segunda fase.

A segunda fase compreendeu a resolução de um conjunto de atividades por apenas um educando de uma turma de 5º ano (diferente da que participou do teste piloto). Tais atividades foram selecionadas entre as da primeira fase a partir dos seguintes critérios: as que mais destacaram a apreensão de uma figura e as que envolveram maior número de capacidades visuais. Essas atividades foram reformuladas, ocorrendo alterações na ordem de algumas questões, em enunciados, melhoramento ou substituição de algumas figuras.

Para coleta de dados, foram empregadas as técnicas da observação, registos de áudio e documentos. Os dados, assim coletados, foram organizados e categorizados tomando como requisito a análise de conteúdo de Bardin e compreenderam as fases de pré-análise, exploração dos resultados e interpretação das informações.

Nesta investigação, Pirola (2012) pôde observar, dentre alguns aspectos, a possibilidade de integrar as capacidades de percepção visual às apreensões de uma figura na resolução de problema em geometria, as articulações entre as quatro apreensões, que a apreensão perceptiva contribui de forma determinante com o sucesso ou com o fracasso da apreensão operatória, que a apreensão discursiva favoreceu de forma determinante para a identificação de propriedades de uma figura geométrica que não foram de antemão observadas e que embora todas as apreensões aconteçam de forma simultânea, em algumas atividades, uma apreensão pode ser mais requisitada que outra.

No trabalho intitulado *Representação semiótica no ensino de geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores*, Buratto (2006) investiga a resolução de problemas de geometria por meio das figuras junto aos licenciandos do 5º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Planalto Catarinense - UNIPLAC. O referido trabalho tem como objetivo oferecer uma alternativa metodológica que proporcione aos licenciandos conhecimentos de conceitos geométricos, como também metodologias de ensino para prática docente. A proposta foi fundamentada na teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval e enfocou, prioritariamente, as apreensões em geometria.

O problema de pesquisa está relacionado à formação inicial do educador matemático e ao ensino de geometria, tendo sido definido mediante o levantamento bibliográfico que evidenciou a importância do ensino de geometria na formação do educador matemático. A partir desse estudo, a autora apresenta uma proposta metodológica alternativa para o ensino e a aprendizagem em geometria, cuja abordagem se fundamenta na teoria dos registros de representações semióticas, que leva em consideração a utilização do registro figural e que tem como objetivo possibilitar atividades cognitivas relacionadas à apreensão de uma figura.

O trabalho se deu em três fases. A primeira delas fez o levantamento bibliográfico que evidenciou a importância de algumas pesquisas que enfocavam o ensino e a aprendizagem em geometria, estando embasadas pela teoria dos registros de representações semióticas. A segunda fase, chamada de experiência, compreendeu as atividades que puseram a pesquisadora em contato com os licenciandos, como definição dos sujeitos da pesquisa, elaboração, aplicação e análise do questionário preliminar e a construção e aplicação de um instrumento de atividades, no qual foram explorados a identificação e a trajetória acadêmica dos participantes, como também os problemas que serviram de base para o desenvolvimento da pesquisa. Na terceira fase se deu a elaboração da proposta didática pautada nos registros de representações semióticas.

Como resultados, a autora destaca que o público pesquisado apresentou concepção intuitiva sobre geometria. No entanto, aprendeu em condições desfavoráveis, o que o levou a resolver problemas envolvendo cálculo de figuras planas, utilizando o método da memorização. Poucos licenciandos fizeram exploração heurística da figura. Buratto (2006) destaca a oportunidade de envolver os licenciandos de forma motivadora e reflexiva nos processos de ensino e aprendizagem em geometria, embasados pelos registros de representações semiótica e pela importância cognitiva da figura geométrica na resolução de problemas, uma vez que a exploração heurística possibilita o crescimento visual e o desenvolvimento da capacidade interpretativa dos licenciandos em relação à matemática.

3.2 Traçando os caminhos da intervenção pedagógica

A parte prática da nossa investigação consistiu na realização da intervenção pedagógica, na qual fizemos a aplicação de uma sequência didática composta por sete atividades (apêndice A). Esta sequência foi dividida em duas partes, que aqui chamamos de primeira e segunda fases. A *primeira fase*, também chamada de fase preparatória, corresponde às seis primeiras atividades, nas quais trabalhamos os conteúdos referentes aos poliedros e aos polígonos, a partir da exploração de material manipulável e dos registros de representações semióticas, língua natural, língua formal e figuras geométricas. A Atividade Sete compôs a *segunda fase* da sequência didática, podendo observar em outros trechos deste texto que esta ssegunda fase também é chamada de fase de fechamento. Nesta fase, os educandos foram convocados a aplicar os conhecimentos anteriormente produzidos para elaboração de um objeto concreto, mais especificamente, um porta-lápis (tendo cada equipe construído um porta-lápis) e também para a representação desses objetos por meios de diferentes registros semióticos.

Na primeira fase, o trabalho desenvolvido em cada atividade foi dividido em três etapas: *resolução da ficha 1*, *interação educandos/educadora* e *resolução da ficha 2*. A resolução da Ficha 1 foi feita a partir dos conhecimentos prévios dos educandos e de suas compreensões sobre a leitura das questões e exploração de material manipulável. As observações feitas durante esta etapa nos orientaram na condução das interações com os educandos. Durante as interações, mediamos os trabalhos junto aos educandos, a fim de que pudessem sanar dificuldades apresentadas quando da resolução da Ficha 1. A resolução da Ficha 2 consistiu em uma reelaboração das respostas apresentadas na Ficha 1, a partir das noções conceituais trabalhadas durante a interação. Os registros de representações semióticas empregados nas Atividades de 1 a 5 desta etapa, foram empregados na comparação com os significados produzidos na fase de fechamento da sequência didática.

Para cada uma das seis atividades que compunham a primeira fase da intervenção, trazemos uma breve descrição da atividade e seus propósitos, fazendo a descrição dos acontecimentos quando do seu desenvolvimento em sala de aula e apresentando resumos das respostas oferecidas pelas equipes nas Fichas 1 e 2 juntamente com as representações produzidas, quando da elaboração dessas respostas. Adiante, trazemos nossos comentários sobre essas produções.

Prosseguindo com a apresentação e análise dos dados, fizemos uma breve discussão sobre o objetivo dessa fase da pesquisa, das ferramentas e procedimentos adotados durante a mesma, dialogando, sempre que possível, com o referencial teórico que lhe deu embasamento. A continuidade dessa discussão se dá pela apresentação do desempenho das equipes com relação ao uso dos registros de representações semióticas (Quadro 3 e Apêndice B) e apresentação dos significados revelados durante a interação, cujos termos aplicados para designá-los não lhes eram usuais. Posteriormente, levamos uma discussão sobre as possíveis compreensões e evolução das equipes, a partir da comparação das repostas apresentadas nas Fichas 1 e 2 de cada atividade tanto com relação aos significados apresentados (em coerência com o saber ensinado), quanto com relação ao emprego dos registros e produções das representações semióticas. Tais discussões propiciaram o diálogo entre os resultados apresentados e o referencial teórico.

A fase de fechamento se deu pelo desenvolvimento da sétima atividade, a qual também foi dividida em três etapas: *construção do porta-lápis, produção de cartaz e apresentação oral*. Em ambas as etapas, os educandos realizaram transformações, no entanto, apenas nas duas últimas, as transformações foram exclusivamente semióticas, ou seja, se deram de um sistema semiótico para outro sistema semiótico ou dentro do sistema semiótico da representação de partida. Na primeira etapa houve a transformação de um sistema físico para outro sistema físico, da fotografia para maquete, e a transformação de um sistema físico para um sistema semiótico, da fotografia para configuração geométrica. A partir das transformações ocorridas nas duas últimas etapas, destacamos os significados que foram posteriormente comparados com os registros empregados na resolução da Ficha 2 das Atividades de 1 a 5, realizadas na fase anterior.

Na segunda fase fazemos uma breve descrição sobre a sétima atividade e seus propósitos. Em seguida, relatamos os acontecimentos quando do seu desenvolvimento em sala de aula e, posteriormente, fizemos a apresentação e análise dos dados. Na apresentação, trazemos a descrição e representações (fotografias) para cada uma das três etapas. Assim, após cada apresentação, trazemos uma discussão sobre o comportamento das equipes e os conhecimentos mobilizados, estabelecendo diálogo entre os resultados apresentados e o referencial teórico. Ademais, destacamos os resultados apresentados por cada equipe.

Dando continuidade ao processo de análise, destacamos os significados apresentados pelas equipes, em cada etapa. Como significados, adotamos os termos ou denominações utilizadas para designar as unidades figurais identificadas pelas equipes, em cada objeto produzido. Tais unidades correspondem aos objetos geométricos estudados na fase preparatória.

Os significados que foram assim destacados na segunda e terceira etapas foram comparados com os registros de representações semióticas empregados na resolução das Fichas 2, da fase preparatória. Essa comparação se deu entre a quantidade de significados apresentados e a quantidade de registros empregados nas repostas e, em seguida, entre a quantidade de significados e a quantidade de repostas, empregando dois registros simultaneamente. As discussões concernentes a essa comparação fundamentaram-se na teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval.

3.2.1 Pesquisa qualitativa

A pesquisa qualitativa pretende elucidar os fatos mediante a compreensão de elementos que possam estar envolvidos com o campo de pesquisa e façam relação com o objeto investigado, considerando os seus pormenores. Tudo nesta pesquisa se torna relevante para o esclarecimento da questão de estudo. Dessa forma, é importante analisar os detalhes que envolvem o cenário da pesquisa, os participantes, o pesquisador, os instrumentos e os equipamentos, além do referencial teórico escolhido, a partir do objeto investigado.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), o pesquisador se insere no cenário da pesquisa para abstrair o máximo de informações possíveis, como, por exemplo, os dados levantados por meio de diferentes registros, o que posteriormente passa a compor uma densa descrição do fenômeno observado. A atenção do pesquisador se volta para o processo de pesquisa, que explora suas relações. Os dados vão se agrupando para serem analisados de forma indutiva, o que proporciona a revelação dos significados, que se configura como o objetivo maior do pesquisador qualitativo.

Combinando as ideias de Bogdan e Biklen (1994) com as de Oliveira (2012), podemos afirmar que a pesquisa qualitativa se utiliza de técnicas como, por exemplo, de observações, entrevistas, aplicação de questionários, notas de campo, fotografias, filmes e vídeos, histórias de vida, análises de conteúdo, entre outras técnicas, podendo, inclusive, fazer combinação entre diferentes técnicas para obter os dados que melhor descrevam a situação investigada. Com base nesse entendimento, adotamos as notas de campo e as fichas utilizadas pelas equipes, para apresentarem suas respostas, como principais instrumentos na coleta dos dados. Neste sentido, as equipes proporcionaram a descrição das situações das salas de aula e como complemento a essas técnicas, empregamos os vídeos e fotografias feitos nos momentos que as equipes trabalhavam com material manipulável e na produção de representações físicas e semióticas dos objetos geométricos em estudo.

3.2.2 Justificativa

Neste trabalho enfocamos três pontos que nos proporcionaram maior motivação pela pesquisa: a importância do conhecimento matemático na formação dos nossos educandos, a contribuição que a geometria pode oferecer a essa formação e os *deficit* conceituais apresentados pelos nossos educandos, em relação aos conteúdos matemáticos, especificamente, em geometria. Tais pontos serão discutidos nos três tópicos a seguir.

3.2.2.1 A importância do conhecimento matemático na formação dos educandos

A educação escolar tem, a cada dia, assumido um papel muito maior na formação do cidadão, ou, pelo menos, tem aumentado sua responsabilidade em termos dessa formação, uma vez que a sociedade tem passado por numerosas e aceleradas transformações. Isso exige cidadãos mais preparados e formações diversificadas, motivos que têm mobilizado diversas áreas do conhecimento, entre elas, a matemática.

A evolução ocorre nos mais diversos setores e isso tem evocado mudanças significativas nos modos de pensar e agir dos cidadãos, tornando-se evidente a necessidade de desenvolver novas e múltiplas habilidades.

Nesse contexto, a escola que se encontra incumbida de proporcionar as condições necessárias ao desenvolvimento de tais habilidades, necessita acompanhar o ritmo de desenvolvimento da sociedade, evoluindo junto com ela, sob pena de não dar conta de suas atribuições. Sendo assim,

> [...] a escola deve estar em continuo estado de alerta para adaptar seu ensino, seja em conteúdos como em metodologias, à evolução destas mudanças, que afetam tanto as condições materiais da vida como do espírito com que os indivíduos se adaptam a tais mudanças (SANTALÓ, 1996, p. 11).

Ao não acompanhar o ritmo com o qual se dão as transformações sociais, a escola acaba provocando um distanciamento entre ela e a sociedade, uma vez que não oferece estímulo aos educandos.

Mas, qual é a relação da Matemática com essa formação? Poderíamos começar dizendo que, enquanto componente curricular, se constitui como importante ferramenta para fazer frente às transformações vividas pela sociedade. Para fazer essa discussão, buscamos em Santos (2014) e Gómez-Granell (1997) argumentos que julgamos necessários e suficientes para fundamentar essa afirmativa.

Se por um lado temos a matemática como uma área do conhecimento cada vez mais presente nos diversos setores da sociedade, inclusive dando suporte a outras áreas do conhecimento, como, por exemplo, a ecologia, a economia, a psicologia e a sociologia, citados por Gomez-Granell (1997), dando-nos a reconhecer a importância de aprendê-la para melhor interagir com o meio no qual estamos inseridos, por outro lado, comungamos com as ideias de Santos quando diz que,

> o trabalho com a Matemática na escola cumpre uma finalidade formativa específica que articula dois objetivos essenciais: o desenvolvimento de capacidades relacionadas ao pensamento, ao raciocínio lógico-matemático e a aquisição de capacidades relacionadas a leitura, interpretação, compreensão de situações cotidianas em que a Matemática esteja presente (SANTOS, 2014, p. 43).

O que abordamos como lados, não se constituem como pontos que se contrapõem, mas ideias que se complementam. É preciso conhecê-la para melhor lidar e, para conhecê-la, é preciso desenvolvê-la melhor.

Estando a matemática, por meio de suas representações, presente em quase todas as situações que vivenciamos no nosso dia-a-dia, é de se esperar que quanto mais a conhecemos, maiores serão as nossas chances de intervenção em tais situações. Ela também é responsável pelo desenvolvimento de capacidades de pensamento e raciocínio lógico. Sendo assim, haverá de proporcionarmos uma maior reflexão e melhor condição de análise das relações que estabelecemos com o meio no qual estamos inseridos.

Tendo a matemática a incumbência aqui defendida por Santos (2014), é natural que pensemos no ensino desse componente, como um meio que viabiliza o desenvolvimento dos nossos educandos e os põem em condições de agir, criticamente, diante das demandas sociais. Esse desenvolvimento, no entanto, vai muito além de aprender a manipular números e regras, pois requer a compreensão da construção de significados com base em contextos reais e a tradução dos mesmos, por meio de suas diferentes representações. É a partir do domínio das ideias e da linguagem matemática que ganhamos condições de ler e interpretar as situações nas quais a Matemática esteja presente, seja naquelas áreas já consideradas do campo das ciências tidas como (exatas)[2], ou naquelas que concentram-se nos campos das ciências humanas e sociais. Um ramo da matemática de grande relevância neste sentido é a geometria.

3.2.2.2 Contribuições do ensino de geometria à formação dos educandos

Temos discutido a importância do conhecimento matemático na formação dos educandos, não podíamos deixar a geometria fora dessa discussão, uma vez que a consideramos um ramo da matemática produtivo e necessário a essa formação. Para falar das contribuições da geometria ao processo de formação dos educandos, trazemos de Pavanello (1989) considerações sobre o ensino de geometria, as quais tomamos como motivação para investigar o ensino desse ramo da matemática. Como argumentos em favor dessas contribuições, a autora enfatiza o desenvolvimento da percepção espacial, o desenvolvimento da abstração em níveis sucessivos, o favorecimento do estilo hipotético-dedutivo e seu funcionamento como intermediária entre a língua e o formalismo matemático.

Nesse sentido, a geometria apresenta-se como importante ferramenta para a leitura e a interpretação do espaço, seja ele físico ou abstrato e para as relações existentes nesses espaços, uma vez que dispõe de mecanismos para o reconhecimento dos objetos em estado concreto e para a identificação e organização de propriedades abstratas relativas a esses objetos, além de representá-los por meio de desenhos, língua natural ou linguagem simbólica.

3.2.2.3 Experiências como educadora matemática

Embora teoricamente possamos abordar a importância significativa do ensino de matemática, especificamente, do ensino de geometria para a formação dos nossos educandos, na prática, observamos uma considerável fragilidade desse ensino.

Desde que iniciamos nossa atividade docente como educadora de matemática, mais especificamente, nos anos finais do Ensino Fundamental, observamos que os nossos educandos apresentavam grandes *deficit* conceituais dos conteúdos matemáticos estudados em

---

[2] Engenharias, física, química, estatística, entre outras.

anos anteriores, mesmo naqueles estudados em mais de uma série. Exemplos disso são aqueles conteúdos referentes à geometria, seja de noções espaciais ou planas, como é o caso dos poliedros e dos polígonos.

É comum presenciarmos os educandos denominarem um retângulo de quadrado, ou um quadrilátero qualquer de retângulo ou quadrado e, até mesmo, um cubo ou paralelepípedo de quadrado, retângulo, entre outros. Além disso, a comunicação em termos de leitura e escrita matemática é bastante deficitária.

No que concerne à geometria, podemos afirmar que não se trata de um caso isolado, pois é um fenômeno já observado e investigado por pesquisadores diversos, como, por exemplo, a pesquisa realizada por Mônica Vasconcellos que deu origem a sua dissertação de mestrado defendida em 2005. Na referida pesquisa, a autora se propôs a investigar se a troca de nomes das figuras geométricas feita por crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental ocorre devido à uma confusão na nomenclatura ou à não diferenciação das referidas figuras por parte delas. Ademais, nesta pesquisa, a autora buscou analisar se havia relação entre as dificuldades apresentadas pelos alunos e as restrições dos professores ao ensino de geometria.

Com relação à primeira proposta de investigação, a pesquisadora observou que os educandos apresentaram dificuldades para estabelecer um critério estável que os permitissem distinguir uma figura geométrica não-plana de uma plana. A partir dessas observações, Vasconcellos (2005) levantou duas suposições que considerou confirmada após a análise dos dados colhidos junto aos educadores. Para a pesquisadora, as dificuldades que as crianças apresentam para estabelecer critérios de distinção das figuras estão associadas:

> - a dificuldade que as crianças normalmente apresentam para compreender a relação que existe entre uma figura não-plana e sua representação gráfica,
> - e o pouco ou precário envolvimento dessas crianças em situações com tal finalidade.

Diante de tais suposições, percebemos a necessidade de planejar nossa intervenção pedagógica, a partir de situações que possibilitassem aos educandos vivenciar experiências envolvendo formas espaciais e planas (poliedros e polígonos), como também, com diferentes representações dos objetos em questão. Entendemos que assim, estaríamos proporcionando aos educandos condições de melhor expressarem os resultados que almejamos.

Queríamos conhecer, por meio de diferentes registros de representações semióticas, significados sobre geometrias espacial e plana, apresentados por educandos dos anos finais do Ensino Fundamental, antes e depois de se submeterem a experiências nas quais foram levados à manipulação, construção e reconstrução de poliedros e polígonos. Além disso, pretendíamos conhecer os registros de representações semióticas, empregados durantes essas experiências, mediante as representações que julgaram necessárias para fazerem-se entender pela educadora, com a finalidade de atendermos aos objetivos e a questão norteadora da nossa pesquisa.

3.2.3 Objetivo Geral

Analisar significados revelados nos registros de representações semióticas produzidos por educandos dos anos finais do Ensino Fundamental, em aulas de geometrias espacial e plana e, mais especificamente, significados que envolvem poliedros e polígonos.

3.2.3.1 Objetivos específicos

- Destacar significados sobre poliedros e polígonos revelados pelos educandos, a partir dos registros de representações semióticas;
- Verificar a existência de relações entre os significados apresentados e o emprego dos registros de representações.

3.2.4 Questão norteadora

Quais significados sobre geometrias espacial e plana podemos identificar, a partir dos registros de representações semióticas empregados por educandos dos anos finais do Ensino Fundamental, na resolução de questões envolvendo poliedros e polígonos?

Na busca por uma solução para esta interrogativa, desenvolvemos a sequência didática já mencionada, em uma turma de 7° ano do Ensino Fundamental. Nesta turma, trabalhamos conteúdos geométricos envolvendo poliedros e polígonos que abordam, simultaneamente, as noções espaciais e planas, por meio da manipulação, construção e reconstrução de figuras geométricas pertinentes aos conteúdos trabalhados, além do desenho e da escrita, atuando como registros de representações desses.

O trabalho simultâneo das noções geométricas, espaciais e planas visou contribuir para o "enriquecimento na elaboração dos conceitos geométricos" (SANTOS; NACARATO, 2014. P. 16), de modo que os educandos pudessem exprimir caraterísticas e propriedades das figuras geométricas estudadas. Os educandos evidenciariam assim, suas compreensões sobre figuras, suas concepções de espaço e as relações que elas estabelecem com a realidade.

A escolha pelos conteúdos *poliedros* e *polígonos* se deu por percebermos neles uma grande potencialidade para fazermos a interação entre as geometrias espacial e plana. Assim, enfatizamos no entendimento do poliedro como um sólido geométrico formado por faces planas e, os polígonos, como faces de poliedros, de modo a tornar notável a relação entre as geometrias espacial e plana.

As situações de ensino foram orientadas pela teoria sócio-interacionista de Vygotsky e os dados obtidos foram analisados a partir da teoria das representações semióticas de Duval.

3.2.5 Contextualizando o campo de pesquisa

Desta pesquisa, participaram vinte e três educandos da turma do 7º ano C, turno tarde, de uma escola pública municipal da Cidade de cachoeira dos Índios, interior da Paraíba. A referida escola está em funcionamento desde 1981 e é a única escola municipal da sede que atende ao Ensino Fundamental nas modalidades regular e EJA. Até o ano de 2015, atendeu também à Educação Infantil. Neste ano de 2015, observou-se um total de 983 educandos matriculados, dos quais 508 foram aprovados, 58 transferidos, 95 sem movimentação (Educação Infantil, 1º, 2º e 3º anos), 119 reprovados e 203 desistentes.

A turma em questão era bastante heterogênea. Inicialmente havia 33 matrículas, numa faixa etária de 12 a 17 anos, dos quais quatro eram repetentes. No decorrer do ano letivo, dois foram transferidos, doze desistiram e sete foram reprovados. Dos vinte e três educandos que participaram da pesquisa, doze foram aprovados.

A turma apresentou-se desmotivada diante das atividades. Nos momentos de produções com desenhos, recortes, pinturas e colagem, observávamos maior dedicação, mas no momento de fazer os registros nas fichas, os estudantes relutavam contra a atividade, dizendo não ser necessário fazer tantas coisas, mesmo que a produção fosse ínfima.

