UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

HELDER GUSTAVO PEQUENO DOS REIS

COMPREENSÃO DOS CONCEITOS PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA E ÁREA DO CÍRCULO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

CAMPINA GRANDE
2012

HELDER GUSTAVO PEQUENO DOS REIS

COMPREENSÃO DOS CONCEITOS PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA E ÁREA DO CÍRCULO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.
Área de concentração: Educação Matemática

Orientadora: Profª. Drª. Abigail Fregni Lins (Bibi Lins).

CAMPINA GRANDE - PB

2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL-UEPB

R375c Reis, Helder Gustavo Pequeno dos.

Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do GeoGebra [manuscrito] / Helder Gustavo Pequeno dos Reis. – 2012.

176 f.: il. color.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2012.

“Orientação: Prof. Dr. Abigail Fregni Lins, Departamento de Matemática”.

1. Educação matemática. 2. Ensino de matemática. 3. Relação professor-aluno. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

HELDER GUSTAVO PEQUENO DOS REIS

COMPREENSÃO DOS CONCEITOS PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA E ÁREA DO CÍRCULO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, como requisito para a obtenção do título de Mestre, em Ensino de Ciências e Matemática. Área de Concentração: Educação Matemática

Aprovado em 02 de julho de 2012

Banca Examinadora

Profª. Drª. Abigail Fregni Lins (Bibi Lins) - UEPB
Orientadora

Nielce M Lobo da Costa
Prof. Dra. Nielce Meneguelo Lobo da Costa – UNIBAN
Examinadora externa

Filomena Maria G. da S. Cordeiro Moita - UEPB
Examinadora interna

CAMPINA GRANDE-PB
2012

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiro a DEUS por todas as graças que tenho recebido e, principalmente, porque nos momentos certos me deu ânimo, serenidade, força e discernimento, sobretudo colocando ao longo da minha caminhada de vida pessoas maravilhosas que farei referência tais como:

Minha esposa, Solange, pelo seu amor e apoio incondicionais, combustíveis imprescindíveis para a realização deste trabalho e que ao longo dos anos vem me auxiliando em cada conquista, representando na minha vida um porto seguro em que posso ancorar com segurança nos momentos difíceis ou abastecer-me de compreensão e amor para continuar navegando.

Meu pai Paulo por me mostrar através de exemplos que nada é impossível quando se faz com garra e determinação.

Minha mãe Java por me ensinar que na vida as coisas não são fáceis e nem por isso devemos desistir.

Meus irmãos pela admiração e confiança em mim depositadas e palavras valiosas em momentos de dúvida.

Meus demais familiares por me transmitirem a certeza que eu iria conseguir realizar esta conquista.

Todos os docentes do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM - UEPB), em particular Abigail Fregni Lins pelo grande apoio e pelas orientações, principalmente pela constante boa vontade em atender-me mesmo nos momentos em que ela mesma via-se em dificuldades. Certamente sua ajuda, apoio e compreensão, foram imprescindíveis para a realização de um bom trabalho.

Professoras Filomena Ma. G. da S. Cordeiro Moita (UEPB) e Nielce Lobo (UNIBAN), desejo agradecer de maneira especial, pois realizaram exemplarmente as atribuições de examinadoras. Suas intervenções inspiraram-me, não somente nos caminhos acadêmicos, mas também, e principalmente, nos profissionais.

Todos os funcionários do PPGECM que foram de grande ajuda na conclusão desse trabalho. Cabe aqui destacar que dos maiores aprendizados que recebi durante esse convívio, foi certamente os exemplos de humanidade, amizade, honestidade, compreensão e sabedoria, os mais importantes e úteis nos próximos passos da minha vida.

Aos alunos por participarem alegremente deste trabalho.

.

".... Havia , e ainda há, infelizmente, matemáticos e mesmo
educadores matemáticos que vêem a Matemática como
uma forma privilegiada de conhecimento, acessível
apenas a alguns especialmente dotados, e cujo
ensino deve ser estruturado levando em conta que
apenas certas mentes, de alguma maneira "especiais",
podem assimilar e apreciar a Matemática em sua plenitude".
(Ubiratan D'Ambrosio, 1986).

COMPREENSÃO DOS CONCEITOS PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA E ÁREA DO CÍRCULO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

RESUMO

O presente estudo propõe a aplicação de uma sequência didática que tem como objeto as relações didático-pedagógicas na aprendizagem e compreensão dos objetos geométricos perímetro (contorno) da circunferência e área (superfície) do círculo, com o auxílio do aplicativo de geometria dinâmica (GD) GeoGebra. Para isso, foram analisados os resultados da aprendizagem relacionados com as compreensões obtidas pelos alunos após a aplicação da sequência didática a fim de comparar o desempenho dos alunos antes e após a aplicação, bem como analisar se o GeoGebra é relevante no auxílio a aprendizagem e compreensão da origem do número π e sua relação com o perímetro da circunferência, diâmetro e a área do seu respectivo círculo. Com isso, identificar possíveis limitações e avanços na aprendizagem dos objetos de estudo após a sequência didática. Nossa pesquisa se fundamentou teoricamente em aspectos da Didática Francesa capitaneado pela Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e seus quatro momentos: ação, formulação, validação e institucionalização. Como ponto de partida, apresentamos um cenário com alguns estudos e olhares de vários pesquisadores consultados, a exemplo Malkevitch (1998), Pavanello (1989, 2004), Almouloud (2000, 2007), Andrade e Nacarato (2004) e Baldini (2004), dentre outros, preocupados em pesquisar o ensino da Geometria nas aulas de Matemática. Em seguida, delineamos sobre uma convivência saudável e as contribuições do advento das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) com o saber, e com a escola, na aprendizagem da Matemática. Tal sequência didática foi composta por sete atividades desenvolvidas ao longo de cinco sessões a oito alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública da rede estadual de ensino da Paraíba, na cidade de Campina Grande. Na última atividade, pós-teste, foram analisados aspectos pedagógicos e matemáticos das atividades elaboradas. Descrevemos, ainda, qualitativamente, todos os elementos de um estudo de caso incluindo resultados por meio da primeira atividade, pré-teste, a saber, como alunos que já concluíram o Ensino Fundamental resolvem questões sobre os conceitos de perímetro da circunferência e área do círculo. A análise dos dados apontou que os alunos que possuíam conhecimentos analíticos sobre os objetos de estudo apresentaram clareza raramente obtidas com régua e compasso na compreensão da origem do número π e sua relação com o perímetro da circunferência, diâmetro e a área do seu respectivo círculo ao laborar com o dinamismo do GeoGebra. Diante dessa situação, emergem novos contratos didáticos em substituição aos contratos anteriores. Em linhas gerais, a pesquisa mostrou que os contratos didáticos estabelecidos entre aluno, professor e conhecimento, quando rompidos, se abrem como uma oportunidade de retomada e de novas interações entre professor e aluno em busca de uma aprendizagem significativa, o que requer uma postura aberta e flexível por parte do professor. A aceitação da devolutiva pelo aluno surge deste contexto como condição necessária, mas não suficiente, para que aconteça a aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Matemática. Situações Didáticas. Geometria Dinâmica. Perímetro. Área.

COMPREHENSION ABOUT CIRCUMFERENCE PERIMETER AND CIRCLE AREA CONCEPTS WITH THE AID OF GEOGEBRA

ABSTRACT

The present research study suggests an application of a didactical sequence which the aim to the didactical-pedagogical relation on the learning and comprehension of the circumference perimeter (contour) and the circle area (superficial) with the aid of GeoGebra dynamical geometry (DG) software. For that, it was analyzed the learning results related to the done students comprehension after the didactical sequence application in order to compare the students development before and after the application, as well as to analyze if the GeoGebra is relevant in the aid to the learning and comprehension of the origin of the π number and its relation to the circumference perimeter, diameter and the area of its circle. On that, to identifying the possible limitations and advances on the study objects learning after the didactical sequence. Our research was theoretical based on French Didatical aspects by the Guy Brousseau´s Didactical Situation Theory and its four moments: action, formulation, validation and institutialization. As start point, we presented a scenario with some studies and views of many known researchers as Malkevitch (1998), Pavanello (1989,2004), Almouloud (2000, 2007), Andrade and Nacarato (2004) and Baldini (2004), among others, concerned on research the Geometry teaching in Mathematics classroom. Followed by that, we describe a health living and the contributions of the Information and Communication Technologies (ICT) with the knowledge, and with the school, in the Mathematics learning. The didactical sequence was composed by seven activities developed into five sessions to eight first year high school level students from a Paraiba state public school, in the Campina Grande city. In the last activity, postest, pedagogical and mathematical aspects were analyzed. We describe, still, qualitatively, all the elements of a case study including the results from the first activity, pretest, to know how the students who concluded the second school solve questions on circumference perimeter and circle area concepts. The data analysis showed that the students who had analytical knowledge about the study objects show clarity rarely obtained with ruler and compass on the comprehension of the π number origin and its relation with the circumference perimeter, diameter, and the area of the circle by working with the GeoGebra dynamism. From that, it emerges new didactical contracts by replacing the previous ones. In general, the research study showed that the established didactical contracts among students, teacher and knowledge, when broken, it opens as an opportunity of recovering and of new interactions between teacher and student to seeking a meaningful learning, which requires an open and flexible posture by the teacher. The acceptation of the student feedback urges from the context as need condition, but not enough, for that to happen the learning.

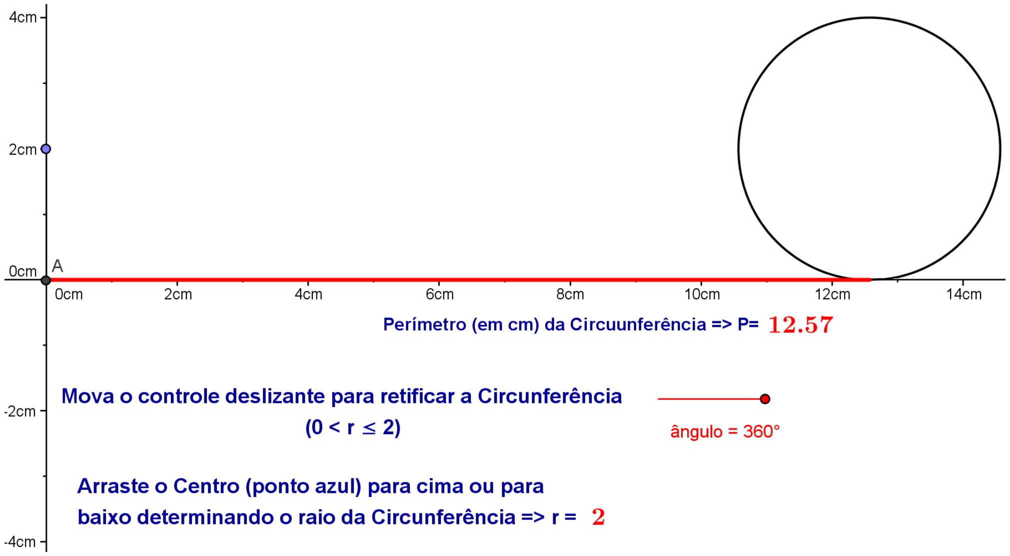
Keywords: Mathematics Education, Didactical Situation, Dynamic Geometry, Perimeter, Area

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

ARQUIVOS DO GEOGEBRA UTILIZADOS NA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Senhor(a) leitor(a), vide CD ROM (em anexo) para ter acesso aos arquivos do aplicativo GeoGebra mostrados a seguir, utilizados na sequência didática:

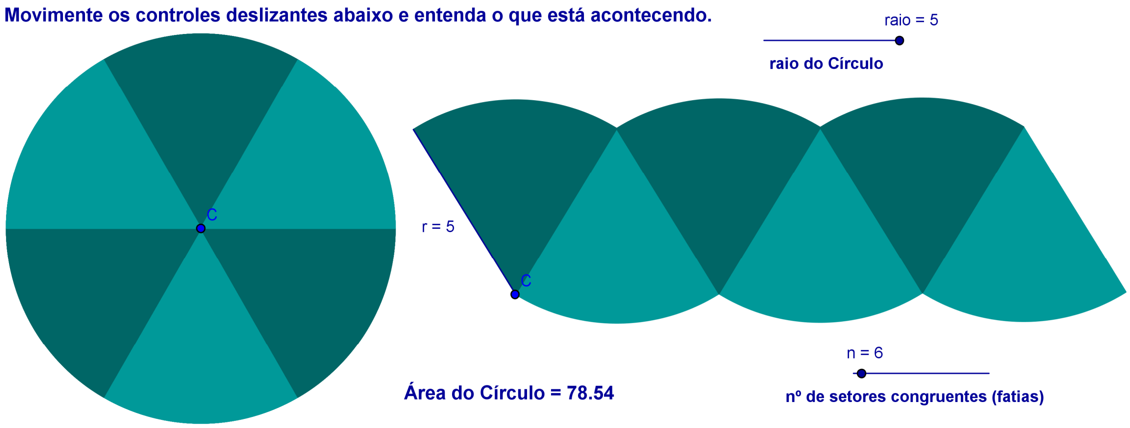


Perímetro (em cm) da Circuunferência => P= 12.57

Mova o controle deslizante para retificar a Circunferência
(0 < r ≤ 2)

Arraste o Centro (ponto azul) para cima ou para
baixo determinando o raio da Circunferência => r = 2

Arquivo: Círculo deslizante.ggb
Fonte: Próprio autor



Movimente os controles deslizantes abaixo e entenda o que está acontecendo.

Área do Círculo = 78.54

Arquivo: Área do Círculo.ggb
Fonte: Próprio autor

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

CHEGADA À PESQUISA: ENFOQUE, OBJETIVOS E PERGUNTA NORTEADORA

Relatamos aqui nossa trajetória como professor pesquisador das redes de ensino particular e público no município de Campina Grande e no estado da Paraíba, bem como minhas inquietações sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria, focando em particular o ensino dos conceitos de perímetro (contorno) da circunferência e área (superfície) do círculo. Neste sentido, intento utilizar o auxílio de um aplicativo de geometria dinâmica, GeoGebra, e assim verificar avanços e limitações dessa ferramenta tecnológica no ensino dos conceitos supracitados.

Nossa trajetória de despertar para o ensino da Matemática teve início em 1984, quando ainda durante o Científico (atual Ensino Médio), dávamos aulas de Matemática em caráter particular a colegas com dificuldades de aprendizagem.

Ingressamos em 1986 no curso de Licenciatura Plena em Matemática. No período de 2006 a 2007 cursamos especialização no Ensino de Matemática básica e atualmente cursamos mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Todos eles na Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, Campus - Campina Grande, onde tivemos a oportunidade de participar de diversos eventos científicos que discutiam e sinalizavam alternativas para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Tivemos a oportunidade de lecionar durante 20 anos em escolas particulares referências no Estado da Paraíba, fato que em muito nos ajudou no sentido de que as mesmas proporcionavam cursos de aperfeiçoamentos, atualizações e cobravam um retorno. Há seis anos migramos da rede particular para a pública nas redes de ensino municipal e estadual em Campina Grande, com a firme determinação de darmos um retorno à sociedade que financiou toda nossa trajetória escolar.

Enquanto professor de Matemática, desde 2005, lecionando para turmas do 1º ano do Ensino Médio em uma escola estadual da rede pública; muitas inquietações me ocorreram no dia-a-dia da sala de aula. Durante esse período, observando os alunos resolverem questões de Geometria, durante revisões temáticas que faço no início do ano letivo, detectei um crescente índice de insucessos na aprendizagem, sobretudo no que concernem às construções geométricas, mais especificamente, de perímetros e áreas e das construções a análise e suas propriedades, possibilitando uma aprendizagem conceitual mais consistente. Então, me questionava sempre qual seria a causa dessas dificuldades?

Durante discussões entre colegas professores de Matemática, foi imperativo, que alguns alunos até manipulam algebricamente e mecanicamente as fórmulas, porém quando solicitados a fazer analogias, comparações, a fim de estabelecer semelhanças e diferenças entre figuras, faziam confusão, como por exemplo, entre perímetro (contorno) e área (superfície), figuras de formas distintas e mesmas superfícies, perímetro da Circunferência e seu diâmetro, entre outras situações que surgiam durante as revisões dos conteúdos já abordados no Ensino Fundamental.

Já como pesquisador preocupado com o ensino da Matemática, particularmente com o ensino da Geometria, meu estudo em um curso de Especialização (REIS, 2007), intitulado *O Disco como o limite para regiões poligonais*, consistiu em demonstrar que dado um polígono regular de n lados inscritos num Círculo de centro O e de raio r divide esse polígono em n triângulos isósceles e congruentes com vértice (ângulo do topo) coincidindo com o centro do disco de tal forma que a base do triângulo coincida com o lado do polígono, em seguida obtendo a soma das áreas das regiões destes triângulos que são iguais à área da região circunscrita pelo polígono; Isto nos levou a concluir que fazendo n crescer imensamente a área do polígono de n lados aproxima-se à metade do produto do raio do círculo circunscrito a ele pelo seu perímetro, ou seja, a área da região circunscrita por este polígono tende a preencher (completar) a área da região do círculo[1].

Através da participação em vários eventos, como capacitações de Rede Pública de Ensino, seminários e eventos científicos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), vislumbramos uma luz no fim do túnel e pudemos procurar ajuda dos colegas da Rede e docentes da Universidade. Muitos momentos de reflexão foram necessários para nós, professor pesquisador, entendermos que os problemas por nós detectados no dia-a-dia escolar têm origem tanto no aluno quanto no professor.

A pesquisa que ora nos debruçamos diz respeito ao ensino da Geometria com o olhar voltado apenas ao aluno, isto é, ao processo de aprendizagem, sabendo da importância vital sobre o processo de ensino.

Nossa pesquisa está inserida entre as desenvolvidas pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UEPB, o qual reúne docentes e alunos de pós-graduação que têm realizado estudos relacionados ao ensino e a aprendizagem da Matemática e das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

---

[1] Estudo referendado no livro: *Geometria Euclidiana Plana*, editora S.B.M. 4ª edição, 2000, de BARBOSA, João Lucas Marques.

Dentre as pesquisas desenvolvidas pelo grupo, esta apresenta três características básicas: o enfoque nos objetos matemáticos perímetro e área como grandezas; a construção desses conceitos com o auxílio do aplicativo de Geometria Dinâmica (GD) GeoGebra e a análise da influência do uso dessa ferramenta tecnológica na aprendizagem dos objetos supracitados.

Este estudo apoia-se em pesquisas anteriores da Educação Matemática relativas ao ensino e aprendizagem das grandezas geométricas, destacando-se aquelas que investigam as componentes perímetro e área.

Em 1988, a Associação Americana The National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM), durante seu encontro anual redigiu um documento que continha quais as habilidades básicas em Matemática necessárias para os estudantes do século XXI. O ensino da Geometria está entre as doze áreas de competência.

Villani (1998, p. 4) apresentou a evolução do currículo de Geometria discutida em uma mesa redonda na Conferência de Catania onde Galuzzi, Griffiths, Laborde e Neubrand, descreveram algumas experiências de seus países (Itália, Grã-Bretanha, França e Alemanha), respectivamente. Esse grupo de pesquisadores liderava as formas dos currículos de Matemática desde 1900, com implicação que persistem em muitos currículos contemporâneos (Howson, 1986). Os debates discutiam as demandas de mudança no ensino de Geometria: com vistas "Top-down" (de cima para baixo) e "Bottom-up" (de baixo para cima).

Neste sentido, Griffiths (1998, p. 194) iniciou sua análise sobre a temática lembrando que o ICMI "Nós primeiro lembramos o leitor o porquê ICMI está preocupado sobre o futuro do ensino da Geometria. Sendo ICMI um destaque da União Matemática Internacional (UMI), o qual é essencialmente uma união de matemáticos universitários, talvez seja natural que preliminarmente o documento ICMI [21] (reimpresso no Apêndice deste livro) deveria refletir o "de cima para baixo", baseado no assunto, ansiedades da UMI. Estas visões foram largamente a força motriz por detrás do currículo de 1900" [2]. (Tradução nossa)

O autor pondera que as mudanças sociais estão forçando evolução no currículo, assegurando "que quaisquer passos práticos para afetar o ensino da Geometria também devam refletir os anseios dos sistemas de educação de massa". (p.194) e finaliza defendendo o ensino

---

[2] We first remind the reader as to why ICMI is worried about the future of Geometry teaching.
Since ICMI is an offshoot of the International Mathematical Union (IMU), which is essentially a union of University mathematicians, it is perhaps natural that the preliminary ICMI document [21] (reprinted in the Appendix to this book) should reflect the "top-down", subject-based, anxieties of the IMU. Those views were largely the driving force behind the design of curricula in 1900.

da Geometria de forma detalhada, ressalvando a necessidade de ter clareza sobre as exigências, muitas vezes conflitantes e sobre as demandas sociais e da Matemática.

Vários pesquisadores, a exemplo de Malkevitch (1998), Pavanello (1989, 2004), Almouloud e Mello (2000) constataram a carência do ensino da Geometria nas aulas de Matemática, praticamente em toda a educação básica.

Pesquisas sobre avaliações do ensino de Matemática básica no Brasil validam tal preocupação e apontam para uma urgente mudança de procedimentos. Desde 1990, ano em que o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB[3] foi implantado, realizou-se sua primeira avaliação com a comparabilidade dos dados em 1995, ficando comprovada a baixa aprendizagem de competências e habilidades em Matemática, particularmente em Geometria dos alunos do Ensino Fundamental II ao Ensino Médio.

Tal constatação vem preocupando a comunidade de educadores matemáticos, proporcionando discussões com frequência em Seminários, Encontros Regionais, Nacionais e Internacionais de Educação Matemática, produzindo-se assim nos últimos anos pesquisas relevantes, a exemplo do estudo de Andrade e Nacarato (2004, p. 53) - Atuais tendências didático-pedagógicas no Ensino de Geometria: um olhar sobre os anais dos Enem's[4] publicado no VII Encontro Paulista de Educação Matemática promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (regional São Paulo), minimizando assim tal carência em todo o país.

Não obstante os parâmetros do currículo Nacional de Matemática para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental (PCN, 1998) retomam o ensino das construções geométricas com régua e compasso, evidenciando o seu valor, não só no estudo da Geometria, mas associado a outros conteúdos matemáticos, proporcionando ao aluno construir um modelo de pensamento próprio de modo que possa compreender descrever e representar de forma organizada o mundo que o rodeia.

A presente pesquisa é caracterizada como uma estudo qualitativo de caso acerca do estudo das grandezas geométricas perímetro e área tendo como suporte o uso do aplicativo de Geometria dinâmica (GD) GeoGebra no auxílio da aprendizagem desses conceitos supramencionados.

---

[3] SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, do Ministério de Educação, tem um programa bianual de avaliação escolar.

[4] ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio, instituído em 1998 pelo Ministério da Educação do Brasil, utilizado como ferramenta de avaliação da qualidade geral do ensino médio no país bem como uma proposta de forma de seleção unificada nos processos seletivos das universidades públicas federais.

Neste contexto, é originada a seguinte pergunta norteadora de nossa pesquisa: Quais são os possíveis avanços e limitações dos alunos na aprendizagem dos conceitos geométricos perímetro (contorno) e área (superfície) com o auxílio do aplicativo GeoGebra?

Neste sentido, intentamos investigar a compreensão dos alunos abordando os objetos geométricos perímetro (contorno) da circunferência e área (superfície) do círculo, com o auxílio do aplicativo de Geometria dinâmica - GeoGebra.

Em primeiro lugar aplicaremos uma sequência didática inspirada na já elaborada por Baldini (2004) usando o aplicativo Cabri-Géomètre II, entretanto teremos o auxílio do aplicativo de Geometria dinâmica – GeoGebra e abordaremos os objetos geométricos perímetro (contorno) e área (superfície).

Após esta, serão investigados os resultados da aprendizagem relacionados com as competências obtidas pelos alunos após a aplicação da sequência didática a fim de comparar o desempenho dos alunos antes e após a aplicação, bem como verificar se o GeoGebra é relevante no auxílio a aprendizagem e compreensão da origem do número π e sua relação com o perímetro da circunferência, diâmetro e a área do seu respectivo círculo. Com isso, identificar possíveis limitações e avanços na aprendizagem dos objetos de estudo, isto é, perímetro da circunferência, determinação de π e área do círculo, após a sequência didática.

Para atender aos objetivos propostos, o enfoque principal de nossa pesquisa está na aprendizagem dos alunos, sujeitos da pesquisa, com suporte no ensino das grandezas perímetro e área tendo como coadjuvante o aplicativo de Geometria dinâmica – GeoGebra auxiliando com o dinamismo de sua interface gráfica na aclaração das propriedades através da manipulação e observação valorizando a formação dos conceitos supracitados. Para tanto, a pesquisa em questão se faz apresentar em cinco Capítulos explanados nos próximos parágrafos.

Trazemos em estudos preliminares no Capítulo 1 um cenário de alguns olhares que corroboram com o tema central da nossa pesquisa, bem como um panorama sobre o livro O computador na sociedade do conhecimento, organizado por José A. Valente (1999), acrescido por pesquisas que tratam do ensino de Geometria, em particular das grandezas geométricas perímetro (contorno) e área (superfície) auxiliado ou não por aplicativos de Geometria Dinâmica (GD) a exemplo do GeoGebra.

No Capítulo 2, ponderamos sobre a relação do homem na sociedade da informação e comunicação, trazendo a tona seus anseios, medos e perspectivas de uma convivência saudável destas tecnologias com o saber e porque não dizer, com a escola. Tratamos também sobre uma das contribuições deste advento das Tecnologias da Informação e Comunicação

(TIC) denominada Geometria Dinâmica e seu dinamismo através de pacotes de aplicativos relevantes na aprendizagem da Matemática, em particular, os objetos geométricos norteadores do nosso trabalho, perímetro da circunferência e área do círculo.

No Capítulo 3 apresenta-se a todos os pressupostos e fundamentação teórica que dá suporte à pesquisa balizada pelas Situações Didáticas de Brousseau.

No Capítulo 4 descreve-se o desenrolar da pesquisa apontando a abordagem metodológica, caracterizações da instituição e dos sujeitos envolvidos na pesquisa, a descrição das atividades da sequência didática, bem como, os resultados esperados, a análise dos dados coletados no decorrer das sete atividades aplicadas em cinco sessões, sendo a primeira e última atividades individuais e as demais em duplas, a luz das Situações Didáticas de Brousseau e aspectos relevantes de uma investigação de caráter qualitativo. Nele também se encontra o fechamento e resultados das atividades do ponto de vista dos alunos e do professor pesquisador.

Finalizando no Capítulo 5, no qual trazemos as últimas considerações, limitações e questões futuras de nossa pesquisa, frutos de nossa reflexão onde expomos nossas considerações e conclusões acerca dos resultados obtidos como produto final.

As referências bibliográficas, apêndices e anexos completam nosso trabalho, onde apresentamos o aporte teórico para nossa pesquisa nas referências bibliográficas e tópicos secundários, porém complementares e afins ao nosso trabalho, descrevemos em forma de apêndices intitulados: Apêndice 1 - Epistemologia e medir; Apêndice 2 – Por dentro do aplicativo GeoGebra. Nos anexos contemplamos a sequência de atividades e questionário que utilizamos como instrumento para obtermos dados dos alunos que servirão de subsídios para posterior análise contemplada no Capítulo 4.

Ademais, como produto final de nossa pesquisa foi gerado um material (suplemento) para eventual uso de professores, porém longe de reivindicar que se tornar a única resposta para os problemas identificados, este produto é apenas uma entrada para educadores ampliarem seu conhecimento, conhecer outras opções e, mais importante, desenvolver a sua criatividade de valor inestimável para a promoção na construção de conhecimentos e habilidades no desenvolvimento dos alunos.

CAPÍTULO 1

ESTUDOS PRELIMINARES

Aqui temos por finalidade trazer um cenário de alguns estudos e olhares que corroboram com o tema central da nossa pesquisa. Para isso elegemos o livro O computador na sociedade do conhecimento, organizado por José A. Valente (1999) e pesquisas que tratam do ensino de Geometria, em particular das grandezas geométricas perímetro (contorno) e área (superfície) auxiliado ou não por um aplicativo de Geometria Dinâmica (GD) a exemplo o GeoGebra.

Malkevitch (1998, p.85) discute Geometria e realidade destacando que "há uma variedade de formas que a Matemática e Geometria, em geral, e em especial, interagi com a palavra real". O autor escreve numa perspectiva americana, mas acredita que seu relato vai ser mais ou menos aplicado em uma variedade de países e pondera a dificuldade de discutir o alcance dessas interações e relacioná-los ao ensino da Geometria nas classes K-12 (kindergarten até a 12ª série).[5] O mesmo faz as seguintes interpretações da frase *Geometria e Realidade*[6]:

> 1) Geometria do Universo Físico. A relação entre o mundo físico no qual nós vivemos (realidade) e a matemática, mais frequentemente que não geometria, a qual é usada para descrever o mundo físico.
> 2) Geometria da Modelagem. O processo pelo qual os problemas são colocados fora da matemática (ou até mesmo dentro da matemática) são representados em termos geométricos. Nesta interpretação, Geometria e Realidade referem ao uso de modelos geométricos para estudar situações do mundo real.
> 3) Aplicações da Geometria. O uso da geometria para estudar aplicações específicas no mundo real. Estas aplicações da geometria pode ser organizado em termos de áreas específicas como operações de pesquisa, química ou processamento de imagem em termos de métodos geométricos específicos (por exemplo programação linear ou teoria dos grafos). As consequências do ponto de vista para professores será discutido. (p. 85) (tradução nossa).

Concordamos com Malkevitch (1998)[7] que considera:

> Um aspecto característico da geometria é sua natureza dual, nela é ambos um domínio teórico e talvez o mais concreto, parte da matemática ligado a realidade. Esta natureza dual há consequências duais para o ensino e aprendizagem da geometria. Enquanto, hipoteticamente, a natureza dual de geometria deveria ajudar professores a ligar a teoria matemática para a experiência de vida de seus alunos, na prática para muitos alunos a natureza dual é experienciada como uma lacuna que eles acham muito difícil de ligar. (tradução nossa).

---

[5] O sistema de ensino obrigatório nos EUA tem duração de 13 anos englobando a elementary school, que corresponde ao ensino fundamental no Brasil e no qual o aluno ingressa com cinco anos (no kindergarten) e fica até a 8ª série, e a high school, que corresponde ao ensino médio no Brasil, e engloba da 9ª à 12ª série.

[6] 1) Geometry of the Physical Universe. The relation between the physical world in which we live (reality) and the mathematics, more often than not geometry, which is used to describe the physical world.
2) Geometry of the Modelling. The process by which problems that are posed outside of mathematics (or even within mathematics) are represented in geometrical terms. In this interpretation, Geometry and Reality refers to using geometric models to study real world situations.
3) Applications of Geometry. The use of geometry to study specific applications in the real world. These applications of geometry can be organized in terms of specific areas such as operations research, chemistry or image processing on in terms of specific geometric methods (e.g. linear programming or graph theory). The consequences of either point of view for teachers will be discussed.

[7] A characteristic feature of geometry is its dual nature, in that it is both a theoretical domain and perhaps the most concrete, reality-linked part of mathematics. This dual nature has dual consequences for the teaching and learning of geometry. While, hypothetically, the dual nature of geometry should help teachers to link mathematical theory to their pupils' lived experience, in practice for many pupils the dual nature is experienced as a gap that they find very difficult to bridge.

Assim, a investigação continua a concentrar-se sobre as dificuldades que os alunos têm no desenvolvimento de uma compreensão da teoria geométrica e fazendo a transição para provas formais em Geometria em escolas do Ensino Secundário.

No Brasil, a Geometria ganha um impulso a se tornar realidade em meados da década de noventa do século passado, com o advento dos Parâmetros Curriculares Nacionais para Matemática dos 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental. O ensino de Geometria e das construções geométricas com régua e compasso nas aulas de Matemática é fortalecido. Essa robustez da Geometria e das grandezas geométricas advém, dentre outras iniciativas, chancelado por pesquisas realizadas a respeito do ensino de Geometria, questionando o abandono dessa parte do conhecimento em publicações de periódicos e eventos científicos.

No processo de construção dos conceitos das grandezas e medidas geométricas, verificamos que em diversas publicações que norteiam a estruturação do currículo escolar, a Geometria aparece como um dos elementos de grande importância, a exemplo dos PCN do Ensino Fundamental de Matemática que enfatiza:

> O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades (BRASIL, 1998, p. 51).

Desde a década de 80 do século passado (XX), Pavanello tem observado os problemas relacionados ao ensino de Geometria. Em meados dessa década, ela tomou como objeto de estudo "o abandono do ensino da Geometria e suas consequências do ponto de vista da formação integral do aluno como [...] objeto de estudo" (PAVANELLO, 2004, p. 2) que resultou na sua dissertação de mestrado e em artigos abordando o tema.

Após suas investigações, a autora ainda verifica as dificuldades encontradas pelos alunos. Em outra pesquisa, Pavanello (2004, p. 5) assinala as dificuldades que os professores e estudantes apresentam em Geometria, seja na representação de figuras geométricas e suas dimensões, na diferenciação dos conceitos de área, perímetro e superfície, ou ainda para relacionar conceitos geométricos, a fim de resolver uma situação problema.

Pavanello (2004, p. 139) conclui mostrando a "necessidade de trabalhar em Geometria as representações de figuras de forma contínua desde as séries iniciais, e se estendendo ao longo de toda a educação básica".

A partir dos estudos e considerações supracitados, constata-se que o ensino da Geometria passa a ser praticamente excluído do currículo da escola com a introdução da

Matemática Moderna que ocorre exatamente quando cresce a necessidade de expansão da escolarização a uma parcela mais significativa da população, acirrando-se à luta pela democratização das oportunidades educacionais.

Ademais, Almouloud et al. (2007, p. 4) apontam que:

> a formação dos professores do Ensino Fundamental apresenta problemas relacionados com a aprendizagem por parte dos professores de Geometria e com o ensino e aprendizagem dos estudantes, mesmo considerando a importância dessa disciplina como instrumento para outras áreas científicas.

Os autores destacam que embora os professores investigados no projeto afirmem que a Geometria é importante e merece estar incluída em todos os níveis de ensino, não há coerência entre essa afirmação e a prática de ensino, já que organizam os conteúdos, para o Ensino Fundamental e Médio sem focar, muitas vezes, conteúdos de Geometria.

As conclusões dessa investigação apontam para a precariedade da formação dos professores de Matemática, e a forma como os livros didáticos apresentam os conteúdos de Geometria, além das deficiências do próprio sistema educativo.

Essa exclusão pode ser explicada por uma herança, como Wagner Valente (2008) aborda em artigo intitulado Quem somos nós, professores de Matemática? Nele o autor faz um retrospecto da herança profissional do antepassado do professor no Brasil que deixou marcas nas práticas e saberes cotidianos da educação matemática. E acrescenta, "o ofício de ser professor de Matemática, como a maioria das profissões, é herdeiro de práticas e saberes que vêm de diferentes épocas", (p.12) e baseado nessa herança questiona — "Por que ensinamos o que ensinamos aos nossos alunos, e da maneira como ensinamos? Por que valorizamos determinadas práticas e não outras? Quem somos nós, professores de Matemática?" (p.12). Questionamentos que para serem respondidos se faz necessário balizamento e uma análise histórica.

Ressaltamos em sua investigação, em particular o tópico: Aulas de Geometria: nosso bisavô profissional trabalhando em cursinhos preparatórios, onde relata que desde a independência do Brasil, não tinha mais sentido exportar os filhos da elite brasileira para estudar em Portugal, daí a necessidade de se criar em terras tupiniquins uma universidade. E acrescenta:

> Com a entrada da Geometria como um dos exames parcelados aos Cursos Jurídicos, a matemática muda oficialmente de *status*. Inicialmente considerados como conteúdos de caráter técnico-instrumental, servindo prioritariamente ao comércio e à

> formação militar, os conteúdos matemáticos, por meio da Geometria, ascendem à categoria de saber de cultura geral (VALENTE, 2008. p.15).

Valente (2008, p. 23) conclui que nossas práticas profissionais e o aprender matemática segue uma trajetória e herança de lutas e conquistas desde os — "tataranetos do profissional militar, passando pelos bisnetos do preparador de cursinhos, netos do pensar a Matemática como unidade e filhos de um desencantado modo de ver a matemática como moderna".

Na busca de novas práticas e saberes, revelamos o trabalho de dissertação de Rocha (2008, p. 56) sob título: Uma proposta de ensino para o estudo da Geometria hiperbólica em ambiente de geometria dinâmica. Em sua pesquisa a autora indaga: "Em que medida a Geometria dinâmica pode interferir na construção dos conceitos da Geometria Hiperbólica, no estudo axiomático realizado pelo professor de Matemática e como esse novo conhecimento pode contribuir para sua formação"?

Seu principal objetivo com este trabalho foi propor um ambiente ao aprendizado da Geometria Hiperbólica na formação do professor de Matemática, procurando investigar, também, se a apresentação das demonstrações feitas passo a passo, favorece a aprendizagem do raciocínio lógico e se uma sequência de ensino provoca mudanças no conhecimento do professor.

Outro trabalho que também muito contribui com a temática de nossa pesquisa é o trabalho de dissertação de Braguim (2006) com o tema *Abordagens metodológicas no ensino da matemática perímetros e áreas*, onde o autor buscou explorar limites e possibilidades de quatro abordagens metodológicas no ensino do tópico matemático perímetros e áreas, tanto sob a perspectiva do professor quanto a do aluno que, mesmo os professores acreditando que os alunos consigam boa assimilação no mesmo, pesquisas apontam existir dificuldades sobre sua aprendizagem.

As abordagens escolhidas pelo pesquisador foram: Expositiva Tradicional; Oficina; Com o Auxílio do Computador e Projeto Temático. Fundamentadas, respectivamente por Herbart, Freinet, Ponte e D'Ambrosio. A coleta de dados deu-se através de notas de aula feitas pelo professor/pesquisador, avaliação e auto-avaliação e entrevistas com os alunos.

Na abordagem com o auxílio do computador de perímetros e áreas é destacada a rapidez com que a tecnologia avança e a necessidade de mudanças na educação e nos educadores. Sobre essa necessidade de mudanças Ponte e Canavarro (1997, apud Braguim 2006, p. 24) advertem:

> A escola corre o sério risco de ser cada vez mais rejeitada pelos jovens, surgindo-lhes como representante de uma cultura de outra época, como uma instituição defasada do seu tempo. Para a maioria dos alunos, os assuntos tratados nas aulas não despertam grande interesse. Muitas vezes isso não resulta propriamente dos assuntos em si, mas da forma como são apresentados, de maneira formal, rígida, como matérias a aceitar e não como problemas a investigar. Os próprios professores estão presos a uma concepção do saber estático, cristalizada, que vê o currículo como uma simples sequência de tópicos e subtópicos.

Dentre outras conclusões, a pesquisa do Braguim mostrou-nos o interesse que os alunos têm pela Informática e a preferência por trabalho em grupo. Quanto à aprendizagem, pode-se afirmar, mesmo que este não tenha sido o enfoque de sua pesquisa, a abordagem metodológica Com o auxílio do Computador o aprendizado se deu em um maior índice.

Interesse e auxílio retratados no primeiro capítulo do livro: O Computador na sociedade do conhecimento organizado pelo José A. Valente (1999) onde é feita uma análise e contextualização histórica da informática na educação no Brasil, destacando que “A utilização de computadores na educação é tão remota quanto o advento comercial dos mesmos.” (p.1) e que as primeiras máquinas começaram a ser comercializados no final da década de 50, propiciando assim as primeiras experiências do seu uso na educação.

O autor acrescenta que faz uso do termo informática referindo-se à inserção no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos curriculares em todos os níveis e modalidades de educação, eliminando o uso do computador para ensinar conteúdos de ciência da computação ou “*alfabetização em informática*”.

Essa ressalva se deve a comumente utilização do computador em atividades, com o objetivo de ter a informática na escola, porém, sendo repetidos métodos tradicionais de ensino e defende uma informática inserida na educação que priorize o uso adequado dos potenciais educacionais do computador alternando adequadamente atividades tradicionais de ensino-aprendizagem e atividades que usam o computador. O fazer e o compreender esse conhecimento demanda uma mudança na sociedade e na educação.

Valente (1999, p. 33) conclui que segundo uma visão piagetiana em que atos educacionais deverão promover a construção e compreensão do conhecimento, onde “a educação não pode ser mais baseada em um fazer descompromissado, de realizar tarefas e chegar a um resultado igual à resposta que se encontra no final do livro texto”.

O autor acrescenta:

> Atualmente, os processos educacionais são restritos ao solicitar que o aluno faça várias atividades, as quais podem ou não ser realizadas com sucesso. Porém, o fato de ele ter sido bem sucedido, não significa que o aluno, necessariamente compreende o que fez. Piaget observou que há uma diferença entre o fazer com sucesso e o compreender o que foi feito (p. 33).

Acreditamos que esses processos implicam em consequências para a educação segundo a visão de Piaget (1967 apud Valente 1999, pp.33-34):

> O ensino é sempre de forma indireta, levando as crianças apenas a aceitar o que está sendo dito.
> A metáfora da transmissão onde o conhecimento não é informação a ser fornecida numa extremidade, codificada, memorizada, recuperada, e aplicada na outra extremidade. Em vez disso, o conhecimento é a experiência que é adquirida através da interação com o mundo, pessoas e coisas.
> Por fim a teoria de aprendizagem que ignora resistências à aprendizagem perde sua identidade. Piaget mostra que de fato as crianças têm boas razões para não abandonar seus pontos de vista à luz de perturbações externas.

Neste novo século é de particular importância analisar as várias facetas da tríade aluno-professor-TIC no processo ensino-aprendizagem e as mudanças que esta incursão trará a educação que está em constante busca de processos que permitam a sociedade acompanhar o ritmo acelerado do desenvolvimento científico e tecnológico.

CAPÍTULO 2

SOCIEDADE DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

Discorremos neste capítulo sobre a relação do homem na sociedade da informação e comunicação, trazendo a tona seus anseios, medos e perspectivas de uma convivência saudável destas tecnologias com o saber e porque não dizer, com a escola. Tratamos também sobre uma das contribuições deste advento das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) denominada Geometria Dinâmica e seu dinamismo através de pacotes de aplicativos relevantes na aprendizagem da Matemática, em particular, os objetos geométricos norteadores do nosso trabalho, perímetro da circunferência e área do círculo.

2.1 A Escola e as Tecnologias da Informação e Comunicação

O fenômeno global, também conhecido como globalização ocorre na sociedade atual, principalmente a econômica, mas também cultural e social, como resultado de uma nova cultura planetária, impulsionada pela quebra de barreiras geográficas e econômicas decorrentes da utilização da tecnologia e políticas de informação e comunicação, promovidas pelos diferentes governos e organizações internacionais. Essas informações e comunicações dão curso a novos tempos cujas transformações implicam profundas alterações em praticamente todos os segmentos da nossa sociedade, afetando a maneira como atuamos e pensamos na sociedade e, em especial no ambiente escolar. Este ambiente se torna mais importante a cada dia, porque para ser ativo nesse novo espaço social onde são exigidos novos conhecimentos e habilidades que devem ser aprendidos no processo educacional.

Novas tecnologias da informação e comunicação estão transformando a realidade na sociedade, e particularmente o processo educacional. Mas que realidade? Claro que existem diferenças, e que todas as tecnologias precisam ser tratadas com seriedade para que a comunidade escolar possa constituir-se em um espaço de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento cognitivo, afetivo, cultural e social dos alunos. Uma realidade em que o professor se depara atualmente é caracterizada pela chegada de novas tecnologias (computador, Internet, vídeo, televisão) na escola, que apontam novos desafios para a comunidade escolar. O que fazer diante desse novo cenário? De repente o professor que, confortavelmente, desenvolvia sua ação pedagógica, tal como havia sido preparado durante a sua vida acadêmica e pela sua experiência em sala de aula, se vê diante de uma situação que implica novas aprendizagens e mudanças na prática pedagógica.

Esta transformação é importante o suficiente para que seja comparada com a grande revolução tecnológica, tal como a escrita, que transformou a educação.

O direito universal à educação deve ser ampliado, porque os espaços sociais foram expandidos. A verdade é que o ambiente digital emergente exige a concepção de novas atividades educacionais complementares as já existentes. Neste sentido, a educação global requer uma grande mudança de atitude nas pessoas e, ao mesmo tempo uma mudança de política nas instituições, especialmente na educação.

Diante desse quadro que se apresenta José A. Valente (1999, p. 29) destaca:

> O conhecimento e, portanto, os seus processos de compreensão assumirão papel de destaque, de primeiro plano. Essa valorização do conhecimento demanda uma nova postura dos profissionais em geral e, portanto, requer o repensar dos processos

> educacionais, principalmente aqueles que estão diretamente relacionados com a formação de profissionais e com os processos de aprendizagem.

O impacto da sociedade da informação na educação e na formação de novos profissionais é apontado em vários livros, pesquisas e congressos sobre o computador, a sociedade da informação e o conhecimento. Como foi observado no livro “O computador na sociedade do conhecimento" organizado por Valente (1999, p. 2), no qual o autor enfatiza:

> o uso do computador na criação de ambientes de aprendizagem que enfatizam a construção do conhecimento, apresenta enormes desafios. Primeiro, implica em entender o computador como uma nova maneira de representar o conhecimento, provocando um redimensionamento dos conceitos já conhecidos e possibilitando a busca e compreensão de novas ideias e valores.

O uso do computador com essa finalidade requer uma análise cuidadosa do que significa ensinar e aprender bem. Estão surgindo novas ações ligadas à informação e ao conhecimento onde é necessária a utilização de ferramentas das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) o que demanda rever o papel do professor nesse contexto.

As mudanças são iminentes e devemos nos preparar para este novo ambiente cheio de oportunidades, mas também incertezas. Tecnologia e telecomunicações em todas as suas formas mudarão a maneira como vivemos, trabalhamos, produzimos, comunicamos, compramos e vendemos. O grande desafio é a preparação e aprendermos a viver neste novo ambiente. Dada esta dinâmica, a escola tem um grande desafio pedagógico, onde tem que se repensar o conceito de aluno - professor e o próprio processo de aprendizagem.

Concordamos com Valente (1999, p. 29) quando declara que a mudança pedagógica almejada “é a passagem de uma educação totalmente baseada na transmissão da informação, na instrução, para a criação de ambientes de aprendizagem nos quais o aluno realiza atividades e constrói o seu conhecimento”. Essa mudança acaba repercutindo em alterações na organização da escola como um todo: na sala de aula, no papel do professor e dos alunos e na relação com o conhecimento.

Vivemos em um período de transição para uma sociedade da informação. Se a mudança na Educação é lenta e quase imperceptível, a mudança em outros segmentos da nossa sociedade - como no sistema produtivo - é rápida, visível, afetando drasticamente o nosso comportamento, principalmente o modo de trabalhar e, por conseguinte, o modo de pensar e atuar.

O conhecimento muda o mundo, e nosso mundo está mudando com a velocidade do novo conhecimento. Portanto, a educação necessita repensar seus objetivos, metas e pedagogias educacionais se pretenderem cumprir a sua missão no século de prestar satisfações às necessidades do homem. Sobre este panorama, em entrevista a revista Time (1992), Bill Gates afirma: "As mesmas forças tecnológicas que tornam o aprendizado tão necessário irá fazê-lo agradável e prático. Corporações estão se reinventando em torno das oportunidades criadas pela tecnologia da informação, as escolas também terão que fazê-lo".

A Educação é um serviço e, como tal, sofre e se adéqua às concepções e paradigmas em que vive a sociedade, portanto ela passa pelas mesmas transformações que outros segmentos da sociedade passam.

Para Hargreaves (1999, p. 55), “implantar mudanças na escola, adequando-a as exigências da sociedade do conhecimento, constitui hoje um dos maiores desafios educacionais”. Tais mudanças ainda continuam mesmo depois de passados 13 anos.

A escola é um espaço de trabalho complexo, que envolve inúmeros outros fatores, além do professor e alunos, portanto a diferença no uso do computador está intimamente ligada à formação do professor e não propriamente na ferramenta, mas também a ferramenta enuncia conhecimentos ao professor, por exemplo, com régua e compasso muitos matemáticos foram capazes de desenvolver novos problemas em Geometria, já no computador, não há a régua e o compasso como conhecemos, no entanto problemas antigos poderão ser desenvolvidos como novos problemas, com a possibilidade em desenvolver animações e simulações dinâmicas que permitem um novo olhar de alunos e professores sobre problemas antigos como se os mesmos fossem novos. É neste fator que está a diferença gerada pela tecnologia, ela pode permitir um “novo olhar” - construções com um aplicativo de Geometria Dinâmica, por exemplo - mas o pensamento crítico matemático exige que o aluno retorne ao “velho olhar” - construções com régua e compasso - para poder compreender o conhecimento matemático que está sendo articulado, daí se pode considerar um aspecto desde já, o computador é mais uma opção para a escola, mas tal exige uma mudança de postura a partir dos professores e por extensão aos seus alunos. Na visão de Valente (1999, p. 33):

> A educação em massa foi fundamental para passarmos de uma educação artesanal, custosa e, portanto, restrita a um segmento muito pequeno da sociedade. Se quisermos continuar a democratizar ainda mais a Educação e adequá-la aos novos tempos, é impossível pensar que isso deverá ser feito por meio de melhoras implementadas na educação do paradigma Fordista. Ela, certamente, deverá sofrer mudanças e passar a ser a educação do paradigma enxuto.

O autor acrescenta que o paradigma Fordista está interessado somente nos músculos do trabalhador, no fazer e não na sua mente, na sua capacidade de pensar. Por outro lado, na produção *enxuta*, o fazer passa a ser menos relevante e o que importa é a habilidade de compreender uma determinada situação e ser capaz de tomar decisões e de criar e construir novas soluções.

Na mesma linha de raciocínio segue Papert (2007, p. 15) quando declara que “A grande mudança é mais social do que tecnológica.” Segundo o autor, na década de 80 as crianças usavam computadores nas escolas, “e se você queria falar sobre mudar a educação, a escola era o lugar para fazê-la. Atualmente há muito mais computadores nas casas do que nas escolas, e não é mais interessante inovação e aprendizagem alternativa a ter lugar nas casas do que em escolas”.

Papert afirma que a transformação é nas crianças e que as mesmas têm o poder que vai mudar as escolas e que computadores em casa é a maior fonte de mudança na educação.

A aprendizagem Construcionista (PAPERT 1968) é inspirada na teoria Construtivista, em que os alunos constroem modelos mentais individuais para entender o mundo ao seu redor. No entanto, o Construcionismo afirma que a aprendizagem pode acontecer de forma mais eficaz quando as pessoas também são ativas na tomada de objetos palpáveis no mundo real. Neste sentido, o Construcionismo está ligado com a aprendizagem por experiência, baseando-se, portanto na teoria epistemológica de Jean Piaget.

De acordo com Papert (2007), crianças, computadores e aprendizagem se entrelaçam na Máquina das Crianças. O autor declara que, estamos entrando na "era da aprendizagem" durante a qual a "capacidade competitiva é a capacidade de aprender.” (p. 16). É a revolução na tecnologia que, simultaneamente, trouxe a necessidade de melhorias no aprendizado, que proporcionem a oportunidade de melhorar os "ambientes de aprendizagem".

Novas tecnologias vão melhorar a aprendizagem especialmente para as crianças através de "criação de mídia pessoal capaz de suportar uma ampla gama de estilos intelectual". Porém, Papert prevê que o futuro da aprendizagem enfrenta um grande obstáculo: as escolas.

A educação, na visão de Papert (2007, p. 20-25), "permanece em grande parte comprometido com a filosofia educacional do final do século XIX e início do século XX" e tenta "impor uma única forma de saber sobre todos". Os professores como técnicos que moldam as mentes passivas, e uma ênfase na leitura como a "rota essencial para o conhecimento" são as características principais do sistema da educação de hoje.

Nessa educação de hoje, o papel do professor deixará de ser o de total entregador da informação para ser o de facilitador, mediador, supervisor e consultor do aluno no processo de resolver o seu problema. Para Valente (1999, p. 35):

> Eventualmente, essa "consultoria" terá momentos de transmissão de informação ao aluno. Entretanto, ela deverá se concentrar em propiciar ao aluno a chance de converter a enorme quantidade de informação que ele adquire, em conhecimento aplicável na resolução de problemas de seu interesse. O professor deverá incentivar o processo de melhorias contínuas e ter consciência de que a construção do conhecimento se dá por meio do processo de depurar o conhecimento que o aluno já dispõe.

Para tanto, o professor deverá estar atento e conhecer os seus alunos, incentivando a reflexão e a crítica e permitindo que eles passem a identificar os próprios problemas na sua formação, buscando soluções para o mesmo.

Porém, Valente (1999, p. 36) assegura que “para a intervenção efetiva, não existe uma receita e o que é ser efetivo é polêmico, pois depende de um contexto teórico, do estilo do professor e das limitações culturais e sociais que se apresentam em uma determinada situação”.

Uma vez que esses fatores variam de um meio para o outro e nunca são exatamente os mesmos, “é importante que o professor desenvolva mecanismos, tais como: o constante questionamento e a reflexão sobre os resultados do trabalho com o aluno, para poder depurar e aprimorar a efetividade de sua atuação no novo ambiente de aprendizagem” (p. 37).

A sociedade do século XXI certamente reafirma que a aprendizagem é a mais importante fonte de riqueza e bem-estar com capacidade de competir e cooperar em paz. Consequentemente, cada escola tem de começar por aceitar a necessidade de se tornar uma organização competitiva para facilitar a aprendizagem individual e coletiva deste século.

Outros autores como Gergen (2001), Lévy (1996), Moran (2000), Almeida (2007) em educação ou psicologia comungam com os argumentos trazidos por Papert (1968, 2007) e Valente (1999) que norteiam nossa pesquisa para uma aprendizagem utilizando as TIC, em particular um aplicativo de geometria dinâmica, fornecendo importantes elementos no processo de ensino e aprendizagem da matemática, tais como:

- A capacidade de agir como um elemento motivacional onde o aluno é atraído para o computador.
- Faz o aluno ganhar confiança em si como um estudante;
- Permite o desenvolvimento da aprendizagem personalizada para capacitar o aluno a se desenvolver em seu próprio ritmo de aprendizagem.
- Permite visões de formas gráficas, imagens, animações e simulações que fornecem certo grau de realidade.

- Permite aos alunos aprender com seus erros, minimizando a sensação de fracasso sentida por não atingir o sucesso esperado.
- Permite ao aluno uma aprendizagem pela descoberta, incentivando a independência e autoaprendizagem.
- Estimula o trabalho em grupo.
- Da obediência à autonomia. O professor para de exigir submissão e pelo contrário, fomenta a liberdade responsável, estimulando e desenvolvendo a autonomia.

Ademais, o ensino da Matemática tem diante de si o desafio de definir metodologias e estratégias de integração da tríade aluno-professor-TIC para estimular uma aprendizagem que garanta que os alunos encontrem interesse no avanço através do trabalho adequado para alcançar os resultados desejados.

2.2 A Geometria Dinâmica e sua dinâmica na Escola

Concordamos com Osta (1998, p. 109) quando ressalta que "entre todos os temas que fazem parte do currículo da Matemática escolar, a Geometria se destaca como um que é obrigado a ser influenciado mais profundamente pelos progressos recentes, tanto em hardware e desenvolvimento de aplicativos" (tradução nossa).

É verdade que em certa medida, pelas possibilidades oferecidas pelo avanço tecnológico, em particular, pela capacidade de lidar com computador múltiplas representações de informação, sejam elas: numérica, gráfica ou simbólica, todo o currículo de Matemática é afetado. Para Osta (1998, p. 109), essas "potencialidades são mais marcantes em Geometria, especialmente em conexão com o chamado aplicativo de geometria dinâmica" (tradução nossa).

Ao longo de mais de duas décadas em sala de aula, percebemos que o ensino tradicional da Geometria pode ser comparado a uma aula de culinária numa doceria onde o professor mostra aos alunos de doceria só (ou pior ainda, apenas as imagens dos bolos), sem mostrar o que se passa dentro do bolo e como o mesmo é feito. Além disso, eles não estão autorizados a cozinhar! De forma oposta, numa abordagem construcionista, se apresentaria diretamente para os alunos as definições já feitas, mas permitir-lhes-ia formular as suas próprias definições.

O ensino da Geometria Euclidiana está passando por um renascimento emocionante grande parte devido ao progresso recente de aplicativos de Geometria Dinâmica como o Cabri e o GeoGebra[8]. Os aplicativos de Geometria Dinâmica estão incluídos em Ambientes Interativos de Aprendizado (AIA), ou seja, sistemas que delineiam a aprendizagem construcionista onde segundo Thompson (1987, p. 05), "o aprendizado é entendido como a construção individual do conhecimento a partir de atividades de exploração, investigação e descoberta".

