UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

WEDES JUNIOR GOMES DE OLIVEIRA

PRODUTO EDUCACIONAL

INVESTIGANDO MÉTODOS PARA DIVISÃO DO CÍRCULO EM PARTES DE MESMA ÁREA USANDO RÉGUA E COMPASSO

CAMPINA GRANDE
2025

WEDES JUNIOR GOMES DE OLIVEIRA

INVESTIGANDO MÉTODOS PARA DIVISÃO DO CÍRCULO EM PARTES DE MESMA ÁREA USANDO RÉGUA E COMPASSO

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática na educação básica.

Orientador: Prof. Dr. Arlandson Matheus Silva Oliveira.

CAMPINA GRANDE
2025

O48m Oliveira, Wedes Junior Gomes de.

Investigando métodos para divisão do círculo em partes de mesma área usando régua e compasso [manuscrito] / Wedes Junior Gomes de Oliveira. - 2025.

19 f. : il.

Digitado.

Produto Educacional apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional/UEPB

"Orientação : Prof. Dr. Arlandson Matheus Silva Oliveira, Coordenação do Curso de Matemática - CCEA".

1. Geometria euclidiana. 2. Construções geométricas. 3. Ensino de geometria. I. Título

21. ed. CDD 327.7

Elaborada por Bruno Rafael Freitas de Lima - CRB - 15/1021 BC

WEDES JUNIOR GOMES DE OLIVEIRA

INVESTIGANDO MÉTODOS PARA DIVISÃO DO CÍRCULO EM PARTES DE MESMA ÁREA USANDO RÉGUA E COMPASSO

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática na educação básica.

Aprovado em: 22/08/2025.

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Dr. Arlandson Matheus Silva Oliveira (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

____
Profa. Dra. Luciana Roze de Freitas (Membro interno)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

____
Prof. Dr. Ronaldo Freire de Lima (Membro externo)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

RESUMO

Motivados pela escassez tanto de um ensino de Geometria orientado por problemas mais genuinamente geométricos quanto do uso em sala de aula de construções geométricas com régua e compasso, neste minicurso, destinado a professore(a)s que ensinam Matemática e a licenciando(a)s de Matemática, nosso objetivo é investigar métodos para divisão de um círculo em partes de mesma área fazendo uso apenas de régua e compasso. As atividades funcionarão da seguinte maneira: na primeira parte (95min), o(a)s participantes serão divididos em grupos para investigar quatro problemas de divisão de um círculo em um número predefinido de partes com áreas iguais; na segunda parte (25min), em uma abordagem de construção e desconstrução geométricas, um algoritmo para a divisão de um círculo em um número qualquer de partes de mesma área será apresentado, os grupos o executarão e, em seguida, ele será submetido a um escrutínio coletivo para justificativa e validação. Ao final do minicurso, espera-se que o(a)s participantes dominem, no mínimo, construções geométricas básicas com régua e compasso.

Palavras-chave: geometria euclidiana; construções geométricas; ensino de geometria.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A problemática que nos motiva surge de nossa inquietação com a escassez tanto de um ensino de Geometria orientado por problemas mais genuinamente geométricos quanto do uso em sala de aula de construções geométricas com régua e compasso. Esta proposta de minicurso, destina-se prioritariamente a professore(a)s que ensinam Matemática e a licenciando(a)s de Matemática e tem por objetivo geral investigar métodos para divisão do círculo em partes de mesma área, fazendo uso apenas de régua e compasso. Os objetivos específicos são os seguintes: 1) Estudar construções geométricas elementares; 2) Investigar possibilidades de ensino de Geometria por meio de problemas geométricos envolvendo processos de divisão em partes iguais e construções elementares; 3) Abordar (im)possibilidades de construção de polígonos regulares.