CAPÍTULO 4

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: PRODUZINDO REPRESENTAÇÕES E CONSTRUINDO SIGNIFICADOS

No período de 16 de novembro a 17 de dezembro de 2015 realizamos a parte prática da pesquisa, tomando como base para a investigação uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental. Nesta etapa da pesquisa, desenvolvemos um total de sete atividades que se deram em quatorze encontros, perfazendo um total de vinte e uma aulas. Nestas aulas foram abordadas noções conceituais sobre os conteúdos geométricos *poliedros* e *polígonos*, sendo que, com as primeiras seis atividades, buscamos explorar os conteúdos separadamente, já a sétima atividade propunha-se a explorar, concomitantemente, as noções trabalhadas em aulas anteriores.

Iniciamos as atividades dividindo a turma em equipes compostas de até cinco participantes, as quais denominamos de Equipes 1, 2, 3, 4 e 5. Assim, para esta divisão de equipes, utilizamos como critério a sequência da chamada no diário de classe. Feito isto, distribuímos para cada equipe sacolas contendo um *kit* de material escolar, composto por régua, esquadros, transferidor, compasso, borracha, tesoura, cola e lápis em cores, além de um conjunto de sólidos geométricos a serem utilizados durante as aulas. Cada conjunto de sólidos continha:

- 2 cilindros;
- 1 cone;
- 1 prisma de base triangular;
- 2 prismas de base quadrangular;
- 1 prisma de base pentagonal;
- 1 prisma de base hexagonal;
- 1 pirâmide de base quadrangular;
- 1 pirâmide de base pentagonal;
- 1 pirâmide de base hexagonal.

É necessário destacar que um dos cilindros e um dos prismas de bases quadrangulares presentes em cada *kit* de sólidos geométricos eram embalagens de produtos alimentícios ou cosméticos.

A primeira fase da intervenção ocorreu a partir do desenvolvimento de seis atividades, sendo que cada uma delas foi realizada em três etapas:

- Resolução da Ficha 1: elaboração das respostas dadas pelos educandos, tendo como base seus conhecimentos prévios e as compreensões realizadas por esses educandos a partir da leitura dos enunciados e da manipulação do material concreto.
- Interação educandos/educadora: discussão e construção de material concreto com o objetivo de orientar as ações dos educandos, no momento da resolução da Ficha 2.
- Resolução da Ficha 2: reelaboração das respostas apresentadas aos questionamentos respondidos na Ficha 1.

Essas atividades proporcionaram aos educandos oportunidades de manter contato e apresentar os objetos geométricos em estudo, por meio de diferentes representações semióticas. Com o auxílio das representações físicas, orientamos as equipes a expressarem as respostas pertinentes a cada uma das atividades propostas, a partir de registros de representações semióticas. Dessa forma, os educandos utilizaram as representações que julgaram necessárias para que a educadora os compreendessem.

4.1 Atividade 1

Tema: Reconhecimento de um poliedro e seus elementos

Objetivos

- Identificar os poliedros entre os sólidos geométricos apresentados;
- Nomear e contar elementos de um poliedro;
- Observar as relações entre os elementos de um poliedro.

Tempo de duração: 90 minutos

Atividade composta por quatro questões. A quarta questão desmembra-se em três itens, respectivamente, itens *a*, *b* e *c*, que versam sobre noções de geometria espacial, com enfoque no reconhecimento de poliedros e de seus elementos (vértices, faces e arestas).

De posse de um *kit* de sólidos geométricos, contendo, entre outros sólidos, poliedros com até oito faces, os participantes das equipes foram levados a manipular esses sólidos. Na ocasião, observaram suas características e seus movimentos sobre as mesas, ao mesmo tempo em que se estabelecia, entre eles, uma conversação que oportunizou a partilha de experiências anteriores com os objetos, suas compreensões e suas dúvidas a respeito do assunto.

Com os sólidos arrumados sobre as mesas, as equipes procederam na separação deles em dois grupos, devendo deixar, em um deles, apenas os poliedros. As equipes descreveram as características dos poliedros observados e relataram nomes de lugares e objetos, cujas formas representadas lembravam ou remetiam a esses sólidos.

A partir da investigação de um poliedro apresentado pela educadora, as equipes realizaram a identificação e a contagem dos vértices, das faces e das arestas, além de discutirem e refletirem sobre as relações entre eles. Para a resolução da Ficha 1, o poliedro apresentado foi um prisma de base triangular. Já para a Ficha 2, foi apresentado um prisma de base quadrangular. E, para o momento de interação entre os educandos e a educadora, utilizou-se como objeto de investigação uma pirâmide de base quadrangular (sem que fosse feita esta classificação para os objetos). A partir da apresentação dos diferentes poliedros, tínhamos a intenção de evitar que as equipes realizassem apenas uma simples transcrição dos registros de um momento anterior para um momento seguinte.

A temática e os procedimentos adotados na atividade tinham o objetivo de levar os educandos a perceberem os poliedros como um grupo de sólidos geométricos formado apenas por faces planas. Além disso, os educandos também deveriam perceber que o encontro de duas faces formava uma aresta, enquanto que o encontro das arestas formava os vértices.

Desenvolvimento da atividade em sala

Data: 16/11/2015

Após a entrega do material, orientamos que os educandos arrumassem os sólidos sobre as mesas (este momento foi fotografado). Em seguida, entregamos a Atividade 1, composta por quatro questões, como também, entregamos a Ficha 1, a qual deveria ser respondida a partir da manipulação dos sólidos geométricos e do conhecimento prévio que os educandos tinham em relação a esses sólidos. Fizemos juntamente com as equipes uma leitura prévia desta atividade e uma explanação das nossas intenções sobre a mesma. A resolução da Ficha 1 demorou aproximadamente 15 minutos. Terminado este momento, passamos a interagir com as equipes, objetivando progredir em relação às noções de poliedros e seus elementos.

Após a observação de que nenhuma das equipes completou corretamente a Questão 1, iniciamos a mediação a partir de um cone e de uma pirâmide de base 4 (sem que ainda fosse feita esta classificação dos objetos). Assim, apresentamos os sólidos para a turma, ao tempo em que solicitamos que as equipes localizassem sólidos semelhantes, entre aqueles que haviam recebido no *kit*, e os fizessem rolar sobre as mesas. Em seguida, perguntamos as equipes o que elas haviam observado. Todas as equipes apontaram que o cone rolava mais facilmente que a pirâmide. Depois, tomamos um cone e um cilindro e pedimos que às equipes repetissem o processo, sendo interrogadas logo depois do manuseio, sobre o que haviam observado. A Equipe 2 respondeu que os dois sólidos rolavam rápido, afirmando que um sólido rolava mais rápido do que o outro. As demais equipes também concordaram com esse argumento. Neste sentido, ao perguntar o porquê disto ter acontecido, as Equipes 2 e 4 responderam que era em virtude do cone e do cilindro serem redondos. As Equipes 1, 3 e 5 disseram que estes sólidos rolavam mais rápido devido às suas formas circulares.

Adiante, pedimos que cada equipe levantasse um poliedro. A Equipe 1 levantou um prisma de base 4; as Equipes 2 e 4 levantaram prismas de base 6; a Equipe 3 levantou um prisma de base 5; e a Equipe 5 levantou uma pirâmide de base 4. Perguntadas sobre o que elas entendiam por poliedros, as Equipes 2 e 3 afirmaram que são sólidos que contem *lados* planos. A Equipe 4 disse que eram sólidos que continham *faces* planas e, as demais equipes, não manifestaram opinião.

Solicitamos que as equipes dessem exemplos de objetos e lugares nos quais era possível observar representações dos sólidos geométricos em estudo. Os mesmos citaram casa, sala, garrafa de café, armário, pirâmide, entre outros lugares e objetos. Como exemplo, uma participante da Equipe 1 citou o chapéu de aniversário. Entendendo que a educanda ainda não havia conseguido identificar os poliedros entre os sólidos que já haviam sido apresentados, perguntamos à turma se o chapéu de aniversário tinha o formato de algum poliedro. As Equipes 2, 3 e 4 disseram que o chapéu não tinha formato de poliedro. Dessa forma, complementamos a discussão citando outros exemplos de objetos e lugares nos quais era possível observar formas semelhantes às observadas nos sólidos em estudo.

Depois desta discussão, apresentamos para os educandos uma pirâmide de base 4 e pedimos que eles contassem o total de faces, de vértices e de arestas. Eles manifestaram várias respostas relativas à esta contagem como, por exemplo, que os poliedros tinham 4 faces, 4 arestas e 4 vértices ou que tinham 4 faces, 4 arestas e 5 vértices, entre outras respostas. As respostas dos educandos foram se complementando até chegarem à conclusão de que o poliedro em questão tinha 5 faces, 8 arestas e 5 vértices. Os educandos continuaram a manipular os poliedros e a contar seus elementos. Assim, ao serem questionados sobre qual dos elementos era o mais recorrente, todos os educandos disseram ser as arestas. Concernente à identificação de alguma possível relação entre esses elementos, observou-se que apenas um participante da Equipe 2 disse que, em alguns sólidos, o total de faces era igual ao total de vértices. As demais equipes não manifestaram respostas.

Finalizado este momento, recolhemos a Ficha 1 e entregamos a Ficha 2 para que os educandos pudessem apresentar novas respostas ou reformulações das repostas apresentadas na Ficha 1, utilizando todos os registros que eles julgassem necessários para que suas respostas se tornassem compreensíveis.

Nesta atividade, utilizamos o horário de uma aula de Matemática e o horário da aula de Educação Física, que estava vago, pois os educandos não conseguiram terminar a atividade no tempo previsto – uma aula de 45 minutos. O trabalho caminhou em ritmo lento, visto que as equipes apresentavam dificuldades de leitura das questões e de conversação sobre o conteúdo. Assim, por várias vezes, precisamos chamar a atenção para o fato de que a atividade deveria ser respondida em equipe e não de forma individual. Alguns participantes mostraram-se dispersos e surgiram muitas conversas paralelas. A Equipe 3 demonstrou menos interesse nas atividades, observando que seus membros se mostraram alheios aos exercícios propostos.

Nesta aula notamos a falta de alguns educandos. Dessa forma, ao questionar sobre a ausência destes educandos, seus colegas de turma afirmaram que os mesmos eram chamados de “turistas”, pois a presença deles nas aulas era algo raro. Em virtude disto, a Equipe 5 trabalhou com apenas 2 participantes. A Equipe 1, com 3 participantes. E as Equipes 2, 3 e 4, com 4 participantes. Ao somar o total de participantes das equipes, têm-se dezessete educandos.

Ficha 1: Resumo e representações

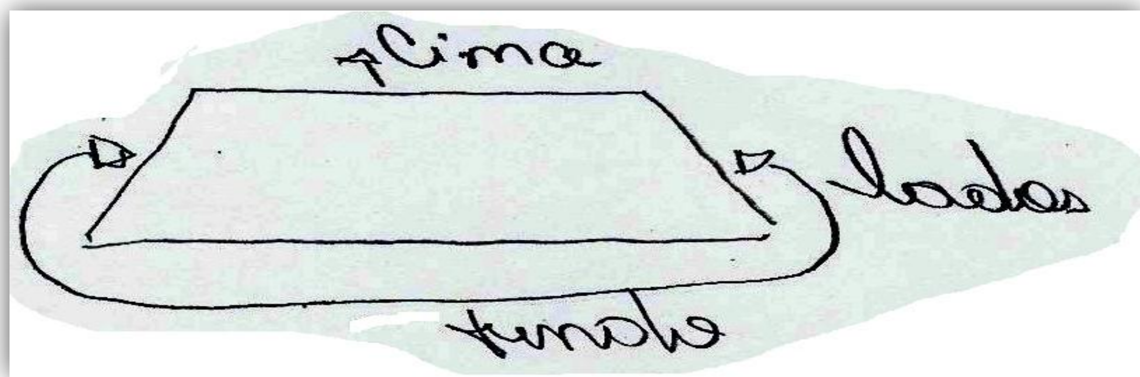
As Equipes 1, 2 e 5 associaram os poliedros à ideia de sólidos geométricos com certa quantidade de faces (o que eles chamaram de lados), conforme ilustrado na Figura *a*, por uma representação da Equipe 1. A Equipe 4 associou a ideia de poliedro a sólido geométrico diferente de paralelepípedo (o que eles chamaram de quadrados). A Equipe 3 se referiu ao cilindro e ao cone como sendo poliedros. As Equipes 1 e 2 contaram corretamente os vértices, as faces e as arestas do poliedro apresentado pela educadora. A Equipe 2 conseguiu mostrar, combinando as linguagens natural e figural, que se tratam de objetos tridimensionais, conforme a Figura *b*. Analisa-se que a Equipe 2 utilizou uma linguagem natural para expressar que existem mais arestas do que faces. Neste sentido, constata-se que todas as equipes conseguiriam associar os sólidos em estudo com outros objetos e lugares. Citaram por exemplo, casa, caixa de perfume, chapéu de aniversário, prédio, garrafa, etc.

Figura *a – Resposta da Equipe 1 à Questão 1*


1) Nós achamos que eles são polítricos porque eles tem lados.

Fonte: Ficha de atividade da Equipe 1

Figura *b – Resposta da Equipe 2 à Questão 2*



Fonte: Ficha de atividade da Equipe 2

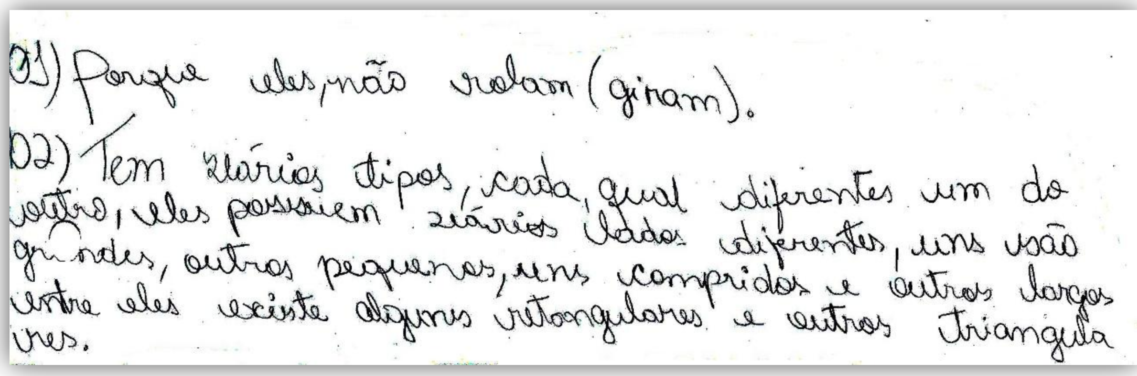
Quando dizemos que as equipes associavam os poliedros à concepção de um sólido com uma determinada quantidade de faces, nos referimos aos escritos das equipes, afirmando que os poliedros têm lados (faces), que possuem 5 ou 6 lados e imprimindo a ideia de que para ser um poliedro, o sólido deveria apresentar uma determinada quantidade de faces. Dessa forma, pontuamos que um sólido com 6 faces poderia ser um poliedro, no entanto, um sólido que apresentasse 8 faces, por exemplo, poderia não ser.

Como podemos observar, as Equipes 1, 2, 4 e 5 apresentaram descrições relacionadas aos poliedros. A Equipe 2, por não conseguir desenhar em perspectiva, combinou a linguagem figural com a linguagem natural para demonstrar que a figura observada não é plana, e sim espacial. Desse modo, as expressões “acima” e “fundo” referem-se, respectivamente, a base superior e a base inferior, enquanto que o termo “lados” refere-se às faces laterais. Além disso, esta equipe conseguiu expressar por meio da língua natural que os poliedros possuem mais arestas do que faces e que o número de arestas é diferente do número de faces que, por sua vez, é diferente do número de vértices. A Equipe 4 apresentou uma confusão entre os termos da geometria espacial e da geometria plana, referindo-se a paralelepípedo como se fosse um quadrado.

Ficha 2: resumo e representações

As Equipes 1, 2 e 5 associavam os poliedros à ideia de objetos que não são redondos, que não têm circunferência ou que não rolam. As Equipes 2, 3, 4 e 5 associavam os poliedros a diferentes tipos de sólidos, podendo ter diferentes formatos de faces (lados) e/ou tamanhos, podendo ser retos ou pontudos, conforme a representação da Equipe 2, apresentada na Figura c. A Equipe 1 associava os poliedros à ideia de sólido com várias faces, podendo ser pontudos. Nenhuma das equipes respondeu corretamente o número total de vértices, faces e arestas do poliedro apresentado. A Equipe 4 contou apenas as arestas da base.

Figura *c – Respostas da Equipe 2 às Questões 1 e 2*



01) Porque eles não rolam (giram).
02) Tem varios tipos, cada qual diferentes um do outro, eles possuiem varios lados diferentes, uns são grandes, outros pequenos, uns compridos e outros largos entre eles existe alguns retangulares e outros triangulares.

Fonte: Ficha de atividade da Equipe 2

Aqui, observa-se que as equipes já mencionaram expressões sobre os poliedros, como, por exemplo, que não giram, não são redondos, têm vários tipos, têm várias faces e podem ser pontudos. Quando foram solicitadas a se expressarem sobre os poliedros, as equipes demonstraram que incorporaram novos significados em relação aos objetos em estudo. Observa-se que já surgiram novos detalhes com relação às faces 'triangulares e retangulares', como podemos observar no registro exposto acima.

4.2 Atividade 2

Tema: Reconhecimento de polígonos e alguns elementos.

Objetivos:

- Identificar e classificar os polígonos que dão formato às faces dos poliedros;
- Identificar e contar lados e vértices de um polígono;
- Identificar planificação de um poliedro apresentado;
- Localizar entre vários polígonos apresentados aqueles que juntos formam um poliedro.

Tempo de duração: 90 minutos.

Atividade composta por oito questões que buscam uma transição da geometria espacial para a plana, focando nas noções de poliedros, polígonos e, nos seus respectivos elementos, lados e vértices.

Com apenas os poliedros sobre as mesas, os educandos foram orientados a observá-los e a fazerem o reconhecimento de figuras geométricas planas representadas em suas faces. Terminado o reconhecimento, a educadora apresentou-lhes o prisma de base triangular para que os educandos contornassem suas faces, determinando, neste sentido, um triângulo, relativo à uma de suas bases, e um quadrilátero, relativo à uma de suas faces, (sem que ainda fosse feita esta classificação dos objetos). Após isso, as equipes apresentaram uma nomenclatura para essas figuras e justificarem suas escolhas.

Na sequência, as equipes desenharam os polígonos anteriormente observados nas faces dos demais poliedros, classificando-os de acordo com a quantidade de lados. Também identificaram a quantidade de vértices e apresentaram uma reflexão sobre as possíveis relações entre a quantidade de vértices e de lados.

De posse de um envelope contendo figuras planas de diferentes formatos e tamanhos, solicitamos às equipes que localizassem entre as figuras, aquelas que corresponderiam às faces de um poliedro semelhante ao apresentado pela educadora. Os pacotes de figuras das Equipes 1, 3 e 5 continham figuras que poderiam formar corretamente uma pirâmide de base quadrangular. Já com os pacotes das Equipes 2 e 4, era possível formar corretamente um prisma quadrangular.

A partir da investigação de quatro figuras planas e de um poliedro, entregues pela educadora às equipes, os educandos identificaram a região correspondente à planificação do poliedro apresentado. Para as Equipes 1 e 4, foi apresentado um prisma de base triangular. Já para as Equipes 2, 3 e 5, foi apresentado um prisma de base quadrangular. Assim como na situação descrita no parágrafo anterior, os sólidos utilizados para resolução da Ficha 2 foram os mesmos empregados para a resolução da Ficha 1.

A temática e os procedimentos que foram utilizados tinham como objetivos que os educandos percebessem um polígono como faces de um poliedro.

Desenvolvimento da atividade em sala de aula

Data: 17/11/2015

Iniciamos a atividade entregando para as equipes uma sacola contendo os *kits* de materiais didáticos, um envelope contendo figuras geométricas planas, além da Atividade 2 e da Ficha 1. A resolução da Ficha 1 demorou, aproximadamente, 20 minutos. Recolhemos a Ficha 1 e o material didático e finalizamos a aula.

Data: 18/11/2015

Retornamos à atividade do dia anterior solicitando que as equipes pusessem sobre as mesas apenas os poliedros contidos nos *kits*. Em seguida, apresentamos à turma um poliedro cujo formato de suas bases continha 5 lados, solicitando que localizassem um poliedro semelhante àquele, a partir dos poliedros que estavam sobre suas mesas. Assim, apresentando uma face com 5 lados, pedimos que as equipes desenhassem uma figura com o mesmo formato em seus cadernos. Interrogados a respeito da quantidade de lados e vértices da figura, todas as equipes responderam que havia 5 lados e 5 vértices. Posteriormente a isso, orientamos que os educandos utilizassem as letras A, B, C, D e E para nomear os vértices, lembrando-lhes que poderiam ser utilizadas quaisquer letras maiúsculas do alfabeto. Chamamos a atenção dos educandos que, a partir da nomenclatura dos vértices, o polígono ali representado seria denominado ABCDE.

Questionamos também às equipes, se elas saberiam nominar os lados do polígono. Inicialmente todos permaneceram em silêncio, no entanto, insistimos na pergunta. Um participante da Equipe 2 respondeu corretamente e todos os demais continuaram em silêncio. Desta forma, ele apressou-se em justificar sua resposta, afirmado que, ao ligar o ponto A até o ponto B, tem-se o lado AB. Ligando o ponto B até o ponto C, tem-se o lado BC. Ligando o ponto C até o ponto D, tem-se o lado CD. Ligando o ponto D até o ponto E, tem-se o lado DE e, por último, ligando o ponto E até o ponto A, tem-se o lado EA. Ao final da exposição do colega para a turma, os demais alunos deixaram claro que haviam compreendido a resposta e explicação dele.

Continuando a discussão, relembramos à turma que estávamos estudando um polígono de 5 vértices e 5 lados e gostaríamos de classificá-lo de acordo com o número de lados. Dessa forma, perguntamos à turma sobre qual seria a possível nomeação do polígono em análise. Os educandos não responderam ao questionamento. Então, para que eles refletissem sobre a questão, solicitamos que observassem as demais faces do poliedro, analisando o formato das faces. Assim, após essa observação, as equipes reagiram dizendo que tinham 4 lados. Então, mais uma vez, perguntamos como poderíamos chamar o polígono que continha 4 lados. Desta vez, a Equipe 1 respondeu “quadrado” e as demais equipes responderam “retângulo”. Para reforçar a explicação, desenhamos no quadro um polígono de 4 lados, com ângulos de diferentes aberturas. Os educandos deveriam identificar se este polígono se referia a um retângulo. Todas as equipes responderam que não. Então, “como devemos chamá-lo?”. Foi a pergunta seguinte. Um participante da Equipe 2, respondeu: “quadrangular”. Dessa resposta, alguns educandos discordaram e uma participante da Equipe 3 afirmou que aquele polígono chamava-se “quadrilátero”. Após a reposta da colega, explicamos para a turma que aquela denominação, *quadrangular*, fazia referência aos ângulos, ou seja, o polígono possuía quatro ângulos. Também pontuamos que a denominação de *retângulo* também se referia ao fato daquele quadrilátero possuir ângulos retos, enfatizando que ele deveria ser denominado de *quadrilátero* devido à quantidade de lados que possuía.