De modo geral, para Valente (1999) os sistemas de AIA são fundamentados em princípios que abrangem:

- Construção e não instrução: alunos aprendem mais efetivamente construindo seu próprio conhecimento, não sendo ensinados por meio da leitura, nem por meio de uma sequência organizada de exercício-e-prática;
- Controle do aluno e não controle do sistema: o estudante tem um controle não exclusivo, mas mais significativo da interação na aprendizagem.
- Individualização é determinada pelo estudante e não pelo sistema: o feedback e informação individualizada são chaves na aprendizagem. (p. 54, adaptado)

Estes aplicativos geométricos foram projetados com a intenção específica de disponibilizar para o aluno um ambiente de exploração experimental da Geometria.

No passado recente, os alunos tinham que desenhar em uma folha de papel, obtendo um rascunho mais ou menos preciso, mas essa representação fixa limitava severamente sua exploração. Nos aplicativos de Geometria Dinâmica o desenho da forma geométrica pode ser construído através de ações e em uma linguagem que é muito próxima ao utilizado no mundo do "papel e lápis". Em contraste com a construção de papel e lápis, a Geometria Dinâmica é precisa e rápida facilitando a execução de construções complexas, possibilitando interações e modificações.

Segundo Valente (1999, p. 21-23):

> uma mudança no paradigma da educação, nos últimos anos centrada no ensino, para algo centrado na aprendizagem, transcende o uso da máquina, esta deve ser uma auxiliar muito poderoso, mas precede a formação dos professores e educadores que irão usar essa tecnologia.

Há uma exigência, da sociedade, para que as escolas possuam laboratórios de informática, propiciando aos seus alunos, pelo menos a familiarização com essa tecnologia,

---

[8] Desenvolvido em 2001 pelo austríaco Markus Hohenwarter, professor e pesquisador da Universidade de Salzburg/Áustria, na área de Informática Aplicada à Educação Matemática.

que é uma necessidade para a inserção nos serviços daquele aluno que não dispõe dessa máquina em casa.

Quanto aos benefícios do uso do computador no processo ensino-aprendizagem, ainda merecem muita discussão. O uso do computador por profissionais (professores) que não dominam o ambiente podem provocar um sentimento de que a máquina resolve todos os problemas, e que tudo o que se obtém através dela esta correta (exemplo simples: pesquisas realizadas pela internet sem a supervisão e a orientação adequada dos professores). Utilizá-lo como um auxiliar didático para aparelhar as aulas, é uma subutilização dos recursos dessa ferramenta. Sobre tal fato Valente (1999, p. 35-36) relata:

> Usar o computador para desenvolver o raciocínio ou possibilitar diferentes situações para a resolução de problemas, com a depuração de erros, por exemplo, é uma forma de utilização da máquina que contribuirá com o raciocínio lógico e a disciplina na organização do pensamento e do conhecimento para compor um raciocínio, mas isso é um dos objetivos de ensino da matemática.

Freire (2000, p. 51), relata que “a mudança do paradigma educacional é facilitada quando acompanhada da introdução de novas ferramentas que devem auxiliar o processo de expressão do nosso pensamento. Esse é um dos papéis do computador na educação”.

O Construcionismo (a construção do conhecimento através do computador), Papert (1991) motiva o aluno a construir o objeto do seu interesse. O envolvimento afetivo torna a aprendizagem mais significativa.

Valente (1999, p. 56) salienta que a linguagem logo, propicia este ambiente para construção do conhecimento, com o auxilio do computador, uma vez que ao trabalhar com a linguagem logo, “o aluno esta construindo algo na tela a partir de comandos dados por ele, refletindo sobre as informações que foram processadas para se obter o produto final, poderá chegar a diversos níveis de abstração”.

Para criar ambiente de aprendizagem baseados no computador no qual o conhecimento é construído segundo a abordagem construcionista, é necessário que o aplicativo tenha características que facilitem as atividades de descrição, reflexão e depuração. Essas características, geralmente são encontradas nas linguagens formais de programação, (programação não necessariamente, pode ser vista como a explicitação de ideias em termos de uma sequência lógica de comandos de uma linguagem de computador). O processo de programação pode ser iniciado com uma ideia clara de como resolver um problema.

Skovsmose (2000, pp. 66-91) faz um paralelo entre o ensino tradicional de matemática, onde é empregado o paradigma do exercício e o ensino explorando ambientes de investigação para propiciar uma educação matemática crítica, relacionando-a diretamente com situações reais ou semirreais. O autor ilustra, através de exemplos, situações onde diferentes conteúdos matemáticos relacionados com a realidade ou semi-realidade são tratados nos diferentes ambientes de aprendizagem (paradigma do exercício ou cenários investigativos) e salienta que "o paradigma do exercício pode ser transformado em um ambiente investigativo, mesmo este não sendo esta a sua concepção inicial. Trabalhar em cenários de investigação leva o professor a trabalhar em *zona de risco*".

A disposição do professor em instigar o aluno à investigação é que faz a diferença entre uma aprendizagem ativa, critica e uma aprendizagem passiva, mesmo usando o paradigma do exercício. Num ambiente informatizado é mais propicio para se criar um ambiente de aprendizagem ativo e crítico, mas para isso ocorrer, nas nossas escolas, de acordo com Ponte (2006, p. 1), "seria necessário uma reorganização profunda da prática docente, incluindo o espaço físico, o tempo dedicado às diferentes tarefas e em uma forma séria de promover e incentivar a formação continuada dos professores". O autor acrescenta que estas condições "pressupõe condições de trabalho dignas e um salário compatível, que permita ao professor se dedicar, com eficiência, à sua tarefa de ensinar".

Considerando que a atuação do professor de matemática está estruturada sob três parâmetros: domínio da sua área de ensino, a Matemática, as teorias educacionais e as perspectivas da didática, Ponte (2006, p. 1) sinaliza para a necessidade dos "profissionais do ensino dominarem o uso das ferramentas advindas das TIC, incluindo os aplicativos educacionais e os aplicativos de uso geral e com isso usá-las no ensino de modo inovador".

Adotar tecnologia, comprar, manter equipamentos apropriados e treinar professores para usá-los eficientemente, são condições necessárias, porém insuficientes para assegurar uma escola de um excelente programa de ensino. Há outros fatores, muitos dos quais são mais afetivo do que de conhecimento, tais como intimidade e habilidade do professor em dar suporte ao aprendizado.

Ravitch (1998, p. 53) nota que a organização escolar tem sido tradicionalmente hierárquica e burocrática, enquanto que as novas tecnologias desafiam este modelo e descreve que para uma adoção de tecnologia no ensino com sucesso, devem ser atendidas quatro condições:

> Treinar as habilidades necessárias para trabalhar com tecnologia;
> Educação provendo visão e entendimento do estado de arte de desenvolvimentos e aplicações;
> Suporte para experimentos e inovações;
> Tempo suficiente para aprender e praticar.

Educação com o uso de tecnologia modifica a relação de aprendizado do modelo de escola comum, centralizado para um modelo mais descentralizado e flexível.

O Construcionismo afirma que a aprendizagem é particularmente efetiva quando se constrói algo para outros experimentarem. Isto pode ser qualquer coisa. Desde falar alguma coisa, escrever uma mensagem na Internet, até artefatos mais complexos como uma pintura, uma casa ou um aplicativo. Por exemplo, você poderia ler várias vezes esta página e ainda poderia esquecer amanhã - mas se você fosse tentar explicar essas ideias a outra pessoa com as suas próprias palavras, ou produzir um slide show que explique estes conceitos, você teria uma compreensão melhor e mais integrada em suas próprias ideias. Por isso que as pessoas tomam notas durante conferências, até mesmo se elas nunca lessem novamente as notas.

O GeoGebra = Geometria + Álgebra (Figura 1) é um aplicativo construcionista gratuito que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo. De um modo bem simples, podem ser construídos pontos, segmentos de reta, polígonos, Circunferências, vetores, gráficos de funções, cônicas e, depois, podem ser dinamicamente modificados com um simples movimento do mouse. Pode ser utilizado em dezenas de idiomas, inclusive o português. Recebeu vários prêmios internacionais, incluindo o prêmio de melhor *aplicativo* educacional alemão e europeu:

GeoGebra
Dynamic Mathematics for Schools

Figura 1: Logomarca do aplicativo GeoGebra
Fonte: www.geogebra.at

A opção pela utilização do aplicativo GeoGebra desenvolvido por Markus Horenwarter, da Universidade de Salzburg na Educação Matemática foi feita, pois o mesmo reúne ferramentas de sistema com recursos para uso em ensino de Geometria e Álgebra. Sistema esse, que permite uma dinâmica na Geometria e em Álgebra, permitindo realizar construções tanto com pontos, segmentos, retas, e funções, possibilitando modificações ativas.

No GeoGebra, facilmente uma expressão em álgebra corresponde à representação de um objeto da geometria e reciprocamente. É distribuído livremente de acordo com a GNU (General Públic License) e seu download é efetuado a partir da Internet, onde facilmente se obtém as versões mais atualizadas no endereço www.geogebra.at. Qualquer usuário pode fazer a instalação individual do programa de forma rápida e fácil.

Recomendamos o uso do GeoGebra Webstart garantindo a constante atualização da versão mais atual do GeoGebra, eliminando instalações complicadas ou procedimentos de atualizações, porém pode-se usar também o GeoGebra Web off-line.

CAPÍTULO 3

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Vamos agora versar sobre os fundamentos teóricos pilares de nossa pesquisa, subsidiados em aspectos da Didática Francesa de Educação Matemática.

Um dos pioneiros da didática da Matemática nascido em 4 de Fevereiro de 1933, em Taza, no Marrocos, Guy Brousseau lecionou na Universidade de Bordeaux (França), onde atualmente é professor emérito, exercendo a função de diretor do Laboratório de Didática das Ciências e das Tecnologias. Recebeu o título de doutor honoris causa das universidades de Montreal (Canadá), Genebra (Suíça) e Córdoba (Espanha), no começo da década de 1970. Desenvolveu pesquisa científica intitulada *Teoria das Situações Didáticas* (TSD) e seus quatro momentos, a saber, ação, formulação, validação e institucionalização, os quais discorreremos neste capítulo.

3.1 Questões de epistemologia e métodos de ensino na Matemática

Quatro disciplinas são fundamentais aos princípios da Educação Matemática, são elas: A Filosofia e o porquê ensinar; A Sociologia e para quem e onde ensinar; A Psicologia e o quando e de que maneira ensinar; e, a Matemática como objeto de ensino. Percebe-se diante deste universo acadêmico o quanto é complexo o ensinar Matemática e defini claramente o que é Educação Matemática. Para isso é necessário voltar às origens. A palavra didática provém do grego Didaktiké do verbo Didasco ensino (ensinar) e Didascalos (professor). "Aquele que ensina“. Evento educativo de processo bilateral que consiste em dois movimentos simultâneos e correlativo de ensinar e aprender. Sintetizando, poderíamos dizer que ela funciona como o elemento transformador da teoria na prática.

O verbo didasko significa ensinar, instruir, expor claramente, demonstrar. O termo didactika é o nominativo e o acusativo plural, neutro, do adjetivo didaktikós, derivado do verbo didasko, que significa o relativo ao ensino, à atividade instrutiva. Portanto, pode-se definir didática como a ciência ou a arte do ensino. Esta análise etimológica volta-se para uma definição de didática como arte ou ciência do ensino. Portanto, ensino parece ser o elemento chave que identifica o conteúdo da didática.

Segundo Brousseau (2008), Comenius[9] a definia como sendo “a arte de ensinar”. Para ele, seria um método único, suficiente para todas as matérias. Seria o método natural, válido tanto nas artes como nas línguas. As variações seriam muito insignificantes e não precisariam de métodos especializados. Brousseau (2008, p. 13) defende que a Didática da Matemática estuda os processos de ensino e aprendizagem de ideias matemáticas, particularmente a nível escolar e que “o projeto de uma nova Didática parte da constatação que o conhecimento não deve apenas receber uma citação ou recitar, mas produzi-la novamente em muitas situações como uma criação pessoal”.

Brousseau (1986) criou a Teoria das Situações Didáticas (TSD) com base em uma análise crítica dos trabalhos que visavam promover um ensino no estilo formalista da Matemática Moderna.

As teorias por trás de nossa pesquisa estão focadas na teoria cognitiva que dá suporte as várias interpretações que podem ter o perímetro da Circunferência e área do Círculo. Dentro deste mundo da cognição, escolhemos a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

---

[9] Jan Ámos Komlusky (Comenius, em latim), (Comênio, em português), teólogo, nasceu em Moravia (República Checa), em 28 de março de 1592, morreu em 15 de novembro de 1670, autor, dentre outras obras , da Didacta Magna.

Nas últimas décadas, abordagens metodológicas desbravaram novos caminhos no ensino da Matemática, que em perspectivas atuais consideram as seguintes dimensões:

- Epistemológica – Na perspectiva Construtivista da educação de Piaget a criança ativamente constrói um conhecimento, interagindo com o meio e organizando seus próprios construtos mentais (a cognição). Piaget (1973, p. 16) afirma que:

> O professor continua necessário na criação de situações e de idealizar projetos iniciais que introduzam problemas significativos à criança. O que se deseja é que o professor deixe de ser um transmissor de soluções prontas e exerça o seu papel de um mentor, estimulando a iniciativa à autonomia da pesquisa.

Através de sua obra, que está espalhada por todo o mundo, Piaget consegue dar uma nova visão do desenvolvimento intelectual, e, portanto, há uma reviravolta da psicologia da inteligência. Sua pesquisa o levou a desenvolver uma teoria interacionista, segundo a qual a estrutura é construída do pensamento humano como ele se desenvolve, através da interação do indivíduo interno e externo proveniente de seu ambiente, considerando ambos são igualmente importantes.

Muito do trabalho de Piaget foi baseado na ideia de que os indivíduos desenvolvem certas estruturas de pensamento sempre que mantém um relacionamento normal com o entorno físico e social. A ideia geral era que as pessoas foram formadas biologicamente para interagir com seu meio ambiente de maneira particular e, através desse relacionamento formariam uma sequência de estruturas complexas de pensamento.

Piaget destacou em sua teoria blocos básico na construção do pensamento do indivíduo que permitem as representações mentais. São eles: A adaptação, pela qual as pessoas tendem a adaptar-se a sua herança ambiental envolvendo dois processos básicos: assimilação e acomodação. A assimilação ocorre quando se utiliza os sistemas para dar sentido a novos conhecimentos, adaptando-se ao que já é conhecido e a acomodação ocorre quando uma pessoa tem de mudar os padrões para dar resposta a uma nova situação. (PIAGET,1973, p. 26)

- Sociológica – no aspecto sociocultural onde Vygotsky (1889, p. 161) sinaliza que: “Qualquer função cognitiva superior foi externa (social) antes de ser interna; pois consistiu uma relação social entre pessoas antes de ser propriamente uma função psíquica”.
- Experiência de Aprendizagem Mediada (EAM) – Onde Reuven Feuerstein (1991, pp. 3-8) sobre a orientação de Piaget, centra as interações entre sujeito e objeto, entre aluno e professor, que possibilitem a comunicação entre estes pares, tendo em vista que o

conhecimento matemático que os alunos desenvolvem está intimamente ligado as características das situações de comunicações (experiências) em que estas se desenvolvem.

- Antropológica – No aspecto de refletir sobre os processos formais e informais de se ensinar Matemática, pois a educação escolar é um desses processos.

Os trabalhos de Bosch, Chevallard e Gascón (2001) mostram como a Teoria Antropológica do Didático (TAD) emergiu e se desenvolveu dentro da pesquisa em Didática da Matemática. Eles propõem uma nova forma de modelagem da atividade matemática e seu ensino e aprendizagem através das noções de praxeologias matemáticas e didáticas seguindo o seguinte modelo: A práxis ou "know how", que inclui diferentes tipos de problemas a ser estudado bem como as técnicas disponíveis para resolvê-los. E o logos ou "conhecimento", que inclui os "discursos" que descrevem, explicam e justificam as técnicas utilizadas e até mesmo como produzir novas técnicas. Chevallard propôs a noção de organização praxeológica ou simplesmente praxeologia (como conceito chave) para estudar as práticas institucionais relativas a um objeto do saber, em particular, as práticas sociais em matemática. A abordagem praxeológica é, portanto, um modelo para análise da ação humana institucional. Portanto a TAD assume uma concepção institucional da atividade matemática assim como qualquer outra atividade humana, que é produzida, ensinada, aprendida, praticada e difundida nas instituições sociais.

A chamada "Escola Francesa da Educação Matemática" nasceu no final da década de sessenta dentro do movimento da Matemática Moderna, com as preocupações de um grupo de pesquisadores, dentre eles: Yes Chevallard (Teoria Antropológica da Matemática), Guy Brousseau (Teoria das Situações), Règine Doaudy (Dialética Ferramenta-Objeto), Raymundo Duval (Teoria dos Registros de Representação Semiótica) e Gérard Vergnaud (Teoria dos Campos Conceituais), inquietos em investigar e interpretar fenômenos e processos relacionados com a compreensão e transmissão do conhecimento matemático. Esta Escola também se concentra em duas convicções epistemológicas. Por um lado, que a identificação e interpretação dos fenômenos e processos que é o objeto de interesse sejam o desenvolvimento de um corpo teórico e não pode ser reduzido a partir de observações de experiências isoladas ou questões de opinião. Por outro lado, a convicção que este corpo de teoria deve ser o conhecimento matemático específico e não venha da simples aplicação de uma teoria já desenvolvida em outros domínios tais como a Psicologia ou Pedagogia.

Tendo como ícones na Educação Francesa, os professores Yes Chevallard (Transposição Didática) [10] e Guy Brousseau (Situações Didáticas) [11] investigam a história do conhecimento, ou seja, a sucessão de dificuldades e problemas que levaram ao surgimento dos conceitos fundamentais, a sua utilização para suscitar novos problemas, a utilização de técnicas decorrentes dos avanços para facilitar o ensino da Matemática visando o fazer progressos no sentido de modelar uma teoria fundamental que estabeleça as bases de uma ciência, devendo neste sentido, existir um compromisso com uma comunidade de pesquisadores de diversas áreas do conhecimento (supracitadas).

Segundo Brousseau (2008, p. 33):

> Um dos pressupostos fundamentais do ensino é que apenas um estudo exaustivo das condições que precedem as manifestações do conhecimento, articula a escolha de diferentes fontes de conhecimento necessária para atender as atividades cognitivas do sujeito, o conhecimento utilizado e como modificá-lo.

No início da década de 70 do século XX, na Universidade de Bordeaux (França), Brousseau promoveu uma pesquisa científica objetivando analisar e eventualmente criticar modelos das situações usadas no ensino da Matemática sugerindo a construção de outras mais adequadas. Para Brousseau, situações matemáticas são todas aquelas que levam o aluno a uma atividade matemática sem a intervenção do professor e situações didáticas são os modelos que apresentam atividades no contexto que cerca o aluno, que incluem o professor e o sistema educacional.

A T*eoria das Situações Didáticas* é uma das teorias da Educação Matemática e, portanto surge da necessidade de um modelo de ensino e aprendizagem Matemática em que se encontram devidamente representados todos os relacionamentos e operações (situações de ensino) envolvidas no processo de ensino e aprendizagem desta disciplina.

Uma situação de ensino é um conjunto de relações explícitas e ou implícitas estabelecidas entre um grupo de alunos ou o aluno, o sistema educacional (incluindo ferramentas ou materiais) e professor para permitir aos alunos que construam/reconstruam algum conhecimento (aprendam).

Em uma situação de ensino, as regras devem ser claras (contrato didático), acordado entre o professor e o aluno que funcionam como se fossem cláusulas de um contrato. Essas regras quase nunca são explícitas, no entanto, se a situação for realizada como planejado, a

---

[10] Termo introduzido em 1975 pelo sociólogo Michel Verret e rediscutido por Yves Chevallard em 1985 em seu livro La Transposition Didactique. Grenoble: La Pensée sauvage, 1991.

[11] Em 1970, Brousseau propôs um projeto científico para construção de modelos das situações usadas no ensino.

mesma começa a evoluir, produzindo alterações no contrato, gerando novas situações assim como o conhecimento em jogo. Formando assim, uma sequência de eventos que levam a ensinar os outros.

A situação que o aluno desenvolve é um trabalho às vezes comparável a culta atividade científica, onde a ação de formular, testar e construir modelos de linguagem, conceitos e teorias e estabelecer intercâmbio com outros, reconhecendo a oportunidade de usá-los e aplicá-los, pois às vezes, resolver um problema é apenas uma parte do processo e encontrar boas perguntas é tão importante como encontrar soluções. Para permitir tal atividade, pretendemos imaginar e propor situações pelas quais os alunos vivenciem (contextualização) e em que o conhecimento da ideia de perímetro (contorno) da Circunferência e área (superfície) do Círculo apareça como a solução de alguns problemas.

O trabalho do professor é de certa forma incorporado ao trabalho do investigador, devendo produzir um *jogo* (re)personalizado dos conhecimentos, pois estes passarão a ser o conhecimento do aluno devendo nascer da adaptação a uma situação específica.

A perspectiva de criação de uma situação pelo professor que ofereça aos alunos a possibilidade de construir um conhecimento leva à existência de momentos de aprendizagem, mostrando que há características na situação onde o professor pode variar o *jogo* de modo a alterar a resolução e as possíveis estratégias de construção do conhecimento de acordo com as respostas dos alunos.

Baseando-se e balizando-se nos estudos de Guy Brousseau sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) pretendemos alicerçar o trabalho em ora nos debruçamos.

A *Teoria das Situações Didáticas de Brousseau* claramente influenciada por Piaget tem na sua base o pressuposto epistemológico de que o conhecimento existe e tem significado para que a sociedade humana aprenda a se adaptar a um ambiente que está produzindo contradições, dificuldades e desequilíbrios. Este conhecimento, o resultado da adaptação dos alunos é manifestado por respostas novas (devolução) que são a prova de aprendizagem. Em sintonia com essa influência piagetiana, Brousseau (2008, p.67) explicita:

> O aluno aprende a se adaptar a um ambiente que é um fator de contradições, dificuldades, o desequilíbrio, como um pouco o faz a sociedade humana. Esse conhecimento, fruto da adaptação dos alunos é manifestada por respostas novas que atestam a aprendizagem.

A *Teoria das Situações Didáticas* é uma teoria da educação, que busca as condições para a gênese artificial do conhecimento Matemático, na hipótese de que elas não se instalam espontaneamente. Neste sentido, concordamos com Brousseau (2008, p. 136) quando assegura:

> [...] A descrição sistemática de situações didáticas é uma forma mais direta de discutir com os professores sobre o que fazem ou podem fazer, e para considerar como eles poderiam ter em conta os resultados da pesquisa em outros campos. A teoria das situações, então, aparece como um privilégio, não só para entender os professores e os alunos, mas também para produzir problemas ou exercícios adaptados para o conhecimento dos alunos e eventualmente produzir um meio de comunicação entre pesquisadores e professores.

A *Teoria das Situações*, portanto, tem dois objetivos. Por um lado o estudo da consistência dos objetos e suas propriedades (lógica, matemática, ergonomia), necessários para a construção lógica de *situações*. Por outro, o confronto científico (empírico ou experimental) da adaptação destes modelos e suas características com as possibilidades possíveis, porém incertas.

O papel fundamental dado a Teoria das Situações Didáticas é a *condição* na construção do conhecimento refletida na descrição adotada por Brousseau (2008, p.8):

> Nós temos chamado de "situação" um modelo de interação de um sujeito em certo meio determina que dado conhecimento com um recurso disponível ao sujeito poça alcançar ou manter neste meio um estado favorável. Algumas destas "situações" requerem a compreensão "anterior" de todos os conhecimentos e esquemas necessários, para que seja oferecida outras oportunidades ao sujeito por si mesmo construir um novo conhecimento num processo "genético".

Há muitas situações de um mesmo conhecimento. Da mesma forma, muitos conhecimentos podem intervir em uma única situação. Um dos objetos da Teoria das Situações Didáticas em Matemática (TSD) de Brousseau é classificar tais situações e, portanto, modelar o conhecimento baseado em oportunidades de aprendizagem e de ensino que se oferecem.

Estamos convencidos que na TSD proposta por Guy Brousseau encontra-se aporte teórico relevante para formulação e exposição de atividades sobre Perímetros (contorno) de Circunferências e Áreas (superfícies) de Círculos que ora pesquisamos, potencializando assim um ensino da Matemática ativo e com mais sentido para o aluno, onde além do aluno e do professor serem considerados agentes vitais no processo de ensino e aprendizagem, um terceiro autor também decide interesse e prioridade, o *autor silencioso*: a situação em que as atividades de alunos e professores evoluem e são implantadas de acordo com seus respectivos projetos, aprendendo e ensinando.

3.2 Tipologia das Situações Didáticas de Brousseau

Considerado o percussor da Didática da Matemática, Brousseau (apud Almouloud, 2007b, p. 01.) especifica em sua frutífera teoria das Situações Didáticas como:

> [...] um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, certo "milieu"[12], contendo eventualmente instrumentos ou objetos, e um sistema educativo (o professor) para que estes alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

O conceito moderno de educação visa solicitar ao professor que provoque no aluno os ajustes necessários, para uma escolha sábia na devolução dos *problemas* que ele propõe. Esses problemas devem ser escolhidos de forma que o aluno possa aceitá-los, agir, falar, pensar e devem fazê-lo evoluir com sua própria ação. O aluno sabe que o problema foi escolhido para que ele adquira novos conhecimentos, mas também deve saber que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação. Esta situação, ou problema escolhido pelo professor, é uma parte essencial da seguinte conjuntura: O professor procura dar aos alunos uma situação didática que faz com que a interação seja a mais independente e produtiva possível. Para este fim, comunica ou não e, como conveniente, informações, dúvidas e métodos de aprendizagem. Neste sentido, o professor se envolve em um *jogo* de interações (Figura 2) ou *situação de ensino* (sistema educacional – aluno – conhecimento escolar). Estas interações são explicadas pela Didática da Matemática como a relação didática responsável pela epistemologia da aprendizagem, através de conexões dinâmicas e assimétricas que sucedem à transposição de um determinado conhecimento matemático entre o sistema educacional e o aluno:

---

[12] "milieu" é tudo com o que o sujeito interage para construir o conhecimento.

Figura 2: Origens da Teoria das Situações
Fonte: Brousseau 2008, p. 17

Entre as interações que ocorrem na *situação de ensino,* Brousseau identifica quatro *efeitos* que podem se tornar *obstáculos* inibindo ou interrompendo a construção do conhecimento matemático. Esses obstáculos podem ser manifestados por um conjunto de problemas comuns aos agentes destas interações, que compartilham um *jogo* de raciocínio inadequado de um conceito matemático. Esse raciocínio pode ser aplicado para analisar tanto a gênese histórica do ensino de um conhecimento matemático quanto o desenvolvimento espontâneo de um aluno, pois para Brousseau (2008, p. 43): “Aprender através da adaptação ao ambiente, implica, necessariamente em perturbações cognitivas como acomodações, mudanças nos modelos implícitos, na linguagem e nos sistemas cognitivos” (tradução nossa).

Essencialmente, os *efeitos* apontados por Brousseau são atitudes que geram resultados negativos no processo de ensino aprendizagem:

- Efeito *"Jourdain"* ou incompreensão fundamental – pelo qual o professor, para evitar a discussão de conhecimentos com os alunos, eventualmente, elogia respostas banais com o intuito de estimular sem uma compreensão do conceito representado, levando o aluno há uma apropriação do uso das regras de cálculo, mas não ao significado conceitual.
- Efeito *Topázio* ou tendência do professor em *ajudar* – pelo qual o professor assume a resolução de uma situação-problema, apresentando e induzindo, progressivamente, soluções intermediárias que deveriam ser descobertas e/ou apresentadas pelos alunos.
- *Uso abusivo da Analogia* - Sabemos que é importante usar a analogia na resolução de problemas, mas não funciona substituir o estudo de uma noção complexa por um caso semelhante. Não podemos ficar com problemas semelhantes, esquecendo o problema original, cometendo o abuso da analogia.
- *Deslizamento metacognitivo* - Consiste de uma abordagem heurística para resolver um problema e assumi-lo como objeto de estudo. Não se trata de um erro didático propriamente dito, desde que a situação seja temporária e não volte a acontecer, caso contrário, o processo não permite o controle esperado e provoca dificuldades no ensino, ou seja, quanto mais comentários e convenções o ensino produz, menos os alunos podem controlar as situações que lhes são propostas.

Esses efeitos levam a paradoxos *erros* na situação de ensino como, por exemplo, o da precisão, que é basicamente a banalização de habilidades matemáticas. Em outras palavras, tomar a decisão de transmitir o conhecimento como sábios, ou banalizá-lo, e transpô-lo muitas vezes incorretamente para que o aluno compreenda. Brousseau refere-se também ao paradoxo da *incapacidade* de os alunos se adaptarem a uma nova situação. Isso pode significar um obstáculo à aprendizagem de outros conhecimentos complementares.

O fenômeno de obstáculo epistemológico tem sido destaque nas ciências por Gaston Bachelard[13], que acreditava que a Matemática era imune a esses fenômenos. Mudando um pouco o conceito de Bachelard, Brousseau modelando as *Situações Didáticas* mostrou que os fenômenos de barreiras também afetaram a história da Matemática e que, necessariamente, mais uma vez se apresentam durante o ensino e aprendizagem.

Para Brousseau, um obstáculo é um *"conhecimento"* no sentido que lhe demos de "forma regular de considerar um conjunto de situações*"*. Essa barreira (Matemática) é manifestada por um conjunto de problemas comuns a muitos atuantes (indivíduos ou instituições), que compartilham um projeto inadequado de um conceito matemático. Tal conceito produz resultados corretos ou vantagens observáveis em um determinado contexto, mas revela-se falso ou inadequado em um contexto novo ou mais amplo.

Iniciaremos nossa abordagem com os sujeitos da pesquisa, fazendo uma revisão de perímetro da Circunferência e área do Círculo numa abordagem expositiva dialogada, caracterizada por Brousseau como situação didática. Embora a situação didática seja proposta pelo professor para que os alunos adquiram conhecimento, este conhecimento pode realmente ser confirmado em sua compreensão, quando você pode colocá-lo em ação em um contexto alheio a qualquer intenção didática. Em seguida, no Laboratório de Informática da própria Escola, ou seja, num ambiente informatizado, com o auxílio do aplicativo GeoGebra adotaremos uma situação preparada e organizada (adidática) composta por uma sequencia de atividades para a compreensão dos conceitos perímetro da Circunferência e área do Círculo com o auxílio do GeoGebra a fim de possibilitar um conjunto de condições que permita que o aluno se aproprie da situação e a devolva. A teoria de Brousseau classifica as *situações* em função da sua estrutura (de ação, formulação, validação, institucionalização). Esta tipologia explica a experiência e mostra que seus estilos de aprendizagem são diferentes:

---

[13] O autor concentrava seus estudos na Física.

Figura 3: Modelo que descreve o desenrolar da situação didática
Fonte: Gravina (2001, p. 48)

Em uma *situação de ação*, o *milieu* age sobre o aluno, que afeta o meio ambiente de forma racional tomando decisões, colocando seus saberes em prática para resolver o problema sob as regras da situação. É um modelo onde os alunos agem de acordo com seu repertório de conhecimento, surgindo daí um conhecimento não formulado matematicamente. Por exemplo, no estudo de perímetro de uma Circunferência, vamos sugerir a experiência *jogo* de se medir (com o GeoGebra) o contorno de um Círculo (Circunferência) e seu respectivo diâmetro para em seguida efetuar uma comparação (divisão e/ou razão) nessa ordem. Note que a compreensão desse conhecimento surgiu como um meio de resolução e para ganhar o *jogo* espera-se que os alunos sujeitos da pesquisa os alunos após a experiência convirjam a responder: 3; 3,1 ; 3,15:

Figura 4: O desenrolar da situação de ação
Fonte: Brousseau 1986, (tradução nossa)

Na *situação de formulação***,** os alunos são levados a clarear as estratégias usadas. Neste sentido, todas as situações correspondem a uma parte de conhecimento. Para isso, os alunos precisam formulá-los verbalmente, transformando o conhecimento implícito em explícito, retomando sua ação em outro nível e se apropriando do conhecimento de maneira consciente:

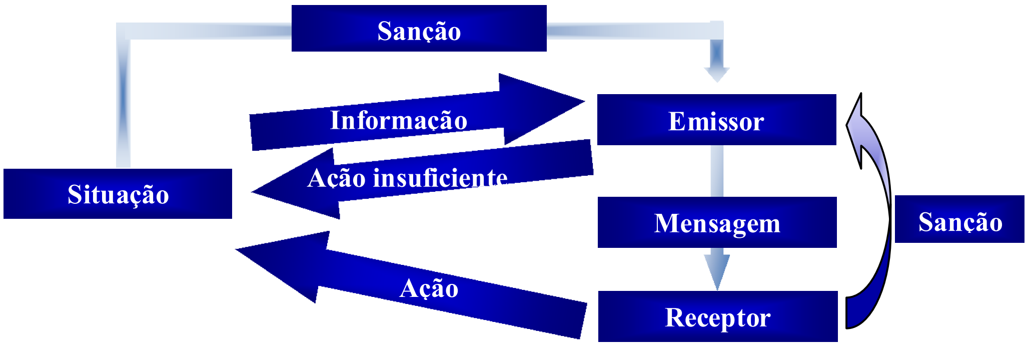


Figura 5: O desenrolar da situação de formulação
Fonte: Brousseau 1986, (tradução nossa)

É na situação adidática de formulação em que um aluno (ou grupo de alunos) emissor deve explicitamente formular uma mensagem para outro aluno (ou grupo de alunos) receptor que deva entender a mensagem e atuar sobre o conhecimento contido na mensagem. Entendemos que é nesse momento em que surgem as noções sobre a existência de um valor para representar a aproximação 3,14 resultante da ação de dividir o perímetro da Circunferência pelo seu respectivo diâmetro, usada como uma ferramenta útil para descrever os objetos matemáticos pi, bem como o perímetro da Circunferência.

A *validação* é uma situação onde o conhecimento dos alunos só se manifesta através de decisões e suas estratégias são demonstradas para o restante do grupo. Essa comunicação, segundo Brousseau, deve ser feita mediante argumentos verdadeiros dentro do contexto. No exemplo supracitado na situação de ação, cada aluno (ou equipe) propõe o enunciado de sua estratégia para ganhar o *jogo*:

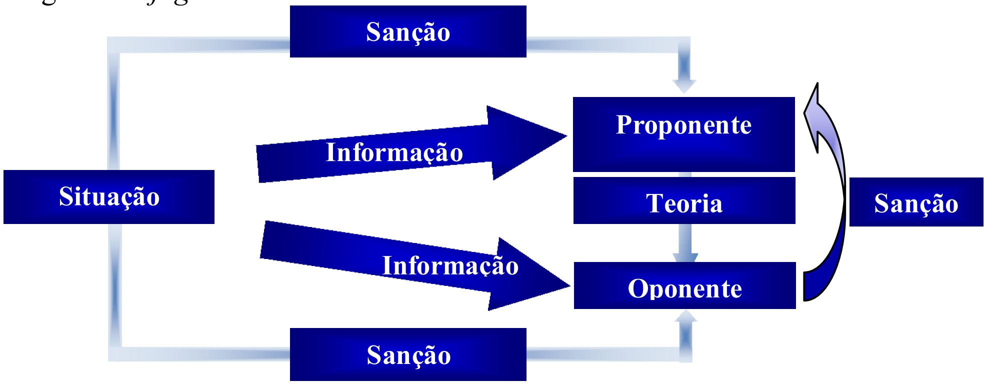


Figura 6: O desenrolar da situação de validação
Fonte: Brousseau 1986, (tradução nossa)

Espera-se que na situação adidática da validação os alunos devam articular um modelo explícito e concordar com a verdade ou falsidade dos mesmos, surgindo às noções sobre perímetro da Circunferência e área do Círculo como objetos matemáticos de conhecimento ensinável, passando a serem utilizados em aplicações práticas. A situação que se caracteriza pela passagem de um conhecimento de seu papel como meio de resolução de uma situação de formulação de recurso, ou prova, a um novo papel, o de referência para uso futuro, pessoal ou coletiva, é por Brousseau definida como *Institucionalização*, onde o professor tem um papel ativo, selecionando e organizando as situações que serão registradas:

Figura 7: O desenrolar da situação de institucionalização
Fonte: Brousseau 1986, (tradução nossa)

Na circunstância da institucionalização estabeleceremos a relação entre as produções dos alunos e o conhecimento perímetro da Circunferência e área do Círculo, produzindo a compreensão do objeto de ensino pelo aluno, através de intervenções, formulações das ideias, reconhecendo a verdade de suas conjecturas e raciocínios, produzidas por meio de atividades auxiliadas pelo GeoGebra ao longo das situações de ação, formulação e validação. É nesse momento em que devemos convencionar para os alunos o significado e o valor para π (pi), sua história e origem bem como aplicá-lo em outras situações de perímetro da Circunferência e área do Círculo de objetos circulares.

A *situação didática* é o ambiente de modelagem que existe através da educação sempre que podemos caracterizar uma situação de ensino. Já quando os alunos e seus pares constroem seu próprio conhecimento sobre a influência de uma intenção oculta de ensino, trata-se de uma *situação adidática*.

Na situação adidática a importância e significado da não intervenção do professor são defendidos por Brousseau (2008, p. 91) quando afirma: “A devolução é ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e o mesmo assume as consequências dessa transferência”.

É nesse momento em que o aluno entende que o problema foi escolhido pelo professor para conduzi-lo a um novo conhecimento, e que verdadeiramente terá adquirido esse saber se conseguir usá-lo fora do contexto e intenção de ensino.

Em ambas as situações a ideia é que o professor deve sempre ajudar o aluno a tirar o máximo possível de todos os dispositivos da situação de ensino, para que o conhecimento pessoal seja o principal objetivo. Ademais, a *situação não didática* não provoca uma intenção de ensino.

Assim como um *jogo* necessita de regras, na situação de ensino são imperativas estratégias, ou seja, meios pelo qual o professor evolua ajustando o contrato de formação[14] que permita em seguida obter novas situações. Esse contrato é o meio pelo qual o professor colocar em cena a situação de ensino. Da mesma forma, o conhecimento é o que é expresso pelas regras e estratégias de uma situação didática. A evolução dessas estratégias requer produção de conhecimento para transformar o desenvolvimento de novas situações de maneira didática. O contrato de formação não é um acordo geral de aprendizagem, mas

---

[14] É a regra do jogo e da estratégia da situação de ensino.

depende fortemente do conhecimento em jogo. Veremos que estas situações podem ser concebidas como jogos formais e que este projeto promove a compreensão e o domínio das situações de ensino.

Assim, em todas as situações de ensino, o professor tenta dizer ao aluno o que ele quer. Teoricamente, a passagem da informação acusa a resposta esperada pelo professor, exigindo do aluno que coloque em ação os conhecimentos considerados, quer no processo de aprendizagem quer já previamente conhecido.

Até então, neste capítulo apresentamos aspectos da dinâmica da *Teoria das Situações Didáticas*, onde o aluno é levado a se adaptar em um meio com várias interações, a fim de acolher algum conhecimento de Matemática. No entanto, as interações conhecidas como formulação da ação e da validação não surgem, como sabemos, automaticamente, e sim, são dirigidas pela intencionalidade de aprendizagem através de intervenções do professor. Ou seja, o professor desaparece da cena no momento em que o aluno está em fase de aprendizado, tomando para si um papel passivo, no sentido de não trazer à luz nenhum conhecimento em jogo.

A noção de *contrato didático* é considerada parte central da *Teoria das Situações Didáticas* e nos permite analisar o funcionamento da unidade básica do ensino de Matemática, ou seja, o sistema do triângulo didático: o conhecimento, os alunos e o professor. Em 1974 ao desenvolver o contrato social de Rousseau (1999), Filloux destacou a noção de *contrato pedagógico*, em que são determinadas as obrigações recíprocas entre aluno, sociedade e professores. Brousseau (2008, p. 73) ao se debruçar a estudar o *contrato* de Filloux indagou-se sobre aplicabilidade de tal contrato ao *ensino*, e constatou que a construção de modelos semelhantes levava aos seguintes paradoxos:

> [...] o professor, por exemplo, não pode dizer explicitamente, e de antemão, o que o aluno terá de fazer diante de um problema, sem tirar-lhe, ao fazê-lo, a possibilidade de manifestar ou adquirir o conhecimento correspondente. O professor não pode se comprometer a fazer o aluno entender um conhecimento e, muito menos, fazer com que este se produza: ninguém sabe como se faz uma matemática nova e, menos ainda, como se pode fazer com que seja feita de maneira acertada.

De alguma forma nós queremos olhar mais de perto, como é utilizado o conceito de contrato de ensino para a análise dos fenômenos relacionados à aprendizagem em Matemática, para isso, vamos nos guiar na perspectiva clássica, do seu criador Guy Brousseau que nos trás a luz os porquês da criação e sua importância na explicação de fenômenos educacionais.

A descrição dos papéis de alunos e professores, no âmbito da teoria revela a atividade do professor, representada em três níveis: a organização, a devolução e institucionalização, e do aluno, os níveis de atividade de formulação, ação, e validação (Figura 8):

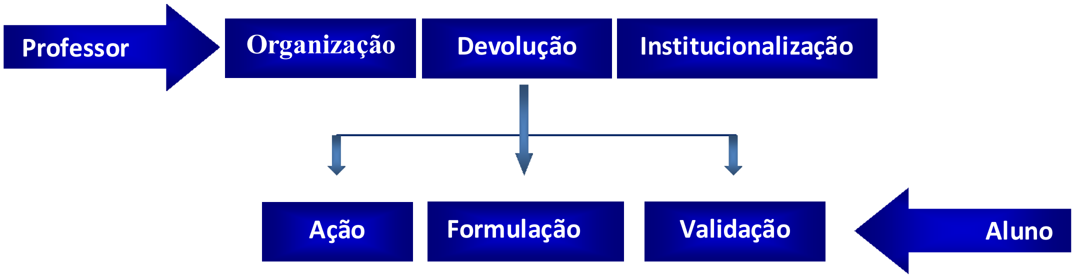


Figura 8: Papeis desempenhados no contrato didático
Fonte: Brousseau 1986, (tradução nossa)

No entanto, como numa situação de ensino se pretende que os alunos adquiram um conhecimento específico, imbuído de certo sentido, então, para cada conhecimento há um desenho de instruções que caracterizam um ciclo de organização, institucionalização e retorno. Portanto, interações de formulação, ação e de validação específicas são levantadas. Esta relação entre o professor e o aluno em uma situação de ensino, é chamada de Contrato Didático, no entanto, deve-se ter claro que não há nenhum contrato escrito ou cláusulas penais, que descrevem sua funcionalidade ou sua *quebra*.

Por exemplo, no caso do aluno responder de forma diferente do que era pretendido pelo professor como um retorno. Assim sendo, o contrato evolui e o processo de aprendizagem progride, mostrando claramente como o contrato didático é a pedra angular das atividades de ensino, permitindo sucessivas rupturas que dependem do bom funcionamento e sucesso da situação de ensino.

A abordagem psicológica e decisões didáticas por sua vez se concentram na administração e no equilíbrio das habilidades do aluno para decodificar a intenção do professor antecipando suas demandas de forma mais eficaz. Sobre essa etapa onde para o aluno começa a passagem de uma verdade casual para uma verdade necessária, Brousseau (2008, p. 99) alega:

> O professor ensina então, um método para melhorar as antecipações, que, embora não muito econômico, vai permitir inúmeras descobertas e, por meio de sucessivos aperfeiçoamentos, levará ao método-padrão, entre outras formas de cálculo.

Sendo assim, nosso trabalho se propõe analisar avanço ou não na compreensão dos alunos abordando os objetos geométricos perímetro (contorno) da Circunferência e área (superfície) do Círculo, com o auxílio do GeoGebra.

CAPÍTULO 4

A PESQUISA

Com base nos estudos preliminares desenvolvidos nas páginas anteriores, neste capítulo apresentamos o intento da parte experimental sugerido pela pesquisa, que está relacionada aos objetivos. Descrevemos os sujeitos da pesquisa bem como a sequência didática planejada para ser aplicada aos alunos e seus resultados.

O conceito que vamos usar para tratar os dados de nossa pesquisa encontra-se em Bagno (2002, p.17) que descreve pesquisa como uma palavra espanhola herdada do latim e declara, “Havia em latim o verbo *perquiro*, que significava procurar; buscar com cuidado;

procurar por toda parte; informar-se; inquirir; perguntar; indagar bem, aprofundar na busca". Ainda segundo Bagno, este verbo latino no particípio passado era *perquisitum*, produzindo o verbo pesquisar que conhecemos. Ademais a pesquisa investigativa faz parte do nosso cotidiano e observe que os significados do verbo pesquisar de origem latina insistem na ideia de uma investigação feita com cuidado e profundidade.

Nossa pesquisa, compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do Geogebra, tem uma natureza qualitativa e objetiva verificar a compreensão dos alunos abordando os objetos geométricos perímetro (contorno) da circunferência e área (superfície) do círculo, com o auxílio do aplicativo de Geometria dinâmica GeoGebra.

A investigação qualitativa é a ciência e a arte de descrever o saber de um indivíduo ou de um grupo. Esta tarefa é semelhante ao de um jornalista investigativo que entrevista pessoas reconhecidas, verifica os registros, considera a credibilidade da opinião de uma pessoa contra a opinião de outra pessoa, procura ligações entre interesses particulares e organizações, e escreve a história para um público interessado, bem como para seus colegas de profissão. Ao contrário do jornalista investigativo, que estuda e escreve sobre o sensacional e o inusitado, o investigador qualitativo estuda os padrões de comportamento e pensamento humano que ocorrem no dia a dia. O investigador qualitativo é famoso por sua capacidade de manter uma mente aberta a grupos ou culturas que estuda sem implicar qualquer falta de rigor científico, por conseguinte, diz-se que os investigadores qualitativos entram no campo de estudo com uma mente aberta e não com a mente vazia.

A capacidade de manter uma mente aberta permite ao investigador explorar fontes de dados qualitativos que foram consideradas na concepção do estudo. Além disso, a investigação qualitativa permite múltiplas interpretações da realidade e interpretações alternativas dos dados ao longo do tempo e do espaço.

A pesquisa qualitativa segundo Silverman (2009, p. 35), "é uma abordagem particularmente valiosa porque problematiza as formas pelas quais indivíduos e grupos constituem e interpretam as sociedades".

Nossa investigação recorreu à observação participante, que de acordo com Bogdan (1994, p. 47), "na investigação qualitativa a fonte de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal".

A investigação qualitativa, também facilita o aprendizado de estruturas organizacionais, pois fornece ao pesquisador maneiras de examinar o conhecimento, comportamento e componentes que os participantes compartilham e usam para interpretar as suas experiências.

O método ou métodos de investigação qualitativa é caracterizado por integrar uma variedade de técnicas para obter a informação. Uma das técnicas inicial é a entrevista em que, ao contrário da política, o entrevistado tem um papel ativo e a ênfase está em linha com a realidade do entrevistado.

Particularmente, o estudo de caso de observação é o que se adéqua à nossa investigação, pois, de acordo com Bogdan (1994, p. 90), "consiste na observação participante e o foco do estudo centra-se numa organização particular", como a escola.

O estudo de caso é uma análise intensiva de um indivíduo ou grupo. Esta técnica permite recolher a interpretação da informação mais detalhada possível de um sujeito, ou de um determinado grupo social.

Nossa investigação de caráter qualitativa enquadra-se no estudo de caso, onde fizemos uso de instrumento que usa uma série de perguntas destinadas a conhecer o que é concreto ao estudo, buscando retratar a realidade de forma profunda e mais completa possível, enfatizando a interpretação ou a análise do objeto, no contexto em que ele se encontra, no sentido de se obter dados dos alunos com o objetivo de fornecer subsídios para a dissertação, não estando ligados diretamente aos objetivos da pesquisa, mas visando publicações futuras.

Além das atividades, utilizamos como recursos de coleta de dados um questionário, (detalhado a seguir), observação participante, fotografias e filmagens que segundo Bogdan (1994, p. 140), "o investigador poderá utilizar a informação do modo como as pessoas modificam o seu comportamento em função desta presença para filtrarem a sua investigação".

O nosso estudo de caso baseia-se na tese fundamental da epistemologia genética em que o sujeito - ou o grupo - não aprende conceitos de forma isolada, mas sim assimila e adapta o conhecimento a situações em que são construídos e têm significado. Essa tese pode ser dividida em duas:

(1) A tese interacionista segundo a qual o conhecimento atual do sujeito (ou do grupo) surge a partir da interação da experiência com o conhecimento prévio e

(2) A tese operacional que afirma que o conhecimento é derivado sobre a ação com o mundo (meio), bem como o mesmo conhecimento é posto à prova e mudança.

Dentro da nossa investigação, essas ideias serão organizadas com fins educativos de estabelecer um ambiente adequado ao problema central que é: A compreensão dos conceitos perímetro da Circunferência e área do Círculo é alcançada com o auxílio do aplicativo de Geometria Dinâmica (GD) GeoGebra? Pois, entendemos que o ensino da Geometria merece e carece mais esmero no ato de ensinar a aprender, como já discutido anteriormente nos estudos preliminares deste nosso trabalho.

Para Isotani (2005, p. 16), "nome Geometria *Dinâmica* hoje é largamente utilizado para especificar a Geometria implementada em computador, a qual permite que objetos sejam movidos mantendo-se todos os vínculos estabelecidos inicialmente na construção". Este nome se contrapõe à Geometria tradicional de régua e compasso, que é *estática*, levando o aluno após conseguir uma construção, desejar analisá-la com alguns dos elementos do objeto disposto de forma diferente a ter que construir um novo desenho.

4.1 A abordagem metodológica

Esta pesquisa tem um caráter qualitativo, pois, seu interesse é verificar aspectos do processo ensino e aprendizagem referentes à construção dos conceitos de "perímetro da Circunferência e área do Círculo", desenvolvidos através de uma sequência didática auxiliada por ferramenta do aplicativo GeoGebra num ambiente de Geometria Dinâmica.

Escolhemos a metodologia das Situações Didáticas de Brousseau (1986) - considerada na terminologia atual do Ensino de Matemática, em seu sentido moderno como uma disciplina científica - como guia desta pesquisa.

Na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau o objeto central de estudo não é o aluno, mas a situação didática que relaciona sala de aula, professor, aluno e saber matemático, para uma aprendizagem mais significativa.

De acordo com Brousseau (1998, p. 30), "algumas dessas *situações* exigem a compreensão prévia de todos os conhecimentos e esquemas necessários, mas há outras que oferecem a possibilidade de submeter-se a construção de novos conhecimentos".

A situação de ensino é uma situação construída intencionalmente pelo professor para os alunos adquirirem um saber. Tal situação de ensino se baseia em atividades que precisam ser abordadas e resolvidas envolvendo o conhecimento matemático que acontece na sala de aula, em um cenário, segundo Almouloud (2007b, p.32), chamado de Sistema didático *stricto sensu* de ensino, em forma de triângulo cujos lados indicam conjuntos de interações entre os três caracteres (indicado pelos vértices), onde o ambiente de aprendizagem aparece como o conjunto de interações ocorridas entre o saber, o aluno e o professor:

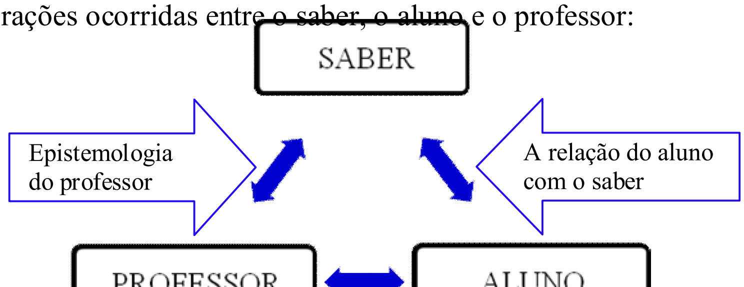


Figura 9: Sistema didático
Fonte: Almouloud 2007b

No desenvolvimento de uma situação de ensino, há momentos, caracterizados pelo trabalho em que os alunos interagem com a questão proposta ou discutindo com os colegas sobre o assunto, isto é, ao interagirem com o meio preparado por seu mentor. Sendo assim, o professor deve assegurar que o aluno seja responsável por trabalhar nele e se não atingir a sua solução, pelo menos, indicar aproximações de acordo com objetivos definidos, pois, entendemos que ensinar Matemática, tem por objetivo utilizar o saber científico e transformar em uma linguagem que faça parte do cotidiano do educando, proporcionando condições para compreensão de novos conhecimentos com base nos já existentes, permitindo que o conhecimento se realize de varias maneiras, realizando interação entre o aprendiz e o saber em seu *milieu.*

Nas palavras de Brousseau (2008, p.34), na Situação adidática “Todos os procedimentos em que o professor não dá a resposta são aceitáveis para fazer com que o aluno adquira esse saber”. Por outro lado, apoia-se a decisão tomada pelo aluno (boa ou má) sem intervir em relação ao saber que está em jogo. Desta forma, a Situação adidática é caracterizada pelo fato do professor elaborar situações problemas permitindo que o aluno expresse, reflita e evolua por iniciativa própria, adquirindo assim novos conhecimentos. Nesta fase o educador é quase ausente, esforçando-se para não intervir na construção da solução da situação problema proposta, sendo somente o mediador no processo da aprendizagem.

Espera-se que ao interagir com o problema surjam nos alunos conflitos cognitivos, que incentivem a discussão e o debate com perguntas. O papel do professor, entretanto, é para orientar as intervenções ou para responder a perguntas, mas com outras questões ou sinais, sem "soprar" as respostas. Quando o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema provocando neste um desenvolvimento autônomo, esta realizando um processo de ensino aprendizagem que se apoia na noção de *devolução*, onde o aluno se apropria do problema proposto como se fosse dele e não simplesmente por que foi sugerido pelo professor.

Em uma situação de ensino, as regras devem ser claras em um *contrato* de ensino, onde o professor e o aluno concordam com o que é esperado de cada um nesta relação e como eles devem desempenhar. No entanto, realizado como planejado na situação, ele começa a evoluir, produzindo alterações no contrato, gerando novas situações de ensino - ensino como conhecimento em jogo. Assim, temos uma sequência de eventos que levam a ensinar os outros. Em seu texto "Teoria das Situações Didáticas em Matemática", Brousseau (1986, p. 30) afirma o seguinte:

> A concepção moderna de ensino, portanto, exige que o professor provoque a adaptação esperada em seus alunos por uma escolha criteriosa de "problemas" que ele coloca diante deles. Estes problemas devem fazer os estudantes atuar, pensar e falar evoluindo por sua própria motivação. (tradução nossa)

O aluno sabe muito bem que a atividade foi escolhida para ajudá-lo a adquirir um novo conhecimento, mas ele também deve saber que este conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e ela pode e deve construí-lo, porque o mesmo terá realmente adquirido este conhecimento somente quando for capaz de colocá-lo para uso por si próprio em situações que ela vai encontrar fora de qualquer contexto de ensino e na ausência de qualquer intenção pedagógica. Tal situação é chamada de situação adidática.

Por outro lado, Brousseau nos diz que o contrato didático é o jogo de regras e as estratégias da situação didática. É a justificativa de que o professor tem para apresentar a situação. A criação de um contrato didático entre professor e aluno permite a apresentação e desenvolvimento de situações didáticas formadas por situações adidáticas.

Buscamos amparo metodológico nas *Situações Didáticas* de Brousseau que tipifica este método de ensino da Matemática em diferentes “momentos” para a apreensão do conhecimento. São eles:

Para o aluno:

Em Situações adidáticas de ação; Situações de formulação; Situações de validação.

Para o professor:

Situação didática de institucionalização.

Essas situações estão entrelaçadas fortemente uma em relação às outras fazendo com que o aluno tenha a responsabilidade de gerenciar sua relação com o saber nas situações de ação, formulação e validação, e o professor é responsável pela situação da institucionalização do saber. Em cada situação adidática está presente um processo de validação que pode ser estabelecido entre os alunos e entre o aluno e o professor. A este respeito, Brousseau (1986, p. 52):

> Pode acontecer que as proposições de um aluno sejam discutidas por outro aluno, não do ponto de vista da linguagem (a mensagem é ou não é entendida), mas do ponto de vista da validade do conteúdo (isto é, sua verdade ou sua eficácia). Chamamos essas discussões espontâneas sobre a validade das estratégias "Fases de validação". Eles aparecem como um meio de ação. O aluno usa como meio de encorajar os seus parceiros para realizar as propostas de ação. (tradução nossa)

Outro conceito que desempenha um papel chave na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986) é a institucionalização:

> Na institucionalização, ele (o professor) define as relações que pode ser permitido entre o comportamento do aluno "livre" ou de produção e o conhecimento cultural ou científica e didática do projeto, ela fornece uma maneira de "ler" essas atividades e lhes dá um status. (p.56.) (tradução nossa)

O aluno, ao enfrentar situações adidáticas constrói um pedaço de conhecimento tal qual o professor quer ensinar, mas esse conhecimento deve estar de acordo com o conhecimento científico ou cultural, socialmente aceito. Assim, o professor deve situar a produção do aluno neste contexto, ou seja, é no momento da Institucionalização onde surge o caráter matemático do que os alunos validaram onde o professor tem um papel ativo, selecionando e organizando as situações que serão registradas.