Este trabalho é parte da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), intitulada "Métodos para divisão de segmentos, circunferências, áreas e ângulos em partes (quase) iguais usando apenas régua e compasso". Como parte do desenvolvimento dessa pesquisa, estruturamos um primeiro minicurso, ministrado no último Congresso Universitário da UEPB. Após essa valiosa experiência, tivemos a oportunidade de conduzir um segundo minicurso na ECI Monsenhor Manuel Vieira, direcionado aos professores de Matemática da instituição. Nessa ocasião, trabalhamos algumas construções geométricas fundamentais e a divisão da circunferência em partes iguais, primeiro com régua e compasso, e depois com ênfase na resolução de problemas usando o GeoGebra. Essas duas experiências forneceram a base metodológica e teórica para a construção desta nova proposta de minicurso, que se baseia na Metodologia de Resolução de Problemas de Pogorelov para o ensino de construções geométricas:

> 1) Análise: Compreensão do problema por meio da visualização de uma possível solução; 2) Análise: Descoberta das propriedades essenciais de uma solução para estabelecer uma estratégia para sua construção; 3) Construção: Execução da estratégia para obtenção da solução; 4) Investigação: Análise da solução e da estratégia da construção, provando matematicamente que a solução obtida é correta, explorando possíveis restrições ao método de construção utilizado, conjecturando variações e generalizações prováveis do problema. (Pogorelov, 1987[1], *apud* Baldin, 2004, p. 2)

[1] Pogorelov, A. *Geometry*, Mir Publishers, 1987.

2. RECOMENDAÇÕES CURRICULARES SOBRE O ENSINO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

Em 2017 e 2018, o Ministério da Educação lançou a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), respectivamente, para Educação Infantil e Ensino Fundamental, e o Ensino Médio, alterando o cenário educacional brasileiro, detalhando “competências, unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades, os conhecimentos considerados essenciais para o desenvolvimento das crianças e jovens em cada uma das etapas e modalidades da educação básica” (CANS; MOSER; MORETTI, 2024, p. 16).

A BNCC esclarece como as construções geométricas devem ser trabalhadas no Ensino Fundamental, na área de Matemática, incentivando a utilização de instrumentos de desenho e focalizando a teoria da Geometria em muitos pontos de seu texto.

De forma sintetizada, apresenta-se na Tabela 2.1, alguns pontos da BNCC para o ensino fundamental que privilegiam as construções geométricas.

Tabela 2.1 – Alguns pontos da BNCC para o ensino fundamental que privilegiam as construções geométricas.

Variáveis	Descrições
Competência 5	Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
Habilidades para 6º ano (EF06MA21)	Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Habilidades para 6º ano (EF06MA22)	Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
Habilidades para 7º ano (EF07MA21)	Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
Habilidades para 7º ano (EF07MA22)	Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
Habilidades para 7º ano (EF07MA24)	Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos

	ângulos internos de um triângulo é 180º.
Habilidades para 8º ano (EF08MA15)	Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90º, 60º, 45º e 30º e polígonos regulares.
Habilidades para 8º ano (EF08MA18)	Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.
Habilidades para 9º ano (EF09MA17)	Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva

Fonte: BRASIL (2017), adaptado.

As habilidades acima transcritas representam uma clara manifestação da retomada do ensino das construções geométricas, mediante a utilização "de instrumentos manuais e digitais, vinculadas a teoria da Geometria plana, ratificando e reconhecendo a sua importância para a aprendizagem da Matemática", a partir do ensino fundamental (CANS; MOSER; MORETTI, 2024, p. 18).

Discutindo a aplicação das construções geométricas em sala de aula, a partir do que é estabelecido pela BNCC, Cans; Moser e Moretti (2024, p. 4) afirmam que:

> [...] as construções euclidianas elementares elencadas como sendo: paralelas, perpendiculares, mediatriz, bissetriz, círculos, transporte de um ângulo, o arco capaz, divisão de um segmento em partes iguais e o traçado das tangentes a um círculo, devam ser ensinadas primeiramente com régua não graduada e compasso. Após esse conhecimento, por praticidade e velocidade de construção, pode-se usar quaisquer outros instrumentos.

