



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I – CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
REDE NORDESTE DE ENSINO
DOUTORADO EM ENSINO**

WUALLISON FIRMINO DOS SANTOS

**A SITUAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA DIANTE DA INCLUSÃO
DE UM ALUNO COM BAIXA VISÃO: UM ESTUDO DIDÁTICO EM SALA DE
AULA COMUM**

**CAMPINA GRANDE
2025**

WUALLISON FIRMINO DOS SANTOS

**A SITUAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA DIANTE DA INCLUSÃO
DE UM ALUNO COM BAIXA VISÃO: UM ESTUDO DIDÁTICO EM SALA DE
AULA COMUM**

Tese apresentada à Coordenação do Curso de
Doutorado em Ensino da Rede Nordeste de
Ensino da Universidade Estadual da Paraíba,
como requisito parcial à obtenção do título de
Doutor em Ensino – RENOEN

Linha de pesquisa: Práticas Pedagógicas no
Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes

**CAMPINA GRANDE
2025**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto em versão impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que, na reprodução, figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S237s Santos, Wuallison Firmino dos.

A situação do professor de matemática diante da inclusão de um aluno com baixa visão [manuscrito] : um estudo didático em sala de aula comum / Wuallison Firmino dos Santos. - 2025.

435 f. : il. color.

Digitado.

Tese (Doutorado em Ensino da Rede Nordeste em Ensino) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2025.

"Orientação : Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes, Convidado credenciado".

1. Educação inclusiva. 2. Didática da matemática. 3. Acessibilidade didática. 4. Entrevista de autoconfrontação. I. Título

21. ed. CDD 370.115

WUALLISON FIRMINO DOS SANTOS

A SITUAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA DIANTE DA INCLUSÃO DE
UM ALUNO COM BAIXA VISÃO: UM ESTUDO DIDÁTICO EM SALA DE AULA
COMUM

Tese apresentada à Coordenação do
Curso de Doutorado em Ensino da
Rede Nordeste em Ensino da
Universidade Estadual da Paraíba,
como requisito parcial à obtenção do
título de Doutor em Ensino da Rede
Nordeste em Ensino - RENOEN

Linha de Pesquisa: Práticas
Pedagógicas no Ensino de Ciências e
Matemática.

Aprovada em: 09/07/2025.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Marcus Bessa de Menezes** (***.027.667-**), em 11/08/2025 16:58:52 com chave 9af805f276ed11f0b4b01a1c3150b54b.
- **Fernanda Malinosky Coelho da Rosa** (***.060.027-**), em 12/08/2025 08:50:20 com chave 85f66132777211f0a2ca2618257239a1.
- **Olivier Rivière** (***.D78.419-**), em 11/08/2025 17:12:02 com chave 71a8843676ef11f0ad5a1a1c3150b54b.
- **José Joelson Pimentel de Almeida** (***.846.264-**), em 11/08/2025 17:46:29 com chave 41b9b20e76f411f0bf8c1a7cc27eb1f9.
- **Tiêgo dos Santos Freitas** (***.654.884-**), em 11/08/2025 21:51:22 com chave 779daf20771611f0809f06adb0a3afce.
- **Paula Moreira Baltar Bellemain** (***.519.554-**), em 13/08/2025 16:53:09 com chave 22ead3b2787f11f09cf606adb0a3afce.

Documento emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.uepb.edu.br/comum/autenticar_documento/ e informe os dados a seguir.

Tipo de Documento: Folha de Aprovação do Projeto Final

Data da Emissão: 13/08/2025

Código de Autenticação: 7d9220



Minha tese era uma porta fechada. Agora, abro
essa porta para vocês Helena, Júlia e Lúdia.
Acima de tudo, abro-a para o mundo. A vocês,
minha dedicação.

AGRADECIMENTOS

Começo este texto retomando a dedicatória desta tese. Em 2022, minha filha Helena chegou da escola com um desenho. Três figuras humanas e uma porta. Perguntei do que se tratava:

- Sou eu, a mamãe e a Júlia – respondeu. Então lhe perguntei:
- E o papai?
- O papai está atrás da porta – disse ela com naturalidade.

Eu havia começado o doutorado em 2021, em plena pandemia de covid-19. Vivíamos um período de incertezas e, como tantos outros, transformamos nossas casas em espaços de trabalho e estudo. As disciplinas foram cursadas virtualmente; as aulas que eu ministrava como professor, também. Como ensina Claire Margolinas, o trabalho do professor vai muito além de “dar aula”, e nesse período todos os projetos de aula (+1), de sequência didática (+2), se deram entre as paredes do quarto de casa, onde o tempo e o espaço se fundiam num ritmo intenso e, por vezes, solitário.

Foi ali, naquele espaço reservado, que a tese começou a ser escrita, mas também foi ali que as infâncias das minhas filhas se desenrolaram, do outro lado da porta. O ambiente de trabalho e estudo se fundiu com o ambiente familiar, e o isolamento, necessário naquele contexto, deixou suas marcas em todos nós. Por isso, o desenho de Helena se tornou mais do que uma lembrança: virou um símbolo afetivo do modo como este doutorado atravessou nossas vidas.

Começo, então, agradecendo à minha família constituída.

Lídia, meu bem, obrigado por toda a paciência, ajuda e pelas renúncias que sei que a vida de uma mulher que trabalha, cuida das filhas e da casa requerem. Sem você, o que eu teria feito?

Helena e Júlia, meus amorzinhos, vocês não imaginam como os abraços e carinhos me deram força para hoje abrir essa tese ao mundo. Vocês foram essenciais para eu persistir!

Que esse gesto simbólico de abrir a porta agora se concretize ao compartilhar esta tese com todos que, de alguma forma, estiveram comigo nessa travessia. Por isso, estendo meus agradecimentos...

Ao meu orientador e amigo, Marcus Bessa, minha gratidão por todos os conselhos e pelo acompanhamento atento, desde nossas pesquisas no mestrado até os caminhos desta tese.

Aos meus queridos coorientadores do doutorado-sanduíche na França, Claire Margolinas e Olivier Rivière, meu sincero agradecimento. Nossas conversas e discussões foram fundamentais para meu amadurecimento acadêmico. O diálogo com Claire sempre trouxe uma leveza rara, que guardarei com muito carinho, assim como as boas lembranças das brincadeiras com seus gatinhos, Tiléo e Jakuma. Olivier foi um presente precioso em minha trajetória: seguiu comigo cada etapa da pesquisa em escolas francesas, demonstrando um olhar atento para os desafios da escolarização de alunos com deficiência e uma orientação generosa, sempre pautada pelo respeito ao meu percurso.

Agradeço aos professores e professoras que compuseram a banca desta tese, na qualificação e na defesa. À professora doutora Marilena Bittar, pela leitura atenta e pela avaliação minuciosa na qualificação. À professora doutora Fernanda Malinosky, pelas contribuições críticas no campo da educação inclusiva. Ao professor doutor Tiêgo dos Santos, pelas reflexões instigantes que fortaleceram a metodologia do trabalho. Aos professores doutores Paula Moreira Baltar Bellemain e José Joelson Pimentel de Almeida, pela leitura criteriosa na defesa. Ao professor doutor Olivier Rivière, pela disponibilidade e pelo diálogo exigente, que desde o doutorado-sanduíche contribuíram de forma decisiva para esta tese.

Agradeço ao programa RENOEN, vinculado ao PPGECEM da UEPB, pelo investimento e confiança em minha formação. Aproveito para celebrar as amizades que

tornaram o percurso mais leve e partilhado. Deixo aqui meu carinho a Vanessa, Ana Priscila, Lucas, Gilmar, Fabiana e a todos que estiveram juntos ao longo da caminhada. Um agradecimento especial a Daiana Estrela e Júlio Pereira, que, mesmo estando em outro programa, seguiram comigo nas alegrias e inquietações da pesquisa.

Ao Instituto Federal de Educação da Paraíba, meu agradecimento por diversas frentes: pela concessão da licença que me permitiu avançar significativamente na pesquisa; pelo acolhimento no campus onde realizei parte do trabalho de campo; e pela cooperação com a CLAI, coordenação de grande importância institucional. A todos que representam essa instituição, o meu muito obrigado.

É com alegria que também recordo a acolhida calorosa e o apoio recebido na Université Clermont Auvergne, especialmente no INSPÉ de Chamalières. Sou grato a todos os servidores e colegas que contribuíram para minha estadia e para o desenvolvimento desta pesquisa.

De forma especial, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão do apoio financeiro por meio do Programa de Doutorado-Sanduiche no Exterior (PDSE), que possibilitou o desenvolvimento de parte desta pesquisa em ambiente internacional, contribuindo significativamente para meu enriquecimento acadêmico e científico. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Agora, com o coração em júbilo, volto meu olhar para minha família de origem. Agradeço aos meus pais, Nina e Milton, à minha madrastra Aninha e ao meu padrasto Expedito, pelo apoio constante, sempre que possível. Em especial, agradeço com todo o amor à minha mãe, Nina, por sua presença firme, seus conselhos e, acima de tudo, por sua humanidade. Mainha, você é um dos maiores presentes da minha vida.

Aos meus irmãos queridos, Webe, Henrique, Júnior e Nick, e aos meus cunhados e cunhadas, Artício, Amanda e Lua, meu muito obrigado pela partilha e companheirismo ao longo da vida.

Termino rendendo graças ao Criador. Sou profundamente grato pelo amor e cuidado divino, que me alcançam de muitas formas, muitas vezes materializados nas pessoas que me ajudam a ver, com fé e coragem, que portas, de fato, se abrem.

Ao se transformar, a profissão revela seus segredos àqueles que desejam compreendê-los; ao ser confrontado com modificações em sua situação de trabalho, o profissional mostra o que sabe fazer àqueles que querem ver¹ (Grimaud, 2010, p. 1).

O professor recebe o dom da diferença do aluno com deficiência e, em troca, lhe oferece um novo olhar sobre quem ele é e sobre o que pode fazer. Esse aluno também pode contribuir para o avanço do saber ou das relações na sala de aula. Ele não é aquele que perturba ou faz os outros perderem tempo, mas sim alguém que pode trazer uma nova forma de aprender² (Assude, 2019, p. 11).

¹ « En se transformant, le métier livre ses secrets à qui veut les entendre, en étant confronté à des modifications de sa situation de travail, l'opérateur montre ce qu'il sait faire à qui veut le voir » (Grimaud, 2010, p. 1).

² « L'enseignant reçoit le don de la différence de l'élève handicapé, et lui rend un autre regard sur ce qu'il est et ce qu'il peut faire. Cet élève peut aussi faire avancer le savoir ou les relations dans la classe. Il n'est pas celui qui dérange, qui fait perdre du temps aux autres, mais celui qui peut apporter une autre manière d'apprendre » (Assude, 2019, p. 11).

RESUMO

Nesta tese, investigamos a situação de um professor de Matemática diante da inclusão de um aluno com baixa visão em uma turma do 1º ano do Ensino Médio do curso técnico integrado em Informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. Adotamos como referencial a Teoria das Situações Didáticas, com foco na estruturação do meio a partir dos níveis de atividade do professor. A pesquisa se inscreve em uma abordagem qualitativa voltada à interpretação de fenômenos didáticos e se configura como um estudo de caso. Articulamos entrevistas, observações em sala de aula e análise de registros escritos dos alunos e documentos institucionais, o que nos permitiu reconstruir a situação que o professor colaborador da pesquisa tem com ênfase na identificação de tensões entre as intenções didáticas declaradas, as ações efetivas e as condições de inclusão escolar. Nossos resultados indicam que a presença de um aluno com baixa visão introduz condicionantes na situação do professor que afetam a organização da aula, a gestão da turma e o acompanhamento do trabalho individual, sem necessariamente comprometer a estabilidade da prática já desenvolvida. Observamos que o professor mobiliza conhecimentos didáticos em sua atividade para responder às exigências inclusivas, mas nem sempre reconhece as implicações didáticas envolvidas na dinâmica inclusiva que se pretende instaurar, sobretudo quando os modos de acesso ao saber do aluno envolvem medidas de acessibilidade mediadas por terceiros ou enfrentam barreiras materiais e temporais relacionadas ao ritmo de aprendizagem. Evidenciamos que certas medidas não garantem, por si sós, a acessibilidade didática, e que a ajuda entre pares, embora funcional, pode reforçar assimetrias e dependências que comprometem a autonomia do aluno. Constatamos, ainda, que o professor tende a tratar a inclusão do aluno com deficiência no plano da participação visível, sem integrá-la às decisões didáticas voltadas ao acesso ao saber matemático em jogo. Concluimos que a inclusão de um aluno com deficiência visual impacta a situação do professor, tornando visíveis os limites da organização didática e exigindo decisões que articulem as exigências do coletivo, as prescrições institucionais e as necessidades específicas. Com este trabalho, contribuímos ao campo da Educação Matemática ao propor que a inclusão escolar seja compreendida como uma questão de acesso ao saber, o que implica considerar as condições didáticas que tornam a aprendizagem possível, à luz das medidas de acessibilidade adotadas.

Palavras-chave: educação inclusiva; didática da matemática; acessibilidade didática; entrevista de autoconfrontação.

ABSTRACT

This thesis investigates the situation of a Mathematics teacher faced with the inclusion of a student with low vision in the first year of a technical course in Informatics, integrated into upper secondary education, at the Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. We adopt the Theory of Didactical Situations as our theoretical framework, focusing on the structuring of the milieu through the teacher's levels of activity. The study follows a qualitative approach oriented toward the interpretation of didactic phenomena and is configured as a case study. The study combined interviews, classroom observations, and analyses of students' written work and institutional documents, allowing for a reconstruction of the participating teacher's situation with an emphasis on identifying tensions between the teacher's declared didactic intentions, actual actions, and the conditions of school inclusion. The results indicate that the presence of a student with low vision introduces constraints on the teacher's situation that affect lesson organization, class management, and the monitoring of individual work, without necessarily compromising the stability of the established practice. The teacher mobilizes situational didactic knowledge, developed through his interaction with the milieu, to respond to the demands of inclusion. However, he does not always recognize the didactic implications inherent in the inclusive dynamic he seeks to establish, especially when the student's access to institutional knowledge depends on accessibility measures mediated by third parties or is hindered by material or temporal constraints related to the learning pace. The findings highlight that certain measures do not, in themselves, guarantee didactic accessibility, and that peer assistance, although functional, can reinforce asymmetries and dependencies that compromise the student's autonomy. It was also found that the teacher tends to address the inclusion of the student with a disability at the level of visible participation, without integrating it into the didactic decisions aimed at access to institutional mathematical knowledge. The inclusion of a student with a visual impairment affects the teacher's situation by revealing the limits of didactic organization and requiring decisions that articulate the demands of the group, institutional prescriptions, and specific needs. This work contributes to the field of Mathematics Education by proposing that school inclusion be understood as a matter of access to institutional knowledge. This implies taking into account the didactic conditions that make learning possible in light of the accessibility measures adopted.

Keywords: inclusive education; didactics of mathematics; didactic accessibility; self-confrontation interview.

RÉSUMÉ

Cette thèse examine la situation d'un enseignant de Mathématiques face à l'inclusion d'un élève malvoyant dans une classe de première année du lycée, dans le cadre du cours technique en Informatique de l'Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. Nous adoptons comme cadre théorique la Théorie des Situations Didactiques, en mettant l'accent sur la structuration du milieu à partir des niveaux d'activité du professeur. L'étude s'inscrit dans une approche qualitative orientée vers l'interprétation de phénomènes didactiques et se caractérise comme une étude de cas. L'étude combine des entretiens, des observations en classe et l'analyse des travaux écrits des élèves ainsi que des documents institutionnels, ce qui a permis de reconstruire la situation du professeur participant à la recherche, en mettant l'accent sur l'identification des tensions entre les intentions didactiques déclarées, les actions effectives et les conditions de l'inclusion scolaire. Les résultats indiquent que la présence d'un élève malvoyant impose des contraintes dans la situation de l'enseignant, qui affectent l'organisation du cours, la gestion de la classe et le suivi du travail individuel, sans pour autant compromettre la stabilité de la pratique déjà établie. Il a été observé que l'enseignant mobilise des connaissances didactiques dans sa pratique pour répondre aux exigences liées à l'inclusion, mais qu'il ne reconnaît pas toujours les implications didactiques inhérentes à la dynamique inclusive qu'il cherche à instaurer, surtout lorsque les modes d'accès au savoir de l'élève reposent sur des mesures d'accessibilité médiatisées par des tiers ou se heurtent à des obstacles matériels et temporels liés au rythme d'apprentissage. Il ressort que certaines mesures ne garantissent pas à elles seules l'accessibilité didactique, et que l'entraide entre pairs, bien que fonctionnelle, peut renforcer des asymétries et des dépendances qui compromettent l'autonomie de l'élève. Il a également été constaté que l'enseignant a tendance à traiter l'inclusion de l'élève en situation de handicap sur le plan de la participation visible, sans l'intégrer aux décisions didactiques visant l'accès au savoir mathématique en jeu. L'inclusion d'un élève ayant une déficience visuelle affecte la situation de l'enseignant, révélant les limites de l'organisation didactique et exigeant des décisions articulant les exigences du collectif, les prescriptions institutionnelles et les besoins spécifiques. Ce travail contribue au domaine de l'Éducation Mathématique en proposant que l'inclusion scolaire soit comprise comme une question d'accès au savoir, ce qui implique de prendre en compte les conditions didactiques qui rendent l'apprentissage possible, à la lumière des mesures d'accessibilité adoptées.

Mots-clés : éducation inclusive ; didactique des mathématiques ; accessibilité didactique ; entretien d'autoconfrontation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Item “c” da situação apresentada pela professora.....	78
Figura 2 - A situação objetiva	97
Figura 3 - A situação de referência.....	98
Figura 4 - A situação de aprendizagem adidática.....	98
Figura 5 - A situação de ensino	100
Figura 6 - A situação de análise didática.....	101
Figura 7 - O professor na dinâmica da situação didática.....	107
Figura 8 - Ramo principal e ramo marginal	116
Figura 9 - Situação nildidática.....	118
Figura 10 - Configuração das câmeras para observação da sala de aula.....	142
Figura 11 - Configuração da apresentação dos episódios	146
Figura 12 - Estrutura multinível da situação escolar inclusiva.....	158
Figura 13 - Mapeamento da organização da sala de aula	161
Figura 14 - Ações e interações no nível da sala de aula	169
Figura 15 - Nível intermediário constituído por instituições que influenciam as interações no nível da classe	176
Figura 16 - Nível global constituído por potenciais interações em torno do trabalho de inclusão de Gael.....	178
Figura 17 - Introdução à progressão aritmética no livro	196
Figura 18 - Organização sequencial dos tópicos sobre PA em Paiva (2015).....	197
Figura 20 - Construção do tema PA de acordo com o livro adotado	201
Figura 20 - Desenho no quadro realizado por Luís a pedido do professor Elon	218
Figura 21 - Marcações e anotações feitas por Elon durante a formulação do problema	220
Figura 22 - Primeira leitura possível do problema (Bifurcação potencial 1)	223
Figura 23 - Segunda leitura possível do problema (Bifurcação potencial 2)	223
Figura 24 - Estruturação do capítulo “Sequências” no livro Paiva (vol. 2) e posicionamento da progressão aritmética na sequência temática	240
Figura 25 - Apresentação expositiva da fórmula do termo geral da PA no contexto da linha de metrô	241
Figura 26 - Segmentação dos tempos de trabalho de Elon no desenvolvimento do <i>EP1</i>	248
Figura 27 - Organização cronológica do episódio <i>EP2</i>	284
Figura 28 - Registro escrito de Gael durante a resolução do exercício 21 (com intervenções de Sophia).....	295
Figura 29 - Bifurcação didática na resolução de Gael.....	308

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Classificação da deficiência visual referente à CID-11	28
Quadro 2 – As questões abordadas no estudo sobre o que diz respeito ao professor em sala de aula nas pesquisas francesas de acordo com Perrin-Glorian (2002).....	105
Quadro 3 – Estruturação do meio completada	111
Quadro 4 – Níveis de Atividade do Professor	113
Quadro 5 – Síntese de diferentes modalidades de bifurcações didáticas.....	119
Quadro 6 – Organização das aulas gravadas.....	143
Quadro 7 – Episódios selecionados para entrevista de autoconfrontação	151
Quadro 8 – Macro organização didática da aula <i>A0b</i>	208
Quadro 9 – Reprodução datilografada do registro de Gael.....	295
Quadro 10 – Troca entre Gael e Sophia durante a resolução da questão 21.....	296

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEE	Atendimento Educacional Especializado
AESH	Acompanhantes de alunos em situação de deficiência (Accompagnant des Élèves en Situation de Handicap)
AFV	Avaliação Funcional da Visão
AVS	Auxiliares de Vida Escolar (Auxiliaires de Vie Scolaire)
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CLAI	Coordenação Local de Acessibilidade e Inclusão
CEDV	Centre d'Éducation pour Déficients Visuels
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
COPAE	Coordenação Pedagógica e de Apoio ao Estudante
COREM	Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
CID	Classificação Internacional de Doenças
CNE/CP	Conselho Nacional de Educação / Conselho Pleno
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
ENEMI	Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva
GEPeDEMI	Grupo de Estudo e Pesquisa em Didática da Matemática e Educação Matemática Inclusiva
GTs	Grupos de Trabalho
IFE	Institut Français de l'Éducation
IFSP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
INSERM	Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale
INSHEA	Institut National Supérieur de Formation et de Recherche pour L'Education des Jeunes Handicapes et Les Enseignements Adaptes
INSPÉ	Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation
LBI	Lei Brasileira de Inclusão
MPA	Material Pedagógico Adaptado
MEC	Ministério da Educação
OMS	Organização Mundial da Saúde
OPHRIS	Observatoire des Pratiques sur le Handicap – Recherche & Intervention Scolaire
PAP	Plan d'Accompagnement Personnalisé
PCD	Pessoa com deficiência
PEI	Plano Educacional Individualizado
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PIMS	Pratiques Inclusives en Milieu Scolaire
PNEEPEI	Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva
PPS	Projet Personnalisé de Scolarisation
PSCT	Processo Seletivo para os Cursos Técnicos
REP	Redes de Educação Prioritária
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SESEMAT	Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática
TA	Termo de Assentimento
TAC	Transtorno da Aquisição das Coordenações
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TDAH	Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade
TSD	Teoria das Situações Didáticas
UCA	Université Clermont Auvergne
UFPB	Universidade Federal da Paraíba
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Da experiência à necessidade de pesquisa: quando a Didática da Matemática se abriu para a inclusão	19
1.2	A delimitação de pesquisa e organização do trabalho	24
2	DEMARCANDO ELEMENTOS CONTEXTUAIS DE INVESTIGAÇÃO	27
2.1	A deficiência visual.....	27
2.2	Os impactos da deficiência visual na aprendizagem	32
2.3	Medidas educacionais de acessibilidade para alunos com baixa visão	38
3	EDUCAÇÃO INCLUSIVA: ALUNOS COM DEFICIÊNCIA NA ESCOLA COMUM	46
3.1	Desafios na implementação da inclusão escolar	46
3.2	Educação Especial: políticas e diretrizes numa perspectiva inclusiva	50
3.3	Educação Matemática e inclusão	54
3.3.1	<i>Educação Matemática Inclusiva: alunos com deficiência visual</i>	55
3.4	O didático como lente de análise da acessibilidade à aprendizagem	63
3.4.1	<i>Estudos conduzidos sob uma perspectiva didática junto a alunos com necessidades educacionais específicas.....</i>	66
3.4.1.1	<i>Pesquisas internacionais</i>	66
3.4.1.2	<i>Pesquisas nacionais</i>	74
3.5	À guisa de conclusão	82
4	ENQUADRAMENTO TEÓRICO	84
4.1	Alguns fundamentos da Teoria das Situações Didáticas	86
4.1.1	<i>Diferentes tipos de situações</i>	86
4.1.2	<i>Devolução: transferindo a responsabilidade ao aluno</i>	91
4.1.3	<i>Institucionalização: conferindo um status de saber ao conhecimento</i>	93
4.1.4	<i>A importância do professor na gestão das situações: a fase de conclusão</i>	94
4.2	A estruturação do meio: situação do aluno.....	95
4.3	O papel do professor na Didática da Matemática	104
4.3.1	<i>O professor tem uma situação.....</i>	106
4.4	A estruturação do meio: situação do professor	109

4.5	Prolongamentos da estruturação do meio: análise sob o ponto de vista do professor e dos alunos	114
4.5.1	<i>A análise descendente: ponto de vista do professor</i>	114
4.5.2	<i>A análise ascendente: ponto de vista do aluno</i>	115
4.5.3	<i>Ramo principal e ramo marginal.....</i>	115
5	PROBLEMATIZAÇÃO	122
5.1	Questão da pesquisa e declaração da tese	125
5.2	Objetivos da pesquisa.....	127
5.2.1	<i>Objetivo geral.....</i>	128
5.2.2	<i>Objetivos específicos.....</i>	128
6	ENQUADRAMENTO METODOLÓGICO	130
6.1	Tipo de pesquisa	130
6.2	Contribuições e desafios epistêmicos de uma problematização didática da educação inclusiva	131
6.2.1	<i>Consequências sobre a análise da situação do professor</i>	132
6.3	Corpus de análise	133
6.3.1	<i>Considerações sobre a estruturação do meio e os níveis de análise.....</i>	134
6.3.2	<i>Definição da amostra: delimitações e justificativas</i>	136
6.3.2.1	<i>Participantes da Pesquisa</i>	137
6.3.2.2	<i>Definição do contexto empírico e recorte metodológico</i>	138
6.3.3	<i>Produção de dados.....</i>	140
6.3.3.1	<i>Entrevista antes da aula</i>	140
6.3.3.2	<i>Observação das aulas</i>	141
6.3.3.3	<i>Entrevista de autoconfrontação</i>	144
6.4	O tratamento dos dados e procedimentos de análise	146
6.5	Questões Éticas da Pesquisa	154
7	ANÁLISE E RESULTADOS	156
7.1	Parte I: Elementos contextuais e análise multinível das condições inclusivas	157
7.1.1	<i>Níveis de apoio à inclusão</i>	158
7.1.1.1	<i>Nível da sala de aula</i>	159
7.1.1.2	<i>Nível intermediário</i>	170
7.1.1.3	<i>Nível global</i>	177

7.1.2	<i>Conclusão da análise multinível</i>	181
7.2	Parte II: A acessibilidade didática na análise de situações	185
7.2.1	<i>Reconstituição da situação de construção de Elon (S+2)</i>	186
7.2.1.1	<i>A organização do ensino da progressão aritmética nos documentos oficiais</i> ..	187
7.2.1.2	<i>A organização do ensino da progressão aritmética no livro didático adotado</i>	193
7.2.1.3	<i>A construção do tema da progressão aritmética na atividade docente de Elon</i> 201	
7.2.2	<i>Reconstituição de uma situação de projeto de Elon (S+1)</i>	207
7.2.2.1	<i>Análise a priori dos exercícios</i>	211
7.2.3	<i>Análise dos episódios</i>	213
7.2.3.1	<i>Episódio EP1 – Construção de uma linha férrea</i>	214
7.2.3.1.1	Descrição do episódio	215
7.2.3.1.2	Análise a priori do ponto de vista do aluno	217
7.2.3.1.2.1	Problema instalado por Elon e meio com o qual o aluno interage em situação	218
7.2.3.1.2.2	A progressão aritmética no problema da construção da linha férrea	225
7.2.3.1.2.3	Conhecimentos em jogo no problema da construção da ferrovia	231
7.2.3.1.3	Análise a priori do ponto de vista do professor	238
7.2.3.1.3.1	Intenção didática de Elon: o problema da construção da ferrovia	238
7.2.3.1.3.2	A situação de Elon sob injunções noosféricas	245
7.2.3.1.4	Análise a posteriori do episódio EP1: resultados	247
7.2.3.2	<i>Retorno conclusivo do episódio EP1 à luz da situação de Elon e de Gael</i>	278
7.2.3.3	<i>Episódio EP2 – Determinação do 40º termo da PA</i>	280
7.2.3.3.1	Descrição cronológica do episódio	283
7.2.3.3.2	O exercício I: conhecimentos em jogo e posição do professor	291
7.2.3.3.3	Reconstrução da sinopse do episódio EP2	292
7.2.3.3.4	Interpretação dos resultados do episódio EP2	297
7.2.3.4	<i>Retorno conclusivo do EP2</i>	308
7.3	A situação do professor atravessada pelas exigências da inclusão: discussão dos episódios observados	311
7.3.1	<i>Uma situação complexa em si: o professor diante da intenção de ensinar</i>	313

7.3.2	<i>A situação de Elon face às expectativas inclusivas com um aluno com baixa visão</i>	320
8	CONCLUSÃO	333
8.1	Principais resultados desse estudo	334
8.1.1	<i>As situações instaladas e seus efeitos sobre o ensino e a aprendizagem da PA</i>	335
8.1.2	<i>Os modos de acesso ao saber e suas complicações</i>	338
8.1.3	<i>Tensões nos níveis da atividade do professor e articulação institucional entre os níveis de apoio à inclusão</i>	340
8.2	Perspectivas didáticas sobre a inclusão	344
8.3	Perspectivas para futuras pesquisas	346
	REFERÊNCIAS	349
	APÊNDICE A – ENTREVISTAS ANTES DAS AULAS (En) COM O PROFESSOR.....	369
	APÊNDICE B – AULAS OBSERVADAS (An).....	378
	APÊNDICE C – ENTREVISTA DE AUTOCONFRONTAÇÃO (EAC)...	401
	APÊNDICE D – ENTREVISTAS COM ALUNOS (EAn).....	411
	ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO EMITIDO PELO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA	429
	ANEXO B – TRABALHO ESCRITO DE GAEL NA ATIVIDADE AVALIATIVA (A3).....	432
	ANEXO C – FLUXO DOS PROCEDIMENTOS PARA ATENDIMENTO DOS ESTUDANTES COM NECESSIDADES ESPECÍFICAS	435

1 INTRODUÇÃO

A inclusão escolar tem sido amplamente debatida em diversos campos do conhecimento, refletindo uma transformação social mais ampla em torno da equidade e do acesso à educação. Se, por um lado, esse debate tem impulsionado o avanço de legislações e políticas públicas que buscam assegurar a participação de pessoas com deficiência em ambientes educacionais comuns, por outro, os desafios de efetivar a inclusão permanecem complexos e multifacetados.

Entre os avanços registrados nesse cenário, destaca-se o crescimento significativo da produção acadêmica voltada para o ensino de Matemática. Observamos que há um crescimento no número de pesquisas sobre a inclusão de estudantes com deficiência, possivelmente relacionado à ampliação do acesso desses alunos às salas de aula comuns e às inquietações dos sistemas educacionais diante das exigências desse processo.

Nesse contexto, as escolas tornam-se o espaço privilegiado onde as tensões entre o direito à aprendizagem e os desafios da inclusão se materializam, colocando sobre os professores, em parte, a responsabilidade de garantir condições efetivas de ensino para todos os alunos. Se, por um lado, os aspectos legais e institucionais fornecem um arcabouço legal que ampara a inclusão, por outro, a realidade da sala de aula revela situações concretas que extrapolam as normativas legais e exigem dos professores uma acomodação em torno de suas ações e decisões.

Diante disso, este estudo adota uma abordagem sistemática para investigar as interações didáticas de forma mínima, ou seja, o papel do professor de Matemática na organização do encontro entre o aluno com deficiência visual e um meio, considerando o ensino como um processo dinâmico que envolve relações didáticas complexas. A Didática da Matemática tem, historicamente, se debruçado sobre questões relativas às condições didáticas (Margolinas, 2022), fornecendo ferramentas teóricas e metodológicas que permitem analisar o ensino e a aprendizagem em diversos contextos.

A partir desse enquadramento, este estudo tem como foco a posição do professor de Matemática e a dinâmica inclusiva (Assude, 2019). Na sala de aula, o professor é um agente da inclusão, suas ações e decisões configuram possibilidades e limitações que podem ser tensionadas a partir da tarefa legítima de ensinar Matemática a todos.

Pareceu-nos representativo realizar um recuo no tempo, revisitando os caminhos que nos trouxeram até este trabalho, não apenas para explicitar a “origem” da nossa investigação,

mas para reconhecer o movimento incessante da curiosidade que nos impulsiona. A pesquisa não nasce de um instante, mas de um processo dialético, tecido entre inquietações ininterruptas, perguntas que insistem em permanecer, experiências que nos atravessam e práticas que, ao se renovarem, redesenham nosso olhar sobre o impacto da inclusão na sala de aula. A seguir, descrevemos esse percurso como uma travessia, em que cada passo reafirma o compromisso com a pesquisa científica e com um tema que se expande na própria experiência da busca.

1.1 Da experiência à necessidade de pesquisa: quando a Didática da Matemática se abriu para a inclusão

Minha trajetória como professor de Matemática teve início na Educação de Jovens e Adultos³. Ensinar Matemática foi desafiante, mas tornou-se ainda mais quando ao iniciar a aula me deparei com um aluno surdo que não sabia Libras. Eu também não sabia. O que eu falava, ele não ouvia. O que ele precisava, ele não dizia. Tentamos gestos, rabiscos, mas foi no olhar que entendi: precisava parar para repensar.

Aquele encontro revelou mais do que um desafio pedagógico, mostrou-me os limites do ensino quando a organização didática estava sob minha responsabilidade. O “saber” Matemática não me bastava; era preciso uma Matemática para ensinar. Ouvi meu orientador dizer, certa vez, que ensinar é um verbo bitransitivo: Ensina-se “algo a alguém”. Naquela minha situação, era essencial saber sobre o alguém.

Nos meus estudos acadêmicos, precisamente no mestrado fui levado à Didática da Matemática de influência francesa. Comecei com um conceito muito engenhoso, a transposição didática (Chevallard, 1992). Se o saber se transforma ao circular entre diferentes instituições, o que está em jogo quando ele é ensinado em uma situação em que o professor compartilha responsabilidades com um intérprete de Libras? Esse foi um direcionamento da nossa pesquisa de mestrado. Essa experiência foi o ponto de virada. Mais que uma questão pedagógica, a inclusão se revelou para mim e meu orientador um problema didático. O que me levou a investigar como o professor reorganiza o meio para tornar o saber matemático acessível em sala de aula. Foi assim que minha pesquisa começou.