Sendo assim, a questão de nossa pesquisa é direcionada pela indagação: A Geometria dinâmica via GeoGebra, inserida em uma sequência didática, influencia positivamente a construção do conhecimento de perímetro da Circunferência e área do Círculo, contribuindo para compreensão desses saberes?

Partindo desses questionamentos e dos demais estudos, levantamos também a seguinte hipótese: *Um aplicativo de Geometria Dinâmica, particularmente o GeoGebra, contribui para a construção dos conceitos de "perímetro e área".*

Entendemos que as investigações geométricas são importantes no desenvolvimento espacial do aluno e propícias à exploração em situações supracitadas. Neste sentido Ponte (2006, p. 71) afirma: "A Geometria é particularmente propícia, desde os primeiros anos de escolaridade, a um ensino fortemente baseado na exploração de situações de natureza exploratória e investigativa".

De fato, particularmente a Geometria Euclidiana possibilita e potencializa arquitetar uma sequência de atividades adequadas a níveis diferentes de desenvolvimento e que requerem um número reduzido de pré-requisitos e que sua exploração pode contribuir para uma compreensão de acontecimentos e relações geométricas que vai muito além da simples memorização e utilização de técnicas para resolver tais atividades.

Apresentamos a seguir a descrição dos objetivos, dos aspectos matemáticos e didáticos de cada atividade que compõe a sequência didática, assim como seus resultados.

Os sujeitos deste estudo de caso foram 8 (oito) alunos da 1ª série de uma escola pública onde leciono, situada no município de Campina Grande na Paraíba. A escolha da 1ª série do Ensino Médio se deve ao fato de que, conforme já mencionado, na introdução deste nosso trabalho, nesta série fazemos uma revisão dos objetos geométricos (perímetro da Circunferência e área do Círculo) estudados no Ensino Fundamental.

Escolhemos como campo de pesquisa a Escola Estadual de Ensino Médio e Profissional Dr. Elpídio de Almeida por se tratar da escola onde atuo como professor. A referida instituição de ensino encontra-se estrategicamente bem localizada no bairro da Prata, município de Campina Grande na Paraíba tornando-a de fácil acesso a alunos de bairros circunvizinhos, acolheu-nos atendendo aos requisitos predefinidos e contemplando os critérios de objetividade e viabilidade para realização da pesquisa.

Nossa relação com a escola *Estadual da Prata* se deu de maneira direta, uma vez que, o autor dessa pesquisa é professor da referida escola, ou seja, atuando no papel de professor pesquisador. Inicialmente a proposta da pesquisa e seus objetivos foram apresentados junto ao coordenador da área de Matemática e levados a diretora. Ambos apoiaram, uma vez que estava se implantando a ideia de oferecer alternativas ao ensino de Matemática básica para os alunos da instituição.

A etapa seguinte a ser descrita é a da seleção dos sujeitos que participaram das atividades.

A coleta de dados de nossa investigação foi realizada diretamente no Laboratório de Informática da Escola supracitada entre os sujeitos (quatro duplas) em acordo com a disponibilidade de computadores nesse Laboratório, escolhidos em meados do mês de Novembro de 2011 em um universo de 125 alunos distribuídos em quatro turmas do turno manhã (B, C, D e E) da 1ª série do Ensino Médio. Tal escolha foi feita mediante sorteio e respectivo aceite dos mesmos a colaborar com a pesquisa e com o professor pesquisador.

Ciente do interesse e sensibilidade da diretora da escola em incentivar iniciativas que venham a estimular os alunos ao estudo e à aprendizagem da Matemática, enviamos um requerimento a mesma explicando o teor da pesquisa e ao mesmo tempo uma solicitação para que a nossa investigação fosse aplicada com os alunos descritos anteriormente.

Acordamos com Brousseau (2008, p. 90) quando relata que o “aluno é o principal ator da construção de seus conhecimentos”. Cabe ao professor assumir o papel de mediador e propor atividades que produzam uma recontextualização dos conhecimentos para que estes se transformem no conhecimento do aluno. Desta forma, as situações geométricas aplicadas nesta investigação foram planejadas de forma a proporcionar ao aluno a possibilidade de construir os conceitos de perímetro da circunferência e área do círculo auxiliados pelo aplicativo GeoGebra, produzindo seu próprio conhecimento.

A aplicação das atividades da pesquisa totalizou, como previsto, cinco sessões realizadas no período de duas semanas (Quadro 1). Cada sessão teve início por volta das 09h 30min e término em torno das 11h 40min. A coleta dos dados ocorreu durante o mês de Dezembro de 2011, onde ao final desse período tinha-se colhido vasta quantidade de material entre notas de campo, observações e transcrição dos encontros, registros em fotografias e vídeos, possibilitando-nos iniciar o processo de análise. Em síntese:

SESSÃO: DATA	ATIVIDADES DE PESQUISA APLICADAS EM 2011
1: 12 / 12 12 / 12	**1** - Conceitos básicos / Pré-exame de sondagem – parte 1.
	2 - Conceitos básicos / Pré-exame de sondagem – parte 2.
2: 13 / 12	**3** - Introdução ao uso do GeoGebra.
3: 14 / 12 13/ 12	**4** - Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 1 **5** - Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 2
4: 14 / 12	**6** - Momento de análise.
5: 16 / 12	**7** - Pós-exame.

Quadro 1: Cronograma da pesquisa

No dia 05 de Dez. de 2011 iniciamos nossa pesquisa de campo propriamente dita com a aplicação do instrumento que utilizamos para obter dados de todos os alunos com o objetivo de fornecer subsídios para a dissertação (Anexo 2) as turmas B, C, D e E, atuando como professor e pesquisador simultaneamente. Ao término da aplicação deste instrumento supracitado, explicamos a dinâmica da pesquisa e fizemos um *sorteio* de dois alunos por turma, sendo marcada uma reunião para o dia seguinte com os alunos contemplados. Sugerimos aos alunos que combinassem com seus pais sobre a disponibilidade e disposição de participarem desta pesquisa e que trouxessem para a reunião no dia seguinte (06 / 12) o aceite ou não, pois era período de avaliações finais. Simultaneamente fomos ao Laboratório de Informática da escola que já havíamos solicitado e marcado as datas prováveis dos encontros e com ajuda da funcionária dona Francisca, responsável por este ambiente, selecionamos oito das máquinas em perfeito estado de uso e uma a uma fora criada uma pasta na área de trabalho com o nome Helder onde gravamos o aplicativo GeoGebra, os arquivos (.ggb) *circunferência deslizante* e *área do círculo*, necessários às atividades de nossa pesquisa.

Nosso grupo ficou assim distribuído (Quadro 2): um aluno e uma aluna do 1º B, dois alunos do 1º ano C, duas alunas do 1º D, dois alunos do 1º E e o professor pesquisador. Explicamos os objetivos, o cronograma e a dinâmica de nossos encontros (sessões) bem como a necessidade da assiduidade e participação nos mesmos. Ademais, entregamos uma lista de presença sugerindo que eles escrevessem *nomes fictícios* a frente dos seus nomes próprios a fim de usarem em todo o transcorrer das sessões de atividades da pesquisa, ficando determinado como mostra o Quadro abaixo:

GRUPOS / TURMAS	**NOMES FICTÍCIOS**
01 / B	Alice e Gustavo
02 / C	Wesley e Maurício
03 / D	Cozete e Perlla
04 / E	José e Carlos

Quadro 2: Nomes fictícios dos participantes (grupos) da pesquisa
Fonte: Próprio autor

4.2 Sequência Didática e resultados obtidos

Descreveremos aqui a ideia e objetivo da sequência didática[15] bem como seu desdobramento. A partir da proposta e do objetivo foi esquematizado o geral do experimento, as situações e o procedimento seguido.

---

[15] Uma sequência didática constitui-se num conjunto de atividades em torno de um tema e que não se limita ao tempo de uma única sessão de aulas. Nesse sentido, a seqüência didática compreendeu 5 sessões.

Salientamos que não tive, e nem temos a pretensão de apresentar um trabalho incomum de como ensinar melhor ou com mais compreensão os conceitos perímetro da Circunferência e área do Círculo. Pretendemos com as atividades propostas tratar alternativas metodológicas diferenciadas para seu ensino na primeira série do Ensino Médio que despertem no aluno novos canais do pensamento geométrico.

A sequência didática tem o propósito de verificar a compreensão dos alunos da primeira série do Ensino Médio abordando, os objetos geométricos perímetro (contorno) da circunferência e área (superfície) do círculo com o auxílio do aplicativo de Geometria dinâmica, GeoGebra. Para isso, aplicamos em cinco sessões (encontros) um total de sete atividades detalhadas e sintetizadas no subitem 3.4.

Para tal proposta ser realizada necessitamos:

(1) Apresentar aos alunos o aplicativo GeoGebra;

(2) Fazer uma introdução histórica da origem e desenvolvimento do número pi (π);

(3) Construir e expor circunferências associando seus principais elementos (raio, diâmetro e perímetro);

(4) Simular situações de comparação entre o perímetro da circunferência e seu respectivo diâmetro;

(5) Prover subsídios que levem o aluno a formular que o perímetro da circunferência é o produto de seu diâmetro por π ($C=2\pi r$).

Objetivamos com essa sequência didática, enfocar o surgimento do número irracional pi (π) e sua relação com o perímetro da circunferência a fim de desenvolvermos os seguintes aspectos:

(1) A ideia e concepção de pi (π);

(2) A figura geométrica possui elementos básicos para sua construção; e

(3) A construção da figura geométrica deve ser associada aos elementos principais da mesma e à caixa de ferramenta utilizada.

Ao final da sequência didática, esperamos que o aluno estivesse capacitado a:

(1) Associar algumas diferentes ferramentas do aplicativo e suas funções;

(2) Reconhecer a irracionalidade do número pi (π) bem como sua história;

(3) Compreender que a comparação através da razão (divisão) entre o perímetro da circunferência e seu respectivo diâmetro, nessa ordem, é o número pi (π);

(4) Validar e formular que o perímetro a circunferência de raio r é dado por $C = 2\pi r$; e,

(5) Validar e formular que área do círculo de raio r é dada por $A = \pi r^2$.

Nossa sequência didática foi inspirada e adaptada do trabalho de Loreni Aparecida Ferreira Baldini (2004). *Construção do conceito de área e perímetro: Uma sequência didática com auxílio de software de Geometria Dinâmica*.

Para que saberes tornem-se uma situação de ensino, segundo a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, se faz necessário proporcionar uma organização do trabalho do aluno, oferecendo-lhe um *jogo* onde eles possam *brincar* com o seu conhecimento atual e, na verdade, o que está em jogo é a compreensão de novos conhecimentos. Neste sentido, a sequência de atividades deve ser organizada pelo professor para os alunos, na medida do possível, permitindo que o conhecimento prévio dos alunos não seja suficiente para fornecer as melhores soluções para o problema. No entanto, podem perfazer referência a ações no caminho de um contrato didático de aprendizagem que conduza um feedback entre o professor-pequisador e os alunos neste meio.

Foram planejadas 5 (cinco) sessões de atividades, dentre essas, algumas para familiarização com o aplicativo GeoGebra, outras com a finalidade de relembrar ou construir os conceitos de perímetro da circunferência, origem do número pi (π) e área do círculo. Intentamos com estas atividades, recontextualizar o saber matemático envolvido nesse estudo proporcionando ao aluno a oportunidade de explicitar os conhecimentos apropriados com o auxílio do aplicativo GeoGebra para posterior registro em mídia móvel (pen drive) e na atividade impressa.

Segundo Brousseau (1986), é papel do professor produzir uma recontextualização dos conhecimentos para que estes se transformem no conhecimento do aluno. Sendo assim, as situações foram planejadas de forma que o aluno tivesse a possibilidade de construir os conceitos de perímetro da circunferência e área do círculo produzindo seu próprio conhecimento por meio do aplicativo GeoGebra.

As atividades da sequência didática são fundamentadas nas construções da Geometria Plana; as medidas de comprimentos (perímetro) e superfícies (áreas) da Geometria Métrica. Além disso, cada atividade possibilita as situações de ação, formulação, validação e em seguida de institucionalização com a participação do professor pesquisador e dos alunos.

Nosso planejamento foi composto por 5 (cinco) encontros (sessões) consecutivos. Em todas as sessões da sequência didática, as atividades foram aplicadas pelo próprio professor pesquisador, auxiliado e observado pela orientadora. Foi determinado que os alunos trabalhassem na primeira e última sessão de forma individual, reservadas para a execução do pré-teste e pós-teste, respectivamente, e em duplas nas quatro sessões intermediárias, sendo que no final de cada sessão se deu a institucionalização das propriedades geométricas importantes e relevantes para a pesquisa.

Em todas as seções de institucionalização seguimos o seguinte padrão:

(1) Entrega das atividades com os textos descritos;

(2) Acompanhamento e supervisão da ação dos alunos (sujeitos);

(3) Intermediação e institucionalização ao final de cada sessão;

(4) Coleta, ao final de cada sessão, de todo o material validado pelos alunos; e,

(5) Registro de aplicação das atividades em fichas padronizadas.

A influência para formulação e aplicação das atividades da sequência didática aos alunos (sujeitos da pesquisa) foi a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau e seus momentos já supracitados.

Descrevemos a seguir o passo a passo das cinco sessões de estudo a que os 8 alunos (sujeitos da pesquisa) foram submetidos. A proposta didática encontra-se no Apêndice 3.

Nossa intenção inicial era que os pares de alunos da mesma turma sentassem lado-a-lado para facilitar a comunicação e colaboração entre si. Fato que ocorreu nas duas primeiras sessões (Figura 10), porém da terceira á última sessão já se observava claramente que as duplas, fruto da renegociação do contrato, em certos momentos se integraram em grupo homogêneo de interações (Figura 11):

Figura 10: 2ª sessão
Fonte: Protocolo de registro do grupo 02

Figura 11: 3ª sessão
Fonte: Protocolo de registro do grupo 02 e Gustavo

No dia seguinte (06/12) todos os 8 alunos compareceram ansiosos e motivados à reunião na sala de aula de nº 06 como combinado, porém, as duas alunas do 1º D e uma do 1º E anunciaram que não iriam participar apresentando suas justificativas, sendo substituídas imediatamente durante a reunião, mediante outro sorteio apenas nas turmas desfalcadas. Convocamos imediatamente as recém sorteadas que aceitaram de pronto, fechando assim nosso grupo.

Nossa reunião foi pautada pelo cronograma e dinâmica da pesquisa onde explicamos as datas, horários e ambientes que iríamos fazer uso. Numa discussão muito rica os alunos ficaram a vontade para questionamentos e percebemos que os mesmos estavam movidos pela ansiedade e apreensão, ansiedade pela nova experiência em suas vidas, haja vista que nenhum deles havia participado de algum evento de mesma natureza e apreensão, pois a escola estava para iniciar o período de avaliações finais em 12 de Dezembro próximo onde os próprios estavam envolvidos.

Na tentativa de tranquiliza-los procuramos ser objetivos nos esclarecimentos onde enfatizamos e combinamos que os horários estabelecidos para os encontros com todo o grupo aconteceria sempre ao término da avaliação final que estava previsto para as 9:30 da manhã, mesmo para o(s) aluno(s) que naquele dia não estivesse(m) envolvido(s) em prova final; Outro ponto acordado foi a troca de números de celulares e e-mails entre todos.

Como previmos, ocorreu um total de cinco sessões (encontros), de duas horas de duração, nos quais percorremos as 7 atividades, considerando que parte das atividades foi realizada como tarefa, pois os alunos contavam com o auxílio do aplicativo GeoGebra.

As observações foram realizadas pelo professor pesquisador. O encontro inicial, que visara percorrer os conceitos básicos fora dedicado à apresentação da proposta e à institucionalização desses saberes. Nos demais encontros pudemos observar também momentos de ação, formulação e validação. Pretendíamos propor que parte das tarefas fosse realizada em dupla e parte individualmente, para que pudéssemos, analisando os desempenhos, verificar a eficácia de nosso material frente a tais situações.

Mas como já relatamos, percebemos que o trabalho em grupo mostrou-se mais produtivo, pois os alunos sentiram-se mais seguros em propor alternativas de resolução das questões. Entendemos que tal fato deveu-se, em parte, pelo hábito que os mesmos possuem em trabalhar em dupla, incentivados pela maioria de seus professores e, em parte, pela pouca familiaridade com o conteúdo abordado.

Durante a análise dos dados procuramos observar os comportamentos dos alunos em uma fase adidática[16] e o significado de cada um desses comportamentos para compreensão do saber em foco. A partir dos objetivos que pretendemos analisar, e tendo em vista o contexto da pesquisa e o tipo de investigação realizada, de caráter qualitativo, escolhemos *situações didáticas* como estratégia metodológica para a análise dos dados bem como se faz necessário determinar também nossos critérios de análise, que tratamos a partir de alguns elementos encontrados na própria literatura acerca do *contrato didático*[17].

---

[16] Uma situação adidática, como parte essencial da situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a esta condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar. (ALMOULOUD, 2007b,p.33)

[17] Conjunto de comportamentos específicos do professor esperado pelos alunos, e o conjunto de comportamentos dos alunos esperado pelo professor. É uma relação que determina – explicitamente em pequena parte, mas, sobretudo implicitamente – aquilo que cada parceiro, professor e aluno, tem a responsabilidade de gerir e pelo qual será, de uma maneira ou de outra, responsável perante o outro. (BROUSSEAU 1986, *apud* ALMOULOUD, 2007b, p.89).

Apresentamos de forma resumida, o que define cada um dos critérios estabelecidos que buscamos analisar nos dados coletados em todas as sessões:

- **Negociação** É a convenção de uma ou mais pessoas, no qual, implica na aceitação de certos papéis e obrigações a cumprir por cada uma das partes envolvidas, acordo entre parceiros. Diz respeito, também, a como o professor negocia o saber com os alunos.
- **Expectativas -** O que o professor espera do aluno e o aluno espera do professor, em relação ao trabalho na sala de aula (relativo ao conhecimento específico que está em cena).
- **Ruptura de contrato -** A ruptura do contrato didático pode ser percebida, por exemplo, quando os alunos não atuam da forma esperada pelo professor – frente ao saber – ou quando o professor não atua da forma esperada pelos alunos.
- **Renegociação do contrato -** Quando há alguma ruptura no contrato didático e, em seguida, uma nova regra (explícita ou implícita) é negociada. Quando, embora não havendo claramente uma ruptura, é estabelecido um redirecionamento do jogo didático.
- **Efeitos de contrato -** Efeitos relacionados ao contrato didático, como aqueles tratados na literatura, particularmente por Guy Brousseau.

Assim, o contrato didático estabelece uma situação específica que depende do conteúdo do conhecimento em jogo, ou seja, o contrato didático é perecível e, como observou Brousseau (2008), cada situação de ensino sugere um problema e um contrato. O próprio progresso natural da aprendizagem sinaliza para as necessidades de regulação do sistema, se faz necessária uma sucessão de contratos entre um professor e seus alunos. O contrato termina quando o resultado da aprendizagem foi alcançado.

A Sequência Didática (SD) foi constituída por sete atividades de questões abertas, fundamentada nas concepções da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1986), segundo a qual o conhecimento emerge de situações-problema.

Diante do supracitado, percorremos na SD das atividades 1 e 2 de conceitos básicos (Pré-teste) à atividade 7 (Pós-teste). A apresentação e as análises da sequência das 5 sessões, composta de 7 atividades, desde suas descrições, resultados esperados a resultados obtidos estão apresentadas a seguir:

4.2.1 Sessão 1

Esta presente sessão teve por finalidade trabalharmos a Situação Didática mediante a exposição de uma revisão contendo perímetro da circunferência, origem e história de pi (π), bem como, a área do círculo. Em seguida, foi realizado o *pré-teste*, atividade que envolveu duas atividades alvo deste estudo:

Atividade 1, abordando a determinação de pi (π) e o perímetro da circunferência;

Atividade 2, versando sobre e área do círculo.

A atividade 1 adotou a seguinte sequência:

- Apresentação da orientadora e dos objetivos da pesquisa.
- Exibição de uma apresentação em PPt (Apêndice 3) com uma abordagem animada para motivar a origem e determinação o número irracional pi (π) e o perímetro da circunferência;
- Resolução de atividade, *pré-teste*, envolvendo a compreensão da apresentação, onde o aluno responde a perguntas e completa Tabelas abordando o conhecimento prévio e presente que os alunos trazem a respeito de pi (π), do perímetro da circunferência e área do círculo;
- Institucionalização das propriedades e relações geométricas essenciais aos conceitos supracitados.

Descrição da atividade 1:

Atividade 1 : Conceitos básicos / Pré-teste– parte 1

TÍTULO:
Pré-teste– parte 1

CONTEÚDO:
Perímetro da circunferência e π (pi)

ALUNO(A):

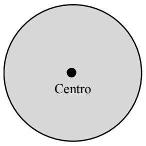
SÉRIE / TURMA:
1^a /

Perímetro da circunferência, π (pi) e Área do círculo

Primeiro, veja a diferença:

CIRCUNFERÊNCIA

É considerado Circunferência a "linha" formada por todos os pontos eqüidistantes (mesma distância) de um outro chamado centro

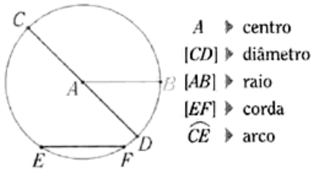


CÍRCULO

Círculo é todo o "enchimento" da superfície interna da Circunferência de centro.

Elementos:

CIRCUNFERÊNCIA



Perímetro (comprimento) da circunferência

Em qualquer circunferência o quociente (razão):

$$\frac{\text{Comprimento da Circunferência } (P)}{\text{Diâmetro da Circunferência } (D)} \cong 3{,}14.$$

Este valor aproximado (3,14) é a constante aproximada que se representa por π (pi).

Podemos então escrever que: $\frac{P}{D} = \pi$ ou $P = \pi.D$

Como já sabemos que o Diâmetro $D = 2.r$

Temos: $P = \pi.2.r$ ou $P = 2\pi r$

Resolvendo Juntos!

1) Use (pi) π=3,14 e determine o perímetro de uma circunferência quando a medida do raio é:

a) 10 cm

Resolução:

$P = 2.\pi.r = 2.3{,}14.10 = 6{,}28.10 \Rightarrow$

$\Rightarrow P = 62{,}8$ cm

b) 7,5 cm

Resolução:

$P = 2.\pi.r = 2.3{,}14.7{,}5 = 6{,}28.7{,}5 \Rightarrow$

$\Rightarrow P = 47{,}1$ cm

2) Sabe-se que o perímetro de uma circunferência é 50,24 cm. Nessas condições, determine a medida do raio e a medida do diâmetro dessa circunferência.

Resolução:

$P = 2.\pi.r \Rightarrow 50{,}24 = 2.3{,}14.r \Rightarrow$

$\Rightarrow 50{,}24 = 6{,}28.r \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{50{,}24}{6{,}28} = r \Rightarrow r = 8$ cm

Agora é com Você!

3) Complete a tabela.

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Perímetro (cm)
(C1)	18		
(C2)		2,8	
(C3)			31,4
(C4)			
(C5)			

Agora responda:

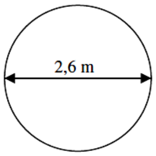
Quanto maior for o perímetro da circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa circunferência?

Ficam maiores ( ) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✎ ____

4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado). Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de perímetro da circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use π = 3)



✎ ____

5) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá (em metros) uma pessoa na roda gigante em 1 (uma) volta completa? E em 6 (seis) voltas?

Uma volta completa:

✍ ____

Em 6 (seis) voltas:

✍ ____

Inicialmente, nós (professor-pesquisador) como previsto, contemplamos uma revisão, na qual procuramos institucionalizar os conceitos perímetro da circunferência, origem e história de pi (π), bem como, a área do círculo. Em seguida, foi concretizada a atividade *pré-teste*, envolvendo a determinação de pi (π), o perímetro da circunferência e área do círculo.

Delineamos a seguir a descrição, resultados esperados a resultados obtidos da atividade 1.

Atividade 1 : Conceitos básicos / Pré-teste - parte 1.

Objetivos: Conhecer a história e determinação do número pi (π) e sua relação com o perímetro da circunferência; Resolver situações que envolvem perímetros de circunferências;

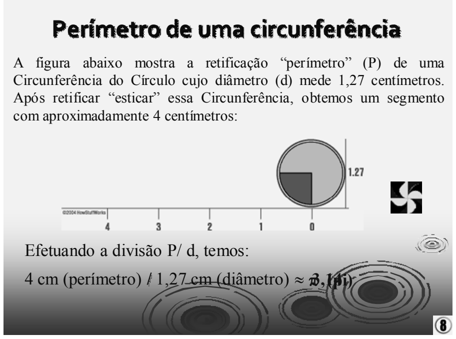
Resultados esperados: Acreditamos que os alunos encontrem dificuldades, mas esperamos que ao longo da mesma os alunos percebam a irracionalidade de π (pi) e descubram que a razão entre o perímetro da circunferência e seu respectivo Diâmetro (2r) é uma constante igual ao valor de π (pi), independente da medida do raio (r) da circunferência. Com isso, os alunos interpretem a relação do número de vezes o diâmetro cabe na medida da circunferência.

Resultados obtidos: Os alunos mostraram-se ansiosos, porém receptivos a proposta; Trabalharam em duplas a fim de alcançar os principais objetivos das atividades do pré-teste que foram: Conhecer a história e determinação do número pi (π) e sua relação com o perímetro da circunferência; Resolver situações que envolvem perímetros de circunferências; Determinar a área do círculo através de sua decomposição em setores (fatias), transformadas em triângulos.

No início da aplicação do pré-teste percebemos que os mesmos se comportavam com certa inibição ao não tentarem se comunicar. Daí mediamos no sentido de estimulá-los a utilizarem seus conhecimentos prévios sobre os conceitos básicos abordados na aula, socializando esse conhecimento com seus pares ou mesmo com todo o grupo na dinâmica da aplicação de estratégias para a resolução do problema apresentado. Tal atitude encorajou-os à interação e participação ativa entre eles tomando decisões necessárias para organizar a sua atividade e a resolução do problema.

Por volta das 11:30 h observamos que a maioria do grupo estava por concluir a primeira parte do pré-teste que contemplava π (pi) e perímetro da circunferência, pois percebemos a comunicação de informações entre os alunos. Cada grupo devolveu uma solução válida para todos os problemas e variadas maneiras de obter a solução. Decidimos então realizar a validação da solução, na qual resumimos os resultados e nomeamos os conceitos utilizados, fechando assim a institucionalização do conhecimento. Lembramos a todos para assinarem seus nomes fictícios na lista de presença e que daríamos continuidade com a segunda parte no dia seguinte (13/12). Por fim, recolhemos todo o material impresso.

Os alunos encontraram dificuldades, como previsto, em perceber a irracionalidade de π (pi) e que a razão entre o perímetro da circunferência e seu respectivo Diâmetro (2r) é uma constante igual ao valor de π (pi), independente da medida do raio (r) da circunferência. Ao assistirem o slide 8 da apresentação em PPT (Figura 12) percebemos essa dificuldade aflorar, entretanto, no slide 11 (Figura 13) com a explicação da retificação de uma circunferência utilizando o método de Kepler tal efeito (obstáculo) foi superado:



Perímetro de uma circunferência

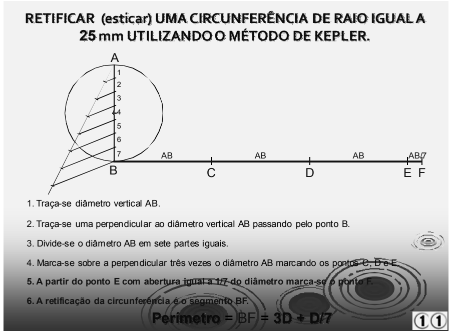
A figura abaixo mostra a retificação "perímetro" (P) de uma Circunferência do Círculo cujo diâmetro (d) mede 1,27 centímetros. Após retificar "esticar" essa Circunferência, obtemos um segmento com aproximadamente 4 centímetros:

Efetuando a divisão P/ d, temos:

4 cm (perímetro) / 1,27 cm (diâmetro) ≈ 3,14 (pi)

⑧

Figura 12: Slide 8
Fonte: Próprio autor



RETIFICAR (esticar) UMA CIRCUNFERÊNCIA DE RAIO IGUAL A 25 mm UTILIZANDO O MÉTODO DE KEPLER.

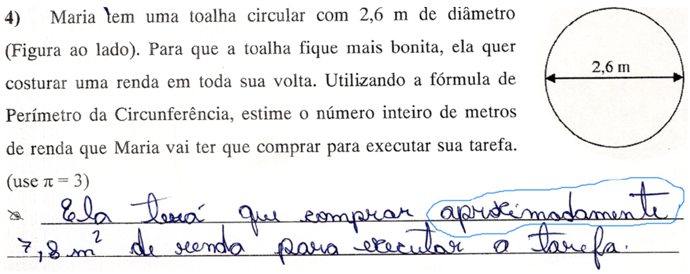
1. Traça-se diâmetro vertical AB.
2. Traça-se uma perpendicular ao diâmetro vertical AB passando pelo ponto B.
3. Divide-se o diâmetro AB em sete partes iguais.
4. Marca-se sobre a perpendicular três vezes o diâmetro AB marcando os pontos C, D e E.
5. **A partir do ponto E com abertura igual a 1/7 do diâmetro marca-se o ponto F.**
6. **A retificação da circunferência é o segmento BF.**

Perímetro = BF = 3D + D/7

①①

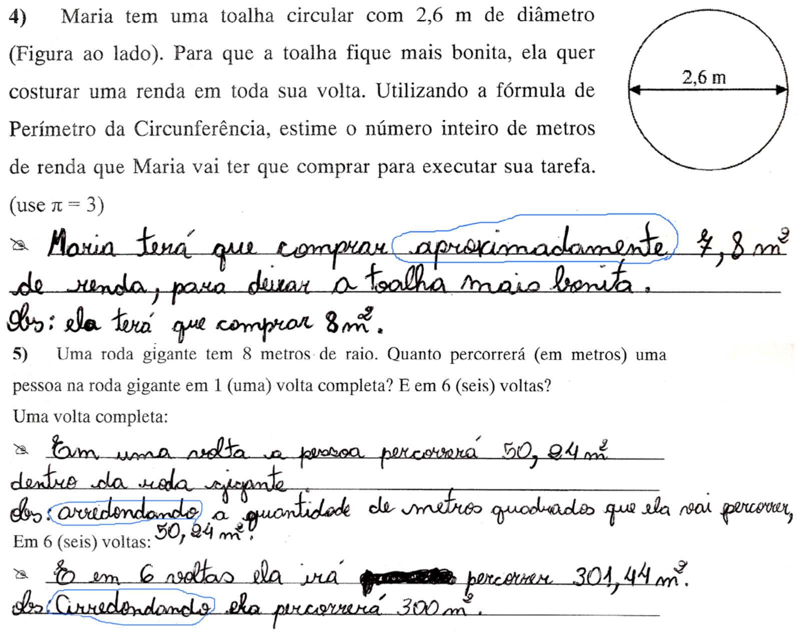
Figura 13: Slide 11
Fonte: Próprio autor

Em relação especificamente a dificuldade em perceber a irracionalidade de π (pi), mostramos a seguir flagrantes das expressões - aproximado, aproximadamente, arredondando - que nos levou a considerar como superado esse objetivo:



4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado). Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de Perímetro da Circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use π = 3)

Ela terá que comprar aproximadamente 7,8 m^2 de renda para executar a tarefa.



4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado). Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de Perímetro da Circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use π = 3)

✎ Maria terá que comprar aproximadamente 7,8 m² de renda, para deixar a toalha mais bonita.

Obs: ela terá que comprar 8 m².

5) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá (em metros) uma pessoa na roda gigante em 1 (uma) volta completa? E em 6 (seis) voltas?

Uma volta completa:

✎ Em uma volta a pessoa percorrerá 50,24 m² dentro da roda gigante.

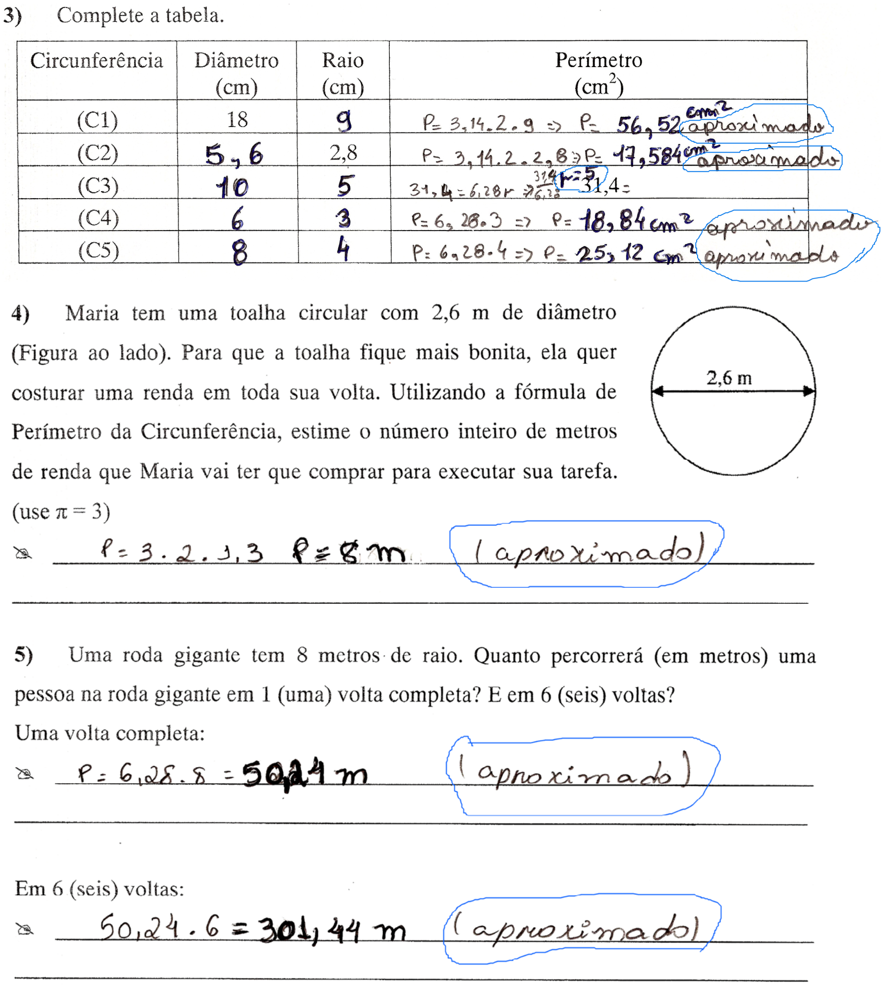
obs: arredondando a quantidade de metros quadrados que ela vai percorrer, 50,24 m².

Em 6 (seis) voltas:

✎ E em 6 voltas ela irá [illegible] percorrer 301,44 m².

obs: arredondando ela percorrerá 300 m².

Fonte: Protocolo de registro do grupo 02: Questões 4 e 5 (atividade 1)



3) Complete a tabela.

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Perímetro (cm^2)
(C1)	18	9	P = 3,14.2.9 ⇒ P = 56,52 cm² aproximado
(C2)	5,6	2,8	P = 3,14.2.2,8 ⇒ P = 17,584 cm² aproximado
(C3)	10	5	31,4 = 6,28r ⇒ $\frac{31{,}4}{6{,}28}$ r = 5 31,4 =
(C4)	6	3	P = 6,28.3 ⇒ P = 18,84 cm² aproximado
(C5)	8	4	P: 6,28.4 ⇒ P = 25,12 cm² aproximado

4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado). Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de Perímetro da Circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use π = 3)

✎ P = 3.2.1,3 P ≅ 8 m (aproximado)

5) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá (em metros) uma pessoa na roda gigante em 1 (uma) volta completa? E em 6 (seis) voltas?

Uma volta completa:

✎ P = 6,28.8 = 50,24 m (aproximado)

Em 6 (seis) voltas:

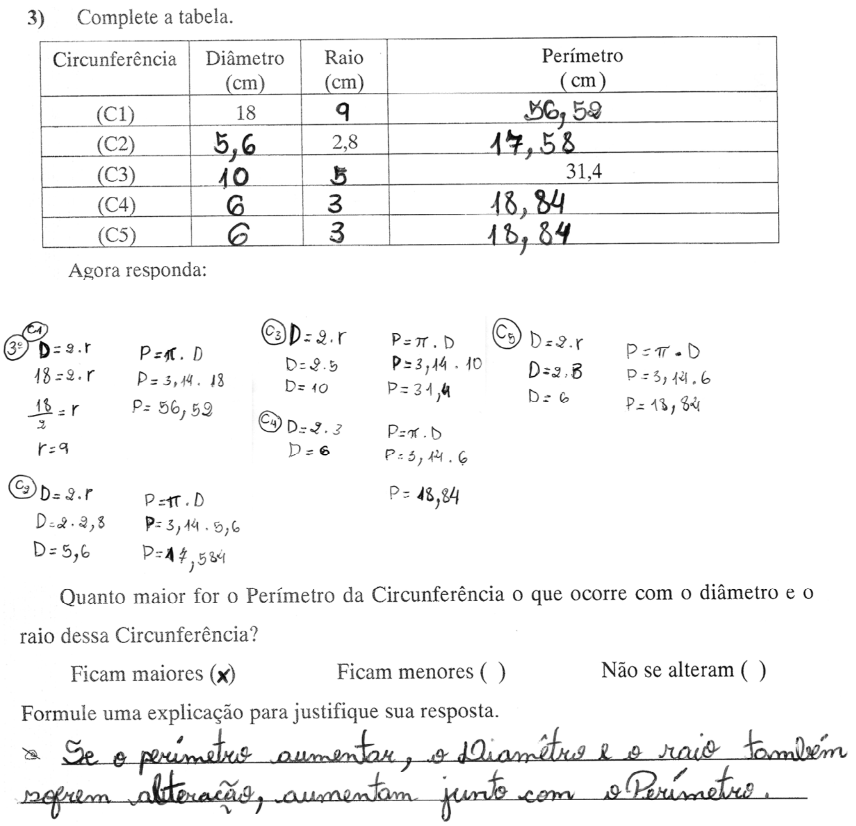
✎ 50,24.6 = 301,44 m (aproximado)

Fonte: Protocolo de registro do grupo 01: Questões 3, 4 e 5 (atividade 1)

No transcorrer do pré-teste, destacamos algumas situações adidáticas: ação, formulação e a validação que, segundo Brousseau (2008) é uma condição fundamental, significando o aceite do aluno pela responsabilidade na busca da solução do jogo ou problema proposto, assim como pelo entendimento que o professor elaborou uma situação passível de ser resolvida de acordo com os conhecimentos anteriores que ele possui. Assim, feita a devolução, a situação proposta se converte no problema do aluno.

Esclarecemos ao leitor que as questões 1 e 2 das duas atividades contempladas na primeira sessão fazem parte do que chamamos de *resolvendo juntos* onde, de forma conjunta e negociada, todos participaram da resolução das mesmas. A partir da terceira questão houve uma ruptura do contrato com a proposta *agora é com você*, onde os próprios alunos organizaram-se a realizarem os problemas propostos, assumindo a responsabilidade do problema (a devolução).

Salientamos que para a resolução destas questões os alunos usaram a calculadora do sistema operacional Linux e utilizaram a fórmula P = 2πr para calcular o perímetro da circunferência tomando 3,14 como valor aproximado para π. Vejamos as devoluções dos grupos 02 e 04, respectivamente:



3) Complete a tabela.

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Perímetro (cm)
(C1)	18	9	56,52
(C2)	5,6	2,8	17,58
(C3)	10	5	31,4
(C4)	6	3	18,84
(C5)	6	3	18,84

Agora responda:

3º C1
D = 2 . r
18 = 2 . r
$\frac{18}{2} = r$
r = 9

P = π . D
P = 3,14 . 18
P = 56,52

C3 D = 2 . r
D = 2 . 5
D = 10

P = π . D
P = 3,14 . 10
P = 31,4

C5 D = 2 . r
D = 2 . 3
D = 6

P = π . D
P = 3,14 . 6
P = 18,84

C4 D = 2 . 3
D = 6

P = π . D
P = 3,14 . 6
P = 18,84

C2 D = 2 . r
D = 2 . 2,8
D = 5,6

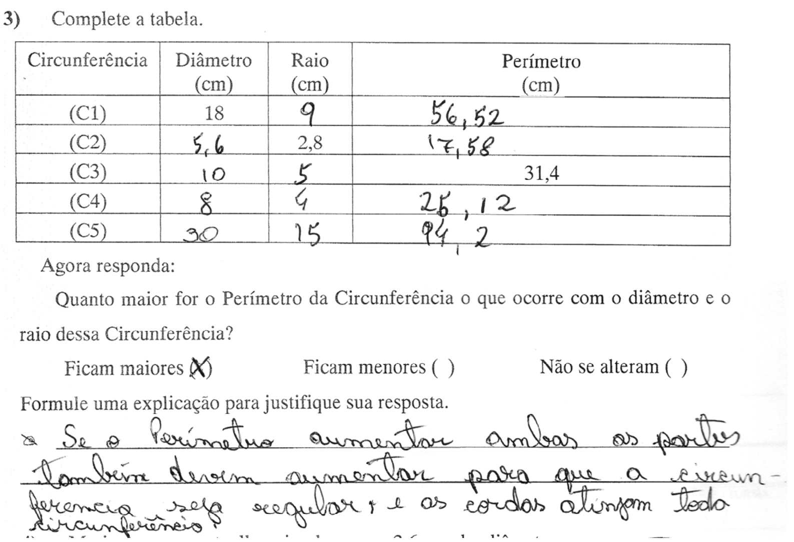
P = π . D
P = 3,14 . 5,6
P = 17,584

Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (x) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

Se o perímetro aumentar, o Diamêtro e o raio também sofrem alteração, aumentam junto com o Perímetro.



3) Complete a tabela.

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Perímetro (cm)
(C1)	18	9	56,52
(C2)	5,6	2,8	17,58
(C3)	10	5	31,4
(C4)	8	4	25,12
(C5)	30	15	94,2

Agora responda:

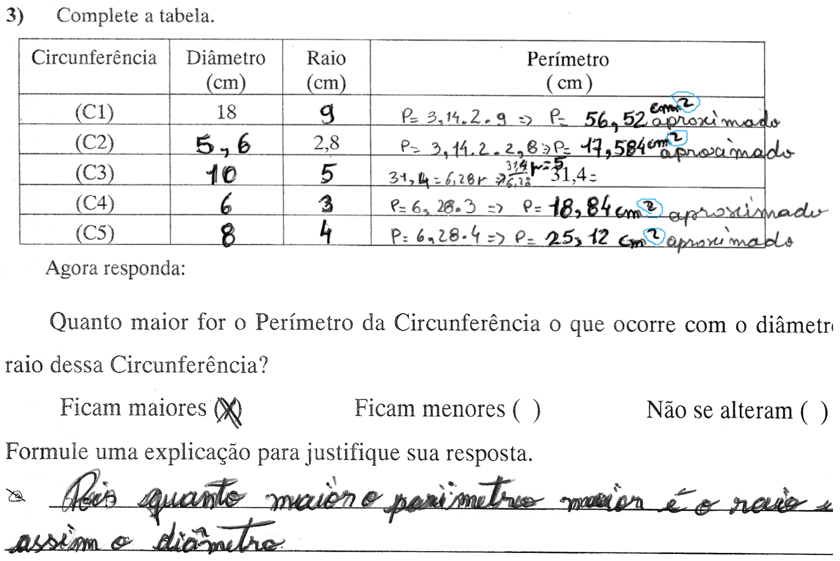
Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (X) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✎ Se o Perímetro aumentar ambas as partes também devem aumentar para que a circunferencia seja regular, e as cordas atinjam toda circunferência

Fonte: Protocolo de registro do grupo 02: Questão 3 (atividade 1)



3) Complete a tabela.

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Perímetro (cm)
(C1)	18	9	P= 3,14.2.9 => P= 56,52 cm² aproximado
(C2)	5,6	2,8	P= 3,14.2.2,8 => P= 17,584 cm² aproximado
(C3)	10	5	31,4 = 6,28r => $\frac{31,4}{6,28}$ r = 5 31,4 =
(C4)	6	3	P= 6,28.3 => P= 18,84 cm² aproximado
(C5)	8	4	P= 6,28.4 => P= 25,12 cm² aproximado

Agora responda:

Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetr raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (X) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✎ Pois quanto maior o perímetro maior é o raio e assim o diâmetro

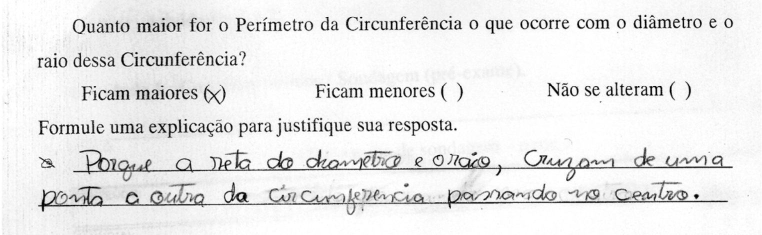
Fonte: Protocolo de registro do grupo 04: Questão 3 (atividade 1)

Buscamos acionar os conceitos trabalhados sem oferecer inicialmente o recurso da figura da circunferência. Solicitamos, entretanto, que o aluno simulasse a situação a fim de concretizar o raciocínio bem como no sentido de aferir a fórmula que fornece o perímetro da circunferência e a validar as propriedades da circunferência não explicitadas no enunciado.

Concordamos com Brousseau (1996, p.49) quando afirma ser da competência do professor possuir e/ou desenvolver habilidades em "propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor". Embora, como categoricamente afirma Brousseau (1996), que toda situação didática contém algo de intenção e desejo do professor, o ideal e necessário é que o professor consiga que o aluno esqueça os pressupostos didáticos da situação.

Percebemos que o grupo 01 trocou a unidade de medida referente ao perímetro (centímetro) pela unidade de medida de superfície (centímetro quadrado), embora a mesma já estivesse indicada na Tabela da questão e, apresentou um argumento elementar para justificar sua compreensão, enquanto Maurício (grupo 02) devolveu uma justificativa que traz consigo a ideia de proporção entre as medidas do raio e diâmetro, enquanto que Wesley (grupo 02) devolveu a questão apresentando os devidos cálculos e argumentos que justificam os resultados, apenas repetiu a escolha para as medidas dos raios das circunferências (C4) e (C5).

Atentamos que destes seis alunos, um número considerável, quatro alunos (citados acima), empregaram a fórmula corretamente beneficiando-se inclusive do recurso da calculadora para resolução, haja vista que o mesmo percentual acertou a questão referente ao cálculo do perímetro necessário para o perímetro das circunferências. Apenas os alunos do grupo 04 (citados a seguir) não conseguiram responder corretamente os cálculos para o perímetro das circunferências (C1) e (C2) cujos raios medem, 9 cm e 2,8 cm, respectivamente, e utilizaram as definições como requisitos às suas justificativas:

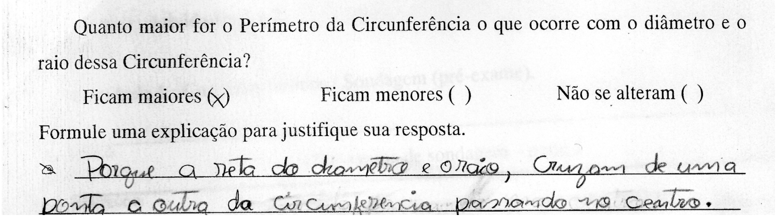


Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (X) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✎ Porque a reta do diametro e oraio, Cruzam de uma ponta a outra da Circunferencia passando no Centro.

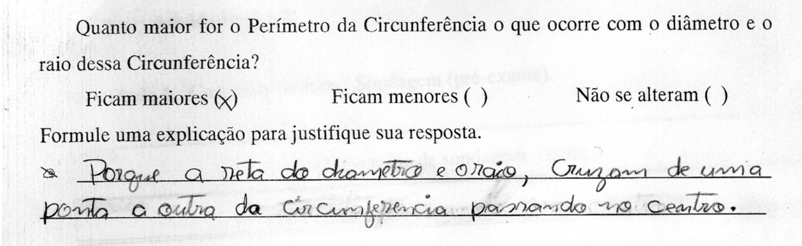


Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (X) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✎ Porque a reta do diametro e oraio, Cruzam de uma ponta a outra da Circunferencia passando no Centro.

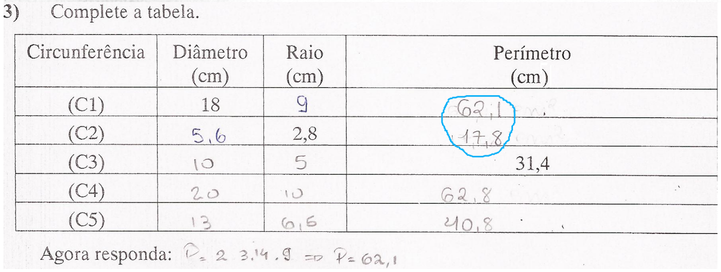


Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (X) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

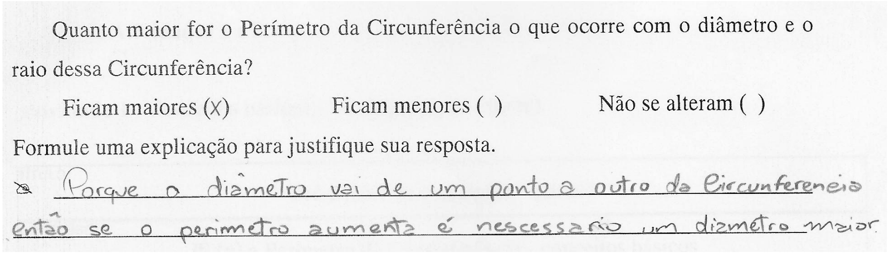
✎ Porque a reta do diametro e oraio, Cruzam de uma ponta a outra da Circunferencia passando no Centro.



3) Complete a tabela.

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Perímetro (cm)
(C1)	18	9	62,1
(C2)	5,6	2,8	17,8
(C3)	10	5	31,4
(C4)	20	10	62,8
(C5)	13	6,5	40,8

Agora responda: P= 2 3.14 . 9 => P= 62,1



Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (X) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

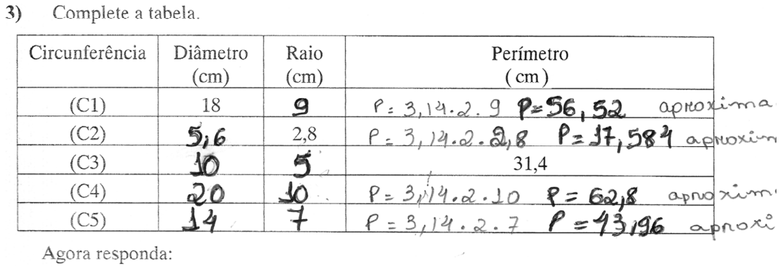
Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✎ Porque o diâmetro vai de um ponto a outro da Circunferencia então se o perimetro aumenta é nescessario um diametro maior

Fonte: Protocolo de registro do grupo 04: Questão 3 (atividade 1)

Podemos observar que todas as devoluções mostradas acima atendem aos objetivos propostos pela questão, isto é, calcular o perímetro e perceber a relação entre o perímetro das circunferências e seus respectivos raios e diâmetros. Os alunos mensuraram com aproximação o perímetro da circunferência, entretanto demonstraram níveis diferentes na generalização e apropriação da ideia do perímetro enquanto contorno.

Ainda sobre a mesma questão, relataremos a seguir a ação, formulação e devolução pelas alunas integrantes dos grupos 01 e 03, respectivamente:

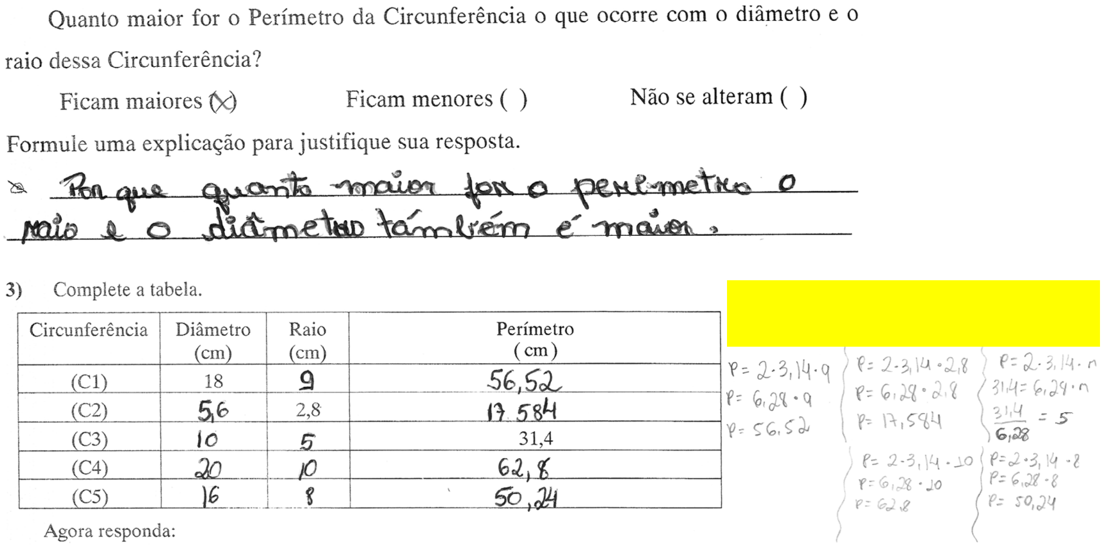


3) Complete a tabela.

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Perímetro (cm)
(C1)	18	9	P = 3,14.2.9 P=56,52 aproxima
(C2)	5,6	2,8	P = 3,14.2.2,8 P=17,584 aproxim
(C3)	10	5	31,4
(C4)	20	10	P = 3,14.2.10 P = 62,8 aproxim
(C5)	14	7	P = 3,14.2.7 P = 43,96 aproxi

Agora responda:

Fonte: Protocolo de registro da aluna Alice do grupo 01: Questão 3 (atividade 1)



Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (X) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✎ Por que quanto maior for o perimetro o raio e o diâmetro tambem é maior.

3) Complete a tabela.

[redacted]

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Perímetro (cm)
(C1)	18	9	56,52
(C2)	5,6	2,8	17,584
(C3)	10	5	31,4
(C4)	20	10	62,8
(C5)	16	8	50,24

P = 2·3,14·9
P = 6,28·9
P = 56,52

P = 2·3,14·2,8
P = 6,28·2,8
P = 17,584

P = 2·3,14·n
31,4 = 6,28·n
$\frac{31,4}{6,28} = 5$

P = 2·3,14·10
P = 6,28·10
P = 62,8

P = 2·3,14·8
P = 6,28·8
P = 50,24

Agora responda:

Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (X) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✍ Pois quanto maior é o diametro e o raio, maior fica o Perímetro.

Quanto maior for o Perímetro da Circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa Circunferência?

Ficam maiores (x) Ficam menores ( ) Não se alteram ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✍ Pois quanto maior o perimetro resulta em um numero de diâmetro e raio grande tambem

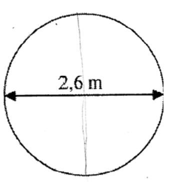
Fonte: Protocolo de registro do grupo 03: Questão 3 (atividade 1)

Observe leitor que apenas a aluna Alice (grupo 01) enfatizou uma aproximação para o perímetro das circunferências, enquanto as alunas do grupo 03 a fizeram através do arredondamento sem recorrerem à explicação de tal fato. Observe também que Cozete deparou-se com o mesmo obstáculo (barreira) que Gustavo ao trocar a unidade de medida de perímetro pela de superfície. Ressaltamos que as três devoluções acima mostradas além de atenderem aos objetivos propostos pela questão, nas quais através da simulação de situações de comparação entre o perímetro da circunferência, seu raio e diâmetro, forneceram subsídios que levaram as alunas a formular e devolver que o perímetro da circunferência é o produto de seu diâmetro por π (C=2πr). Entretanto, acreditamos que fruto da negociação entre as mesmas mostrou certa semelhança na formulação da justificativa, enfatizando que a figura geométrica (circunferência) possui proporção entre os elementos básicos raio e diâmetro para sua construção.