A escola existe para instruir/formar o indivíduo para a vida e não tão somente para as coisas práticas, que facilitem sua vida. Por essa razão, a escola precisa trabalhar com aquilo que também é elementar, fazendo com que o indivíduo desenvolva a sua capacidade de trabalhar, pensar e agir. Ao privilegiar a régua não graduada e o compasso ao invés de fazer uso dos recursos tecnológicos, a escola está fazendo com que o aluno desenvolva algumas de suas multiplicas habilidades, oportunizando uma melhor visão sobre o uso e a aplicabilidade da geometria.

Desta forma, após aprender as noções básicas, o aluno poder ser instruído a utilizar os recursos - inclusive, os recursos tecnológicos - na produção das construções geométricas. Assim, o educando terá mais condições de colocar em prática seus conhecimentos e fazer um melhor uso de tais construções em seu dia a dia, seja no trabalho na vida pessoal. Pois, com essa forma condução do ensino da geometria, "o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive" (BRASIL, 1998, p. 51).

E importante relembrar que na educação básica brasileira o ensino da geometria viveu um tempo de glória, mas isto entrou em declínio. No entanto, atualmente a geometria encontra-se privilegiada na aprendizagem da Matemática. Na realidade, ela possui um novo status, fruto de uma ascensão proporcionada inicialmente pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e num contexto mais recente, pela Base Nacional Comum Curricular.

3. DIVIDINDO O CÍRCULO EM REGIÕES DE MESMA ÁREA

Neste minicurso, em consonância com os objetivos por nós almejados, abordaremos problemas de divisão de um círculo em n partes de mesma área, usando apenas régua e compasso. Se quiséssemos, por exemplo, dividir um círculo em 2, 3, 4, 5 ou 6 partes de mesma área, poderíamos proceder da seguinte maneira: Se $n=2$, bastaria dividir o círculo ao meio. Para $n=3,4,5$ e 6, bastaria dividir, usando uma régua e um compasso, a circunferência desse círculo no mesmo número n de arcos congruentes e depois unir os vértices que delimitam esses arcos com o centro do círculo. E para outros valores de n, como podemos proceder? Mais concretamente, nosso trabalho será orientado pelos seguintes problemas[2]:

1) Localize o centro de um círculo dado; em seguida, divida a circunferência desse círculo em $n=2,4,8,16,\ldots,2\cdot 2^k$ partes de mesma área;
2) Divida a circunferência desse círculo em $n=3,6,12,24,\ldots,3\cdot 2^k$ partes de mesma área;
3) Divida a circunferência desse círculo em $n=5,10,20,40,\ldots,5\cdot 2^k$ partes iguais de mesma área;
4) Divida a circunferência desse círculo em $n=15,30,60,120,\ldots,15\cdot 2^k$ partes iguais de mesma área;
5) O que fazer quando não podemos dividir o círculo em partes iguais?

O minicurso será dividido em duas partes. Na primeira parte, com duração de 95 minutos, os problemas serão desenvolvidos de forma oral e escrita, um após o outro, na ordem em que foram listados acima, até o quarto problema (a cada problema, destinaremos 20 minutos). Uma vez enunciado um problema, os participantes nele trabalharão livremente por algum tempo; em seguida, construiremos uma solução, a qual será validada de forma coletiva.

Na segunda parte, com duração de 25 minutos, investigaremos possibilidades e exemplos referentes ao quinto problema. Para resolver esse problema apresentaremos um algoritmo que descreve os passos necessários (Barros e Lucchiari, 2003):

1) Trace um diâmetro AB da circunferência a ser dividida em n partes de mesma área;

[2] Nos problemas de 1 a 4, o expoente k sempre denota um número inteiro maior do que ou igual a zero.