Quando um professor fica sabendo que terá um aluno com deficiência, raramente tem conhecimentos das dificuldades e potencialidades que podem se inscrever no processo de

³ O uso da primeira pessoa, ora no singular ora no plural, na escrita dessa parte da introdução, é resultante da trajetória do autor desse trabalho no primeiro caso, naquilo que consideramos próprio da sua individualidade, e em relação ao último caso é buscando resguardar a coletividade do trabalho das interações com o orientador, cujas ações e/ou decisões são tomadas em conjunto.

aprendizagem desse aluno (Fernandes, 2008). Ao ser informado das condições (limitações ou potencialidades) relativas ao estudante, ele poderá refletir sobre o efeito delas nas atividades a serem desenvolvidas.

Na minha trajetória profissional como professor, algumas incertezas surgiram em diversos contextos, mas posso afirmar que em 2015, ter um aluno surdo foi revelador de muita instabilidade sobre o que fazer para que o aluno tivesse acesso não somente ao espaço físico da escola, mas também ao saber matemático.

Busquei conversar com os colegas de profissão, mas eles também revelaram compartilhar das mesmas incertezas. Recorri, então, aos artigos acadêmicos e notei como foi difícil entender o contexto no qual eu estava inserido em relação àqueles que foram descritos em trabalhos científicos. Isso se dá, em certa medida, diante da complexidade que a inclusão e a relação com a diversidade instauram (Mantoan, 2003; Silva, 2006).

Nesse sentido, os conhecimentos relativos ao “que fazer” e “como fazer” vieram sobretudo das situações: aprendi me adaptando ao meio que é, em parte, condicionado pelas orientações da política educacional inclusiva. Meu olhar reflexivo quanto à inclusão me auxiliou na prática docente junto aos alunos surdos e com deficiência múltipla em 2022, e alunos com baixa visão, deficiência física e síndrome de Down em 2023.

Essas experiências revelaram a importância de conhecer o aluno e suas particularidades, mas não somente isso; percebi que uma análise da aula e de suas complexidades se mostrava legítima, principalmente quando buscamos identificar as dificuldades que qualquer aluno pode encontrar no processo de aprendizagem.

Considerar a sala de aula como cenário de investigação nos faz perceber a multiplicidade de fenômenos ali existentes, devido à dinâmica de seus atores e às expectativas que cada um deles possui. Quando se trata da sala de aula com alunos com deficiência, essa multiplicidade é alicerçada pela diferença (Mantoan, 2003; Silva, 2006; Orrú e Bocciolesi, 2019; Skovsmose, 2019). Ela impacta diretamente o trabalho dos professores que buscam dar voz ao princípio fundamental da inclusão: todos participam e aprendem juntos. Isso, porém, não significa que aprendam da mesma forma. De fato, “é mais fácil dizer do que fazer”.

Considero que há um imperativo inclusivo dirigido às escolas. Há um pedido a cada estabelecimento para que se comprometa em oferecer condições de aprendizagem para todos os alunos, no entanto, nesse sentido, esse pedido é, sem dúvidas, dirigido a cada professor, numa expressão de responsabilidade de quem gere a sala de aula em que um saber está em jogo.

Minha trajetória como professor, aliada às experiências no contexto da inclusão de alunos com deficiência e à pesquisa de mestrado, levou-me a perceber que há outras indagações

e interesses de pesquisa que, devido a delimitações, permaneceram à margem: como o papel do professor é afetado pela presença de outros profissionais que auxiliam na dinâmica da sala de aula com alunos com deficiência? Em que medida o ritmo de aprendizagem de alunos com deficiência afeta o tempo didático numa aula de Matemática? O meio organizado pelo professor é pensado em termos de situações acessíveis para todos os alunos? Isso é possível? Considerar as particularidades de alunos com deficiência pode possibilitar novas situações? Isso desencadeia contratos didáticos diferentes? Esses contratos são realmente diferentes?

É evidente que as respostas para tantas questões não serão apontadas nessa pesquisa. Foi preciso estabelecer uma delimitação, colocando sobre o holofote outras questões em foco a partir de critérios de demarcação que elucidamos no decorrer do texto.

Ao analisarmos as transformações do saber a ser ensinado em relação ao saber efetivamente ensinado no contexto de uma sala de aula com alunos surdos, observamos que a presença desses alunos, juntamente com a do intérprete de Libras, possibilitou, ainda que de forma não intencional, a formação de sistemas didáticos paralelos. A análise revelou, de forma marcante, a impressão de “uma classe dentro de outra classe”, o que nos levou a postular a existência de sistemas didáticos inseridos uns nos outros, uma forma de inclusão que, paradoxalmente, gerou distanciamentos no próprio espaço didático (Santos, 2019).

Esse fenômeno provém da incerteza dos papéis em situação de cada sujeito envolvida em prol da inclusão escolar. A inclusão de alunos com deficiência, que requer a adoção de medidas de acessibilidade em salas de aula comuns, tem assumido dimensões didáticas. Em particular, muitas vezes, essa medida inclusiva acaba se restringindo ao profissional de apoio que acompanha os alunos durante as aulas.

Se o objetivo da inclusão é criar um ambiente em que todos os alunos possam participar das interações coletivas e ter acesso aos saberes, então a análise dos papéis desempenhados pelos diversos atores nesse processo nos conduz a uma série de investigações. Em particular, o papel do professor é um aspecto que merece ser problematizado e investigado. Consideramos que o professor pode atuar como uma ponte entre o plano teórico das condições ideais para a inclusão e o plano prático das condições existentes e possíveis na sala de aula. Essa perspectiva abrange diretamente o saber em jogo no processo educacional.

Este trabalho é também motivado pelas discussões que tiveram lugar no Grupo de Estudo e Pesquisa em Didática da Matemática e Educação Matemática Inclusiva (GEPeDEMI). Como membro do grupo, consultei a literatura acadêmica sobre o ensino de Matemática para alunos com deficiência à luz das teorias da Didática da Matemática de influência francesa.

O que me leva realmente a considerar a situação do professor em tomar decisões didáticas diante da inclusão é a literatura produzida por Claire Margolinas⁴ sobre os níveis de atividade do professor, ainda que seus trabalhos não abordem diretamente a educação inclusiva. A leitura e o estudo desses textos me impulsionaram a refletir sobre como os conceitos da Didática da Matemática podem funcionar como uma lente para observar os desafios da inclusão de alunos com deficiência. É por meio dessa reflexão que me aproximo da situação do professor que ensina um aluno com deficiência como objeto de estudo.

A questão da deficiência (ou, de forma mais ampla, das necessidades educacionais específicas) tem levado pesquisadores a desenvolver trabalhos à luz da Didática, inclusive esse tema foi abordado pela primeira vez na XXIIª *École d'Été de Didactique des Mathématiques*, que ocorreu na França em 2023. Esse evento é um importante fórum para a comunidade de educadores matemáticos, sejam francófonos ou não, auxiliando na definição e atualização das atividades científicas.

No Brasil, essa discussão tem ganhado ainda mais força, com avanços significativos nas pesquisas que investigam práticas pedagógicas voltadas para a inclusão. Eventos como o Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva (ENEMI) e o XVII Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática (SESEMAT), realizado em outubro de 2023 com o tema "Educação Matemática e Educação Especial na perspectiva Inclusiva: olhares, perspectivas e diálogos entre teoria e prática", evidenciam esse movimento crescente. Esses eventos, ao ecoarem vozes diversas e promoverem trocas entre teoria e prática, demonstram como o cenário brasileiro tem se destacado no desenvolvimento de pesquisas que investigam a Educação Matemática sob o viés inclusivo.

A experiência do doutorado sanduíche na Université Clermont Auvergne (UCA), na França, representou um marco significativo no desenvolvimento da minha pesquisa e na ampliação das minhas perspectivas sobre a educação inclusiva sob uma perspectiva didática. Durante a estadia, tive a oportunidade de me aprofundar em estudos teóricos, dialogar com pesquisadores da Didática da Matemática como também da Educação Inclusiva e outros diversos profissionais encarregados pela dimensão inclusiva em escolas públicas francesas.

Sob a orientação dos professores Olivier Rivière e Claire Margolinas, as leituras direcionadas e as discussões nos encontros de coorientação possibilitaram um aprofundamento nas bases teóricas que sustentam minha pesquisa. As obras recomendadas ampliaram meu

⁴ Claire Margolinas é professora na Université Clermont Auvergne na França e especialista em Didática da Matemática. Sua pesquisa expande conceitos da Teoria das Situações Didáticas ao propor novas posições do professor na estruturação do meio. Além disso, investiga o papel do professor na fase de conclusão das situações.

repertório bibliográfico, mas também me proporcionaram novos olhares sobre as tensões entre os níveis da estruturação do meio no sentido geral e, em sentido mais restrito, em hipóteses quanto ao impacto de ajustes necessários para garantir a inclusão de alunos com deficiência sobre a situação do professor. As orientações recebidas ajudaram a refinar meu quadro teórico-metodológico, alinhando as análises empíricas às discussões contemporâneas em Didática da Matemática e Educação Inclusiva.

A participação como ouvinte em seminários de doutorado com jovens cientistas do INSPÉ (Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation) foi particularmente enriquecedora. Essas sessões me permitiram acompanhar pesquisas em andamento, mas também trocar experiências com doutorandos franceses e compreender melhor as temáticas investidas por diferentes linhas de pesquisa. Além disso, as entrevistas realizadas com professores formadores e pesquisadores do INSPÉ forneceram informações valiosas sobre o sistema de educação inclusiva na França, destacando os desafios enfrentados pelos professores ao trabalhar com alunos com deficiência.

Uma das experiências que tive foi a participação em um curso de formação voltado para professores oferecido pelo INSPÉ, com foco na resolução de problemas. Essa formação proporcionou um contato com a discussão em torno da resolução de problemas e estratégias inclusivas em sala de aula. Essa vivência reforçou a importância de um postulado que sustenta minhas concepções quando se trata de situações de aprendizagem que se preze pela garantia da participação de todos os alunos, sem comprometer os objetivos educacionais em torno de saberes disciplinares.

As visitas às escolas públicas de Clermont-Ferrand, Gerzat, Beaumont e Issoire foram igualmente enriquecedoras. Observar diretamente a escola francesa em sua rotina me proporcionou um contato com uma organização própria da rotina pedagógica e didática. As entrevistas com professores de Matemática e profissionais de apoio à inclusão evidenciaram as estratégias utilizadas e as dificuldades enfrentadas no cotidiano escolar.

A compreensão do sistema de inclusão educacional na França é particularmente um conhecimento que desenvolvi durante minha estadia do doutorado sanduíche. Na França, o termo *élève en situation de handicap* reflete uma abordagem situacional da deficiência, fundamentada na interação entre o indivíduo e o ambiente.

Diferente de uma concepção essencialista da deficiência, essa formulação enfatiza que as barreiras à participação escolar não são inerentes ao aluno, mas derivam das condições do meio com o qual ele interage (Thomazet, 2012). Isso implica que, em um ambiente organizado

de forma acessível, as dificuldades enfrentadas pelo aluno podem ser significativamente reduzidas ou até eliminadas.

Essa compreensão do aluno em situação de deficiência influencia diretamente as políticas de inclusão escolar na França, resultando na implementação de planos personalizados, como o PAP (Plano de Acompanhamento Personalizado) e o PPS (Projeto Personalizado de Escolarização), que guardam semelhanças, em certa medida, com o Plano Educacional Individualizado (PEI) e os serviços oferecidos pelo Atendimento Educacional Especializado (AEE) no Brasil.

Em síntese, o período de intercâmbio na UCA proporcionou uma imersão intensa e produtiva, ampliando significativamente minha compreensão sobre a temática da inclusão de alunos com deficiência sob uma perspectiva didática. As leituras orientadas, as discussões com pesquisadores, as observações em escolas e as interações com professores e estudantes contribuíram para fortalecer os fundamentos teóricos e metodológicos da tese, além de inspirar novos caminhos para a análise dos dados e a formulação das conclusões. Essa experiência foi, sem dúvida, determinante para o amadurecimento acadêmico e para a consolidação da pesquisa em um contexto internacional.

1.2 A delimitação de pesquisa e organização do trabalho

Nossa pesquisa volta-se para a escolarização de alunos com deficiência visual, mais especificamente com baixa visão. Nosso estudo aborda, em termos amplos, questões relacionadas à inclusão escolar; em um nível mais específico, à Educação Especial na perspectiva inclusiva; e, de forma mais focalizada, aos impactos da baixa visão no trabalho do professor de Matemática.

Nosso questionamento inicial refere-se à fricção entre o discurso inclusivo, como princípio orientador do ensino para alunos com deficiência, e os determinantes já inscritos na atividade docente, fatores que se tornam mais visíveis e exigentes com a presença desses alunos. Esta pesquisa parte da observação de dificuldades que se manifestam na atividade do professor e nas interações com os alunos em sala de aula, em especial no contexto da inclusão de estudantes com deficiência visual. A análise é conduzida a partir do ponto de vista do pesquisador, orientada por alguns aspectos do quadro teórico da Didática da Matemática.

Esta tese está organizada em oito seções, trazendo a temática sob uma perspectiva didática da inclusão de alunos com baixa visão. Nesta primeira parte, apresentamos uma introdução preliminar ao tema de nossa pesquisa, situando-o no contexto de nossas motivações

pessoais e profissionais e delimitando a condição específica que nos interessa investigar. Optamos por essa estrutura para que, nas seções seguintes, nossos questionamentos fossem formulados após uma discussão mais ampla sobre o contexto da inclusão escolar e o referencial teórico adotado. Esse direcionamento nos permitiu estabelecer uma base contextual e conceitual antes de aprofundarmos a problemática da pesquisa.

Posteriormente, na segunda seção, apresentamos brevemente a deficiência visual sob uma perspectiva clínica, apenas como base para compreender seus impactos escolares. Em seguida, adotamos uma concepção social da deficiência, a partir da qual analisamos os determinantes que influenciam a atividade docente e as modificações no meio capazes de reduzir barreiras ao aprendizado.

Na terceira seção, nosso foco é compreender como a inclusão complexifica o trabalho do professor, independentemente dos ajustes realizados. Refletimos sobre os fatores que orientam os posicionamentos dos professores em relação a política inclusiva e destacamos que as dificuldades enfrentadas não decorrem apenas da predisposição individual, mas do funcionamento didático da aula. Postulamos que a acessibilidade escolar não se impõe naturalmente aos professores em salas de aula comuns.

Na quarta seção, adotamos um referencial teórico para analisar as condições didáticas relacionadas ao funcionamento da sala de aula. Baseamo-nos no sistema mínimo de investigação proposto pela Didática da Matemática de influência francesa: o sistema didático, com especial atenção ao trabalho dos professores e ao aprendizado dos alunos, o que nos leva as posições desses atores no contexto analisado.

Em seguida, a fundamentação teórica orienta a formulação da nossa questão de pesquisa, detalhada na quinta seção. Nessa parte, o problema é apresentado juntamente com as razões para situá-lo no cerne da abordagem didática, considerando os conhecimentos sobre deficiência visual, inclusão escolar e as pesquisas sobre ensino de Matemática para alunos com necessidades educacionais específicas. Descrevemos também os objetivos do trabalho, esclarecendo as direções que nortearam a investigação.

Na seção seis, dedicada à metodologia, apresentamos as características da amostra e as técnicas de produção de dados, delineando o percurso metodológico para responder à questão de pesquisa. Na sétima seção, apresentamos os resultados obtidos a partir da análise de nossa amostra. Esses resultados são discutidos de forma articulada com pesquisas da Didática da Matemática e sobre a inclusão de alunos com necessidade educacionais específicas, situando-os dentro de um referencial mais amplo. Essa etapa busca relacionar nossas descobertas ao

quadro teórico adotado, evidenciando as contribuições e possíveis tensionamentos em relação aos estudos existentes.

Por fim, na oitava e última seção, apresentamos as nossas conclusões, nas quais sintetizamos os principais resultados da pesquisa e indicamos novas perspectivas de investigação. Além de revisitar as principais conclusões, essa seção também discute limitações do estudo e possibilidades para futuras pesquisas sobre a inclusão de alunos com deficiência e a situação do professor.

2 DEMARCANDO ELEMENTOS CONTEXTUAIS DE INVESTIGAÇÃO

Nesta seção, estruturamos a discussão em três partes principais. Primeiramente, na subseção 2.1, apresentamos a deficiência visual, com foco na baixa visão, esclarecendo sua definição e suas características a partir de perspectivas diferentes. Em seguida nos preocupamos com as implicações da baixa visão no cotidiano escolar (2.2), na qual exploramos os impactos dessa condição na aprendizagem, tanto de forma geral quanto especificamente na aprendizagem matemática. Por fim, na subseção 2.3, examinamos as medidas educacionais voltadas para a acessibilidade de alunos com baixa visão, analisando estratégias institucionais, tecnológicas e metodológicas que viabilizam a inclusão e participação no ambiente escolar.

2.1 A deficiência visual

Estudar aspectos da deficiência visual requer um olhar analítico que considere suas múltiplas dimensões e implicações educacionais. A deficiência é definida de diferentes formas, a depender da perspectiva clínica ou social (Diniz, 2007). Esta pesquisa adota a abordagem social, por sua consonância com as discussões educacionais. Ainda assim, apresentaremos definições clínicas para ampliar a compreensão do tema investigado.

A deficiência visual, conforme definida pela Organização Mundial da Saúde (OMS, 2019) e descrita na Classificação Internacional de Doenças, 11ª edição (CID-11), é caracterizada por uma condição de limitação funcional do sistema visual que pode se manifestar como baixa visão ou cegueira. Essa definição, publicada em 2018, utiliza critérios essencialmente clínicos para categorizar os níveis de deficiência visual, baseando-se na acuidade visual e no campo visual.

A acuidade visual, expressa em frações matemáticas, avalia a capacidade de discriminar detalhes espaciais em distâncias padronizadas (geralmente 6 metros ou 20 pés). O campo visual, por sua vez, mede a amplitude do espaço percebido sem movimentar os olhos. Na Quadro 1, são apresentados os critérios utilizados para classificar os níveis de deficiência visual.

Quadro 1 – Classificação da deficiência visual referente à CID-11

Categoria		Acuidade visual no olho melhor	
		Pior que:	Igual ou melhor que:
Deficiência visual leve		6/12	6/18
Deficiência visual moderada		6/18	6/60
Deficiência visual grave		6/60	3/60
Cegueira		3/60	
Deficiência visual de perto		N6 ou M 0,8 a 40cm	

Fonte: OMS (2019, p. 11)

Um dos principais aspectos dessa classificação é a utilização da acuidade visual apresentada, que passou a ser central na definição dos graus de deficiência, substituindo a acuidade visual corrigida, uma mudança que reflete a necessidade de incluir pessoas que, mesmo tendo acesso limitado a correções ópticas, enfrentam limitações visuais no cotidiano.

A acuidade visual, medida por meio de gráficos específicos, pode ser representada tanto no sistema métrico decimal (unidade em metros) quanto no sistema britânico (unidade em pés). No sistema decimal, a acuidade visual é expressa como frações do tipo 6/12, enquanto no sistema britânico essa mesma fração é representada como 20/40. Ambos os valores indicam a relação entre a distância de observação e a capacidade de discernimento visual em comparação a um parâmetro de referência oftalmológico. Por exemplo, no valor 6/12, significa que o indivíduo enxerga a 6 metros o que, segundo os critérios clínicos estabelecidos pela CID-11, seria esperado que uma pessoa sem comprometimento visual enxergasse a 12 metros.

Com as mudanças implementadas, a visão monocular passou a ser incluída como deficiência visual, garantindo maior reconhecimento e suporte a indivíduos que antes não eram contemplados por essa classificação. A deficiência visual de perto refere-se à dificuldade em enxergar com clareza objetos próximos, geralmente avaliada a uma distância de 40 centímetros. Essa categoria utiliza como referência o padrão de impressão de tamanho N6 ou M 0,8, o que equivale ao tamanho de fonte de um jornal típico. No sistema da CID-11, a deficiência visual de perto é registrada sob o código 9D91, que abrange condições que afetam a capacidade visual em tarefas próximas, como leitura e escrita, sem a correção necessária ou ideal.

O relatório da OMS utiliza o termo “deficiência visual” para abranger condições de leve a grave, incluindo a cegueira. Neste trabalho, adotamos deficiência visual como um termo geral que engloba tanto “cegueira” quanto “baixa visão”, utilizando essas designações para distinguir formas específicas dentro da deficiência visual, conforme necessário para o contexto da análise.

A CID-11 já foi oficialmente adotada pela OMS desde 2022. A implementação dessa nova classificação nos sistemas de saúde dos países membros, incluindo o Brasil, depende de adaptações locais e diretrizes específicas do setor oficial da saúde. No Brasil, a transição da edição anterior (CID-10) para a CID-11 está em andamento, com previsão de finalização e uso completo até 2027⁵, conforme cronograma estabelecido pelo governo federal.

Essas adaptações não apenas promovem uma maior padronização global, mas também ampliam o escopo de atendimento e suporte para pessoas com diferentes níveis de deficiência visual. Para fins legais, no Brasil, a deficiência visual é definida com base no decreto nº 3.298 de 1999:

[...] deficiência visual: cegueira, na qual a acuidade visual é igual ou menor que 0,05 no melhor olho, com a melhor correção óptica; a baixa visão, que significa acuidade visual entre 0,3 e 0,05 no melhor olho, com a melhor correção óptica; os casos nos quais a somatória da medida do campo visual em ambos os olhos for igual ou menor que 60°; ou a ocorrência simultânea de quaisquer das condições anteriores (Brasil, 2004).

Ainda que parcialmente desalinhada com os critérios atuais estabelecidos pela OMS, o dispositivo legal traz distinções para a deficiência visual em termos de cegueira e baixa visão e é baseada fortemente em critérios clínicos. No entanto, no ambiente escolar, esses critérios métricos, embora fundamentais para identificar e diagnosticar condições visuais, oferecem pouco sentido as ações didáticas em termos de aplicabilidade. Sem informações complementares, sua utilidade no contexto educacional torna-se limitada, carecendo de uma conexão mais direta com as necessidades pedagógicas e didáticas.

Por exemplo, a Avaliação Funcional da Visão (AFV)⁶ pode ser um caminho para os sistemas escolares, pois oferece informações sobre como alunos com baixa visão utilizam sua visão residual de forma funcional nas atividades diárias e escolares, informações estas que não são capturadas por avaliações clínicas tradicionais. Esse procedimento avaliativo pode

⁵Para mais informações: <https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2025/janeiro/11a-revisao-da-classificacao-internacional-de-doencas-sera-implementada-no-brasil-ate-2027?>. Acesso em: 10 fev. 2025.

⁶ Para mais informações sobre a AVF, seus procedimentos e aplicações no contexto educacional, consulte o documento disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/deficienciavisual.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2025.

complementar esses dados ao fornecer um retrato detalhado de como o estudante utiliza sua visão em situações práticas e cotidianas, como tarefas escolares.

Após a apresentação de uma perspectiva clínica sobre a deficiência visual, torna-se necessário ampliar a análise para os contextos educacionais. Nesse sentido, recorreremos à coleção “Saberes e Práticas da Inclusão – Educação Infantil”, publicada pelo Ministério da Educação (MEC) em 2006. Composta por oito volumes, a obra aborda o atendimento de crianças com necessidades educacionais específicas do nascimento aos seis anos. Consideramos esse material uma referência inicial para nosso estudo, dado que a entrada no sistema escolar geralmente ocorre nessa etapa. Ressalta-se, contudo, a escassez de materiais similares voltados às etapas posteriores da escolarização, como o Ensino Médio.

É importante observar que a publicação já ultrapassa duas décadas desde sua primeira edição, sendo necessária revisões e atualizações que dialoguem com as demandas contemporâneas da educação inclusiva. Ainda assim, esse material oferece um direcionamento que nos parece útil sobre quem são as crianças com deficiência visual, fornecendo definições e estratégias que embasam ações pedagógicas e didáticas.

A definição educacional diz que são cegas aquelas crianças que não têm visão suficiente para aprender a ler em tinta, e necessitam, portanto, utilizar outros sentidos (tátil, auditivo, olfativo, gustativo e cinestésico) no seu processo de desenvolvimento e aprendizagem. [...] As crianças com baixa visão (anteriormente denominada visão parcial ou visão subnormal) são as que utilizam seu pequeno potencial visual para explorar o ambiente, conhecer o mundo e aprender a ler e a escrever. Essas crianças se diferenciam muito nas suas possibilidades visuais (Brasil, 2006a).

Ao resgatar perspectivas diversas, reafirmamos que compreender quem são as pessoas com deficiência visual, suas necessidades e potencialidades, é essencial para a elaboração de estratégias educacionais, pois nesse âmbito elas passam a ser estudantes. Esse direcionamento considera não apenas os aspectos clínicos e funcionais da deficiência visual, mas também a organização de estruturas pedagógicas e didáticas e a promoção de atitudes inclusivas que garantam o pleno desenvolvimento desses alunos no ambiente escolar.

De acordo com o Censo Escolar 2023⁷, os estudantes com baixa visão matriculados somaram 86.867, representando aproximadamente 0,18% do total de matrículas na educação básica, que alcança cerca de 47,3 milhões de alunos. Esse número de alunos com baixa visão corresponde a cerca de 5,1% das matrículas na Educação Especial, que totalizam 1,7 milhão de

⁷ Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Matrículas na educação especial chegam a mais de 1,7 milhão. 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/censo-escolar/matriculas-na-educacao-especial-chegam-a-mais-de-1-7-milhao>. Acesso em: 27 jan. 2025.

estudantes. Embora esses dados evidenciem a presença de estudantes com baixa visão no sistema educacional, eles não detalham sua distribuição entre classes comuns e especializadas.

Como já mencionado, os alunos com deficiência visual podem ser distinguidos como cegos ou com baixa visão, considerando suas possibilidades e necessidades específicas. Na sequência do nosso trabalho, direcionamo-nos mais especificamente aos alunos com baixa visão. Esse nosso interesse específico pelo caso da baixa visão se dá por algumas razões.

Primeiramente, trata-se de uma condição diversa em severidade e impacto (Brasil, 2006a), exigindo intervenções educacionais flexíveis e individualizadas. Embora classificações clínicas auxiliem na organização e no entendimento geral, alunos com baixa visão não formam um grupo homogêneo. A condição abrange um espectro de desafios e impactos distintos para os sujeitos, que vão além de fatores médicos, incluindo dimensões sociais, pedagógicas e ambientais. Assim, é essencial reconhecê-la com cautela, considerando as singularidades de cada aluno.

Em segundo lugar, os estudantes com baixa visão representam uma parcela significativa dentro do grupo de pessoas com deficiência visual, como identificado no Censo Escolar 2023. Além disso, há questões de escolhas metodológicas relacionadas ao acesso do nosso caso empírico que direcionaram esta pesquisa, o que resultou numa amostragem por acessibilidade. Inicialmente, contamos com a identificação de um caso de baixa visão na instituição que foi desenvolvida a pesquisa, o que nos permitiu acompanhar a situação do aluno e do professor.

Por fim, a inclusão de alunos com deficiência visual é um tema amplamente explorado em pesquisas no campo da Educação Matemática. Mendes, Gomes e Caporale (2021) e Palmeira e Milli (2023) realizaram estudos de revisão de literatura sobre ensino e aprendizagem em Matemática para estudantes com deficiência visual, destacando o número expressivo de pesquisas na área.

Esses estudos apontam o impacto da inclusão na ação docente, agravado pela ausência de formação específica, pela escassez de materiais adequados e pela diversidade das condições individuais, que exigem atenção e flexibilidade por parte do professor. Entretanto, os estudos selecionados nessas revisões não fazem distinção clara entre trabalhos que tratam da cegueira e da baixa visão. Essa limitação é agravada pelas mudanças nos critérios médicos para classificar essas condições, o que torna difícil identificar se os estudos analisam a deficiência visual de forma abrangente ou restrita a casos específicos.

Além disso, o uso frequente de termos genéricos, como “e” ou “ou”, para agrupar cegueira e baixa visão, aliado aos diferentes recortes temporais das pesquisas, obscurece a distinção entre essas condições e compromete a análise mais precisa dos dados. Essa falta de

distinção reflete um descompasso no tratamento dessas condições, que pode levar à subvalorização da baixa visão no contexto educacional ou científico.

Segundo Lewi-Dumont, Arneton e Puustinen (2016), a cegueira é extremamente rara em crianças. Pesquisas do Instituto Nacional de Saúde e Pesquisa Médica (INSERM) na França indicam que a baixa visão em crianças menores de 15 anos é de duas a três vezes mais comum que a cegueira, ou seja, estatisticamente mais prevalente (Lewi-Dumont, 2015).

Na próxima subseção, aprofundamos a análise sobre a importância de interrogar, sob uma perspectiva ampla, os impactos escolares dessa deficiência. Se os casos leves e moderados de baixa visão são frequentemente interpretados como tendo impactos moderados na aprendizagem, talvez seja essa a razão pela qual muitas pesquisas em Educação Matemática abarquem a deficiência visual como um todo, sem necessariamente diferenciar baixa visão e cegueira. No entanto, quando se opta por uma delimitação mais restrita, o foco recai sobre a cegueira, pois suas implicações podem exigir respostas específicas dos sistemas escolares.

2.2 Os impactos da deficiência visual na aprendizagem

No contexto educacional, alunos com deficiência visual colocam em evidência as demandas específicas dos sistemas escolares para atender exigências inclusivas, uma vez que frequentemente enfrentam limitações relacionadas à escassez de profissionais especializados e à disponibilidade de recursos educacionais acessíveis, essenciais para promover sua inclusão e aprendizagem (Lewi-Dumont, 2015).

A baixa visão é uma condição visual que pode interferir no desempenho acadêmico, sendo identificada geralmente durante a infância e no contexto escolar. Assim como ocorre com outras deficiências sensoriais, os efeitos da baixa visão no aprendizado não são homogêneos, pois dependem de diversos fatores, como a etiologia⁸ da condição, o acesso a recursos, as estratégias educacionais adotadas e o suporte social e econômico disponível para o estudante (Paulino; Barbosa, 2022).

Adicionalmente, a funcionalidade visual de um indivíduo pode ser altamente variável, mesmo entre aqueles que compartilham o mesmo diagnóstico clínico. Enquanto alguns podem se deslocar sem dificuldades devido a uma visão periférica preservada, podem, paradoxalmente, enfrentar dificuldades significativas ao realizar tarefas como a leitura e a escrita. Além disso, a

⁸ Etiologia refere-se ao estudo das causas e origens de uma condição ou doença. No contexto da baixa visão, a etiologia envolve a identificação dos fatores que levaram à deficiência visual, como doenças congênitas, lesões oculares, distúrbios genéticos ou degenerativos.

experiência visual dessas pessoas não é fixa, mas sujeita a variações conforme a iluminação e o nível de fadiga, o que pode, em certos momentos, agravar dificuldades previamente sutis e, em outros, permitir um desempenho relativamente próximo ao esperado (Lewi-Dumont, 2015).

A funcionalidade visual é determinante na forma como um indivíduo acessa e processa informações, sendo essencial para aprendizagens que envolvem a percepção de padrões, formas e relações espaciais. No entanto, sua eficiência não depende apenas da quantidade de visão disponível, mas da forma como cada indivíduo a utiliza (Corn; Erin, 2010).

Dois alunos com a mesma medida clínica de acuidade podem apresentar estratégias completamente diferentes de exploração do ambiente e de acesso aos objetos, alguns recorrendo intensamente à visão residual, enquanto outros adotam procedimentos táteis e auditivos. Além disso, é importante considerar que, sempre que possível, esses diferentes modos de percepção podem ser utilizados de forma simultânea, com o aluno combinando pistas visuais, táteis e auditivas para otimizar a interação com o meio (Hatwell, 2006; Houdement; Petitfour, 2020).

Esses fatores evidenciam que, embora a visão tenha uma importante função em atividades humanas (Corn; Erin, 2010), sua ausência ou comprometimento não inviabiliza o desenvolvimento da aprendizagem, mas pode modificar a forma como o aluno interage com os objetos escolares.

O relatório da OMS (2019) destaca que a deficiência visual pode resultar em limitações escolares. A visão, sendo o sentido mais dominante, desempenha um papel essencial em todas as fases do desenvolvimento humano. Conforme apontado: “[...] Tomamos a visão como garantida, mas sem a visão, aprender a andar, a ler, a participar da escola e a trabalhar tornam-se muito mais difíceis” (OMS, 2019, p. 10). Nisso, apreendemos a importância da visão desde a infância até a adolescência, fases da vida em que a escola é um espaço fundamental para o desenvolvimento.

A visão, nesse sentido, possibilita o contato imediato com materiais educacionais, podendo impactar diretamente o desempenho acadêmico (Ethan; Basch, 2008; Toledo *et al.*, 2010). A negligência das necessidades educacionais particulares dos estudantes com deficiência visual pode resultar em níveis reduzidos de desempenho acadêmico, afetando não apenas os alunos individualmente, mas também a dinâmica educacional como um todo (Toledo *et al.*, 2010).

Nos documentos que estudamos (Corn; Erin, 2010; OMS, 2019), identificamos que ainda que a baixa visão tenha impactos em aprendizagens essenciais, frequentemente, não trazem apontamentos de quais aprendizagens específicas são mais afetadas por essa condição. A Matemática, especificamente, implica a compreensão do espaço. Alguns alunos com baixa

visão podem, por vezes, ter uma representação imprecisa dos objetos estudados (Lewi-Dumont, 2015).

Dessa forma, conduzimos um levantamento exploratório exaustivo da literatura sobre baixa visão, ainda que não sistemático, para identificar a natureza dos impactos visuais na aprendizagem, e, especificamente, compreender suas implicações na aprendizagem matemática. Embora nosso foco não seja a compreensão clínica da baixa visão, recorreremos a estudos dessa natureza para compreender melhor os desafios educacionais enfrentados pelos alunos.

No que concerne a baixa visão ela envolve uma redução da acuidade visual, mas também dificuldades na adaptação à luminosidade, na sensibilidade ao contraste e na amplitude do campo visual. Essas variáveis influenciam na forma como o aluno pode processar informações visuais e interagir com materiais diversos. Como resultado, um estudante com baixa visão pode apresentar dificuldade em identificar textos no quadro, interpretar representações gráficas ou realizar leituras prolongadas, devido à sobrecarga visual envolvida nessas tarefas (Fernandes, 2008; Dias, 2023).