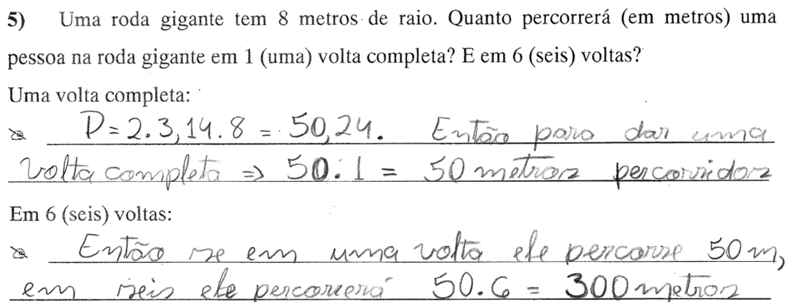
Acrescemos ainda que, nas situações que objetivam a promoção da aprendizagem, as fases de uma situação didática (*ação, formulação, validação e institucionalização*), na maioria das vezes mantêm uma relação estreita (interligadas) a ponto de não ser possível estabelecer seus limites, ou seja, onde termina uma e começa outra.

Vejamos agora os registros das questões 4 e 5 desta primeira atividade que sugerem a interpretação e resolução de situações contextualizadas sobre o perímetro da circunferência com forte apelo ao contorno. Com efeito:

4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado). Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de Perímetro da Circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use $\pi = 3$)



✍ P= 2.3 . 1,3 = 7,8. Então ela precisara compra 8 metros de renda.



5) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá (em metros) uma pessoa na roda gigante em 1 (uma) volta completa? E em 6 (seis) voltas?

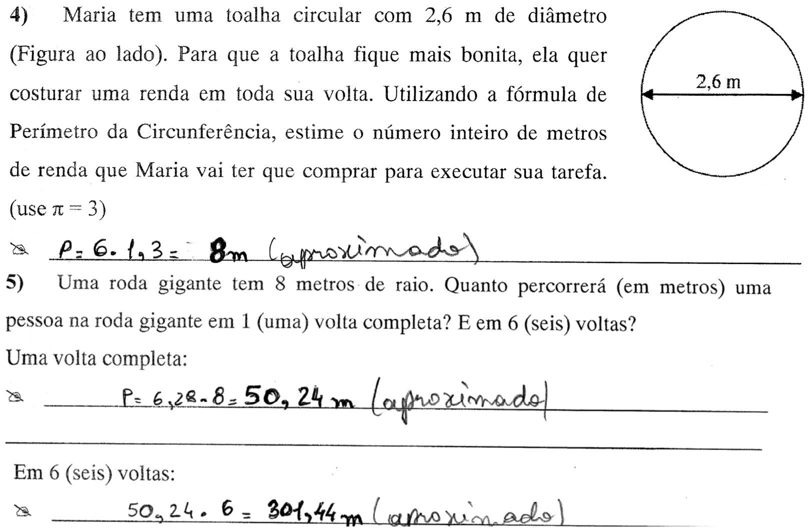
Uma volta completa:

✎ P = 2.3,14.8 = 50,24. Então para dar uma volta completa => 50.1 = 50 metros percorridos

Em 6 (seis) voltas:

✎ Então se em uma volta ele percorre 50 m, em seis ele percorrerá 50.6 = 300 metros

Fonte: Protocolo de registro de José (grupo 04): Questões 4 e 5 (atividade 1)



4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado). Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de Perímetro da Circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use $\pi = 3$)

✎ P = 6 . 1,3 = 8m (aproximado)

5) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá (em metros) uma pessoa na roda gigante em 1 (uma) volta completa? E em 6 (seis) voltas?

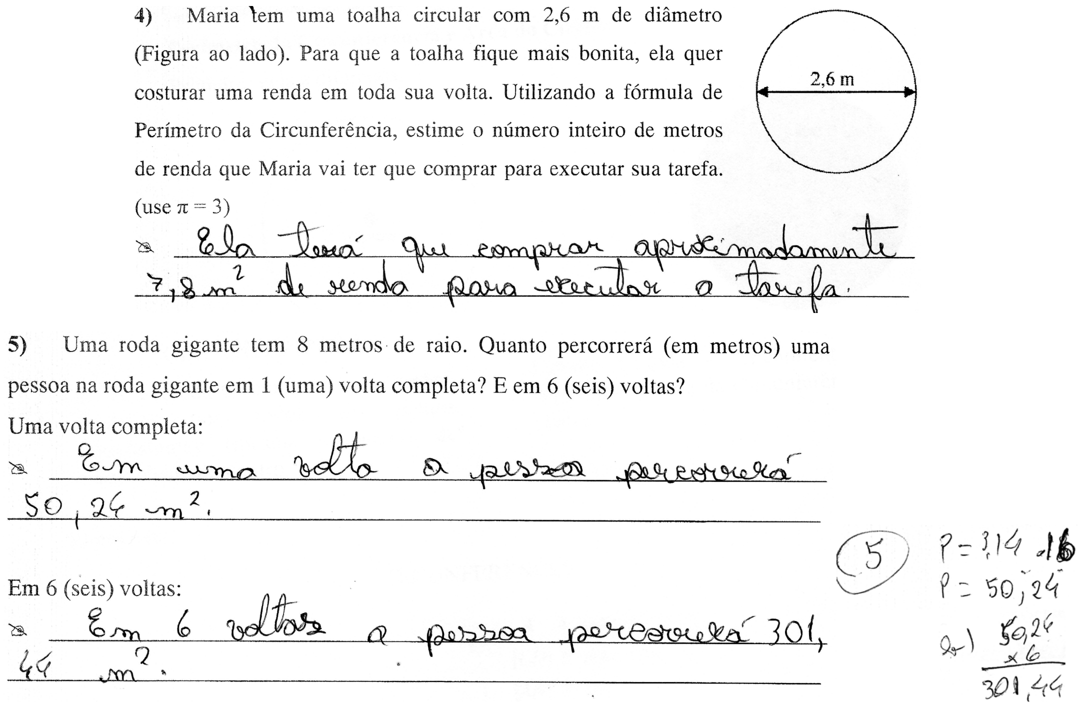
Uma volta completa:

✎ P = 6,28 . 8 = 50,24 m (aproximado)

Em 6 (seis) voltas:

✎ 50,24 . 6 = 301,44 m (aproximado)

Fonte: Protocolo de registro de Gustavo (grupo 01): Questões 4 e 5 (atividade 1)



4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado). Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de Perímetro da Circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use $\pi = 3$)

✎ Ela terá que comprar aproximadamente $7,8\ m^2$ de renda para executar a tarefa.

5) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá (em metros) uma pessoa na roda gigante em 1 (uma) volta completa? E em 6 (seis) voltas?

Uma volta completa:

✎ Em uma volta a pessoa percorrerá $50,24\ m^2$.

Em 6 (seis) voltas:

✎ Em 6 voltas a pessoa percorrerá $301,44\ m^2$.

⑤

P = 3,14 . 16

P = 50,24

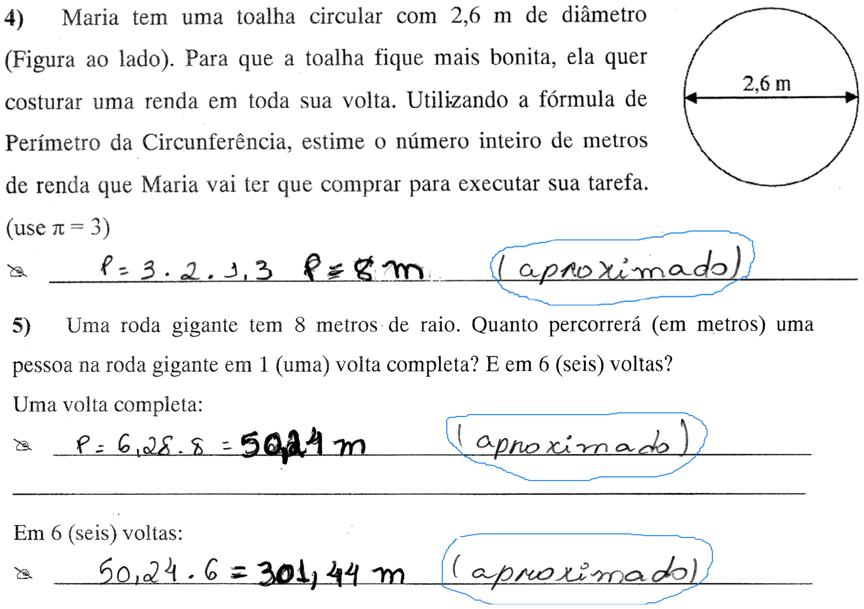
2-)
$$\begin{array}{r} 50,24 \\ \times 6 \\ \hline 301,44 \end{array}$$

Fonte: Protocolo de registro de Maurício (grupo 02): Questões 4 e 5 (atividade 1)

Observamos, no transcorrer da devolução das questões 4 e 5 supracitadas, que os alunos claramente demonstraram entendimento quanto à interpretação das dimensões e construção do perímetro da figura explicitada. No entanto, a resposta de Maurício destacou-se das demais por riqueza de detalhes inerentes aos cálculos, pois Gustavo e José se detiveram a apresentar os resultados. Talvez o ocorrido tenha sido por efeito de negociação entre eles, uma vez que estavam juntos durante as situações de ação, formulação e validação dos resultados, (Figura 14):

Figura 14: Maurício, Gustavo e José
Fonte: Próprio autor

Ainda a propósito das mesmas questões, destacamos em seguida as respostas das alunas Alice (grupo 01), Cozete e Perlla (grupo 03):



4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado). Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de Perímetro da Circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use π = 3)

✎ P = 3 . 2 . 1,3 P ≅ 8 m (aproximado)

5) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá (em metros) uma pessoa na roda gigante em 1 (uma) volta completa? E em 6 (seis) voltas?

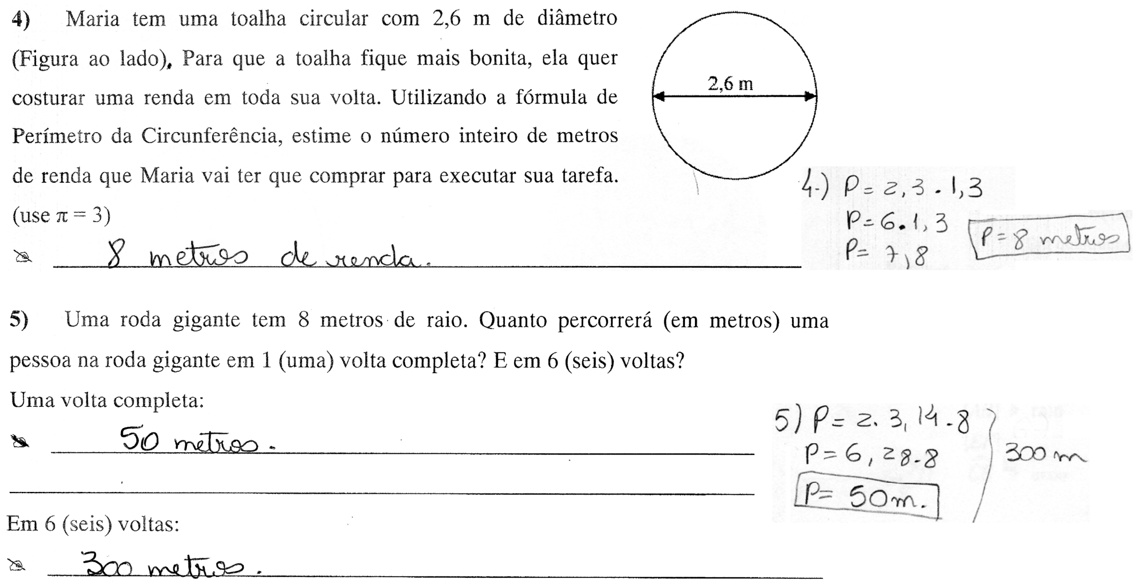
Uma volta completa:

✎ P = 6,28 . 8 = 50,24 m (aproximado)

Em 6 (seis) voltas:

✎ 50,24 . 6 = 301,44 m (aproximado)

Fonte: Protocolo de registro de Alice (grupo 01): Questões 4 e 5 (atividade 1)



4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado), Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de Perímetro da Circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use π = 3)

✎ 8 metros de renda.

4-) $P = 2,3 \cdot 1,3$
$P = 6 \cdot 1,3$
$P = 7,8$
$\boxed{P = 8 \text{ metros}}$

5) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá (em metros) uma pessoa na roda gigante em 1 (uma) volta completa? E em 6 (seis) voltas?

Uma volta completa:

✎ 50 metros.

Em 6 (seis) voltas:

✎ 300 metros.

5) $P = 2 \cdot 3,14 \cdot 8$
$P = 6,28 \cdot 8$
$\boxed{P = 50m.}$
300 m

Fonte: Protocolo de registro de Perlla do grupo 03: Questões 4 e 5 (atividade 1)

Das três devoluções supracitas pelas alunas, percebemos que apenas Alice mencionou a aproximação para o perímetro das circunferências inquirido, embora todas tenham feito aproximações dos resultados encontrados.

Diante destes obstáculos observados, ao final desta atividade fizemos nossa primeira intervenção direta (institucionalização), visando estabelecer ao objeto um caráter instrucional do conhecimento buscando a identificação e verificação de possíveis erros, equívocos, barreiras em conceitos, cálculos e aproximações em fases anteriores.

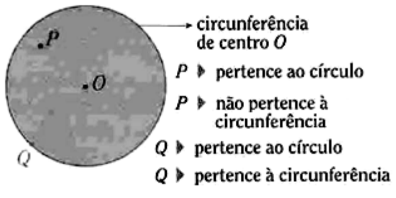
Vamos acompanhar a seguir as soluções negociadas entre os alunos na resolução da segunda atividade do pré-teste referente ao objeto geométrico círculo e a área de sua superfície:

Atividade 2 : Conceitos básicos Pré-teste – parte 2

TÍTULO: Pré-teste – parte 2	
CONTEÚDO: Área do círculo - conceitos básicos	
ALUNO(A):	**SÉRIE / TURMA:** 1^a /

Área da superfície do círculo

Elementos: CÍRCULO



Em qualquer círculo, formamos o paralelogramo:

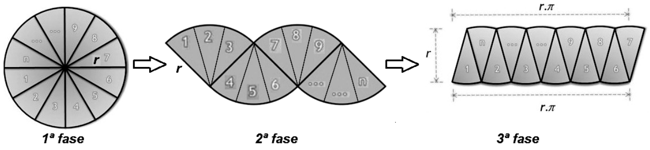


Figura 15: 0Método de Kepler (1571 – 1630 a.C.)
Fonte: http://matmagias.blogspot.com/2009/03/area-de-circulo.html

Observe que na 3ª fase do método de Kepler, que os setores (fatias) do círculo encontram-se alinhadas e justapostas formando um paralelogramo - cuja superfície tem a mesma área do círculo da primeira fase - de base igual a metade do perímetro da circunferência, ou seja, base = $\pi.r$ e altura igual ao raio do círculo, ou seja, altura (raio) = r. Lembrando que a área de um paralelogramo (A_p)é dada por: A_p = base . altura, podemos então escrever que: Área do círculo (A_c) = A_p = base . altura.

Assim, $A_c = \pi.r.r$ => $A_c = \pi.r^2$

Resolvendo Juntos!

1) Use (pi) π=3,14 e determine a área do círculo quando a medida do raio é:

a) 10 cm

Resolução (a):

$A = \pi.r^2 = 3,14.10^2 = 3,14.100$ => $A = 314\ cm^2$

b) 7,5 cm

Resolução:

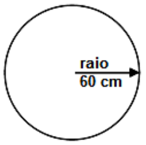
$A = \pi.r^2 = 3,14.(7,5)^2 = 3,14.56,25$ =>

=> $A = 176,625\ cm^2$

2) Sabe-se que o raio do tampo de uma mesa circular mede 60 cm. Nessas condições, determine a Área da superfície dessa mesa.

Resolução:

$A = \pi.r^2 = 3,14.(60)^2 = 3,14.3600$ => $A = 11304\ cm^2$



Agora é com Você!

3) Complete a tabela e em seguida responda:

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)
(C1)		2	
(C2)	10		
(C3)			200,96
(C4)			
(C5)			

Quando se aumenta o raio do círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse círculo?

Aumenta ( ) Diminui ( ) Não se altera ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✍ ____

4) Dois círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual círculo tem a maior área?

O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm ( ) Ambos têm a mesma área ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✍ ____

5) Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um círculo cuja área mede $9\pi\ m^2$?

✍ ____

Atividade 2 : Conceitos básicos / Pré-teste - parte 2.

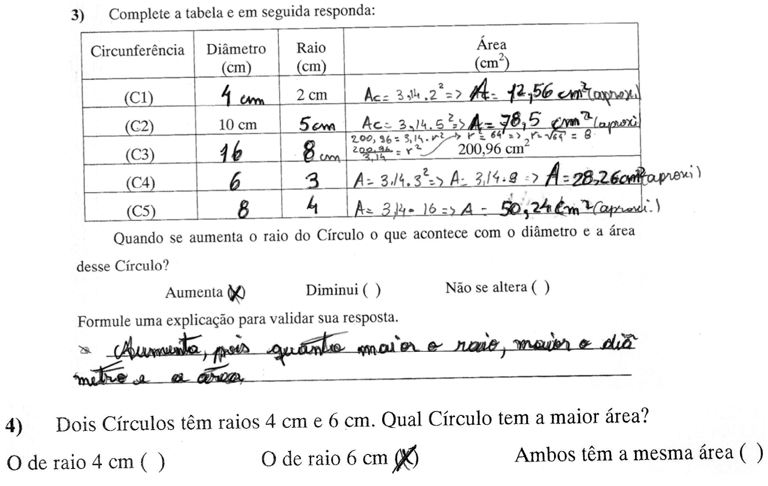
Objetivos: Decompor a superfície do círculo em setores (fatias) e, em seguida, transformar esses setores em triângulos congruentes pela retificação da circunferência ($2\pi r$); Construir a fórmula para determinar a área do círculo a partir do paralelogramo de dimensões (πr e r) formado com a justaposição desses triângulos formados; Formular e validar uma relação para determinar a área de um círculo a fim de resolver situações que envolvam áreas circulares. Ademais, almejamos que os alunos ao decompor o círculo em setores (fatias) observem a transformação desses setores em triângulos pela retificação da circunferência do círculo, facilitando assim, que os alunos determinem a área do círculo.

Resultados esperados: Com esta atividade, acreditávamos que os alunos encontrassem dificuldades em compreender a decomposição do círculo em triângulos, mas esperávamos que os mesmos ao perceberem a transformação dos setores circulares em triângulos congruentes pela retificação da circunferência do círculo iriam entender a relação entre a área da superfície circular e a área do paralelogramo formado pela justaposição dos triângulos formados.

Resultados obtidos: No tocante à decomposição do círculo em setores (fatias), observamos que os alunos, ao perceberam a transformação desses setores em triângulos pela retificação da circunferência do círculo, compreenderam com facilidade a determinação de sua área, Acreditamos que esta decomposição da área de uma região até então desconhecida (circular) em regiões (triangulares) já conhecidas, aliada a ideia da retificação já vista no slide 8 (Apêndice 3), possibilitou uma melhor compreensão da área do círculo.

Esta nossa percepção se deu pelos registros nos protocolos dos alunos apresentados em bloco no Quadro a seguir:

Quadro 3: Devolução da atividade 2:

GRUPOS	DEVOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2
01	

3) Complete a tabela e em seguida responda:

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)
(C1)	4 cm	2 cm	$A_c = 3{,}14 . 2^2 \Rightarrow A = 12{,}56\ cm^2$ (aproxi)
(C2)	10 cm	5cm	$A_c = 3{,}14 . 5^2 \Rightarrow A = 78{,}5\ cm^2$ (aproxi)
(C3)	16	8 cm	$200{,}96 = 3{,}14 . r^2 \Rightarrow r^2 = 64 \Rightarrow r = \sqrt{64} = 8$ $\frac{200{,}96}{3{,}14} = r^2$ 200,96 cm^2
(C4)	6	3	$A = 3{,}14 . 3^2 \Rightarrow A = 3{,}14 . 9 \Rightarrow A = 28{,}26\ cm^2$ (aproxi)
(C5)	8	4	$A = 3{,}14 . 16 \Rightarrow A = 50{,}24\ cm^2$ (aproxi.)

Quando se aumenta o raio do Círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse Círculo?

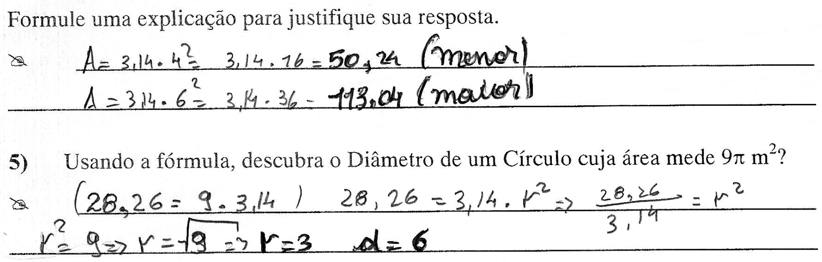
Aumenta (X) Diminui ( ) Não se altera ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

Aumenta, pois quanto maior o raio, maior o diâmetro e a área.

4) Dois Círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual Círculo tem a maior área?

O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm (X) Ambos têm a mesma área ( )



Formule uma explicação para justifique sua resposta.

$A = 3,14 \cdot 4^2 = 3,14 \cdot 16 = 50,24$ (menor)

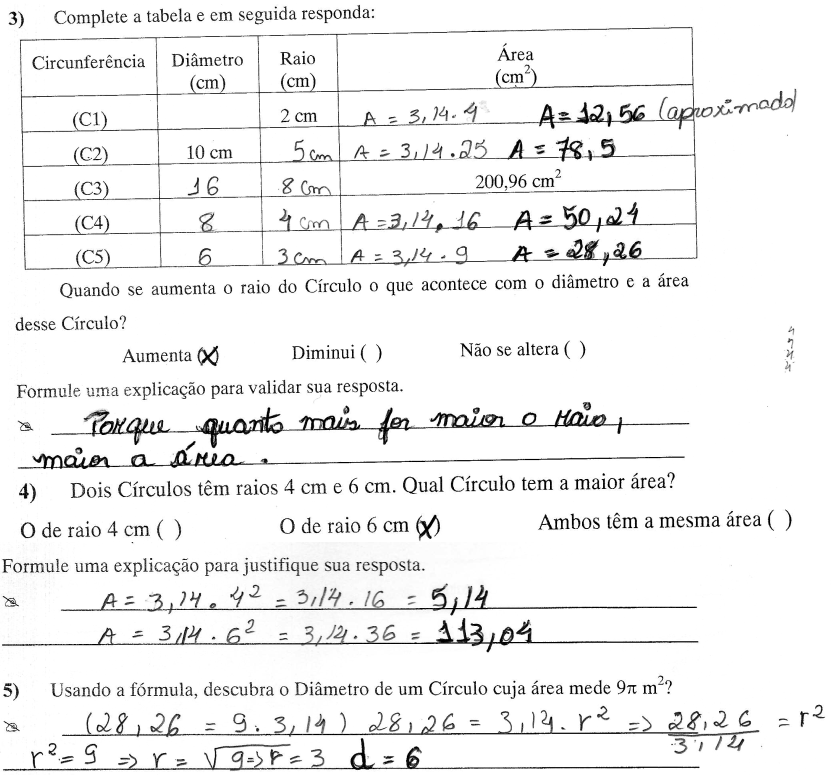
$A = 3,14 \cdot 6^2 = 3,14 \cdot 36 - 113,04$ (maior)

5) Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um Círculo cuja área mede 9π m^2?

$(28,26 = 9 \cdot 3,14)$ $28,26 = 3,14 \cdot r^2 \Rightarrow \frac{28,26}{3,14} = r^2$

$r^2 = 9 \Rightarrow r = \sqrt{9} \Rightarrow r = 3$ $d = 6$

Fonte: Protocolo do aluno Gustavo



3) Complete a tabela e em seguida responda:

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)
(C1)		2 cm	$A = 3,14 \cdot 4$ $A = 12,56$ (aproximado)
(C2)	10 cm	5 cm	$A = 3,14 \cdot 25$ $A = 78,5$
(C3)	16	8 cm	200,96 cm^2
(C4)	8	4 cm	$A = 3,14 \cdot 16$ $A = 50,24$
(C5)	6	3 cm	$A = 3,14 \cdot 9$ $A = 28,26$

Quando se aumenta o raio do Círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse Círculo?

Aumenta (X) Diminui ( ) Não se altera ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

Porque quanto mais for maior o raio, maior a área.

4) Dois Círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual Círculo tem a maior área?

O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm (X) Ambos têm a mesma área ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

$A = 3,14 \cdot 4^2 = 3,14 \cdot 16 = 5,14$

$A = 3,14 \cdot 6^2 = 3,14 \cdot 36 = 113,04$

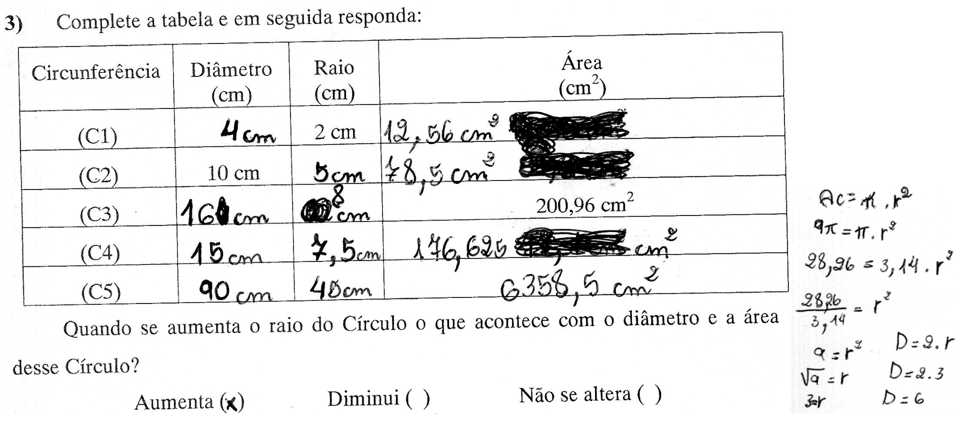
5) Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um Círculo cuja área mede 9π m^2?

$(28,26 = 9 \cdot 3,14)$ $28,26 = 3,14 \cdot r^2 \Rightarrow \frac{28,26}{3,14} = r^2$

$r^2 = 9 \Rightarrow r = \sqrt{9} \Rightarrow r = 3$ $d = 6$

Fonte: Protocolo da aluna Alice

02



3) Complete a tabela e em seguida responda:

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)
(C1)	4 cm	2 cm	12,56 cm^2
(C2)	10 cm	5 cm	78,5 cm^2
(C3)	16 cm	8 cm	200,96 cm^2
(C4)	15 cm	7,5 cm	176,625 cm^2
(C5)	90 cm	45 cm	6358,5 cm^2

$Ac = \pi \cdot r^2$

$9\pi = \pi \cdot r^2$

$28,26 = 3,14 \cdot r^2$

$\frac{28,26}{3,14} = r^2$

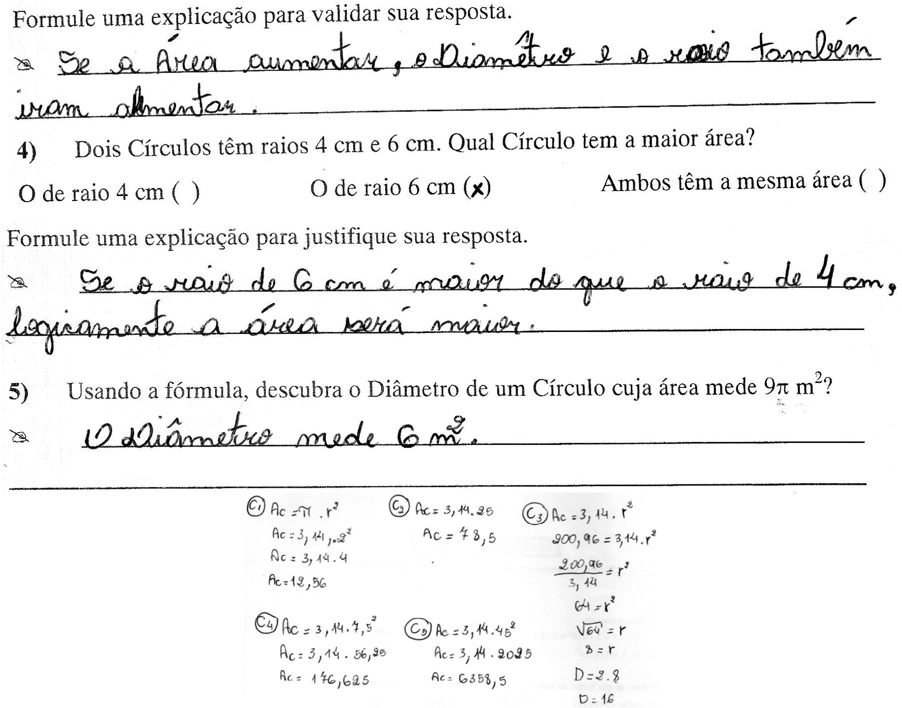
$9 = r^2$ $D = 2 \cdot r$

$\sqrt{9} = r$ $D = 2 \cdot 3$

$3 = r$ $D = 6$

Quando se aumenta o raio do Círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse Círculo?

Aumenta (x) Diminui ( ) Não se altera ( )



Formule uma explicação para validar sua resposta.

✎ Se a Área aumentar, o Diâmetro e o raio também iram almentar.

4) Dois Círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual Círculo tem a maior área?

O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm (x) Ambos têm a mesma área ( )

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✎ Se o raio de 6 cm é maior do que o raio de 4 cm, logicamente a área será maior.

5) Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um Círculo cuja área mede 9π m^2?

✎ O Diâmetro mede 6 m^2.

Ⓒ1 $Ac = \pi . r^2$
$Ac = 3,14 . 2^2$
$Ac = 3,14 . 4$
$Ac = 12,56$

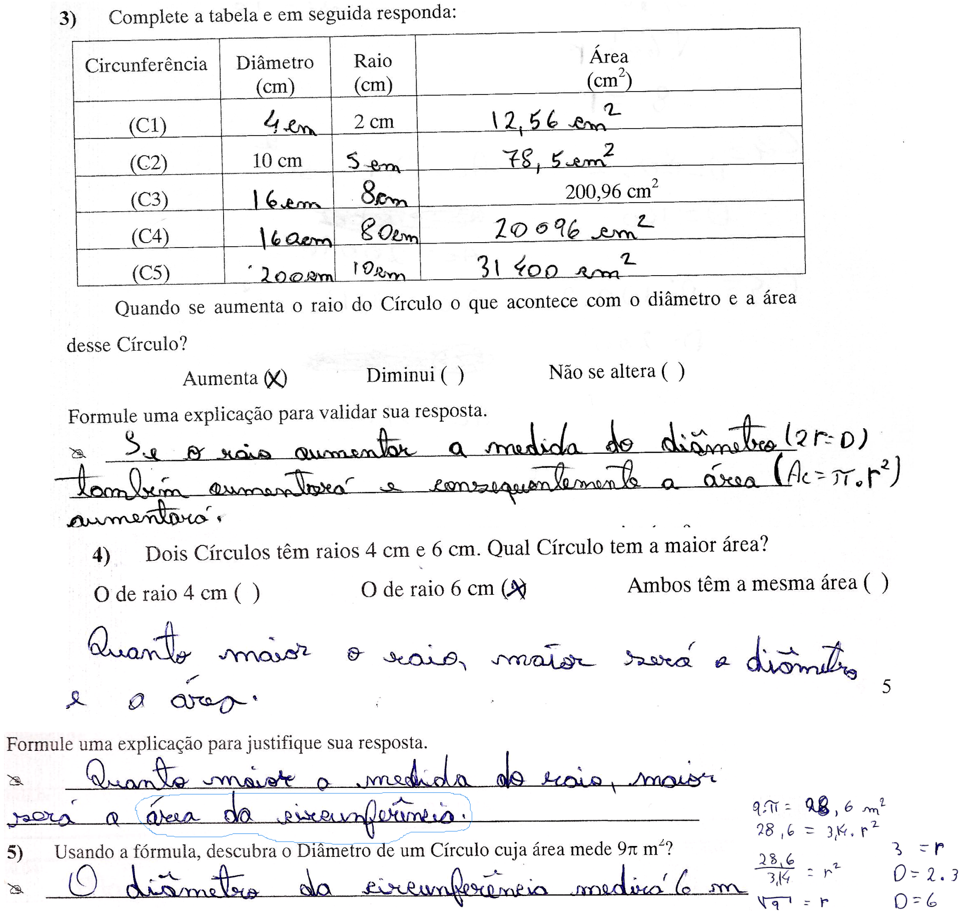
Ⓒ2 $Ac = 3,14 . 25$
$Ac = 78,5$

Ⓒ3 $Ac = 3,14 . r^2$
$200,96 = 3,14 . r^2$
$\frac{200,96}{3,14} = r^2$
$64 = r^2$
$\sqrt{64} = r$
$8 = r$
$D = 2 . 8$
$D = 16$

Ⓒ4 $Ac = 3,14 . 7,5^2$
$Ac = 3,14 . 56,25$
$Ac = 176,625$

Ⓒ5 $Ac = 3,14 . 45^2$
$Ac = 3,14 . 2025$
$Ac = 6358,5$

Fonte: Protocolo do aluno Wesley



3) Complete a tabela e em seguida responda:

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)
(C1)	4 cm	2 cm	12,56 cm^2
(C2)	10 cm	5 cm	78,5 cm^2
(C3)	16 cm	8 cm	200,96 cm^2
(C4)	160 cm	80 cm	20096 cm^2
(C5)	200 cm	100 cm	31 400 cm^2

Quando se aumenta o raio do Círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse Círculo?

Aumenta (X) Diminui ( ) Não se altera ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✎ Se o raio aumentar a medida do diâmetro $(2r = D)$ também aumentará e consequentemente a área $(Ac = \pi . r^2)$ aumentará.

4) Dois Círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual Círculo tem a maior área?

O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm (X) Ambos têm a mesma área ( )

Quanto maior o raio, maior será o diâmetro e a área.

5

Formule uma explicação para justifique sua resposta.

✎ Quanto maior a medida do raio, maior será a área da circunferência.

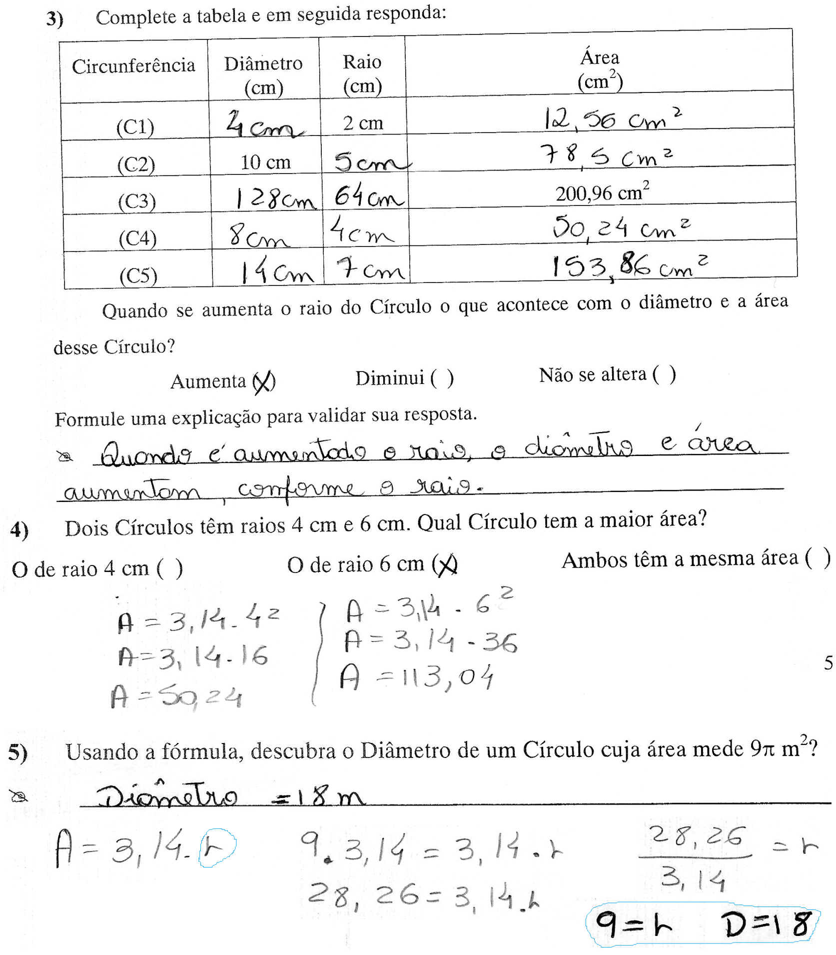
5) Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um Círculo cuja área mede 9π m^2?

✎ O diâmetro da circunferência medirá 6 m

$9 . \pi = 28,6 \ m^2$
$28,6 = 3,14 . r^2$
$\frac{28,6}{3,14} = r^2$
$\sqrt{9} = r$
$3 = r$
$D = 2 . 3$
$D = 6$

Fonte: Protocolo do aluno Maurício

03



3) Complete a tabela e em seguida responda:

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)
(C1)	4cm	2 cm	12,56 cm^2
(C2)	10 cm	5cm	78,5 cm^2
(C3)	128cm	64cm	200,96 cm^2
(C4)	8cm	4cm	50,24 cm^2
(C5)	14cm	7cm	153,86 cm^2

Quando se aumenta o raio do Círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse Círculo?

Aumenta ☒ Diminui ( ) Não se altera ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✎ Quando é aumentado o raio, o diâmetro e área aumentam, conforme o raio.

4) Dois Círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual Círculo tem a maior área?

O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm ☒ Ambos têm a mesma área ( )

$A = 3,14 . 4^2$ $A = 3,14 . 6^2$

$A = 3,14 . 16$ $A = 3,14 . 36$

$A = 50,24$ $A = 113,04$

5

5) Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um Círculo cuja área mede 9π m^2?

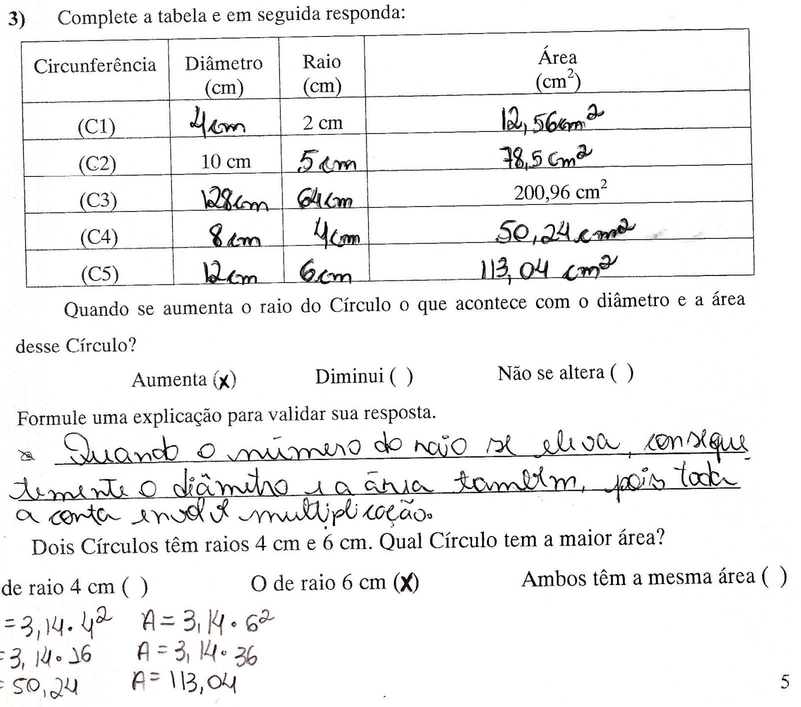
✎ Diâmetro = 18 m

$A = 3,14 . r$ $9 . 3,14 = 3,14 . r$ $\frac{28,26}{3,14} = r$

$28,26 = 3,14 . r$

$9 = r$ $D = 18$

Fonte: Protocolo da aluna Cozete



3) Complete a tabela e em seguida responda:

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)
(C1)	4cm	2 cm	12,56cm^2
(C2)	10 cm	5cm	78,5 cm^2
(C3)	128cm	64cm	200,96 cm^2
(C4)	8cm	4cm	50,24 cm^2
(C5)	12cm	6cm	113,04 cm^2

Quando se aumenta o raio do Círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse Círculo?

Aumenta ☒ Diminui ( ) Não se altera ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✎ Quando o número do raio se eleva, consequetemente o diâmetro e a área também, pois toda a conta envolve multiplicação.

4) Dois Círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual Círculo tem a maior área?

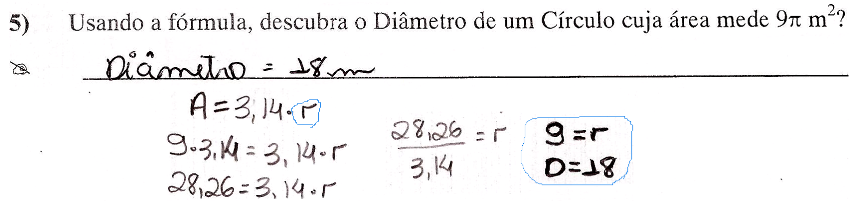
O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm ☒ Ambos têm a mesma área ( )

$A = 3,14 . 4^2$ $A = 3,14 . 6^2$

$A = 3,14 . 16$ $A = 3,14 . 36$

$A = 50,24$ $A = 113,04$

5



5) Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um Círculo cuja área mede 9π m^2?

Diâmetro = 18 m

$A = 3,14 \cdot r$

$9 \cdot 3,14 = 3,14 \cdot r$

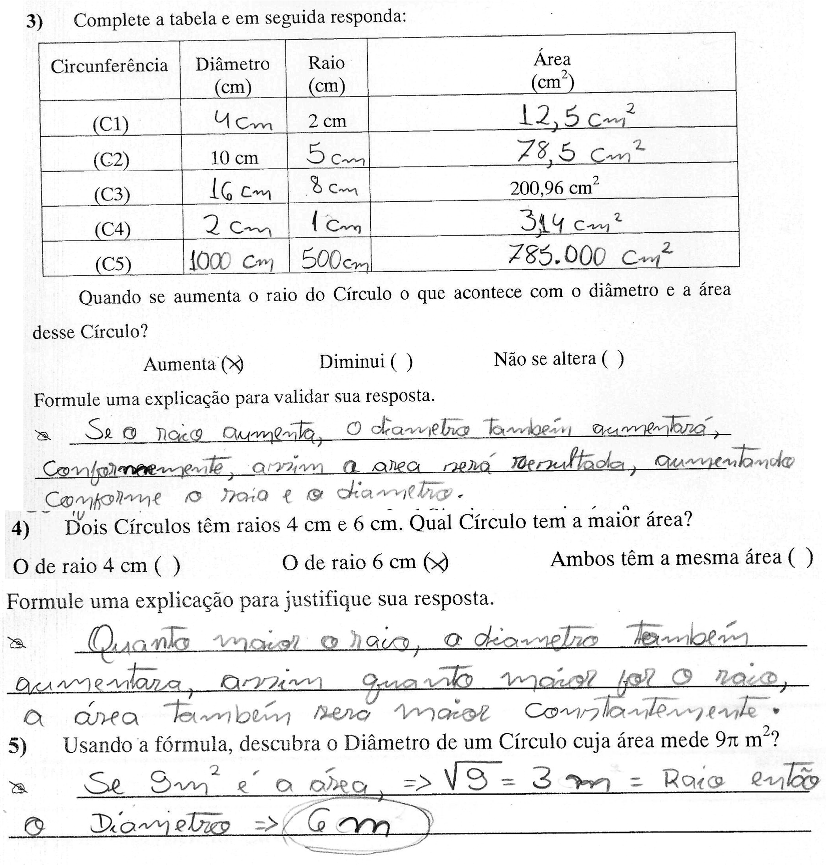
$28,26 = 3,14 \cdot r$

$\frac{28,26}{3,14} = r$

$\boxed{\begin{array}{c} 9 = r \\ D = 18 \end{array}}$

Fonte: Protocolo da aluna Perlla

04



3) Complete a tabela e em seguida responda:

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)
(C1)	4 cm	2 cm	12,5 cm^2
(C2)	10 cm	5 cm	78,5 cm^2
(C3)	16 cm	8 cm	200,96 cm^2
(C4)	2 cm	1 cm	3,14 cm^2
(C5)	1000 cm	500 cm	785.000 cm^2

Quando se aumenta o raio do Círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse Círculo?

Aumenta (X) Diminui ( ) Não se altera ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

Se o raio aumenta, o diametro também aumentará, ~~con~~conformemente, assim a area será resultada, aumentando conforme o raio e o diametro.

4) Dois Círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual Círculo tem a maior área?

O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm (X) Ambos têm a mesma área ( )

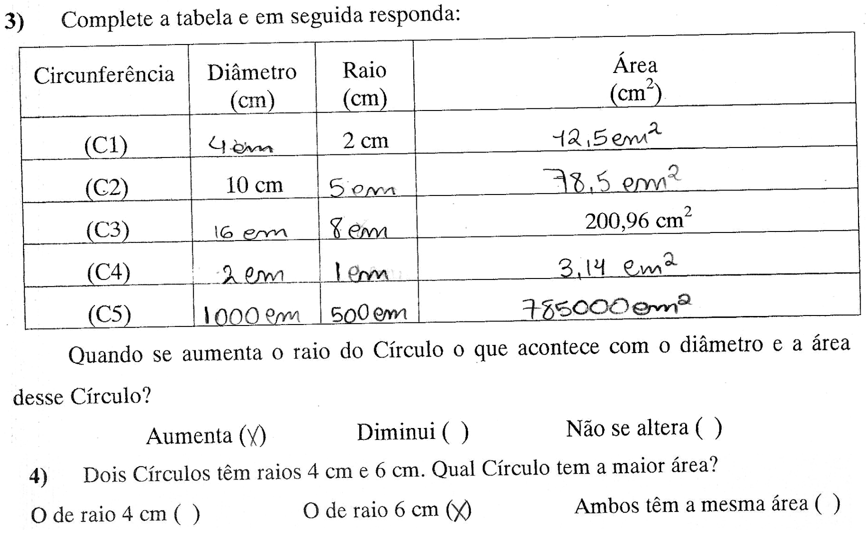
Formule uma explicação para justifique sua resposta.

Quanto maior o raio, o diametro também aumentara, assim quanto maior for o raio, a área também sera maior constantemente.

5) Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um Círculo cuja área mede 9π m^2?

Se $9 m^2$ é a área, $\Rightarrow \sqrt{9} = 3$ m = Raio então o Diametro $\Rightarrow$ 6 m

Fonte: Protocolo do aluno José



3) Complete a tabela e em seguida responda:

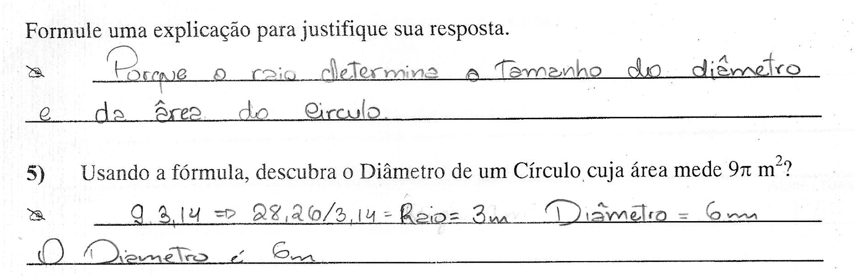
Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)
(C1)	4 cm	2 cm	12,5 cm^2
(C2)	10 cm	5 cm	78,5 cm^2
(C3)	16 cm	8 cm	200,96 cm^2
(C4)	2 cm	1 cm	3,14 cm^2
(C5)	1000 cm	500 cm	785000 cm^2

Quando se aumenta o raio do Círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse Círculo?

Aumenta (X) Diminui ( ) Não se altera ( )

4) Dois Círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual Círculo tem a maior área?

O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm (X) Ambos têm a mesma área ( )

	 Formule uma explicação para justifique sua resposta. ✎ Porque o raio determina o Tamanho do diâmetro e da ârea do circulo. **5)** Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um Círculo cuja área mede 9π m^2? ✎ 9.3,14 => 28,26/3,14 = Raio = 3m Diâmetro = 6m O Diametro é 6m Fonte: Protocolo do aluno Carlos

Quadro 3: Protocolo de registro dos alunos na atividade 2 (Sessão 2)

Em nosso pré-teste (atividades 1 e 2) consideramos duas variáveis (perímetro da circunferência enquanto contorno da figura e área do círculo enquanto preenchimento da superfície da figura), descritas no capítulo anterior, que acreditamos influenciar nos procedimentos de respostas dos alunos pesquisados.

Verificamos que o aluno Maurício (grupo 02) mesmo tendo acertado a ideia da proporcionalidade entre raio e área do círculo, confundiu círculo com circunferência ao fazer a referência: *área da circunferência*.

Observamos também que três grupos devolveram corretamente a atividade e apenas as alunas do grupo 03 se equivocaram a utilizarem a fórmula $A = \pi . r$ para o cálculo da área do círculo na questão 5. Esse tipo de engano acontece quando, ao colocar os alunos em uma situação de ação e conduzi-los a trabalhar, o professor implicitamente está ciente que estes irão questioná-lo diversas vezes.

O professor vivencia essa situação por proporcionar a seus alunos a realização de uma atividade de forma independente, mas se prepara para as solicitações que virão. Como pudemos observar, a atividade foi preparada de forma a exigir dos alunos uma reflexão sobre suas escolhas, recorrendo aos conceitos e criar estratégias de resolução. A percepção deste fato se embasa nas palavras de (BROUSSEAU, 2008, p. 62): “O trabalho do professor consiste, então, em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor”.

É necessário que o professor consiga que o aluno esqueça os pressupostos didáticos da situação e encare o trabalho agora como sendo seu. Essa atividade propiciou aos alunos vivenciarem a etapa da *devolução* desta situação, quando se empenham e capricham nas construções, inclusive saindo de seus lugares para olhar as resoluções obtidas pelos colegas e compará-las com as suas. Fato este que pode ser constatado a seguir:

Aluna Perlla do grupo 03: Professor*, a gente está fazendo esse desafio 5 aqui, venha ver!*
Aluna Cozete do grupo 03: *Já sabemos que se a área é nove e o diâmetro é dezoito!*
Professor-pesquisador: *Veja bem como estão usando a fórmula! Estamos falando de área!*

Ressaltamos que a devolução é uma situação onde o aluno toma para si o desafio e o problema, o qual agora passa a ser seu e não mais se configura no desejo ou na intencionalidade do professor.

Nas questões abordadas nesta atividade 02, tínhamos a intenção dos alunos responderem após a simulação de várias situações que envolviam círculos de raios e diâmetros diferentes que quanto maior fosse a medida desses elementos (raio e diâmetro), maior seria a região ocupada pelo círculo por eles determinados. Fato observado em 100% das devoluções da questão 03 e reforçado nas justificativas encontradas nas questões 04 e 05 subsequentes.

Por fim, observamos diante dos resultados obtidos para as atividades 1 e 2 do pré-teste o que afirma Brousseau (1986, p. 53) "o professor tem que se preocupar, não com a comunicação de um conhecimento, mas a devolução do problema adequado. Se esta devolução ocorre, o aluno entra no jogo e, se ele acaba por ganhar, a aprendizagem teve lugar".

4.2.2 Sessão 2

Iniciamos a familiarização com o aplicativo GeoGebra, onde de forma introdutória e demonstrativa apresentamos a todos o aplicativo GeoGebra, convencionando sobre sua página inicial bem como seu layout (institucionalização).

Orientamos para que todos os alunos abrissem uma pasta com o nome Helder que se encontrava na área de trabalho de seus computadores e dentro dela criassem uma nova pasta e cada um a nomeasse com seu nome fictício. Em seguida, os mesmos foram liberados a manipular de forma livre todas as abas e comandos, já sendo possível visualizar e registrar em fotos algumas fases das TSD de Brousseau (1986): Ação no momento em que os alunos escolheram e discutiram estratégias na construção de figuras de forma livre sem nenhum guia; Formulação e Validação, quando os mesmos combinavam em suas duplas e em seguida comunicavam a(s) solução(s) e a estratégia utilizada ao restante do grupo. Cabendo a nós, professor e pesquisador o papel de mediador durante a sequência:.

- ✎ Introdução ao trabalho e ação com o aplicativo GeoGebra de forma livre e acompanhada;

✍ Utilização da caixa de ferramentas, a exemplo, Círculo dados centro e raio;

✍ Atividade de simulação de diferentes círculos e circunferências com diferentes medidas de raios; Medidas de Segmentos, que levem o aluno a explicitar e responder a perguntas sobre a relação do comprimento do raio do círculo e o perímetro de sua circunferência;

✍ Determinação de objetos geométricos, das hipóteses e da conclusão, a partir da observação da dinâmica desses objetos e de suas medidas;

✍ Institucionalização das relações geométricas existentes nas simulações e nos conceitos supracitados.

A seguir, descrição da atividade 3:

Atividade 3 : Introdução ao uso do GeoGebra.

TÍTULO: Introdução ao uso do GeoGebra	
CONTEÚDO: Ferramentas e comandos do GeoGebra	
ALUNO(A):	**SÉRIE / TURMA:** 1ª /

Familiarizando com as ferramentas e comandos do GeoGebra.

1) Construindo um segmento e localizando seu ponto médio.

✍ Construa um segmento de reta AB. → Segmento definido por dois pontos

✍ Meça o segmento AB. → Caixa de entrada: Distância [PONTO, PONTO]

✍ Verifique a medida do comprimento do segmento AB construído.

✍ Clique com o botão direito do mouse sobre o segmento AB e marque em exibir Rótulo: Nome e valor;

✍ Obter C, ponto médio de AB. Ponto médio ou centro

Construir o segmento AC e depois o medir.

✍ Usar o comando Segmento definido por dois pontos e clique em A e C.

✍ Clique com o botão direito sobre C;

✍ Em seguida em Propriedades,

Marque em exibir Rótulo: Nome e valor; Cor: de sua preferência; Estilo: Espessura da linha “3” e fechar a caixa de diálogo.

Construir o segmento CB e depois o medir.

✍ Segmento definido por dois pontos e clique em C e B.

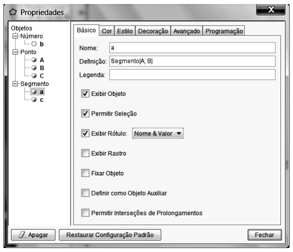
✍ Clique com o botão direito sobre **d** na Janela de Álgebra;

✍ Em seguida em Propriedades,

Marque em exibir Rótulo: Nome e valor;

Cor: outra de sua preferência;

Estilo: Espessura da linha “3” e fechar a caixa de diálogo.



Nome: a

Definição: Segmento[A, B]

Legenda:

☑ Exibir Objeto

☑ Permitir Seleção

☑ Exibir Rótulo: Nome & Valor

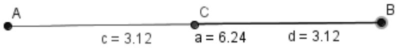
☐ Exibir Rastro

☐ Fixar Objeto

☐ Definir como Objeto Auxiliar

☐ Permitir Interseções de Prolongamentos

✍ Movimente A ou B e observe as medidas dos segmentos AC e CB e os valores correspondentes na Janela de Álgebra.



2) Construção de Novo Ponto, reta e segmento.

✍ Usando a ferramenta e crie dois pontos livres e movimente-os.

✍ Agora, usando o comando construa uma reta passando por estes dois pontos.

✍ Construa mais dois pontos livres em qualquer lugar da tela usando e o segmento de reta com extremidades nestes pontos usando .

✍ Apague a reta e o segmento construído, inclusive as extremidades (para apagar um objeto, clique sobre ele com o botão direito do mouse e, a seguir, clique em Apagar).

✍ Usando apenas a ferramenta , construa outro segmento escolhendo sua medida na caixa de diálogo.

3) Construção de Círculos.

✍ Clique em fazendo aparecer a malha quadriculada e construa um Círculo com centro (2, 3) e um de seus pontos sendo (2, 1) usando a ferramenta .