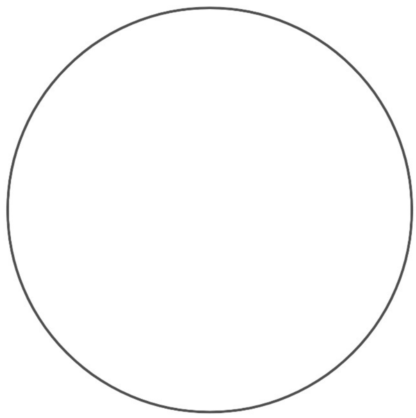
2) Divida o raio OA em n partes de mesmo comprimento e chame os pontos de divisão de $O = O_0, O_1, O_2, O_3, \ldots, O_{n-2}, O_{n-1}, O_n = A$;
3) Determine o ponto médio, M, de OA;
4) Com centro no ponto M e raio MA, trace uma semicircunferência;
5) Trace perpendiculares ao diâmetro AB passando pelos pontos $O_1, O_2, O_3, \ldots, O_{n-2}, O_{n-1}$, determinando na semicircunferência do passo 4 os pontos $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_{n-2}, C_{n-1}$;
6) As partes desejadas são as seguintes: o círculo de centro O e raio OC_1, os anéis entre os círculos centrados em O e de raios OC_j e OC_{j+1}, para $j = 2, \ldots, n-2$, e o anel entre os círculos centrados em O e de raios OC_{n-1} e OA, todos contidos no círculo original.

Para abordar esse algoritmo, seguindo o trabalho de Cans e Moretti (2024), vamos adotar uma perspectiva de construção e desconstrução geométricas, esta última imersa na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval (2022). Nesta perspectiva, as etapas constitutivas dos referidos métodos serão descritas, executadas pelos grupos e sujeitas a um escrutínio coletivo por meio do qual serão justificadas e validadas.

Por entender que "discutir como construir e, em seguida, construir, são etapas que se completam, sendo a segunda a própria materialização das idéias da primeira" (Putnoki, 1988), vamos orientar as investigações, de forma explícita, tanto através das instruções que daremos ao enunciar cada problema quanto por meio do material que cada grupo receberá para as construções geométricas com régua e compasso. Entregaremos a cada grupo um kit de desenho com régua, compasso, folhas, lápis e borracha, cuja utilização se dará primeiro de forma espontânea, depois com o auxílio dos ministrantes e, por fim, seguindo os rumos da discussão coletiva. As justificativas matemáticas para todo o trabalho realizado também serão contempladas. Para a execução das atividades, necessitaremos apenas de uma sala de aula (se possível, ampla, para organização das pessoas participantes em grupos), quadro, pincéis, apagador e data show (se possível, também acesso à internet).

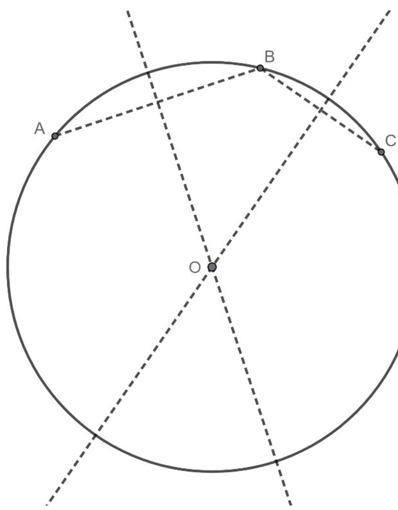
Resolução dos problemas

Problema 1: Seja o círculo dado abaixo, localize seu centro; em seguida, divida a circunferência desse círculo em $n=2,4,8,16,\ldots,2\cdot 2^k$ partes de mesma área;



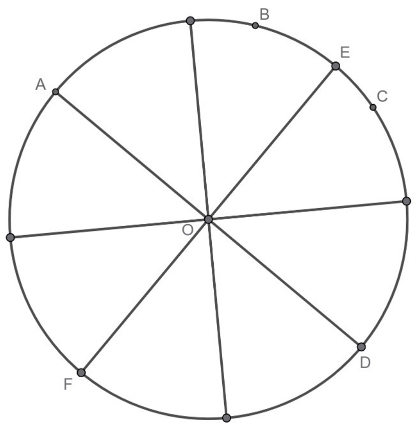
Solução

1. Marque três pontos A, B e C sobre a circunferência não coincidentes;
2. Traçar as mediatrizes dos segmentos AB e BC;
3. Marcar O, a intersecção das mediatrizes;