A condição dos alunos com baixa visão é particularmente desafiadora, pois eles se encontram entre dois grupos (os cegos e os videntes) enfrentando dificuldades para encontrar seu lugar (Lewi-Dumont; Collat, 2004; Ormelezi, Corsi; Gasparetto, 2007). Muitos alunos enfrentam desafios para comunicar suas dificuldades, mesmo quando são evidentes, e a impossibilidade de realizar determinadas atividades pode gerar frustração e desânimo, sobretudo na adolescência, período em que passam a perceber as barreiras que enfrentam e a pensar sobre seu futuro (Lewi-Dumont; Collat, 2004).

Além disso, a necessidade constante de foco para compreender o ambiente no entorno impõe um esforço cognitivo e sensorial intenso, resultando em fadiga e lentidão na execução das atividades, já que a percepção fragmentada exige mais tempo para reconstruir informações visuais (Sá, Campos; Silva, 2007; Dias, 2023).

A comunicação em sala de aula frequentemente ignora as necessidades desses alunos. Professores recorrem a recursos extralinguísticos, como apontamentos no quadro sem verbalização, ou a expressões dêiticas, termos que fazem referência ao contexto imediato da fala, como “isto”, “aqui” ou “essa parte”, que, quando utilizados sem explicitação verbal, podem comprometer a compreensão de estudantes com deficiência visual, especialmente os que possuem baixa visão (Lavarda; Bidarra, 2007). Isso porque essas expressões dependem da ancoragem espacial e gestual da fala, tornando-se inacessíveis a quem não pode identificar visualmente o referente (Laparra; Margolinas, 2016).

A leitura de pessoas com deficiência visual tende a ser significativamente mais lenta do que a de textos impressos comuns, podendo ser, em média, três vezes mais demorada (Lewi-Dumont, 1997). Essa diferença ocorre porque esses leitores não possuem uma visão panorâmica do texto, o que dificulta a realização de leituras seletivas, a rápida navegação pelo material e a construção imediata de uma representação mental global do conteúdo. Consequentemente, além das dificuldades no acesso à escrita e à imagem, há um impacto significativo na velocidade de realização das tarefas, o que pode resultar em um nível elevado de fadiga, decorrente do esforço cognitivo e da intensa concentração exigida para acompanhar as atividades (Lewi-Dumont, 2015).

Partindo da relevância da leitura e da escrita no ambiente escolar como elementos centrais das primeiras aprendizagens (Laparra; Margolinas, 2016), destacamos que algumas habilidades visuais específicas são fundamentais para a aprendizagem de alunos com baixa visão. Entre essas habilidades, incluem-se operações visuais importantes para a aprendizagem como fixação, discriminação, exploração, seguimento e coordenação visomotora (Ariza, Madorrán; Cabrillana, 2003).

A fixação permite a estabilização do olhar para a captação precisa dos detalhes, enquanto a discriminação e o reconhecimento garantem a diferenciação de signos e contrastes. A exploração possibilita a varredura eficiente do campo visual, facilitando a busca por informações, e o seguimento assegura a continuidade visual necessária para a fluidez da leitura. Já a coordenação visomotora integra percepção e ação, permitindo a escrita e o uso adequado de materiais escolares. Essas operações, quando comprometidas, impactam diretamente a leitura e a escrita.

No que concerne a aprendizagem matemática, esta também se estrutura a partir de operações cognitivas que dependem da percepção visual, da diferenciação de signos e da organização sequencial da informação (Souza; Oliveira, 2010). Dessa forma, inferimos que:

- i) dificuldades na fixação e na discriminação visual podem afetar o reconhecimento e a diferenciação de números e símbolos matemáticos semelhantes, o que pode tornar a leitura de expressões algébricas e a resolução de cálculos como atividades desafiadoras.
- ii) a exploração visual limitada pode afetar a organização espacial dos registros escritos e dificultar a leitura de elementos visuais estruturados, como tabelas, gráficos e enunciados organizados em colunas ou esquemas.
- iii) dificuldades no seguimento ocular podem interferir na continuidade do raciocínio em cálculos sequenciais e na leitura de problemas matemáticos extensos.

- iv) a coordenação visomotora desempenha um papel importante na escrita de números, na construção de esquemas e na organização das operações no espaço gráfico.

Assim, para alunos com baixa visão, de acordo com a necessidade de cada caso, essas dificuldades podem resultar em desafios específicos na aprendizagem matemática, exigindo estratégias que considerem não apenas a acessibilidade textual, mas também a necessidade de suporte na percepção e manipulação dos elementos visuais e simbólicos envolvidos no raciocínio matemático. Se a apropriação da linguagem escrita mobiliza processos perceptivos específicos (Ariza, Madorrán; Cabrillana, 2003), a leitura e a escrita matemática podem também requerer operações visuais estruturadas para a organização e interpretação das representações matemáticas (Laparra; Margolinas, 2016).

A pesquisa conduzida por Dias (2023) analisou as dificuldades enfrentadas por estudantes com baixa visão, inferindo impactos significativos na aprendizagem matemática decorrentes das limitações visuais. Partindo das concepções de estudantes, professores e familiares, o estudo apontou desafios específicos, como dificuldades na leitura de expressões matemáticas no quadro, na interpretação de gráficos e tabelas, e na realização de cálculos devido à necessidade de um esforço visual excessivo.

As inferências do estudo sugeriram que a baixa acuidade visual impacta diretamente a compreensão da Matemática, uma vez que a disciplina se estrutura em representações visuais complexas. Estudantes com baixa visão relataram dificuldades na organização espacial das expressões numéricas e em diferenciar símbolos semelhantes, tornando o raciocínio matemático fragmentado e exaustivo. Além disso, a variação da funcionalidade visual ao longo do dia, influenciada por fatores como luminosidade e fadiga, compromete ainda mais a continuidade da aprendizagem.

Enfim, em forma de síntese, consideramos algumas aprendizagens essenciais podem ser impactadas, como por exemplo, o acesso ao conteúdo escrito e visual pode ser comprometido pela baixa acuidade visual, dificuldades na percepção de contraste e na adaptação à luminosidade. Essas dificuldades impactam diretamente a leitura, a escrita e o manuseio de instrumentos escolares.

Além disso, alguns fatores que envolvem um processo educativo como a organização do tempo de estudo em atividades que exigem alta demanda visual pode sofrer interferências. No entanto, a literatura sobre a deficiência visual em Educação Matemática nem sempre distingue as especificidades da deficiência visual, o que dificulta distinguir dificuldades e impactos inerentes à aprendizagem de alunos com baixa visão.

Diante desse contexto, inicialmente cogitamos realizar um estudo bibliográfico que explorasse como as pesquisas acadêmicas diferenciam (ou não) os impactos da baixa visão no ensino de Matemática. Entretanto, não avançamos nesse caminho por razões metodológicas. A distinção entre os impactos da baixa visão e da cegueira na aprendizagem matemática não é amplamente discutida na literatura. A análise das revisões de Mendes *et al.* (2021) e Palmeira e Milli (2023) revela que a deficiência visual é frequentemente abordada de forma genérica, sem uma diferenciação dos desafios específicos da baixa visão.

A generalidade da deficiência visual na literatura acadêmica também foi evidenciada por Dias (2023), que, ao revisar a produção científica sobre o ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual, enfrentou uma dificuldade em identificar trabalhos voltados para a baixa visão. Durante sua busca em bases como o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Google Acadêmico e repositórios institucionais, a autora observou que muitos estudos que, em um primeiro momento, indicavam tratar de deficiência visual em um sentido amplo, na verdade, restringiam-se à cegueira.

Além disso, constatou que alguns autores utilizam o termo “deficiência visual” referindo-se exclusivamente a pessoas cegas, como se a baixa visão não fizesse parte desse espectro. Esse padrão se repetiu inclusive na análise de eventos acadêmicos de grande relevância, como o XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), no qual apenas uma pequena fração dos estudos abordava explicitamente a baixa visão.

Esse cenário corrobora um problema mais profundo, que extrapola a pesquisa acadêmica e se reflete no próprio lugar da baixa visão. Como observado por Ormelezi, Corsi e Gasparetto (2007), essa condição permanece envolta em um desconhecimento generalizado, tanto no imaginário popular quanto na formulação de políticas e práticas educacionais. A baixa visão se insere em um espaço ambíguo e indefinido, no qual as especificidades da condição são frequentemente ignoradas.

Essa invisibilidade gera um duplo desafio para os sujeitos com baixa visão: de um lado, a necessidade de lidar com as próprias limitações visuais e, de outro, a falta de reconhecimento por parte da sociedade e das instituições sobre suas necessidades específicas (Ormelezi, Corsi; Gasparetto, 2007). No contexto da Educação Matemática, essa invisibilização podem ter consequências diretas, pois impacta tanto a formulação de estratégias didáticas acessíveis quanto a própria produção científica sobre o tema.

Na subseção seguinte nos interessamos a identificar os meios de acessibilidade que podem ser implementados para minimizar ou mesmo suprimir as dificuldades dos alunos com baixa visão.

2.3 Medidas educacionais de acessibilidade para alunos com baixa visão

A identificação e o acompanhamento educacional de alunos com baixa visão são atravessados por desafios estruturais que influenciam diretamente a implementação de políticas de inclusão. A variabilidade das manifestações da baixa visão e suas implicações no desempenho escolar criam uma tensão entre a necessidade de identificar casos específicos e os processos educacionais geralmente padronizados. Esse fenômeno não apenas impacta os alunos, mas também o sistema educacional e os professores, que operam dentro de um contexto em que medidas educacionais de acessibilidade devem ser implementadas.

Adotamos o termo “medidas educacionais de acessibilidade” devido à diversidade de denominações encontradas tanto na literatura quanto na legislação para designar ações e ou recursos que minimizam ou eliminam as desvantagens enfrentadas por alunos com deficiência em um ambiente escolar. Termos como “adaptado”, “adequado” e “ajustado” recobrem realidades distintas, pois carregam significados específicos no contexto das medidas de acessibilidade (Guimarães, 2022).

Além disso, no campo da deficiência, há uma sobreposição de conceitos que frequentemente são utilizados como sinônimos, como “acessibilidade” e “inclusão”, ainda que possuam distinções fundamentais que merecem aprofundamento. O conceito de inclusão difere de acesso e acessibilidade, embora esses termos sejam frequentemente tratados como sinônimos.

Como argumenta Freitas (2023), acesso refere-se à possibilidade de entrada em um espaço que pode ser, por exemplo, educacional, enquanto acessibilidade está associada às condições materiais e tecnológicas que permitem a permanência e participação nesse espaço. No entanto, inclusão vai além, pois “materializa o convívio com a diferença e, nesse sentido, quer expressar resistência [...] às estratégias segregadoras historicamente consideradas naturais para pessoas com deficiência” (Freitas, 2023, p. 3–4).

A inclusão é um processo ativo de transformação das relações escolares e sociais. Nesse processo, as condições do ambiente escolar são reorganizadas para atender às necessidades dos sujeitos, não apenas de forma técnica, mas também a partir do reconhecimento e da valorização de suas singularidades (Assude, 2019). Qualquer reflexão sobre os meios de acessibilidade no

contexto da deficiência deve considerar tanto as diretrizes legais que regulamentam a inclusão de alunos com deficiência quanto as denominações e práticas adotadas no ambiente profissional da escola.

A acessibilidade é tratada sob algumas perspectivas legais, com definições e dispositivos que buscam garantir a equidade no acesso e na participação de pessoas com deficiência em diversos âmbitos da vida social. A Lei Brasileira de Inclusão⁹ (LBI) estabelece a acessibilidade como um direito fundamental, definindo-a no artigo 3º e inciso I como a

[...] possibilidade e condição de alcance para utilização, com segurança e autonomia, de espaços, mobiliários, equipamentos urbanos, edificações, transportes, informação e comunicação, inclusive seus sistemas e tecnologias, bem como de outros serviços e instalações abertos ao público, de uso público ou privados de uso coletivo, tanto na zona urbana como na rural, por pessoa com deficiência ou com mobilidade reduzida (Brasil, 2015).

Essa definição amplia o conceito para além do acesso físico, incluindo barreiras comunicacionais e tecnológicas que possam limitar a participação social. A Lei nº 10.098/2000 detalha medidas específicas para eliminação de barreiras arquitetônicas, urbanísticas e nos transportes, determinando, por exemplo, que os edifícios de uso público e coletivo deverão ser planejados e construídos de forma a garantir acesso às pessoas com deficiência (Brasil, 2000). Já o Decreto nº 5.296/2004 regulamenta essa legislação, estabelecendo critérios técnicos para ajuste de espaços físicos, sinalização tátil, rampas de acesso e adequação de mobiliários (Brasil, 2004).

No campo educacional, a acessibilidade assume contornos mais específicos. A Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (Brasil, 2008) prevê algumas medidas de acessibilidade para garantir o aprendizado de alunos com deficiência.

[...] acesso ao ensino regular, com participação, aprendizagem e continuidade nos níveis mais elevados do ensino; transversalidade da modalidade de educação especial desde a educação infantil até a educação superior; oferta do atendimento educacional especializado; formação de professores para o atendimento educacional especializado e demais profissionais da educação para a inclusão; participação da família e da comunidade; acessibilidade arquitetônica, nos transportes, nos mobiliários, nas comunicações e informação; e articulação intersetorial na implementação das políticas públicas (Brasil, 2008).

Em termos mais específicos, o artigo 28, inciso II, da LBI prevê a obrigatoriedade da oferta de educação bilíngue para pessoas com deficiência auditiva e a disponibilização de

⁹ A lei nº 13.146 de 6 de julho de 2015 institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Disponível em https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm Acesso em 05 mar. 2024.

materiais didáticos acessíveis, como livros em braille, textos ampliados e softwares de leitura de tela (Brasil, 2015). Essas medidas integram um conjunto mais amplo de recursos que garantem o acesso ao currículo, articulando-se com a definição de tecnologia assistiva presente no artigo 3º, inciso XII, da mesma lei, que engloba “[...] produtos, equipamentos, dispositivos, recursos, metodologias, estratégias, práticas e serviços [...]” voltados à funcionalidade do meio para a pessoa com deficiência (Brasil, 2015).

A noção de “Tecnologia Assistiva” engloba uma ampla gama de recursos voltados para a acessibilidade de pessoas com deficiência, incluindo aqueles utilizados no contexto escolar. No entanto, essa categoria não se limita, por exemplo, aos meios digitais ou informáticos disponibilizados aos alunos com deficiência visual. A ampliação de materiais impressos, o uso de lupas eletrônicas e até mesmo o apoio de um leitor são exemplos de recursos que fazem parte desse conceito, mas que extrapolam o escopo da tecnologia digital¹⁰.

Outra diretriz refere-se às adaptações razoáveis, estabelecidas no artigo 3, inciso VIII da LBI, que se referem a modificações e ajustes necessários para que a pessoa com deficiência possa exercer seus direitos em igualdade de oportunidades, desde que não imponham um ônus desproporcional à instituição. Essa noção insere-se num debate mais amplo sobre a acessibilidade enquanto princípio organizador do ambiente escolar.

Há duas estratégias principais que podem ser adotadas: o desenho universal, que propõe um ambiente acessível desde sua concepção, e as adaptações razoáveis, aplicáveis quando a acessibilidade universal não foi antecipada. O Decreto nº 6.949/2009 reforça essa distinção ao definir o desenho universal como a concepção de produtos e serviços “a serem usados, na maior medida possível, por todas as pessoas, sem necessidade de adaptação ou projeto específico” (Brasil, 2009).

No contexto educacional, essa diferenciação tem implicações diretas na forma como a acessibilidade é implementada. Se, por um lado, o desenho universal busca estruturar o ensino para atender a diversidade desde o princípio, por outro, adaptações razoáveis respondem a demandas individuais específicas. Como argumenta Roig (2015), a acessibilidade é o objetivo, enquanto o desenho universal representa a estratégia geral para alcançá-la, e as adaptações razoáveis funcionam como um mecanismo particular quando a acessibilidade prévia não foi assegurada.

¹⁰ BRASIL. Ministério da Saúde. **O que é tecnologia assistiva?** Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/s/saude-da-pessoa-com-deficiencia/faq/o-que-e-tecnologia-assistiva>. Acesso em: 7 jun. 2024.

Para alunos com deficiência visual, estudos científicos apontam uma série de medidas que vão desde recursos ópticos individuais, como lentes e lupas, até estratégias institucionais, como a reorganização dos espaços escolares e dos métodos de ensino (Ormelezi, Corsi; Gasparetto, 2007; Moura, 2015). O acesso ao saber matemático, por exemplo, pode envolver materiais como régua com marcações táteis, pranchas com tela milimetrada e softwares específicos (Brasil, 2006a; Sá, Campos; Silva, 2007). No entanto, a efetividade de recursos de acessibilidade não depende apenas de sua disponibilidade, mas da articulação entre políticas institucionais, formação docente e uso pedagógico adequado (Fernandes, 2008; Booms, 2022).

A acessibilidade comunicacional, também prevista na legislação, envolve estratégias diversas para eliminar barreiras no acesso à informação. O 3º artigo, inciso V, da LBI, define comunicação como

[...] forma de interação dos cidadãos que abrange [...] a visualização de textos, o Braille, o sistema de sinalização ou comunicação tátil, os caracteres ampliados, os dispositivos multimídia [...] e os modos meios e formatos aumentativos e alternativos de comunicação, incluindo as tecnologias da informação e das comunicações (Brasil, 2015).

Essa definição amplia o entendimento sobre acessibilidade comunicacional, incluindo diferentes tecnologias e estratégias que assegurem a transmissão da informação para pessoas com deficiência visual, auditiva ou intelectual.

Dessa forma, a legislação brasileira constrói um arcabouço prescritivo que abrange múltiplas dimensões da acessibilidade. A inclusão de pessoas com deficiência envolve aspectos físicos, comunicacionais, educacionais e institucionais, sendo regulamentada por diferentes dispositivos legais que, em conjunto, estabelecem os parâmetros para a remoção de barreiras e a garantia da participação social.

A terminologia prescritiva para a acessibilidade reflete a necessidade de categorizar distintos suportes e intervenções. Distinguir acessibilidade e barreiras, tecnologia assistiva, desenho universal e adaptações razoáveis permite compreender que as medidas voltadas para a deficiência não se limitam à presença de recursos materiais, mas envolvem a forma como esses recursos são inseridos no processo educativo. É essencial distinguir, por exemplo, os meios materiais de sua finalidade e do uso que se faz deles (Booms, 2022).

A definição de baixa visão numa perspectiva clínica envolve um espectro de comprometimentos das funções visuais, variando de oscilações na acuidade até impactos na percepção espacial e na coordenação motora fina (Sá, Campos; Silva, 2007). Essa diversidade exige um modelo de avaliação que vá além da mensuração da acuidade visual e considere a

eficiência visual em contextos dinâmicos, incluindo aspectos ambientais e emocionais (Brasil, 2006a).

A literatura sobre acessibilidade para alunos com baixa visão destaca que fatores como iluminação, reflexo e contraste são determinantes na experiência desses alunos. Estudos apontam que ambientes com excesso de luminosidade e superfícies reflexivas comprometem a percepção visual e a acessibilidade ao conteúdo escolar (Costa, 2000). Assim, estratégias como controle da luminosidade, uso de materiais com alto contraste e ajuste da tipografia tornam-se fundamentais na adaptação dos materiais didáticos.

Além dessas medidas, em determinados casos, a acessibilidade pode envolver também o suporte de um profissional de apoio escolar ou de um acompanhante, conforme previsto na legislação. Esse suporte se justifica quando o aluno apresenta dificuldades adicionais na realização de tarefas escolares, como leitura, escrita, organização espacial ou mobilidade, tornando necessária a presença de uma intervenção humana para garantir sua participação nas atividades educacionais (Brasil, 2006a).

A maior parte das crianças com deficiência visual já nasce com essa condição em decorrência de doenças congênitas ou hereditárias. Outras crianças podem adquiri-la mais tarde. Se a criança se torna deficiente visual após os cinco anos de idade, ela já terá desenvolvido praticamente todo seu potencial visual, poderá conservar imagens e memória visual (Brasil, 2006a; Sá, Campos; Silva, 2007). As crianças que nascem cegas ou perdem a visão muito cedo terão suas necessidades envolvendo as primeiras aprendizagens (como ler, escrever, se locomover, entre outras) diferentes daquelas das demais crianças (Hatwell, 2006).

Em particular, o ensino de Matemática pode apresentar desafios específicos para alunos com baixa visão, pois envolve representações gráficas, notações abstratas e conceitos espaciais. Como apontam pesquisas em Educação Matemática (Fernandes, 2004; Lorencini, 2019; Oliveira dos Santos, 2020; Dias, 2023), a verbalização das representações matemáticas, a descrição detalhada de gráficos e a organização de materiais visando a acessibilidade são estratégias essenciais para garantir o acesso aos conceitos matemáticos.

A literatura também sugere que estratégias organizacionais, como a disponibilização prévia de anotações estruturadas e o uso de ampliadores de tela, podem mitigar algumas das dificuldades enfrentadas por esses alunos (Brasil, 2006a; Lavarda; Bidarra, 2007). No entanto, a implementação dessas estratégias ainda depende, em grande parte, tanto da sensibilidade e do conhecimento dos professores quanto da disponibilidade de recursos na escola.

O uso de tecnologias assistivas, como leitores de tela e ampliadores de imagem, é frequentemente apontado como uma solução para a acessibilidade educacional desses alunos.

No entanto, estudos indicam que a simples disponibilização de recursos tecnológicos não garante uma acessibilidade didática (Booms, 2022). A introdução de dispositivos tecnológicos pode, inclusive, gerar novas tensões no ambiente escolar, alterando a dinâmica das interações e exigindo reconfigurações na prática docente. Além disso, a adequação de materiais comuns do ambiente escolar, como livros didáticos, deve ser pensada e considerada de forma a garantir a acessibilidade, sem comprometer a autonomia do estudante (Brasil, 2006a; Sá, Campos; Silva, 2007).

De forma geral, identificamos que a presença de alunos com baixa visão pode demandar o redesenho de práticas escolares e processos institucionais. As responsabilidades nesse contexto se distribuem em diferentes níveis (Booms, 2022): o da sala de aula, em que o professor organiza as atividades considerando recursos de acessibilidade; um nível intermediário, que envolve serviços como o Atendimento Educacional Especializado (AEE), salas de recursos, profissionais de apoio e coordenações escolares, responsáveis por planejar estratégias inclusivas; e um nível mais amplo, vinculado às políticas públicas que regulamentam direitos, recursos e responsabilidades institucionais.

Essa estrutura envolve múltiplos atores, incluindo professores, gestores escolares, famílias e serviços especializados, que precisam atuar de forma articulada. A interação entre esses diferentes níveis é determinante para garantir não apenas o acesso à escola, mas a participação desses estudantes no processo de aprendizagem.

A presença de alunos com deficiência no ambiente escolar não se limita à aplicação de medidas de acessibilidade; ela instaura um ecossistema de interações que reconfigura a dinâmica pedagógica-didática, institucional e social da escola. Como discutimos ao longo desta seção, a escolarização de um aluno com deficiência pode ser vista como um processo que se desdobra em múltiplas camadas: envolve atores e instituições diversos e articulações internas e externas.

No caso da baixa visão, essa complexidade se situa de forma muito específica. A diversidade de manifestações dessa condição (que não se restringe a um fator biológico, mas atravessa dimensões sociais, familiares e afetivas) evidencia que essa escolarização não pode ser reduzida a um conjunto de ajustes pontuais.

As ações escolares, particularmente os professores, precisam acontecer como um trabalho colaborativo (Thomazet; Mérini, 2014), tornando indispensável a articulação com serviços especializados, como o AEE, as salas de recursos multifuncionais e/ou os centros de apoio pedagógico. Essas estruturas extrapolam a sala de aula, atuando como mediadoras entre a prescrição legal da acessibilidade e sua concretização na experiência escolar.

Não propomos aqui uma avaliação dicotômica da inclusão desses alunos em classes comuns como um fator positivo ou negativo para a atuação docente. O que nos transparece, antes, é a constatação de que a presença de alunos com deficiência visual insere novos elementos na configuração do ensino, o que pode deslocar as fronteiras da ação didática e exigindo um olhar ampliado sobre os processos de ensino e aprendizagem. Há uma tensão entre as exigências legais e as condições materiais e institucionais disponíveis, uma tensão que não pode ser ignorada.

Castillan, Lemarié e Mojahid (2018) identificaram cinco principais modos de acesso aos recursos pedagógicos a partir dos dados coletados em observações e entrevistas realizadas com alunos cegos e com baixa visão:

- i) O acesso direto ocorre quando o aluno interage com o conteúdo sem necessidade de adaptações. Isso pode acontecer, por exemplo, quando o professor explica oralmente um conceito à turma. Embora, à primeira vista, essa situação pareça garantir ao aluno cego ou com baixa visão as mesmas condições de acesso que seus colegas videntes, há perdas na dimensão paraverbal, como a impossibilidade de captar expressões faciais e gestos. A compreensão também pode ser comprometida pela dificuldade de interpretar referências de caráter dêitico, cuja identificação visual não está disponível.
- ii) O acesso via ferramentas de assistência permite que o aluno acesse o mesmo conteúdo que seus colegas, mas por meio do uso de um dispositivo assistivo, que converte a informação original para outra modalidade sensorial. Isso ocorre, por exemplo, quando um texto escrito é transformado em áudio ou braille por meio de softwares dedicados a essa tarefa. Para que esse acesso seja viável, no entanto, o documento precisa ser tecnicamente compatível com as tecnologias assistivas utilizadas pelo aluno.
- iii) O acesso adaptado refere-se ao caso em que o conteúdo é previamente transformado para atender às necessidades do aluno. Um exemplo clássico é a transcrição de um documento para o braille. Esse tipo de acesso exige planejamento antecipado, pois a adaptação requer tempo e, muitas vezes, não contempla a totalidade do material original. A seleção dos conteúdos a serem adaptados pode ser feita pelo professor da disciplina, pelo professor especializado ou pelo profissional responsável pela transcrição, resultando, assim, em um acesso que, embora adaptado, pode ser restrito a determinados elementos considerados prioritários.

- iv) No acesso adaptado via ferramenta de assistência, o aluno interage com uma versão adaptada do material pedagógico por meio de um dispositivo assistivo. Um exemplo seria o uso de livros didáticos digitais acessíveis em computadores equipados com softwares de leitura específicos. Esse tipo de acesso pressupõe que o aluno tenha os equipamentos necessários e o domínio técnico para utilizá-los, o que nem sempre é garantido.
- v) Por fim, o acesso via um terceiro ocorre quando o aluno depende da mediação de outra pessoa para obter o conteúdo. Essa mediação geralmente é feita por um profissional que acompanha o aluno durante as atividades escolares, pelo próprio professor ou, em alguns casos, pelos colegas de turma.

Assim, seguimos para a próxima seção com a compreensão de que a inclusão escolar de alunos com deficiência se insere em um contexto amplo que orienta as ações docentes. É necessário examinar as estruturas que sustentam essa inclusão, as políticas que a regulamentam e as práticas que a viabilizam (ou a limitam) no cotidiano escolar. Para isso, discutiremos a escola inclusiva como orientação educacional, na qual as medidas de acessibilidade são concebidas e implementadas.

3 EDUCAÇÃO INCLUSIVA: ALUNOS COM DEFICIÊNCIA NA ESCOLA COMUM

A educação inclusiva tem sido um dos temas bastante discutido em políticas educacionais globais, com esforços voltados à garantia de acesso e permanência equitativa de todos os estudantes no ambiente escolar. Nesta seção, nosso interesse se volta para o atendimento escolar de alunos com deficiência, com ênfase, sempre que possível, no caso da baixa visão, a fim de delinear caminhos para nossa pesquisa.

A seção está estruturada em quatro partes. Na primeira subseção (3.1), analisamos os desafios da implementação da inclusão escolar, baseando-nos em documentos e relatórios que oferecem uma visão geral do tema. Em seguida (3.2), discutimos o panorama atual da educação inclusiva no Brasil, compreendendo-a como uma orientação educacional. Na terceira parte (3.3), abordamos a inclusão na Educação Matemática, examinando estudos voltados a alunos com baixa visão. Por fim (3.4), refletimos sobre um ponto de vista didático na educação inclusiva, explorando desafios e perspectivas no ensino e na aprendizagem da Matemática para estudantes com deficiência.

3.1 Desafios na implementação da inclusão escolar

Organismos internacionais têm promovido amplas discussões sobre os desafios e avanços na implementação de sistemas educacionais que assegurem o reconhecimento da diversidade dos alunos, incluindo aqueles com deficiência. Embora tenha havido progresso em termos legislativos e de formulação de políticas públicas voltadas à inclusão, a concretização desse ideal ainda enfrenta barreiras estruturais e culturais.

A inclusão educacional trata-se de uma transformação estrutural que exige ajustes, modificações sociais, culturais, pedagógicas, formação docente contínua e infraestrutura acessível (Mantoan, 2003; Orrú e Bocciolesi, 2019). A educação inclusiva ganhou força com debates internacionais e foi consolidada na Declaração Mundial de Educação para Todos (1990) e na Declaração de Salamanca (1994). Esta última reafirma o direito de todas as crianças à aprendizagem, independentemente de dificuldades ou diferenças, sendo um marco essencial para as políticas inclusivas.

O princípio que orienta esta Estrutura é o de que escolas deveriam acomodar todas as crianças, independentemente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais, linguísticas ou outras. [...] O mérito de tais escolas não reside somente no fato de que elas sejam capazes de prover uma educação de alta qualidade a todas as crianças: o estabelecimento de tais escolas é um passo crucial no sentido de modificar atitudes discriminatórias, de criar comunidades acolhedoras e de desenvolver uma sociedade inclusiva (Brasil, 1994).

Atualmente, o relatório do G20¹¹ do ano de 2024 enfatiza que a educação deve ser equitativa e universal, promovendo um mundo mais justo e sustentável. No entanto, a dificuldade de garantir condições adequadas para essa inclusão ainda constitui um entrave significativo em diversos países.

Um dos desafios mais prementes para a efetivação das políticas educacionais inclusivas está na distância entre os princípios legais estabelecidos e as condições reais de implementação nas escolas. De fato, o Informe de Seguimento da Educação no Mundo, especificamente voltado para a América Latina e o Caribe, publicado pela UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura –, sublinha algumas dessas dificuldades:

Um estudo de 2019, encomendado pelo Banco Interamericano de Desenvolvimento, identificou as dificuldades para concretizar a educação inclusiva para pessoas com deficiência. Entre elas, destacam-se recursos inadequados, definição tardia ou insuficiente das necessidades, formação inadequada dos professores, infraestrutura inacessível e falta de tecnologia assistiva (UNESCO, 2020, p. 34).

Na América Latina, os desafios da inclusão educacional são agravados por desigualdades socioeconômicas e pela distribuição desigual de recursos. Conforme a UNESCO (2020), apenas 64% dos países da região possuem definições de educação inclusiva que abrangem múltiplos grupos marginalizados. Além disso, muitos sistemas educacionais ainda mantêm estruturas segmentadas, nas quais a Educação Especial é predominantemente oferecida em espaços segregados.

Desde os anos 1990, a Educação Inclusiva passou a ocupar um espaço de destaque em eventos acadêmicos, encontros pedagógicos, formações docentes e debates educacionais voltados à formação continuada de professores da educação básica. No documento da Declaração de Salamanca (Brasil, 1994), a educação inclusiva é definida como um princípio que visa garantir que todas as crianças, independentemente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais ou linguísticas, tenham acesso à educação dentro do sistema regular de ensino.

Destina-se a crianças com deficiência, crianças superdotadas, crianças em situação de vulnerabilidade (como aquelas que vivem nas ruas ou em comunidades nômades) e pertencentes

¹¹ O Relatório do G20 sobre Educação apresenta as discussões e recomendações do Grupo de Trabalho em Educação (EdWG) durante a presidência brasileira do G20. O documento destaca três prioridades principais: a valorização e formação de profissionais da educação, a conexão de plataformas digitais educacionais e o engajamento escola-comunidade. O relatório enfatiza a necessidade de formação contínua de professores, a superação da escassez de docentes e o uso de tecnologia para promover inclusão e equidade educacional. Disponível em: <https://www.gov.br/secom/pt-br/assuntos/noticias/2024/11/relatorio-do-g20-sobre-educacao-prioriza-valorizacao-dos-profissionais-de-ensino>. Acesso em: 25 fev. 2025.

a minorias culturais, étnicas e linguísticas. No entanto, como destacam Nogueira, Carneiro e Soares (2018), ainda prevalece a ideia errônea de que a inclusão escolar se restringe apenas a estudantes com necessidades educacionais especiais.

Embora a inclusão diga respeito a qualquer estudante que encontra barreiras para aprender ou ter acesso ao que a escola oferece - em qualquer momento da escolarização -, a maioria das pessoas envolvidas ou não com a educação acredita que a escola inclusiva se destina apenas àqueles com necessidades educativas especiais. A principal razão para isso é que nessas crianças, as diferenças são mais específicas e exigem ações pedagógicas igualmente específicas, para as quais os professores, em geral, julgam estar despreparados (Nogueira; Carneiro; Soares, 2018, p. 53).

Para Thomazet (2012), a concepção de necessidades educacionais específicas permite analisar a trajetória do estudante sem reduzi-la a um diagnóstico de deficiência. Segundo o autor, nem todos os alunos com deficiência enfrentam dificuldades significativas no ambiente escolar, enquanto outros podem encontrar barreiras complexas mesmo sem apresentar condições médicas severas. Dessa forma, em vez de focar na deficiência como fator determinante da escolarização, ele propõe que o olhar esteja voltado para as necessidades educacionais particulares de cada aluno e como o sistema de ensino pode atendê-las.

Como já apontado anteriormente, as pesquisas no contexto da educação de alunos com deficiência variam sua concepção de deficiência em dois modelos: o médico e o social (Diniz, 2007; Foresti; Bousfield, 2022). O modelo social vê a deficiência como uma consequência da interação entre a pessoa e as barreiras ambientais, contrastando com o modelo médico que a percebe como limitação intrínseca ao indivíduo.