Na sequência, perguntamos à turma quais outros polígonos eles podiam reconhecer nas faces dos poliedros em estudo. Todos identificaram os triângulos nas faces das pirâmides e no prisma de base 3. Feito isto, pedimos que voltassem ao polígono de 5 lados e tentamos fazer com que as equipes lembrassem a sua possível denominação, no entanto, elas não conseguiram responder. Insistimos, indagando se alguém sabia a quantidade de vezes que o Brasil foi campeão mundial de futebol. Um participante da Equipe 5 respondeu que o Brasil foi campeão 5 vezes, pois ele é pentacampeão. Dessa forma, aproveitamos para perguntá-lo a denominação de um polígono com 5 lados. Todos riram.

Após a descontração, fomos ao quadro e desenhamos polígonos convexos com 3, 4, 5 e 6 lados. Explicamos que o procedimento de formação da nomenclatura de polígonos que possuem mais de 4 lados, se dar a partir da utilização do prefixo referente à quantidade de lados mais o sufixo *gono*. Em seguida, apresentamos uma relação com os prefixos correspondentes às quantidades de cinco a dez lados. Os educandos copiaram estas informações no caderno.

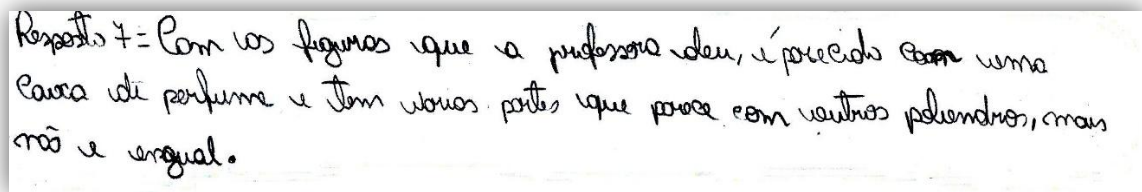
Faltando aproximadamente 30 minutos para terminar a aula, entregamos a Ficha 2 para que as equipes pudessem reformular suas respostas, utilizando os registros que julgassem necessários para que a educadora conseguisse compreendê-las. A Equipe 2 foi a primeira e Equipe 4 foi a última a entregar essa ficha.

Para a reformulação das questões apresentadas, solicitamos que os educandos formassem as equipes com a mesma composição da aula anterior, porém poucos educandos haviam chegado. Esperamos por aproximadamente 10 minutos, até que se formaram as equipes, que foram compostas da seguinte forma: Equipes 1, 3, e 5 ficaram com 5 participantes; Equipes 2 e 4 ficaram com 4 participantes. Durante a realização da atividade, um participante da Equipe 5 agiu de forma inconveniente, querendo atrapalhar o trabalho. Dessa forma, pedimos que esse educando conversasse com a psicopedagoga, pois, infelizmente, a orientadora não estava na escola. A conversa demorou em torno de 10 minutos e o mesmo reintegrou a equipe.

Ficha 1: resumo e representações

Embora estivéssemos falando de polígonos, as Equipes 1 e 4 responderam todas as questões referindo-se a poliedros, mesmo quando falaram de faces planas, deixaram claro a existência de mais de uma face, em cada objeto observado. A Equipe 1 reconheceu o triângulo como uma figura plana representada nas faces dos poliedros. As Equipes 2 e 3 reconheceram o triângulo e o quadrilátero como figuras planas representadas nas faces dos poliedros. As Equipes 3 e 4 conseguiram formar poliedros semelhantes aos apresentados pela educadora, a partir dos polígonos por eles selecionados, no entanto, não conseguiram representar adequadamente, conforme podemos observar na Figura (d), mediante a representação apresentada pela Equipe 4. Todas as equipes contaram os vértices e as faces dos poliedros manipulados, no entanto, não contaram conforme a solicitação, os vértices e os lados dos polígonos em estudo. A Equipe 5 só formulou respostas referentes aos vértices e aos lados. Nenhuma equipe identificou a planificação de um poliedro apresentando as quatro planificações que dispunham.

Figura *d – Resposta da Equipe 4 à Questão 7*


Resposta 7 = Com as figuras que a professora deu, é parecido com uma caixa de perfume e tem varios partes que parece com outros poliedros, mas não é igual.

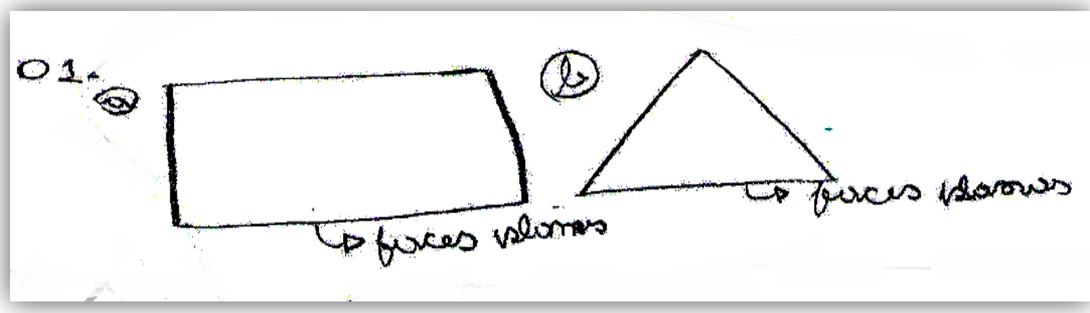
Fonte: Ficha de atividade da Equipe 4

Não ficou claro que as equipes tenham conseguido perceber relações entre as geometrias espacial e plana, pois, mesmo conseguindo formar um poliedro a partir de figuras planas e reconhecendo os polígonos como triângulos e quadriláteros, elas não conseguiram identificar a planificação de um poliedro específico entre as representações recebidas, mesmo tendo a disposição vários poliedros que podiam ser utilizados para a investigação.

Ficha 2: resumo e representações

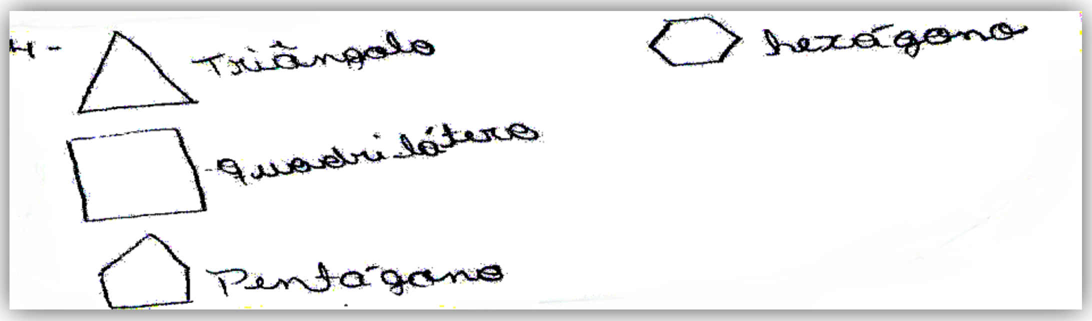
Todas as equipes associaram os polígonos à ideia de faces planas. Uma ilustração disso pode ser observada na Figura *e*, a partir da representação feita pela Equipe 4. As Equipes 1,4 e 5 reconheceram nas faces dos poliedros, polígonos com 3, 4, 5 e 6 lados, como se observa na Figura *f*, mediante a representação feita pela Equipe 4. A Equipe 1 identificou como quadriláteros apenas os polígonos com quatro lados que apresentavam formatos retangulares. A Equipe 2 reconheceu os polígonos com 3 e 4 lados presentes nas faces dos poliedros. Neste sentido, observa-se que todas as equipes contaram os vértices e as faces dos poliedros manipulados ao invés de contar os vértices e os lados dos polígonos em estudo. As Equipes 2,3 e 4 selecionaram corretamente os polígonos com os quais poderiam formar um poliedro semelhante ao apresentado pela educadora, no entanto, não conseguiram representar o poliedro formado por meio dos registros de representações semiótica. Todas as equipes conseguiram identificar a planificação de um poliedro apresentado, mas, apenas as Equipes 1 e 3 representaram os poliedros planificados.

Figura *e – Resposta da Equipe 4 à Questão 1*



Fonte: Ficha de atividade da Equipe 4

Figura *f – Resposta da Equipe 4 à Questão 4*



Fonte: Ficha de atividade da Equipe 4

Neste momento, as equipes já conseguiram associar o polígono às faces planas dos poliedros, mas os registros não deixam claro se conseguiram visualizar esses polígonos na ausência dos poliedros. Neste sentido, em determinado momento as equipes conseguiram representar os polígonos, no entanto, em outros momentos elas não conseguiram identificar os vértices e os lados dos polígonos.

4.3 Atividade 3

Tema: Noções de diagonais e de paralelogramos

Objetivos:

- Traçar diagonais;
- Identificar quadriláteros cujas diagonais se cruzam nos pontos médios;

- Reconhecer paralelogramos entre as faces dos poliedros em estudo.

Tempo de duração: 90 minutos

Atividade composta por quatro questões, na qual a quarta questão desmembra-se em cinco itens, respectivamente, *a*, *b*, *c*, *d* e *e*. Esta atividade apresenta questões relacionadas às noções de geometria plana, enfocando as ideias de diagonal e de paralelogramo.

Sabendo que os educandos já reconheciam as faces dos poliedros como polígonos, orientamos as equipes a traçarem segmentos unindo os vértices não consecutivos dessas faces. Ademais, foram orientados a fazerem comparações e considerações sobre esses segmentos. Em seguida solicitamos que eles dessem nomes a esses segmentos, esperando que os chamassem de *diagonais*.

Dando sequência à atividade, os educandos selecionaram os poliedros que apresentavam faces em formato de quadrilátero. Utilizando régua, traçaram e mediram todas as diagonais desses quadriláteros.

Esta investigação tinha como objetivo concluir que em todos os quadriláteros observados as diagonais se cruzavam nos seus pontos médios. A partir desta ideia, os educandos foram orientados a investigar outras propriedades dos quadriláteros em estudo, com o intuito de observar que os lados opostos destes polígonos são paralelos e que, portanto, se tratavam de paralelogramos.

Desenvolvimento da atividade em sala de aula

Data: 26/11/2015

Logo no início desta aula, entregamos o material manipulável, a Atividade e a Ficha 1, para que os educandos pudessem formular suas respostas. Eles apresentaram muitas dificuldades de leitura e interpretação. Ao passo que foram lendo, surgiram várias perguntas como, por exemplo: “o que é consecutivo?”, “o que é diagonal?”, demonstrando desconhecerem o conteúdo.

Nenhuma das equipes respondeu as três primeiras questões. Na quarta questão, a Equipe 1 respondeu as letras a e b. Já a Equipe 3 respondeu a letra b. A Equipe 4 respondeu as letras b e d e a Equipe 5 respondeu as letras b e d. Essas respostas não demostraram relação com o que estava sendo questionado. A Equipe 2 não apresentou nenhuma resposta. Uma participante da Equipe 4 considerou diferentes dois prismas de base pentagonal, no entanto, de tamanhos diferentes. Em aproximadamente 10 minutos recolhemos a Ficha 1.

Após recolhermos a Ficha 1, tomamos um poliedro com duas faces hexagonais e, correndo a mão por uma delas, orientamos que os educandos desenhassem em seus cadernos, um polígono com 6 lados que se assemelhasse ao formato observado. Em seguida, sugerimos que as equipes identificassem, no hexágono, os vértices A, B, C, D, E e F, lembrando que poderiam utilizar quaisquer letras para essa denominação, inclusive, que as equipes poderiam fazer diferentes denominações. Logo após esse processo, estabelecemos um diálogo sobre informações que poderiam ser abstraídas do polígono em estudo:

– Como podemos denominar o lado que vai do ponto A até o ponto B?

As Equipes 2 e 3 registraram, em seus cadernos, a resposta AB. As demais não responderam. Dessa forma, solicitamos que as equipes socializassem suas respostas, justificando-as. Uma participante da Equipe 3 disse que, saindo do ponto A, os pontos que poderiam ser encontrados primeiro seriam os pontos B e F. Assim, AB era um lado e AF era o outro lado do hexágono.

– Vocês concordam com a resposta da colega?

Insistimos, mas ninguém respondeu. Então orientamos que as equipes traçassem um segmento unindo os pontos A e E.

– Como podemos denominar este segmento?

Todas as equipes apressaram-se em dizer “AE”.

– AE é um lado do polígono ABCDEF?

As Equipes 2, 3 e 4 disseram que não.

– Por que não é lado?

A esta pergunta, todas as equipes responderam que ele estava por dentro.

– Então, o que podemos chamar de lados? Registrem no caderno sua resposta e depois socializassem com a turma.

Apenas a Equipe 3 disse que os lados vão seguindo de A para B, de B para C, de C para D e assim sucessivamente. As demais disseram ter feito respostas semelhantes.

– Além de AE, podemos traçar outros segmentos semelhantes?

Todas as equipes responderam que sim.

Em seguida, orientamos que traçassem esses segmentos e registrassem suas denominações. Em seguida, anotamos no quadro as respostas apresentadas, no entanto, um segmento não foi percebido. A equipe 5 não registrou o segmento BF, as demais equipes não registraram o segmento DF.

Para esclarecer algumas lacunas, marcamos na lousa, 6 pontos em posições estratégicas para construir um hexágono, denominando-os, respectivamente, de pontos A, B, C, D, E e F. Em seguida, traçamos segmentos, unindo sequencialmente esses pontos. Chamamos a atenção para o fato de estarmos unindo os pontos A com B, B com C, por exemplo, tomando pontos que vêm um após o outro. Dissemos que esses pontos são consecutivos e esses segmentos traçados são os lados do polígono. Mostramos que podemos unir pontos que não são consecutivos e que, neste caso, obtemos um novo elemento do polígono, as *diagonais*. Assim, traçamos os segmentos AC, AD, AE, BF, BE, BD, CF, CE e DF, chamando a atenção das equipes para o número de diagonais traçadas no hexágono, pois se diferenciava da contagem anteriormente feita pelas mesmas, onde haviam contado apenas oito diagonais.

Dando continuidade, orientamos que observassem as demais faces do poliedro em questão e traçassem suas diagonais, observando em quantos pontos essas diagonais se cruzavam. E então foram questionados a respeito do que pode se afirmar sobre esse ponto de intersecção. Sugerimos que pegassem suas réguas e medissem, analisassem e depois respondessem o que estava sendo solicitado. Um participante da Equipe 2 afirmou que as diagonais têm o mesmo tamanho e que os pontos ficam sempre no meio. Interrogamos sobre o porquê isso ocorre e ele respondeu que os lados são do mesmo tamanho. Os demais membros da equipe concordaram. Perguntamos, então, quais lados tinham o mesmo tamanho. A exposição do aluno sobre as faces do poliedro deu a entender que se referia à ideia de paralelismo entre os lados, o que a equipe compartilhou com as demais. Explicamos que essas observações condiziam com as ideias de paralelismo. Também combinamos que, ao quadrilátero que apresentar pares de lados opostos com medidas iguais, a partir de então, chamaríamos de *paralelogramos*.

Solicitamos que, individualmente, traçassem duas retas concorrentes, ou seja, que se tocassem em um ponto, e denominassem esse ponto de O. Em seguida, que tomassem o compasso com qualquer abertura e, centrado em O, determinassem os pontos A, B, C e D sobre as retas, depois unissem esses pontos. Feito isto, perguntamos que figura geométrica havia sido construída. Todos afirmaram que se tratava de quadriláteros, então escreveram em seus cadernos o nome do polígono, os segmentos que representavam os lados e as diagonais do mesmo.

Logo após, questionamos sobre o que podemos afirmar a respeito do ponto O. Houve um momento de silêncio. Então, prosseguindo a discussão e relembrando que para fazer a construção eles não alteraram a abertura do compasso, perguntamos se a distância de A até O é a mesma de O até C. Alguns responderam que sim. Continuamos, perguntando se as distâncias de B até O e de O até D também eram iguais. Então, escrevemos no quadro, AO = OC e BO = OD. “O está exatamente na metade de AC e na metade de BD, certo?”. Todos concordaram.

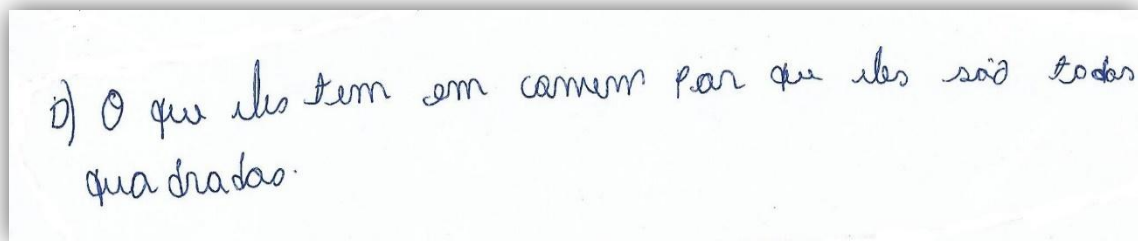
– Logo, O é ponto médio dessas diagonais. Um quadrilátero cujas diagonais se cruzam nos seus pontos médios têm lados opostos paralelos e são chamados paralelogramos.

Entregamos a Ficha 2 para que os educandos pudessem formular suas respostas a partir das orientações.

Ficha 1: resumo e representações

A Equipe 2 não fez nenhum registro. As Equipes 4 e 5 associaram os quadriláteros observados nas faces dos poliedros a quadrados. Na Figura g, temos a ilustração de uma representação da Equipe 5. A Equipe 3 referiu-se à semelhança entre os quadriláteros observados como “iguais”. A Equipe 4 referiu-se aos paralelismos dos lados dos quadriláteros, utilizando o termo reto. Nenhuma equipe traçou as diagonais solicitadas ou fez qualquer menção a elas em seus registros.

Figura *g – Resposta da Equipe 5 ao item* d *da questão 4*


D) O que eles tem em comum por que eles são todos quadrados.

Fonte: Ficha de atividade da Equipe 5

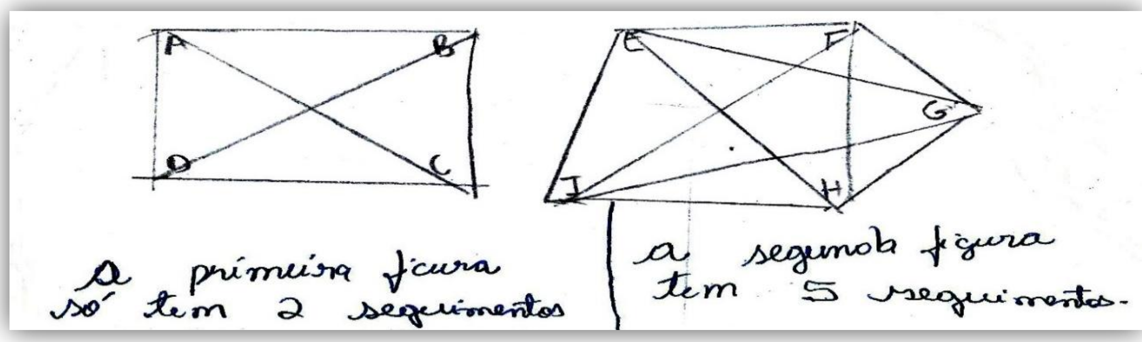
Nenhuma das equipes demonstrou, em seus registros, conhecimento anterior sobre diagonais e somente a Equipe 4 fez menção à ideia de paralelismo ao aplicar o termo reto, referindo-se aos lados opostos dos quadriláteros observados.

Ficha 2: resumo e representações

A Equipe 2 associou diagonais a segmentos não consecutivos, conforme podemos observar na Figura h. As Equipes 2 e 4 representaram em linguagem figural os polígonos de

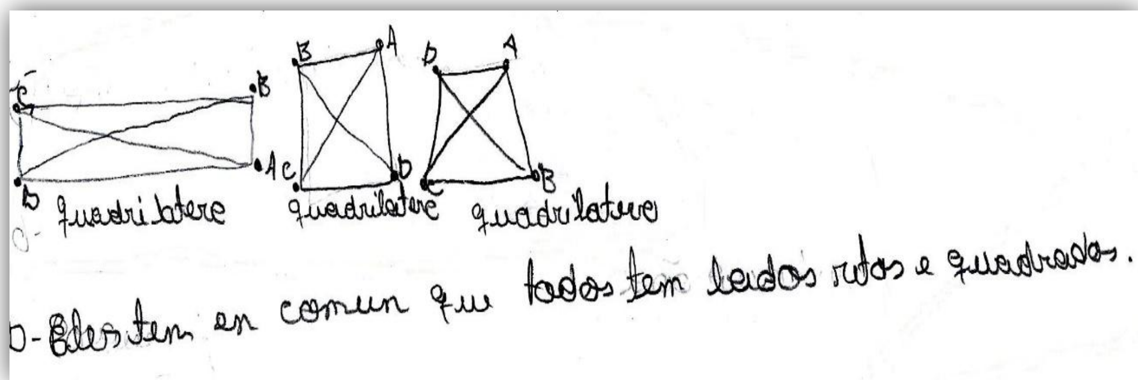
4, 5 e 6 lados com suas respectivas diagonais; ambos deixaram de traçar uma das diagonais do hexágono. A Equipe 1 traçou diagonais apenas dos quadriláteros. As Equipes 3 e 5 não fizeram qualquer registro sobre diagonais. As Equipes 1 e 4 associaram os quadriláteros estudados a polígonos com lados retos, quadrados ou retângulos, como observa-se na Figura i, representação feita pela Equipe 4. A Equipe 3 referiu-se à semelhança entre os quadriláteros observados como iguais. A Equipe 4 representou os quadriláteros cujas diagonais se cruzam nos pontos médios.

Figura *h – Resposta da Equipe 2 à Questão 2*



Fonte: Ficha de atividade da Equipe 2

Figura *i – Resposta da Equipe 4 aos itens* c *e* d *da Questão 4*



Fonte: Ficha de atividade da Equipe 4

A partir da resolução dessa ficha, as noções de diagonal e paralelogramo começaram a aparecer nos registros feitos pelas equipes. Para referirem-se à ideia de paralelogramo, as Equipes 1 e 4 mencionavam lados retos. A Equipe 3, assim como na Ficha 1, empregou o termo iguais, para falar das semelhanças entre os quadriláteros estudados.

4.4 Atividade 4

Temas: Relação entre polígonos e poliedros e classificação dos poliedros quanto à quantidade de faces

Objetivos:

- Desenhar polígonos que representam faces de um poliedro dado;
- Construir novos poliedros a partir dos polígonos desenhados;
- Classificar poliedros quanto à quantidade de faces.

Tempo de duração: 180 minutos

Atividade composta por cinco questões que buscam uma interação entre noções de geometrias espacial e plana, enfocando a construção de poliedros a partir do desenho de suas faces e a classificação desses poliedros a partir da quantidade de faces.

A educadora apresentou para as equipes o prisma de base triangular, já conhecido por eles. Utilizando compasso e régua, os participantes desenharam os polígonos que compunham as faces desse poliedro – triângulos e quadriláteros. A partir deles, construíram as planificações de um poliedro com 6 faces quadrilaterais e um poliedro com 4 faces triangulares. Em seguida, recortaram, vincaram e colaram as planificações, dando formato a dois novos poliedros. Com relação ao primeiro poliedro, a atividade solicitava apenas a sua planificação.

Por último, foi solicitado que classificassem os poliedros de acordo com a quantidade de suas faces, inclusive aqueles construídos por eles. Feita corretamente tal classificação, os educandos deveriam identificar, dentre eles, um tetraedro, um pentaedro, três hexaedros, um heptaedro e um octaedro.