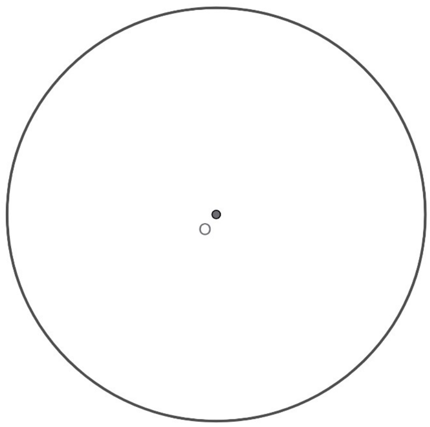


4. Trace o diâmetros AD dividindo a circunferência em duas partes iguais;
5. Trace o diâmetros EF perpendicular a AD dividindo a circunferência em 4 partes iguais;

6. Trace, em seguida, as bissetrizes dos ângulos AÔE e AÔF, respectivamente, dividindo a circunferência em 8 partes iguais, seguindo assim sucessivamente;

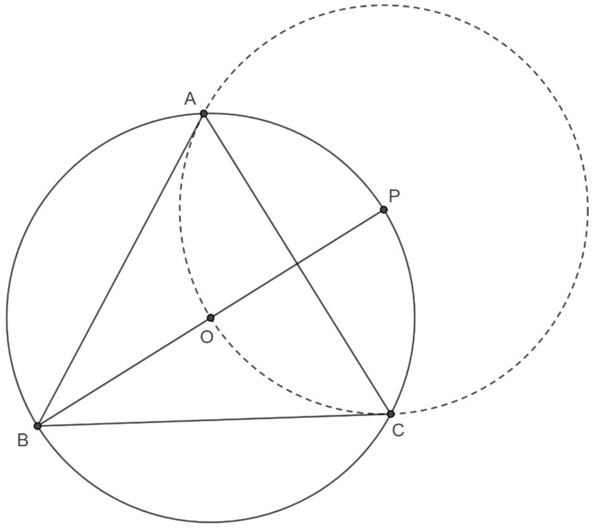


Problema 2: Dado o círculo de centro O abaixo, divida a circunferência desse círculo em $n=3,6,12,24,\ldots,3\cdot 2^k$ partes de mesma área;

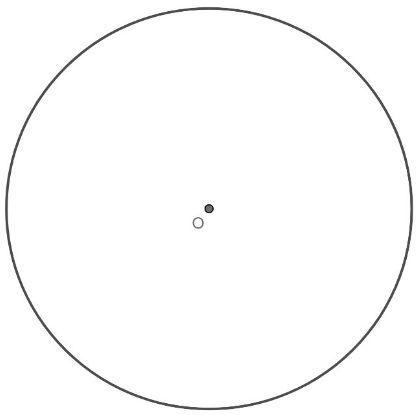


Solução

1. Trace o diâmetro BP;
2. Com abertura do compasso igual a OP coloque a ponta seca do compasso em P e desenhe um círculo completo;
3. Denomine os pontos de encontro das duas circunferências por A e C;
4. Trace os segmentos de reta AB, BC e CA para construir o triângulo equilátero;5. Trace, em seguida, as bissetrizes dos ângulos AÔB e BÔC e AÔC, dividindo a circunferência em 6 partes iguais, seguindo assim sucessivamente.