✍ Construa um Círculo com centro (2, 4) e raio 4 utilizando a ferramenta de construção de Círculo com centro e raio .

4) Construção livre.

✍ Clique em Exibir, em seguida marque na Janela de Álgebra;

✍ Construa e movimente livremente figuras geométricas e observe as modificações e dinamismo simultâneo na Janela da Álgebra.

Esta sessão teve por finalidade a familiarização com o aplicativo GeoGebra. Os registros realizados na atividade desta sessão não servirão para análise, pois, estas atividades não coadunam diretamente com os objetivos da pesquisa, servindo tão somente como importante suporte no que diz respeito à manipulação das ferramentas, ícones e comandos do aplicativo GeoGebra. Entretanto, planejamos atividades sob o olhar das Situações Didáticas de Brousseau no tocante a permitir que o aluno seja protagonista em sua construção.

Informamos ao leitor que a atividade 3 não contempla os objetivos de nossa pesquisa, servindo tão somente para que os alunos manipulem e se familiarizem com alguns comandos e ferramentas deste aplicativo como um importante subsídio para as atividades das sessões posteriores. Por este motivo não serão instrumento de análise por nossa parte. Apenas apresentaremos alguns resultados que ilustram as habilidades, competências e porque não, dificuldades encontradas no transcorrer da aplicação.

Delineamos a seguir os resultados esperados e alguns resultados obtidos da atividade 3 de forma ilustrativa.

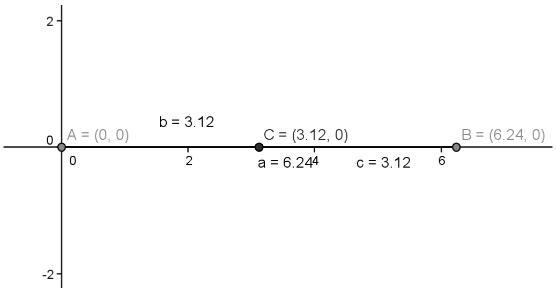
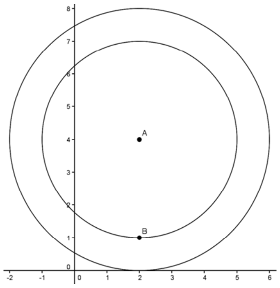
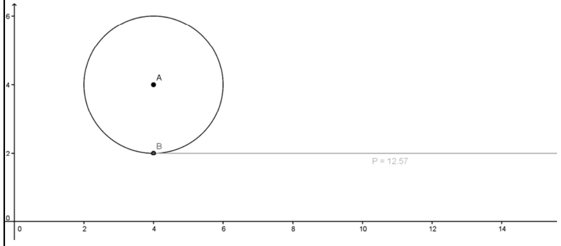
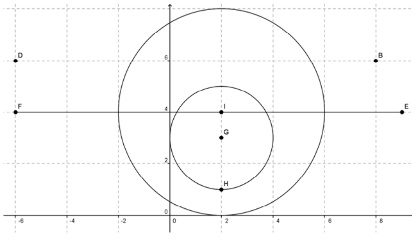
Atividade 3 : Introdução ao uso do GeoGebra.

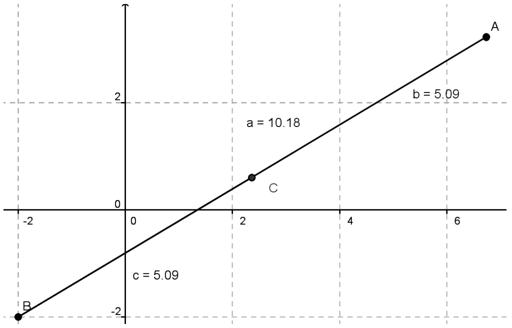
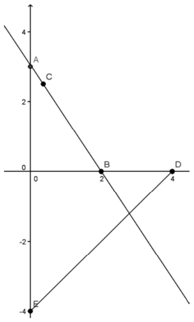
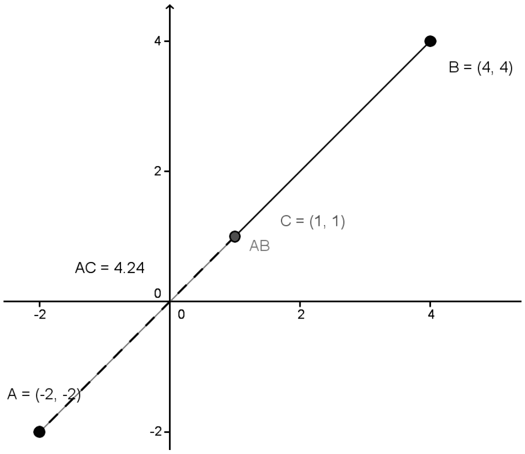
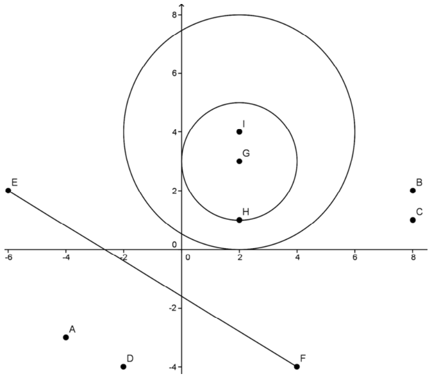
Objetivos: Manipular as ferramentas e comandos do aplicativo GeoGebra, bem como, construir e modificar dinamicamente essas diversas construções geométricas. Conhecer e alterar propriedades dessas construções, a exemplo de: básico, cor e estilo.

Resultados obtidos: Esperávamos que os alunos encontrassem um pouco de dificuldades nesta sessão, porém superadas pela facilidade e pelo espírito de desafio provocado pelas novas tecnologias que esta geração demonstra ter.

Resultados obtidos: De acordo com o citado anteriormente, os alunos estavam familiarizados com o computador. Esta familiaridade foi percebida no momento em que eles entraram no Laboratório de Informática e já se dispuseram a ligar as máquinas sem nenhuma orientação prévia. Porém, nesta euforia em conhecer e começar a manipular o GeoGebra, observamos que os alunos ficaram sem saber o que fazer. Fez-se necessário então um momento de intervenção nossa no sentido de orientá-los sobre as questões dirigidas e livres contidas na atividade 3.

Quadro 4: Devolução da atividade 3:

GRUPOS	DEVOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3
01	 
02	 

03	 
04	 

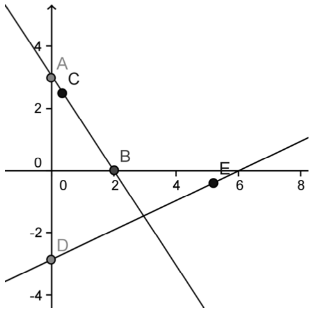
Quadro 2: Protocolo de registro dos alunos na atividade 3 (Sessão 2)

Os resultados mostrados no Quadro 2 supracitado confirmam o que esperávamos dos alunos em relação à apropriação de alguns comandos e ferramentas do aplicativo GeoGebra. De fato, não foi problemático. Entretanto durante o processo de construção verificamos algumas barreiras (dificuldades) comuns à maioria do grupo, apesar do computador estar cada vez mais disseminado entre os alunos. Abaixo as barreiras mais observadas (recorrentes):

- Salvar, nomear e localizar arquivos;
- Manipular arquivos e pastas no gerenciador de arquivos,
- Mudar de função,
- Apagar objetos e construir figuras, e
- Marcar e ocultar objetos.

Ilustrarmos a seguir algumas destas dificuldades:

Quadro 5: Devolução da atividade 3:

GRUPO	COMENTÁRIO	DEVOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3
03	A aluna gira o cursor, desenha uma reta, mas não consegue soltá-lo, fica assim girando em outra direção e continua desenhando outra reta por não conseguir mudar a função.	

Quadro 5: Protocolo de registro da aluna Cozete na atividade 3 (Sessão 2)

Essa é uma pequena ilustração de uma das dificuldades mais presentes para quem está iniciando os primeiros contatos com o GeoGebra. Isso aconteceu porque, enquanto a aluna não mudou de opção, cada vez que clicou na tela, continuou reproduzindo a última função escolhida. No exemplo acima, existe ainda um aspecto relacionado ao traçado da reta: é que para determiná-la é preciso dar dois cliques, um para determinar a posição no plano e outro para definir o sentido.

Outra dificuldade recorrente no ambiente do GeoGebra observada foi o deletar (apagar) um objeto. Para apagar um objeto construído nesse ambiente é preciso primeiro selecionar o(s) objeto(s) e depois ir para a opção apagar ou pressionar a tecla *delete*. A seleção dos objetos pode ser feita clicando diretamente sobre o objeto a ser apagado. É importante que o aluno conheça as diferentes formas de executar um mesmo comando a fim de que possa escolher a forma mais prática e conveniente para a atividade que estiver desenvolvendo.

Nesta sessão fizeram-se necessárias algumas intervenções de institucionalização no sentido de convencionarmos o uso de comandos e ferramentas do GeoGebra. Salientamos a importância de planejarmos situações de caráter investigativo quanto à dinâmica (movimento) das construções no ambiente do GeoGebra e informarmos aos alunos que reproduzam o proposto pela atividade potencializando o conhecimento e não a utilização deste recurso como simples recurso visual.

No geral, apesar desta atividade não ter estudo diretamente ligada à pesquisa, foi válida, pois com ela tivemos a possibilidade de apresentarmos aos alunos um aplicativo de geometria dinâmica em Português e de fácil acesso. Ademais, fizemos algumas considerações e convenções no trato com este tipo de ambiente.

4.2.3 Sessão 3

Nesta sessão tivemos o propósito de trabalharmos Situações contemplando o perímetro da circunferência (atividade 4) e a área do círculo (atividade 5) com o auxílio do GeoGebra, auxiliados por dois arquivos (macros) previamente programados, estruturados e testados:

- Atividade 4: Circunferência deslizante.ggb
- Atividade 5: Área do círculo.ggb

Segue descrição da atividade 4:

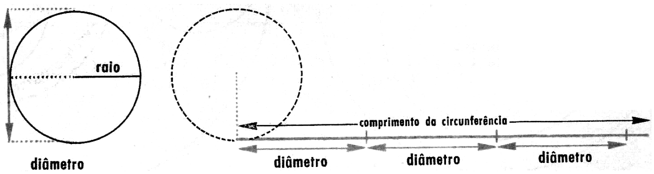
Atividade 4 : Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 1

TÍTULO:
Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 1

CONTEÚDO:
Sequência de atividades sobre perímetro da circunferência e pi (π)

ALUNO(A):	**SÉRIE / TURMA:** 1^a /

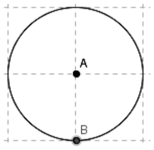
Retificando uma Circunferência.



Método de Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.)
Fonte: http://obaricentrodamente.blogspot.com.br

1º passo: Construir uma circunferência de raio r e traçar uma semi-reta tangente a um de seus pontos.

- Construir uma circunferência de raio = 2 cm usando a ferramenta (Círculo dados Centro e Raio);
- Clique em e faça exibir a malha quadriculada para em seguida mover o círculo traçado para coincidir seu Centro (A) com a intersecção da malha;
- Crie um novo ponto (B), clicando em e em seguida na intersecção da malha com a parte de baixo do círculo (Figura ao lado);



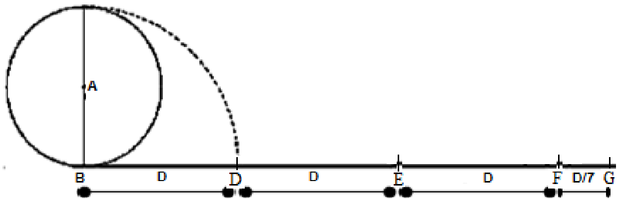
- Agora, trace uma semi-reta horizontal definida por dois pontos a partir de B e passando por C.
- Clique com o botão direito do mouse sobre (em cima) do ponto C e em seguida clique em Exibir objeto, fazendo com que o ponto C fique oculto;
- Clique em e faça ocultar a malha quadriculada e verifique se chegou ao resultado abaixo;

2º passo: Agora, vamos cortar a semi-reta a partir de B por três vezes consecutivas, com segmentos de medida igual à medida do diâmetro D = 2.r = 4 cm, ou seja, 3D.

- Clique na ferramenta segmento com comprimento fixo, em seguida, clique no ponto B e digite 4, construindo assim o segmento BD;
- Repita o procedimento acima, clicando em D e digitando 4;
- Repita o procedimento anterior, clicando agora no ponto E, em seguida digite novamente 4;
- Verifique se foram construídos três segmentos congruentes (mesma medida) conforme a figura abaixo:

3º passo: Último passo da retificação da circunferência que é o comprimento 3D + D/7, onde D é o diâmetro do círculo, ou seja, D = 2.r..

- A partir do terceiro ponto encontrado (F), sobre a mesma semi-reta, usando novamente a ferramenta segmento com comprimento fixo, clique no ponto F e digite 4/7, construindo assim o segmento FG;



- Clique com o botão direito do mouse sobre (em cima) dos pontos D, E e F (um de cada vez) e em seguida clique em Exibir objeto, fazendo com que os pontos fiquem ocultos;
- Agora clique na ferramenta Segmento formado por dois pontos; em seguida, clique primeiro no ponto B e depois no ponto G para construir o segmento BG = 3D + D/7, determinando assim, segundo Arquimedes, o perímetro da circunferência retificada.
- Agora na caixa Exibir, clique em Janela de Álgebra, fazendo aparecer do lado toda a álgebra da sequência geométrica; Em seguida, clique com o botão direito do mouse sobre o último registro e clique em Propriedades.
- Na caixa de diálogo Propriedades, na aba Básico, marque Exibir objeto, Exibir Rótulo (valor); Na aba Cor, faça sua escolha para a cor do segmento; Na aba Estilo, arraste a Espessura da linha para 3 e feche a caixa (lado inferior direito);

1) Agora, que conseguiu retificar a circunferência, descobrindo a medida do seu perímetro, responda:

a) Qual à medida que você encontrou para o perímetro da circunferência retificada?

- ____

b) Faça a comparação (divisão) entre a medida do perímetro da circunferência encontrada e o seu diâmetro.

- ____

c) Qual o valor encontrado no item anterior (b)?

✍ ____

d) Vamos denominar esse valor encontrado no item (b) por ***pi*** e representá-lo pela letra (π) do alfabeto grego. Assim π = ____________

2) Agora, sem precisar da retificação, preencha as lacunas:

a) Escolha um valor para a medida do raio (r) de uma circunferência. r = ____________

b) Assim, sabendo que a medida do diâmetro da circunferência é o dobro da medida do seu raio, ou seja, D = 2r. Qual o diâmetro desta circunferência? ✍ __________

c) Use a calculadora e determine o valor de 3D + D/7 (3º passo da retificação da circunferência)? ✍ _____

✍ Agora, multiplicando o valor do diâmetro (item b) por π (3,14) resultará em? ✍ _____

d) Compare e explicite o que você observa nos resultados encontrados para os itens (c) e (d).

✍ ____

3) Simule situações e complete a tabela com os dados obtidos (medidas em centímetros):

Comprimento do raio (r) e respectivo diâmetro (D=2r)	Perímetro da Circunferência (3D + D/7)	Razão (divisão) P/D
(C1) r = D =	P1 =	
(C2) r = D =	P2 =	
(C3) r = D =	P3 =	

4) O que acontece com o perímetro da circunferência quando aumentamos o valor do seu raio?

Aumenta ( ) Diminui ( ) Não se altera ( )

5) Qual o resultado da relação que você verifica após a divisão do perímetro da circunferência pelo seu diâmetro (2r) em todas as simulações?

✍ ____

6) Denominando o perímetro da circunferência por P e seu diâmetro por D, podemos dizer que: $\frac{P}{D} = \pi$

Sempre ( ) Nem sempre ( )

7) Sabendo que o diâmetro de uma circunferência é igual ao dobro de seu raio, ou seja, D = 2r, reescreva a fórmula da questão anterior substituindo (trocando) D por 2r.

✍ ____

8) Multiplique os dois membros (lados da igualdade) por 2r, garantindo e mantendo assim a igualdade e em seguida simplificando, a que relação (equação) resultará?

✍ ____

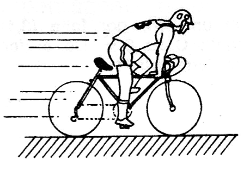
9) Podemos concluir então que o perímetro de uma circunferência (P) é dado pela relação $P = 2.\pi.r$

Sim ( ) Não ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✍ ____

10) Uma bicicleta tem rodas que medem 20 cm de raio (cada). Que distância terá percorrido ao fim que suas rodas tenha dado uma volta? E depois de dado 100 voltas?



Inicia-se nesta terceira sessão as Situações envolvendo a construção do perímetro da circunferência e área do círculo auxiliados pelo GeoGebra, alvo deste estudo. Sendo assim, a partir das atividades desta sessão, todas as que foram realizadas no computador foram salvas em pastas identificadas com o nome do aluno no computador e posteriormente copiadas por nós em mídia móvel (pen-drive), para que pudéssemos analisar os procedimentos utilizados nas construções através do aplicativo, juntamente com os protocolos de registros dos mesmos (sujeitos).

Esperávamos que os alunos mobilizassem seus conhecimentos anteriores construídos na familiarização com o aplicativo e com autonomia escolhessem a estratégia que lhes conviessem, ao buscar possíveis soluções (Situações de ação e formulação). Em seguida, comunicar a(s) solução(s) e a estratégia utilizada ao grupo grande (Situação de validação). É importante que o aluno perceba que é a partir dos argumentos utilizados na comunicação que ele se familiariza com a estratégia e que então pode formalizar uma delas, a que considerar melhor. Essa discussão ou comunicação é também um momento que ativará o processo cognitivo de cada aluno, bem como a fase de exploração da atividade por meio do aplicativo GeoGebra. Ao experimentar as conjecturas relatadas pelos alunos, as quais poderão ser validadas ou refutadas (momento de validação), o aluno poderá ter consciência do conhecimento que possui ou do que lhe falta. Cabe ao professor pesquisador o papel de mediador e, no final de cada atividade ou sessão, o de institucionalizador, como sugere Brousseau (1986).

Delineamos a seguir a descrição, resultados esperados a resultados obtidos da atividade 4.

Atividade 4 : Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 1

Objetivos: Construir através do método de Arquimedes[18] o perímetro da circunferência (P) e reconhecer a determinação do número pi (π); Estabelecer a relação entre o perímetro da circunferência e seu diâmetro (D); Construir uma relação que envolva o perímetro da circunferência e seu raio; Resolver situações que envolvem perímetros de circunferências; Validar as relações existentes entre o raio da circunferência, seu perímetro e o número pi (π); Institucionalizar as propriedades e relações geométricas essenciais.

---

[18] Par encontrar uma aproximação de pi (π) através da determinação do comprimento do perímetro de um polígono inscrito dentro de um círculo (que é menos do que a circunferência do círculo) e o perímetro de um polígono exterior de um círculo circunscrito (que é maior do que a circunferência). O valor de pi situa-se entre estes dois comprimentos. Especificamente, ele determinou que pi era inferior a 3 1/7, mas maior do que 3 10/71. Na notação decimal que usamos hoje, isso se traduz para 3,1429- 3,1408.

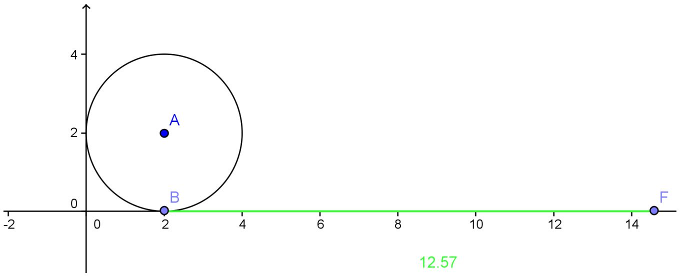
Resultados esperados: Acreditamos que os alunos encontrem dificuldades, mas sejam levados a compreender a irracionalidade de π (pi) e, que este resultado decorre da razão entre o perímetro da circunferência e seu respectivo diâmetro (2r), considerado uma constante de valor aproximado a 3,14, independente da medida do raio (r) da circunferência. Com isso, os alunos validem a relação do número (3D + D/7) de vezes que o diâmetro cabe sob a medida da circunferência retificada através do método de Arquimedes. Esperamos sobretudo que através das atividades de simulação para obtenção do perímetro da circunferência e sua relação com pi (π), o aluno explicite e responda a perguntas sobre a relação do perímetro da circunferência com seu raio e respectivo diâmetro.

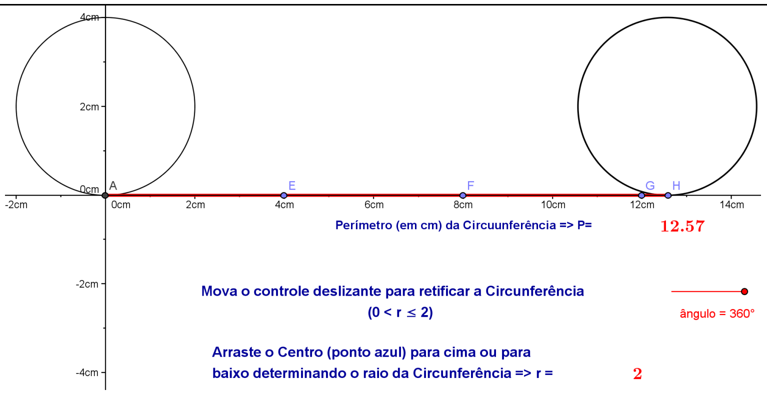
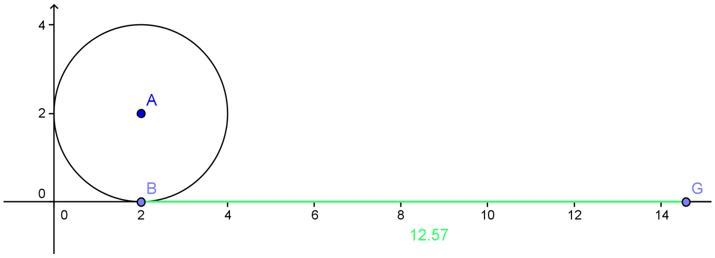
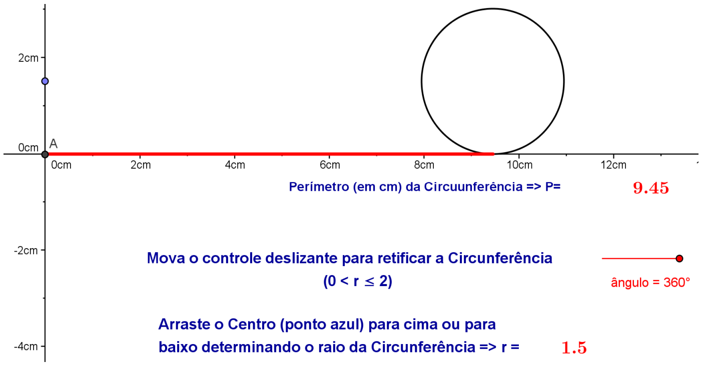
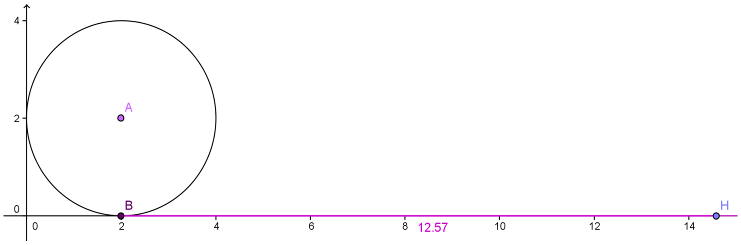
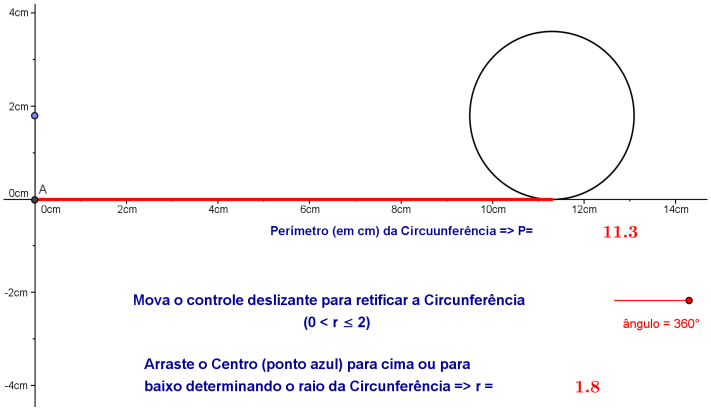
Resultados obtidos: Como os alunos já haviam simulado situações de construção e movimentação de figuras na atividade anterior a esta, perceberam que para construir figuras estáveis no ambiente dinâmico do GeoGebra significa fazer construções que ao serem movimentadas mantém fixas as relações inicialmente estabelecidas entre os objetos.

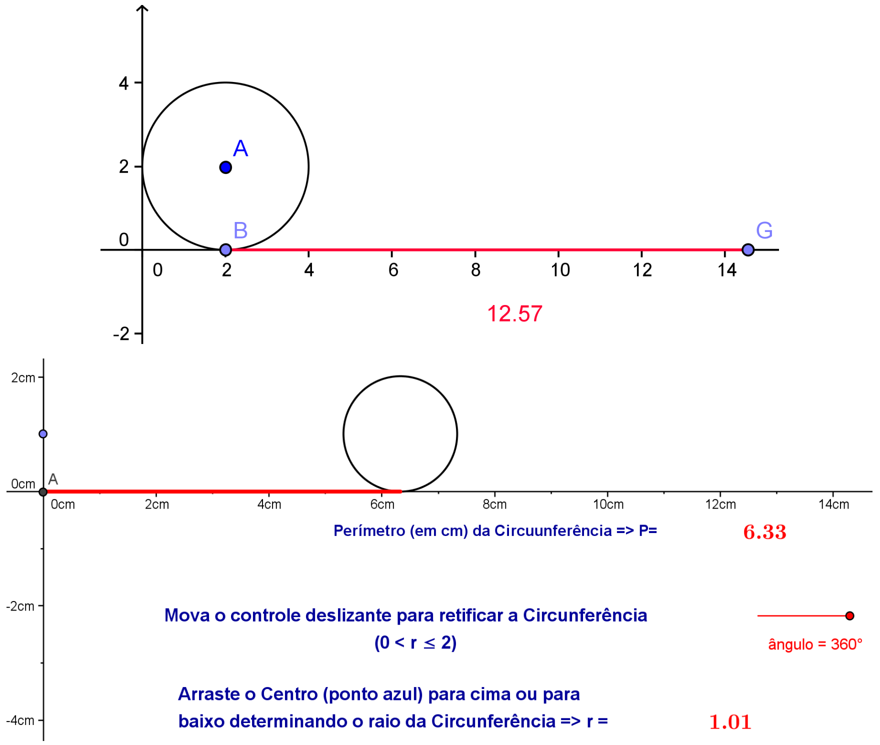
Efeito que os alunos exercitaram com o uso do arquivo *Circunferência deslizante.ggb* que utilizamos como ferramenta no decorrer da resolução das situações da atividade 4. Uma importante observação a ser feita no momento da institucionalização é que a estabilidade da figura só seria mantida se no momento da construção os pontos que unem os objetos geométricos tivessem marcados de maneira a pertencer a esses objetos não apenas no plano visual, mas através de propriedades geométricas específicas, onde geralmente esses pontos são determinados como ponto de interseção ou ponto sobre objeto.

Acompanhando o Quadro abaixo, resultados obtidos pelo grupo nesta atividade:

Quadro 6: Devolução da atividade 4:

GRUPOS	DEVOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4
01	

	 Perímetro (em cm) da Circuunferência => P= 12.57 Mova o controle deslizante para retificar a Circunferência ($0 < r \le 2$) Arraste o Centro (ponto azul) para cima ou para baixo determinando o raio da Circunferência => r = 2
02	  Perímetro (em cm) da Circuunferência => P= 9.45 Mova o controle deslizante para retificar a Circunferência ($0 < r \le 2$) Arraste o Centro (ponto azul) para cima ou para baixo determinando o raio da Circunferência => r = 1.5
03	  Perímetro (em cm) da Circuunferência => P= 11.3 Mova o controle deslizante para retificar a Circunferência ($0 < r \le 2$) Arraste o Centro (ponto azul) para cima ou para baixo determinando o raio da Circunferência => r = 1.8

04	 **Perímetro (em cm) da Circuunferência => P=** 6.33 **Mova o controle deslizante para retificar a Circunferência (0 < r ≤ 2)** ângulo = 360° **Arraste o Centro (ponto azul) para cima ou para baixo determinando o raio da Circunferência => r =** 1.01

Quadro 6: Protocolo de registro dos alunos na atividade 4 (sessão 3)

Salientamos que o Quadro acima traz o resultado dos registros das devoluções das duplas, sendo uma figura de cada integrante, visto que a pasta foi comum a dupla e, portanto os resultados foram semelhantes.

Após a aplicação desta atividade, durante a institucionalização deu-se o seguinte diálogo:

Professor-pesquisador: *Os resultados encontrados para os comprimentos das circunferências são exatos?*

Aluno Maurício do grupo 02: *Sim!*

Alunas Perlla e Cozete do grupo 03: Não!

Aluno José do grupo 04: *Não! São aproximados.*

Professor-pesquisador: *Na verdade está acontecendo uma aproximação e arredondamento da medida do perímetro de cada circunferência por vocês simulada.*

Todos os alunos: *Haa!!*

Esse diálogo estabelecido entre o professor-pesquisador e seus alunos descreve uma mudança de metodologia no fechamento da atividade anteriormente proposta (situação didática), transparecendo uma ruptura do contrato didático, pois notamos na sessão anterior o procedimento estava muito *dirigido*, e agora, observamos que os alunos teriam plena condição de caminhar sozinhos, situação que requeria mudança da ação docente.

Buscamos em Almouloud (2007b, p.107) uma melhor elucidação da nova postura adotada por nós e as implicações deste fato, já que o autor chama a atenção para a riqueza dessas situações que se constituem no rompimento de algumas regras do contrato, tendo em vista o avanço da aprendizagem dos alunos, após algumas alterações decorrentes do olhar atento deste professor-pesquisador para as características cognitivas dos alunos. “A função de um contrato é gerir essas relações, não as engessando, mas fazendo-as progredir, colocando-as em tensão, por meio de uma série de rupturas”. Consideramos que exercemos um papel fundamental em relação ao contrato didático vigente naquele momento no Laboratório, alterando nossa ação docente e demonstrando com isso estarmos aberto a mudanças.

Gostaríamos de registrar, que a partir desta atividade não tivemos as participações e presenças das alunas Aline e Perlla, integrantes dos grupos 01 e 03, respectivamente, motivado por problemas pessoais.

Veremos as Situações proporcionadas na atividade 5 que contempla a área do círculo enquanto preenchimento com o auxílio do GeoGebra, auxiliados pelo arquivo (macro) previamente programado, estruturado e testado *Área do círculo.ggb*:

Atividade 5: Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 2

TÍTULO:
Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 2

CONTEÚDO:
Sequência de atividades sobre a área do círculo

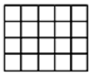
ALUNO(A):

SÉRIE / TURMA:
1ª /

Construindo a área do círculo

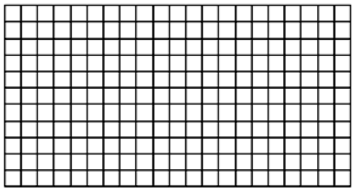
1) Em cada item a seguir verifique (conte) quantas unidades quadradas a área (superfície) dos paralelogramos A, B e C considerando cada quadrado □ como uma unidade de medida de área.

A



B

C



Resposta do Item:

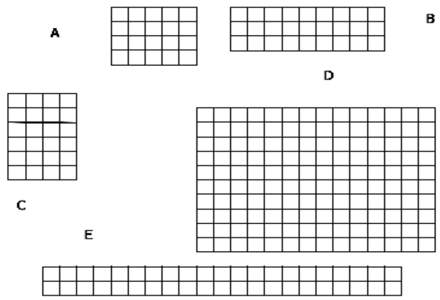
Retângulo	A	B	C
Número total de □			

Explicite suas respostas.

✍ ____

2) Observe os itens abaixo e considerando cada quadrado ☐ como unidade de medida de área, complete a

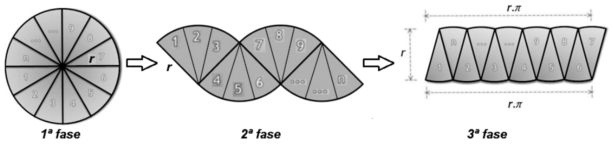
Retângulo	A	B	C	D	E
Número de ☐ no comprimento					
Número de ☐ na base					
Número de ☐ na área					



3) Nas questões (1 e 2) anteriores, qual a operação matemática entre as medidas (comprimento e base) dos paralelogramos foi necessária para se obter o total de unidades quadradas que cobrem totalmente os paralelogramos?

Adição ( ) Subtração ( ) Multiplicação ( ) Divisão ( )

4) Sabendo que o perímetro de uma circunferência é dado por P = 2πr, observe a construção abaixo e responda as questões a seguir sobre a área da superfície coberta pelo círculo.



5) Considerando a construção acima e as observações feitas por você, descreva qual foi a transformação ocorrida pelo círculo da 1ª fase para a 2ª fase.

✍ ____

Na 3ª fase o círculo está em forma de um paralelogramo. Sabendo que a área de um paralelogramo de base ***b*** e altura ***h*** é dada por: $A_p = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{h}$, então se pode concluir que a área da superfície do círculo de raio ***r*** é igual a área da superfície do paralelogramo de base π.***r*** e altura ***r***.

6) Com base na conclusão anterior (3ª fase), complete as lacunas em branco:

a) $A_{círculo} = A_{paralelogramo}$,

ou seja, $A_{círculo}$ = ***b***ase . ***h***altura.

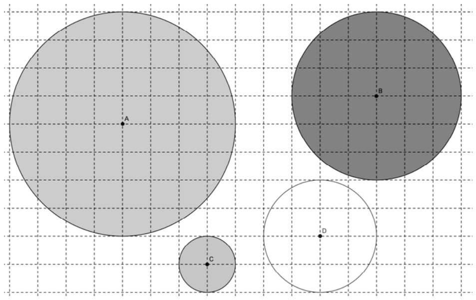
Sendo assim: $A_{círculo}$ = ____ . ____

b) Fazendo a devida multiplicação constrói-se que a área do círculo é dada pela fórmula: $A_{círculo}$ = _______

Explicite sua resposta.

✍ ____

7) Observe a seguinte figura sobre uma malha quadriculada com 1 cm de lado, ou seja, cada quadrado da malha corresponde a uma área com 1 cm^2 e responda:



a) Quantos círculos você observa representados na figura ao lado?

✍ ______________________

b) Qual a medida em centímetros do raio em cada um dos círculos?

A ________ B ________

C ________ D ________

c) Verifique e explicite validando ou não a seguinte afirmação:
A medida da área do círculo de centro C é superior a 2cm^2 e inferior a 4 cm^2.

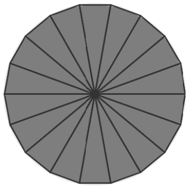
✎ ____

d) Utilizando a fórmula construída no item b da questão 6 determine a área da superfície sombreada do círculo de centro C.

✎ ____

e) Observe os resultados construídos nos itens c e d e explicite validando suas conclusões.

✎ ____



8) Observando ao lado, perceba que ela foi dividida em triângulos geometricamente iguais. Observe também que a soma das bases destes triângulos corresponde ao perímetro da circunferência retificada (2πr) e que a altura de cada um corresponde ao raio do círculo.

Sabendo que a área da superfície de um triângulo é dada por $A = \frac{base\,.altura}{2}$, responda:

a) Qual a área de todos os 18 triângulos juntos? ✎ ________________________________

b) Qual é a área aproximada do círculo? ✎ ____

c) Observando os resultados encontrados nos itens a e b, justifique, explicite e validando suas conclusões.

____

Delineamos a seguir a descrição, resultados esperados a resultados obtidos da atividade 5.

Atividade 5 : Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 2

Objetivos: Construir através das 3 fases do Método de Kepler uma relação para a área do Círculo; Através do método de Kepler, verificar no paralelogramo formado a partir da justaposição das partes (setores) do Círculo que esses setores se "transformam" em triângulos congruentes pela retificação da Circunferência circular; Formular através do método de Kleper a ideia da igualdade entre a área do Círculo e desse paralelogramo; Fazer ensaios que justifiquem que a área da superfície do paralelogramo é dada pela fórmula Ap = ***b***ase . ***h***altura do mesmo; Institucionalizar as propriedades e relações geométricas essenciais; Utilizar a fórmula da área do paralelogramo (3ª fase do método de Kleper) com a finalidade de validar à área do Círculo na seguinte sequência:

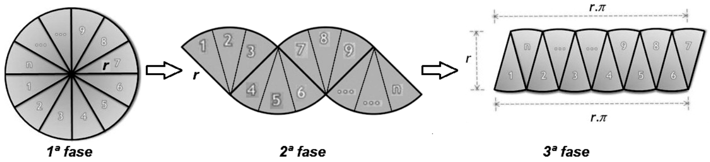


Figura 10: Método de Kepler (1571 – 1630)
Fonte: http://matmagias.blogspot.com/2009/03/area-de-circulo.html

Kepler escreveu a obra Nova stereometria doliorum vinariorum (Nova Geometria sólida do barril de vinho) em 1615. Este livro é um trabalho sistemático sobre o cálculo de áreas e volumes por meio de técnicas infinitesimais. Kepler abre seu livro com o problema da determinação da área do círculo. Ele considerado o círculo como um polígono regular com um número infinito de lados, e sua área é constituída por triângulos infinitesimais. (BOYER, p. 108) onde o perímetro de um círculo é chamado de circunferência.

A demonstração de Kepler para a área do círculo baseia-se na divisão do círculo em setores circulares. No entanto, a figura formada (acima) é um paralelogramo de base igual ao comprimento da circunferência e altura igual ao raio. Conclui-se desse modo, que a área do paralelogramo é igual à área do círculo. Esse mecanismo utilizado apresenta em essência ideias presentes no método de Exaustão.

Se r é o raio do círculo e d é o diâmetro podemos escrever a circunferência como:

$A_{\text{círculo}} = A_{\text{paralelogramo}} = \boldsymbol{b}\text{ase} \, . \, \boldsymbol{h}\text{altura}$

$A_{\text{círculo}} = (\pi.r\ ) \, . \, r$, logo: $A_{\text{círculo}} = \pi.r^2$

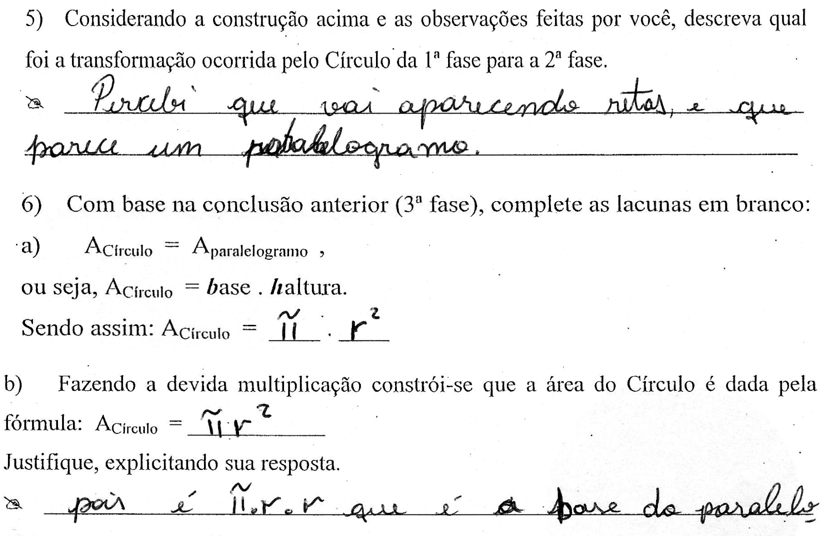
Resultados esperados: Espera-se que da 1ª para a 2ª fase do método de Kleper para a área da superfície do círculo surjam algumas dificuldades em perceber que a metade do perímetro da circunferência do círculo “transforma-se” na base do paralelogramo, portanto, os alunos precisam observá-la cuidadosamente e repetidas vezes se for necessário.

Esperamos ademais que os alunos compreendam que se “esticarmos” (retificação) os “pedaços” do perímetro da circunferência, na verdade estarão retificando a própria circunferência em ($\pi.r + \pi.r$) formando as bases do paralelogramo que tem ***h***altura **r**. Na sequência, almejamos que os alunos construam a partir da 3ª fase do método de Kleper a fórmula (supracitada) para a área da superfície do círculo e em seguida seja capaz de aplicá-la em outras situações.

Resultados obtidos:

Questões 5 e 6 (Método de Kepler):

Grupo 01



5) Considerando a construção acima e as observações feitas por você, descreva qual foi a transformação ocorrida pelo Círculo da 1ª fase para a 2ª fase.

✍ Percebi que vai aparecendo retas, e que parece um paralelogramo.

6) Com base na conclusão anterior (3ª fase), complete as lacunas em branco:

a) $A_{\text{Círculo}} = A_{\text{paralelogramo}}$,

ou seja, $A_{\text{Círculo}} = \boldsymbol{b}\text{ase} \, . \, \boldsymbol{h}\text{altura}$.

Sendo assim: $A_{\text{Círculo}} = \underline{\pi} \, . \, \underline{r^2}$

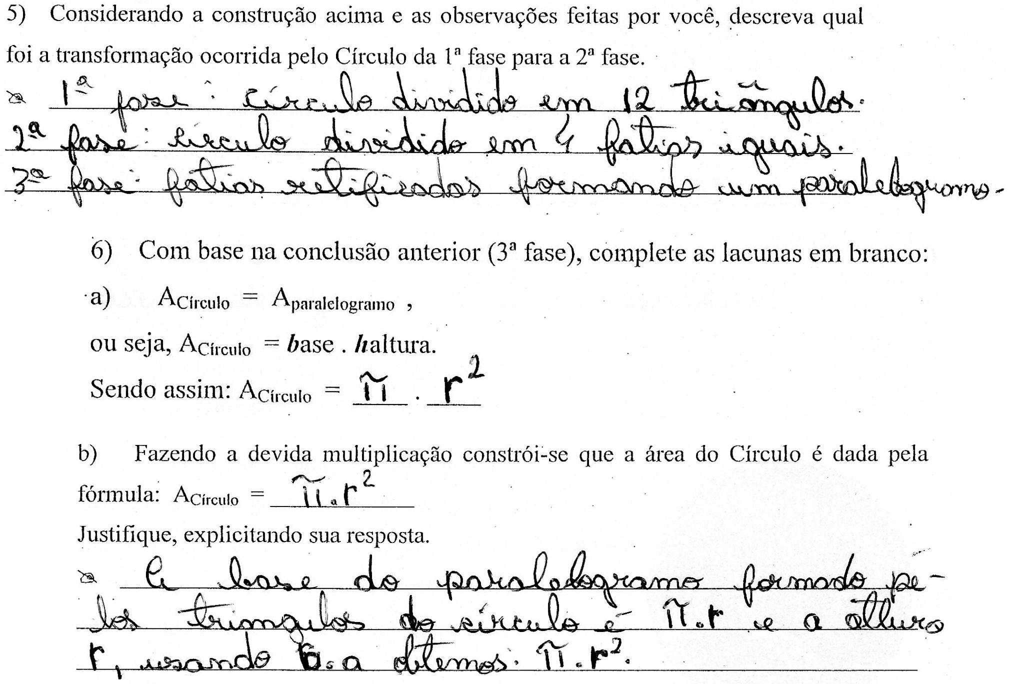
b) Fazendo a devida multiplicação constrói-se que a área do Círculo é dada pela fórmula: $A_{\text{Círculo}} = \underline{\pi r^2}$

Justifique, explicitando sua resposta.

✍ pois é $\pi . r . r$ que é a base do paralelogramo vezes r.

Fonte: Protocolo do aluno Gustavo

Grupo 02:



5) Considerando a construção acima e as observações feitas por você, descreva qual foi a transformação ocorrida pelo Círculo da 1ª fase para a 2ª fase.

✍ 1ª fase: círculo dividido em 12 triângulos.
2ª fase: círculo dividido em 4 fatias iguais.
3ª fase: fatias retificadas formando um paralelogramo.

6) Com base na conclusão anterior (3ª fase), complete as lacunas em branco:

a) $A_{Círculo} = A_{paralelogramo}$,

ou seja, $A_{Círculo}$ = ***b***ase . ***h***altura.

Sendo assim: $A_{Círculo}$ = π . r^2

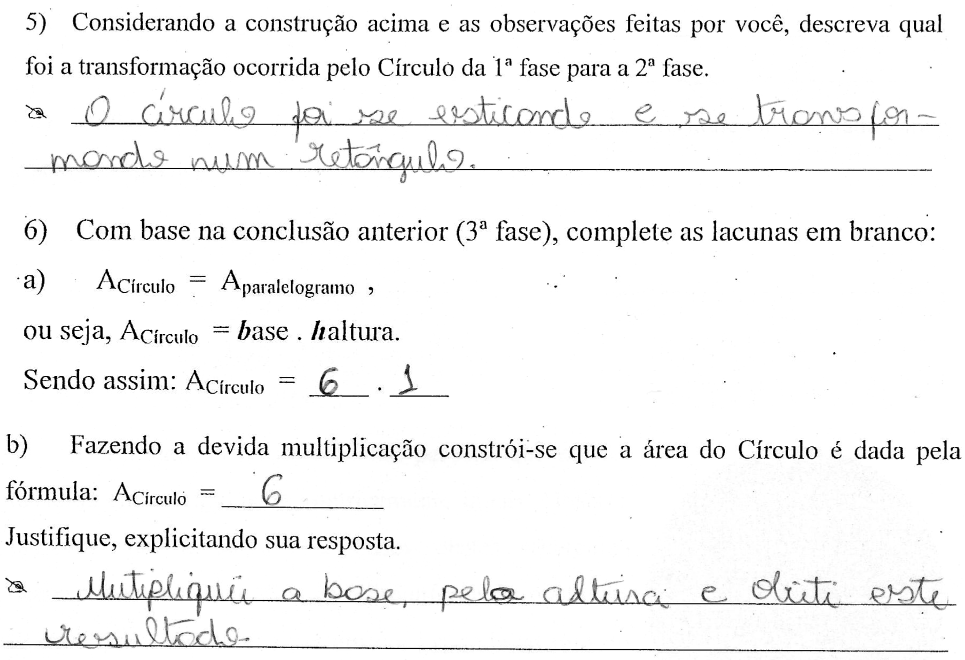
b) Fazendo a devida multiplicação constrói-se que a área do Círculo é dada pela fórmula: $A_{Círculo}$ = $\pi . r^2$

Justifique, explicitando sua resposta.

✍ a base do paralelogramo formado pelos triangulos do circulo é $\pi . r$ e a altura r, usando b.a obtemos: $\pi . r^2$.

Fonte: Protocolo do aluno Maurício

Grupo 03:



5) Considerando a construção acima e as observações feitas por você, descreva qual foi a transformação ocorrida pelo Círculo da 1ª fase para a 2ª fase.

✍ O circulo foi se esticando e se transformando num retangulo.

6) Com base na conclusão anterior (3ª fase), complete as lacunas em branco:

a) $A_{Círculo} = A_{paralelogramo}$,

ou seja, $A_{Círculo}$ = ***b***ase . ***h***altura.

Sendo assim: $A_{Círculo}$ = 6 . 1

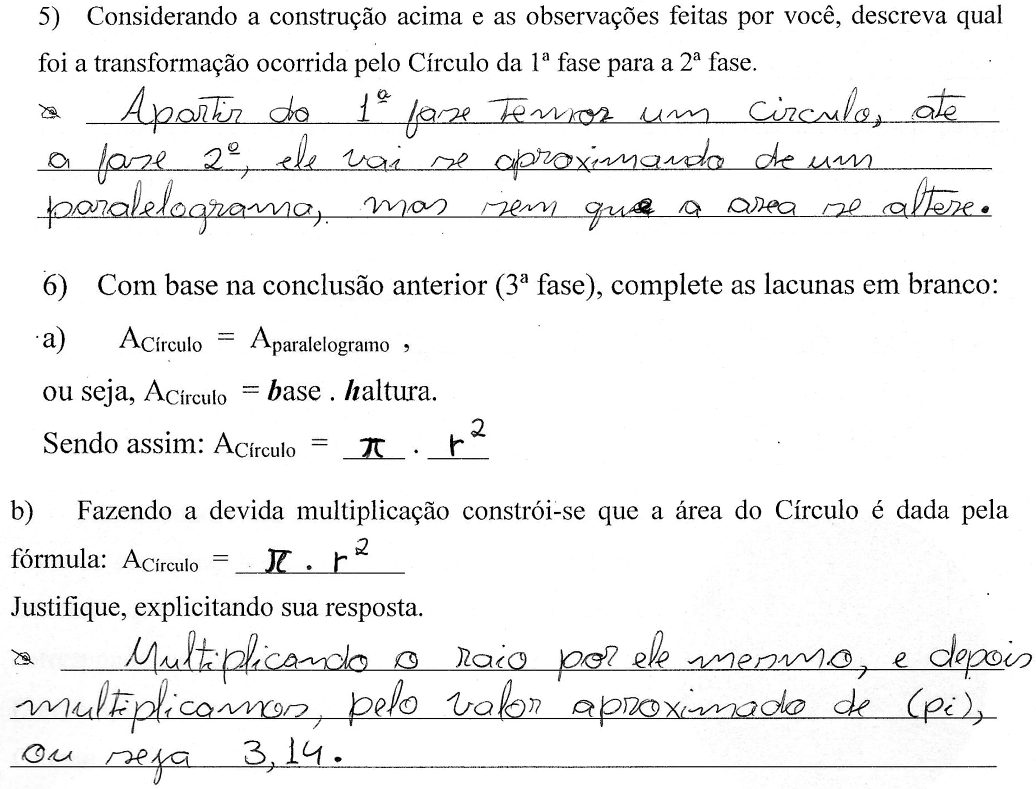
b) Fazendo a devida multiplicação constrói-se que a área do Círculo é dada pela fórmula: $A_{Círculo}$ = 6

Justifique, explicitando sua resposta.

✍ Multipliquei a base pela altura e obtive este resultado.

Fonte: Protocolo da aluna Cozete

Grupo 04:



5) Considerando a construção acima e as observações feitas por você, descreva qual foi a transformação ocorrida pelo Círculo da 1ª fase para a 2ª fase.

✍ Apartir do 1ª fase Temos um Circulo, até a fase 2ª, ele vai se aproximando de um paralelograma, mas sem que a area se altere.

6) Com base na conclusão anterior (3ª fase), complete as lacunas em branco:

a) $A_{\text{Círculo}} = A_{\text{paralelogramo}}$,

ou seja, $A_{\text{Círculo}}$ = ***b***ase . ***h***altura.

Sendo assim: $A_{\text{Círculo}} = \underline{\pi} \cdot \underline{r^2}$

b) Fazendo a devida multiplicação constrói-se que a área do Círculo é dada pela fórmula: $A_{\text{Círculo}} = \underline{\pi \cdot r^2}$

Justifique, explicitando sua resposta.

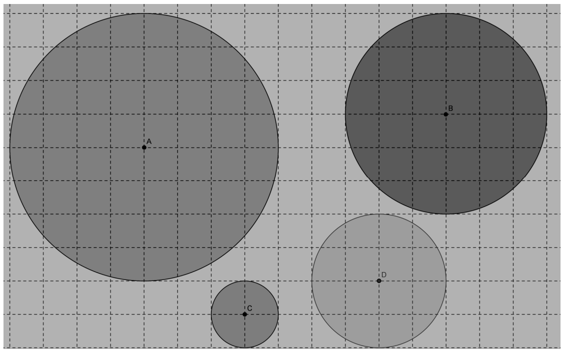
✍ Multiplicando o raio por ele mesmo, e depois multiplicamos, pelo valor aproximado de (pi), ou seja 3,14.

Fonte: Protocolo do aluno José

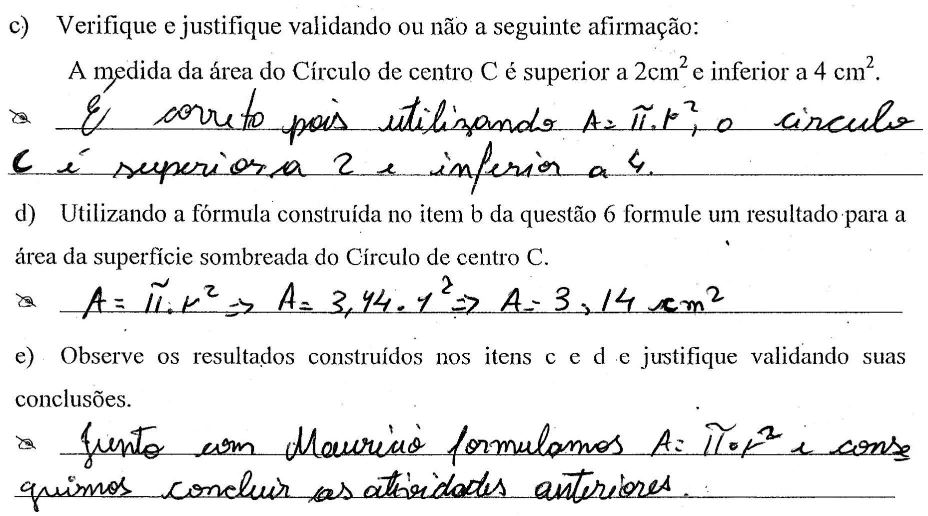
Na análise dos resultados das questões 5 e 6 (método de Kepler) da atividade 5, verificamos que os alunos dos grupos 01, 02 e 04 se convenceram da transformação do círculo em paralelogramo, porém Gustavo (grupo 01) formulou que "vai aparecendo retas", talvez para justificar a retificação da circunferência, enquanto que Maurício e José responderam corretamente e foram mais convincentes em suas justificativas na revelação do método de Kepler. A aluna Cozete (grupo 03) não compreendeu a generalização do método de Kepler e errou na sua argumentação.

Questão 7:

1) Observe a seguinte figura sobre uma malha quadriculada com 1 cm de lado, ou seja, cada quadrado da malha corresponde a uma área com 1 cm^2 e responda:



Grupo 01



c) Verifique e justifique validando ou não a seguinte afirmação:

A medida da área do Círculo de centro C é superior a $2cm^2$ e inferior a 4 cm^2.

É correto pois utilizando $A= \pi.r^2$, o circulo C é superior a 2 e inferior a 4.

d) Utilizando a fórmula construída no item b da questão 6 formule um resultado para a área da superfície sombreada do Círculo de centro C.

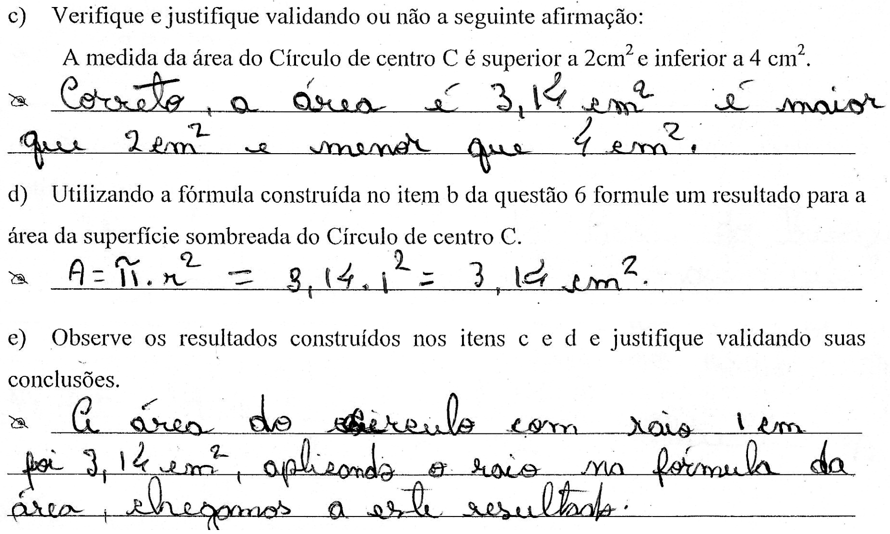
$A= \pi.r^2 \Rightarrow A= 3{,}14.1^2 \Rightarrow A= 3{,}14 cm^2$

e) Observe os resultados construídos nos itens c e d e justifique validando suas conclusões.

Junto com Maurício formulamos $A= \pi.r^2$ e conseguimos concluir as atividades anteriores.

Fonte: Protocolo do aluno Gustavo

Grupo 02



c) Verifique e justifique validando ou não a seguinte afirmação:

A medida da área do Círculo de centro C é superior a $2cm^2$ e inferior a 4 cm^2.