Desenvolvimento da atividade em sala de aula

Data: 30/11/2015

Nesta aula, entregamos, aos educandos, o material manipulável, a atividade, a Ficha 1, papel sulfite tamanho ofício e cartolina. Na sequência, apresentamos às equipes, o poliedro de

5 faces, ou prisma de base triangular, que seria usado na resolução das questões (sem ainda fazer esta classificação). A princípio, esta atividade causou tumultuo, pois muitos dos educandos afirmaram não saber de nada, e que não fariam, pois não sabiam do que se tratava. Nenhuma das equipes realizou as construções propostas nas Questões 2 e 3. Todas fizeram desenhos em cartolina e apenas a Equipe 5 fez alguns registros na Ficha 1. Após 20 minutos, recolhemos a Ficha 1 e a cartolina usada para resolução das questões.

Em seguida, solicitamos que cada equipe identificasse um poliedro de 6 faces (caixa) que os mesmos haviam recebido. Sugerimos que eles abrissem a caixa sem rasgar e observassem sua forma plana e depois desenhassem no papel sulfite. Chamamos a atenção para o fato de estarmos observando a planificação de um poliedro de 6 faces, ambas com formato de quadrilátero. E que também podíamos observar bordas retangulares que serviram para fechar a caixa. Logo após, perguntamos como poderíamos denominar um poliedro com 6 faces, porém ninguém respondeu. Então perguntamos: “como podemos denominar um polígono de 6 lados?”. Uma participante da Equipe 1 respondeu que podemos denominar como hexágono.

Explicamos para a turma que, assim como existe uma classificação para os polígonos com relação ao número de lados, existe também uma classificação para os poliedros em relação ao número de faces. Solicitamos que retornassem as anotações de seus cadernos e, em seguida, perguntamos: “qual o prefixo referente ao número de faces do poliedro em estudo?”. Uma participante da Equipe 1 respondeu “hexa”. Então continuamos: “E como podemos chamar o poliedro que tem 6 faces?”. A mesma educanda respondeu “hexaedro”. Solicitamos que a estudante socializasse sua resposta e os motivos que a levavam a pensar assim. Continuamos a perguntar: “e se tivesse 5 faces?”. Os participantes das Equipes 1, 2 e 4 responderam que seria um pentaedro. “E se tivesse 4 faces?”. Os participantes das Equipes 2 e 3 disseram que seria um *quadriedro*.

Convidamos a turma a retornar ao assunto relativo aos “títulos do Brasil em copas do mundo de futebol”. Perguntamos aos educandos: - Até chegar ao penta campeonato, quais títulos o Brasil conquistou? Um participante da Equipe 1 respondeu que o Brasil foi campeão, bicampeão e tricampeão. - Então, perguntamos: Depois de tri o Brasil foi penta campeão? Todas as equipes responderam que não e uma participante da Equipe 3 afirmou que antes de ser pentacampeão o Brasil conquistou o 4º título. Assim, perguntamos se as equipes receberam algum poliedro com 4 faces. Todas as equipes fizeram uma rápida investigação dos poliedros que estavam sobre suas mesas, respondendo que não haviam recebido nenhum poliedro com 4 faces.

Tendo como base a pergunta anterior, explicamos que antes de ser penta campeão o Brasil foi tetracampeão. Neste caso o prefixo utilizado para a quantidade 4 seria tetra, afirmando que assim também se aplicava aos poliedros. Logo, um poliedro com quatro faces seria denominado tetraedro. Adiantamos que não havia tetraedros entre os poliedros recebidos por eles, e que os mesmos deveriam construí-lo a partir das orientações.

Mostramos para a turma um poliedro de 5 faces, especificamente, uma pirâmide de base quadrangular (sem que ainda fosse feita esta classificação). Pedimos que verificassem e respondessem quais formatos podiam ser observados nas faces daquele poliedro. Todas as equipes responderam triângulos e quadrilátero. Solicitamos das mesmas que desenhassem tais polígonos utilizando régua e compasso e identificassem seus vértices utilizando letras maiúsculas do alfabeto. Como já havíamos explicado o procedimento de construção do quadrilátero na Atividade 3, explicamos apenas o processo de construção do triângulo.

Orientamos às equipes a traçarem uma reta e a determinarem um ponto X sobre a reta. Em seguida elas deveriam tomar o compasso com qualquer abertura, centrar em X e determinar o ponto Y sobre a reta, assim como um arco fora da reta. Com a mesma abertura do compasso, as equipes deveriam centrar em Y e determinar um arco fora da reta, cruzando com o arco anterior. Neste sentido, onde os arcos se cruzam temos o ponto Z. Ao unir os pontos obteve-se o triângulo XYZ.

A partir do quadrilátero desenhado pelos participantes das equipes, orientamos a construção da planificação do poliedro em estudo, aplicando os passos utilizados para a elaboração do triângulo na construção das faces laterais da pirâmide. Em seguida recolhemos o material para continuarmos com as construções na aula posterior. Esclarecemos que a equipe que desejasse poderia, em casa, produzir o sólido a partir de sua planificação.

Data: 01/12/2015

Entregamos para os educandos o material recolhido na aula anterior juntamente com a Ficha 2. Orientamos aos mesmos a realizarem as construções solicitadas nas questões 2 e 3, utilizando régua e compasso. Aplicando os passos já utilizados para a construção do triângulo e do quadrilátero. Nesta aula, as equipes construíram apenas as planificações dos poliedros solicitados. Recolhemos o material e a atividade continuou na aula seguinte.

Data: 02/12/2015

Ao iniciarmos a aula, entregamos o material às equipes e as mesmas deram continuidade construindo os sólidos. As equipes deveriam fechar apenas o tetraedro, mas fecharam também o hexaedro. A Equipe 1 foi a que demonstrou mais dificuldade nas construções. Já a Equipe 3 construiu rapidamente os sólidos solicitados. Terminadas as construções as equipes deram início a resolução da Ficha 2.

Ao terminar a aula, recolhemos o material e a Ficha 2.

Ficha 1: resumo e representações

Todas as equipes associaram a ideia de construção à representação da figura por meio de desenho. Todas as equipes conseguiram esboçar o triângulo e o quadrilátero que representavam as faces do poliedro observado. A Equipe 5 esboçou a planificação do hexaedro a partir da face quadrilátera do pentaedro. A Equipe 1 representou o hexaedro em perspectiva, ao invés de planificado. Nenhuma equipe apresentou registro sobre a classificação dos poliedros. As esquipes 2 e 4 representaram a classificação para polígonos. A Equipe 5 tentou representar de forma planificada o poliedro de quatro faces triangulares solicitado, conforme mostra a Figura j. As Equipes 2 e 4 associaram a ideia de poliedro com quatro faces triangulares à ideia de poliedro com quatro faces laterais triangulares.

Figura *j – Resposta da Equipe 5 à Questão 3*

Fonte: Arquivo da autora

Como podemos observar, as equipes conseguiram estabelecer algumas relações entre a geometria plana e a espacial, mas não conseguiram fazer a classificação dos poliedros conforme solicitado na atividade. As Equipes 2 e 4 entenderam, como faces do poliedro, apenas aquelas que ficavam em suas laterais. A Equipe 5 representou de forma planificada e em perspectiva o pentaedro observado, embora tais procedimentos não tenham sido solicitados dentro da atividade.

Ficha 2: resumo e representações

Todas as equipes construíram as representações físicas dos objetos solicitados, como exposto na Figura *k*, a partir da representação feita pela Equipe 3. Todas as equipes representaram devidamente o triângulo e o quadrilátero solicitado, inclusive, utilizando mais de um registro, conforme podemos observar nas representações feitas pela Equipe 2, mais especificamente, na Figura *l*. As Equipes 2 e 3 associaram a ideia de planificação à ideia de sólido aberto. As Equipes 2, 3 e 5 representaram a planificação do tetraedro solicitado conforme se observa na Figura *m* (representação feita pela Equipe 2). As Equipes 1, 4 e 5 representaram o hexaedro construído por eles em perspectiva. As Equipes 3, 4 e 5 classificaram devidamente os poliedros em estudo.

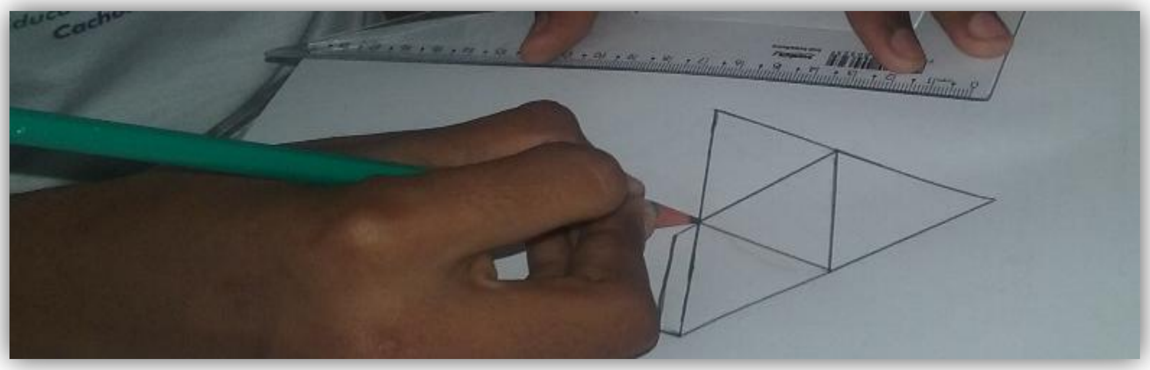
Figura *k* – *Objetos construídos pela Equipe 3, em respostas as Questões 2 e 3*

Fonte: Arquivo da autora

Figura *l* – *Resposta da Equipe 2 à Questão 1*

Fonte: Ficha de atividade da Equipe 2

Figura *m – Resposta da Equipe 2 à Questão 2*



Fonte: Arquivo da autora

Para a realização da Ficha 2, as equipes demonstraram um certo nível de superação em relação aos questionamentos propostos, tanto com relação às construções, quanto à elaboração das respostas. Podemos perceber que as equipes conseguem fazer a transição da geometria espacial para plana e vice-versa e conseguem empregar mais de um registro de representação semiótica em suas respostas.

4.5 Atividade 5

Tema: Prismas e pirâmides

Objetivo:

- Diferenciar prismas de pirâmides.

Tempo de duração: 180 minutos.

Atividade composta por cinco questões, versando sobre noções de geometria espacial, enfocando as ideias de primas e de pirâmides.

A educadora adiantou para as equipes que aqueles poliedros que estavam sobre as suas mesas pertenciam a dois grupos distintos. Assim, ela orientou que as equipes manipulassem e investigassem esses objetos, a fim de identificar diferenças e semelhanças que os auxiliassem na separação dos mesmos. Foi solicitada às equipes a separação dos poliedros em dois grupos, inclusive aqueles que haviam sido construídos por eles. Em seguida, passaram a uma conversação sobre as características que motivaram suas escolhas.

Feito isto, foram orientados a manipular os poliedros e a discutir, entre eles, sobre suas características e possíveis nomes que poderiam ser chamados. Por último, deveriam dar um nome para cada grupo e descreverem as características dos poliedros pertencentes a esses grupos.

O objetivo desta atividade era que as equipes conseguissem manifestar que as faces, que serviam de apoio aos poliedros, denominavam-se *bases* e, as demais, *faces laterais*. Esperava-se também que eles conseguissem distinguir prismas de pirâmides, assim como justificar suas escolhas utilizando as características dos poliedros, como, por exemplo, verificando que os prismas apresentam duas bases e suas faces laterais são paralelogramos, enquanto pirâmides têm apenas uma base e suas faces laterais são triangulares.

Desenvolvimento da atividade em sala de aula

Data: 03/12/2015

Inicialmente, entregamos o material para as equipes juntamente com a atividade e a Ficha 1. A resolução da mesma demorou cerca de 25 minutos. Apenas uma equipe separou devidamente os prismas das pirâmides, o que nos motivou a aproveitar a disposição dos poliedros, feita pelos educandos, para dar início a nossa intervenção.

Perguntamos qual das equipes gostaria de expor primeiro seus motivos para selecioná-los de tal forma. A Equipe 2 explicou que havia deixado aqueles que tinham mais faces de um lado e os que tinham menos do outro. Na sequência, a Equipe 3 falou que deixou todos que tinham *ponta* de fora. Então, perguntamos à Equipe 4 quais critérios utilizaram para separação e eles afirmaram ter separado as pirâmides dos outros poliedros. Neste momento, as Equipes 3 e 5 retiraram o prisma de base 3 do grupo que disseram ter pontas.

Solicitamos da turma que descrevessem as características do grupo que estavam chamando de pirâmides e todos disseram que era formado por aqueles que tinham p*ontas*. Então, perguntamos: “Como podemos chamar as faces que servem de apoio para esses poliedros?”. A princípio, houve um silêncio, mas, logo em seguida, um participante da Equipe 2 disse chamar-se base e explicou que era como um dado quando estava apoiado na mesa ou no chão. Então, questionamos a respeito da quantidade de bases de uma pirâmide e todas as equipes responderam que havia uma única base.

Chamamos a atenção das equipes para o fato das demais faces do grupo de poliedros observados serem triangulares. E indagamos: “Alguém sabe dizer como se chamam essas faces?”. Ninguém respondeu. Por conta disso, tomamos uma pirâmide de base hexagonal e apontamos para suas faces triangulares, explicando para a turma que aquelas faces chamaríamos de faces laterais. Esboçamos no quadro (sem uso de material de desenho) a pirâmide observada, fazendo a identificação da base e das faces laterais. Orientamos que o esboço fosse copiado no caderno. Recolhemos todo o material entregue às equipes no início da aula, interrompendo a atividade que teve continuidade no dia seguinte.

Data: 09/12/2015

Devolvemos para as equipes o material manipulável e solicitamos delas que arrumassem sobre as mesas os poliedros em estudo, de modo que prevalecesse a separação feita na aula anterior. Em seguida, foram orientados a posicionar os poliedros que não pertenciam ao grupo das pirâmides, de forma que todas as faces observadas em suas laterais fossem quadriláteros. Feito isto, pedimos que dissessem quantas bases possuíam esses poliedros. Uma participante da Equipe 2 afirmou possuir duas bases. Então, solicitamos que a aluna apontasse para as demais equipes, quais eram essas bases.

Relembramos que todas as faces do grupo de poliedros com duas bases eram quadriláteros e tais quadriláteros pertenciam a um grupo já estudado por nós. Perguntamos às equipes se elas lembravam a que grupo pertenciam aqueles quadriláteros. Novamente a participante da Equipe 2 respondeu que era um paralelogramo. Para reforçar a resposta da educanda, apontamos para o grupo de pirâmides fazendo a seguinte afirmativa: Nós temos um *grupo de poliedros que possuem apenas uma base e todas as faces laterais são triangulares, a esses poliedros chamamos pirâmides.* Em seguida, apontando o outro grupo, relatamos que havia um grupo de poliedros que possuem duas bases e suas faces laterais são paralelogramos. Alguém pode dizer como são chamados esses poliedros? Perguntamos. Nenhuma equipe respondeu. Então, chamamos atenção da turma para dizer que os poliedros que apresentavam aquelas características eram denominados de prismas.

Ao final da aula recolhemos o material e adiantamos para as equipes que a Ficha 2, referente àquela atividade seria respondida na aula seguinte.

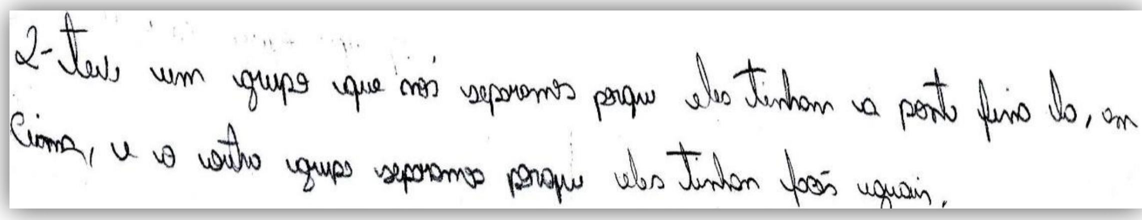
Data: 10/12/2015

Ao iniciar a aula, entregamos para as equipes o material e a Ficha 2, solicitamos que organizassem os prismas e as pirâmides sobre a mesa, separadamente, discutindo entre si a respeito do assunto e apontassem dúvidas perante a sala. Após dez minutos, orientamos que começassem a resolução das questões. Terminada a aula, recolhemos a ficha e os orientamos a ficar com os prismas e as pirâmides sobre as mesas, pois esses seriam utilizados para resolução da atividade seguinte.

Ficha 1: resumo e representações

As Equipes 3 e 4 referiam-se a pirâmides e prismas como poliedros pontudos e poliedros de faces iguais, respectivamente, como se observa na Figura n, a partir da representação produzida pela Equipe 4. As Equipes 1, 3 e 5 associaram as diferenças entres os poliedros, às diferenças nos formatos das faces. A Equipe 4 associou a base e as faces laterais dos poliedros aos termos *faces de dentro* e *face de fora*. As Equipes 2, 3 e 5 utilizaram a palavra *base* para representar as faces que apoiam os poliedros sobre a mesa.

Figura n – *Respostas da Equipe 4 à Questão 2*


2- Tem um grupo que nós separamos porque eles tinham a ponta fina do, em cima, e o outro grupo separamos porque eles tinham faces iguais.

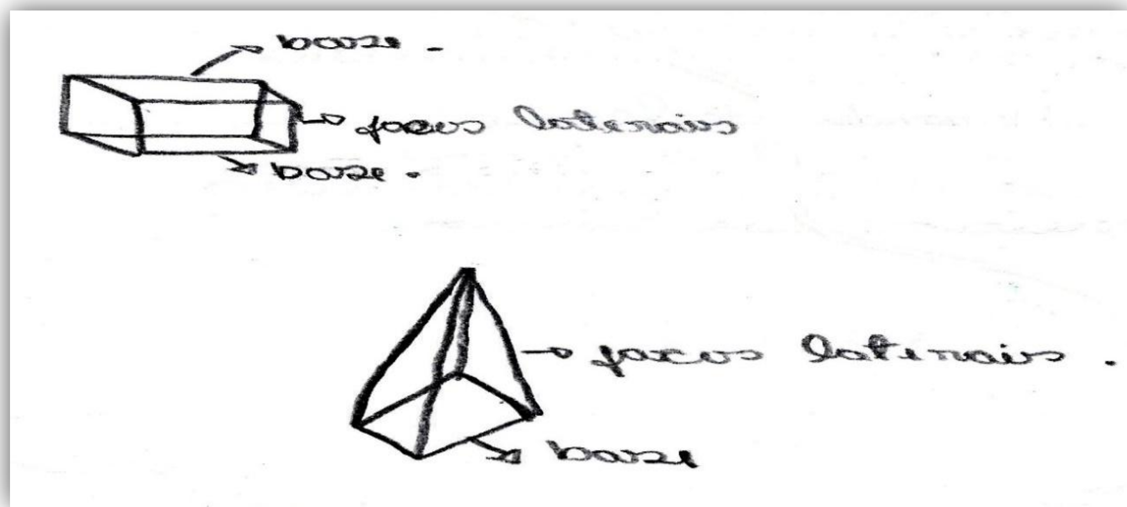
Fonte: Ficha de atividade da Equipe 4

Embora seja ainda a Ficha 1, as equipes já conseguiram expressar ideias condizentes com os objetos em estudo, mesmo não sabendo empregar devidamente alguns termos inerentes a eles.

Ficha 2: resumo e representações

As Equipes 1, 2, 3, e 5 associaram pirâmide à ideia de poliedro pontudo com uma base. As Equipes 1, 2, e 5 associaram prisma a poliedros com duas bases. Todas as equipes conseguiram identificar as bases dos prismas e das pirâmides em estudo, como podemos observar na representação da Equipe 3, mediante a Figura *o*.

Figura *o – Resposta da Equipe 3 à Questão 5*



Fonte: Ficha de atividade da Equipe 3

A Equipe 5 observou que as faces laterais das pirâmides são triângulos e as dos prismas são quadriláteros. A Equipe 4 empregou os termos iguais e da mesma quantidade, referindo-se a posição entre as bases dos prismas e aos formatos dessas bases. As Equipes 1 e 2 classificaram adequadamente os grupos de poliedros em estudo. As Equipes 1, 3, 4 e 5 identificaram as faces laterais dos grupos de poliedros. A Equipe 2 identificou as faces laterais dos prismas como paralelogramo. A Equipe 3 observou que o prisma apresentava mais faces do que a pirâmide, se eles tivessem o mesmo formato de base.

Nesta atividade, assim como na anterior, as equipes demonstraram superação em relação aos objetos em estudo. Desse modo, o que mais chamou nossa atenção diante das produções foram as trocas de termos feitas pela Equipe 4, quando empregou os termos iguais e da mesma quantidade para se referir ao paralelismo e à congruência entre as bases dos prismas em estudo.

A Equipe 4 já havia trocado o termo paralelo por reto na Atividade 3. Então, ao recolher a atividade, pedimos que a equipe apontasse na sala de aula algumas situações onde poderíamos empregar os termos *paralelos* ou *paralelas*. Além disso, pedimos que os participantes da equipe apontassem as paredes opostas da sala, os lados opostos do quadro branco e os traços da cerâmica que revestiam o piso. Então, entendemos que os mesmos haviam compreendido o significado dos termos em estudo.

4.6 Atividade 6

Tema: Prismas e pirâmides

Objetivos:

- Classificar prismas e pirâmides a partir do formato de suas bases;
- Identificar relações existentes entre as quantidades de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides.

Tempo de duração: 90 minutos.

Atividade composta por apenas uma questão que se desmembra em três itens, *a*, *b* e *c*. Esses itens consistem em orientações para preenchimento de uma tabela, na qual os educandos deveriam reunir suas compreensões sobre prismas, pirâmides e seus elementos, vértices, faces e arestas.

Com os poliedros separados em dois grupos, mais especificamente, prismas e pirâmides, os educandos foram orientados a fazer a classificação deles de acordo com o formato de suas bases e a registrarem na tabela tal classificação. Em seguida, realizaram a contagem e os registros das quantidades de vértices, face e arestas. Feito isto, passaram a analisar tais dados, a fim de escreverem alguma relação envolvendo esses números, tendo por objetivo que os educandos observassem a validade da relação de Euler para tais poliedros.

Desenvolvimento da atividade em sala de aula

Data: 10/12/2015

Ainda durante esta aula, entregamos para as equipes a Atividade 6 juntamente com a Ficha 1, referente a esta atividade. A princípio, gerou um pouco de tumultuo, pois as equipes não compreenderam o que poderia ser respondido na tabela. Orientamos apenas que deveriam continuar observando e manipulando o material, para relembrar das classificações que já haviam feito dos poliedros e dos seus elementos faces, arestas e vértices. Diante disso, apenas as Equipes 2 e 5 completaram toda a tabela. No entanto, as respostas apresentadas pela Equipe 5, na coluna onde deveria escrever uma relação entre os elementos dos prismas e pirâmides observados, não correspondiam ao que estava sendo pedido. As equipes demoraram aproximadamente 25 minutos na resolução desta ficha.

Recolhida a Ficha 1, passamos a interagir com as equipes. Dando continuidade, solicitamos que eles contassem os poliedros que havia sobre suas mesas. Confirmado o total de 9, explicamos que esse seria o motivo pelo qual que as equipes só conseguiriam responder até a linha 9 da tabela, observando esse material. Então, pedimos que cada equipe escolhesse um poliedro, entre os estavam sobre a mesa, usando o critério que lhes parecessem melhor. Poderia ser o mais conhecido ou o que mais chamasse a atenção dos seus participantes. Orientamos que contassem e anotassem nos cadernos as quantidades de faces, arestas e vértices.

