UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO REDE NORDESTE DE ENSINO
DOUTORADO EM ENSINO DA REDE NORDESTE EM ENSINO

LUCAS HENRIQUE VIANA

A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA DO TÁXI E SUAS RELAÇÕES COM HABILIDADES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

CAMPINA GRANDE
2025

LUCAS HENRIQUE VIANA

A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA DO TÁXI E SUAS RELAÇÕES COM HABILIDADES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Tese apresentada à Coordenação do Curso de Doutorado em Ensino da Rede Nordeste em Ensino da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino da Rede Nordeste em Ensino - RENOEN.

Área de concentração: Ensino, currículo e processos de ensino-aprendizagem.

Linha de Pesquisa: Ensino, Currículo e Cultura.

Orientadora: Profª. Drª. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita

CAMPINA GRANDE
2025

V614a Viana, Lucas.

A aprendizagem da geometria do táxi e suas relações com habilidades do pensamento computacional [manuscrito] / Lucas Viana. - 2025.

268 f. : il. color.

Digitado.

Tese (Doutorado em Ensino da Rede Nordeste em Ensino) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2025.

"Orientação : Prof. Dra. FILOMENA Maria G da S Cordeiro Moita, Professora colaboradora".

1. Geometria do Táxi. 2. Pensamento Computacional. 3. Geometria. 4. Ensino e aprendizagem. I. Título

21. ed. CDD 327.7

Elaborada por Bruno Rafael Freitas de Lima - CRB - 15/1021 BC

LUCAS HENRIQUE VIANA

A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA DO TÁXI E SUAS RELAÇÕES COM HABILIDADES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Tese apresentada à Coordenação do Curso de Doutorado em Ensino da Rede Nordeste em Ensino da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino da Rede Nordeste em Ensino - RENOEN

Linha de Pesquisa: Ensino, Currículo e Cultura.

Aprovada em: 27/08/2025.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado eletronicamente por:

- **José Joelson Pimentel de Almeida** (***.846.264-**), em **20/09/2025 17:15:08** com chave **81006122965e11f0af1396e61674785c**.
- **Roger Ruben Huaman Huanca** (***.567.928-**), em **22/09/2025 10:34:58** com chave **eeb8a3d697b811f088517a652b89af96**.
- **Thaís Gaudencio do Rêgo** (***.117.554-**), em **20/09/2025 17:12:43** com chave **2aeeb2ca965e11f083b50af146e34404**.
- **Rodrigo Lins Rodrigues** (***.570.644-**), em **20/09/2025 18:36:18** com chave **d819fa8a966911f0baeb96e61674785c**.
- **FILOMENA Maria G da S Cordeiro Moita** (***.963.034-**), em **20/09/2025 17:11:45** com chave **084b7c30965e11f0a408ae9644cf5d92**.
- **Charles Andryê Galvão Madeira** (***.392.714-**), em **23/09/2025 07:02:10** com chave **5eca61ea986411f0a42a8ec9de2bcc51**.

À toda minha família, em especial, aos meus pais, Maria José de Oliveira Viana e Luis Henrique Viana, e também à minha admirável orientadora e amiga Filomena Moita, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, à Deus que, em sua infinita bondade, me proporcionou forças, coragem, paciência, persistência, resiliência e tantas outras capacidades que foram essenciais nesta jornada de doutorado. Meu coração se enche de alegria e emoção ao lembrar que, em todos os momentos de minha trajetória de estudos, nunca estive só. Conforme estava impresso na capa do meu primeiro “caderno de matérias” escolar, Ele estava sempre a me dizer: “Não temas, pois Eu sou contigo! Não te assombres, pois Eu sou o teu Deus, Eu te fortaleço!” (Is. 41: 10).

Agradeço à minha mãe, Maria José de Oliveira Viana, e ao meu pai, Luis Henrique Viana, por todo o amor e por não terem medido esforços para me proporcionar uma boa qualidade de vida e de educação. Minha mãe, que trabalhou por duas décadas como Agente Comunitária de Saúde, sempre se dedicou para me proporcionar as melhores condições de saúde e estudo possíveis. Meu pai, por sua vez, se empenhou durante todos esses anos, trabalhando de sol a sol como Mestre de Obras e também em outras funções, para garantir que eu tivesse uma excelente qualidade de vida. Ambos são pilares fundamentais da minha trajetória de estudos e me faltam palavras para expressar a dimensão da gratidão que sinto possuo por tudo o que fizeram — e continuam fazendo — por mim.

Agradeço à minha irmã Lígia de Oliveira Viana, por todo apoio, companheirismo e compreensão. O seu sorriso sincero foi luz em muitos momentos difíceis. Agradeço também a todos os meus familiares, que sempre acreditaram em mim, respeitaram as minhas ausências e me apoiaram ao longo da caminhada acadêmica. Em especial, manifesto a minha gratidão aos meus avós maternos, Francisca Gonçalves de Oliveira e Paulo Virgínio de Oliveira, exemplos de humildade, de fé e de coragem.

Sou profundamente grato à minha queria orientadora e amiga Profª Drª Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita, que, com alegria, sabedoria, vastos conhecimentos e rica experiência acadêmica, me guiou ao longo de toda essa jornada. Mesmo nos momentos mais difíceis, nunca deixou de me orientar, apoiar, inspirar e ensinar. Durante os meus doze anos de participação no Grupo de Pesquisa em Tecnologia Digital e Aquisição do Conhecimento (TDAC), vivi as experiências acadêmicas memoráveis, pelas quais serei eternamente grato à Professora Filomena e aos colegas com os quais convivi e aprendi tanto. Entre eles, agradeço especialmente a Leandro Mário Lucas, parceiro em diversos estudos sobre Pensamento Computacional, com quem compartilhei publicações e vivências acadêmicas enriquecedoras.

Agradeço à banca examinadora, pelas valiosas contribuições para o aprimoramento do meu trabalho de tese: José Joelson Pimentel de Almeida (UEPB), Roger Ruben Huaman Huanca (UEPB), Thaís Gaudencio do Rêgo (UFPB), Charles Andryê Galvão Madeira (UFRN) e, especialmente Rodrigo Lins Rodrigues (UFRPE), cuja atuação teve papel marcante na minha formação e foi fonte de inspiração na minha caminhada no TDAC.

Aos amigos que me acompanharam durante esta jornada e que tanto amo: José Jorge de Sousa, por todas as aventuras e por nossas vivências acadêmicas; Alef Nunes Silva, pela escuta, pelo afeto e pela compreensão, e por estar presente em tantos momentos; José de Alencar Fernandes Neto e Jefferson Andrade Silva, pelas conversas, pelos conselhos, pela compreensão e pelo apoio de sempre. Agradeço também a Vanessa Lays Oliveira dos Santos e Wuallison Firmino dos Santos, pelas conversas, conselhos e desabafos; e a Luciano Gomes Soares, pelas trocas acadêmicas e pela amizade sincera. Também manifesto a minha gratidão aos meus amigos dos grupos de WhatsApp — “Delícia de Abacaxi”, “Desconstrução” e “Arrumadinho do almoço” — por todas as conversas e momentos presenciais que me ajudaram a lembrar que existe um Lucas que vai além do mundo acadêmico.

Minha gratidão à psicóloga Paulenice Donato Silva, por me acolher, ouvir, aconselhar e auxiliar ao longo de tantas fases nesta caminhada, ajudando-me a refletir, ampliar olhares, derrubar muralhas e crescer pessoalmente enquanto que este trabalho era desenhado, executado e concluído.

Agradeço aos colegas, professores, funcionários e coordenadores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) e da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN), polo UEPB, em especial aos professores Dr. Silvanio de Andrade e Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, pelo zelo com os cursos, dedicação na realização de tantas atividades acadêmicas, compreensão com os alunos e apreço pelos egressos.

Sou grato ao professor participante da pesquisa, à direção e aos funcionários da escola campo, que me acolheram com gentileza e profissionalismo. Aos alunos que participaram do estudo, agradeço pela disposição em contribuir com a pesquisa e pelas experiências compartilhadas ao longo de quase seis meses de trabalho conjunto.

À Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado da Paraíba (FAPESQ), pela bolsa de doutorado fornecida através do Edital de nº 07/2021, que me possibilitou participar de renomados eventos científicos, realizar pesquisas e publicações que enriqueceram a minha experiência e contribuíram para o avanço do conhecimento em diversas áreas.

E, por fim, agradeço a todas as pessoas que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho.

“Não temas, pois Eu estou contigo!
Não te assombres, pois Eu sou o teu Deus, Eu te fortaleço!”
Is. 41. 10.

RESUMO

A Geometria do Táxi (GT) consiste em uma forma alternativa para pensar e fazer geometria em sala de aula. Distinguindo-se pela sua métrica única, em contraste com a tradicional geometria euclidiana, a GT possibilita a exploração de representações cotidianas, além de permitir a transversalidade com diversos campos do conhecimento. Similarmente, o Pensamento Computacional (PC) surge como uma temática que também pode ser abordada de maneira transversal ao currículo escolar, despertando o interesse de professores e pesquisadores de áreas diversas. Dadas as oportunidades trazidas por esses dois temas, especialmente o seu caráter transversal, verifica-se a necessidade de conduzir estudos que aprofundem as conexões entre ambos. Nesta perspectiva, este trabalho de tese objetiva analisar as relações entre aprendizagem da GT e habilidades do PC. A pesquisa foi configurada como um estudo de caso qualitativo e aplicada com 14 estudantes do primeiro ao terceiro ano do Ensino Médio, em uma escola pública da cidade de Campina Grande-PB. O trabalho de campo foi organizado em doze momentos principais, que envolveram: levantamento dos perfis dos alunos; introdução aos conceitos da GT; associações da GT com o Triângulo de Pascal e conhecimentos de análise combinatória; resolução de problemas com paradas ou desvios; cálculo de distâncias no contexto da GT; utilização e adaptação de um jogo criado pelo pesquisador, o Uber Geométrico; elaboração e socialização de materiais com a escola. Os dados da pesquisa foram coletados utilizando-se meios diversos, como gravações em vídeos, atividades com mapas personalizados, desafios criados pelo pesquisador, um teste de PC e questionários, todos eles tratados por meio do *software* de análises qualitativas MaxQDA e interpretados pelas lentes metodológicas da Análise Temática Reflexiva. Os resultados revelaram benefícios na motivação e participação dos estudantes, na retomada de conhecimentos geométricos e a identificação de 16 relações entre a aprendizagem da GT e as cinco habilidades do PC consideradas neste estudo: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração, algoritmos e avaliação. A partir da identificação dessas relações, espera-se contribuir para o aprofundamento de estudos acerca da transversalidade do PC, especificamente suas relações com a GT, de forma que novas práticas e atividades sejam criadas, com foco no desenvolvimento de uma ou mais de suas habilidades. Por fim, são apresentados caminhos para continuidade da pesquisa, como o registro e elaboração de produções técnicas educacionais e o desenvolvimento de outros estudos, que expandam os horizontes de ensino e pesquisa do PC em diversos contextos educativos.

Palavras-Chave: geometria do táxi; pensamento computacional; geometria; ensino.

ABSTRACT

Taxicab Geometry (TG) constitutes an alternative approach to understanding and engaging with school geometry. Distinguished by its unique metric in contrast to traditional Euclidean Geometry, TG facilitates the representation of everyday situations and fosters interdisciplinarity with another fields. Similarly, Computational Thinking (CT) emerges as a theme that can be addressed transversally throughout the school curriculum, attracting the interest of educators and researchers from diverse fields. Given the opportunities offered by these two themes, especially their cross-curricular nature, it is necessary to conduct studies that deepen the exploration of the connections between them. Within this perspective, this study aims to analyze the relations between learning TG and developing CT skills. Research was conducted as a qualitative study case and applied to 14 high school students enrolled in an elective course at a full-time school in Campina Grande (Paraiba, Brazil). The fieldwork was organized into twelve moments: surveying student profiles; introducing TG concepts; associating TG with Pascal's Triangle and combinatorial analysis; solving problems involving stops or detours; calculating distances within TG; using and adapting a game created by the researcher, the Geometric Uber; developing and sharing material with the school community. Data was collected through multiple sources, including video recordings, photos, personalized maps, challenges, CT test and forms. All data were analyzed using MaxQDA and interpreted through the lens of reflexive thematic analysis. Results indicated increased student motivation and engagement, the revisiting of geometric concepts and 16 relations between TG learning and the five CT skills: decomposition, pattern recognition, abstraction, algorithms and evaluation. Based on these relationships, it is expected that this study will contribute to the advancement of research on the transversality of Computational Thinking, specifically its connections with TG, in such a way that new practices and activities may be created focusing on develop one or more of its skills. Finally, research proposes directions to future work, such as producing and registering educational and conducting further studies to expand teaching and research horizons in CT across diverse educational contexts.

Keywords: taxicab geometry; computational thinking; geometry; teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino de geometria na Educação Básica é prioritariamente fundamentado na chamada Geometria Euclidiana[1] (GE). Contudo, nem todas as ideias matemáticas ou situações reais conseguem ser devidamente representadas por meio de seus axiomas, definições e teoremas, que foram inicialmente propostos pelo matemático grego Euclides[2] (Leivas, 2019; Guerra; Ferreira, 2024).

Historicamente, a partir do momento em que os matemáticos passaram a questionar o quinto postulado de Euclides, novas descobertas foram realizadas, dando início ao estudo de outras geometrias que não contemplavam o que foi inicialmente proposto por ele, denominadas não euclidianas (Lovis; Franco, 2015). Tem-se como exemplos as geometrias projetiva, esférica, elíptica e hiperbólica, todas trazendo alguns resultados e construções distintos dos presentes no modelo euclidiano.

Contudo, é necessário reconhecer que a abordagem dessas geometrias em sala de aula nem sempre é viável, pois o seu estudo exige conhecimentos avançados, como o cálculo diferencial, que não fazem parte dos currículos vigentes. Alguns documentos oficiais que regem o currículo escolar — como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) — sequer mencionam a possibilidade de trabalhar com temáticas não euclidianas em sala de aula (Brasil, 2018).

Apesar desta dificuldade em explorar as geometrias não euclidianas em sala de aula, a sua abordagem pode ser adaptada ao nível em que os educandos se encontram, de modo a evitar cálculos e teorizações complexas, mas também indo além do que é comumente praticado nos currículos escolares.

De acordo com Leivas (2019, p. 53), essas geometrias permitem a abordagem de conceitos básicos que nem sempre são contemplados pela GE, como o trabalho com "(...) propriedades topológicas como vizinhança, separação, ordem, fronteira, envolvimento e continuidade". Este trabalho com temáticas não euclidianas amplia horizontes, transcendendo e aprimorando propostas pedagógicas tradicionais, revelando uma face da geometria que muito se conecta ao cotidiano dos educandos.

---

[1] Trata-se da geometria clássica, construída a partir dos postulados de Euclides em sua obra "Os Elementos".
[2] Matemático grego que viveu na Alexandria cerca de 300 a.C., sendo um dos três maiores da antiguidade e considerado o "pai" da geometria.

Um exemplo de geometria que segue métrica diferente[3] da GE e pode ser amplamente explorado na Educação Básica é a Geometria do Táxi (GT). De acordo com Kaleff e Nascimento (2004), as ideias associadas a esse tema podem ser exploradas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o terceiro ano do Ensino Médio, em diferentes camadas de complexidade. As autoras enfatizam a pertinência do tema por estar relacionado ao dia a dia dos estudantes, já que sua aplicação é mais comum na Geografia Urbana do que na GE.

A GT ambienta-se no estudo do mapa de uma cidade ideal, na qual todas as ruas possuem o mesmo tamanho e formato, sendo orientadas ou na horizontal ou na vertical. Nela, para ir de um ponto A até um ponto B, é necessário percorrer as ruas, de modo que a menor distância entre eles nem sempre corresponderá a um segmento de reta que os une, mas pode também ser representada por conjuntos de segmentos de reta conectados um ao outro, denominados caminhos. Vale ressaltar que, na GT, os pontos e as linhas permanecem iguais, assim como os ângulos são medidos da mesma maneira que na GE. A principal diferença entre ambas está na forma de calcular a distância (Reinhardt, 2005; Noronha, 2006).

Quando explorada em sala de aula, a GT possibilita a revisitação de diferentes conceitos euclidianos, a realização de conexões com outros campos da matemática e uma melhor representação de certos problemas do mundo real, uma vez que o modelo euclidiano nem sempre é suficiente para isso[4].

Assim, a exploração tanto da GT quanto de outras geometrias não euclidianas possibilita atender à necessidade de integração entre a Geometria e os temas da atualidade, as emergências da sociedade, os avanços tecnológicos, a cidadania, as artes, entre outras dimensões que dão significado ao seu estudo e permitem aos estudantes a construção de conhecimentos contextualizados com as suas diferentes realidades (Brasil, 2018a).

Além disso, também não se pode esquecer da possibilidade de integração da Geometria com outros campos da matemática e com outras áreas do conhecimento,

---

[3] Na literatura, não se há um consenso a respeito da caracterização da GT como parte da GE, ou uma geometria não-euclidiana (Noronha, 2006). Considerando o referencial teórico adotado neste trabalho, a tomaremos como não euclidiana (Krause, 1987; Kaleff; Nascimento, 2004; Reinhardt, 2005; Gusmão; Sakaguti; Pires, 2017). Esta discussão será fortalecida no subtópico 2.2.1.

[4] Pode-se destacar como exemplos de problemas do mundo real que nem sempre são suficientemente representados por meio do modelo euclidiano o caso da distribuição de energia elétrica entre um local e outro pelas ruas de uma cidade. A menor distância entre estes locais nem sempre será um segmento de reta.

que é enfatizada como terceira competência específica da aprendizagem de matemática na BNCC:

> Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções (Brasil, 2018a, p. 267).

Nesse sentido, é possível pensar no ensino de uma matemática inter, multi e transdisciplinar, que ultrapassa as barreiras que comumente “encurralam” o desenvolvimento de aprendizagens criativas, reflexivas, críticas e significativas para os estudantes e professores. Isto porque o desenvolvimento de um conhecimento geométrico – e de outros campos – impulsionado por competências necessárias para atuar em um mundo cada vez mais influenciado pelo digital é uma necessidade cada vez mais evidente.

Entre essas competências, destaca-se neste trabalho o PC, que será inicialmente[5] definido como: “o processo de pensamento envolvido na formulação de problemas e suas soluções, de modo que as soluções sejam representadas de forma que possam ser efetivamente realizadas por um agente de processamento de informações”[6] (Wing, 2011, p.1, tradução nossa).

No campo da Educação, o PC tem sido valorizado por sua capacidade de impulsionar a habilidade de resolução de problemas, aplicável a diferentes áreas do conhecimento. Conforme apontam Araújo e Silva (2024, p. 2)

> com a difusão do tema e a estruturação de uma sociedade cada vez mais baseada em informação, a importância do PC foi ratificada por vários autores, e este passou a ser apresentado como uma habilidade fundamental para o século XXI comparado à leitura, escrita e aritmética.

Desde os primeiros textos que deram visibilidade ao PC na literatura, o termo já era destacado como uma capacidade fundamental para todas as pessoas (Wing, 2006). Outros autores reforçaram essa ideia, realizando pontes com o campo da Educação, a exemplo de Barr e Stephenson (2011), ao destacarem que, futuramente,

---

[5] Em tópicos posteriores deste trabalho, será proposta uma outra definição para o termo, seguindo os estudos e leituras do autor.

[6] Computational Thinking is the thought processes involved in formulating problems and their solutions so that the solutions are represented in a form that can be effectively carried out by an information-processing agent.

todos os estudantes viverão numa realidade fortemente influenciada pela computação e muitos deles, ou irão trabalhar na área da computação, ou serão influenciados por ela. Os autores destacam que é necessário desenvolver habilidades de resolução de problemas utilizando métodos e recursos computacionais para que, futuramente, os estudantes sejam capazes de lidar com os mais diversos tipos de problemas.

Perspectiva semelhante é destacada por Li *et al*. (2020), que defendem a ideia de que o PC deve ser desenvolvido por todos os estudantes do século XXI para auxiliar na resolução de problemas complexos do mundo contemporâneo, como, por exemplo, a análise de dados durante a pandemia da COVID-19. Destacam ainda o PC como chave para participação ativa e crítica em um mundo cada vez mais orientado por dados e informações, bem como suas conexões com diversas áreas do conhecimento.

Valente (2016) destaca diversos tipos de contextos em que o PC pode ser abordado, como nos *games,* no jornalismo, na música, nas indústrias e em diversas outras possibilidades. O autor também aponta as atividades desplugadas que permitem trabalhar com robótica, computação, produção de narrativas, entre outras possibilidades. Todas essas ideias indicam diferentes aplicabilidades do PC na Educação, podendo ser relacionadas ao trabalho e conteúdos abordados em áreas como Matemática, Física, Linguagens, Geografia e Artes.

Sobre as conexões do PC com a matemática, a BNCC destaca que

> a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e estatística, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa (Brasil, 2018a, p. 271).

A partir dessas conexões apresentadas pela BNCC, diversas iniciativas nacionais vêm sendo realizadas e outras normativas e leis promulgadas, para que a prática do PC se torne comum em sala de aula, seja de forma transversal ou em componentes curriculares específicos de computação. Como exemplos de normativas que têm sido promulgadas, desatacam-se a chamada BNCC Computação (Brasil, 2022) e, como leis, a Política Nacional de Educação Digital (Brasil, 2023), que regulamentam o ensino de computação nas escolas brasileiras, incluindo, entre os seus eixos, o PC.

Com base nessas legislações, diversas iniciativas foram implementadas visando a integração do PC no currículo das escolas da educação básica, destacando-se a adição de conteúdos e atividades nos livros de Matemática. Contudo, ainda prevalecem questionamentos sobre como integrar o PC, de forma transversal, ao ensino e aprendizagem dos conteúdos presentes nos diferentes campos da Matemática, como os da Geometria (Valente, 2016; Araújo; Silva, 2024).

São necessários aprofundamentos teóricos e práticos que permitam preencher a lacuna de compreensões sobre as formas como o PC se conecta à abordagem de conteúdos matemáticos diversos. É preciso esclarecer dúvidas como: quais as conexões entre as práticas, habilidades, conceitos e perspectivas do PC com os diferentes campos da Matemática? Todo conteúdo matemático pode ter o seu ensino e aprendizagem facilitados pelo PC? Como avaliar a aprendizagem de Matemática, mediada pelo PC? Ensinar os alunos a programar e aprender outros conceitos computacionais é suficiente para estimular o desenvolvimento de seu conhecimento matemático?

A busca por respostas a esses questionamentos torna-se cada vez mais urgente, pois muitas das obras didáticas utilizadas em sala de aula já apresentam algumas associações com o PC, embora nem sempre com a devida ênfase, aprofundamento ou relação direta com a Matemática e outros aspectos relacionados ao seu ensino e aprendizagem (Vieira, 2025).

Sobre esse aspecto, ao analisarem as obras de Matemática do Plano Nacional do Livro Didático de 2021 para o Ensino Médio, Lucas, Moita e Viana (2022) identificam quatro principais abordagens propostas ao PC: 1) tradicional, com a apresentação de alguns exercícios resolvidos, seguidos por outros para serem feitos pelo aluno; 2) da matemática para o PC: parte de conteúdos matemáticos para abordar o PC; 3) propõe o PC como uma metodologia ou abordagem para resolver problemas de matemática; 4) transversal/interdisciplinar/contextualizado: traz informações atividades sobre o PC no cotidiano.

Os autores complementam que, na maioria das obras que foram investigadas, há uma variedade de associações do PC com os conteúdos matemáticos nelas apresentados. Essas associações são explicitadas por meio de orientações gerais para os professores, capítulos inteiros, boxes, ou como atividades e problemas (Lucas; Moita; Viana, 2022).

Vieira (2025) analisa o mesmo conjunto de obras didáticas, porém, à luz da Educação Matemática Crítica. O autor observa que há uma predominância de tarefas matemáticas do tipo exercícios, apresentadas como desenvolvedoras do PC, mas sob uma perspectiva tecnicista de reprodução de métodos, sem espaço para reflexões críticas. Além disso, destaca que também existem, embora de forma menos expressiva, algumas atividades que possibilitam práticas de investigação.

De modo geral, verifica-se que, apesar da inclusão do PC nas obras didáticas e das iniciativas para a sua inserção nos currículos praticados em sala de aula, ainda se fazem necessários aprofundamentos que explicitem como ele dialoga com os conceitos, métodos e conteúdos dos diversos temas abordados na Educação Básica, sob o risco de que a sua abordagem se torne superficial ou distorcida. Corrobora-se esta reflexão a partir da crítica tecida por Foohs *et al.* (2025, p. 2023), "(...) se qualquer estratégia de resolução de problemas for indistintamente classificada como PC, o conceito se torna difuso e perde seu caráter distintivo, comprometendo sua aplicabilidade e sua relevância acadêmica e pedagógica".

Estas reflexões fortalecem a problemática que motiva a realização deste trabalho de tese e de outros estudos que têm sido desenvolvidos pelo grupo de pesquisa TDAC: *a necessidade de aprofundamentos sobre as conexões entre o PC e a aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos.*

Nos últimos anos, buscando compreender melhor as conexões do PC com diferentes temas, especificamente na área de Matemática, o grupo de pesquisa TDAC tem direcionado uma de suas linhas de pesquisa para investiga-las. Dentre os diversos campos da Matemática, a geometria tem se destacado como um dos focos centrais dessas investigações, pois muitas das ações necessárias à sua aprendizagem podem relacionar-se com o PC (Moita; Viana, 2019; Tavares, R.; Tavares, P.; Vilarim, 2024).

No trabalho de dissertação "O pensamento computacional e as suas conexões com o ensino e a aprendizagem da geometria", foi investigada a possibilidade de se desenvolver habilidades do PC por meio do estudo do conteúdo Congruência de triângulos. Nele, pôde-se evidenciar que há conexões expressivas entre a habilidade geométrica de reconhecer propriedades das figuras e as de algoritmos e abstração, do PC. Também se verificou que, embora em menor intensidade, práticas de medição e reconhecimento de elementos em figuras geométricas associam-se ao reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos (Viana, 2020).

Em outra produção Viana, Moita e Lucas (2024) investigaram o uso do geoplano digital na aprendizagem da geometria e prática do PC. Os resultados da pesquisa revelaram que, quando utilizado para abordar o Teorema de Pick, este recurso possibilita o desenvolvimento de diferentes estratégias para o cálculo da área de formas geométricas planas. Consequentemente, também permite a mobilização de habilidades geométricas e o aperfeiçoamento do PC.

Na literatura acadêmica, algumas pesquisas também têm associado o trabalho com o PC e a aprendizagem das geometrias não euclidianas, especialmente com os fractais[7] (Barbosa; Silva, 2022). Por meio desta associação, é possível representar os padrões de crescimento dos fractais por meio de recursos como o GeoGebra, ou por meio de algoritmos em linguagens diversas, que vão da programação em blocos às demais de maior complexidade.

Observando a possibilidade de trabalhar com o PC e as geometrias não euclidianas, questiona-se: quais as relações entre as suas habilidades e aprendizagem da GT? Assim, esta pesquisa busca respostas para essa questão principal, considerando as perspectivas de PC adotadas pelo autor e as suas experiências anteriores de pesquisa que relacionam o PC à aprendizagem de conteúdos geometria.

Para melhor apresentar as informações ainda necessárias a esta introdução, este capítulo introdutório será particionado nos seguintes tópicos: Motivações pessoais e trajetória acadêmica do pesquisador; Questão de pesquisa, tese e objetivos.

1.1 Motivações pessoais e trajetória acadêmica

Neste tópico serão apresentadas algumas das motivações pessoais e marcos da trajetória acadêmica do pesquisador que culminaram na realização deste trabalho de tese. Para melhor expressar essas motivações, será aqui conduzido um memorial em primeira pessoa do singular.

Começo este memorial relembrando minha trajetória como estudante de licenciatura em Matemática na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Nos

---

[7] Apesar de não existir uma definição universalmente aceita a respeito da geometria fractal, pode-se caracterizá-la como ramo da matemática que estuda formas geométricas complexas, com padrões de formação que se repetem infinitamente em sua estrutura e em escalas cada vez menores.

primeiros dias de aula, enfrentei dificuldades para acompanhar explicações e atividades sobre conteúdos matemáticos considerados básicos para o curso, mas que não foram suficientemente explorados durante minha formação na Educação Básica, especialmente no que se refere à Geometria.

Para superar essas dificuldades, dediquei-me a estudar separadamente alguns temas relacionados à Geometria, tanto revisitando conteúdos curriculares da escola básica, como realizando leituras acadêmicas sobre as problemáticas envolvidas no ensino e aprendizagem desse campo da matemática.

No segundo período do curso, ingressei no grupo de pesquisa TDAC no qual atuei enquanto bolsista de Iniciação Científica (IC) por um total de três anos. Durante este tempo, pude aprofundar os meus conhecimentos e inquietações acerca do ensino de geometria, desenvolvendo pesquisas que envolveram a utilização de recursos como as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), os *games* analógicos e digitais, entre outros.

Ao final do curso de licenciatura, no ano de 2017, dediquei a temática do meu trabalho de conclusão de curso ao ensino e aprendizagem da Geometria, buscando investigar as contribuições que o *game* Minecraft poderia oferecer ao ensino e aprendizagem da Geometria Espacial de Posição. Entre os resultados obtidos nesta pesquisa, destacou-se a necessidade de se aprofundar a respeito das conexões que podem ser realizadas entre a geometria e outras áreas do conhecimento, em especial a informática na educação (Viana, 2017).

Encerrada a jornada na graduação, dei continuidade à trajetória acadêmica ingressando no mestrado acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM/UEPB). Entre as atividades que realizei, destaco a participação em eventos científicos, como o Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE), nos anos de 2018 e 2019, onde tive contato com a temática do PC e passei a me inquietar a respeito de quais seriam as suas contribuições para a aprendizagem de geometria.

Diante disso, o meu trabalho de dissertação foi direcionado a investigar as conexões entre PC e geometria, especificamente com o conteúdo congruência de triângulos. Os dados da pesquisa revelaram que há conexões expressivas entre as habilidades de reconhecer as propriedades das figuras geométricas com as de algoritmos e abstração, do PC. Também permitiu observar que as práticas de medição e reconhecimento dos elementos de figuras geométricas se associam com reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos.

Os resultados da dissertação apontaram ainda que a integração entre essas áreas pode potencializar o desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico, resolução de problemas e abstração, elementos fundamentais tanto para a matemática quanto para a computação. A pesquisa foi finalizada com a conclusão de que, certamente, existem outras conexões entre o PC e a Geometria, que precisavam ser evidenciadas em novos estudos, que as utilizem como estratégias pedagógicas em cenários educacionais diversos.

Encerrada a jornada no mestrado, ingressei em 2021 no doutorado profissional do PPGECEM/UEPB e fui convocado em um processo seletivo para professor substituto no Departamento de Matemática do Campus I da UEPB, atuando por um período total de dois semestres. A partir das atividades que desenvolvi com meus alunos em um contexto de aulas remotas emergenciais, e considerando as experiências prévias de pesquisa e extensão, decidi direcionar o foco da minha pesquisa para a GT, partindo de uma perspectiva de que as habilidades do PC também estariam relacionadas com a aprendizagem das geometrias não euclidianas.

Essas vivências têm sido base para a minha trajetória enquanto professor e pesquisador, tendo moldado minha prática pedagógica e auxiliado em minha compreensão sobre os desafios e potencialidades para o ensino de matemática. Este trabalho de tese reflete, portanto, não apenas uma pesquisa acadêmica, mas também os marcos de uma jornada pessoal e profissional, em busca de contribuir com melhorias para o ensino da Matemática, especialmente no que diz respeito à Geometria e à integração de novas práticas e tecnologias em seu ensino.

1.2 Questão de pesquisa, tese e objetivos

Diante da problemática, justificativa e motivações pessoais apresentadas, a pesquisa parte da seguinte questão: Que relações podem ser identificadas entre a aprendizagem da GT e as habilidades do PC? A partir desta pergunta, a tese aqui defendida é que “a aprendizagem da GT envolve as habilidades do PC”.

Considerando esta tese, a pesquisa tem por objetivo geral analisar as relações entre aprendizagem da GT e habilidades do PC. Para alcançá-lo, serão considerados os seguintes objetivos específicos, que sustentarão a condução da pesquisa:

- Caracterizar, a partir da literatura, as habilidades do PC;
- Identificar por meio das falas e produções dos alunos as relações entre habilidades do PC e a GT;
- Produzir materiais didáticos que articulem habilidades do PC e conteúdos da GT;

Considerando esses objetivos, este trabalho encontra-se estruturado em cinco capítulos[8] principais, além da introdução. No referencial teórico há três tópicos “Ensino de Geometria: algumas reflexões”, “GT: história, conceito e aplicações” e “PC: histórico, conceitos, habilidades e implementação em sala de aula”. Já o capítulo design metodológico contempla quatro tópicos: “Caracterização do local de aplicação da pesquisa”, “O processo de escolha dos sujeitos”, “O Percurso” e “A metodologia de análise dos dados”. Nos resultados e discussões, tem-se dez tópicos associados aos diferentes momentos da pesquisa e um último destinado à sistematização das relações identificadas. Por fim, são apresentadas as considerações finais do autor.

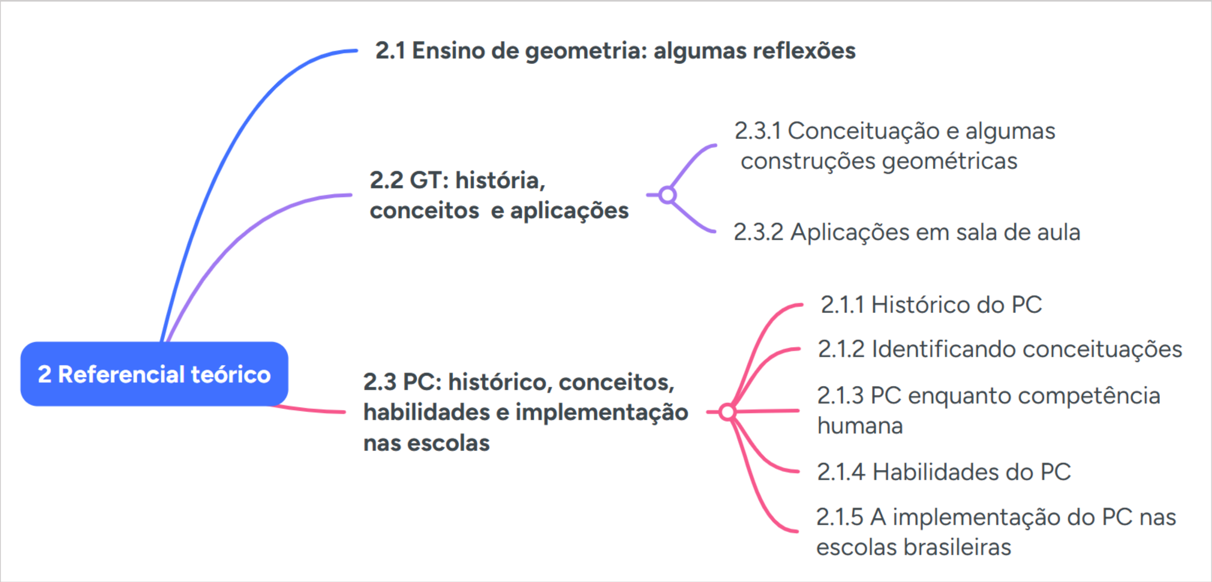
[8] As seções principais do trabalho serão chamadas de “Capítulos”. As secundárias, serão “Tópicos” e as terciárias “Subtópicos”.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo traz reflexões embasadas em autores da área da Educação em geral, bem como específicos da Educação Matemática. Além disso, também serão recorridos autores das áreas de Educação em Computação e de Informática na Educação, para aprofundamento teórico a respeito do PC.

A Figura 1 destaca a estrutura deste capítulo, que está organizado de acordo com três tópicos principais: Ensino de geometria: algumas reflexões; GT: história, conceitos e aplicações; PC: histórico, conceitos e habilidades.

Figura 1 – Estrutura do segundo capítulo



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

2.1 Ensino de geometria: algumas reflexões

O ensino e a aprendizagem de geometria na Educação Básica são práticas em constante discussão na pesquisa em Educação Matemática. Destacam-se especialmente quando se leva em consideração que a consolidação de sua abordagem no currículo escolar é recente, se comparada à de outros campos da matemática (Caldato; Pavanello, 2015).

Essa abordagem recente reflete um processo marcado por idas e vindas, no qual o estudo dos conceitos geométricos nem sempre foi suficientemente explorado nas escolas. Isto porque, na história da Educação Matemática, reformas e movimentos influenciaram diretamente as formas pelas quais os currículos eram praticados nas escolas, a exemplo das Reformas do Ensino de Matemática (1930-1940) e o Movimento da Matemática Moderna (MMM) na década de 1960 (Pavanello, 1989; Caldato; Pavanello, 2015).

Ratificando esta informação, Lopes, Manrique e Macêdo (2021, p. 6) destacam que, “Se antes do MMM o ensino e aprendizagem de Geometria era decadente, e centrava nos métodos de ensino que privilegiavam a memorização e a repetição mecânica, após o MMM agrava-se mais ainda pela quase renúncia de seu ensino”.

Nessas épocas — quando ocorria — o ensino de geometria era realizado sob uma perspectiva mais sintática, deixando de lado aspectos associados à visualização, à criatividade, ao raciocínio espacial, entre outras habilidades essenciais ao desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Além disso, era frequente que os professores ensinassem aos seus alunos a memorizar procedimentos e reproduzir técnicas que lhes eram apresentadas, sem aprofundamentos sobre os seus significados. Essas práticas restringiam as possibilidades de melhores compreensões sobre os conteúdos geométricos (Lopes; Manrique; Macêdo, 2021).

Gradativamente, a Geometria foi quase extinta dos programas de formação de professores e em sala de aula. Em 1989, a pesquisadora brasileira Regina Maria Pavanello criticava o “abandono” do ensino deste campo do conhecimento matemático nas escolas, pois nem sempre ele era prioridade nos currículos praticados em sala de aula (Pavanello, 1989). Décadas após a publicação do seu trabalho, a autora aponta em uma entrevista realizada por Moran *et al.* (2023), que ainda persistem problemas no ensino e aprendizagem da Geometria e que a ineficácia da formação inicial e continuada de professores é um dos maiores desafios quanto à melhoria desta realidade.

Com o passar dos anos, algumas mudanças foram realizadas nos currículos escolares, em obras didáticas e nos processos formativos dos cursos de licenciatura. Pode-se destacar como marcos a publicação de documentos normativos, como a BNCC (Brasil, 2018a) e documentos anteriores, como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEm (Brasil, 2008) e a Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (Brasil, 1996).

Por meio desses documentos e demais esforços que têm sido feitos, a Geometria ganha mais espaço nos currículos escolares e de formação inicial e continuada de professores. Esse ganho reflete em benefícios que se estendem para muito além da escola, pois contribui para a formação de cidadãos capazes de pensar e agir no mundo real, utilizando habilidades de visualização, lógica, desenho, resolução de problemas, indução, intuição, entre outras que derivam da aprendizagem da geometria.

Assim, no que diz respeito à importância da Geometria, destaca-se que ela:

> (...) é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz (Lorenzato, 1995, p. 6-7).

O autor complementa que a Geometria também é uma ponte que une os diferentes conteúdos matemáticos. Destaca que ela é constituída por elementos capazes de facilitar a aprendizagem dos números e da álgebra por meio de ações de descoberta, elaboração de conjecturas e experimentação (Lorenzato, 1995).

Ampliando essa afirmação, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998, p. 37) indicam que “A Geometria é rica em elementos que favorecem a percepção espacial e a visualização; constitui, portanto, conhecimentos relevantes, inclusive para outras disciplinas escolares”. Por meio dessas habilidades, os estudantes conseguem desenvolver formas específicas de se pensar que lhes permitem melhor compreender, descrever e representar o mundo ao seu redor (Jucá *et al.*, 2013).

Quando não bem desenvolvido, o conhecimento geométrico torna-se insuficiente para uma leitura de mundo mais completa, de modo que “(...) a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida” (Lorenzato, 1995). Assim, em razão das lacunas que muitas vezes são deixadas desde as séries iniciais na aprendizagem da Geometria, problemas se acumulam, gerando um estudo improdutivo. Consequentemente, a formação desenvolve-se carregada de deficiências em conhecimentos que podem ser de grande importância no futuro cotidiano acadêmico e profissional dos estudantes (Viana, 2020).

Feitas essas reflexões acerca da importância da Geometria na formação escolar e acadêmica das pessoas, é importante também refletir sobre os desafios que afetam o seu ensino e aprendizagem — bem como as suas causas. Ao refletir sobre a realidade e possibilidades do ensino de geometria na Educação Básica, Rogenski e Pedroso (2007, [p.5]) apontam que

> os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos.

Os autores acrescentam que, muitas vezes, os estudantes conseguem realizar cálculos por meio da aplicação imediata de fórmulas, mas apresentam dificuldades em realizar a composição e/ou decomposição de figuras, imaginar partes não visíveis e trabalhar com rotação, reflexão, entre outras formas de manipulação (Rogenski; Pedroso, 2007). Vale destacar, inclusive, que o trabalho com a resolução de problemas também se torna deficitário, tendo em vista que muitas das tarefas apresentadas em sala de aula costumam se restringir à resolução de exercícios, que pouco estimulam a criatividade e flexibilidade necessárias ao ato de pensar, propor e resolver problemas (Boaler, 2018).

Muitos outros desafios surgem no trabalho em sala de aula, sendo eles resultantes de um *looping* de deficiências formativas: professores que não tiveram experiências formativas exitosas em geometria na sua formação inicial tendem a ensinar uma geometria insuficiente para os seus estudantes — é preciso considerar também que ainda há casos de professores que não a ensinam.

Esses educandos acabam por não desenvolver o seu conhecimento geométrico, indo ao mercado de trabalho com muitas lacunas. Alguns deles se tornam professores, que se formaram em cursos de licenciatura cujos currículos não evoluíram, e posteriormente vão para a sala de aula com as mesmas deficiências formativas de seus formadores, resultando num *looping*.

Estas deficiências formativas são apontadas por Viana (2020, p. 28), que se apoia em Fonseca *et al.* (2001) para destacar:

> (...) dois motivos que podem resultar em uma abordagem superficial dos conhecimentos geométricos por parte de alguns professores: em seu processo formativo, alguns deles, especialmente os habilitados para trabalhar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, não tiveram a oportunidade de conhecer os conteúdos deste currículo, nem receberam orientações metodológicas para abordá-lo em sala de aula;

> esses mesmos professores, em geral, tomam como referência para suas aulas um único livro didático, perdendo a oportunidade de conhecer outros meios de orientação teórica e metodológica.

Lorenzato (1995) destaca que há inúmeras causas para o insucesso no ensino de geometria, sendo a mais significativa o não domínio dos conhecimentos geométricos básicos por parte de alguns professores. O autor conclui que “(...) a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la” (Lorenzato, 1995, p. 4). Esta conclusão reforça as reflexões que foram apresentadas nos parágrafos anteriores e as que são feitas por Pavanello em Moran *et al.* (2023), pois a carência de domínio de conhecimentos geométricos básicos retroalimenta o *looping* de deficiências formativas.

No trabalho de Lopes, Manrique e Macêdo (2022), foram identificadas deficiências formativas em alguns licenciandos em matemática que cursaram componentes da área de Geometria, apontadas pelos autores como fragilidades no domínio de conteúdos, como, por exemplo, a generalização de retângulos como quadrados. Os autores também apresentam alguns fatores que contribuem para a manutenção dessas fragilidades, como baixa carga horária da geometria escolar, ausência de abordagem das Geometrias Não Euclidianas e abordagem de conteúdos da Educação Básica sob ênfase axiomática e avançada.

De fato, a excessiva formalização dos conteúdos geométricos durante os processos formativos é um dos fatores que também contribuem para o não desenvolvimento de conhecimentos sobre o ensino de geometria entre os licenciandos. Isso porque há uma variedade de recursos, habilidades e práticas necessárias ao trabalho com a geometria que não são diretamente desenvolvidos pela realização de exercícios, aplicação de fórmulas e reprodução de demonstrações (Lopes; Manrique; Macêdo, 2022).

Pensando na sala de aula da Educação Básica, há aspectos que também precisam ser considerados, como a abordagem que é apresentada nos livros didáticos, que muitas vezes são os principais recursos e fontes de informação utilizados pelos professores. Nesses livros, frequentemente, os conteúdos de geometria são apresentados de maneira dissociada da Aritmética e da Álgebra. Segundo Lopes, Manrique e Macedo (2022, p. 120), há uma “priorização de fórmulas, propriedades, nomes, definições e resolução de exercícios (em) que muitas vezes se busca simplesmente a aplicação de fórmulas, não dando ênfase à exploração de contraexemplos e de situações que levem o aluno a realizar conjecturas".

Em complemento, Lorenzato (1995), afirma que os livros didáticos contribuem para a origem de problemas no ensino de geometria, pois, além de enxergar as figuras que neles são apresentadas, os alunos também precisam visualizá-las, observá-las e imaginá-las sob diferentes perspectivas, seja por meio de materiais concretos que as representem, ou por meio de *softwares* de geometria dinâmica.

Nesse sentido, é importante destacar que o problema não está unicamente no uso exclusivo e excessivo dos livros didáticos, pois, conforme aponta Gonçalves (2019), a aprendizagem de geometria não requer apenas enxergar figuras, mas uma sinergia entre uma compreensão visual e linguística de todos os seus elementos, propriedades e relações. Viana (2020) destaca que a compreensão linguística envolve todas as formas escritas, audíveis, tateáveis, entre outras, em que se é possível representar figuras geométricas.

Para além do livro didático, há também a problemática do currículo praticado na Educação Básica e nas formações iniciais de professores, pois, em ambos, a Geometria nem sempre possui um lugar de destaque. Apesar da amplitude do termo, será considerado, neste momento, apenas a relação de componentes curriculares e conteúdos contemplados pelos processos formativos.

No campo da formação inicial dos professores, além das reflexões já apresentadas a respeito das deficiências formativas, é preciso também destacar que há uma ênfase na abordagem da Geometria Euclidiana, enquanto que outras formas de se pensar e fazer geometria, ditas não euclidianas, pouco são exploradas (Sousa; Guerra; Nunes, 2024).

Segundo Sousa, Guerra e Nunes (2024), o estudo das geometrias não euclidianas possibilita o rompimento da ideia de que há uma única geometria, verdadeira, para a interpretação e representação do mundo real. Além disso, permite abordar a resolução de problemas diversos para os quais a métrica euclidiana não possui recursos, como os da GT, que será o conteúdo foco desta pesquisa.

Em um estudo sobre as concepções de geometrias não euclidianas de um grupo de vinte e sete professores de matemática da Educação Básica paranaense, Lovis e Franco (2015) constataram que seis deles não possuíam concepções sobre o assunto, e um deles sequer tinha conhecimento da inserção do tema na estrutura curricular do Estado do Pará. As diretrizes curriculares do Estado recomendam, no ensino fundamental, o trabalho com Geometria Projetiva e noções de topologia e fractais. Já no ensino médio, além das geometrias trabalhadas no Ensino Fundamental, recomendam também abordar a elíptica e hiperbólica.

Neste mesmo grupo de professores, Lovis e Franco (2015) também identificaram que somente um dos professores havia estudado Geometria Projetiva na etapa de formação inicial, enquanto que outros dois apenas ouviram falar da existência das geometrias não euclidianas. Além disso, dos vinte e sete, nenhum deles havia estudado as temáticas não euclidianas durante a sua formação na Educação Básica.

O trabalho desses autores provoca reflexão sobre o papel das geometrias na formação dos professores e, ao mesmo tempo, evidencia a insuficiência formativa dos cursos de licenciatura. Além disso, Lovis e Franco (2015) destacam que quinze dos professores estudaram geometrias não euclidianas por meio de formações ofertadas pela Secretaria de Educação do Estado.

Na proposta curricular do Estado da Paraíba, são feitas reflexões sobre o surgimento das geometrias não euclidianas, mas na organização curricular do ensino médio, não é feita nenhuma menção a conteúdos específicos de topologia, fractais, entre outras temáticas (Paraíba, 2023).

Observando este material, encontra-se no texto de Sousa, Guerra e Nunes (2024) uma pertinente reflexão a respeito do quão problemática pode ser o trabalho exclusivo com a GE, em detrimento de outras geometrias, no ensino de matemática na Educação Básica:

> [A geometria se torna uma] teoria matemática isolada que funciona como argumento indiscutível de validação de procedimentos de outros conhecimentos deixando escapar o seu verdadeiro papel como um modelo, entre muitos outros existentes na matemática, que nos permitem modelar situações, entre elas, as do e para o espaço real em que vivemos e atuamos (Guerra; Ferreira, 2024, p. 3).

Assim, quando a GE é apresentada e explorada como único modelo possível para se representar a realidade, diversas situações podem deixar de ser abordadas em sala de aula, como, por exemplo, a representação de fractais ou outras estruturas que não seguem a métrica euclidiana.

Para Leivas (2019), poucas inovações parecem estar ocorrendo no sentido de expandir os horizontes da geometria que é abordada na Educação Básica. Para que essa expansão ocorra, Viana (2020) destaca que é necessário buscar explorar a criatividade dos estudantes, de modo que os professores proponham atividades que permitam manipular as formas geométricas de diversas maneiras, possibilitando a exploração de diferentes domínios semióticos e fortalecendo o senso geométrico por meio dessas interações.

Considerando as reflexões apresentadas, especialmente a respeito da importância e limitações enfrentadas pelo trabalho com as geometrias não euclidianas na Educação Básica, será discutido no próximo tópico a respeito da GT, que facilmente pode ser associada ao cotidiano dos estudantes e contribuir para o ensino e aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos.

2.2 GT: história, conceito e aplicações

Este tópico será destinado à realização de um aprofundamento teórico a respeito da GT. Para isso, será explorado o seu contexto histórico, isto é, em que cenário essa geometria foi "descoberta", além de sua conceituação e algumas propostas para a construção de conceitos geométricos dentro de seu contexto.

Na literatura, a GT também é apresentada sob outras nomenclaturas, como: Geometria Pombalina, Geometria Urbana, Geometria do Taxista, Distância de Manhattan, Distância de Minkowski, Distância L1 ou Distância de Bloco (s; Nascimento, 2004; Fossa, 2020). Contudo, GT é o termo mais comum.

Esta geometria foi proposta pela primeira vez pelo professor de matemática russo Hermann Minkowski (1864-1909), em meio a uma coleção de tratados que propunham diferentes métricas para a Geometria, ou, em outras palavras, exemplos de espaços em que a maneira pela qual a distância é calculada cumpre axiomas de um espaço métrico. Entre essas métricas, encontrava-se o que viria a ser chamado "Geometria do Táxi" (Noronha, 2006; Reinhardt, 2005).

De acordo com Poore (2006, p. 1), Minkowski queria que as pessoas compreendessem que nem sempre o caso de congruência entre triângulos "Lado-ângulo-lado" é válido para todas as geometrias. Para isso, Minkowski determinou-se a provar que há situações em que não é possível usar a hipotenusa de um triângulo para encontrar o caminho mais curto de um ponto a outro. A partir disso, o professor percebeu que a melhor maneira de mostrar a sua ideia às pessoas era propor que pensassem em um táxi deslocando-se pelas ruas de uma cidade como referência, daí o nome "Geometria do Táxi".

Apesar dos estudos de Minkowski, foi apenas em 1952, quando Karl Menger produziu uma exposição de geometria no Museu de Ciência e Indústria de Chicago, que o termo *Taxicab Geometry* passou a ser utilizado. Acompanhando a exposição, foi também produzido um folheto, intitulado "*You Will Like Geometry"*, no qual eram feitos aprofundamentos sobre a GT. Após esta exposição, o termo passou a ser mais utilizado, e despertou a atenção de muitos estudiosos, recebendo também outras nomenclaturas (Noronha, 2006; Reinhardt, 2005).

Décadas depois, Krause (1987) apresenta, em uma outra obra intitulada "*Taxicab Geometry: An Adventure on Non-Euclidean Geometry*", uma abordagem pedagógica para a GT, apostando em menos definições formais para dar espaço à criatividade e originalidade na abordagem do tema por meio de exercícios e questões.

É importante ressaltar que não é intenção deste estudo adentrar às demonstrações por trás de cada fórmula ou proposições da GT, no entanto, sugere-se como leitura o trabalho de Oliveira (2014). O autor apresenta demonstrações de diversas formações geométricas, quando interpretadas sob a métrica da GT.

2.2.1 Conceituação e algumas construções geométricas

A GT possui algumas aproximações com a GE: os pontos são os mesmos, as linhas são as mesmas e os ângulos são medidos da mesma maneira, apenas a função de distância é calculada de forma diferente. Contudo, na literatura, há diferentes interpretações sobre a sua caracterização, tendo alguns autores destacando-a como não euclidiana (Krause, 1987; Kaleff; Nascimento, 2004; Reinhardt, 2005; Gusmão; Sakaguti; Pires, 2017).

Segundo Reinhardt (2005, p. 38, tradução própria, grifo do autor),

> a geometria do táxi se trata de uma **geometria não-euclidiana** que é acessível de uma forma concreta e que se distancia em apenas um axioma da geometria euclidiana em sua estrutura básica. Os pontos são os mesmos, as linhas são as mesmas e os ângulos são medidos da mesma maneira. Apenas a maneira como a distância é calculada é que se diferencia[9].

[9] Taxicab geometry is a non-Euclidean geometry that is accessible in a concrete form and is only one axiom away from being Euclidean in its basic structure. The points are the same, the lines are the same, and angles are measured the same way. Only the distance function is different.

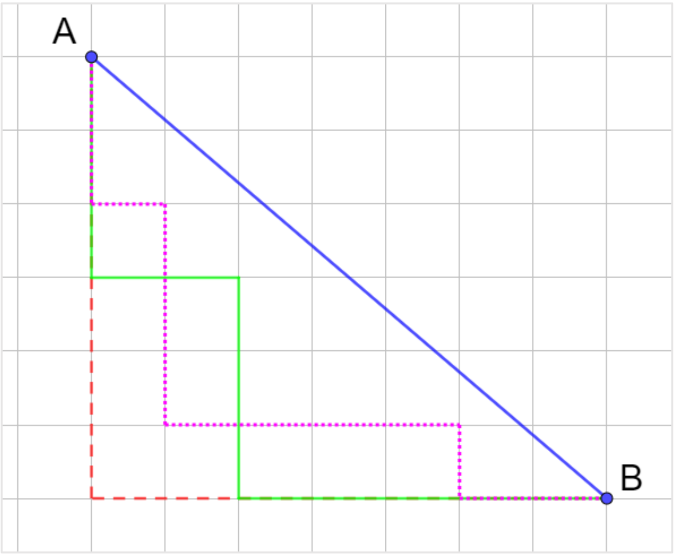
Apesar dessas interpretações, ainda existem dúvidas sobre o enquadramento da GT no cenário das geometrias não euclidianas. Conforme pondera Noronha (2006, p. 65, grifos do autor)

> [...] ao citarem as semelhanças e diferenças entre as métricas do taxista e a euclidiana, alguns autores, como Sowell (1989) e Krause (1973), se referem a esta primeira como uma geometria não-euclidiana. Sabemos que as chamada[s] geometrias não-euclidianas surgiram a partir das várias tentativas de demonstrar o 5º postulado de Euclides a partir dos outros quatro, portanto, buscamos nestes e noutros autores algo que se referisse a este assunto, **no entanto nada encontramos**.

Fundamentando-se nos trabalhos que compõem o quadro teórico deste tópico, especialmente em Krause (1973) e Reinhardt (2005), optou-se por interpretar a GT como uma geometria não euclidiana. Como será apresentado mais adiante, muitas das construções feitas sob a métrica da GT diferenciam-se das da GE, o que favorece a interpretação aqui adotada.

Um exemplo de diferença entre a GE e a GT é que, nesta primeira, a menor distância que une dois pontos é considerada como um único segmento de reta, na GT, podem existir vários caminhos de mesmo comprimento entre dois pontos, todos igualmente representando a menor distância que os unem (Krause, 1987; Reinhardt, 2005). A Figura 2 ilustra essa ideia:

Figura 2 – Menor distância na GE (segmento azul) e na GT (demais segmentos)



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Assim, na Figura 2, a linha de cor azul representa a forma pela qual a menor distância entre dois pontos A e B é interpretada no contexto da GE. Já os percursos em cores vermelho, verde e rosa representam alguns dos 1716 percursos que correspondem às menores distâncias entre A e B no contexto da GT, todos de mesma medida.

Para melhor compreender as representações em cores vermelho, verde e rosa na Figura 2, basta considerar que cada lado dos quadrados que compõem a malha sob a qual a construção foi feita possui uma unidade de comprimento, aqui definida como 1L. Observando os percursos de cores vermelha, verde e rosa, é possível perceber que todos possuem 13L de comprimento, sendo esta a menor distância entre A e B para o que propõe a GT.

Com isso, a GT permite uma reformulação da Geometria, modificando as maneiras pelas quais compreendemos alguns conceitos. Como mostrado a seguir, o cálculo da distância entre dois pontos passa da fórmula tradicional utilizada na GE (Fórmula A), para uma outra, um tanto diferente no contexto da GT (Fórmula B):

Fórmula A $$d_e(A,B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

Fórmula B $$d_t(A,B) = |x_b - x_a| + |y_b - y_a|$$

Retomando ao tema do quantitativo de menores caminhos, há duas formas de encontrá-los por meio da análise combinatória, pois eles correspondem a uma combinação simples de determinados trechos horizontais e verticais. No caso da Figura 2, por exemplo, há uma combinação de 6 trechos verticais e 7 horizontais para cada percurso que é realizado, sendo: VVVVVVHHHHHHH (vermelho); VVHVVVHHHHVHH (rosa); VVVHHVVVHHHHH (verde).

Assim, aplicando diretamente a fórmula de combinação simples, obtemos:

$$N = C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Onde:

N = total de menores caminhos possíveis;

n = soma do total de trechos horizontais e verticais;

p = quantidade do menor conjunto de trechos: horizontais ou verticais.

Ou, ainda, considerando as informações de um mapa da GT:

$$N = \frac{(v+h)!}{v! \times h!}$$

Onde:

N = total de menores caminhos possíveis;

v = total de trechos verticais;

h = total de trechos horizontais.

Além dessas fórmulas, algumas construções, como circunferências, elipses, hipérboles, triângulos equiláteros, entre outras, têm os seus formatos modificados quando representados de acordo com a métrica da GT. Assim, devido às suas características,

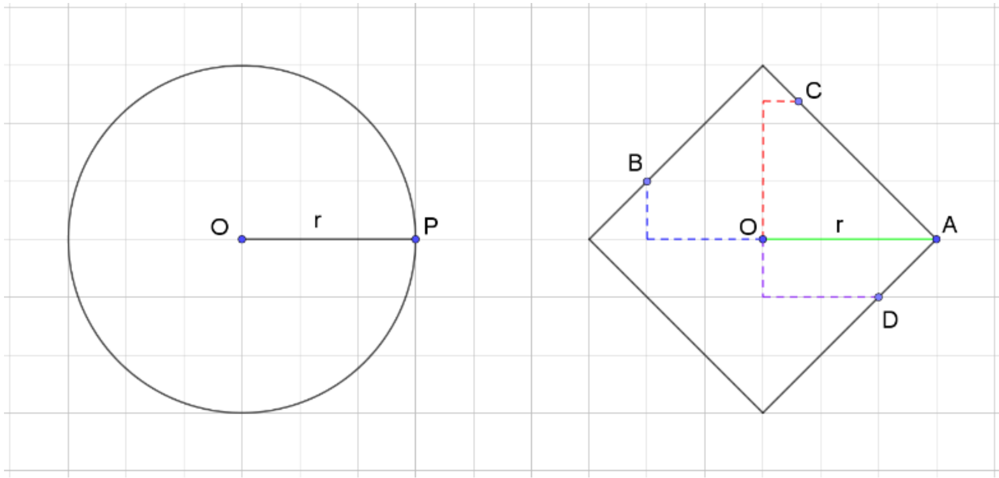
> [...] a geometria do taxista foi muito criticada em seu início e muito desta preocupação surgiu com a ideia de circunferência na geometria do táxi, círculos quadrados e quadrados redondos, preocuparam muitos estudiosos, sendo dita como impossível ou absurda na época (Gusmão; Sakaguti; Pires, 2017, p. 217).

No entanto, com o surgimento e aprofundamento de estudos a respeito das geometrias não euclidianas, o modelo urbano proposto pela GT passou a ser melhor compreendido e as suas aplicações são exploradas até os dias atuais para se compreender fenômenos do mundo real[10].

Para melhorar a clareza na visualização das diferenças entre construções realizadas de acordo com a métrica da GE e da GT, serão apresentados alguns exemplos, começando pela circunferência. Enquanto que na métrica da GE, a circunferência é tida como o lugar geométrico dos pontos que se encontram a uma mesma distância de um ponto fixo P, gerando a forma apresentada à esquerda na Figura **3**, na métrica da GT, uma outra forma é obtida, conforme representado à direita na mesma figura.

10

Figura 3 – Circunferência no contexto da GE e da GT



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

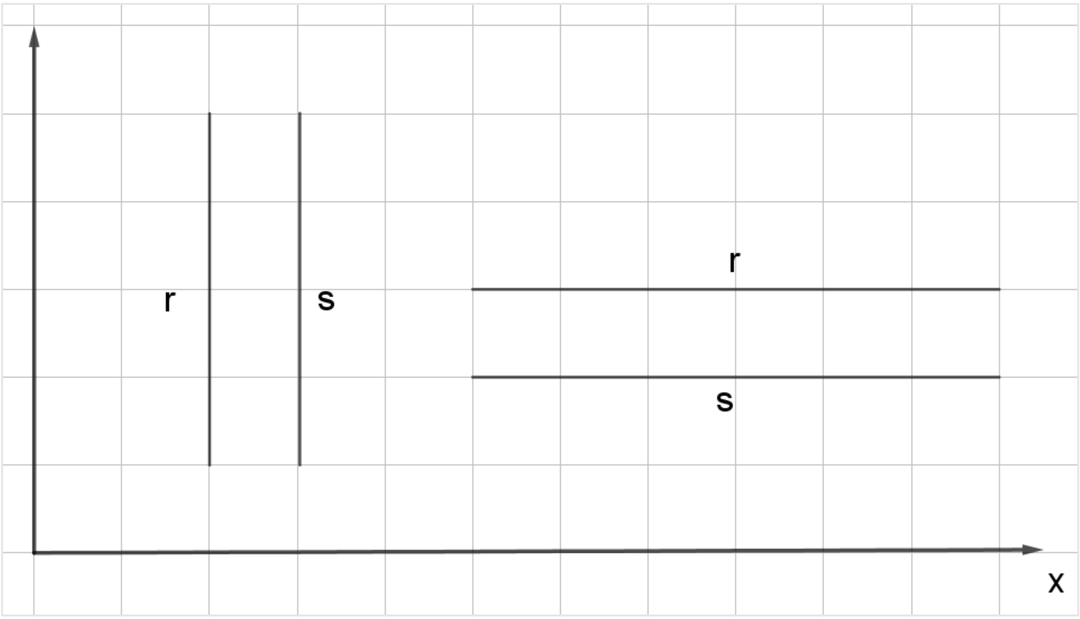
Na Figura 3, especificamente na circunferência representada à esquerda, tem-se que a distância entre os pontos O e P pode ser tomada como 3L, considerando que cada lado dos quadrados que formam a malha possui uma unidade (1L) de comprimento. Já na figura à direita, a distância entre os pontos O e A é de 3L. Além disso, a distância entre O e B também é de 3L, assim como entre O e D, se considerarmos que a distância deve ser calculada considerando-se apenas movimentos na horizontal e vertical.

Em relação ao ponto C, também consideramos que a distância entre ele e o ponto O é de 3L, pois o percurso formado na vertical tem medida decimal, assim como o que é formado na horizontal. Logo, considerando as infinitas combinações de números reais que podem representar a soma de trechos horizontais e verticais que resultam em 3L, temos que o losango demarcado na figura corresponde a todos os pontos que distam 3L de O.

Diversos outros objetos geométricos podem ser construídos seguindo a métrica da GT, gerando formas diferentes das que tradicionalmente são estudadas na GE. Assim, a partir de construções como estas, a GT permite desenvolver novas abordagens para o ensino e aprendizagem, levando os alunos a revisitar os conhecimentos que possuem e a construir novos olhares para o pensar e fazer geométrico (Gusmão; Sakaguti; Pires, 2017).

Um outro exemplo que mostra diferenças entre as representações de objetos na GE e na GT são as retas paralelas. No contexto euclidiano, duas retas distintas são paralelas quando não se intersectam, e tal definição também pode ser representada na GT, por meio de dois caminhos distintos que se prolongam infinitamente, ambos ou na horizontal ou na vertical. Assim, destacam-se inicialmente dois casos, conforme a Figura 4:

Figura 4 – Representações de retas paralelas (GE) e caminhos paralelos (GT)



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Observa-se que as retas representadas na Figura 4 estão em um plano cartesiano e intersectam[11] apenas ou eixo X (quando verticais), ou apenas o eixo Y (quando horizontais). Contudo, na GE, também ocorrem os casos em que duas retas podem estar posicionadas de modo que ambas intersectem os eixos X e Y, ou seja, sejam oblíquas a eles.

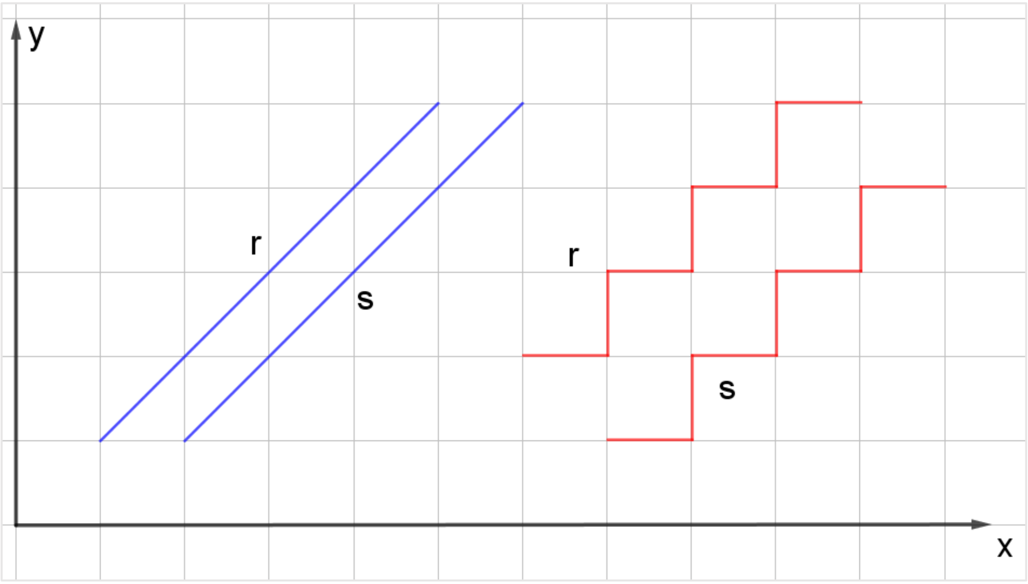
Como na GT não é possível se traçar caminhos em linha reta nas diagonais, também não se consegue representar, nela, retas oblíquas aos eixos X e Y de um plano cartesiano. Entretanto, existem caminhos formados por uma reunião de segmentos de retas verticais ou horizontais sucessivamente conectados em suas extremidades, que também intersectam os eixos X e Y simultaneamente.

Dessa forma, embora haja limitações na representação de retas oblíquas, é possível representar, no universo da GT, dois caminhos r e s distintos que, embora não sejam retas paralelas, podem ser prolongados infinitamente sem se intersectarem

[11] Há retas que, em ambas as geometrias euclidianas e do táxi, poderiam coincidir com o eixo X ou o eixo Y e serem paralelas à outras que não intersectem o eixo X (quando na horizontal) ou que não intersectem o eixo Y (quando na vertical).

em ponto algum. A Figura 5 ilustra esses casos, sendo que as retas de cor azul representam paralelas euclidianas e os caminhos de cor vermelha representam os paralelos na GT.

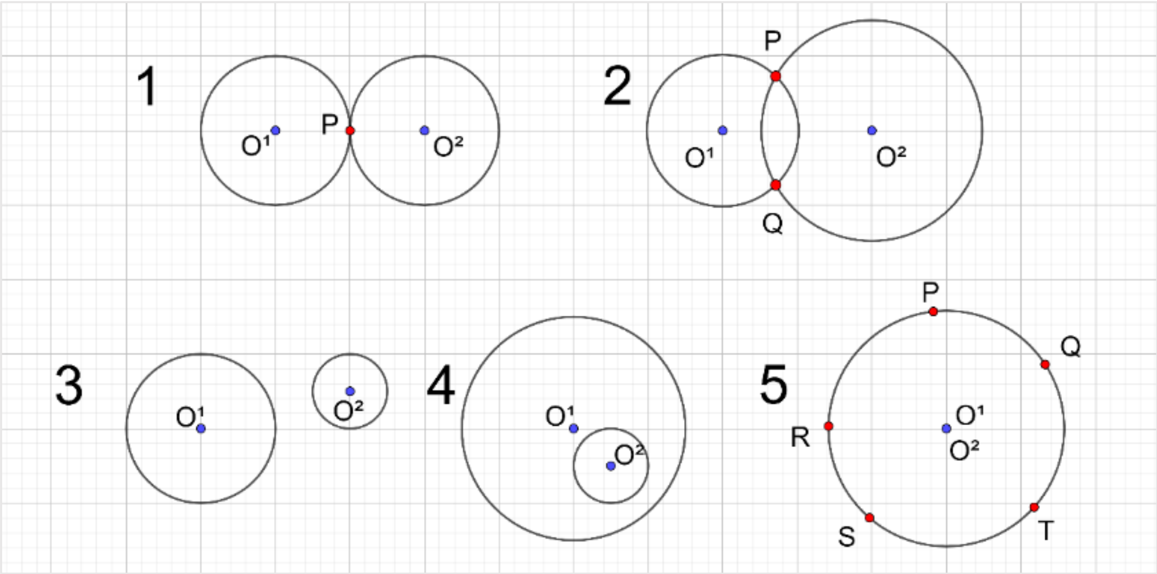
Figura 5 – Representações de retas e caminhos paralelos, ambos em posições oblíquas aos eixos do plano cartesiano



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Vale ressaltar que, conforme apontam Gusmão, Sakaguti e Pires (2017), há também alguns teoremas da GE que não são satisfeitos quando pensados no contexto da GT. Os autores destacam, como exemplo, três casos possíveis em que duas circunferências se intersectam e outros dois de quando elas não se intersectam. A Figura 6 ilustra esses casos, que serão detalhados nos parágrafos seguintes.