Problema 3: Dado o círculo de centro O abaixo, divida a circunferência desse círculo em $n = 5, 10, 20, 40, \ldots, 5 \cdot 2^k$ partes iguais de mesma área;

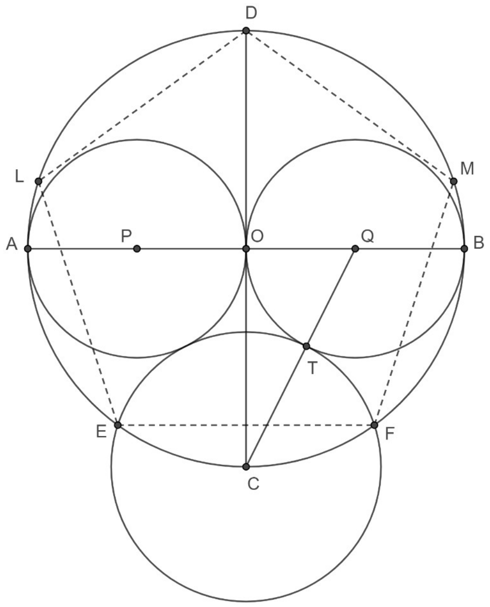


Solução

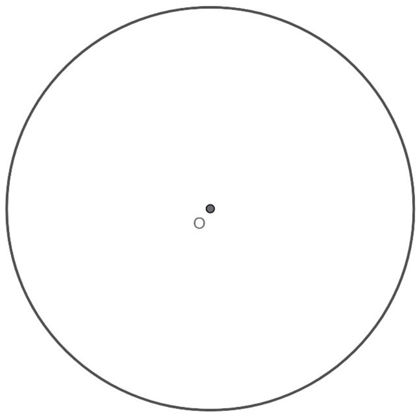
1. Trace os diâmetros AB e CD perpendiculares;
2. Trace os pontos médios de AO e BO, obtendo os pontos P e Q, respectivamente;
3. Com a ponta seca do compasso em P e comprimento PO, trace a circunferência de diâmetro AO;
4. Com a ponta seca do compasso em Q com abertura PO, trace a circunferência de diâmetro BO;
5. Trace o segmento CQ interceptando a circunferência em T;
6. Com a ponta seca do compasso em C com abertura CT, trace uma circunferência, interceptando a circunferência em E e F, que são vértices consecutivos de um pentágono regular inscrito na circunferência;

7. Com abertura do compasso de E a F construção os vértices M, D e L. Unindo todos os vértices, Dividimos a circunferência em 5 partes de mesma área;

8. Fazendo a bisseção dos ângulos dividimos a circunferência em 10 partes de mesma área, e assim sucessivamente.



Problema 4: Dado o círculo de centro O abaixo**,** divida a circunferência desse círculo em $n=15{,}30{,}60{,}120,\ldots,15\cdot 2^k$ partes iguais de mesma área;



Solução

1. Trace os diâmetros QP_{11} e SR perpendiculares;

2. Com a ponta seca do compasso em Q e abertura QO trace um arco de circunferência cortando a circunferência de raio r em P_1 e P_6 respectivamente;

3. Trace os pontos médios de SO e RO, obtendo os pontos A e B respectivamente;

4. Com a ponta seca do compasso em A e comprimento AO, trace a circunferência de diâmetro SO;

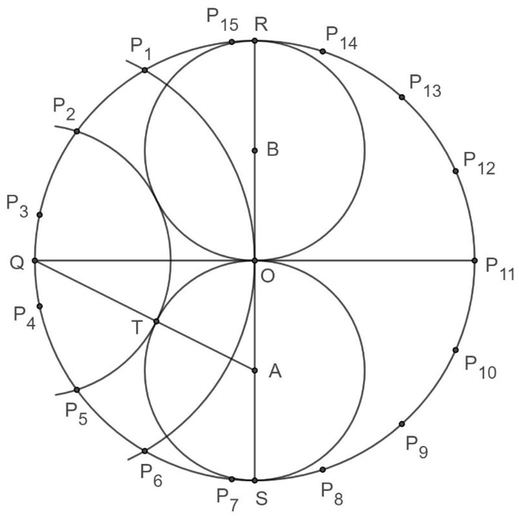
5. Com a ponta seca do compasso em B e comprimento BO, trace a circunferência de diâmetro RO;