Quando temos diante de nós uma criança cega como objeto de educação, há que trabalhar não tanto com a cegueira, mas com os conflitos que surgem nessa criança ao incorporar-se à vida. Por isso, a educação da criança com deficiência não é mais que a educação social. De um modo exatamente igual, os processos da compensação que se apresentam nessa criança, sob a influência do defeito, dirigem-se, no que é fundamental, não pela linha da eliminação do defeito¹² (o que é impossível), mas pela linha do vencimento psicológico, da substituição, da nivelção do defeito; pela linha da conquista da validade social ou da proximidade a ela. O defeito, como se expressou anteriormente, é não só uma menos-valia, uma insuficiência, uma debilidade, mas também um incentivo, uma fonte de força e de capacidades, um estímulo para a compensação (Vygotsky, 2022).

¹² Vygotsky desenvolveu sua concepção de deficiência com base na defectologia, que estuda os defeitos. No entanto, esse termo é considerado capacitista no contexto político e social atual, devido às suas conotações negativas. Ainda assim, muitos estudos não fazem substituições do termo porque, quando Vygotsky o utilizou originalmente, ele não carregava uma conotação negativa e o autor enfatizava principalmente as potencialidades de desenvolvimento das pessoas com deficiência em seus textos.

Esse último autor enfatiza que o desenvolvimento da criança com deficiência não está diretamente ligado à sua limitação orgânica. Pelo contrário, ele enfatiza o desenvolvimento sociocultural como o principal meio de superar essa limitação. Nessa perspectiva, a caracterização da pessoa com deficiência visual baseia-se na interação entre suas características e o contexto social e cultural em que está inserida. No ambiente escolar, a educação inclusiva busca compreender o desempenho da pessoa, identificando fatores do meio que facilitam ou dificultam sua participação.

Consideramos coerente situar a deficiência visual de forma consistente com nosso objetivo de trabalho. Entendemos que o aluno com baixa visão possui uma diferença biológica que, embora possa influenciar seu desenvolvimento em atividades escolares, não deve ser vista como uma limitação intrínseca. Em vez disso, essa diferença interage com as condições das situações preparadas pelo professor, que podem facilitar ou dificultar a participação desse aluno.

Nesse sentido, é importante considerar não apenas as restrições que se constroem na e pela interação do aluno com baixa visão com o meio, mas também as oportunidades criadas para sua participação e desenvolvimento. Focar somente nas limitações de um aluno com baixa visão não oferece uma visão abrangente de seu desenvolvimento escolar, que é profundamente moldado pela interação com o meio.

As noções de “aluno com baixa visão” e “meio” implicam em realidades complexas no contexto de nosso estudo. Não é tarefa fácil caracterizar a pessoa com deficiência visual a partir daquilo que a legitima, sendo a deficiência uma particularidade inerente à pessoa.

A forma como consideramos a pessoa com deficiência visual é que nos permite avaliar essas noções na perspectiva da política inclusiva, mas também ao propósito do nosso estudo. Além da deficiência, existe um aluno que interage com um meio e consigo mesmo. Se há oportunidades de ser visto como aluno, isso inclui todos os aspectos de ser estudante, inclusive humanistas que envolvem aspectos emocionais e a vontade de aprender em situações.

Ao considerar as particularidades no âmbito educacional, destacamos a importância de reconhecer as necessidades específicas de cada aluno, especialmente daqueles com condições como a baixa visão. Sabemos, no entanto, que nossa abordagem não é quantitativa nem pretende descrever a totalidade dos sujeitos com essa condição.

Quando falamos de um aluno com baixa visão, referimo-nos àqueles cuja condição se torna visível para a instituição escolar, seja por meio de laudos, comportamentos observáveis ou manifestações de necessidade, e que, por isso, implicam respostas específicas no plano pedagógico e institucional. Assim, embora reconheçamos a heterogeneidade entre os sujeitos

com deficiência visual, é possível identificar, nas observações de campo e na literatura especializada, certas regularidades nos desafios enfrentados. Nesses casos, é essencial assegurar uma provisão adequada que leve em conta essas necessidades, o que pode envolver recursos materiais, humanos e didáticos.

A Lei n.º 9.394 de 1996¹³, que estabelece diretrizes da educação básica, em seu capítulo V, artigo 59, regulamenta as diretrizes nacionais para a Educação Especial. O inciso I deste artigo garante que os sistemas de ensino proporcionem aos educandos com deficiência “currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades” (Brasil, 1996).

A perspectiva inclusiva, como orientação da Educação Especial, representa uma ruptura paradigmática em relação ao modelo segregador que historicamente a caracterizou (Nogueira, 2020). Atualmente, os debates sobre inclusão escolar vêm sendo gradativamente ampliados para contemplar discussões mais abrangentes sobre diversidade. No entanto, no Brasil, persiste a visão de que a educação inclusiva está restrita e intrinsicamente ligada à Educação Especial (Nogueira, 2020; UNESCO, 2020; Freitas, 2023). Seguimos nossas reflexões situando a Educação Especial sob a orientação da perspectiva inclusiva, em sintonia com o momento atual da escolarização de alunos com deficiência no Brasil.

3.2 Educação Especial: políticas e diretrizes numa perspectiva inclusiva

O momento atual da escolarização de alunos com deficiência é visto a partir da Educação Especial numa perspectiva inclusiva, que busca garantir o acesso, a participação e o aprendizado de estudantes com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação no ensino comum. Esse grupo de estudantes é denominado público-alvo da Educação Especial, pois necessita de apoio pedagógico específico para sua inclusão escolar.

A Educação Especial é definida como uma modalidade de ensino, o que significa que não é uma etapa ou nível separado, mas um sistema que atravessa todas as fases da escolarização. Isso quer dizer que um estudante público-alvo da Educação Especial pode estar matriculado na Educação Infantil, no Ensino Fundamental, no Ensino Médio ou até na Educação Superior e ter direito a serviços especializados para garantir seu aprendizado.

¹³ Disponível em <https://www.gov.br/mec/pt-br/media/publicacoes/semesp/diretrizes.pdf>. Acesso em 23 fev. 2025.

Essa transversalidade se manifesta na oferta de AEE, no uso de tecnologias assistivas, na modificação e ajustes de materiais didáticos e na formação de professores para eliminar barreiras de aprendizagem. Dessa forma, a Educação Especial não substitui o ensino comum, mas complementa e apoia o processo educativo, assegurando que todos os estudantes tenham condições de acessar o currículo escolar e desenvolver seu potencial.

A estrutura educacional atual para esses alunos, então, segue a PNEEPEI – Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (Brasil, 2008). Ela está alinhada com a Convenção Internacional dos Direitos das Pessoas com Deficiência na promoção dos direitos e dignidade para essas pessoas.

Nessa política, a deficiência é compreendida como um conceito em constante evolução, resultante da interação da pessoa e o ambiente. De acordo com o artigo 2º da LBI, uma pessoa com deficiência possui impedimentos de longo prazo. Estes podem ser físicos, mentais, intelectuais ou sensoriais. Em interação com barreiras, tais impedimentos podem dificultar sua plena participação na sociedade em igualdade com as demais pessoas (Brasil, 2015).

Essa concepção influencia profundamente o processo educacional, requerendo mudanças metodológicas, estruturais, pedagógicas e didáticas que reconheçam a deficiência como diferença a ser celebrada (Mantoan, 2003; Silva, 2006; Kranz, 2014; Skovsmose, 2019).

A PNEEPEI de 2008 marcou uma mudança histórica em relação à sua antecessora de 1994¹⁴, que adotava a “integração instrucional”. Esse modelo resultava na permanência da maioria dos alunos com deficiência em escolas especializadas, restringindo o ensino comum apenas àqueles que conseguissem acompanhar seu ritmo.

Desse modo, a política de 1994, na prática, mantinha a segregação desses alunos nos sistemas educacionais. Apesar de suas limitações, a integração impulsionou estudos e reflexões na Educação Especial, contribuindo para a transição à concepção de educação inclusiva atual (Nogueira, 2020). Essa nova perspectiva desloca a responsabilidade da adaptação do aluno para a escola, que deve se transformar para acolher todos os estudantes.

Na política atual, a Educação Especial está articulada ao ensino comum, considerando o acesso, a participação e aprendizagem de todos, sem discriminação, com orientações para atender às necessidades específicas dos alunos com deficiência. As escolas precisam seguir esta política e seus princípios para organizar espaços, currículo e definir os papéis dos profissionais da educação, especialmente professores.

¹⁴ Política Nacional de Educação Especial. Disponível em <https://inclusaoja.files.wordpress.com/2019/09/polc3adtica-nacional-de-educacao-especial-1994.pdf>. Acesso em 25 mar. 2024.

Com base nessa política, as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica¹⁵ estabelecem os meios de acesso aos serviços educacionais para os alunos com deficiência. Estes incluem currículos, métodos, técnicas e recursos adaptados às necessidades individuais dos alunos, assim como um ensino ofertado por professores capacitados para integrá-los nas turmas comuns.

Entretanto, nesse documento não se especifica os procedimentos para implementação desses meios. A resolução CNE/CP n.º 1/2002¹⁶ do Conselho Nacional de Educação orienta o Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica. Esta determina que as instituições de Ensino Superior incluam a abordagem da diversidade em seus programas de formação docente. Isso inclui compreender as particularidades dos alunos com necessidades específicas de aprendizagem.

Os dados do censo escolar de 2023 indicam um crescimento significativo na matrícula de alunos público-alvo da Educação Especial no ensino comum. Os números indicam que foram 1.771.430 matrículas, concentradas principalmente no Ensino Fundamental (62,9%), seguido pela Educação Infantil (16%) e pelo Ensino Médio (12,6%)¹⁷.

A escolarização desses estudantes ocorre de forma predominante em classes comuns, cujo percentual passou de 94,2% em 2022 para 95% em 2023. No entanto, os desafios persistem, especialmente no que diz respeito à formação docente e à adequação das práticas do professor. O aumento do número de matrículas tem gerado inquietação entre profissionais da educação, que muitas vezes relatam dificuldades para atender adequadamente às necessidades educacionais de todos os alunos.

Apesar dos avanços, a realidade educacional ainda impõe desafios. O crescimento da inclusão desses alunos não tem sido acompanhado por investimentos proporcionais em formação docente e acessibilidade, o que gera preocupações sobre a qualidade da educação oferecida a esse público. É essencial fortalecer a implementação das políticas educacionais e monitorar continuamente seus impactos.

O reconhecimento da Educação Especial trouxe consigo a necessidade de repensar as bases pedagógicas-didáticas e sociais da escola comum (Mantoan, 2003; Orrú; Bocciolesi,

¹⁵ Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/resolucao2.pdf>>. Acesso em: 24 mar. 2024.

¹⁶ Disponível em <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf> Acesso em 24 mar. 2024.

¹⁷ Os dados apresentados foram retirados do Censo Escolar 2023, divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/censo-escolar/matriculas-na-educacao-especial-chegam-a-mais-de-1-7-milhao>. Acesso em 04 de março de 2025.

2019; Nogueira, 2020). No entanto, essa orientação educacional foi rapidamente acompanhada por decisões políticas que impulsionaram a inclusão escolar sem um processo de transição estruturado (Rodrigues, 2006).

Esse cenário gerou um distanciamento entre o ideal e a realidade. A inclusão passou a ser defendida como um princípio inquestionável, fundamentado no direito de todos os alunos aprenderem juntos e compartilharem o mesmo espaço escolar. No entanto, as condições concretas para essa efetivação ainda avançam de forma desigual.

A EI [Educação Inclusiva] tornou-se assim um campo polêmico por várias razões. Uma das principais é sem dúvida a contradição entre a letra da legislação e a prática das escolas. O discurso da inclusão [...] não tem frequentemente uma expressão empírica e por vezes fala-se mais da EI como um mero programa político ou como uma quimera inatingível do que como uma possibilidade concreta de opção numa escola regular. Tanto a legislação como o discurso dos professores se tornaram rapidamente “inclusivos” enquanto as práticas na escola só muito discretamente tendem a ser mais inclusivas. Recentemente afirmamos que “é preciso não invocar o nome da Inclusão em vão” tentando “mapear” esta distância entre os discursos e as práticas (Rodrigues, 2006, p. 3).

Essa atenção dada às condições de participação das pessoas com deficiência tem aumentado também nas discussões da comunidade científica. No entanto, poucos estudos têm se concentrado na dimensão didática¹⁸ do ensino de Matemática para esses alunos, ainda menos quando se trata da repercussão da situação do professor frente à inclusão.

Os princípios da escola inclusiva estão ancorados na ideia de que atender às necessidades educacionais de todos os alunos envolve reconhecer e considerar as diferenças, sem reduzi-las a limitações. Nesse sentido, a proposta de diferenciação pedagógica busca estruturar currículos e práticas de ensino que permitam múltiplas formas de acesso aos saberes disciplinares. Perrenoud (2000) destaca que essa perspectiva não surge exclusivamente das demandas da Educação Especial, mas como uma resposta mais ampla às desigualdades educacionais.

A implementação de uma educação inclusiva tem sido descrita como um processo que envolve mudanças tanto na estrutura escolar quanto na atuação docente. Mantoan (2003) aponta que esse processo pode gerar tensões, uma vez que questiona concepções arraigadas sobre

¹⁸ O termo “didática” pode ser interpretado de várias maneiras, mas neste contexto estamos nos referindo ao significado que extraímos do paradigma francófono da Didática da Matemática. Nesse contexto, a dimensão didática engloba os determinantes relacionados não apenas às relações sociais entre o professor e os alunos, mas também às interações entre eles e o saber matemático visado. Isso inclui o saber ensinado pelo professor e os conhecimentos necessários para que os alunos se engajem nas situações. Essa perspectiva nos permite analisar os saberes matemáticos a serem ensinados, as intenções do professor e a mobilização de conhecimentos por parte dos alunos.

ensino e aprendizagem, levando a reconfigurações nas práticas pedagógicas e na identidade profissional dos professores. O impacto dessas transformações e os desafios que elas impõem aos diferentes atores escolares continuam a ser discutidos em pesquisas e políticas educacionais.

Diante desses apontamentos, o ensino de Matemática no contexto da inclusão segue como um campo de investigação em desenvolvimento. As reflexões sobre como esse campo do conhecimento se insere nesse debate e quais desafios específicos emergem na disciplina de matemática são amplos e diversos.

3.3 Educação Matemática e inclusão

A ideia de uma Educação Matemática inclusiva exige uma reflexão profunda sobre os fundamentos que sustentam tanto a Educação Matemática quanto a educação inclusiva (Nogueira, 2020). A interseccionalidade entre os princípios de uma escola inclusiva e a Educação Matemática não é uma justaposição de conceitos, mas um entrelaçamento estrutural que evidencia a necessidade de repensar o ensino da matemática à luz da diversidade dos alunos. O ensino da Matemática deve necessariamente considerar as barreiras que podem surgir nos ambientes escolares e a diversidade presente na sala de aula.

A Educação Inclusiva, conforme se estruturou a partir da Declaração de Salamanca, ampliou o entendimento de necessidades educacionais especiais, consolidando a ideia de que a inclusão escolar não se restringe às pessoas com deficiência, mas a todos os alunos. Se, historicamente, as dificuldades no ensino da disciplina foram atribuídas ao desempenho cognitivo dos alunos, à suposta falta de talento ou a desafios epistemológicos próprios da Matemática como campo de conhecimento (Nogueira, 2020), a Educação Matemática se coloca como campo profissional quanto científico que pode estudar teoricamente e empiricamente o ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Nesse sentido, “o lado científico não pode se desenvolver muito além, a menos que ele seja, de alguma forma, aplicado a prática profissional, e o desenvolvimento profissional requer o conhecimento especializado, que somente a investigação científica pode oferecer” (Kilpatrick, 1996, p. 112). É aceitável que a acessibilidade ao saber matemático não está na matemática em si, mas na maneira como ela é apresentada (Brousseau, 1998; Assude *et al.*, 2014; Nogueira, 2020).

Se a Educação Matemática visa tornar os saberes matemáticos acessíveis a todos, então já há uma premissa inclusiva em sua concepção (Nogueira, 2020). No entanto, essa inclusão não ocorre naturalmente (Rodrigues, 2006; Assude *et al.*, 2014). Há (ou deveria existir) um

esforço consciente necessário para transformar práticas excludentes e reconstruir um ensino matemático que valorize a participação de todos os alunos.

Se falamos ensino de saberes matemáticos e, historicamente, ele esteve associado a diversas dificuldades de aprendizagem, torna-se evidente que uma Educação Matemática que pretenda seguir o princípio inclusivo deve desenvolver uma cultura e práticas que valorizem a contribuição de cada aluno na construção de conhecimento matemático.

Diante da diferença entre o que se produz academicamente na Matemática e o que, por determinação legal, se pretende que seja ensinado na disciplina (Chevallard, 1992), é compreensível que tenham surgido discursos e axiomas inclusivos que buscam orientar, interpretar ou mesmo justificar os caminhos para a construção de uma Educação Matemática para todos, denominada Educação Matemática Inclusiva. A complexidade é inerente à inclusão, uma vez que esta não pode ser dissociada da intrincada relação entre a singularidade de cada indivíduo e a construção coletiva do conhecimento, na qual múltiplas subjetividades coexistem e se influenciam mutuamente.

Compreender a Educação Especial a partir da perspectiva inclusiva significa reconhecer que ela continua desempenhando um papel essencial na escolarização de pessoas com deficiência. No entanto, essa perspectiva implica que as particularidades desses alunos devem ser constantemente articuladas com a escolarização dos demais, uma vez que todos os estudantes possuem particularidades que podem influenciar o processo de aprendizagem.

De fato, situar a inclusão no contexto educacional é reconhecê-la como encontro de diferenças (Skovsmose, 2019) e que, nesse caso, há uma necessidade de legitimar essas diferenças (Nogueira, 2020; Morás, 2023).

Assim, neste trabalho, o interesse pela educação de pessoas com deficiência não ocorre de forma dissociada do conjunto maior ao qual pertence numa perspectiva inclusiva, mas em constante relação com a classe como um todo, na qual a diversidade dos alunos é reconhecida e considerada na concepção de um ensino inclusivo. Se há um caminho para tornar o ensino de matemática um campo mais acessível e significativo, ele passa, necessariamente, pela inclusão.

3.3.1 Educação Matemática Inclusiva: alunos com deficiência visual

A inclusão escolar de alunos com deficiência visual tem sido amplamente investigada no campo da Educação Matemática, como demonstram as revisões de literatura de Mendes, Gomes e Caporale (2021) e de Palmeira e Milli (2023).

Ambos os estudos apontam um volume crescente de pesquisas na área, com ênfase nas dificuldades enfrentadas pelos estudantes no acesso ao saber matemático e nos desafios

relacionados à prática docente, à adaptação de materiais e à formação de professores. De modo recorrente, essas investigações se concentram nas características cognitivas e comportamentais dos alunos, evidenciando a centralidade dessas dimensões na análise da inclusão escolar.

Ao estudarmos os resultados desses trabalhos nos deparamos com algumas contradições discutidas por Butlen, Peltier-Barbier e Pézard (2002) quando investigam as práticas de professores que ensinam matemática em Redes de Educação Prioritária (REP) na França, caracterizadas por desafios socioeconômicos e instabilidade docente. A pesquisa, fundamentada na Didática da Matemática e na Ergonomia Cognitiva, analisa como os professores estruturam suas práticas em resposta a restrições institucionais e demandas da sala de aula. Os autores identificam cinco contradições principais que surgem dessas condições:

- i) a tensão entre socialização e aprendizagem, em que a necessidade de integrar socialmente os alunos pode comprometer o ensino matemático;
- ii) a oposição entre a lógica do sucesso imediato e a lógica da aprendizagem, levando à simplificação de tarefas para evitar frustrações, mas comprometendo a construção do conhecimento;
- iii) o descompasso entre o tempo institucional e o tempo necessário para a aprendizagem matemática, resultando na fragmentação dos conteúdos;
- iv) a dificuldade em equilibrar individualização e coletivização do ensino, oscilando entre atendimento diferenciado e gestão coletiva da turma;
- v) a tensão entre lógica de projeto e lógica de aprendizagem, em que iniciativas pedagógicas inovadoras frequentemente carecem de articulação com o currículo.

Embora o contexto analisado por esses autores não trate especificamente da Educação Especial, as contradições apontadas no contexto inclusivo das REP estão mais relacionadas a dificuldades de ordem social. Nesse sentido, alinham-se ao conceito de necessidades educacionais específicas (Thomazet, 2012), ao considerar qualquer condição que exija ajustes significativos na prática docente.

Dessa forma, a relação entre os achados dos estudos de Butlen, Peltier-Barbier e Pézard (2002) e os desafios da inclusão matemática de alunos com deficiência visual não reside na equivalência dos contextos, mas na similaridade das condições enfrentadas pelos professores ao lidar com demandas particulares.

As contradições apontadas nesse estudo, como a oposição entre a lógica da socialização, a lógica do sucesso imediato e a lógica da aprendizagem, parecem refletir diretamente nos achados das pesquisas consideradas nas revisões de literatura que estudamos.

Os estudos revisados mostram que, na inclusão de alunos com deficiência visual, os professores frequentemente dedicam grande atenção ao aspecto social desses alunos no ambiente escolar. Esse processo envolve tanto a construção de estratégias didáticas para incluí-los quanto a reafirmação da necessidade social de combater atitudes e comportamentos que possam restringir sua participação.

Há, evidentemente, uma preocupação recorrente em tornar o ambiente escolar, e, particularmente, as aulas de Matemática, acessíveis e acolhedoras. No entanto, essa preocupação, por vezes, se sobrepõe à própria prioridade do ensino de Matemática, o que pode ser observado na ênfase temática sobre a simplificação dos conteúdos no âmbito das práticas pedagógicas (Mendes, Gomes; Caporale, 2021). Esse movimento segue uma lógica de sucesso imediato, na qual os ajustes nos materiais didáticos e na acessibilidade pedagógica tornam-se elementos centrais para garantir resultados positivos esperados.

Além disso, os estudos indicam que o ensino de matemática para alunos com deficiência visual demanda uma gestão diferenciada do tempo, desde o planejamento da aula até a (re)organização dos materiais e a condução das atividades durante as aulas. Os professores enfrentam dificuldades em conciliar o tempo institucional da escola com o tempo necessário para a aprendizagem desses alunos, reproduzindo, assim, a tensão temporal identificada por Butlen, Peltier-Barbier e Pézard (2002).

As pesquisas sobre educação inclusiva destacam a necessidade de reconhecer e valorizar a diversidade em sala de aula. Embora os alunos formem um grupo heterogêneo, eles compartilhem a mesma sala de aula. Os professores devem focar nas habilidades e potencialidades individuais de cada aluno, em vez de se concentrarem nas limitações (Fernandes; Healy, 2010; Nogueira, 2020).

Ainda que seja inviável proporcionar uma abordagem didática individualizada, considerar estratégias que atendam às necessidades específicas dos alunos, como aqueles com baixa visão, pode beneficiar todos os estudantes (Kranz, 2014; Morás, 2023). Esses princípios norteiam as pesquisas sobre ensino e aprendizagem de Matemática na educação inclusiva.

Destacamos os resultados dos estudos da pesquisadora brasileira Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes, que abordam questões relacionadas à inclusão de alunos com deficiência visual no ensino de Matemática. Atualmente, ela é professora visitante do Programa de Pós-Graduação em Educação de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP, e suas pesquisas são amplamente reconhecidas e citadas nos estudos dessa temática.

A pesquisadora apresentou uma tese em 2008, trazendo importantes resultados sobre a interação entre corpo e cognição. O estudo envolveu alunos do Ensino Médio, dos quais alguns eram alunos com deficiência visual, e analisou situações didáticas e ferramentas materiais e simbólicas.

A autora considera ferramentas materiais como objetos tangíveis e manipulativos. Por outro lado, ferramentas semióticas são signos ou representações visuais, como gráficos ou formas de linguagem na matemática (palavras, gestos, símbolos etc.).

Observando estes aspectos acreditamos que poderemos compreender como as experiências sensoriais e perceptivas influenciam nos processos cognitivos, ou seja, como o tato, os gestos, os diálogos e as ferramentas materiais – instrumentos de mediação – influenciam as interpretações dos fenômenos matemáticos por nossos sujeitos e de como eles criam e utilizam signos semióticos para [sic] comunicarem-se e pensarem matematicamente (Fernandes, 2008, p. 65, grifo nosso).

Para a pesquisadora, essas ferramentas atuam como instrumentos de mediação, influenciando a compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos e facilitando a comunicação e o fazer matemático. O trabalho visou analisar como alunos com deficiência visual aprendiam conceitos geométricos em salas de aula comuns.

Observando esses alunos durante as aulas, as análises foram realizadas em dois momentos. O primeiro consistiu numa observação e compreensão de como a matemática era abordada na escola frequentada por eles.

Em seguida, foi realizada algumas intervenções nessas práticas com a introdução de ferramentas desenvolvidas e testadas. Essas intervenções exploraram o uso dessas ferramentas no processo educativo dos alunos com deficiência visual. A importância da exploração tátil e da linguagem, através do ouvir e do falar, na produção do conhecimento foi ressaltada.

A análise dos dados produzidos foi feita com base nas teorias de Vygotsky, explorando a importância do corpo no desenvolvimento cognitivo, especialmente nos trabalhos de Peter Renshaw sobre a acomodação da “voz matemática”. Esta representa uma maneira única de expressão matemática dos alunos, conforme discutido por Renshaw (1996), que destaca os pseudoconceitos, conceitos intermediários mencionados pela teoria vygotskiana, como um meio para facilitar a comunicação instrucional e a aquisição de novos conhecimentos.

Em relação ao estudo de McNeil (1996), a sincronia entre fala e gestos é enfatizada como unidades indissociáveis. Ela se baseia na capacidade comunicativa e cognitiva dos gestos, permitindo que um interlocutor integre imagens e elementos linguísticos.

Finalmente, o estudo se baseou na teoria do processo de objetificação de Radford (2004). Essa teoria, a partir de uma abordagem semiótica antropológica, sustenta que os objetos

conceituais estão fortemente ligados ao contexto histórico-cultural. Nisso, a transformação de um objeto conceitual cultural em um objeto consciente ocorre por meio do processo de objetificação.

A pesquisa evidenciou como o conhecimento é formado através do acesso sensorial. Isso implica na abordagem no desenvolvimento cognitivo sob influência dos estudos de Vygotsky. A autora destaca a importância do corpo na geração de sensações e percepções, que estimulam a reflexão e interação para a construção do conhecimento.

O trabalho destaca a percepção tátil de alunos com deficiência visual através de interações entre instruções e ferramentas. Este enfoque fenomenológico reforça que o corpo, com sua história e cultura, é essencial na mediação da capacidade perceptiva do homem.

Diversas pesquisas que envolvem alunos com deficiência, da qual destacamos a baixa visão, geralmente optam pelos estudos de Vygotsky como referência, com foco na defectologia. Eles enfatizam a mediação das relações socioculturais e a linguagem como ferramenta compensatória.

Fernandes (2008) e os trabalhos que se fundamentam na teoria sociocultural de Vygotsky destacam a importância das ferramentas materiais no ensino de Matemática para esses estudantes. Além da própria percepção tátil, elas estimulam interações discursivas e reflexivas, levando os alunos com deficiência visual a desenvolver sistemas simbólicos para interpretar objetos matemáticos.

De uma maneira geral, destacamos que os trabalhos dessa pesquisadora influenciaram consideravelmente a comunidade da Educação Matemática nas pesquisas que levam em conta a inclusão de alunos com deficiência visual na sala de aula comum. Não é nosso objetivo esgotar os trabalhos dessa autora no nosso estudo, mas consideramos o impacto principalmente da sua tese nas demais pesquisas (Mendes, Gomes; Caporale, 2021), em especial em colaboração com sua orientadora, a pesquisadora Lulu Healy¹⁹ (Fernandes; Healy, 2007; 2010; 2011).

Nesses estudos, observamos a predominância da perspectiva vygotskiana. Esta permite que uma gama de trabalhos científicos perceba que a privação de um meio de acesso à cultura sócio-histórica não implica, necessariamente em limitações à potencialidade humana. Ao contrário, estabelece a necessidade de viabilizar esse acesso por meio de canais distintos.

A influência da percepção na aprendizagem de alunos com deficiência visual é realçada. A importância da atividade cognitiva a partir de estímulos visuais é reconhecida na busca pela

¹⁹ Healy iniciou sua carreira acadêmica no *Institute of Education* da Universidade de Londres e mudou-se para o Brasil em 2002, onde trabalhou até 2017 na Universidade Anhanguera de São Paulo.

simultaneidade entre os estímulos de outros sentidos do corpo, como por exemplo, o tato e a audição. Estes são vistos como constituintes da influência da percepção na atividade cognitiva do aluno com deficiência visual.

As pesquisas argumentam que, na educação matemática para estudantes com deficiência visual, é necessário (re)organizar as estratégias didáticas para promover um ensino inclusivo. Elas devem atender as necessidades dos alunos, considerando as particularidades dos currículos e respeitando suas singularidades.

Referindo-nos aos trabalhos apresentados no III ENEMI – Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva²⁰ de 2023, identificamos pelo menos 16 estudos, representando mais de 10% do total, focados na educação matemática de alunos com deficiência visual.

Nos trabalhos, três abordagens focam na representação, identidade social e/ou narrativas de pessoas com deficiência visual. Oito se concentram em práticas pedagógicas usando recursos didáticos táteis, tecnologias assistivas ou verbalização oral para acesso ao saber matemático. Um destaca o Desenho Universal de Aprendizagem (DUA) como ferramenta pedagógica para alunos com deficiência visual. Outro baseia-se no conhecimento teórico do professor, conforme o conhecimento especializado do professor de matemática (*Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*). Dois realizaram revisão bibliográfica e um aborda enunciados matemáticos e a relação entre escrita e fala no processo cognitivo do aluno.

Em geral, quando há uma explícita consideração do saber matemático nas discussões, a maioria delas se concentra nos objetos geométricos. Embora também encontremos vestígios de objetos estatísticos e algébricos, estes são mencionados em uma escala muito menor.

Consideramos essas amostras como coerentes com as abordagens adotadas pelas pesquisas que se centram na educação matemática para e com alunos com deficiência visual. Essas pesquisas reconhecem que a educação vai além do uso de recursos ópticos e não ópticos. Também envolve materiais didáticos adaptados em braile ou em relevo. Eles percebem a necessidade de estudos científicos e práticas docentes para atender às necessidades desses alunos. O objetivo é proporcionar acesso equitativo ao conteúdo escolar, equiparando-se aos demais colegas.

A seleção adequada de ferramentas pedagógicas é essencial para o desenvolvimento eficiente e significativo das habilidades matemáticas dos estudantes. Tanto a calculadora sonora quanto o soroban podem ser opções úteis, considerando o nível de

²⁰ Este evento é promovido pelo Grupo de Trabalho "Diferença, Inclusão e Educação Matemática" - GT13 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) com apoio do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática Inclusiva (GPEMI). Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/ocs/index.php/ENEMI/enemi2023>. Acesso em 27 mar. 2025.

conhecimento e as necessidades individuais dos alunos. No entanto, é crucial adotar uma abordagem pedagógica diversificada e cuidadosa ao utilizar essas ferramentas, a fim de promover a construção dos campos conceituais necessários para uma compreensão sólida e abrangente do pensamento matemático (Hoffmann; Geller; Groewnaald, 2023).

Contudo, alunos com deficiência visual em escolas públicas costumam enfrentar desafios para acessar recursos didáticos, como livros em braile e softwares de síntese de voz. Além disso, a adaptação de materiais em braile pode demandar mais tempo para decodificar palavras, e a interpretação tátil de gráficos e tabelas pode ser desafiadora (Lewi-Dumont, Arneton; Puustinen, 2016; Petitfour, 2023). Isso frequentemente resulta em um atraso no acesso ao material em comparação com os demais colegas.

No estudo de Anjos (2015) encontramos evidências interessantes sobre esse trabalho de adaptação em braile. A autora explicita que alguns termos matemáticos não são frequentemente usados no dia a dia dos estudantes. Isso pode tornar sua compreensão mais difícil, especialmente para estudantes cegos, devido à diferença de caracteres e o aspecto direcional entre a tinta²¹ e o braile. Isso pode exigir mais tempo de leitura e afetar a compreensão dos conceitos matemáticos.

Entendemos que, para alunos com deficiência visual, as representações visuais ou gráficas no ensino de Matemática são importantes, mas eles encontram bastante dificuldade em situações que envolvem quadros e gráficos que exigem uma visão sinóptica (Petitfour, 2023). A complementaridade de outras modalidades sensoriais, como o sistema tátil, também é importante. Esse sistema engloba sensações táteis e imagens mentais, além do uso da verbalização oral.

Apesar de ser uma estratégia predominante do professor, a verbalização oral pode trazer dificuldades para o aluno, conforme apontado por Lorencini:

Por outro lado, não se pode enfatizar o uso excessivo da oralidade acreditando que o aluno cego, por ter uma boa memória auditiva, consiga compreender uma grande quantidade de informações e conceitos matemáticos. Imagine a quantidade de números, símbolos e procedimentos que o aluno cego teria que memorizar para a resolução de um único exercício. O mesmo cuidado vale para o uso de sintetizadores de voz (o DosVox, por exemplo) que possibilitam ao aluno o acesso às informações de um texto, porém, em relação à Matemática, apresentam algumas limitações, tais como, o reconhecimento de alguns símbolos e operações que também dificultam o registro escrito realizado pelo aluno cego (Lorencini, 2019, p. 42).

Em síntese, há uma tendência significativa nas pesquisas que enfatizam a importância dos professores em sempre buscar maneiras de assegurar que todos os alunos tenham acesso

²¹ Em “tinta” se refere à forma tradicional de representação escrita para videntes.

justo ao aprendizado de Matemática. Além disso, é fundamental investir em pesquisas e treinamentos específicos para os professores, visando melhorar a qualidade do ensino inclusivo de Matemática para alunos com deficiência visual.

No entanto, identificamos alguns aspectos que parecem estar minimizados nas pesquisas relacionadas à educação inclusiva. O papel do professor no ensino da Matemática é intrinsecamente complexo. Isso se deve não apenas à diversidade na sala de aula, que está atrelada ao aspecto social, mas também à sua função essencial no processo de aprendizagem em uma disciplina escolar (Charles-Pézard, 2010).