Figura 6 – Casos na GE em que duas circunferências se intersectam ou não

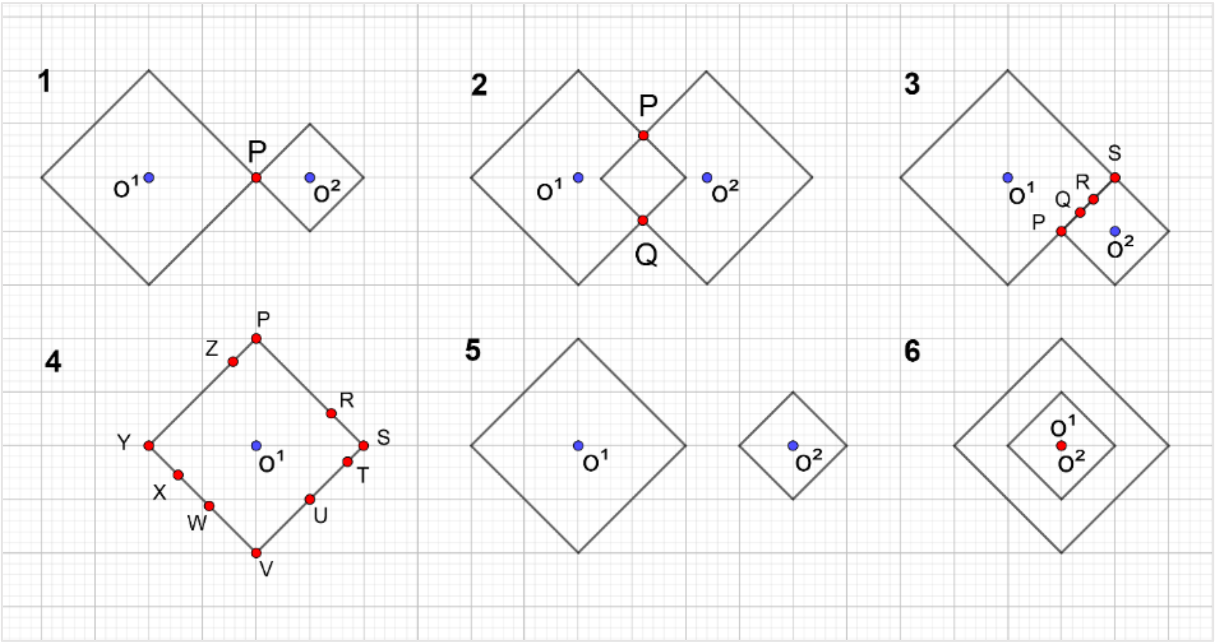


Fonte: elaborado pelo autor (2025)

No caso 1, representado na Figura 6, as circunferências se intersectam apenas no ponto P. No 2, elas se intersectam nos pontos P e Q. Os casos 3 e 4 ilustram duas situações em que as circunferências não se intersectam. Por fim, o caso 5 representa uma situação em que as circunferências O^1 e O^2 possuem a mesma medida de raio e os seus centros coincidem no mesmo local, de modo que elas coincidem em todos os seus pontos.

Partindo para o contexto da GT, observa-se que duas circunferências podem se intersectar em um único ponto, ou em dois pontos, ou em parte de seus pontos, ou coincidem. Vale ressaltar que, diferentemente da GE, na GT, duas circunferências podem ser tangentes uma à outra em um ponto, ou em parte de seus pontos (Fossa, 2020). A Figura 7 ilustra esses casos.

Figura 7 – Casos na GT em que duas circunferências se intersectam ou não



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

No caso 1, tem-se que as duas circunferências se tangenciam, se intersectando em um único ponto P. No 2, as circunferências se intersectam nos dois pontos P e Q. No caso 3, as circunferências se intersectam em apenas parte de seus pontos. No caso 4, as duas circunferências se coincidem, pois possuem origem em mesmo local e o raio é de mesma medida. Já em 5 e 6, elas não se intersectam.

Diante dessas representações, percebe-se que há aproximações e distanciamentos entre as Geometrias Euclidiana e do Táxi. Além disso, por meio da GT, é possível conduzir os estudantes em sala de aula para que revisitem tópicos da GE, na medida em que fazem novas descobertas. Por esse motivo, para que essa temática seja explorada em sala de aula, é necessário um novo olhar por parte de professores e alunos, a fim de que possam explorar uma nova geometria de maneira criativa.

Contudo, conforme pondera Krause (1987), embora que a GT seja um modelo mais favorável à Geometria Urbana, ela não é perfeita. Isso porque algumas simplificações são feitas ao se pensar em uma cidade. Em outras palavras, a GT trabalha com um modelo de cidade ideal, no qual as ruas são retas, posicionadas ou na horizontal ou na vertical. Além disso, no modelo da GT, as ruas não possuem largura. Dessa forma, há algumas ideias da GT que se aplicam diretamente a certos contextos do mundo real ou que permitem interpretá-los de forma simplificada, assim como ocorre com outros conceitos geométricos euclidianos. No próximo subtópico, serão apresentados alguns exemplos de trabalhos que abordaram o uso da GT em sala de aula.

2.2.2 Aplicações em sala de aula

Neste subtópico, serão sintetizados os relatos de alguns estudos empíricos que abordaram a GT na Educação Básica. Destaca-se inicialmente a produção de Cavalcante e Oliveira (2020), que foi realizada com estudantes do terceiro ano do ensino médio para explorar algumas semelhanças e diferenças entre as geometrias euclidiana e do táxi, auxiliando os alunos a revisitarem conteúdos de matemática por meio das aplicações da GT no cotidiano.

Cavalcante e Oliveira (2020) destacam que, por meio de atividades investigativas, especialmente no estudo de circunferências, foi possível romper os paradigmas do tradicional currículo de matemática, pois este nem sempre prioriza a exploração de geometrias que seguem métricas diferentes da euclidiana. Além disso, os autores mencionam como vantagens dessa abordagem o espaço para que os alunos realizem novos questionamentos e conjecturas sobre o mundo em que vivem.

Na pesquisa de Cavalcante, Rodrigues Sousa e Rodrigues de Sousa (2019), foram explorados conceitos de localização e distância por meio da GT, promovendo uma relação de interdisciplinaridade entre a Matemática e a Geografia. Os autores utilizaram mapas físicos e também o aplicativo para *smartphones* Google Maps[12].

Perspectiva semelhante é utilizada por Noronha e Fossa (2010), com alunos do oitavo e nono anos do Ensino Fundamental, pois os autores também promoveram esse diálogo entre Matemática e Geografia, no entanto, sob apoio da resolução de problemas, de modo a conduzir os alunos a levantar hipóteses, testá-las, discuti-las com os colegas e elaborar conclusões.

No trabalho de Oliveira *et al.* (2021), foram realizadas atividades com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, que foram mediadas pela utilização de tecnologias digitais ao se abordar o conteúdo de análise combinatória.

[12] O aplicativo Google Maps é uma ferramenta de navegação e mapeamento disponível para smartphones e outros móveis. Ele permite aos usuários acessar mapas interativos, obter direções detalhadas para diferentes modos de transporte (carro, a pé, bicicleta, transporte público), visualizar imagens de satélite e explorar locais com o Street View.

Especificamente, utilizaram fizeram o software "Geometria do Táxi: Contagem”[13], que foi elaborado por pesquisadores da Universidade Estadual de Campinas. Ao realizar tal abordagem, os autores apresentam mais uma possibilidade entre os diferentes conteúdos matemáticos que podem ser explorados no contexto da GT.

A leitura dos trabalhos mencionados não revelou informações explícitas sobre as limitações da abordagem da GT em sala de aula. No entanto, destaca-se a importância de uma seleção cuidadosa dos conteúdos que serão explorados. As atividades propostas devem evitar extremos: não devem ser tão fáceis que se tornem imediatas ou repetitivas para alunos do Ensino Médio, nem tão avançadas que levem alunos de séries anteriores a desistirem por falta de conhecimentos necessários à compreensão das ideias do tema. Exemplos de temas que podem ser necessários para compreender ideias da GT incluem a distância entre dois pontos e a construção de formas geométricas específicas, como elipses e hipérboles.

Diante dos referenciais apresentados, pode-se destacar que a GT oferece um leque de possibilidades para aulas de matemática, seja no contexto da Geometria, onde permite o desenvolvimento de novos olhares para se construir e interpretar representações, bem como compreender situações cotidianas, ou até mesmo em outros campos da matemática, como na probabilidade e estatística.

Evidenciou-se também a possibilidade de se realizar trabalhos interdisciplinares, especificamente com o componente curricular de Geografia, envolvendo o estudo de distâncias entre locais representados em mapas, sejam eles físicos ou virtuais. Com base na perspectiva interdisciplinar apresentada pelos autores, é possível imaginar conexões, com áreas como Artes, Computação e Física.

Ressalta-se, no entanto, que, para que GT seja explorada em sala de aula, são necessários meios que auxiliem os professores a ir além do que é proposto nos currículos tradicionais de matemática, para que assim consigam explorar pedagogicamente com os seus alunos as possibilidades de aprendizagem, oferecidas por uma Geometria capaz de ressignificar o ensinar e o aprender de matemática.

[13] Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/503362. Acessado em: 24 de janeiro de 2023.

2.3 PC: histórico, conceitos, habilidades e implementação nas escolas

Conforme introduzido no capítulo anterior, o PC pode ser compreendido como um pensar envolvido na formulação e resolução de problemas, de modo que as resoluções sejam capazes de ser implementadas por humanos ou computadores (Wing, 2010). No entanto, dada a diversidade de definições propostas para o tema, algumas questões merecem ser discutidas para que melhor seja compreendida a perspectiva adotada neste trabalho de tese.

Entre essas questões, pode-se elencar: quando surge o termo PC? Quais as definições adotadas para ele? O PC se trata de uma habilidade ou competência? Quais habilidades o PC envolve? Há mais elementos, além das habilidades? Nos subtópicos seguintes, serão apresentados esclarecimentos para esses questionamentos, e também será proposta uma definição de PC derivada dos estudos teóricos desta pesquisa.

2.3.1 Histórico do PC

Para compreender sobre as significações atribuídas ao PC e às habilidades que a ele são associadas, é necessário retornar ao contexto em que foram introduzidas. De antemão, vale destacar, conforme aponta Valente (2016), a ideia de que a computação pode ajudar as pessoas a pensarem melhor não é recente.

Ao olhar para a história, é possível perceber que as bases da computação advêm da lógica tradicional, ou seja, da lógica aristotélica, que, na época, já visava o desenvolvimento de um pensamento mais efetivo. Outrossim, a própria evolução do conceito de número, ao deixar de ser associado a objetos e tornar-se uma abstração desvinculada de quaisquer objetos, e bem como o desenvolvimento e a descoberta dos sistemas de numeração, também já representavam passos dessa caminhada na direção de novas formas de processamento de informações (Fonseca Filho, 2007).

Ainda em termos históricos, nota-se que o avanço das civilizações, a ampliação das relações comerciais e também as conquistas e derrotas de determinados povos sobre outros fizeram com que o conhecimento se difundisse e ramificasse, avançando na direção do estabelecimento de algumas bases numéricas. Dentro dessa evolução, a Geometria e a Álgebra também caminharam, avançando em busca de uma sistematização do raciocínio, conforme demonstrado em obras como *Os Elementos*, de Euclides (Fonseca Filho, 2007).

Apesar da lenta evolução, quando comparado ao avanço exponencial que ocorreu a partir do século XV d. C., o desenvolvimento do conhecimento matemático foi uma das grandes bases para o desenvolvimento da computação (Fonseca Filho, 2007). Destaca-se também que, de mãos dadas com esses avanços do conhecimento, diversos objetos eram desenvolvidos para auxiliar ações humanas, como, por exemplo, os dispositivos mecânicos que auxiliavam na realização de cálculos, como o ábaco ou as máquinas de calcular de Leibniz e de Pascal, que representam marcos no desenvolvimento da computação.

Com o passar dos anos, influenciada pela ação de diversos matemáticos e filósofos, a lógica evolui de modo a também contemplar linguagem simbólica. Um dos marcos mais importantes dessa passagem é o surgimento da Lógica Booleana, elaborada pelo matemático inglês George Boole (1815-1864).

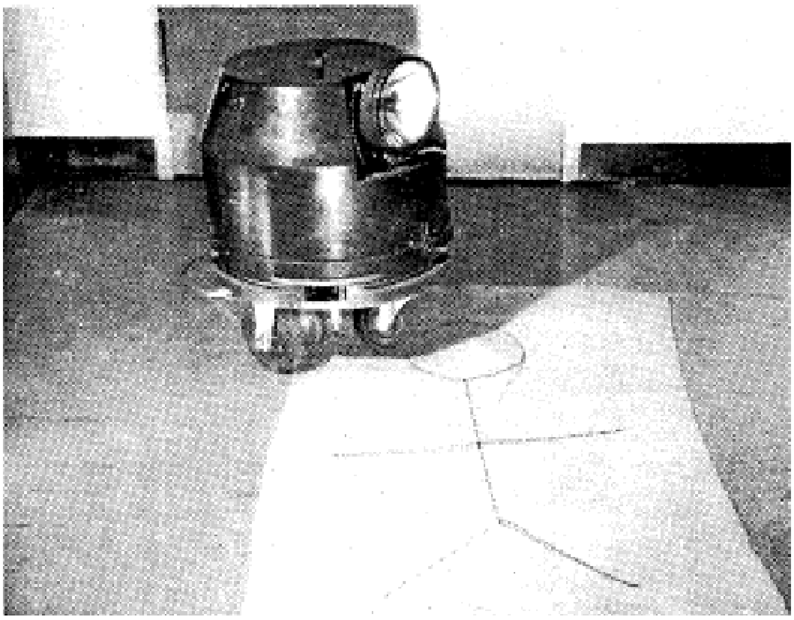
À medida em que essas evoluções ocorriam, as máquinas também avançavam, de modo que o desenvolvimento da computação caminhava lado a lado com a evolução do conhecimento da Matemática e da Física. Certamente, ainda há muito a ser explorado para de fato dar continuidade a essa história, mas, considerando que não é objetivo deste trabalho estudar esse desenvolvimento, recomenda-se a leitura da produção de Fonseca Filho (2007), que detalha a história da computação.

Avançando para o século XXI, os computadores passaram a ocupar cada vez mais espaço na vida das pessoas, deixando de ser apenas dispositivos que auxiliam a ciência para também se tornarem instrumentos de produção científica, conforme apontava John Von Neumann em 1941 (Brackmann, 2017). Além disso, especialmente em uma era em que os computadores domésticos já eram uma realidade, diversas linguagens de programação surgiram, proporcionando novas possibilidades de uso desses dispositivos. Entre esses usos, destaca-se o uso educacional dos computadores, proposto por Papert em 1971 com a criação da linguagem LOGO.

Nessa época, Papert, em cooperação com Cynthia Solomon, em seu trabalho intitulado *Twenty Things to Do with a Computer*, publicado em 1971, destacava que, ao se falar em utilizar computadores para educar crianças, as pessoas ora pensavam em usar os computadores para programar as crianças, ora pensavam em usar as crianças para programar os computadores. Assim, não se havia difundido um pensamento de que as crianças poderiam aprender com os computadores (Papert; Solomon, 1971).

Na medida em que são apresentadas diferentes possibilidades de uso para o computador, os autores introduzem ao leitor a linguagem LOGO, também chamada por eles de linguagem da tartaruga, devido ao equipamento que utilizam para desenhar formas sobre uma superfície por meio de comandos que a moviam e traçavam desenhos com um pincel, conforme apresentado na Figura 8.

Figura 8 – Tartaruga desenhando formas ao receber comandos em LOGO



Fonte: Papert e Solomon (1971)[14]

No texto, Papert e Solomon (1971) apontam que as atividades apresentadas por eles usam apenas um pincel, que pode ser abaixado para deixar um rastro da trajetória percorrida pela tartaruga, de modo que ela se torne um instrumento para aprender Geometria. Assim, percebem-se que os autores já previam algumas das contribuições que a computação poderia trazer à Educação, especificamente ao que posteriormente viria a se popularizar como desenvolvimento do PC.

Apesar de já apresentar ideias das contribuições da computação à Educação, é apenas em 1981 que Papert apresenta o termo 'Pensamento Computacional' pela

[14] PAPERT, S.; SOLOMON. C. Twenty things to do with a computer. **Artificial Intelligence Lab Publications**, n. 248, 1971. Disponível em: https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/5836. Acessado em: 19 abr. 2023.

primeira vez, em sua obra *Mindstorms, Children and Powerful Ideas,* que abordava o uso do computador nos processos de ensino e aprendizagem infantil. Conforme destacado em Viana (2020, p. 31) “a aprendizagem mecanizada de conceitos, propriedades, fórmulas, entre outros conhecimentos de diferentes áreas, não era suficiente para conduzir os estudantes aos objetivos educacionais da época”.

Ao apresentar o termo no referido livro, Papert (1980, p. 182) discutia a ideia de que os ambientes computacionais poderiam evoluir e engajar as pessoas para que trabalhassem de forma mais criativa e colaborativa, aprendendo e compartilhando seus conhecimentos e experiências (Viana, 2020). No entanto, também ressalta que os recursos existentes naquela época, bem como as ideias até então desenvolvidas, ainda não eram suficientes para que o PC fosse integrado na vida das pessoas. O autor completa refletindo que, futuramente, com a evolução das TDIC, essa realidade poderia se concretizar.

Com isso, é possível perceber que Papert (1980) já trazia reflexões sobre a importância do PC para a vida das pessoas, ainda que não o tivesse conceitualizado. De maneira especial, em Papert (1980), é possível perceber a sua perspectiva de que, ao utilizar os computadores como meio de aprendizagem, especialmente quando mediadas pelos professores, as crianças poderiam construir conhecimentos.

Nos anos seguintes, não verificam-se outras menções ao termo PC em publicações ou trabalhos acadêmicos, sendo retomado apenas em 2006, quando a pesquisadora Jeanette Marie Wing o abordou em uma publicação na revista *Communications of* ACM, buscando discutí-lo de uma forma mais ampla (Wing, 2006; Brackmann, 2017).

Em sua publicação, a autora apresenta algumas caracterizações do PC, associando-o a benefícios para o desenvolvimento da leitura, escrita, aritmética, bem como de habilidades de resolução de problemas, de projetar sistemas e de compreender o comportamento humano.

Retomando as ideias de Papert (1980), especificamente quando mencionou o PC pela primeira vez, é possível observar que, mesmo sem ter sido caracterizado, o PC já era apresentado como capaz de motivar e engajar as pessoas que interagissem com os ambientes computacionais.

Quando resgatado em 2006 por Jeannette Marie Wing (2006), o PC foi apresentado pela autora como essencial para todos que vivenciam os avanços tecnológicos e os seus reflexos nos mais diversos segmentos de atividade humana.

Além disso, conforme já discutido em itens anteriores, a autora dedica diversos trechos de sua publicação para destacar que o PC é um *conjunto de habilidades* fundamental para todos, não apenas para cientistas da computação.

Avançando nesta discussão, Li *et al.* (2020) destacam que, embora programação e codificação possam integrar o PC, a sua prática envolve outros fatores além de práticas computacionais. Para ilustrar esta ideia, Viana (2020, p. 19) apresenta o seguinte exemplo:

> um estudante precisa contar a quantidade de dinheiro que conseguiu juntar guardando moedas em um cofre. Qual seria a melhor estratégia que ele poderia utilizar para fazer tal contagem? Usar uma calculadora para somar cada moeda, uma a uma? Agrupar as moedas com os mesmos valores, depois contar o valor que cada grupo possui e em seguida somar essas quantidades? Fazer grupos cuja soma das moedas que pertencem a ele seja um valor específico e igual ao dos demais? Fazer agrupamentos com determinado valor e, em seguida, agrupamentos maiores, contendo os grupos de moedas menores?

Pensando nos benefícios do PC para a vida das pessoas, Brackmann (2017) lista algumas possibilidades, conforme apontado nos itens abaixo:

- Empregos: a cada ano, novas profissões surgem, especialmente as que se associam ao uso inteligente e criativo das tecnologias digitais, seja para desenvolver softwares, gerenciar sistemas, vendas, marketing digital, gerar conteúdos em mídias sociais e no “metaverso”, entre outras possibilidades, todas elas podendo ser impulsionadas pelo desenvolvimento do PC.
- Compreender o mundo: por meio do uso inteligente e criativo da tecnologia e da aplicação dos conhecimentos e práticas proporcionados pela interação com ela, diferentes fenômenos do mundo real e até mesmo abstrações podem ser melhor compreendidos.
- Transversalidade em diferentes áreas: as habilidades, conhecimentos, práticas, microcompetências e outros elementos do PC podem auxiliar na resolução de problemas das mais diversas áreas do conhecimento, além de auxiliar na execução de tarefas do dia a dia, conforme apresentado anteriormente no exemplo da contagem das moedas.
- Alfabetização digital: com o desenvolvimento das TDIC e suas aplicações em uma amplitude cada vez maior de situações cotidianas, é crescente a

importância e necessidade de que as pessoas saibam criar, expressar, agir, interagir, ensinar, aprender e desempenhar outras competências com o uso desses recursos.

- Produtividade: “com o computador e a internet, o sujeito encurta a distância e o tempo para disseminar o seu modo de se expressar, pesquisar, acessar, pensar, decidir e executar atividades, o que resulta no aumento de sua produtividade” (Brackmann, 2017, p. 43). Dessa forma, o desenvolvimento do PC pode tornar a aquisição e produção de conhecimentos mais aprimorada, com reflexos nos mais diversos espaços de atuação humana, seja nas escolas, em empresas, em atividades de lazer, entre outras possibilidades.
- Aprendizagem de conteúdos de outros componentes: quando aplicado de maneira transversal ao currículo dos mais diferentes componentes curriculares, ou mesmo quando capaz de envolver esses componentes em suas abordagens, o PC permite que estudantes apliquem conhecimentos, conceitos, práticas, habilidades, entre outras possibilidades para produzir conhecimento com maior facilidade, profundidade e autenticidade.
- Inclusão de minorias: o acesso à tecnologia e aos conhecimentos proporcionados por seu uso tem impacto significativo nas escolhas profissionais e acadêmicas dos estudantes, de modo que muitos deles, que não têm oportunidades de aprender com esses recursos, geralmente não seguem carreiras na área de tecnologias digitais. A vivência do PC em sala de aula na Educação Básica pode proporcionar um maior interesse e oportunidades de interação com esses recursos a estudantes de diferentes realidades.
- Diminuição das limitações físicas: o uso das TDIC com o objetivo de desenvolver o PC permite a simulação de diferentes situações do mundo real, reduzindo a necessidade de espaços amplos e de recursos inviáveis de serem usados no espaço escolar. Por meio de simulações, é possível visualizar, interagir, além de fazer e desfazer ações, o que amplia as possibilidades de aprendizagem.

Cada um desses benefícios realçam a contribuição do desenvolvimento do PC desde os anos iniciais da escola básica, seja como um componente curricular ou tema transversal ao currículo escolar, mas que prepare os estudantes para a vivência do mundo digital, uma vez que, conforme destacado nas normas para o ensino de computação na Educação Básica, da Sociedade Brasileira de Computação (SBC):

> o domínio do Pensamento Computacional e a compreensão do Mundo Digital vêm fortalecer a dinâmica da comunicação e informação, dando poder de opinião, que antes era apenas dos livros e seus autores, a todo membro da sociedade digital (SBC, 2019, [p. 4]).

A perspectiva apresentada pela SBC revela uma importante dimensão do PC que vai além de apenas resolver problemas, pois resgata a comunicação e o poder de opinião, remetendo que o PC também envolve pensamento crítico, argumentação, comunicação, entre outras *habilidades*.

Com isso, percebe-se a amplitude de contribuições que o desenvolvimento do PC pode trazer para a vida das pessoas, indo além da interação com o computador e tornando-se aplicável ao mundo e às relações que são estabelecidas entre as pessoas. Contudo, além de entender as suas possibilidades, também é preciso dimensionar os limites conceituais do PC, por meio de uma definição suficiente para caracterizá-lo. No Subtópico 2.3.2, serão apresentadas as conceituações dadas por Wing (2006, 2008, 2011, 2017), bem como por outros autores que, nos últimos anos, vêm ampliando as compreensões dadas ao PC, como Li *et al.* (2020) e Denning (2017).

2.3.2 Identificando conceituações

Neste item, serão apresentadas e discutidas algumas das diferentes conceituações para o PC. Parafraseando as caracterizações feitas por Wing (2011), destaca-se o PC como um processo de pensamento que utiliza habilidades de abstração, reconhecimento de padrões, algoritmos, entre outras, para formular e resolver problemas.

Além disso, em suas primeiras publicações relacionadas ao tema, Wing (2006) enfatiza que o PC é uma habilidade essencial para todos e que a sua importância não se limita ao campo da Computação. Em complemento, a autora também destaca que:

> Pensamento computacional envolve resolver problemas, projetar sistemas e compreender o comportamento humano, baseando-se nos conceitos fundamentais da ciência da computação. Pensamento computacional inclui uma variedade de ferramentas mentais que

> refletem a amplitude do campo da ciência da computação (Wing, 2006, p. 33, tradução nossa)[15].

Tal característica é essencial para uma ampla compreensão do termo, uma vez que a sua própria nomenclatura pode levar ao entendimento que se trata de um conhecimento voltado ao campo da computação, ou que o seu desenvolvimento depende da utilização de computadores.

Antes de prosseguir com as caracterizações apresentadas por outros autores para o PC, apresenta-se mais uma das que são feitas por Wing (2006) em sua primeira publicação sobre o tema e que foram complementadas em produções posteriores. A autora dedica um tópico inteiro no seu texto de 2006 para apresentar algumas características do tema, conforme representado no Quadro 1:

Quadro 1 – Caracterizações para o PC feitas por Wing (2006)

Característica	Descrição
Conceitualização, não apenas programação	Pensar como um cientista da computação significa mais do que ser capaz de programar um computador. Requer pensar em múltiplos níveis de abstração.
Habilidade fundamental	Uma habilidade fundamental é algo que todo ser humano deve possuir para viver na sociedade moderna, diferentemente das habilidades mecanizadas, que se referem às rotinas mecanizadas que são executadas pelos computadores.
Uma forma de pensar que é humana, e não de computadores	PC é uma forma humana de resolver problemas, assim o seu desenvolvimento não requer que as pessoas pensem como os computadores. Os computadores são monótonos e enfadonhos; os humanos são inteligentes e imaginativos. São os humanos quem produzem os computadores e a partir deles usam a inteligência para enfrentar problemas que não eram possíveis de se resolver antes da era da computação, e também para construir sistemas com funcionalidade limitada apenas pela imaginação.
Complementa e combina pensamentos matemático e de engenharia	A ciência da computação baseia-se principalmente no pensamento matemático, dado que, como todas as ciências, seus fundamentos formais repousam na matemática. Baseia-se também no pensamento da engenharia, para que seja possível projetar sistemas que se estendem para além do mundo físico.
Trata de ideias e não de artefatos	Não são apenas os artefatos de *hardware* e *software* que estarão presentes em todos os lugares, serão também os conceitos computacionais que podem ser utilizados para

[15] "Computational thinking involves solving problems, designing systems, and understanding human behavior, by drawing on the concepts fundamental to computer science. Computational thinking includes a range of mental tools that reflect the breadth of the field of computer science".

	abordar e resolver problemas, gerenciar nossas vidas diárias e comunicar e interagir com outras pessoas.

Fonte: Adaptado de Wing (2006, p. 35)

Observando essas caracterizações da autora, nota-se inicialmente uma preocupação em destacar que desenvolver o PC não se trata de pensar como um computador. Contudo, ao observar as publicações da autora (Wing, 2006, 2008, 2010, 2017), percebe-se que as suas caracterizações sempre partem de ideias da computação e são projetadas para outras áreas. Essa forma de caracterizar o tema tem sido alvo de algumas críticas na literatura, como em Denning (2017) e em Foohs *et al.* (2025).

Para Denning (2017), quando o PC ganhou popularidade no meio acadêmico, os autores acabaram por oferecer definições vagas e confusas a seu respeito ao tentarem atrair o interesse de pesquisadores e profissionais de outras áreas do conhecimento. Assim, ao promover o PC como uma habilidade que é essencial para quaisquer áreas do conhecimento, Wing (2006) abre espaço para dúvidas e incompreensões acerca de como desenvolvê-lo e suas reais contribuições para a Medicina, Esportes, Música, Artes, Teatro, entre outras áreas.

Denning (2017) complementa que é recorrente entre professores questões como: o que os alunos devem aprender sobre PC? Quais conteúdos curriculares podem ser beneficiados pelo desenvolvimento do PC? Como os professores de matemática irão aprender a ensinar PC? De que formas deve-se avaliar as habilidades de PC dos alunos?

Além disso, é preciso esclarecer que há conceitos computacionais que acabam por ser distorcidos na tentativa de levá-los a outras áreas do conhecimento. Algoritmos, por exemplo, têm sido tomados como uma sequência de passos para se resolver um problema, contudo, convém questionar: qualquer sequência de passos é um algoritmo? Uma receita de bolo é um algoritmo? O que ela tem em comum com os algoritmos utilizados em linguagens de programação na Computação? Um computador é capaz de executá-la?

Foohs *et al.* (2025) fortalecem este debate, ao destacar a fala de Wing (2006, p. 33, grifo nosso) *“Computational thinking builds on the power and limits of computing* *processes, whether they are executed by a human* ***or*** *by a machine*[16]*"*. Segundo os autores, Wing (2006) utiliza o operador lógico inclusivo "ou", abrindo espaço para a compreensão de que "(...) qualquer processo dito computacional, seja ele passível de execução somente por humanos, somente por máquinas ou por ambos, pode ser enquadrado como pensamento computacional" (Foohs *et al.*, 2025, p. 2003).

Com isso, os autores argumentam que a definição apresentada por Wing (2006) abre espaço para que atividades essencialmente humanas sejam tidas como suficientes para desenvolver o PC. Por esse motivo, evita-se utilizar ao longo deste trabalho a expressão "desenvolvimento do PC" ao se referir às contribuições das atividades aqui desenvolvidas, pois entende-se que elas se associam às habilidades do PC, mas não são suficientes para desenvolvê-lo em sua totalidade.

Ainda em seu texto, Foohs *et al.* (2025, p. 2021) complementam que "(...) a questão não está na interdisciplinaridade do pensamento computacional, mas na ausência de um modelo operacional que estabeleça seus limites conceituais". Valente (2016) traz reflexões que corroboram com essa fala, ao mencionar que a falta de uma definição clara para o PC dificulta a sua implementação de maneira transversal ao currículo, ainda está em gestação.

A partir dessas reflexões, entende-se que são necessárias mais discussões sobre as diferentes definições adotadas para o PC e suas habilidades, de modo que as suas reais contribuições para as diversas áreas do conhecimento sejam compreendidas. Essas reflexões tornam-se ainda mais urgentes ao considerar que o tema já faz parte dos currículos da Educação Básica, estando presente em obras didáticas, conforme analisam Lucas, Moita e Viana (2022) e Vieira (2025).

Apesar das dúvidas existentes a respeito do PC, outras produções vêm se destacando na literatura desde a primeira publicação de Wing (2006), o que permitiu ampliar e explorar os diferentes sentidos que podem ser atribuídos ao termo. Blikstein (2008, [p. 2]) destaca que o PC:

> Não se trata, por exemplo, de saber navegar na internet, enviar email, publicar um blog, ou operar um processador de texto. Pensamento computacional é saber usar o computador como um instrumento de aumento do poder cognitivo e operacional humano – em outras palavras, usar computadores, e redes de computadores, para aumentar nossa produtividade, inventividade, e criatividade.

[16] O PC baseia-se no poder e nos limites dos processos de computação, sejam eles executados por um humano ou por uma máquina (Wing, 2006, tradução nossa).

Pensando nos avanços ocorridos com o desenvolvimento dos dispositivos móveis, podemos destacar ainda que o PC não se trata de, por exemplo, saber produzir, editar e gerenciar uma publicação na rede social Instagram[17]. No entanto, o PC pode estar envolvido em cada uma dessas atividades e o seu desenvolvimento pode torná-las ainda mais criativas e complexas.

Complementando essa perspectiva, Viana (2020, p.21) destaca que:

> Ao contrário do que possa parecer, o termo Pensamento Computacional envolve muito mais questões do que o simples fato de saber utilizar um computador, ou determinado *software*. [...] Por meio de suas habilidades, é possível realizar procedimentos e criar estratégias e ferramentas para facilitar o trabalho humano, bem como sua interação com os recursos digitais.

Os autores Li et al (2020) afirmam que o PC está mais relacionado ao pensamento do que à computação. Segundo eles, essa forma de pensar envolve a busca por diferentes estratégias para processar informações em vários formatos, as quais podem exigir diferentes níveis de abstração para serem compreendidas. Li *et al.* (2020) acrescentam que a representação dessas informações pode ser personalizada para abranger uma variedade de campos do conhecimento ao modelar ou resolver problemas.

Em um estudo realizado pela *Computer Science Teachers Association* (CSTA) e *International Society for Technology in Education* (ISTE), PC é caracterizado como um processo de resolução de problemas que contempla as seguintes ações, mas sem se limitar a elas: coleta de dados; análise de dados; representação de dados; decomposição de problemas; abstração; algoritmos e procedimentos; automação; paralelização; simulação. Para cada uma dessas ações, os autores também trazem definições e exemplos de aplicação em cada um dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental (CSTA/ISTE, 2011).

Cada uma dessas ações associa-se à muitas das habilidades que geralmente são atribuídas ao PC, conforme será discutido em subtópicos seguintes. Além disso,

---

[17] O Instagram é uma rede social voltada principalmente para o compartilhamento de fotos e vídeos. Lançado em 2010, ele permite aos usuários postar imagens, vídeos curtos, stories (conteúdos que desaparecem em 24 horas) e realizar transmissões ao vivo. A plataforma também inclui ferramentas de interação, como curtidas, comentários, mensagens diretas e a possibilidade de seguir perfis de outras pessoas. Disponível em: https://www.instagram.com/. Acessado em: 01 out. 2024.

é possível destacar que, na definição de CSTA/ISTE (2011), o PC é caracterizado como um processo de resolução de problemas, aproximando-se da definição proposta por Wing (2006), quando o apresenta como uma habilidade para resolução de problemas. No decorrer do documento, os autores apresentam diversos exemplos de aplicação do PC em sala de aula, destacando habilidades, atividades, recursos, recomendações de leituras, entre outras informações, com o intuito de orientar professores a praticarem o PC em sala de aula com os seus estudantes.

A estrutura desta proposta apresentada em CSTA/ISTE (2011) vai ao encontro do que destacam Barr e Stephenson (2011): para ser útil, uma definição de PC deve reunir exemplos que demonstrem como o mesmo pode ser incorporado na sala de aula. Para eles, o PC pode ser caracterizado como uma metodologia para resolver problemas que pode ser automatizada, transferida e aplicada em diferentes contextos. Esses mesmos autores trazem em sua publicação (Barr; Stephenson, 2011) diversos exemplos de como alguns conceitos do PC podem ser aplicados nas áreas de: Computação, Matemática, Ciências, Estudos Sociais e em Artes.

Com perspectiva semelhante, as diretrizes para ensino de Computação na Educação Básica, produzidas pela SBC, caracterizam o PC como: “capacidade de compreender, definir, modelar, comparar, solucionar, automatizar e analisar problemas (e soluções) de forma metódica e sistemática, através da construção de algoritmos” (SBC, 2019, [p.5]).

Essas características apresentadas pela SBC (2019) também aparecem na definição proposta por Brennan e Resnick (2012), ao destacarem que o PC envolve três dimensões: conceitos computacionais (sequências, *loops*, paralelismo, eventos, condicionais, operadores e dados), práticas computacionais (ser incremental e iterativo, testar e depurar, reusar e remixar, abstrair e modularizar) e perspectivas computacionais (expressar, conectar e questionar). Cada uma dessas dimensões, segundo os autores, pode ser útil no desempenho de uma variedade de atividades, não apenas de programação.

Observando as diversas definições atribuídas ao PC, Vieira (2025, p. 133) aponta a

> [...] necessidade de pesquisas que promovam um avanço em relação ao próprio termo, considerando suas dimensões culturais, sociais e políticas. Isso porque, desde o início da presença do conceito na Educação (Papert, 1980), observam-se associações à vida cotidiana e às manifestações de um movimento social, e, mais recentemente, a

> necessidade de abordar criticamente elementos associados ao pensamento computacional, como a tecnologia e a cultura digital.

A partir deste apontamento de Vieira (2025), verifica-se que o PC também demanda uma interpretação em um sentido mais amplo, que considere as suas diferentes dimensões e aplicações no mundo real. Entende-se, a partir disso e das críticas tecidas por autores como Denning (2017) e Foohs *et al*. (2025), que o PC pode abranger outros elementos além das habilidades tradicionalmente investigadas.

Seguindo esta perspectiva e buscando compreender o PC sob diferentes olhares, ele será interpretado neste trabalho de tese como uma *competência humana que reúne microcompetências, conceitos, habilidades, práticas e perspectivas que, quando desenvolvidas por meio de princípios da ciência da computação e também incrementadas por conhecimentos, experiências, práticas e habilidades de outras áreas, permitem uma melhoria na capacidade de resolução de problemas nos mais diferentes campos do conhecimento.*

Diante dessa caracterização aqui proposta, na qual o PC é apresentado como uma competência, faz-se necessário justificar o porquê de compreendê-lo como tal, especialmente ao se considerar que existem diferentes concepções para o termo competência. O Subtópico 2.3.3 apresenta uma discussão sobre o que significa competência e por que o PC é considerado como tal.

2.3.3 PC enquanto competência humana

Neste item, será discutido o porquê de caracterizar o PC como uma competência humana cujo desenvolvimento é essencial. Inicialmente, será feita uma apresentação sobre a concepção de competência que será adotada neste trabalho, considerando as diferentes interpretações que podem ser dadas ao termo.

Segundo Zabala e Arnau (2014, p. 17), o termo competência surge na década de 1970 no mundo empresarial, sendo utilizado “[...] para designar o que caracteriza uma pessoa capaz de realizar determinada tarefa real de forma eficiente”. Pouco tempo depois, o termo foi adotado no âmbito educacional, especialmente na educação profissionalizante, estendendo-se então todas as modalidades e níveis de ensino.

Perrenoud (1999) define competência como:

> [...] uma capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles. Para enfrentar uma situação da melhor maneira possível, deve-se, via de regra, pôr em ação e em sinergia vários recursos cognitivos complementares, entre os quais estão os conhecimentos.

O autor complementa que as competências também tratam de representações da realidade, construídas com base nas experiências do sujeito. Em outras palavras, pode-se dizer que as competências são apresentadas por Perrenoud (1999) como uma capacidade que mobiliza e põe em sinergia um conjunto de conhecimentos.

Em complemento, Perrenoud (1999) discute ainda a ideia de que as competências não se tratam de esquemas, mas são responsáveis por mobilizar um conjunto de esquemas. Para isso, apoia-se na noção piagetiana de esquemas, caracterizando-os como “estrutura invariante de uma operação ou de uma ação”, que não se repetem, mas que, por meio de processos de acomodação, nos permitem enfrentar uma variedade de situações (Perrenoud, 1999, [p. 24]). Um exemplo dessas situações é saber escrever com uma caneta, independentemente do seu tamanho, tipo de tinta e formato de pontas.

Com isso, Perrenoud (1999, [p. 25]) complementa que:

> Um esquema é uma totalidade constituída, que sustenta uma ação ou operação única, enquanto uma competência com uma certa complexidade envolve diversos esquemas de percepção, pensamento, avaliação e ação, que suportam inferências, antecipações, transposições analógicas, generalizações, apreciação de probabilidades, estabelecimento de um diagnóstico a partir de um conjunto de índices, busca da informações pertinentes, formação de uma decisão, etc.

A partir da perspectiva do autor, percebe-se que as competências mobilizam esquemas e conhecimentos ao auxiliar a enfrentar diferentes tipos de situações da realidade. Tal perspectiva é complementada em uma publicação posterior, na qual o autor define competência como:

> aptidão para enfrentar uma família de situações análogas, mobilizando de uma forma correta, rápida, pertinente e criativa, múltiplos recursos cognitivos: saberes, capacidades, microcompetências, informações, valores, atitudes, esquemas de percepção, de avaliação e de raciocínio (Perrenoud, 2002, p. 19).

Há, no entanto, outras definições para o termo “competências” na literatura. Na BNCC, por exemplo, o termo é utilizado em diversos momentos e é entendido como a mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para se resolver problemas da vida cotidiana, exercer a cidadania e atuar no mundo do trabalho (Brasil, 2018a).

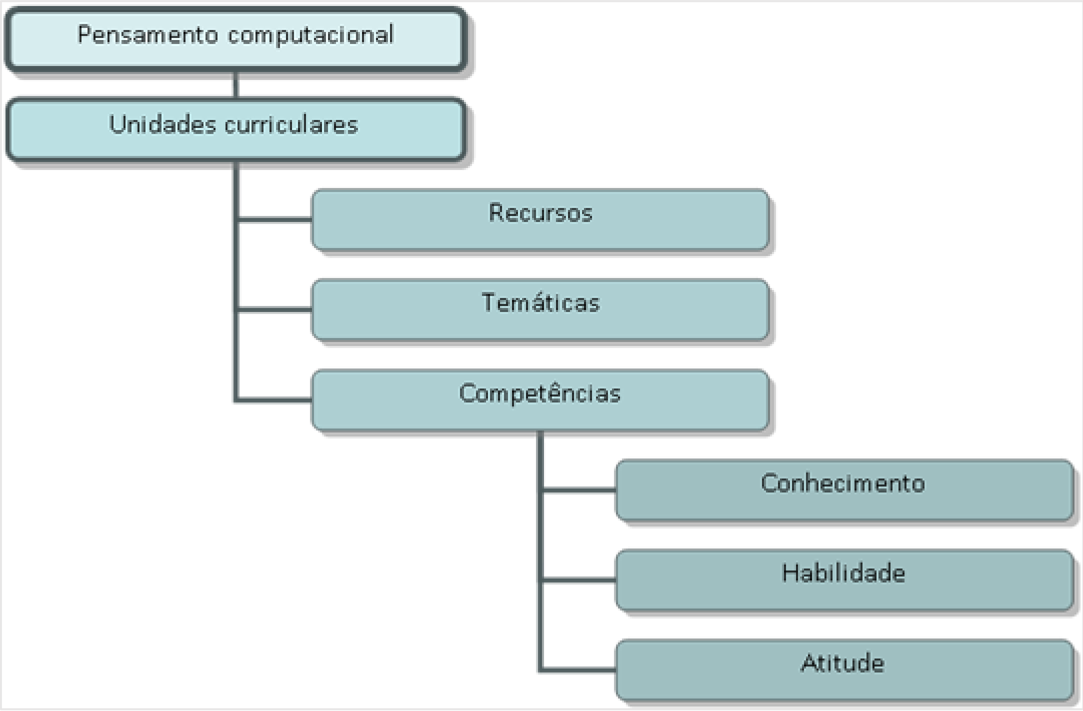
Tal perspectiva associa-se ao que é proposto por Zabala e Arnau (2014, p. 42), ao definirem que competência consiste na “[...] intervenção eficaz nos diferentes âmbitos da vida, mediante ações nas quais se mobilizam componentes atitudinais, procedimentais e conceituais de maneira inter-relacionada”. Em sua obra, as autoras também apresentam e discutem diferentes perspectivas sobre o que significa competência, o que revela a amplitude de significados que podem ser atribuídos ao termo.

Diante de tantas definições, será adotada neste trabalho a perspectiva de que *competência envolve não apenas habilidades, mas saberes, conceitos, atitudes e, inclusive, microcompetências, de tal modo que uma competência pode também mobilizar outras.* Com isso, propõe-se aqui a ideia de que uma competência necessária à construção de determinado conhecimento pode mobilizar outras competências, ou elementos que a elas se associam, de modo que não se pode afirmar que uma habilidade, conhecimento, atitude ou procedimento pertence *exclusivamente* a uma determinada competência.

A partir desta apresentação sobre o que significa competência, espera-se tornar mais clara a compreensão de por que o PC é defendido neste trabalho como uma competência essencial a todos. Para iniciar esta discussão, será tomado por base o que propõe o Currículo de referência: itinerário formativo para o Ensino Médio, proposto pelo Centro de Inovação para a Educação Brasileira (CIEB, 2020).

Nesse currículo de referência, são reunidos referenciais teóricos, propostas metodológicas de ensino e avaliação, materiais complementares, sugestões de recursos, entre outros elementos para uma formação em tecnologia e computação. O mesmo encontra-se estruturado em três eixos principais: PC, mundo digital e cultura digital. Cada um desses eixos possui as suas próprias unidades curriculares, que reúnem “competências, conhecimentos, habilidades, atitudes, práticas, indicadores de avaliação e materiais de referência” (CIEB, 2020, p. 17). A Figura 9 representa como está estruturado o eixo PC no currículo do CIEB.

Figura 9 – Estrutura do eixo PC no currículo da CIEB para o Ensino Médio



Fonte: elaborado pelo autor (2025), com base em (CIEB, 2020)

Observando que o PC é destacado como eixo, apresentando os recursos, temáticas e competências associados às suas unidades curriculares, e também que as competências contemplam conhecimentos, habilidades e atitudes, apresenta-se o seguinte questionamento: *como o PC poderá ser caracterizado neste trabalho como uma competência se, enquanto eixo, ele mesmo possui competências "dentro" de suas unidades curriculares?*

Essa questão pode ser respondida ao se retomar a caracterização de competência apresentada por Perrenoud (2002), ao destacar que uma competência pode envolver microcompetências. Assim, será adotada neste trabalho a perspectiva de que o PC consiste em uma competência que, por sua vez, envolve outras microcompetências, como, por exemplo, a visualização, o raciocínio lógico e a leitura e escrita.

Além disso, assim como apresentado no currículo de referência, o PC também envolve habilidades. Contudo, antes de aprofundar sobre as habilidades que compõem o PC, é necessário discutir o que se entende por habilidades, bem como analisar a relação entre elas e as microcompetências.

Para Garcia (2005),

> Em geral, as habilidades são consideradas como algo menos amplo do que as competências. Assim, a competência estaria constituída por várias habilidades. Entretanto, uma habilidade não "pertence" a determinada competência, uma vez que uma mesma habilidade pode contribuir para competências diferentes.

Há, no entanto, diferentes interpretações para habilidades e competências na literatura. Costella (2011, p. 229), por exemplo, as diferencia como: “Uma competência é uma habilidade mais abrangente, mais complexa e uma habilidade é reconhecida como uma competência de menor alcance”. Assim, a autora complementa ainda que:

> A competência está estruturada num patamar de entendimento mais complexo que uma habilidade. Para desenvolver competências os alunos precisam articular suas habilidades, ou seja, pequenas competências, que serão exigidas em situações alheias àquelas aprendidas num determinado momento de cognição (Costella, 2011, p. 238).

Ao apresentar a ideia de que, para desenvolver competências, o sujeito precisa articular pequenas competências (microcompetências) enquanto habilidades, e também a ideia de que uma mesma habilidade pode estar presente em diferentes competências, Costella (2011) expande os horizontes do que se compreende por competência. Essa ampliação permite refletir que uma competência pode contribuir para o desenvolvimento de outras e confirma a perspectiva anteriormente mencionada neste trabalho: uma competência compartilha habilidades com outras.

Assim, tendo em vista as discussões já tecidas sobre o que é competência, microcompetência e habilidade, e os referenciais utilizados para compreender e definir o PC, seriam necessárias mais discussões para apontar as microcompetências, conceitos, práticas e perspectivas da computação que a ele se associam. *Dado que este não é o foco principal do trabalho, serão consideradas apenas as habilidades que compõem o PC, e de acordo com as cinco propostas em Bebras (2002).*

Pontuar essa questão é necessário para que seja compreendida a perspectiva de PC aqui defendida, bem como para a interpretação da variedade de habilidades que são atribuídas ao PC na literatura. O subtópico seguinte apresenta uma discussão sobre estas habilidades, caracterizando as que serão consideradas no contexto deste estudo.

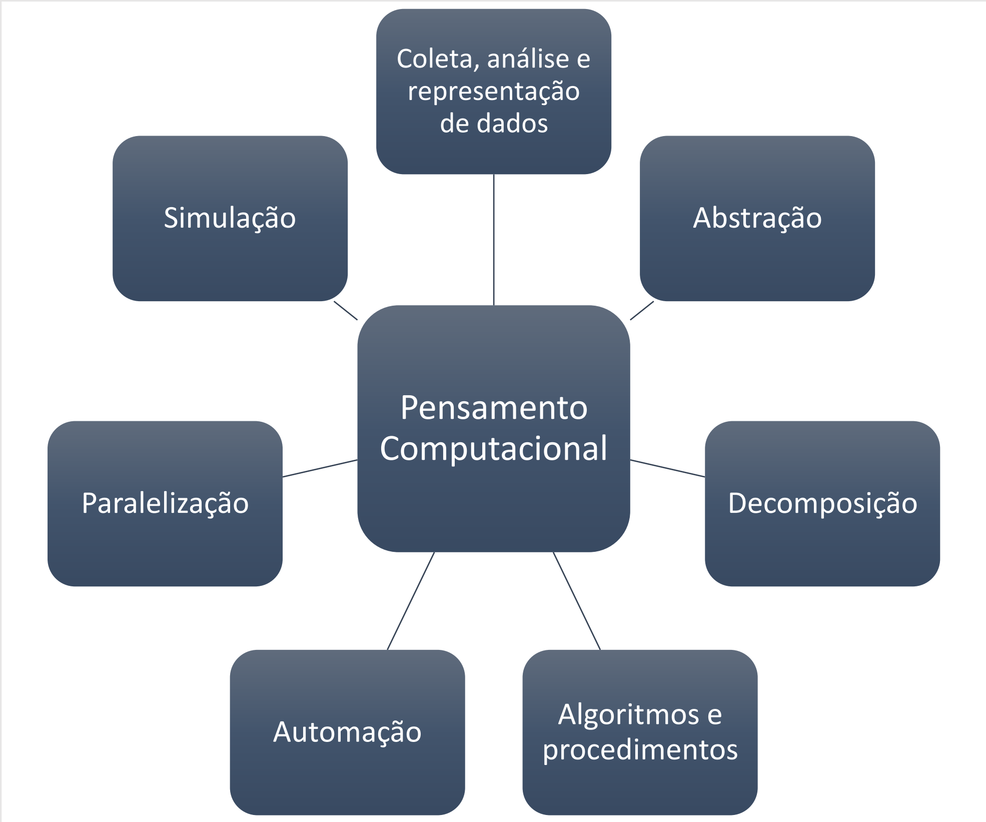
2.3.4 Habilidades do PC

Segundo Wing (2006, p. 33), o PC envolve ações como resolução de problemas, *design* de sistemas e compreensão do comportamento humano, baseando-se em conceitos da computação. Envolve também a reformulação de um problema difícil para um que seja fácil de se resolver, seja por meio de redução, incorporação, transformação ou simulação. Ao longo do seu artigo, a autora também apresenta outras ações, como o pensamento recursivo, processamento paralelo, uso da abstração e da decomposição diante de uma tarefa complexa, escolha de uma representação apropriada para um problema, entre outras ações.

Muitas dessas ações desencadearam o interesse de pesquisadores e profissionais sobre quais as habilidades envolvidas no desenvolvimento do PC. Há, no entanto, diferentes compreensões sobre quais seriam essas habilidades. Enquanto que alguns autores consideram que elas se associam diretamente com conhecimentos e práticas computacionais, outros as veem sob uma ótica que considera também conhecimentos e práticas comuns a outros campos do conhecimento.

Iniciando por Barr e Stephenson (2011), destacam-se na obra dos autores sete habilidades que compõem o PC, conforme representado no esquema da Figura 10.

Figura 10 – Habilidades do PC segundo Barr e Stephenson



Fonte: Viana (2020)

A coleta de dados refere-se à reunião de dados que auxiliem a compreender ou resolver determinado problema; a análise de dados se refere à busca pela compreensão desses dados, para que sejam feitas generalizações que conduzam à sua resolução; a representação de dados compreende o uso de tabelas, gráficos, fluxogramas, entre outras estratégias que auxiliem em sua visualização; decomposição se refere à divisão de um problema em outros menores e mais fáceis de resolver; abstração compreende a habilidade de direcionar a atenção para aspectos relevantes de um problema, sem se preocupar com outros detalhes que já se conhece ou que não serão utilizados em determinado momento de sua resolução; algoritmos dizem respeito à organização e resolução de um problema em uma série de passos ou linguagem compreensível por outras pessoas ou pelo computador; a automação faz referência ao uso de ferramentas que permitam a resolução mais eficaz de um problema; simulação diz respeito à manipulação de variáveis em um problema visando a obtenção de novos resultados e conclusões sobre sua resolução; paralelização compreende a realização de ações em paralelo, ao mesmo tempo, ou de modo que a resolução de um problema também seja um processo para a resolução de partes dele mesmo, ou de outros (Barr; Stephenson, 2011; Csizmadia *et al.*, 2015; Viana, 2020).

Com uma perspectiva que diferencia-se da de Barr e Stephenson (2011), o documento ‘Referenciais de Formação em Computação: Educação Básica’ (SBC, 2017) divide o PC em três competências principais: abstração, análise e automação. Para cada etapa da Educação Básica, o documento propõe um conjunto de habilidades, cuja complexidade aumenta de acordo com o avanço dessas etapas. Um fato que chama atenção neste documento é justamente a característica de considerar as competências que compõem o PC, indo ao encontro da proposta discutida no subtópico anterior, na qual o PC é considerado uma competência que reúne microcompetências.

Indo além, Michaelson (2015) destaca as seguintes habilidades:

- Decomposição: habilidade de “quebrar” um problema em subproblemas;
- Reconhecimento de padrões: habilidade de notar similaridades, diferenças, propriedades ou tendências ao analisar dados;
- Generalização de padrões: habilidade de extrair detalhes desnecessários e generalizar aqueles que são necessários, de modo a definir um conceito ou ideias em termos gerais;
- *Design* de algoritmos: habilidade de construir um passo a passo para resolver um problema específico, que também pode ser reproduzido para resolver outros similares.

Ao final de seu texto, o autor sumariza essas habilidades em: decomposição, abstração, padrões e algoritmos. Diversos outros autores têm se inspirado nessas habilidades para pesquisar sobre o desenvolvimento do PC, a exemplo de Brackmann (2017), CIEB (2018) e Viana (2022).

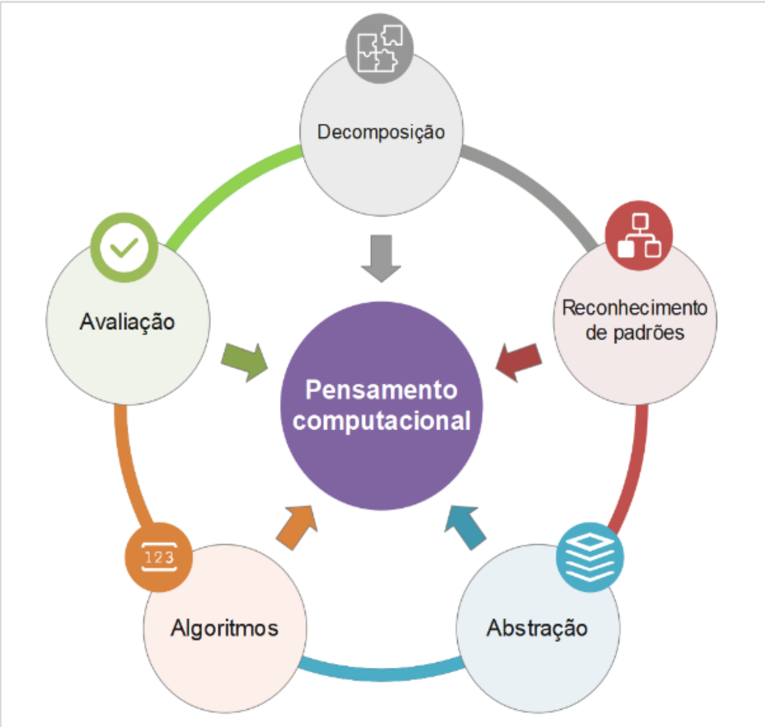
Ao caracterizar o PC, Brackmann (2017) apresenta descrições para cada uma das mesmas habilidades apresentadas por Michaelson (2015), destacando-as como pilares do PC. Segundo o autor:

> O Pensamento Computacional envolve identificar um problema complexo e quebrá-lo em pedaços menores e mais fáceis de gerenciar (DECOMPOSIÇÃO). Cada um desses problemas menores pode ser analisado individualmente com maior profundidade, identificando

> problemas parecidos que já foram solucionados anteriormente (RECONHECIMENTO DE PADRÕES), focando apenas nos detalhes que são importantes, enquanto informações irrelevantes são ignoradas (ABSTRAÇÃO). Por último, passos ou regras simples podem ser criados para resolver cada um dos subproblemas encontrados (ALGORITMOS) (Brackmann, 2017, p. 33).

Já em materiais mais recentes, como os que são produzidos pelos organizadores da competição Bebras[18], cinco habilidades são consideradas ao se referir ao PC, conforme destacado na Figura 11.

Figura 11 – Habilidades do PC de acordo com Bebras (2022)



Fonte: Viana (2023, p. 4)

Diante da variedade de propostas que se destacam na literatura, como as que foram apresentadas anteriormente, optou-se por utilizar neste trabalho de tese aquelas que são avaliadas na competição Bebras, especialmente pelo fato de que um

[18] Trata-se de uma competição criada na Lituânia pela professora Valentina Dagiené. A palavra Bebras significa "castor". A competição ocorre anualmente de maneira online, em mais de 70 países, nela são apresentadas atividades de múltipla escolha que envolvem diferentes habilidades de PC e podem ser resolvidas por crianças e jovens sem conhecimentos prévios em computação.

dos instrumentos de coleta de dados que foram utilizados em campo foi cedido pela equipe Bebras Brasil[19].

É importante ressaltar que, entre as habilidades da Bebras, quatro delas (decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e pensamento algorítmico) já estavam sob investigação em estudos e produções anteriores do grupo TDAC. No entanto, avaliação surge como uma nova habilidade a ser associada ao ensino de geometria, ampliando produções anteriores do autor, como em Moita e Viana (2019), Viana (2020) e Viana, Moita e Lucas (2022).

Os documentos oficiais publicados pela organização da Bebras apresentam caracterizações das cinco habilidades do PC, a exemplo do *Computational Thinking – Cheat Sheet* (Bebras, 2022). O Quadro 2 fornece uma síntese do material.

Quadro 2 – Caracterização das habilidades do PC de acordo com a Bebras (2022)

Habilidades de PC	Tarefas associadas
Decomposição Desmembrar um problema ou sistema complexo em partes menores, mais fáceis de serem gerenciadas.	• Desmembrar tarefas; • Pensar sobre problemas, dividindo-os em partes menores; • Tomar decisões sobre dividir uma tarefa em subtarefas, tendo em mente a integração entre elas.
Reconhecimento de padrões Procurar similaridades e características em comum dentro de um problema ou entre diferentes problemas.	• Identificar padrões, bem como similaridades e conexões, e reconhecer quando esses padrões não estão completamente estabelecidos; • Extrapolar ou interpolar dados; • Colocar instruções repetidas em um loop ou em uma função.
Abstração Focar apenas nas informações importantes, ignorando detalhes irrelevantes.	• Ignorar detalhes desnecessários; • Identificar elementos-chave em um problema; • Escolher uma representação para um Sistema.
Pensamento algorítmico Desenvolver um passo a passo para solucionar um problema ou as regras que devem ser seguidas para isso.	• Pensar em termos de sequências e regras; • Executar um algoritmo; • Criar um algoritmo.
Avaliação Garantir que uma solução seja válida e correta.	• Encontrar a melhor solução; • Tomar decisões sobre o melhor uso de recursos; • Verificar se uma solução atende ao propósito que se destina.

Fonte: Adaptado de Bebras (2022)

[19] A competição Bebras Brasil é aplicada pelos mesmos organizadores do Concurso Internacional Canguru de Matemática. Para mais informações, consultar o site oficial da competição. Disponível em: https://www.bebrasbrasil.com.br/. Acessado em: 02 nov. 2024.

Uma característica relevante das relações apresentadas Quadro 2 é que as habilidades não foram diretamente associadas à prática de programar, mas apresentadas como possíveis de serem empregadas tanto na construção de um programa de computador, quanto na resolução de um problema de matemática, ou de outras áreas do conhecimento.

Para sintetizar as informações sobre as habilidades adotadas na construção e condução desta pesquisa, foi elaborado um quadro-síntese contendo descrições de cada uma delas, conforme pode ser consultado no Apêndice A. As descrições apresentadas no quadro-síntese foram construídas com base nas concepções de diferentes autores e organizações, que serão utilizadas como referenciais para a análise de dados, ao relacionar as habilidades do PC com as falas, atitudes e produções dos alunos: Bebras (2022), Michaelson (2015), Barr e Stephenson (2011), Brackmann (2017), Dantas (2023) e CIEB (2018).

É importante ressaltar que cada um dos autores mencionados traz quantidades diferentes para as habilidades que compõem o PC, bem como nomenclaturas distintas para algumas. Além disso, a própria caracterização dada por eles também difere, pois há alguns que as destacam ou como habilidades, ou conceitos, ou estágios ou práticas.

Em meio a essas diferentes caracterizações atribuídas ao PC, a sua implementação tem sido realizada em currículos de países ao redor do mundo. Em Portugal, por exemplo, foram definidas as aprendizagens essenciais de Matemática para o Ensino Fundamental. Entre elas, o PC tem sido destacado como parte dos campos de álgebra, probabilidade, dados, bem como uma capacidade matemática, ao lado da resolução de problemas, do raciocínio matemático, da comunicação, representações e conexões matemáticas (Canavarro *et al.*, 2021).

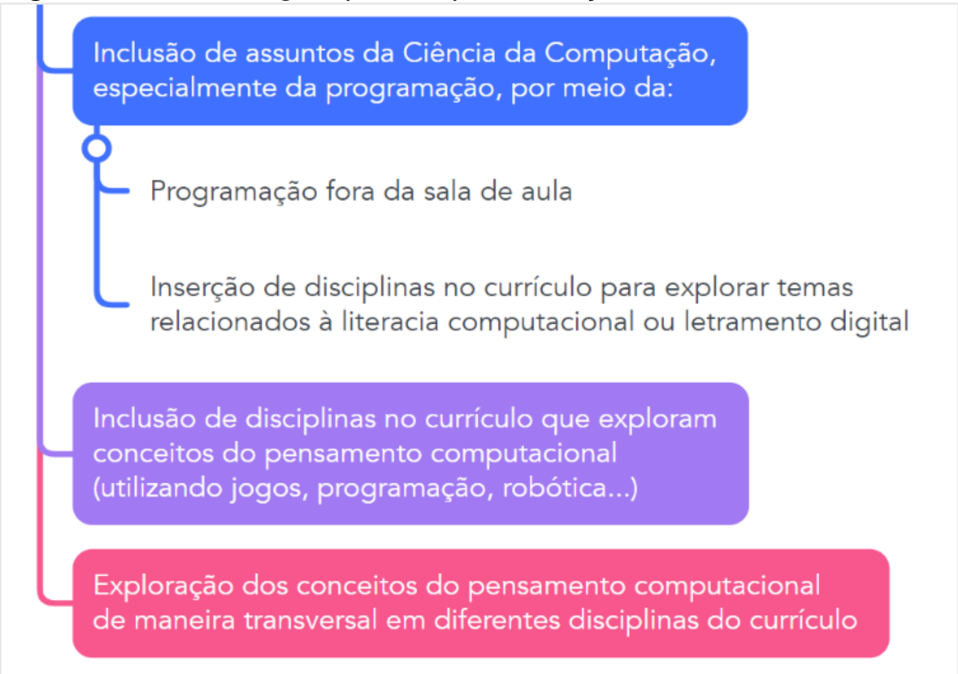
Em complemento, Araújo e Silva (2024) destacam diversos países que já realizaram reformas curriculares para incluir o PC nas práticas de sala de aula, como Dinamarca, França, Finlândia, Croácia, Itália, Malta, Polônia, Turquia, Inglaterra e Escócia. Além disso, os autores também destacam os esforços feitos pelos Estados Unidos para incluir a Computação nos currículos escolares.

Considerando este panorama, será apresentado no tópico seguinte como se encontra o cenário de implementação do PC no Brasil, onde documentos normativos como a BNCC preveem exploração na Educação Básica, enquanto outros posteriores implementam o ensino de Computação (Brasil, 2018, 2022, 2023).

2.3.5 A implementação do PC nas escolas brasileiras

No cenário mundial, o PC ganhou visibilidade a partir da publicação de Wing (2006), seguida pela sua implementação em diversos sistemas educacionais ao longo dos anos. Segundo Valente (2016), diferentes estratégias foram adotadas pelos países, podendo ser classificadas em termos de três grandes categorias, como pode ser observado na Figura 12.

Figura 12 – Estratégias para implementação do PC em sala de aula



Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Valente (2016, p. 868)

No Brasil, o PC é incluído oficialmente nos currículos a partir da BNCC (Brasil, 2018a), contudo, o documento trazia definições imprecisas sobre o termo. Em uma carta aberta[20], a SBC critica o fato de que a BNCC aponta o trabalho com fluxogramas

[20] Sociedade Brasileira de Computação. Nota Técnica da Sociedade Brasileira de Computação sobre a BNCC-EF e a BNCC-EM. 2019. Disponível em: https://www.sbc.org.br/wp-content/uploads/2024/07/Nota-t-cnica-sobre-a-BNCC-Ensino-m-dio-e-fundamental-2018.pdf. Acessado em: 21 abr. 2025.

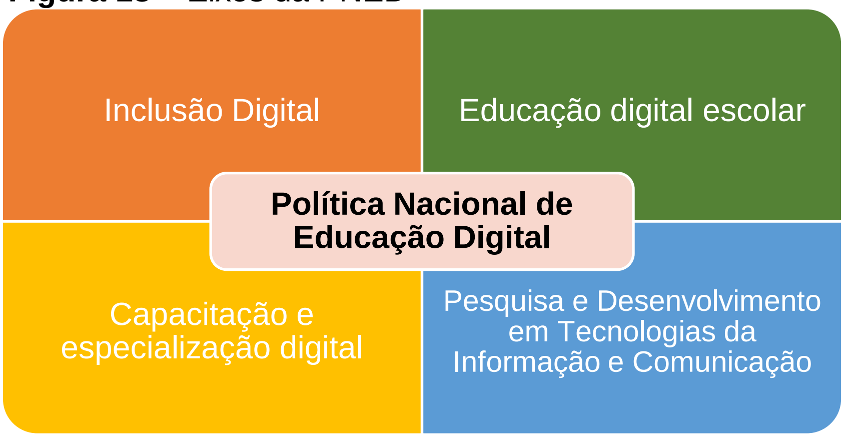
como caminho para desenvolver o PC, especialmente o trabalho com algoritmos. Discordam que este seja o melhor caminho para isto, pois pode dificultar o contato posterior com linguagens de programação mais complexas. O documento aponta também algumas diferenciações necessárias entre alguns conceitos, como o de variáveis, que difere da matemática para a computação.

Esta ausência de detalhamentos demandou a publicação de um documento complementar, a resolução CEB 01/2022 “Normas sobre Computação na Educação Básica – Complemento à Base Nacional Comum Curricular (BNCC)” (Brasil, 2022). Por meio dela, num prazo de um ano, a computação na Educação Básica passou ser obrigatória nas escolas e também foram dados os seguintes encaminhamentos: “o desenvolvimento de currículos pelas redes, formação inicial e continuada de professores, prazo de implementação e o estabelecimento de políticas públicas” (Brackmann, 2025).

Adicionalmente, em 2023, foi publicada a Política Nacional de Educação Digital (PNED), que fomenta o desenvolvimento de competências digitais na educação básica, com foco na democratização do acesso à tecnologia e em seu uso ético, crítico e produtivo. Para isso, a PNED fortalece a proposta trazida pela BNCC Computação e altera a LDB no sentido de incluir computação, programação, robótica, entre outros temas relacionados à educação digital nas séries iniciais do Ensino Fundamental (Brasil, 2023).

A PNED é estruturada em quatro eixos principais: inclusão digital; educação digital escolar; capacitação e especialização digital; pesquisa e desenvolvimento em tecnologias da informação e comunicação, conforme destaca a Figura 13.

Figura 13 – Eixos da PNED



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

O primeiro eixo, inclusão digital, visa garantir o acesso a equipamentos, conexão à internet e desenvolvimento de conhecimentos básicos para o uso das diversas tecnologias. O segundo, educação digital escolar, busca integrar o uso pedagógico das tecnologias no currículo escolar, de modo a desenvolver o letramento digital e promover o uso crítico e criativo das ferramentas digitais. O terceiro eixo, capacitação e formação digital, foca na qualificação de professores e demais profissionais da educação, para que possam trabalhar efetivamente com as TDIC em suas práticas laborais. Por fim, o quarto eixo, pesquisa e desenvolvimento em tecnologias da informação e comunicação, especialização em tecnologias da informação e comunicação destina-se à ampliação e oferta de cursos técnicos e superiores associados à tecnologia digital.

De maneira específica, o segundo eixo objetiva o desenvolvimento de competências digitais em estudantes e professores, de modo a capacitá-los para o uso ético, crítico e responsável das diversas tecnologias e de seus recursos (Brasil, 2023). Para isso, engloba temáticas como PC, mundo digital, cultura digital, direitos digitais e tecnologia assistiva, estes três primeiros em consonância com o que propõe a BNCC computação.

A partir dessas leis e documentações, cada rede estadual de ensino brasileira elaborou a sua proposta curricular, apresentando diferentes ideias para implementação do PC. Observando os materiais já produzidos, Araújo e Silva (2024, p. 16) realizam, em seu texto, uma análise documental sobre como o PC é inserido nas propostas curriculares de cada Estado brasileiro. Os autores identificam as seguintes abordagens do PC:

- Apenas menção de forma pontual no texto de apresentação de um capítulo ou seção;
- PC figura entre os objetos de conhecimento ou conteúdos de um componente curricular;
- Presença da habilidade EMIFCNT06[21];

[21] Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação de design de soluções e o uso de tecnologias digitais, programação e/ou pensamento computacional que apoiem a construção de protótipos, dispositivos e/ou equipamentos, com o intuito de melhorar a qualidade de vida e/ou os processos produtivos (Brasil, 2018b).