6. Trace o segmento AQ interceptando a circunferência em T;

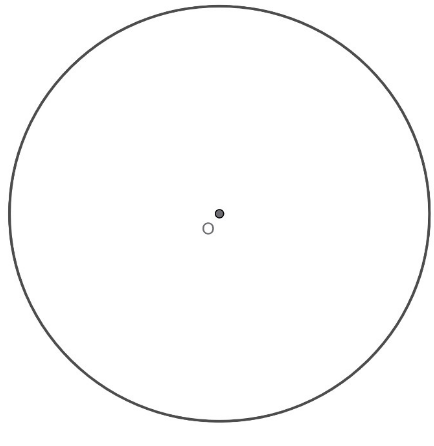
7. Com a ponta seca do compasso em Q e abertura QT, trace uma circunferência, interceptando a circunferência de raio r em P_2 e P_5. Logo P_1 e P_2 são vértices consecutivos de um pentadecágono regular inscrito na circunferência;

8. Com abertura do compasso de P_1 e P_2 construa os vértices $P_3, P_4, \cdots, P_{14}, P_{15}$. Unindo todos os vértices, dividimos a circunferência em 15 partes de mesma área;

9. Bissectando os ângulos, dividimos a circunferência em 30 partes de mesma área e assim sucessivamente.



Problema 5: Dado o círculo de centro O abaixo, divida a circunferência desse círculo em $n = 7, 14, 21, 42, \ldots, 7 \cdot 2^k$ partes de mesma área;



Solução

1. Trace um diâmetro AB da circunferência a ser dividida em 7 partes de mesma área;

2. Divida o raio OA em 7 partes de mesmo comprimento;

3. Determine o ponto médio, M, de OA;

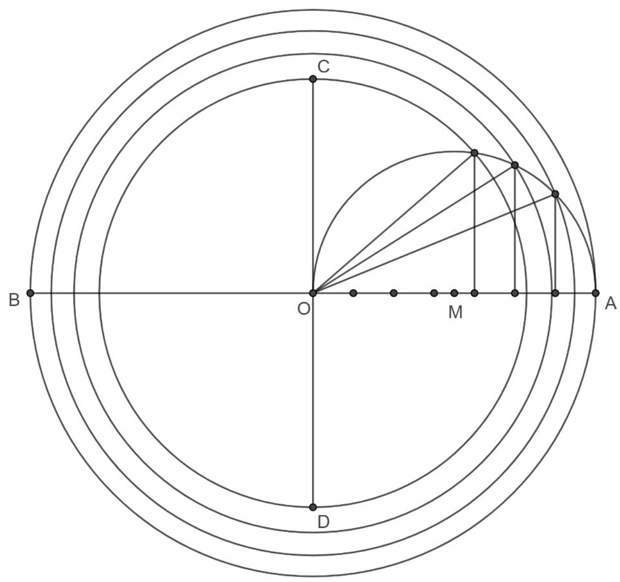
4. Com centro no ponto M e raio MA trace uma semicircunferência;

5. Trace três perpendiculares ao diâmetro AB passando pelos três primeiros pontos de divisão do raio OA a partir de A, intersectando a semicircunferência em três pontos;

6. Ligue o ponto O a cada um desses pontos que est˜ao sobre a semicircunferência, obtendo assim três segmentos de reta, que são raios de três outras circunferências;

7. Com a ponta seca do compasso em O e abertura igual aos comprimentos de cada segmento, trace três circunferências;

8. Por fim trace um diâmetro perpendicular ao diâmetro da menor circunferência passando por O, obtendo assim o que queríamos.