Correto, a área é 3,14 cm^2 é maior que 2 cm^2 e menor que 4 cm^2.

d) Utilizando a fórmula construída no item b da questão 6 formule um resultado para a área da superfície sombreada do Círculo de centro C.

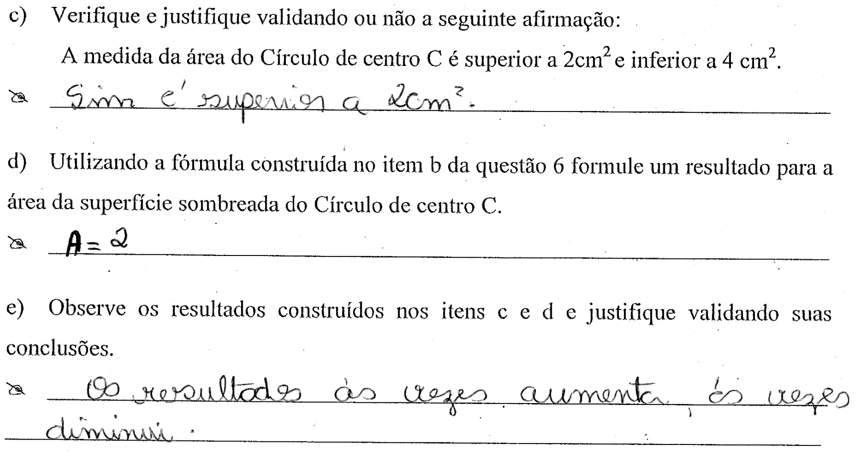
$A= \pi.r^2 = 3{,}14.1^2 = 3{,}14 cm^2$.

e) Observe os resultados construídos nos itens c e d e justifique validando suas conclusões.

A área do círculo com raio 1cm foi 3,14 cm^2, aplicando o raio na fórmula da área, chegamos a este resultado.

Fonte: Protocolo do aluno Maurício

Grupo 03:



c) Verifique e justifique validando ou não a seguinte afirmação:

A medida da área do Círculo de centro C é superior a $2cm^2$ e inferior a 4 cm^2.

Sim é superior a $2cm^2$.

d) Utilizando a fórmula construída no item b da questão 6 formule um resultado para a área da superfície sombreada do Círculo de centro C.

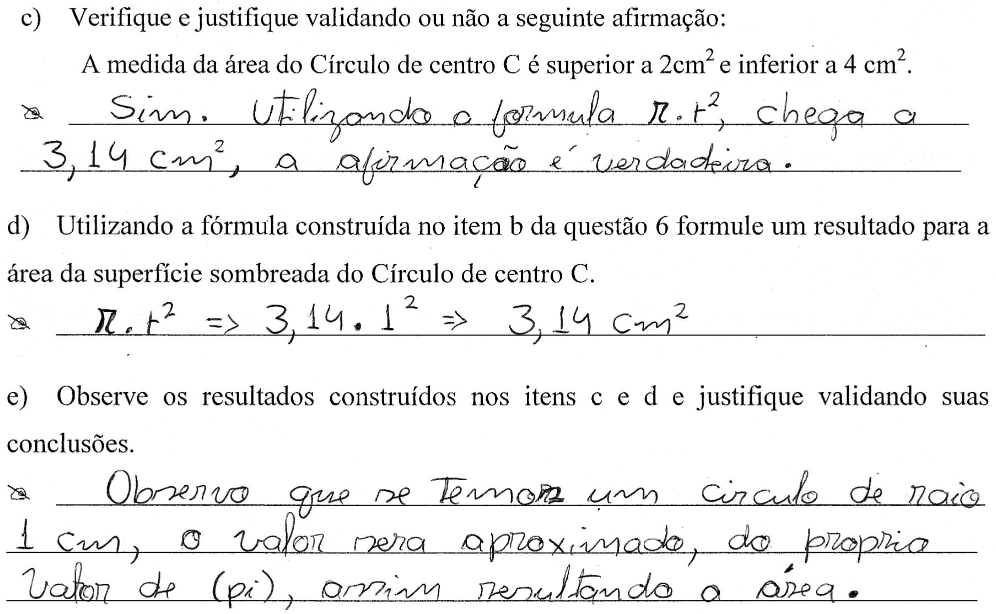
$A= 2$

e) Observe os resultados construídos nos itens c e d e justifique validando suas conclusões.

Os resultados às vezes aumenta, às vezes diminui.

Fonte: Protocolo da aluna Cozete

Grupo 04:



c) Verifique e justifique validando ou não a seguinte afirmação:

A medida da área do Círculo de centro C é superior a 2cm^2 e inferior a 4 cm^2.

✍ Sim. Utilizando a formula $\pi . r^2$, chega a 3,14 cm^2, a afirmação é verdadeira.

d) Utilizando a fórmula construída no item b da questão 6 formule um resultado para a área da superfície sombreada do Círculo de centro C.

✍ $\pi . r^2 \Rightarrow 3,14 . 1^2 \Rightarrow 3,14$ cm^2

e) Observe os resultados construídos nos itens c e d e justifique validando suas conclusões.

✍ Observo que se Termos um circulo de raio 1 cm, o valor sera aproximado, do proprio valor de (pi), assim resultando a área.

Fonte: Protocolo do aluno José

Na devolução dessa questão 7 observamos e sintetizamos a seguir os tipos das situações adidáticas dos alunos (o texto normal é transcrição da atividade. Em sublinhado os complementos feitos usando os registros da sessão):

> Professor-pesquisador: Observe a seguinte figura sobre uma malha quadriculada com 1 cm de lado, ou seja, cada quadrado da malha corresponde a uma área com 1 cm^2. Situação didática da Institucionalização: Procurem usar o recurso da malha quadriculada para comparação das superfícies e responda justificando: A medida da área do círculo de centro C é superior a 2 cm^2 e inferior a 4 cm^2.
>
> Aluno Gustavo do grupo 01: É correto pois utilizando A = πr^2, o círculo C é superior a 2 e inferior a 4.
>
> Professor-pesquisador: Mesmo com a indicação do recurso da malha quadriculada, o aluno fez sua escolha (ação) em explicitar a estratégia da fórmula (formulação) a fim de validar (validação) sua resposta.
>
> Aluno Gustavo do grupo 01: Junto com Maurício formulamos A = πr^2 e conseguimos concluir as atividades anteriores.
>
> Professor-pesquisador: A estratégia foi demonstrada para seu par como forma de validação do que o aluno diz.

Ademais, na análise dos resultados da questão 7 desta atividade, constatamos que os alunos dos grupos 01, 02 e 04 responderam a questão corretamente sem recorrer a observar a malha quadriculada, indo direto a relação $A = \pi r^2$ para suas justificativas e validação de suas devoluções. José (grupo 04) concluiu que para o círculo de raio unitário terá sua área (superfície) em aproximadamente π unidades de área. A aluna Cozete (grupo 03) não compreendeu e não respondeu corretamente a questão e se confundiu em sua argumentação.

Atento a estes resultados, fizemos ao final da aplicação desta atividade o momento de institucionalização onde corrigimos alguns equívocos e convencionamos o conhecimento em estudo (método de Kepler e a área do círculo), na tentativa assim de superar os obstáculos encontrados, pois segundo Brousseau (1986) um obstáculo é conhecimento e não uma falta de dele. Neste momento nós (professor-pesquisador) entramos “no jogo” para auxiliar os alunos e disponibilizar apoio para a realização das atividades. Essa regra do contrato didático parece estar bem clara para os alunos.

4.2.4 Sessão 4

Para esta sessão foi pensado e planejado um momento de análise dos avanços obtidos e dificuldades encontradas nas sessões anteriores da pesquisa, identificando possíveis obstáculos e prováveis dificuldades geradoras dos mesmos.

Atividade 6: Momento de análise

Objetivos: Retornar e explicar novamente, se necessário, de acordo com as atividades das sessões 2 e 3; Julgar o avanço ou obstáculo do aluno; Reexplicar, se necessário, de acordo com as sessões anteriores aos alunos que não atingirem o objetivo, observando possíveis obstáculos e prováveis dificuldades geradoras desses obstáculos.

Resultados esperados: Esperamos que esse momento de reflexão e retomada sirva como elemento que minimize as dificuldades encontradas pelo aluno durante as atividades das sessões anteriores a esta, proporcionando assim, um espaço de diálogo e institucionalização em torno das ideias propostas nessas atividades. Esperamos ademais prepararmos o ambiente para em seguida, na 5ª e última sessão, aplicarmos o pós-teste.

Atividade 6: Momento de análise.

TÍTULO: Momento de análise	
CONTEÚDO: Retornando as atividades sobre pi, perímetro da circunferência e área do círculo	
ALUNO(A):	**SÉRIE / TURMA:** 1ª /

1) Momento de revisão e reflexão sobre avanços e dificuldades encontradas nas atividades anteriores;

2) Momento de institucionalização dos saberes geométricos abordados nas diversas atividades e envolvidos na pesquisa.

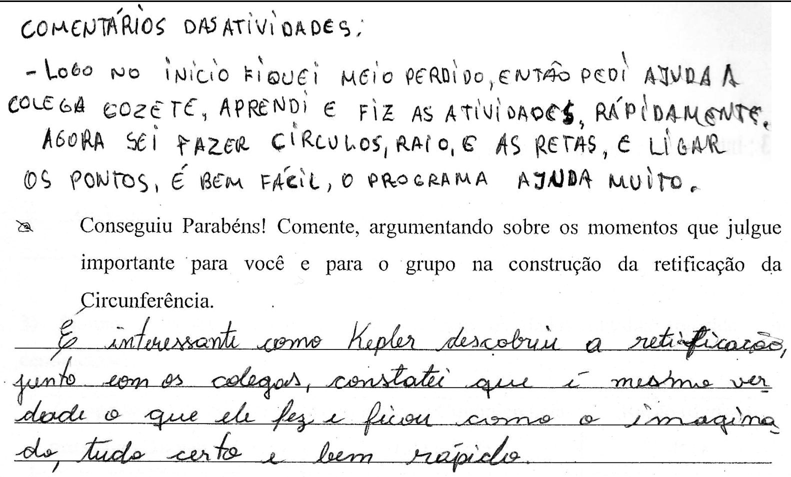
3) Momento para os alunos redigirem sobre suas dificuldades com os enunciados das atividades, com os objetos de estudo da Geometria ou dificuldades e avanços com o aplicativo GeoGebra.

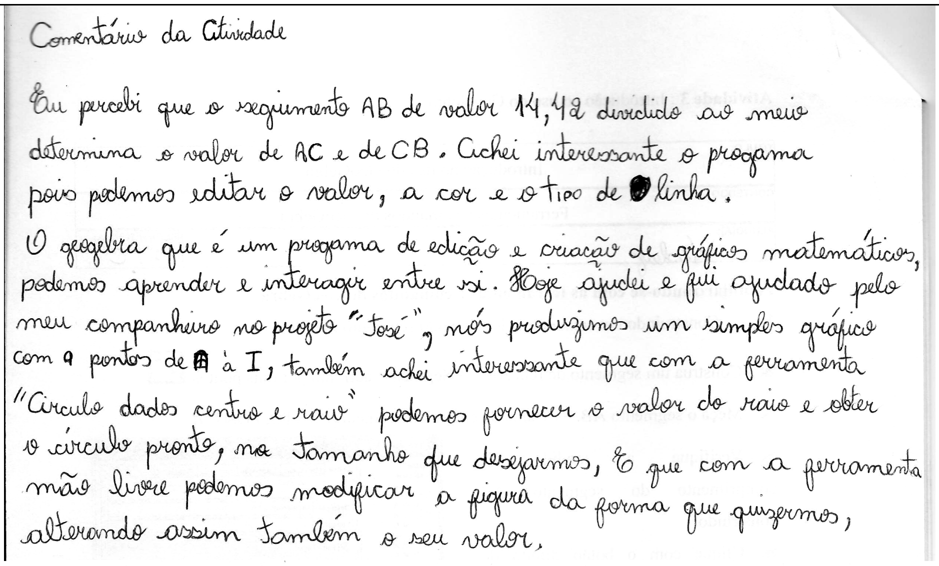
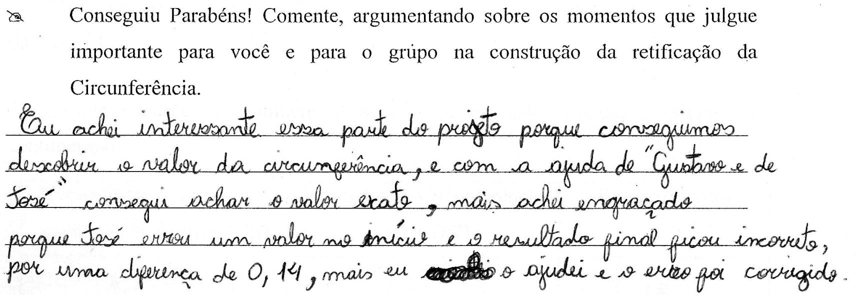
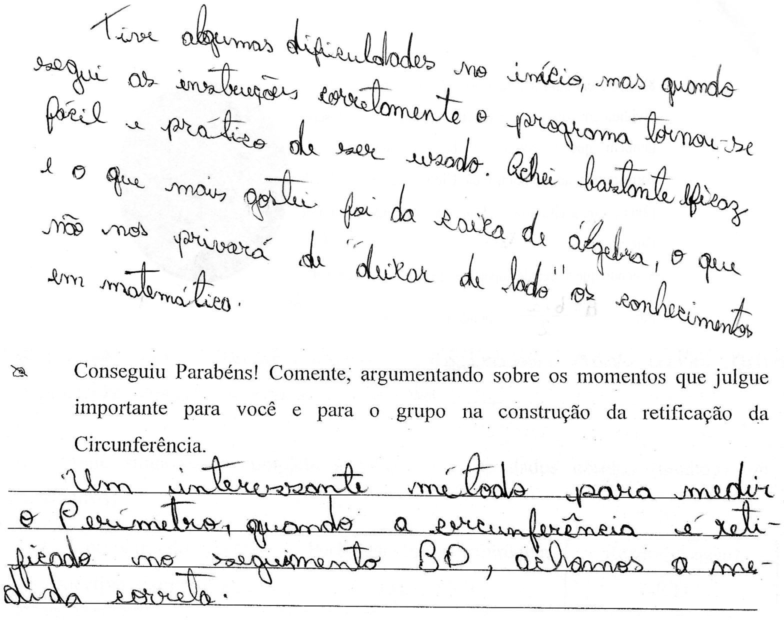
4) Preparação prévia para a realização do pós-teste.

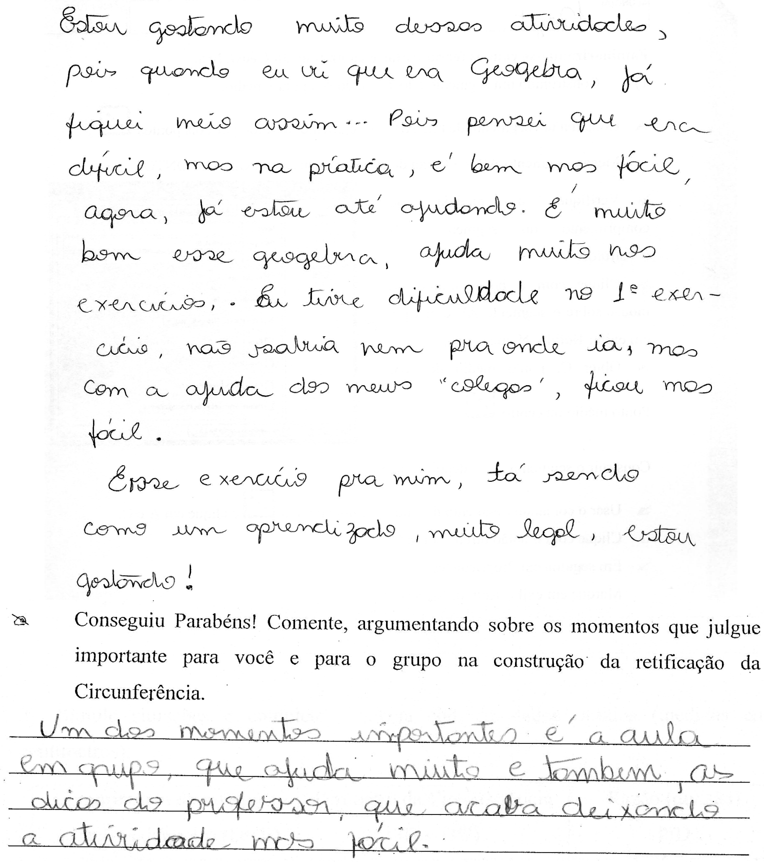
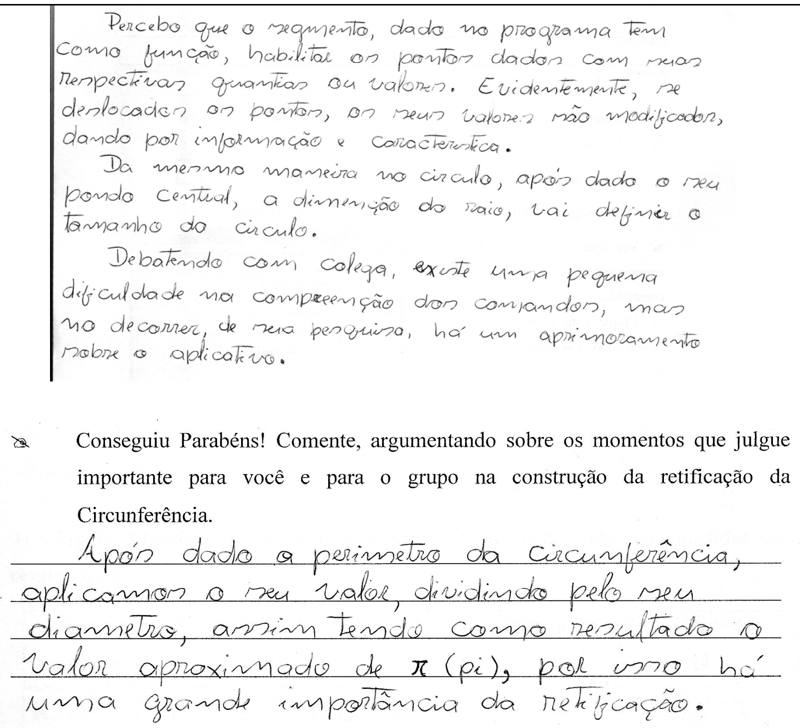
Resultados obtidos: Usaremos a seguir os registros dos próprios alunos para descrever as dificuldades e obstáculos encontrados no percurso até este momento onde já foram postas em prática cinco atividades, bem como um espaço para seus registros de angústia ou satisfação e segurança nas atividades, nos recursos deste aplicativo e na compreensão do método de Kepler de retificação da circunferência, do seu perímetro enquanto contorno e da área do círculo.

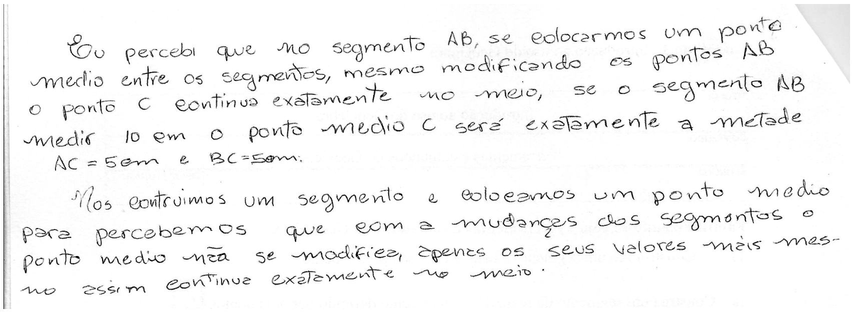
Segue abaixo estes registros:

Quadro 7: Devolução da atividade 6:

GRUPOS	ANÁLISE
01	 COMENTÁRIOS DAS ATIVIDADES: - LOGO NO INICIO FIQUEI MEIO PERDIDO, ENTÃO PEDI AJUDA A COLEGA COZETE, APRENDI E FIZ AS ATIVIDADES, RÁPIDAMENTE. AGORA SEI FAZER CIRCULOS, RAIO, E AS RETAS, E LIGAR OS PONTOS, É BEM FÁCIL, O PROGRAMA AJUDA MUITO. ✍ Conseguiu Parabéns! Comente, argumentando sobre os momentos que julgue importante para você e para o grupo na construção da retificação da Circunferência. É interessante como Kepler descobriu a retificação, junto com os colegas, constatei que é mesmo verdade o que ele fez e ficou como o imaginado, tudo certo e bem rápido. O pedido de ajuda de Gustavo à colega Cozete revela uma estratégia (ação) do aluno com o propósito de junto a seu par formularem seus conhecimentos. Protocolo do aluno Gustavo

02	 Comentário da Atividade Eu percebi que o seguimento AB de valor 14,42 dividido ao meio determina o valor de AC e de CB. Achei interessante o progama pois podemos editar o valor, a cor e o tipo de [illegible] linha. O geogebra que é um progama de edição e criação de gráficos matemáticos, podemos aprender e interagir entre si. Hoje ajudei e fui ajudado pelo meu companheiro no projeto "José", nós produzimos um simples gráfico com 9 pontos de A à I, também achei interessante que com a ferramenta "Circulo dados centro e raio" podemos fornecer o valor do raio e obter o círculo pronto, no tamanho que desejarmos, E que com a ferramenta mão livre podemos modificar a figura da forma que quizermos, alterando assim também o seu valor.  ✍ Conseguiu Parabéns! Comente, argumentando sobre os momentos que julgue importante para você e para o grùpo na construção da retificação da Circunferência. Eu achei interessante essa parte do projeto porque conseguimos descobrir o valor da circunferência, e com a ajuda de "Gustavo e de José" consegui achar o valor exato, mais achei engraçado porque José errou um valor no início e o resultado final ficou incorreto, por uma diferença de 0,14, mais eu [illegible] o ajudei e o erro foi corrigido. O registro: *ajudei e fui ajudado* pelo companheiro José, mostra claramente que cada estratégia usada foi demonstrada para seu par (validação). Protocolo do aluno Wesley  Tive algumas dificuldades no início, mas quando segui as instruções corretamente o programa tornou-se fácil e prático de ser usado. Achei bastante eficaz e o que mais gostei foi da caixa de álgebra, o que não nos privará de "deixar de lado" os conhecimentos em matemático. ✍ Conseguiu Parabéns! Comente, argumentando sobre os momentos que julgue importante para você e para o grupo na construção da retificação da Circunferência. Um interessante método para medir o Perímetro, quando a circunferência é retificado no seguimento BD, achamos a medida correta. Protocolo do aluno Maurício

03	 Estou gostando muito dessas atividades, pois quando eu vi que era Geogebra, já fiquei meio assim... Pois pensei que era difícil, mas na prática, é bem mas fácil, agora, já estou até ajudando. É muito bom esse geogebra, ajuda muito nos exercícios, . Eu tive dificuldade no 1º exercício, não sabia nem pra onde ia, mas com a ajuda dos meus "colegas', ficou mas fácil. Esse exercício pra mim, tá sendo como um aprendizado, muito legal, estou gostando! ✍ Conseguiu Parabéns! Comente, argumentando sobre os momentos que julgue importante para você e para o grupo na construção da retificação da Circunferência. Um dos momentos importantes é a aula em grupo, que ajuda muito e tambem, as dicas do professor, que acaba deixando a atividade mas fácil. O contentamento de Cozete - *Estou gostando muito dessas atividades...* demonstra que a mesma entrou no jogo e que se ganhar significa aprender. Protocolo da aluna Cozete
04	 Percebo que o segmento, dado no programa tem como função, habilitar os pontos dados com seus respectivas quantias ou valores. Evidentemente, se deslocados os pontos, os seus valores são modificados, dando por informação e característica. Da mesma maneira no circulo, após dado o seu pondo central, a dimenção do raio, vai definir o tamanho do circulo. Debatendo com colega, existe uma pequena dificuldade na compreenção dos comandos, mas no decorrer, de sua pesquisa, há um aprimoramento sobre o aplicativo. ✍ Conseguiu Parabéns! Comente, argumentando sobre os momentos que julgue importante para você e para o grupo na construção da retificação da Circunferência. Após dado a perimetro da circunferência, aplicamos o seu valor, dividindo pelo seu diametro, assim tendo como resultado o valor aproximado de π (pi), por isso há uma grande importância da retificação.

	Protocolo do aluno José  Eu percebi que no segmento AB, se colocarmos um ponto medio entre os segmentos, mesmo modificando os pontos AB o ponto C continua exatamente no meio, se o segmento AB medir 10 cm o ponto medio C será exatamente a metade AC = 5cm e BC=5cm. Nos contruimos um segmento e colocamos um ponto medio para percebemos que com a mudanças dos segmentos o ponto medio não se modifica, apenas os seus valores mais mesmo assim continua exatamente no meio. Protocolo do aluno Carlos

Quadro 7: Protocolo de registro dos alunos na atividade 4 (sessão 3)

Observando os protocolos de registros supracitados concluímos que os alunos aceitaram as situações propostas, e se ocuparam em grupo e pessoalmente na resolução dos problemas que lhes foram apresentados nas atividades, sendo assim, diz-se que o aluno atingiu a devolução da situação, pois não basta ao professor apenas *comunicar* um problema a um aluno para que imediatamente este problema passe a ser seu, ainda que o aluno sinta-se o único responsável de resolvê-lo. Também não é suficiente que o aluno aceite a responsabilidade de resolver o problema. Deve haver uma responsabilidade da parte do aluno, se submetendo às consequências da solução de determinada questão. Para Brousseau (1996), denomina-se devolução a atividade por intermédio da qual o professor consegue alcançar ambos os resultados, ou seja, que o problema proposto pelo professor seja aceito pelo aluno, e uma vez aceito, que o aluno sinta-se responsável pela questão, assumindo as consequências desta transferência.

Utilizamos os resultados dos registros dos alunos nessa sessão com a finalidade de validarmos nossa hipótese de pesquisa e, de encontrar solução à nossa questão de pesquisa. Entendemos que, ao confirmar nossa hipótese de pesquisa, alcançamos uma possível solução para a nossa questão principal.

Antes de realizarmos a análise e validação de nossa sequência didática até o momento, apresentamos novamente nossa hipótese de pesquisa, juntamente com a questão que norteou nosso trabalho. Pois, acreditamos que isso proporciona uma melhor compreensão de nossas intenções nesta etapa da pesquisa.

Neste trabalho, levantamos a hipótese de que um aplicativo de Geometria Dinâmica, particularmente o GeoGebra, contribui para a construção dos conceitos de perímetro e área, produzindo condições favoráveis de aprendizagem à institucionalização dos conceitos básicos pi (π), perímetro da circunferência e área do círculo, por meio das situações didáticas.

Sendo assim, encontramos possíveis respostas à seguinte questão de pesquisa: Quais são os possíveis avanços e limitações dos alunos na aprendizagem dos conceitos geométricos perímetro (contorno) e área (superfície) com o auxílio do aplicativo GeoGebra?

Concordamos com Brousseau (2008, p.49), quando ele afirma ser da competência do professor possuir e/ou desenvolver habilidades em: "propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor". Embora, como categoricamente afirma Brousseau (1996), que toda situação didática contém algo de intenção e desejo do professor, o ideal e necessário é que o professor consiga que o aluno esqueça os pressupostos didáticos da situação.

Fizemos observações no transcorrer das atividades e percebemos alguns obstáculos (barreiras) enfrentados pelos alunos que segundo Brousseau (2008, p. 49):

> Um obstáculo é um conceito que tem sido eficiente, em princípio, para resolver quaisquer problemas, mas falha quando aplicada a outro. Devido ao seu sucesso anterior se recusa a ser modificado ou ser rejeitada: ela se torna uma barreira para a aprendizagem futura. É revelado através dos erros específicos que são consistentes e fortes. Para superar esses obstáculos exigiria situações de ensino destinadas a tornar os alunos conscientes da necessidade de mudar suas ideias e ajudá-los a obtê-lo.

Ademais, nesta sessão fizeram-se necessárias algumas intervenções de institucionalização no sentido de convencionarmos todo o conhecimento em jogo, isto é, a determinação de π, o perímetro da circunferência, a área do círculo e todas as relações entre estes objetos geométricos.

4.2.5 Sessão 5

O quinto encontro foi desenvolvido no dia 16 / 12 /2012, com início às 9:35 h e término às 11: 40 h. Nesse, aplicamos um pós-teste. Os alunos realizaram seu teste em grupos. Para esta sessão foi planejada a aplicação de um pós-teste individual de avaliação da aprendizagem dos alunos abordando os conceitos geométricos perímetro (contorno) da circunferência e área (superfície) do círculo, com o auxílio do aplicativo de geometria dinâmica – GeoGebra, bem como avaliação da clareza e objetividade de toda sequência de atividades.

Atividade 7: Pós-teste

Objetivos: Avaliar a compreensão da ideia de perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do aplicativo GeoGebra; Obter subsídios para posterior análise visando verificar se os alunos atingiram os objetivos propostos pela sequência didática, observando possíveis obstáculos e prováveis dificuldades geradoras desses obstáculos. Avaliar a clareza e objetividade de toda a sequência de atividades.

Resultados esperados: Esperamos que os alunos não encontrem dificuldades em compreender a irracionalidade de π (pi) e validem que a razão entre o perímetro da circunferência e seu respectivo diâmetro (2r) é uma constante igual a ao valor de π (pi), independente da medida do raio (r) da circunferência. Almejamos que os alunos ao decompor o círculo em setores (fatias) observem a transformação desses setores em triângulos pela retificação da circunferência do círculo, facilitando assim, que os alunos determinem a área do círculo. Esperamos também que esse pós-teste auxilie na institucionalização das propriedades e relações geométricas essenciais as ideias supracitadas. Quanto a avaliação sobre a clareza e objetividade das atividades, esperamos que no início eles encontrem dificuldades, pois se trata de uma experiência nova para os alunos, mas que no decorrer das mesmas irão compreender e aceitá-las como um desfio (jogo) a vencer e que ganhe o aprendizado (conhecimento).

Atividade 7 : Pós-teste.

TÍTULO: Pós-teste	
CONTEÚDO: Perímetro da Circunferência, pi(π), área do Círculo e GeoGebra	
ALUNO(A):	**SÉRIE / TURMA:** 1ª /

1) Com o auxílio do arquivo (Círculo deslizante.ggb) simule as seguintes situações e construa os resultados:

✍ Construa uma circunferência de raio igual a 1,2 cm;

Qual o perímetro verificado para esta circunferência? ✍ ______________________

✍ Construa agora, outra circunferência de raio igual a 1,5 cm;

Qual o perímetro verificado para esta circunferência? ✍ +______________________

✍ Com relação às construções das circunferências anteriores é correto afirmar que se aumentando o valor do raio da circunferência, aumenta-se o seu perímetro.

Sim ( ) Não ( )

Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

✍ ____

2) Ainda com o auxílio do arquivo (Círculo deslizante.ggb) simule duas situações onde o raio de uma das circunferências seja o dobro da outra e formule os resultados:

Qual a medida do raio e respectivo perímetro para a 1ª circunferência escolhida?

✍ Raio _____________________ ✍ Perímetro _________________

Qual a medida do raio e respectivo perímetro para a 2ª circunferência escolhida?

✍ Raio _____________________ ✍ Perímetro _________________

Com relação às construções das circunferências do item 2 é correto afirmar que se duplicando a medida do valor do raio da circunferência, duplica-se o seu Perímetro.

Sim ( )   Não ( )

Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

✎ ____

3) Verifique para cada simulação anterior a divisão do perímetro da circunferência pelo seu respectivo diâmetro e descreva abaixo os resultados obtidos destas divisões.

✎ ____

Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado.

✎ ____

4) Com o auxílio do arquivo (Área do Círculo.ggb) simule as seguintes situações e construa os resultados:

✎ Construa um círculo de raio igual a 1,5 cm;

Qual a área verificada para este círculo? ✎ ______________________

✎ Construa agora, outro círculo de raio igual a 2 cm;

Qual a área verificada para este outro círculo? ✎ ______________________

✎ Com relação às construções dos círculos do item 4 é correto afirmar que se aumentando o valor do raio do círculo, aumenta-se a sua área.

Sim ( )   Não ( )

Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

✎ ____

5) Ainda com o auxílio do arquivo (Área do Círculo.ggb) escolha e simule uma situação e formule os resultados:

Qual a medida do raio e respectiva área para o círculo construído?

✎ Raio _________________   ✎ Área _________________

Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

✎ ____

6) Verifique na simulação anterior o paralelogramo formado após a divisão do círculo em "pedaços" e colocados lado a lado e descreva os resultados.

✎ Largura (r) ____

✎ Comprimento (π.r) _______________________________________

✎ Área do paralelogramo ____________________________________

✎ Área do círculo ____

Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado.

✎ ____

7) Nas duas construções geométricas (circunferência e círculo), verifica-se que aumentando a medida do raio aumenta-se respectivamente tanto o perímetro da circunferência quanto a área do círculo construído?

Sim ( )   Não ( )

Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

✎ ____

8) Quanto ao uso do aplicativo GeoGebra você teve alguma dificuldade? Quais?

✎ ____

9) Quais dos conceitos estudados lhe causaram mais dúvidas?

(π) Pi ( ) Perímetro da circunferência ( ) Área do círculo ( )

Justifique sua resposta:

✎ ____

10) Quanto aos conceitos de Geometria abordados e construídos nestas atividades:

Você já conhecia ( )

Aprendeu durante as atividades ( )

Não conseguiu entendê-los ( )

Justifique sua resposta:

✎ ____

11) Quanto à sequência das atividades propostas, os enunciados estavam claros e objetivos?

✎ ____

12) Você sentiu dificuldade em manusear o aplicativo GeoGebra? Quais?

✎ ____

13) Durante a resolução das atividades, você consultou algum colega, o professor-pesquisador para tirar suas dúvidas? No caso de ter consultado, quais foram as dúvidas? Foi esclarecida?

Comente: ✎ ____

14) Em sua opinião, o aplicativo GeoGebra te auxiliou na compreensão dos conceitos geométricos perímetro da circunferência e área do círculo?

Sim ( ) Não ( )

Justifique sua resposta:

✎ ____

15) Apresente sugestões que poderiam facilitar a aprendizagem durante as aulas.

✎ ____

Usamos a seguir os registros dos próprios cinco alunos[19] que se fizeram presentes nesta sessão para descrever as dificuldades (obstáculos) encontradas no transcorrer de todo o pós-teste, bem como um espaço para registros de suas impressões e opiniões da sequência de atividades. A saber:

- O número π (Quadro 8);
- Perímetro da circunferência (Quadro 9);
- Área do círculo (Quadro 10);
- Os recursos do aplicativo (Quadro 11) e
- Clareza e objetividade das atividades (Quadro 12).

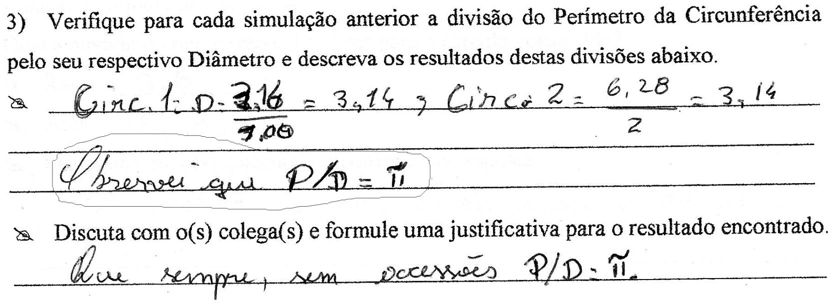
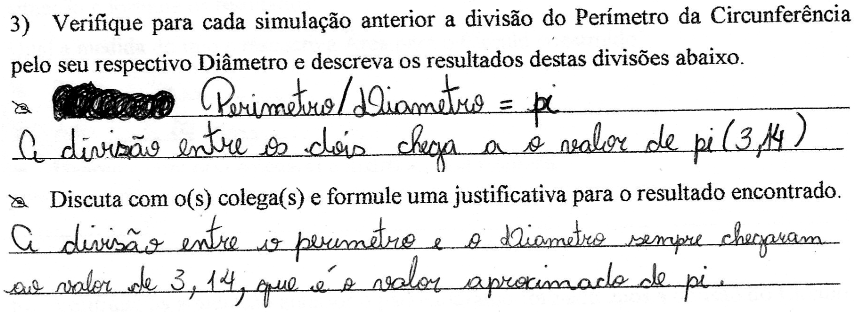
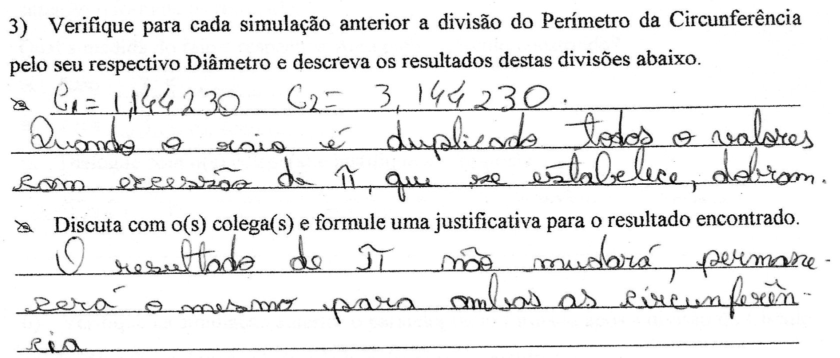
---

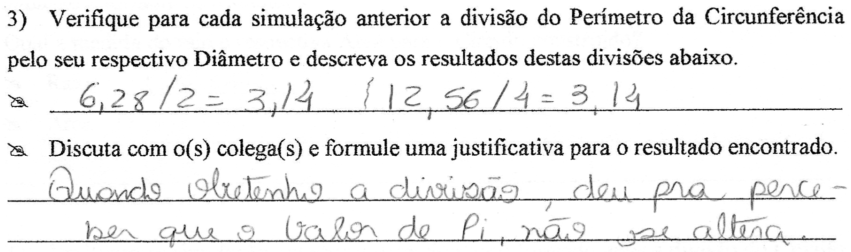
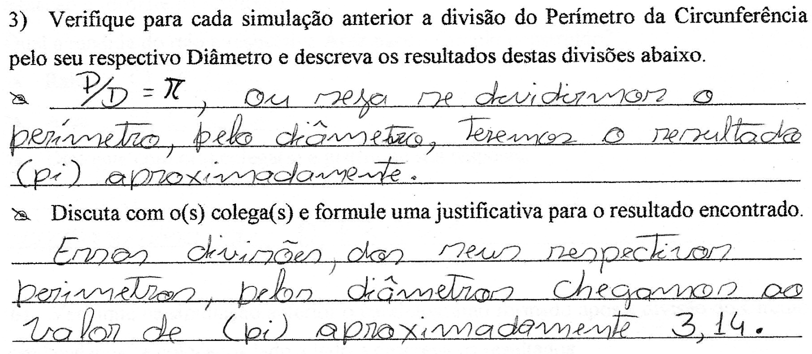
[19] Os alunos Carlos, Alice e Perlla justificaram motivos particulares e apresentaram suas justificativas por não participarem de nossa última sessão.

Nessa análise o olhar será dirigido prioritariamente para as interações ocorridas nas relações estabelecidas entre professor-pequisador, aluno e conhecimento geométrico, que, segundo Brousseau (1986), constituem-se em um agente motivador do ensino e da aprendizagem. As interações ocorreram tendo como coadjuvante o uso do aplicativo GeoGebra, que oferece possibilidades de trabalhar com conteúdos de geometria de forma dinâmica. Nesse contexto, serão analisados os fenômenos sob o ponto de vista do contrato didático instaurado durante a sessão observada.

Resultados obtidos:

Quadro 8: Devolução da atividade 7:

GRUPOS	REGISTROS SOBRE O NÚMERO π
01	 3) Verifique para cada simulação anterior a divisão do Perímetro da Circunferência pelo seu respectivo Diâmetro e descreva os resultados destas divisões abaixo. Circ. 1: D- $\frac{3,16}{1,00}$ = 3,14 ; Circ. 2 = $\frac{6,28}{2}$ = 3,14 Observei que P/D = π Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado. Que sempre, sem excessões P/D = π. Protocolo do aluno Gustavo
02	 3) Verifique para cada simulação anterior a divisão do Perímetro da Circunferência pelo seu respectivo Diâmetro e descreva os resultados destas divisões abaixo. [illegible] Perimetro/dDiametro = pi A divisão entre os dois chega a o valor de pi (3,14) Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado. A divisão entre o perimetro e o dDiametro sempre chegaram ao valor de 3,14, que é o valor aproximado de pi. Protocolo do aluno Wesley  3) Verifique para cada simulação anterior a divisão do Perímetro da Circunferência pelo seu respectivo Diâmetro e descreva os resultados destas divisões abaixo. C1 = 1,144230 C2 = 3,144230. Quando o raio é duplicado todos o valores com excessão do π, que se estabelece, dobram. Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado. O resultado de π não mudará, permanecerá o mesmo para ambas as circunferência

	Protocolo do aluno Maurício
03	 3) Verifique para cada simulação anterior a divisão do Perímetro da Circunferência pelo seu respectivo Diâmetro e descreva os resultados destas divisões abaixo. ✍ 6,28/2 = 3,14 { 12,56/4 = 3,14 ✍ Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado. Quando obtenho a divisão, deu pra perceber que o valor de Pi, não se altera. Protocolo da aluna Cozete
04	 3) Verifique para cada simulação anterior a divisão do Perímetro da Circunferência pelo seu respectivo Diâmetro e descreva os resultados destas divisões abaixo. ✍ $P/D = \pi$, ou seja se dividirmos o perímetro, pelo diâmetro, teremos o resultado (pi) aproximadamente. ✍ Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado. Essas divisões, dos seus respectivos perímetros, pelos diâmetros chegamos ao valor de (pi) aproximadamente 3,14. Protocolo do aluno José

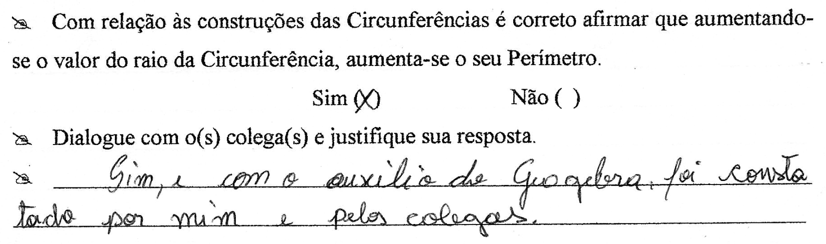
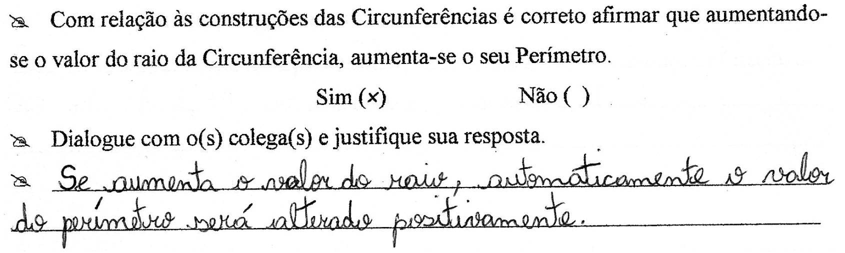
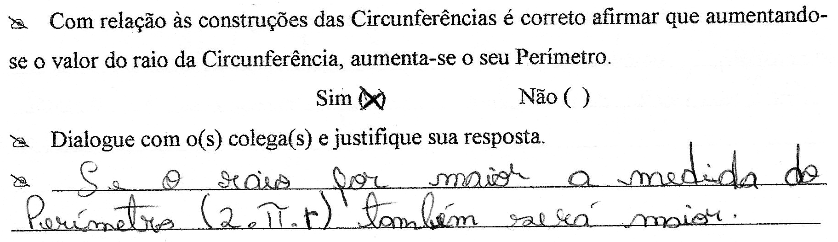
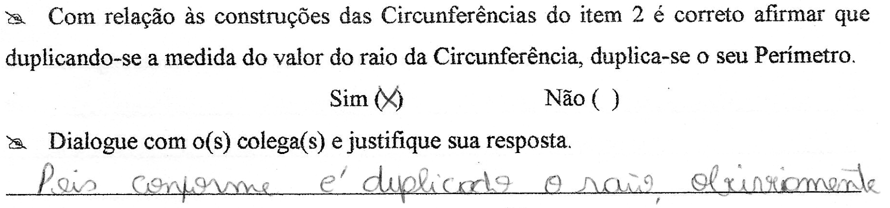
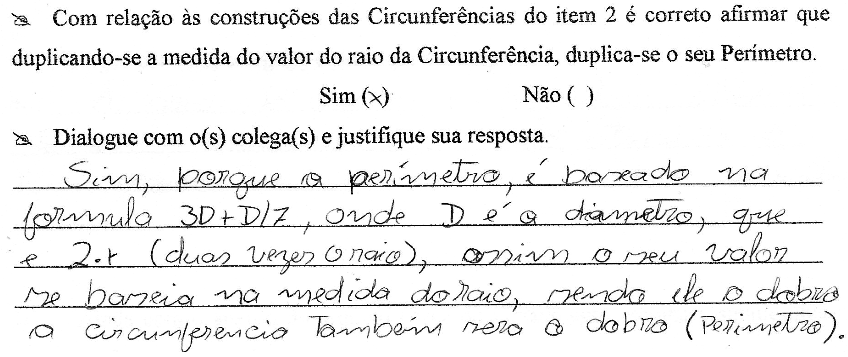
Quadro 8: Protocolo de registro da atividade 7 sobre o número π

Na resolução e devolução dessa questão 3 todos os alunos mostraram possuir habilidade em resolver problemas que envolve a comparação (divisão) do perímetro da circunferência pelo seu respectivo diâmetro (2r), bem como formularam corretamente conjecturas sobre o aspecto de pi (π) ter o seu valor constante, que mesmo alterando-se os valores para os raios e consequentemente diâmetros o valor de pi (π) sempre foi aproximadamente 3,14, validando assim, um dos objetivos da atividade.

Podemos verificar claramente em todas as respostas, por exemplo, a de José: *Essas divisões de seus respectivos perímetros, pelos diâmetros chegamos ao valor de (π) aproximadamente 3,14* – expressões do tipo aproximadamente, aproximado, elementos que validam a irracionalidade de π (pi), independente da medida do raio (r) da circunferência, como previmos.

Quadro 9: Devolução da atividade 7:

GRUPOS	REGISTROS SOBRE O PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA

01	 ✍ Com relação às construções das Circunferências é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio da Circunferência, aumenta-se o seu Perímetro. Sim (X) Não ( ) ✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta. ✍ Sim, e com o auxílio de Geogebra, foi constatado por mim e pelos colegas. Protocolo do aluno Gustavo
02	 ✍ Com relação às construções das Circunferências é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio da Circunferência, aumenta-se o seu Perímetro. Sim (×) Não ( ) ✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta. ✍ Se aumenta o valor do raio, automaticamente o valor do perímetro será alterado positivamente. Protocolo do aluno Wesley  ✍ Com relação às construções das Circunferências é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio da Circunferência, aumenta-se o seu Perímetro. Sim (X) Não ( ) ✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta. ✍ Se o raio for maior a medida do Perímetro ($2.\pi.r$) também será maior. Protocolo do aluno Maurício
03	 ✍ Com relação às construções das Circunferências do item 2 é correto afirmar que duplicando-se a medida do valor do raio da Circunferência, duplica-se o seu Perímetro. Sim (X) Não ( ) ✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta. Pois conforme é duplicado o raio, obviamente irá se duplicar, o perímetro Protocolo da aluna Cozete
04	 ✍ Com relação às construções das Circunferências do item 2 é correto afirmar que duplicando-se a medida do valor do raio da Circunferência, duplica-se o seu Perímetro. Sim (x) Não ( ) ✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta. Sim, porque o perímetro, é baseado na formula $3D+D/7$, onde D é o diametro, que e $2.r$ (duas vezes o raio), assim o seu valor se baseia na medida do raio, sendo ele o dobro a circunferencia Também sera o dobro (Perimetro). Protocolo do aluno José

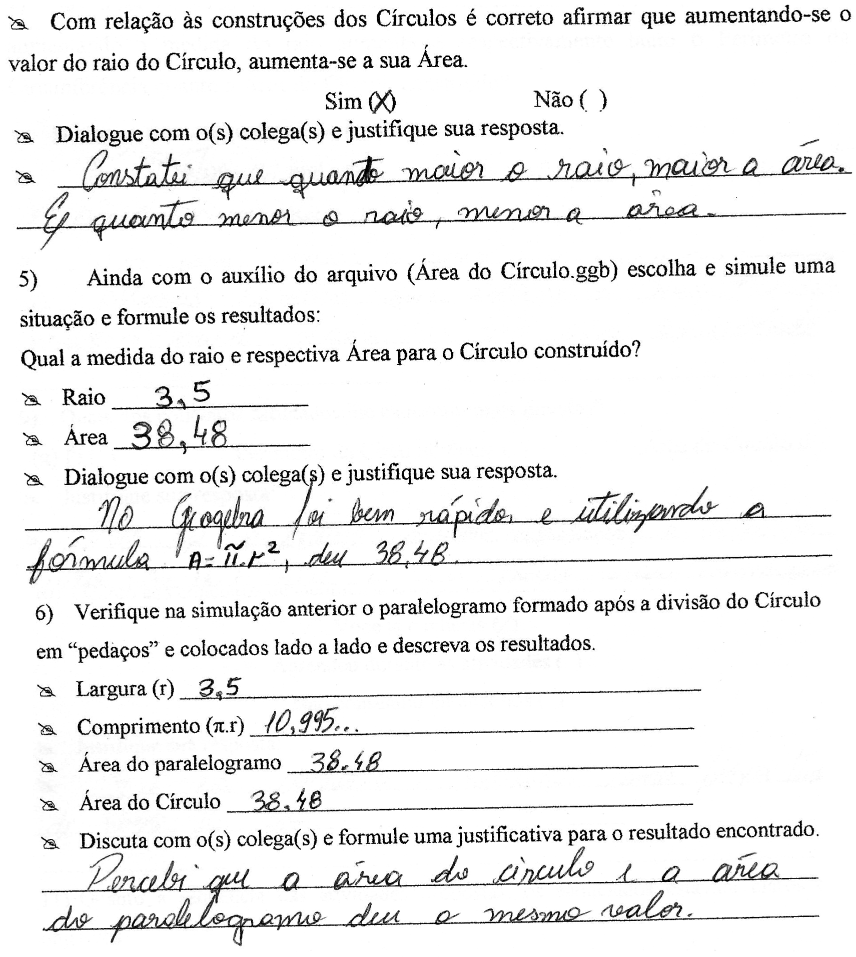
Quadro 9: Protocolo de registro da atividade 7 sobre o perímetro da circunferência

O aluno Wesley menciona em sua resposta “automaticamente”, “alterado positivamente”, manifestar lucidez no trato com as grandezas geométricas estudadas.

O aluno Gustavo menciona que ele e seus colegas utilizaram-se dos recursos do GeoGebra para constatar o aumento do perímetro da circunferência quando do aumento de seu respectivo raio, enquanto que Maurício usou corretamente a fórmula 2πr em sua justificativa. Por outro lado, José menciona o método de Kepler para justificar tal ampliação.

Fatos que nos remete a concluirmos que ora subsidiados pelo aplicativo, ora pelas fórmulas 2πr ou 3D + D/7 (método de Kepler), os alunos moveram ações a fim de devolverem corretamente a questão envolvendo o perímetro da circunferência. Para Brousseau (2008) esta devolução significa aprendizagem.

Quadro 10: Devolução da atividade 7:

GRUPOS	REGISTROS SOBRE ÁREA DO CÍRCULO
01	 ✎ Com relação às construções dos Círculos é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio do Círculo, aumenta-se a sua Área. Sim (X) Não ( ) ✎ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta. ✎ Constatei que quanto maior o raio, maior a área. E quanto menor o raio, menor a área. 5) Ainda com o auxílio do arquivo (Área do Círculo.ggb) escolha e simule uma situação e formule os resultados: Qual a medida do raio e respectiva Área para o Círculo construído? ✎ Raio 3,5 ✎ Área 38,48 ✎ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta. No Geogebra foi bem rápido e utilizando a fórmula A=π.r², deu 38,48. 6) Verifique na simulação anterior o paralelogramo formado após a divisão do Círculo em “pedaços” e colocados lado a lado e descreva os resultados. ✎ Largura (r) 3,5 ✎ Comprimento (π.r) 10,995... ✎ Área do paralelogramo 38,48 ✎ Área do Círculo 38,48 ✎ Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado. Percebi que a área do círculo e a área do paralelogramo deu o mesmo valor. Protocolo do aluno Gustavo

02

- Com relação às construções dos Círculos é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio do Círculo, aumenta-se a sua Área.

Sim (x) Não ( )

- Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.
- Se o raio for almentado o tamanho do círculo também almentarão, e com isso a área também aumenta.

5) Ainda com o auxílio do arquivo (Área do Círculo.ggb) escolha e simule uma situação e formule os resultados:

Qual a medida do raio e respectiva Área para o Círculo construído?

- Raio 1 cm
- Área 3,14 cm^2
- Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

Utilizando o Área do Círculo.ggb, botando o valor do raio, consegui encontrar também o valor da área.

6) Verifique na simulação anterior o paralelogramo formado após a divisão do Círculo em "pedaços" e colocados lado a lado e descreva os resultados.

- Largura (r) 1 cm
- Comprimento (π.r) 3,14 . 1 = 3,14 cm
- Área do paralelogramo 3,14 cm^2
- Área do Círculo 3,14 cm^2
- Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado.

Eu achei interessante que a área do paralelogramo e a área do círculo tem o mesmo valor que é de 3,14 cm^2

Protocolo do aluno Wesley

- Com relação às construções dos Círculos é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio do Círculo, aumenta-se a sua Área.

Sim (X) Não ( )

- Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.
- Quando o raio aumentar, a medida da área ($\pi . r^2$) também será maior.

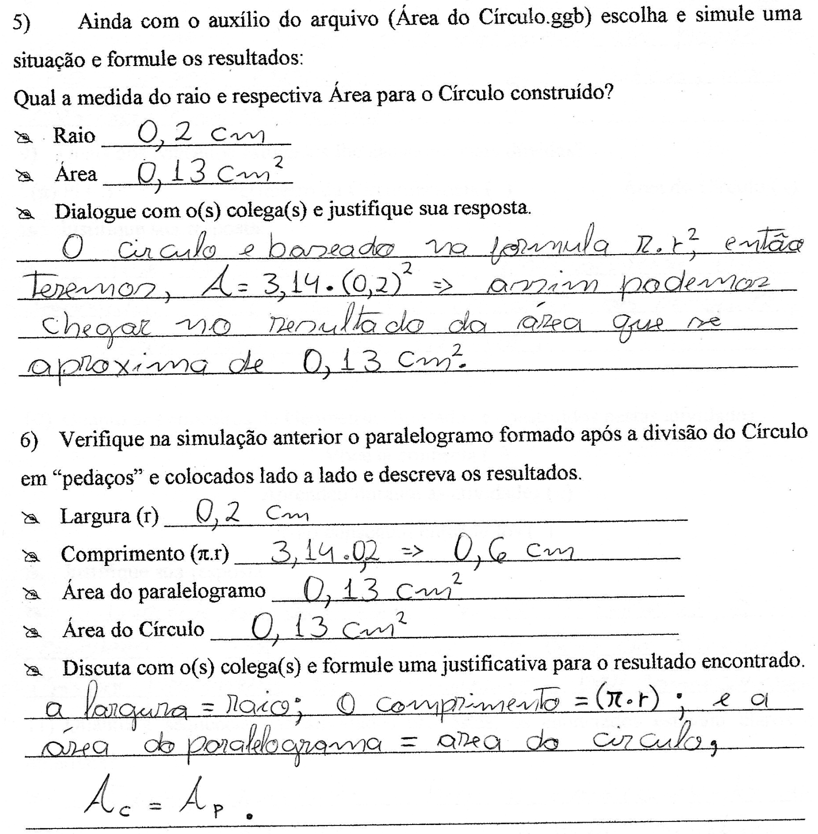
5) Ainda com o auxílio do arquivo (Área do Círculo.ggb) escolha e simule uma situação e formule os resultados:

Qual a medida do raio e respectiva Área para o Círculo construído?

- Raio 2,5 cm.
- Área 19,63 cm.
- Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

Quanto mais partes o círculo ficará retificado como um paralelogramo, até chegar a um retângulo.