- O PC aparece em habilidades de uma área específica, mais precisamente na Matemática;
- Há um componente obrigatório para tratar do PC ou ele figura como um dos eixos principais do componente curricular;
- Existe no currículo um componente curricular eletivo ou optativo que aborda o PC;
- O currículo prevê a oferta de componentes eletivos com temática relacionada ao PC;
- Não há menção do PC no currículo.

Segundo a análise dos autores, os referenciais curriculares reproduzem, em geral, o que propõe a BNCC e a Portaria 1432 (Brasil, 2018a; 2018b). Eles destacam que há, em geral, pouco espaço para o PC nos documentos, e ele é interpretado como parte do ensino de programação, sendo, portanto, frequentemente associado ao uso de tecnologias digitais (Araújo; Silva, 2024).

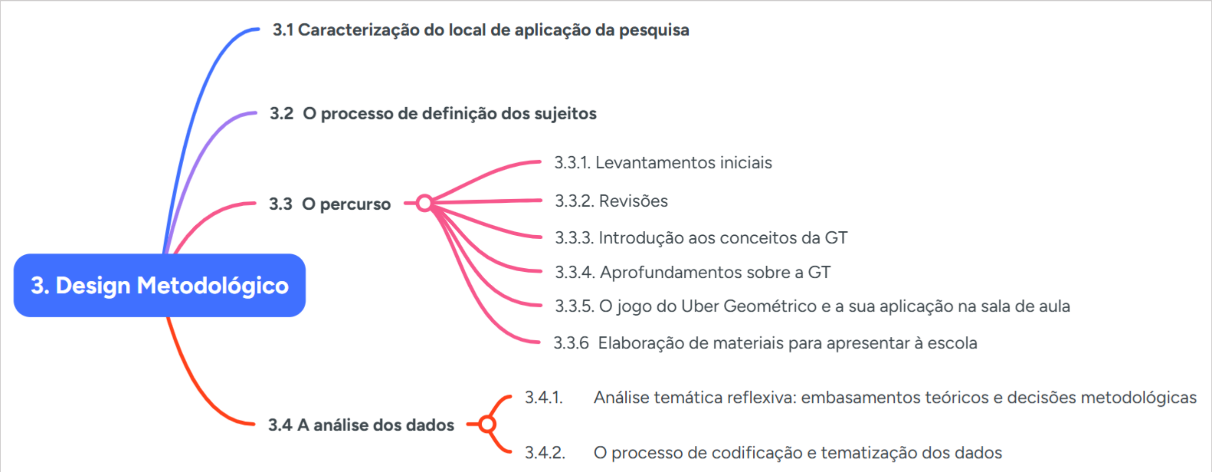
No Estado da Paraíba, a proposta curricular para o Ensino Médio enfatiza a prática do PC por meio da habilidade EMIFCNT06 nos itinerários formativos, especificamente os que envolvem a área de Ciência da Natureza e suas Tecnologias, Linguagens e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Matemática e suas Tecnologias. O PC também é citado como objeto de conhecimento ou conteúdo da disciplina empreendedora Educação Tecnológica e Midiática dentro do itinerário formativo de Formação Profissional (Araújo; Silva, 2024).

Dada a recente implementação do PC nas escolas paraibanas, ainda há poucas evidências na literatura científica acerca de como essa competência tem sido explorada pelos professores. Contudo, dados de pesquisas científicas revelam as diferentes possibilidades, seja ao trabalhar o PC com o ensino de robótica e programação (Oliveira *et al.*, 2021), ou como um tema transversal a outras áreas (Viana; Moita; Lucas, 2022; 2024).

3 DESIGN METODOLÓGICO

Neste capítulo, apresenta-se um detalhamento a respeito das concepções metodológicas que orientam a construção deste trabalho, bem como as decisões metodológicas do autor quanto à coleta e análise dos dados. O texto está estruturado em quatro tópicos principais: caracterização do local de aplicação da pesquisa; o processo de definição dos sujeitos; o percurso; a análise dos dados. A Figura 14 apresenta detalhes sobre a organização dos tópicos e subtópicos.

Figura 14 – Estrutura do terceiro capítulo



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Considerando o delineamento teórico, as ações realizadas e as reflexões tecidas neste trabalho, sua configuração metodológica é de pesquisa qualitativa. Segundo Yin (2016) e Gray (2010), essa modalidade de pesquisa consiste em uma ampla área de investigação, marcada pela multiplicidade de fatores e características subjetivas na busca por explicar como e por que os fatos ocorrem.

Em sua obra, Yin (2016) destaca algumas das características da pesquisa qualitativa, como: busca estudar o significado da vida das pessoas em suas condições reais; preza pela representação das opiniões e das perspectivas dos participantes; procura abranger o contexto em que esses vivem; contribui com revelações sobre conceitos abrangentes ou emergentes que possam ajudar a explicar o comportamento social humano; esforça-se por utilizar múltiplas fontes de dados.

No trabalho de Gray (2010), também são destacadas algumas das características da pesquisa qualitativa que, segundo o autor, refletem a autenticidade desta modalidade de pesquisa. Inicialmente, destaca-seque a pesquisa qualitativa é altamente contextual, uma vez que ocorre dentro do contexto da vida real, na realidade dos sujeitos.

Gray (2010) também destaca que os dados coletados por meio de uma pesquisa qualitativa são abertos a múltiplas interpretações, o que exige do pesquisador um olhar capaz de perceber as particularidades de determinado contexto de pesquisa, sendo este apoiado pelos referenciais teóricos utilizados. Essa característica reforça a ideia de que a pesquisa qualitativa é subjetiva e altamente contextual, diferenciando-se, portanto, da objetividade buscada pelas pesquisas quantitativas.

Pensando no campo da Educação Matemática, no qual a presente pesquisa se situa, é possível perceber que tais características das pesquisas qualitativas se fazem presentes na maioria dos estudos realizados no campo. Tal percepção pode ser aprofundada a partir da fala de Bicudo (1993, p. 19), ao destacar que as pesquisas da área:

> Trabalham interrogando o compreender matemático, o fazer matemático, os significados sociais, culturais e históricos da Matemática. São, portanto, pesquisas que solicitam domínio compreensivo de um vasto horizonte de conhecimentos, como os horizontes da Psicologia, da História, da Filosofia... e, certamente, da Matemática.

A essa característica de investigar o compreender e o fazer matemático, aliam-se diferentes abordagens teóricas e práticas que conferem significado e rigor à pesquisa situada no campo qualitativo. Essas abordagens, ora são próprias da Educação Matemática, como a etnomatemática, modelagem matemática, engenharia didática, resolução de problemas, entre outras, ora também são advindas de outras áreas, como a Filosofia, a Sociologia e a Psicologia.

Trazendo de volta o olhar para a pesquisa qualitativa em geral, é possível destacar, à luz do que discute Bogdan e Biklen (1994), que essa modalidade de pesquisa possui natureza descritiva e busca registrar, analisar e representar os dados em toda sua riqueza. Além de ser caracterizada como descritiva, ela parte da ideia de que nada é trivial, ou seja, que todos os acontecimentos que ocorrem em sala de aula, em seus mínimos detalhes, podem constituir importantes evidências para compreender os fenômenos do objeto de estudo.

Por esse motivo, o pesquisador que conduz uma pesquisa qualitativa deve estar apto a coletar, manipular e interpretar dados advindos de diferentes fontes. Em Educação Matemática, conforme destaca Bicudo (1993), o pesquisador deve buscar compreender os fenômenos didáticos que podem ocorrer em sala de aula, ou em quaisquer outras situações onde se ensina e se aprende matemática.

Considerando as articulações entre pesquisa qualitativa e Educação Matemática, esta pesquisa foi conduzida sob abordagem qualitativa, apoiando-se nos pressupostos metodológicos de um estudo de caso que, segundo Lüdke e Andre (2013), configura-se como uma pesquisa qualitativa que investiga um fenômeno singular, de valor intrínseco. Embora o fenômeno em questão possa estar inserido em um contexto amplo, as pesquisas qualitativas buscam investigar o que há de único nele.

Lüdke e André (2013) destacam que os estudos de caso possuem sete características principais: visam a descoberta e a constante construção do conhecimento; interpretam dados em contexto, para obter uma análise profunda e adequada; buscam retratar a realidade de forma completa, considerando múltiplos fatores; utilizam diversas fontes e tipos de dados; buscam representar diferentes situações que podem ocorrer em um ambiente de pesquisa, incluindo concordâncias e conflitos; adotam uma linguagem acessível, apresentando os dados de forma variada, como narrativas, entrevistas, imagens e outras mídias que facilitam a comunicação clara e articulada das informações.

Cada um desses itens permite a compreensão do quão amplo é o universo da pesquisa qualitativa, bem como das possibilidades que podem ser exploradas em estudos de caso qualitativos. Para dar continuidade à apresentação do design metodológico deste trabalho de tese, este capítulo será dividido em quatro tópicos: o contexto da pesquisa; o percurso; a coleta dos dados; a análise dos dados.

3.1 Caracterização do local de aplicação da pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública da cidade de Campina Grande, voltada a estudantes do Ensino Médio, por meio de uma parceria com a UEPB. Com isso, foi possível que o pesquisador permanecesse atuando por um longo período em sala de aula (um semestre letivo), desenvolvendo trabalhos que mobilizaram, a escola, o professor de matemática responsável pela turma e os alunos que participaram da pesquisa.

Firmada esta parceria, foi então submetido um projeto de pesquisa ao comitê de ética em pesquisa na UEPB, por meio do Sistema CEP/CONEP da Plataforma Brasil. Após análise, o projeto foi aprovado sob Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE): 68228923.0.0000.5187 e parecer de número 5.987.090, conforme apresentado no Anexo A.

A instituição escolhida para aplicação da pesquisa segue o modelo de escolas cidadãs integrais (ECI) que, de acordo com o portal do Governo do Estado da Paraíba, têm como foco:

> [...] a formação dos jovens por meio de um desenho curricular diferenciado e com metodologias específicas, que apresentam aos estudantes do Ensino Médio possibilidades de se sentirem integrantes do seu projeto de vida. Essas escolas são organizadas com salas temáticas, laboratórios de informática, ciências e outros espaços de vivências, onde os jovens poderão transitar, a partir do seu projeto de vida, em suas competências cognitivas e socioemocionais, de forma a desenvolver as suas potencialidades (Paraíba, 2023).

As ECI compõem uma rede cada vez mais ampla no sistema educacional do Estado da Paraíba, que também possui Escolas Cidadãs Integrais Técnicas (ECIT), as quais seguem o mesmo modelo das instituições anteriormente mencionadas, porém contemplando também cursos técnicos. Além disso, há as ECI socioeducativas, presentes dentro das unidades de medidas socioeducativas do Estado, com o objetivo de reinserir adolescentes na sociedade e prepara-los para o mercado de trabalho.

Além de mencionar essas características, é preciso refletir sobre o funcionamento dessas escolas no contexto do Novo Ensino Médio, que começou a ser implantado nas escolas paraibanas em 2022. Nesse modelo de ensino, a carga horária mínima a ser cursada ao longo do Ensino Médio passou de 2400 para 3000 horas, e outras mudanças ocorreram, por exemplo, na organização do currículo.

Os componentes curriculares passaram a ser organizados em dois grandes blocos: formação geral básica e itinerários formativos. O bloco formação geral básica totaliza 1200 horas, que devem ser distribuídas ao longo dos três anos do Ensino Médio. Nele, devem ser contempladas aprendizagens relacionadas a áreas como Língua Portuguesa, Matemática, Biologia, História, Geografia, Física, Química, Educação Física, Artes, Sociologia, Filosofia e Inglês. Essas áreas são agrupadas em quatro principais: Linguagens e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Ciências da Natureza e suas tecnologias.

Já o bloco de itinerários formativos é voltado à ampliação e aprofundamento dos conhecimentos dos estudantes em uma ou mais áreas de seu interesse, poendo incluir formação técnica e profissional. Deve totalizar 1200 horas ao longo dos três anos do Ensino Médio e, de acordo com a proposta curricular do Estado da Paraíba para o Ensino Médio, “por ser um conjunto de componentes, cuja escolha é livre, o estudante pode fazê-la de acordo com seus sonhos, vontades, desejos e necessidades, baseado em seu projeto de vida” (Paraíba, 2021).

Segundo a proposta curricular paraibana, há uma preocupação em estabelecer conexões nesses itinerários formativos, com os quatro pilares da educação: conhecer, conviver, ser e fazer. Assim, busca-se estimular os estudantes a desenvolverem uma variedade de conhecimentos relacionados à construção de seus projetos de vida.

O currículo ressalta que o projeto de vida não é abordado como a escolha profissional definitiva dos estudantes, embora possa estar associado a ela. Segundo a proposta, os estudantes podem escolher diferentes percursos, de modo a exercer o protagonismo de sua história, manifestando os seus interesses, motivações e objetivos, além de expressar dúvidas e emoções. Com isso, espera-se que os estudantes desenvolvam habilidades, como compreensão, defesa de ideias, domínio de tecnologias, respeito e análise do mundo ao seu redor (Paraíba, 2021).

Ainda nesses itinerários formativos, encontram-se os chamados componentes eletivos que, de acordo com a proposta curricular da Paraíba, visam:

> Promover experiências de aprendizagem com a finalidade de aprofundar, enriquecer e ampliar estudos relativos às áreas do conhecimento de forma interdisciplinar, consolidando conceitos, diversificando procedimentos e/ou temáticas de um componente curricular ou área de conhecimento e fomentando o desenvolvimento de Projetos de Vida pessoal, social e para o mundo do trabalho, de acordo com os interesses do estudante (Paraíba, 2021, p. 795).

Nesses componentes eletivos, diferentes tipos de metodologias costumam ser empregadas para o desenvolvimento de atividades que se adequem às realidades escolares e interesses dos estudantes. Essas metodologias podem contemplar: aulas expositivas, construção de maquetes, criação de *apps* e *games,* rodas de conversas, debates, peças de teatro, entre outras possibilidades voltadas ao exercício do protagonismo estudantil.

Observando as possibilidades oferecidas por esse formato de disciplinas, bem como as parcerias que vêm sendo desenvolvidas entre escolas e diferentes instituições, para proporcionar a abordagem de novas temáticas pertinentes para a formação dos alunos, encontrou-se nelas um espaço que também poderia ser utilizado para atividades de pesquisa.

Assim, a parceria inicialmente mencionada neste tópico teve como um de seus objetivos a realização de um componente curricular eletivo, no qual estudantes de todos os anos séries do Ensino Médio pudessem se matricular e acompanhar as temáticas exploradas. Além disso, seguindo a dinâmica proposta pela escola, o componente curricular também culminou em uma atividade final, aberta ao público escolar, para que pudessem conhecer um pouco sobre as produções desenvolvidas pelos colegas. No Tópico 3.2, será detalhado o público que participou das atividades e, consequentemente, da pesquisa, detalhando também como ocorreu a sua seleção.

3.2 O processo de escolha dos sujeitos

O público-alvo da pesquisa foi constituído por catorze estudantes do primeiro ao terceiro ano Ensino Médio, que despertaram interesse pela temática durante um evento realizado na escola no início do semestre letivo, a feira de eletivas. Este evento consiste em um grande encontro realizado pela gestão escolar, no qual os professores reúnem-se para apresentar aos alunos as temáticas que serão abordadas em seus componentes eletivos. Cada aluno, por sua vez, tem a missão de escolher qual componente eletivo irá cursar naquele semestre.

No caso desta pesquisa, foi ofertado na instituição-campo o componente curricular eletivo “Geometria do Uber: conceitos e aplicações”. A escolha do nome “Geometria do Uber” ao invés de “Geometria do táxi” foi motivada pela necessidade de aproximar o conteúdo do componente com o cotidiano dos alunos, onde o uso do aplicativo de transporte da empresa Uber[22] para solicitar viagens curtas ou longas tem sido mais comum do que a busca pelos táxis.

[22] Mais informações podem ser consultadas em: https://www.uber.com/br/pt-br/about/. Acessado em: 24 jan. 2025.

Para a feira de eletivas, foram pensadas estratégias para que fosse possível atrair a curiosidade e interesse dos educandos. Assim, foi confeccionado e exibido um pôster com a pergunta “E se a menor distância entre dois locais nem sempre for um segmento de reta?”, conforme mostra a Figura 15.

Figura 15 - Banner exibido durante a feira de eletivas

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Além deste pôster, também foram disponibilizados cartões-convite, para que os estudantes pudessem distribuí-los aos colegas, além de alguns folders com informações detalhadas sobre a ementa do componente eletivo, conforme apresentado no Apêndice B. Essa estratégia facilitou a divulgação da proposta que estava sendo ofertada e permitiu que os alunos esclarecessem suas dúvidas de maneira mais prática, sem a necessidade de o pesquisador repetir as mesmas informações várias vezes.

No ato de inscrição, os alunos também tiveram acesso ao TCLE e TA (Ver Apêndices C e D), por meio dos quais puderam conhecer e registrar se concordam ou discordam que os dados que irão produzir sejam posteriormente utilizados com finalidades de pesquisas acadêmicas.

Após este processo de inscrição no componente eletivo e, também, após os três primeiros encontros, houve um período de ajustes para os estudantes que desejaram mudar deste componente para outros e vice-versa. Seguiram até o final da pesquisa um total de 14 participantes. No Tópico 3.3, será feito um detalhamento sobre o percurso trilhado em todo o trabalho de campo.

3.3 O percurso

A condução do trabalho de campo foi organizada em doze momentos principais, realizados às segundas-feiras, no período de 19 de junho a 11 de dezembro de 2023, totalizando vinte encontros presenciais de duas horas/aula cada. O Quadro 3 descreve cada um desses momentos[23], enquanto que descrições mais detalhadas sobre cada um deles serão fornecidas nos subtópicos seguintes, com dados específicos disponíveis no Apêndice E.

Quadro 3 – Síntese dos momentos do trabalho de campo

Momento	Descrição geral
1°	Momento de acolhimento, apresentações pessoais e de diálogo com os alunos, para conhecê-los e obter dados sobre os seus perfis.
2°	Aplicação do teste de PC.
3°	Introdução às geometrias não euclidianas.
4°	Revisão do conteúdo de localização de pontos no plano cartesiano.
5°	Introdução aos conceitos da GT.
6°	Associação das quantidades de menores percursos possíveis até cada cruzamento do mapa da GT com os elementos do triângulo de Pascal.
7°	Introdução à análise combinatória e apresentação da fórmula para calcular a quantidade de menores caminhos possíveis de um local a outro no mapa.
8°	Resolução de problemas que envolvem percursos com paradas ou desvios.
9°	Introdução à noção de distância no contexto da GT.

[23] Ressalta-se que alguns momentos ocorreram em mais de um encontro. Além disso, a transição de um momento para outro às vezes ocorreu no meio de um encontro. Por esse motivo, não é especificado no Quadro 3 a quantidade exata de encontros que cada momento abrangeu.

10°	Aplicação do jogo "Uber Geométrico".
11°	Elaboração de materiais para o momento de socialização com a escola.
12°	Apresentação das produções que foram realizadas pelos alunos para toda a comunidade escolar.

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Para melhorar a organização do detalhamento do percurso da pesquisa, os momentos serão agrupados em seis subtópicos. Em cada um deles, serão descritos o roteiro, os recursos utilizados — sejam eles previamente existentes ou desenvolvidos conforme a necessidade — e os métodos de coleta de dados adicionais à gravação em vídeo.

É importante ressaltar que nem todos os momentos seguiram para a análise de dados, seja por se tratarem de atividades de revisão, ou por irem além dos objetivos traçados para este trabalho, mas eles serão posteriormente analisados e publicados em capítulos de livros ou revistas científicas. Ressalta-se ainda que o décimo terceiro momento será detalhado no capítulo de resultados, pois as produções feitas nele são resultados do trabalho criativo dos educandos.

3.3.1 Levantamentos iniciais

Conforme destacado no item anterior, ante do início dos encontros, foi realizada a divulgação do componente eletivo e inscrição dos alunos interessados em seu conteúdo, sendo este o primeiro contato do pesquisador com a turma. Em seguida, iniciaram-se os encontros presenciais.

Assim, no primeiro momento, foi realizada uma dinâmica de apresentação, na qual os alunos deveriam se apresentar e, em seguida, utilizar algumas pequenas placas contendo emojis com diversas expressões para responder à seguinte pergunta: "o que sinto ao estudar Geometria?". Os emojis foram selecionados diretamente da biblioteca do aplicativo Canva[24] e dispostos em páginas de tamanho A4, para posterior impressão e colagem em palitos de bambu.

[24] Disponível em: https://www.canva.com/. Acessado em: 26 jan. 2025.

Figura 16 – Algumas das plaquinhas que foram disponibilizadas

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Logo em após o momento de apresentações, deu-se início à segunda dinâmica. Nela, os estudantes utilizaram balões impressos em folha de papel para completar a frase “Geometria é...”. Inicialmente, foi determinado um tempo para que todos os educandos pudessem escrever em seus balões e, em seguida, pediu-se que cada um deles mostrasse o seu balão, colocasse-o no chão de modo a formar uma nuvem de palavras e explicasse o porquê de sua resposta.

Encerrado este primeiro momento, deu-se prosseguimento ao próximo, em que ocorreu a aplicação do teste de PC. Este teve por objetivo coletar dados sobre os desempenhos dos alunos em relação a cada habilidade dessa competência. É importante ressaltar que, por não existirem testes específicos para avaliar o PC sob a perspectiva de uma competência — especialmente considerando as dimensões atribuídas a ele nesta pesquisa —, a avaliação foi realizada por meio de uma prova fornecida via e-mail pela equipe do Bebras Brasil. Este teste considera apenas cinco habilidades: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração, algoritmos e avaliação.

Uma das vantagens decisivas na escolha das questões da competição foi a ausência de conhecimentos relacionados à programação, pois permite que o Bebras seja aplicado a diferentes tipos de públicos. Em outros instrumentos, seja em forma de questionários, jogos, *surveys* ou até mesmo entrevistas, conforme critica Araújo (2019), há sempre uma dependência de programação ou de sua lógica. Segundo a autora:

> Essas abordagens são úteis para medir as habilidades de resolução de problemas dos alunos por meio de atividades de programação. Portanto, esses métodos dependem de atividades de programação para avaliar as habilidades de PC, ou seja, os alunos devem aprender programação de computadores e, em seguida, uma abordagem qualitativa ou quantitativa avalia as habilidades de PC exploradas nas atividades de programação (Araújo, 2019, p.3).

A autora destaca também algumas limitações de quando a avaliação do PC é feita com base em programação: para responder aos testes, os estudantes precisam aprender linguagens de programação, e o PC acaba por ser avaliado com base nesses supostos conhecimentos de programação; há a possibilidade de se enviesar o resultado do que se deseja avaliar na medida em que é necessário se ensinar o que se deseja observar; a dificuldade em se aprender uma linguagem de programação pode influenciar a capacidade dos sujeitos de expressar a solução para um problema. É necessário, portanto, que a medição de habilidades de PC considere deve considerar tanto habilidades técnicas quanto também cognitivas (Araújo, 2019).

Dessa forma, a escolha de utilizar questões do Bebras neste estudo justifica-se tanto pela necessidade de se evitar uma avaliação de PC enviesada pela exigência de conhecimentos prévios associados à programação, quanto também pela facilidade de acesso e de obtenção de detalhes sobre elas, conforme será detalhado nos parágrafos seguintes.

A competição utiliza provas para avaliar o de PC dos alunos, desde o terceiro ano da etapa inicial do Ensino Fundamental, até o terceiro ano do Ensino Médio. Ao entrar em contato com a equipe, solicitou-se questões do nível *Juniors,* que é destinado a estudantes do primeiro e segundo anos do Ensino Médio. A equipe retornou a mensagem enviada, anexando um documento contendo as questões do nível solicitado, aplicadas em 2022. Além disso, para cada questão apresentada, havia um comentário explicando a sua resolução, as conexões que possui com a informática e, quando traduzidas de competições anteriores de outros países, era indicada a sua origem.

A indicação da origem de cada questão foi crucial para a etapa de tratamento dos dados coletados por meio da prova, pois, em outros países, documentos semelhantes são fornecidos nas páginas de divulgação de suas respectivas competições Bebras. Neles, geralmente, são indicadas as habilidades do PC necessárias para responder a cada questão.

Diante do material recebido, realizou-se um recorte contendo apenas os comandos e alternativas de cada questão, conforme pode ser consultado no Anexo B. Mais detalhes a respeito de como as habilidades do PC de cada aluno foram avaliadas serão fornecidos no tópico de metodologia de análise dos dados.

3.3.2 Revisões

No terceiro momento, foi feita uma breve introdução às geometrias não euclidianas, por meio da qual os alunos puderam compreender que há outras maneiras de se pensar e fazer geometria, para além do modelo euclidiano. Para isso, foi apresentado, inicialmente, o vídeo “O que é geometria não euclidiana? - História da Geometria”[25], que traz algumas reflexões a respeito dos postulados da GE e também um pouco sobre outras geometrias não euclidianas.

Em complemento, foi realizada uma apresentação de slides a respeito da história da GE, para que os estudantes pudessem compreender um pouco sobre as origens da geometria que estudam em sala de aula. Ainda nesta apresentação, foi utilizado o exemplo de um avião que precisava deslocar-se a uma longa distância no globo terrestre, de tal modo que o menor percurso possível consiste em uma trajetória curvada e não em um segmento de reta.

As discussões realizadas após a apresentação do vídeo e, também, durante a apresentação de slides, foram registradas por meio de gravações em vídeo. Infelizmente, ocorreram problemas de leitura no cartão SD da câmera utilizada para capturar esses registros, de modo que o arquivo de vídeo ficou corrompido e não pôde ser recuperado. Como medida preventiva, durante os outros momentos da pesquisa de campo, realizamos gravações por meio de um outro dispositivo e também registros de gravação de voz.

---

[25] NUNES, D. **O que é geometria não euclidiana? - História da Geometria** [mar. 2021]. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=KTaPZq_SUVo. Acessado em: 16 dez. 2024.

Dando continuidade, no quarto momento, foi feita uma revisão sobre um dos conteúdos que os alunos haviam apresentado dúvidas e queixas nos momentos de diálogos iniciais: localização de pontos no plano cartesiano. Considerando tanto essas queixas, quanto também o fato que seria um tema necessário em conteúdos posteriores do componente eletivo, decidiu-se aplicar uma atividade de revisão.

A revisão teve início com a apresentação da estrutura de um plano cartesiano, além de uma explicação sobre como localizar e indicar os pontos que nele estão localizados. Depois, o jogo Batalha Naval foi aplicado à turma, de maneira semelhante à produção apresentada em Viana, Moita e Lucas (2022), contudo, contendo algumas adaptações.

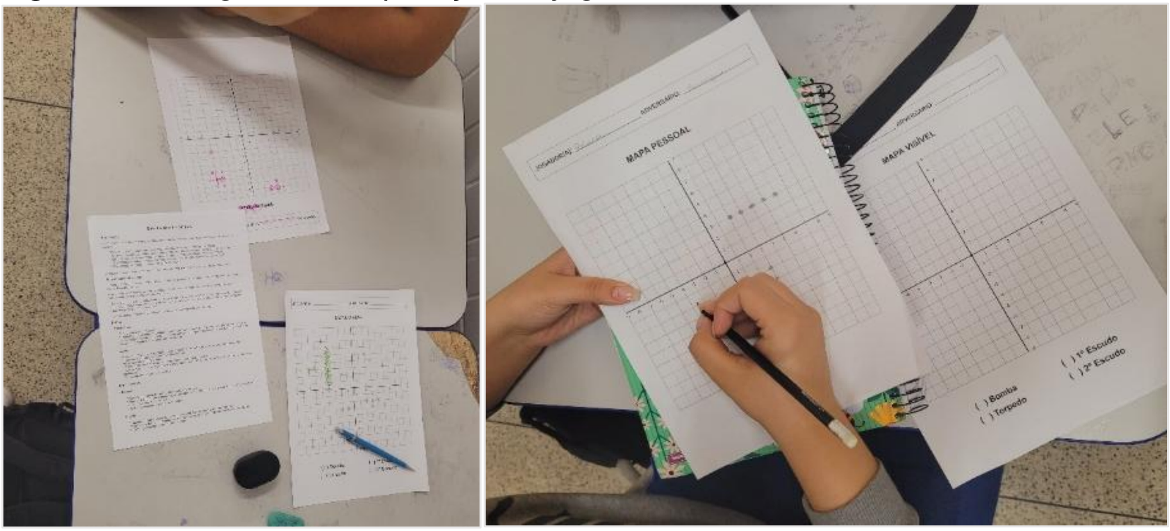
Entre as mudanças propostas para o jogo, foram inseridos os rastreadores, que cada jogador deveria posicionar em localizações de sua escolha em seu mapa. Caso o jogador adversário acertasse esses rastreadores, o jogador deveria revelar a localização de um ponto de uma de suas embarcações.

Além dos rastreadores, cada jogador teria direito a um torpedo, que consistia em uma jogada em linha horizontal ou vertical que explodiria, caso acertasse parte de alguma embarcação. A explosão corresponderia a de um tiro comum, ou seja, sem revelar toda a embarcação. Haviam também os escudos, que os jogadores poderiam utilizar para proteger uma embarcação prestes a afundar.

Por fim, uma última modificação foi a presença de dois mapas por jogador, sendo o mapa pessoal destinado à identificação das embarcações e rastreadores de cada jogador, sem que o seu adversário veja, e o mapa visível destinado aos registros dos tiros de cada jogador no mapa adversário.

As regras detalhadas do jogo e os seus mapas podem ser consultadas no Apêndice F, contudo, não iremos analisar os dados que foram coletados por meio dele, pois, não fazem parte da temática central deste trabalho, que é a GT. Além disso, a Figura 17 mostra algumas fotografias da aplicação do material.

Figura 17 – Registros da aplicação do jogo Batalha Naval



Fonte: dados da pesquisa (2025)

3.3.3 Introdução aos conceitos da GT

O quinto momento foi destinado à introdução dos conceitos da GT. Para isso, foi inicialmente apresentado o seguinte problema: um motorista de Uber se encontra em um posto de combustível e precisa ir buscar um passageiro no hospital, percorrendo o menor caminho possível. Qual seria esse caminho?

Para que os estudantes pudessem responder ao problema, foi posicionado na parede da sala de aula um mapa impresso em lona de dimensões 120x90 cm. O mapa correspondia ao apresentado na Figura 18, na qual os locais do posto de gasolina e do hospital estão destacados com indicadores na cor preta.

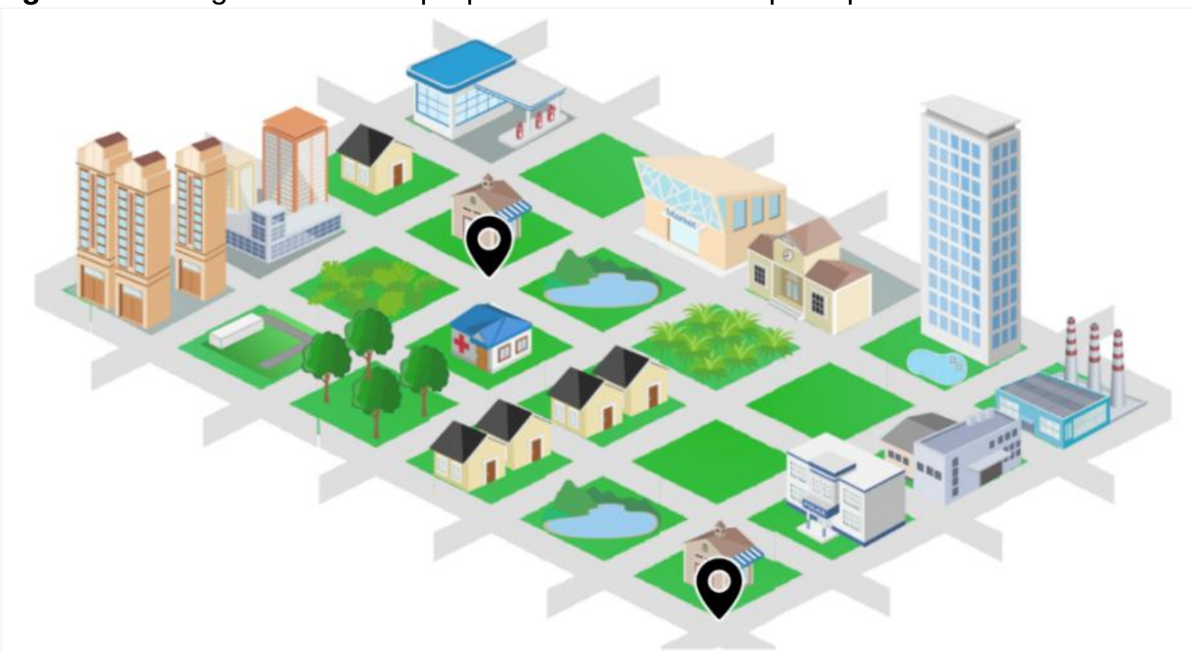
Figura 18 – Representação do mapa impresso em lona

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Como o mapa foi impresso em um material que podia ser riscado com os pincéis que também eram usados na lousa da sala de aula, os alunos foram convidados a desenhar nele quais os percursos que conseguiam identificar. Essa possibilidade foi explorada com o intuito de que os alunos percebessem que não haveria apenas um único caminho, mas um total de seis possibilidades de mesma distância, quando considerada a métrica proposta pela GT.

Assim que os estudantes conseguiram identificar o total de caminhos, o desafio foi ampliado, de modo que o motorista precisava percorrer uma distância maior. Novamente, os educandos foram convidados a desenharem no mapa ampliado quais caminhos conseguiam identificar e também fazer representações dos caminhos na lousa. A Figura 19 ilustra este novo desafio, indicando os novos locais de partida e de chegada.

Figura 19 – Segundo desafio proposto utilizando o mapa impresso em lona



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Depois, os estudantes também receberam folhas A4 contendo um novo mapa (ver Figura 20). Desta vez, eles deveriam realizar a contagem do total de menores caminhos possíveis de uma casa indicada no mapa até um posto de combustível. Sugeriu-se que eles rabiscassem a folha, utilizando diferentes estratégias para facilitar a identificação e contagem dos caminhos, seja por meio de cores, de traçados, desenhos, entre outras ideias. Além disso, havia também um espaço para que descrevessem as estratégias que utilizaram.

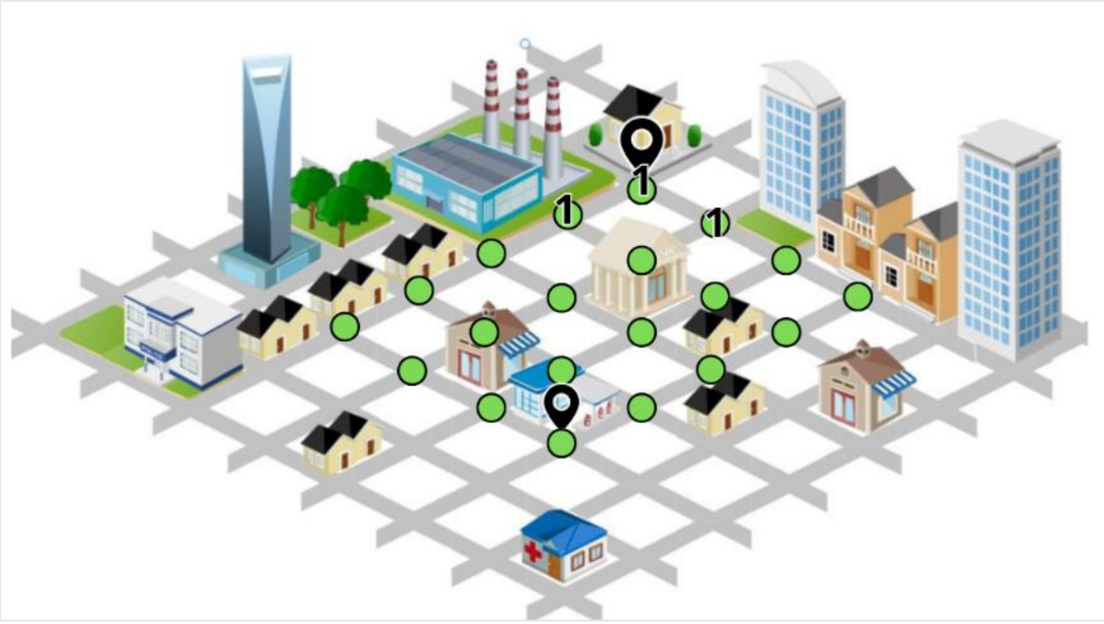
Figura 20 – Mapa para contagem dos menores caminhos possíveis

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Como este momento foi realizado em mais de um encontro, ao final do primeiro, todas as folhas com os mapas foram recolhidas e escaneadas para o próximo encontro. No segundo encontro deste momento, a partir dos materiais escaneados, iniciou-se uma nova discussão na qual os estudantes foram convidados a apresentar as suas estratégias e discutir com os colegas. O sexto momento foi encerrado sem que nenhum educando conseguisse identificar o número exato de menores caminhos, para que, no próximo, eles pudessem evoluir as suas estratégias de contagem.

Para o sétimo momento, o mapa anterior foi utilizado novamente, com algumas alterações que sugeriam a contagem da quantidade de menores percursos possíveis, não somente até o posto de gasolina, mas até cada cruzamento dos menores trajetos até este ponto de chegada. Para facilitar a visualização, será indicado no mapa da Figura 21 quais os cruzamentos que deveriam ser observados.

Figura 21 – Cruzamentos que deveriam ser observados



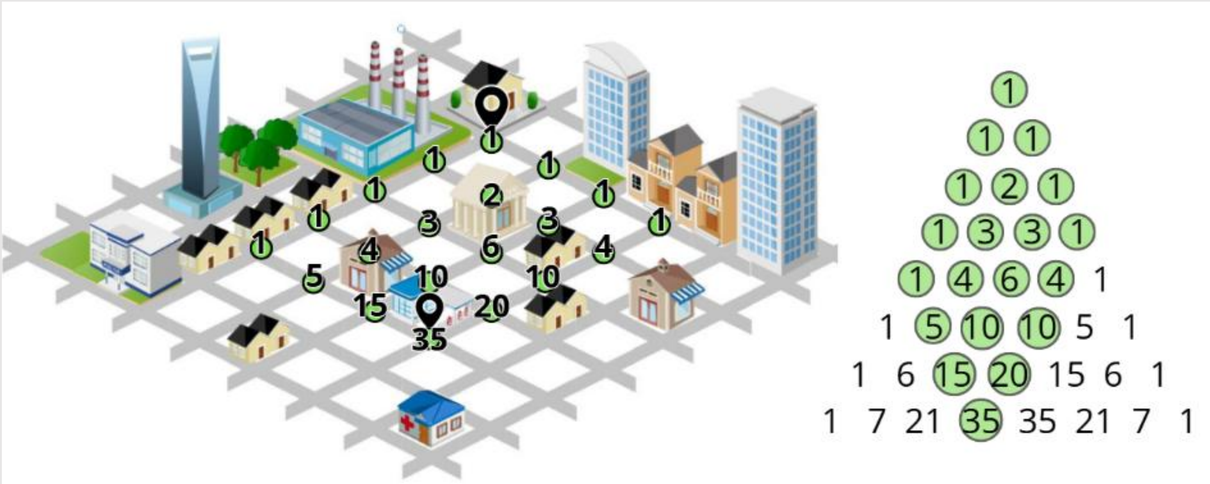
Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na Figura 21, o número 1 foi inserido em alguns caminhos com o objetivo de auxiliar os educandos a compreenderem a maneira como a atividade deveria ser realizada — que era indicando, em cada cruzamento, qual a quantidade de menores caminhos possíveis. Ressalta-se que os indicadores de cor verde não estavam presentes nos mapas que foram impressos e entregues a eles.

Enquanto os alunos realizavam a atividade, diversas dúvidas foram surgindo e eles também começaram compartilhar as suas ideias. A partir dessas partilhas, foram identificando alguns padrões e elaborando estratégias de contagem, que serão discutidas no capítulo de resultados e discussões.

O momento continuou com o pesquisador apresentando aos estudantes a estrutura do Triângulo de Pascal e discutindo a relação entre a quantidade de caminhos possíveis em um mapa da GT e os valores dos coeficientes binomiais. Alguns dos educandos relataram que já haviam estudado o conteúdo do triângulo de Pascal, mas não se lembravam mais a respeito de sua construção ou de sua finalidade. A Figura 22 ilustra a associação que foi feita.

Figura 22 – Relação das quantidades de menores caminhos e o triângulo de Pascal



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

No lado esquerdo da Figura 22, apresenta-se um mapa detalhando a quantidade de menores caminhos possíveis para os cruzamentos da atividade. Esses cruzamentos situam-se nos locais pelos quais o motorista, que precisa ir da casa indicada até o posto de gasolina, possivelmente passaria, dependendo da rota escolhida. Ao observar o triângulo de Pascal, que está à direita da mesma figura, nota-se que as quantidades referentes aos menores percursos podem ser também encontradas nesta estrutura.

Logo depois, a partir da associação feita, foram discutidas algumas propriedades do triângulo de Pascal aplicadas ao contexto da GT. A partir disso, a turma passou a entender que não seria necessário memorizar as quantidades de menores caminhos possíveis no mapa, mas que havia uma lógica por trás de sua contagem que poderia ser seguida em casos de mapas mais complexos.

No sétimo momento, foi discutida a aplicação de conceitos de análise combinatória no contexto da GT. As atividades tiveram início com a retomada dos conceitos de arranjo e combinação simples, a partir da apresentação de exemplos que auxiliaram os estudantes a identificar em quais situações esses conceitos poderiam ser aplicados, bem como a utilizar corretamente as suas respectivas fórmulas.

Ao longo da aula, os estudantes foram convidados a observar que seria possível descrever os caminhos da GT por meio de sequências de letras, sendo H utilizada para trechos horizontais e V para trechos verticais. Assim, o percurso indicado em cor vermelha na Figura 23 poderia ser representado como HVHV, indicando uma sequência de trechos: horizontal > vertical > horizontal > vertical.

Figura 23 — Exemplo de percurso

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

A partir dessa ideia, foi feito um mapeamento dos outros possíveis caminhos que poderiam ser percorridos de um ponto até outro, utilizando as letras H e V para representá-los. Assim, os estudantes puderam perceber que as letras H e V eram combinadas de diferentes formas, sendo este um caso de combinação simples.

Dessa forma, para resolver atividades em que fosse necessário calcular o total de menores caminhos possíveis, os educandos teriam que utilizar a fórmula:

$$N = C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Onde:

N = total de menores caminhos possíveis;

n = soma do total de trechos horizontais e verticais;

p = quantidade do menor conjunto de trechos: horizontais ou verticais.

Contudo, nem todos os estudantes conseguiram compreender como utilizar a fórmula apresentada anteriormente, especialmente por confundir qual seria o menor conjunto de trechos. Assim, optou-se por prosseguir com:

$$N = \frac{(v+h)!}{v! \times h!}$$

Onde:

N = total de menores caminhos possíveis;

v = total de trechos verticais;

h = total de trechos horizontais.

Após a turma compreender os elementos desta fórmula, o momento foi finalizado com a apresentação de alguns exemplos que ilustravam sua aplicação. Foram selecionados diferentes casos nos quais era preciso calcular a quantidade de menores caminhos possíveis, até mesmo sem ver os mapas, tendo apenas como informações as quantidades de trechos horizontais e verticais.

3.3.4 Aprofundamentos sobre a GT

Os aprofundamentos tiveram início a partir do oitavo momento, no qual os educandos receberam atividades impressas com o seguinte problema: quantos menores caminhos existem entre o hospital e a maior casa do bairro, passando obrigatoriamente pelo posto de gasolina? O mapa utilizado foi o mesmo das atividades anteriores, porém, com setas indicando os locais de partida (hospital), parada (posto de gasolina) e chegada (maior casa do bairro), conforme indica a Figura 24.

Figura 24 – Mapa do desafio com duas paradas

Fonte: dados da pesquisa (2025)

A atividade continuou continuidade com a discussão das respostas que foram encontradas pelos estudantes e das estratégias eles utilizaram. Apesar de alguns não terem usado a fórmula, especialmente para calcular a pequena quantidade de menores caminhos do hospital até o posto de gasolina, o desafio da atividade também foi descobrir como relacionar as quantidades encontradas. Isso porque eles precisavam entender se o total de menores caminhos do hospital até a casa aumentava, diminuía ou permanecia o mesmo quando consideravam a parada no posto de gasolina.

O momento prosseguiu com a aplicação de uma nova situação que exigia a utilização da fórmula estudada anteriormente. Além disso, foi utilizado um novo mapa que simulava um plano cartesiano, como forma de preparação para as atividades e o jogo dos momentos seguintes. A atividade teve como comando:

Anna deseja voltar para sua casa depois de assistir um show no circo que se encontra localizado no ponto (1,0). Sua casa fica localizada em (-5,-5), e ela deseja pensar em quais os menores caminhos que poderia percorrer. Entre as possíveis menores rotas, há um cruzamento em (-2,-3) que se encontra interditado, de modo que todos os percursos que passam por ele não poderão ser seguidos. Quantas opções de menores caminhos restam?

Assim, diferentemente do problema anterior, ao invés de passar obrigatoriamente por um local, neste, o percurso deveria evitar determinado cruzamento. A Figura 25 ilustra este novo mapa, em que o ícone de cor verde indica o local de partida, o de cor vermelha o de chegada e o “X” indica o cruzamento interditado.

.

Figura 25 – Mapa referente ao primeiro problema

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Os estudantes receberam o problema impresso em uma folha de papel, enquanto que o mapa foi projetado para que todos pudessem ver. Após todos terem lido e tentado resolver o problema, realizou-se um momento de discussão e partilha de respostas, por meio do qual foi possível identificar qual seria a melhor estratégia para encontrar a sua resposta.

Seguindo com os aprofundamentos sobre a GT, o nono momento foi destinado à introdução da noção de distância. Inicialmente, foi reproduzido o vídeo “Vou de táxi”[26]. Este material educativo foi produzido por pesquisadores da Universidade de

[26] M3 Matemática Multimídia. **Vou de táxi**, 2012. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=m12RKnmLbXY&t. Acessado em: 18 mai. 2025.

Campinas e traz um diálogo entre dois personagens: apresenta um diálogo entre os personagens Luciana e Wandercy, que é motorista de táxi.

No vídeo, Luciana solicita que o motorista vá buscá-la utilizando o caminho mais curto possível, pois estava com pressa. No entanto, um imprevisto ocorre e o motorista se encontra numa oficina aguardando o conserto do seu carro e aproveita para esclarecer para Luciana que nem sempre o menor caminho possível entre dois locais corresponde à uma linha reta, especialmente quando é necessário seguir os formatos das ruas de uma cidade. Com isso, ele apresenta para Luciana a Geometria do Taxi e mostra a relação entre a distância euclidiana e a distância do taxi. Assim, por meio do diálogo entre os personagens, o vídeo “Vou de táxi” introduz a noção de distância e também uma fórmula para o seu cálculo, seguindo a métrica da GT.

Após a apresentação do vídeo, utilizou-se uma apresentação de slides para retomar o conceito de distância apresentado no vídeo, estabelecendo um comparativo entre fórmula da GE e da GT. Para reforçar esse conteúdo, também foram apresentados e discutidos alguns exemplos em que era necessário calcular a distância entre dois locais, sem visualizá-los em um mapa, tendo apenas as suas coordenadas no plano cartesiano e considerando a métrica da GT.

O momento continuou com a apresentação da seguinte atividade:

Alexya mora numa casa localizada em (3, 2) e deseja ir de Uber até a casa de sua amiga Karen em (-4, -3). Porém, antes de ir até a casa de Karen, Alexya precisa buscar o seu outro amigo, Alexandre, em (-1, -1). Responda:

1) Qual será a distância total percorrida por Alexya?

2) Se Alexya não passasse na casa de Alexandre, a distância percorrida seria maior? Justifique.

3) Em que situações uma corrida de Uber, com uma parada, terá a mesma distância do que uma corrida sem paradas?

4) É possível que a distância seja maior quando há paradas no percurso? Em que situações?

Os estudantes receberam folhas com o comando desta atividade e, inicialmente, tiveram um tempo para tentar respondê-la. Logo depois, foi orientado que os educandos partilhassem algumas ideias e estratégias de resolução com os seus colegas. O momento foi encerrado com a apresentação das respostas encontradas pelos alunos, discussões e correção da atividade.

Dando continuidade à apresentação do percurso trilhado na pesquisa, será apresentado no próximo subtópico um detalhamento sobre o jogo do Uber Geométrico, contemplando informações sobre a sua confecção, regras, dinâmica de jogo e como foi aplicado com os estudantes que participaram da pesquisa.

3.3.5 O jogo do Uber Geométrico e a sua aplicação na sala de aula

O Uber Geométrico consiste em um jogo educativo, que utiliza um tabuleiro com a representação do mapa das ruas de uma cidade, seguindo a métrica da GT, para auxiliar os estudantes a praticarem os conhecimentos aprendidos sobre a dinâmica da GT, especialmente o conceito de distâncias. O material foi inteiramente elaborado pelo pesquisador utilizando materiais de fácil acesso, conforme listado no Quadro 4.

Quadro 4 – Relação de itens do jogo e materiais utilizados na sua confecção

Item	Material
Tabuleiro	Mapa colorido impresso em folha A4 e pedaços de isopor, para colar os mapas
Marcadores que representam os carros, os destinos, bônus e surpresas	Ícones impressos em folha de gramatura 120 g/m², colados em palitos de dente para formar as placas que serão espetadas no isopor durante o jogo.
Cartões contendo as cartas-surpresa	Cartões impressos em folha de gramatura 120 g/m²
Dados	Comprados em loja *online*
Folhas de registros	Impressas em papel A4
Sorteador	Sacos de papel para pipoca

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Em complemento ao conteúdo do Quadro 4, a sequência das Figuras 26-31 apresenta a aparência dos elementos do jogo. Todos esses materiais podem ser encontrados nos Apêndices G, H, I, J e K, incluindo a “folha de coordenadas” dos jogadores.

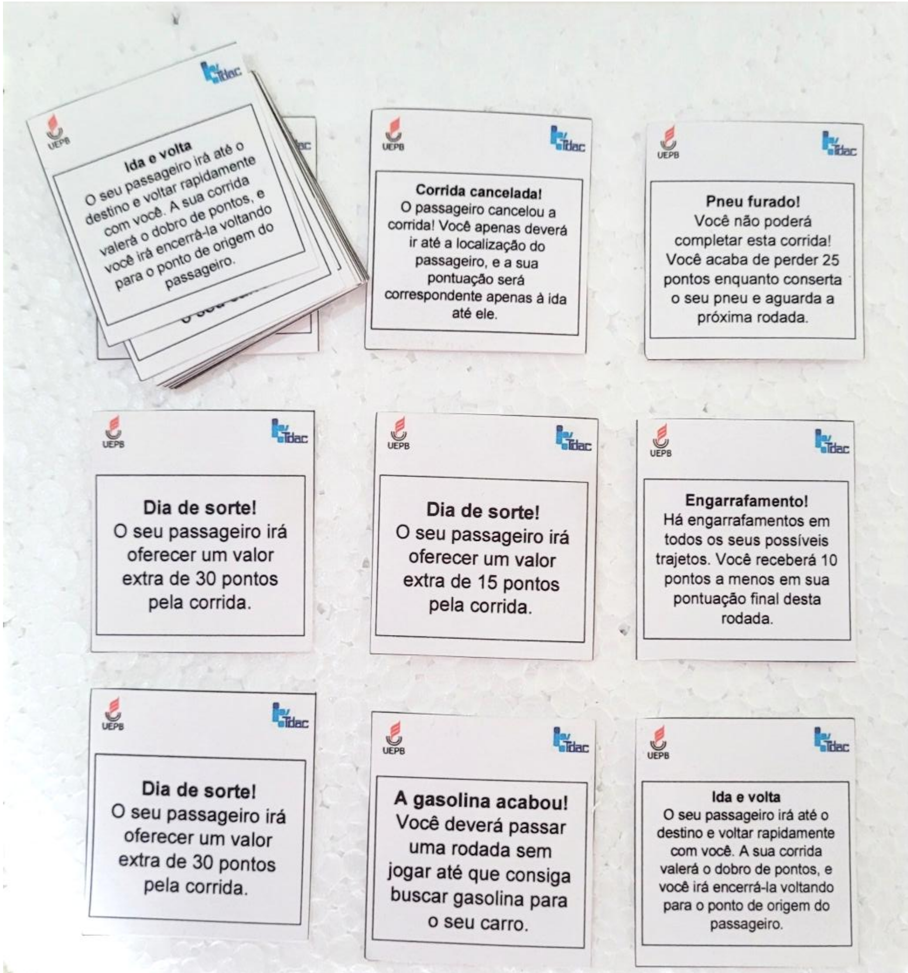
Figura 26 – Mapa do jogo elaborado pelo pesquisador

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Figura 27 – Marcadores de locais de surpresa, bônus e chegada dos passageiros

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Figura 28 – Cartas-surpresa



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Figura 29 – Marcadores que representam o motorista de cada jogador

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Figura 30 – Marcadores que representam o passageiro de cada jogador

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Figura 31 – Jogo com todos os seus elementos afixados

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Ainda sobre o jogo, ele pode ser utilizado por dois a três jogadores, que irão competir entre si para alcançar a maior pontuação possível a partir das distâncias que percorrem no mapa. No entanto, há alguns bônus e elementos surpresas que podem aumentar ou diminuir as pontuações do jogador que os encontrarem, ou ainda, influenciar em suas jogadas.

As regras do Uber Geométrico são:

- O jogo terá um total de SEIS rodadas;
- Antes de iniciar o jogo, os jogadores devem organizar o tabuleiro, posicionando os seus carros no centro do mapa e escolhendo lugares aleatórios para posicionar os elementos de bônus e de surpresa;
- Os jogadores devem considerar que as corridas ocorrerão apenas pelos menores caminhos, seja para buscar um passageiro, ou para levá-lo ao seu destino, ou para se deslocar até quaisquer outros lugares no mapa;
- Todos os jogadores iniciam o jogo na origem (0, 0);
- As pontuações dos jogadores serão calculadas somando as distâncias do seu Uber até o passageiro e do passageiro até o seu destino;
- Ao finalizar a corrida, o motorista deverá permanecer no lugar onde deixou o passageiro, e a sua próxima corrida partirá deste local.

A respeito da utilização do jogo, destaca-se que:

1. Em sua vez, o jogador deverá lançar um dado para definir o número da coordenada **x** do passageiro. Em seguida, deverá retirar um cartão da sacola, que terá ou a palavra POSITIVO ou a palavra NEGATIVO, indicando qual será o sinal que o número da coordenada **x** do passageiro terá. Depois, o jogador deverá registrar o valor obtido em sua folha de coordenadas;
2. Em seguida, deverá lançar um dado novamente para definir o número da coordenada **y** do passageiro. Depois, deverá também retirar um cartão da sacola, para definir se a coordenada **y** será positiva ou negativa. Depois, o jogador deverá registrar o valor obtido em sua folha de coordenadas;
3. O mesmo processo deve ser repetido, só que desta vez para definir o destino do passageiro. As coordenadas também devem ser anotadas na folha de coordenadas;
4. O jogador deve então fazer os cálculos e registrar na folha de coordenadas a pontuação que obteve.

Quando o material foi apresentado em sala de aula aos estudantes, dedicou-se um tempo para que eles pudessem fazer perguntas sobre o jogo, além de realizar uma simulação de seu uso, para que todos compreendessem melhor seu funcionamento.

O Uber Geométrico foi aplicado em dois encontros, nos quais os alunos puderam formar diferentes grupos para experimentar o material. Logo após, foi aplicado um questionário (Ver Apêndice L), cujo objetivo foi coletar informações sobre as experiências de jogo dos estudantes, as estratégias que utilizaram e também verificar os seus níveis de concordância em relação a algumas afirmações sobre as conexões do material com práticas do PC.

Com o Uber Geométrico, foram encerradas as atividades relacionadas à aprendizagem e exercício de conhecimentos sobre a GT. Logo depois, deu-se início à elaboração de materiais que foram apresentados às demais pessoas da escola durante a etapa de culminância dos componentes curriculares eletivos. O próximo subtópico traz um breve detalhamento sobre as produções realizadas.

3.3.6 Elaboração de materiais para apresentação à escola

Inicialmente, foi feito um levantamento das ideias que os alunos trouxeram a respeito das produções que desejariam realizar. Contudo, nenhum deles trouxe ideias a respeito do que poderia ser feito. Em diálogo com o pesquisador, ficou decidido que cada grupo deveria escolher uma entre as seguintes produções para apresentar no momento de socialização:

- Elaboração de um *folder* sobre a Geometria do Uber[27] (para que os visitantes pudessem ler sobre a temática e esclarecer dúvidas sobre o tema);

- Adaptação do jogo do Uber Geométrico (para que os visitantes pudessem jogar com maior facilidade e rapidez);

- Gravação de um vídeo sobre a Geometria do Uber (para exibir aos visitantes);

- Elaboração de desafios para serem resolvidos utilizando a lógica da GT (para que os visitantes pudessem responder e concorrer a prêmios).

[27] Conforme já enfatizado no item 4.2, durante o trabalho de campo, foi utilizado o termo “Geometria do Uber”, para aproximar o conteúdo do componente eletivo com o cotidiano dos educandos, onde o uso do aplicativo de transporte “Uber” é mais frequente do que a busca por um táxi. O texto seguirá utilizando “Geometria do Uber” para referir-se ao que foi explorado no componente eletivo e Geometria do Táxi (GT) para mencionar o tema de maneira mais geral.

Todos os estudantes concordaram com as ideias e deu-se início à produção dos materiais, que totalizou três encontros. Inicialmente, os grupos ficaram responsáveis por elaborar roteiros ou esboços dos materiais que desejariam produzir, enquanto que o pesquisador ficou responsável por prestar auxílio e acompanhar o desenvolvimento das ideias.

No segundo encontro, foram trazidos materiais para o grupo que ficou responsável por adaptar o jogo, como tesouras, cola e placas de isopor. Para o grupo encarregado de produzir o vídeo, foi disponibilizado um notebook com acesso à internet, e eles foram autorizados a usar os seus celulares para criar avatares por meio do aplicativo móvel Bitmoji[28]. Ressalta-se que um dos motivos para o uso desses avatares é que o uso de imagens, ou gravações em vídeo que mostrassem os rostos dos estudantes, estava fora dos termos éticos da pesquisa.

Em relação ao grupo responsável pela elaboração do *folder*, eles também receberam um notebook com acesso à internet, para que pudessem utilizar aplicativos de edição de imagens. Dada a experiência relatada por alguns dos membros, decidimos por utilizar a ferramenta Canva[29], que possui versão gratuita com os recursos que seriam necessários para a elaboração do material.

Ainda sobre o segundo encontro deste décimo segundo momento, o grupo responsável pela elaboração dos desafios sobre a GT manteve diálogo com o pesquisador para criar desafios que fossem possíveis de serem resolvidos por pessoas que estavam tendo o primeiro contato com a temática. Além disso, também planejaram as premiações para os visitantes que resolvessem os desafios corretamente.

No encontro seguinte, as produções foram finalizadas e foi definida uma escala, para que os estudantes pudessem participar da apresentação de suas produções e também tivessem tempo de visitar as apresentações de outros colegas, que cursaram componentes eletivos de temáticas diversas.

Encerrando o capítulo do design metodológico da pesquisa, será apresentada no próximo tópico uma descrição da metodologia empregada para analisar os dados coletados em diferentes momentos do trabalho de campo desta pesquisa.

[28] Bitmoji. Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.bitstrips.imoji&hl=pt_BR. Acessado em: 06 fev. 2025.
[29] Canva. Disponível em: https://www.canva.com/. Acessado em: 06 fev. 2025.

3.4 A metodologia de análise dos dados

Neste tópico, serão destacadas as bases teóricas que fundamentam a escolha da Análise Temática Reflexiva (ATR) para orientar a análise dos dados que foram coletados ao longo de quase cinco meses de pesquisa em sala de aula. Também serão apresentadas as justificativas metodológicas para essa escolha e detalhada a condução da codificação e tematização dos dados.

3.4.1 Análise temática reflexiva: teoria e decisões metodológicas

Para análise dos dados que foram coletados ao longo da pesquisa, adotou-se a ATR[30], proposta por Virginia Braun e Victoria Clarke (2022). Segundo as autoras, a ATR pode ser enendida como:

> [...] um método para desenvolver, analisar e interpretar padrões em um conjunto de dados qualitativos, que envolve processos sistemáticos de codificação para identificar temas. A análise temática é – mais ou menos – um método de análise de dados, e não uma metodologia de pesquisa[31] (BRAUN; CLARKE, 2022, n.p., tradução nossa).

Para Bardin (1970, p. 105), a Análise Temática (AT) “[...] consiste em descobrir os núcleos de sentido que compõem a comunicação e cuja presença, ou frequência de aparição podem significar alguma coisa para o objectivo analítico escolhido”. Esses núcleos de sentido estão diretamente relacionados às unidades de registro e de contexto, que correspondem aos recortes realizados pelo autor durante a análise de dados qualitativos, com a intenção de serem posteriormente codificados e categorizados.

Contudo, é preciso diferenciar a perspectiva de AT defendida por Bardin (1970), da ATR, que é apresentada por Braun e Clarke (2022). Enquanto Bardin ressalta o aspecto sistemático e estrutural desse tipo de análise, enquadrando-o como parte da análise de conteúdo, Braun e Clarke (2022) destacam a ATR como um método

---

[30] Inicialmente o método era denominado apenas por Análise Temática, sendo caracterizado pela sua flexibilidade. Mas, com o passar dos anos, surgiu a necessidade de se trabalhar com um maior rigor epistemológico e metodológico, que levou à elaboração da ATR (Marques; Graeff, 2022).
[31] TA is a method for developing, analysing and interpreting patterns across a qualitative dataset, which involves systematic processes of data coding to develop themes – themes are your ultimate analytic purpose. TA is – more or less – a method for data analysis, rather than a methodology.

independente, crítico e reflexivo, no qual há uma construção ativa de significados marcada por idas e vindas nos processos de codificação e "tematização" dos dados.

Corroborando com a perspectiva de Braun e Clarke (2022), os autores Marques e Graeff (2022) destacam a importância da reflexão profunda e envolvimento do pesquisador no processo de codificação. Segundo esses autores, os resultados e/ou as teorias construídos a partir da ATR não emergem diretamente dos dados, mas são produtos das interpretações do pesquisador, do referencial teórico que foi escolhido para apoiar suas reflexões e do contexto no qual eles foram produzidos.

Assim, é possível compreender a ATR como um método de pesquisa altamente reflexivo, que demanda aprofundamento e intimidade entre o pesquisador e os dados em análise. Essa intimidade ocorre por meio de processos de: leituras e releituras; registro de comentários a respeito dos possíveis significados e interpretações que podem ser tecidos a partir de determinados trechos; estabelecimento de relações entre os códigos; identificação de conexões entre os dados, especialmente quando advindos de diferentes fontes.

Na literatura, outros autores, como Minayo (2002), também apresentam a AT. No caso desta autora, a sua perspectiva alinha-se com a que é defendida por Bardin (1970), de tal modo que as etapas da análise de conteúdo sobrepõem-se às da AT. Além disso, algumas restrições previstas nas recomendações metodológicas de Bardin (1970) também surgem implicitamente nas de Minayo (2002), o que dificultaria a "multicodificação", necessária às análises deste trabalho, conforme será justificado mais adiante.

Assim, considerando a necessidade de utilizar referenciais atualizados a respeito do método e a compatibilidade com as decisões epistemológicas e metodológicas que foram tomadas ao longo da condução deste estudo, optou-se por utilizar como principal referencial metodológico a ATR de Braun e Clarke (2022).

Antes de prosseguir com os aprofundamentos necessários sobre a ATR, é preciso introduzir alguns de seus termos específicos, que diferem, nomeadamente e conceitualmente, de outros popularmente utilizados no universo da pesquisa qualitativa, conforme destaca o Quadro 5.

Quadro 5 – Termos específicos da ATR

Termo	Descrição
Item	Refere-se ao documento, aula, entrevista, documentário, ou outro tipo de texto, que é parte individual do conjunto de dados que será analisado.
Extrato	É um pedaço individual codificado dos itens que compõem o conjunto de dados.
Códigos	Os códigos identificam uma característica dos dados de acordo com o interesse do analista, sendo eles os blocos essenciais para a construção dos temas em uma ATR.
Tema	É um padrão identificado a partir dos códigos e extratos, reunindo-os em torno de um significado compartilhado, que constitiu o seu conceito central.

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Tendo esses termos definidos, apresenta-se no Quadro 6, de acordo com Braun e Clarke (2022), as descrições de cada um dos seis estágios da ATR: 1) Familiarizando-se com os dados; 2) Gerando códigos iniciais; 3) Buscando temas; 4) Revisando temas; 5) Definindo e nomeando temas; 6) Produzindo o relatório.

Quadro 6 – Estágios da ATR

Estágio	Descrição do processo
1. Familiarizando-se com dados:	Transcrição, leitura e releitura dos, além de apontamentos de ideias iniciais.
2. Gerando códigos iniciais:	Codificação sistemática das características relevantes dos dados e atribuição de dados aos códigos.
3. Buscando por temas:	Agrupamento de códigos que compartilham alguma característica em comum em temas potenciais, de modo que reflitam padrões coerentes e significativos dos dados.
4. Revisando temas:	Verificação se os temas funcionam em relação aos extratos codificados (nível 1) e ao conjunto de dados inteiro (nível 2), gerando um "mapa" temático da análise.
5. Definindo e nomeando temas:	Nova análise para refinar as especificidades de cada tema e a geração de definições e nomes claros para cada um deles.
6. Produzindo o relatório:	Seleção extratos para análise final, considerando a questão da pesquisa e a literatura. Elaboração de um relatório acadêmico da análise.

Fonte: adaptado de Braun e Clarke (2022)

Segundo as autoras, esses estágios não ocorrem de maneira linear, de modo que, ao longo da condução da ATR, podem ser necessárias idas e vindas nos processos de elaboração dos códigos e temas e de codificação. Ao longo desse processo, é importante que o pesquisador se atenha aos objetivos previstos na pesquisa, tendo em vista sempre alcançá-los por meio dos extratos, códigos e temas selecionados.

Considerando essas definições, é importante ressaltar os motivos que levaram à adoção da ATR nesta pesquisa:

1. Permite lidar com dados advindos de diferentes fontes, trabalhando com cruzamentos transversais em busca de padrões e significados;
2. Tem maior flexibilidade, permitindo a realização de revisões e ajustes na codificação e nos *temas,* à medida em que a análise é conduzida;
3. Permite a realização de *multicodificação*, de modo que determinados *extratos* sejam relacionados a mais de um *código* ou *tema*.

A multicodificação surgiu como uma necessidade para esta pesquisa, uma vez que muitos dos extratos que foram construídos poderiam associar-se a mais de um dos códigos. Assim, utilizou-se a perspectiva de Saldaña (2013), que entende que a multicodificação ocorre quando dois ou mais códigos são aplicados a um dado qualitativo para detalhar a sua complexidade.

Segundo Saldaña (2013), a multicodificação também é apresentada na literatura como: codificação simultânea (termo adotado pelo autor); codificação dupla; codificação com co-ocorrência; codificação com sobreposição. O autor complementa que essa abordagem é adequada quando os dados sugerem múltiplos sentidos que precisam ser expressos por meio de mais de um código, especialmente considerando que a interação social nem sempre ocorre de maneira simples, podendo envolver vários sujeitos e falas. No subtópico seguinte, será detalhada a realização da codificação.

3.4.2 O processo de codificação e tematização dos dados

Inicialmente, os dados coletados, seja por meio de gravações de áudio e vídeo, fotografias, atividades escritas ou dados do jogo, foram todos importados para o *software* MaxQDA[32]. Em seguida, foram agrupados em pastas dentro da sua biblioteca, de acordo com cada momento da pesquisa, de modo a facilitar o gerenciamento das informações.

Após a organização dos arquivos, prosseguiu-se com a análise. Contudo, decidiu-se utilizar apenas algumas das seis etapas propostas pela ATR de Braun e Clarke (2022), de modo que a codificação e tematização dos dados foram realizadas de forma distinta, de acordo com as necessidades desta pesquisa. Nos parágrafos seguintes, será detalhado o desenvolvimento dessas etapas.

A etapa de familiarização com os dados iniciou-se com a transcrição manual dos arquivos de áudio e vídeo. Para facilitar esse processo, foram configuradas e utilizadas ferramentas de atalho do MaxQDA[33]. Com elas, foi possível identificar os locutores de cada fala e marcar o tempo de cada extrato. Ressalta-se que a marcação dos tempos foi fundamental para as suas respectivas codificações e recodificações, pois, em algumas situações, foi necessário revisitar várias vezes os trechos de áudio ou vídeo de onde eles se originaram para interpretá-los em contexto.

Sobre a interpretação em contexto, enquanto era feita a transcrição no MaxQDA, foram utilizadas ferramentas de anotações e registro de comentários, para que fosse possível ir registrando ideias, interpretações e reflexões sobre determinados trechos, que só podiam ser compreendidos observando a situação por completo. Segundo Braun e Clarke (2022, p. 15), esta etapa é reconhecida como “um ato interpretativo, onde os significados são criados, em vez de simplesmente um ato mecânico onde os sons falados são colocados no papel”.

Uma decisão fundamental para este processo de transcrição consistiu em realizar algumas conexões entre os diferentes tipos de registros coletados, sejam eles respostas escritas, desenhos na lousa ou descrições que os alunos fizeram sobre as suas estratégias ao resolver os desafios propostos. Assim, enquanto a transcrição era

[32] O MaxQDA é um software para a análise de dados qualitativos advindos de textos, entrevistas, transcrições, revisões de literatura, gravações de voz, vídeos, entre outras fontes. Por meio de suas ferramentas é possível transcrever, codificar, categorizar e representar informações qualitativas de diferentes maneiras. Disponível em: https://www.maxqda.com. Acessado em: 05 fev. 2025.