As pesquisas apontadas nesta subseção destacam as necessidades que exigem do professor mais do que certo conhecimento sobre adaptações e seus efeitos: é necessário um sólido domínio do conteúdo matemático e/ou didático em contextos inclusivos.

A diversidade na sala de aula apresenta uma multiplicidade de casos, para os quais acreditamos que os cursos, seja inicial ou de formação contínua, sejam insuficientes para preparar o professor no contexto que se instaura. É preciso pensarmos em quais conhecimentos didáticos nos dão suporte para encarar os desafios da diversidade atentando para especificidades. A inclusão é mais do que uma simples estratégia educacional; quando devidamente priorizada, ela desencadeia transformações significativas na estrutura e na cultura da escola.

Ao denunciar o abismo existente entre o velho e o novo na instituição escolar brasileira, a inclusão é reveladora dos males que o conservadorismo escolar tem espalhado pela nossa infância e juventude estudantil. Penso que o futuro da escola inclusiva depende de uma expansão rápida dos projetos verdadeiramente imbuídos do compromisso de transformar a escola, para se adequar aos novos tempos (Mantoan, 2003, p. 48).

Esses aspectos sugerem que os professores e pesquisas científicas devem conhecer mais do que apenas os alunos e os materiais que asseguram a acessibilidade. No nível didático, é essencial compreender como o acesso do aluno ao saber matemático está ligado à sua epistemologia, como também a forma que o professor organiza didaticamente suas aulas. O estudo do papel do professor em suas ações e decisões no processo do ensino é fundamental.

Assim, acreditamos que avanços significativos possam ser obtidos ao considerar o aspecto didático das interações entre o aluno e o saber matemático específico apresentado a ele. Esta abordagem é relevante para todos os aprendizes, mas ganha particular importância ao examinar a influência da maneira como o aluno se relaciona com o meio, destacando-se especialmente no caso de alunos com deficiência.

3.4 O didático como lente de análise da acessibilidade à aprendizagem

A Didática da Matemática, consolidada em países francófonos como um campo científico autônomo (Margolinas, 2022), busca compreender, ao menos em um nível mínimo, as interações entre professor, aluno e saber em contextos de ensino. De modo geral, as pesquisas nessa área analisam sistematicamente fenômenos didáticos, como o contrato didático, a transposição didática e as praxeologias, fornecendo ferramentas teóricas e metodológicas robustas para investigar o desenvolvimento de conhecimentos em situações em prol da aprendizagem de saberes reconhecidos institucionalmente.

Os fundamentos teóricos da Didática da Matemática, provido, por exemplo de teorias como a Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1998) e a Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1992), priorizam a análise de fenômenos do ensino, sem considerar explicitamente as condições específicas dos alunos.

Com base nos estudos de Margolinas (2004b, 2021), observamos um aprofundamento analítico das interações entre professor, aluno e um meio intencionalmente estruturado para tornar possível a aprendizagem de um saber. Esses trabalhos, assim como outros no campo, não se debruçam diretamente sobre as condições individuais dos alunos, tampouco sobre os efeitos dessas condições nas dinâmicas de interação entre professor, aluno e meio. No trecho a seguir, identificamos uma metáfora que ilustra o ponto de vista adotado por uma abordagem didática própria deste campo:

Considera-se que o sujeito sempre age “em situação”, o que inclui tanto os objetos e o ambiente ao qual ele está submetido quanto as intenções percebidas daquele que, quando for o caso, organiza suas ações. Uma metáfora clássica pode esclarecer nosso ponto de vista: um observador descreve os movimentos complexos de um rato – ele vira à esquerda, depois à direita, depois novamente à esquerda, e assim por diante. O observador atribui esses movimentos a características particulares do rato... até o dia em que descobre o labirinto transparente no qual ele se desloca! (Margolinas, 1999, p. 42–43, grifo da autora, tradução nossa)²².

Quando pensamos no contexto da deficiência, ou mesmo de forma ampla, no caso das necessidades educacionais específicas, essa perspectiva nos convida a refletir sobre a organização desse meio e sobre as condições que possibilitam ou limitam a mobilização dos

²² « Considère que le sujet agit toujours « en situation », ce qui comprend à la fois les objets et l'environnement auquel il est soumis, mais également les intentions perçues de celui qui organise, le cas échéant, les actions de ce sujet. Une métaphore classique pourra éclairer notre point de vue : un observateur décrit les mouvements complexes d'un rat : il tourne à gauche, puis à droite, puis de nouveau à gauche, etc. L'observateur attribue ces mouvements à des qualités particulières du rat... jusqu'au jour où il découvre le labyrinthe transparent dans lequel celui-ci évolue ! » (Margolinas, 1999, p. 42–43, grifo da autora).

conhecimentos por parte dos alunos. Se considerarmos a metáfora do labirinto transparente, podemos questionar: de que maneira a estrutura desse labirinto influencia diferentes sujeitos?

Em situações de ensino, podemos pensar nas barreiras de ordem diversas que podem tornar o meio inacessível a todos os alunos. Torna-se fundamental investigar como as estruturas organizadas pelo professor dialogam com as necessidades educacionais dos estudantes (sejam elas individuais ou de determinados grupos), e de que maneira podem ser planejadas para favorecer a participação desses alunos.

Para compreender os processos de ensino e aprendizagem, é essencial analisar as condições em que ocorrem. Essa é a proposta de um ponto de vista didático (Margolinas, 2022), ou seja, há uma dedicação ao estudo dos processos de ensino e apropriação dos conhecimentos, considerando suas especificidades em relação ao saber e buscando aperfeiçoá-los (Sarralié; Vergnaud, 2006). Nesse sentido, a perspectiva didática oferece um referencial valioso para examinar as condições didáticas do ensino dos saberes, ressaltando que as modificações necessárias não podem ser dissociadas das questões conceituais subjacentes (Sarralié, 2006).

Concordamos com Sarralié e Vergnaud (2006) com o fato de que a didática ganha ainda mais relevância diante das dificuldades de aprendizagem, sejam elas resultantes de impactos da deficiência ou de fatores culturais, familiares e sociais. Nesses casos, medidas de acessibilidade tomadas pelo professor é essencial, mas não deve se restringir aos alunos com dificuldades, estendendo-se também àqueles com alto desempenho acadêmico.

As pesquisas em didática sustentam a hipótese de que as características dos objetos de ensino influenciam diretamente as formas como esses saberes são ensinados e apropriados (Chevallard, 2002). Essa premissa se aplica a qualquer situação de aprendizagem, independentemente do perfil do aluno, seja ou não um caso de uma necessidade educacional específica (Sarralié; Vergnaud, 2006; Thomazet, 2012).

Ressaltamos que, ao mencionarmos a ausência de uma consideração explícita das condições específicas dos alunos na Didática da Matemática de influência francesa, não a tratamos como uma lacuna propriamente dita. Essa característica pode ser atribuída à ênfase tradicional desse campo em “situações controladas”, nas quais as condições externas e as particularidades dos alunos são abordadas de forma genérica ou não explicitadas. Além disso, os contextos empíricos analisados refletem os interesses teóricos próprios da Didática da Matemática, que orientam suas investigações conforme seus objetivos científicos.

Dessa forma, a inclusão escolar, nos termos contemporâneos, emerge no campo da Didática da Matemática como um objeto de investigação relevante, impulsionado pela crescente visibilidade das demandas institucionais e políticas voltadas à inclusão. Essas

demandas têm incentivado pesquisadores a explorarem essa temática sob diferentes perspectivas (Grimaud; Saujat, 2011; Booms, 2022; Palmeira; Milli, 2023).

Discussões como as promovidas na XXII *École d'Été de Didactique des Mathématiques*, realizada na França em 2023, ilustram esse movimento ao reconhecer a escolarização de alunos com necessidades específicas como uma questão emergente no campo. O evento teve como objetivo mapear as contribuições da Didática da Matemática para o ensino de alunos com necessidades educacionais específicas, além de examinar como essas condições podem oferecer novas perspectivas à área.

No Brasil, iniciativas semelhantes vêm ganhando espaço. O XVII SESEMAT, também realizado em 2023, abordou a temática “Educação Matemática e Educação Especial na Perspectiva Inclusiva”, reunindo pesquisadores e educadores para refletirem sobre as implicações das práticas didáticas em contextos inclusivos.

Além disso, a criação do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática e Educação Matemática Inclusiva (GEPeDEMI), em 2020, demonstra o esforço nacional para articular as pesquisas em Didática da Matemática considerando demandas da inclusão escolar. Esse grupo tem promovido diálogos que contemplam tanto as especificidades da deficiência quanto a organização das práticas educacionais para garantir a participação de todos os alunos.

As dimensões institucionais, muito diferentes entre os campos e os países, contribuem para a forma como a Didática da Matemática é interpretada e desenvolvida em diferentes contextos (Kilpatrick, 1996; Pais, 2002). No Brasil, esse campo tem se envolvido também com questões políticas e culturais, refletindo demandas sociais específicas, especialmente no que se refere à inclusão educacional. Esse envolvimento tem incorporado práticas e perspectivas locais.

No âmbito da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), diferentes Grupos de Trabalho (GTs) contribuem para essa discussão, cada um com um foco específico. O GT14 – Didática da Matemática, tem como objetivo central o aprofundamento teórico e metodológico do ensino e aprendizagem da Matemática, enquanto o GT13 – Diferença, Inclusão e Educação Matemática se dedica a pesquisas que valorizam as diferenças em uma perspectiva inclusiva, considerando tanto o ensino formal quanto contextos de educação informal e não formal.

Embora cada grupo tenha seu escopo próprio, há uma interseccionalidade relevante entre eles, especialmente quando se trata de investigar como teorias da Didática da Matemática pode dialogar com as demandas da inclusão escolar. Essa convergência se manifesta na necessidade de compreender como as práticas didáticas podem ser concebidas para atender à

diversidade dos alunos e como os fundamentos da Didática da Matemática podem contribuir para uma abordagem mais equitativa do ensino.

Nesse cenário, o GEPeDEMI tem se consolidado como um espaço estratégico de interlocução entre grupos de pesquisa e eixos temáticos diversos no campo da Educação Matemática. Ao articular investigações sobre as especificidades da deficiência com reflexões sobre a organização das práticas educacionais, o grupo fortalece as conexões entre diferentes perspectivas da Educação Matemática, promovendo avanços na compreensão da inclusão escolar.

3.4.1 Estudos conduzidos sob uma perspectiva didática junto a alunos com necessidades educacionais específicas

Adotando uma abordagem didática nas pesquisas sobre inclusão escolar, identificamos estudos que investigam de que modo a presença de alunos com necessidades específicas incide sobre as interações em sala de aula. Reconhecemos e apresentamos, a seguir, contribuições de pesquisadores e pesquisadoras que enriquecem esse campo com suas investigações. Dentre esses trabalhos, destacamos, em especial, as pesquisas brasileiras sobre a inclusão na sala de aula comum, que, a nosso ver, dialogam diretamente com o paradigma francófono da Didática da Matemática.

Primeiramente, buscamos identificar traços de resultados em trabalhos conduzidos por pesquisadores internacionais, sobretudo francófonos. Em seguida, apresentamos estudos que adotam uma abordagem didática para analisar dados relacionados à educação de alunos com deficiência no Brasil. Em certa medida, esses estudos não se restringem apenas à deficiência visual, uma vez que essa temática ainda se apresenta de forma tímida dentro do campo.

3.4.1.1 Pesquisas internacionais

O estudo de Assude, Pérez e Tambone (2012) evidencia a necessidade de realizar investigações que observem a representação da inclusão escolar a partir do ponto de vista didático. Partindo da legislação francesa²³, numa visão social da deficiência, os autores

²³ A legislação francesa sobre inclusão escolar foi reformulada pela Lei de 11 de fevereiro de 2005, que estabelece o direito de toda criança com deficiência à escolarização em uma turma comum, garantindo acesso aos conteúdos curriculares com medidas de adaptação e apoio. Essa lei substituiu a abordagem da Lei de 30 de junho de 1975, que já previa o princípio da educabilidade, mas sem mecanismos efetivos de inclusão. A nova legislação marca a transição de uma concepção individual da deficiência para uma perspectiva social, focada na acessibilidade e na compensação das desigualdades.

observam a necessidade de tornar o saber acessível a todos os alunos, independentemente de suas condições, apoiados em duas noções fundamentais:

A primeira diz respeito à acessibilidade, a qual se trata de tornar possível o *acesso de todos a tudo*. A segunda refere-se à compensação, ou seja, o direito de beneficiar de qualquer medida individual capaz de restabelecer, tanto quanto possível, a igualdade de direitos e oportunidades, especialmente por meio do acompanhamento escolar por um auxiliar de vida escolar (Assude, Pérez e Tambone, 2012, p. 131, grifo dos autores, tradução nossa)²⁴.

No entanto, segundo os autores, essas modificações exigem que os professores possuam um conhecimento abrangente tanto sobre os princípios educacionais quanto sobre as formas específicas de escolarização destinadas a esse público. Nesse sentido, o Observatório de Práticas sobre Deficiência, Investigação e Intervenção Escolar²⁵ (OPHRIS), criado em 2008, surgiu como uma resposta a essa necessidade de estudo.

Ele foi criado por pesquisadores de três instituições, das quais Tereza Assude²⁶ e colaboradores fazem parte: a Universidade de Aix-Marseille, o Instituto Nacional Superior de Formação e Pesquisa para a Educação de Jovens com Deficiência e Ensino Adaptado (INSHEA) em Suresnes, e o Instituto Francês de Educação (IFE).

Esse observatório reuniu pesquisadores interessados na educação de alunos com deficiência, com foco nas disciplinas e práticas escolares. Ele visava identificar abordagens que facilitassem a inclusão desses estudantes e promovessem condições favoráveis para a aprendizagem deles.

O projeto PIMS (Práticas Inclusivas em Matemática Escolar) foi inserido nesse observatório. Ele estuda as ações e decisões dos professores nas turmas de inclusão educacional e o impacto na aprendizagem matemática dos alunos com deficiência. Além disso, analisa as mudanças nas representações e práticas dos professores em relação ao ensino da Matemática.

No âmbito deste projeto, identificamos resultados que evidenciam como a abordagem didática contribui para compreender a inclusão a partir da organização do saber matemático em sala de aula. Essa contribuição se manifesta particularmente na análise da relação entre o

²⁴ « La première concerne l'accessibilité où il s'agit de rendre possible *l'accès de tout à tous*. La seconde concerne la compensation, à savoir le droit de bénéficier de toute mesure individuelle qui soit de nature à redonner autant qu'il est possible, l'égalité des droits et des chances, notamment par l'accompagnement en milieu scolaire par une auxiliaire de vie scolaire » (Assude ; Pérez; Tambone, 2012, p. 131, grifo dos autores).

²⁵ Em francês, « Observatoire des Pratiques sur le Handicap, Recherche et Intervention Scolaire ».

²⁶ Teresa Assude é uma renomada professora universitária, atualmente associada ao INSPÉ d'Aix-Marseille na França, com destaque na área de Ciências da Educação. Suas pesquisas englobam vários temas, incluindo práticas inclusivas em Matemática, uso de tecnologia digital no ensino e formação em Matemática. Também abordam sistemas inovadores de apoio educacional, voltados à adaptação e escolarização de alunos com deficiência.

professor, os alunos, incluindo ao menos um com necessidade educacional específica, e o saber em jogo:

- I) a simplificação de instruções nos enunciados matemáticos para alunos com distúrbio específico de aprendizagem, como dislexia e discalculia, nem sempre é proveitosa. Isso pode desviar o foco do saber almejado (Assude; Pérez; Tambone, 2012).
- II) as ações dos professores no desenvolvimento de situações para alunos com deficiência vão além da ação manipulativa. Destacam-se a importância da simbolização, codificação e representação para o trabalho matemático, além da memória. Há uma dualidade instrumental e semiótica nas representações matemáticas. Logo, a análise das potencialidades matemáticas de uma situação é relevante para o trabalho do professor (Assude *et al.*, 2014).
- III) a acessibilidade ao saber é importante no processo de aprendizagem de alunos com distúrbios de aprendizagem, comunicação e comportamento. Ela é influenciada por diferentes formas de organização didática no ambiente educacional. Algumas dessas organizações dizem respeito à criação de condições favoráveis para que o grupo de alunos realize as tarefas; outras ocorrem nas interações entre professor e estudantes; e há ainda aquelas que surgem entre os próprios alunos no contexto da sala de aula. Juntamente com o contrato didático na aula, essas regulações desempenham um papel fundamental para a participação dos alunos nas situações de aprendizagem (Suau; Assude, 2016).
- IV) os sistemas didáticos, no contexto da inclusão de alunos com deficiência, possibilitam a criação de um espaço de aprendizagem tanto para os alunos quanto para o professor. Isso é alcançado considerando dificuldades e ajustes necessários na prática, observando como esses aprendizes investem em uma situação (Assude; Tambone, 2019).

Os estudos do PIMS centraram-se na identificação de situações que favorecem o acesso ao saber matemático pelos alunos com necessidades específicas. Nesse sentido, tornou-se fundamental a adoção do conceito de acessibilidade didática, como podemos ver a seguir:

Consideramos que a acessibilidade didática é o conjunto de condições que permitem aos alunos acessarem o estudo dos saberes: formas de estudo, situações de ensino e aprendizagem, recursos, acompanhamentos, auxílios... Um de nossos objetos de estudo é a acessibilidade didática, não apenas por meio das situações, mas também pelo estudo dos contratos associados a essas situações e instituições. Nossa hipótese é que a escolarização de alunos em situação de deficiência (e especialmente a acessibilidade didática) não é automática para os professores, seja aqueles que atuam

em ambientes regulares ou aqueles que trabalham em dispositivos específicos (Assude *et al.*, 2014a, p. 4, tradução nossa)²⁷.

Esse entendimento de acessibilidade nos convém, ao passo que estabelece um critério importante para a inclusão de alunos com deficiência, considerando o aspecto didático de acesso aos saberes institucionalizados. Essa acessibilidade, então, depende das condições institucionais e dos contratos didáticos estabelecidos.

Os estudos internacionais a seguir mostram que a inclusão de alunos com deficiência nas aulas de Matemática enfrenta desafios estruturais e didáticos. Diferentes perspectivas didáticas investigam como o saber matemático se torna acessível (ou não), e, apesar das abordagens variadas, todas buscam compreender as condições de ensino e aprendizagem em contextos inclusivos.

O estudo de Petitfour (2023) investigou a inclusão de um aluno cego, chamado Eloi, em uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental na França. O foco da pesquisa foi analisar o impacto do sistema de suporte educacional e das adaptações feitas no ensino de Matemática, confrontando o que foi planejado com a realidade da implementação em sala de aula. A abordagem adotada é semiótica, ou seja, examina as diferentes formas de representação e comunicação matemática envolvidas na aprendizagem do aluno.

Eloi foi matriculado em uma escola comum sem experiência prévia na inclusão de alunos cegos, o que gerou insegurança tanto para os professores quanto para a administração escolar. Ele teve o apoio de uma acompanhante de aluno com deficiência (AESH)²⁸, profissional responsável por auxiliá-lo em atividades escolares, e recebeu algumas adaptações materiais, como documentos em braile e suporte tecnológico com um bloco-notas braile, que permite escrever e ler textos convertidos digitalmente.

Além disso, o aluno recebia acompanhamento semanal de uma professora especializada do Centro de Educação para Deficientes Visuais (CEDV), que o ajudava a desenvolver estratégias específicas para lidar com os saberes matemáticos.

²⁷ « Nous considérons que l'accessibilité didactique est l'ensemble des conditions qui permettent aux élèves d'accéder à l'étude des savoirs : formes d'étude, situations d'enseignement et d'apprentissage, ressources, accompagnements, aides... L'un de nos objets d'étude est celui de l'accessibilité didactique, non seulement par le biais des situations mais aussi par l'étude des contrats associés à ces situations et institutions. Notre hypothèse est que la scolarisation des élèves en situation de handicap (et notamment l'accessibilité didactique) ne va pas de soi pour les enseignants, qu'il s'agisse de ceux qui exercent en milieu ordinaire ou de ceux qui travaillent dans des dispositifs spécifiques » (Assude *et al.*, 2014, p. 4).

²⁸ AESH (Accompagnant des Élèves en Situation de Handicap) é o profissional responsável por auxiliar alunos com deficiência no ambiente escolar na França. Sua função inclui apoio na realização de atividades escolares, adaptação de materiais e mediação entre o aluno e os professores, sem, no entanto, substituir o papel do docente (Petitfour, 2023).

O estudo analisou uma atividade específica de Matemática: um treinamento para o concurso “A Corrida dos Números”, uma competição voltada ao desenvolvimento de automatismos numéricos e geométricos. A tarefa envolvia responder rapidamente a 10 questões em um tempo limitado. Os demais alunos realizavam a atividade por três minutos, enquanto Eloi recebia um minuto extra devido à sua necessidade de ler as questões em braile ou ouvi-las da AESH. No entanto, houve um problema: o material adaptado para Eloi não ficou pronto a tempo, o que forçou sua AESH a ler os enunciados para ele, comprometendo de certa a autonomia do aluno na resolução.

A análise mostrou que o ajuste tardio do material afetou significativamente a participação de Eloi. Enquanto os demais alunos acessavam rapidamente todas as questões em um formato tabular, permitindo que escolhessem a ordem de resolução de forma estratégica, Eloi dependia da leitura da AESH, que impôs uma sequência linear e demorou três dos quatro minutos disponíveis apenas para a transmissão dos enunciados. Isso impactou especialmente as questões que envolviam representações gráficas, como a interpretação de uma reta numérica, em que a exploração sequencial por meio da descrição verbal da AESH foi muito mais lenta do que a leitura visual feita pelos demais alunos.

O estudo identificou um problema na inclusão de alunos cegos nas aulas de Matemática: a conversão de suportes visuais em formatos táteis ou verbais não os coloca, necessariamente, em uma relação de acessibilidade ao saber matemático, tal como ele é visado em situação. O caso de Eloi exemplifica essa dificuldade.

No item da reta numérica, por exemplo, a questão exigia que os alunos identificassem a abscissa de um ponto a partir de uma sequência de números apresentados em uma reta graduada. Para os alunos videntes, bastava olhar a disposição dos números e reconhecer o padrão das graduações. Para Eloi, a leitura verbal da AESH fragmentou a informação, tornando mais difícil a percepção do padrão. A análise semiótica mostrou que a adaptação verbal modificou a estrutura do problema, pois, ao invés de um único olhar global sobre a reta, Eloi teve de reconstruir mentalmente a estrutura apenas com base em descrições fragmentadas.

Além disso, a pesquisa revelou que a ausência de um suporte tátil fez com que Eloi não pudesse explorar autonomamente a estrutura e informações da reta numérica. O material em braile enviado tardiamente poderia ter permitido que ele identificasse padrões de espaçamento entre os números, mas, sem essa ferramenta disponível no momento da atividade, ele ficou dependente de mediação externa.

Esse caso ilustra um problema mais amplo na inclusão: quando as medidas de acessibilidade não são pensadas de maneira integrada ao ensino comum, acabam reforçando a marginalização do aluno em relação a situação instalada, ao invés de promover sua autonomia.

Outro aspecto analisado foi a relação entre a professora e a AESH. O estudo mostrou que a falta de coordenação entre ambas impactou a experiência de Eloi. A professora não tinha um entendimento sobre quais estratégias didáticas eram mais adequadas, especialmente na geometria, e a AESH, apesar de estar presente para auxiliar Eloi, não possuía formação didática suficiente para traduzir conceitos matemáticos.

Durante a atividade, por exemplo, a AESH leu a questão com algumas imprecisões conceituais, o que gerou dificuldades para Eloi. Em um momento, ela usou expressões vagas como “mesma graduação”, sem especificar que se referia a uma regularidade na reta numérica, o que poderia ter auxiliado o aluno a inferir o padrão numérico necessário para responder corretamente.

A pesquisa também apontou uma dificuldade na disponibilidade de materiais adaptados/modificados para alunos cegos em Matemática. Embora o CEDV ofereça um serviço de transcrição de materiais para o braile, esse processo tem um tempo de espera de pelo menos duas semanas, o que significa que os professores precisam antecipar a solicitação de adaptações/modificações, circunstância difícil na rotina escolar.

Dessa forma, o estudo de Petitfour (2023) conclui que a inclusão de alunos cegos nas aulas de Matemática não pode depender apenas da presença de suportes tecnológicos ou de acompanhamento individualizado por uma AESH. É necessário repensar a própria organização didática das atividades, levando em conta o tempo necessário para que alunos cegos possam acessar e se apropriar das informações matemáticas de maneira autônoma.

A questão da modificação de atividades geométricas para um aluno cego também foi investigada por Toullec-Théry e Janin (2014), que analisaram a prática de uma professora que nunca havia trabalhado com alunos com deficiência visual. O estudo examinou uma sessão de leitura tátil de figuras geométricas, em que a professora usava a técnica de orientação manual, que consiste em guiar as mãos do aluno durante a exploração tátil. A análise mostrou que a professora oscilava entre guiar excessivamente o aluno e deixá-lo explorar de maneira independente, sem conseguir estabelecer um equilíbrio contundente a necessidade autônoma do aluno.

Em um exercício de identificação de triângulos, o aluno interpretava as formas de maneira fragmentada, priorizando pontos específicos da figura ao invés de sua estrutura global. O estudo aponta que a orientação manual requer formação específica para evitar que a mediação

excessiva limite a autonomia do aluno ou que a falta de apoio comprometa a construção dos conceitos geométricos.

A relação entre professores e Auxiliares de Vida Escolar (AVS)²⁹ na inclusão de alunos com deficiência foi analisada por Toullec e Nédélec-Trohel (2009), Nédélec-Trohel, Joffredo-Lebrun e Magnen (2012) em diferentes contextos escolares. Em classes de inclusão, os AVS auxiliavam alunos com dificuldades motoras e cognitivas, mas as pesquisas mostraram que a interação entre professor e AVS nem sempre era coordenada.

Em um dos casos estudados, o professor conduzia a aula de Matemática sem integrar o AVS, resultando em um ensino paralelo para o aluno com deficiência. Em outro caso, o AVS assumia um papel central, intermediando todas as interações do aluno com o saber matemático, o que limitava sua autonomia. A análise destacou que a presença do AVS pode tanto facilitar quanto dificultar a acessibilidade didática, dependendo da clareza dos papéis e da colaboração com o professor.

A especificidade da ação didática dos professores de apoio foi investigada por Bocchi (2014), que analisou como esses profissionais atuam na diferenciação pedagógica. O estudo foi conduzido em escolas da Suíça italiana e mostrou que os alunos que recebiam apoio separado da turma comum frequentemente mantinham dificuldades persistentes.

Em uma das situações analisadas, um aluno que frequentava aulas de reforço para frações conseguia resolver exercícios no ambiente do apoio, mas não transferia esse conhecimento para a sala de aula comum. Isso evidenciou um problema no contrato didático (Brousseau, 1998), pois as expectativas de aprendizagem eram diferentes nos dois contextos. O estudo concluiu que a qualidade do apoio pedagógico depende de sua articulação com o ensino comum, para evitar que se torne um espaço de remediação desconectado das demandas da sala de aula.

A (re)organização curricular para alunos com lesões cerebrais adquiridas foi analisada por Sarralié (2017), que investigou a retomada da aprendizagem matemática por adolescentes que haviam sofrido traumatismo craniano. O estudo revelou que esses alunos apresentavam dificuldades na recuperação de conhecimentos matemáticos previamente construídos, especialmente em relação à resolução de problemas e ao raciocínio lógico.

²⁹ Os Auxiliares de Vida Escolar (AVS) eram profissionais responsáveis por apoiar alunos com deficiência na França, auxiliando na adaptação ao ambiente escolar e na realização de atividades pedagógicas. A partir de 2014, a função foi reformulada e passou a ser designada como AESH, com mudanças na formação e no vínculo empregatício, buscando maior estabilidade e qualificação para o suporte oferecido.

Em um dos casos, um aluno que antes do acidente resolvia equações de segundo grau com facilidade passou a enfrentar dificuldades para compreender relações algébricas básicas. A pesquisa indicou que a reestruturação do ensino para esses alunos precisa considerar não apenas os déficits cognitivos resultantes da lesão, mas também a necessidade de reconstrução progressiva de conhecimentos matemáticos anteriores.

Booms (2022) investigou o impacto do uso de tecnologia assistiva na inclusão de um aluno com distúrbios motores que utilizava um computador para acompanhar as aulas de Matemática. O estudo mostrou que, embora o computador tenha sido introduzido como um suporte para escrita e resolução de problemas, sua implementação gerou novas dificuldades.

O *software* utilizado para representar gráficos possuía uma interface complexa, tornando mais difícil para o aluno realizar operações simples. Mais importante, porém, é que as situações propostas, que exigia o desenvolvimento de certos conhecimentos geométricos para a construção de eixos de simetrias, foram esvaziadas pelas funcionalidades automáticas do ambiente virtual, nas quais a simetria era gerada por um simples clique.

Além disso, o professor não estava familiarizado com a ferramenta, o que limitou seu uso efetivo na aula. O estudo concluiu que a introdução de tecnologia assistiva não garante automaticamente acessibilidade à aprendizagem matemática, sendo necessária uma readequação das práticas docentes para integrar esses recursos nas aulas de forma a contemplar a todos os alunos.

Os estudos analisados evidenciam que a inclusão de alunos com deficiência no ensino de Matemática não pode ser reduzida à disponibilização de medidas de acessibilidade. Há desafios estruturais e didáticos que precisam ser enfrentados para garantir um ensino matemático acessível.

Alguns resultados desses trabalhos convergem para uma discrepância entre intenção e prática efetiva (Petitfour, 2023; Booms, 2022), e destacam a importância das interações didáticas (Nédélec-Trohel, 2009, 2012; Bocchi, 2014). Enfatizam ainda o imperativo de modificações do meio como condição para acessibilidade (Toullec-Théry; Janin, 2014; Booms, 2022).

Além disso, evidenciam a coexistência de sistemas didáticos distintos, nos quais o desenvolvimento do saber ocorre em ritmos descompassados, segundo temporalidades didáticas próprias e contratos específicos que regulam as interações entre os agentes do ensino ou da acessibilidade (Toullec-Théry; Nédélec-Trohel, 2009; Nédélec-Trohel; Joffredo-Lebrun; Magnen, 2012; Bocchi, 2014; Booms, 2022). Esses achados são relevantes para nossa pesquisa

e encontram ressonância em resultados de estudos realizados no cenário brasileiro, dos quais destacamos alguns a seguir.

3.4.1.2 Pesquisas nacionais

Na dissertação de mestrado, Santos (2019) investigou o processo de transposição didática interna. O contexto era de situações de ensino em que o professor de Matemática, com auxílio de um intérprete de Libras buscava tornar acessível aos alunos surdos o saber do conjunto dos números naturais. O estudo se deu a partir da observação de aulas de Matemática para alunos do primeiro ano do Ensino Médio no IFPB, dos quais dois eram surdos. Além disso, realizou-se entrevistas semiestruturadas com o professor e intérprete.

O discurso oral do professor de Matemática e o sinalizado do intérprete de Libras foram analisados a partir de três categorias: Saltos, Informações Adicionadas e Escolhas. Essa análise foi realizada sob a perspectiva da Teoria Antropológica do Didático. A utilização de objetos, tanto ostensivos quanto não ostensivos, durante as aulas foi examinada.

Na categoria Saltos, notaram-se lacunas na apresentação de conceitos e ideias. Nas Informações Adicionadas, observaram-se acréscimos de dados, principalmente por dificuldades de comunicação entre o professor e os alunos surdos. Em Escolhas, destacaram-se as diferenças nas propostas apresentadas pelo professor e intérprete, incluindo o uso de nomenclaturas distintas para os mesmos conceitos matemáticos.

O estudo identificou diferenças entre o saber apresentado pelo professor e pela intermediação do intérprete, incluindo omissões, acréscimos e escolhas terminológicas distintas. Essas diferenças, influenciadas pelo ritmo da aula e pelas limitações entre um léxico específico da Libras e aquele utilizado na Matemática, poderiam afetar a compreensão dos alunos surdos sobre noções dos números naturais, de acordo com o autor.

O estudo identificou a formação de sistemas didáticos internos ao sistema didático de referência (professor, aluno e saber), a classe como um todo. Isso ocorreu devido a uma diferenciação de cláusulas do contrato didático, com a intermediação do intérprete e as mudanças na posição dos atores em situação. O autor nomeou esse fenômeno como multiplicidade de sistemas didáticos.

Nota-se um isolamento dos alunos surdos durante as aulas no que concernem as interações com o professor e os colegas ouvintes, pois diante de uma limitação comunicativa há pouca ou nenhuma interação e quando há, percebe-se que se restringe aos alunos surdos e o intérprete, como se houvesse uma sala de aula dentro de outra. Tal situação se aproxima de uma perspectiva de integração e não de inclusão (Santos, 2019, p. 159).

Esses apontamentos se refletem nos resultados mencionados em (III) por Suau e Assude (2016) e os trabalhos de Toullec-Théry e Nédélec-Trohel (2009), Nédélec-Trohel, Joffredo-Lebrun e Magnen (2012) e Bocchi (2014) que envolveram contextos diversos no cerne da educação inclusiva, indicando fortemente que o aluno incluso constitui um sistema didático particular (Booms, 2022). As condições de acessibilidade ao saber em contextos inclusivos podem sofrer interferências quando da inserção de novos profissionais de apoio.

Os papéis deles, empiricamente, tem alcançado uma circunstância didática na relação do saber visado em sala de aula. A presença do intérprete e o meio condicionado pela interpretação em Libras da língua falada desencadearam diferentes ajustes nas posições ocupadas pelos sujeitos em interações didáticas, em consonância com o contrato didático estabelecido.

No trabalho de Oliveira dos Santos (2020) encontramos resultados semelhantes, no entanto, focando especificamente na deficiência visual. Esse estudo, adotando a noção de transposição didática, observou a formação de sistemas didáticos particulares. Havia um contrato didático específico para alunos cegos e outro para os alunos videntes.