	6) Verifique na simulação anterior o paralelogramo formado após a divisão do Círculo em "pedaços" e colocados lado a lado e descreva os resultados. ✍ Largura (r) 2,5 ✍ Comprimento (π.r) [illegible] 7,85 ✍ Área do paralelogramo 19,63. ✍ Área do Círculo 19,63. ✍ Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado. Quando o círculo forma um paralelogramo obviamente nota-se que a área do paralelogramo formado será também a do círculo. Protocolo do aluno Maurício
03	✍ Com relação às construções dos Círculos é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio do Círculo, aumenta-se a sua Área. Sim (X) Não ( ) ✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta. ✍ Quando é aumentado o raio, aumenta-se, o círculo e assim sucessivamente. 5) Ainda com o auxílio do arquivo (Área do Círculo.ggb) escolha e simule uma situação e formule os resultados: Qual a medida do raio e respectiva Área para o Círculo construído? ✍ Raio 0,5 cm ✍ Área 0,79 cm² ✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta. Quando agente movimenta o controlle deslizante agente obtêm os resultados, é muito bom esses programas, pois diminui muito tempo de trabalho. Protocolo da aluna Cozete
04	✍ Com relação às construções dos Círculos é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio do Círculo, aumenta-se a sua Área. Sim (x) Não ( )



5) Ainda com o auxílio do arquivo (Área do Círculo.ggb) escolha e simule uma situação e formule os resultados:

Qual a medida do raio e respectiva Área para o Círculo construído?

- Raio 0,2 cm
- Área 0,13 cm^2
- Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

O circulo e baseado na formula $\pi . r^2$; então Teremos, $A = 3,14 . (0,2)^2 \Rightarrow$ assim podemos chegar no resultado da área que se aproxima de 0,13 cm^2.

6) Verifique na simulação anterior o paralelogramo formado após a divisão do Círculo em "pedaços" e colocados lado a lado e descreva os resultados.

- Largura (r) 0,2 cm
- Comprimento (π.r) 3,14 . 02 => 0,6 cm
- Área do paralelogramo 0,13 cm^2
- Área do Círculo 0,13 cm^2
- Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado.

a largura = raio; O comprimento = $(\pi . r)$; e a área do paralelogramo = area do circulo, $A_c = A_p$.

Protocolo do aluno José

Quadro 10: Protocolo de registro da atividade 7 sobre a área do círculo

Os alunos demonstraram entender que a decomposição da superfície circular em fatias (setores) e a retificação da circunferência levaram a área do círculo ser igual a do paralelogramo formado.

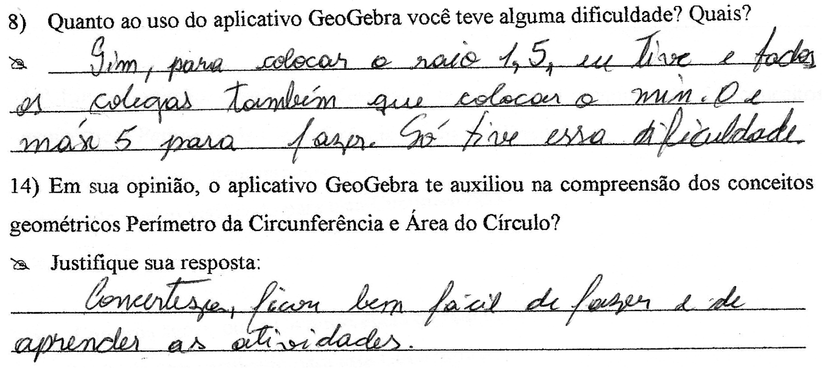
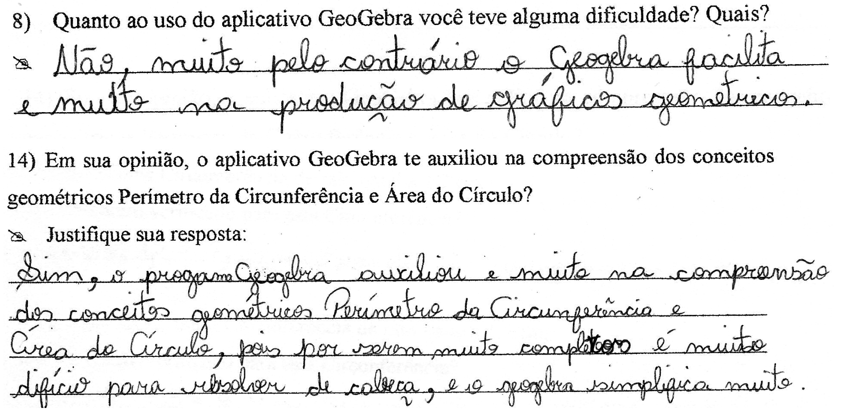
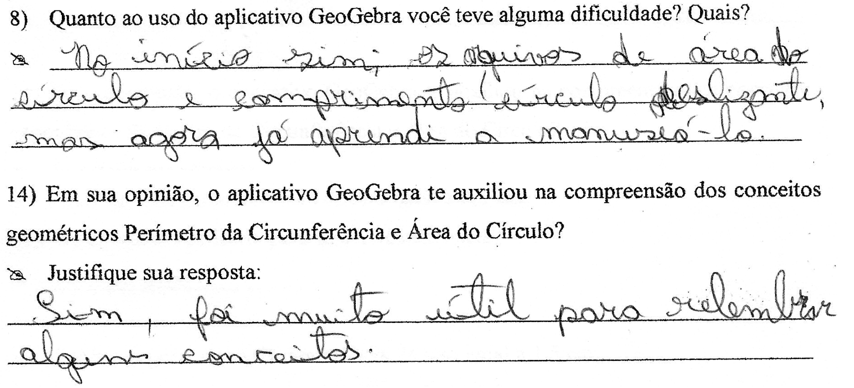
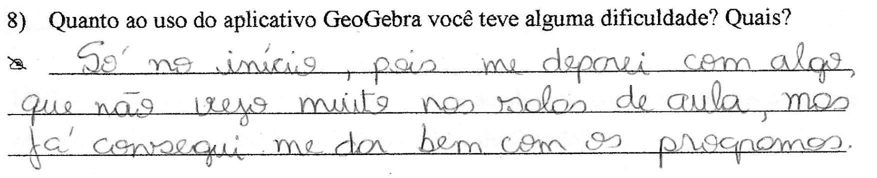
O aluno Wesley menciona em sua justificativa o uso do macro *área do círculo.ggb* no auxílio à resolução da questão, como já previsto.

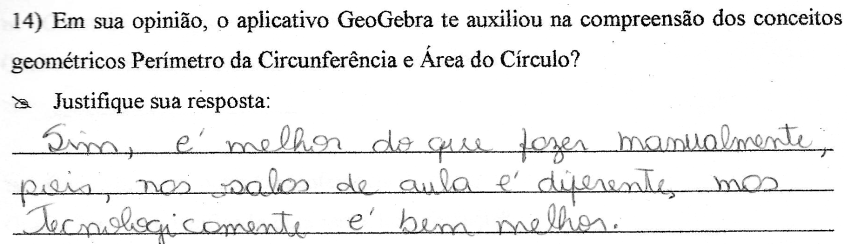
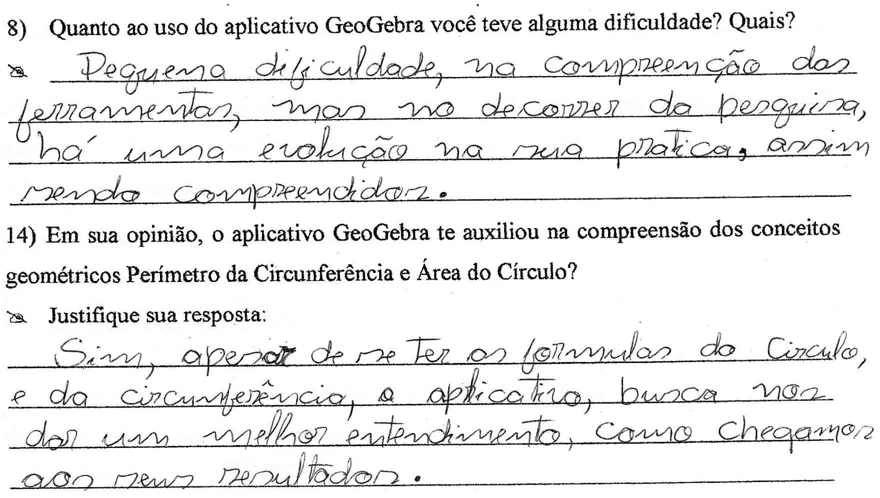
O aluno José formula a seguinte justificativa a sua devolução: "a largura = raio; o comprimento = (π.r) e a área do paralelogramo = área do círculo. $A_c = A_p$".

A aluna Cozete mostra encantamento e satisfação na ferramenta *controle deslizante* (ferramenta do GeoGebra) e conclui dizendo que é "muito bom esses programas pois diminui muito o tempo de trabalho".

Mostrando assim, que as ferramentas aliadas aos recursos do macro *área do círculo.ggb* brilhantemente cumpriram seu papel auxiliando na compreensão da área do círculo.

Quadro 11: Devolução da atividade 7:

GRUPOS	REGISTROS SOBRE O APLICATIVO
01	 8) Quanto ao uso do aplicativo GeoGebra você teve alguma dificuldade? Quais? ✎ Sim, para colocar o raio 1,5, eu tive e todos os colegas também que colocar o min. 0 e máx 5 para fazer. Só tive essa dificuldade. 14) Em sua opinião, o aplicativo GeoGebra te auxiliou na compreensão dos conceitos geométricos Perímetro da Circunferência e Área do Círculo? ✎ Justifique sua resposta: Concerteza, ficou bem fácil de fazer e de aprender as atividades. Protocolo do aluno Gustavo
02	 8) Quanto ao uso do aplicativo GeoGebra você teve alguma dificuldade? Quais? ✎ Não, muito pelo contrário o Geogebra facilita e muito na produção de gráficos geométricos. 14) Em sua opinião, o aplicativo GeoGebra te auxiliou na compreensão dos conceitos geométricos Perímetro da Circunferência e Área do Círculo? ✎ Justifique sua resposta: Sim, o program Geogebra auxiliou e muito na compreensão dos conceitos geométricos Perímetro da Circunferência e Área do Círculo, pois por serem muito complexos é muito difício para resolver de cabeça, e o geogebra simplifica muito. Protocolo do aluno Wesley  8) Quanto ao uso do aplicativo GeoGebra você teve alguma dificuldade? Quais? ✎ No início sim, os arquivos de área do círculo e comprimento círculo deslizante, mas agora já aprendi a manuseá-lo. 14) Em sua opinião, o aplicativo GeoGebra te auxiliou na compreensão dos conceitos geométricos Perímetro da Circunferência e Área do Círculo? ✎ Justifique sua resposta: Sim, foi muito útil para relembrar alguns conceitos. Protocolo do aluno Maurício
03	 8) Quanto ao uso do aplicativo GeoGebra você teve alguma dificuldade? Quais? ✎ Só no início, pois me deparei com algo, que não vejo muito nas salas de aula, mas já consegui me dar bem com os programas.

	 14) Em sua opinião, o aplicativo GeoGebra te auxiliou na compreensão dos conceitos geométricos Perímetro da Circunferência e Área do Círculo? ✍ Justifique sua resposta: Sim, é melhor do que fazer manualmente, pois, nas salas de aula é diferente, mas Tecnologicamente é bem melhor. Protocolo da aluna Cozete
04	 8) Quanto ao uso do aplicativo GeoGebra você teve alguma dificuldade? Quais? ✍ Pequena dificuldade, na compreenção das ferramentas, mas no decorrer da pesquisa, há uma evolução na sua pratica, assim sendo compreendidos. 14) Em sua opinião, o aplicativo GeoGebra te auxiliou na compreensão dos conceitos geométricos Perímetro da Circunferência e Área do Círculo? ✍ Justifique sua resposta: Sim, apesar de se ter as formulas do Circulo, e da circunferência, o aplicativo, busca nos dar um melhor entendimento, como chegamos aos seus resultados. Protocolo do aluno José

Quadro 11: Protocolo de registro da atividade 7 sobre o aplicativo GeoGebra

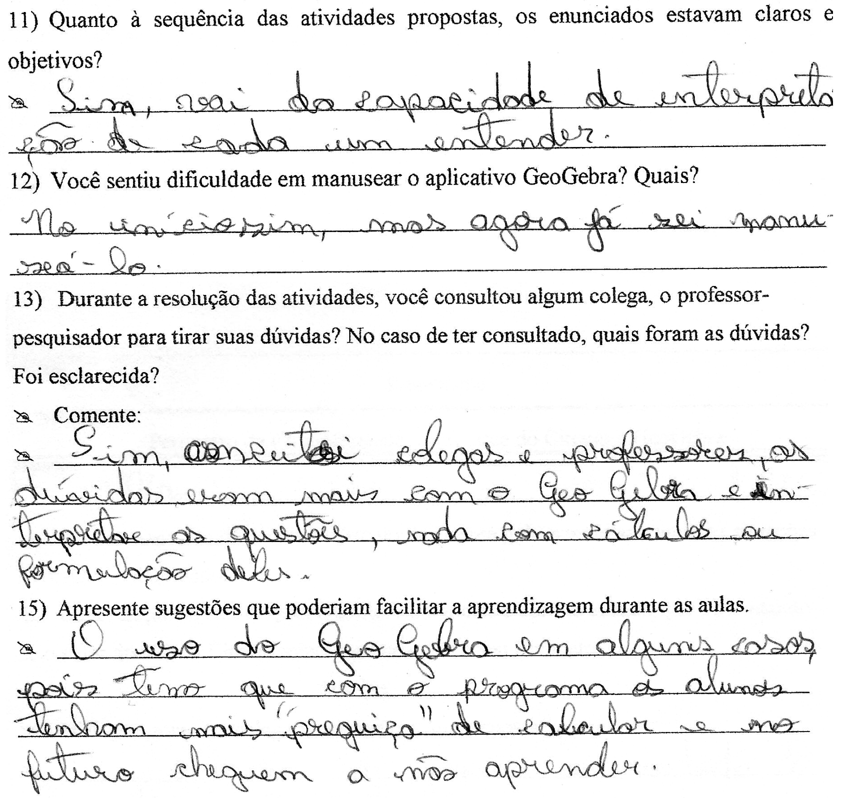
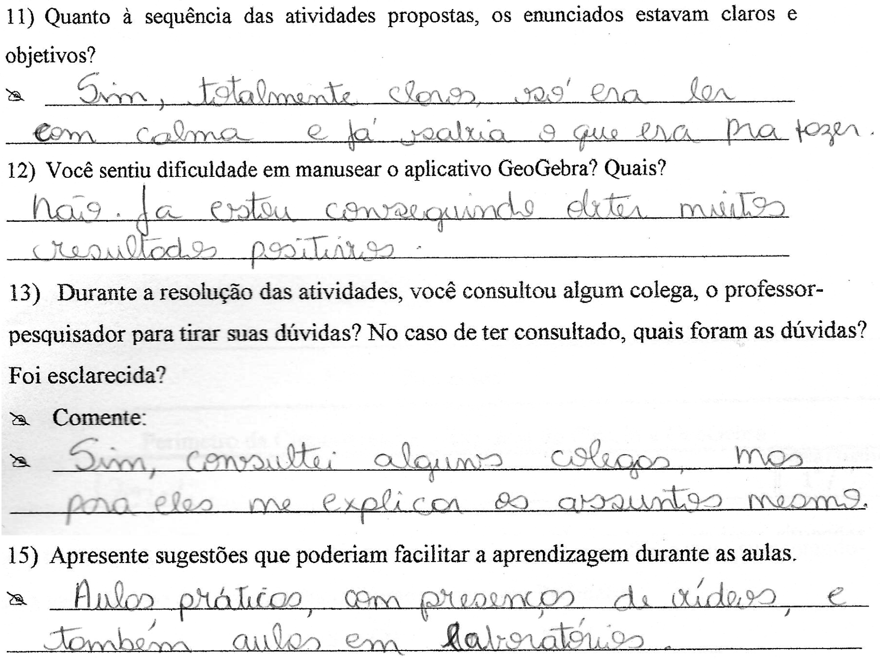
Em relação ao auxílio do aplicativo GeoGebra na compreensão do perímetro da circunferência e área do círculo, a aluna Cozete faz menção que “é melhor do que fazer manualmente e que tecnologicamente é bem melhor.”

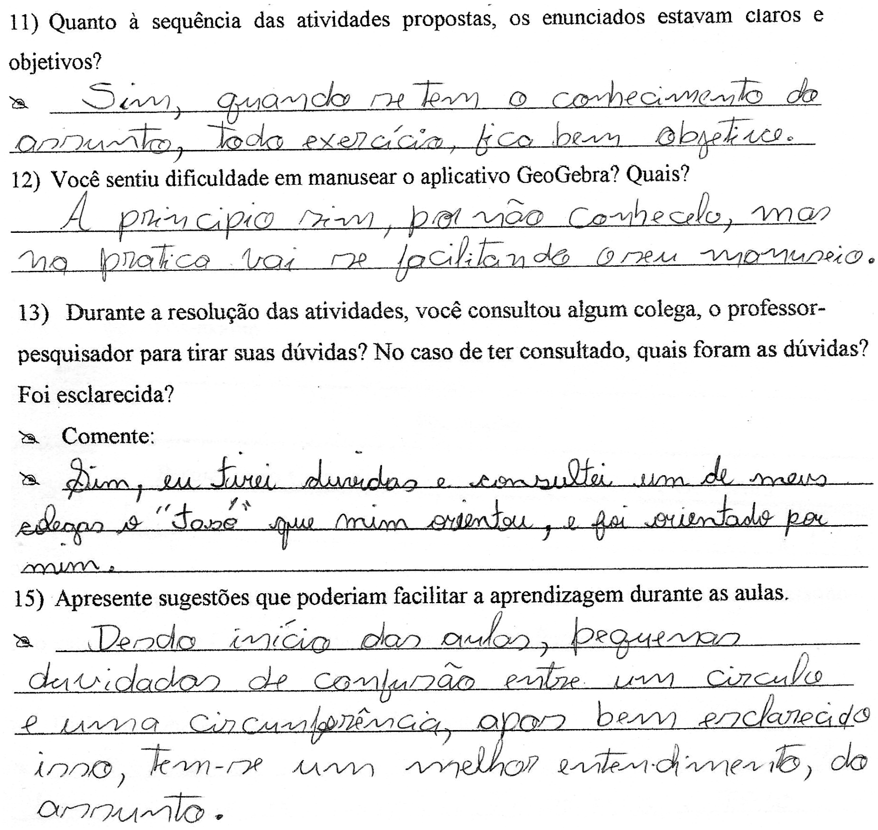
Quanto a avaliação sobre o GeoGebra, foi unânime a declaração que no início tiveram um pouco de dificuldade, mas que logo os obstáculos foram superados e sobre a importância no auxílio à compreensão dos conceitos geométricos. Apenas o aluno Wesley relatou que não teve nenhuma dificuldade em manusear o aplicativo.

O conceito de obstáculo didático foi introduzido por Brousseau. O termo obstáculo já sugere a condição de dificultar algo. Segundo o dicionário Aurélio (OBSTÁCULO, 1993, p.1211), o verbete *obstáculo* significa: “embaraço, dificuldade, impedimento, estorvo, empecilho, barreira.”. Obstáculos epistemológicos são conhecimentos antigos, cristalizados pelo tempo, que resistem à instalação de novas concepções, e que ameaçam a estabilidade intelectual de quem detém esse conhecimento, não sendo, portanto falta de conhecimento.

Quadro 12: Protocolo de registro sobre a clareza e objetividade das atividades:

GRUPOS	REGISTROS SOBRE A CLAREZA E OBJETIVIDADE DAS ATIVIDADES
01	11) Quanto à sequência das atividades propostas, os enunciados estavam claros e objetivos? ✎ Sim, tudo bem fácil e prático de fazer e bem objetivo. 12) Você sentiu dificuldade em manusear o aplicativo GeoGebra? Quais? Um pouco, só na janela de Algebra. 13) Durante a resolução das atividades, você consultou algum colega, o professor-pesquisador para tirar suas dúvidas? No caso de ter consultado, quais foram as dúvidas? Foi esclarecida? ✎ Comente: ✎ Sim, entre colegas, para que o raio desse 1,5, foi esclarecido e feito. 15) Apresente sugestões que poderiam facilitar a aprendizagem durante as aulas. ✎ Mais aulas com o auxílio do programa Geogebra, e de outra programas. Protocolo do aluno Gustavo
02	11) Quanto à sequência das atividades propostas, os enunciados estavam claros e objetivos? ✎ Sim, estavam bastante claros, [illegible] são enunciados assim que facilitam na resposta. 12) Você sentiu dificuldade em manusear o aplicativo GeoGebra? Quais? Não, muito pelo contrário o Geogebra facilita e muito na produção de gráficos geometricos. 13) Durante a resolução das atividades, você consultou algum colega, o professor-pesquisador para tirar suas dúvidas? No caso de ter consultado, quais foram as dúvidas? Foi esclarecida? ✎ Comente: ✎ Sim, eu tirei duvidas e consultei um de meus colegas o "José" que mim orientou, e foi orientado por mim. 15) Apresente sugestões que poderiam facilitar a aprendizagem durante as aulas. ✎ A utilização de computadores, do programa geogebra, e o uso de internet. Protocolo do aluno Wesley

	 11) Quanto à sequência das atividades propostas, os enunciados estavam claros e objetivos? ✍ Sim, vai da capacidade de interpretação de cada um entender. 12) Você sentiu dificuldade em manusear o aplicativo GeoGebra? Quais? No início sim, mas agora já sei manuseá-lo. 13) Durante a resolução das atividades, você consultou algum colega, o professor-pesquisador para tirar suas dúvidas? No caso de ter consultado, quais foram as dúvidas? Foi esclarecida? ✍ Comente: ✍ Sim, consultei colegas e professores, as dúvidas eram mais com o Geo Gebra e interpretar as questões, nada com cálculos ou formulação deles. 15) Apresente sugestões que poderiam facilitar a aprendizagem durante as aulas. ✍ O uso do Geo Gebra em alguns casos, pois temo que com o programa os alunos tenham mais "preguiça" de calcular e no futuro cheguem a não aprender. Protocolo do aluno Maurício
03	 11) Quanto à sequência das atividades propostas, os enunciados estavam claros e objetivos? ✍ Sim, totalmente claros, só era ler com calma e já saberia o que era pra fazer. 12) Você sentiu dificuldade em manusear o aplicativo GeoGebra? Quais? Não. Já estou conseguindo obter muitos resultados positivos. 13) Durante a resolução das atividades, você consultou algum colega, o professor-pesquisador para tirar suas dúvidas? No caso de ter consultado, quais foram as dúvidas? Foi esclarecida? ✍ Comente: ✍ Sim, consultei alguns colegas, mas para eles me explicar os assuntos mesmo. 15) Apresente sugestões que poderiam facilitar a aprendizagem durante as aulas. ✍ Aulas práticas, com presenças de vídeos, e também aulas em laboratórios. Protocolo da aluna Cozete

04	 11) Quanto à sequência das atividades propostas, os enunciados estavam claros e objetivos? ✍ Sim, quando se tem o conhecimento do assunto, todo exercício, fica bem objetivo. 12) Você sentiu dificuldade em manusear o aplicativo GeoGebra? Quais? A principio sim, por não conhecelo, mas na pratica vai se facilitando o seu manuseio. 13) Durante a resolução das atividades, você consultou algum colega, o professor-pesquisador para tirar suas dúvidas? No caso de ter consultado, quais foram as dúvidas? Foi esclarecida? ✍ Comente: ✍ Sim, eu tirei duvidas e consultei um de meus colegas o "José" que mim orientou, e foi orientado por mim. 15) Apresente sugestões que poderiam facilitar a aprendizagem durante as aulas. ✍ Sendo início das aulas, pequenas duvidadas de confusão entre um circulo e uma circunferência, apos bem esclarecido isso, tem-se um melhor entendimento, do assunto. Protocolo do aluno José

Quadro 12: Protocolo de registro sobre a clareza e objetividade das atividades

Chegou o momento da avaliação da sequência de atividades feita pelos próprios alunos. Lembramos o que esperamos para esse momento:

- Uma avaliação sobre a clareza e objetividade das atividades;
- Que no início eles encontrem dificuldades, pois se trata de uma experiência nova para os alunos, mas que no decorrer das mesmas irão compreender e aceitá-las como um desfio (jogo) a vencer e que ganhe o aprendizado (conhecimento).

De fato, Gustavo declara ter aprovado a sequência de atividades e declara ser "tudo bem fácil e prático", entretanto menciona ter tido um pouco de dificuldade na janela de álgebra do GeoGebra. Salientamos que não foi planejado nem explorado a janela de álgebra do aplicativo, pois usamos macros (arquivos.ggb) já prontos e testados previamente. Portanto a curiosidade do mesmo o levou a esta descoberta, que consideramos válida. Enquanto que Maurício e José declaram que no início sentiram dificuldades em manusear o aplicativo, mas que já superaram esse obstáculo.

A aluna Cozete demonstra de forma entusiasta que compreendeu as atividades na declaração: "Sim, totalmente claras só era ler com calma e já sabia o que era pra fazer." E sobre dificuldades com o aplicativo: “Não, já estou conseguindo deter muitos resultados positivos.”

Em relação à consulta de colegas e/ou do professor nos momentos de dificuldades nas atividades, todos declaram ter pedido com dado ajuda ao colega reforçando o contrato formado pelos os alunos no transcorrer das sessões. O aluno Wesley além de expor que tirou dúvidas com seu colega José sugere não só o uso do GeoGebra como também a internet no incremento das aulas.

O contrato de formação é um conjunto de regras, muitas vezes não declarado explicitamente, que regem as relações entre o conteúdo ensinado, alunos e do professor na aula de matemática (BROUSSEAU, 1986).

Estudos sobre o contrato didático e sua relação com processos de aprendizagem são essenciais, pois o que está em jogo é o verdadeiro significado do conhecimento construído pelos alunos. Temos a certeza de que o contrato didático delimita e condiciona os papéis representados pelo professor e pelos alunos na relação didática, sabemos que é papel do professor criar condições para os alunos se apropriarem dos novos conhecimentos.

Lembramos que ao sermos consultados pelos alunos, tomamos uma postura de devolver a pergunta e estimulá-lo a procurar seus colegas na busca de respostas, intervindo desta forma apenas ao final de cada sessão durante o momento da Institucionalização.

Brousseau (2008) expõe como ideia básica *aproximar* o trabalho do aluno do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados. Cabe ao professor, assim, providenciar situações favoráveis, de modo que o aluno nessa ação efetiva sobre o saber o transforme em conhecimento.

Ao observarmos e analisarmos os registros dos alunos nesta presente sequência didática, verificamos que houve devolução em todos os momentos, embora em alguns desses momentos houvesse equívocos (obstáculos), sejam em função da utilização do aplicativo, sejam pela omissão em termos geométricos. Reportando-nos à teoria das situações didáticas, o erro perpassa tanto as situações didáticas como as situações adidáticas, pois desde a situação de ação, formulação, e validação podem ser acompanhadas de erros e de conjecturas equivocadas. Porém, na situação de institucionalização não há espaço para o erro, pois é nesse momento que o professor confere um status ao conhecimento, legitimando e atribuindo-lhe um caráter universal. É o momento oportuno para a correção de possíveis distorções (conceitos errados, construção incorreta) ocorridas nas fases anteriores. Pois o erro segundo Brousseau (2008) é o conhecimento, e não uma falta de conhecimento.

Concordamos com Brousseau (1986, p. 53) quando profere que o professor tem que se preocupar, não com a comunicação de um conhecimento, mas com a devolução adequada do problema. Se esta devolução adequada ocorrer, significa que o aluno entrou no jogo e, se ele acaba por ganhar, a aprendizagem teve lugar.

O processo que complementa a convenção é, pois, a institucionalização dos conhecimentos, que relembramos, no nosso trabalho foi feita ao final de cada encontro (sessão). Depois das devidas conjecturas, debates, dúvidas e teorizações, é chegado o momento de se articular os conhecimentos que os alunos colocam em jogo na resolução de problemas, para estabelecer e dar um status oficial a esses conhecimentos.

CAPÍTULO 5

ÚLTIMAS CONSIDERAÇÕES, LIMITAÇÕES E QUESTÕES FUTURAS

O objetivo deste estudo foi o de investigar a compreensão dos alunos abordando os objetos geométricos perímetro (contorno) da circunferência e área (superfície) do círculo, com o auxílio do aplicativo de Geometria Dinâmica – GeoGebra. Aplicar uma sequência didática pensada e elaborada à luz das Situações Didáticas de Brousseau com alunos do 1º ano do Ensino Médio. Para que nossos objetivos fossem contemplados, sentimos a necessidade de adentrar no Laboratório de Informática, analisar e investigar as interações que emergiram na relação didática entre *o professor, os alunos e o saber matemático*.

Acreditamos que a utilização do aplicativo GeoGebra com o aluno levou-o a uma melhor aprendizagem nos conceitos de perímetro da circunferência e área do círculo, devido a uma grande ênfase ao aspecto visual. Lamentamos não termos trabalhado com um número maior de alunos por única exclusivamente falta de equipamentos em perfeito estado para uso no Laboratório da Escola (local da pesquisa de campo).

Outro aspecto a ser considerado é que a partir da sequência didática de atividades pensada e elaborada à luz das Situações Didáticas de Brousseau, pudemos analisar como se estabelece o contrato didático entre professor e alunos do 1º ano do Ensino Médio quando se tem o saber geométrico em jogo, mais especificamente no momento em que acontece a passagem da linguagem natural para a linguagem geométrica.

Através das discussões coletivas no Laboratório, os aspectos mais gerais do conteúdo, bem como detalhes mais específicos puderam ser trocados e discutidos conforme visão e experiência individual do aluno em relação ao assunto. Agindo desta maneira, estivemos não só incutindo no aluno o interesse e a satisfação pela busca e construção do conhecimento como também incentivando o professor a usar todos os recursos tecnológicos disponíveis.

Satisfaz-nos o fato de os alunos terem alcançado considerável alcance (avanços) que talvez não o tivessem, nos objetos geométricos em estudo. O auxílio do aplicativo GeoGebra, possibilitou simular dinamicamente várias situações onde perceberam a irracionalidade de π e no momento da decomposição do círculo e retificação dos setores, a transformação em superfície já conhecida por eles, isto é, o paralelogramo. Percepções estas raramente obtidas com régua e compasso.

Considerando o supracitado, reconhecemos não termos vislumbrado em nossa pesquisa o trabalho colaborativo dos grupos em ação, desta forma, sinalizamos essa necessidade em pesquisas futuras.

Com base no estudo realizado, destacamos a importância do uso dos macros *Circunferência deslizante.ggb* e *Área do círculo.ggb* no ensino do perímetro da circunferência e área do círculo, respectivamente.

Na última atividade, pós-teste, foram analisados aspectos pedagógicos e matemáticos das atividades elaboradas. A análise dos dados apontou que os alunos que possuíam conhecimentos analíticos sobre os objetos de estudo apresentaram clareza raramente obtidas com régua e compasso na compreensão da origem do número π e sua relação com o perímetro da circunferência, diâmetro e a área do seu respectivo círculo ao laborar com o dinamismo do GeoGebra.

Diante dessa situação, emergiram novos contratos didáticos em substituição aos contratos anteriores. Em linhas gerais, a pesquisa mostrou que os contratos didáticos estabelecidos entre aluno, professor e conhecimento, quando rompidos, se abrem como uma oportunidade de retomada e de novas interações entre professor e aluno em busca de uma aprendizagem significativa, o que requer uma postura aberta e flexível por parte do professor.

A análise dos dados mostrou a existência de vários contratos didáticos estabelecidos e rompidos ao longo das sessões. As quebras das regras dos contratos didáticos partiram do professor-pesquisador, apontando a importância da postura do professor em relação aos novos desafios trazidos pelos recursos tecnológicos: não apenas mudanças na forma de pensar e agir, mas ter atitudes abertas às mudanças, diante das novas situações decorrentes do uso do computador. Nesses momentos de ruptura contratual, nós assumimos a mudança, e para nossa surpresa, em nenhum momento de ruptura de contrato os alunos deixaram de nos considerar o condutor como autoridade no processo. Ao contrário, para eles, esta mudança significou a possibilidade de uma aprendizagem mais produtiva.

A presente pesquisa não teve a pretensão de esgotar o tema. Pelo contrário, abre possibilidades para novas investigações que possam descrever as interações que ocorrem numa de aula com o auxílio de um computador. Um estudo futuro, por exemplo, pode ser realizado focalizando outras situações no *ambiente Moodle*. Outro tema que sugerimos é um trabalho envolvendo comparação e/ou produção de perímetro e superfícies com as duas grandezas. Em qualquer um dos temas ressaltamos a relevância da escolha das variáveis envolvidas.

O saber a ensinar tem limites e possibilidades. Nos casos de inovações e atualizações curriculares, essa análise pode ser usada também para rever as sequências didáticas quando aplicadas em Laboratórios de Informática, de maneira a conseguir maior efetividade por meio de maior compromisso, com a aceitação da devolução pelo aluno.

Para o entendimento da utilização dos computadores no universo escolar, Papert(1994) serviu de apoio com a teoria que envolve o Construcionismo, que pode elevar o uso do computador a uma ferramenta capaz de auxiliar o aluno na construção do conhecimento, através da realização de uma atividade que permita ao aluno construir algo. Valente (1999) serviu de auxílio no entendimento da chegada dos computadores nas escolas e alertou para o cuidado que o professor deve ter para não manter sua prática tradicionalista, e para isso se valer do computador, acreditando estar sendo “moderno”. Neste sentido, verificamos que o aplicativo GeoGebra é relevante no auxílio a aprendizagem e compreensão da origem do número π e sua relação com o perímetro da circunferência, diâmetro e a área do seu respectivo círculo.

Outra utilidade deste estudo foi mostrar que um professor, ao ter em mãos um material de referência – saber a ensinar – pode trabalhar *Situações* de modo a estabelecer intencionalmente os contratos necessários para que o aluno aceite a devolutiva e assim que a situação adidática se estabeleça, seja trabalhando com um grupo de oito alunos, seja em grupos maiores.

Ademais, concordamos com Brousseau (1986) quando profere que o professor tem que se preocupar, não com a comunicação de um conhecimento, mas com a devolução adequada do problema. Se esta devolução adequada ocorrer, significa que o aluno entrou no jogo e, se ele acaba por ganhar, a aprendizagem teve lugar. Esta aceitação da devolutiva pelo aluno surge deste contexto como condição necessária, mas não suficiente, para que aconteça a aprendizagem. E foi isto que nós (professor-pesquisador) observamos nesta presente pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Fernando José de. **Computador, Escola e Vida: Aprendizagem e Tecnologias Dirigidas ao Conhecimento**. São Paulo: Cubzac, 2007.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Informática e Educação Matemática.** São Paulo, SP: PUC, SP, 2007a.
________ **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007b.

ALMOULOUD, Saddo Ag.; MANRIQUE, Ana. L. **A geometria no Ensino Fundamental**: concepções de professores e de alunos In: 24ª reunião da ANPED, 2001.

ALMOULOUD, Saddo Ag. et al. **A Geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos**. Revista Brasileira de Educação, v. 24. Rio de Janeiro, 2007.

ANDRADE, José.A.A.; NACARATO, Adair M. **Tendências didático-pedagógicas no ensino de geometria**: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs. Educação Matemática em Revista, Recife, v. 11, n. 17, p. 61-70, dez. 2004.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia didática. **Didáticas das matemáticas** (Dir.. Jean Brun). Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget (Horizontes Pedagógicos), 1996.

BACHELARD, Gaston**. A Formação do Espírito Científico: Contribuições para uma Psicanálise do Conhecimento**. Rio de Janeiro: Ed. Contraponto. 2ª reimpressão, 1999.

BAGNO, Marcos. **Pesquisa na escola, o que é - como se faz**. 12ª ed. São Paulo: Edições Loyola, 2002.

BALDINI, Loreni Aparecida F. **Construção do conceito de área e perímetro: uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica**. Dissertação de mestrado. Londrina, 2004.

BARBOSA, João Lucas M. **Geometria Euclidiana Plana**, editora S.B.M. 4ª edição, (Coleção Fundamentos da Matemática Elementar), 2000.

BECKMANN, Petr, **A Hystory Of π (pi).** Colorado: The Golem Press, 1982.

BELLEMAIN, Paula M. ; LIMA, Paulo F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Natal: SBEM, 2002.

BOGDAN, Robert C. e BIKLEN, Sari K. **Investigação qualitativa em educação**. Allyn e Bacon (traduzida), Porto Editora, Porto – Portugal, 1994.

BRAGUIM, Ronaldo A. **Abordagens metodológicas no ensino da matemática - Perímetros e Áreas**. Dissertação de mestrado. UNICSUL, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação/Secretaria de educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais** Matemática, Brasília: MEC/SEF, 2001. v.3.
_____________ Ministério da Educação/Instituto Nacional de Educação Básica, **SAEB** Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica 2001/ Relatório Nacional, Brasília: 2002. Disponível em: http://www.inep.gov.br Acesso em 20 de Novembro de 2010.
_____________ PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS - Matemática - 5a a 8a séries, 1998, MEC.

BROUSSEAU, Guy. **Fondements et méthodes en didactique des mathematiques, Rechercehs en didactique des mathématiques**, Grenoble, v.7, nº. 2 , 1986.
_____________ **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas -** Conteúdos e Métodos de Ensino; Apresentação de Benedito Antônio da Silva – São Paulo, SP. Ed. Ática, 2008.

CHEVALLARD, Yves.; BOSCH, Marianna.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre, Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Yves. **La Transposition Didactique**. Grenoble: La Pensée sauvage, 1991.

FEUERSTEIN, Reuven. **Mediated learning experience: a theoretical review**. In R. Feuerstein, P. Klein & A. J. Tannenbaum (Eds.). Mediated learning experience (MLE): Theoretical, psychosocial and learning implications. London: Freund Publ. House,1991.

FREIRE, Fernanda Maria Pereira. **O computador em sala de aula: articulando saberes**/ Fernanda Maria Pereira Freire, Maria Elisabete Brisola Brito Prado. – Campinas, SP : UNICAMP/NIED, 2000.

GRAVINA, Maria A. Geometria dinâmica: Uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: **Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, 2001.

GATES, William H. Entrevista a revista Time, Califórnia, Maio de 1992.

GERGEN, Kenneth G. **Le constructionisme social: une introduction**. Paris, Delachaux et Niestlé, 2001.

GRIFFITHS, Brian. In, **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**, An ICMI Study. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1998.

HARGREAVES, A. **Professorado, cultura y postmodernidad (cambian los tiempos, cambia el profesorado)**. Madrid: Morata, 1999.

HOWSON, A. Geoffrey. **School Mathematics in the 1990s** – ICMI study series; v.2. Printed in Great Britain at the University Press, Cambridge, 1986.

ISOTANI, Seiji. Desenvolvimento de ferramentas no WIGEON: utilizando a Geometria Dinamica no ensino presencial e a distancia. Dissertação de mestrado . Sao Paulo: Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de Sao Paulo, 2005.

LÉVY, Pierre. **O Que é Virtual?** São Paulo: Editora 34, 1996.

MAMMANA, Joseph; VILLANI Vinicio. **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**, An ICMI Study. Netherlands: Kluwer Acad. Publishers, 1998.

MALKEVITCH, Brian. **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**, An ICMI Study. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1998.

MORAN, J. M. & MASETTO, M. T., & BEHRENS, M. A. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. Campinas (SP): Papirus,2000.

OSTA, Iman. **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**, An ICMI Study. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1998. pp. 109-112

PAPERT, Seymour M. **A Máquina das Crianças: Repensando a escola na era da informática** (edição revisada). Nova tradução, prefácio e notas de Paulo Gileno Cysneiros. Porto Alegre, RS: Editora Artmed, 2007 (1a edição brasileira 1994; edição original EUA 1993).
_____________ **A Família em Rede**. Lisboa, Relógio D'Água Editores, 1997 (edição original EUA 1996).
_____________ **Logo: computadores e educação**. São Paulo: Brasiliense, 1985. 187p.

PAVANELLO, Regina M. O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 1989.
_____________ **A geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: contribuições da pesquisa para o trabalho escolar.** In: PAVANELLO, R. M. (Org.) Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2004.

RAVITCH, Diane. In, **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**, An ICMI Study. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1998.

PERROT, Gerard. et al. **Módulos para o ensino-aprendizagem em geometria: relatório da primeira experimentação do primeiro módulo em Pernambuco.** In: Seminário do Pró-Matemática, 5, 1998, Recife. Projeto. Brasília: MEC/SEF, 1998. 69p.

PIAGET, Jean. **O Tempo e o Desenvolvimento Intelectual da Criança.** In: Piaget. Rio de Janeiro: Forense,1973.

PIAGET, Jean. & INHELDER, Barbel. (1967). **The Child's Conception of Space**. See especially "Systems of Reference and Horizontal-Vertical Coordinates." p. 375-418. New York: W. W. Norton &Co.

PONTE, João P. da. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 1ª ed., 2ª reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
_____________ **O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional**. In D. Fiorentini (Ed.), Formação de professores de matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras.2003.

REIS, Helder. **O disco como limite de regiões poligonais.** Monografia de especialização – Centro de Ciências e Tecnologia – UEPB, 2007.

ROCHA, Marília V. **Uma proposta de ensino para o estudo da geometria hiperbólica em ambiente de geometria dinâmica**. Dissertação de mestrado. PUCSP, 2008.

ROUSSEAU, Jean J. **Do contrato social ou princípios do direito político.** São Paulo, SP: Nova Cultural (Coleção Os Pensadores, v.1), 1999.

SILVERMAN, David**. Interpretação de dados qualitativos: métodos para análise de entrevistas, textos e interações**. Tradução de Magda França Lopes. 3. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação**. Bolema. Ano13, Nº 14, pp. 66-91. 2000.

THOMPSON, Patrick.W. **Mathematical microworlds and intelligent computer-assisted instruction**. Em G. Kearsley (ed.) Artificial Intelligence and Instruction Applications and Methods. Massachusetts: Addison Wesley, 1987.

VALENTE, José A. (Org.) **O computador na sociedade do conhecimento**: Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999.
________ **Por que o Computador na Educação?** In: Computadores e Conhecimento Repensando a Educação. Cap. 2. Campinas, SP, Gráfica Central da UNICAMP, 1993a.
________ **Diferentes usos do Computador na Educação** In: Computadores e Conhecimento Repensando a Educação. – Cap. 1- Campinas, SP, Gráfica Central da UNICAMP, 1993b. Disponível em http://www.nied.unicamp.br/publicacoes. Acessado em 12 de Novembro de 2010.
________ **O uso Inteligente do Computador na Educação**. Pátio, Revista Pedagógica, Editora artes

VALENTE, Wagner R. In: Quem somos nós, professores de matemática? Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 11-23, 2008. Disponível em: http://www.cedes.unicamp.br. Acesso em: 10 jan. 2011.

VILLANI Vinicio. **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**, An ICMI Study. Netherlands: Kluwer Acad. Publishers, 1998.

VYGOTSKY, Lev. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes. 1989

APÊNDICES

APÊNDICE (1) - Epistemologia e medir

Quando o homem começou a medir? Começou provavelmente quando ainda nem falava, pois poderia medir ou comparar um peixe com outro, a saber, qual o maior ou o menor. Também seria do seu conhecimento que certa quantidade de alimento saciava sua fome. Obviamente, eram maneiras intuitivas de medir.

A literatura aponta três problemas clássicos da Geometria grega: Um, é a trissecção do ângulo; outro é a duplicação de um cubo; e o terceiro, envolvendo o conceito de área, é o problema da quadratura do Círculo.

Podemos sintetizar o terceiro problema dizendo que ele consiste em encontrar, utilizando régua e compasso, a lado *a* de um quadrado que tenha a mesma área de um Círculo dado de raio *r*.

A dificuldade encontrada em resolver o referido problema atraiu a atenção de inúmeros matemáticos em vários períodos da história e, na verdade, transformou-se em uma fonte de muitas investigações em Matemática.

De certa forma, os gregos transformaram os conhecimentos empíricos dos egípcios e babilônios antigos em um conhecimento sistemático, baseado na argumentação e na demonstração e os conhecimentos matemáticos produzidos em seguida sempre estiveram impregnados desse modo de fazer matemática.

Esse problema supracitado, oriundo da Grécia antiga, ilustra as dificuldades existentes em situações envolvendo o conceito de área. Quanto aos problemas que ocorrem normalmente no ensino das grandezas geométricas, Perrot (1998) destaca a distinção entre superfície e seu contorno, dificuldade observada em alunos franceses e considera, por exemplo, as duas figuras a seguir:

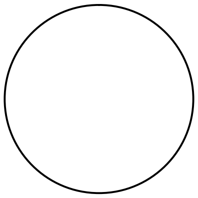


Figura 1: Cercle
Fonte: Minha própria autoria

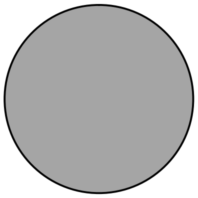


Figura 2: Disque
Fonte: Minha própria autoria

Os dois traçados acima, segundo Perrot (1988), não fornecem a mesma informação: O primeiro destaca uma linha fechada, como um conjunto de pontos cuja distância ao centro é igual ao raio, enquanto que o segundo destaca uma superfície, conjunto de pontos cuja distância ao centro é menor ou igual ao raio. O mesmo segue analisando, que os objetos têm nomes diferentes: Em francês, o primeiro se chama *cercle*, com grandeza associada, o perímetro, (ou contorno) e o segundo, *disque*, tendo a área como grandeza correspondente.

Para termos uma visão mais geral das dificuldades subjacentes ao ensino das grandezas geométricas, recorremos a Bellemain e Lima (2002, p. 4), quando destaca,

> (...) O ensino do conceito de área vem sendo marcado pela ênfase na identificação da área com a medida de área, e, muitas vezes, desta última com a fórmula de área, obscurecendo-se, dessa forma, o conceito de grandeza e as várias etapas do processo de medição de grandeza. (p.4)

Sobre a teorização didática, Bellemain e Lima (2002, p. 12) proferem, com base em Artigue (1996), que a noção de área assume duas funções principais: a primeira, evidenciar a pluralidade de pontos de vista possíveis sobre um mesmo objeto matemático; a segunda, negar a "ilusão de transparência" da comunicação didática, defendida pelas teorias empiristas da aprendizagem.

Esses pesquisadores salientam que, resolvendo um problema específico, em um dado momento, e interagindo com um meio dado, a ação dos sujeitos, que agem racionalmente, é coerente. Mas, nada impede que, globalmente as concepções do sujeito sobre um conceito matemático dado sejam mutuamente incoerentes.

Nesse sentido, as pesquisas que investigam concepções no campo da Didática da Matemática têm algumas funções importantes: a identificação das concepções que se manifestam nas situações de resolução de problemas matemáticos; a identificação dos seus componentes e das situações que favorecem seu desenvolvimento; e o estudo das relações entre as diferentes concepções acerca de conhecimentos matemáticos específicos.

Observamos que as grandezas geométricas revelam-se espaços complexos, cuja análise aprofundada é necessária para que se possam compreender as dificuldades conceituais dos alunos (exemplo supracitado) para se intervir de maneira pertinente e favorecer o estabelecimento das articulações entre as múltiplas concepções possíveis dos conceitos relativos às grandezas. Como afirma Artigue (1996), "a identificação das concepções historicamente encontradas pode ajudar a interpretar certas respostas dos alunos e a compreender sua coerência" (p. 278).

Por meio da realização de uma nova engenharia didática, Bellemain e Lima (2002) confirmam a pertinência da abordagem da área enquanto grandeza autônoma e aprofunda o estudo do conceito de área enquanto grandeza bidimensional, com relação ao perímetro.

Deve-se, ao mesmo tempo, diferenciar propriedades, simultaneamente, presentes numa figura como, por exemplo, o perímetro do contorno e a área da superfície, ou a área de um sólido e seu volume e coordenar essas mesmas propriedades na apropriação das fórmulas.

Na intenção de atenuar algumas dificuldades conceituais a cerca da origem e história de *pi* (π), o autor Beckmann (1982, pp. 10-62) em sua obra intitulada *A History of π* descreve que o número *pi* é conhecido desde a antiguidade, é claro, não no sentido que entendemos isso agora, mas como uma relação entre o perímetro do Círculo (noção abstrata de número real) e seu diâmetro e, sobretudo, como um método para o cálculo do perímetro do Círculo (ou a área do disco).

Em 2000 aC, os babilônios já sabiam *pi* (como a relação constante entre a Circunferência de um Círculo e seu diâmetro, mas não como um objeto Matemático). Eles tinham valor como 3 + 7 / 60 + 30/3600 (eles contavam em base 60) ou 3 + 1 / 8 = 3,125.

Beckmann relata que por volta de 1650 aC os egípcios indica como calcular a área do Círculo. Sem justificar, ele diz que tal área é igual à área de um quadrado cujo lado é 8/9 do diâmetro do círculo, que é de cerca de 3,16. Este valor foi encontrado no famoso papiro Rhind, escrito pelo escriba Ahmes, comprado por um escocês chamado Henry Rhind que se encontra no Museu Britânico, e que foi Arquimedes (287 aC nasceu. JC em Siracusa e morreu em 212 aC. JC), em 250 aC, o que realmente começou a calcular casas decimais de *pi* e principalmente o primeiro a usar um algoritmo para o cálculo.

O método, conhecido hoje, como, o método de Arquimedes, consiste em o perímetro de polígonos regulares inscritos e circunscritos ao Círculo para delimitar o perímetro do Círculo e deduzir um quadro de *pi*, obtendo 10 3 / 71 < p <3 07/01

Depois, veio o desenvolvimento de técnicas para cálculos com a análise (derivadas, integrais, somas de série, produtos infinitos ...), Wallis em 1655, Newton (16 decimal 1665), Gregory, Leibniz, Machin (100 casas decimais em 1706) e Euler (20 casas decimais calculados em uma hora) por volta de 1760 entre outros.

Segundo Beckmann (1982, p. 65), "Os mais contemporâneos na busca de casas decimais para *pi* são os irmãos Chudnovsky 4000000000 casas decimais em 1994 e Kanada e Tamura cujo último registro foi em 1999 com 206 bilhões de casas decimais (em cerca de 33 horas de cálculo)".

Destacamos na história recente na corrida por calcular casas decimais na irracionalidade de pi, em dezembro de 2002, Kanada quebrou seu próprio recorde, com uma equipe de nove pesquisadores do Centro de Tecnologia da Informação da Universidade de Tóquio, Japão: 1 241 100 000 000 casas decimais foram calculadas utilizando um supercomputador Hitachi (400 horas de cálculos!) usando um algoritmo que a equipe tomou cinco anos para desenvolver.

Ainda com base em estudos de Beckmann (1982, p. 71), A notação p é a primeira letra da palavra grega *perimetron*, ou *perijereia* perímetro, Circunferência, periferia. Euler usou a letra p em um livro da série, publicado em latim em 1737 e em 1748 em “Introduction” a análise infinitesimal, que impôs o placar final.

O nome “pi”, usando a letra grega π, só foi introduzido em 1706 por William Jones (1675-1749), e sua irracionalidade foi demonstrada em 1761 pelo alemão Lambert que mostrou que *pi* (π) é um número irracional, isto é, não pode ser escrito como uma fração de dois inteiros.

Dispomos no Quadro abaixo um cronograma com a evolução no cálculo da irracionalidade de pi (π) desde a fase anterior aos computadores.

Quadro 13:

ANO a.C	**CALCULISTA**	**ANO d.C.**	**CALCULISTA**
2000	Babilônios usavam p = 25/8. Egípcios usavam p = 256 / 81.	**1655**	Wallis mostra que $\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1}\frac{2}{3}\frac{4}{3}\frac{4}{5}\frac{6}{5}\frac{6}{7}\frac{8}{7}\frac{8}{9}\ldots$
900	Bíblia, Reis I, 7:23, estabelece p = 3.	**1665**	Isaac Newton calcula p com 16 casas decimais, usando, pela primeira vez, o cálculo integral.
434	Anaxágoras tenta quadrar o Círculo.	**1671**	James Gregory determina que $\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \ldots, \lvert x \rvert \leq 1$
240	Arquimedes mostra que 3,1408 < p < 3,1428 usando o seu método clássico do limite entre polígonos inscritos e circunscritos em um Círculo de raio unitário. Mostra que a área do Círculo é $A = p R^2$.	**1674**	Leibniz mostra que $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ldots$
20	Vitruvius descreve como medir distâncias usando a revolução de uma roda e calcula p = 3,125.	**1699**	Sharp, usando a série de Gregory, calcula p com 71 casas decimais.
ANO	Tsu Chung-chin, p = 3,1415929.	**1706**	John Machin encontra a fórmula

d.C. **480**			$\frac{\pi}{4} = 4\arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right)$ e calcula p com 100 casas decimais.
1220	Fibonacci, p = 3,141818.	**1748**	Euler publica o livro *Introduction in analysis infinitorium* contendo várias séries para p e p^2.
1429	Al-Kashi calcula p com 14 casas decimais.	**1761**	J. H. Lambert prova a irracionalidade de p.
1593	Viete mostra que $\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\cdots$	**1853**	Ernest Rutherford calcula p com 440 casas decimais.
1610	Ludolf van Ceulen calcula p com 35 casas decimais.	**1882**	C. L. F. Lindermann mostra que p é um número transcendental.
1621	Snell aprimora o método de Arquimedes.	**1914**	Ramanujan publica um artigo sobre p incluindo séries importantes e aproximações algébricas.
1630	Grienberger,usando o método aprimorado de Arquimedes, calcula p com 39 casas decimais.	**1948**	Ferguson e Wrench calculam p com 808 casas decimais usando uma calculadora de mesa.

Quadro 13: Cálculo dos dígitos de p (π) - fase anterior aos computadores (a.C. / d.C.)
Fonte: http://www.searadaciencia.ufc.br/especiais/matematica/pi/pi3.htm

APÊNDICE (2) - Por dentro do aplicativo GeoGebra

O GeoGebra é um aplicativo de Matemática que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo diferencial. Foi desenvolvido por Markus Horhenwarter da Universidade de Salzburg para Educação Matemática nas escolas. Trata-se de um pacote de sistema de Geometria Dinâmica que permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas como com funções que podem modificar-se dinamicamente depois.

Equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do GeoGebra, apresentando assim, uma característica voltada para relacionar variáveis com números, vetores e pontos; permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos. Existem duas visões características do GeoGebra: uma expressão em Álgebra corresponde a representação de um objeto da Geometria e vice-versa.

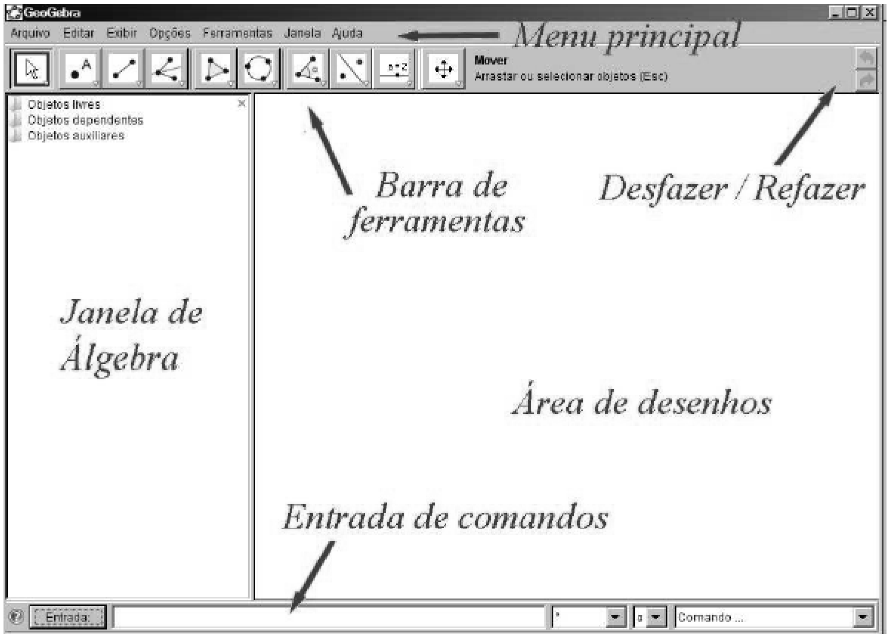
O download do GeoGebra pode ser utilizado para qualquer propósito e pode ser distribuído livremente de acordo com a GNU (General Públic License). Poderá ainda ser efetuado a partir da Internet de forma a obter as versões mais recentes da aplicação. Em www.geogebra.at você encontra o código fonte Java do GeoGebra e informações sobre sua tradução.