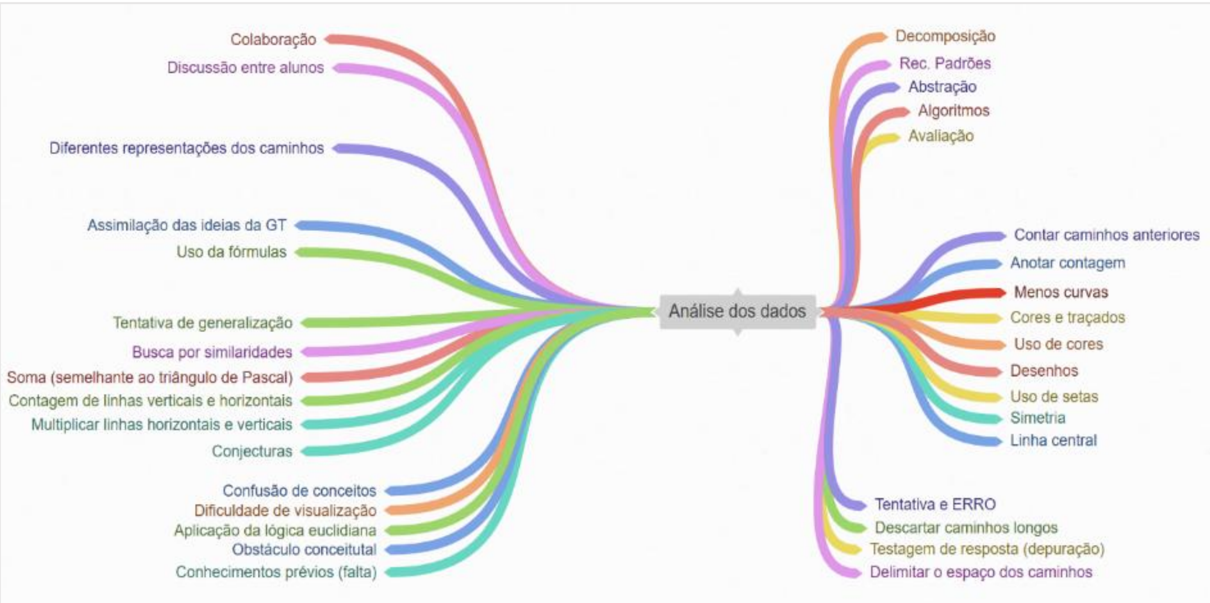
[33] No MaxQDA, durante a transcrição de áudios ou vídeos, é possível ajustar algumas preferências, como velocidade de reprodução, marcação de tempos, mudança automática de orador e inserção de texto automático. Este último recurso pode ser configurado por meio de teclas de atalho atribuídas pelo usuário, que são acionadas sempre que a barra de espaço é pressionada duas vezes seguidas. Assim, uma determinada palavra é automaticamente inserida, o que facilita a escrita de elementos que se repetem com frequência, como, por exemplo, os nomes dos sujeitos.

feita, buscou-se indicar por meio de comentários, quando determinado registro estava relacionado a outro(s).

Concluída a etapa de transcrição e familiarização com o material, deu-se prosseguimento com a codificação inicial dos dados. Guiando-se pelo objetivo do trabalho, definiu-se que os códigos seriam compostos pelas cinco habilidades do PC tomadas nesta pesquisa (decomposição, reconhecimento de padrões, abstração, algoritmos e avaliação) e outros que descrevessem o tipo de ação que estava sendo feita pelo educando ou o que ela representava.

Com isso, foram gerados 37 códigos distintos e codificados 447 extratos. Em seguida, realizou-se a busca por temas, observando-se os códigos inicialmente gerados. Para isso, os códigos foram importados para um site de criação de mapas mentais, o Coggle[34], a fim de facilitar a sua visualização e agrupamento. A Figura 32 apresenta essa organização inicial, no qual os códigos com conteúdo ou semelhanças foram agrupados.

Figura 32 – Agrupamento dos códigos inicialmente gerados



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

A partir desses agrupamentos, foram gerados os primeiros temas: habilidades de PC, estratégias, dificuldades, generalizações, assimilação da GT, representações e colaboração. Embora ainda não definitivos, esses temas permitiram refletir sobre

[34] Coggle. Disponível em: https://coggle.it/. Acessado em: 07 fev. 2025.

como a análise poderia ser conduzida e se ela permitiria alcançar os objetivos da pesquisa.

Com o prosseguimento da ATR, realizou-se a revisão dos temas, que também incluiu a recodificação dos extratos. Conforme discute Sandaña (2013), a codificação é um ato cíclico, raramente uma primeira tentativa de codificação atende perfeitamente às necessidades de um estudo. O autor propõe uma codificação cíclica, de modo que os códigos possam ser alterados mais de uma vez, conforme as necessidades da análise.

Apoiando-se nesta perspectiva de Saldaña (2013) e no que propõem Braun e Clarke (2022) a respeito da revisão e nomeação dos temas, foram realizadas as seguintes ações: alteração nos nomes dos códigos; remoção de códigos que não contemplavam os objetivos da pesquisa; agrupamento de códigos semelhantes; recodificação de extratos, de modo a atribuí-los os códigos mais adequados; remoção de extratos que não eram relevantes para os objetivos da pesquisa; alterações nos nomes dos temas, para que se tornassem mais representativos; redistribuição de alguns códigos em temas que melhor os representem.

A partir desses ajustes, foram definidos os seguintes temas: assimilação de conceitos da GT; generalizações; dificuldades; testagens de respostas (depurações); desenvolvimento de estratégias. Contudo, ao avançar para a última etapa da ATR, produção do relatório, que representa a efetivação da análise, verificou-se que esses temas não permitiam atingir corretamente os objetivos da pesquisa.

Apesar dessas alterações, ainda foram encontradas dificuldades ao se tentar apresentar os dados para análise, pois era necessário apresentá-los de acordo com cada tema, trazendo cada trecho das atividades relacionada a ele, ou ainda por atividade, exibindo os temas que elas envolviam.

Em cada uma dessas opções, as atividades perdiam sentido ao serem apresentadas, pois os dados precisavam ser apresentados de maneira cronológica para fazerem sentido. Justifica-se que não seria fácil a leitura das falas e produções dos alunos sem situá-las em que momento de cada aula elas aconteceram e esta necessidade de sempre orientar o leitor sobre os momentos em que as falas ocorriam poderia tornar a escrita extensa.

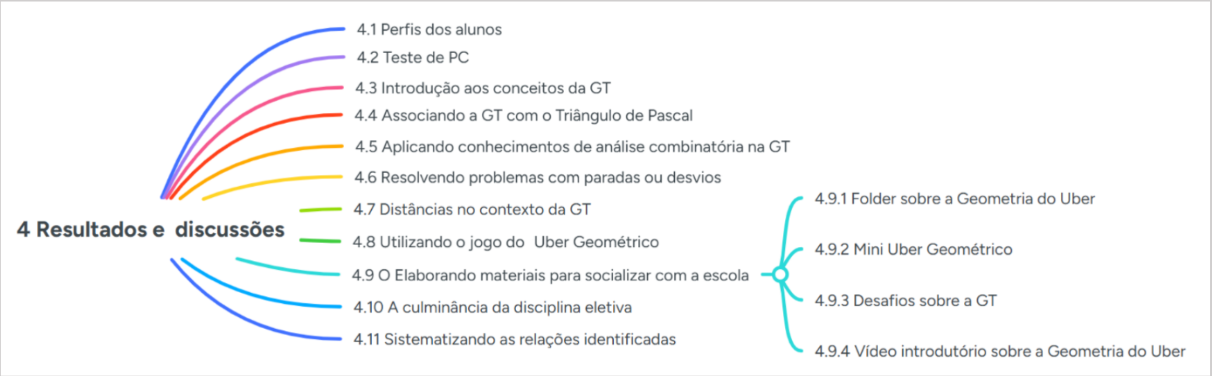
Para contornar essa situação, buscou-se uma nova recodificação dos dados, desta vez considerando apenas as cinco habilidades do PC. Assim, cada extrato foi codificado de acordo com o conjunto de habilidades a que se associava. Depois, seguindo a ordem cronológica das atividades, esses extratos foram analisados para verificar quais relações entre as habilidades do PC e a GT eles revelavam.

Ao longo do próximo capítulo, serão apresentados e discutidos os resultados da pesquisa, e, neste processo, serão destacadas as relações entre GT e habilidades do PC. Ao seu final, será feita uma sistematização, reunindo todas elas de modo a retomar e reforçar a tese sustentada nesta pesquisa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Considerando a variedade de dados que foram coletados e as diferentes atividades que foram realizadas durante a jornada de quase cinco meses em campo, este capítulo será estruturado de acordo com dez dos doze momentos[35]. A apresentação de cada tópico segue a estrutura: breve descrição da atividade, apresentação de evidências e/ou[36] temas relacionados e discussão. Assim, serão apresentados dez tópicos referentes aos momentos da pesquisa, somados a um último, destinado à consolidação das análises e síntese das evidências encontradas na pesquisa. A Figura 33 apresenta a estrutura do capítulo.

Figura 33 – Estrutura do quarto capítulo



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

Para preservar os perfis dos estudantes e atender às decisões éticas necessárias para preservação da identidade dos mesmos, serão utilizadas as iniciais E1, E2, E3... E14, que significam, respectivamente, Estudante 1, Estudante 2, Estudante 3... Estudante 14. Para referir-se às falas do Pesquisador, será utilizada a inicial P.

Quanto à apresentação das transcrições, foram utilizadas as orientações de Azevedo *et al.* (2017), que sugerem, por exemplo, que notas do pesquisador sejam acrescentadas entre parênteses e em itálico, e que as pausas ou silêncios sejam representados por três pontos entre parênteses.

[35] Conforme ressaltado no tópico 3.3, nem todos os momentos da pesquisa tiveram os seus dados analisados, seja por se tratarem de atividades de revisão, ou por irem além dos objetivos traçados para este trabalho. Por este motivo, tomam-se apenas 10 dos 12 momentos.
[36] Utilizamos o termo “evidências e/ou temas relacionados” considerando que em alguns momentos, a exemplo do o segundo, do quarto e do décimo segundo, as falas dos alunos não foram codificadas.

É importante ressaltar que as análises do quinto ao décimo momento serão apresentadas de acordo com a ordem cronológica em que cada atividade foi realizada. Todas as produções escritas, falas transcritas e anotações do pesquisador foram previamente codificadas de acordo com as cinco habilidades do PC consideradas nesta pesquisa (decomposição, reconhecimento de padrões, abstração, algoritmos e avaliação). À medida em que essas falas ou produções forem apresentadas e a partir dos códigos atribuídos, serão identificadas as contribuições das habilidades do PC para a aprendizagem da GT, de modo a alcançar os objetivos deste trabalho.

4.1 Perfis dos alunos

Conforme detalhado no Subtópico 3.3.1, esse momento foi inicialmente conduzido a partir da apresentação de duas perguntas. A primeira delas podia ser respondida com auxílio de emojis impressos e, a segunda, por meio de palavras-chave escritas em balões, que posteriormente foram posicionados no chão da sala de aula, de modo a formar uma nuvem de palavras.

Para a primeira pergunta “O que sinto ao aprender Geometria?”, alguns alunos revelaram o desgosto em ter que fazer cálculos repetitivos ou utilizar fórmulas. Os trechos a seguir destacam algumas dessas falas:

> **E1:** Me sinto muito feliz. Eu gosto e não gosto, porque tem umas coisas que eu me interesso e outras não.
> **P:** O que você mais gosta?
> **E1:** Não sei dizer.
> **P:** E o que você não gosta?
> **E1:** Não gosto das fórmulas e dos cálculos, né?
> **P:** Vamos ao próximo.
> **E2:** Meu nome é E2 (*mostra um emoji com expressão de tristeza*) e eu fico assim toda vez que eu vejo que tem uma fórmula nova para aprender. Eu vou ter que aprender e sinto que vou ter que me esforçar muito para depois não esquecer.
> **P:** Próximo colega.
> **E5:** Meu nome é E5 e eu me sinto bem triste ao aprender geometria (*mostra um emoji com expressão de tristeza)*. Na verdade, eu não aprendo. É isso.
> **P:** Você sente dificuldade ao aprender o quê? As fórmulas? Ou as formas?
> **E5:** As fórmulas, é mais difícil.

Em contraste, outros educandos destacaram gostar de aprender Geometria, destacando ações como o desenho, embora os cálculos também possam ser um problema:

> **E4:** O meu nome é E4 e eu gosto de geometria, acho legal, gosto de fazer conta (*mostra um emoji sinalizando "legal" com o polegar*).
> **E7:** O meu nome é E7. Para mim eu gosto quando eu entendo é fácil (*mostra um emoji com expressão pensativa*). Mas quando é cálculo demorado e complicado eu não gosto. Também gosto de geometria e desenho.
> **E9:** O meu nome é E9 (*mostra emoji representando um alienígena)*. Eu gosto de geometria porque precisa desenhar. Eu gosto de desenhar muito, então acho interessante.

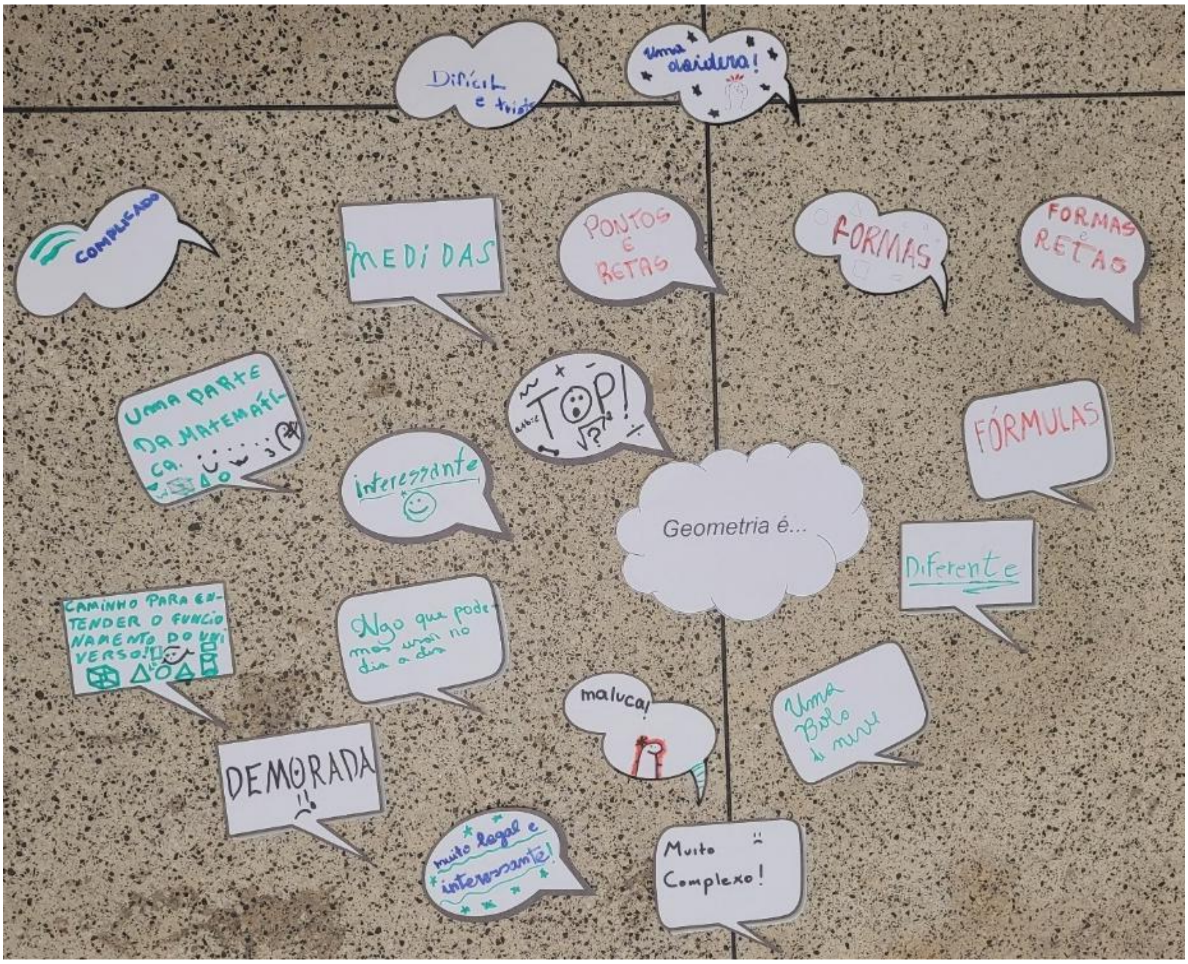
A partir dessas respostas, é possível refletir que o ensino de geometria nem sempre tem ocorrido de maneira ideal e prevista nos currículos oficiais, como, por exemplo, a BNCC (Brasil, 2018a). Além disso, nas respostas dos educandos, verifica-se com frequência a associação da geometria aos cálculos e a dificuldade em "memorizar" as fórmulas, revelando que eles têm tido um contato com a geometria da mesma maneira em que ocorria no passado, no auge e momentos posteriores ao MMM.

As respostas revelam que os contatos que os estudantes tiveram com a Geometria pouco enfatizavam o aspecto visual da matemática, dando maior atenção aos cálculos, fórmulas e procedimentos. Como reflexo dessa abordagem limitada, muitos deles acabam por não gostar de aprender Geometria, pois não tiveram a oportunidade de descobrir e aprofundar conhecimentos que envolvem percepção espacial e visualização, prejudicando o desenvolvimento de habilidades para compreender, descrever e representar o mundo ao seu redor (Jucá *et al.*, 2013).

Em Viana (2020), destaca-se que a abordagem de determinados conteúdos da Geometria costuma resumir-se à memorização de nomenclaturas e classificação de formas, enquanto que a atenção também deveria ser dada a outros aspectos de visualização, criatividade, contextualização e interdisciplinaridade. Esses aspectos são muitas das vezes motivação para os alunos gostarem da matemática, conforme aponta a resposta do E9 "*Eu gosto de geometria porque precisa desenhar. Eu gosto de desenhar muito, então acho interessante*".

Para a segunda pergunta, os estudantes apresentaram palavras-chave que completassem a afirmação "Geometria é...". Cada um escreveu a sua resposta em um balão e a posicionou no chão da sala de aula, de modo que foi criada a nuvem de palavras mostrada na Figura 34.

Figura 34 – Nuvem de palavras criada a partir das respostas dos alunos



Fonte: dados da pesquisa (2025)

As palavras ou expressões apresentadas pelos alunos podem ser compreendidas a partir da formação de três categorias: objetos de estudo da Geometria (*formas; retas; pontos e retas; medidas e fórmulas*); dificuldades: (*demorada; muito complexo; difícil e triste; complicado; maluca; uma bola de neve*); características positivas (*Uma parte da matemática; caminho para entender o funcionamento do universo; muito legal e interessante; interessante; algo que podemos usar no dia-a-dia; top*).

A análise será destinada à categoria Dificuldades, na qual se situam algumas respostas que foram justificadas pelos alunos. Primeiramente, destaca-se a fala de E2: “Eu escrevi que é uma bola de neve porque ela vai aumentando e aumentando e no final ela atropela”. O E2 presume o efeito cumulativo de conhecimentos prévios necessários à compreensão de novos temas, que são cada vez maiores à medida que os anos da Educação Básica passam.

A respeito desta resposta, pode-se utilizar as reflexões de Jucá *et al.* (2013) a respeito de problemas na formação de professores das séries iniciais em Geometria para melhor entendê-la. Dadas as deficiências nas formações inicial e continuada destes profissionais e dos demais que atuam na Educação Básica, e consequentes desafios ao se ensinar Geometria, muitas das dificuldades que os educandos enfrentam são resultantes de conhecimentos não bem desenvolvidos, que se acumulam e atrapalham o avanço na aprendizagem de conteúdos de etapas posteriores. Este acúmulo de dificuldades costuma causar um efeito de bola de neve, que aumenta a cada conteúdo que não é devidamente aprendido.

Um outro estudante, o E7, embora tenha escrito uma palavra diferente, utilizou justificativa semelhante à de E2: "*Eu coloquei que é uma doideira, porque (...) se a pessoa não tiver o conhecimento prévio de algo, vai se embolando mais na frente. E (lá) é tudo mais interligado, conectado*" (E7).

Essas respostas remetem ao que é discutido por Viana (2020) e por Gonçalves (2019), ao destacarem que, devido às lacunas deixadas na aprendizagem da Geometria, problemas posteriores acabam se acumulando na formação dos alunos. Isso resulta em "uma formação deficiente de conhecimentos que poderão ser de grande importância no futuro cotidiano acadêmico e profissional desses estudantes" (Viana, 2020, p. 28).

As demais respostas desta categoria são palavras com significados negativos relacionados à Geometria: "difícil e triste", "complicado", "demorado", "maluca". Essas respostas revelam que, por mais que existam fatores favoráveis ao desenvolvimento de boas experiências com a Geometria, como: visualização e manipulação de objetos, facilidade de se estabelecer conexões com o cotidiano, desenho, criatividade, entre outros, nem sempre esses aspectos são explorados nas escolas (Lorenzato, 1995; Brasil, 1998).

4.2 Teste de PC

De acordo com o Subtópico 3.3.1, o teste de PC que foi utilizado nesta pesquisa é composto por doze questões. Elas possuem diferentes níveis de dificuldade: as questões de 1 a 4 são classificadas como fáceis, de 5 a 8, como médias, e de 9 a 12, como difíceis. Além disso, requisitam as cinco habilidades do PC de diferentes formas, conforme pode ser verificado no Quadro 7.

Quadro 7 – Relação de questões, níveis de dificuldade e habilidades do pós-teste

Questão	Nível de dificuldade	Habilidades: Abstração (AB), Algoritmos (A), Decomposição (DE), Avaliação (AV), Reconhecimento de padrões (RP)
1. A vizinhança dos castores	Fácil	AB, A, DE, AV, RP
2. Transformando imagens em números	Fácil	AB, A, DE, AV
3. Parafusos e porcas	Fácil	AV
4. A barragem dos castores	Fácil	AB, A, DE, AV
5. Tecnologias inteligentes	Médio	AV
6. Jogo da velha	Médio	AB, A, DE, AV, RP
7. Pérolas de Ocrida	Médio	AB, DE, AV, RP
8. Linha de metrô	Médio	AB, A, DE, AV
9. Labirinto	Difícil	A, AV
10. Listas de números	Difícil	AB, RP
11. Formando números	Difícil	AB, A, DE, RP, AV
12. Jogos Beaver	Difícil	AB, A, DE, AV

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

A partir desse quadro, realizou-se uma contagem dos pontos que os estudantes poderiam acumular em cada habilidade, caso respondessem corretamente a todas as questões do teste. Por exemplo, a primeira questão envolvia todas as cinco habilidades do PC, portanto, quem a acertasse receberia um ponto em cada uma. Já a nona questão envolvia apenas as habilidades de algoritmos e avaliação, de modo que quem a acertasse receberia pontos apenas nessas duas.

Assim, considerando todo o teste, chegou-se ao seguinte quantitativo de pontuações máximas por habilidade: decomposição (7), reconhecimento de padrões (5), abstração (8), algoritmos (7) e avaliação (10). A partir dessas informações, foi quantificado quanto seria a pontuação máxima dos onze[37] estudantes que estiveram presentes no dia de aplicação do teste, caso acertassem todas as questões. Esse

[37] Ressalta-se que participaram de toda a pesquisa um total de catorze estudantes, contudo, apenas onze estiveram presentes no momento de aplicação do teste de PC.

valor foi então comparado com o somatório das pontuações que eles, juntos, receberam em cada habilidade. O Quadro 8 apresenta o comparativo dessas pontuações.

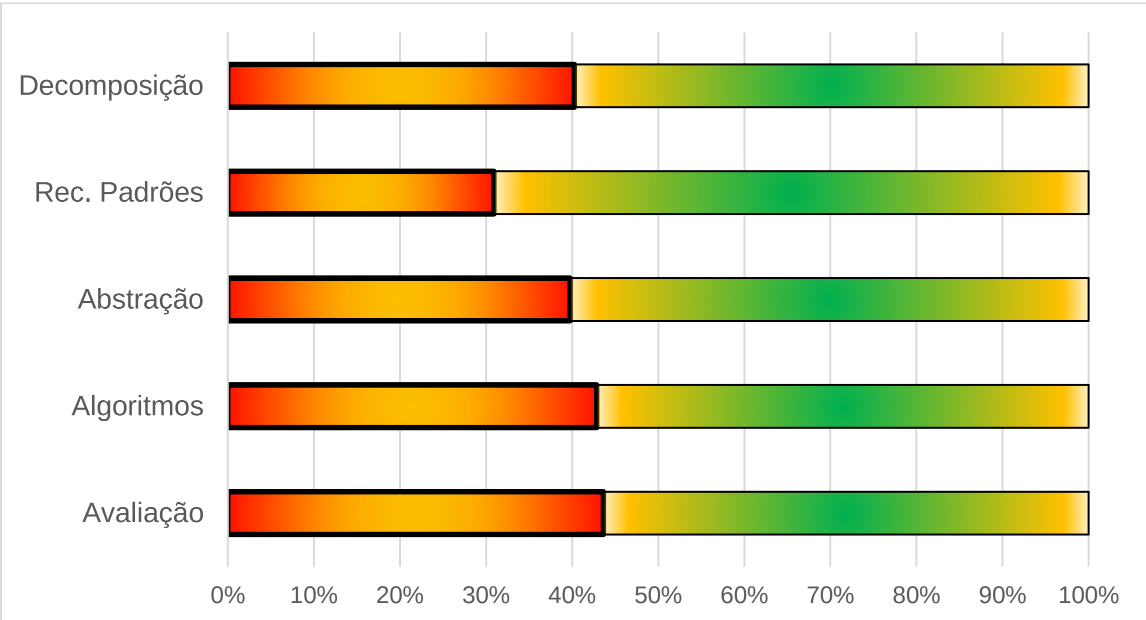
Quadro 8 – Pontuações por habilidade

Habilidade	Maior pontuação possível para a turma	Pontuação total da turma
Decomposição	77	31
Reconhecimento de padrões	55	17
Abstração	88	35
Algoritmos	77	33
Avaliação	110	48

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

A partir dessas pontuações, construiu-se o Gráfico 1, que permite observar o desempenho inicial da turma em cada uma das habilidades do PC.

Gráfico 1 – Desempenho da turma no teste de PC



Fonte: Viana (2024)[38]

[38] VIANA, L. H. GEOMETRIA DO TÁXI E PENSAMENTO COMPUTACIONAL: análises preliminares de uma pesquisa em andamento. *In*: Anais do EBRAPEM. **Anais**... Natal (RN) UFRN, 2024. Disponível em: https//www.even3.com.br/anais/ebrapem2024/918695-GEOMETRIA-DO-TAXI-E-PENSAMENTO-COMPUTACIONAL--ANALISES-PRELIMINARES-DE-UMA-PESQUISA-EM-ANDAMENTO. Acesso em: 24 de fevereiro de 2025.

Ao observar o gráfico, pode-se perceber que o desempenho da turma ficou abaixo de 50% em todas as habilidades, com o reconhecimento de padrões apontando o menor desempenho. É importante ressaltar que cada percentual de acerto foi calculado com base no total de vezes em que determinada habilidade foi requisitada no teste, de modo a evitar que os percentuais se tornassem enviesados.

Esse resultado permitiu compreender que apesar do cotidiano digital dos estudantes e de sua familiaridade com as mais diversas tecnologias, o desenvolvimento do PC não está necessariamente associado ao uso de artefatos digitais para consumo de conteúdos, ou simplesmente para programar um computador, mas para pensar e resolver problemas (Wing, 2006).

Além disso, o resultado obtido com os testes também promoveu a reflexão de que os educandos que possuem bom desempenho em matemática não necessariamente apresentarão um bom desempenho em testes de PC, pois, conforme reflete Viana (2020), o seu desenvolvimento não está diretamente associado à aprendizagem da matemática. O que se defende neste trabalho é que a aprendizagem de matemática pode ser construída de modo a contemplar as habilidades, práticas e outras características do PC, bem como essas habilidades podem ser desenvolvidas de modo a facilitar a aprendizagem de conteúdos diversos, conforme sugerem CSTA/ISTE (2011) e reflete Valente (2016).

O resultado também auxiliou na seleção e no desenvolvimento das diversas atividades aplicadas ao longo do componente eletivo, que tinham como propósito abordar os conceitos da GT e, simultaneamente, explorar as habilidades do PC. Dado que, conforme os dados resumidos no Gráfico 1, a turma apresentou desempenho considerado baixo em todas as habilidades do PC, as atividades aplicadas e interações realizadas com os educandos buscaram estimulá-las de diferentes maneiras, conforme será discutido nos tópicos seguintes.

Ademais, conforme justificado anteriormente, os dados referentes aos próximos momentos (introdução às geometrias não euclidianas e revisão sobre localização de pontos no plano cartesiano) não serão analisados, seja pela perda dos arquivos de gravação, ou pela necessidade de direcionamento das análises para o tema da GT. Assim, no próximo tópico será dado continuidade com o momento de introdução aos conceitos da GT.

4.3 Introdução aos conceitos da GT

Neste tópico, serão discutidos os dados referentes ao momento de introdução à GT. Seguindo o protocolo proposto para a análise, as falas dos estudantes e demais dados que foram coletados serão apresentados de maneira cronológica, de modo a respeitar os momentos da pesquisa, dar sentido ao surgimento e esclarecimento de dúvidas, além de facilitar o entendimento das dificuldades apresentadas pelos estudantes, sejam elas superadas, ou as que se prolongaram pelos diferentes momentos.

Nos primeiros diálogos deste encontro de introdução aos conceitos da GT, os estudantes foram desafiados a encontrar em um mapa expandido quantos eram os menores caminhos possíveis do posto de gasolina até o hospital (ver Figura 18). Imediatamente, tentaram aplicar a métrica da GE ao propor que haveria apenas um único caminho, porém, outras perspectivas também foram surgindo:

> **P:** Considere que um motorista de Uber se encontra em um posto de gasolina e precisa buscar um passageiro no hospital percorrendo o menor caminho possível. Digamos que o motorista está neste local e precisa buscar o passageiro aqui (*indica no mapa ampliado)*. Ele precisa percorrer o menor caminho possível.
> **E4:** Muito simples, segue reto e desce.
> **P:** E4, desenhe lá, para que possamos ver.
> **E4:** É a menor distância?
> **P:** Sim.
> **E10:** Segue reto e dobra na próxima rua (*gesticula com as mãos, indicando o mesmo caminho de E4*).
> **E4:** Mas eu queria assim *(dirige-se até a lousa e indica um novo trajeto*).
> **E10:** Vai ser a mesma coisa.
> **E1:** O outro também fica mais curto (*gesticula, indicando o caminho que E4 e E10 haviam apontado inicialmente*).
> **E10:** É a mesma distância.
> **E2:** É a mesma coisa.
> **E10:** Se for pelo meio, é mais rápido?
> **P:** Não sei, eu pedi o menor caminho possível.

Neste recorte, observa-se que os estudantes discutem sobre qual seria o menor caminho, até que percebem que haveria mais de uma opção. De maneira semelhante ao que relatam Gusmão, Sakaguti e Pires (2017), os educandos mostraram-se surpresos por nunca terem imaginado que algo tão simples e comum no dia a dia poderia ser representado matematicamente, em especial, por meio da Geometria.

Ao final do recorte apresentado anteriormente, E10 questiona “*Se for pelo meio, é mais rápido?*” e o pesquisador responde que o que está sendo questionado é qual seria o menor caminho, e não, necessariamente, o mais rápido. Outros estudantes, além do E10, também apresentaram essa mesma dúvida ao longo da atividade. Ela pode ser interpretada como reflexo da maneira pela qual a GT desafia os estudantes a pensarem de forma diferente, em relação à geometria que normalmente aprendem na escola. Dúvidas semelhantes foram apresentadas pelos participantes do trabalho de Noronha e Fossa (2010), quando precisaram refletir sobre a forma como a distância foi calculada em um problema.

Estas dúvidas ocorrem porque, no contexto da GE, normalmente há apenas um menor caminho, representado por um segmento de reta que liga dois pontos. Qualquer outro trajeto que se desvie desse segmento terá um comprimento maior e levará mais tempo para ser percorrido. Na GT, a métrica é diferente: podem existir vários caminhos de mesmo tamanho e que representam a menor distância entre dois locais. Além disso, alguns desses menores caminhos podem até se afastar significativamente do segmento de reta que representaria o menor caminho na métrica da GE.

Ainda a respeito da indagação de E10, verifica-se que ela também revela a contribuição que o trabalho com o PC, especificamente com a habilidade de abstração, poderia trazer para o estudo da GT. Isto porque a abstração permite compreender quais informações, estruturas ou partes se alteram ou se mantêm em um problema, de modo que seja possível direcionar a atenção apenas ao que é necessário (Michaelson, 2015). Assim, trabalhando a habilidade de abstração, os estudantes poderiam, por exemplo, melhor compreender situações em que a métrica da GE precisaria ser abstraída, dando espaço para a da GT e suas propriedades.

Com isso, destaca-se uma primeira contribuição das habilidades do PC para a aprendizagem da GT: **a abstração como um meio para entender o que se altera ou se mantém na GT em relação à GE.**

Dando continuidade, E1 e outros colegas apresentam novas ideias, desta vez, considerando que quanto mais próximo da linha central, que representa a distância euclidiana, mais curvas serão feitas. Essas ideias refletem a mesma dificuldade apresentada por E10 ao se preocupar com o tempo que levaria para realizar o percurso, ao invés de considerar apenas a distância, conforme pode ser verificado no extrato a seguir:

> **E2:** (...) se for por dentro vai ter muita curva, ele vai ter que demorar mais.
> **P:** (*entrega o pincel para que E2 desenhe no mapa ampliado*)
> **E2:** Se eu vir por aqui (*por dentro*), vai ter que fazer várias paradas.
> **P:** Galera, E2 está considerando que nos cruzamentos geralmente há semáforos, faixas de pedestre e outras situações. Vamos, nesta atividade, ABSTRAIR essas informações, inclusive a medida das larguras das ruas.
> **E8:** Quanto mais fazer curvas, mais o carro vai demorar a chegar ao destino, ele tem que ir só reto (*fazendo a menor quantidade de curvas possível)*!
> **P:** E8 falou que quanto mais curvas nós tivermos, mais demorado será o caminho. Então, qual seria este caminho mais demorado?
> **E8:** Seria este daqui o *menos* demorado (*indica um dos caminhos que seguem pelas bordas*).
> **Pesquisador** Eu queria que você indicasse qual seria o mais demorado.
> **E8:** (*silêncio*)
> **E11** E se for assim? Talvez não demore tanto. Ele sai daqui (*posto de gasolina*), indo pra lá (*para a casa à esquerda*), já chegou na rua do hospital. Então é só andar mais um pouquinho e ir para perto (*descer*).
> **P:** Mas tem que chegar na frente do hospital.

A Figura 35 representa a ideia apresentada por E11 ao final do extrato anteriormente apresentado. Nela, a linha de cor vermelha indica o trajeto incompleto, que não alcança o ponto de chegada, mas apenas a rua em que ele se situa.

Figura 35 – Representação do caminho indicado por E11

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

A partir do extrato que foi apresentado, verifica-se que os estudantes continuaram a persistir na ideia de que o menor percurso deveria ser o menos demorado. Nas falas de E2 e E8, percebe-se uma preocupação com o tempo necessário para realizar o percurso, pois procuravam o caminho mais rápido, e não apenas os mais curtos, conforme desejado na atividade.

Este tipo de pensamento pode ser reflexo da maneira como os motoristas normalmente agem no dia a dia, onde nem sempre o menor caminho é o mais rápido possível. Isso porque há situações em que um percurso possui mais semáforos, maior fluxo de veículos, entre outros fatores que tornam o tráfego mais lento do que em rotas mais longas, porém, com melhores condições. Conforme destaca Oliveira (2018, p. 29) “Rotas alternativas são vias utilizadas pelos usuários que necessitam de deslocamento mais rápidos, ágeis, formando uma alternativa para trafegar”.

Nestes momentos, buscou-se esclarecer para a turma que o seu raciocínio não estava incorreto e que, em muitas situações, a menor distância realmente não apresenta desvios. No entanto, era importante que considerassem especificamente o cenário em que percorriam as ruas de uma cidade onde todas as vias possuem a mesma medida.

Com esses esclarecimentos, E10 e E4 passam a direcionar a atenção para o tamanho dos percursos:

> **E10:** Então, será que pelo meio terá diferença?
> **E5:** Pelo meio é mais rápido.
> **P:** Não se trata de uma questão de rapidez, mas de tamanho do percurso realizado.
> **E10** (*Começa a contar os lados dos quarteirões pelos quais os menores caminhos passam*).
> **E4:** Dá na mesma coisa, quatro “ruas” (*trechos de ruas)* para todos.
> **E1:** É a mesma quantidade (*demonstrando surpresa)*!
> **E10:** Pega uma régua então.
> **P:** Ótima ideia. Quem tem régua por aí?
> **E4:** Eu tenho uma régua!
> **P:** Então vamos verificar essas medidas! E4, veja o tamanho deste trecho de rua.
> **E4:** Deu 10 cm.
> **P:** E este outro trecho?
> **E4:** Também.
> **P:** Vejam só: E4 verificou que tanto assim (*trecho na horizontal).* quanto assim (*trecho na vertical*). O que isso significa?
> **E4:** dez, vinte, trinta, quarenta... (*começa a contar cada trecho de rua, considerando que possuem 10 cm*).
> **E10:** Então é a mesma coisa para todo caminho?
> **E1:** Mesma coisa, vai ser 40 cm cada caminho desse.

Nesta situação, E10 sugere que seja utilizada uma régua para verificar se os caminhos de fato são todos de mesma medida. Então, E4, com auxílio do pesquisador, constata que os trechos possuem aproximadamente 10 cm e, junto de E10 e E1, concluem que todos os caminhos que desenharam possuem aproximadamente 40 cm de comprimento.

Duas habilidades do PC emergem nesta situação: decomposição, quando E4 verifica as medidas dos trechos separadamente, dividindo a atividade maior de medir os vários caminhos, e reconhecimento de padrões (generalização) quando E10 e E1 conseguem entender que todos os quatro trechos que compõem os caminhos até o destino têm 10 cm.

Reconhecimento de padrões também é representado como generalização por alguns autores, como Michaelson (2015), que inicialmente o divide em reconhecimento e generalização de padrões. No documento *Computational Thinking: a guide for teachers,* elaborado por Csizmadia *et al.* (2015), a generalização é vista como uma forma de identificar e fazer uso de padrões para se resolver problemas.

Com isso, se verifica, a partir desta situação, duas novas conexões entre as habilidades do PC e a aprendizagem da GT: **a decomposição como facilitadora no trabalho de medição, contagem e identificação dos menores caminhos**, e o **reconhecimento de padrões nas medidas e formatos dos menores caminhos**.

Após a medição dos menores caminhos, os estudantes continuaram a discutir qual seria a quantidade total de menores caminhos para o mapa apresentado. O recorte a seguir transcreve mais um dos diálogos realizados entre pesquisador e educandos:

> **P:** [...] lembram de nossas conversas anteriores sobre distâncias na Geometria do Uber? O que falamos?
> **E10:** Que nem sempre tem um só caminho.
> **E5:** Que nem sempre tem um só caminho que é o mais perto.
> [...]
> **E4:** Pode ter vários caminhos (*a serem*) percorridos.
> **P**: O que podemos dizer sobre essa quantidade de percursos que ficou incerta? Quantos são os menores caminhos?
> **E10:** Tudo é do mesmo tamanho, forma um quadrado. Tem vários menores percursos.
> **E4:** Todos esses [caminhos] que desenhamos são os menores.

Observando este recorte, é possível identificar nas falas de E4, E5 e E10 a compreensão do conceito de distância na Geometria do Uber. Essa compreensão se dá por meio do reconhecimento de que há um padrão nos caminhos que foram desenhados por eles, especialmente quando E10 destaca que eles formam um quadrado[39], conforme pode ser visualizado na Figura 36.

Figura 36 – Registro da forma indicada pelo E10

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

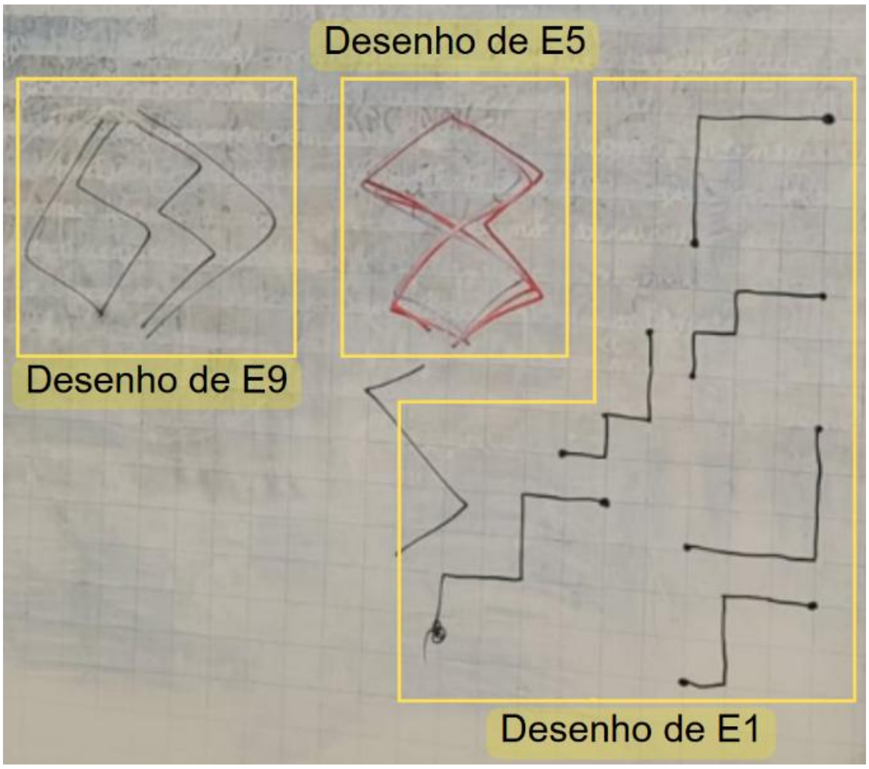
A partir dessa percepção da forma gerada pelo conjunto dos menores caminhos, os estudantes utilizam habilidades de reconhecimento de padrões, à semelhança do que foi destacado nas definições de Bebras (2022) e Michaelson (2015) no Apêndice A. Essa percepção reflete, inclusive, uma das associações que foram anteriormente apresentadas: **reconhecimento de padrões nas medidas e**

[39] É importante ressaltar que, apesar da forma apresentada na Figura 36 não ter a aparência de um quadrado, dada a posição inclinada do mapa, ela pode ser visualizada sob outras perspectivas que permitem a visualização do seu formato sem distorções.

formatos dos menores caminhos. Conforme será discutido mais adiante, o reconhecimento desses padrões na formação dos caminhos foi essencial na contagem de caminhos, quando as distâncias foram maiores.

Dado que a turma ainda não havia chegado a uma conclusão a respeito da quantidade de menores caminhos, sugeriu-se que tentassem realizar um mapeamento, desenhando na lousa os formatos dos menores caminhos possíveis, conforme representado na Figura 37.

Figura 37 – Mapeamentos realizados por E9, E5 e E1



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Para facilitar a visualização e menção aos caminhos desenhados, destaca-se na Figura 38 os seis possíveis caminhos, agrupados de acordo com as suas semelhanças.

Figura 38 – Representação dos menores caminhos na primeira atividade

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Seguindo as informações da Figura 37 e as numerações inseridas na Figura 38, temos que E9 identificou os caminhos de números 1, 2, 5 e 6. Nos desenhos de E5, foram identificados os caminhos 3, 4, 5 e 6, revelando que o educando ainda tinha dificuldades em reconhecer também quais caminhos eram menores, especialmente aqueles que se distanciavam da linha central.

Por fim, apresenta-se o desenho de E1, que registra, separadamente, os caminhos 1, 2, 3, 5 e 6. No entanto, devido ao desafio de realizar os desenhos em um posicionamento diferente do que pode ser observado no mapa, o estudante acaba por indicar os caminhos com algumas diferenças significativas nos tamanhos dos trechos de rua, além de não conseguir indicar o caminho 4.

Nestas produções, identificaram-se três usos de habilidades do PC: 1) decomposição e abstração; 2) abstração; 3) reconhecimento de padrões. A decomposição e reconhecimento de padrões podem ser observados especialmente nos desenhos de E1, que representou cada caminho separadamente de maneira semelhante ao que se vê na Figura 38. Esta forma de representação remete à descrição de decomposição apresentada no currículo da CIEB (2018): essa habilidade também envolve a prática de analisar problemas para identificar o que pode ser separado em partes menores e como elas podem ser reorganizadas para facilitar a resolução de um problema.

A abstração se associa aos desenhos feitos pelos três estudantes, pois eles direcionam a atenção para os aspectos relevantes do mapa, desenhando apenas os trajetos percorridos, enquanto que os quarteirões, ruas e outros elementos são ignorados. Essas ações relacionam-se às definições de abstração apresentadas por Michaelson (2015), Brackmann (2017), Bebras (2022), Dantas (2023) e CIEB (2018), todas destacadas no Apêndice A.

O reconhecimento de padrões está associado à habilidade geométrica de visualização, pois E5 e E9 guiam-se pela ideia de espelhamento (reflexão) dos caminhos em torno de um eixo para facilitar o desenho, enquanto que E1 precisou verificar várias vezes os formatos dos caminhos. Esta reflexão dos caminhos pode ser observada ao se desenhar uma reta euclidiana que une os pontos de partida e chegada, de modo que, na Figura 38, são reflexos um do outro os caminhos: 1 e 2; 3 e 4; 5 e 6.

Esta relação entre reconhecimento de padrões e visualização também é apontada por Viana, Moita e Lucas (2022), ao abordar a temática congruência de triângulos por meio de um jogo de cartas de autoria própria. Segundo os autores, o reconhecimento de padrões é necessário para se perceber quando uma figura está rotacionada ou refletida em relação às outras. Essa habilidade foi explorada por E5 e E9 para desenhar os caminhos com maior facilidade.

A partir dessas interpretações, é possível observar mais relações entre a aprendizagem da GT e as habilidades do PC: o **reconhecimento de padrões nas medidas e formatos dos menores caminhos** e, além disso, a **decomposição e abstração como forma de detalhar as especificidades de cada caminho representado**.

Com esses desenhos, a turma chegou ao consenso de que a quantidade total de menores caminhos entre os locais indicados era seis, todos com o mesmo tamanho. Em seguida, foi proposto um novo desafio: descobrir quantos eram os menores caminhos de um dos mercados do mapa até o outro, conforme indica a Figura 19.

Inicialmente, os estudantes tentaram contar a quantidade de caminhos apenas observando o mapa e, depois, foram até o mapa ampliado registrar alguns desenhos, de modo que os palpites aumentaram de quatro para nove e, depois, para onze. Contudo, eles não estavam próximos da quantidade correta. Então, o pesquisador sugere que busquem outras estratégias para identificar ou mapeá-los:

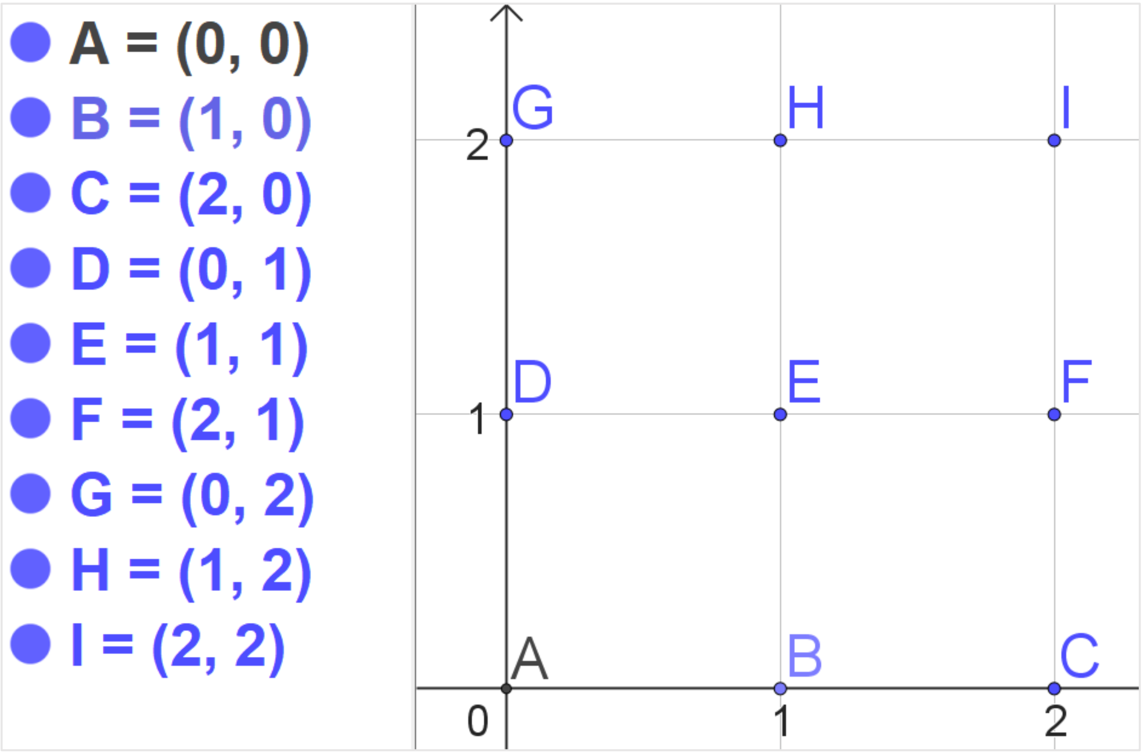
> **P:** O que podemos fazer para mapear estes caminhos? Será que poderíamos usar uma outra estratégia para mapear esses caminhos?
> **E1:** podemos fazer no quadro
> **P:** Usando pontinhos, desenhos, cores?
> **E4:** E se usasse aquele negócio da batalha naval?
> **E10:** Ia ser muito difícil.
> **E4:** deve ter algo mais prático então.

A discussão realizada entre E4 e E10 a respeito das formas pelas quais seria possível representar os melhores caminhos reflete habilidades de abstração e de avaliação. A abstração aparece na medida em que buscam a melhor maneira de representar as informações ignorando alguns detalhes, como: posição das ruas, largura, quantidade de construções, entre outros, buscando uma forma de indicar a quantidade e formato dos caminhos percorridos (Bebras, 2022). Já a avaliação ocorre quando discutem sobre o uso de recursos para melhor representar os caminhos que conseguiram identificar, sendo que consideram a lógica da batalha naval algo difícil de implementar.

Quando E4 diz “E se usasse aquele negócio da batalha naval?”, refere-se à utilização de coordenadas cartesianas para indicar os pontos pelos quais cada caminho deveria passar. Apesar da relevância da ideia, que poderia ser uma alternativa para o mapeamento dos caminhos e perceber alguns padrões, a estratégia demandaria um extenso trabalho para listar todos os caminhos usando-se coordenadas cartesianas.

Para dimensionar o trabalho que esta estratégia poderia demandar, será apresentado um exemplo em um mapa menor. Considerando que o desafio tivesse sido apresentado em um mapa de formato 2x2 e que este mapa fosse representado num plano cartesiano, seria possível obter a representação indicada na Figura 39.

Figura 39 – Representação do mapa de menores caminhos num plano cartesiano



Fonte: Elaborado pelo autor a partir do GeoGebra (2025)

Seguindo o que é indicado na Figura 39, cada trecho do mapa corresponde à distância de um ponto até outro, de modo que os possíveis caminhos resultantes podem ser indicados a partir da sequência de letras que eles percorrem: caminho 1 – ABCFI; caminho 2 – ADGHI, caminho 3 – ABEHI; caminho 4 – ADEFI; caminho 5 – ABEHI; caminho 6 – ADEFI.

Além disso, também poderia ser indicado como uma sequência de coordenadas para cada ponto, o que facilitaria a identificação de padrões na formação dos percursos, como mostrado no Quadro 9.

Quadro 9 – Coordenadas percorridas pelos caminhos representados na Figura 39

	Ponto 1	**Ponto 2**	**Ponto 3**	**Ponto 4**	**Ponto 5**
Caminho 1	0,0	0,1	0,2	2,1	2,2
Caminho 2	0,0	1,0	2,0	1,2	2,2
Caminho 3	0,0	0,1	1,1	1,2	2,2
Caminho 4	0,0	1,0	1,1	2,1	2,2
Caminho 5	0,0	0,1	1,1	2,1	2,2
Caminho 6	0,0	1,0	1,1	1,2	2,2

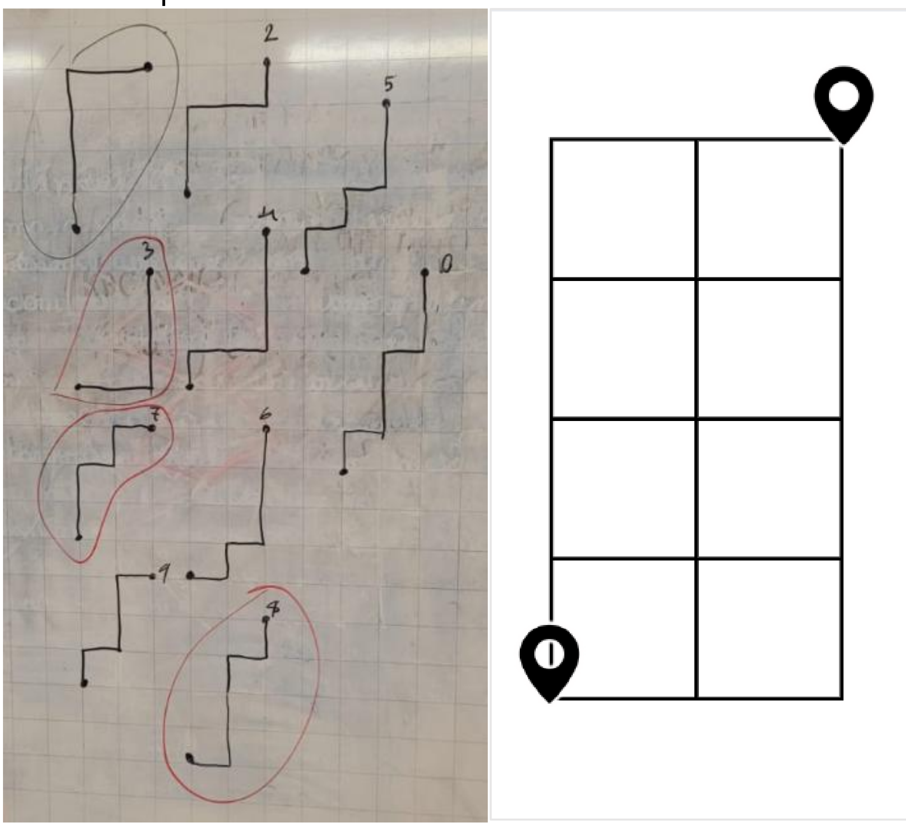
Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Entre esses padrões, pode-se destacar: o caminho 1 tem coordenadas invertidas em relação ao 2, o mesmo ocorre com 3 e 4 e com 5 e 6, formando pares simétricos, especialmente quando visualizados no mapa. Além disso, todos os caminhos terão a origem (0,0) e destino (2,2) em comum, e os que passam pelo centro têm o ponto (1,1) em comum.

Apesar desse tipo de representação não ter sido utilizado pela turma, revela mais uma associação da GT com as habilidades do PC: **a abstração na escolha de uma representação adequada para identificar os menores caminhos possíveis** e **o reconhecimento de padrões nas representações dos menores caminhos, quando feitas em determinados formatos**. Contudo, conforme julgado por E10 no diálogo anteriormente apresentado, seria um desafio complexo para mapas maiores.

Voltando a atenção para a segunda atividade, após a sugestão de representar os percursos utilizando coordenadas cartesianas não ter sido acatada, os educandos foram orientados a tentar mapear os caminhos. E1 optou por representar os percursos por meio de desenhos, conforme destacado na Figura 40.

Figura 40 – Desenhos feitos por A1 para representar os caminhos que identificou



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na Figura 40, destaca-se à esquerda os desenhos feitos por E1 e, à direita, uma representação do mapa que foi utilizado nesta segunda atividade. Cada desenho de E1 abstrai as ruas do mapa e outros elementos, destacando apenas o trajeto percorrido. Ao observar as habilidades do PC, especialmente as definições de abstração apresentadas por Michaelson (2015), Brackmann (2017), Bebras (2022), Dantas (2023) e CIEB (2018), identificam-se as seguintes associações com os desenhos do educando: **abstração na escolha de uma representação adequada para identificar os menores caminhos possíveis** e **abstração como um meio para entender o que se altera ou se mantém na GT em relação à GE**.

Um outro aspecto relevante na representação feita por E1 é a mudança de perspectiva, pois, no mapa ampliado (Figura 20), a vista é tridimensional, enquanto que os desenhos de E1 são bidimensionais, numa vista superior. Esse aspecto revela que a GT também tem potencial para contribuir com o desenvolvimento da habilidade de visualização dos estudantes, estimulando-a sob diferentes perspectivas, seja em vistas bidimensionais ou tridimensionais, em mapas ampliados ou reduzidos, ou em representações fictícias ou do mundo real.

O trabalho com a visualização é uma demanda e desafio frequentes no ensino de geometria, uma vez que, conforme Rogenski e Pedroso (2007), os estudantes costumam apresentar dificuldades em visualizar e representar figuras, que são oriundas da deficiência de conhecimentos em geometria básica. Ao estimular essa habilidade por meio dos mapas posicionados de maneiras diversas, dos percursos que nem sempre podem ser visualizados, do estabelecimento de relações entre os caminhos, entre outras possibilidades, a GT permite o desenvolvimento de novas perspectivas e práticas de ensino de geometria.

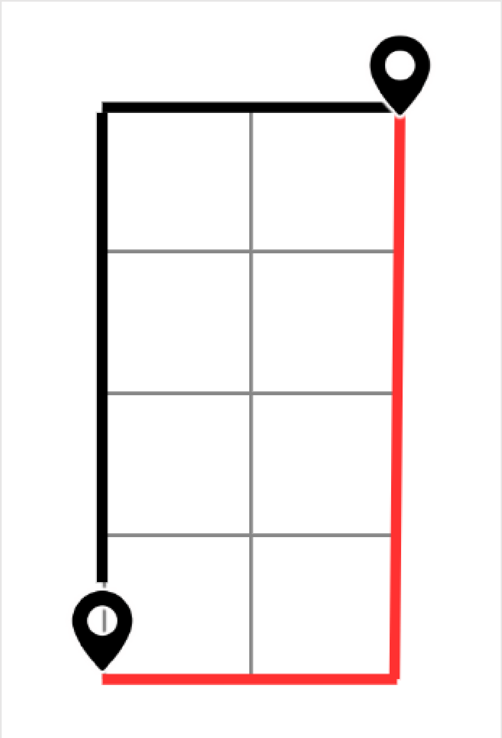
Voltando à representação feita por E1, observa-se que o educando conseguiu encontrar dez caminhos diferentes. No entanto, ao analisar o mapa e as representações feitas por ela, a turma começou a perceber que poderiam existir mais possibilidades, especialmente ao identificar alguns padrões na formação dos caminhos. O extrato a seguir transcreve esta situação.

> **P:** Temos, no desenho de E1, alguns caminhos que passam pelas bordas de cima e da esquerda e outros que passam pelas da direita e de baixo (*na Figura 40 é possível observar esses caminhos, sendo, respectivamente, o que está circulado de cor preta e o que está*

indicado com o número 3). Vocês conseguem imaginar alguma relação entre esses caminhos?
E4: Sim! São iguais, só que ao contrário (*gesticula com as mãos simbolizando que há um giro*).
P: Vamos aproveitar a ideia que E4 falou: tem alguns caminhos que possuem formatos semelhantes, como se fossem o inverso do outro.
E4: Isso, iguais, só que ao contrário!
P: Para melhor visualizar, vamos imaginar o mapa que trabalhamos na primeira atividade, onde deveríamos contar a quantidade de menores caminhos possíveis do posto de combustível até o pronto socorro. Se a gente imaginar que temos um eixo aqui (*diagonal)* e começarmos a desenhar, o que podemos perceber?
E4: Tá igual.
E1: Reflete
E10: É só repetir tudo que tem de um lado no outro.
P: Isso, nesse caso, sim.

No extrato acima, a partir da indagação feita pelo pesquisador, E4 percebe que alguns caminhos possuem formatos semelhantes, porém sendo um o inverso do outro, à semelhança da estratégia que foi utilizada por E5 e E9 na atividade anterior. A Figura 41 ilustra essa situação, indicando-a com linhas de maior espessura e coloridas em preto e vermelho.

Figura 41 – Caminhos utilizados como exemplo pelo pesquisador



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Neste exemplo, as quantidades de trechos de ruas percorridas sequencialmente na horizontal e na vertical são as mesmas — no percurso de cor preta, há dois trechos horizontais e quatro verticais, enquanto que no de cor vermelha, quatro verticais seguidos por dois horizontais.

Padrões semelhantes aparecem entre outros caminhos, sendo a estratégia apresentada anteriormente uma forma de reconhecer padrões em suas formações. Segundo Brackmann (2017, p. 35) “padrões são similaridades ou características que alguns dos problemas compartilham e que podem ser explorados para que sejam solucionados de forma mais eficiente”. Assim, ao observar essas formações, E1 e os demais educandos conseguem **reconhecer padrões nas medidas e formatos dos menores caminhos** para facilitar a resolução da atividade.

Dado que alguns dos estudantes haviam feito progressos no desenvolvimento de estratégias para o mapeamento e contagem de caminhos, enquanto que outros ainda apresentavam dificuldades, decidiu-se prosseguir com uma nova atividade na qual todos foram desafiados a elaborar e representar estratégias para mapear os caminhos de um outro mapa, impresso em folhas A4 (ver Figura 19).

Enquanto os estudantes tentavam realizar o mapeamento dos caminhos, o pesquisador caminhou pela sala e observou quais estratégias eles estavam empregando, verificando também se havia dificuldades na compreensão dos comandos da atividade. Ao observar a folha de E3, o pesquisador desenvolve o seguinte diálogo:

> **P:** E3, você está com alguma dúvida?
> **E3:** Dá pra contar fazendo, tipo assim, um... dois... (*ir desenhando os trajetos*)?
> **P:** Pode.
> **E3:** Ah, então dá 34.
> **P:** Como você fez? Poderia me mostrar?
> **E3:** (*vai mostrando com o lápis, percorrendo pelas ruas. Mas, ele estava contando os trechos de rua que cada trajeto envolvia, e não os trajetos por completo*)
> **P:** E3, observei que você está contando os trechos de rua, ou seja, as laterais dos quarteirões. Mas, na atividade, precisamos da quantidade de caminhos completos, daqui até aqui (*sinaliza com o dedo um exemplo de percurso completo*), entendeu?
> **E3:** Ah, então tudo isso aqui é um?
> **P:** Isso.

Neste diálogo, E3 estava tentando resolver a atividade, porém, sem avaliar se a solução que estava construindo realmente atendia ao que havia sido solicitado. Apesar do objetivo ser contar os menores caminhos completos de um local até outro, o estudante estava contando a quantidade de trechos de rua que cada caminho continha.

Neste ponto, fica evidente a necessidade de aprimorar as habilidades de avaliação das soluções que são construídas ao se tentar resolver uma tarefa. No contexto do PC, a avaliação não se limita à solução encontrada, mas também ao processo desenvolvido ou em desenvolvimento para alcançá-la, buscando sua otimização (Dantas, 2023).

Avaliar os processos utilizados na resolução de um problema é também parte fundamental do trabalho em matemática, pois fornece ao professor dados valiosos sobre o desempenho dos educandos, além de permitir que eles identifiquem onde se equivocaram e possam obter melhores esclarecimentos sobre suas dúvidas. Assim, encontra-se no PC, mais uma contribuição para o estudo da GT: **a avaliação das soluções propostas e dos procedimentos utilizados para alcançá-las**.

Dando continuidade, os estudantes tentaram elaborar estratégias para facilitar a contagem, ou detectar e utilizar fórmulas que facilitassem o cálculo da quantidade total de caminhos possíveis. Contudo, nem sempre essas fórmulas conduziam a uma resposta correta, sendo necessário, portanto, realizar testes. A transcrição a seguir apresenta uma destas situações:

> **E10:** Agora eu contei 28.
> **P:** 28? Qual foi a sua estratégia?
> **E10:** Eu contei a quantidade de quadrados que tinha e multipliquei pela quantidade de ruas que tem.
> **P:** Tipo os quarteirões, né?
> **E10:** É sim. Aí eu multipliquei eles pela quantidade de ruas que tem em volta, quatro no caso. Aí deu 28.
> **P:** Mas se são doze quarteirões e quatro ruas em volta, teremos 48 ao invés de 28, certo?
> **E10:** Eita! Me confundi. Então é isso.
> **P:** Testa essa sua ideia num mapa menor. Pode ser aquele que trabalhamos inicialmente (*faz uma representação na lousa*).
> **E10:** Só fazer 4x4. Dá 16 então.
> **P:** E aí, será que deu certo?
> **E10:** (*desenha os caminhos no mapa que foi feito pelo pesquisador)* (...) *Eita!* Deu não! A gente viu que (*para este mapa)* eram 6 caminhos na outra atividade.
> **P:** Isso.

Neste recorte, E10 tenta encontrar uma fórmula que forneça o total de menores caminhos possíveis para o mapa em questão. Ao verificar, com ajuda do pesquisador, se a sua ideia funcionaria em um outro mapa, já conhecido pelo total de menores percursos, E10 percebe que a sua ideia ainda não estava correta.

Nesta situação, à semelhança do que ocorreu com E3, identifica-se que o educando não realiza um procedimento avaliativo, seja da resolução encontrada, ou do próprio processo utilizado. Ações como a testagem são comuns em diversas situações, ao se tentar generalizar uma ideia em matemática. Contudo, parafraseando Boaler (2018), reflete-se que nem sempre o trabalho que ocorre nas salas de aula de matemática oferece estímulo para que os estudantes consigam elaborar e testar as suas ideias, limitando-se à memorização e aplicação de fórmulas prontas.

Em computação, o trabalho com algoritmos e a sua avaliação pode contribuir para o desenvolvimento desse tipo de trabalho, pois, conforme apontam Barr e Stephenson (2011), estudar, elaborar e implementar algoritmos para solucionar problemas são ações necessárias para desenvolver o PC.

Reconhece-se aqui a diferença entre o conceito de algoritmo na computação e os que são empregados em outras áreas, especialmente ao se considerar as críticas apresentadas em Denning (2017). Contudo, entende-se que o desenvolvimento de uma sequência de passos para se resolver um problema, que pode ser reaplicada em outras situações semelhantes, aproxima as compreensões de ambas as áreas. Assim, a partir dessas reflexões, pode-se registrar mais uma contribuição do PC para o trabalho com a GT: o **desenvolvimento de algoritmos, para calcular quantidades de menores percursos ou distâncias e sua avaliação.**

Outros estudantes continuaram tentando elaborar estratégias ou procedimentos que facilitassem a contagem do total de caminhos, alguns mais práticos, outros mais longos, como a ideia apresentada por E14. O educando optou por tentar observar todos os caminhos, mesmo os que fossem mais longos, ou seja, que se desviassem das rotas que levavam diretamente ao ponto de chegada. Sugeriu-se, então, que ele organizasse essas informações em um quadro, ou por categorias, de modo que tivesse, por exemplo: (*x)* caminhos mais longos e (*y)* caminhos mais rápidos.

Nesta situação, também pode ser observada uma possível contribuição do desenvolvimento da habilidade de avaliação, tendo em vista que, mesmo sem E14 ter concluído o seu processo de resolução, ele já se mostrava pouco eficiente. Assim, por meio da avaliação do procedimento que estava realizando, E14 poderia ter notado que haveriam outras estratégias possíveis e mais eficientes.

Em computação, quanto mais recursos são utilizados para se executar uma tarefa, maior é a exigência de processamento da máquina. Por este motivo, busca-se escrever códigos claros, objetivos e eficientes, que resolvam o problema proposto de forma correta, com bom uso de recursos e facilidade de manutenção (Wing, 2010). Para o ser humano, o funcionamento é semelhante: utilizam-se fórmulas matemáticas e outros recursos para se otimizar resoluções – embora outros parâmetros subjetivos também precisem ser considerados.

Ao refletir sobre esse tema, percebe-se que o trabalho com a habilidade de avaliação dos procedimentos e das resoluções para problemas diversos tende a beneficiar a aprendizagem dos educandos. Especificamente no contexto da GT, permite que eles atribuam sentido às suas ideias, desenvolvam argumentação, raciocínio lógico, leitura e escrita, entre outras habilidades. Assim, tem-se a contribuição da habilidade de **avaliação na validação e otimização dos processos de resolução de problemas**.

Encerrada a aula, pediu-se que os estudantes registrassem as suas estratégias de resolução no espaço indicado na folha que receberam. Com isso, eles registraram as estratégias apresentadas e comentadas no Quadro 10.