O saber abordado incluiu medidas de tendência central (média, moda e mediana) e construção de gráficos estatísticos. A autora identificou um distanciamento no saber apresentado ao estudante cego em relação aos demais colegas. Essa distância ocorreu, majoritariamente, pela representação que o professor de Matemática tinha sobre a aprendizagem do aluno com deficiência visual. Embora o entendesse como um sujeito com direitos legais de acesso ao saber, ter um aluno cego implicou em adaptações num processo de diferenciação da prática docente (Perrenoud, 2000).

Esses resultados são similares aos encontrados no estudo descrito em (I) de Assude, Pérez e Tambone (2012). A adaptação ou simplificação das situações pelo professor, devido às necessidades específicas dos alunos, pode resultar em um desvio do saber pretendido para aquela situação (Butlen; Peltier-Barbier; Pézard, 2002).

Morás (2023) realizou um estudo com foco na superação de barreiras no acesso ao saber por alunos surdos e uma aluna com baixa visão³⁰. Particularmente, foram contempladas as dificuldades na elaboração de enunciados matemáticos. O estudo investigou as possibilidades

³⁰ No início da pesquisa, apenas os alunos surdos seriam considerados, a inclusão da aluna com baixa visão como colaboradora da pesquisa foi uma decisão fundamentada na coerência da inclusão de participação de todos. Ao tomar conhecimento da presença dessa aluna na escola, a autora percebeu a importância de considerar suas necessidades específicas, assim como as do estudante surdo na condução da implementação do dispositivo didático.

de acesso ao saber matemático, especificamente problemas de estruturas aditivas com números naturais. Isso foi feito por meio da elaboração e implementação de um dispositivo didático.

Com base no modelo T4TEL de Chaachoua e Bessot (2018), a autora propõe um método para a geração de tarefas. Este modelo se inspira nas análises de praxeologias propostas por Chevallard (1998). As tarefas formam uma sequência com o saber matemático estudado. Cada enunciado contempla diferentes formas de representação, visando atender às necessidades particulares dos alunos no aprendizado.

A diversidade linguística e visual surge com a presença de alunos surdos e da aluna com baixa visão. A autora sugere que identificar e analisar as variáveis que legitimam as diferenças auxilia no desenvolvimento de estratégias didáticas mais eficazes. Isso promove um acesso mais facilitado ao saber. Ela denomina essas variáveis de legitimantes.

No entanto, a autora identificou a falta de consideração adequada das variáveis didáticas na implementação desse dispositivo. Isso é especialmente notório na apresentação dos enunciados das tarefas matemáticas, quando outras especificidades dos alunos surgem no desenvolvimento das aulas.

A pesquisa buscou garantir o acesso de todos os estudantes. No entanto, não contemplou plenamente necessidades de outros casos de alunos surdos. Um aluno surdo visava a inclusão através de outros meios, como terapias de fala e audição. Como podemos observar nas considerações da autora:

Ao prepararmos-nos para a implementação do dispositivo na escola que pretende ser inclusiva, a qual possui na instituição 3º ano do Ensino Fundamental um estudante surdo, deparamo-nos com duas situações não previstas, como relatamos na Seção 7 desta tese. Dessa forma, identificamos que o dispositivo construído trazia uma lacuna, dado que não considerava o estudante surdo que busca a inclusão por meio de terapias de fala e de audição e, tampouco, a estudante com baixa visão. Inicialmente, consideramos somente os sujeitos assujeitados pela instituição 3º ano do Ensino Fundamental de surdos e de ouvintes, ou seja, somente elementos institucionais e epistemológicos. Entretanto, ao constituirmos o sistema de variáveis apenas com aquelas relacionadas a essas dimensões – epistemológica e institucional –, notamos que não foram suficientes para estabelecermos uma modelização efetiva dos estudantes presentes em sala de aula. Diante das situações não previstas, concluímos que é necessária a identificação de variáveis relacionadas à dimensão didática, que consideram as diferentes formas de estabelecer novas relações com o saber matemático, não esperadas institucionalmente. A variável didática é uma variável dentro de uma instituição, que está potencialmente à disposição do professor/pesquisador (Morás, 2023, p. 277–278).

Essa observação é extremamente relevante dentro do contexto que estamos investigando em nosso estudo. Há resultados positivos ao considerar as dimensões institucionais e didáticas na concepção de atividades para alunos com deficiência. Esta observação também foi percebida nos resultados do estudo descrito em II de Assude, Tambone e Vérillon (2014).

O professor pode enfrentar imprevistos em relação à situação preparada, pautada fortemente num princípio inclusivo, correndo o risco de perder o controle da situação planejada. Isso se assemelha às observações de Laparra e Margolinas (2011), quando perceberam que quando há um ensino baseado em ajustamentos didáticos em razão de uma diferenciação entre os alunos, os professores podem ter muitas dificuldades de controlar a situação.

Desconsiderar os aspectos didáticos da organização do meio com intenção do ensino de um saber subestima o impacto das relações entre professores e alunos, seja qual for esse aluno. É bastante comum em pesquisas de educação matemática inclusiva observarmos uma desconsideração significativa da especificidade do saber em jogo ao focarem predominantemente em questões como recursos e adaptações. Esse enfoque limitado muitas vezes impede uma percepção mais ampla da vasta gama de conhecimentos específicos mobilizados nos contratos didáticos estabelecidos entre o professor e alunos com deficiência.

Trata-se do que Roiné (2018) considera como o fenômeno da cegueira didática que implica na incapacidade dos professores considerarem os parâmetros didáticos e situacionais para auxiliar os alunos. Ao negligenciar as dimensões didáticas do conhecimento envolvido, os professores podem inadvertidamente ignorar a importância que as variáveis didáticas possuem nas situações instaladas. Isso pode resultar em uma falta de compreensão das dificuldades enfrentadas pelos alunos, deixando-os com uma série de incertezas.

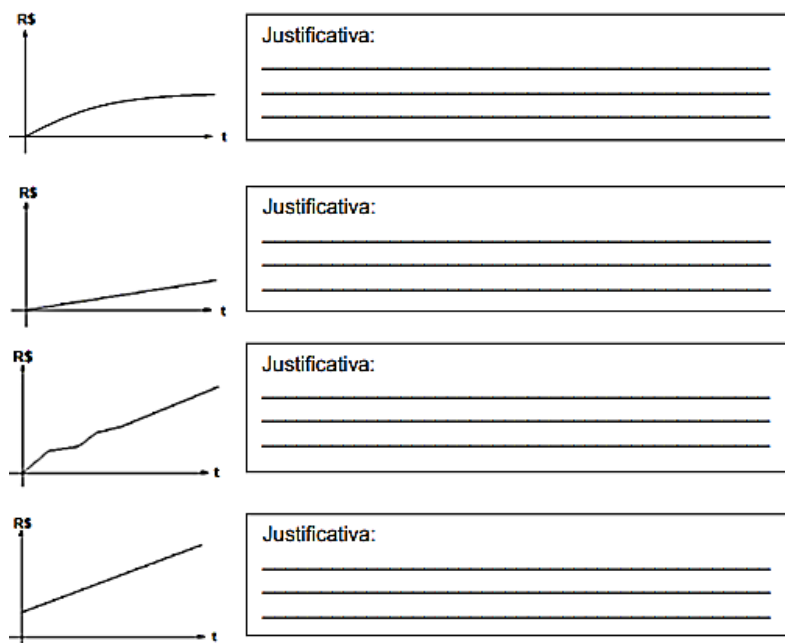
No estudo de Lorencini (2019), destacamos evidências da importância de considerar o aspecto didático no auxílio a ser dado aos alunos com deficiência visual, considerando o ponto de vista do professor. A descrição em linguagem natural (oral ou escrita) para o aluno de representações gráficas é uma maneira de facilitar o acesso à situação de ensino. No estudo de Lorencini (2019), esse auxílio é dado por uma colega vidente (A1) para uma aluna que tinha baixa visão grave (B1) em um trabalho em dupla.

No excerto de Lorencini (2019) a seguir, observamos uma atividade preparada pela professora ao trabalhar o conteúdo de função afim. Tratava-se de analisar os gráficos fornecidos e identificar qual deles melhor representava a situação dada.

A situação foi baseada no seguinte enunciado: “Numa Lan House o cliente paga R\$ 3,00 por hora utilizada nos computadores. A máquina do caixa registra, via um programa, o valor a ser pago pelo cliente, que irá quitá-lo somente na saída do ambiente” e o item “c” requeria: “Analisem os gráficos abaixo: qual deles melhor representa o valor a ser pago em relação ao tempo que o cliente permanece no computador? Justifiquem a resposta em todos os gráficos”.

O objetivo da professora era desenvolver conhecimentos em interpretar gráficos e relacionar informações visualmente apresentadas nos gráficos, realizando a conversão do registro gráfico para a língua natural. Abaixo, segue um recorte do item com os gráficos:

Figura 1 - Item “c” da situação apresentada pela professora



Fonte: Lorencini (2019)

A seguir, apresentamos um trecho da conversa entre as alunas. A aluna A1 auxilia a aluna B1 a “visualizar” o primeiro gráfico, que está transcrito em braille e produzido em relevo. Para isso, conduz os dedos de B1 sobre os eixos e ao longo da linha (barbante) que representa o comportamento do gráfico – neste caso, uma curva. Em seguida, relê o item (c).

A1: Você acha que é esse?

B1: Não.

A1: Não, por quê? (Silêncio por alguns instantes)

A1: Você sabe explicar?

B1: Não.

A1: Será que é porque ele continua indo reto?

B1: É... (A aluna A1 registra a resposta lendo em voz alta).

A1: Pode ser?

B1: Pode.

A1: Agora o outro gráfico. (Aluna A1 indica qual é o segundo gráfico que irão analisar e a aluna B1 já busca “visualizar” sozinha o comportamento dele)

A1: Este está indo reto. Pode dizer que sim? Sim ou não?

B1: Sim...

A1: Por quê? Silêncio por alguns segundos.

A1: Porque a linha continua subindo em linha reta... (A aluna A1 registra a resposta)

A1: Agora este gráfico. (A aluna A1 indica qual é o terceiro gráfico que irão analisar e a aluna B novamente busca “visualizar” sozinha o comportamento dele)

A1: Você acha que pode ser ou não?

B1: Não...

A1: Por quê? Por que não pode ser? (Silêncio por alguns segundos)

A1: Eu acho que é porque tem curvas.

B1: É... é porque tem curvas. (A aluna A1 registra a resposta. E indica qual é o quarto gráfico que irão analisar e a aluna B1 “visualiza” sozinha o comportamento dele)

A1: Este pode ser?

B1: Não...

A1: Tá... agora por quê? (A aluna A1 mostra o comportamento do gráfico em relevo para a aluna B1. Silêncio por alguns segundos. A aluna A1 começa a escrever a resposta e depois lê o que escreveu em voz alta para a aluna B1 dar sua opinião sobre o que foi escrito)

A1: “Talvez, porque mesmo que esteja a linha começando a partir de um número acima de 1, pode ser considerado possível o gráfico.” Quer mais alguma coisa?

B1: Não (Lorencini, 2019, p. 81).

Ao analisar os gráficos, as alunas deveriam considerar diversos elementos, como a escala dos eixos, a tendência geral, as variações ao longo do tempo e qualquer padrão ou “perturbação” observada no comportamento dos gráficos.

Na apresentação das justificativas para cada gráfico, as alunas deveriam se posicionar quanto ao comportamento do gráfico em relação à situação dada e explicar suas análises. A dupla é encarregada de traduzir as informações em linguagem natural, seja por escrito para a aluna vidente ou oralmente para ambas. Isso implica em explicar verbalmente o que cada gráfico representa em termos do seu comportamento definido pelo valor pago em relação ao tempo gasto no computador, usando palavras para ilustrar tendências, variações e comparações táteis e/ou visuais.

Ambas as alunas demonstraram compreender a representação gráfica de uma função afim ao descartarem os gráficos que não são retas. No entanto, enquanto a aluna B1 não conseguiu explicar sua escolha, A1 inferiu corretamente que a falta de continuidade, no sentido do caráter proporcional que se traduz pela representação da função linear, no crescimento da reta, indica a identificação correta. Elas consideram o segundo e o quarto gráficos como possíveis respostas, porém tiveram dúvidas sobre qual deles seria o correto.

A dupla argumentou que o segundo estaria correto porque a linha “sobe em linha reta”, enquanto no quarto gráfico há incerteza, pois embora a linha “comece acima de 1”, ainda pode ser uma opção válida.

A verbalização oral e o manuseio tátil podem não ser suficientes para a aluna com baixa visão identificar a resposta correta. Isso indica a necessidade de mais informações, que não estão ao alcance de A1 para garantir a compreensão completa. Esse resultado é semelhante ao encontrado em II, quando se considera a dualidade instrumental e semiótica das representações matemáticas e a análise das potencialidades matemáticas de uma situação (Assude; Tambone; Vérillon, 2014).

Algumas informações ligadas ao próprio saber eram necessárias para que as alunas pudessem compreender o comportamento do gráfico, como os dados que indicavam a escala dos eixos e da situação inicial quando $x = 0$ (sem uso do serviço ofertado pela Lan House). Isso requeria que a aluna (que não era a professora) considerasse tais conhecimentos em sua verbalização oral.

A aluna B1 não apresentou uma justificativa, o que não permite interpretar se ela sabe ou não o motivo do gráfico ser condizente. Enquanto aguardava uma resposta de BI, A1 produzia comportamentos que resultavam em efeitos parecidos como efeito Topázio³¹, conforme Brousseau (1998).

Quando B1 foi capaz de distinguir dois dos quatro gráficos como possíveis respostas à situação, ficou evidente que ela mobilizava conhecimentos sobre o comportamento da função afim. A dificuldade residiu na ausência de informações que a ajudassem a eliminar o quarto gráfico. Não se exigia uma análise minuciosa dos valores nos eixos x e y , mas sim uma leitura mais global a partir dos esboços. A aluna A1 mostrou muito mais do que apenas a posição do gráfico na folha em que cada um deles foi representado em braile. Ela acrescenta elementos interpretados por ela, ao ter uma visão do gráfico em tinta, não em braile.

Os resultados discutidos por Lorencini (2019) dialogam com as análises de Petitfour (2023), ao reconhecerem que tanto a visão quanto a audição permitem uma forma de percepção à distância. No entanto, enquanto a visão capta uma gama ampla de estímulos espaciais, a audição apresenta limites mais estreitos, já que nem todos os elementos do meio são sonoros.

No estudo de Petitfour (2023), essa limitação se manifesta na tentativa de tornar o saber acessível a Élói por meio da verbalização oral: a descrição verbal realizada pela AESH esbarrou em restrições ligadas à própria natureza do saber matemático e à ausência de certos conhecimentos necessários para que a verbalização estivesse alinhada à intenção didática da atividade.

A explicação verbal de uma representação gráfica de um objeto matemático requer conhecimento sobre esse objeto para identificar as propriedades relevantes. Algumas informações, quando a representação é visualmente acessível, podem ser omitidas porque são consideradas explícitas na imagem. Isso também acontece quando as informações são fornecidas de forma gestual. Em nosso estudo, a professora não

³¹ O efeito Topázio refere-se a um fenômeno didático descrito por Brousseau (1998), no qual o professor, na tentativa de levar o aluno a uma resposta correta, reformula sucessivamente a questão inicial, tornando-a cada vez mais acessível ou fornecendo indícios que permitem ao aluno responder sem necessariamente mobilizar os conhecimentos esperados. Esse processo esvazia o conteúdo cognitivo da atividade, transformando a aprendizagem em um jogo de pistas e adaptações sucessivas, onde a preocupação central do professor passa a ser obter uma resposta correta, e não garantir que o aluno compreenda o conceito envolvido. O efeito Topázio está diretamente ligado ao contrato didático, pois surge da tensão entre a necessidade do professor de ver o aluno responder corretamente e a dificuldade de simplesmente fornecer a resposta direta.

menciona à classe, durante a correção oral no quadro, a regularidade da graduação (...), nem o fato de que os oito triângulos considerados são idênticos, como fez no documento escrito para Éloi. Ela também produz gestos dêiticos apontando informações não transmitidas verbalmente a Éloi, nem retransmitidas pelo AESH³² (Petitfour, 2023, p. 123, tradução nossa).

Considerar os ajustes didáticos a partir das necessidades do aluno com deficiência para que ele tenha acesso ao saber é essencial. No entanto, devemos considerar que um meio organizado pode ser investido pelo aluno de forma diferente ao esperado pelo professor. Imprevistos surgem e podemos escapar do controle da situação (ou não está no controle), tanto do proponente da situação quanto do intermediário. Isso se deve às especificidades do saber em jogo e às exigências desse conhecimento para profissionais sem formação em Matemática, no caso dos intermediários.

Uma interação potencial entre o profissional de apoio e o professor da turma pode resultar no desenvolvimento de estratégias. Elas podem levar em conta as especificidades dos alunos, mas também o saber matemático em jogo, isto é, a relação desses alunos com o conteúdo matemático.

No entanto, isso pode levar os alunos a agirem de acordo com as instruções do profissional de apoio, em vez de se engajarem com a lógica interna da situação (Booms, 2022). Essa abordagem, centrada na explicitação do contexto, pode comprometer o caráter autônomo e exploratório da aprendizagem, suprimindo, assim, a natureza adidática da situação (Brousseau, 1998).

Até o momento, não encontramos pesquisas que abordem situações de progressões aritméticas com alunos com baixa visão sob uma perspectiva didática, pelo menos no paradigma da Didática da Matemática de origem francesa (Margolinas, 2022). Além disso, observamos a escassez de pesquisas no contexto da Educação Especial na perspectiva inclusiva que abordem a Matemática do Ensino Médio (Mendes; Gomes; Caporale, 2021). Considerando o aumento das matrículas com a política de inclusão, esses alunos podem enfrentar desafios significativos devido à Matemática que é própria desse nível.

³² « L'explication verbale d'une représentation graphique d'un objet mathématique nécessite une connaissance sur cet objet pour repérer les propriétés pertinentes. Certaines informations, lorsque la représentation est visuellement accessible, peuvent être passées sous silence parce que considérées explicites en image. Le cas se produit aussi quand les informations sont délivrées de façon gestuelle. Dans notre étude l'enseignante ne mentionne pas à la classe, lors de la correction orale au tableau, la régularité de la graduation (...), (ni le fait que les huit triangles considérés sont identiques), comme elle l'a fait sur le document écrit pour Éloi. Elle produit aussi des gestes dêitiques pointant des informations non transmises verbalement à Éloi, ni retransmises par l'AESH » (Petitfour, 2023, p. 123).

Nosso estudo se insere no contexto da educação inclusiva brasileira. Apesar da promulgação de leis e do avanço das pesquisas, a implementação da política de inclusão enfrenta significativos desafios práticos. Esses desafios transcendem a boa vontade dos envolvidos e a disponibilidade de materiais adequados, e não devem ser subestimados.

3.5 À guisa de conclusão

Nos encaminhamos para a problematização de nossa pesquisa que se interessa em questionar como a inclusão de alunos com deficiência em classes comuns coloca desafios concretos à atividade do professor, que se vê atravessada por múltiplos determinantes institucionais, didáticos e relacionais. Interessa-nos, assim, compreender como esses determinantes afetam a organização do ensino e a gestão da classe, particularmente no caso de um professor de Matemática diante das necessidades educacionais específicas de um aluno com baixa visão.

Ao revisar alguns estudos brasileiros nesse contexto, observamos uma convergência e exploração semelhante aos resultados dos trabalhos internacionais. No entanto, é importante destacar que os resultados em (IV) dos estudos de Tereza Assude e colaboradores – a inclusão de alunos com deficiência, vista como uma condição de modificação de conhecimentos dos professores – ainda não foram, ao nosso conhecimento, analisados em profundidade. De fato, esta seção 3 tem como propósito concluir as reflexões iniciadas na seção 2, antes de apresentar a problematização na seção 5. Dessa forma, consideramos antes introduzir nosso referencial teórico.

Concordamos com Rodrigues (2006) que o discurso inclusivo foi rapidamente incorporado e amplamente aceito dentro do quadro da legislação brasileira e, até mesmo, no discurso dos professores. No entanto, muitas dificuldades surgem na implementação de princípios inclusivos, especialmente em contextos de aprendizagem coletiva, como a sala de aula comum.

No que diz respeito à baixa visão, embora essa condição pareça impor menos limitações à escolarização do que a cegueira, verificamos que as medidas de acessibilidade seguem sendo importantes para serem investigadas sob um ponto de vista didático. Mesmo práticas docentes aparentemente “neutras”, como o forte apoio na verbalização oral (Lavarda; Bidarra, 2007; Lorencini, 2019), podem limitar o acesso ao saber quando não articuladas às necessidades específicas desses alunos.

Nosso trabalho defende que conceitos provenientes da Didática da Matemática francesa podem ressignificar nossas discussões sobre educação inclusiva, seja de forma ampla ou em grupos específicos (Sarralié; Vergnaud, 2006), como no caso da deficiência visual, que impõe determinantes de acessibilidade reconhecíveis legalmente, por pesquisas e por instituições escolares. Essa abordagem gera um amplo campo de questionamentos e direcionamentos de pesquisa. No entanto, delimitamos nossa análise à identificação de (novos) condicionantes que impactam o trabalho docente (Booms, 2022).

Propomos nos apoiar nos fundamentos desse campo científico para investigar as ações docentes no contexto do funcionamento da sala de aula e do trabalho efetivo do professor de Matemática. Nosso objetivo é compreender como esse professor estrutura sua prática para garantir o funcionamento da classe.

Postulamos que esse direcionamento nos permitirá observar os possíveis desdobramentos da atividade docente quando há a necessidade de agir para a inclusão, seja facilitando ou, eventualmente, dificultando esse processo. No nosso caso, enfocamos um contexto específico: a análise dos condicionantes que influenciam a inclusão de alunos com baixa visão.

Para examinar esse contexto, propomos identificar a situação do professor de Matemática (Margolinas, 2002), analisando os fatores que podem facilitar ou dificultar suas interações com os alunos. Isso nos leva à identificação dos conhecimentos que são mobilizados, mobilizáveis e transformados por esses profissionais. Para tratar desse direcionamento, mobilizamos um quadro teórico da Didática da Matemática, mais especificamente inscrito na Teoria das Situações Didáticas (Margolinas, 1993, 2004b; Brousseau, 1998; Bessot, 2004).

4 ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Nossa pesquisa está centrada na atividade do professor, analisando as condições de trabalho docente por meio das ferramentas teóricas da Didática da Matemática. Com os estudos desenvolvidos por Margolinas (2004b), esse campo oferece um aparato robusto para compreender os desafios do trabalho docente e suas relações com diferentes meios com o qual o professor interage.

No entanto, a atividade do professor só pode ser plenamente compreendida em relação à aprendizagem dos alunos, uma perspectiva que a Didática da Matemática possibilita aprofundar (Margolinas, 2004b, 2021). Além disso, entendemos que esse campo teórico permite responder a questões sobre o funcionamento da sala de aula (Brousseau, 1998; Bessot, 2004), o que nos leva também considerar o que diz respeito às necessidades educacionais específicas de acessibilidade (Sarralié e Vergnaud, 2006).

Nosso referencial teórico se ancora na Teoria das Situações Didáticas (TSD) (Brousseau, 1998) para investigar a atividade docente em interação com alunos diversos. A TSD, centrada em algumas qualificações para o aluno, pode nos parecer, à primeira vista, uma limitação na análise de alunos com necessidades educacionais específicas.

Por exemplo, o aluno epistêmico, conforme formulado por Brousseau (1998), é concebido teoricamente e representa um sujeito que toma decisões com base em seu repertório de conhecimentos. Ele não corresponde a um aluno real, mas sim a um constructo que modeliza a relação entre ensino e aprendizagem (Brousseau, 1990). Sua atividade ocorre dentro de um jogo matemático estruturado, no qual a resolução de problemas depende do uso de determinados conhecimentos matemáticos.

Contudo, essa modelização pode não abarcar integralmente a situação de alunos com necessidades educacionais específicas, pois parte do pressuposto de um meio igualmente acessível a todos, o que nem sempre ocorre na prática (Nogueira, 2020; Morás, 2023). A possível inoperância dessa concepção de aluno nesses casos, não decorre necessariamente da falta de autonomia dos alunos, mas da necessidade de adequação do próprio meio (não apenas em relação ao saber em jogo, mas também às condições específicas dos próprios alunos). Quando um aluno não consegue interagir plenamente com o meio devido a barreiras de acessibilidade, a relação entre saber visado e tomada de decisão se desestabiliza (Assude *et al.*, 2014).

Diante disso, encontramos nos estudos de Margolinas (2004b, 2021) uma ampliação de conceitos da TSD, que consideramos potencialmente aceitáveis para a análise da situação de

alunos particulares. Nos trabalhos dessa pesquisadora, esses alunos não são definidos exclusivamente como aqueles com dificuldades de aprendizagem ou deficiência, mas sim como qualquer aluno cujo percurso de aprendizagem pode se desviar do que é esperado pelo professor.

A ampliação trazida por essa autora permite não apenas analisar as situações de sala de aula e os processos de aprendizagem, mas também considerar os determinantes da atividade do professor, incluindo os diferentes níveis de ação docente.

Assim, para estudar a atividade do professor em interação com alunos diversos, voltamos nosso olhar para o percurso de alunos da Educação Especial, adotando a evolução de conceitos da TSD proposta por Margolinas. Consideramos essa perspectiva uma via contemporânea para a análise das situações de ensino e aprendizagem, adequada às particularidades do nosso contexto de pesquisa.

Nesse sentido, objetivamos também investigar os processos de aprendizagem de alunos particulares, sem dissociá-los da dinâmica da turma na qual estão inseridos (Thomazet, 2012; Nogueira, 2020). Essa abordagem nos permite examinar as condições de aprendizagem na sala de aula, especialmente em relação à acessibilidade do ensino, e o impacto da adoção (ou ausência) de medidas específicas nesse processo.

A TSD, formulada por Guy Brousseau, parte do postulado de que o sujeito age sempre “em situação”. Essa situação compreende não apenas os objetos e o ambiente aos quais o sujeito está submetido, mas também as intenções percebidas daquele que, quando aplicável, organiza suas ações. O meio é elemento que caracteriza as interações possíveis de qualquer situação.

De maneira bastante ampla, uma situação é caracterizada pelo encontro entre um sujeito e um meio. Esse meio corresponde à parte sobre a qual o sujeito pode agir e da qual ele pode receber informações. Além disso, o meio pode retroagir, ou seja, reenviar ao sujeito informações que não necessariamente confirmam suas antecipações (Brousseau, 1998).

Nessa concepção, Brousseau considera não apenas as relações comunicativas entre pessoas (alunos, professor), mas também suas interações com os “objetos”. Uma parte fundamental da TSD é dedicada à análise dessas relações, que constituem uma primeira abordagem da estruturação do meio. Ao focalizar essa constituição, a TSD possibilita a análise das condições de realização das tarefas e do desenvolvimento da resolução de problemas em sala de aula.

Brousseau (1998) e, posteriormente, Margolinas (2004b) propõem modelizar o ensino e a aprendizagem a partir de diferentes meios e situações interligadas, reforçando a importância

da estruturação do meio na atividade docente. É nessa perspectiva que situamos nosso direcionamento teórico.

Inicialmente, apoiamo-nos na estruturação do meio desenvolvida por Brousseau (1998), discutindo conceitos chaves como devolução e institucionalização, além dos avanços desses estudos por Margolinas (1993), ao propor e aprofundar a fase de conclusão. Em seguida, desenvolvemos a situação do aluno, conforme proposto por Brousseau (1986) e, posteriormente, a situação do professor, considerando que este tem uma situação (Margolinas, 2004b; Margolinas e Rivière, 2005).

Na sequência para organizar esta seção, trouxemos alguns prolongamentos teóricos dos estudos de Margolinas, enfatizando a interação entre a situação do professor e do aluno. Essa abordagem nos permitirá articular elementos teóricos pertinentes, que consideram simultaneamente as posições do professor e do aluno.

4.1 Alguns fundamentos da Teoria das Situações Didáticas

Nossa pesquisa se insere no quadro da TSD, que permite analisar a atividade do professor em sua relação com o ensino e a aprendizagem matemática do aluno. Seguimos a perspectiva de que é essencial identificar as situações nas quais se encontram os sujeitos envolvidos no processo didático (o aluno, o professor e, até mesmo, o pesquisador que observa), bem como os conhecimentos mobilizados em situação.

Brousseau (1998) define que uma interação se torna didática se, e somente se, um dos sujeitos tenta modificar, de forma intencional, o sistema de conhecimentos do outro. Dessa forma, o professor organiza o meio para criar condições que favoreçam a aprendizagem do aluno. Para que esse processo ocorra, o aluno sabe da existência de pressupostos didáticos da situação, mas não os identifica explicitamente. A aprendizagem, nesse contexto, envolve a mobilização do conhecimento a partir das interações com o meio.

4.1.1 Diferentes tipos de situações

A TSD permite estudar as condições nas quais os indivíduos produzem, comunicam e aprendem conhecimentos matemáticos. Essas condições são organizadas em situações, que estruturam as interações entre sujeitos e o meio. Brousseau (1998) distingue as situações como didáticas, adidáticas e não didáticas.

A situação didática se caracteriza pelo fato de que há uma intenção de ensino, e o professor intervém diretamente para orientar a aprendizagem do aluno. O conceito é formulado

por Brousseau (1998), que define a situação didática como aquela cujo propósito é ensinar. O meio dessa situação envolve o aluno, o professor e o saber matemático, de uma forma bem ampla, é todo o ambiente do aluno (Brousseau, 1998).

O professor estrutura esse meio e coordena as interações para que o aluno se engaje no processo de aprendizagem. Essas interações são descritas por relações que são permeadas por um conjunto de expectativas e obrigações implícitas que vinculam o professor e os alunos ao saber em questão, o que é tomado como contrato didático (Brousseau, 1998). Nele, tanto o professor quanto os alunos adotam determinadas posturas em relação ao saber, estabelecendo dinâmicas que podem facilitar ou dificultar o ensino e a aprendizagem.

Margolinas (1993) reforça que a situação didática geralmente se estabelece na sala de aula:

[...] é uma situação que se estabelece, na maioria das vezes, na sala de aula, entre o professor e um ou mais alunos, em torno de um saber a ser ensinado [...] é regida pelo contrato didático, um conjunto de obrigações implícitas em relação ao saber, que se constrói entre o professor e os alunos³³ (Margolinas, 1993, p. 33, tradução nossa).

Ao analisar as situações didáticas, é necessário considerar não apenas o ambiente imediato da interação entre professor e alunos, mas também os fatores institucionais e curriculares que influenciam essa relação. O professor desempenha um papel importante na organização da situação didática, mas isso não significa que ele esteja inserido nela da mesma forma que os alunos (Margolinas, 2002).

Ainda que ele próprio possa construir novos conhecimentos ao longo do processo, sua posição na situação didática não é a de um aprendiz, mas sim a de alguém que estrutura, coordena e avalia o desenvolvimento do conhecimento. Assim, embora as interações da situação didática possam transformar tanto o professor quanto os alunos, o sentido dessa transformação não é o mesmo para ambos (Margolinas, 2004b).

Conne (1997, p. 24, tradução nossa) esclarece que, “[...] a aprendizagem do professor e a do aluno não ocorrem na mesma instituição, mesmo que esses dois processos possam ocorrer ao mesmo tempo”³⁴, embora o ensino e a aprendizagem estejam intimamente ligados, existe uma dinâmica distinta entre eles e podem ser influenciados por diferentes fatores dentro do contexto educacional.

³³ « [...] est une situation qui se noue, le plus souvent dans la classe, entre le maître, et un ou des élèves, autour d’un savoir à enseigner [...] est régie par le contrat didactique, tissu d’obligation implicite vis-à-vis du savoir qui se noue entre le maître et les élèves » (Margolinas, 1993, p. 33).

³⁴ « [...] l’apprentissage du maître celui de l’élève ne se font pas dans la même institution, même si ces deux processus peuvent se passer en même temps » (Conne, 1997, p. 24).

A situação não didática é compreendida como aquela em que não há uma intenção de ensino, nem uma organização estruturada para promover a aprendizagem de saber específico. Segundo Brousseau (1998), trata-se de situações cuja finalidade não é didática, ou seja, que não foram concebidas com o objetivo de ensinar.

Esse tipo de situação ocorre predominantemente fora do ambiente escolar, em momentos nos quais os indivíduos não assumem o papel de aprendizes, mas interagem com o saber de maneira espontânea, sem que haja a intervenção de um professor (Bessot, 2004). Nessas circunstâncias, os conhecimentos podem ser construídos incidentalmente, como um efeito secundário da experiência vivida, mas sem um dispositivo didático previamente estruturado para esse fim.

Essa ideia é explorada por Margolinas (1993) ao destacar que aprender a andar de bicicleta pode ser considerado um caso de situação não didática. Em Margolinas (2015) encontramos outro exemplo em que a situação não didática é explorada ao descrever como uma criança pequena pode aprender a flutuar em uma piscina. O meio físico (a água, que ao alcançar uma determinada altura permite a flutuação) oferece condições para que a criança explore novas possibilidades corporais e descubra um equilíbrio que lhe permita boiar. Esse conhecimento pode ou não ser reconhecido pela própria criança como útil e, da mesma forma, pode ou não ser reutilizado em outros contextos.

As oportunidades de aprender novos conhecimentos não se limitam às situações didáticas, nas quais há uma intenção de ensinar. As situações não didáticas se enquadram nessa categoria: por exemplo, em uma piscina, uma criança jovem pode tentar flutuar, o meio (a água da piscina, que, quando chega pelo menos à altura da cintura, permite a flutuação) com o qual ela interage permite que ela busque um certo equilíbrio, correspondente a um novo conhecimento, que a criança não reconhecerá necessariamente como tal e que pode ou não estar disponível posteriormente³⁵ (Margolinas, 2015, p. 32, tradução nossa).

Nesses casos, não há um professor organizando um meio específico para garantir que a aprendizagem ocorra. Em uma das crônicas³⁶ escritas por Brousseau, é possível identificar esse

³⁵ « [...] les occasions d'apprendre de nouvelles connaissances ne se limitent pas aux situations didactiques, dans lesquelles se manifestent une intention d'enseigner. Les situations non didactiques correspondent à cette catégorie : par exemple, dans une piscine, un jeune enfant peut essayer de flotter, le milieu (l'eau de la piscine qui, lui arrivant au moins à la taille, permet de flotter) avec lequel il interagit lui permet de chercher un certain équilibre, correspondant à une nouvelle connaissance, que l'enfant ne reconnaîtra pas nécessairement comme telle et qui sera disponible ou non par la suite » (Margolinas, 2015, p. 32).