A execução do GeoGebra depende da prévia instalação da linguagem Java. Qualquer usuário pode fazer a instalação individual do programa, é fácil e rápido. Na página principal do aplicativo (www.geogebra.at) você encontra o link para download. É recomendado usar GeoGebra Webstart garantindo a constante atualização da versão mais atual do GeoGebra, eliminando instalações complicadas ou procedimentos de atualizações, bem como você também pode utilizar o GeoGebra Web off-line.

A Interface do aplicativo é constituída de uma janela gráfica que se divide em uma *área de trabalho*, uma *janela algébrica* e um *campo de entrada de texto*. A área de trabalho possui um sistema de eixos cartesianos onde o usuário faz as construções geométricas com o mouse. Ao mesmo tempo as coordenadas e equações correspondentes são mostradas na janela de álgebra.

O campo de entrada de texto é usado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções diretamente e estes são mostrados na área de trabalho imediatamente após pressionar a tecla Enter.

Sua tela inicial é parecida com a mostrada a seguir:



Segue abaixo uma relação (1) dos comandos, ícones e respectivos procedimentos.

COMANDOS	ÍCONES	PROCEDIMENTOS
Mover	↖	Clique sobre o objeto construído e o movimente na área de trabalho
Novo Ponto	• A	Clique na área de trabalho e o ponto fica determinado
Ponto médio ou centro	⋰	Clique sobre dois pontos e o ponto médio fica determinado
Reta definida por dois pontos	⟋	Clique em dois pontos da área de trabalho e a reta é traçada
Segmento definido por dois pontos	⟋	Clique em dois pontos da área de trabalho e o segmento é traçado
Segmento com comprimento conhecido	a	Clique em um ponto da área de trabalho e dê a medida do segmento

A cada objeto geométrico constante da área de desenhos corresponde uma expressão algébrica, a qual aparece na janela ao lado. As alterações em cada objeto podem também ser feitas diretamente nas suas equações.

Segue abaixo mais comandos (relação 2), ícones e respectivos procedimentos.

COMANDOS	ÍCONES	PROCEDIMENTOS
Vetor definido por dois pontos		Clique em dois pontos da área de trabalho e o vetor fica determinado
Vetor a partir de um ponto		Clique em um ponto da área de trabalho e arraste e o vetor fica determinado
Polígono		Clique em três ou mais pontos fazendo do primeiro também o último ponto. Fica determinado o polígono
Retas perpendiculares		Selecione uma reta e um ponto e a reta perpendicular fica determinada
Retas paralelas		Selecione uma reta e um ponto e a reta paralela fica determinada
Mediatriz		Selecione um segmento ou dois pontos e a mediatriz fica determinada

Para se desenhar usando-se apenas o mouse uma reta que passa por dois pontos dados, por exemplo, pode-se proceder da seguinte forma:

{Na barra de ferramentas, damos um clique com o *mouse* no ícone denominado \Novo ponto".

{Na área de desenhos, escolhemos uma posição e damos mais um clique. Com isso, é criado um ponto *A*.

{Escolhemos outra posição e definimos outro ponto *B*. À medida que são desenhados, esses pontos vão sendo definidos por suas coordenadas na janela de Álgebra, na seção dos objetos livres (independentes).

{Novamente na barra de ferramentas, escolhemos outro item. Dessa vez, damos um clique no item \Reta definida por dois pontos".

{Clicamos em cima do ponto *A* e outro em cima de *B*. E, assim, a reta *AB* está definida. Sua equação passa a fazer parte da janela de Álgebra na seção dos objetos dependentes.

Seguem-se mais comandos, agora a relação (3) com ícones e respectivos procedimentos.

COMANDOS	ÍCONES	PROCEDIMENTOS
Bissetriz		Clique em três pontos, o segundo ponto determina a bissetriz
Tangentes		Selecione ou construa uma cônica e um ponto, as tangentes ficam determinadas
Círculo definido pelo centro e um de seus pontos		Clique em um ponto e arraste para determinar o raio e o Círculo
Círculo dados centro e raio		Clique em um ponto e informe a medida do raio, o Círculo fica determinado
Círculo definido por três pontos		Clique em três pontos, o Círculo fica determinado

Cada objeto definido pode ter sua aparência modificada através do item \Propriedades", que aparece depois que for pressionado o botão direito do mouse em cima do objeto selecionado. Podem ser alterados a cor, a largura do traço, o tracejado, etc.

Uma vez definidos, os objetos podem ser exportados na forma de página da Internet (formato HTML). Assim, estarão à disposição na grande rede mundial de computadores, podendo ser vistos por qualquer um que tiver a linguagem Java instalada.

{Depois de definidos, os objetos livres podem ser movimentados. Para isso, basta arrastá-los com o *mouse*. Todos os demais itens que dependerem dos objetos livres acompanharão as mudanças.

Continuamos exibindo abaixo (relação 4) mais comandos, ícones e respectivos procedimentos.

COMANDOS	ÍCONES	PROCEDIMENTOS
Ângulo	α	Clique em três pontos e o ângulo fica determinado
Ângulo com amplitude fixa	α	Clique em dois pontos e informe a abertura do ângulo
Distância	cm	Clique em cada objeto que se queira determinar a distância
Reflexão com relação a um ponto		Clique no ponto a ser refletido e no outro que servirá de base para reflexão
Reflexão com relação a uma reta		Clique no ponto a ser refletido e na reta que servirá de base para reflexão
Homotetia de um ponto por um fator	k	Selecione o objeto, marque o ponto central da homotetia e informe o fator

Alguns exemplos da utilização desse aplicativo podem ser encontrados em Bortolossi, H. J. {*GeoGebra - Software de Matemática Dinâmica Gratuito*, disponível em http://www.professores.uff.br/hjbortol/geogebra e uma impressionante coleção de diversificadas aplicações em Allo, M. S. { *Ejemplos diversos de webs interactivas de Matemáticas diseñadas con GeoGebra*, disponível em:

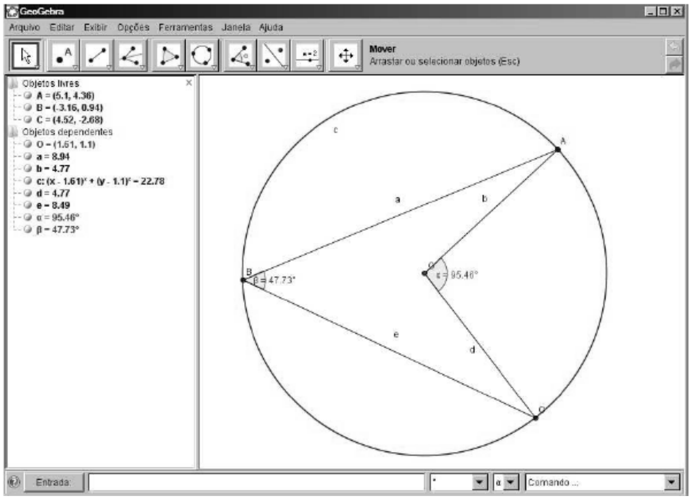
http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/geogebra/index.htm .

Concluímos com a relação (5) dos comandos, ícones e respectivos procedimentos.

COMANDOS	ÍCONES	PROCEDIMENTOS

Inserir texto	ABC	Clique na área de trabalho e insira o texto
Relação entre dois objetos	? a = b	Clique em dois objetos e verifique a igualdade, ou não, desses objetos
Deslocar eixos	✥	Arraste a área de trabalho com o mouse
Ampliar	🔍	Clique sobre o objeto que se deseja ampliar
Reduzir	🔍	Clique sobre o objeto que se deseja reduzir
Exibir/esconder objeto	● ○	Clique sobre o objeto que se deseja esconder/exibir
Exibir/esconder rótulo	A A	Clique no rótulo do objeto para exibi-lo ou escondê-lo
Apagar objetos	▱	Clique sobre o objeto que se deseja apagar

No exemplo a seguir, construímos uma Circunferência e dois ângulos: um ângulo inscrito e outro ângulo central. Pode-se observar a relação que existe entre as medidas desses ângulos e modificar suas posições dinamicamente.



Objetos livres
- A = (5.1, 4.36)
- B = (-3.16, 0.94)
- C = (4.52, -2.68)

Objetos dependentes
- O = (1.61, 1.1)
- a = 8.94
- b = 4.77
- c: $(x - 1.61)^2 + (y - 1.1)^2 = 22.78$
- d = 4.77
- e = 8.49
- α = 95.46°
- β = 47.73°

A construção é feita da seguinte forma:

Desenham-se três pontos *A*, *B* e *C*. Isso pode ser feito, por exemplo, selecionando-se o item \Novo ponto" na barra de ferramentas e clicando-se nas posições escolhidas para os pontos.

Desenha-se a Circunferência que passa por *A*, *B* e *C*. Para isso, basta digitar na janela de entrada de comandos o comando c = Círculo[A, B, C]. Aqui, deve-se ter o cuidado de acentuar a palavra Círculo; Usar colchetes e colocar o nome dos pontos exatamente como eles foram introduzidos no item anterior (em letras maiúsculas). Uma opção à digitação do comando é procurá-lo na barra de ferramentas, no item dedicado à construção de Círculos e Circunferências, selecionar o item \Círculo definido por três pontos" e, depois, clicar na área de desenhos sobre cada um dos três pontos escolhidos.

Na janela de entrada de comandos, digitar O = Centro[c]. Com isso, deverá ser mostrado o centro *O* do Círculo.

Selecione o item \Ângulo" da barra de ferramentas. Depois, clique sobre os pontos *C*, *O* e *A* para definir o ângulo central e sobre os pontos *C*, *B* e *A* para definir o ângulo inscrito. Outra opção é digitar ângulo[C,B,A] e ângulo[C,O,A] na janela de entrada de comandos.

Após selecionar o item \Segmento definido por dois pontos" da barra de ferramentas, pressione sobre os pontos *B*, *C*, sobre *B*, *A*, sobre *O*, *C* e sobre *O*, *A* para completar as construções dos ângulos. Outra opção é digitar os comandos segmento[B, C], segmento[B, A], segmento[O, C] e segmento[O, A] na janela de entrada de comandos.

Escondemos os eixos coordenados através do item \Exibir" do menu principal, onde desmarcamos o item \Eixo". Com isso, a construção está completa. Podem-se fazer, ainda, alguns acabamentos, tais como esconder os nomes de alguns objetos ou mudar suas cores. Para isso, é só clicar em cima do objeto, selecionar o item \Propriedades" e fazer as mudanças desejadas.

Com base nesse mini tutorial esperamos despertar o aluno para a utilização do aplicativo GeoGebra e consequentemente levá-lo a uma melhor aprendizagem do conteúdo Matemático (seja ele de Álgebra, Aritmética, Cálculo ou Geometria), pois se dá uma grande ênfase ao aspecto visual e à interpretação gráfica.

Ademais, por ser o GeoGebra um aplicativo didático, possui um amplo rol de ferramentas e de relativamente fácil manipulação, já que o mesmo pode ser obtido com diferentes combinações no uso das ferramentas, dependendo da abordagem inicial do aluno e das estratégias por ele adotadas.

APÊNDICE (3) - Apresentação (PPT) abordando o perímetro da Circunferência e a área do Círculo

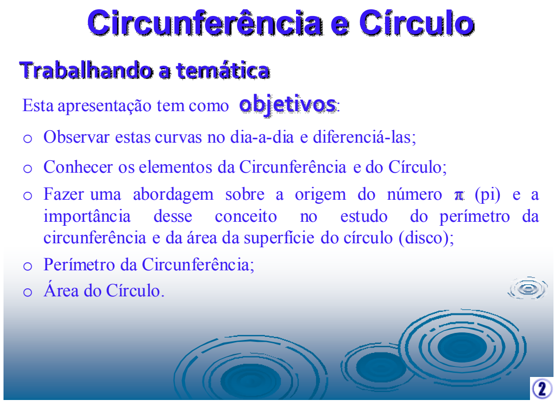
Segue a sequência de slides da aula expositiva dialogada (Situação Didática) exibida na sessão 1 de nossa sequência Didática em 07 de Dezembro de 2011:

PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA

E

ÁREA DO CÍRCULO

Professores: Helder Reis



Circunferência e Círculo

Trabalhando a temática

Esta apresentação tem como **objetivos**:

- Observar estas curvas no dia-a-dia e diferenciá-las;
- Conhecer os elementos da Circunferência e do Círculo;
- Fazer uma abordagem sobre a origem do número π (pi) e a importância desse conceito no estudo do perímetro da circunferência e da área da superfície do círculo (disco);
- Perímetro da Circunferência;
- Área do Círculo.

Imagens de Lugares Geométricos

PALÁCIO DE SANSSOUCI,
na Alemanha.

PALÁCIO DE VERSALHES,
na França.

CASTELO DE SILVES,
em Portugal.

CASTELO DE CHENONCEAU,
na França.

RIO TOCANTINS, LAJEADO, TO.
Detalhe de inscrição rupestre geométrica.
Acervo: Museu de Arqueologia e Etnologia - USP

PONTE DOS AÇORIANOS,
em Porto Alegre.

FLOR DA AMAZÔNIA.

ONDAS NA ÁGUA,
no interior de São Paulo - SP

CATEDRAL,
no Rio de Janeiro - RJ

ARCOS DA LAPA,
no Rio de Janeiro - RJ

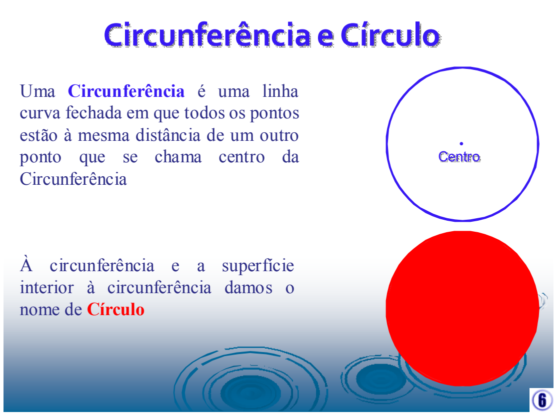
IGREJA DE SÃO FRANCISCO, em João Pessoa – PB.

PARQUE EVALDO CRUZ,
(AÇUDE NOVO) em Campina Grande – PB.

ESPIRAL DE DNA

MANDALAS, representam a auto-identificação do microcosmo (a pessoa humana) com o macrocosmo.

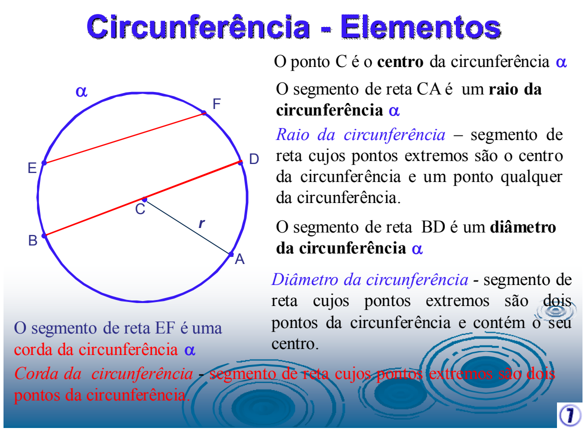
DIFERENCIAL DE UM VEÍCULO



Circunferência e Círculo

Uma **Circunferência** é uma linha curva fechada em que todos os pontos estão à mesma distância de um outro ponto que se chama centro da Circunferência

À circunferência e a superfície interior à circunferência damos o nome de **Círculo**



Circunferência - Elementos

O ponto C é o **centro** da circunferência α

O segmento de reta CA é um **raio da circunferência** α

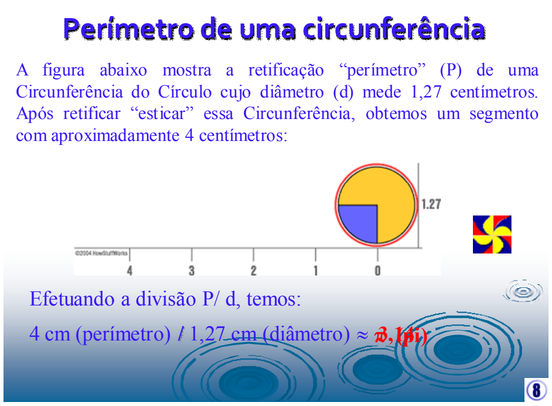
Raio da circunferência – segmento de reta cujos pontos extremos são o centro da circunferência e um ponto qualquer da circunferência.

O segmento de reta BD é um **diâmetro da circunferência** α

Diâmetro da circunferência - segmento de reta cujos pontos extremos são dois pontos da circunferência e contém o seu centro.

O segmento de reta EF é uma corda da circunferência α

Corda da circunferência - segmento de reta cujos pontos extremos são dois pontos da circunferência

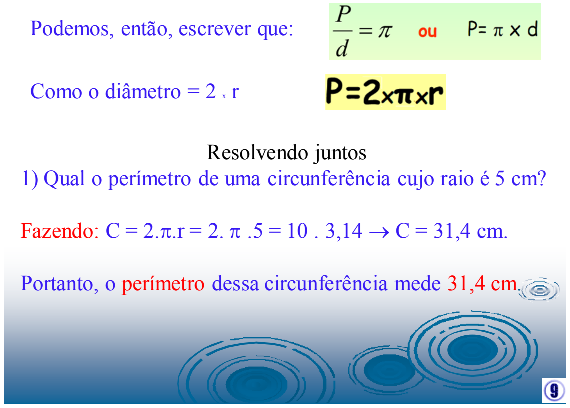


Perímetro de uma circunferência

A figura abaixo mostra a retificação "perímetro" (P) de uma Circunferência do Círculo cujo diâmetro (d) mede 1,27 centímetros. Após retificar "esticar" essa Circunferência, obtemos um segmento com aproximadamente 4 centímetros:

Efetuando a divisão P/ d, temos:

4 cm (perímetro) / 1,27 cm (diâmetro) ≈ 3,14 π (pi)



Podemos, então, escrever que: $\frac{P}{d} = \pi$ ou P= π x d

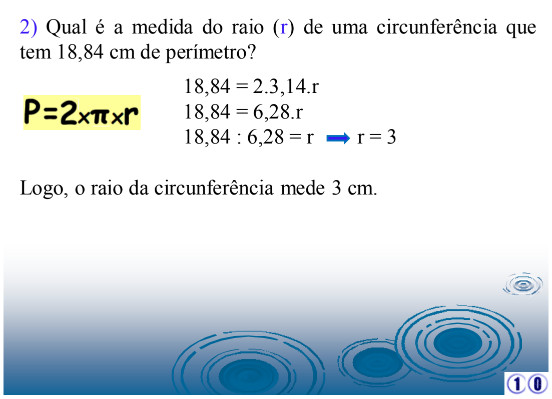
Como o diâmetro = 2 x r **P=2xπxr**

Resolvendo juntos

1) Qual o perímetro de uma circunferência cujo raio é 5 cm?

Fazendo: C = 2.π.r = 2. π .5 = 10 . 3,14 → C = 31,4 cm.

Portanto, o perímetro dessa circunferência mede 31,4 cm.

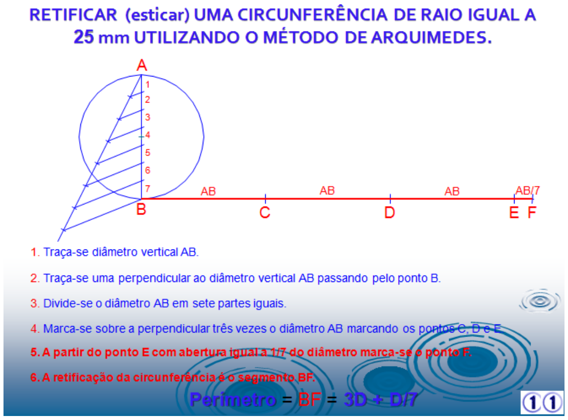


2) Qual é a medida do raio (r) de uma circunferência que tem 18,84 cm de perímetro?

P=2xπxr

18,84 = 2.3,14.r
18,84 = 6,28.r
18,84 : 6,28 = r ➡ r = 3

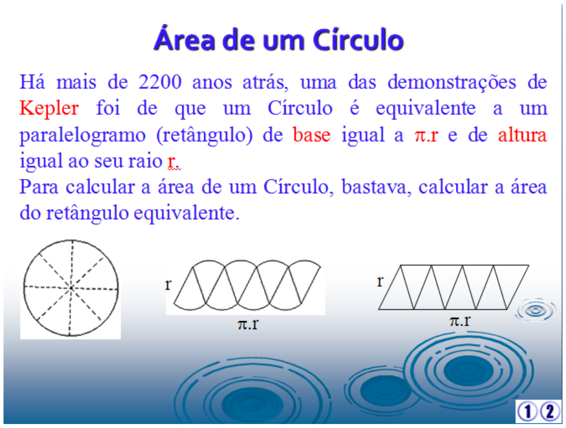
Logo, o raio da circunferência mede 3 cm.



RETIFICAR (esticar) UMA CIRCUNFERÊNCIA DE RAIO IGUAL A 25 mm UTILIZANDO O MÉTODO DE ARQUIMEDES.

1. Traça-se diâmetro vertical AB.
2. Traça-se uma perpendicular ao diâmetro vertical AB passando pelo ponto B.
3. Divide-se o diâmetro AB em sete partes iguais.
4. Marca-se sobre a perpendicular três vezes o diâmetro AB marcando os pontos C, D e E.
5. **A partir do ponto E com abertura igual a 1/7 do diâmetro marca-se o ponto F.**
6. **A retificação da circunferência é o segmento BF.**

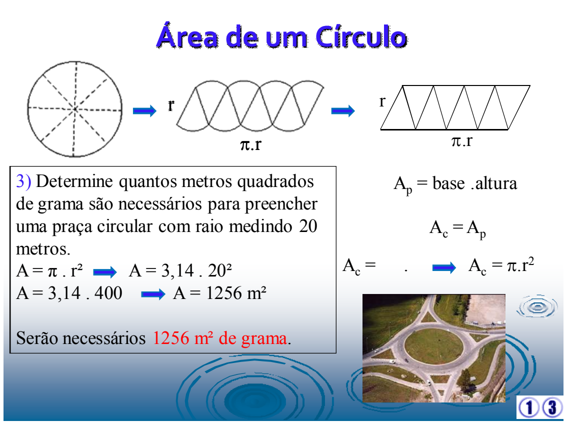
Perímetro = BF = 3D + D/7



Área de um Círculo

Há mais de 2200 anos atrás, uma das demonstrações de Kepler foi de que um Círculo é equivalente a um paralelogramo (retângulo) de base igual a π.r e de altura igual ao seu raio r.

Para calcular a área de um Círculo, bastava, calcular a área do retângulo equivalente.



Área de um Círculo

3) Determine quantos metros quadrados de grama são necessários para preencher uma praça circular com raio medindo 20 metros.

$A = \pi \,.\, r^2$ ➡ $A = 3{,}14 \,.\, 20^2$

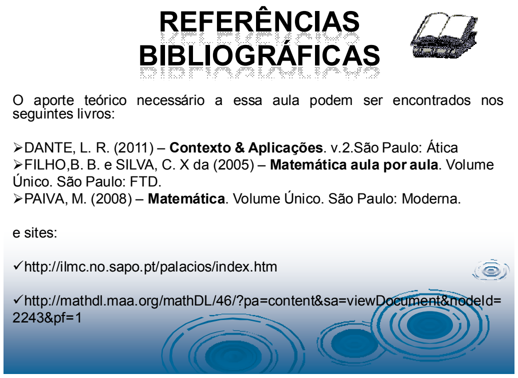
$A = 3{,}14 \,.\, 400$ ➡ $A = 1256\ m^2$

Serão necessários 1256 m² de grama.

$A_p = \text{base .altura}$

$A_c = A_p$

$A_c = \quad .$ ➡ $A_c = \pi.r^2$



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

O aporte teórico necessário a essa aula podem ser encontrados nos seguintes livros:

- DANTE, L. R. (2011) – **Contexto & Aplicações**. v.2.São Paulo: Ática
- FILHO,B. B. e SILVA, C. X da (2005) – **Matemática aula por aula**. Volume Único. São Paulo: FTD.
- PAIVA, M. (2008) – **Matemática**. Volume Único. São Paulo: Moderna.

e sites:

✓http://ilmc.no.sapo.pt/palacios/index.htm

✓http://mathdl.maa.org/mathDL/46/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=2243&pf=1

ANEXOS

ANEXO 1: Sequência de atividades

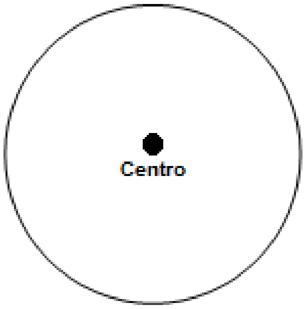
Sessão 1: Atividades 1 e 2

Atividade 1 : Conceitos básicos / pré-teste.

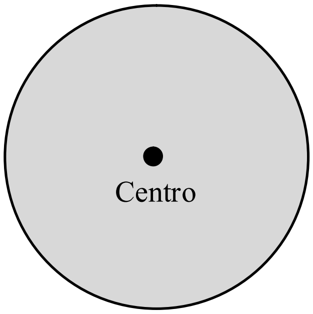
TÍTULO: Pré-teste– parte 1	
CONTEÚDO: Perímetro da circunferência e π (pi)	
ALUNO(A):	**SÉRIE / TURMA:** 1^a /

Perímetro da circunferência, π (pi) e Área do círculo

Primeiro, veja a diferença:



CIRCUNFERÊNCIA



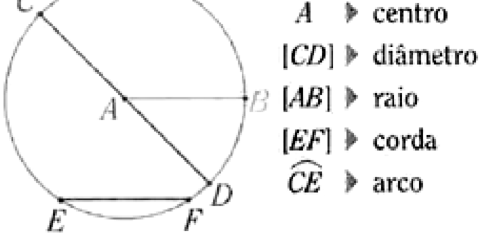
CÍRCULO

É considerado Circunferência a "linha" formada por todos os pontos eqüidistantes (mesma distância) de um outro chamado centro.

Círculo é todo o "enchimento" da superfície interna da Circunferência de centro.

Elementos:

CIRCUNFERÊNCIA



Perímetro (comprimento) da circunferência

Em qualquer circunferência o quociente (razão):

$$\frac{\textit{Comprimento da Circunferência (P)}}{\textit{Diâmetro da Circunferência (D)}} \cong 3{,}14.$$

Este valor aproximado (3,14) é a constante aproximada que se representa por π (pi).

Podemos então escrever que: $\frac{P}{D} = \pi$ ou $P = \pi.D$

Como já sabemos que o Diâmetro D = 2.r

Temos: $P = \pi.2.r$ ou $P = 2\pi r$

Resolvendo Juntos!

1) Use (pi) π=3,14 e determine o perímetro de uma circunferência quando a medida do raio é:

b) 10 cm

Resolução:

$P = 2.\pi.r = 2.3{,}14.10 = 6{,}28.10 \Rightarrow$

$\Rightarrow P = 62{,}8$ cm

b) 7,5 cm

Resolução:

$P = 2.\pi.r = 2.3{,}14.7{,}5 = 6{,}28.7{,}5 \Rightarrow$

$\Rightarrow P = 47{,}1$ cm

2) Sabe-se que o perímetro de uma circunferência é 50,24 cm. Nessas condições, determine a medida do raio e a medida do diâmetro dessa circunferência.

Resolução:

$P = 2.\pi.r \Rightarrow 50{,}24 = 2.3{,}14.r \Rightarrow$

$\Rightarrow 50{,}24 = 6{,}28.r \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{50{,}24}{6{,}28} = r \Rightarrow r = \frac{50{,}24}{6{,}28} \Rightarrow r = 8$ cm

Agora é com Você!

3) Complete a tabela.

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Perímetro (cm)
(C1)	18		
(C2)		2,8	
(C3)			31,4
(C4)			

(C5)			

Agora responda:

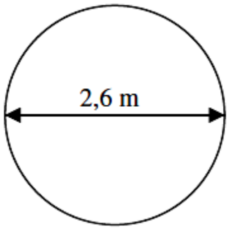
Quanto maior for o perímetro da circunferência o que ocorre com o diâmetro e o raio dessa circunferência?

Ficam maiores ( )   Ficam menores ( )   Não se alteram ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✍ ____

4) Maria tem uma toalha circular com 2,6 m de diâmetro (Figura ao lado). Para que a toalha fique mais bonita, ela quer costurar uma renda em toda sua volta. Utilizando a fórmula de perímetro da circunferência, estime o número inteiro de metros de renda que Maria vai ter que comprar para executar sua tarefa. (use $\pi = 3$)



✍ ____

5) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá (em metros) uma pessoa na roda gigante em 1 (uma) volta completa? E em 6 (seis) voltas?

Uma volta completa:

✍ ____

Em 6 (seis) voltas:

✍ ____

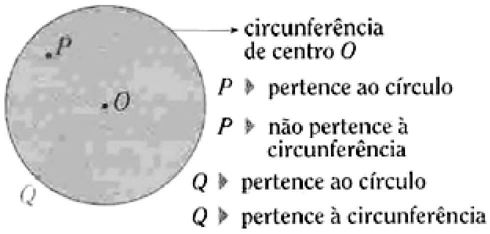
Atividade 2 : Conceitos básicos / Sondagem (pré-teste).

TÍTULO: Pré-teste – parte 2	
CONTEÚDO: Área do círculo - conceitos básicos	
ALUNO(A):	**SÉRIE / TURMA:** 1ª /

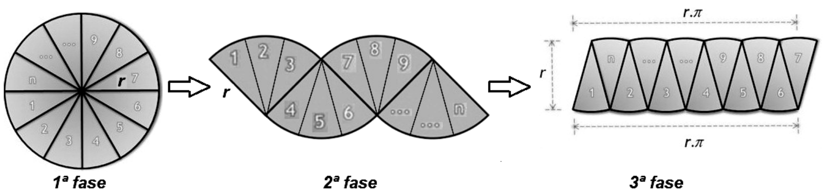
Área da superfície do círculo

Elementos:

CÍRCULO



Em qualquer círculo, formamos o paralelogramo:



Método de Kepler (1571 – 1630 a.C.)
Fonte: http://matmagias.blogspot.com/2009/03/area-de-circulo.html

Observe que na 3ª fase do método de Kepler, que os setores (fatias) do círculo encontram-se alinhadas e justapostas formando um paralelogramo - cuja superfície tem a mesma área do círculo da primeira fase - de base igual a metade do perímetro da circunferência, ou seja, base = $\pi.r$ e altura igual ao raio do círculo, ou seja, altura (raio) = r.

Lembrando que a área de um paralelogramo (A_p)é dada por: A_p = base . altura, podemos então escrever que: Área do círculo (A_c) = A_p = base . altura.

Assim, $A_c = \pi.r.r \Rightarrow A_c = \pi.r^2$

Resolvendo Juntos!

1) Use (pi) π=3,14 e determine a área do círculo quando a medida do raio é:

b) 10 cm

Resolução (a):

$A = \pi.r^2 = 3{,}14.10^2 = 3{,}14.100 \Rightarrow$

$\Rightarrow A = 314\ cm^2$

b) 7,5 cm

Resolução:

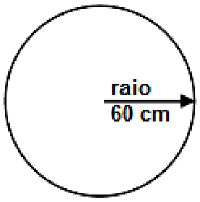
$A = \pi.r^2 = 3{,}14.(7{,}5)^2 = 3{,}14.56{,}25 \Rightarrow$

$\Rightarrow A = 176{,}625\ cm^2$

2) Sabe-se que o raio do tampo de uma mesa circular mede 60 cm. Nessas condições, determine a Área da superfície dessa mesa.

Resolução:

$A = \pi.r^2 = 3{,}14.(60)^2 = 3{,}14.3600 \Rightarrow A = 11304\ cm^2$



Agora é com Você!

3) Complete a tabela e em seguida responda:

Circunferência	Diâmetro (cm)	Raio (cm)	Área (cm^2)

(C1)		2 cm	
(C2)	10 cm		
(C3)			200,96 cm^2
(C4)			
(C5)			

Quando se aumenta o raio do círculo o que acontece com o diâmetro e a área desse círculo?

Aumenta ( ) Diminui ( ) Não se altera ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✍ ____

4) Dois círculos têm raios 4 cm e 6 cm. Qual círculo tem a maior área?

O de raio 4 cm ( ) O de raio 6 cm ( ) Ambos têm a mesma área ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✍ ____

5) Usando a fórmula, descubra o Diâmetro de um círculo cuja área mede 9π m^2?

✍ ____

Sessão 2: Atividade 3

Atividade 3 : Introdução ao uso do GeoGebra.

TÍTULO:
Introdução ao uso do GeoGebra
CONTEÚDO:
Ferramentas e comandos do GeoGebra
ALUNO(A):
SÉRIE / TURMA: 1^a /

Familiarizando com as ferramentas e comandos do GeoGebra.

1) Construindo um segmento e localizando seu ponto médio.

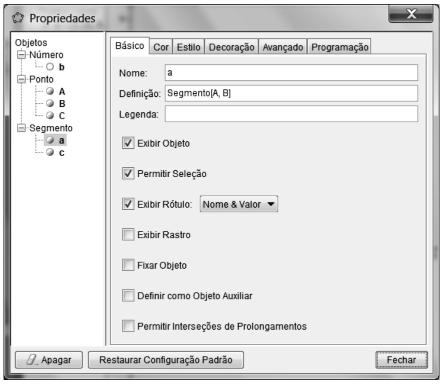
✍ Construa um segmento de reta AB. → Segmento definido por dois pontos

✍ Meça o segmento AB. → Caixa de entrada: Distância [PONTO, PONTO]

✍ Verifique a medida do comprimento do segmento AB construído.

✍ Clique com o botão direito do mouse sobre o segmento AB e marque em exibir Rótulo: Nome e valor;

✍ Obter C, ponto médio de AB. Ponto médio ou centro



Nome: a
Definição: Segmento[A, B]
Legenda:
☑ Exibir Objeto
☑ Permitir Seleção
☑ Exibir Rótulo: Nome & Valor
☐ Exibir Rastro
☐ Fixar Objeto
☐ Definir como Objeto Auxiliar
☐ Permitir Interseções de Prolongamentos

Construir o segmento AC e depois o medir.

✍ Usar o comando Segmento definido por dois pontos e clique em A e C.

✍ Clique com o botão direito sobre C;

✍ Em seguida em Propriedades,

Marque em exibir Rótulo: Nome e valor;

Cor: de sua preferência;

Estilo: Espessura da linha “3” e fechar a caixa de diálogo.

Construir o segmento CB e depois o medir.

✍ Segmento definido por dois pontos e clique em C e B.

✍ Clique com o botão direito sobre **d** na Janela de Álgebra;

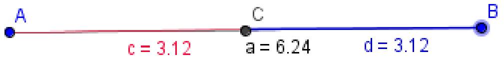
✍ Em seguida em Propriedades,

Marque em exibir Rótulo: Nome e valor;

Cor: outra de sua preferência;

Estilo: Espessura da linha “3” e fechar a caixa de diálogo.

✍ Movimente A ou B e observe as medidas dos segmentos AC e CB e os valores correspondentes na Janela de Álgebra.



2) Construção de Novo Ponto, reta e segmento.

✍ Usando a ferramenta e crie dois pontos livres e movimente-os.

✍ Agora, usando o comando construa uma reta passando por estes dois pontos.

✍ Construa mais dois pontos livres em qualquer lugar da tela usando e o segmento de reta com extremidades nestes pontos usando .

✍ Apague a reta e o segmento construído, inclusive as extremidades (para apagar um objeto, clique sobre ele com o botão direito do mouse e, a seguir, clique em Apagar).

✍ Usando apenas a ferramenta , construa outro segmento escolhendo sua medida na caixa de diálogo.

3) Construção de Círculos.

✍ Clique em fazendo aparecer a malha quadriculada e construa um Círculo com centro (2, 3) e um de seus pontos sendo (2, 1) usando a ferramenta .

✍ Construa um Círculo com centro (2, 4) e raio 4 utilizando a ferramenta de construção de Círculo com centro e raio .

4) Construção livre.

✍ Clique em Exibir, em seguida marque na Janela de Álgebra;

✍ Construa e movimente livremente figuras geométricas e observe as modificações e dinamismo simultâneo na Janela da Álgebra.

Sessão 3: Atividades 4 e 5.

Atividade 4 : Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 1

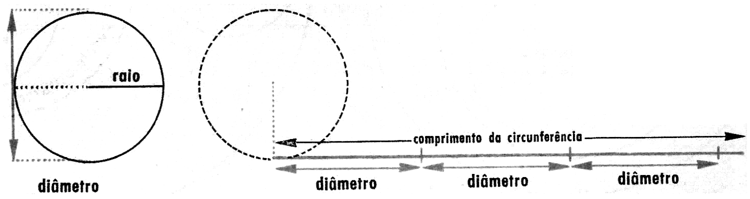
TÍTULO:
Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 1

CONTEÚDO:
Sequência de atividades sobre perímetro da circunferência e pi (π)

ALUNO(A):

SÉRIE / TURMA: 1ª /

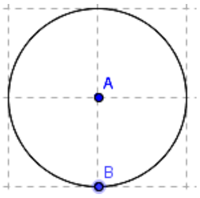
Retificando uma Circunferência.



Método de Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.)
Fonte: http://obaricentrodamente.blogspot.com.br

1º passo: Construir uma circunferência de raio r e traçar uma semi-reta tangente a um de seus pontos.

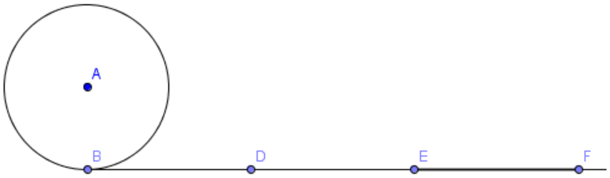
- Construir uma circunferência de raio = 2 cm usando a ferramenta (Círculo dados Centro e Raio);
- Clique em e faça exibir a malha quadriculada para em seguida mover o círculo traçado para coincidir seu Centro (A) com a intersecção da malha;
- Crie um novo ponto (B), cliqueando em e em seguida na intersecção da malha com a parte de baixo do círculo (Figura ao lado);



- Agora, trace uma semi-reta horizontal definida por dois pontos a partir de B e passando por C.
- Clique com o botão direito do mouse sobre (em cima) do ponto C e em seguida clique em Exibir objeto, fazendo com que o ponto C fique oculto;
- Clique em e faça ocultar a malha quadriculada e verifique se chegou ao resultado abaixo;

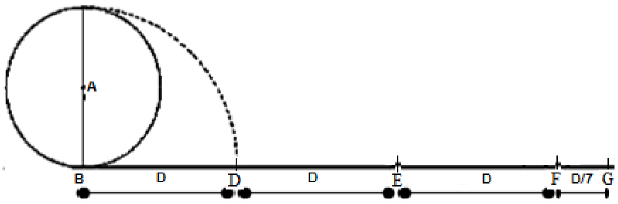
2º passo: Agora, vamos cortar a semi-reta a partir de B por três vezes consecutivas, com segmentos de medida igual à medida do diâmetro D = 2.r = 4 cm, ou seja, 3D.

- Clique na ferramenta segmento com comprimento fixo , em seguida, clique no ponto B e digite 4, construindo assim o segmento BD;
- Repita o procedimento acima, cliqueando em D e digitando 4;
- Repita o procedimento anterior, cliqueando agora no ponto E, em seguida digite novamente 4;
- Verifique se foram construídos três segmentos congruentes (mesma medida) conforme a figura abaixo:



3º passo: Último passo da retificação da circunferência que é o comprimento 3D + D/7, onde D é o diâmetro do círculo, ou seja, D = 2.r..

- A partir do terceiro ponto encontrado (F), sobre a mesma semi-reta, usando novamente a ferramenta segmento com comprimento fixo , clique no ponto F e digite 4/7, construindo assim o segmento FG;



- Clique com o botão direito do mouse sobre (em cima) dos pontos D, E e F (um de cada vez) e em seguida clique em Exibir objeto, fazendo com que os pontos fiquem ocultos;
- Agora clique na ferramenta Segmento formado por dois pontos; em seguida, clique primeiro no ponto B e depois no ponto G para construir o segmento BG = 3D + D/7, determinando assim, segundo Arquimedes, o perímetro da circunferência retificada.
- Agora na caixa Exibir, clique em Janela de Álgebra, fazendo aparecer do lado toda a álgebra da sequência geométrica; Em seguida, clique com o botão direito do mouse sobre o último registro e clique em Propriedades.
- Na caixa de diálogo Propriedades, na aba Básico, marque Exibir objeto, Exibir Rótulo (valor); Na aba Cor, faça sua escolha para a cor do segmento; Na aba Estilo, arraste a Espessura da linha para 3 e feche a caixa (lado inferior direito);

1) Agora, que conseguiu retificar a circunferência, descobrindo a medida do seu perímetro, responda:

a) Qual à medida que você encontrou para o perímetro da circunferência retificada?

✍ ____

b) Faça a comparação (divisão) entre a medida do perímetro da circunferência encontrada e o seu diâmetro.

✍ ____

c) Qual o valor encontrado no item anterior (b)?

✍ ____

d) Vamos denominar esse valor encontrado no item (b) por ***pi*** e representá-lo pela letra (π) do alfabeto grego. Assim π = ____________

2) Agora, sem precisar da retificação, preencha as lacunas:

a) Escolha um valor para a medida do raio (r) de uma circunferência. r = ____________

b) Assim, sabendo que a medida do diâmetro da circunferência é o dobro da medida do seu raio, ou seja, D = 2r. Qual o diâmetro desta circunferência? ✍ __________

c) Use a calculadora e determine o valor de 3D + D/7 (3º passo da retificação da circunferência)? ✍ __________

d) Agora, multiplicando o valor do diâmetro (item b) por π (3,14) resultará em?

✍ _______________

e) Compare e explicite o que você observa nos resultados encontrados para os itens (c) e (d).

✍ ____

3) Simule situações e complete a tabela com os dados obtidos (medidas em centímetros):

Comprimento do raio (r) e respectivo diâmetro (D=2r)	Perímetro da Circunferência (3D + D/7)	Razão (divisão) P/D
(C1) r = D =	P1 =	
(C2) r = D =	P2 =	
(C3) r = D =	P3 =	

4) O que acontece com o perímetro da circunferência quando aumentamos o valor do seu raio?

Aumenta ( ) Diminui ( ) Não se altera ( )

5) Qual o resultado da relação que você verifica após a divisão do perímetro da circunferência pelo seu diâmetro (2r) em todas as simulações?

✍ ____

6) Denominando o perímetro da circunferência por P e seu diâmetro por D, podemos dizer que:

$$\frac{P}{D} = \pi$$

Sempre ( ) Nem sempre ( )

7) Sabendo que o diâmetro de uma circunferência é igual ao dobro de seu raio, ou seja, D = 2r, reescreva a fórmula da questão anterior substituindo (trocando) D por 2r.

✍ ____

8) Multiplique os dois membros (lados da igualdade) por 2r, garantindo e mantendo assim a igualdade e em seguida simplificando, a que relação (equação) resultará?

✍ ____

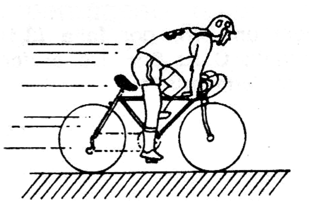
9) Podemos concluir então que o perímetro de uma circunferência (P) é dado pela relação

Sim ( ) $P = 2.\pi.r$ Não ( )

Formule uma explicação para validar sua resposta.

✍ ____

10) Uma bicicleta tem rodas que medem 20 cm de raio (cada). Que distância terá percorrido ao fim que suas rodas tenha dado uma volta? E depois de dado 100 voltas?



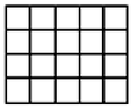
Atividade 5: Construindo a área da superfície do círculo.

TÍTULO:
Experimentação com auxílio do GeoGebra – parte 2
CONTEÚDO:
Sequência de atividades sobre a área do círculo
ALUNO(A):
SÉRIE / TURMA: 1ª /

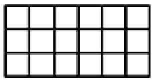
Construindo a área do círculo.

1) Em cada item a seguir verifique (conte) quantas unidades quadradas a área (superfície) dos paralelogramos A, B e C considerando cada quadrado ☐ como uma unidade de medida de área.

A



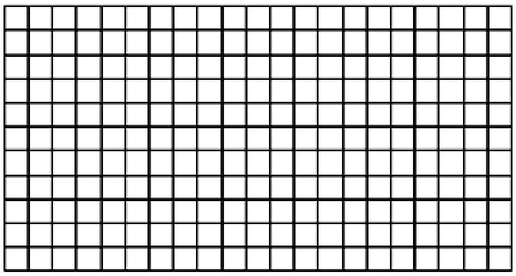
B



Resposta do Item:

Retângulo	**A**	**B**	**C**
Número total de ☐			

C

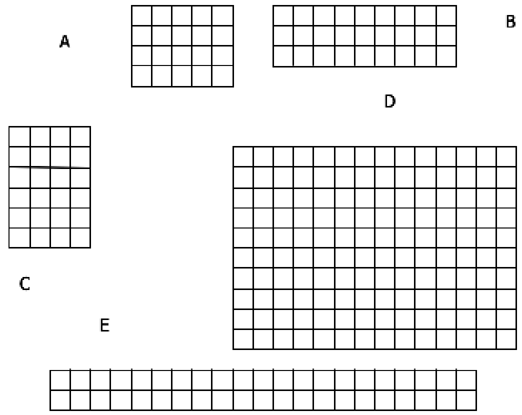


Explicite suas respostas.

✎ ____

2) Observe os itens abaixo e considerando cada quadrado ☐ como unidade de medida de área, complete a tabela que segue:

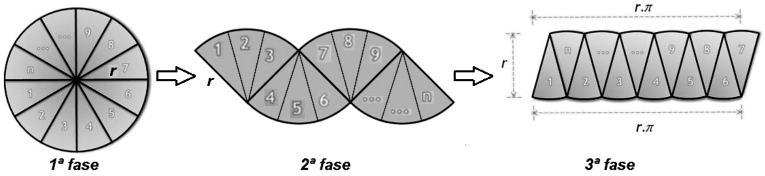
Retângulo	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
Número de ☐ no comprimento					
Número de ☐ na base					
Número de ☐ na área					



3) Nas questões (1 e 2) anteriores, qual a operação matemática entre as medidas (comprimento e base) dos paralelogramos foi necessária para se obter o total de unidades quadradas que cobrem totalmente os paralelogramos?

Adição ( ) Subtração ( ) Multiplicação ( ) Divisão ( )

4) Sabendo que o perímetro de uma circunferência é dado por $P = 2\pi r$, observe a construção abaixo e responda as questões a seguir sobre a área da região coberta pelo círculo.



1ª fase 2ª fase 3ª fase

Método de Kepler (1571 – 1630 a.C.)
Fonte: http://matmagias.blogspot.com/2009/03/area-de-circulo.html

5) Considerando a construção acima e as observações feitas por você, descreva qual foi a transformação ocorrida pelo círculo da 1ª fase para a 2ª fase.

✎ ____

Na 3ª fase o círculo está em forma de um paralelogramo. Sabendo que a área de um paralelogramo de base ***b*** e altura ***h*** é dada por: $A_p = \boldsymbol{b} \,.\, \boldsymbol{h}$, então se pode concluir que a área da superfície do círculo de raio ***r*** é igual a área da superfície do paralelogramo de base π.***r*** e altura ***r***.

6) Com base na conclusão anterior (3ª fase), complete as lacunas em branco:

$A_{\text{círculo}} = A_{\text{paralelogramo}}$, ou seja, $A_{\text{círculo}}$ = ***b***ase . ***h***altura.

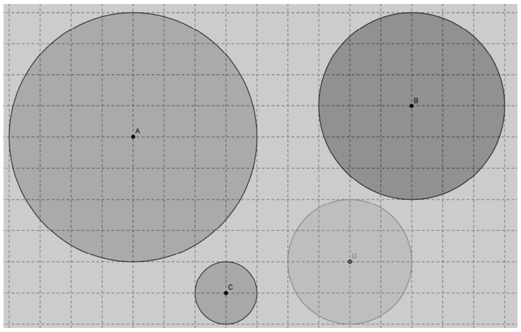
Sendo assim: $A_{\text{círculo}}$ = _____ . _____

a) Fazendo a devida multiplicação constrói-se que a área do círculo é dada pela fórmula: $A_{\text{círculo}}$ = _____________

Explicite sua resposta.

✍ ____

7) Observe a seguinte figura sobre uma malha quadriculada com 1 cm de lado, ou seja, cada quadrado da malha corresponde a uma área com 1 cm^2 e responda:



a) Quantos círculos você observa representados na figura ao lado?

____

b) Qual a medida em centímetros do raio em cada um dos círculos?

A ________ B ________

C ________ D ________

c) Verifique e explicite validando ou não a seguinte afirmação:

A medida da área do círculo de centro C é superior a 2cm^2 e inferior a 4 cm^2.

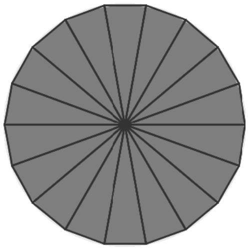
✍ ____

d) Utilizando a fórmula construída no item b da questão 6 determine a área da superfície sombreada do círculo de centro C.

✍ ____

e) Observe os resultados construídos nos itens c e d e explicite validando suas conclusões.

✍ ____



8) Observando ao lado, perceba que ela foi dividida em triângulos geometricamente iguais. Observe também que a soma das bases destes triângulos corresponde ao perímetro da circunferência retificada ($2\pi r$) e que a altura de cada um corresponde ao raio do círculo.

Sabendo que a área da superfície de um triângulo é dada por $A = \frac{base\,.altura}{2}$, responda:

a) Qual a área de todos os 18 triângulos juntos?

✍ ____

b) Qual é a área aproximada do círculo?

✍ ____

c) Observando os resultados encontrados nos itens a e b, justifique, explicite e validando suas conclusões.

✍ ____

Sessão 4: Atividade 6

Atividade 6: Momento de análise.

TÍTULO:
Momento de análise
CONTEÚDO:
Retornando as atividades sobre pi, perímetro da circunferência e área do círculo
ALUNO(A):
SÉRIE / TURMA: 1^a /

1) Momento de revisão e reflexão sobre avanços e dificuldades encontradas nas atividades anteriores;

2) Momento de institucionalização dos saberes geométricos abordados nas diversas atividades e envolvidos na pesquisa.

3) Momento para os alunos redigirem sobre suas dificuldades com os enunciados das atividades, com os objetos de estudo da Geometria ou dificuldades e avanços com o aplicativo GeoGebra.

4) Preparação prévia para a realização do pós-teste.

Sessão 5: Atividade 7

Atividade 7 : Pós-teste.

TÍTULO:
Pós-teste
CONTEÚDO:
Perímetro da Circunferência, pi(π), área do Círculo e GeoGebra
ALUNO(A):
SÉRIE / TURMA: 1^a /

1. Com o auxílio do arquivo (Círculo deslizante.ggb) simule as seguintes situações e construa os resultados:

✍ Construa uma circunferência de raio igual a 1,2 cm;

Qual o perímetro verificado para esta circunferência?

✎ ______________________

✎ Construa agora, outra circunferência de raio igual a 1,5 cm;

Qual o perímetro verificado para esta circunferência?

✎ _______________________

✎ Com relação às construções das circunferências anteriores é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio da circunferência, aumenta-se o seu perímetro.

Sim ( ) Não ( )

Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

✎ ____

2. Ainda com o auxílio do arquivo (Círculo deslizante.ggb) simule duas situações onde o raio de uma das circunferências seja o dobro da outra e formule os resultados:

Qual a medida do raio e respectivo perímetro para a 1ª circunferência escolhida?

✎ Raio _____________________

✎ Perímetro _________________

Qual a medida do raio e respectivo perímetro para a 2ª circunferência escolhida?

✎ Raio _____________________

✎ Perímetro _________________

✎ Com relação às construções das circunferências do item 2 é correto afirmar que duplicando-se a medida do valor do raio da circunferência, duplica-se o seu Perímetro.

Sim ( ) Não ( )

✎ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

____

3. Verifique para cada simulação anterior a divisão do perímetro da circunferência pelo seu respectivo diâmetro e descreva abaixo os resultados obtidos destas divisões.

✎ ____

✎ Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado.

____

4. Com o auxílio do arquivo (Área do Círculo.ggb) simule as seguintes situações e construa os resultados:

✎ Construa um círculo de raio igual a 1,5 cm;

Qual a área verificada para este círculo?

✍ ______________________

✍ Construa agora, outro círculo de raio igual a 2 cm;

Qual a área verificada para este outro círculo?

✍ ______________________

✍ Com relação às construções dos círculos do item 4 é correto afirmar que aumentando-se o valor do raio do círculo, aumenta-se a sua área.

Sim ( )   Não ( )

✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

✍ ____

5. Ainda com o auxílio do arquivo (Área do Círculo.ggb) escolha e simule uma situação e formule os resultados:

Qual a medida do raio e respectiva área para o círculo construído?

✍ Raio _________________

✍ Área _________________

✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

____

6. Verifique na simulação anterior o paralelogramo formado após a divisão do círculo em "pedaços" e colocados lado a lado e descreva os resultados.

✍ Largura (r) ____

✍ Comprimento (π.r) _______________________________________

✍ Área do paralelogramo ____________________________________

✍ Área do círculo ____

✍ Discuta com o(s) colega(s) e formule uma justificativa para o resultado encontrado.

____

7. Nas duas construções geométricas (circunferência e círculo), verifica-se que aumentando a medida do raio aumenta-se respectivamente tanto o perímetro da circunferência quanto a área do círculo construído?

Sim ( )   Não ( )

✍ Dialogue com o(s) colega(s) e justifique sua resposta.

✍ ____

8. Quanto ao uso do aplicativo GeoGebra você teve alguma dificuldade? Quais?

✎ ____

9. Quais dos conceitos estudados lhe causaram mais dúvidas?

(π) Pi ( )   Perímetro da circunferência ( )   Área do círculo ( )

Justifique sua resposta:

✎ ____

10. Quanto aos conceitos de Geometria abordados e construídos nestas atividades:

Você já conhecia ( )
Aprendeu durante as atividades ( )
Não conseguiu entendê-los ( )

Justifique sua resposta:

✎ ____

11. Quanto à sequência das atividades propostas, os enunciados estavam claros e objetivos?

✎ ____

12. Você sentiu dificuldade em manusear o aplicativo GeoGebra? Quais?

✎ ____

13. Durante a resolução das atividades, você consultou algum colega, o professor-pesquisador para tirar suas dúvidas? No caso de ter consultado, quais foram as dúvidas? Foi esclarecida?

Comente:

✎ ____

14. Em sua opinião, o aplicativo GeoGebra te auxiliou na compreensão dos conceitos geométricos perímetro da circunferência e área do círculo?

Sim ( )   Não ( )

Justifique sua resposta:

✎ ____

15. Apresente sugestões que poderiam facilitar a aprendizagem durante as aulas.

✍ ____

ANEXO 2: Instrumento para obter dados dos alunos com o objetivo de fornecer subsídios para a dissertação

Suas respostas são fundamentais para o andamento desta pesquisa. Exprima sua opinião de forma anônima, ou seja, não deves escrever seu nome na folha.

1. Sexo?

Masculino ☐ Feminino ☐

2. Escreva três ideias ou palavras que vem ao seu pensamento quando te falam em Matemática.

✍ ____

3. Qual sua opinião sobre a Matemática?

a) Na escola.

Detesto	Não gosto	Gosto mais ou menos	Gosto	Gosto muito

b) Fora da escola.

Não tem utilidade nenhuma	Não se usa	Usa-se pouco	Usa-se	Usa-se muito

4. Gostas de Geometria?

Detesto	Não gosto	Gosto mais ou menos	Gosto	Gosto muito

Por quê?

✍ ______________________________

5. Gostas de trabalhar com a régua e o compasso?

Detesto	Não gosto	Gosto mais ou menos	Gosto	Gosto muito

Por quê?

✍ ______________________________

6. Sabes utilizar o computador?

Nada	Pouco	Mais ou menos	Um pouco	Muito bem

7. Já usou ou conhece algum aplicativo (programa) de informática que trabalha com Matemática ou Geometria?

Sim ☐ Não ☐

Se sua resposta for Sim, cite o(s) nome(s) deste(s) programa(s).

✍ ______________________________

8. Qual a sua opinião sobre a utilidade do computador?

Muito prejudicial	Prejudicial	Inútil	Útil	Muito útil

a) Cite dois aspectos positivos.

✍ ______________________________

b) Cite dois aspectos negativos.

✍ ____

9. Qual a sua opinião sobre as aulas de Geometria?

Detesto	Não gosto	Gosto mais ou menos	Gosto	Gosto muito

Por quê?

✍ ____

10. Qual a sua opinião sobre ter aulas de Geometria auxiliadas por um programa de informática?

Indiferente	Pouco útil	Inútil	Útil	Muito útil

Por quê?

✍ ____