Quadro 10 – Estratégias descritas pelos estudantes

Estudante	Estratégia	Comentário
E1	Contei de caminho por caminho.	Escreveu números na folha, para registrar a quantidade de caminhos que ia encontrando.
E2	(*Não registrou resposta*)	—
E3	Quanto menos ruas entrar, melhor	Tentou apenas observar os percursos em que houvessem menos curvas.
E4	Usei diferentes cores, e existem três quadrados na vertical e quatro na horizontal, multipliquei e deu 12. Sabendo que há doze quadrados no total, e que um quadrado tem quatro lados, multipliquei 12x4 dá 48.	Para calcular, observou a forma que os percursos juntos geram (um retângulo com quatro quarteirões na horizontal e três na vertical). Obteve a área formada por 12 quarteirões e, então, multiplicou por quatro, obtendo 48.
E5	Usei cores diferentes e observei comparando o outro mapa utilizado na aula, com isso obtive o número de 36 caminhos.	—

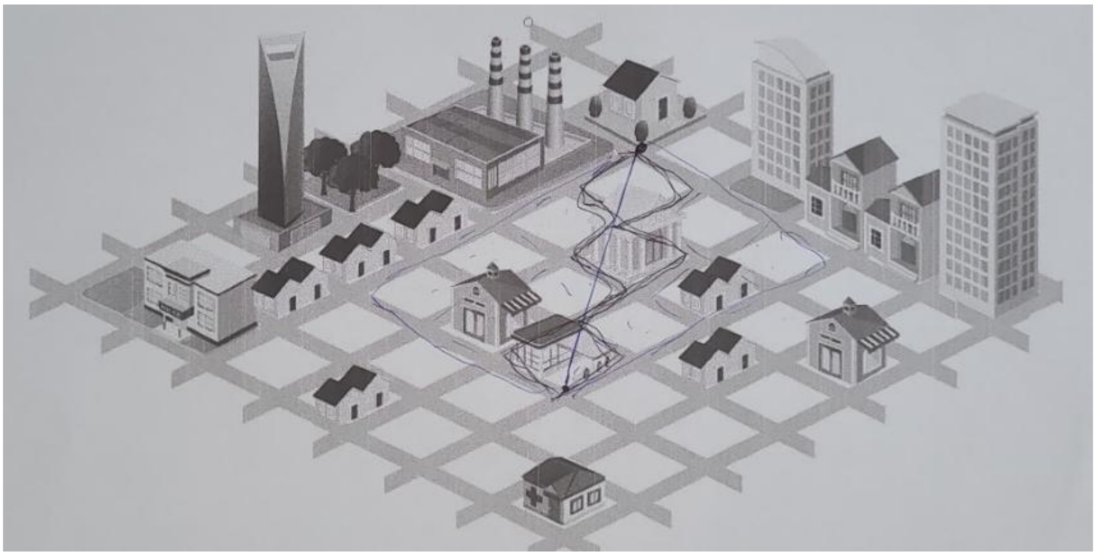
E6	Acho que não há muitas estratégias. Porém existe uma que consiste em fazer menos curvas e pegar mais retas possíveis, pois quanto mais o carro fizer curvas, mais demorado será por conta das leis e redução de velocidade. Também pelas ruas serem muito ligadas e terem diversas curvas. 20 caminhos alternativos.	—
E7	Multipliquei os vértices pelas linhas, tanto vertical quanto horizontal. Deu 31 caminhos.	(Serão fornecidos mais detalhes nos parágrafos seguintes)
E8	Utilizei cores para não me confundir e a partir disso contei as cores que utilizei e cheguei ao resultado final (*10 caminhos*).	—
E9	(*Fez desenhos, representando o mapa*)	--
E10	Contei a quantidade de quadrados brancos e estruturas (12) e multipliquei pela quantidade de ruas que envolvem cada quadrado (4). 12 x 4 = 48.	Observou que os caminhos mais curtos, juntos, ocorrem em volta de 12 quarteirões e multiplicou pela quantidade de lados de cada quarteirão.
E11	Observei as linhas mais próximas e encontrei um total de sete. Usei símbolos e retas/traços diferentes.	—
E12	Observei as linhas para conseguir um percurso menor, utilizando setas e alguns traços (Não quantificou).	—
E13	Usei cores para separar cada caminho.	(Além de usar as cores, o estudante enumerou cada uma, para facilitar a contagem)
E14	Na minha estratégia, eu fui primeiro nas retas contabilizando com 4 sendo os mais rápidos. Depois, fui para curvas onde poucas me ajudaram a achar o caminho menor. Dois caminhos longos foram descartados.	(Serão fornecidos mais detalhes nos parágrafos que se seguem)

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Conforme apresentado no Subtópico 3.3.3, as respostas de cada estudante foram escaneadas para posterior apresentação e discussão os colegas. Nos próximos parágrafos, as respostas que foram apresentadas no Quadro 10 serão discutidas em juntamente com os detalhamentos e desenhos fornecidos pelos estudantes.

A discussão foi iniciada com a apresentação do mapa de E10, que, em sua resposta, conforme pode ser observado na Figura 42, traça uma linha diagonal representando a distância euclidiana entre os dois locais. Quando questionado sobre o significado dessa linha, o educando explica que, na GT, os menores caminhos sempre estarão próximos a ela, que é a diagonal do retângulo formado pelo conjunto dos caminhos. E10 também destacou que todo percurso que estivesse parcialmente ou inteiramente fora dessa região retangular seria maior do que os que estão dentro.

Figura 42 – Resposta apresentada por E10



Fonte: dados da pesquisa (2025)

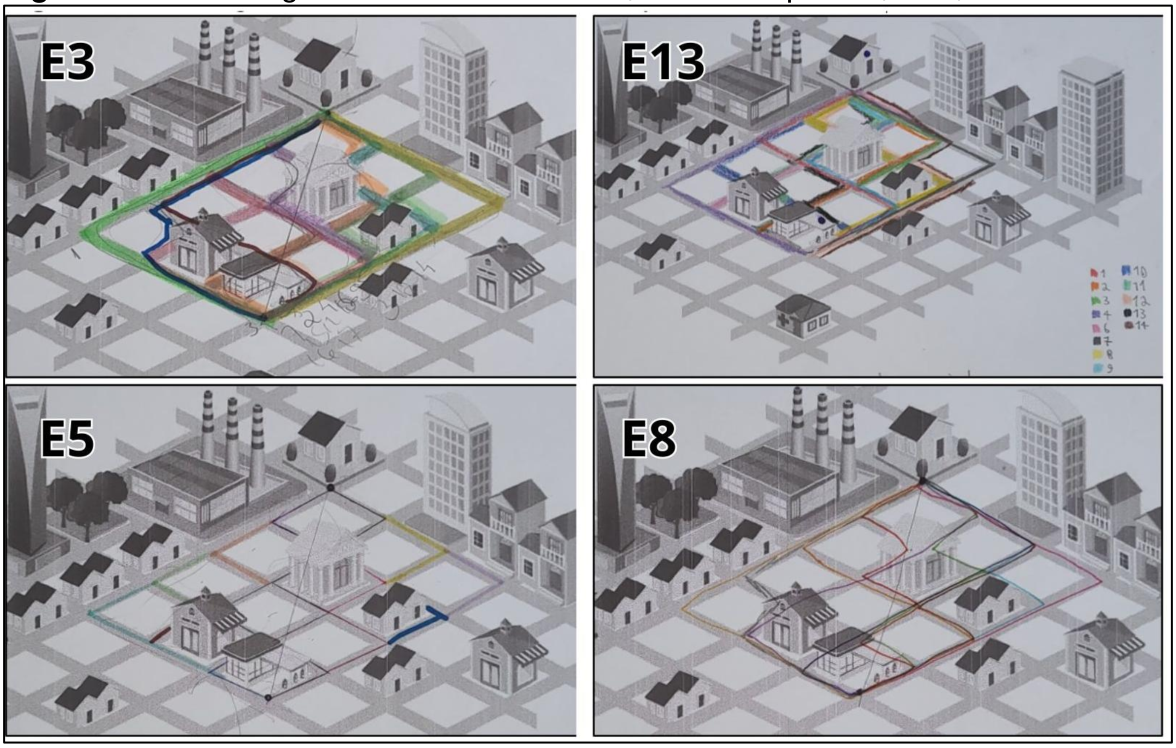
A observação feita pelo educando associa-se à habilidade de reconhecimento de padrões, uma vez que, ao analisar o desenho formado pelos menores caminhos possíveis, E10 identificou que ele sempre teria o formato de um retângulo, para quaisquer distâncias, exceto as que estiverem na mesma rua. Relacionando a ideia de E10 com as definições de reconhecimento de padrões propostas em Bebras (2022) e Dantas (2023), pode-se destacar que E10 observa que há uma similaridade entre os desenhos formados pelos menores caminhos e utiliza essa estratégia para realizar a contagem com maior facilidade.

Além disso, verifica-se na resposta de E10 a importância da habilidade de abstração, pois, ao traçar a linha sob a lógica euclidiana, o educando conseguiu direcionar a sua atenção para uma região do mapa que seria pertinente para realizar a marcação e contagem dos menores caminhos possíveis.

Com isso, ficam identificadas as seguintes contribuições: a **abstração como estratégia para direcionar a atenção para os aspectos relevantes de um mapa da GT** e o **reconhecimento de padrões para perceber onde se situam os menores percursos**.

E4 utilizou a mesma estratégia que E10, contudo, iniciou a atividade usando cores para desenhar os menores caminhos, anotando as quantidades que estava identificando. Uma estratégia semelhante foi aplicada por E13, E5 e E8, conforme demonstra a Figura 43.

Figura 43 – Estratégias de colorir caminhos, utilizadas por E3, E13, E5 e E8



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Enquanto E13 enumerou cada cor no canto inferior direito de sua resolução, E3 apenas anotou as quantidades que estava identificando, e os demais foram colorindo enquanto contavam mentalmente os percursos que eram identificados. Ao observar essas estratégias, verifica-se um trabalho de decomposição, utilizando as cores para se identificar os caminhos que estavam identificados, um por vez.

A estratégia utilizada pelos educandos relaciona-se com todas as definições de decomposição adotadas para esta análise, que convergem para a mesma perspectiva, conforme pode ser verificado no Apêndice A. A partir dessa relação, pode-se identificar que a **decomposição facilita o trabalho de medição, contagem e identificação dos menores caminhos num mapa da GT.**

Alguns estudantes, como E3 e E6, persistiram na ideia de que os trajetos com mais curvas poderiam tornar os caminhos mais longos. Essa ideia é válida quando considerados os caminhos que não vão diretamente ao local de chegada, ou seja, que realizam movimentos em outras direções, ou que ultrapassam esse local. Contudo, como apontado na resposta de E6, apresentada no Quadro 10, o aluno referia-se aos menores caminhos como aqueles que seguem mais retas possíveis, como se caminhos com mais curvas não pudessem fazer parte dos menores percursos, o que nem sempre é verdadeiro.

Nesta situação, tem-se que E3 e E6 ainda não haviam compreendido suficientemente a métrica da GT, especialmente quando E6 considera situações como a necessidade de se reduzir a velocidade nas curvas, o que aumentaria a duração dos percursos. Contudo, na atividade, o foco estava no tamanho dos percursos e não, necessariamente, no tempo preciso para realizá-los e, também as larguras das ruas ou aumento do percurso com a realização das curvas[40] não estavam sendo considerados.

Com isso, é possível observar que, embora sejam evidenciadas na literatura, as diversas contribuições da abordagem da GT em sala de aula, conforme apontam Cavalcante e Oliveira (2020) e Oliveira (2018), o conteúdo também demanda atenção, uma vez que as mudanças de métrica da GE para a GT podem não ser uma tarefa fácil para os estudantes, que podem confundir ou tentar aplicar as regras de um tipo de geometria em outra.

A respeito desses desafios, Leivas (2019) e Gusmão, Sakaguti e Pires (2017) destacam a necessidade de tempo suficiente e envolvimento dos educandos, para que consigam compreender o que se mantém e o que se altera entre a métrica euclidiana e outras que não seguem os seus axiomas, pois “em geral, alguns conceitos matemáticos são desenvolvidos por eles [estudantes] em um determinado contexto, sem deixar aberta a possibilidade de adequação deste mesmo em outro” (Leivas, 2019, p. 267).

Ainda a respeito das respostas apresentadas por E3 e E6, a situação também reflete ainda a necessidade de aprimorar a habilidade de abstração, de modo que os estudantes consigam direcionar sua atenção para os aspectos relevantes na solução de um problema, sem se preocupar, por exemplo, com as dimensões das ruas, conforme solicitado pelo pesquisador. Destaca-se então que o trabalho com essa habilidade pode contribuir na **compreensão do o que se altera ou se mantém na GT em relação à GE.**

Partindo para a resposta de E7, o educando aponta que “Multipliquei os vértices pelas linhas, tanto vertical, quanto horizontal. Deu 31 caminhos” (E7). Ao pedir para que explicasse melhor a sua estratégia, ele desenvolve o seguinte diálogo com o Pesquisador:

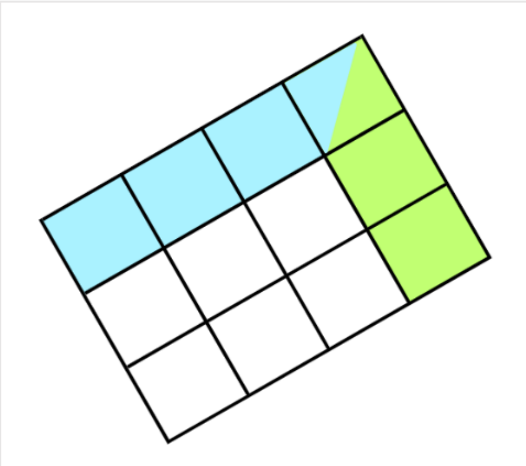
---

[40] Na GT, a quantidade de curvas não afeta a distância percorrida, porque, em sua métrica não é considerada a largura das ruas e, consequentemente, de nenhum percurso realizado nos cruzamentos.

P: E7? Poderia nos explicar como encontrou a sua resposta?
E7: Eu fiz assim: eu vi os quadradinhos, aí eu peguei as linhas horizontais e verticais e multipliquei. Aí deu 31.
P: Poderia nos explicar com mais detalhes? Vou desenhar um mapa aqui na lousa para que você indique melhor como pensou.
E7: Eu contei essas linhas aqui (*ruas em volta de cada quarteirão*), aí elas estão se repetindo quatro vezes. Aí eu fiz a mesma coisa só que do outro lado. Seria 4 x 4 = 16 e também 4 x 3 = 12. Nesse caso, somam 28.
(*Observando a Figura 44, é possível observar como E7 multiplicou a quantidade de ruas em volta dos quarteirões na horizontal, indicados em cor azul, obtendo 16. Depois, multiplicou da mesma maneira para os quarteirões na vertical, indicados em cor verde e somou os resultados).*
E4: E como foi que você encontrou 31?
E7: Eu confundi.
P: Precisamos entender como é que a multiplicação das ruas pelos quarteirões vai se relacionar com esse total de caminhos. Será que é válido em outros casos?
E7: E se for mesmo 28?
P: Vamos testar? Que tal aplicar em outro caso mais simples? Se aplicássemos esta ideia em um mapa de formato 4x4 (Ver Figura 38), teríamos 16 como resposta. Porém, sabemos de atividades anteriores que o total de menores percursos possíveis em um mapa deste é seis. E agora? O que podemos dizer sobre esta estratégia?
E4: Bem legal, mas não dá certo.

Em complemento, apresenta-se na Figura 44 a estratégia que estava sendo empregada pelo educando. Em cor azul, estão representadas as ruas horizontais e em cor verde, as verticais.

Figura 44 – Representação da estratégia utilizada por E7



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

A partir do diálogo desenvolvido com E7, verifica-se que a estratégia empregada pelo educando não havia sido testada em outros casos, nem havia alguma razão específica para a multiplicação dos quarteirões horizontais e verticais pelo total de ruas aos seus entornos. Destaca-se, então, que explorar a habilidade de avaliação é um caminho necessário ao estudo da GT, especialmente quando os estudantes são conduzidos a elaborar conjecturas, algoritmos, fórmulas, entre outras possibilidades.

Com isso, percebe-se que, em situações como a que foi analisada anteriormente, o trabalho com o PC pode auxiliar por meio do **desenvolvimento de algoritmos para calcular quantidades de menores percursos ou distâncias e sua avaliação** e na **avaliação das soluções propostas e dos procedimentos utilizados para alcançá-las**.

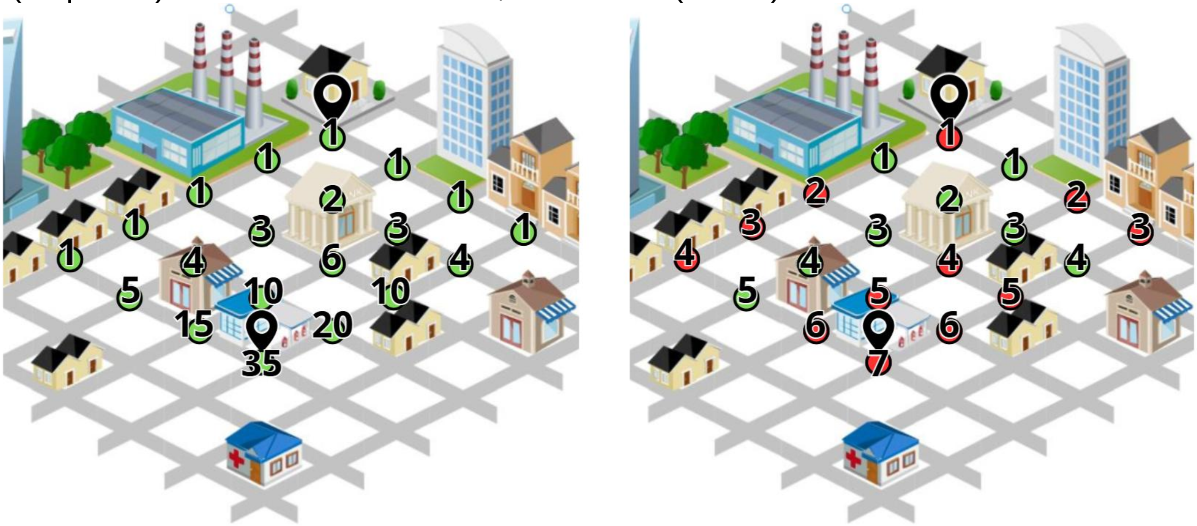
A atividade encerrou-se sem que nenhum estudante tivesse acertado a quantidade total de menores percursos possíveis. Assim, decidiu-se avançar para um próximo momento em que a turma utilizou o mesmo percurso para mapear a quantidade de menores percursos possíveis, até cada cruzamento que antecede o local de chegada.

4.4 Associando a GT com o Triângulo de Pascal

Utilizando o mapa apresentado na Figura 21, pediu-se que os estudantes realizassem um mapeamento das quantidades de menores caminhos possíveis até cada cruzamento envolvido, considerando a forma gerada pelos conjuntos de menores caminhos da casa indicada até o posto de gasolina. Inicialmente, alguns dos estudantes tiveram dificuldades em compreender o que precisariam fazer na atividade, a exemplo de E6, E11 e E14, que estavam contando a quantidade de cruzamentos que cada percurso do ponto inicial até outro passaria.

Ao realizar a contagem desta maneira, os estudantes não conseguiram atender ao objetivo da atividade, pois as quantidades obtidas divergiam das que representavam as dos menores percursos do ponto inicial até cada esquina. A Figura 45 ilustra exemplifica as diferenças entre os dois métodos.

Figura 45 – Diferenças entre as quantidades de caminhos de acordo com a GT (esquerda) e com o método de E6, E11 e E14 (direita)



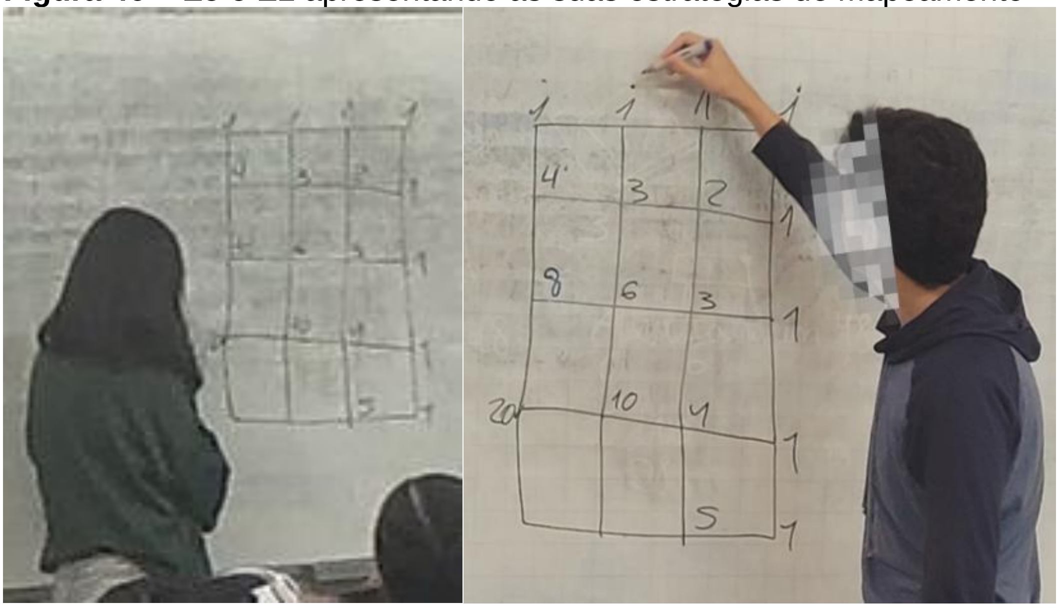
Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Foram realizadas discussões para que os educandos pudessem perceber os motivos que justificavam a ineficácia do método, usando-se exemplos de percursos menores, como o da Figura 38, que, seguindo a métrica da GT, possui um total de seis opções de caminhos, enquanto que seguindo estratégia dos estudantes, possuiria quatro.

Considerando essas estratégias inicialmente apresentadas pelos estudantes, retoma-se o debate a respeito da necessidade do trabalho com habilidades de avaliação das soluções ou procedimentos utilizados ao se resolver um problema. Conforme reflete Araújo (2019), a avaliação consiste em buscar a melhor solução possível para um problema, considerando os recursos disponíveis. No caso de E6, E11 e E14, poderiam ter empregado estratégias anteriormente utilizadas para contar os caminhos ou os resultados já alcançados nos exemplos, a fim de verificar se as quantidades correspondiam a eles. Assim, registra-se a contribuição que o trabalho com PC poderia trazer para a GT, por meio da prática de **avaliação das soluções propostas e dos procedimentos utilizados para alcançá-las**.

Com o decorrer da atividade, E2 e E6 conseguiram desenvolver estratégias que facilitaram a descoberta das quantidades de caminhos, sem que fosse preciso contá-los um a um. Os educandos foram então convidados a apresentar as suas estratégias na lousa, conforme mostram os registros da Figura 46.

Figura 46 – E5 e E2 apresentando as suas estratégias de mapeamento



Fonte: dados da pesquisa (2025)

A princípio, destaca-se o posicionamento do mapa e a mudança de perspectiva ao representá-lo, estratégia que já havia sido apresentada por outros estudantes, que revela a capacidade de abstrair as informações desnecessárias e escolher o melhor tipo de representação para as resoluções.

Ao apresentar a sua resposta, E5 inicia destacando a quantidade de percursos que é possível realizar para cada cruzamento que segue na horizontal, a partir do ponto indicado como origem, assim como para cada um que segue na vertical, todos com apenas uma opção.

Depois, E5 destaca que foi realizando a contagem dos demais caminhos até perceber que eles resultavam da soma dos que lhes antecediam. De imediato, a turma começa a entender a estratégia e a ajudar E5 na construção do mapeamento. Com isso, começam a perceber que algumas numerações que foram escritas na figura não estavam corretas, então E2 tenta ajudar mostrando a sua construção.

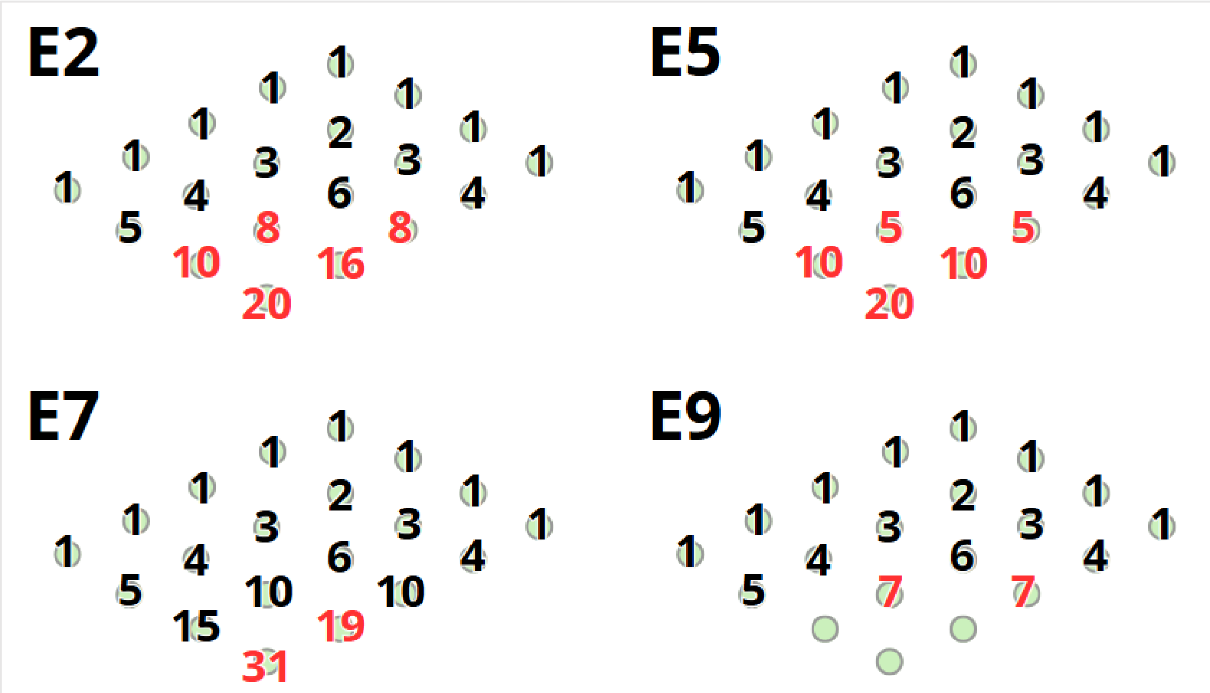
A respeito desta discussão inicial, pode-se refletir sobre como a avaliação da solução proposta por E5 motivou a turma a participar da discussão e permitiu que identificassem alguns erros. Essa prática segue uma dinâmica diferente da que comumente é praticada em aulas de matemática, uma vez que, em muitas atividades realizadas em sala de aula, costuma-se apenas fornecer um *feedback* dizendo se as soluções estão corretas ou não, ou ainda, o professor resolve a atividade de maneira correta para que todos possam corrigir as suas resoluções. Contudo, quando um aluno é convidado a apresentar e discutir a sua resposta, surgem novas oportunidades de aprendizagem, e o erro passa a também fazer parte do processo (Boaler, 2018).

Em computação, é comum o trabalho colaborativo entre diferentes profissionais, seja para investigar algum erro de código em determinada aplicação, ou falhas em um sistema complexo de dados, redes, entre outros elementos. Em trabalhos voltados ao desenvolvimento do PC dos estudantes, práticas desse tipo também são empregadas, de modo que os estudantes devem trabalhar colaborativamente para depurar um código ou solução expressa em outro formato, como destacado na experiência de Brackmann (2017). Com isso, ao observar essa realidade, pode-se afirmar que **a avaliação colaborativa das resoluções propostas** é mais uma contribuição do desenvolvimento do PC para a aprendizagem de matemática.

A aula termina com a turma discutindo quais seriam as numerações corretas para as quantidades de menores caminhos possíveis em cada cruzamento, especialmente porque outros estudantes haviam obtido resultados diferentes, seja contando os caminhos um a um, ou buscando alguma outra maneira de facilitar esse trabalho. Todas as respostas foram coletadas para análise pelo pesquisador, e algumas foram selecionadas para discussão na aula seguinte.

Na aula seguinte, E2, E5, E7 e E9 foram estrategicamente chamados para representarem as suas respostas na lousa, pois eram as que mais se aproximavam da resolução esperada. Nessas representações, escolheu-se não mais representar as ruas com linhas, mas apenas anotar as numerações encontradas por eles em suas respectivas posições. A Figura 47 ilustra essas respostas.

Figura 47 – Representação das respostas de E2, E5, E7 e E9



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Ao dialogar com a turma a respeito das respostas que construíram, E4, E5 e E10 percebem que todas elas apresentam a mesma contagem até a quinta linha de números, mas depois divergem. A resolução de E7 é a que mais se aproximou da resposta esperada, sendo que os números 19 e 31, apresentados em cor vermelha na Figura 47, deveriam ser 20 e 35, respectivamente.

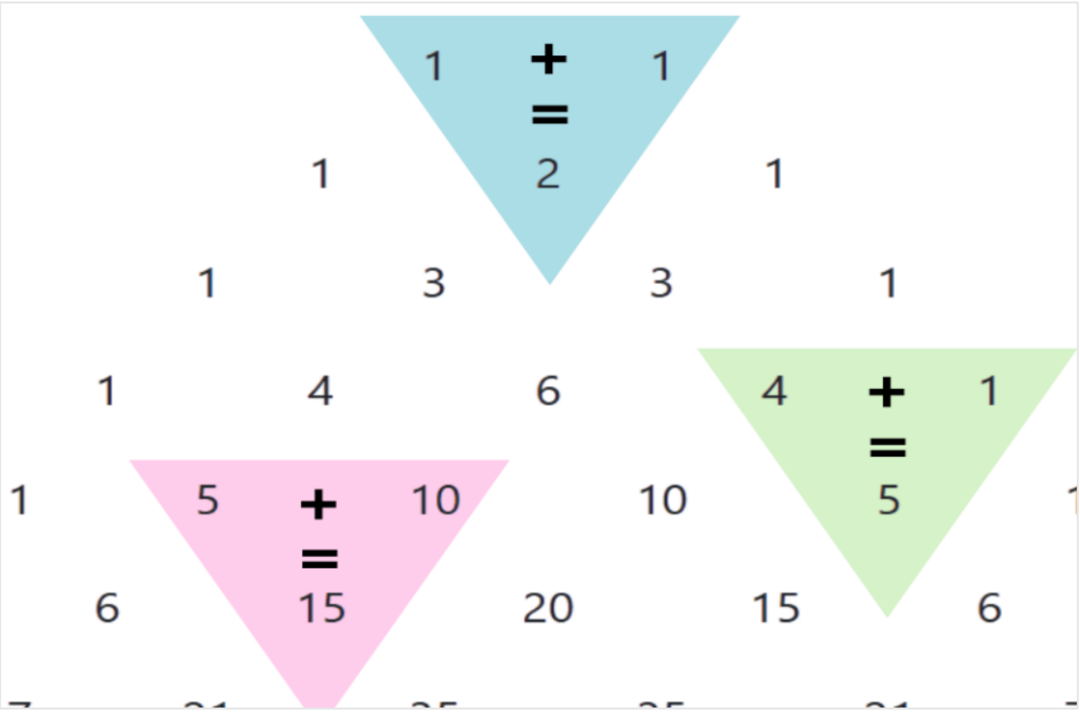
Ao questionar a respeito dos métodos que cada aluno utilizou para identificar as quantidades indicadas, E5 explica:

> **E5:** Eu fiz diferente, fiz a soma.
> **P:** Você poderia explicar o seu método aqui na lousa?
> **E5** (*dirige-se até a lousa*) No começo eu realmente fui contando as ruas, pra ver os caminhos. Aí depois eu vi que no número que está aqui (*indica o número 2, na linha que contém 1 2 1*), esse 2 é a soma desse mais esse (*números 1 e 2, da linha de cima*). Aí eu fui fazendo isso.
> **P:** Tudo bem. Vamos observar se funciona para todos os que você escreveu. Observe aqui, na quinta linha, quando somamos o 5 com 10, logo abaixo você escreveu 10 e não 15.
> **E5:** Aí eu já não sei explicar o que aconteceu.
> **P:** Pessoal, vocês conseguiram entender a estratégia de E5? Ela sempre somou os números vizinhos e encontrava o total logo abaixo.
> **E4:** Mas não tá tudo certo?
> **P:** Não, aqui onde somamos 5 + 10, não temos 15 logo abaixo. E agora? (...) E5, vamos verificar se a sua estratégia funciona na

> contagem dos demais colegas? Vamos pegar aqui os registros de E7. Observem aqui na solução de E7 (*aponta para a quinta linha*) 4 + 6 dá 10. Aqui (*aponta para a sexta linha)* tem 5 + 10 = 15. Mais abaixo, temos 15 + 19 = 31? (...) E agora? A estratégia de E5 está correta ou a contagem de E7 está errada?
> **E4:** Acho que foi a contagem
> **P:** E9, o que você acha?
> **E9:** Acho que é a soma.
> **E10:** O método deve estar certo, mas a contagem errada.

O diálogo realizado com a turma gira em torno da avaliação das respostas apresentadas na lousa. Percebe-se, inicialmente, que E5 utiliza uma estratégia correspondente à Relação de Stifel[41], ao observar os valores dos coeficientes binomiais em um Triângulo de Pascal centralizado[42], conforme ilustrado na Figura 48.

Figura 48 – Representação da relação de Stifel



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Para identificar essa relação, E5 afirma que começou contando as quantidades de caminhos possíveis até os pontos indicados, até que percebeu um padrão: há

[41] A Relação de Stifel propõe que: a partir da terceira linha do Triângulo de Pascal, cada elemento (com exceção do primeiro à esquerda e do último à direita) é resultado da soma dos dois elementos da linha anterior, imediatamente acima dele.

[42] Os coeficientes binomiais do Triângulo de Pascal ou os seus valores podem ser representados tanto centralizados à esquerda, em formato de um triângulo retângulo, ou centralizados, em forma de um triângulo equilátero ou isósceles.

relações entre as quantidades de caminhos. A respeito dessa percepção de E5 e observando-se as definições para as habilidades do PC adotadas neste trabalho (Ver Apêndice A), verifica-se nela associação com as habilidades de **reconhecimento de padrões, na identificação de relações que se repetem entre determinados elementos** e de **algoritmos,** quando o educando **desenvolve um passo-a-passo para calcular quantidades de menores percursos com mais facilidade.**

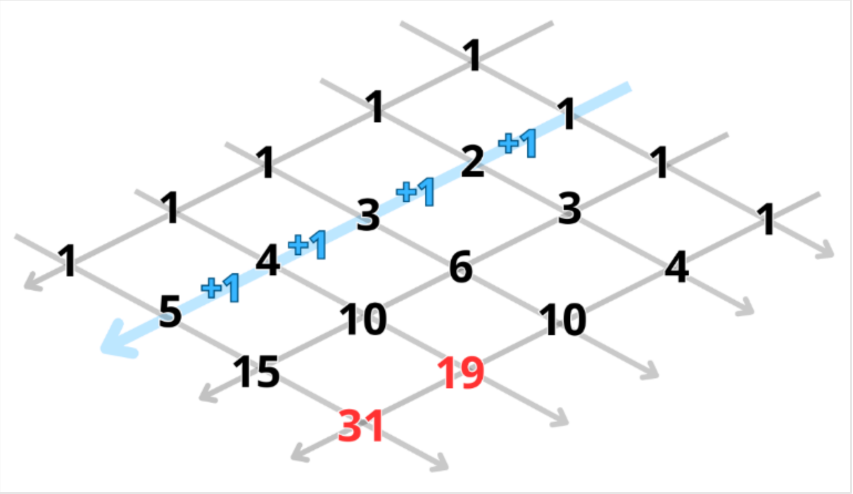
Além disso, é importante também destacar o papel da habilidade de **avaliação das soluções propostas e dos procedimentos utilizados para alcançá-las**, que ocorreu de maneira **colaborativa.** Nesta atividade, de maneira específica, os educandos puderam aprender juntos, partilhar as suas resoluções, discutir sobre os erros e visualizarem juntos as conexões matemáticas que existiam entre os números encontrados. A respeito dessa prática colaborativa, Boaler (2018) destaca a colaboração como uma atividade fundamental para promover a equidade, ao se ensinar matemática e superar as dificuldades diversas que permeiam o seu ensino.

Em seguida, pediu-se que E7 explicasse o seu raciocínio, pois, ao observar a sua resposta e a dos colegas, afirmou ter encontrado uma relação entre os números. Assim, desenvolveu-se o seguinte diálogo, que é complementado pela apresentação das 49 a 51.

> **P:** E7, você falou que observou uma relação? Poderia nos explicar?
>
> **E7:** Eu vi uma sequência. Percebi que tem 3, 4 e 5 nessa segunda linha horizontal (Figura *49*). Aí na sequência ali, na terceira linha, de um para outro aumenta 2, depois 3 e depois 4 (
>
> *Figura* 50). Na de baixo aumenta 3, 6 e 9 (Figura *51*). (...) Nessa terceira linha (Figura *51*), onde tem 1, 3, 6, 10 e 15, eu fiz assim: de 1 pra 3 aumentou 2. Aí depois de 3 pra 6, aumenta 3. De 6 pra 10, aumenta 4. De 10 para 15, aumenta 5.
> **P:** Muito bem, percebemos mais um padrão por aqui, mas é preciso testá-lo.

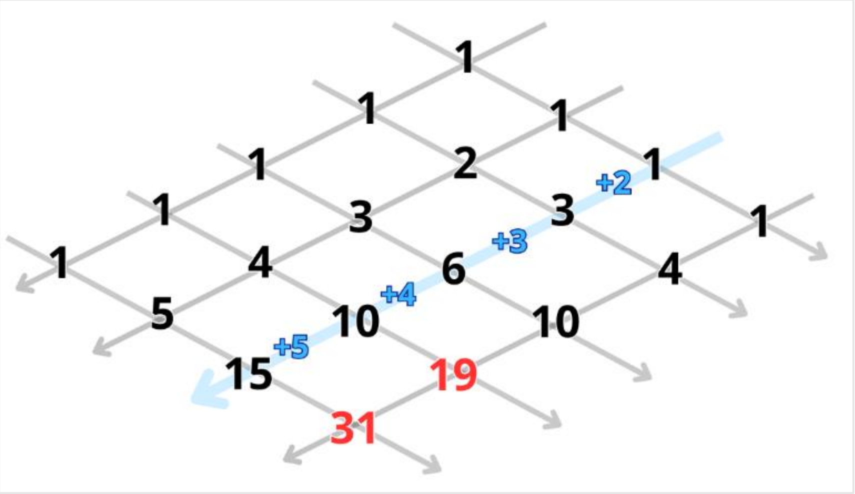
Nas Figura 49, 50 e 51, apresentam-se as figuras que foram mencionadas no diálogo entre E7 e o pesquisador. É importante registrar que os mesmos padrões de crescimento também foram observados pelo educando no sentido da esquerda para direita.

Figura 49 – Primeira linha da relação observada por E7



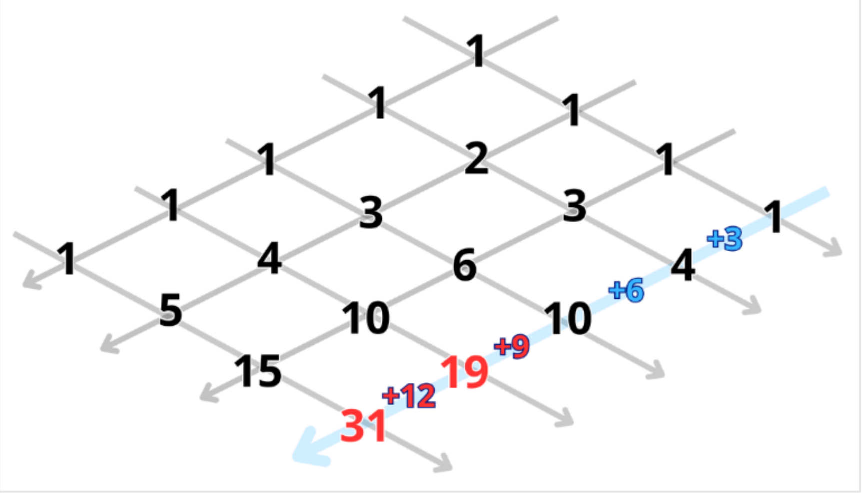
Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Figura 50 – Segunda linha da relação observada por E7



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Figura 51 – Terceira linha da relação observada por E7



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Apesar de o conjunto de estratégias apresentadas por E7 não funcionar para construir um mapa completo da GT, nem o Triângulo de Pascal, o estudante consegue identificar alguns padrões que correspondem aos do triângulo:

1. As quantidades de menores caminhos possíveis, indicadas nas ruas que seguem em linha reta a partir da origem do mapa, serão sempre iguais a um. Este padrão também está presente no Triângulo de Pascal, onde os valores presentes nas extremidades de cada linha são sempre iguais a um.
2. A razão que implica no crescimento das quantidades de menores caminhos possíveis na linha indicada em cor azul, na Figura 49, é de uma unidade para cada cruzamento. Esse padrão pode ser justificado a partir da relação de Stifel, pois cada elemento presente na linha de cor azul resulta da soma dos dois elementos da linha anterior, imediatamente acima dele, sendo um desses elementos de valor 1.

As quantidades de menores caminhos possíveis, que estão sobre a linha de cor azul na

3. Figura 50, aumentam de acordo com uma quantidade que também aumenta em uma unidade para cada cruzamento. Esse padrão de crescimento ocorre porque os números que estão sob a linha azul correspondem aos chamados “números triangulares”[43].

Para identificar essas relações, E7 mobiliza habilidades relacionadas às do PC, revelando, assim, conexões entre ele e a aprendizagem da GT. Destacam-se: 1 - **reconhecimento de padrões na identificação de relações que se repetem entre determinados elementos**; 2 - **avaliação das soluções propostas e dos procedimentos utilizados para alcançá-las**; 3 - **desenvolvimento de algoritmos para calcular quantidades de menores percursos ou distâncias e sua avaliação**. Todas essas relações são compatíveis com as descrições apresentadas para as habilidades de reconhecimento de padrões, algoritmos e avaliação em Bebras (2022), que foram sintetizadas no Apêndice A.

[43] Números triangulares são todos os que podem ser escritos como a soma de uma sequência de números naturais consecutivos começando pelo 1. Assim, tem-se, a sequência 1, 3 (1+2), 6 (1+2+3), 10 (1+2+3+4), 15 (1+2+3+4+5)... O termo “triangulares” deriva do fato que esses números (com exceção do 1) podem ser representados por meios de pontos organizados num plano em formato de triângulos equiláteros.

O momento foi encerrado com a apresentação do Triângulo de Pascal e discussão de cada uma das suas propriedades. Além disso, também foram levantados alguns questionamentos, com o objetivo de despertar a curiosidade dos estudantes sobre a existência de alguma fórmula que possibilitasse encontrar o total de caminhos possíveis até determinado local, sem a necessidade de memorizar ou desenhar o Triângulo de Pascal, especialmente em mapas de tamanhos maiores.

4.5 Aplicando conhecimentos de análise combinatória na GT

Conforme apresentado no Subtópico 3.3.3, este momento teve início com uma retomada dos conceitos de fatorial, arranjo e combinação simples, acompanhada da apresentação de alguns exemplos para que os educandos pudessem compreender as diferenças entre eles.

O recorte a seguir transcreve os diálogos realizados com a turma na medida em que iam assimilando a relação entre a análise combinatória, especificamente a combinação simples, e a GT:

> **P:** E agora? Qual a relação dessa fórmula (*combinação simples)* com a Geometria do Uber? (...) Observem que podemos usar letras para representar o total de trechos de rua na horizontal ou na vertical que um caminho percorre. Neste mapa aqui, temos, por exemplo, o caminho VVV HHH, sendo V de vertical e H de horizontal. Vejam este outro caminho: HVVVHH.
> **E8:** É, seria mais fácil realmente usar essas letras.
> **P:** Percebam que eu formei agrupamentos de letras, mesmo que não formem palavras com sentido.
> **E10:** É a mesma coisa do exemplo da arara?
> **P:** Vamos testar. Essas letras aqui estão mudando de lugar a cada novo percurso que descobrimos. Percebam que o H se repete 3 vezes e o V também, independente do caminho traçado. (...) Conseguiram perceber algo?
> **E10:** Vai ser mesmo igual ao caso da ARARA (*combinação simples)*.
> **P:** Vamos tentar usar a fórmula de combinação simples aqui. Como fazemos? (...) Em cima (*numerador*) eu coloco o quê?
> **E11:** O total de elementos
> **P:** Isso mesmo E11, vamos colocar no numerador o total de elementos em fatorial. E em baixo (*denominador*)?
> **E11:** Não sei dizer quem seria o “p” da fórmula.
> **P:** Seria o menor conjunto de trechos, horizontal ou vertical.
> **E11:** Mas H e V tem as mesmas quantidades.
> **P:** Então fica qualquer um dos dois.
> **E1:** Fica difícil entender.
> **E10:** Tá mesmo.
> **E4:** E quando não tiver igual?
> **P:** Vamos modificar essa fórmula então.

No trecho transcrito, E10 menciona o caso da palavra ARARA. Trata-se de um dos exemplos que haviam sido utilizados para diferenciar casos de arranjo e combinação simples. Contudo, conforme mostra o trecho transcrito, à medida em que foi apresentado um exemplo no contexto da GT, E1 e outros estudantes apresentaram algumas dificuldades ao utilizar a fórmula de combinação simples para realizar os cálculos.

Diante dessas dificuldades, optou-se por utilizar a seguinte fórmula para se obter o total de caminhos, que deriva de uma combinação simples:

$$N = \frac{(v+h)!}{v! \times h!}$$

Onde:

N = total de trechos que cada menor caminho possível percorre.

v = total de trechos verticais;

h = total de trechos horizontais.

Para aprofundar os conhecimentos sobre como aplicar a fórmula, utilizou-se o mapa ampliado, que foi guardado no momento da introdução aos conceitos da GT (ver na Figura 19). Assim, sugeriu-se que os estudantes aplicassem a fórmula para calcular a quantidade de menores percursos possíveis de um dos mercados do mapa até o outro, e a turma conseguiu encontrar a quantidade correta, que era de 15 caminhos. Em complemento, também foram apresentados outros exemplos na lousa, para que todos pudessem compreender os elementos da fórmula e como aplicá-la.

A partir das informações que foram apresentadas, pode-se verificar conexões com a habilidade de **abstração, na escolha de uma representação adequada para identificar os menores caminhos possíveis**, especialmente ao utilizar as iniciais H e V, para indicar os trechos de caminhos. Além disso, essa utilização também reflete a **decomposição e a abstração como formas de detalhar as especificidades de cada caminho representado** por meio das iniciais.

4.6 Resolvendo problemas com paradas ou desvios

Este momento começou com a apresentação do problema com paradas, que utilizou o mapa da Figura 24 e continha o seguinte comando: “Quantos menores caminhos existem entre o hospital e a maior casa do bairro, passando obrigatoriamente pelo posto de gasolina?”.

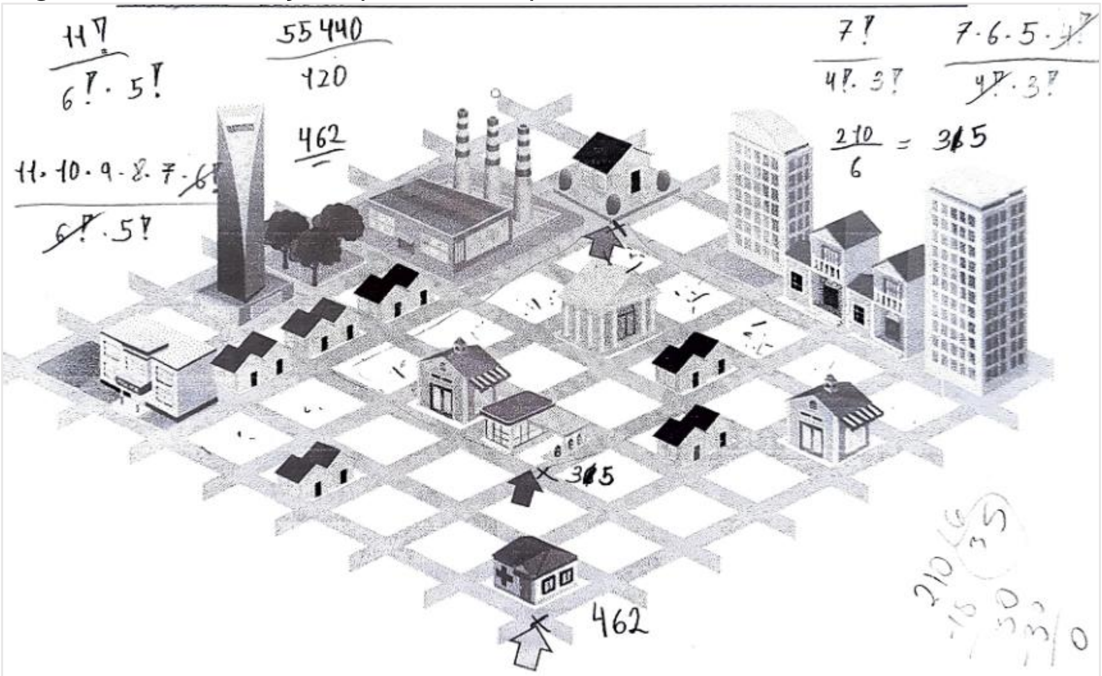
Para resolver este problema, era necessário que os estudantes o dividissem em partes menores. Primeiro, deveriam calcular os totais de caminhos possíveis do hospital até o posto de gasolina e, também, do posto de gasolina até a maior casa do bairro. Depois, deveriam realizar o produto entre essas quantidades que foram identificadas.

Inicialmente, alguns estudantes tentaram aplicar diretamente a fórmula recém-aprendida, obtendo apenas o total de caminhos da maior casa até o hospital, mas sem considerar a parada obrigatória no posto de gasolina. O recorte abaixo apresenta uma dessas situações:

> **P:** Pensem em trajetos separados. Do hospital até o posto, quantos menores caminhos possíveis temos? (...) E do posto até a casa?
> **E7:** Professor, tá certo assim? Esse quadradinho aqui é 35 caminhos (*conjunto de menores caminhos do posto até a casa*) e o grande (*conjunto de menores caminhos do hospital até a casa)* é 462.
> **P:** Entendi. Mas qual foi o total de menores caminhos, passando pelo posto de gasolina?
> **E7:** Como assim? Eu fiz o total (hospital até a casa) e esse pedaço (*do posto até a casa*).
> **P:** Mas, quando olhamos o todo, há caminhos que não passam pelo posto de gasolina. Será que tá certo contar com eles?
> **E7:** Então não sei mais.
> **P:** Veja só, quantos caminhos temos da casa até o posto?
> **E7:** Lembro que essa forma tem 6 caminhos.
> **P:** Isso. Agora observe que para cada caminho que eu tenho aqui, nessa parte inicial, eu tenho 35 opções. O que fazer?

Neste diálogo, E7 apresenta a sua resolução ao pesquisador, contudo, o estudante não estava associando os percursos corretamente, pois era necessário observar o total de caminhos possíveis, do hospital até o posto e do posto até a casa. A Figura 52 mostra alguns dos cálculos feitos por E7, que também se assemelham aos realizados por outros estudantes que conseguiram operar corretamente com a fórmula, mas não obtiveram os resultados esperados.

Figura 52 – Resolução apresentada por E7



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Situações como as que foram enfrentadas por E7 refletem dificuldades em compreender os comandos das atividades e utilizar as operações matemáticas com maior flexibilidade. Essas dificuldades acabam sendo reflexos das maneiras pelas quais as tarefas são comumente propostas em aulas de matemática, com comandos simples e que, muitas vezes, sequer precisam ser lidos para se compreender o que precisa ser feito.

À medida em que tarefas do tipo são predominantes em aulas de matemática, diversas lacunas acabam permanecendo nas aprendizagens que se desenvolvem na escola básica, de modo que, quando o aluno se depara com tarefas que exigem maiores reflexões para construir as suas resoluções, acaba por não conseguir avançar na direção de uma resposta correta. Parafraseando Boaler (2018), pode-se destacar que as necessidades dos estudantes não giram em torno de acertarem a maior quantidade de atividades possíveis, mas, de pensarem, planejarem, errarem, discutirem, entre outras ações necessárias à resolução de atividades de maior complexidade.

Com o encerramento da aula, as respostas foram recolhidas e distribuídas aos seus respectivos respondentes, estudantes no encontro seguinte. Como forma de retomada, o pesquisador deixou que eles observassem as suas resoluções e, depois, realizou o seguinte diálogo:

> **P:** Quais foram as estratégias que vocês utilizaram até então?
> **E10:** Como tinha que encontrar todos os caminhos, eu fiz em duas partes. Primeiro, essa grande que deu 35. Depois, essa que dá 6. Aí depois eu fiquei sem saber o que fazer. Aí somei 35 + 6 que deu 41, mas não sei se era o certo. Aí eu peguei 35 x 6 que deu 210.
> **Pesquisador** Vamos registrar. Deixe-me fazer uma representação do mapa para nos ajudar. (...) Aqui, você fez uma abstração e observou apenas os dois conjuntos de percursos que eram relevantes para o problema, ou seja, os demais caminhos que não passam pelo posto de gasolina foram ignorados. Pessoal, observem que E10 usou a fórmula em cada um dos conjuntos de caminhos. O maior deu 35 caminhos, chamaremos de P1 e o menor 6 possibilidades, que será P2. Ele então tentou somar, P1 e P2, resultando em 41. Mas também fez P1 x P2 que deu 210. (...) Agora, temos que decidir, qual a resposta correta: 41 ou 210?
> (E10 se levanta para explicar qual das respostas acreditava estar correta)
> **E10:** Daqui até aqui tem 35, tipo o caminho do quadrado grande até o ponto, tem 35 opções. E aqui em baixo tem mais 6. Como aqui no maior tem 35 e em baixo tem mais seis opções, a gente soma e tem 41. Faz mais sentido!

Diferente de E7, em sua fala, E10 não demonstra dúvidas sobre qual operação estaria correta, apostando na soma dos totais de caminhos encontrados. No entanto, nenhum dos dois estudantes consegue explicar, utilizando linguagem matemática ou as propriedades das operações de soma e multiplicação, por que achavam que as suas respostas estavam corretas.

Apoiando-se nas reflexões realizadas por Lorenzato (1995), verifica-se, na situação apresentada anteriormente, que a Geometria tem o potencial de valorizar o descobrir, experimentar, conjecturar e argumentar, além de possibilitar que os estudantes demonstrem suas compreensões, raciocínios, dificuldades, erros e soluções sem o medo de errar.

E7 e E10, infelizmente, não conseguiram avançar em suas argumentações, contudo, aproveitando essa situação, o pesquisador utilizou a resposta de E10 para ajudar a turma a entender qual operação deveria ser utilizada. Primeiro, refletiu a sobre o que significa a adição e, depois, a multiplicação, com ênfase em sua propriedade distributiva. Em seguida, foram construídos desenhos na lousa, de modo a explicar que, para cada caminho traçado do hospital até o posto de gasolina, há 35 opções de continuidade do posto até a maior casa. Com essa apresentação, ficou explícito que o total de caminhos pode ser expresso como 1x35 + 1x35 + 1x35 + 1x35 + 1x35 + 1x35, que equivale a 6x35, sendo 210 a resposta correta.

Utilizar os erros e dúvidas dos educandos como forma de oportunidade de aprendizagem é uma postura destacada em Boaler (2018), como capaz de desenvolver nos estudantes o sentimento de que eles podem fazer e aprender matemática. Assim, é possível desviar do constrangimento frequentemente apresentado por estudantes que são educados em uma cultura de desempenho, no qual apenas os acertos são validados em sala de aula. Com isso, foi possível abrir espaço para que E7 e E10 aprendessem qual operação deveria ser utilizada, além de revisitar propriedades das operações e continuar participando da aula.

A respeito das resoluções apresentadas por E7 e E10, mesmo não estando completas, é possível associá-las a duas habilidades do PC**: a decomposição como facilitadora no trabalho de medição, contagem e identificação dos menores caminhos**, pois eles conseguem observar o problema como um todo e resolvê-los em partes, apesar de não avançarem no estabelecimento de relações entre essas partes**; a abstração como estratégia para direcionar a atenção para os aspectos relevantes de um mapa da GT**, pois foram capazes de direcionar a atenção apenas para os menores caminhos, sem se importar mais com outros detalhes, que tanto eram motivos de preocupação nos primeiros contatos com a GT.

Na atividade seguinte, os educandos exploraram uma situação em que era necessário contar o total de caminhos, quando havia um obstáculo impedindo alguns deles. Assim, ao invés de passar obrigatoriamente por determinado local do mapa, o motorista deveria desviá-lo. A turma, então, analisou como essa mudança afetava a quantidade total de menores percursos possíveis até o destino, utilizando o mapa apresentado anteriormente na Figura 25.

A atividade foi apresentada por meio do seguinte comando: *Anna deseja voltar para sua casa depois de assistir um show no circo que se encontra localizado no ponto (1,0). Sua casa fica localizada em (-5, -5), e ela deseja pensar em quais os menores caminhos que poderia percorrer. Entre as possíveis menores rotas, há um cruzamento em (-2, -3) que se encontra interditado, de modo que todos os percursos que passam por ele não poderão ser seguidos. Quantas opções de menores caminhos restam?*

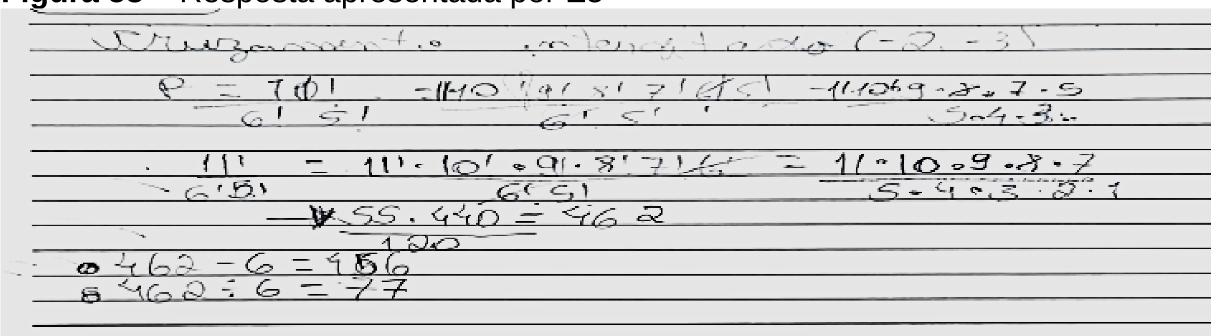
É importante destacar inicialmente a decomposição como uma habilidade pertinente para a resolução da atividade, pois precisava ser particionada em partes menores para que fosse possível relacioná-las e encontrar a resposta. Assim, registra-se a contribuição da **decomposição como facilitadora no trabalho de medição, contagem e identificação dos menores caminhos** para que, depois, fossem realizadas relações entre os valores encontrados e encontrada a resposta correta.

Inicialmente, um grupo de estudantes observou o mapa e supôs que a quantidade de menores percursos do circo até o cruzamento interditado fosse 6. Observando as ideias que se desenvolviam, o pesquisador realizou alguns questionamentos:

> **P:** Lembrando: precisamos encontrar o total de menores caminhos que não passam pelo obstáculo. O que vocês acham que deve ser feito?
> **E4:** A gente tinha duas teorias: ou dividia (*o total de caminhos, sem obstáculos*) por seis ou a gente subtraía por 6.
> **E10:** Mas de onde veio esse 6?
> **E5:** O 6 vem do caminho *do circo até o cruzamento.*
> **P:** O que devemos fazer após calcular o total de caminhos?
> **E5:** A gente precisa tirar os caminhos por onde não pode passar.
> **P:** Então vamos registrar as nossas ideias para a gente discutir.
> **E5:** A minha ideia é que são 6 os caminhos que passam pelo cruzamento interditado. No caso, a gente ou teria que subtrair 6 do total ou dividir o total por 6.

A Figura 53 destaca a resposta que foi escrita por E5 em uma folha de papel, representando o cálculo do total de caminhos e a divisão desse resultado por 6.

Figura 53 – Resposta apresentada por E5


Cruzamento interditado (-2, -3)
$\frac{11!}{6!\,5!} = \frac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6!}{6!\,5!} = \frac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}$
$\frac{55.440}{120} = 462$
a) $462 - 6 = 456$
b) $462 \div 6 = 77$

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Conforme pode ser observado, E5 não destaca como conseguiu encontrar as seis opções para representar a quantidade de menores percursos do circo até o cruzamento, sendo que essa deveria ser 15. Além disso, E5 não consegue relacionar corretamente as quantidades, pois a subtração realizada por ele não considera os caminhos que poderiam se desenvolver após o cruzamento.

A respeito dessa dificuldade em relacionar as quantidades, pode-se refletir, a partir de Rogenski e Pedroso (2007, p. 5), que

> [...] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos.

Essas dificuldades ocorrem porque, na maioria das vezes, não há espaço para discussão sobre como as características das figuras, ou outras construções geométricas se mantêm, ou se alteram conforme são manipuladas. O mesmo ocorre também com outros conceitos matemáticos, pois o foco quase sempre está em apresentá-los e em fazer os estudantes memoriza-los e reproduzi-los em listas de exercícios, sem que haja o espaço necessário para diálogo, discussão sobre erros, busca por outros procedimentos de resolução, entre outras ações que também são necessárias à aprendizagem de matemática.

Com o decorrer da atividade, alguns estudantes permaneceram focados em encontrar o total de menores caminhos possíveis e subtrair ou dividir pelo total que seguia até o cruzamento. Diante dessa situação, o pesquisador então sugeriu que eles observassem quais caminhos seguiam após o cruzamento:

> **P:** Precisamos entender que o motorista não tem o seu destino final no cruzamento interditado. Nosso objetivo não é apenas conhecer o total de caminhos até lá, mas o total que passa por lá. Com essa informação, poderemos então encontrar o total de caminhos que não passa por este local. E10, como você fez?
> **E10:** O meu deu diferente do de E4 e E5. Eu peguei do circo até o cruzamento e, depois, dele até a casa. Deu 442.
> **P:** Vamos registrar. E10, você achou o total, 442, certo? Vamos registrar na lousa essas quantidades (*registra na lousa as informações encontradas pelo educando: total de menores caminhos: 442; menores caminhos do circo até o cruzamento: 20; menores caminhos do cruzamento até a casa: 15*). E depois, o que você fez?
> **E10:** Somei 20 e 15, que dá 35. Aí eu fiz 462 - 35 = 425 (*subtração incorreta*).
> **P:** Vamos pensar na atividade da aula passada. Lembram que tínhamos dois percursos P1 e P2? O que fizemos com essas quantidades de percursos?
> **E5:** A gente multiplicava.
> **P:** Como podemos usar esta ideia aqui?
> **E10:** Multiplica 20 por 15?

> **P:** De acordo com os dados que temos, sim, porque para cada caminho que é feito do circo até o cruzamento há 15 opções depois. (...) Fazendo as contas, chegamos em 300. Daí, para descobrir quantos caminhos não passam pelo cruzamento, devemos?
> **E5:** Subtrair?
> **P:** Isso mesmo. (...) Mas, precisamos verificar se essas quantidades estão todas corretas. Que tal revisitarmos as contagens?

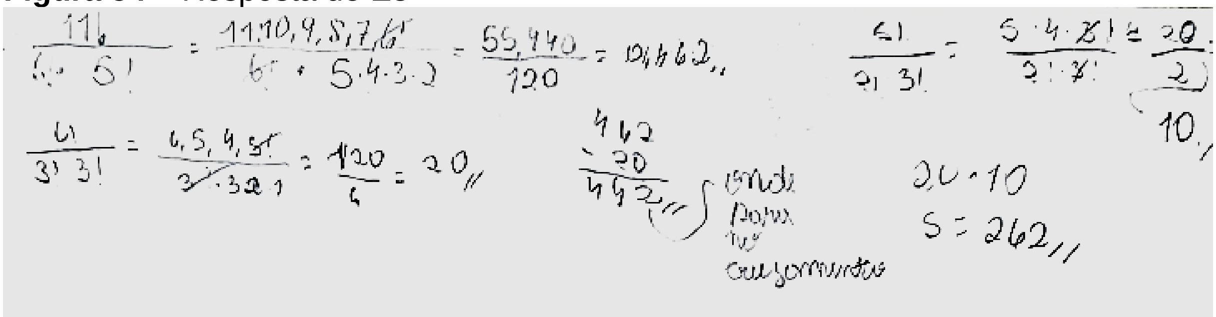
Neste momento, E8 fica inquieta e tentando sozinha refazer as contas. Após um tempo, enquanto ela e a turma tentam verificar os cálculos, a seguinte conversa se desenvolve:

> **E8:** Professor, olha, acho que tem algo aqui. Nesse caminho do cruzamento até a casa, contamos apenas esta região aqui né? (*dirige-se até o mapa e aponta para a região).*
> **P:** Isso mesmo.
> **E8:** Então eu acho que contamos mais caminhos do que era possível. A sua contagem deu 15, mas na minha conta deu menos. Deu 10.
> **P:** Vamos tentar verificar então? E8 notou um equívoco em nossos cálculos. Não seria 20 x 15, porque esse caminho menor não resulta em 15 opções, na verdade é 10. (...) Refazendo as contas, obtemos que a solução correta é 462 - 200 = 262.
> **E8:** Agora sim!

Neste recorte, destaca-se que E10 realizou novos cálculos e percebe que o total de caminhos até o cruzamento poderia ser 20. Contudo, encontra de maneira equivocada que o total de caminhos do cruzamento até a casa seria 15 e realiza operações que não o conduzem à resposta correta. Com intervenção do pesquisador, E10 entende que seria necessário multiplicar o total de menores caminhos até o cruzamento pelo total do cruzamento até a casa indicada no mapa.

A respeito deste primeiro diálogo entre E10 e o pesquisador, e do que se desenvolve posteriormente com E8, é possível refletir sobre a necessidade do trabalho com a habilidade de avaliação, pois E10 não conseguiu revisitar os seus cálculos, de modo a perceber o que havia sido feito de maneira incorreta. Já E8, conforme mostra a Figura 54, se inquieta e começa a rever os cálculos que haviam sido feitos, percebendo que estavam incorretos.

Figura 54 – Resposta de E8



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Ao analisar as respostas que haviam sido propostas pelo colega e refazer os cálculos, E8 consegue identificar que havia um equívoco nos cálculos e logo propõe que sejam feitas alterações. Essa atitude revela que a **avaliação das soluções propostas e dos procedimentos utilizados para alcançá-las** é uma contribuição do PC para a aprendizagem da GT, que precisa ser explorada, especialmente porque, em matemática, muitas vezes, mostram-se exemplos de como realizar cálculos ou resolver problemas, mas, sem espaço para discussão das resoluções propostas pelos estudantes, de modo que posam identificar onde erraram ou partilhar e discutir as suas respostas, como propõe Boaler (2018).

4.7 Distâncias no contexto da GT

Este momento teve início com a apresentação do vídeo “Vou de Táxi”, seguida por uma discussão a respeito de sua relação com o conteúdo do componente eletivo. No recorte a seguir, os educandos destacam o que há de novidade no material, em comparação ao que já havia sido estudado:

> **P:** Vamos conversar um pouco sobre o vídeo. Qual a relação dele com o que estamos estudando?
> **E4:** Acho que essa relação entre geometria e táxi.
> **P:** O que tem de diferente?
> **E10:** Outra forma de achar o menor caminho.
> **E4:** Não, não foi pra achar menor caminho.
> **E5** A gente tem a fórmula para achar todos os menores caminhos, não o tamanho do menor.
> **P:** Exatamente, neste vídeo entra em discussão a ideia de distância no contexto da GT, algo que não havíamos conversado em profundidade ainda.
> **E4:** A gente contava e sabia o tamanho.
> **E2:** Desde as primeiras aulas a gente contava.

> **P:** Sim, vocês contavam, mas não tínhamos uma estratégia para contar de maneira mais prática, especialmente em distâncias consideravelmente grandes.

Ao final do diálogo, E2 e E4 destacam que já sabiam como contar a menor distância entre dois locais em um mapa da GT. Contudo, conforme ressaltado pelo pesquisador, tratava-se de um método que poderia não ser muito eficaz, quando os locais de partida e chegada estivessem muito distantes um do outro, ou até mesmo quando não fosse possível visualizar o mapa para poder contar os trechos de rua, que seriam utilizados como unidade de distância.

A partir desse diálogo, ressalta-se a importância de dar sentido às fórmulas e conteúdos estudados em matemática, de modo que os estudantes consigam compreender a relevância e a utilidade do que está sendo aprendido. Apesar de nem todos os conteúdos abordados neste componente curricular possuírem aplicações diretas no cotidiano, como os polinômios, por exemplo, há explicações sobre sua utilidade dentro da própria matemática que precisam ser enfatizadas.

Considerando as habilidades do PC, a de algoritmos oferece aporte para se entender a importância do fato discutido nos parágrafos anteriores, pois cada algoritmo possui uma utilidade na elaboração de um ou mais códigos. Com base na definição de algoritmo adotada nesta pesquisa, especialmente a de Dantas (2023), destaca-se que as fórmulas[44] elaboradas, estudadas e aplicadas em matemática também possuem funções, que precisam ser efetivamente compreendidas pelos educandos. Ou seja, o estudo dessas fórmulas deve ir além da simples aplicação em exercícios, envolvendo também o seu uso estratégico na resolução de problemas diversos.

A aula continuou com a apresentação de como calcular a distância entre dois pontos no plano cartesiano, de acordo com a GE, conteúdo que ainda não havia sido aprendido por todos os educandos. Em seguida, foi apresentada uma fórmula que permite calcular a distância entre dois pontos no plano cartesiano, mas de acordo com a métrica da GT.

Posteriormente, quando aplicado o Uber Geométrico, os estudantes foram motivados a utilizar a fórmula aprendida, especialmente quando as distâncias fossem

---

[44] Neste parágrafo, ao destacar as fórmulas matemáticas, não é intenção do autor restringir o trabalho em Matemática ao seu estudo, mas, reconhecer a sua importância e necessidade de aprofundamentos, assim como em outros elementos estudados nesta área.

reativamente grandes e utilizando apenas as coordenadas dos pontos no plano cartesiano. Contudo, em algumas jogadas, eles preferiram realizar a contagem manual, observando a quantidade de trechos de ruas que os caminhos percorriam. Diante desta situação, o pesquisador permitiu que utilizassem ambas as estratégias, conforme julgassem mais adequado.

Abrir espaço para esse tipo de ação é prática comum em atividades matemáticas guiadas por metodologias específicas, como a resolução de problemas e investigações. Contudo, apoiando-se na perspectiva de PC utilizada neste trabalho e observando as habilidades que foram adotadas a partir de Bebras (2022), encontram-se na decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos, oportunidades para estimular os educandos a elaborarem as suas próprias estratégias de resolução, abrindo espaço também para que possam avaliar os procedimentos e resultados alcançados, especialmente quando comparados os diversos métodos utilizados e os resultados obtidos.

Como a turma aprendeu a usar a nova fórmula, passou-se à apresentação da seguinte tarefa:

Alexya mora numa casa localizada em (3, 2) e deseja ir de Uber até a casa de sua amiga Karen em (-4, -3). Porém, antes de ir até a casa de Karen, Alexya precisa buscar o seu outro amigo, Alexandre, em (-1, -1). Responda:

1) *Qual será a distância total percorrida por Alexya?*
2) *Se Alexya não passasse na casa de Alexandre, a distância percorrida seria maior? Justifique.*
3) *Em que situações uma corrida de Uber com uma parada terá a mesma distância do que uma corrida sem paradas?*
4) *É possível que a distância seja maior quando há paradas no percurso? Em que situações?*

Diferente das atividades anteriores, esta não utilizava nenhum mapa, pois, neste momento, a intenção era que os educandos utilizassem a fórmula de distância recém-aprendida, ao invés de contar os trechos de rua um a um[45]. Para o primeiro item, a turma rapidamente chegou à resposta correta, que é de 12 trechos de rua.