³⁶ A crônica pode ser encontrada em um site destinado ao público interessado em Educação Matemática, Didática e pesquisa, contendo textos diversos, dossiers temáticos, um curso sobre a teoria das situações e crônicas. O site organiza seus conteúdos como os números de um jornal, permitindo acesso direto a todos os depósitos disponíveis. Disponível em <https://guy-brousseau.com/1483/les-fondements-aquatiques-de-l'apprentissage-de-la-natation-et-de-la-didactique-2011/>. Acesso em: 07 mai. 2024.

mesmo princípio aplicado a uma experiência vivida por ele na infância ao tentar aprender a nadar. Essa narrativa ilustra como as situações não didáticas podem proporcionar oportunidades de aprendizagem, ainda que não tenham sido planejadas com esse propósito.

No relato, Brousseau descreve sua tentativa inicial de aprender a nadar sem qualquer orientação formal e em um meio que não foi preparado intencionalmente para esse fim: “Deitado de frente para o lado de onde vinha o rio, com o ventre na areia, eu executava escrupulosamente os movimentos prescritos. Eu esperava sentir meu ventre se erguer da areia sob a ação misteriosa da minha habilidade.”

Observamos uma aprendizagem por imitação, baseada na observação de outros nadadores e na repetição dos movimentos percebidos como adequados. O meio (o rio) impõe desafios e oferece possibilidades, mas a situação em si não é organizada didaticamente. Entretanto, conforme a narrativa avança, Brousseau reconhece a importância de uma intervenção, em certo momento, um instrutor de caiaque intervém ao perceber a dificuldade do menino e decide ajudá-lo: “Hoje compreendo que meus colegas e eu certamente teríamos perdido essa luta desigual se o céu benevolente não nos tivesse enviado seu profeta, um instrutor de caiaque que ensinava a nadar à Micheline, sua encantadora filha, e que teve piedade de nós.”

A ausência de uma estrutura didática também implica que os conhecimentos mobilizados nessas situações não precisam ser necessariamente expressos, validados ou sistematizados. Como ressalta Bessot (2004), a relação com o conhecimento nesses contextos tende a se estabelecer de forma funcional e pragmática, muitas vezes ligada à resolução imediata de problemas da vida cotidiana. O conhecimento é utilizado como um meio para agir no mundo, e não necessariamente como um objeto de reflexão ou ensino formal: “[...] a relação ao saber se elabora como um meio econômico de ação”³⁷ (Bessot, 2004, p. 8, tradução nossa).

No contexto da sala de aula, o professor pode, paradoxalmente, encontrar-se em uma situação não didática, ainda que esteja inserido em um espaço escolar. Isso ocorre porque a atividade do professor envolve uma natureza complexa, o meio com o qual ele interage não é organizado para que ele próprio aprenda (Margolinas, 2015). Nesse sentido, o conhecimento que o professor mobiliza em sua atividade não precisa necessariamente ser validado ou reconhecido como um saber a ser aprendido, o que o diferencia da posição do aluno.

Além disso, por não serem planejadas com a intenção de ensinar, as situações não didáticas não garantem a estabilização e a generalização dos conhecimentos desenvolvidos. Isso significa que, mesmo quando o aprendizado ocorre, ele pode permanecer restrito ao contexto

³⁷ « [...] le rapport au savoir s'élabore comme un moyen économique d'action » (Bessot, 2004, p. 8).

específico em que foi experienciado, sem necessariamente ser transferido para outras situações ou institucionalizado.

Na situação adidática, o aluno interage com o meio de forma relativamente autônoma, sem que o professor intervenha diretamente no processo de resolução do problema. Essa autonomia é possibilitada pela organização do meio adidático, que deve permitir ao aluno explorar, experimentar e construir conhecimento com base nas restrições e possibilidades oferecidas pela situação.

O papel do professor, nesse contexto, não é fornecer respostas ou conduzir explicitamente a atividade, mas sim estruturar um meio que favoreça a aprendizagem, criando desafios e condições que incentivem o aluno a tomar decisões e validar suas próprias hipóteses. Dessa forma, ao instalar um meio no qual o aluno pode agir e interagir sem depender da intervenção constante do professor, configura-se uma situação adidática, na qual o conhecimento deve emergir da lógica interna da situação e não de uma explicitação didática direta.

Brousseau (1998) define a situação adidática como aquela em que, apesar da intenção de ensino estar presente, ela não se manifesta diretamente para o aluno. Esse último deve ser capaz de construir o conhecimento por meio da interação com o meio.

A concepção moderna do ensino exige, portanto, que o professor provoque no aluno as adaptações desejadas, por meio da escolha criteriosa dos "problemas" que lhe propõe. Esses problemas, selecionados de modo que o aluno possa aceitá-los, devem levá-lo a agir, falar, refletir e evoluir por sua própria iniciativa. Entre o momento em que o aluno aceita o problema como seu e aquele em que produz sua resposta, o professor se abstém de intervir como propositos dos conhecimentos que deseja ver emergir. O aluno sabe que o problema foi escolhido com o objetivo de levá-lo a adquirir um novo conhecimento, mas também deve compreender que esse conhecimento é justificado inteiramente pela lógica interna da situação, podendo ser construído sem recorrer a razões didáticas. Não apenas o aluno pode construir esse conhecimento por conta própria, mas ele deve fazê-lo, pois só terá verdadeiramente adquirido esse conhecimento quando for capaz de mobilizá-lo de maneira autônoma em outras situações, fora do contexto de ensino e sem qualquer indicação intencional. Uma situação desse tipo é chamada de situação adidática³⁸ (Brousseau, 1998, p. 59, grifo do autor, tradução nossa).

³⁸ « La conception moderne de l'enseignement va donc demander au maître de provoquer, chez l'élève, les adaptations souhaitées par un choix judicieux des « problèmes » qu'il lui propose. Ces problèmes, choisis de façon à ce que l'élève puisse les accepter, doivent le faire agir, parler, réfléchir et évoluer de son propre mouvement. Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur des connaissances qu'il veut voir apparaître. L'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle, mais il doit savoir aussi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation et qu'il peut la construire sans faire appel à des raisons didactiques. Non seulement il le peut, mais il le doit aussi, car il n'aura véritablement acquis cette connaissance que lorsqu'il sera capable de la mettre en œuvre de lui-même dans des situations qu'il rencontrera en dehors de tout contexte d'enseignement et en l'absence de toute indication intentionnelle. Une telle situation est appelée situation adidactique » (Brousseau, 1998, p. 59).

Nesse sentido, a situação adidática possibilita ao aluno agir, comunicar, refletir e evoluir em interação com o meio, de modo que os conhecimentos que ele mobiliza sejam definidos dentro desse sistema de relações. Quando possível, esses conhecimentos serão justificados pela própria estrutura da situação, ou seja, pela coerência interna do problema e das ações tomadas para resolvê-lo.

Caso o aluno encontre dificuldades nesse processo, o professor pode intervir, mas essa intervenção deve ser coordenada para não comprometer o caráter adidático da situação. O objetivo central é manter o aluno engajado na atividade, mesmo diante dos desafios, assegurando que a aprendizagem ocorra sem que a situação perca sua estrutura adidática.

Esse aspecto reforça que toda situação adidática é uma situação didática, pois está inserida em um contexto intencionalmente organizado pelo professor. No entanto, a especificidade da situação adidática reside na ausência de uma orientação explícita do professor, fazendo com que o aluno construa seu conhecimento a partir da interação com o meio, e não por meio de uma instrução direta.

Portanto, podemos compreender a aprendizagem como um processo de adaptação do sistema sujeito<>meio, na escola esse sujeito é o aluno. Esse meio se apresenta como fator de contradições, desequilíbrios e dificuldades, funcionando como um subsistema autônomo e antagônico ao aluno, considerando a hipótese didática de que um meio sem intenções didáticas é insuficiente para induzir no aluno todas as aprendizagens que a sociedade espera que ele adquira (Brousseau, 1998). Dessa forma, três conceitos da TSD contribuem para caracterizar essa dinâmica: os processos de devolução e institucionalização, além da fase de conclusão (Margolinas, 1993).

4.1.2 Devolução: transferindo a responsabilidade ao aluno

O conceito de devolução refere-se ao processo em que o professor transfere ao aluno a responsabilidade de resolver um problema, permitindo que ele tome a situação para si. Segundo Brousseau (1998, p. 303, tradução nossa), a devolução é “o ato pelo qual o professor faz o aluno aceitar a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e aceita as consequências dessa transferência”³⁹.

³⁹ « [...] l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (adidactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert » (Brousseau, 1998, p. 303).

A devolução revela duas faces sobre a responsabilidade do aluno em sua aprendizagem: ser responsável em encontrar uma solução para um problema, mas também se responsabilizar pelas suas escolhas para encontrar a solução. Isso revela um aspecto afetivo do aluno em situação, no momento de aceitar essa responsabilidade, como de lidar com as decisões tomadas ao longo do processo de aprendizagem.

Esse aspecto afetivo também é percebido na relação do professor com a situação do aluno, é fruto de um paradoxo da devolução.

O professor deseja que o aluno queira obter a resposta apenas de si, mas, ao mesmo tempo, ele anseia, e tem o dever social de querer, que o aluno dê a resposta certa. Portanto, o professor deve comunicar esse conhecimento sem ter que revelá-lo, o que é incompatível com uma relação contratual⁴⁰ (Brousseau, 1998, p. 303, tradução nossa).

O professor deve aceitar o risco da falha e do erro no aprendizado do aluno, enquanto atende às exigências sociais de acompanhar a produção matemática desse aluno. Se a aprendizagem é uma modificação dos conhecimentos produzidos pelo aluno, ele tem responsabilidade nesse processo, o papel do professor nesse processo não é isento (Brousseau, 1998; Margolinas, 2004b).

Essa transferência de responsabilidade não implica uma retirada total do professor, mas sim uma reconfiguração do seu papel na condução da atividade. Margolinas (1993) enfatiza que a devolução não significa que o professor se ausente, mas que ele regula sua participação para garantir que o aluno se aproprie da situação. O processo de devolução é um convite a uma espécie de compartilhamento de responsabilidades e depende do aluno aceitar o problema e investir na busca de uma solução. Esse processo envolve tanto aspectos cognitivos quanto afetivos, pois requer que o aluno enfrente desafios, lide com incertezas e tome decisões ao longo da aprendizagem.

Ao tomar a responsabilidade para si, o aluno construirá os seus conhecimentos, mas isso é insuficiente para que ele reconheça o caráter cultural e universal do conhecimento que ele mesmo produziu. A aprendizagem do aluno pode se dar como uma construção individual, mas ela é partilhada no social. Brousseau (2008, p. 115) enfatiza que “Os conhecimentos são um bem cultural comum, cuja prática só pode ser aprendida pelos alunos com um trabalho

⁴⁰ « Le maître souhaite que l'élève veuille ne tenir la réponse que de lui-même mais en même temps il veut, il a le devoir social de vouloir, que l'élève donne la bonne réponse. Il doit donc communiquer ce savoir sans avoir à le dévoiler, ce qui incompatible avec une relation contractuelle » (Brousseau, 1998, p. 303).

conjunto”. O conhecimento é compartilhado de acordo com regras de diferentes domínios institucionais.

4.1.3 Institucionalização: conferindo um status de saber ao conhecimento

A escola como instituição social, ou ainda, os professores sendo sujeitos dela (Chevallard, 1998) são produtores de conhecimentos que reconhecem os saberes que são legítimos na comunidade matemática. Ainda que o aluno tenha produzido conhecimentos, ele não sabe por si que esses conhecimentos são úteis em outras ocasiões. Seus conhecimentos são produtos de suas reflexões, investigação e experiências, mas são validados por normas, valores e práticas de uma comunidade, eles precisam ser reconhecidos pela instituição e seus saberes, num processo de institucionalização (Brousseau, 1998).

Uma vez que o aluno tenha produzido conhecimentos a partir da interação com o meio, torna-se necessário um processo de institucionalização, pelo qual o professor transforma esse conhecimento em um saber reconhecido pela comunidade escolar. A institucionalização permite que os conhecimentos produzidos individualmente pelos alunos sejam validados, descontextualizados e compartilhados dentro da cultura matemática (Brousseau, 1998). Esse processo carrega um princípio inclusivo, pois o conhecimento deixa de pertencer a um indivíduo e passa a integrar um patrimônio coletivo.

Nesse sentido, o papel do professor fica ainda mais evidente, a institucionalização ocorre a partir da sua ação. O professor deve conduzir o aluno a reconhecer na resposta do problema o caráter universal de um saber cultural e (re)utilizável (Conne, 1992). Brousseau (1998) pontua que o aluno deve produzir seus conhecimentos para estar em condições de lhe dar sentido. No entanto, isso é insuficiente para acessar os saberes e uma cultura matemática. A institucionalização é um processo necessário no ensino de um saber.

Explicitando esse processo, Margolinas (2004b) elucida que a devolução e a institucionalização são processos que se desdobram ao longo de toda a situação didática, cada um desempenhando um papel complementar, não no sentido de separação entre esses dois processos, mas de que ambos se reforçam (Margolinas, 2004b). A devolução de uma situação e a institucionalização dos conhecimentos em situação são componentes essenciais que constituem a situação didática em sua totalidade.

A compreensão dessa complementariedade desses processos é um elemento argumentativo chave para Margolinas (1993, 2004b) ao evidenciar a problemática do professor na TSD. Essa teoria não isola os sujeitos para análise das condições de aprendizagem. Ela se desdobra em discussões sobre as condições específicas desse processo, baseando-se em

engenharias didáticas. Isso levou, por muito tempo, estudiosos a questionarem o papel autêntico do professor dentro dessas condições específicas.

4.1.4 A importância do professor na gestão das situações: a fase de conclusão

Margolinas (1993) introduz o conceito de fase de conclusão, destacando que o professor atua na validação e coordenação das aprendizagens dos alunos.

Em todas as situações nas quais o aluno precisa fazer um trabalho pessoal, há o que chamamos de fase de conclusão durante a qual o aluno obtém informações sobre a validade de seu trabalho. Essas informações devem ser pertinentes do ponto de vista do saber envolvido. A fase de conclusão está sob o controle do professor e pode ser analisada de acordo com o papel desempenhado por ele⁴¹ (Margolinas, 1993, p. 29, tradução nossa).

Essa fase pode ocorrer sob duas modalidades:

- i) *Conclusão como avaliação*: o professor julga definitivamente a validade do conhecimento produzido pelo aluno: “Diremos que a fase de conclusão é uma fase de avaliação quando, nesta fase, a validade do trabalho do aluno é avaliada pelo professor na forma de um julgamento definitivo”⁴² (Margolinas, 1993, p. 30, tradução nossa).
- ii) *Conclusão como validação*: o aluno tem a possibilidade de decidir por si próprio sobre a validade de seu trabalho, desde que o meio tenha sido estruturado para permitir essa autonomia: “Diremos que a fase de conclusão é uma fase de validação se o aluno decidir por si próprio sobre a validade de seu trabalho”⁴³ (Margolinas, 1993, p. 31, tradução nossa).

A responsabilidade do professor é decisiva então na fase de conclusão. Na modalidade de avaliação, ela se comporta como um veredito, na qual o problema se fecha e o aluno não tem outra forma, a não ser reconhecer a avaliação do professor. Na modalidade de validação, embora seja o aluno mesmo que valide seu trabalho, isso só ocorrerá se essa possibilidade tenha sido previamente estabelecida pelo professor, ou seja, o aluno validará seus conhecimentos se o meio lhe permitir (Margolinas, 1993, 2004b).

⁴¹ « Au cours de toutes les situations dans lesquelles l'élève doit fournir un travail personnel existe ce que nous avons appelé une phase de conclusion au cours de laquelle l'élève accède à une information sur la validité de son travail. Cette information doit être pertinente du point de vue du savoir en jeu. La phase de conclusion est sous le contrôle du maître, et peut s'analyser selon le rôle qu'y joue le maître. » (Margolinas, 1993, p. 29).

⁴² « Nous dirons que la phase de conclusion est une phase d'évaluation quand, dans cette phase, la validité du travail de l'élève est évaluée par le maître sous la forme d'un jugement sans appel » (Margolinas, 1993, p. 30).

⁴³ « Nous dirons que la phase de conclusion est une phase de validation si l'élève y décide lui-même de la validité de son travail » (Margolinas, 1993, p. 31).

A responsabilidade do professor está diretamente relacionada ao entendimento dos problemas que os alunos exploram ao interagir com o meio. Quando o professor compreende esses problemas, ele está apto a concluir avaliando. No entanto, se o meio permite ao aluno validar sua solução, a conclusão ocorre quando o professor organiza o meio, de forma tal que o aluno valide seus conhecimentos em situação. Nesse ponto, a responsabilidade do professor na fase de validação está condicionada pelas condições do meio, ou seja, pelo ambiente de aprendizagem e pelos recursos disponíveis.

Consideramos que com isso, Margolinas (1993, 2004b) põe um elemento que explica muito bem a importância do professor na gestão da situação do aluno, inclusive nos momentos em que ele se “afasta” para que o aluno tome a responsabilidade. Esse afastamento não indica sua ausência, mas o seu controle das situações, ora avaliando, ora permitindo o aluno validar. Portanto, o sistema didático não desaparece com esse “afastamento”; ele permanece, a validade da solução resulta da interação entre o aluno, o professor e o meio.

Esses conceitos e discussões são parte de uma evolução histórica e epistemológica na concepção de uma estrutura teórica para estudar o meio, começando com a sistematização inicial proposta por Brousseau (1986, 1990, 1998), que apresentou um modelo para essa estruturação, e depois, pelas modificações introduzidas por Margolinas (1995, 2002, 2004b).

Essas modificações não apenas alteraram a apresentação da estrutura originalmente proposta por Brousseau, mas também explicitaram os papéis do professor em diferentes contextos. Tal evolução tem consequências significativas para análise das situações didáticas em salas de aulas ordinárias⁴⁴.

4.2 A estruturação do meio: situação do aluno

No que se refere à relação didática, Brousseau (1986, 1998) esclarece que tanto o professor quanto o aluno podem assumir um papel específico ou se identificar com ele. Esses papéis exigem dos alunos e do professor diferentes tipos de conhecimentos, os quais podem ser mobilizados a partir de situações distintas.

Com o objetivo de especificar de forma mais sistemática a relação didática, Brousseau apresentou pela primeira vez a estruturação do meio na quarta escola de verão de Didática da

⁴⁴ Para evitar uma ambiguidade terminológica no contexto de nossa pesquisa, em que classe comum tem um significado nos estudos de inclusão, optamos a tradução de “classes ordinaires” por classes ordinárias, que no contexto dos estudos em Didática da Matemática refere-se que não foram situações concebidas e instaladas a partir de engenharias didáticas, historicamente foram espaços de estudo predominantes para esse campo.

Matemática na França. Essa estruturação compreende diferentes meios, concebidos como representações dos significados atribuídos pelos atores do processo didático: alunos e professor.

Brousseau (1986, 1998) propõe uma estrutura para compreender sistematicamente a relação entre conhecimento, ação didática e as interações entre o aluno e o meio de aprendizagem. Ele distingue três formas de conhecimento: (i) prático, que orienta a tomada de decisões na ação; (ii) conhecimento profundo das situações, transformando informações em representações mentais úteis; e (iii) aquele baseado em evidências e justificações (Brousseau, 1998, p. 99–101). Esses conhecimentos são continuamente construídos, revisados e transformados na interação do sujeito com o meio.

O autor classifica essas interações em trocas de informações não codificadas, codificadas em linguagem e em julgamentos (Brousseau, 1998, p. 98–99). Esse processo ocorre em situações que se estruturam dialeticamente em três dimensões: ação, formulação e validação (Brousseau, 1998, p. 106–110). Na situação de ação, o aluno toma decisões e interage com o meio sem necessariamente justificar suas escolhas. Na situação de formulação, ele busca representar e descrever a situação, interagindo com outros para construir soluções. Na situação de validação, o conhecimento é sustentado por provas e formalizações, reforçando a dimensão epistêmica da aprendizagem.

Margolinas (2004b) destaca que essas situações são organizadas com meios específicos, nos quais diferentes formas de conhecimento são mobilizadas. Brousseau (1998) aprofunda essa perspectiva ao estruturar o meio como um sistema aninhado, no qual cada nível situacional se torna o meio do nível superior. Essa caracterização permite perceber a aprendizagem como uma evolução de formas de conhecimentos, isto é, como o aluno e professor ocupam diferentes posições na relação didática: o aluno, em suas interações com o meio, e o professor, na organização e regulação do encontro do aluno com esse meio.

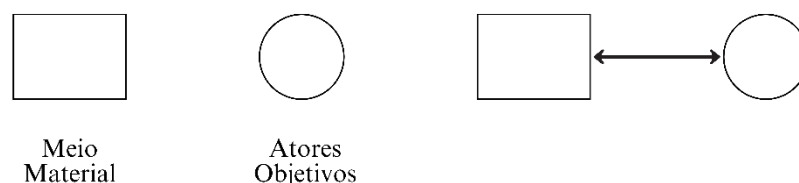
Apoiando-se em enunciados clássicos, a proposta de estruturação do meio de Brousseau (1986, 1998) identifica pelo menos quatro posições nas quais o aluno pode se situar, e duas para o professor, cuja atividade está notadamente ligada ao planejamento e à implementação das aulas. Além disso, ele apresenta cinco meios nos quais os atores/sujeitos podem interagir de maneiras diversas. Como utilizamos tanto as contribuições de Brousseau (1986) quanto de Margolinas (2004b) e visando unificar a estrutura analítica do nosso estudo, optamos por priorizar os aportes de Margolinas (2004). Essa escolha se justifica, entre outros fatores, pelas diferenças na modulação dos índices numéricos entre as estruturas analíticas.

No nível mais elementar, a situação objetiva, conforme descrita por Brousseau (1986), é composta pelo meio material e por atores objetivos. O meio material inclui elementos

independentes da ação e do conhecimento do aluno, funcionando como um sistema de referência fixo, no qual os atores objetivos interagem sem alterá-lo significativamente.

Nos enunciados de problemas matemáticos, os atores objetivos correspondem aos personagens inseridos na situação, com os quais os alunos podem se identificar, mas sem exercer qualquer influência sobre o meio. O enunciado contém uma parte informativa, que estabelece relações entre elementos, configurando um sistema determinado e independente da vontade do aluno. Esse sistema pode ser apresentado como uma narrativa temporal ou como um conjunto de relações sujeitas a transformações ao longo do tempo (Brousseau, 1986).

Figura 2 - A situação objetiva



Fonte: Adaptado de Brousseau (1986)

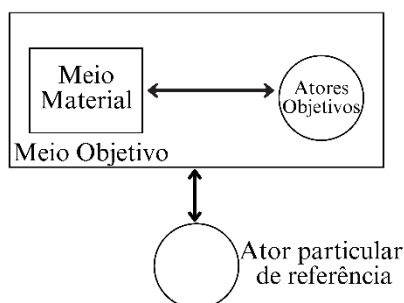
Além da parte informativa, há também uma pergunta dirigida a um observador externo, convidando o aluno a assumir essa posição. No entanto, esse observador não tem permissão para agir sobre a situação, apenas para prever suas evoluções ou deduzir novas informações a partir das representações disponíveis (Brousseau, 1986, p. 60). A interação entre o meio material e os atores objetivos define, assim, a situação objetiva, na qual as relações estabelecidas entre os elementos são fixas e independentes das ações do aluno.

No contexto da nossa pesquisa, podemos identificar no meio objetivo a implementação de medidas educacionais de acessibilidade aplicadas ao material necessário para a realização da tarefa proposta ao aluno com deficiência.

A situação objetiva passa a ser considerada meio objetivo quando o aluno deixa de ser um observador e assume o papel de um ator particular de referência, interagindo com os elementos do meio e mobilizando estratégias para resolver um problema (Brousseau, 1986).

Esse nível configura a situação de referência, na qual o aluno não apenas reconhece os atores objetivos, mas pode se identificar com eles e compreender suas relações no sistema.

Figura 3 - A situação de referência



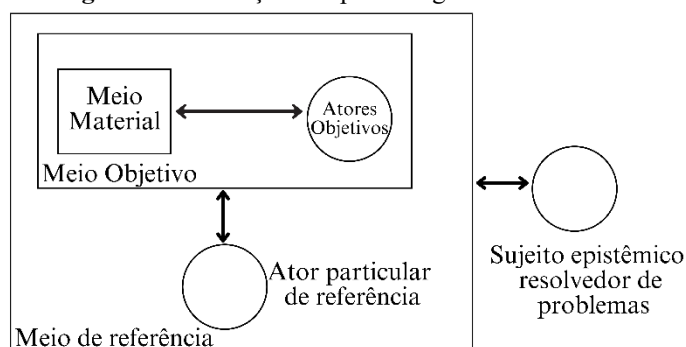
Fonte: Adaptado de Brousseau (1986)

Para Brousseau (1986), essa transição marca uma distinção fundamental: enquanto um observador externo pode não perceber diferenças entre a situação objetiva e a situação de referência, o próprio aluno, ao agir sobre o meio, estabelece um novo nível de interação. Sua ação, no entanto, segue as regras impostas pela situação, sendo delimitada pelos condicionantes do meio estruturado.

A situação de referência, portanto, estabelece um quadro no qual o aluno elabora estratégias e antecipa decisões para a resolução do problema. Essa relação constitui uma estrutura para a construção do conhecimento, uma vez que o meio reage às ações do aluno, reforçando ou desafiando suas antecipações.

Quando a situação de referência é internalizada pelo aluno ou regulada por um contexto social específico, ela passa a constituir o meio de referência. Nesse nível, o aluno assume a posição de sujeito epistêmico, um “resolvedor de problemas” que reflete sobre suas ações e desenvolve estratégias cognitivas mais elaboradas.

Figura 4 - A situação de aprendizagem adidática



Fonte: Adaptado de Brousseau (1986)

Enquanto o ator particular de referência está diretamente envolvido na ação, o sujeito epistêmico dedica-se à análise e à formulação de conceitos, baseando-se na interação com o

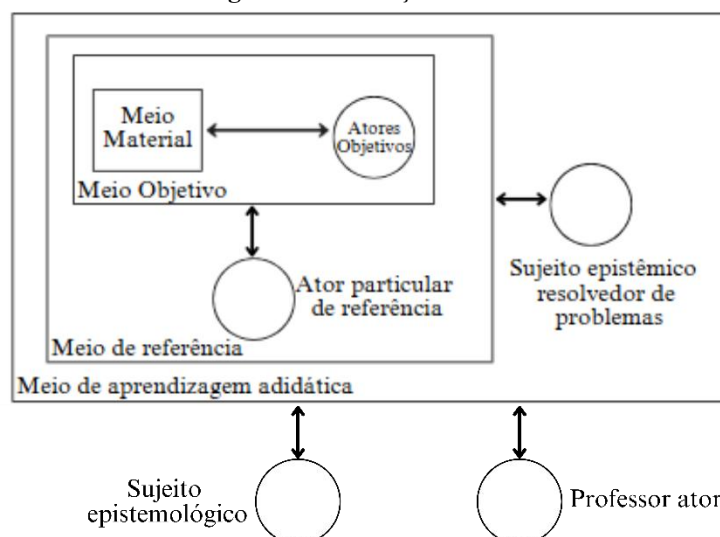
meio de referência. Esse deslocamento marca a transição para a situação de aprendizagem adidática, na qual a ação é guiada por processos internos de sistematização e validação do conhecimento.

Para Brousseau (1986), essa passagem é essencial para que o aluno não apenas aja sobre o meio, mas reflita sobre suas interações, reconhecendo e antecipando possíveis generalizações. Dessa forma, a situação de aprendizagem adidática torna-se o meio para a situação seguinte, na qual os conhecimentos em situação poderão ser reforçados ou modificados.

Nesta discussão, concentramos nossa análise na situação do aluno, destacando sua transição para a posição de sujeito epistêmico e os processos de aprendizagem que emergem na interação com o meio. No entanto, é importante ressaltar que, nesse nível, a posição do aluno é também condicionada pelo papel do professor, cuja intervenção observacional estrutura e influencia a dinâmica da situação (Margolinas, 2004b). Essa relação entre as posições do professor e do aluno será aprofundada mais adiante, à medida que examinarmos como o professor age sobre um meio para organizar a situação de aprendizagem do aluno.

Assim como as situações anteriores constituíam o meio para as seguintes, a situação de aprendizagem passa a ser o meio de aprendizagem, sobre o qual o professor atua para estruturar a mobilização de conhecimentos do aluno em relação a um saber em jogo. Nesse nível, a situação transforma-se em um problema didático, organizado intencionalmente para conduzir o aluno à sistematização do saber.

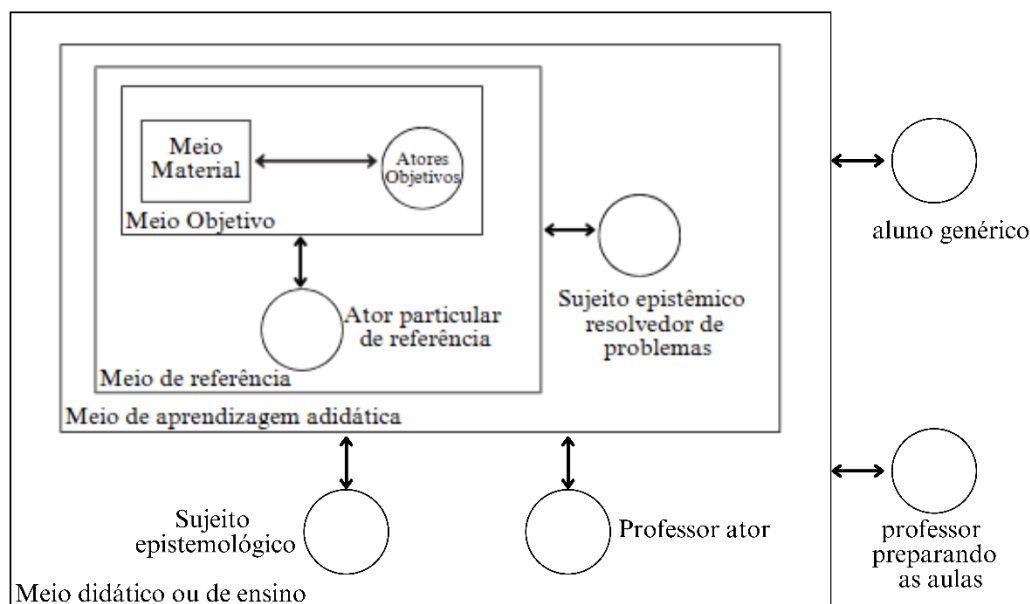
O professor intervém no meio estabelecendo condições que orientam a aprendizagem do aluno, que, por sua vez, assume uma posição de reflexão sobre seu próprio percurso e sobre o papel do conhecimento construído. Essa interação caracteriza a situação de ensino, em que o conhecimento é institucionalizado por meio de validações e explicitações feitas pelo professor (Brousseau, 1986).

Figura 5 - A situação de ensino

Fonte: Adaptado de Brousseau (1986)

A particularidade desse nível reside na relação entre o professor-ator, que age sobre o meio de aprendizagem, e o aluno epistemológico, que ajusta seu pensamento em função das novas condições didáticas introduzidas. Esse processo consolida a transição para a situação didática, na qual o conhecimento deixa de ser apenas um objeto de construção individual e passa a ser reconhecido como um conhecimento validado coletivamente, um saber (Brousseau, 1998; Margolinas; Bessot, 2023).

Ao planejar as aulas e refletir sobre o ensino, o professor assume a posição de planejador, interagindo com o meio didático, que, em parte, corresponde à situação de ensino. Esse nível configura a situação de análise didática, na qual os elementos da situação de ensino são organizados para favorecer a aprendizagem dos alunos (Brousseau, 1986; Margolinas, 2004b).

Figura 6 - A situação de análise didática

Fonte: Adaptado de Brousseau (1986)

A situação de análise didática é concebida por Brousseau (1986) como um meio para a pesquisa em didática. Ele argumenta que as relações entre o professor preparando aulas e o aluno genérico podem ser consideradas como objetos de estudo por um observador externo. Essa análise caracteriza o meio da pesquisa em didática, no qual a estruturação do ensino é avaliada criticamente, permitindo a identificação de fenômenos didáticos.

Brousseau (1986) explica que essa estrutura em níveis de meio e situações tem como objetivo prever as interações em prol da aprendizagem do aluno. Ele pretendia esclarecer a relação didática, mas reconhecia que essa análise é limitada, uma vez que alunos e professores não estão isolados de influências externas, tais como fatores culturais, científicos e sociais.

A estrutura aninhada, representada ao longo desta subseção, indica que cada nível engloba o anterior, revelando diferentes papéis desempenhados pelo professor e pelo aluno. Na modelização de Brousseau (1986, 1998), a situação de análise didática constitui o meio que possibilita a pesquisa em didática, sendo concebida em relação a um aluno genérico. N

esse quadro, a atividade do professor se ajusta, sobretudo, às condições didáticas do saber em jogo, e não, necessariamente, às condições individuais dos alunos. Trata-se, portanto, de um aluno modelizado dentro de um quadro teórico, abstraído das particularidades concretas da diversidade escolar.

No contexto de nossa pesquisa, essa modelização se alinha à ideia de classe como unidade de referência. No entanto, ao considerarmos uma perspectiva inclusiva da Educação Especial, postulamos que existem condições particulares do aluno, as quais podem ser levadas

em conta pelo professor desde a fase de planejamento das aulas (Nogueira, 2020; Morás, 2023). Assim, busca-se um equilíbrio entre as condições do coletivo e as condições individuais dos alunos (Toullec-Théry; Nédélec-Trohel, 2009).