Neste sentido, exploramos oralmente as relações existentes entre a quantidade de vértices e a quantidade de faces da pirâmide, a relação entre a quantidade de arestas e a quantidade de vértices da base e a relação entre a quantidade de faces e a quantidade de vértices da base de um prisma. Mas, como na Ficha 1 já apareceram alguns registros concernente à relação de Euler, achamos por bem explorar esta relação para efeito de registros da atividade. Após essa exposição, construímos o quadro a seguir, cujos dados foram fornecidos pelas equipes, a partir dos poliedros por elas escolhidos.

Quadro 2 – *Contagem de vértices, faces e arestas de poliedros em estudo*

Nomes das figuras geométricas observadas	V	F	A
Pirâmide de base quadrangular	5	5	8
Prisma de base hexagonal	12	8	18
Prisma de base pentagonal	10	7	15
Prisma de base quadrangular	8	6	12
Prisma de base quadrangular	8	6	12

Fonte: Arquivo da autora

Terminada a aula, recolhemos o material para que a atividade tivesse continuidade no dia seguinte.

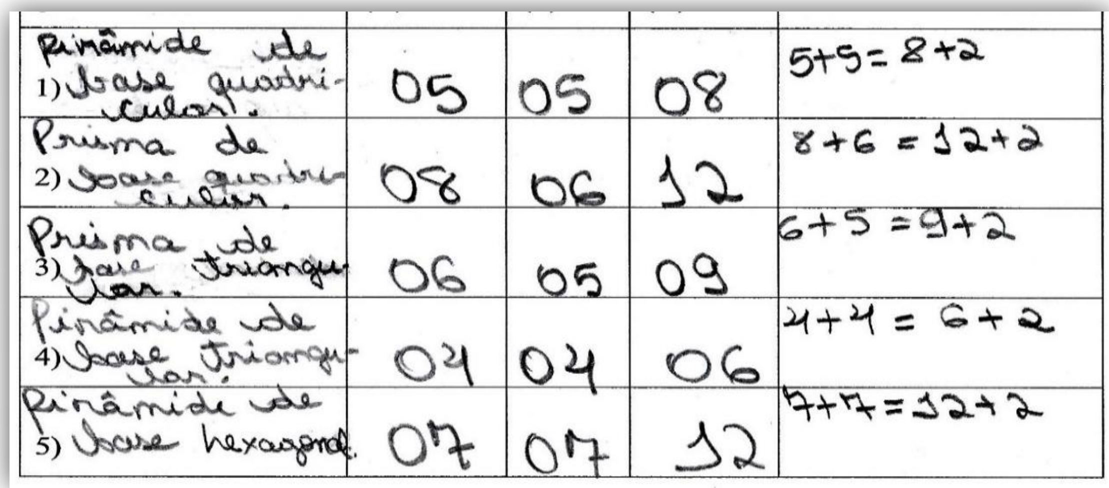
Data: 14/12/2015

Entregamos para as equipes o material juntamente com a Ficha 2. Copiamos no quadro a tabela construída na aula anterior, para que fosse feita a análise dos números de vértices, faces e arestas. Assim, formamos uma nova tabela com a qual justificamos a relação de Euler.

Ficha 1: resumo e representações

A Equipe 5 classificou os poliedros em estudo como prismas e pirâmides. A Equipe 1 não definiu critérios para a classificação dos poliedros, pois ora classificou-os como prismas e pirâmides, ora classificou-os a partir do formato de suas bases. As Equipes 2 e 3 classificaram adequadamente os prismas e as pirâmides em estudo, de acordo com o formato de suas bases. A Equipe 2 identificou corretamente a quantidade de vértices, faces e arestas dos prismas e pirâmides em estudo, mostrando numericamente a relação de Euler para cada um deles, conforme a Figura *p*. A Equipe 5 considerou apenas as faces laterais dos prismas e pirâmides estudados. Em alguns momentos, as Equipes 1 e 3 tentaram escrever a relação de Euler para os poliedros trabalhados. A Equipe 5 associou a relação entre os vértices, faces e arestas ao formato de suas bases. A Equipe 4 não fez registros sobre vértices, faces e arestas. As Equipes 2 e 3 informaram corretamente os números de vértices e arestas de um prisma de 14 faces. A Equipe 4 representou em linguagem figural um prisma, cuja base é um polígono de 16 lados, mas não conseguiu representar os poliedros por meio de outro registro.

Figura *p – Respostas da Equipe 2 à tabela*



1) Pirâmide de base quadricular.	05	05	08	5+5=8+2
2) Prisma de base quadricular.	08	06	12	8+6=12+2
3) Prisma de base triangular.	06	05	09	6+5=9+2
4) Pirâmide de base triangular.	04	04	06	4+4=6+2
5) Pirâmide de base hexagonal.	07	07	12	7+7=12+2

Fonte: Ficha de atividade da Equipe 2

A Equipe 2 demonstrou certo domínio sobre o objeto em estudo. Além de responder adequadamente a atividade, ela empregou nela os três tipos de registros anteriormente trabalhados. A Equipe 4 buscou representar um poliedro diferente daqueles que já estavam com as equipes, no entanto, o fez apenas em figura geométrica. Não podemos afirmar, contudo, que a produção se deu de forma consciente, uma vez que a equipe não conseguiu representá-lo em outro registro.

Ficha 2: resumo e representações

A Equipe 5 classificou os poliedros em estudo como prismas e pirâmides. A Equipe 5 associou a relação entre vértices, faces e arestas ao formato de suas bases. A Equipe 5 associou a relação entre vértices, faces e arestas ao formato de suas bases. A Equipe 1 classificou corretamente os poliedros e contou os vértices, as faces e as arestas dos prismas de base 3, 5 e 6 e da pirâmide de base 4. As Equipes 2, 3 e 4 classificaram corretamente os prismas e as pirâmides em estudo, de acordo com o formato de suas bases. Elas contaram adequadamente os vértices, as faces e as arestas. Tendo como base um prisma de 14 faces e uma pirâmide de 13 vértices, observou-se que as Equipes 2 e 3 exprimiram corretamente o formato de suas bases e as quantidades de vértices, faces e arestas. A Equipe 2 representou uma pirâmide de base 13 e um prisma de base 11 por meio da linguagem figural e o número de vértices, faces e arestas, conforme a Figura *q*. A Equipe 4 representou por meio da linguagem figural uma pirâmide de base 12. A Equipe 2 escreveu numericamente a expressão de Euler para cada poliedro, inclusive para aqueles que não dispunham de material concreto para auxiliar. A Equipe 4, ao tentar formalizar a relação de Euler para os poliedros estudados, parou na expressão $V + F =$, valor numérico correspondente à adição.

Figura q – *Representações produzidas pela Equipe 2, em complemento as repostas apresentadas*

Fonte: Ficha de atividade da Equipe 2

Apenas a Equipe 2 respondeu adequadamente toda atividade. No entanto, com relação a elaboração da relação de Euler, parou na representação auxiliar. A Equipe 5 repetiu o equívoco apresentado na Ficha 1 e não apresentou coerência em suas respostas, nem mesmo para aquelas que dispunham de material concreto para investigação. A Equipe 2 conseguiu representar nos três registros uma pirâmide de base 13 e um prisma de base 11. No entanto, não conseguiram produzir em perspectiva o desenho da pirâmide, desenhando a vista de cima da pirâmide e utilizando frase na língua natural para esclarecer isso, como mostram as representações acima.

Esta atividade se deu para o fechamento da primeira fase da intervenção pedagógica. A mesma foi elaborada em formato de tabela, requisitando o uso dos três tipos de registros até então trabalhados. A atividade tinha como objetivo classificar os prismas e as pirâmides em estudo, de acordo com o formato de suas bases. Assim, os educandos deveriam contar o número de vértices, faces e arestas e escrever a relação de Euler para esses poliedros. Em resumo, a atividade explorou noções já conhecidas das equipes como, por exemplo, a investigação da relação entre os vértices, as faces e as arestas de um poliedro, a diferenciação de prismas e de pirâmides e a classificação de polígonos de acordo com a quantidade de lados. A atividade não apresentava numeração de questões e parte das respostas teria que ser feita sem acesso ao material manipulável.

4. 7 Discussão e análise dos dados

As seis primeiras atividades realizadas consistiram numa fase preparatória, que teve como objetivo colocar os educandos em contato com as noções conceituais das geometrias espacial e plana, mais especificamente, sobre poliedros e polígonos. Além disso, fazer uso de diferentes registros de representações semióticas, sabendo que a aprendizagem em Matemática está associada ao uso coordenado desses registros.

Na oportunidade, os educandos manipularam, construíram e desconstruíram objetos concretos, além de responder questionamentos sobre os objetos geométricos em estudo, utilizando as linguagens natural, formal e figural, estas constituem-se em três tipos de registros de representações semióticas. O registro discursivo *língua natural na modalidade oral* foi empregado durante todo o trabalho, quase sempre como primeira representação semiótica produzida a partir das representações físicas, como podemos chamar os objetos concretos utilizados para representar os objetos geométricos em estudo.

A associação entre material manipulável, linguagem oral e escrita tinha como objetivo aumentar as possibilidades de aprendizagem, pois em consonância com Santana e Correia

(2001) a linguagem oral associada a outros recursos transforma a relação de ensino com a aprendizagem, auxiliando o processo educacional. Já para Morgan (2002), a escrita funciona como exercício integrador entre mãos, olhos e cérebro. E, portanto, associada à linguagem oral e à manipulação de material, potencializa a reflexão dos educandos sobre as informações abstraídas das situações de ensino, além de revelar concepções alternativas, estejam essas em conformidade ou não com a teoria em estudo, como preconiza Santos (2005).

Na resolução da Ficha 1, as equipes foram levadas a mobilizar seus conhecimentos prévios sobre poliedros e polígonos, como também suas formas de representação, aparecendo com predominância a *língua natural na modalidade escrita* e as *formas icônicas*. A resolução desta ficha nos auxiliou nas discussões durante a interação. De acordo com Santos e Nacarato (2014), o processo de ensino não pode desconsiderar os conceitos trazidos para a escola pelos educandos, pois a ampliação e ressignificação desses possibilitará a formação do pensamento geométrico.

Durante as intervenções, conduzimos uma discussão sobre os objetos em estudo, na medida em que fazíamos o reconhecimento, construção e reconstrução das figuras geométricas em maquete e em desenho. Desse modo, colocamos os educandos em contato com os registros, *língua natural na modalidade oral* e *configuração geométrica*. Além disso, empregamos também a escrita simbólica, própria da matemática em algumas respostas. Na Atividade 6, utilizamos uma representação auxiliar que nos ajudou a empregar as informações colhidas diretamente dos poliedros e a expressar, em língua natural, por exemplo, o número de vértices, de faces e arestas na construção da relação de Euler. Antes da forma algébrica V+F = A+2, também pudemos escrevê-la como expressão numérica. “Para poder colocar em evidência as correspondências regulares entre as variações de enunciados (ou de encaminhamento de enunciados) e as variações de conteúdo no registro, é preciso passar por representações auxiliares de transição” (DUVAL, 2011, p. 125).

Nesse sentido, os educandos tiveram oportunidades de conhecer e trabalhar com os registros de representações semióticas que seriam posteriormente empregados na resolução das questões propostas. Tais representações foram utilizadas na resolução da Ficha 2, bem como para a realização da Atividade 7, na qual os educandos seriam convocados a utilizar de forma coordenada os diferentes registros de representações semióticas já conhecidos, a fim de evidenciar em suas respostas conteúdos intrínsecos aos objetos geométricos estudados.

A resolução da Ficha 2 consistiu em um momento para os educandos manifestarem seus conhecimentos sobre os objetos estudados em cada atividade, uma vez que solicitamos deles a reformulação das respostas apresentadas na Ficha 1. Além de melhorar suas respostas com relação às noções conceituais estudadas, eles deveriam enriquecer suas representações como, por exemplo, trocar a forma icônica pela configuração geométrica, combinando representações em *língua natural escrita* com *escrita simbólica* ou *língua natural escrita* com *configuração geométrica*. Abrindo assim espaço para a transformação das representações e, em consequência, a produção de novos conhecimentos. Nestas atividades também é possível observar a predominância do uso da *língua natural na modalidade escrita* e as *formas geométricas*, porém, de maneira mais elaborada.

O quadro 3, apresentado a seguir, foi produzido a partir do apêndice B no qual apresentamos o desempenho das equipes concernente à resolução das primeiras cinco atividades, tanto para a Ficha 1 F1, quanto para a Ficha 2 F2. Essas atividades somavam um total de 26 questões. Trazemos, para cada uma das equipes, o número de questões respondidas, o número de respostas em *língua natural*, o número de respostas em *linguagem formal*, o número de repostas em *linguagem figural*, o número de respostas em *língua natural* e *linguagem figural* e o número de respostas em *língua natural* e *linguagem formal*.

Quadro 3 – *Demonstrativo de desempenho das equipes com relação ao uso dos registros de representações semióticas*

	Equipe 1		Equipe 2		Equipe 3		Equipe 4		Equipe 5	
	F 1	F 2	F 1	F 2	F 1	F 2	F 1	F 2	F 1	F 2
Número de questões respondidas	21	24	20	26	22	23	21	25	10	22
Número de respostas em língua natural	13	14	8	9	12	11	17	15	9	17
Número de respostas em língua formal	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-
Número de respostas em linguagem figural	5	-	-	2	4	-	1	-	1	-
Número de respostas em língua natural e linguagem figural	2	8	11	13	6	12	3	10	-	5
Número de respostas em língua natural e língua formal	1	1	1	2	-	-	-	-	-	-

Fonte: Arquivo da autora

Aqui, consideramos como respostas em *língua natural* e *figural* àquelas respostas apresentadas, simultaneamente, no registro discursivo multifuncional da *língua natural* e no registro não discursivo multifuncional *configuração geométricas*. Assim, também consideramos repostas em *linguagens natural* e *formal* àquelas representadas simultaneamente nas *línguas natural* e *formal*.

Como podemos observar no quadro, todas as equipes apresentaram maior número de respostas nas Fichas 2. Na soma das respostas oferecidas pelas equipes e nas cinco atividades observadas, predominam-se, em ambas as fichas, o registro *língua natural* seguido pelas *figuras geométricas*. As Equipes 1 e 2 empregaram três tipos de registros em suas respostas, tanto na Ficha 1, como na Ficha 2, no entanto, o número de questões utilizando simultaneamente a *língua natural* e *figural*, assim como *língua natural* e *formal* foi maior na Ficha 2. Esse resultado é observado também para as demais equipes.

Não inserimos a Atividade 6 nessa tabulação de dados por três motivos. Primeiramente, a mesma não foi organizada em questões, desviando-se do padrão aqui considerado para contabilizar o número de respostas por registro de representação semiótica empregado. Em segundo lugar, a atividade não ofereceu liberdade de escolha para os registros empregados, pois cada coluna da tabela requeria preferencialmente um tipo de registro, o que contribuiu com a não diversidade de representações nessas respostas. Por último, consideramos que as noções conceituais trabalhadas na mesma, com exceção da classificação de poliedros a partir do formato de suas bases, foram trabalhadas nas atividades anteriores. No entanto, os possíveis significados produzidos na mesma, poderão ser revelados na atividade final, onde serão mobilizadas diferentes representações, tendo como base o pensamento de Duval (2009) que analisa que, se houver conhecimento, o indivíduo será sempre capaz de mobilizar uma representação que o revele.

Como podemos observar, a partir da descrição de aulas e resumo das fichas, muitos significados sobre os poliedros e polígonos em estudo foram revelados pelas equipes durante a realização das atividades. Aqui, tratamos como significados, as denominações feitas aos nossos objetos de estudo, em cada atividade, e que foram apresentados por meio dos diferentes registros de representações semióticas empregados nas resoluções dessas atividades. Embasamo-nos em Lins (2005) para admitir como significado de um objeto o que se pode e o que efetivamente se diz sobre ele. Desse modo, consideramos como significados todas as denominações empregadas para expressar o conteúdo dos objetos em estudo, estejam essas coerentemente aplicadas ou não como, por exemplo, o emprego do termo *reto* para expressar a ideia de paralelismo.

Como esta fase consiste em uma etapa de estudos preparatórios na qual as equipes foram levadas a produzir significados e representações dos objetos geométricos em estudo, achamos por bem fazermos uma breve discussão dos termos empregados para expressar significados de objetos em análise, cuja aplicação não lhes são usuais. Assim, para isto, escolhemos os termos mencionados durante as interações com a educadora, pois são passíveis de renegociações. A seguir, destacamos os termos com esta característica. A discussão desses termos se justifica pelo fato de vermos neles uma das motivações da nossa pesquisa.

Na Atividade 1, as Equipes 2 e 3 empregaram o termo *lados* referindo-se às faces do poliedro. Aplicaram para geometria espacial uma nomenclatura já conhecida por eles, da geometria plana, pois não dispunham de um termo adequado para tal. Percebemos que tratava-se apenas de uma troca de termos quando pedimos para a turma apresentar exemplos de objetos e lugares nos quais pudéssemos observar representações dos sólidos geométricos em estudo, sendo que todas as equipes reportaram-se a objetos e lugares cujas representações evidenciavam formatos em três dimensões.

Na Atividade 2, ao serem perguntados sobre como classificar um polígono de quatro lados, a Equipe 1 respondeu *quadrado*, e as demais equipes responderam *retângulo*. Assim, em um segundo momento, a Equipe 2 respondeu *quadrangular*. Como podemos observar, as equipes apresentaram diferentes nomenclaturas para o polígono em questão. Possivelmente, desconheciam as propriedades que justificam tais classificações, uma vez que não identificam como retângulo o desenho de um quadrilátero cujos ângulos apresentam diferentes aberturas, mas empregam o termo retângulo para representar um polígono de quatro lados, para o qual não conheçam nenhuma outra propriedade.

Na Atividade 3, a Equipe 2 observou que as diagonais em estudo eram do mesmo tamanho e se cruzavam ao meio, neste caso, *mesmo tamanho* está associado à ideia de *congruência* e *meio* a *ponto médio*. Pois ao ser perguntado sobre o porquê disso acontecer, um participante da equipe explicou que os lados são do mesmo tamanho, e fez exibições sobre as faces do poliedro, evidenciando os pares de lados opostos paralelos.

Na Atividade 4, as Equipes 2 e 3 empregaram o termo *quadriedro* ao se referirem a um poliedro de quatro faces, ao se expressarem assim as equipes estavam aplicando ao objeto espacial um prefixo já conhecido por eles para formar a nomenclatura do objeto plano quadrilátero. Como o prefixo *tetra* era desconhecido da turma, optamos por introduzi-lo a partir de uma analogia com os títulos do Brasil em copas do mundo de futebol. A construção do poliedro de quatro faces também se fez necessário para auxiliar os educandos na compreensão sobre tetraedro, uma vez que esse termo é específico da Matemática e tinha significado desconhecido para a turma.

Na atividade 5, as Equipes 1, 2, 3 e 5 associaram prisma de base 3 a pirâmides e afirmaram que as mesmas continham *pontas*. A partir das discussões e negociações com a educadora e com outras equipes, principalmente após a apresentação da Equipe 4, as Equipes 3 e 5 perceberam que o poliedro diferenciava-se dos demais do grupo das pirâmides.

Explicamos para a turma que no grupo denominado pirâmides todas as faces laterais tinham formato triangulares.

Durante as discussões que conduziram a interação educandos/educadora na atividade seis, nenhuma das equipes expressou indevidamente termos para significar qualquer dos objetos em estudo.

Como podemos observar, os termos anteriormente destacados estavam expressando significados condizentes com os objetos geométricos estudados, embora tais significados não correspondessem às designações para as quais são usualmente empregados. Portanto, consistiam em representações semióticas produzidas pelos educandos para expressarem os objetos geométricos para os quais não dispunham de outra representação mais apropriada, na língua natural. Para fazermos tal afirmação recorremos ao teste da *justaposição*. Segundo Duval (2011), em Matemática, esse processo consiste em fazer associações entre representações semióticas para chegar ao reconhecimento dos objetos em estudo.

À medida que as equipes apresentavam as representações já mencionadas, sentimos a necessidade de introduzir, nas discussões, outras representações dos mesmos objetos para podermos comparar as associações feitas pelos educandos e nos certificarmos de que o conteúdo geométrico que as equipes se dispunha expressar era condizente com os objetos de estudo. Podemos citar, como exemplo, o termo *lado* empregado para representar face, na Atividade 1. Para nos certificarmos que se referia a faces de um sólido geométrico e não aos lados de um polígono, solicitamos das equipes que apresentassem exemplos de objetos e lugares onde pudéssemos observar representações de poliedros, e todas as equipes citaram representações tridimensionais e não planas.

Neste capítulo apresentamos as atividades referentes à primeira fase da intervenção pedagógica, além de trazermos uma breve análise sobre o comportamento das equipes em relação a essas atividades e aos significados apresentados por elas. Embora não tenhamos aqui o objetivo de avaliar a aprendizagem dos educandos, somos motivados a fazer dois destaques que evidenciam a evolução da turma com relação aos conteúdos trabalhados, tanto no que concerne aos objetos geométricos, quanto no que concerne ao emprego dos registros de representações semióticas. As considerações a seguir baseiam-se na comparação feita entre os resultados apresentados pelas equipes nas Fichas 1 e 2, cujos conteúdos encontram-se nos resumos e no quadro 3. No entanto, a discussão aqui exposta refere-se aos resultados apresentados na Ficha 2.

Iniciamos nossas considerações pela apresentação de significados, deixando claro que nem sempre houve unanimidade das repostas por parte das equipes, mas trazemos como entendimento da turma o que houve com predominância. Em se tratando do reconhecimento de poliedros, a predominância se deu em associar poliedros à ideia de objetos geométricos que não apresentam formas arredondadas, são formados por faces planas de diferentes tamanhos e formatos, podendo ser *pontudos* ou *retos*. Já com relação ao reconhecimento de polígonos, as equipes associaram polígonos às faces planas dos poliedros, mas os registros não deixam claro se conseguiam visualizar esses polígonos na ausência desses poliedros, pois, em determinado momento, representaram polígonos, mas em outros não conseguiram identificar os vértices e lados de um polígono. Aconteceu uma associação das noções de diagonais e paralelogramos com as ideias de segmentos, unindo os vértices não consecutivos de um polígono e polígonos de lados retos, respectivamente.

No que concerne à relação entre poliedros e polígonos, as equipes demonstraram um determinado nível de superação em relação aos questionamentos propostos, tanto com relação às construções, quanto à elaboração das respostas. Fizeram transição da geometria espacial para plana e vice-versa, empregando mais de um registro de representação semiótica em suas respostas.

No tocante às noções de pirâmides e prismas, podemos fazer algumas considerações. Neste sentido, a ideia de pirâmide aparece associada à noção de *poliedro pontudo*, com apenas uma base e faces laterais triangulares, enquanto que o prisma aparece associado à ideia de poliedro com duas bases paralelas e com faces laterais em formato de paralelogramo. Para a classificação, de acordo com o formato das bases, a turma apresentou representações em língua natural e formal para os prismas e pirâmides com bases 3, 4, 5 e 6, apresentando classificação e contagem dos vértices, faces e a restas.