4. RESULTADOS ESPERADOS

Ao final deste minicurso, espera-se que os participantes sejam capazes de construir mediatrizes, bissetrizes, copiar ângulos e segmentos, dividir um segmento em partes iguais e dividir a circunferência em partes (quase) iguais, seguindo os métodos discutidos. Além disso, espera-se que possam aplicar esses conhecimentos para aprimorar o ensino de construções geométricas elementares em suas aulas de Matemática, utilizando régua e compasso. Para isso, em vez de apenas seguir instruções, os participantes serão incentivados a experimentar, manipular e observar as construções geométricas, promovendo uma aprendizagem mais ativa no decorrer do minicurso e fomentando uma postura investigativa que repercuta nas práticas de ensino de Geometria.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não é possível que alguém aprenda uma construção geométrica “[...] sem explicações e comentários, despida de motivação, desprovida de uma sucessão de princípios, conclusões e definições, capazes de revelar a razão de ser de cada trecho do desenho, de cada fase da construção [...]” (Carvalho, 1967), ao mesmo tempo que “[...] não basta apresentar aos alunos os nomes, as particularidades ou os elementos e as propriedades que caracterizam as figuras. Deve fazer parte do processo ir identificando estas questões no conjunto de problemas que será proposto aos alunos para ser resolvido” (Itzcovich, 2012, p. 11). Nossa proposta, com sua metodologia cuidadosamente elaborada, combinando uma abordagem investigativa e semiótica, contribuirá positivamente para avançar e dirimir a problemática da qual ele emerge, pois possibilitará que as pessoas participantes do minicurso trabalhem diretamente com os problemas de divisão do círculo propostos, por meio dos quais precisarão aprender, acessar, investigar e utilizar uma série de procedimentos da Geometria euclidiana em seus aspectos lógico-dedutivos e de construções. Ao abordar tópicos nem sempre presentes nas formações inicial e continuada, este minicurso contribuirá para licenciando(a)s e professore(a)s que ensinam Matemática, diversificando e enriquecendo suas práticas e suscitando novos trabalhos e discussões no âmbito da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

BALDIN, Yuriko Yamamoto. *A Metodologia de Pogorelov para ensino de construções geométricas, revista com geometria dinâmica.* Minicurso. II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, 25 a 29 de Outubro de 2004, UFBA, Salvador, BA.

BARROS, Tomas Edson; LUCCHIARI, Ademir Cristovão. Uma Divisão do Disco com Régua e Compasso. *Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro: SBM, 2º quadrimestre de 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática Brasília: MEC / SEF 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular para o ensino médio. Brasília: MEC, 2017.

CANS, Adalbert; MORETTI, Méricles Thadeu. Construção e Desconstrução Geométrica: gestos intelectuais fundamentais para a aprendizagem da geometria. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, Belém/PA, n. 48, e2024004, 2024. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n48.e2024004.id591

CANS, A.; MOSER, A.; MORETTI, M. T. Construções Geométricas: referências históricas de um saber fundamental à aprendizagem da Geometria.. Revista Educa · cão Matemática em Foco. v. 2, n. 2, p. 1-24, 2024.

CARVALHO, Benjamin de A. *Desenho Geométrico*. 3. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro. Técnico, 1967.

DUVAL, Raymond. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução de: Méricles T. Moretti. *REVEMAT*, v. 7, n. 1, p. 118-138, UFSC/MTM/PPGECT, Florianópolis. 2012. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/1856. Acesso em: 11 abr. 2025.

EUCLIDES. *Os elementos*. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

GHERSI, Italo. *Matematica dilettevole e curiosa*. Milão, Itália: Hoepli, 1988.

GROSSI, Esther Pillar. Dificuldades com os dias contados. *GÉRARD VERGNAUD*: *o campo conceitual da multiplicação*. (Seminário Internacional sobre Didática da Matemática). São Paulo e Porto Alegre: GEEMPA, 2001.

ITZCOVICH, Horacio. *Iniciação ao Estudo Didático da Geometria: das construções às demonstrações*. São Paulo: Anglo, 2012.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PUTNOKI, José Carlos. Que se devolvam a Euclides a régua e compasso. *Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro: SBM, v. 13, p. 13-17, 2º sem. 1988. Disponível em: https://rpm.org.br/cdrpm/13/3.htm. Acesso em: 09 mar. 2024.