[45] Ressalta-se que, nesta atividade, os estudantes foram instruídos a utilizar a fórmula. No entanto, em momentos posteriores — como, por exemplo, na aplicação do jogo "Uber Geométrico" — puderam decidir se contariam manualmente, aplicariam a fórmula ou utilizariam outras estratégias.

Para os demais itens, houve respostas diferentes, que serão analisadas nos parágrafos seguintes.

Dentre as respostas apresentadas ao segundo item, destacam-se:

E9*: Não, pois a casa de Alexandre está entre os menores caminhos da casa de Alexya à de Karen.*

E2*: Ela parando ou não a distância é a mesma, apenas muda os (formatos dos) menores caminhos possíveis.*

E10*: Não, porque a distância em todos os menores caminhos possíveis é a mesma.*

E3*: Não, porque em todos os menores caminhos possíveis a distância é igual.*

Essas quatro respostas foram consideradas corretas, pois trazem justificativas pertinentes a respeito de não haver diferenças entre a distância percorrida por Alexya, quando a parada na casa de Alexandre é adicionada ou removida. Isto ocorre porque o ponto indicado faz parte da região delimitada pelo conjunto de menores caminhos. Assim, independentemente de realizar ou não a parada no ponto indicado, o tamanho dos menores percursos possíveis será de 12 trechos.

No terceiro item, destacam-se as seguintes respostas:

E8*: A distância seria a mesma da que se o ponto de parada fosse (-4, 2).*

E4*: A distância não vai mudar, será 12 em todos os (menores) caminhos, independentemente se houver paradas.*

E14*: Se caso eu determino uma área de menores caminhos, todos os pontos de parada que eu colocasse nessa região seriam (pertencentes a alguns dos) menores (caminhos). Tá fora, seria (pertencente a um caminho) maior.*

E9*: Se uma parada estiver entre os menores caminhos de A e B.*

E2*: Desde que a parada já faça parte dos menores caminhos possíveis.*

E10*: A parada não influenciará na distância contanto que a parada seja dentro dos menores caminhos possíveis.*

E3*: A parada não irá influenciar na distância, ou seja, se a parada seja dentro dos menores caminhos.*

Para este item, houve uma maior quantidade de respostas corretas. Elas podem ser agrupadas em três tipos: apresentam exemplos de pontos de parada que aumentariam a distância percorrida (E8), consideram a quantidade de trechos de rua nos menores caminhos, com e sem parada (E4) e consideram a região formada pelos menores caminhos e o fato que, estando dentro dela, os pontos de parada não aumentam a distância percorrida (E14, E9, E2, E10 e E3).

Assim, para além de usar números ao justificar quando um ponto de parada não aumentaria o tamanho dos percursos, alguns estudantes apresentaram argumentos que generalizam essa ideia. Para isso, consideraram a região formada pelos menores caminhos possíveis, conforme havia sido discutido em aulas anteriores.

Do quarto item, destacam-se as respostas:

E4*: Sim, se a casa de Alexandre fosse (4,4) ou (-3, 4) a distância seria maior por passaria por outros lugares.*

E8*: Será maior se o ponto de parada fosse no ponto (4, 4), ou seja, se ela (Alexya) sair do caminho da menor distância.*

E1*: Sim, com paradas para fora do menor caminho (fora da região delimitada pelos menores caminhos).*

E14*: como expliquei na questão 3, caso eu botasse (a parada) fora (da região dos menores caminhos), aumentaria a distância.*

E9*: Sim quando a parada estiver fora dos menores caminhos (entre) A e B.*

E2*: Sim, se a parada estiver fora dos menores caminhos do primeiro e o último ponto.*

E10*: Sim, quando a parada for fora dos menores caminhos possíveis (da região delimitada por eles).*

E3*: Sim, quando a parada for fora dos menores caminhos (da região delimitada por eles).*

Das respostas corretas, destacadas para este quarto item, E4 e E8 oferecem exemplos de locais onde as paradas aumentariam as distâncias percorridas. Em contraste, os outros argumentos utilizam a ideia de que é possível identificar a região formada pelos menores caminhos, de modo que todas as paradas situem fora dela aumentariam o percurso total.

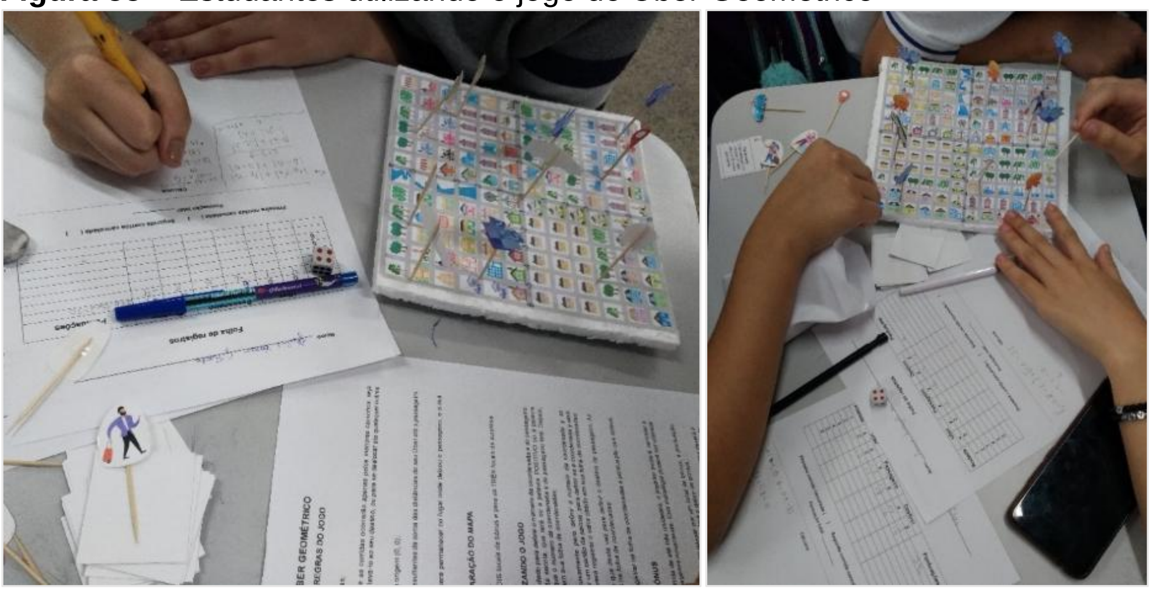
Ao observar as respostas dos educandos para os segundos, terceiros e quartos itens da atividade, é possível identificar associações entre as suas descrições e algumas das habilidades do PC. Identifica-se o uso do **reconhecimento de padrões para identificar e generalizar situações nas quais a distância seria maior ao se inserir paradas nos percursos** (CIEB, 2018). Nesse processo de identificação, o reconhecimento de padrões também está associado à **busca por similaridades nas medidas e formatos dos menores caminhos** e, também, para **perceber a região onde se situam os menores percursos**.

4.8 Utilizando o jogo do Uber Geométrico

Os resultados obtidos a partir da aplicação do Uber Geométrico são considerados positivos, pois refletem o engajamento dos estudantes em aprender a utilizá-lo e a diversão demonstrada, enquanto as rodadas do jogo eram conduzidas. Dada a quantidade de educandos presentes nos encontros em que o material foi aplicado, formaram-se duplas, que se alternavam experimentavam as diferentes regras e situações propostas pelo jogo, à medida em que era utilizado.

A Figura 55 apresenta alguns registros dos momentos em que os estudantes utilizaram o material, registrando as suas jogadas e marcando as localizações de seus motoristas, passageiros e destinos das corridas, de acordo com as regras do jogo (Ver Apêndice G).

Figura 55 – Estudantes utilizando o jogo do Uber Geométrico



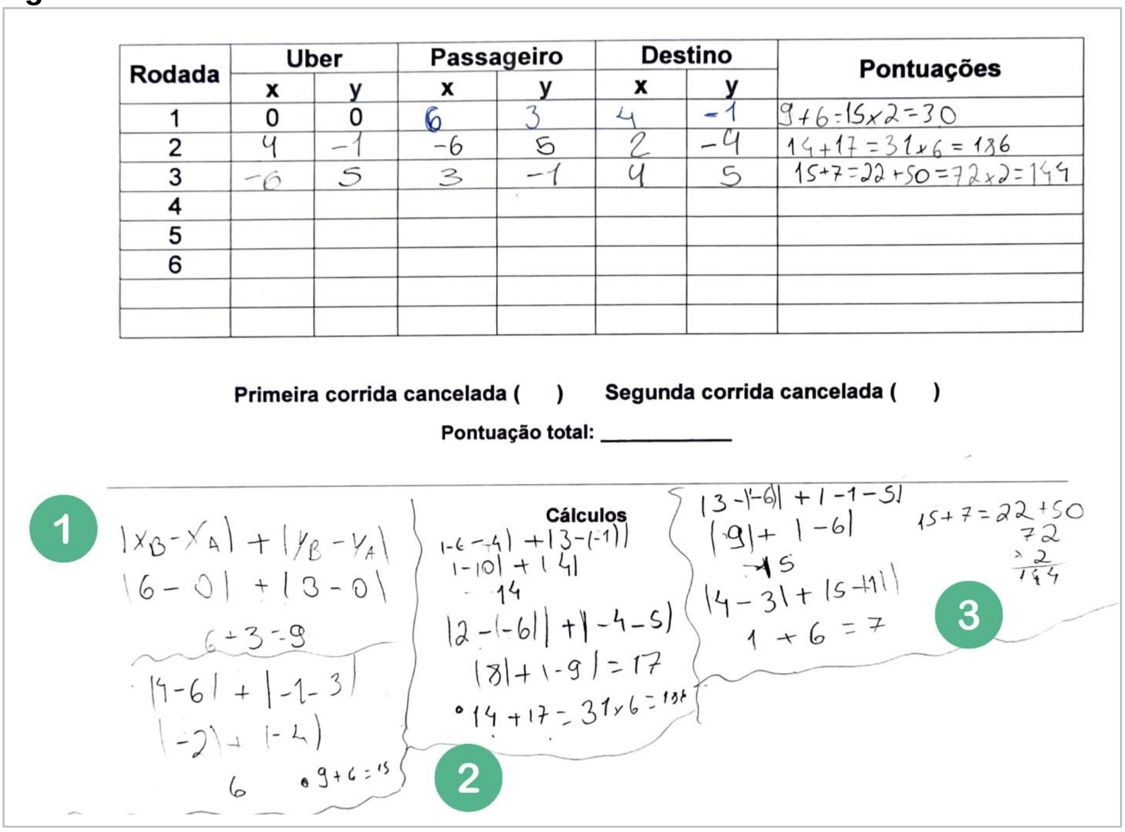
Fonte: dados da pesquisa (2025)

Enquanto utilizavam o jogo, alguns educandos apresentaram dúvidas ao conduzir as suas jogadas, pois, a cada rodada, era necessário sortear as coordenadas x e y dos passageiros e de seus destinos. Esses sorteios eram feitos lançando-se um dado para definir o valor de cada coordenada e também definindo-se o sinal dessas coordenadas, por meio da retirada de tiras de papel que estavam dentro de um envelope.

Essa dinâmica tornou o uso do material demorado e, segundo os relatos de alguns dos estudantes, poderia ser aprimorada se não fosse necessário realizar tantos procedimentos para poder se concretizar uma única jogada. Destaca-se que, conforme será apresentado em tópicos seguintes, um grupo de educandos adaptou o jogo, tornando-o mais simples de ser utilizado.

Os dados das folhas de registros dos estudantes revelam que alguns deles conseguiram aplicar a fórmula aprendida anteriormente para poder calcular as distâncias percorridas pelos seus motoristas. A Figura 56 mostra os cálculos realizados por A4 enquanto competia com um outro colega.

Figura 56 – Folha de coordenadas de E4



Rodada	Uber		Passageiro		Destino		Pontuações
	x	y	x	y	x	y	
1	0	0	6	3	4	-1	9+6=15x2=30
2	4	-1	-6	5	2	-4	14+17=31x6=186
3	-6	5	3	-1	4	5	15+7=22+50=72x2=144
4							
5							
6							

Primeira corrida cancelada ( ) **Segunda corrida cancelada ( )**

Pontuação total: ____________

Cálculos

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na Figura 56, é possível acompanhar as jogadas realizadas por A4 e verificar que houve um equívoco em um dos seus cálculos. Para facilitar a interpretação dessas jogadas, os cálculos localizados na parte inferior da folha foram enumerados de um a três. Nos cálculos indicados pelo número 1, A4 escreve a fórmula e aplica os dados corretamente, obtendo a distância do Uber até o passageiro e prossegue com os cálculos da distância do passageiro até o destino, obtendo 15 como resposta. Ele multiplica os seus pontos por dois, porque o seu motorista passou por um “lugar de bônus” que, conforme as regras do jogo, faz com que o jogador receba o dobro de pontos na rodada.

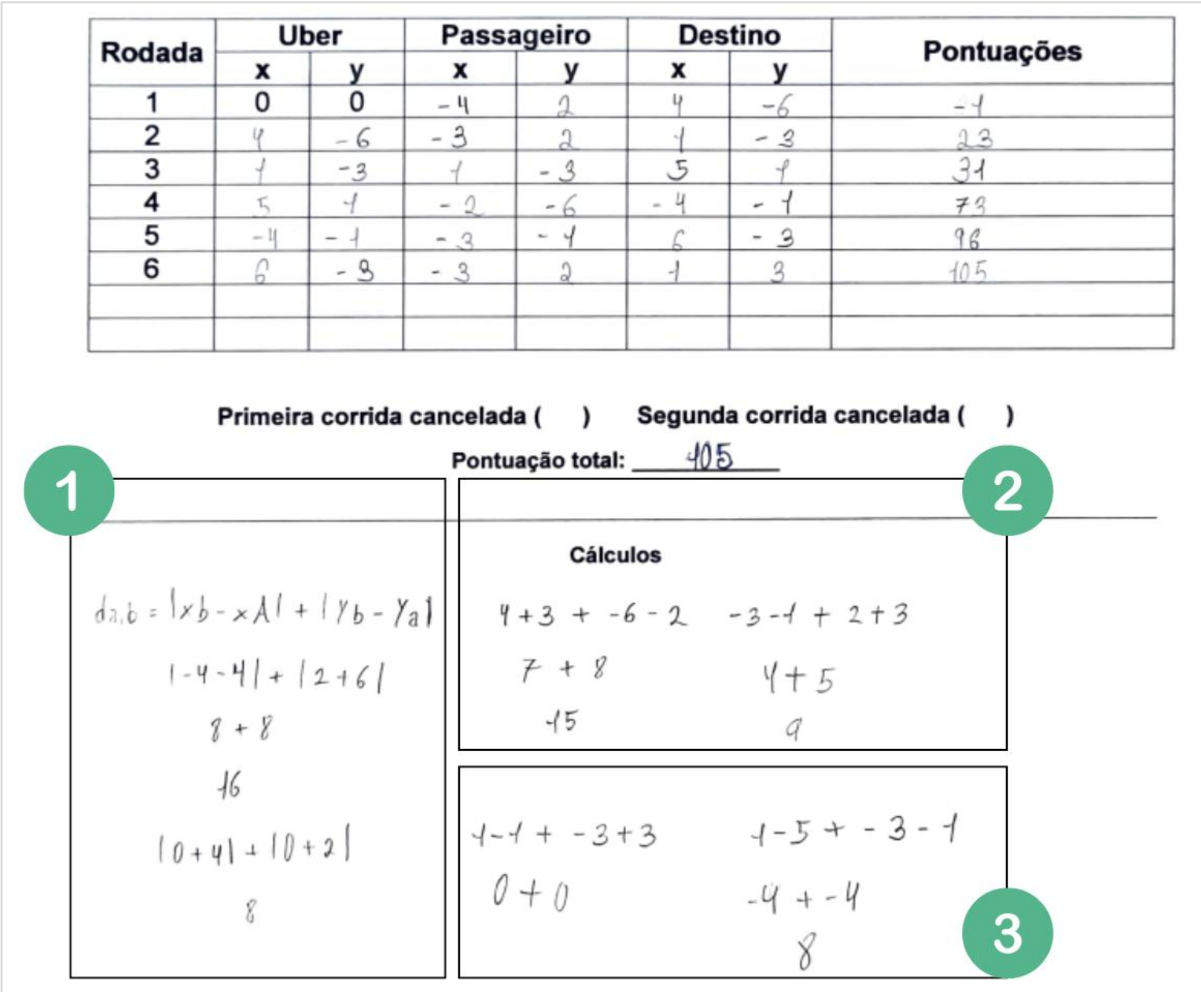
Partindo para os cálculos indicados com o número 2, E4 consegue também calcular corretamente as distâncias percorridas. Ao final desses cálculos, ele multiplica a sua pontuação por seis, mesmo sem haver alguma regra ou bonificação no jogo que permita essa ação. Ao analisar as possibilidades do jogo, verifica-se que ocorreu um equívoco por parte do educando, pois a pontuação deveria ser multiplicada por dois, e não multiplicada por seis.

Na última rodada, E4 também consegue concluir os cálculos com êxito e adiciona 50 pontos à sua pontuação, pois, provavelmente, passou por algum local de surpresa e, ao retirar uma carta do monte, recebeu a mensagem “Dia de sorte! O seu passageiro irá oferecer um valor extra de 50 pontos pela corrida”.

Ao analisar os registros de E4, verifica-se que o jogo do Uber Geométrico consegue envolver conteúdos como distâncias na métrica do táxi, localização de pontos no plano cartesiano e operações com números inteiros, além de mobilizar habilidades em Geometria, como visualização e percepção espacial. Essas características, unidas a outros elementos empregados na dinâmica do jogo, baseados em princípios que tornam os *games* objetos atrativos e capazes de motivar a aprendizagem, resultam de experiências anteriores do pesquisador, como em Viana (2017; 2020) e em outros trabalhos nos quais foram utilizados, analisados ou desenvolvidos para contextos educativos.

Contudo, diferente de E4, há também alguns educandos que sentiram dificuldades, seja em operar com os números negativos, entender o funcionamento da operação de módulo, ou ainda aplicar os dados na fórmula para cálculo de distâncias. A Figura 57 apresenta parte da folha de coordenadas de E7, que apresenta alguns problemas ao utilizar a operação de módulo.

Figura 57 – Parte da folha de coordenadas de E7



Rodada	Uber x	Uber y	Passageiro x	Passageiro y	Destino x	Destino y	Pontuações
1	0	0	-4	2	4	-6	-1
2	4	-6	-3	2	1	-3	23
3	1	-3	1	-3	5	1	31
4	5	1	-2	-6	-4	-1	73
5	-4	-1	-3	-1	6	-3	96
6	6	-3	-3	2	1	3	105

Primeira corrida cancelada ( ) Segunda corrida cancelada ( )

Pontuação total: 105

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na Figura 57, é possível acompanhar alguns dos cálculos realizados por E7. Para facilitar essa análise, eles foram agrupados em três regiões, enumeradas de um a três. Na primeira rodada, E7 alcança o resultado da distância de (0,0) até (-4,2) e de (-4,2) até (4,-6), o que totalizaria 24 pontos. Contudo, observando os cálculos realizados, notam-se alguns problemas ao representar e operar com os números inteiros. Ao final da rodada, sua pontuação é de -1, pois passou por um local de surpresa e recebeu a penalização “Pneu furado! Você não poderá completar esta corrida! Você acaba de perder 25 pontos, enquanto conserta o seu pneu e aguarda a próxima rodada”. Quando parte para a segunda e terceira rodadas, E7 continua com os mesmos problemas e não mais representa a operação de módulo em seus cálculos.

Observando o ocorrido, pode-se refletir sobre a importância do trabalho com operações matemáticas, além das quatro básicas, de modo a dar sentido e construir conhecimentos sobre as propriedades de outras, a exemplo do módulo, ou valor absoluto, porcentagem, potenciação e radiciação. Quando essas operações não são bem exploradas, diversas lacunas podem perpetuar por toda a caminhada estudantil e profissional, dificultando a sua aprendizagem, raciocínio e atuação. No caso desta atividade, o desconhecimento da operação de módulo ou a dificuldade em dar sentido à sua aplicação e efetivá-la em seus cálculos ocasionaram a realização de diversas jogadas incorretas, mas, em contextos reais, podem ser a causa de diversos erros e limitações na aprendizagem.

Na Figura 58, é apresentada a folha de coordenadas de E6, que não conseguiu utilizar a fórmula para calcular as distâncias, nem fez a contagem por meio de outras estratégias. Assim, decidiu, em conjunto com o seu adversário, seguir operando da maneira que lhes parecia mais conveniente.

Figura 58 – Folha de coordenadas de E6

Rodada	Uber		Passageiro		Destino		Pontuações
	x	y	x	y	x	y	
1	0	0	4	1	-6	-3	12
2	0	0	1	3	-1	-6	5
3	0	0	-6	-3	5	-1	13
4	0	0	4	3	4	-5	0
5	0	0	3	3	6	-5	1
6	0	0	-4	-3	6	-4	9

Primeira corrida cancelada (   ) **Segunda corrida cancelada (   )**

Pontuação total: 40

Cálculos

r1 $(4-1)+(-6-3) = 12$

r2 $(1-3)+(-1-6) = 5$

r3 $(-6-3)+(5-1) = 13$

r4 $(4-3)+(4-5) = 0$

r5 $(3-3)+(6-5) = 1$

r6 $(-4-3)+(6-4) = 9$

Fonte: dados da pesquisa (2025)

A folha de coordenadas de E6 apresenta diversos problemas relacionados ao cumprimento das regras do jogo e aos cálculos que eram necessários para determinar as pontuações. No quadro de coordenadas e pontuações, verifica-se que, na coluna destinada às coordenadas do motorista de Uber, o educando escreve apenas as coordenadas (0,0), como se o motorista sempre partisse da origem do mapa para poder buscar um passageiro e leva-lo ao destino. Contudo, de acordo com as regras do jogo, o ponto de partida em cada rodada, que sucede a primeira, deve ser sempre o local onde o motorista deixou o último passageiro.

Este descumprimento das regras influenciou as pontuações obtidas por E6, que poderia até ter feito mais pontos se tivesse seguido o que havia sido determinado. Além disso, percebe-se que E6 não ganhou pontos extras nem recebeu penalizações, o que indica que, ao organizar os materiais do jogo, não posicionou os locais de bônus e de surpresa.

Ainda na folha de E6, verifica-se que os cálculos que são apresentados abaixo do quadro não estão de acordo com a fórmula de distância. De maneira equivocada, o estudante subtrai a coordenada x da coordenada y do ponto de partida e faz o mesmo com as do ponto de chegada, somando-as ao final. Além disso, há também problemas relacionados aos sinais dos números.

Dado que o foco da aula era apenas utilizar o jogo, não foram feitas discussões a respeito dos cálculos realizados pelos estudantes. Contudo, ressalta-se a importância do registro dos cálculos e jogadas, pois pode servir como material para discussão após o jogo, esclarecimento de dúvidas e reflexões que utilizem os erros para discutir problemas de cálculos, leitura e escrita matemática.

No caso das folhas de E6 e E7, verificam-se muitas possibilidades para analisar e discutir os erros que ocorreram, de modo que o jogo do Uber Geométrico também pode ser utilizado como um material para valorizar o poder dos erros e das dificuldades em matemática, como propõe Boaler (2018). Na mesma medida em que esses erros são discutidos, novas possibilidades de aprendizagem surgem, e os educandos passam a sentir-se mais confortáveis e confiantes ao aprender matemática, assim como aprendem outras coisas no dia a dia, sem medo de errar e de refletir a partir dos erros, para alcançar novos níveis de aprendizagem.

Reforça-se que os dados contidos nas folhas de registro dos estudantes e as reações que demonstraram ao utilizar o jogo do jogo do Uber Geométrico revelam que o material apresenta características que os motivaram a aplicar os seus conhecimentos em matemática de maneira divertida, mesmo com as suas dificuldades.

Além disso, apontam que o jogo demanda conhecimentos que precisam ser retomados ou aprofundados antes de sua utilização, sendo também uma forma de exercitá-los. Essa possibilidade amplia as contribuições da GT para a aprendizagem de matemática, pois, conforme destaca Leivas (2019), geralmente, os conhecimentos matemáticos são ensinados apenas em contextos específicos e isolados, sem deixar espaço para que sejam aplicados ou adaptados a outros.

Considerando as habilidades do PC adotadas nesta pesquisa e buscando associar as possíveis ações dos estudantes enquanto utilizavam o jogo do Uber Geométrico, foi elaborado um questionário, conforme apresentado no Apêndice L. O questionário contempla onze itens, sendo os três primeiros direcionados à experiência dos jogadores com o material, e os demais itens focados em verificar associações dessa experiência com as habilidades do PC, conforme pode ser visto no Quadro 11.

Quadro 11 – Associações das perguntas do questionário com habilidades do PC

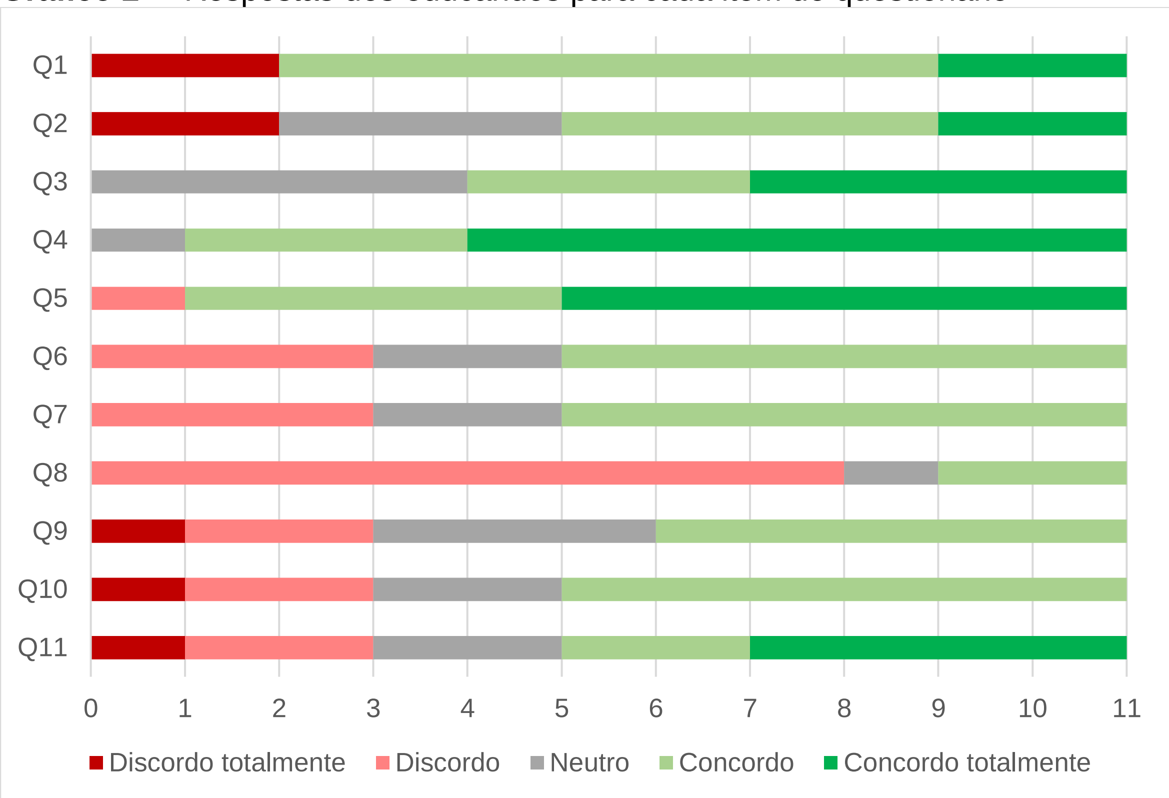
	Pergunta	Habilidade do PC
1.	Consegui compreender as regras e objetivos do jogo	-
2.	Consegui utilizar os recursos do jogo com facilidade	-
3.	Durante o jogo, consegui utilizar os conhecimentos que aprendi nas aulas anteriores	-
4.	Enquanto jogava, utilizei a fórmula de distância para calcular as medidas dos percursos que realizei	Algoritmos e avaliação
5.	Utilizar a fórmula de distância tornou a experiência de jogo mais fácil do que sempre contar rua a rua o tamanho do percurso percorrido pelo meu carro	Algoritmos e avaliação
6.	Consegui direcionar a minha atenção apenas para os aspectos mais relevantes do jogo	Abstração
7.	Há jogadas ou situações que se repetem dentro do jogo	Reconhecimento de padrões
8.	Ao observar que há situações que se repetem dentro do jogo, não precisei ficar sempre usando a fórmula para calcular a distância percorrida pelo Uber	Reconhecimento de padrões e Abstração
9.	Perceber que há situações que se repetem dentro do jogo me ajudou a jogar com mais facilidade	Reconhecimento de padrões e Abstração
10.	Consegui realizar de uma maneira mais simples algumas tarefas que pareciam complexas	Decomposição e abstração

11.	Avaliei os meus resultados e os do meu colega a fim de encontrar possíveis erros	Avaliação

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Cada item possuía cinco opções de resposta, elaboradas a partir de alguns pressupostos da escala Likert (1932), sendo: discordo totalmente; discordo; neutro; concordo; concordo totalmente, conforme apresenta o Apêndice L. A partir das respostas que foram fornecidas pelos estudantes a cada um dos onze itens do questionário e do seu tratamento quantitativo, construiu-se o Gráfico 2, que representa, em cores diversas, os níveis de concordância para cada afirmação apresentada a eles.

Gráfico 2 – Respostas dos educandos para cada item do questionário



Fonte: dados da pesquisa (2025)

No primeiro item do questionário, foi solicitado que os estudantes registrassem os seus níveis de concordância com a seguinte afirmação: “Consegui compreender as regras e objetivos do jogo”. Como pode ser visto no Gráfico 2, nove estudantes concordaram com a afirmação apresentada, enquanto apenas dois registraram total discordância. No segundo item, que apresentava a afirmação “Consegui utilizar os recursos do jogo com facilidade”, seis dos onze participantes registraram concordância, enquanto que quatro apresentaram neutralidade e dois, total discordância.

A respeito desta utilização dos recursos do jogo, é possível verificar em algumas folhas de respostas que os estudantes desfrutaram dos bônus que eram oferecidos em determinados trajetos e também sejam realizadas ações, como o cancelamento de corridas. A Figura 59 apresenta a folha de coordenadas de um educando que utilizou o cancelamento de corrida.

Figura 59 – Folha de coordenadas de E5

Rodada	Uber		Passageiro		Destino		Pontuações
	x	y	x	y	x	y	
1	0	0	-5	6	5	3	0
2	0	0	6	-5	-6	-1	-21
3	-6	-1	-1	-4	3	-6	24
4							
5							
6							

Primeira corrida cancelada (   ) **Segunda corrida cancelada (   )**

Pontuação total: ____________

Cálculos

$|6-0| + |-5-0| \rightarrow 11 + 18 = 29$

$|6| + |-5| = 11$ $\quad 29 - 50 = -21$

$|-6-6| + |-1-5|$

$12 + 6 = 18$

$|-1-(-6)| + |-4-(-1)|$

$|5| + -5 \quad 10 + 14 = 24$

10

$|3-(-1)| + |-6-4|$

$4 + 10 = 14$

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na primeira rodada deste jogo, E5 optou por cancelar a corrida. Contudo, de acordo com as regras do jogo, esta jogada não seria possível, pois o cancelamento só é permitido em situações em que o motorista esteja a uma distância menor que três unidades do passageiro. No caso de E5, o motorista estava a uma distância de 11 unidades do passageiro, pois, no contexto da GT, a distância entre os pontos (0, 0) e (-5, 6) é de 11 unidades.

No cálculo seguinte, a pontuação foi de -21 pontos porque E5 passou por um local surpresa no mapa e, ao retirar uma carta, se deparou com a penalização de perder 50 pontos. Já na rodada seguinte, a fórmula foi aplicada para calcular a distância do Uber até o passageiro e do passageiro até o seu destino, e foi possível obter 24 pontos, que somados aos da rodada anterior totalizam 3 pontos.

Em contraste com a de outros educandos, a folha de coordenadas de E5 revela sua facilidade em aplicar a fórmula recém-aprendida e em operar com números inteiros, sendo a sua maior dificuldade apenas a utilização dos recursos do jogo. Ressalta-se então que a maior dificuldade dos alunos não se concentrava em compreender as regras e utilizar os recursos do material, mas, em conteúdos matemáticos que não estavam bem compreendidos.

Retomando reflexões anteriores, destacamos que o material possui potencial para estimular a retomada e revisão de conteúdos matemáticos, especialmente de Aritmética e Geometria, que podem não ter sido bem compreendidos pelos educandos. Resultados semelhantes são apresentado por Cavalcante e Oliveira (2020), que enfatizam a GT como uma oportunidade para os estudantes refletirem, formularem perguntas e construírem conjecturas sobre o mundo que os rodeia.

O terceiro item afirma “Durante o jogo, consegui utilizar os conhecimentos que aprendi nas aulas anteriores”. O objetivo era verificar se os estudantes conseguiram aplicar os conhecimentos que foram construídos ou retomados a partir das atividades de revisão e introdução à GT, envolvendo temáticas como identificação de pontos no plano cartesiano e distâncias entre dois pontos.

Conforme demonstra o Gráfico 2, sete educandos registraram concordância com a afirmação, enquanto que quatro apresentaram neutralidade. Contudo, em contraste a este resultado, as folhas de coordenadas que foram utilizadas pelos educandos revelam que o cálculo da distância entre dois locais, utilizando a fórmula da GT, foi um desafio para a maioria deles. Em geral, verificam-se dificuldades em:

utilizar a operação de módulo, aplicar os valores das coordenadas na fórmula e realizar operações entre números inteiros.

Observando os dados obtidos com a aplicação do jogo, verifica-se que essas dificuldades resultam do fato de que os educandos realizaram os cálculos e procedimentos em suas folhas de coordenadas, preocupando-se apenas em avançar no jogo, mas sem atentar-se à corretude de seus resultados. Como consequência, detalhes como a correta representação e utilização da operação de módulo, ou atenção aos sinais dos números inteiros, não foram respeitados, como se pode observar nas folhas de coordenadas de E7 (Figura 57) e de E6 (Figura 58), e conforme será ratificado na análise das respostas apresentadas ao item 11.

Os próximos itens correspondem às seguintes afirmações: “4. Enquanto jogava, utilizei a fórmula de distância para calcular as medidas dos percursos que realizei” e “5. Utilizar a fórmula de distância tornou a experiência de jogo mais fácil do que sempre contar, rua a rua, o tamanho do percurso percorrido pelo meu carro”. Elas tinham por objetivo verificar se a fórmula ensinada para cálculo de distância no contexto da GT facilitou a experiência de jogo dos educandos.

Não houve discordâncias em quantidade significativa quanto a estas afirmações, apesar da neutralidade de um deles no item 4 e uma discordância no item 5. Contudo, é preciso observar as reflexões apresentadas nos parágrafos anteriores, onde verificaram-se alguns erros nas folhas de respostas da turma. Novamente, pondera-se que pode ter ocorrido de os educandos não observarem se estavam utilizando a fórmula utilizando corretamente, especialmente porque o jogo não exigia a avaliação das respostas fornecidas.

A partir dessa situação, é possível refletir a importância de analisar os resultados e os procedimentos utilizados para alcançá-los, tanto em matemática quanto em computação. Quando realizada, a depuração possibilita a identificação de erros e otimização de procedimentos para se obter as respostas, sendo, de acordo com Dantas (2023), atitude necessária ao desenvolvimento da habilidade de avaliação.

Em relação ao item 5, vale destacar que, apesar da fórmula que foi ensinada aos educandos, as distâncias percorridas também poderiam ser calculadas somando-se o total de trechos de rua que os carros percorriam de um local à outro. No entanto, durante o jogo, essa alternativa foi explorada por apenas alguns dos estudantes, conforme será analisado nos itens seguintes.

Ao buscar associações entre as afirmações apresentadas nos itens 4 e 5, com as habilidades do PC, não é necessário ter o cuidado de não confundir a aplicação de fórmulas algoritmos, uma vez que, conforme destacado em Brackmann (2017), essa habilidade vai muito além dessa prática. No entanto, ao considerar que os algoritmos também envolvem compreender o funcionamento das coisas, dos sistemas e desenvolver estratégias que otimizem o seu uso (Wing, 2006) — que não necessariamente sejam códigos escritos em linguagens de programação —, é possível entender que a criação de estratégias para facilitar a contagem dos percursos, para além do uso da fórmula, pode ser associada à prática de construir, testar e modificar algoritmos.

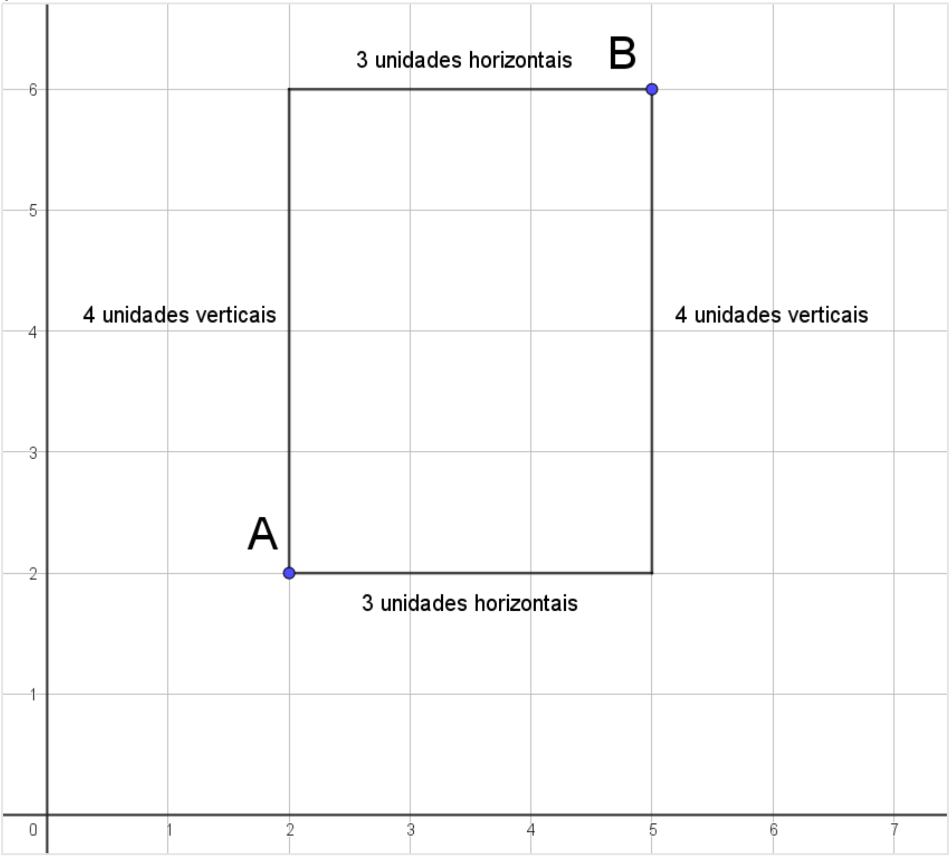
O sexto item continha a seguinte afirmação: “Consegui direcionar a minha atenção apenas para os aspectos mais relevantes do jogo”, e tinha como objetivo verificar se, durante o jogo, os estudantes conseguiam diferenciar os elementos relevantes para a condução de suas jogadas daqueles que não as influenciavam diretamente.

De acordo com os dados do Gráfico 2, seis educandos concordaram com a afirmação, enquanto dois apontaram neutralidade e três discordaram. Como este item foi associado à habilidade de abstração (Ver Quadro 11), entende-se que o jogo pode demandar o uso dessa habilidade para que experiência do usuário seja mais objetiva. Contudo, conforme destacado anteriormente, a quantidade de ações necessárias para definir, a cada rodada, os locais de partida e chegada dos passageiros, bem como os sinais das coordenadas x e y de cada ponto, pode ser vista como um fator que dispersa a atenção dos educandos. Consequentemente, também pode ter motivado os educandos a não registrarem maiores concordâncias com a afirmação.

Os itens 7 “Há jogadas ou situações que se repetem dentro do jogo”, 8 “Ao observar que há situações que se repetem dentro do jogo, não precisei ficar sempre usando a fórmula para calcular a distância percorrida pelo Uber” e 9 “Perceber que há situações que se repetem dentro do jogo me ajudou a jogar com mais facilidade” têm em comum o foco na habilidade de reconhecimento de padrões.

No sétimo item, seis educandos registraram concordância com a afirmação, enquanto dois indicaram neutralidade e três discordaram. No jogo do Uber Geométrico, quando os locais de partida e chegada eram próximos, era possível realizar a contagem do tamanho do percurso, apenas somando-se a quantidade de trechos de rua na horizontal e na vertical. Dessa forma, no contexto da GT, o deslocamento de (2, 2) até (5, 6) é de sete unidades, três na horizontal e quatro na vertical. Para facilitar ainda mais esta contagem, os estudantes poderiam observar os caminhos que seguissem pelas bordas do quadrado ou retângulo formado pelo conjunto dos menores caminhos, conforme destacado na Figura 60.

Figura 60 – Exemplo de contagem com locais de partida e chegada próximos



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Contudo, ao observar as respostas que foram fornecidas, bem como o que já foi analisado nos itens anteriores, especialmente os itens 4 e o 5, é possível evidenciar que a maioria dos estudantes preferiu não utilizar métodos alternativos para contar a distância entre os locais, sendo a fórmula o método mais empregado. Essa observação é reforçada pelas respostas que foram dadas ao oitavo item, “Ao observar que há situações que se repetem dentro do jogo, não precisei ficar sempre usando a fórmula para calcular a distância percorrida pelo Uber”, que registrou maior quantidade de discordâncias, com oito registros na opção “discordo”.

Assim, pelas respostas dadas pelos educandos e pela associação dos referidos itens do questionário com o reconhecimento de padrões, esta não foi uma habilidade fortemente presente durante o jogo e, consequentemente, a abstração também não, o que pode ser interpretado como reflexo da decisão tomada pelos educandos de priorizar o uso da fórmula recém aprendida.

Esta preferência, de utilizar a fórmula na maioria das situações do jogo, é reflexo das maneiras pelas quais o trabalho em sala de aula de matemática frequentemente ocorre: aplicando fórmulas para encontrar resultados, sem reflexão sobre os procedimentos realizados. Essa última reflexão torna-se mais pertinente quando se observa que alguns dos estudantes sequer se preocuparam em analisar, olhando o mapa, se seus cálculos faziam sentido.

Vale ressaltar que a perspectiva aqui discutida não é de propor o abandono do uso das fórmulas, mas de reconhecer que, em alguns casos, há métodos alternativos que precisam ser investigados e praticados pelos estudantes, para que compreendam a matemática além de uma ciência pronta, que descubram que também podem pensar e fazer matemática de maneiras simples (Boaler, 2018). Dessa forma, percebe-se então a necessidade de motivar os educandos — por meio do jogo — a pensarem em estratégias que também facilitem a sua aprendizagem em outros temas matemáticos.

A partir dessas discussões, aponta-se a necessidade de desenvolver habilidades de reconhecimento de padrões, abstração e avaliação, para que os educandos consigam coordená-las ao resolver problemas, tanto no jogo do Uber Geométrico, quanto em outras situações de aprendizagem da Geometria, pois, conforme aponta Gonçalves (2019), a aprendizagem deste campo da Matemática requer sinergia entre habilidades visuais e linguísticas.

Para o nono item “Perceber que há situações que se repetem dentro do jogo me ajudou a jogar com mais facilidade”, cinco estudantes concordaram com a afirmação, três registraram-se neutros, dois discordaram e um discordou totalmente. Essas respostas fortalecem as reflexões anteriormente realizadas e servem como indicativo de aspectos que podem ser melhor trabalhados em novas versões ou aplicações do material, de modo que a abstração e reconhecimento de padrões possam ser melhor requisitados na tomada de decisões, quando, por exemplo, necessário escolher utilizar a fórmula ou outras estratégias para realizar as medições dos percursos.

O item 10 “Consegui realizar de uma maneira mais simples algumas tarefas que pareciam complexas” associa à habilidade de decomposição. Seis educandos concordaram com a afirmação, dois registraram resposta neutra, outros dois discordaram e um discordou totalmente. Analisando as folhas de respostas da turma, verifica-se que a maioria dos estudantes preferiu calcular os percursos por partes, primeiro do Uber até o passageiro e, depois, do passageiro até o destino, somando as duas distâncias encontradas.

Conforme estudado no problema do Uber com duas paradas[46], havia situações em que bastava calcular a distância da origem até o destino. Assim, destaca-se, por meio deste item que, no jogo, havia situações em que era necessário decompor os cálculos em partes menores (decomposição) e também perceber quando essa ação poderia ser dispensada, realizando-se um cálculo ou contagem mais diretos (abstração).

As relações dessas possíveis decisões com as habilidades do PC se tornam ainda mais evidentes ao se observar como a decomposição e abstração são definidas em Bebras (2022), que destaca, respectivamente, a decomposição como o desmembramento de um problema complexo em partes, mais fáceis de serem gerenciadas, e a abstração como a habilidade de direcionar a atenção para as informações importantes, ignorando detalhes que não sejam relevantes para obter ou construir uma resolução.

Por fim, o item 11 “Avaliei os meus resultados e os do meu colega a fim de encontrar possíveis erros” resultou em seis concordâncias, sendo quatro delas concordâncias totais. Além disso, dois estudantes registraram resposta neutra, dois discordaram e um discordou totalmente. Este item se associava à habilidade de avaliação, focando no ato de um jogador verificar cada jogada feita pelo seu adversário e vice-versa, para que as pontuações fossem calculadas de maneira justa. Apesar das concordâncias registradas pela turma, as observações feitas pelo pesquisador enquanto os educandos utilizavam o materiais e os dados em suas folhas de respostas indicam que alguns deles não pararam para verificar se a fórmula estava sendo utilizada de maneira correta, seja por eles ou pelos seus adversários.

Assim, dado que, apesar das concordâncias da turma, a avaliação das jogadas não foi uma ação comum a todos os grupos, é importante destacar a necessidade de motivar os usuários do Uber Geométrico a verificarem as suas jogadas e as dos seus

[46] Conforme estudado no referido problema, quando o ponto de parada estivesse dentro da região formada por todos os menores percursos possíveis do ponto de partida até o destino final, não haveriam alterações na distância total da partida até o destino. Porém, quando estes pontos de parada estivessem fora da região formada pelos menores percursos, seria necessário um cálculo por partes.

adversários, para que os pontos sejam calculados e atribuídos de maneira justa e observando-se as regras do jogo.

Com esses dados, percebe-se que o jogo poderia conter alguma regra em que, caso um jogador constatasse que o seu adversário realizou algum cálculo de maneira incorreta, ocorreria alguma penalização em sua pontuação. Assim, seria possível motivar os jogadores a realizarem as suas jogadas e cálculos com mais cautela, evitando que o material fosse utilizado ignorando as suas regras.

De modo geral, verifica-se que o jogo do Uber Geométrico favorece a aprendizagem da GT, especialmente do cálculo de distâncias, seja utilizando fórmulas ou por meio de estratégias específicas. Quanto às habilidades do PC, dados obtidos com o questionário e as folhas de coordenadas dos estudantes revelam que essas habilidades estiveram presentes em algumas jogadas, especialmente decomposição, abstração e reconhecimento de padrões.

Contudo, registra-se que essas habilidades poderiam ser melhor exploradas pelo material, sendo necessários, portanto, ajustes que conduzam os jogadores a realizarem ações criativas, estratégicas e mais cuidadosas durante o jogo — no sentido de avaliarem com maior atenção os cálculos e medições, sob risco de perderem pontos.

Conforme será apresentado no tópico seguinte, observando as dificuldades enfrentadas durante o uso do jogo, a necessidade de adaptá-lo para diferentes públicos e de reduzir o seu tempo de uso até que se tenha um vencedor, um grupo de estudantes elaborou e confeccionou uma adaptação do material.

4.9 Elaborando materiais para socializar com a escola

Neste tópico, serão apresentadas as produções realizadas por cada grupo de estudantes para a culminância do componente eletivo. A turma foi organizada conforme descrito no Quadro 12.

Quadro 12 – Distribuição de atividades

Grupo	Atividade desenvolvida	Estudantes envolvidos
1	*Folder* sobre a Geometria do Uber	E2, E4, E5 e E10
2	Adaptação do Uber Geométrico	E1, E7 e E8
3	Vídeo introdutório sobre a Geometria do Uber	E11, E12, E13 e E14
4	Desafios sobre a GT	E3, E6 e E9

Fonte: dados da pesquisa (2025)

A distribuição dos estudantes ocorreu de acordo com as suas preferências, sendo solicitado apenas que fossem formados quatro grupos: dois com três membros e outros dois com quatro. Para apresentar as produções de cada grupo, este tópico será organizado em quatro subtópicos, sendo um para cada atividade desenvolvida.

4.9.1 Folder sobre a Geometria do Uber

Os primeiros passos desenvolvidos por este grupo foram a definição de funções para cada um dos seus membros, que se dividiram entre elaborar textos para o *folder* e criar o design do material. O grupo solicitou ajuda ao pesquisador para revisar os textos que iriam utilizar no material e também pediu imagens de alguns dos mapas que haviam sido utilizados durante as aulas.

Com o decorrer dos encontros, o grupo precisou resumir o texto e transformá-lo em diálogos mais fáceis de serem compreendidos pelo público que visitaria a sala, pois seria este, um dos seus primeiros contatos com as ideias da GT. Assim, algumas curiosidades que seriam incorporadas ao material, contendo aplicações cotidianas da temática, foram removidas e foi dado espaço à explicação da dinâmica da GT.

Além disso, foram elaboradas duas versões da arte do material: uma com as cores planejadas pela turma, com fundos coloridos, e outra com cores simples para facilitar o trabalho de impressão, pois os *folders* foram impressos em papel A4, utilizando-se impressora convencional. A Figura 61 reúne as páginas do material.

Figura 61 – Sequência de páginas do *folder* criado pela equipe

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na Figura 61, é possível perceber como os estudantes dispuseram as imagens nas folhas do material e sintetizaram as informações, para que os leitores compreendessem brevemente um pouco sobre a métrica da GT. A Figura 62 apresenta o grupo reunido enquanto elaboravam o design do *folder*, cuja forma ampliada pode ser consultada no Apêndice M.

Figura 62 – Primeiro grupo reunido

Fonte: dados da pesquisa (2025)

4.9.2 Mini Uber Geométrico

As ações desenvolvidas pelo segundo grupo tinham por objetivo construir uma adaptação do jogo do Uber Geométrico, para que os visitantes pudessem utilizá-lo com mais facilidade no dia da culminância de componentes eletivos. Inicialmente, o pesquisador explicou aos estudantes que as pessoas que iriam visitar a sala e experimentar o material provavelmente nunca terão tido contato com o tema da GT, de modo que o jogo teria que ser mais simples de se utilizar.

O grupo teve então a ideia de o motorista não mais realizar várias corridas, mas apenas duas que possuíssem várias paradas. Dessa forma, o motorista irá buscar três passageiros por rodada e deixá-los em um destino final. Assim, ficaram definidas as seguintes alterações para o jogo, nomeado como Mini Uber Geométrico:

- O mapa do jogo passou a ter tamanho reduzido, fonte ampliada e a contemplar apenas o primeiro quadrante do plano cartesiano, ou seja, os locais dos passageiros e do seu destino passaram a ter apenas coordenadas positivas;
- Os jogadores deveriam contar as distâncias considerando os trechos de rua como unidades de medida, em vez de utilizar a fórmula da GT para cálculo de distâncias;
- O jogo passou a ter um total de duas rodadas;
- Entre a primeira e a segunda rodada, o jogador deveria girar um dado que, conforme a numeração obtida, poderá resultar em bônus ou penalizações sob sua pontuação da rodada;
- O jogador inicia o jogo em (0,0) e deve voltar a este ponto ao final de cada rodada;
- Em sua vez, o jogador deve lançar dois dados, sendo um de cor azul para definir o valor da coordenada x e o de cor branca para definir a coordenada y. Esses lançamentos devem ser feitos quatro vezes, para definir as coordenadas de cada passageiro e o destino final. Todos os valores obtidos devem ser anotados na folha de coordenadas.
- A cada rodada, o jogador deverá deixar três passageiros e a sua pontuação será a quantidade de trechos de rua percorridos, multiplicados por cinco.

- Vence o jogador que tiver maior pontuação.

Sobre os materiais, os indicadores dos passageiros e motoristas do jogo anterior foram reutilizados. Já o novo mapa foi colado em outras folhas de isopor e, também, foram utilizados dados diferentes para indicar as coordenadas x e y de cada localização. A Figura 63 apresenta um exemplo do tabuleiro durante seu uso.

Figura 63 – Tabuleiro do Mini Uber Geométrico

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Mais detalhes a respeito das regras do jogo podem ser consultados no Apêndice N. Além disso, o tabuleiro para impressão encontra-se no Apêndice O e a nova folha de coordenadas no Apêndice P. Os demais materiais utilizados (indicadores dos motoristas e passageiros) permanecem os mesmos do jogo anterior e encontram-se disponíveis no Apêndice I.

A Figura 64 apresenta registros dos momentos em que os educandos produziam e testavam o Mini Uber Geométrico. O grupo participou ativamente do processo, desde o recorte, colagem e acabamento dos materiais até a etapa de testagem, para a qual também convidaram colegas de outros grupos a participarem.

Figura 64 – Segundo grupo confeccionando o Mini Uber Geométrico

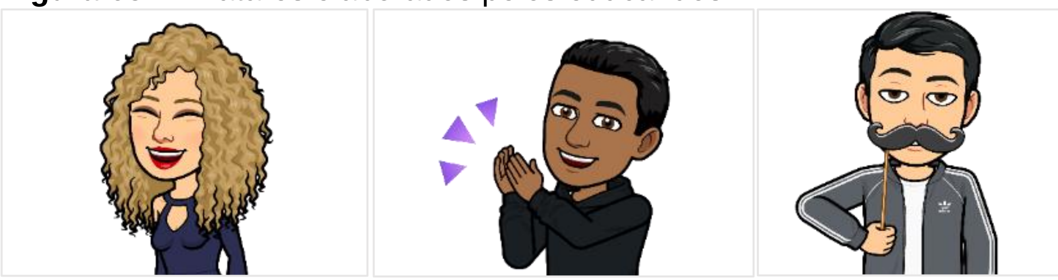
Fonte: dados da pesquisa (2025)

4.9.3 Vídeo introdutório sobre a Geometria do Uber

O trabalho deste grupo teve início com a definição de um roteiro para o vídeo, destacando quais informações seriam apresentadas ao público que, provavelmente, teria o seu primeiro contato com a GT a partir deste material. Assim, o grupo optou por: realizar uma apresentação pessoal; introduzir sobre a existência de geometrias não euclidianas; introduzir ideias sobre a métrica da GT; apresentar algumas curiosidades; exibir registros de diversos momentos das aulas realizadas no componente eletivo. O roteiro completo pode ser consultado no Apêndice Q.

Para produzir o vídeo, cada educando criou um avatar com as características que desejava, utilizando o site do Bitmoji. A Figura 65 traz exemplos de algumas das ações apresentadas por cada um.

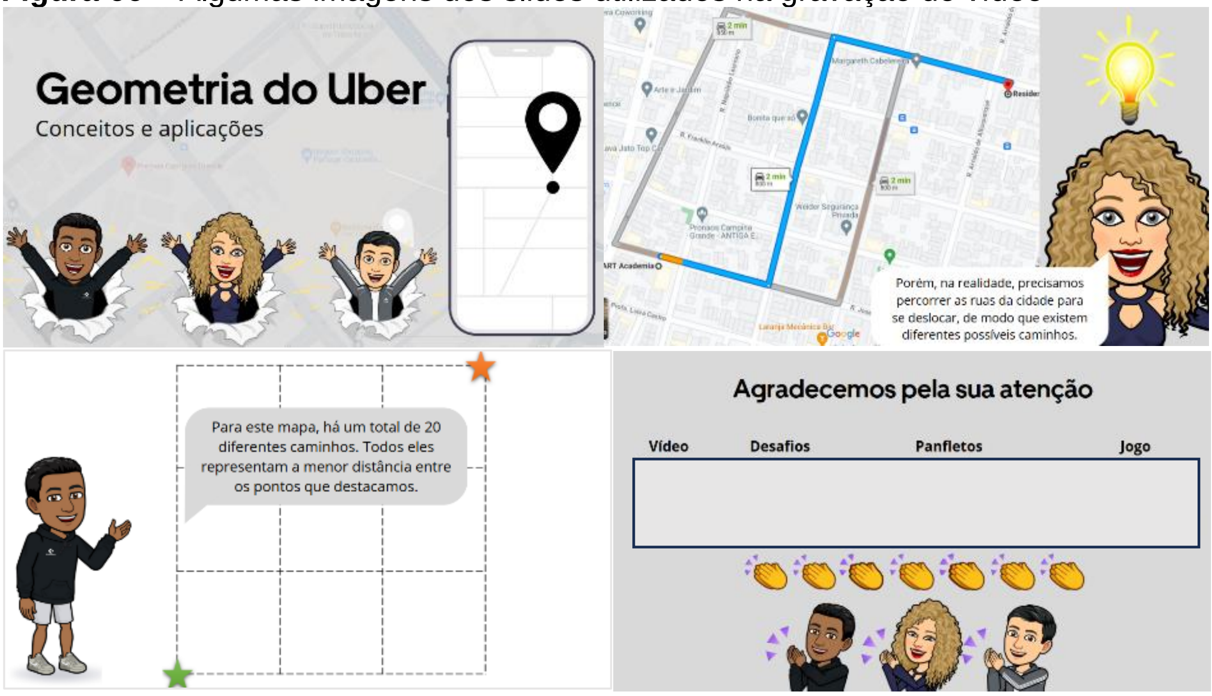
Figura 65 – Avatares elaborados pelos educandos



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Após a criação dos avatares, imagens de suas ações foram importadas para o Canva. Assim, foi possível incorporá-las em diversas telas do vídeo, dando sentido às expressões que os educandos gostariam de apresentar. Na Figura 66 é possível conferir algumas telas do slide utilizado na gravação. A versão final do vídeo pode ser consultada em no endereço[47] apresentado em nota de rodapé.

Figura 66 – Algumas imagens dos slides utilizados na gravação do vídeo



Fonte: dados da pesquisa (2025)

4.9.4 Desafios sobre a GT

O trabalho deste grupo consistiu em elaborar desafios que seriam apresentados aos visitantes da turma no dia de culminância dos componentes eletivos. Inicialmente, foi discutido a respeito das atividades que haviam sido realizadas em sala de aula, para analisar quais poderiam ser adaptadas e aplicadas com o público.

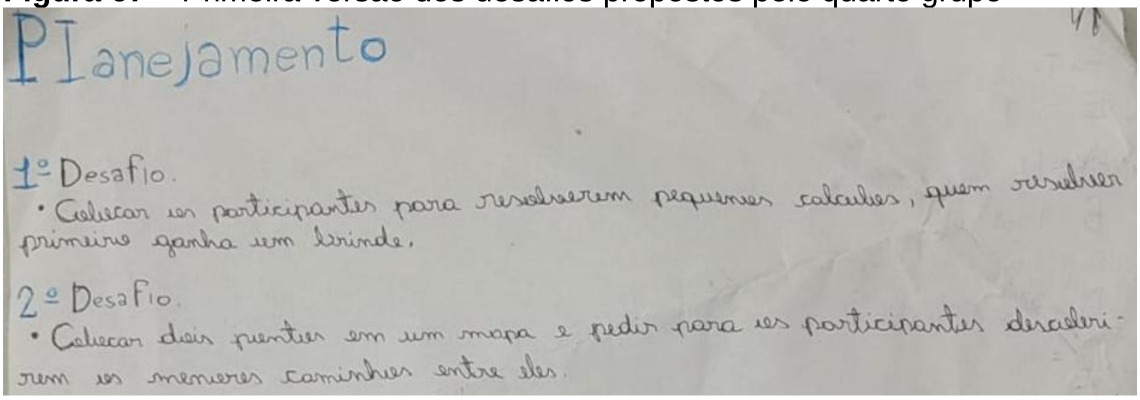
A principal preocupação do grupo era apresentar atividades que não fossem demasiadamente complexas para as pessoas que estivessem tendo o seu primeiro contato com a GT. Além disso, consideraram também as possíveis dificuldades que o

[47] Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1mBHHJQ83beZ_1MRBru2YGtjyqvdSgsvx/view?usp=sharing. Acessado em: 10 abr. 2025.

público poderia apresentar, ao lidar com conceitos matemáticos de localização de pontos no plano cartesiano e operações com números inteiros, dado que o tempo em que as pessoas permaneceriam na sala não seria longo o suficiente para discutir ideias e esclarecer dúvidas.

Com o decorrer das aulas, os desafios foram sendo discutidos com o pesquisador, até que se tornassem possíveis de serem compreendidos com maior facilidade. A Figura abaixo apresenta a primeira descrição dos desafios propostos pelo grupo:

Figura 67 – Primeira versão dos desafios propostos pelo quarto grupo



Planejamento

1º Desafio.
• Colocar os participantes para resolverem pequenos calculos, quem resolver primeiro ganha um brinde.

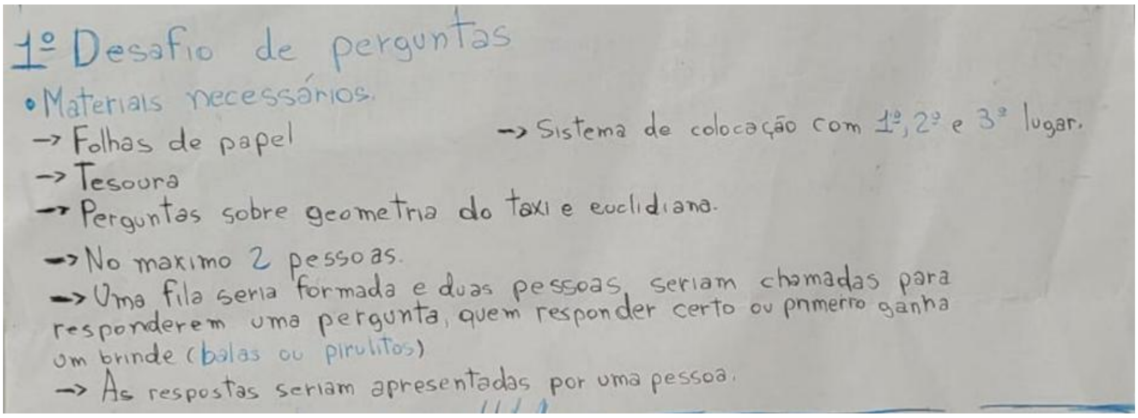
2º Desafio.
• Colocar dois pontos em um mapa e pedir para os participantes descobri-rem os menores caminhos entre eles.

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Assim, os estudantes inicialmente planejaram dois desafios, sendo um primeiro para se resolver “cálculos simples” e o outro para se encontrar a quantidade de menores caminhos possíveis de um local até outro num mapa. A respeito do primeiro desafio, quando o grupo foi questionado quais seriam os cálculos que iriam propor para os visitantes, esclareceram que envolveriam tanto a GE quanto a GT.

Em momentos posteriores, com os testes que foram feitos com colegas de outras equipes, o quarto grupo decidiu modificar algumas ideias. A Figura 68 apresenta um registro da folha utilizada pelos educandos para anotar as ideias, com detalhamentos sobre os materiais que seriam utilizados e algumas orientações para organizar o desafio.

Figura 68 – Primeiro desafio proposto pelo quarto grupo


1º Desafio de perguntas
• Materiais necessários.
→ Folhas de papel
→ Sistema de colocação com 1º, 2º e 3º lugar.
→ Tesoura
→ Perguntas sobre geometria do taxi e euclidiana.
→ No maximo 2 pessoas.
→ Uma fila seria formada e duas pessoas seriam chamadas para responderem uma pergunta, quem responder certo ou primeiro ganha um brinde (balas ou pirulitos)
→ As respostas seriam apresentadas por uma pessoa.

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Conforme apresenta a Figura 68, o planejamento do grupo passou a prever a formação de duas filas com os participantes presentes na sala, de modo que uma pessoa de cada fila seria chamada para caracterizar afirmações como verdadeira ou falsa — e não mais realizar cálculos. O primeiro participante que respondesse e justificasse corretamente receberia um brinde.

O Quadro 13 apresenta cada uma das afirmações construídas pelos estudantes com ajuda do pesquisador, trazendo também as suas respostas e justificativas esperadas. Ressalta-se que algumas dessas afirmações referem-se à mesma situação, porém, foram escritas de maneiras diferentes.

Quadro 13 – Lista de afirmações, respostas e justificativas

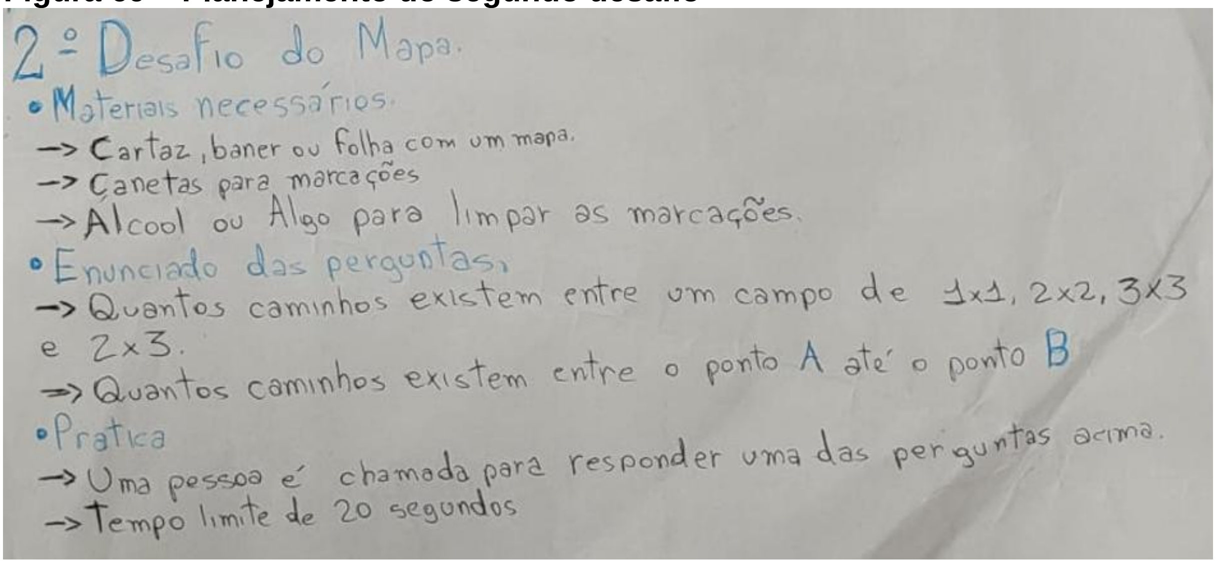
Afirmação	Resposta	Justificativa esperada
Na Geometria do Uber, também é possível realizar caminhos em linha reta.	Verdadeiro	A depender da localização dos pontos de partida e chegada, haverá apenas um único percurso possível e linear.
Na Geometria do Uber, os caminhos em formato de escada que unem um local a outro são sempre menores do que os demais que também unem os mesmos pontos.	Falso	Na geometria do táxi, podem existir diversos caminhos que ligam dois pontos, todos com a mesma distância, independentemente de apresentarem mais curvas, como em um trajeto em forma de escada, ou menos, como nos percursos mais lineares.
Dados dois locais situados em regiões opostas de um mesmo quarteirão, a quantidade de menores caminhos entre eles é apenas duas.	Verdadeiro	Quando dois pontos estão em lados opostos de um mesmo quarteirão, existem apenas dois menores caminhos possíveis entre eles: um percorre primeiro a direção horizontal e depois a vertical, e o outro segue primeiro na vertical e depois na horizontal.
Dados dois pontos distintos, é possível posicioná-los num mapa da Geometria do Uber, de modo que exista apenas um menor caminho possível que os uma.	Verdadeiro	A depender da localização dos pontos de partida e chegada, haverá apenas um único percurso possível, seja na direção vertical ou na horizontal.

A quantidade de menores caminhos sempre aumenta conforme a distância entre os pontos aumenta.	Falso	Quando dois pontos distintos estão situados em uma mesma linha, composta por um ou mais trechos de ruas, é possível aumentar a distância entre eles sem que isso altere a quantidade de menores caminhos, que continua sendo única.
Na Geometria do Uber, independentemente da distância entre os pontos, é possível ocorrer situações nas quais há apenas um menor caminho entre eles.	Verdadeiro	Quando dois pontos distintos estão situados em uma mesma linha, composta por um ou mais trechos de ruas, é possível aumentar a distância entre eles sem que isso altere a quantidade de menores caminhos, que continua sendo única.
A menor distância entre dois pontos é 0 quando eles coincidem	Verdadeiro	Ocorre quando dois pontos são posicionados em um mesmo local.

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Em relação ao segundo desafio, o grupo destacou os materiais necessários, com destaque para o *banner*, que seria utilizado para que os participantes registrassem as suas respostas. A Figura 69 apresenta os registros do grupo.

Figura 69 – Planejamento do segundo desafio



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Contudo, após alguns questionamentos do pesquisador, o grupo decidiu que este desafio talvez não fosse a melhor opção para manter interesse de um público de cerca de 20 pessoas. Assim, foram pensadas novas ideias, e o segundo desafio passou a ser planejado para ser entregue em uma folha impressa, semelhante a atividades anteriores já realizadas pela turma.

Nos momentos finais dos encontros para elaboração dos materiais, a coordenação da escola trouxe algumas mudanças na maneira pela qual a culminância dos componentes eletivos seria conduzida. Antes, as salas ficariam disponíveis para que os estudantes que desejassem as visitassem e seria feito um controle da quantidade de educandos que poderia entrar por apresentação. Com as mudanças que foram definidas, foi feito um cronograma de apresentações, para que os estudantes pudessem realizar as suas apresentações em sessões de até vinte minutos e, depois, dirigir-se a outras salas para conhecer os trabalhos produzidos pelos outros colegas dos demais componentes.

A Figura 70 apresenta registros dos momentos em que o grupo se reuniu após essas determinações, pois seria necessário adaptar os desafios para que se tornassem mais pontuais e possíveis de serem respondidos por pessoas que estivessem tendo os seus primeiros contatos com a GT.