A evolução da turma também pode ser percebida pelo rendimento apresentado pela mesma com relação ao emprego dos registros de representações semióticas. Uma vez que na Ficha 2, todas as equipes conseguiram se expressar melhor, tanto em quantidade de questões respondidas, quanto na elaboração de respostas, observa-se o emprego simultâneo de dois registros de representações semióticas. Por meio desses registros tivemos acesso aos significados anteriormente destacados.

Analisando que a atividade matemática encontra-se estritamente relacionada à produção de representações semióticas, entendemos que os avanços observados nos significados apresentados na Ficha 2, em relação aqueles apresentados na Ficha 1, estão relacionados ao melhoramento na produção das representações semióticas apresentadas pelas equipes, ao comparar tais resultados nas referidas fichas. Para Duval (2011), o acesso aos objetos matemáticos está condicionado ao reconhecimento dos conteúdos de suas representações, pois é a partir do desvendamento dos conteúdos de pelo menos duas representações semióticas que temos acesso ao conteúdo matemático nelas representado.

CAPÍTULO 5

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS COMO FONTES DE SIGNIFICADOS

Na sétima atividade, os educandos foram convocados a expressarem os conhecimentos anteriormente adquiridos, no que diz respeito tanto aos conteúdos geométricos quanto aos registros de representações semióticas empregados durante as seis primeiras atividades. Podendo, assim, demonstrarem autonomia em relação ao assunto, uma vez que eles mesmos assumiram o comando da atividade do início ao fim, compartilhando suas compreensões com a educadora. Neste trabalho prevaleceu a atividade de transformação de representações semióticas do tipo conversão. A partir das representações assim produzidas, destacamos os significados revelados, comparando-os aos registros de representações empregados na resolução das atividades da fase preparatória.

5.1 Atividade 7

Tema: Poliedros e polígonos e seus elementos

Objetivo:

- Apresentar, por meio de diferentes representações, objetos geométricos estudados em aulas anteriores.

Tempo de duração: 190 minutos

Atividade composta por três questões, a qual orientou as etapas de execução do produto final. Nesta atividade, cada equipe construiu um porta-lápis que evidenciava formas geométricas observadas nos poliedros e polígonos estudados em aulas anteriores, confeccionaram cartazes de divulgação do objeto e apresentaram às demais equipes.

As equipes receberam, por escrito, a relação das etapas a serem desenvolvidas durante a execução da atividade, cópias xerográficas de diferentes modelos de porta-lápis, cartolinas brancas, papel cartão de diversas cores, cola e material de desenho.

Inicialmente, os educandos leram e discutiram as orientações das etapas a serem seguidas. Após isso, dúvidas e interpretações foram compartilhadas com a educadora para que fossem evidenciadas possíveis incertezas com relação à construção do objeto e confecção do cartaz. Cada equipe escolheu, entre as imagens de diferentes modelos de porta-lápis, o que mais agradou aos seus membros. Em papel cartão, desenharam e recortaram as partes do objeto que foram posteriormente coladas, dando o formato esperado. No momento da construção, houve bastante integração entre os participantes das equipes. Desenhando, recortando ou colando, todos puderam se envolver e se divertir nesta etapa.

Observando o objeto por eles construído, os educandos o desenharam e pintaram em cartolina branca. Em seguida, produziram textos escritos relatando os motivos que os levaram a escolher aquele modelo de objeto, bem como as figuras geométricas que conseguiam identificar. Cada equipe, em posse do cartaz e do porta-lápis construídos por eles, se posicionou diante da turma e apresentou seu trabalho para as demais equipes.

A atividade teve como objetivo utilizar, de forma coordenada, as noções geométricas anteriormente estudadas, na elaboração de um objeto concreto, no caso, um porta-lápis, bem como na sua representação por diferentes registros.

Desenvolvimento da atividade em sala de aula

Data: 15/12/2015

Iniciamos a aula informando para a turma que, diferentemente do que fizemos nas atividades anteriores, não entregaríamos fichas para resolução das questões, assim eles deveriam construir um objeto concreto no qual estivessem representadas algumas formas geométricas estudadas anteriormente. Entregamos às equipes o material necessário para execução da atividade, juntamente com uma folha contendo imagens xerocopiadas de diferentes modelos de porta-lápis, além de um roteiro contendo indicações das etapas a serem seguidas até que o trabalho fosse dado como encerrado. Adiantamos para toda a turma que os modelos eram apenas sugestões e que eles poderiam usufruir bastante da criatividade para que pudessem atender aos critérios de *estética*, *economia* e *qualidade*, critérios esses requeridos e enfatizados no decorrer da execução da atividade.

A leitura e compreensão dos enunciados foi uma das partes mais demoradas da atividade. Inicialmente gerou-se certo tumulto, pois os educandos afirmaram que não sabiam o que devia ser feito, por isso não fariam a atividade proposta. Orientamos que os participantes das equipes conversassem entre si, negociando significados, até que chegassem ao consenso sobre o que deveria ser feito. Posteriormente, cada equipe passaria para a educadora seus intensões em relação à atividade.

Esta atividade foi dividida em três etapas: iniciaram com a construção de um porta-lápis, contendo formas geométricas estudadas; depois passaram à produção de um cartaz, incluindo diferentes representações desse objeto; e, por fim, passaram à apresentação das produções em plenária para toda a turma.

Primeira etapa: construção do porta-lápis

As equipes escolheram os modelos de porta-lápis fornecidos pela educadora e fizeram pequenas adaptações em suas construções. Cada uma delas escolheu o modelo que mais lhe agradou. Na sequência, as equipes desenharam, em papel cartão, as figuras planas necessárias para construção do objeto tridimensional, recortaram as partes e, posteriormente, fizeram a colagem, dando o formato do objeto escolhido. No momento da construção houve bastante integração entre os participantes das equipes. Todos opinavam sobre a planificação, o corte e a colagem das peças.

Nesta etapa, as equipes observaram o objeto tridimensional representado na foto, identificaram as formas espaciais possíveis de serem representadas juntas, desenharam no papel cartão as figuras planas necessárias à construção de figuras espaciais, recortaram essas figuras e colaram, dando origem ao objeto solicitado. Esse trabalho de transformação é auxiliado pela designação verbal e pela manipulação de materiais, o que Duval (2011) classifica como *expressões auxiliares*.

A Equipe 3 foi a primeira a terminar de construir o porta-lápis, seguida da Equipe 4. A Equipe 2 apresentou dificuldades com a colagem e sustentação do objeto, em consequência disto foi a última a terminar.

Em nenhum momento das discussões observamos os educandos fazerem confusão entre termos geométricos, como, por exemplo, atribuir termos da geometria plana à geometria espacial, ou vice-versa. Todas as equipes concluíram a etapa.

Segunda etapa: produção do cartaz

Concluída a construção do porta-lápis, os educandos passaram à produção de um cartaz de divulgação do produto, no qual utilizaram representações por meio da linguagem escrita e da linguagem figural. Em cartolina branca, desenharam, em perspectiva, os objetos por eles construídos e pintaram nas cores reais ou aproximadas (com exceção da Equipe 5, que construiu o porta lápis em papel cartão branco e pintou seu desenho na cor grafite). Em seguida, produziram um texto escrito, no qual relataram os motivos que os levaram a escolher aquele modelo de objeto, suas características e qualidades, bem como mencionando as figuras geométricas que conseguiam identificar. Neste momento também se mostraram bastante entusiasmados, pois os participantes das equipes se mantiveram atentos e opinaram sobre os detalhes a serem considerados no cartaz. As Equipes 3 e 4 concluíram o cartaz ainda neste encontro.

Nesta etapa, a proposta era produzir representações semióticas, os registros a serem utilizados pelas equipes para fazerem essas produções foram indicados na atividade escrita. A partir da representação física, as equipes representaram seus objetos por meio de figuras geométricas e de textos escritos.

Chegado o final da aula, recolhemos o material e adiantamos às equipes que esta etapa da atividade seria concluída na aula seguinte.

Data: 16/12/2015

Iniciamos esta aula fazendo a devolução do material para as Equipes 1, 2 e 5, para que concluíssem suas produções, o que demorou em torno de 20 minutos. Finalizado este processo, devolvemos também os porta-lápis e os cartazes das Equipes 3 e 4, solicitando que os educandos se organizassem em forma de círculo para darmos início às apresentações.

Terceira etapa: apresentação oral

Neste momento, os educandos, de posse do cartaz e do porta-lápis construídos por eles, se posicionaram diante da turma e apresentaram os resultados de seus trabalhos para as demais equipes. Neste encontro, os trabalhos foram apresentados pelas Equipes 1, 3 e 4.

Terminada a aula, recolhemos o material, adiantando às Equipes 2 e 5 que continuaríamos a apresentação na aula seguinte.

Data: 17/12/2015

Nesta aula, utilizamos aproximadamente 10 minutos com a organização da turma e com a apresentação da Equipe 2. A Equipe 5 se recusou a apresentar.
Durante as apresentações, ocorreu um momento de socialização de significados atribuídos aos objetos geométricos em estudo, além das representações orais produzidas pelas equipes sobre os porta-lápis por elas construídas.

Do momento inicial até o fechamento da atividade pudemos observar que os educandos fizeram uso de dois registros de representações semiótica: *o registro discursivo multifuncional, língua natural, nas modalidades oral e escrita,* e *o registro não-discursivo monofuncional configurações geométricas,* estando o foco da atividade matemática na transformação das representações semióticas, dando maior visibilidade à conversão.

A conversão é uma transformação de representação semiótica indispensável às atividades de ensino, pois, de acordo com a teoria dos registros de representações semióticas, a transformação é responsável pela compreensão do sujeito sobre o objeto em estudo, uma vez que se dá de um registro para outro, ou seja, sua ocorrência necessita da existência de pelo menos dois diferentes registros, e exige do sujeito o conhecimento dos conteúdos das representações de partida e de chegada, além das operações que colocam em sinergia esses dois registros.

5.2 Apresentação e análise dos dados

A seguir estão dispostas as descrições e representações dos trabalhos realizados pelas equipes em cada etapa da atividade. A partir das descrições aqui expostas, destacamos os termos tomados como significados nessa fase da pesquisa. Como esta atividade consistiu em uma fase final na qual buscávamos as compreensões dos educandos com relação aos conteúdos estudados, tomamos, como significados, para efeito de discussão, os termos ou denominações empregados na apresentação das representações, cujas designações foram coerentes àquelas empregadas durante as aulas.

Primeira etapa: descrições e representações

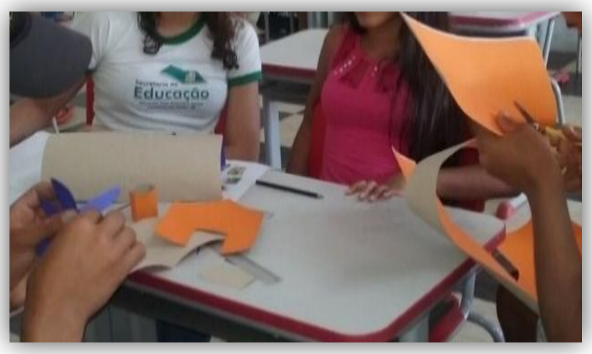
Equipe 1. Construiu um objeto em formato de hexaedro regular, sem uma das faces. Para isto construiu a planificação do hexaedro. Utilizando compasso e régua, desenharam dois segmentos paralelos, neles fizeram marcações utilizadas como vértices de três quadriláteros que serviram como faces do hexaedro. Em seguida, a partir do quadrilátero central, construíram mais dois quadriláteros, obtendo assim as cinco faces desejadas.

Figura r – *Fotografias do porta-lápis produzido pela equipe 1*

Fonte: Arquivo da autora

Equipe 2. Construiu um objeto em formato de casa, com orifícios na parte correspondente ao pé direito. Utilizaram compasso e régua para desenhar dois polígonos em formato de pentágono e quatro polígonos em formato de quadriláteros, sendo dois para formar as laterais da casa e dois para formar o teto. Em seguida fizeram a colagem dessas partes.

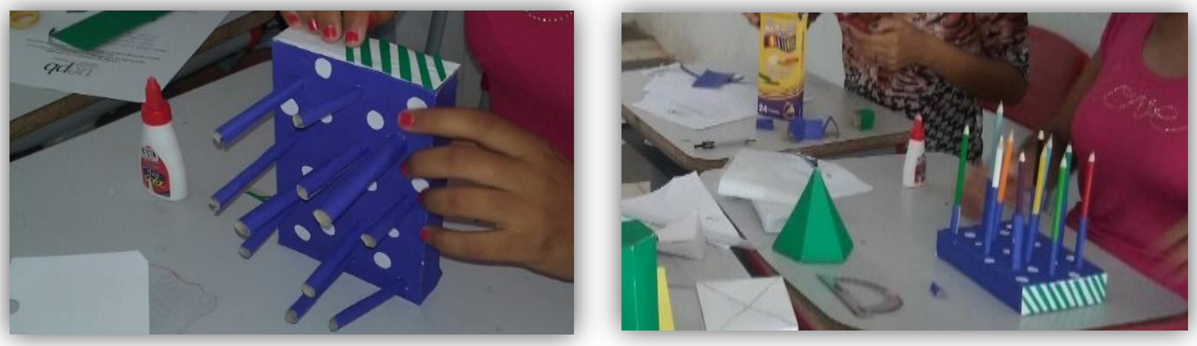
Figura s – *Fotografias do porta-lápis produzido pela equipe 2*



Fonte: Arquivo da autora

Equipe 3. Construiu um hexaedro e usou como suporte para sustentar onze cilindros. Utilizou compasso e régua para construir a planificação do hexaedro, contendo todas as suas faces. Logo após, fizeram as marcações que serviram de arestas para o poliedro. Por fim, construíram os quadriláteros utilizados na confecção dos cilindros.

Figura t – *Fotografias do porta-lápis produzido pela equipe 3*



Fonte: Arquivo da autora

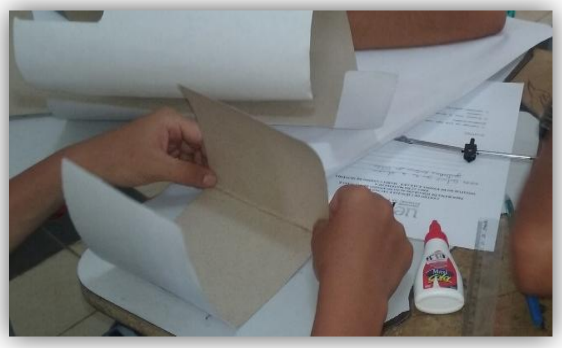
Equipe 4. Construiu sete cilindros, organizando-os em uma base com formato de quadrilátero, sendo três maiores, dois menores e dois de tamanho intermediário. Para essa construção, foram empregados compasso e régua. Os cilindros foram organizados de modo que poderiam se encaixar em um hexaedro.

Figura u – *Fotografias do porta-lápis produzido pela equipe 4*

Fonte: Arquivo da autora

Equipe 5. Construiu objeto em formato de hexaedro regular, com orifícios em uma de suas faces. Utilizaram compasso e régua para desenhar dois segmentos paralelos e, em seguida, fizeram as marcações utilizadas como vértices de três quadriláteros laterais do hexaedro. Os quadriláteros que serviram de bases e uma das faces laterais foram construídos separadamente por processo semelhante ao anterior. Em uma dessas bases, fizeram perfurações que foram utilizadas para colocar os lápis.

Figura v – *Fotografias do porta-lápis produzido pela equipe 5*



Fonte: Arquivo da autora

As transformações das representações em forma de fotografias em maquetes foram possíveis graças ao registro semiótico *língua natural na modalidade oral*, pois foi a partir do diálogo estabelecido entre os participantes das equipes que chegaram às associações verbais, dando-lhes condições de produzir uma nova representação. Neste caso, a fala foi usada com a função de comunicação e objetivação. Para Duval (2011), a objetivação se dá à medida que o sujeito toma consciência de algo que até então não conseguia abstrair dele algum significado. Ainda de acordo com esse autor, a linguagem e a visualização são necessárias para a desconstrução das formas e reconhecimento das unidades nas representações produzidas. Assim, as associações permitiram a desconstrução figural dos objetos observados e possibilitaram a reorganização das mesmas em uma nova representação.

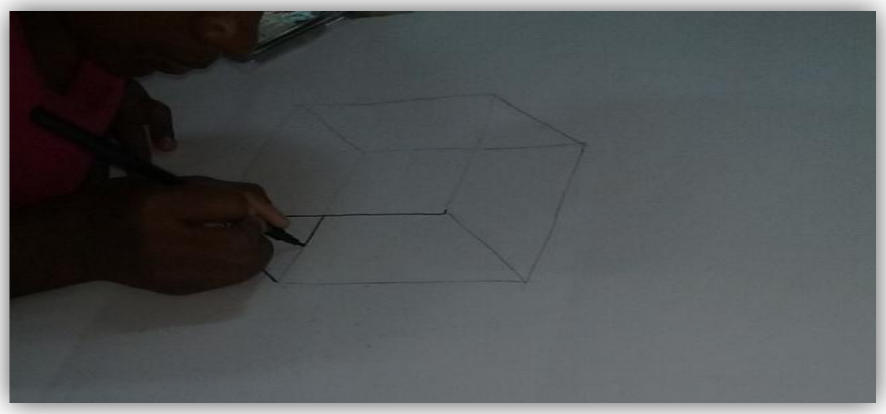
Nesse processo de transformações, podemos observar a presença de elementos das geometrias espacial e plana. Assim, devemos levar em consideração que, para a geometria espacial, essa transformação deu origem a outra representação no sistema físico (as maquetes), e, para geometria plana, essa transformação possibilitou a elaboração de representações semióticas (as planificações dos objetos tridimensionais). O trabalho simultâneo das geometrias espacial e plana, em conformidade com Santos e Nacarato (2014), contribui com a formação de conceitos, e uma das preocupações dos educadores matemáticos nos dias atuais é o desenvolvimento de habilidades que permitam aos educandos a formação desses conceitos geométricos e a percepção de significados nas diversas situações em que eles se fazem presentes de alguma forma.

No tocante à geometria plana, as representações produzidas no *registo discursivo língua natural* foram transformadas em representações no *registro não-discursivo configuração geométrica*, isto aconteceu no momento em que as equipes construíram as formas planificadas que foram utilizadas como peças na construção do objeto concreto. Já no que diz respeito à geometria espacial, as unidades figurais construídas a partir das planificações, assim como o objeto final composto pela organização dessas unidades, representam as formas tridimensionais. Aqui tomamos como *unidades figurais* e *configurações geométricas* as denominações adotadas por Duval (2011), quando este se refere ao modo como vemos uma figura.

Segunda etapa: descrições e representações

Equipe 1. Desenhou seu porta-lápis em perspectiva, traçou linhas paralelas nas faces, identificou as faces como *figuras planas* e o objeto como *hexaedro*. No texto escrito, esta equipe afirmou ter usado partes planas para desenhar a figura e que "ficou muito legal". Disseram também que é o desenho de um prisma quadrilátero e pode ser chamado de hexaedro, pois tem seis faces.

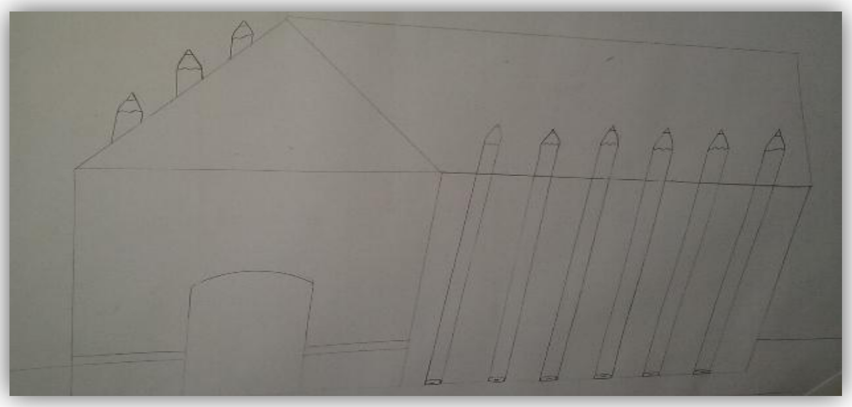
Figura w – *Fotografia da configuração geométrica produzida pela equipe 1, no momento de elaboração do cartaz*



Fonte: Arquivo da autora

Equipe 2. Desenhou seu porta-lápis em perspectiva e o pintou nas cores do objeto, dizendo que ele apresenta formas geométricas. No texto escrito, a equipe disse que escolheu o modelo de casinha pensando na diversão. Concluíram que ele apresenta várias formas geométricas, como: formas triangulares, quadriláteros e pentágonos, hexaedro e pentaedro.

Figura *x* – *Fotografia da configuração geométrica produzida pela equipe 1, no momento de elaboração do cartaz*



Fonte: Arquivo da autora

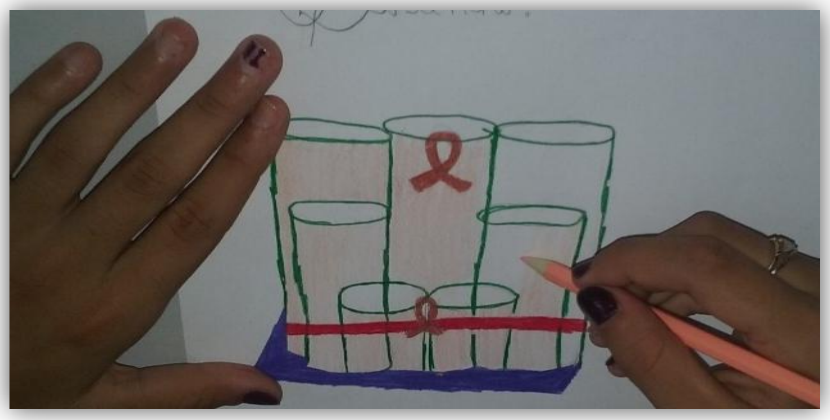
Equipe 3. Desenhou seu porta-lápis em perspectiva e pintou nas cores do objeto. Traçou linhas paralelas para desenhar os lápis e as faces do hexaedro. No texto escrito, disse que construíram com duas formas geométricas: prisma com base quadrilátera e cilindro para colocar os lápis. Disse ainda que, para enfeitar, usaram linhas paralelas e círculos.

Figura y – *Fotografia da configuração geométrica produzida pela equipe 3, no momento de elaboração do cartaz*

Fonte: Arquivo da autora

Equipe 4. Desenhou seu porta-lápis em perspectiva, mas o desenho não representava com fidelidade o objeto. No texto escrito, explicaram que o objeto continha algumas formas geométricas, como cilindro e quadrilátero, que os cilindros estavam organizados formando um prisma de base em formato de quadrilátero e faixa com lados paralelos para enfeitar.