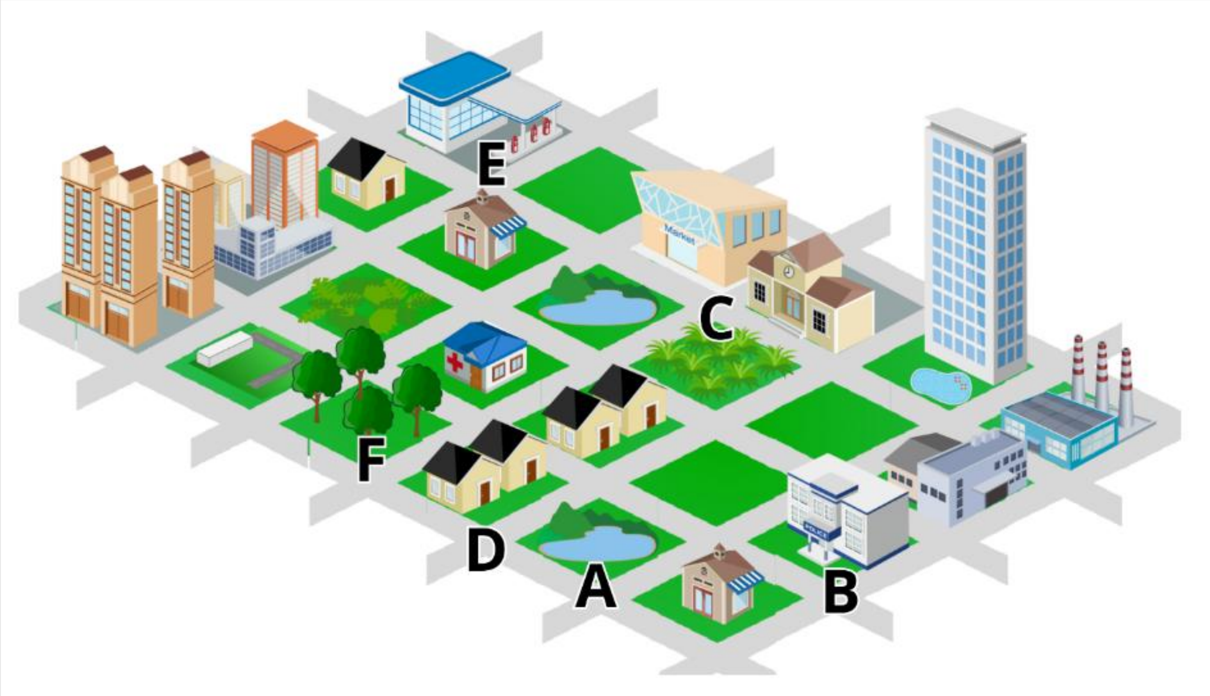
Figura 70 – Registros dos momentos de discussão do Grupo 4

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na foto da esquerda, o grupo discutia quais questões seriam inseridas no primeiro desafio, bem como as possíveis justificativas que poderiam ser apresentadas pelo público no momento de apresentação. Já na foto da direita, o grupo testava os desafios, caso fossem propostos utilizando um mapa.

Após as discussões, o grupo decidiu utilizar apenas o segundo desafio, pois não demandaria muitos conhecimentos prévios dos visitantes, não levaria tanto tempo e manteria todos eles engajados. Assim, o material passou a apresentar o mapa da Figura 71.

Figura 71 – Mapa do desafio apresentado ao público



Fonte: dados da pesquisa (2025)

As letras A, B, C, D e E indicam os locais para os quais as pessoas teriam que contar as quantidades de menores caminhos possíveis, de modo que o desafio apresentava o seguinte comando: Tente contar e responder qual a quantidade total de menores caminhos possíveis de: A (lago) até B (delegacia); C (supermercado) até D (casas amarelas); E (posto de gasolina) até F (árvores).

4.10 A culminância do componente curricular eletivo

Considerando a determinação apresentada pela coordenação, conforme destacado no tópico anterior, foi necessário realizar uma adaptação de algumas atividades e escolhidos os materiais que seriam apresentados ou utilizados pelo público, de modo que conseguissem aprender um pouco sobre a GT e conhecer o trabalho que foi desenvolvido no componente eletivo.

Decidiu-se então que o jogo Mini Uber Geométrico não seria utilizado, pois, mesmo com as adaptações realizadas, seria necessário um tempo considerável para que o público compreendesse as suas regras e o jogasse. Com isso, ficou definido o roteiro apresentado no Quadro 14.

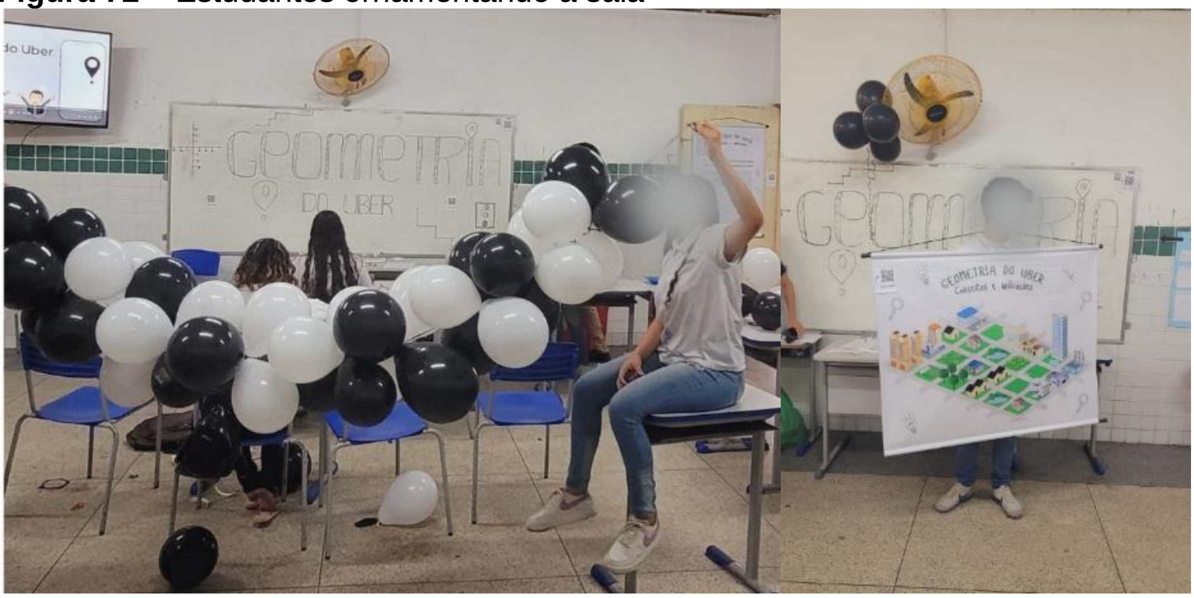
Quadro 14 – Roteiro de atividades com os visitantes

Atividade	Duração prevista
Entrega do *folder*	Momento de entrada
Apresentação geral do componente eletivo	3min
Vídeo introdutório sobre a Geometria do Uber	5min
Desafios e entrega de brindes	12min
Tempo total:	20 min

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

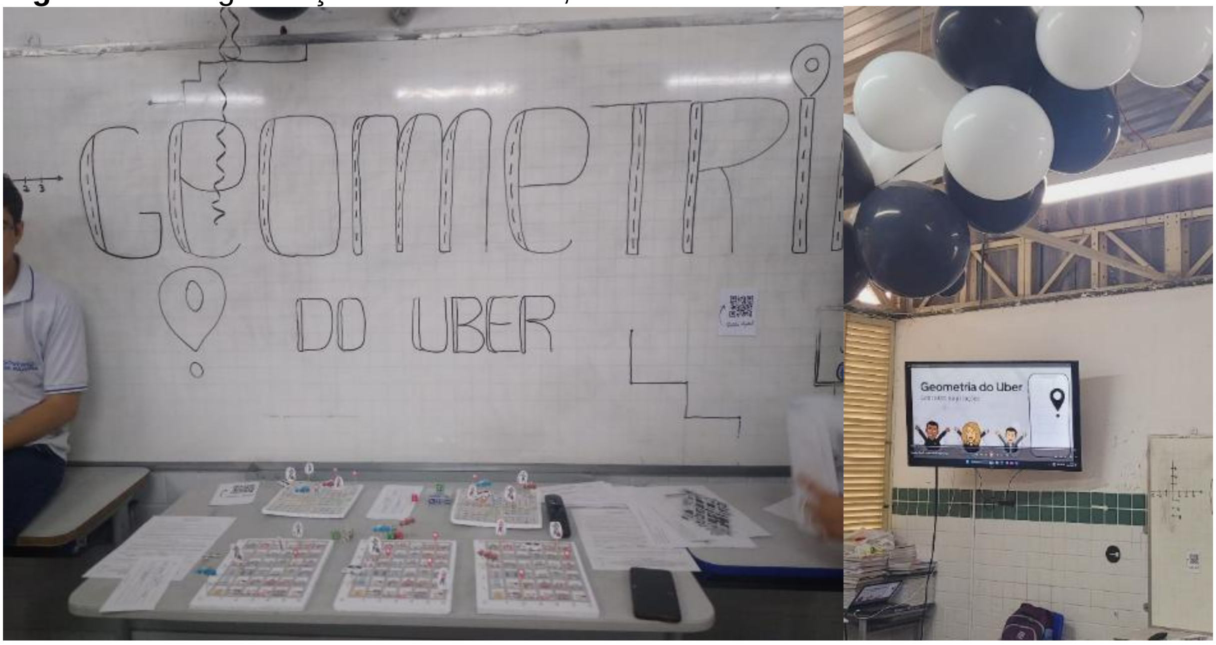
Antes de receber os visitantes, a turma reuniu-se com o pesquisador para decorar a sala de aula. Foram utilizados balões nas cores preto e branco (em alusão à logo da Uber), folhas de e.v.a para a confecção de semáforos que foram colados na parede e também de alguns símbolos do trânsito que foram colados ao chão e nas paredes. A seguir, apresenta-se nas Figuras 72, 73 e 74 alguns detalhes sobre a ornamentação e organização da sala.

Figura 72 – Estudantes ornamentando a sala



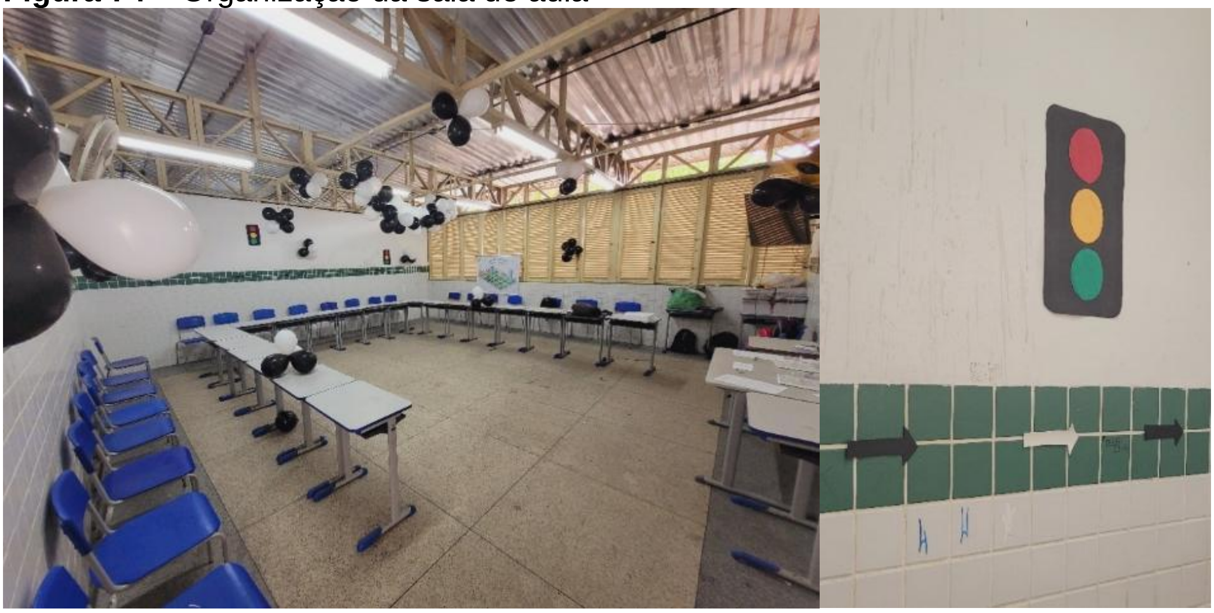
Fonte: dados da pesquisa (2025)

Figura 73 – Organização dos materiais, lousa e TV



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Figura 74 – Organização da sala de aula



Fonte: dados da pesquisa (2025)

Nos horários definidos para que fossem realizadas as apresentações da turma, os educandos reuniram-se na sala e receberam os visitantes, dividindo-se em atividades de: acolher os visitantes, organizar a realização dos desafios e distribuir as premiações[48] para aqueles que acertassem as respostas. A Figura 75 apresenta alguns registros da participação do público.

Figura 75 – Visitação participantes de outros componentes eletivos

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Após este momento de culminância dos componentes eletivos, foi realizada uma confraternização com a turma, onde foram trocadas mensagens de agradecimento e feita uma entrega de calculadoras científicas, adquiridas em conjunto com o professor titular da turma, que acompanhou o desenvolvimento de algumas atividades.

4.11 Sistematizando as relações identificadas

Tomando por referência algumas das orientações metodológicas da ATR, considerando o referencial teórico adotado para esta pesquisa e também observando as falas e produções dos educandos, foram identificados 16 temas. Esses serão considerados como representativos das relações entre as habilidades do PC e a aprendizagem da GT, conforme sintetiza a Figura 76.

[48] Para as premiações, o pesquisador confeccionou sacos com balas, chicletes e salgados.

Figura 76 – Síntese das relações identificadas

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Para melhor detalhamento, o Quadro 15 apresenta cada uma dessas relações, associando-as com as habilidades do PC. Ressalta-se que as habilidades são apresentadas na mesma ordem em que foram sendo identificadas durante a análise dos dados da pesquisa.

Quadro 15 – Relações com as habilidades do PC

Relação	Habilidade
A abstração como um meio para entender o que se altera ou se mantém na GT em relação à GE;	Abstração
A decomposição como facilitadora no trabalho de medição, contagem e identificação dos menores caminhos num mapa da GT;	Decomposição
O reconhecimento de padrões nas medidas e formatos dos menores caminhos;	Reconhecimento de padrões
A decomposição e abstração como forma de detalhar as especificidades de cada caminho representado;	Decomposição
A abstração na escolha de uma representação adequada para identificar os menores caminhos possíveis;	Abstração
O reconhecimento de padrões nas representações dos menores caminhos, quando feitas em determinados formatos;	Reconhecimento de padrões

A avaliação das soluções propostas e dos procedimentos utilizados para alcançá-las;	Avaliação
O desenvolvimento de algoritmos para calcular quantidades de menores percursos ou distâncias e sua avaliação;	Algoritmos
A avaliação na validação e otimização dos processos de resolução de problemas;	Avaliação
Abstração como estratégia para direcionar a atenção para os aspectos relevantes de um mapa da GT;	Abstração
O reconhecimento de padrões para perceber onde se situam os menores percursos;	Reconhecimento de padrões
A avaliação colaborativa das resoluções propostas;	Avaliação
O reconhecimento de padrões na identificação de relações que se repetem entre determinados elementos;	Reconhecimento de padrões
Algoritmos, no estabelecimento de um passo-a-passo para realizar o mapeamento com mais facilidade;	Algoritmos
A utilização de fórmulas como algoritmos para calcular os totais de menores caminhos ou distâncias entre quaisquer pontos num mapa da GT;	Algoritmos
Reconhecimento de padrões ao identificar e generalizar situações nas quais a distância seria maior ao se inserir paradas nos percursos.	Reconhecimento de padrões

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Assim, utilizando um quadro de habilidades diferente do adotado em Viana (2020) e considerando, desta vez, uma definição própria do pesquisador para o PC, as relações identificadas e analisadas nesta pesquisa evidenciam e aprofundam os estudos a respeito das conexões entre PC e Geometria. O fato de a pesquisa abordar uma geometria não euclidiana aponta para a amplitude de conexões que podem ser estabelecidas entre o PC e a matemática, de modo que até mesmo os temas que são abordados com menos frequência em sala de aula, podem ser beneficiados pela exploração das habilidades do PC.

Ressalta-se que não foi objetivo desta pesquisa mensurar o desenvolvimento das habilidades do PC dos educandos, mas observar como elas se intersectam com a aprendizagem da GT, de modo a contribuir em futuros estudos, seja da GT ou outras geometrias, para que essas relações aqui apontadas possam ser exploradas como catalisadoras da aprendizagem dos estudantes.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização deste trabalho foi orientada por diversas inquietações com o ensino e aprendizagem da geometria. Algumas delas foram motivadas por estudos anteriores do autor, especialmente na dissertação de mestrado “O Pensamento Computacional e as suas conexões com o ensino e aprendizagem da Geometria”. Outras decorrem de sua trajetória profissional e estudantil, em que diversas situações apontaram para as potencialidades e fragilidades do ensino de geometria. Entre essas fragilidades, surge a inquietação com a abordagem das geometrias não euclidianas no contexto da Educação Básica, especialmente a GT.

Analisar a aprendizagem da GT, especificamente observando as habilidades do PC, consistiu em um trabalho desafiador. A variedade de definições propostas para o PC levou o autor a elaborar sua própria definição, enquanto que a diversidade de interpretações dadas para as suas habilidades levou à elaboração de um quadro, que as sintetizou e guiou a análise dos dados coletados na sequência de atividades da pesquisa.

Essa sequência de atividades, que foram realizadas no decorrer dos doze momentos de trabalho de campo, proporcionou vivências dentro do contexto escolar, que enriqueceram a experiência do pesquisador e permitiram a coleta de dados oriundos de diversas fontes. Quando analisados, esses dados revelaram que existem relações entre a aprendizagem da GT e as habilidades do PC.

Assim, afirma-se, com base nos dados dos dez momentos analisados, a tese de que a aprendizagem da GT envolve as habilidades do PC. Essa constatação é sustentada por 16 relações identificadas durante a pesquisa, as quais evidenciam a amplitude de conexões entre PC e Geometria, de maneira especial a GT, que é de métrica não euclidiana.

Além de suas relações com o PC, a GT revelou-se um pilar importante para o desenvolvimento do conhecimento geométrico, pois permitiu retomar temas já apresentados aos educandos em anos anteriores, mas que ainda eram motivos de erros e dúvidas. Também possibilitou a construção de elos com conteúdos de outros campos da Matemática, como o Triângulo de Pascal e o conceito de combinação simples.

Como desdobramento prático da pesquisa, foram desenvolvidos os jogos educativos “Uber Geométrico” e “Mini Uber Geométrico”. Pretende-se adaptá-los, registrá-los e publicá-los futuramente como produções técnicas educacionais, para que forneçam instruções de uso e indicações de materiais para confecção, de modo que possam ser utilizadas e aprimoradas por professores e pesquisadores em contextos educacionais diversos.

Destacam-se ainda outros desafios que surgiram no decorrer da pesquisa, como o fato de que tanto a exploração do PC na literatura quanto sua incorporação aos currículos brasileiros ainda são recentes, a ponto de que, durante a execução do trabalho, foram promulgadas leis e normativas que regem o trabalho com PC nas escolas. Diante disso, foi necessário atualizar o texto e construir argumentações que sustentassem a perspectiva do pesquisador, segundo a qual o PC deve ser explorado de maneira transversal e interdisciplinar.

Nesse contexto, tornou-se necessário caracterizar o PC, de modo a refletir sobre sua amplitude de significados e conexões, evitando reduções conceituais. Portanto, o PC foi aqui caracterizado como *competência humana que reúne microcompetências, conceitos, habilidades, práticas e perspectivas que, quando desenvolvidas por meio de princípios da ciência da computação e também incrementadas por conhecimentos, experiências, práticas e habilidades de outras áreas, permitem uma melhoria na capacidade de resolução de problemas nos mais diferentes campos do conhecimento.*

Diante dos resultados alcançados, destacam-se como diferenciais e indicadores de ineditismo da pesquisa características que abrangem desde a configuração metodológica até as produções realizadas com e pelos educandos. Em relação à metodologia, ressalta-se, primeiramente, o rigor analítico alcançado a partir da ATR e o detalhamento aqui fornecido sobre a sua utilização. Trata-se de uma metodologia ainda pouco explorada no campo da Educação Matemática, em comparação com outras, como a Análise de Conteúdo, mas que abre novas possibilidades para pesquisas qualitativas.

Em conjunto com a ATR, a multicodificação dos extratos — falas, produções escritas, desenhos na lousa, entre outros materiais — viabilizou a atribuição de códigos e extratos (que correspondem aos trechos selecionados para análise) a mais de um tema, que equivale às categorias da Análise de conteúdo. Em outras metodologias de análise, geralmente, um código deve ser atribuído a uma única categoria e, consequentemente, os trechos analisados também. Assim, alcançou-se, à luz dos referenciais teóricos utilizados, novas possibilidades para o trabalho de análise de dados qualitativos.

Um outro diferencial diz respeito à longa permanência em campo, que totalizou quase cinco meses de encontros semanais com os educandos. Esse prolongado período em sala de aula foi possível graças a uma parceria estabelecida entre escola e universidade, em que o pesquisador liderou a condução de um componente curricular eletivo. Nesse período, diversas atividades foram desenvolvidas, das quais alguns dados foram analisados neste trabalho e outros serão estudados e publicados posteriormente.

Merece destaque também o envolvimento não apenas da turma, mas de toda a comunidade escolar, especialmente no momento de socialização das produções feitas pelos educandos (folder, desafios, vídeo e mini Uber geométrico). Este diferencial reforça o compromisso ético e formativo do pesquisador que, por meio deste trabalho, buscou produzir ações e materiais que beneficiassem não apenas os sujeitos da pesquisa, mas também toda a comunidade escolar a nível de ensino, formação, inovação e de aproximação entre escola e universidade.

Reforçando o compromisso formativo deste trabalho, buscou-se viabilizar a reprodutibilidade do estudo aqui realizado, seja por meio do detalhamento metodológico a respeito da ATR, ou das atividades desenvolvidas pelo pesquisador e produções feitas pelos alunos (todas disponibilizadas nos apêndices do trabalho). Além disso, as atividades também poderão ser reproduzidas por meio das produções técnicas educacionais que serão posteriormente publicadas em repositórios educacionais e no site[49] do grupo TDAC.

O trabalho contempla ainda a integração com políticas públicas recentes, como a BNCC, a BNCC Computação e a PNED, buscando abordar o PC sob uma perspectiva transversal à matemática. Esse alinhamento com normativas oficiais confere foco estratégico ao trabalho, ampliando a sua relevância social e política, de forma a aprofundar as discussões sobre o PC e disseminar produções que poderão ser utilizadas por professores de matemática em contextos educacionais diversos.

Vale enfatizar, por fim, o caráter transdisciplinar da pesquisa, pois, conforme evidenciam os resultados alcançados, a GT serve de ponte entre Geometria, Análise

[49] Grupo TDAC. Disponível em: http://grupotdac.com/. Acessado em: 20 de setembro de 2025.

Combinatória e PC. Muitas outras pontes podem ser estabelecidas com áreas como a Geografia e poderão ser exploradas em pesquisas futuras.

Enquanto limitações do estudo, destaca-se, primeiramente, a pequena e localizada amostra com a qual o trabalho de campo foi conduzido. A reprodução das atividades aqui desenvolvidas pode tornar-se desafiadora em turmas maiores, especialmente as que foram desenvolvidas em grupo. Além disso, quando em contextos socioculturais diversos, a GT precisa ser revista ou adaptada, tendo em vista que, em regiões rurais, a disposição das casas, propriedades, ruas e estradas funciona de maneira diferente dos centros urbanos.

Um outro aspecto diz respeito às habilidades do PC, que não foram aferidas neste estudo por meio de pré e pós-testagens, mas apenas inicialmente levantadas por meio de um teste inicial, a fim de observar como a turma as dominava. Ressalta-se que não foi objetivo deste trabalho promover o desenvolvimento do PC dos alunos, de modo que não é possível constatar, a partir dos dados levantados, se houve melhora nesse desenvolvimento a partir da aprendizagem da GT.

No campo da prática docente, destaca-se a necessidade de cuidados ao introduzir a GT aos educandos, a fim de que não a confundam com uma substituta da GE, ou passem a misturar seus conceitos e fórmulas, a exemplo das que podem ser utilizadas para o cálculo de distâncias. Além disso, é preciso que o professor busque sempre explicitar aos estudantes que, na GT, são utilizadas representações de uma cidade “ideal”, em que elementos como a largura das ruas podem não ser considerados nas discussões, ou ainda interpretado que a quantidade de curvas não altera o comprimento dos percursos realizados.

Considerando esses cuidados, espera-se, em futuras investigações, aprofundar os estudos sobre a GT, abordando-a com o uso de diferentes recursos digitais, especialmente aqueles diretamente associados ao trabalho com o PC, que utilizam lógica de programação ou permitam programar utilizando blocos, de forma que as habilidades de decomposição, reconhecimento de padrões, abstração, algoritmos e avaliação sejam estrategicamente exploradas, a partir das relações já apontadas neste estudo.

A partir desses encaminhamentos, a principal contribuição da pesquisa é o aprofundamento da transversalidade do PC. De maneira específica, destacam-se as contribuições das relações aqui identificadas para a criação de novas práticas e atividades, com foco no desenvolvimento de uma ou mais das habilidades do PC, a partir da exploração da GT.

Por fim, enfatiza-se a necessidade de novos estudos que ampliem os horizontes de ensino e pesquisa sobre o PC, de forma a investigar o seu desenvolvimento em diferentes níveis de ensino, contemplando também a educação infantil e de jovens e adultos, além de buscar atender à diversidade de necessidades dos estudantes.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, A. L. S. O. de. **Quantifying computational thinking abilities**. 2019. 97 f. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) — Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, Universidade Federal de Campina Grande, PB, 2019. Disponível em: http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/17666. Acesso em: 19 abr. 2023.

ARAÚJO, K. F.; SILVA, T. A Inserção do Pensamento Computacional nos currículos do Novo Ensino Médio no Brasil. **E-Curriculum**, v. 23. set. 2024. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/pdf/curriculum/v22/1809-3876-curriculum-22-e61426.pdf. Acesso em: 08 jul. 2025.

AZEVEDO, V. *et al.* Transcrever entrevistas: questões conceptuais, orientações práticas e desafios. Referência – Revista de Enfermagem, v. 4, n. 14, p. 158-172, set. 2017. Disponível em: https://www.redalyc.org/journal/3882/388255675017/388255675017.pdf. Acesso em: 08 jul. 2025.

BARBOSA, L. M.; SILVA, S. C. R. O pensamento computacional envolvendo a construção de fractais com o GeoGebra. **Educação Matemática em Revista – RS**, v. 2, n. 23, nov. 2022, p. 71-80. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/3089/2237. Acesso em: 08 jul. 2025.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1970.

BARR, V.; STEPHENSON, V. Bringing computational thinking to k-12: what is involved and what is the role of the computer science education community? **ACM Inroads**, v. 2, n. 1, p. 48–54, 2011. Disponível em: https://dl.acm.org/doi/10.1145/1929887.1929905. Acesso em: 19 abr. 2025.

BEBRAS. **Computational Thinking– Cheat Sheet**. 2022. Disponível em: https://www.bebras.org/sites/default/files/Computational_Thinking_Cheat_Sheet.pdf. Acesso em: 19 abr. 2025.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. Pró-posições, v.4, n.1, p.18-23, 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379. Acesso em: 23 abr. 2025.

BLIKSTEIN, P. **O pensamento computacional e a reinvenção do computador na educação**, 2008. Disponível em: http://www.blikstein.com/paulo/documents/online/ol_pensamento_computacional.html. Acesso em: 05 abr. 2025.

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. I**nvestigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto editora, 1994.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na Educação Básica**. 2017. 226f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de pós-graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BRACKMANN, C. P. **Computacional**: educação em computação, 2025. Disponível em: https://www.computacional.com.br/. Acesso em: 08 jul. 2025.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Parecer 02/2022. Relator: Ivan Cláudio Pereira Siqueira. abr. 2021. **Normas sobre Computação na Educação Básica** – Complemento à Base Nacional Comum Curricular. n. 02, p. 55, 2022.

BRASIL**. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF: Presidência da República, p. 27833, 23 dez. 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm. Acesso em: 08 jul. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018a. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 02 abr. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. 2006.

BRASIL. **Portaria nº 1.432, de 28 de dezembro de 2018.** Estabelece os referenciais para elaboração dos itinerários formativos conforme preveem as Diretrizes Nacionais do Ensino Médio. Diário Oficial da União: Seção 1, Brasília, DF: Ministério da Educação, p. 94, dez. 2018b. Disponível em: https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/70268199. Acesso em: 08 jul. 2025.

BRASIL**. Lei nº 14.533, de 23 de janeiro de 2023**. Institui a Política Nacional de Educação Digital e altera as Leis nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), 9.448, de 14 de março de 1997, 10.260, de 12 de julho de 2001, e 10.753, de 30 de outubro de 2003. Diário Oficial da União: Seção 1, Brasília, DF: Presidência da República, p. 1, jan. 2023.Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2023-2026/2023/lei/l14533.htm. Acesso em: 10 jul. 2025.

BRAUN, V.; CLARKE, V. **Thematic Analysis:** a practical guide. United Kingdom: Sage publications, 2022.

BRENNAN, K.; RESNICK, M. New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. *In:* Annual Meeting of the American Educational Research Association. 1. 2012. Vancouver. **Proceedings**. Vancouver, 2012. p. 13-17. Disponível em: https://web.media.mit.edu/~kbrennan/files/Brennan_Resnick_AERA2012_CT.pdf. Acesso em: 19 abr. 2025.

CALDATTO, M.; PAVANELLO, R. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, v. 24, n. 1, p. 103–128, jun. 2015. DOI: 10.48489/quadrante.22913. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/view/22913. Acesso em: 8 jul. 2025.

CANAVARRO, A. P. *et al.* **Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico**. Direção Geral de Educação, 2021. Disponível em: https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica. Acesso em: 06 set. 2025.

CAVALCANTE, R. N. B.; OLIVEIRA, J. de Q. Construindo o círculo na Geometria do taxi: uma proposta de insubordinação criativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 450-464, 2020. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2692. Acesso em: 20 abr. 2025.

CAVALCANTE, R. N. B.; RODRIGUES SOUSA, M. H.; RODRIGUES DE SOUSA, J. P. A interdisciplinaridade entre matemática e geografia: inferindo conceitos de localização e distâncias na cidade. **Revista Encantar**, Bahia, v. 1, n. 3, p. 07-20, 31 dez. 2019. Disponível em: https://revistas.uneb.br/index.php/encantar/article/view/8150. Acesso em: 23 abr. 2025.

CENTRO DE INOVAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO BRASILEIRA. **Currículo de referência** – Itinerário Formativo em Tecnologia e Computação. São Paulo: CIEB, 2020. E-book. Disponível em: https://curriculo.cieb.net.br/assets/docs/Curriculo-de-referencia_Ensino-medio.pdf. Acesso em: 19 abr. 2025.

COSTELLA, R. Z. Competências e habilidades no contexto da sala de aula: ensaiando diálogos com a teoria piagetiana. **Cadernos do Aplicação**, v. 24, n. 1, p. 225-240, 2011. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao/article/view/23262. Acesso em: 19 abr. 2025.

CSIZMADIA, A. *et al.* **Computational thinking**: a guide for teachers. United Kingdom: Computing At School, 2015.

CSTA/ISTE. Operational Definition of Computational Thinking for K–12 Education, 2011. Disponível em: http://www.iste.org/docs/ct-documents/computational-thinking-operational-definition-flyer.pdf. Acesso em 02 abr. 2025.

DANTAS, S. C. Pensando e resolvendo problemas com o GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 12, n. 2, p. 133–164, set. 2023. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/63719. Acesso em: 26 set. 2025.

DENNING P. J. Remaining Trouble Spots with Computational Thinking: Addressing unresolved questions concerning computational thinking. **Communications of the ACM**, v.60, n. 6, p. 33-39, jun. 2017. Disponível em: https://dl.acm.org/doi/10.1145/2998438. Acesso em: 09 ago. 2024.

FOOHS, M. M. *et al.* Traps of computational thinking: critical analysis. **ARACÊ**, v. 7, n. 1, p. 2002–2026, 2025. Disponível em: https://periodicos.newsciencepubl.com/arace/article/view/2831. Acesso em: 8 jul. 2025.

FONSECA FILHO, C. **História da computação:** o caminho do pensamento e da tecnologia. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2007.

FONSECA, M. C. F. R. *et al.* **O ensino de geometria na escola fundamental**: três questões para formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

FOSSA, J. A. **Urban Geometry, being a study of The Conic Sections in the Taxicab Metric**. Tradução John Andrew Fossa. Natal, 2020. Título original: Geometria Urbana.

GARCIA, L. A. M. **Competências e Habilidades:** você sabe lidar com isso?. 2005. Disponível em: https://www2.unifap.br/edfisica/files/2014/12/Competencias-e-Habilidades-VOC%C3%8A-SABE-LIDER-COM-ISSO.pdf. Acesso em: 19 abr. 2025.

GONÇALVES, M. T. S. S. **Pensamento Geométrico**: Geometria não euclidiana no ensino secundário. 2019. 233f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Faculdade de ciências, Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2019.

GRAY, D. E. **Pesquisa no mundo real**. São Paulo: Penso Editora, 2017.

GUERRA, R. B.; FERREIRA, R. S. R. Uma reflexão sobre o ensino atual da geometria. **REMATEC**, Belém, v. 19, n. 48, p. e2024008, fev. 2024. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/595. Acesso em: 8 jul. 2025.

GUSMÃO, N. L.; SAKAGUTI, F. Y.; PIRES, L. A. A geometria do táxi: uma proposta da geometria não euclidiana na Educação Básica. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 2, p. 211-235, 2017. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/30307. Acesso em: 20 abr. 2025.

JUCÁ, R. S. *et al.* O ensino de geometria na formação dos professores das séries iniciais. *In:* Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013, Curitiba-PR. **Anais eletrônicos...** 2013. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/1737_1120_ID.pdf. Acesso em: 08 jul. 2025.

KALEFF, A. M.; NASCIMENTO, R. S. D. Atividades Introdutórias às Geometrias Não-Euclidianas: o Exemplo da Geometria do táxi. **Boletim GEPEM**, [S. l.], n. 44, jan. 2004. Disponível em: https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/405. Acesso em: 12 set. 2025.

KRAUSE, E. F. **Taxicab Geometry**: An Adventure in Non-Euclidean Geometry. Nova Iorque: Dover publications, 1987.

LEIVAS, J. C. P. Geometria Euclidiana e do Taxi: um problema concreto e os Registros de Representações Semióticas. **Revista de Educação Matemática**, v. 16,

n. 22, mai. 2019. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/221. Acesso em: 21 mai. 2025.

LI, Y. *et al.* Computational Thinking Is More about Thinking than Computing. **Journal for STEM Education Research**, Berlim, Alemanha, v. 3, p. 1-8, abr. 2020. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/s41979-020-00030-2. Acesso em: 19. abr. 2025.

LIKERT, R. A technique for the measurement of attitudes. **Archives of Psychology**, v. 22, n. 140, p. 5-55, 1932.

LOPES, L. R. P.; MANRIQUE, A. L.; MACEDO, J. A. Alguns aspectos históricos da Geometria e do Desenho Geométrico na formação de professores. **Revista Profissão Docente**, v. 21, n. 46, p. 01–17, jul. 2024. Disponível em: https://revistas.uniube.br/index.php/rpd/article/view/1429. Acesso em: 8 jul. 2025.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria?. **Educação Matemática em Revista**, v. 3, n. 4, p. 3–13, dez. 2018. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1311. Acesso em: 24 ago. 2025.

LOVIS, K. A. & FRANCO, V. S. As concepções de geometrias não euclidianas de um grupo de professores de matemática da educação básica. **Bolema**, v. 29, n. 51, p. 369-388, 2015.

LUCAS, L. M.; MOITA, F. M. G. S. C.; VIANA, L. H. O pensamento computacional no novo ensino médio: uma análise das obras didáticas da área de matemática e suas tecnologias. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 3, p. 049–078, out. 2023. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/61346. Acesso em: 26 set. 2025.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora Pedagógica e Universitária, 2013.

MARQUES, R.; GRAEFF, B. Análise Temática Reflexiva: interpretações e experiências em educação, sociologia, educação física e esporte. **MOTRICIDADES**: Revista da Sociedade de Pesquisa Qualitativa em Motricidade Humana, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 115–130, 2022. Disponível em: https://www.motricidades.org/journal/index.php/journal/article/view/2594-6463-2022-v6-n2-p115-130. Acesso em: 8 jul. 2025.

MICHAELSON, G. Teaching Programming with Computational and Informational Thinking. **Journal of Pedagogic Development**, Bedford, Inglaterra, v. 5, n. 1, p. 51-65, mar. 2015. Disponível em: https://uobrep.openrepository.com/handle/10547/346506. Acesso em: 19 abr. 2025.

MINAYO, M. C. **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2002.

MOITA, F. M. G. S. C; VIANA, L. H. Um estudo sobre as conexões entre o desenvolvimento do pensamento computacional e o ensino da Geometria. *In*:

Workshop de Ensino em Pensamento Computacional, Algoritmos e Programação. 5., 2019a. Brasília. **Anais...** Brasília: SBC, 2019. p. 208-218. Disponível em: https://br-ie.org/pub/index.php/wcbie/article/view/8962. Acesso em: 20 abr. 2025.

MORAN, M. *et al.* O ensino da Geometria: entrevista com a professora Regina Maria Pavanello. **Educação Matemática em Revista**, v. 28, n. 79, p. 1–11, jul. 2023. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/3431. Acesso em: 8 jul. 2025.

NORONHA, C. A. **As geometrias urbana e isoperimétrica**: uma alternativa de uso em sala de aula. 2006. 191 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/items/a7d71add-ba73-47ad-8c09-013dfb45d295. Acesso em: 5 set. 2025.

NORONHA, C. A.; FOSSA, J. A. O Modelo Urbano como Proposta para Construção de Conceitos Matemáticos. **Revista Cocar**, v. 4, n. 8, p. 71-79, 2010. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/54. Acesso em: 20 abr. 2025.

OLIVEIRA, E. S. *et al.* O uso dos softwares na educação matemática. RECIMA21 - Revista Científica Multidisciplinar, São Paulo, v. 2, n. 5, 2021.

OLIVEIRA, M. G. **A geometria do motorista de ônibus**: uma geometria não euclidiana inspirada nas comunidades do campo. 2018. 48 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Educação do Campo)—Universidade de Brasília, Planaltina-DF, 2018. Disponível em: https://bdm.unb.br/handle/10483/25795. Acesso em: 20 abr. 2025.

OLIVEIRA, V. T. P. **Geometria do táxi**: pelas ruas de uma cidade aprende-se uma geometria diferente. 2014. 65p. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica, Campinas, 2014.

PAPERT, S. **Mindstorms**: Children, computers, and powerful ideas. Basic Books, Inc., 1980.

PAPERT, S.; SOLOMON. C. Twenty things to do with a computer. **Artificial Intelligence Lab Publications**, n. 248, 1971. Disponível em: https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/5836. Acesso em: 19 abr. 2025.

PARAÍBA. **Escolas Cidadãs Integrais**. Disponível em: https://paraiba.pb.gov.br/diretas/secretaria-da-educacao/programas/escolas-cidadas-integrais-1. Acesso em: 20 abr. 2025.

PARAÍBA. Secretaria de estado da educação e da ciência e tecnologia da Paraíba. **Proposta Curricular do Ensino Médio**, 2021. Disponível em: https://pbeduca.see.pb.gov.br/p%C3%A1gina-inicial/propostas-curriculares-da-para%C3%ADba. Acesso em: 20 abr. 2025.

PAVANELLO, R. M. **O abandono de ensino de geometria**: uma visão histórica. 1989. 196f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: ARTMED, 1999.

PERRENOUD, P. **As Competências para Ensinar no Século XXI**: A Formação dos Professores e o Desafio da Avaliação. Porto Alegre: ARTMED, 2002.

POORE, K. L. Taxicab Geometry. **MAT Exam Expository Papers**, v. 48, p. 1-15, 2006. Disponível em: https://digitalcommons.unl.edu/mathmidexppap/48/. Acesso em: 20 abr. 2025.

REINHARDT, C. TaxiCab Geometry: History and Applications. **The Mathematics Enthusiast**, Missoula, Estados Unidos, v. 2, n. 1, 2005. Disponível em: https://scholarworks.umt.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1018&context=tme. Acesso em: 20 abr. 2025.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. O ensino da geometria na educação básica: realidade e possibilidades. Cadernos PDE, Ponta Grossa, PR, 2007. Disponível em: https://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf. Acesso em: 26 set. 2025.

SALDAÑA, J. **The Coding Manual for Qualitative Researchers**. United Kingdom: Sage Publications, 2013.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO. **Referenciais de Formação em Computação: Educação Básica**. 2017. Disponível em: https://www.sbc.org.br/images/ComputacaoEducacaoBasica-versaofinal-julho2017.pdf. Acesso em: 19 abr. 2025.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO. **Diretrizes para ensino de Computação na Educação Básica**. 2019. Disponível em: https://www.sbc.org.br/documentos-da-sbc/send/203-educacao-basica/1220-bncc-em-itinerario-informativo-computacao-2. Acesado em: 19 abr. 2025.

SOUSA, A. P.; GUERRA, R. B.; NUNES, J. M. V. Geometria Não Euclidiana na formação do professor de matemática: oficinas de práticas matemáticas. **REMATEC**, Belém, v. 19, n. 48, p. e2024002, 2024. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/589. Acesso em: 8 jul. 2025.

TAVARES, R. S.; TAVARES, P. S.; VILARIM, G. O. Habilidades Correlacionadas entre Pensamento Computacional e Pensamento Geométrico para o 6º ano do Ensino Fundamental. *In*: Simpósio Brasileiro de Computação da Educação Básica (SBC-EB), 1., 2024, Porto Alegre/RS. **Anais eletrônicos** [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2024 . p. 45-49. Disponível em: https://sol.sbc.org.br/index.php/sbceb/article/view/28653. Acesso em: 11 set. 2025.

VALENTE, J. A. Integração do pensamento computacional no currículo da Educação Básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **Revista e-Curriculum,** v. 14, n. 3, 2016. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/29051. Acesso em: 20 abr.

2023.

VIANA, L. H. **O Minecraft no processo de ensino e aprendizagem da geometria espacial de posição**. 2017. 75f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

VIANA, L. H. Geometria do táxi e desenvolvimento do pensamento computacional. *In*: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 17., 2023, Vitória-ES. **Anais eletrônicos**..., 2023.Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/ocs/index.php/EBRAPEM/EBRAPEM027/paper/viewFile/2454/1528. Acesso em: 08 jul. 2025.

VIANA, L. H. **O Pensamento Computacional e as suas conexões com o ensino e a aprendizagem da Geometria**. 2020. 238f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2020.

VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C.; LUCAS, L. M. Jogo das congruências: um diálogo entre a aprendizagem de geometria e o pensamento computacional. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 13, n. 5, p. 1-24, 2022. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/3674. Acesso em: 19 set. 2025.

VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C.; LUCAS, L. M. Geoplano digital como recurso para aprender geometria e praticar o pensamento computacional. Educação Matemática em Revista, v. 29, n. 83, p. 1-15, abr. 2024 (Qualis A2). Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/3556. Acesso em: 16 jun. 2025.

VIEIRA, J. V. P. **O pensamento computacional em livros didáticos de matemática do ensino médio**: leituras junto à educação matemática crítica. 2025. 144f. Dissertação (Mestrado em Educação: Conhecimento e Inclusão Social) — Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2025.

WING, J. M. **Computational thinking**. Communications of the ACM, v. 49, n. 3, p. 33-35, mar. 2006. Disponível em: https://www.cs.cmu.edu/~15110-s13/Wing06-ct.pdf. Acesso em: 19 abr. 2023.

WING, J. M. Computational thinking and thinking about computing. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, v. 366, n. 1881, p. 3717–3725, 2008. Disponível em: https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2008.0118. Acesso em: 19 abr. 2023.

WING, J. M. **Computational thinking:** what and why? The Link Magazine, 2011. Disponível em: https://www.cs.cmu.edu/link/research-notebook-computational-thinking-what-and-why. Acesso em: 19 abr. 2023.

WING, J. M. Computational thinking’s influence on research and education for all. **Italian Journal of Educational Technology**, v. 25, n. 2, p. 7-14, 2017. Disponível em: http://www.cs.cmu.edu/~wing/publications/Wing17.pdf. Acesso em: 19 abr. 2023.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Penso Editora, 2016.

ZABALA, A.; ARNAU, L. **Como aprender e ensinar competências**. Tradução Carlos Henrique Lucas Lima. Porto Alegre: ARTMED, 2014. Título original: Cómo aprender y enseñar Competências.

APÊNDICE A – Quadro-síntese de habilidades de PC

Autores/ caracterizações	Intersecções com as habilidades utilizadas nesta pesquisa	Síntese descritiva
Bebras (2022)/ Habilidades	Decomposição	Desmembrar um problema ou sistema complexo em partes menores, mais fáceis de serem gerenciadas.
	Rec. Padrões	Procurar similaridades e características em comum dentro de um problema ou entre diferentes problemas.
	Abstração	Focar apenas nas informações importantes, ignorando detalhes irrelevantes.
	Algoritmos	Desenvolver um passo a passo para solucionar um problema, ou as regras que devem ser seguidas para isto.
	Avaliação	Garantir que uma solução é válida e correta.
Michaelson (2015) / Estágios	Decomposição	Identificar as informações e básicas necessárias para se resolver um problema, desmembrá-lo em sub-problemas (partes menores) e identificar as sub-informações necessárias para resolver os sub-problemas.
	Rec. Padrões	Buscar padrões nos problemas/informações, tentando entender como ele está estruturado, se já foram vistos problemas semelhantes e o que o novo problema tem de diferente.
	Abstração	Entender quais informações, estruturas ou partes se alteram ou se mantém em um problema, de modo que seja possível direcionar a atenção apenas ao que é necessário.
	Algoritmos	Construir e analisar uma sequência de passos para solucionar problemas e pensar como sub-problemas podem estar conectados.
	Avaliação	-
Barr e Stephenson (2011)/ Conceitos e capacidades	Decomposição	Desmembrar problemas em partes menores, que possam ser mais fáceis de se resolver.
	Rec. Padrões	-
	Abstração	Generalizar ideias específicas à medida em que as soluções são desenvolvidas
	Algoritmos	Estudar, elaborar e implementar algoritmos para solucionar problemas.

	Avaliação	-
Brackmann (2017)/ Pilares, que são interdependentes	Decomposição	Trata-se de quebrar um problema ou sistema complexo em partes menores, que são mais manejáveis e mais fáceis de entender.
	Rec. Padrões	O Reconhecimento de Padrões é uma forma de resolver problemas rapidamente fazendo uso de soluções previamente definidas em outros problemas e com base em experiências anteriores.
	Abstração	Significa filtrar dados e classificá-los, de modo a direcionar a atenção para os que são relevantes em determinada parte da resolução de um problema.
	Algoritmos	Um plano, uma estratégia ou um conjunto de instruções claras que são necessárias para a solução de um problema.
	Avaliação	-
Dantas (2023, p. 153-155)/ Processos mentais	Decomposição	Consiste em obter problemas menores a partir de um problema maior ou mais complexo. Com isso, é possível concentrar a atenção na resolução de partes específicas do problema.
	Rec. Padrões	O reconhecimento de padrões pode surgir a partir da decomposição, quando problemas menores podem ser solucionados com base em experiências anteriores.
	Abstração	A abstração é o processo de concentrar a atenção em o que é necessário e suficiente para a resolução de um problema (ou partes de um problema), desconsiderando dados, variáveis ou informações irrelevantes.
	Algoritmos	O processo de obtenção de passos ou regras de ação, desenvolvidos e efetivados durante a resolução de subproblemas ou problemas. Esses algoritmos podem ser escritos em diferentes linguagens.
	Avaliação	O processo de depuração se manifesta na procura e correção de erros. Assume ações de testagem, verificação, refinamento e otimização da resolução apresentada.
CIEB (2018, p. 19)/ Conceitos	Decomposição	A decomposição trabalha o processo pelo qual os problemas são divididos em partes menores e mais fáceis de resolver. Compreende também a prática de analisar problemas a fim de identificar que partes podem separadas, e também de que forma podem ser reconstituídas para a solução de um problema global.

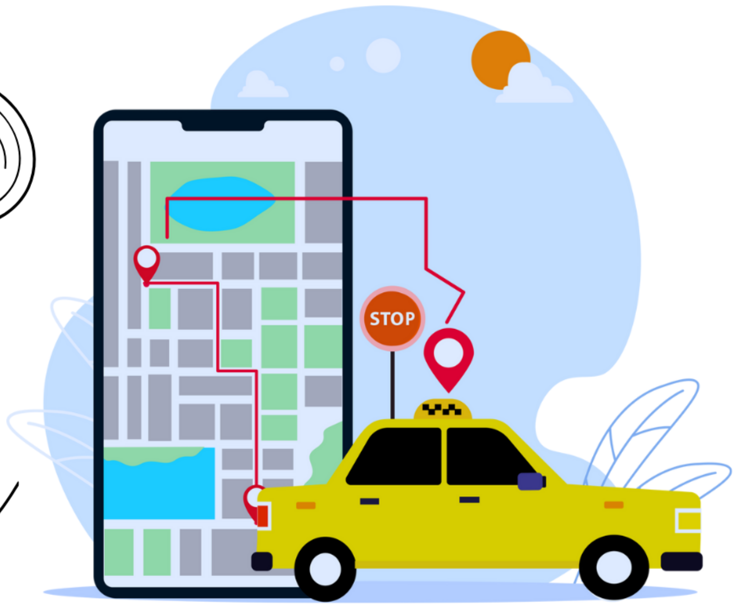
	Rec. Padrões	Trabalha a identificação de características comuns entre os problemas e suas soluções. Resulta do fato de realizar a decomposição de um problema complexo para encontrar padrões e similaridades entre os subproblemas gerados, para sejam solucionados de forma mais eficiente.
	Abstração	Envolve a filtragem dos dados, sua classificação e organização, ignorando elementos que não são necessários, visando os que são relevantes para a resolução de um problema
	Algoritmos	O algoritmo é um plano, uma estratégia ou um conjunto de instruções claras e necessárias para a solução de um problema. Essas instruções podem ser escritas em formato de diagramas, pseudocódigo (linguagem humana) ou em uma linguagem de programação.
	Avaliação	-

APÊNDICE B – *Folder* e cartão convite

Seja Bem-veindo(a)
à eletiva

GEOMETRIA DO UBER

Conceitos e aplicações



DRN. LUCAS VIANA (UEPB)

EMENTA

RODA DE CONVERSA

Comoeumesintoao aprender Geometria?

REVISÃO SOBRE CONCEITOS DE GEOMETRIA

Temáticas importantes para o ENEM

INTRODUÇÃO À GEOMETRIA DO UBER

INVESTIGAÇÕES

AplicaçõesdaGeometriadoUberno cotidiano

ATIVIDADES PRÁTICAS COM O GEOGEBRA

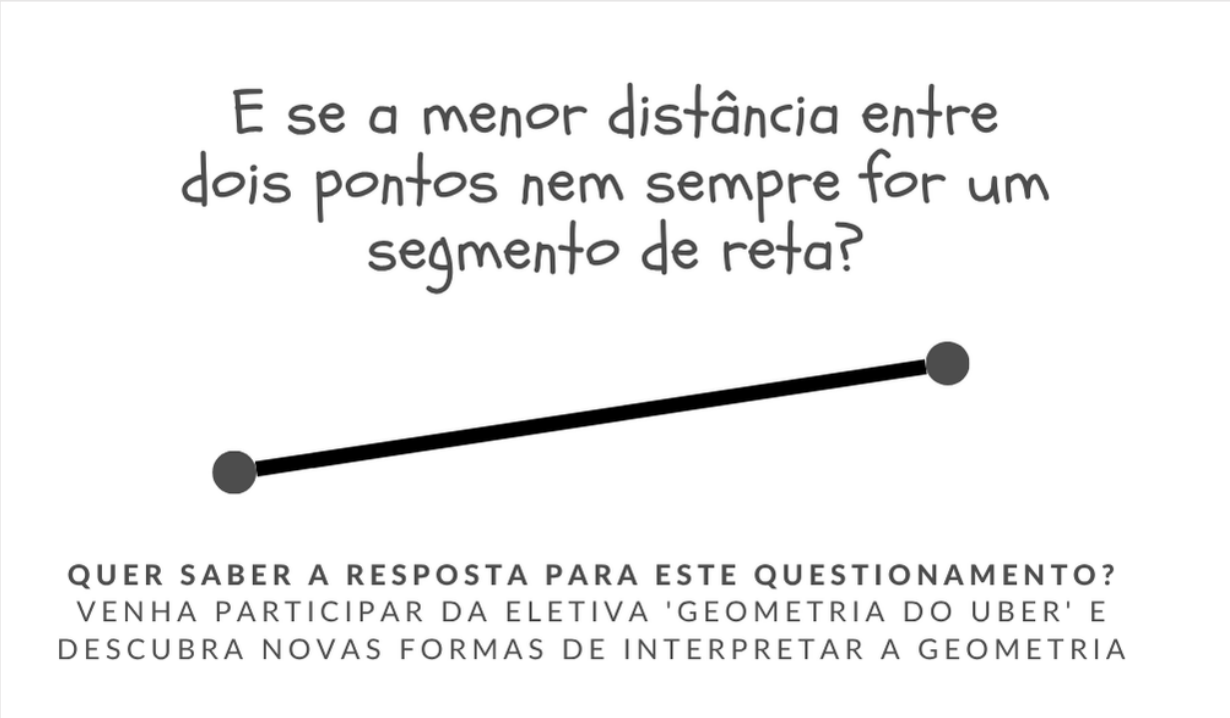
Estudosobre figurasepropriedades geométricas da Geometria do |Uber

PRODUÇÕES

Maquetes,vídeos, livretos digitais, entre outros tipos de materiais, para divulgar a temática estudada na eletiva.

CARTÃO CONVITE - FRENTE

CARTÃO CONVITE - VERSO



APÊNDICE C – Termo de consentimento livre e esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO-TCLE

Pelo presente Termo de Consentimento Livre e Esclarecido eu, ________________________________, em pleno exercício dos meus direitos autorizo a participação de____, de ____anos na a Pesquisa "GEOMETRIA DO TÁXI: um contexto para o desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico".

Declaro ser esclarecido e estar de acordo com os seguintes pontos:

O trabalho GEOMETRIA DO TÁXI: um contexto para o desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico terá como objetivo geral investigar as contribuições da geometria do táxi enquanto contexto para desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico.

Ao responsável legal pelo (a) menor de idade ou legalmente incapaz só caberá a autorização para que ele participe desta pesquisa, que será organizada em cinco etapas conduzidas ao longo de um semestre letivo, com encontros semanais, no contexto de um componente curricular eletivo. Os instrumentos a serem utilizados serão questionários impressos, atividades impressas e também feitas em laboratório de informática, projetor, gravador de voz, câmeras para registrar fotos e realizar gravações de vídeo. Ressalta-se que todos os dados serão mantidos em sigilo, sendo utilizados apenas para fins de pesquisa e publicações acadêmicas prezando sempre pela preservação da identidade dos sujeitos envolvidos, sem compartilhar informações como os seus nomes ou fotos em que apareçam os seus rostos. Para analisar os dados que serão coletados por meio dos instrumentos anteriormente mencionados, serão feitas análises qualitativas e quantitativas, de modo que seja possível identificar se por meio da temática Geometria do Táxi, os alunos conseguiram evoluir no desenvolvimento dos seus pensamentos computacional e geométrico. Ressalta-se que a pesquisa apresenta riscos mínimos para os seus participantes, como a pequena possibilidade das imagens ou gravações serem publicadas por eventual quebra de sigilo ou confidencialidade. No entanto, para assegurar que essa possibilidade não se concretize, todos os dados da pesquisa serão mantidos sob sigilo ético e unicamente sob posse do pesquisador responsável. Quanto aos benefícios da participação nesta pesquisa, pode-se destacar: - Contribuições para o desenvolvimento do seu projeto de vida; - Retomada e aprofundamento de conhecimentos da geometria plana que são essenciais para um bom desempenho em Matemática; - Desenvolvimento do pensamento computacional; - Desenvolvimento do pensamento geométrico.

Ao pesquisador caberá o desenvolvimento da pesquisa de forma confidencial; entretanto, quando necessário for, poderá revelar os resultados ao indivíduo e/ou familiares, cumprindo as exigências da Resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde/Ministério da Saúde.

O Responsável legal do menor ou legalmente incapaz, participante da pesquisa poderá se recusar a participar, ou retirar seu consentimento a qualquer momento da realização do trabalho ora proposto, não havendo qualquer penalização ou prejuízo para o mesmo.

Será garantido o sigilo dos resultados obtidos neste trabalho, assegurando assim a privacidade dos participantes em manter tais resultados em caráter confidencial.

Em caso de dúvidas, você poderá obter maiores informações entrando em contato com Lucas Henrique Viana, através do telefone (83) 98711-5039 ou através do e-mail: lucas.h.viana@outlook.com. Caso suas dúvidas não sejam resolvidas pelos pesquisadores ou seus direitos sejam negados, favor recorrer ao Comitê de Ética em Pesquisa, localizado no 2º andar, Prédio Administrativo da Reitoria da Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande – PB, Telefone (83) 3315 3373, e-mail: cep@setor.uepb.edu.br .

Ao final da pesquisa, se for do meu interesse, terei livre acesso ao conteúdo da mesma, podendo discutir os dados, com o pesquisador, vale salientar que este documento será impresso em duas vias e uma delas ficará em minha posse.

Desta forma, uma vez tendo lido e entendido tais esclarecimentos e, por estar de pleno acordo com o teor do mesmo, dato e assino este termo de consentimento livre e esclarecido.

( ) DOU MEU CONSENTIMENTO PARA QUE O MENOR PARTICIPE DA PESQUISA

( ) **AUTORIZO** O REGISTRO DE SUA IMAGEM E VÍDEO PARA FINS DE PESQUISA

( ) **NÃO AUTORIZO** O REGISTRO DE SUA IMAGEM E VÍDEO PARA FINS DE PESQUISA

____

Assinatura do responsável legal pelo menor ou pelo legalmente incapaz

____

Assinatura do menor de idade ou do legalmente incapaz

____

Assinatura do Pesquisador Responsável

APÊNDICE D – Termo de assentimento livre e esclarecido

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa intitulada: GEOMETRIA DO TÁXI: um contexto para o desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico, sob a responsabilidade de: Lucas Henrique Viana e da orientadora Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita, de forma totalmente voluntária.

O ensino e a aprendizagem de geometria consistem em um desafio para muitos professores e alunos, tanto que nem sempre conseguem aprofundar os seus conhecimentos e práticas neste campo do conhecimento matemático. Tal constatação é resultado das pesquisas e observações feitas pelo pesquisador responsável por este projeto, seja em sala de aula ou em cursos preparatórios para vestibular. Especificamente em seu trabalho de dissertação de mestrado, intitulada "O pensamento computacional e as suas conexões com o ensino e a aprendizagem da Geometria", foi possível concluir a necessidade de investigar, desenvolver e utilizar novos recursos que sejam capazes de identificar conexões da Geometria com diferentes temáticas, como, por exemplo, o Pensamento Computacional. Essas conclusões levaram à elaboração deste trabalho de tese, como uma continuidade dos estudos anteriores, tendo por objetivo geral investigar as contribuições da geometria do táxi enquanto contexto para desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico.

Pretende-se realizar essa pesquisa no formato de disciplina eletiva na ESCOLA CIDADÃ INTEGRAL ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO DOUTOR HORTENCIO SOUSA RIBEIRO (PREMEN) e apenas com sua autorização realizaremos a aplicação da pesquisa.

Para conduzir este trabalho, a pesquisa será organizada em cinco etapas, que serão conduzidas ao longo de um semestre letivo, com encontros semanais, no contexto de um componente curricular eletivo. Os instrumentos a serem utilizados durante as aulas serão: questionários impressos; atividades impressas; computadores do laboratório de informática; projetor; gravador de voz; câmeras para registrar fotos e também realizar gravações de vídeo. Ressalta-se que todos os dados serão mantidos em sigilo, sendo utilizados apenas para fins de pesquisa e publicações acadêmicas prezando sempre pela preservação da sua identidade, sem compartilhar informações como o seu nome, ou ainda gravações de vídeo e fotos em que apareça o seu rosto. Para que seja possível analisar posteriormente os dados que que serão coletados por meio dos instrumentos acima mencionados, eles serão reunidos e comparados de modo que seja possível identificar se por meio da temática Geometria do Táxi, você conseguiu evoluir no desenvolvimento dos seus pensamentos computacional e geométrico.

Para que você possa participar deste estudo, o seu responsável deverá autorizar e assinar o Termo de Consentimento.

Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido(a) em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. O participante terá assistência e acompanhamento durante o desenvolvimento da pesquisa de acordo com Resolução Nº. 466/12 do Conselho Nacional de Saúde/Ministério da Saúde.

O responsável por você poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será identificado em nenhuma publicação.

Este estudo apresenta risco mínimo, como como a pequena possibilidade das imagens ou gravações serem publicadas por eventual quebra de sigilo ou confidencialidade. No entanto, para assegurar que essa possibilidade não se concretize, todos os dados da pesquisa serão mantidos sob sigilo ético e unicamente sob posse do pesquisador responsável.

Os dados individuais serão mantidos sob sigilo absoluto, antes, durante e após a finalização do estudo. Os resultados da pesquisa poderão ser apresentados em congressos e publicações científicas, sem qualquer meio de identificação dos participantes, no sentido de contribuir para ampliar o nível de conhecimento a respeito das condições estudadas.

Os resultados estarão à sua disposição quando finalizada, sendo que seu nome ou o material que indique sua participação será mantido em sigilo. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos. Este termo de consentimento encontra- se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será fornecida a você. Este termo foi elaborado em conformidade com o Art. 228 da Constituição Federal de 1988; Artigos. 2º e 104 do Estatuto da Criança e do Adolescente; e Art. 27 do Código Penal Brasileiro; sem prejuízo dos Artigos. 3º, 4º e 5º do Código Civil Brasileiro.

Em caso de dúvidas, você poderá obter maiores informações entrando em contato com Lucas Henrique Viana, através do telefone (83) 98711-5039 ou através do e-mail: lucas.h.viana@outlook.com. Caso suas dúvidas não sejam resolvidas pelos pesquisadores ou seus direitos sejam negados, favor recorrer ao Comitê de Ética em Pesquisa, localizado no 2º andar, Prédio Administrativo da Reitoria da Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande – PB, Telefone (83) 3315 3373, e-mail: cep@setor.uepb.edu.br.

Eu, ____, portador(a) do documento de Identidade (se já tiver documento) ______________, fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações junto ao pesquisador responsável. Estou ciente que o meu responsável poderá modificar a decisão da minha participação na pesquisa, se assim desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Campina Grande, ______de _________de __________.

____
Assinatura do Participante

____
Assinatura do Pesquisador

APÊNDICE E – Planejamento de encontros e atividades

Primeiro momento
Descrição geral:
Momento de acolhimento, apresentações pessoais e de diálogo com os estudantes, para que assim sejam traçados os seus perfis, seja por meio de discussões ou de algum questionário impresso.
Objetivos específicos:
Conhecer o perfil dos estudantes e as suas concepções sobre a Geometria
Recursos
• Folhas de papel no formato de balões de pensamento para construção de uma nuvem de palavras; • Algumas plaquinhas contendo emojis, que irão auxiliar os participantes a expressarem seus sentimentos sobre a Geometria; • Questionário impresso.
Etapas
1. Acolhimento dos estudantes; 2. Apresentações pessoais e de respostas para a pergunta: “o que sinto ao estudar Geometria?”; Para auxiliar os estudantes a expressarem suas respostas, serão disponibilizadas plaquinhas com alguns emojis. Assim, poderão explicar como se sentem e também porque escolheram tal emoji. 3. Construção de uma nuvem de palavras: Neste momento, cada participante receberá uma folha de papel em formato de balão e deverá escrever nela palavras que completem a frase “Geometria é...”. À medida que a nuvem for construída, a turma poderá discutir sobre as palavras ali apresentadas. 4. Questionário impresso
Coleta de dados
• Gravação em vídeo; • Fotos; • Questionário impresso.

Segundo momento
Descrição geral:
Aplicação de um teste de PC.
Objetivos específicos:
Coletar dados a respeito do PC dos estudantes.
Habilidades do PC:
Decomposição, Reconhecimento de padrões, Abstração, Algoritmos e Avaliação.
Recursos
• Questionários impressos
Etapas:
1. Apresentação da estrutura do teste; 2. Momento de aplicação.
Coleta de dados
• Teste de PC fornecido pela equipe Bebras Brasil (ver Anexo B).

Terceiro momento
Descrição geral:
Introdução às geometrias não euclidianas.
Objetivos específicos:
Apresentar aos estudantes um resumo sobre a existência de outras geometrias que seguem métricas diferentes da Euclidiana.
Recursos
• Apresentação de Slides. • Vídeo “O que é GEOMETRIA NÃO EUCLIDIANA? - História da Geometria” Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=KTaPZq_SUVo. Acesso em: 16 dez. 2024.
Etapas
1. Reprodução do vídeo “O que é GEOMETRIA NÃO EUCLIDIANA? - História da Geometria”; 2. Apresentação sobre a história da Geometria Euclidiana; 3. Discussão a partir de um avião que precisa se deslocar de um lugar até outro à uma longa distância, para exemplificar as geometrias não euclidianas;
1 **Coleta de dados**
• Gravação em vídeo.

Quarto momento
Descrição geral:
Revisão sobre o conteúdo de localização de pontos no plano cartesiano.
Objetivos específicos:
Revisar o conteúdo de localização de pontos no plano cartesiano a partir de um jogo desenvolvido pelo pesquisador.
Recursos
• Apresentação de Slides; • Jogo Batalha Naval e demais materiais necessários à sua aplicação; • Questionário;
Etapas
1. Retomada sobre a localização de pontos no plano cartesiano; 2. Apresentação das regras do jogo; 3. Aplicação do jogo; 4. Aplicação de questionário; 5. Discussão sobre a experiência com o jogo;
2 **Coleta de dados**
• Gravação em vídeo; • Questionários.

Quinto momento
Descrição geral:
Introdução aos conceitos da GT.
Objetivos específicos:
Introduzir conceitos essenciais para compreensão da GT.
Recursos
• Apresentação de slides; • Mapa impresso em lona; • Mapas impressos em folhas A4.
Etapas:
1. Apresentação do problema do motorista de Uber, que precisa realizar o menor percurso possível de um local até outro passando pelas ruas de uma cidade; 2. Discussão sobre a quantidade de menores percursos possíveis;

3. Ampliação do desafio, com uma distância maior e utilizando mapas impressos em folhas A4, para que fossem registradas as resoluções e estratégias; 4. Socialização das estratégias de resolução.
3 **Coleta de dados**
• Gravação em vídeo; • Desafio impresso; • Fotos da lousa e das produções da turma.

Sexto momento
Descrição geral:
Associação das quantidades de menores percursos possíveis até cada cruzamento do mapa da GT com os elementos do triângulo de Pascal.
Objetivos específicos:
Associar a GT com o triângulo de Pascal.
Recursos
• Mapas impressos em folhas A4; • Lousa, para partilha de respostas;
Etapas:
1. Desafio de mapear as quantidades de menores caminhos possíveis até cada esquina de determinado ponto no mapa; 2. Partilha de resoluções; 3. Associação das quantidades de menores caminhos possíveis com o triângulo de Pascal; 4. Apresentação das propriedades do triângulo de Pascal; 5. Aplicação das propriedades do triângulo de Pascal no contexto da GT;
Coleta de dados
• Gravações em vídeo; • Desafio impresso; • Fotos.

Sétimo momento
Descrição geral:
Introdução à análise combinatória e apresentação da fórmula para cálculo da quantidade de menores caminhos possíveis de um local até outro no mapa.
Objetivos específicos:
Introduzir conceitos de análise combinatória e apresentar a fórmula para cálculo da quantidade de menores caminhos possíveis.

Recursos
• Apresentação de slides; • Desafios impressos.
Etapas:
1. Apresentação de conceitos de arranjo e combinação simples; 2. Associação com a quantidade de menores caminhos possíveis de um ponto até outro num mapa da GT; 3. Apresentação de uma fórmula para o cálculo da quantidade de menores caminhos possíveis; 4. Resolução de problemas em que é necessário calcular as quantidades de menores caminhos possíveis.
Coleta de dados
• Gravações em vídeo; • Fotos; • Desafio impresso.

Oitavo momento
Descrição geral:
Resolução de problemas onde os percursos possuem paradas.
Objetivos específicos:
Resolver problemas onde os percursos possuem paradas.
Recursos
• Problemas impressos.
Etapas:
1. Resolução do problema do Uber com duas paradas; 2. Discussão.
Coleta de dados
• Desafio impresso; • Fotos.

Nono momento
Descrição geral:
Introdução à noção de distância no contexto da GT.
Objetivos específicos:
Introduzir a noção de distância no contexto da GT e como calculá-la por meio de uma fórmula específica.

Recursos
• Apresentação de slides; • Vídeo “Vou de táxi”. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=m12RKnmLbXY&t. Acesso em: 18 dez. 2024. • Problemas impressos.
Etapas:
1. Apresentação do vídeo “Vou de táxi”; 2. Discussão; 3. Apresentação da fórmula para cálculo de distâncias no contexto euclidiano; 4. Apresentação da fórmula para cálculo de distâncias no contexto da GT; 5. Resolução de problemas da GT que envolvem o cálculo de distâncias.
Coleta de dados
• Desafio impresso; • Fotos.

Décimo momento
Descrição geral:
Aplicação do jogo Uber Geométrico.
Objetivos específicos:
Praticar os conhecimentos aprendidos sobre a geometria do táxi por meio do jogo Uber Geométrico
Recursos
• Jogo Uber Geométrico e demais materiais necessários à sua aplicação (ver Apêndices G à K); • Questionários impressos.
Etapas:
1. Apresentação do jogo Uber Geométrico; 2. Esclarecimento de dúvidas sobre as regras do jogo. 3. Utilização do jogo Uber Geométrico 4. Aplicação de questionário impresso.
Coleta de dados
• Questionário impresso; • Fotos.

Décimo primeiro momento
Descrição geral:
Elaboração de materiais para serem apresentados para a comunidade escolar durante a culminância da disciplina.
Objetivos específicos:
Elaborar materiais para serem apresentados para a comunidade escolar durante a culminância da disciplina.
Recursos
Foram disponibilizados de acordo com a demanda de cada equipe.
Etapas:
Durante este momento, os estudantes foram reunidos em grupos e o pesquisador prestou auxílio para cada um de acordo com as suas demandas. Foram desenvolvidos os seguintes materiais: - Elaboração de um livreto sobre a Geometria do Uber (para que os visitantes pudessem ler e esclarecer dúvidas sobre o tema); - Adaptação do jogo do Uber Geométrico (para que os visitantes pudessem jogar com facilidade); - Gravação de um vídeo sobre a Geometria do Uber (para exibir aos visitantes); - Elaboração de desafios para serem resolvidos utilizando a lógica da Geometria do Uber (para que os visitantes pudessem responder e concorrer à prêmios).
Coleta de dados
• Materiais produzidos pela turma; • Fotos.

Décimo segundo momento
Descrição geral:
Apresentação das produções que foram realizadas pelos estudantes para toda a comunidade escolar.
Objetivos específicos:
Apresentar as produções que foram feitas pelos estudantes e disseminar conhecimentos a respeito da GT.
Recursos
• Livreto sobre a GT; • Adaptação do jogo do Uber Geométrico; • Vídeo produzido pelos estudantes;

• Desafios elaborados pelos estudantes.
Etapas:
1. Preparação da sala; 2. Acolhimento dos visitantes; 3. Apresentação do vídeo; 4. Resolução dos desafios; 5. Exposição do jogo (dado o curto tempo que foi delimitado pela organização do evento, não houve tempo o suficiente para que os visitantes o utilizassem).
Coleta de dados
• Desafios impresso; • Fotos.

APÊNDICE F – Regras e tabuleiros do jogo Batalha Naval

Batalha Naval – Regras

Preparação

- Cada participante deverá marcar algumas embarcações em seu mapa pessoal (sem que seu adversário veja), sendo:

  * 01 Porta-aviões (ocupa cinco pontos seguidos na direção horizontal, ou na vertical)
  * 02 Navios-tanque (cada um ocupa quatro pontos seguidos na direção horizontal, ou na vertical)
  * 02 Destroyers (cada um ocupa três pontos seguidos na direção horizontal, ou na vertical)
  * 03 submarinos (cada um ocupa dois pontos seguidos na direção horizontal, ou na vertical)
  * 02 rastreadores (cada um ocupa um ponto no mapa)

- O mapa pessoal deve permanecer no colo de cada participante, sem que o seu adversário o veja.

Funcionamento do jogo

- Cada participante deverá indicar os seus tiros ao adversário no formato de coordenadas cartesianas
(X, Y). Exemplo (-4, 3);

- Os tiros de cada jogador devem ser marcados pelo seu adversário no mapa visível dele, que estará inicialmente vazio e deverá ser visível a todos.

- Sempre que um jogador indicar um tiro, o seu adversário deverá marcá-lo no seu mapa visível e comparar com o seu mapa pessoal, de modo a informar se o jogador acertou ou não alguma embarcação. Caso acerte, o jogador poderá atirar novamente;

- Vence o primeiro jogador que afundar todas as embarcações do seu adversário.

Bônus

- Rastreador:

  ** Ocupa um ponto no mapa;*
  ** Quando um rastreador é acertado, o adversário deverá revelar um ponto que pertence a uma de suas embarcações. Assim, o adversário deverá marcar no mapa visível o ponto em que o rastreador se localiza e também o ponto que escolheu revelar.*

- Escudo:

  ** Quando um escudo é acionado, o jogador poderá cancelar um tiro lançado por um adversário;*
  ** O tiro será anulado, e o adversário passa a vez;*
  ** O escudo dura uma rodada;*
  ** O local o tiro poderá ser acertado novamente em outras rodadas;*
  ** Um escudo pode ser acionado independentemente de o tiro do adversário acertar ou não uma embarcação;*
  ** Cada jogador possui dois escudos.*

Armas extras

- Bomba

** Explode uma área de cinco pontos, em forma de cruz;*
** Para utilizá-la, basta informar a posição que o seu centro irá atingir, e assim o adversário deverá representá-la no mapa visível;*
** Cada jogador possui apenas uma bomba.*

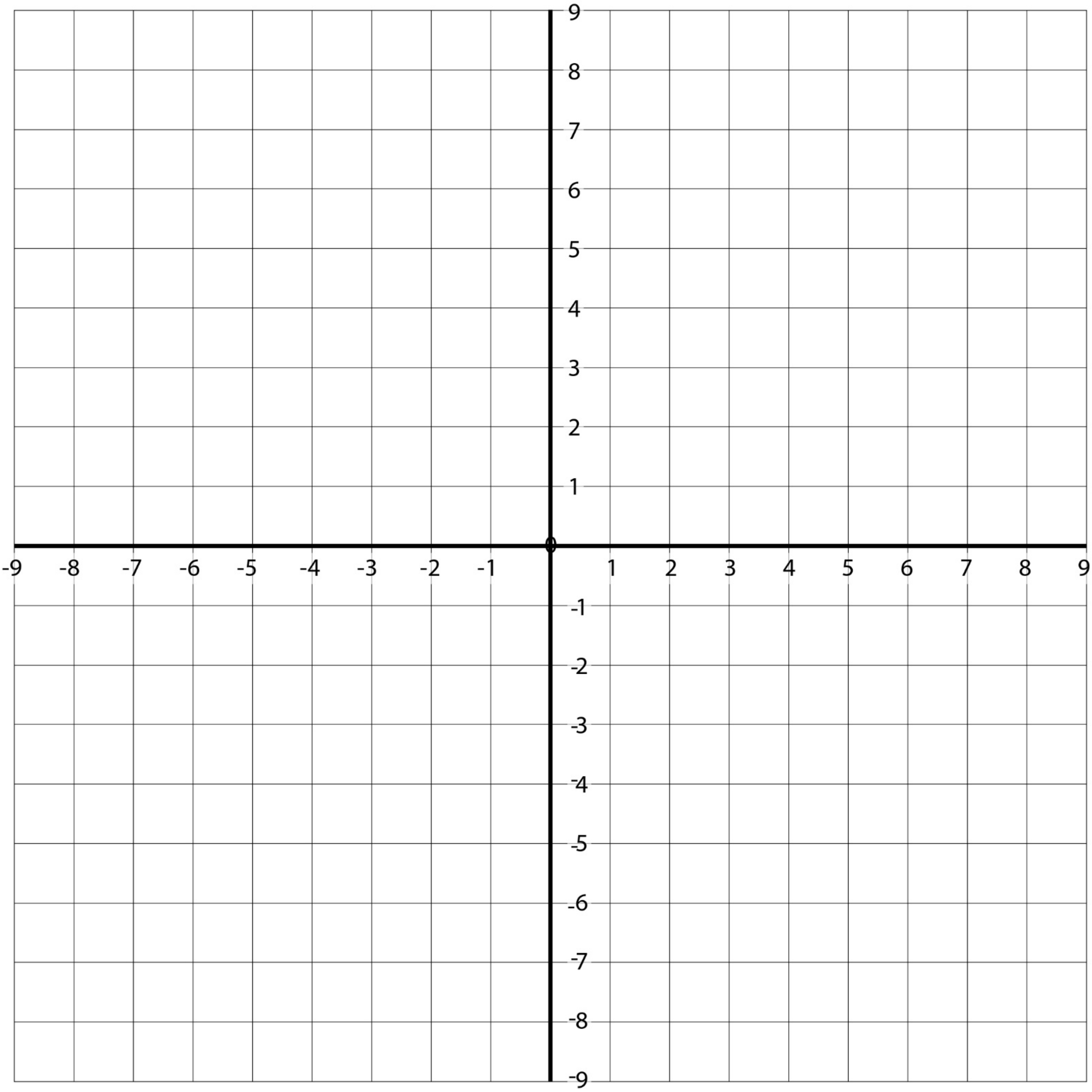
- Torpedo

** Quando lançado, segue na horizontal ou vertical passando por um ponto do mapa;*
** Explode se acertar uma embarcação, e a localização do acerto deverá ser marcada no mapa;*
** Cada jogador possui apenas um torpedo.*

Os mapas serão apresentados nas páginas seguintes.

JOGADOR(A): ________________________ **ADVERSÁRIO:** ________________________

MAPA VISÍVEL

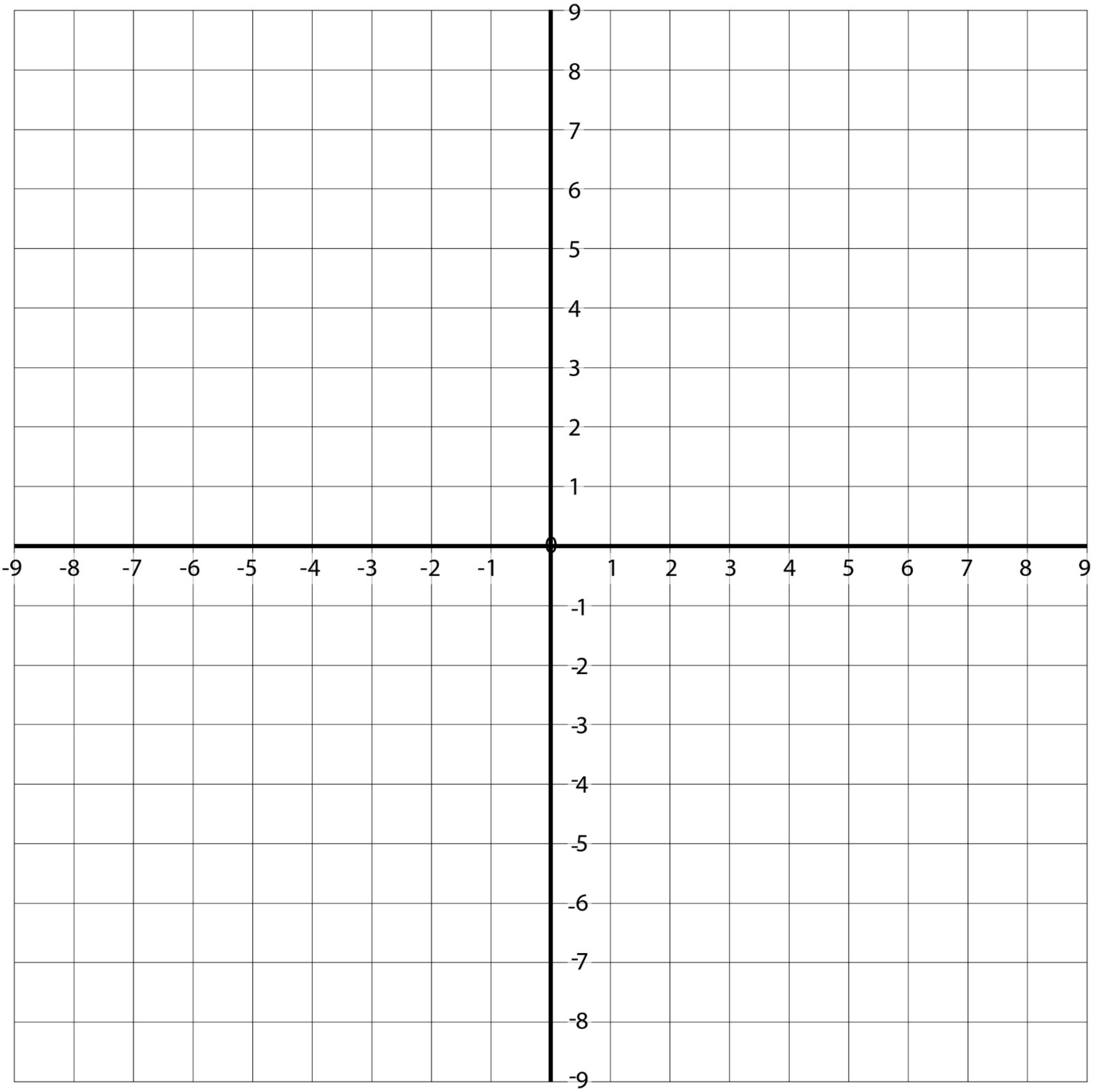


( ) Bomba **( ) 1º Escudo**

( ) Torpedo **( ) 2º Escudo**

JOGADOR(A): ________________________ **ADVERSÁRIO:** ________________________

MAPA PESSOAL



APÊNDICE G – Regras do jogo Uber Geométrico

UBER GEOMÉTRICO

1. O jogo terá um total de SEIS rodadas;

2. Podem jogar de duas a três pessoas;

3. Os jogadores devem considerar que as corridas ocorrerão apenas pelos menores caminhos, seja para buscar um passageiro, ou para levá-lo ao seu destino, ou para se deslocar até quaisquer outros lugares no mapa;

4. Todos os jogadores iniciam o jogo na origem (0, 0);

5. As pontuações dos jogadores serão resultantes da soma das distâncias do seu Uber até o passageiro e do passageiro até o seu destino;

6. Ao finalizar a corrida, o motorista deverá permanecer no lugar onde deixou o passageiro, e a sua próxima corrida irá partir deste local.

PREPARAÇÃO DO MAPA

1. Posicione os carros no centro do mapa
2. Escolham lugares aleatórios para os DOIS locais de bônus e para os TRÊS locais de surpresa.

UTILIZANDO O JOGO

1. Em sua vez, o jogador deverá lançar um dado para definir o número da coordenada **x** do passageiro. Em seguida, deverá retirar um cartão da sacola, que terá ou a palavra POSITIVO ou a palavra NEGATIVO, indicando qual será o sinal que o número da coordenada **x** do passageiro terá. Depois, o jogador deverá registrar o valor obtido em sua folha de coordenadas;

2. Em seguida, deverá lançar um dado novamente para definir o número da coordenada **y** do passageiro. Depois, deverá também retirar um cartão da sacola, para definir se a coordenada **y** será positiva ou negativa. Depois, o jogador deverá registrar o valor obtido em sua folha de coordenadas;

3. O mesmo processo deve ser repetido, só que desta vez para definir o destino do passageiro. As coordenadas também devem ser anotadas na folha de coordenadas;

4. O jogador deve então fazer os cálculos e registrar na folha de coordenadas a pontuação que obteve.

BÔNUS

1. Caso um passageiro apareça em uma distância de até três unidades, o jogador poderá cancelar a corrida e fazer o processo de busca por passageiros novamente. *Esta estratégia poderá ser utilizada apenas até duas vezes ao longo do jogo;*

2. Quando algum dos possíveis trajetos até o passageiro passar por um local de bônus, a pontuação final de sua corrida (ida até o passageiro + ida até o destino) valerá o dobro de pontos;

3. Quando algum dos ***trajetos até o passageiro*** passar por um local de surpresa, o jogador deverá ir obrigatoriamente até lá. Ao chegar no local, deverá pegar uma carta, que terá possibilidades de bônus ou penalizações. Após isto, deverá seguir para buscar o seu passageiro, a não ser que a carta o impeça.

APÊNDICE H – Tabuleiro do jogo Uber Geométrico

APÊNDICE I – Imagens para confecção das plaquinhas do jogo

APÊNDICE J – Cartas-surpresa

A gasolina acabou! Você deverá passar uma rodada sem jogar até que consiga buscar gasolina para o seu carro.	**A gasolina acabou!** Você deverá passar uma rodada sem jogar até que consiga buscar gasolina para o seu carro.	**Dia de sorte!** O seu passageiro irá oferecer um valor extra de 50 pontos pela corrida.	**Dia de sorte!** O seu passageiro irá oferecer um valor extra de 50 pontos pela corrida.
Corrida cancelada! O passageiro cancelou a corrida! Você apenas deverá ir até a localização do passageiro, e a sua pontuação será correspondente apenas à ida até ele.	**Corrida cancelada!** O passageiro cancelou a corrida! Você apenas deverá ir até a localização do passageiro, e a sua pontuação será correspondente apenas à ida até ele.	**Pneu furado!** Você não poderá completar esta corrida! Você acaba de perder 25 pontos enquanto conserta o seu pneu e aguarda a próxima rodada.	**Pneu furado!** Você não poderá completar esta corrida! Você acaba de perder 25 pontos enquanto conserta o seu pneu e aguarda a próxima rodada.
Dia de sorte! O seu passageiro irá oferecer um valor extra de 30 pontos pela corrida.	**Dia de sorte!** O seu passageiro irá oferecer um valor extra de 30 pontos pela corrida.	**Dia de sorte!** O seu passageiro irá oferecer um valor extra de 15 pontos pela corrida.	**Dia de sorte!** O seu passageiro irá oferecer um valor extra de 15 pontos pela corrida.
Ida e volta O seu passageiro irá até o destino e voltar rapidamente com você. A sua corrida valerá o dobro de pontos, e você irá encerrá-la voltando para o ponto de origem do passageiro.	**Ida e volta** O seu passageiro irá até o destino e voltar rapidamente com você. A sua corrida valerá o dobro de pontos, e você irá encerrá-la voltando para o ponto de origem do passageiro.	**Engarrafamento!** Há engarrafamentos em todos os seus possíveis trajetos. Você receberá 10 pontos a menos em sua pontuação final desta rodada.	**Engarrafamento!** Há engarrafamentos em todos os seus possíveis trajetos. Você receberá 10 pontos a menos em sua pontuação final desta rodada.
Engarrafamento! Há engarrafamentos em todos os seus possíveis trajetos. Você receberá 20 pontos a menos em sua pontuação final desta rodada.	**Engarrafamento!** Há engarrafamentos em todos os seus possíveis trajetos. Você receberá 20 pontos a menos em sua pontuação final desta rodada.	**Engarrafamento!** Há engarrafamentos em todos os seus possíveis trajetos. Você receberá 50 pontos a menos em sua pontuação final desta rodada.	**Engarrafamento!** Há engarrafamentos em todos os seus possíveis trajetos. Você receberá 50 pontos a menos em sua pontuação final desta rodada.

APÊNDICE K – Folha de coordenadas

Nome: ____

Folha de coordenadas

Rodada	**ÔNIBUS**		**Passageiro**		**Destino**		**Pontuações**
	x	**y**	**x**	**y**	**x**	**y**	
1	0	0					
2							
3							
4							
5							
6							

Primeira corrida cancelada (   )   **Segunda corrida cancelada (   )**

Pontuação total: ____________

Cálculos

APÊNDICE L – Questionário sobre o Uber Geométrico

Nome: ____

Descreva a seguir quais foram as suas principais estratégias de jogo:
____
____
____

Registre o seu grau de concordância para cada uma das afirmações a seguir:

1. Consegui compreender as regras e objetivos do jogo
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

2. Consegui utilizar os recursos do jogo com facilidade
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

3. Durante o jogo, consegui utilizar os conhecimentos que aprendi nas aulas anteriores
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

4. Enquanto jogava, utilizei a fórmula de distância para calcular as medidas dos percursos que realizei
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

5. Utilizar a fórmula de distância tornou a experiência de jogo mais fácil do que sempre contar rua a rua o tamanho do percurso percorrido pelo meu carro
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

6. Consegui direcionar a minha atenção apenas para os aspectos mais relevantes do jogo
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

7. Há jogadas ou situações que se repetem no jogo
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

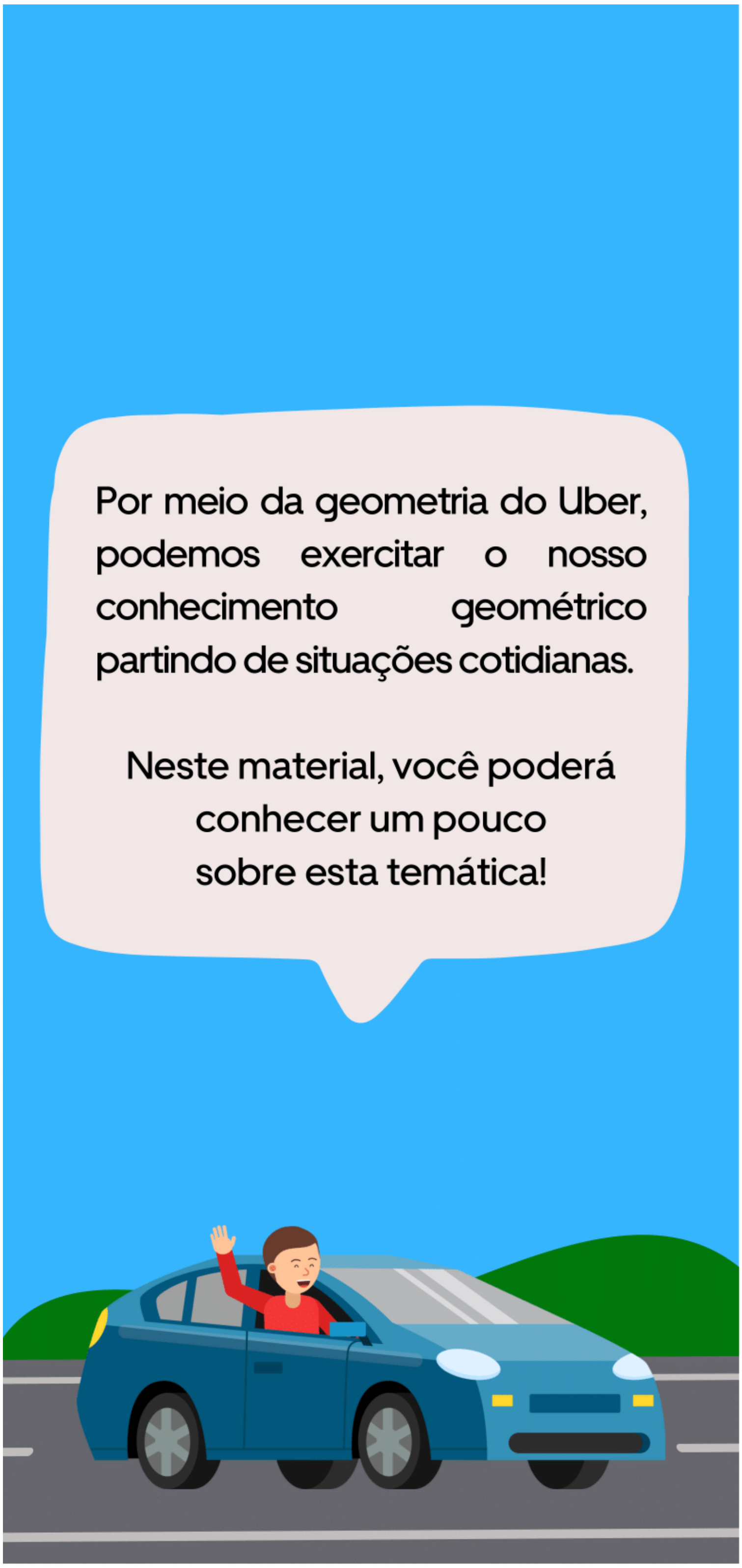
8. Ao observar que há situações que se repetem dentro do jogo, não precisei ficar sempre usando a fórmula para calcular a distância percorrida pelo Uber
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

9. Perceber que há situações que se repetem dentro do jogo me ajudou a jogar com mais facilidade
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

10. Consegui realizar de uma maneira mais simples algumas tarefas que pareciam complexas
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

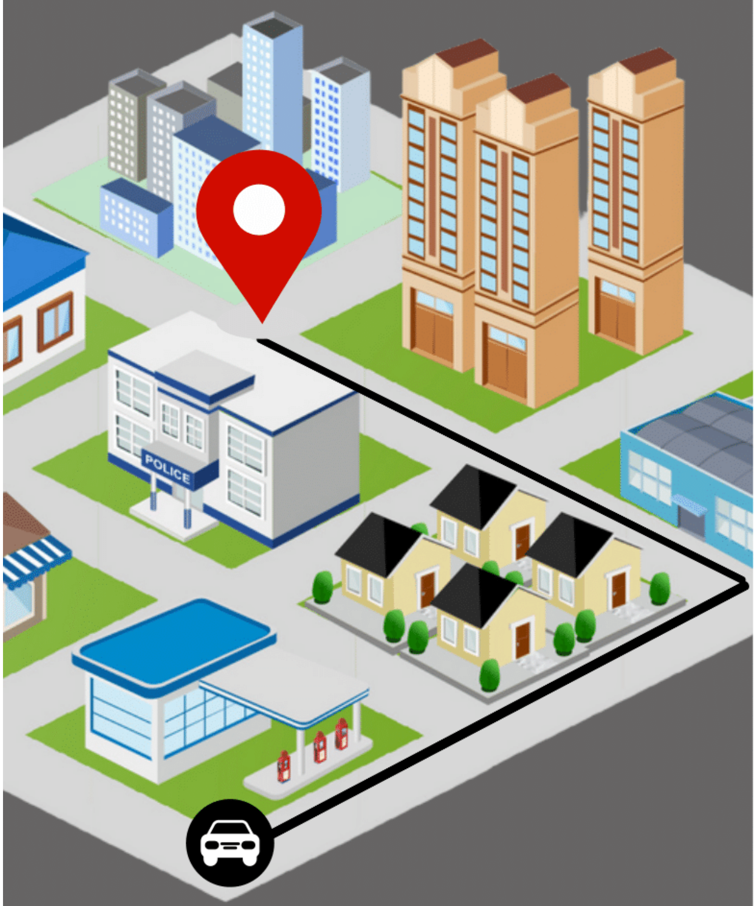
11. Avaliei os resultados e os do meu colega a fim de encontrar possíveis erros
( ) Discordo totalmente
( ) Discordo
( ) Neutro
( ) Concordo
( ) Concordo totalmente

APÊNDICE M – *Folder* ampliado


Por meio da geometria do Uber, podemos exercitar o nosso conhecimento geométrico partindo de situações cotidianas.
Neste material, você poderá conhecer um pouco sobre esta temática!


A geometria do Uber
ambienta-se em uma
cidade ideal, onde
todos os quarteirões
possuem as
mesmas dimensões.
Market

Observe que para se deslocar de um lugar até outro nesta cidade é necessário passar pelas suas diferentes ruas.



Dessa forma, a menor distância entre dois pontos nesta cidade apenas pode ser realizada por meio de suas ruas.

No entanto, o menor caminho nem sempre é único

Considerando que todas as laterais dos quarteirões têm ‘L’ de medida, podemos dizer que cada um dos caminhos destacados acima têm 4L de distância.

Mas quantos caminhos será que temos ao todo?

Para calcular a quantidade de menores caminhos possíveis de um local para o outro, podemos utilizar a seguinte fórmula:

$$\frac{TL!}{Lh! \times Lv!}$$

TL = total de laterais percorridas
Lh = laterais na horizontal
Lv = laterais na vertical

*Observe que aqui utilizamos um operador matemático chamado fatorial, representado por !

Que tal calcular o total de caminhos do exemplo anterior?

APÊNDICE N – Novas regras para o jogo

MINI UBER GEOMÉTRICO

REGRAS DO JOGO

1. O jogo terá um total de DUAS rodadas;
2. Os jogadores devem considerar que as corridas ocorrerão apenas pelos menores caminhos;
3. Todos os jogadores iniciam o jogo na origem (0, 0);
4. As pontuações dos jogadores serão resultantes da soma das distâncias do seu Uber até cada passageiro e do último passageiro até o destino final;
5. Cada trecho de rua, seja na vertical ou na horizontal, equivale a cinco pontos.
6. Encerrada a rodada, o jogador deverá retornar para a origem (0, 0), e não serão somados pontos correspondentes a este trajeto.
7. Ao final, vence o jogador que obtiver maior pontuação.

UTILIZANDO O JOGO

1. Antes de iniciar o jogo, todos os jogadores devem posicionar os carros ao centro do mapa (0, 0);
2. Em sua vez, o jogador deverá lançar quatro vezes os dois dados, para definir as coordenadas do primeiro, segundo e terceiro passageiros e o destino final. O dado de cor **azul** irá definir o valor da coordenada **x** e o de cor **branca** para definir o valor da coordenada **y**. Para cada lançamento, os valores obtidos devem, ser anotados na folha de coordenadas;
3. O jogador deverá então contar a quantidade de trechos de ruas que seu carro irá percorrer até cada passageiro e do terceiro até o destino final e anotar na folha de coordenadas a pontuação que obteve, conforme indicado no Quadro abaixo:

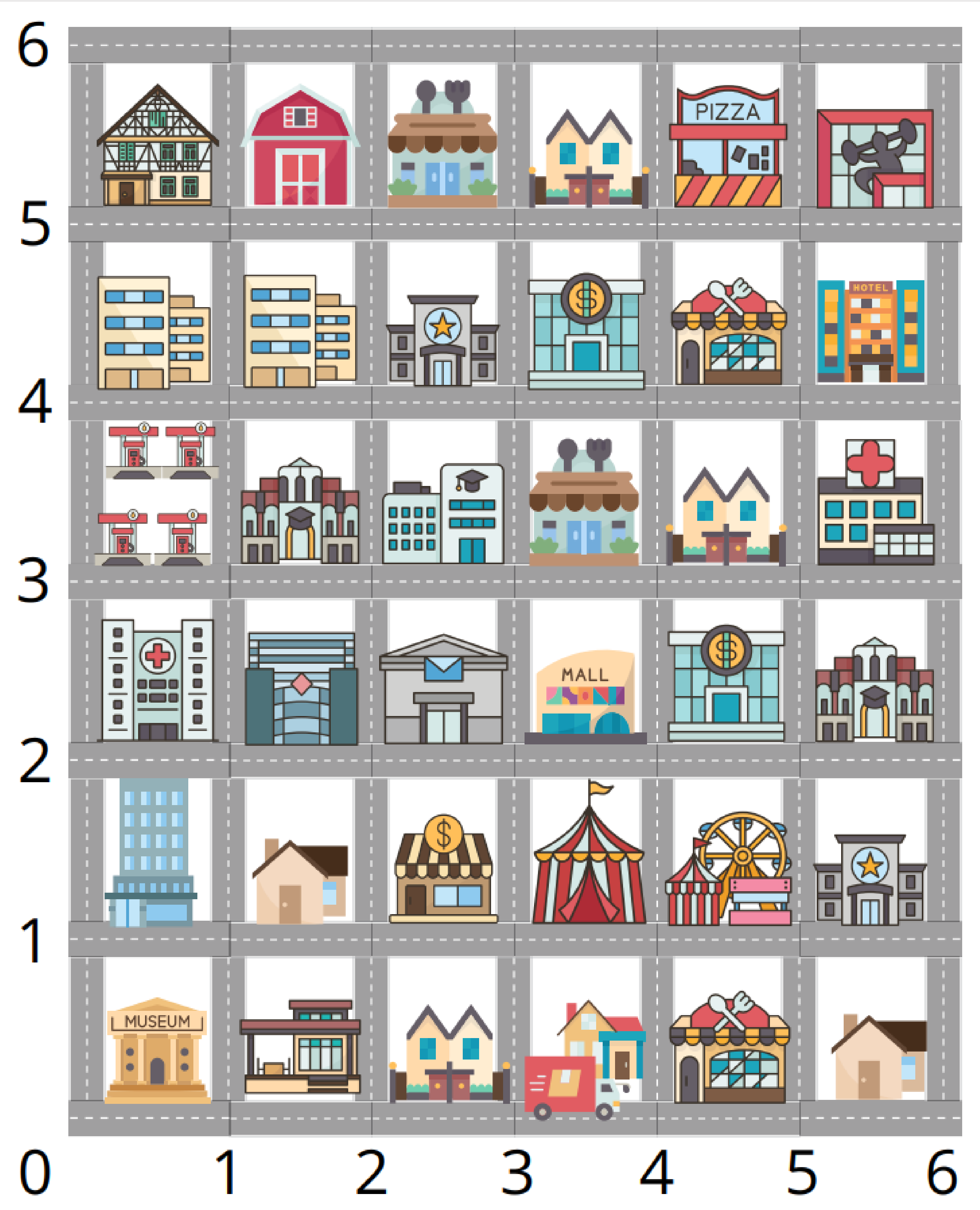
Rodada		**Locais**		**Distância percorrida**	**Pontuação**
		X	**Y**		
1	**Origem**	0	0	0	0
	Passageiro 1	2	3	5	25

4. Ao final da primeira rodada, após deixar os três passageiros no destino final, o motorista deverá girar um dado que, conforme a numeração obtida, poderá resultar em bônus ou penalizações sobre a sua pontuação total (ver quadro seguinte);

5. Ao final, as pontuações das duas rodadas devem ser somadas e vence o jogador que obtiver maior pontuação.

Número	Descrição
1	Receba o dobro de pontos nesta rodada
2	AVALIAÇÃO POSITIVA: Você acaba de ganhar 50 pontos
3	Escolha entre receber 10 pontos ou girar o dado novamente (não pode ser desfeito)
4	REEMBOLSO: escolha um passageiro para devolver os pontos que você recebeu dele
5	AVALIAÇÃO NEGATIVA: você acaba de perder 10 pontos
6	AVALIAÇÃO POSITIVA: você acaba de receber 10 pontos

APÊNDICE O – Tabuleiro do jogo após sua adaptação



APÊNDICE P – Nova folha de coordenadas

Nome: ____

Folha de coordenadas

Rodada	Passageiros		Destino		Distância percorrida	Pontuação
	x	y	x	y		
1						
Bônus	Girar um dado para conferir qual será o bônus/penalização					
2						

Pontuação total: ____________

Nome: ____

Folha de coordenadas

Rodada	Passageiros		Destino		Pontuações
	x	y	x	y	
1					
Bônus	Girar um dado para conferir qual será o bônus/penalização				
2					

Pontuação total: ____________

APÊNDICE Q – Roteiro para gravação do vídeo

ROTEIRO

Apresentação (Sejam todos bem-vindos, meu nome é ... e meu nome é ...(apresentadores), somos estudantes da escola cidadã integral xxxxx, estamos cursando a disciplina eletiva Geometria do Uber – conceitos e aplicações, sob supervisão de Lucas Viana, doutorando em Ensino no programa RENOEN/UEPB e do professor Mazureich.

Introdução

Você já parou para pensar por que a menor distância entre dois pontos é sempre um único segmento de reta?

Observe que se traçarmos um trajeto que não coincida com esse segmento, teremos que percorrer uma distância maior.

Porém, diversos matemáticos realizaram estudos e descobriram que há situações onde essas verdades matemáticas não se aplicam.

Hermann Minkowski foi um desses matemáticos, tendo idealizado uma geometria não euclidiana que posteriormente passou a ser chamada de Geometria do Táxi.

Apesar do nome "Geometria do Táxi", optamos por chamá-la de Geometria do Uber, que tem maior proximidade com o nosso cotidiano.

Introdução à métrica da GT

E, afinal, do que trata a Geometria do Uber?

Imagine que um motorista de Uber precisa se deslocar de um local até outro na cidade de Campina Grande.

Caminhos na diagonal não são permitidos neste mapa, pois o Uber precisaria passar por cima das casas.

Porém, na realidade, precisamos percorrer as ruas da cidade para se deslocar, de modo que existem diferentes possíveis caminhos.

Observe que há dois caminhos com 800m de distância. Isso significa que, na Geometria do Uber, é possível realizar mais de um menor caminho entre dois pontos.

E se todas essas ruas permitissem o tráfego em duas mãos, quantos menores caminhos teríamos?

A figura ao lado representa as ruas entre os locais do mapa anterior.

Observe que as ruas permitem trafegar apenas na horizontal ou na vertical. Que tal contar o total de caminhos possíveis?

Para este mapa, há um total de 20 diferentes caminhos. Todos eles representam a menor distância entre os pontos que destacamos.

Esta foi apenas uma das ideias que podem ser exploradas na Geometria do Uber. Em nossa eletiva, ainda estudamos:

- Associações com o Triângulo de Pascal
- Cálculo do total de percursos
- Distâncias
- Resolução de problemas
- Circunferência do uber

Algumas curiosidades

Circunferência Euclidiana x Circunferência da Geometria do Uber

Valor de π na Euclidiana x Valor de π na Geometria do Uber

Registros fotográficos

Apresentação dos grupos e respectivas produções

ANEXO A – Parecer consubstanciado do CEP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA - PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA - UEPB / PRPGP

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: GEOMETRIA DO TÁXI: um contexto para o desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico

Pesquisador: LUCAS HENRIQUE VIANA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 68228923.0.0000.5187

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.987.090

Apresentação do Projeto:

Trata-se de um projeto de pesquisa oriundo do programa de pós-graduação Rede Nordeste de Ensino da Universidade Estadual da Paraíba. Intitulado: GEOMETRIA DO TÁXI: um contexto para o desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico. Seu autor assim o apresenta: "As geometrias não-euclidianas têm exercido um importante papel quando exploradas em aulas de matemática, pois ampliam possibilidades pedagógicas, possibilitam o desenvolvimento do Pensamento Geométrico e de outras formas de pensamento, bem como possibilitam um ir além no estudo por meio da representação de situações cotidianas. Entre as geometrias não euclidianas, a Geometria do Táxi surge como uma importante aliada ao desenvolvimento do chamado Pensamento Geométrico, podendo ser explorada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Superior. Considerando essas conexões e a recente exploração do Pensamento Computacional na Educação Básica, este projeto tem por objetivo geral investigar as contribuições da geometria do táxi enquanto contexto para desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico. A pesquisa será desenvolvida sob abordagem qualitativa, configurando-se como um estudo de caso. Será aplicada a estudantes do Ensino Médio no formato de uma disciplina eletiva em uma Escola Cidadã Integral da cidade de Campina Grande-PB. O trabalho de campo será organizado em cinco etapas, que contemplarão: primeiros contatos; pré-testes; desenvolvimento; pós-testes; socialização dos resultados. Enquanto instrumentos para coleta de dados, serão utilizados questionários impressos, atividades impressas e também feitas em laboratório de informática, projetor, gravador de voz, câmeras para registrar fotos e realizar gravações de vídeo. A análise dos dados se dará por meio da reunião e comparação dos resultados obtidos, sejam utilizando os pré-testes e pós-testes, ou com os demais materiais e registros produzidos durante as aulas, de modo que seja possível identificar se por meio da temática Geometria do Táxi, os alunos conseguiram evoluir no desenvolvimento dos seus pensamentos computacional e geométrico".

METODOLOGIA

Considerando-se o delineamento teórico, ações e reflexões a serem tecidas neste trabalho, esta pesquisa configura-se sob abordagem qualitativa. Na tentativa de caracterizar a pesquisa qualitativa, Yin (2016) destaca algumas de suas características, como: busca estudar o significado da vida das pessoas, nas condições da vida real; preza pela representação das opiniões e das perspectivas dos participantes; busca abranger o contexto em que os participantes vivem; contribui com revelações sobre conceitos abrangentes ou emergentes que podem ajudar a explicar o comportamento social humano; esforça-se por utilizar múltiplas fontes de dados. Considerando essas articulações entre pesquisa qualitativa e Educação Matemática, esta pesquisa será conduzida sob abordagem qualitativa, apoiandose nos pressupostos metodológicos de um estudo de caso múltiplo que, segundo Lüdke e Andre (2013), configura-se como uma pesquisa qualitativa que investiga um fenômeno singular, que tem algum valor em si mesmo. Ainda que o fenômeno em pesquisa se encontre dentro de um contexto amplo, busca-se nas pesquisas que seguem esta configuração investigar o que ele tem de único.

CRITÉRIOS DE INCLUSÃO E EXCLUSÃO

Critério de inclusão

O público-alvo da pesquisa será constituído de estudantes do primeiro ao terceiro ano Ensino Médio que despertem interesse sobre a temática da pesquisa durante a feira de eletivas3 a ser realizada pela escola-campo. Durante a feira de eletivas, será disponibilizada uma breve apresentação das temáticas a serem abordadas na ementa da disciplina eletiva proposta nesta

Endereço: Av. das Baraúnas, 351- Campus Universitário
Bairro: Bodocongó **CEP:** 58.109-753
UF: PB **Município:** CAMPINA GRANDE
Telefone: (83)3315-3373 **Fax:** (83)3315-3373 **E-mail:** cep@setor.uepb.edu.br

pesquisa. Nesta apresentação, serão destacados também alguns questionamentos em cartazes e pôsteres, contendo também imagens e esquemas que levem os alunos a refletirem sobre algumas geometrias não-euclidianas e que os levem também a despertar sua curiosidade sobre a temática da disciplina.

HIPÓTESES

Não se aplica

Objetivo da Pesquisa:
OBJETIVO PRIMÁRIO

Investigar as contribuições da geometria do táxi enquanto contexto para desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico.

OBJETIVOS SECUNDÁRIO
• Levantar por meio da literatura evidências sobre conexões entre o Pensamento Computacional e a aprendizagem da Geometria.

• Avaliar os níveis de desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico dos sujeitos da pesquisa;

• Destacar articulações entre o desenvolvimento dos pensamentos computacional e geométrico;

Avaliação dos Riscos e Benefícios:
RISCOS
A pesquisa apresenta riscos mínimos para os seus participantes, entre os quais se destacam a pequena possibilidade das imagens ou gravações serem publicadas por eventual quebra de sigilo ou confidencialidade. No entanto, para assegurar que essa possibilidade não se concretize, todos os dados da pesquisa serão mantidos sob sigilo ético e posse do pesquisador responsável. Dessa forma, não será divulgada nenhuma informação sobre os nomes dos alunos e professores, ou

fotos sem que os seus rostos estejam desfocados ou com tarja. É possível que os alunos se mostrem insatisfeitos com o conteúdo da disciplina eletiva e optem por trocá-la por uma outra que lhe desperte maior interesse. Para isso, poderão dialogar com a instituição de ensino e realizar os procedimentos necessários para a troca.

BENEFÍCIOS

Entre os possíveis benefícios aos sujeitos participantes desta pesquisa, podemos mencionar os seguintes, porém, sem se limitar a eles:
- Contribuições para o desenvolvimento do seu projeto de vida;
- Retomada e aprofundamento de conhecimentos da geometria plana que são essenciais para um bom desempenho em Matemática;
- Desenvolvimento do pensamento computacional;
- Desenvolvimento do pensamento geométrico;

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Com relação aos possíveis riscos que possam decorrer em função da realização da pesquisa que irá executar, o autor explicita que "durante toda a pesquisa, a identidade dos sujeitos será totalmente preservada, e os mesmos estarão livres de riscos à sua integridade física e intelectual, sendo todas as situações didáticas aplicadas com finalidades de pesquisa, respeitando as diretrizes da Resolução 466/12 CNS/MS. Além do mais, o pesquisador anuncia explicitamente sua observância das exigências protocolares no que diz respeito à consequências éticas, pois "para assegurar que essa possibilidade não se concretize, todos os dados da pesquisa serão mantidos sob sigilo ético e posse do pesquisador responsável. Dessa forma, não será divulgada nenhuma informação sobre os nomes dos alunos e professores, ou fotos sem que os seus rostos estejam desfocados ou com tarja". Por fim, São disponibilizados os contatos do pesquisador, e esclarece que caso as dúvidas do participante não sejam resolvidas pelos pesquisadores ou tenham seus direitos negados, devem recorrer ao Comitê de Ética em Pesquisa, cujo endereço e meios de contato são colocados à disposição dos participantes.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Todos os termos de apresentação obrigatória foram anexados, e, quando exigido, estão devidamente assinados e apresentam as informações de modo claro e objetivo, tal como determina a Resolução nº 466, de 12 de dezembro de 2012, bem como suas complementares: TCPR, TCLE, TAI, TALE, DCPP, Folha de Rosto, Orçamento e Cronograma de Execução (cronograma (planejado em sintonia com a tramitação dos procedimentos exigidos pelo comitê de ética em pesquisa) estão devidamente assinados. Portanto, resta assinalar que o Projeto de Pesquisa foi construído dialogando com todas as exigências e de acordo com “as diretrizes da Resolução Nº. 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde do Ministério da Saúde/Comissão Nacional de Ética em Pesquisa, que dispõe sobre Ética em Pesquisa que envolve Seres Humanos”. Quanto a estas exigências, o Projeto de Pesquisa está apto a ser desenvolvido.

Recomendações:

Não há recomendações a fazer, pois o projeto não apresenta lacunas que possam se traduzir em prejuízos do ponto de vista ético para as instituições e os indivíduos envolvidos na pesquisa. Todos os protocolos exigidos foram devidamente cumpridos.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Há uma dupla expectativa do pesquisador quanto aos benefícios decorrentes de sua pesquisa, assim “para a comunidade escolar, espera-se: apoiar os estudantes em suas construções enquanto cidadãos autônomos, solidários e competentes; estimular o estudante a aumentar o seu desempenho no tocante a sua aprendizagem, principalmente, no que se refere ao desenvolvimento dos seus pensamentos computacional e geométrico; promover o desenvolvimento de habilidades associadas ao uso das tecnologias digitais no cotidiano, estimulando a criatividade, a produtividade e o pensamento crítico e analítico” e “para a comunidade acadêmica, espera-se contribuir no desenvolvimento de investigações sobre as temáticas Geometria do Táxi, Pensamento Computacional e Pensamento Geométrico, de modo que cada vez mais estudantes universitários, professores e pesquisadores possam ter conhecimento sobre elas, e busquem, estimulados pelas reflexões que serão tecidas neste estudo, investigar cada vez mais conexões e aprofundamentos que gerem reflexos nos campos onde atuam”. Dessa forma, o Projeto de Pesquisa conta com todas as condições de realização, pois é construído em clara sintonia com as diretrizes metodológicas e éticas da Resolução Nº. 466/2012, e além do mais, apresenta benefícios diretos para os participantes do estudo.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2106167.pdf	22/03/2023 00:27:18		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto.pdf	22/03/2023 00:21:27	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
Outros	AutoizacaoInstitucional.pdf	21/03/2023 23:45:10	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
Outros	PosTestePC.pdf	21/03/2023 23:44:11	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
Outros	PreTestePC.pdf	21/03/2023 23:43:55	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
Outros	PreEPosTestePG.pdf	21/03/2023 23:43:33	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALEaluno.pdf	21/03/2023 23:41:55	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEpais.pdf	21/03/2023 23:41:46	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TermoDeConsentimentoLivreEsclarecidoProfessor.pdf	21/03/2023 23:41:41	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
Orçamento	orcamento.pdf	21/03/2023 23:41:00	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
Declaração de Pesquisadores	TermoDeCompromissoDoPesquisador.pdf	21/03/2023 23:40:49	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
Declaração de concordância	DeclaracaoDeConcordancia.pdf	21/03/2023 23:39:59	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
Cronograma	Cronograma.pdf	21/03/2023 23:39:04	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito
Folha de Rosto	FolhaDeRosto.pdf	21/03/2023 16:03:21	LUCAS HENRIQUE VIANA	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

CAMPINA GRANDE, 05 de Abril de 2023

Assinado por:
Gabriela Maria Cavalcanti Costa
(Coordenador(a))

Endereço: Av. das Baraúnas, 351- Campus Universitário
Bairro: Bodocongó **CEP:** 58.109-753
UF: PB **Município:** CAMPINA GRANDE
Telefone: (83)3315-3373 **Fax:** (83)3315-3373 **E-mail:** cep@setor.uepb.edu.br

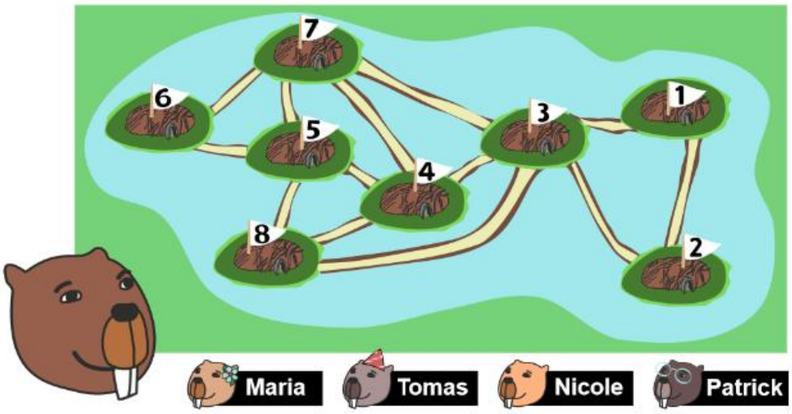
ANEXO B – TESTE DE PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Nome: ______________________________________ Idade _____ Série ____

01 - A vizinhança dos castores

O castor Bruno quer visitar sua amiga, a castor Maria, mas ele não sabe onde ela mora. Felizmente, ele tem algumas informações e um mapa. A primeira delas diz que dois castores são vizinhos se um caminho conecta suas casas. As outras informações são:

- Os castores Maria, Tomas e Patrick têm exatamente quatro vizinhos cada;
- Tomas e Patrick são vizinhos da castor Nicole;
- Nicole não tem outro vizinho.



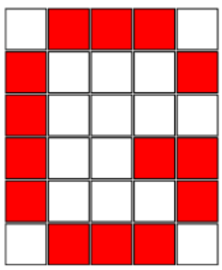
Qual é a casa de Maria?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7

02 - Transformando imagens em números

Considere um quadriculado 6 x 5 pintado de vermelho e branco. Esse quadriculado pode ser representado usando números, conforme mostram as imagens a seguir:

Quadriculado **Representação numérica**



1, 3, 1
0, 1, 3, 1
0, 1, 4
0, 1, 2, 2
0, 1, 3, 1
1, 3, 1

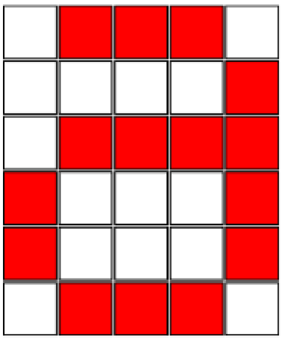
Na representação numérica, são listados, para cada linha, a quantidade de quadrados consecutivos que devem ser pintados de branco; depois, quantos devem ser pintados de vermelho; depois, quantos devem ser pintados de branco, e assim sucessivamente até que todos os quadrados da linha sejam considerados.

Importante: o primeiro número de uma linha sempre corresponde à quantidade de quadrados brancos iniciais.

Finalmente, é possível juntar todos os números que descrevem as linhas do quadriculado em uma única sequência. Assim, o quadriculado anterior é representado pela seguinte sequência:

1, 3, 1, 0, 1, 3, 1, 0, 1, 4, 0, 1, 2, 2, 0, 1, 3, 1, 1, 3, 1.

Qual é a sequência de números que descreve o quadriculado a seguir?



(A) 0, 1, 3, 4, 1, 1, 3, 1, 0, 2, 2, 1, 0, 1, 3, 1, 2, 2, 1
(B) 1, 3, 1, 4, 1, 1, 4, 0, 1, 3, 1, 0, 1, 3, 1, 1, 3, 1
(C) 1, 3, 1, 0, 1, 4, 1, 4, 0, 1, 3, 1, 0, 1, 3, 1, 1, 3, 1
(D) 1, 3, 1, 4, 1, 1, 4, 1, 3, 1, 1, 3, 1, 1, 3, 1

03 - Parafusos e porcas
Na fábrica *Beaver Construction*, Bento trabalha na linha de montagem de porcas e parafusos. A descrição do seu trabalho é a seguinte:

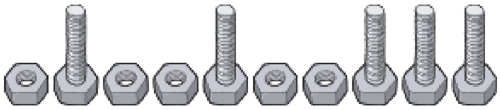
• Bento fica em uma extremidade de uma longa esteira transportadora, que contém porcas e parafusos em linha.
• O trabalho de Bento é retirar cada elemento da esteira transportadora por vez, seja uma porca, seja um parafuso.
• Se Bento tira uma porca da esteira, ele a coloca no balde circular ao seu lado.
• Se Bento tira um parafuso da esteira, ele pega uma porca do balde circular e a prende no parafuso.

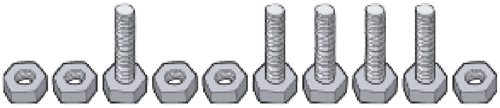
Depois, ele coloca a peça montada com o parafuso e a porca em uma caixa também ao seu lado. No entanto, as coisas podem dar errado para Bento de duas maneiras diferentes:

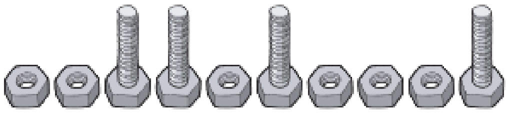
1. Se Bento tirar um parafuso da esteira transportadora e não houver porca no balde circular para prender nesse parafuso.
2. Se não houver mais porcas ou parafusos na esteira transportadora e ainda houver porcas no balde.

Qual sequência de porcas e parafusos, quando transportados da esquerda para a direita nas alternativas, **NÃO** faz com que as coisas deem errado para Bento?

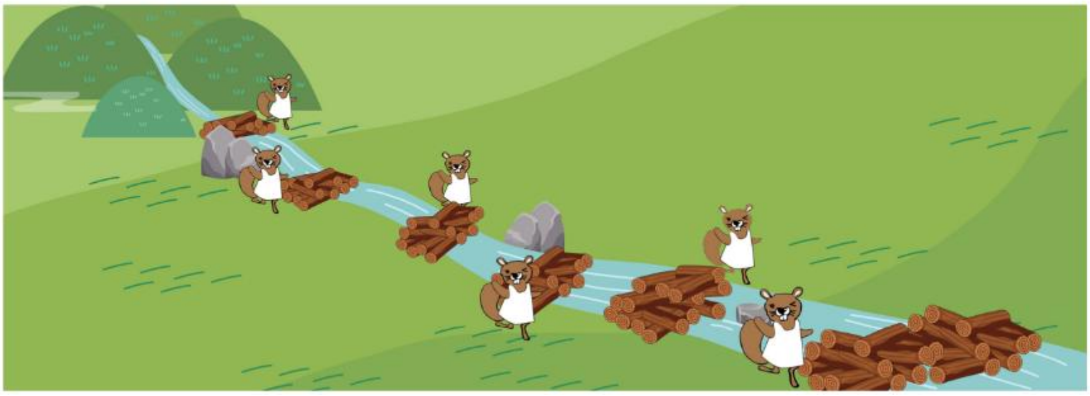
(A) 

(C) 

(B) 

(D) 

04 - A barragem dos castores
Seis castores (A, B, C, D, E e F) construíram suas próprias barragens com troncos de madeira ao longo de um rio, como mostrado a seguir:



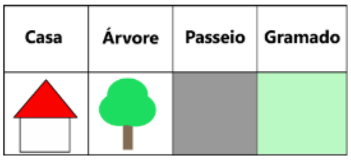
Um dia, após uma forte chuva, alguns troncos das barragens foram levados rio abaixo pela força da correnteza. Felizmente, todos os troncos das barragens são identificados pela letra do castor construtor. Assim, por exemplo, os troncos da barragem construída pelo castor A estão indicados pela letra A.

Após a chuva, os seis castores se reuniram para devolver os troncos que pertenciam aos outros e recuperar os seus, como mostra a imagem a seguir:

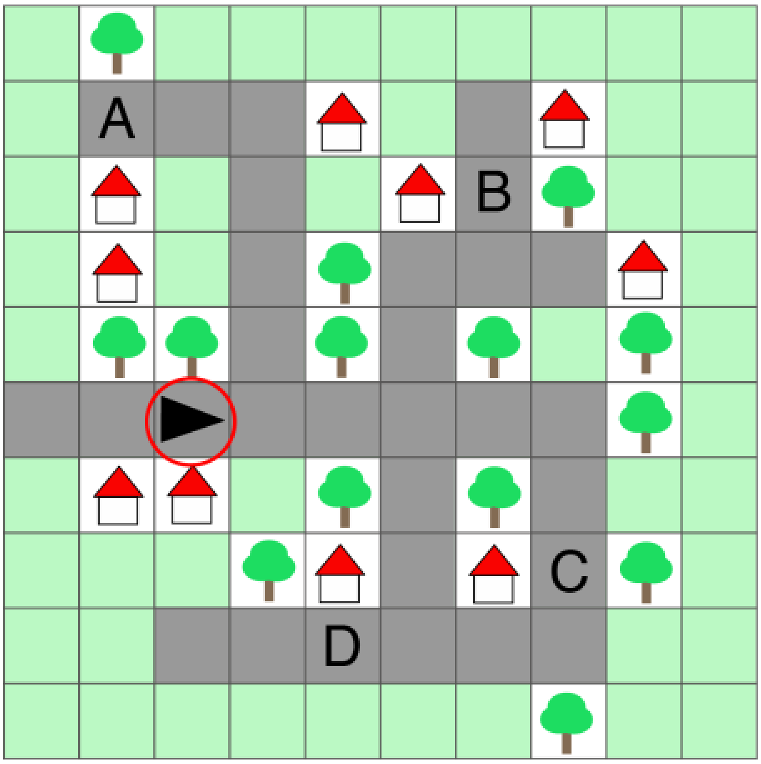
Considerando os troncos de madeira que cada castor pegou, qual pode ser a ordem das barragens montadas do começo ao final do rio?
(A) A → B → C → D → E → F
(B) C → B → F → A → D → E
(C) C → F → B → D → A → E
(D) E → C → F → B → A → D

05 – Tecnologias inteligentes
Tina é cega e caminha pelo seu condomínio usando óculos especiais equipados com um sistema inteligente de câmera, voz e reconhecimento de objetos. Esses óculos podem reconhecer, entre outras coisas, os quatro tipos de quadrados no mapa quadriculado a seguir: *casa, árvore, passeio e gramado.*

Legenda:



Mapa quadriculado:



Enquanto Tina passa pelos quadrados do passeio, indicados no mapa, os óculos usam o sistema inteligente para lhe dizer o que há à sua esquerda, à sua frente e à sua direita, nessa ordem. Por exemplo, os óculos podem lhe dizer “casa, passeio, árvore”.

Tina começa o percurso no quadrado indicado por um triângulo que está apontando para o lado direito do mapa. Ao longo dos quadrados pelos quais passa, começando no quadrado com um triângulo, ela ouve:

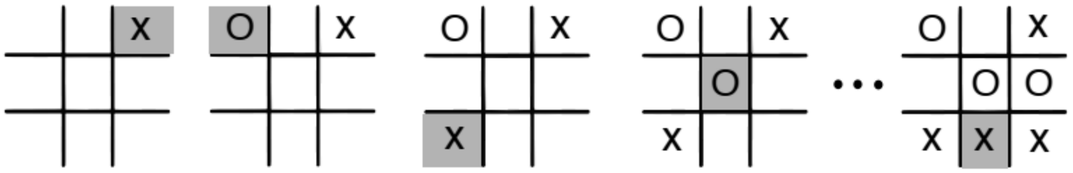
• árvore, passeio, casa;
• passeio, passeio, gramado;
• árvore, passeio, árvore;
• passeio, passeio, passeio;
• árvore, passeio, árvore;
• árvore, casa, passeio;
• passeio, passeio, árvore;
• casa, passeio, árvore.

Após fazer o percurso, Tina chega a um dos quadrados indicados por uma letra. A qual quadrado ela chega?
(A) A
(B) B
(C) C
(D) D

06 – Jogo da velha
O “jogo da velha” é uma brincadeira de lápis e papel para dois jogadores. Nele, um jogador começa marcando qualquer um dos espaços de uma grade 3 x 3 com um X ou um O, podendo escolher qual dessas será a sua marca e qual sobrará para o seu oponente.

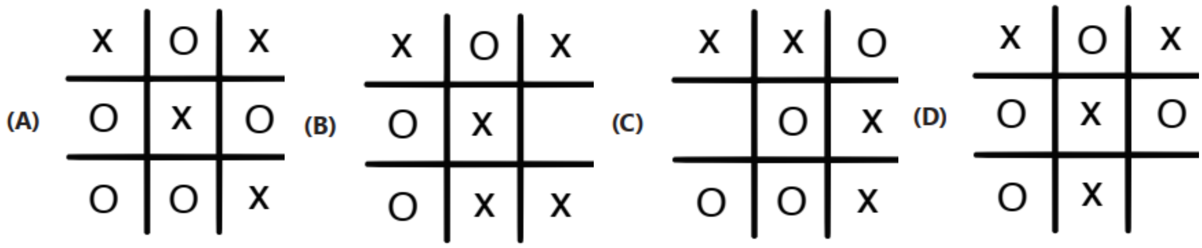
A partir daí, os jogadores se revezam marcando espaços da grade, cada um com sua marca. O jogador que primeiro conseguir colocar três marcas em uma linha horizontal, vertical ou diagonal é o vencedor, mas, se ninguém conseguir e todos os nove espaços da grade forem preenchidos, o jogo da velha termina empatado.

Exemplo: as imagens a seguir mostram algumas etapas de um jogo da velha, nas quais a
marcação de cada etapa foi destacada na grade.



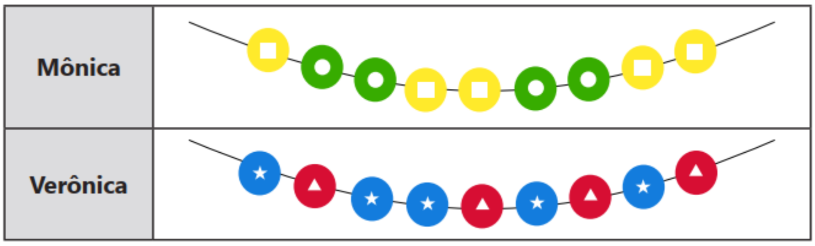
A última imagem à direita traz esse jogo concluído. Nele, o jogador com a marca X foi o vencedor. Nesse exemplo, é possível observar que ambos os jogadores obedeceram às regras
do jogo da velha.

Qual das opções a seguir traz um jogo da velha finalizado e preenchido de acordo com as regras?



07 – Pérolas de Ocrida

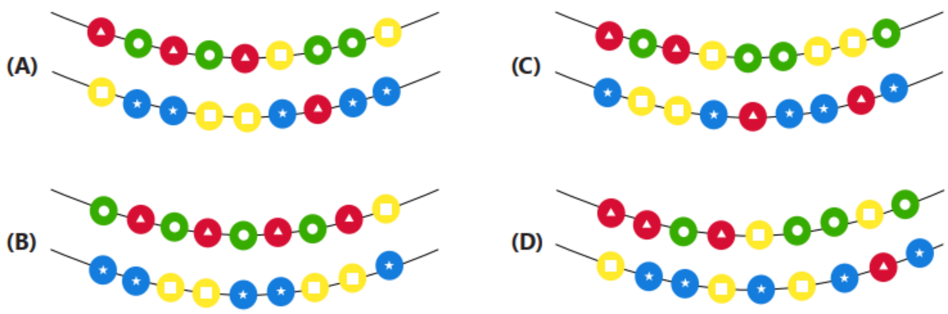
Durante suas férias em Ocrida, uma cidade ao norte da Macedônia, Mônica e Verônica compraram pérolas e fizeram colares com elas. Seus colares são mostrados a seguir:



Elas decidiram trocar pérolas dos seus colares entre si, seguindo os seguintes passos:

1. Cada uma delas pega pérolas da direita do seu próprio colar, uma pérola por vez.
2. Se elas pegam uma pérola amarela (com um quadrado) ou vermelha (com um triângulo), elas adicionam essa pérola à esquerda do colar da outra.
3. Se elas pegam uma pérola de qualquer outra cor, elas adicionam essa pérola à esquerda do seu colar.
4. Mônica vai primeiro e, a partir daí, as amigas se revezam.
5. Após cada uma dar três pérolas para a outra, elas param. Caso contrário, retornam ao passo 1.

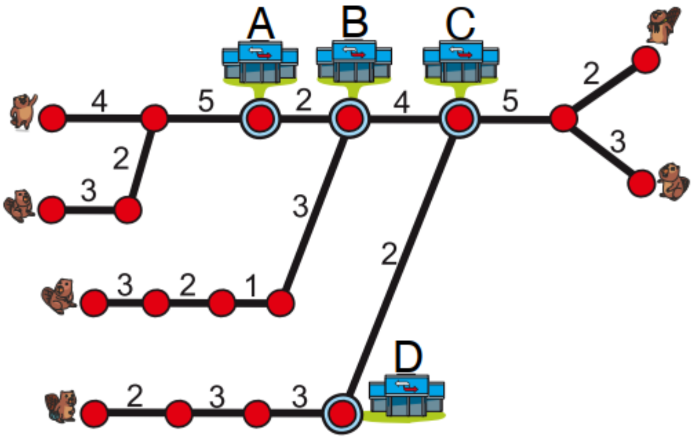
Como ficam os colares de Mônica e Verônica depois das trocas?



08 – Linha de metrô

Seis amigos vivem em diferentes partes de Beaver City. Eles usam a rede de metrô para se encontrar em uma das principais estações da cidade: A, B, C ou D.

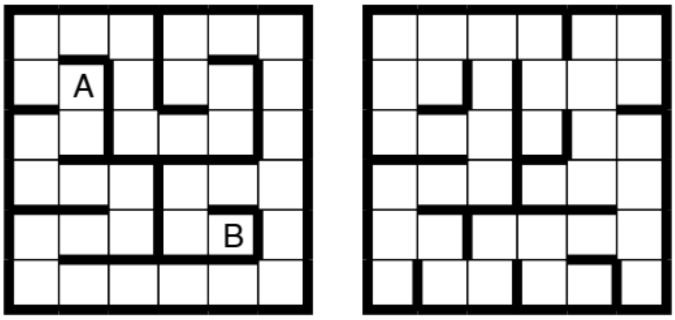
Os amigos querem chegar todos a uma dessas quatro estações o mais rápido possível, sendo que embarcam em diferentes estações ao mesmo tempo, conforme indicado:



O mapa mostra as estações (bolinhas vermelhas) dessa rede de metrô e o tempo, em minutos, para se chegar de uma estação a outra. A parada nas estações é obrigatória, e o tempo para embarcar e desembarcar em cada estação é de 1 minuto.
Em qual estação do metrô os amigos devem se encontrar para que isso aconteça o mais rápido possível?

(A) estação A (B) estação B (C) estação C (D) estação D

09 – Labirinto
Um pequeno castor está em um labirinto de dois andares. Cada andar tem sua própria grade de obstáculos, como mostram as imagens a seguir:



O castor pode se mover de uma célula para outra, dentro de um andar, se não houver um obstáculo entre essas células, o que leva 1 segundo. Ele também pode usar sua varinha mágica para se transportar de uma célula para a sua correspondente no outro andar, o que leva 5 segundos.

Por exemplo, se o castor estiver na célula A, há três movimentos possíveis:
1. Mover-se para a célula da esquerda no mesmo andar, o que leva 1 segundo.
2. Mover-se para a célula de baixo no mesmo andar, o que leva 1 segundo.
3. Mover-se para a célula correspondente no outro andar, o que leva 5 segundos.

Sabendo que as células A e B estão em um mesmo andar, qual é o menor tempo, em segundos, para que o castor se desloque de A até B?

(A) 13 (B) 15 (C) 18 (D) 20

10 – Lista de números

Podemos representar uma lista de números 3, 5, 2, 4, 1 num quadriculado, como mostrado a seguir.

Na imagem, os números menores, em vermelho, indicam as posições no quadriculado:

	1	2	3	4	5
X	3	5	2	4	1

Escrevemos (X 2) para descrever o número da lista X na 2ª posição do quadriculado. Então (X 2) é 5. Da mesma forma, (X 5) é 1.

Os números no quadriculado podem ser indicados indiretamente.

Por exemplo, (X (X 3)) é 5, uma vez que (X 3) é 2, então (X (X 3)) = (X 2) = 5.

A seguir, estão três listas, A, B e C, representadas em quadriculados:

A	3	2	4	1	5
B	5	4	1	3	2
C	2	5	4	3	1

Qual é o número descrito por (A (B (C 3)))?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

11 – Formando números

Você deve formar um número de dez dígitos usando os algarismos de 0 a 9, exatamente uma vez para cada. O número formado deve ser o menor possível a satisfazer todas as seguintes condições:

$0 \to 9$, $1 \to 0$, $1 \to 2$, $1 \to 6$, $2 \to 3$, $3 \to 5$, $3 \to 4$,

$6 \to 5$, $5 \to 7$, $7 \to 8$, $9 \to 7$

A condição $a \to b$ significa que o dígito a deve aparecer à esquerda do dígito b.

Qual dos seguintes números você deve formar?

(A) 1097823465
(B) 1092346578
(C) 1023465978
(D) 1023456978

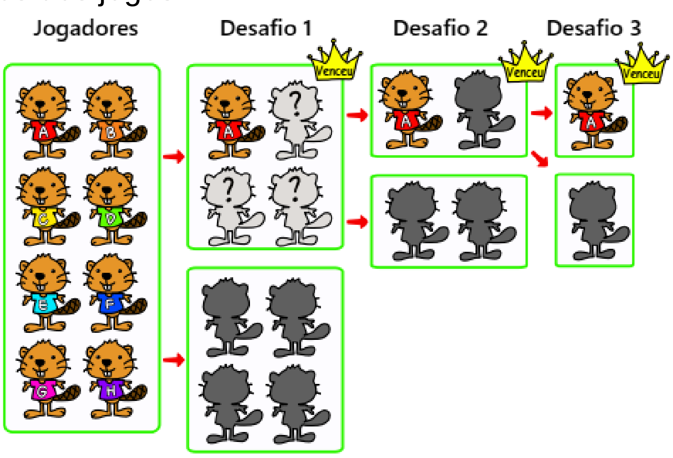
12 - Jogos Beaver
Os Jogos Beaver são uma competição anual realizada entre castores e composta por 3 desafios seguidos.

- Os 2 primeiros desafios são disputados por equipes cujos membros são decididos por sorteio.
- Em cada desafio, a equipe com a maior soma de pontos ganha e avança para o próximo, enquanto a outra equipe é eliminada e seus participantes desclassificados dos jogos, não podendo participar do(s) próximo(s) desafio(s).
- O último desafio é uma partida individual, e o castor que ganhar os três desafios seguidos vence os jogos.

A tabela a seguir traz pontuações para os castores nos três desafios seguidos:

Nome	Ana	Beto	Carla	Dani	Eric	Fábio	Giovana	Henrique
Desafio 1	15	16	19	18	17	20	19	19
Desafio 2	20	27	30	24	28	24	30	30
Desafio 3	10	14	11	15	16	13	9	12

Algumas dessas pontuações são fictícias, já que nem todos os castores participam de todos os desafios dos jogos.



Considerando que Ana foi a grande vencedora dos jogos deste ano, qual dos seguintes castores NÃO estava na primeira equipe de que ela fez parte?

(A) Beto **(B)** Dani **(C)** Fábio **(D)** Giovana

Respostas

Questão	Resposta
1	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
2	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
3	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
4	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
5	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
6	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
7	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
8	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
9	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
10	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
11	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐
12	A ☐ B ☐ C ☐ D ☐