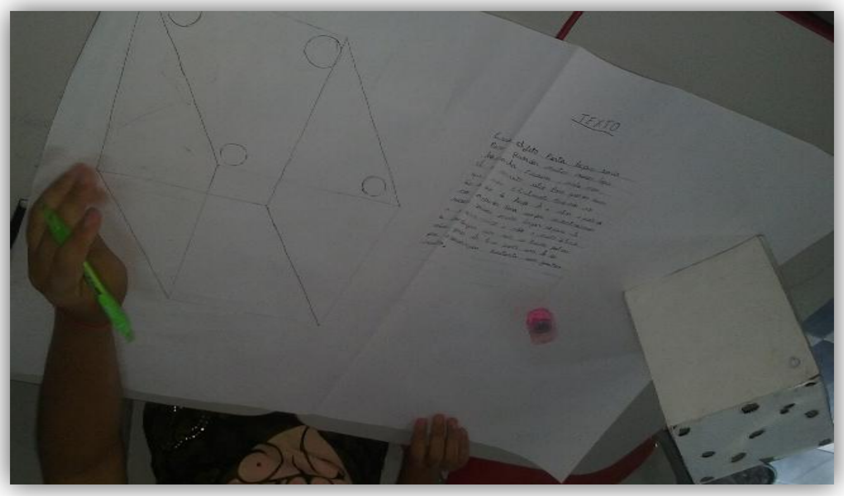
Figura z - *Fotografia da configuração geométrica produzida pela equipe 4, no momento de elaboração do cartaz*



Fonte: Arquivo da autora

Equipe 5. Desenhou seu porta-lápis em perspectiva e pintou na cor grafite, uma vez que eles haviam escolhido papel cartão branco para a construção. No texto escrito, a equipe disse que o objeto construído seria para *guardar lápis*, *borrachas*, *tesouras e muitas outras coisas*. Destacaram que é um produto barato e fácil de fazer. Finalizaram dizendo que se trata de um prisma com base em formato de quadrilátero e tem seis faces.

Figura *aa – Fotografia da configuração geométrica produzida pela equipe 5, no momento de elaboração do cartaz*



Fonte: Arquivo da autora

Nesta etapa, a proposta era produzir representações semióticas. As equipes foram orientadas a empregarem, em suas produções, todos os registros trabalhados na primeira fase da sequência didática. A partir da representação física, as equipes representaram seus objetos por meio de configuração geométrica, partindo desta configuração geométrica, produziram o texto escrito, e, por fim, fizeram apresentação oral dos objetos.

Para produção do cartaz, as equipes mobilizaram o *registro língua natural*, nas suas modalidades oral e escrita, e o *registro configurações geométricas*. *A priori* utilizaram o *registro língua natural na modalidade oral* para explorar a representação de partida, neste caso a maquete, e, a partir das associações feitas sobre esta maquete, produziram uma representação dela no *registro semiótico não-discursivo configuração geométrica*.

As Equipes 1 e 3 utilizaram o *registro língua natural* simultaneamente às configurações geométricas, a fim de explicar detalhes no desenho, como podemos observar na descrição da Atividade 1, na qual se destacam o traçado de linhas paralelas para formação das faces e a identificação das faces como partes planas. A figura geométrica desenhada em perspectiva, em cada equipe, consiste em uma *transformação de objetos espaciais*, *representação semiótica 3D/2D*, conforme aduz Duval (2011), a partir dos quais podemos identificar formas planas, conforme foi observado pelas equipes nos textos escritos.

As Equipes 1, 2, 3 e 5 reproduziram, com grande aproximação, os porta-lápis por elas construídos. A Equipe 4, ao desenhar os cilindros menores que compunham seu objeto, o fez de forma que eles ficassem posicionados na frente dos demais, quando, na verdade, localizava-se entre dois outros. Essa diferença pode ser observada comparando as fotografias referentes a esse objeto, apresentadas na primeira e segunda etapas da atividade. Com relação às formas geométricas observadas, tanto as espaciais quanto as planas, foram também reproduzidas com boa aproximação por todas as equipes. Além das configurações geométricas, as equipes fizeram novas transformações, dessa vez para o *registro discurso língua natural na modalidade escrita*. Nele buscaram descrever os objetos geométricos, espaciais e planos, possíveis de serem observados na configuração geométrica, como também os motivos que levaram a escolher o modelo produzido.

Com relação ao registro língua natural, sentimos maiores dificuldades das equipes para elaboração de uma boa representação de seus objetos. As Equipes 1, 2, 3 e 4 não deram detalhes sobre as características ou qualidades utilitárias do objeto. A Equipe 1 afirmou ser *legal* e apresentou duas classificações para a forma geométrica espacial observada no objeto, adiantando que o mesmo tem parte planas. A Equipe 2 justificou o modelo escolhido dizendo que era *divertido* e citou três formas geométricas planas e duas espaciais que poderiam ser observadas. A Equipe 3 citou uma classificação para a figura geométrica espacial representada e mencionou a forma plana utilizada nos enfeites laterais, citando, ainda, dois termos não estudados durante as aulas, que foram *cilindros* e *círculos*. A Equipe 4 apresentou uma classificação para a forma espacial observada e outra para a forma plana. Neste caso também apareceu o termo *cilindro*. A Equipe 5 foi a única que fez menções aos critérios previamente recomendados, pois *citou algumas utilidades do objeto, disse não ser caro e que foi fácil fazer*. Apresentou uma classificação para a forma geométrica espacial observada e uma classificação para as partes planas.

Terceira etapa: descrições e representações

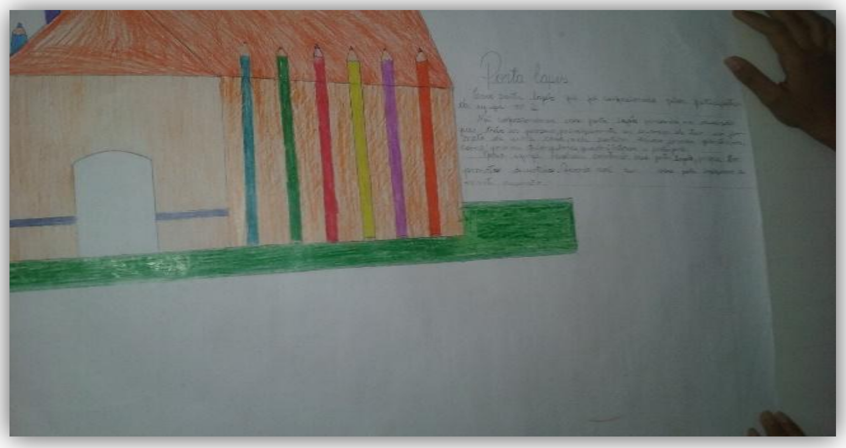
Equipe 1. Terceira equipe a se apresentar, apenas uma das participantes falou. Disse que utilizou partes planas para formar o prisma, ressaltando que ele também pode ser chamado de hexaedro. Relatou a utilização de linhas paralelas para enfeitar o cartaz, afirmando que construiu um hexaedro porque era mais fácil.

Figura *ab – Fotografia do cartaz elaborado pela equipe 1*

Fonte: Arquivo da autora

Equipe 2. Última equipe a se apresentar, sendo que, como todas as outras equipes, apenas uma das participantes falou. Disse que o porta-lápis apresenta as formas geométricas do triângulo, do quadrilátero e do pentágono. Acrescentou que só a parte de cima da casa forma um pentaedro e, a outra, um hexaedro. Afirmou que optaram por aquele formato porque pensaram em diversão.

Figura *ac – Fotografia do cartaz elaborado pela equipe 2*



Fonte: Arquivo da autora

Equipe 3. Foi a segunda a se apresentar, nela também apenas um membro falou. Afirmou que havia construído um porta-lápis com duas formas geométricas, mas citou quadriláteros, cilindros, linhas paralelas e círculos. Disse que a forma geométrica da parte de baixo do porta-lápis era um prisma com base em formato de quadrilátero, que as partes feitas para colocar os lápis eram cilindros e que usaram círculos e linhas paralelas para enfeitar.

Figura *ad – Fotografia do cartaz elaborado pela equipe 3*

Fonte: Arquivo da autora

Equipe 4. Foi a primeira a apresentar, sendo que apenas uma das participantes falou. Disse que havia construído um porta-lápis com cilindros e posto em uma base quadrilátera, formando um prisma, e, para enfeitar, utilizaram uma fita de papel com formato de paralelas.

Figura *ae – Fotografia do cartaz elaborado pela equipe 4*

Fonte: Arquivo da autora

Os relatos feitos oralmente pelas equipes, nesta etapa, foram descritos por nós no quadro acima, não contendo nenhum comentário adicional. Esses relatos resultaram das representações semióticas produzidas na língua natural. As representações orais aqui produzidas se deram pelas *transformações* dos tipos *conversão* e *tratamento*, simultaneamente, uma vez que as equipes utilizaram a configurações geométricas e os textos para produzi-las. Com relação às primeiras representações, as equipes fizeram uma breve descrição do objeto representado e, para produção do texto, utilizaram paráfrases para apresentar suas ideias.

As três etapas consistiram em momentos de produção de representações, sendo que as duas últimas evidenciaram exclusivamente a produção das representações semióticas, motivo pelo qual os significados aqui apresentados foram utilizados para efeito de comparação. Os significados que ora ressaltamos resultam das compreensões dos educandos com relação aos objetos geométricos estudados. E, como podemos observar, esses educandos apresentaram certo domínio de conhecimentos sobre aqueles objetos escolhidos para serem representados em seus porta-lápis.

A Equipe 1 escolheu o formato de hexaedro e assim denominou o objeto por ela construído, apresentando também a denominação de prisma para esse objeto. Identificou as partes planas que compunham suas faces e assim as denominou, além de identificar os segmentos paralelos que representavam os lados opostos dos quadriláteros, correspondentes às faces. A esses segmentos chamaram de *linhas paralelas*, mas sem fazer menções sobre paralelogramos.

A Equipe 2 escolheu o formato de casa para construir seu objeto, identificando nele duas figuras tridimensionais, um pentaedro e um hexaedro, e assim os denominou. Também identificou figuras planas (triângulo, quadrilátero e pentágono).

A Equipe 3 escolheu um objeto em formato de caixa, com alguns cilindros, para acomodar os lápis, identificando nele o formato tridimensional hexaedro, denominando-o também de prisma de base quadrilátera. Identificou as faces dele como quadriláteros e os lados opostos como linhas paralelas. Essa equipe também não fez menção a paralelogramo.

A Equipe 4 escolheu um formato envolvendo cilindros, organizando de modo que eles se encaixavam em um hexaedro, denominando-o de prisma de base quadrilátera. Denominaram as formas planas de quadriláteros e identificaram os segmentos que formavam os lados opostos dessas faces como lados paralelos, mas não mencionaram o termo paralelogramo.

A Equipe 5 escolheu o formato de hexaedro para construir seu porta-lápis, denominando-o de prisma de base quadrilátera. Também identificou suas faces.

Como podemos observar, os significados apresentados pelas equipes evidenciam uma estreita relação com os conteúdos estudados. Em consonância com as ideias de Lins (2005), admitimos que esses significados são o que de fato pode ser dito sobre os objetos que representam. Desse modo, nos aportamos nas ideias de Lindquist (1994) e Burato (2006) para afirmar que as atividades de geometria desenvolvidas a partir da exploração informal, com exploração de modelos físicos, podem ser de grande valia para o ensino de Matemática, pois contribuem para a visualização e uso de ideias geométricas e relações, favorecendo, assim, a descoberta de padrões e diferenças.

5.2.1 Significados destacados

Aqui admitimos como significados relativos aos conteúdos geométricos estudados todos os termos ou denominações empregadas pelas equipes para representar as unidades figurais identificadas nos objetos concretos por elas construídos. Neles estão as unidades figurais:

- unidades 3D – os poliedros que apareceram sob a denominação de primas do tipo pentaedro e hexaedro;

- unidades 2D – os polígonos que apareceram sob essa denominação, ou sob as denominações de triângulo, quadrilátero, pentágono, faces, ou, simplesmente, como figuras planas;
- unidades 1D – as retas que apareceram sob as denominações de segmentos e linhas; e
- unidades 0D – os pontos, aqui denominados vértices.

Embora estivéssemos trabalhando com objetos de três e duas dimensões, apareceram as retas e os pontos, pois tomamos, como figuras iniciais, aquelas que representavam as produções das equipes, sendo que os objetos geométricos em estudo foram identificados a partir das desconstruções dessas. Essa desconstrução dimensional é necessária para vermos a figura, pois, como aborda Duval (2009), a nossa percepção com relação às unidades figurais de menor dimensão é bloqueada pela imposição de uma de unidade superior.

Quadro 4 – *Significados destacados nas três etapas de realização da atividade*

Equipes	Primeira Etapa	Segunda Etapa	Terceira Etapa
Equipe 1	• *Hexaedro regular* • *Faces* • *Planificação* • *Segmentos paralelos* • *Vértices* • *Quadriláteros*	• *Linhas paralelas* • *Faces* • *Hexaedro* • *Prisma quadrilátero* • *Figuras planas*	• *Partes planas* • *Prisma* • *Hexaedro* • *Linhas paralelas*
Equipe 2	• *Polígonos* • *Pentágonos* • *Quadriláteros*	• *Formas triangulares* • *Quadriláteros* • *Pentágonos* • *Hexaedro* • *Pentaedro*	• *Triângulo* • *Quadrilátero* • *Pentágono* • *Pentaedro* • *Hexaedro*
Equipe 3	• *Hexaedro* • *Planificação* • *Cilindro* • *Faces* • *Arestas* • *Poliedro* • *Quadriláteros*	• *Hexaedro* • *Faces* • *Prisma de base quadrilátera* • *Cilindro* • *Linhas paralelas* • *Círculos*	• *Quadriláteros* • *Cilindro* • *Linhas paralelas* • *Círculos* • *Prisma com base em formato de quadrilátero*
Equipe 4	• *Cilindro* • *Base* • *Quadrilátero* • *Hexaedro*	• *Cilindro* • *Quadrilátero* • *Prisma de base quadrilátera* • *Lados paralelos*	• *Cilindro* • *Prisma de base quadrilátera* • *Paralelas*
Equipe 5	• *Hexaedro* • *Faces* • *Segmentos paralelos* • *Vértices* • *Quadriláteros* • *Bases*	• *Prisma de base quadrilátera* • *Faces*	

Fonte: Arquivo da autora

A descrição feita na primeira etapa da atividade foi construída a partir do relato dos educandos, após a leitura e interpretação dos enunciados da referida atividade, como também das observações da educadora durante o momento da leitura. Os significados apresentados nessa etapa são resultados da negociação entre os membros das equipes, sendo eles partilhados com a educadora antes do início das produções, a fim de corrigir possíveis equívocos cometidos pelas equipes em suas interpretações. No entanto, esta etapa da atividade não trata estritamente das representações semióticas, objeto de nosso estudo. Por tal motivo, tomamos como dados para efeitos de comparação os significados produzidos e apresentados na segunda e terceira etapas.

As descrições feitas na segunda e terceira etapas são exclusivamente extraídas dos relatos das equipes nas suas produções figurais, escritas e orais, cujos significados aqui destacados encontram-se nas representações semióticas produzidas em tais etapas. A seguir, compararemos o desempenho das equipes nesta fase da pesquisa com seus desempenhos na primeira, utilizando para tanto os significados aqui obtidos e os registros de representações semióticas lá empregados.

5.2.2 Comparações de dados

Para efeito de comparação entre os tipos de representações semióticas empregados na resolução das questões e os significados apresentados, relacionados às geometrias espacial e plana, levamos em consideração as respostas apresentadas na Ficha 2 das Atividades de 1 a 5. Para isto, consideramos que, para produção dessas repostas, os educandos haviam tido oportunidades de lidar e aprender a trabalhar com os registros de representações semióticas do tipo *discursivo multifuncional*, *discursivo monofuncional* e *não discursivo multifuncional*. Assim, consideramos os educandos aptos, com competência para realizar as transformações requeridas na atividade de fechamento da sequência didática à qual foram submetidos.

As atividades já mencionadas contaram com um total de 26 questões. A quantidade de repostas apresentadas, por equipes, em seus respectivos registros, consta no quadro 5. Os dados estão computados a partir daqueles já tabulados e apresentados no capítulo anterior.

Quadro 5 – *Desempenho das equipes na resolução da Ficha 2 (cinco primeiras atividades)*

Tipos de registros	Questões respondidas				
	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4	Equipe 5
Língua natural	14	9	11	15	17
Língua formal	1	–	–	–	–
Configuração Geométrica	–	2	–	–	–
Língua natural Configuração geométrica	8	13	12	10	5
Língua natural Língua formal	1	2	–	–	–
Total	24	26	23	25	22

Fonte: Arquivo da autora

No quadro a seguir, apresentamos a contagem dos significados relativos aos objetos de estudo revelados pelas equipes quando executamos as etapas da atividade de fechamento da sequência didática, conforme registro no quadro 4.

Quadro 6 – Contagem *dos significados nas três etapas de desenvolvimento da atividade*

Significados	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4	Equipe 5
1ª Etapa	6	3	7	4	6
2ª Etapa	5	5	6	4	2
3ª Etapa	4	5	5	3	-

Fonte: Arquivo da autora

No quadro acima trazemos a contagem de todos os termos associados às geometrias espacial e plana, mencionados em qualquer das três etapas de execução da atividade, inclusive os termos que foram apresentados e ainda não haviam sido estudados durante as aulas, a exemplo de *cilindros* e *círculos*. Porém, para efeito de comparação, adotamos como significados apenas os termos relativos aos objetos geométricos estudados na primeira fase da sequência didática, aqueles que foram empregados nas etapas de elaboração do trabalho final, nas quais se davam transformações semióticas, conforme exposto no quadro a seguir.

Quadro 7 – *Contagem dos significados revelados na 2ª e na 3ª etapas da atividade*

Significados	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4	Equipe 5
2ª Etapa	5	5	4	3	2
3ª Etapa	4	5	3	2	-

Fonte: Arquivo da autora

Neste quadro fizemos uma síntese dos dados, por isso nele apresentamos apenas a quantificação daqueles significados que foram utilizados para efeito de comparação com os registros empregados na resolução das atividades dispostas no Quadro 5.

Para comparação entre os Quadros 5 e 7, levamos em consideração dois pontos essenciais da teoria do Duval. O primeiro deles associa a diversidade de representações semióticas sobre um mesmo objeto à ampliação das capacidades cognitivas dos sujeitos e, em consequência, de suas representações mentais. O segundo atribui a compreensão em Matemática ao uso coordenado de pelo menos dois registros de representações semióticas, a partir dos quais verificamos a existência de duas relações entre os registros empregados na resolução das questões e os significados apresentados no trabalho final.

Observamos, inicialmente, a diversidade de registros trabalhados pelas equipes nas atividades preparatórias, apresentados no Quadro 5. Nele percebemos que as Equipes 1 e 2 foram as que apresentaram maior diversificação, tendo cada uma delas empregado três registros na elaboração das repostas apresentadas. As Equipes 3, 4 e 5 empregaram apenas dois registros. Com relação aos significados apresentados no Quadro 7, observamos que as Equipes 1 e 2 também foram as que apresentaram maior quantidade de significados, tanto na segunda quanto na terceira etapa, inclusive com diferenças consideráveis em relação às demais equipes.

Com base nesse primeiro resultado, observamos a necessidade de fazer a análise relativa ao segundo ponto em duas partes: uma para as equipes que apresentaram maior variedade nos registros apresentados; outra para as equipes que apresentaram menor variedade.

Na primeira parte, analisamos os significados apresentados pelas Equipes 1 e 2, as quais apresentaram maior variedade nos registros. A Equipe 2 foi a que apresentou maior quantidade de significados, 5 em cada etapa, um total de 10 quando somados os significados apresentados na segunda e terceira etapas, e foi também a que apresentou maior quantidade de respostas empregando dois registros simultaneamente. Destas respostas, treze combinando língua natural e figura geométrica e duas empregando língua natural e língua formal, totalizando quinze. A Equipe 1 apresentou 5 significados na segunda etapa e quatro na terceira etapa, totalizando nove significados, além de oito respostas combinando língua natural e figura geométrica e uma resposta combinando língua natural e língua formal, totalizando nove.

Na segunda parte, analisamos os significados apresentados pelas Equipes 3, 4 e 5, onde observamos que a Equipe 3 foi a que apresentou maior quantidade de significados, quatro na segunda etapa e três na terceira etapa, totalizando sete. A Equipe 3 também apresentou a maior quantidade de respostas combinando língua natural e figuras geométricas, perfazendo um total de doze respostas. Seguindo a ordem decrescente da quantidade de significados, encontra-se a Equipe 4, a qual apresentou três significados na segunda etapa e dois na terceira etapa, totalizando 5 significados, além de dez respostas combinando língua natural e figuras geométricas. Por último, está a Equipe 5, que apresentou dois significados na segunda etapa e cinco repostas combinando língua natural e figuras geométricas.

A partir das análises realizadas, constatamos que a quantidade de significados revelados pelas equipes na segunda e na terceira etapas da atividade de fechamento da sequência didática, nas quais foram realizadas transformações de representações semióticas, apresentam uma relação com a variedade de registros empregados por essas equipes na resolução das atividades preparatórias, como também com o uso simultâneo de mais de um registro. Estando, portanto, em consonância com a teoria dos registros de representações semióticas. A relação entre a quantidade de questões fazendo uso simultâneo de dois registros e a quantidade de significados apresentada se conserva se a comparação for feita para cada uma das etapas, ou mesmo se essa comparação se relacionar com a somatória dos significados apresentados nas duas etapas consideradas, como acabamos de observar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentre todas as áreas do conhecimento, a Matemática é a única que apresenta a particularidade de seus objetos só serem acessíveis por meio das representações semióticas. Esse acesso, no entanto, só ocorre de forma efetiva quando somos capazes de reconhecer o conteúdo matemático representado em pelo menos duas diferentes representações. Nesse sentido, faz-se necessário, também, conhecer duas atividades cognitivas matemáticas: o tratamento e a conversão. Estas atividades consistem em processos de transformações que permitem produzir representações semióticas a partir de outras já existentes. Quando a transformação ocorre dentro do mesmo registro da representação dada, chamamos de *tratamento*; quando essa transformação se dá para um registro diferente, chamamos de *conversão*. Ambas são indispensáveis às atividades de ensino, sendo que a conversão é fundamental aos mecanismos de compreensão.

Com isso, as atividades de ensino de Matemática ficam condicionadas ao uso de pelo menos dois registros de representações semióticas, levando-nos a crer que a situação de ensino que valorize indiscriminadamente um único tipo de registro, restringe, ou pelo menos limita, as condições de apreensão do conteúdo matemático estudado. Um ramo da Matemática que tem sofrido com limitações dessa natureza é a geometria.

O conhecimento geométrico, desde seu surgimento, apresenta estreita relação com ações cotidianamente desenvolvidas pelo homem. Isto pode ser observado na história do seu surgimento pelas duas linhas de pensamentos discutidas no Capítulo 2: uma relaciona as atividades geométricas a necessidades práticas, outra ao lazer. Isso nos faz entender que, desde o princípio, o desenvolvimento do pensamento geométrico é de grande valia para formação de qualquer indivíduo. No entanto, a forma como a escola tem tratado esse conhecimento, por longos anos, não tem contribuído significativamente para que os educandos possam desenvolver habilidades ou competências geométricas capazes de lhes auxiliar na relação com o meio, seja ele físico ou abstrato. O currículo de geometria no Brasil, do século XVII até os dias atuais, tem sofrido consideráveis alterações, mas prevalece uma pouca importância dispensada a seus conteúdos. As práticas pedagógicas, no entanto, insistem em se manter inalteradas, prevalecendo a prática da memorização de conteúdos, com apresentação deles, quase que exclusivamente, por meio de definições e fórmulas.

Dada a importância da geometria para formação dos educandos, faz-se necessário que as situações de ensino que a envolvam garantam aos educandos condições de produzirem significados relacionados aos conteúdos estudados. Isso significa que é necessário imprimir critérios de qualidade aos agentes que exercem influência sobre a produção desses significados, como por exemplo, a linguagem e a abordagem dada aos conteúdos. As linguagens exercem importante papel no processo de ensino, uma vez que viabilizam o diálogo dos educandos com o educador, com colegas da turma e com o conhecimento, não podendo ser colocadas em circunstâncias que inferiorizem essa função. Quanto à abordagem, é necessário introduzir os estudos a partir de algo que seja significativo para os educandos, os métodos e materiais didáticos precisam ser adequados às necessidades da turma, assim como a complexidade conferida aos conteúdos.

Ao analisarmos significados sobre poliedros e polígonos, apresentados por educandos do 7º ano do Ensino Fundamental e produzidos a partir de uma sequência didática, cujo desenvolvimento procuramos moldar pelas reflexões que apresentamos, constatamos que a turma investigada apresentou evolução com relação aos objetos em estudo, tanto com relação à quantidade de representações apresentadas, quanto com relação à qualidade das representações produzidas e da diversificação de registros empregados na elaboração dessas representações. Fazemos essa consideração baseados na observação de que os educandos demonstraram ser capazes de reunir diferentes caracteres inerentes aos objetos em estudo, a fim de expressarem o que compreendiam deles por meio de diferentes representações semióticas.

No que concerne aos poliedros, as análises do Capítulo 4 nos levam a concluir que a turma consegue reconhecê-los e representá-los a partir de características diversas, como ser *pontudos* ou *retos* (quando não são *pontudos*), não apresentar formas arredondadas e ser constituídos de faces planas, com formato de polígonos que podem apresentar diferentes formas ou tamanhos. Entre os poliedros, os educandos conseguiram identificar um grupo denominado *pirâmides*, os quais são *pontudos*, possuem faces laterais triangulares e apenas uma base. Identificaram também um grupo chamado de *prismas*, cujas faces laterais são paralelogramos, com duas bases paralelas.

Quanto aos polígonos, a partir das faces dos poliedros, a turma conseguiu identificá-los e classificá-los de acordo com o número de lados, desde que esses apresentem 3, 4, 5 e 6 lados. A turma conseguiu fazer satisfatoriamente a transição entre as geometrias espacial e plana, tanto em representações físicas, quanto em representações semióticas, empregando principalmente os registros língua natural e configuração geométrica.

Os resultados que apresentamos podem ser observados a partir da Ficha 2 das atividades. Ao compararmos esses resultados com aqueles apresentados na Ficha 1, é possível notar uma significativa melhora nas respostas, no que diz respeito à apresentação dos objetos geométricos em estudo, como também na elaboração das representações semióticas. Observamos isto pela diversidade de registros empregados e porque houve um número significativo de questões respondidas empregando dois registros de representações semióticas de forma simultânea. Tais resultados encontram-se em conformidade com a teoria dos registros de representações semióticas, uma vez que, para Duval, a apreensão dos objetos matemáticos está relacionada à capacidade do sujeito de produzir representações de um mesmo objeto em diferentes registros semióticos. Pelo disposto, no que se refere a poliedros e polígonos, consideramos que *a evolução da turma está diretamente relacionada ao seu desenvolvimento em termos de emprego dos registros de representações semióticas.*

A partir do Capítulo 5 podemos concluir que a evolução da turma foi além de apresentar significados relativos aos objetos geométricos estudados. As equipes demonstraram independência, capacidade de decisão e conhecimento de conteúdo ao aplicarem os conhecimentos, até então apreendidos, na construção de um objeto concreto, com utilidade prática, e na apresentação desse objeto por meio de diferentes representações. Nos objetos que criaram (porta-lápis), expressaram significados diversos referentes a poliedros e polígonos.

Os significados produzidos, ou revelados, por meio da produção de representações semióticas e de suas transformações foram apresentados a partir da desconstrução figural de cada objeto produzido pelas equipes. No que concerne à geometria espacial, ou estudo dos poliedros, destacamos as denominações *poliedros*, *prisma*, *pentaedro*, *hexaedro* e *vértices*. Relacionadas à geometria plana, ou estudo dos polígonos, destacamos as denominações *polígonos*, *figuras planas*, *faces*, *triângulos*, *quadriláteros*, *pentágonos* e *segmentos*. Os significados apresentados foram observados a partir da desconstrução dimensional, o que demonstra o domínio da turma em relação aos mesmos, pois, em conformidade com Duval (2009), os objetos de maior dimensão podem bloquear a nossa percepção em relação àqueles de menor dimensão.

Em termos dos significados produzidos sobre geometrias espacial e plana, revelados por meio de diferentes representações, pudemos constatar que o desempenho das equipes apresenta relação direta com o emprego de registros de representações semióticas. A saber, as equipes que apresentaram maior diversificação de registros na produção de suas respostas foram também as que apresentaram maior quantidade de significados.

Outra relação observada é que, quanto maior a quantidade de questões empregando simultaneamente dois registros, maior o número de significados apresentados pela equipe.

Essa relação é preservada se a comparação for feita em relação aos significados apresentados na segunda ou terceira etapa ou na soma deles. Também observamos que essa relação se conserva independentemente de qual seja o grupo observado, aquele que apresentou maior ou menor variação de registros em suas respostas.

Conforme apresentamos no Capítulo 3, as pesquisas envolvendo a nossa temática, embora não digam respeito aos mesmos objetos geométricos que nos propomos a investigar, revelam em seus conteúdos relações com o nosso objeto de investigação. Os trabalhos que destacamos enfocam questões relacionadas à diversidade de representações e atividades de transformação das representações do tipo conversão, visualização e capacidades de percepção visual, e resolução de problemas por meio de figuras geométricas. Eles têm em comum a exploração do registro de representações semióticas linguagem figural, o qual também exploramos em nosso trabalho.

Os trabalhos mencionados, nos termos que fazem relações com o nosso, apontam para a importância da exploração visual na apreensão em geometria, também para a necessidade de diversificação das representações semióticas para esse ensino e para a necessidade de formar educadores matemáticos capazes de fazer frente à situação ora existente. Destacamos que o nosso trabalho se apresenta em conformidade com as pesquisas que citamos, pois aborda a diversidade de representações semióticas com relação aos poliedros e polígonos, não apenas as representações gráficas, mas também textual e a conversão entre os registros língua natural e configuração geométrica. Também explora a visualização dos poliedros e polígonos por meio dos registros de representações semióticas e apresenta possibilidades de atividades para o ensino de poliedros e polígonos explorando os registros de representações semióticas. As atividades assim produzidas contribuíram com a capacidade de visualização, potencializando a produção de respostas. Consideramos, assim, que as atividades de geometria, pela exploração dos registros de representações semióticas e capacidades de visualização, também são satisfatórias para o ensino de poliedros e polígonos para educandos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Desta forma, consideramos relevante e eficaz o ensino de poliedros e polígonos, ministrado de modo a favorecer a transição entre as geometrias espacial e plana, explorando atividades de manipulação de material concreto, combinadas às atividades cognitivas de produção, tratamento e conversão de representações semióticas, pois oportuniza o contato com diferentes registros e à variação na produção de representações, figuras geométricas espaciais e planas apresentando diferentes medidas e formatos.

Diante do que nos é conhecido, afirmamos a originalidade da nossa pesquisa concernente ao estudo de temas sobre geometrias espacial e plana a partir de poliedros e polígonos, bem como quanto à população investigada, trazendo resultados concernentes aos anos finais do Ensino Fundamental.

Como se observa, nosso estudo se deu a partir do reconhecimento e classificação dos objetos poliedros e polígonos, o que favoreceu a reflexão sobre a temática, abrindo um leque de possibilidades para o desenvolvimento de novas pesquisas. Em particular, destacamos: investigação dos elementos e propriedades intrínsecas a cada objeto geométrico estudado, a partir do emprego dos registros de representações semióticas; sobre as principais apreensões envolvidas no estudo de poliedros e polígonos, com base nos registros de representações semióticas; sobre as contribuições que a diversificação dos registros de representações semióticas pode oferecer no estudo de poliedros e polígonos, bem como sobre a transição que esses possibilitam fazer, entre as geometrias espacial e plana.

Pelo exposto, consideramos respondida a nossa questão de pesquisa, uma vez que conseguimos identificar e analisar significados sobre poliedros e polígonos a partir das representações produzidas pelos educandos. Nesses termos, também consideramos atendidos os nossos objetivos, pois, a partir da análise dos significados revelados por meio dos registros de representações semióticas, foi possível destacar aqueles significados que se apresentavam relacionados aos objetos de estudo e, assim, compará-los com o desempenho das equipes em relação ao emprego de tais registros. Com base nesses resultados, consideramos indispensável que as aulas de geometria incorporem atividades de transição entre as geometrias espacial e plana, bem como oportunizem, aos educandos, a exploração de diferentes registros de representações semióticas.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte. Autentica 2006, P. 21-49.

BICUDO, Maaria Aparecida Viggiani**. O Pré-predicativo na Construção do Conhecimento Geométrico**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (orgs). **Educação Matemática** pesquisa em movimento. 2 edição. São Paulo: Cortez, 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e os métodos. Tradução Maria J. Alvarez, Sara B, Santos e Telmo M. Baptista. Porto (Portugal): Porto Editora, 1994.

BOUFLEUER, José Pedro. **Pedagogia da Ação Comunicativa:** uma leitura de Habermas. 3. Edição. Ijui. Editora Unijui, 2001.

BOYER, B. Carl. **História da matemática.** Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

BOYER, B. Carl; MERZBACH, Uta. C. História da matemática. São Paulo: Blucher, 2012.

BURATTO, Ivone Catarina Freitas**. Representação semiótica no ensino de geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores**. Florianópolis. UFSC. 2006 (Dissertação de mestrado)

CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. **A matemática na sala de aula ou como transformar singelas vaquinhas em diabólicos monômios**. In: José A. C. FILHO; Marcelo C. dos SANTOS; Marilena BITTAR. Desafios para a pesquisa em educação matemática na sala de aula. 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEMAT. 2008.

CURI, Edda. **Gêneros textuais usados frequentemente nas aulas de matemática**: exercícios e problemas. In: Celi E. LOPES e Adair M. NACARATO (Orgs.). Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009. P. 137-150.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática** Elo entre as tradições e a modernidade. 2 edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 112 p. Coleção Tendências em Educação Matemática.

D'AMORE, Bruno**. Matemática, estupefação e poesia**. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar**: registros de representações semióticas. CAMPOS, Tânia M. M. (org). Trad. Marlene Alves Dias. 1 edição. São Paulo: Proem, 2011.

______. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais.** Trad. Lênio Fernandes Levy, Marisa Rosâni da Silveira. São Paulo: Livraria da física, 2009.

______. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (org.). **Aprendizagem em matemática** registros de representações semióticas. Campinas: Papirus, 2003.

FONSECA, Maria C. F. R. e CARDOSO, Cleusa A**. Educação matemática e letramento**: textos para ensinar matemática e matemática para ler o texto. In: Adair M.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. **A aquisição da linguagem matemática**: símbolo e significado. In: A. TEBEROSKY e L. TOLCHINSKI (Orgs.). Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. Trad. Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 1997. p. 257-282

LAMAS, Rita de Cássia Pavani, et al. **Atividades experimentais de geometria no ensino fundamental.** São José do Rio Preto. 2004. Disponível em: www.unesp.br em: 15/03/2010.

LINS, Romulo Campos. **Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (orgs). **Educação Matemática** pesquisa em movimento. 2 edição. São Paulo: Cortez, 2005.

LINQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinando GEOMETRIA**. São Paulo. Atual, 1994.

LOBO, Joice da Silva; BAYER, Arno. **O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental.** Canoas. 2004. ACTASCIENTIAE, v. 6, n.1, p.19-26.

MORGAN, Candia. Writing mathematically: the discourse of investigation. Bristol: Taylor & Francis e-Library, 2002. [Chapter 3: Writting in the mathematical classroom].

OLIVEIRA, Liliane Lelis; VALESCO, Angela Dias. **O Ensino de Geometria nas Escolas de Nível Médio na Rede Pública da Cidade de Guaratinguetá**. Curitiba, 2007. Disponível em: http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/OENSINO em: 15/03/2010.

OLIVEIRA, Maria Marly de. Como fazer pesquisa qualitativa. 4ª edição. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012

OLIVEIRA, Marta K. **Vygotsky - aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 1995.

PAVANELLO, Regina Maria**. O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. Campinas. UNICAMP. 1989. (Dissertação de mestrado).

PAVANELLO, Regina Maria; FRANCO, Valdeni Soliani. **A construção do conhecimento geométrico no ensino fundamental: analise de um episódio de ensino. Maringá**, 2007. Disponível em: www.sbem.com.br em: 02/02/2010.

PIMM, David. El lenguaje matemático en el aula. Madrid: Ediciones Morata, 1990.

PIROLA, Daiani Lodete. **Aprendizagem em geometria nas séries iniciais: uma possibilidade de integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual**. Florianópolis. UFSC. 2012. (Dissertação de mestrado).

PONTE, João Pedro; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** 3ª ed. Autêntica. Belo Horizonte, 2013.

SANTALÓ, Luís A**. Matemática para não-matemáticos**. In: Cecília PARRA e Irma SAIZ (Orgs.). Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001. p. 11-25.

SANTANA, Mirian Brito de; CORREIA, Ana Magda **Alencar. Origami & Geometria:** uma contribuição para o ensino fundamental. 15º Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico. São Paulo. 2001.

SANTOS, Cleane Aparecida dos; NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em Geometria na educação básica** a fotografia e a escrita na sala de aula. Ed. 1, editora autêntica. Belo Horizonte, 2014.

SANTOS, Ernani Martins dos. **Geometria**: história e ensino. 2009. Disponível em: www.webartigos.com em 16/03/2010.

SANTOS, Sandra A. Explorações da linguagem escrita nas aulas de matemática. In: Adair M. NACARATO e Celi E. LOPES. (Orgs.). *Escrituras e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 127-142.

SANTOS, Vinício M. **Ensino de Matemática na escola de nove anos**: dúvidas, dívidas e desafios. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

SILVA, Amanda Barbosa da. **Triângulos nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica.** Recife. UFPE. 2014. (Dissertação de mestrado).

VASCONCELLOS, Mônica. **Figuras geométricas não-planas: a aprendizagem dos alunos da 4ª série e as concepções dos seus professores.** Campo Grande. UCDB, 2005. (Dissertação de mestrado).

VYGOTSKY, Lev S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Sequência didática desenvolvida durante a intervenção pedagógica

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 1

QUESTÕES:

1) Selecione os poliedros, entre os sólidos geométricos apresentados.
2) Descreva características dos poliedros selecionados.
3) Esses poliedros lhes fazem lembrar de algum objeto ou lugar? Relate.
4) A partir do poliedro apresentado pela educadora, responda:
    a) O que podemos afirmar sobre este poliedro?
    b) Quantos são os vértices, faces e arestas? V_____, F_____, A_____.
    c) Se fizermos uma comparação entre as quantidades de elementos desse poliedro, o que podemos afirmar?

Universidade
ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 1

(Ficha 1)

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____
____
____
____
____

ATIVIDADE 1

(Ficha 2)

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____
____
____
____
____

ATIVIDADE 2

QUESTÕES:

1) Agora só temos poliedros e sabemos que suas faces são planas. Quais figuras planas podemos observar nos poliedros estudados?
2) Contorne as faces do poliedro apresentado pela educadora. Depois responda as interrogações. Que figuras são essas? Por que recebem esses nomes? Escreva os nomes abaixo de cada desenho.
3) É possível identificar esses formatos em outros poliedros? Além desses formatos podemos identificar outros? Quais?
4) Desenhe os demais polígonos observados. E abaixo de cada desenho escreva o nome pelo qual vocês o conhecem.
5) Os polígonos, assim como os poliedros, possuem alguns elementos que é pertinente conhecermos. Na questão anterior você desenhou os polígonos que dão formato as faces dos poliedros em estudo. Depois os classificou de acordo com a quantidade de lados. Agora observe esses desenhos e conte os vértices de cada polígono.
6) O que podemos dizer da quantidade de vértice, em relação a quantidade de lados desses polígonos?
7) Observem o poliedro e as regiões planas entregues pela educadora. Localizem entre essas regiões aquelas que representam as faces de um poliedro, semelhante ao que lhes foi entregue.
8) Dentre as figuras planas recebidas, por você e seus amigos, identifiquem aquela que representa a planificação do poliedro apresentado pela educadora.

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 2

(Ficha 1)

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 2

(Ficha 2)

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 3

QUESTÕES:

1) Trace segmentos unindo os vértices não consecutivos das faces dos poliedros em estudo. Que afirmações podemos fazer sobre esses segmentos?
2) Faça comparações entre esses segmentos.
3) Como podemos denominar os segmentos traçados?
4) Selecione todos os poliedros que apresentem faces em formato de quadriláteros e, com uma régua, trace e meça as diagonais desses quadriláteros.
   a) O que podemos afirmar sobre essas diagonais?
   b) Há alguma característica que se faz presente em todos os quadriláteros observados?
   c) Identifique aqueles quadriláteros cujas diagonais se cruzam nos pontos médios.
   d) Além de diagonais que se cruzam nos pontos médios, o que mais esses quadriláteros têm em comum?
   e) Como podemos chamar os quadriláteros cujas diagonais se cruzam no ponto médio?

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 3

(Ficha 1)

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 3

(Ficha 2)

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 4

QUESTÕES:

1) Observe o poliedro com cinco faces, apresentado pela pesquisadora e desenhe o triângulo e o quadrilátero que representam as faces desse poliedro.
2) A partir do quadrilátero construa a planificação de um poliedro com seis faces quadrangulares.
3) A partir do triângulo construa um poliedro com quatro faces triangulares
4) Como podemos denominar esses poliedros pela quantidade de faces?
5) Ainda de acordo com a quantidade de faces, que nomes podemos atribuir aos demais poliedros?

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 4

(Ficha 1)

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 4

(Ficha 2)

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 5

QUESTÕES:

1) Separem, em dois grupos, os poliedros que estão sobre a mesa, inclusive aqueles que foram construídos por vocês.
2) Quais características desses poliedros lhe motivaram a separá-los dessa forma?
3) Como podemos chamar as faces que estão servindo de apoio a esses poliedros?
4) E as demais faces, como podem ser chamadas?
5) Descrevam características e deem um nome para cada grupo de poliedros.

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 5

(Ficha 1)

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 5

(Ficha 2)

Universidade
ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
INSTITUIÇÃO DE ENSINO: E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 6

QUESTÕES:

1) Siga as orientações, abaixo, para preencher a tabela nas fichas 1 e 2.
   a) A partir da observação e manipulação dos prismas e pirâmides recebidos por você e sua equipe, complete a tabela até a linha 9.
   b) Dados um prisma de 14 faces e uma pirâmide de 13 vértices. Complete as linhas 10 e 11 da tabela.
   c) Escolha um poliedro diferente dos que já foram citados e complete a linha 12 da tabela.

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
INSTITUIÇÃO DE ENSINO: E.M.E.I.E.F. MARIA CA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 6

(Ficha 1)

Nome das figuras geométrica observada	Vértices (V)	Faces (F)	Arestas (A)	Relação observada entre esses elementos
1)				
2)				
3)				
4)				
5)				
6)				
7)				
8)				
9)				
10)				
11)				
12)				

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
INSTITUIÇÃO DE ENSINO: E.M.E.I.E.F. MARIA CA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 6

(Ficha 2)

Nome das figuras geométrica observada	Vértices (V)	Faces (F)	Arestas (A)	Relação observada entre esses elementos
1)				
2)				
3)				
4)				
5)				
6)				
7)				
8)				
9)				
10)				
11)				
12)				

Universidade
ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
INSTITUIÇÃO DE ENSINO: E.M.E.I.E.F. MARIA CANDIDO DE OLIVEIRA

EQUIPE: ____

____

____

____

____

ATIVIDADE 7

QUESTÕES:

1) Construam um porta lápis, cujas formas representadas, evidencie noções geométricas estudadas.
2) Produzam cartaz de apresentação e divulgação do objeto (porta lápis) construído.
3) Apresentem o produto final para as demais equipes.

APÊNDICE B – Desempenho das equipes com relação ao emprego dos registros de representações semióticas nas primeiras cinco atividades

EQUIPE 1: Desempenho com relação ao emprego dos registros de representações semióticas

Registros empregados	Atividade 1		Atividade 2		Atividade 3		Atividade 4		Atividade 5	
Número total de questões	4		8		4		5		5	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2
Número de questões respondidas	4	4	7	8	1	4	5	4	4	4
Número de respostas em língua natural	3	3	5	7	1	2		2	4	
Número de respostas em língua formal						1				
Número de respostas em linguagem figural							5			
Número de respostas em língua natural e linguagem figural			2	1		1		2		4
Número de respostas em língua natural e língua formal	1	1								

Fonte: Arquivo da autora

EQUIPE 2: Desempenho com relação ao emprego dos registros de representações semióticas

Registros empregados	Atividade 1		Atividade 2		Atividade 3		Atividade 4		Atividade 5	
Número total de questões	4		8		4		5		5	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2
Número de questões respondidas	4	4	8	8		4	5	5	3	5
Número de respostas em língua natural	2	3	3	2		1		2	3	1
Número de respostas em língua formal										
Número de respostas em linguagem figural								2		
Número de respostas em língua natural e linguagem figural	1		5	6		2	5	1		4
Número de respostas em língua natural e língua formal	1	1				1				

Fonte: Arquivo da autora

EQUIPE 3: Desempenho com relação ao emprego dos registros de representações semióticas

Registros empregados	Atividade 1		Atividade 2		Atividade 3		Atividade 4		Atividade 5	
Número total de questões	4		8		4		5		5	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2
Número de questões respondidas	4	3	8	8	1	3	5	5	4	4
Número de respostas em língua natural	3	3	4	3	1			2	4	3
Número de respostas em língua formal										
Número de respostas em linguagem figural							4			
Número de respostas em língua natural e linguagem figural	1		4	5		3	1	3		1
Número de respostas em língua natural e língua formal										

Fonte: Arquivo da autora

EQUIPE 4: Desempenho com relação ao emprego dos registros de representações semióticas

Registros empregados	Atividade 1		Atividade 2		Atividade 3		Atividade 4		Atividade 5	
Número total de questões	4		8		4		5		5	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2
Número de questões respondidas	4	4	8	8	1	4	4	5	4	4
Número de respostas em língua natural	4	4	8	6	1	1		2	4	2
Número de respostas em língua formal										
Número de respostas em linguagem figural							1			
Número de respostas em língua natural e linguagem figural				2		3	3	3		2
Número de respostas em língua natural e língua formal										

Fonte: Arquivo da autora

EQUIPE 5: Desempenho com relação ao emprego dos registros de representações semióticas

Registros empregados	Atividade 1		Atividade 2		Atividade 3		Atividade 4		Atividade 5	
Número total de questões	4		8		4		5		5	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2
Número de questões respondidas	4	3	2	8	1	4	1	3	2	4
Número de respostas em língua natural	4	3	2	7	1	2		2	2	3
Número de respostas em língua formal										
Número de respostas em linguagem figural							1			
Número de respostas em língua natural e linguagem figural				1		2		1		1
Número de respostas em língua natural e língua formal										

Fonte: Arquivo da autora