Brousseau desenvolveu sua modelização no contexto do Centro para a Observação e Pesquisa sobre o Ensino da Matemática⁴⁵(COREM). Nesse espaço, a análise didática não tinha como objetivo imediato melhorar o desempenho dos alunos em relação a outros contextos escolares, mas sim fornecer um meio adequado para a pesquisa em didática (Margolinas, 2022). Quando Margolinas (1995) retoma essa modelização, o foco considera também a análise do papel do professor em situações ordinárias de ensino, ou seja, fora do quadro de uma engenharia didática.

Nosso estudo insere-se nesse quadro de situações ordinárias, mas traz à tona um contexto fundamentalmente particular: a inclusão de alunos com deficiência (Brasil, 2008, 2015). Essa especificidade pode ser compreendida dentro de um quadro mais amplo, relacionado às necessidades educacionais específicas, e não apenas ao quadro da deficiência (Thomazet, 2012).

Mais adiante, discutiremos as evoluções teóricas da estruturação do meio, que evidenciam a possibilidade de uma abordagem diferenciada das situações didáticas, considerando os fatores que levam um aluno a investir em determinadas situações mais do que em outras (Margolinas, 2004b, 2021).

Nesse contexto, é relevante destacar que a expressão “aluno genérico” não implica a negação da existência real dos alunos ou de suas características individuais. Em efeito, trata-se de um recurso teórico, dentro de um quadro experimental, que permite uma análise mais sistemática da organização didática no contexto da evolução da própria teoria das situações.

No entanto, ao confrontarmos essa modelização com a realidade da sala de aula, particularmente no estudo da classe ordinária orientada por viés inclusivo, podemos considerar que a generalização teórica deve ser equilibrada com o reconhecimento das especificidades dos alunos com deficiência, que requerem desde a concepção de situações a introdução de medidas de acessibilidade. Considerando o que elucida Artigue:

A análise adidática é fundamental dentro da teoria das situações didáticas, e sua produtividade é evidenciada mesmo em histórias didáticas breves. No entanto, como

⁴⁵ O COREM, fundado e dirigido por Guy Brousseau (1972-1999), foi um laboratório para experimentação da Teoria das Situações Didáticas. Seus materiais estão preservados no Centro de Recursos em Didática da Matemática Guy Brousseau (CRDM-GB), vinculado ao IMAC da Universitat Jaume-I. Mais informações: <https://archivos-imac.uji.es/CRDM/index.php>.

em qualquer modelagem, a modelagem adidática possui limitações, que a confrontação entre análise a priori e análise a posteriori rapidamente revelou. O sujeito aprendiz não é apenas um sujeito epistêmico, mas também uma criança, um adolescente, um aluno. Portanto, a teoria das situações desenvolveu um segundo nível de análise: o nível didático. Este nível visa considerar nas modelagens algumas das limitações do modelo adidático, tratando o aluno como um sujeito institucional cujos processos de adaptação são condicionados pela tarefa matemática e pelas interações possíveis com o meio, além de sua compreensão das normas institucionais que moldam suas relações com o professor e o saber⁴⁶ (Artigue, 2002, p. 62, tradução nossa).

Nosso estudo reconhece o aluno com deficiência como um sujeito pleno em termos de direitos fundamentais (Brasil, 2015). Como estudante, ele é um sujeito institucional cujas ações são moldadas pelas condições da situação em que está inserido. A condição da deficiência pode se explicitar em sua relação com a sociedade e com a escola (Sarralié, 2006; Thomazet, 2012; Nogueira, 2020). Essa característica não é neutra no processo didático, pois implica a adoção de medidas de acessibilidade institucionais e organizacionais para viabilizar sua participação no meio escolar (Assude *et al.*, 2014; Morás, 2023).

A perspectiva do aluno adotada no nosso estudo reforça a importância de conceber o aspecto didático de maneira inclusiva, permitindo que todos os alunos participem do processo de aprendizagem desde a concepção das situações (Sarralié; Vergnaud, 2006; Assude, 2019; Nogueira, 2020). Estar nessa encruzilhada de áreas de estudo possibilita uma visão mais ampla das interações entre ensino, aprendizagem e acessibilidade.

Embora tenha sido apresentado por Brousseau em duas escolas de verão, Margolinas (1995) observa que a estruturação do meio não teve ampla aplicação inicial. A autora identifica algumas dificuldades.

Uma das fragilidades do modelo reside nas dificuldades formais que ele gera: as situações não são codificadas; o nível 0 é artificial e provavelmente insuficiente quando se trata do papel do professor; o esquema completo é muito complexo. Além disso, os níveis 1 e 0 não são descritos com a mesma precisão que os níveis 5 a 3, especialmente o "professor" é definido por suas ações. No entanto, as tentativas de usar esse modelo vêm de pesquisadores interessados no papel do professor ou na institucionalização, e, portanto, em situações didáticas. É dentro desse contexto que situo meus trabalhos desde 1989, o que me levou a propor uma modificação no

⁴⁶ « L'analyse a-didactique est, dans le cadre de la théorie des situations didactiques, fondamentale et l'histoire didactique, même si elle est courte, en atteste la productivité. Mais, comme toute modélisation, la modélisation a-didactique a des limites que la confrontation analyse a priori / analyse a posteriori a rapidement mis en évidence. Le sujet apprenant n'est en effet pas seulement un sujet épistémique, c'est aussi un enfant, un adolescent, un élève. La théorie des situations a donc développé un second niveau d'analyse : le niveau didactique. Il a pour ambition de prendre en compte dans la modélisation certaines des limitations du modèle a-didactique, en considérant l'élève comme un sujet institutionnel dont les processus d'adaptation sont conditionnés par la tâche mathématique et les interactions possibles avec le milieu, mais aussi par sa connaissance des normes institutionnelles qui conditionnent ses rapports avec l'enseignant et le savoir » (Artigue, 2002, p. 62).

modelo de estruturação do meio⁴⁷ (Margolinas, 1995, p. 94, grifo próprio, tradução nossa).

Brousseau detalha a atividade do aluno em termos dos conhecimentos mobilizados, enquanto a ação do professor aparece subordinada à dinâmica do aluno. Margolinas (1995, 2004b) amplia esse modelo⁴⁸ ao evidenciar a dissimetria entre a situação do professor e do aluno, argumentando que a estrutura original não fornecia uma análise suficientemente complexa do papel do professor. No entanto, a autora ressalta que seu objetivo não foi centralizar seus estudos no papel do professor nesse modelo (Margolinas, 2004b).

Propomos que a delicada tese de que “o professor tem uma situação” (Margolinas, 2004a) seja, doravante, o caminho para discutirmos a situação do professor. Se o professor tem uma situação, essa situação não é fixa nem está totalmente sob seu controle. Assim como algumas posições do aluno são, em parte, determinadas pela presença e pelas ações do professor, a situação do professor também é condicionada por outros sujeitos e instituições que influenciam sua atividade e, portanto, suas decisões (Margolinas; Rivière, 2005). Os trabalhos de Margolinas avançam na problemática do professor e propõe que a situação do professor pode ser analisada em diferentes níveis de interação.

4.3 O papel do professor na Didática da Matemática

A Didática da Matemática de influência francesa consolidou-se como um campo de pesquisa, sustentado por um conjunto contínuo de estudos que não apenas reforçam as teorias existentes, mas também introduzem novas abordagens e conexões com conceitos fundamentais da área. Até os anos 1990, muitas pesquisas concentravam-se na atividade do aluno, com destaque para a construção de engenharias didáticas (Lima, 2011).

Nas últimas três décadas, observa-se um crescimento expressivo nas pesquisas voltadas para a problemática do professor. Essas investigações enfatizam aspectos como formação, conhecimentos, concepções e práticas docentes, abrangendo desde o planejamento das aulas até as interações com os alunos no contexto do ensino.

⁴⁷ « Une des faiblesses du modèle réside dans les difficultés formelles qu'il suscite : les situations ne sont pas codées ; le niveau 0 est artificiel, et vraisemblablement insuffisant quand on s'intéresse au rôle du maître ; le schéma complet est très complexe. D'autre part, les niveaux 1 et 0 ne sont pas décrits avec la même exactitude que les niveaux 5 à 3, en particulier le "professeur" y est défini par ses actions. Malgré cela, les tentatives d'utilisation de ce modèle proviennent de chercheurs s'intéressant au rôle du maître ou à celui de l'institutionnalisation, et donc à des situations didactiques. C'est dans ce cadre que je situe mes travaux depuis 1989, ce qui m'a conduit à proposer une modification du modèle de structuration du milieu » (Margolinas, 1995, p. 94).

⁴⁸ A estruturação do meio proposta por Margolinas (2004b) é considerada mais como heurística do que um modelo. Em nosso estudo, usamos o termo “modelo” para nos referirmos a essa heurística.

O professor é concebido com um elemento constituinte do sistema mínimo, ao lado do aluno e do saber, sendo esse dispositivo teórico utilizado para a investigação de fenômenos do ensino. Em particular, a expressão consagrada “prática do professor” ou “prática docente” enfatiza o papel ativo desse profissional, que atua em primeiro plano e detém o controle sobre as situações de ensino (Margolinas, 1999b).

Perrin-Glorian (2002, p. 180–181) destaca que, dentro desse paradigma, as pesquisas que abordam a problemática do professor articulam-se em torno de diferentes referenciais teóricos e metodológicos, mas compartilham preocupações comuns, que podem ser estruturadas em cinco eixos principais, apresentados no quadro abaixo.

Quadro 2 – As questões abordadas no estudo sobre o que diz respeito ao professor em sala de aula nas pesquisas francesas de acordo com Perrin-Glorian (2002)

Questão	Aspectos abordados
Determinar as restrições e margens de manobra do professor	O professor enfrenta restrições institucionais, do estabelecimento, do ensino, dos alunos e de si mesmo, mas possui margens de manobra para adaptação. Identificar restrições implica reconhecer instituições que influenciam a viabilidade de suas estratégias.
Características da posição do professor na instituição didática	Definir a função docente no ensino dos saberes, identificando tarefas, gestão das interações e organização do trabalho. Investigar a constituição de rotinas e suas justificativas, considerando restrições institucionais e situações de ensino.
Gestão do projeto de ensino e participação do aluno	Analisar os meios utilizados pelo professor para gerir a classe, identificando seu projeto de ensino em diferentes níveis (ano, conteúdo, aula, exercício). A atividade do aluno é inferida por meio de problemas, tarefas e interações. Os meios didáticos incluem escolha de problemas, organização do trabalho e regulação das rotinas.
Regularidades e variabilidades	Identificar variáveis da ação docente e restrições que as influenciam. Regularidades podem ocorrer no mesmo professor entre aulas ou entre diferentes professores em contextos similares. Variabilidades refletem margens de manobra individuais. Regularidades podem ser institucionais ou contextuais.
Construção dos conhecimentos do professor	O professor dispõe de um saber matemático, um saber teórico de ordem pedagógica e didática e um saber de experiência. Diferentes fatores contribuem para a evolução desses conhecimentos, como leituras, encontros, formações e a própria prática profissional. A construção dos conhecimentos profissionais é essencial para compreender as práticas docentes, pois influencia diretamente sua atuação. No entanto, modificar essas práticas por meio da formação formal parece difícil. Supõe-se que o conhecimento da experiência automatiza a prática docente ao estabelecer rotinas e um sistema de interregulação, sendo um fator determinante da estabilidade da prática.

Fonte: Elaboração própria com base em Perrin-Glorian (2002, p. 180–181)

Em relação à última questão, compreendemos os trabalhos de Margolinas (1993, 2002, 2004b). Os estudos dessa pesquisadora enfatizam a relação entre o professor e o meio, destacando as decisões e escolhas feitas pelo docente durante a interação didática em sala de aula. Para Margolinas, os conhecimentos do professor estão ancorados na situação em que ele

atua, sendo moldados pelo equilíbrio entre o sujeito e o meio. Isso reforça a importância de compreender as situações do professor no cotidiano de sua profissão.

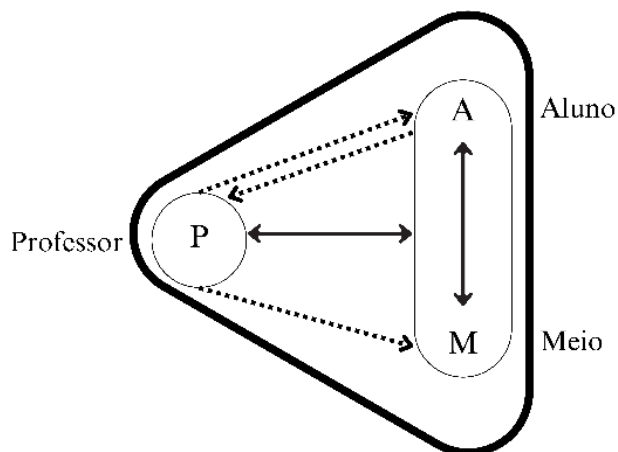
Bessot e Bittar (2019) definem essas escolhas como decisões didáticas, tomadas conforme a situação de aprendizagem dos alunos. Margolinas (1993) argumenta que uma decisão pode ser compreendida como um ato consciente de escolha entre diferentes possibilidades. Assim, um professor que reconhece alternativas e assume a responsabilidade por sua escolha está, de fato, tomando uma decisão.

Quando a decisão está nas mãos do professor, ela se torna um elemento importante de sua ação didática, influenciando diretamente o processo de aprendizagem dos alunos. De acordo com essa perspectiva, um professor toma uma decisão didática porque seu conhecimento sobre o ensino e os alunos impõe essa necessidade.

Margolinas (2004b, 2004a) e Magolinas e Rivière (2005) propõem que o professor tem uma situação. Essa proposição insere a decisão didática em um sistema dinâmico e co-construído. Dessa forma, o professor responde às situações não apenas de maneira reativa, mas toma decisões fundamentadas em sua compreensão das possibilidades e limitações do contexto de ensino, o que tentamos explicitar na próxima subseção.

4.3.1 O professor tem uma situação

A relação entre professor, aluno e meio pode ser representada por uma estrutura triangular, como mostra a figura 7, em que cada elemento desempenha um papel essencial na construção do conhecimento. Esse modelo ilustra que a aprendizagem não é apenas a simples recepção de informações, mas o resultado da interação do aluno com situações estruturadas pelo professor.

Figura 7 - O professor na dinâmica da situação didática

Fonte: Adaptado de Brousseau (1998, p. 92)

O professor atua sobre o meio do aluno (seta inferior tracejada), organizando os problemas que ele deve resolver e estabelecendo as condições dessa resolução. Essa atuação não se limita à apresentação de um problema, mas envolve a escolha das situações mais adequadas ao saber em jogo, a manutenção do envolvimento dos alunos nessas situações e o suporte necessário para que possam explorar o problema proposto.

Além disso, o professor interage diretamente com o sistema composto pela relação entre aluno e meio (seta dupla preenchida na horizontal). A interação direta com o aluno não é seu foco principal (setas superiores tracejadas); sua ação principal é sobre o meio constituído pelo sistema aluno <meio, ajustando-o conforme as necessidades emergentes da turma. As respostas dos alunos, as dificuldades que encontram e suas estratégias de resolução fornecem informações e retroações ao professor, permitindo-lhe coordenar sua atividade e tomar decisões sobre o desenvolvimento da situação em aula.

O professor, contudo, não age de forma isolada, mas dentro de um quadro institucional que impõe restrições e oferece possibilidades à sua prática (Chevallard, 2002). A adequação entre o conhecimento construído pelo aluno e o saber visado pelo ensino depende dessa interação dinâmica, na qual o professor se posiciona como uma “ponte” entre diferentes instituições.

Essa breve discussão reforça a tese de que o professor tem uma situação. A análise que desenvolvemos, fundamentada nos estudos de Margolinas, revela que a situação do professor é marcada por uma interação dinâmica e complexa entre suas ações, as condições didáticas e sociais do saber em jogo e a própria situação do aluno. Assim, o professor não opera em um vazio didático (Farias, 2010), mas dentro de uma estrutura que orienta, limita e possibilita sua

prática. Esse equilíbrio sutil ocorre entre as exigências institucionais, as contingências da sala de aula e a trajetória dos alunos no processo de aprendizagem.

Mas, o que significa afirmar que o professor tem uma situação? Essa questão pode parecer, à primeira vista, trivial. Afinal, todo sujeito se insere em um contexto no qual interage com um meio e age dentro de certas possibilidades. No entanto, ao tratar essa questão sob a ótica da Teoria das Situações, Margolinas (2004a) adota uma perspectiva que consideramos revolucionária na forma como o papel do professor é analisado em situações de aulas ordinárias. Os estudos dessa pesquisadora permitem-nos compreender que a situação do professor não é meramente descritiva, mas estrutural. Dentro desse quadro teórico, trata-se de uma situação complexa.

[...] o professor se encontra em uma situação não didática, uma vez que ninguém construiu essa situação para que ele aprendesse. Como em toda situação não didática, o professor pode, no entanto, transformar seus conhecimentos na interação com um meio. No entanto, o caráter não didático da situação permite essencialmente situações de ação, raramente situações de formulação e validação, e praticamente nunca a situação de institucionalização. Isso significa que os conhecimentos desenvolvidos pelo professor nessas situações serão, na maioria das vezes, conhecimentos implícitos⁴⁹ (Margolinas, 2002, p. 5, tradução nossa).

Se nos apoiarmos na definição de situação como “[...] um determinado arranjo de objetos (ou de pessoas) que mantêm entre si certas relações”⁵⁰ (Brousseau, 1972, p. 57, tradução nossa), então o professor, assim como qualquer sujeito, tem uma situação. Isso implica que ele pode agir e receber retroações de um meio. A situação do professor é co-determinada por elementos externos, como as condições institucionais, as expectativas curriculares e os própria atividade dos alunos (Margolinas; Rivière, 2005).

O professor atua sobre o meio, estruturando problemas, organizando interações e estabelecendo um ambiente que favoreça a aprendizagem. No entanto, sua ação do professor ocorre dentro dos limites impostos por um meio, que inclui tanto os saberes matemáticos visados quanto os mecanismos institucionais e sociais que influenciam suas práticas.

⁴⁹ « [...] le professeur se trouve dans une situation non didactique, puisque personne n'a construit cette situation pour qu'il apprenne. Comme dans toute situation non didactique, le professeur peut pourtant transformer ses connaissances, dans l'interaction avec un milieu. Pourtant, le caractère non didactique de la situation autorise essentiellement les situations d'action, rarement les situations de formulation, et de validation, et pratiquement jamais la situation d'institutionnalisation. C'est dire que les connaissances du professeur développées dans ces situations seront le plus souvent des connaissances implicites » (Margolinas, 2002, p. 5).

⁵⁰ « [...] un certain agencement d'objets (ou de personnes) ayant entre eux certaines relations » (Brousseau, 1972, p. 57).

Se o professor organiza a situação de aprendizagem do aluno, a situação dele é co-construída por essa organização e implementação, num processo de interação contínuo. Segundo Vignon (2024), a situação do professor se caracteriza por sua complexidade, tornando impossível considerar todos os determinantes que a influenciam. Essa complexidade não se limita a fatores estruturais ou institucionais, mas envolve também os elementos dinâmicos da prática docente, que podem se renovar a cada interação em sala de aula.

Dessa forma, a situação do professor se constrói e se transforma continuamente por meio das observações que ele realiza ao longo de sua atividade. Essas observações não apenas condicionam suas decisões didáticas imediatas, mas também alimentam sua compreensão do meio e influenciam a maneira como coordena as interações em sala.

A formulação de Margolinas (2004a) sobre a ideia de que o professor tem uma situação não apenas reafirma sua importância na concepção e implementação de situações em prol da aprendizagem dos alunos, mas também possibilita uma compreensão mais aprofundada sobre a natureza dessa situação e o meio com o qual o professor interage – ou melhor, os múltiplos meios (Brousseau, 1998; Margolinas, 2004b) que condicionam sua ação.

Essa perspectiva se aproxima diretamente da estruturação do meio, inicialmente concebida para a situação do aluno, mas posteriormente ampliada para abarcar a complexidade da situação do professor (Margolinas, 2004b). Essa ampliação, por sua vez, carrega um potencial teórico significativo nos estudos de Margolinas, revelando possibilidades heurísticas para compreender o funcionamento da estrutura didática. Afinal, a situação do professor não pode ser reduzida a um único nível como as ações dele na sala de aula; pelo contrário, ela abrange simultaneamente múltiplos níveis, cuja legibilidade pode variar, exigindo uma análise que considere essa interdependência.

4.4 A estruturação do meio: situação do professor

Na revisão da estruturação do meio, Margolinas (1995) aprimora a compreensão das posições dos sujeitos em situação. Na estruturação proposta por Brousseau (1986), enquanto o papel do professor é definido em duas posições (professor ator e professor preparando suas aulas), o papel do aluno abrange cinco, evidenciando uma dissimetria que pode ser atribuída ao processo histórico de construção da TSD, que antecedeu o interesse geral pelo papel do professor na concepção de engenharias didáticas.

Margolinas (1995) revisita o modelo de Brousseau e propõe ajustes em sua estruturação. No modelo original, Brousseau caracteriza o meio como uma estrutura em camadas recursivas,

semelhante a uma “cebola”, na qual a situação de nível se torna o meio da situação de nível (Brousseau, 1986, 1998). Essa organização evidencia a imbricação dos diferentes meios e sua influência na atividade do aluno.

Ao retomar essa estrutura, Margolinas (2004b) estabelece uma distinção entre os níveis didáticos e adidáticos, definindo o nível zero como a situação didática propriamente dita e os níveis negativos como aqueles que correspondem a parte adidática. Essa representação permite visualizar como as diferentes posições dos sujeitos emergem e se estruturam dentro do sistema didático.

No entanto, uma indagação de Margolinas sobre o modelo original de Brousseau foi a ausência de uma posição definida para o professor nos níveis negativos. Enquanto o aluno mantém uma posição dentro dos níveis positivos, o professor não possui nenhuma posição equivalente na parte adidática.

Isso poderia sugerir que o professor não participa das situações adidáticas, o que, segundo Margolinas (1993), não é uma representação adequada. Na prática, o professor não desaparece completamente nesses momentos, mas assume um papel distinto: ele se posiciona em uma relação de observação. Para dar conta dessa necessidade teórica, Margolinas introduz a posição P-1, que reconhece o professor como um observador que acompanha o desenvolvimento das interações do aluno com o meio.

Além disso, Margolinas destaca que, enquanto o vocabulário para caracterizar as posições do aluno já está bem estabelecido – com termos como “ator” e “sujeito”, variando conforme os diferentes artigos de Brousseau –, a descrição das posições do professor ainda requer uma formulação mais precisa. Assim, ela propõe que, em vez de descrever ações pontuais do professor, seja adotado um sistema de qualificativos que permitam situar melhor sua posição em cada nível da estrutura, tomando por exemplo, aluno e professor apenas na situação didática.

Outra modificação importante introduzida por Margolinas diz respeito à qualificação dos níveis positivos dentro dessa estrutura, chamando-os sobredidáticos. Essa escolha terminológica reforça a ideia de que os níveis superiores da estrutura são instâncias que intervêm na organização e na coordenação das situações didáticas.

Dessa forma, a autora introduz mais três posições para o professor e remodela a estruturação do meio, como podemos ver a seguir:

Quadro 3 – Estruturação do meio completada

M+3: M-construção		P+3: P-noosférico	S+3: situação noosférica	Níveis sobredidáticos
M+2: M-projeto		P+2: P-construtor	S+2: situação de construção	
M+1: M-didático	E+1: E-reflexivo	P+1: P-planejador ⁵¹	S+1: situação de projeto	
M0: M-aprendizagem	E0: aluno	P0: professor	S0: situação didática	Níveis subdidáticos
M-1: M-referência	E-1: E-aprendiz	P-1: P-observador	S-1: situação adidática de aprendizagem	
M-2: M-objetivo	E-2: E-agindo		S-2: situação de referência	
M-3: M-material	E-3: E-objetivo		S-3: situação objetiva	

Fonte: Margolinas (2004b)

Essa estruturação do meio apresenta uma organização em níveis que permite compreender as relações entre professor, aluno e os diferentes meios. Esses níveis, organizados numericamente, revelam como as interações didáticas se articulam e se desdobram nos processos de ensino e aprendizagem. A codificação utilizada segue uma lógica hierárquica, na qual cada nível está contido no seguinte, indicando uma relação de inclusão.

Os níveis superiores englobam a dimensão mais ampla da atividade do professor. No nível +3 situam-se as concepções e valores associados ao ensino e à aprendizagem, que influenciam a organização global das atividades didáticas. O professor, na posição P+3, é um sujeito da noosfera, o que significa que ele opera dentro de um campo de influência complexo, no qual diferentes atores externos (como famílias, gestores educacionais e pares profissionais) impõem expectativas e condicionantes à sua prática. Essa posição evidencia que a atividade docente está diretamente conectada a um conjunto de normas, valores e decisões que moldam sua visão sobre o ensino.

No nível +2, essa organização se traduz na estruturação do ensino em termos mais concretos, com a seleção das noções matemáticas a serem trabalhadas e a elaboração de projetos didáticos de maior alcance. Esse nível é guiado por um conjunto de determinantes vinculados ao currículo e a uma epistemologia do saber matemático (Margolinas, 2002; Margolinas e Bessot, 2023), que pode ser mais ou menos explícita na atividade docente (Margolinas, 2004b).

⁵¹ O termo em francês “projeteur” pode ser traduzido como “design”, então decidimos adotar o papel do sujeito que projeta como um planejador, no caso do professor considerar “design” parece distante da atividade que ele realiza nesse nível.

No nível +1, o professor mobiliza esse planejamento em uma escala mais específica, definindo a sequência de ensino para uma aula particular, considerando os objetivos de aprendizagem e a forma de apresentação do conteúdo.

Assim, a posição P+1 está diretamente vinculada às restrições e recursos provenientes de dois níveis distintos: por um lado, das condições materiais e organizacionais do ensino (P0), como o tempo disponível, os materiais didáticos disponíveis e a composição da turma; por outro, das diretrizes curriculares e documentais (P+2), que orientam os conteúdos a serem trabalhados e as escolhas metodológicas. Dessa forma, o professor em P+1 se encontra em um ponto de articulação entre as exigências estruturais do currículo e sociais e as necessidades concretas do ensino em sala de aula.

O nível 0 representa a efetivação da situação didática, sendo o espaço em que a interação entre professor e alunos ocorre diretamente. É nesse nível que os conteúdos previamente organizados nos níveis superiores se materializam na prática, permitindo que os alunos interajam com o meio de aprendizagem e se engajem na construção de conhecimentos matemáticos. Essa camada ocupa um lugar central na estrutura, pois é o ponto de articulação entre a organização didática e a atividade do aluno.

A estruturação desses níveis permite visualizar as múltiplas dimensões da ação didática, evidenciando como o professor circula entre diferentes posições e como a atividade do aluno se insere em uma rede de interações. Essa organização hierárquica não implica necessariamente em uma linearidade, mas sugere uma interdependência entre os níveis, na qual a ação do professor nos níveis superiores influencia a aprendizagem dos alunos nos níveis inferiores, ao mesmo tempo em que a observação da atividade dos alunos pode reconfigurar as decisões didáticas (Vignon, 2024).

Embora a estruturação completa do meio permita uma análise detalhada das interações didáticas, em determinados contextos de investigação, muitas pesquisas (Margolinas, 2002; Margolinas; Coulange; Bessot, 2005; Margolinas; Rivière, 2005; Coulange, 2012) que se apoiam teórica e metodologicamente nessa abordagem recorrem a uma representação mais sintética, centrada exclusivamente na atividade do professor. Nesse sentido, a versão reduzida dos níveis de atividade do professor (Quadro 4) evidencia as principais dimensões envolvidas no planejamento, implementação e observação.

Quadro 4 – Níveis de Atividade do Professor

Nível +3	Projeto educativo	<i>Concepções sobre ensino e aprendizagem, bem como valores educacionais de forma ampla ou mesmo especificamente em Matemática.</i>
Nível +2	Projeto didático global	<i>Planificação e idealização da sequência das aulas, incluindo a definição das noções a serem estudadas e dos conhecimentos a serem construídos.</i>
Nível +1	Projeto didático específico para uma aula	<i>Definição dos objetivos, organização e planificação do trabalho.</i>
Nível 0	Situação didática	<i>Realização da aula, interação com os alunos e tomada de decisões na ação.</i>
Nível -1	Observação da atividade dos alunos	<i>Engajamento dos alunos na situação, identificação de suas respostas, dificuldades e estratégias de coordenação do trabalho delegado a eles.</i>

Fonte: Adaptado de Margolinas, Coulange e Bessot (2005) e Margolinas (2002)

A apresentação reduzida permite caracterizar os diferentes conhecimentos mobilizados pelo professor em distintas situações, organizados em níveis específicos. Essa estrutura proposta evidencia as posições que o professor assume ao longo da atividade didática e fornece um referencial analítico para descrever e interpretar suas decisões.

Em particular, precisamos de um modelo que nos permita dar conta do caráter reflexivo do trabalho do professor: por meio da observação da atividade dos alunos (Nível -1), o professor pode tomar decisões em sala de aula (Nível 0) que não havia antecipado, mas também transformar sua sequência (Nível +1), ou até mesmo sua concepção do tema matemático (Nível +2) e até mesmo transformar uma de suas ideias sobre o ensino em geral (Nível +3). Ao mudar sua concepção sobre o ensino da matemática (Nível +3), o professor pode transformar sua maneira de considerar o ensino de um tema matemático (Nível +2), o que leva a projetos de aula diferentes (Nível +1), além de modificar o tipo de explicação que fornece em sala de aula (Nível 0) e sua forma de interpretar o trabalho dos alunos (Nível -1). Começamos a vislumbrar aqui não apenas a natureza reflexiva dos níveis introduzidos, mas também uma hierarquia que, até então, permanecia apenas implícita⁵² (Margolinas, 2002, p. 4–5, tradução nossa).

O professor está em constante tomada de decisões ao longo da atividade de ensino, o que implica o uso contínuo de seus próprios conhecimentos para modificar e ajustar seu planejamento no próprio curso da ação. Esse processo reflexivo, por meio do qual o professor

⁵² « En particulier, nous avons besoin d'un modèle qui nous permette de rendre compte du caractère réflexif du travail du professeur : Grâce à l'observation de l'activité des élèves (Niveau -1), le professeur peut prendre des décisions en classe (Niveau 0) qu'il n'avait pas anticipées, mais aussi transformer sa séquence (Niveau +1) voire sa conception du thème mathématique (Niveau+2) et même une de ses idées sur l'enseignement en général (Niveau +3). En changeant de conception sur l'enseignement des mathématiques (Niveau +3), le professeur peut transformer sa façon d'envisager l'enseignement d'un thème mathématique (Niveau +2), ce qui conduit à des projets de leçons différents (Niveau +1), et change aussi le type d'explication qu'il donne en classe (Niveau 0) et sa façon d'interpréter le travail des élèves (Niveau -1). On commence à entrevoir ici non seulement la nature réflexive des niveaux introduits, mais également une hiérarchie qui n'était qu'implicite jusque-là. » (Margolinas, 2002, p. 4–5).

interage com a atividade do aluno, não apenas possibilita adaptações imediatas às demandas da situação, mas também transforma os próprios conhecimentos que ele mobiliza em sua atividade (Margolinas, 2002).

Além disso, dois desdobramentos significativos no estudo da estruturação do meio são a noção de bifurcação didática e as situações nildidáticas, que ampliam a compreensão sobre as formas como os alunos interagem com o meio e como essas interações influenciam as escolhas do professor.

4.5 Prolongamentos da estruturação do meio: análise sob o ponto de vista do professor e dos alunos

As interações didáticas têm sido um dos pilares dos estudos na TSD desde sua formulação. Um dos conceitos dessa teoria é o contrato didático, introduzido por Brousseau (1990, 1998), que representa as regras que estruturam as expectativas e comportamentos de professores e alunos em relação a um saber em jogo. Esse contrato não é fixo, mas se ajusta continuamente por meio das interações didáticas, as quais ocorrem em torno de um meio e são influenciados tanto pela intenção de ensino do professor quanto pela intenção de aprendizagem dos alunos.

Nesse contexto, Margolinas (2004) propõe uma técnica analítica que incorpora dois pontos de vista complementares: a análise ascendente e descendente.

4.5.1 A análise descendente: ponto de vista do professor

A leitura de “cima para baixo” da estruturação do meio representada no quadro 4 acima examina a situação sob o ponto de vista do professor e é denominada análise descendente. O ponto de partida é o nível mais alto da estruturação do meio (S+3), que inclui conhecimentos institucionalizados e concepções gerais sobre o ensino da disciplina.

Em seguida, o professor mobiliza essas referências para planejar a aula (S+2 e S+1), chegando ao nível da interação em sala de aula (S0), que pode se estender para o nível de observação (S-1), a depender do que está sendo investigado. Essa análise permite entender as decisões do professor, os filtros pelos quais ele interpreta as ações dos alunos e como suas expectativas moldam a condução da aula.

4.5.2 *A análise ascendente: ponto de vista do aluno*

A leitura de “baixo para cima” da estruturação do meio representada no quadro 4 examina a situação sob o ponto de vista dos alunos e é denominada análise ascendente. Essa análise explora como os alunos interagem com o meio e investem na situação proposta. Ela parte da situação objetiva do problema proposto (S-3). O aluno interpreta progressivamente a estrutura da situação, passando por diferentes níveis de compreensão (S-2, S-1) até chegar à interação com o professor (S0).

No nível S+1, o aluno pode momentaneamente ocupar a posição em um nível que tradicionalmente é atribuído a atividade do professor. Ao apresentar seu resultado, ele antecipa a interpretação do professor, o que pode levá-lo a reformular, justificar ou tornar sua resposta mais legível. Esse deslocamento evidencia um processo de metacognição e argumentação, aproximando o aluno do papel docente na validação do conhecimento e revelando um aspecto essencial da institucionalização. Esse percurso permite entender como o meio estruturado influencia a aprendizagem e como os alunos constroem significados a partir da situação instalada pelo professor.

4.5.3 *Ramo principal e ramo marginal*

A articulação entre a análise descendente e ascendente é essencial para compreender as dinâmicas da aula, pois as interações entre os diferentes níveis podem gerar tensões e ajustes tanto para o professor quanto para os alunos. Com essas perspectivas, é possível identificar bifurcações didáticas, fenômeno pelo qual alguns alunos seguem trajetórias de aprendizagem diferenciadas, algumas das quais podem se desviar das intenções originais do professor.

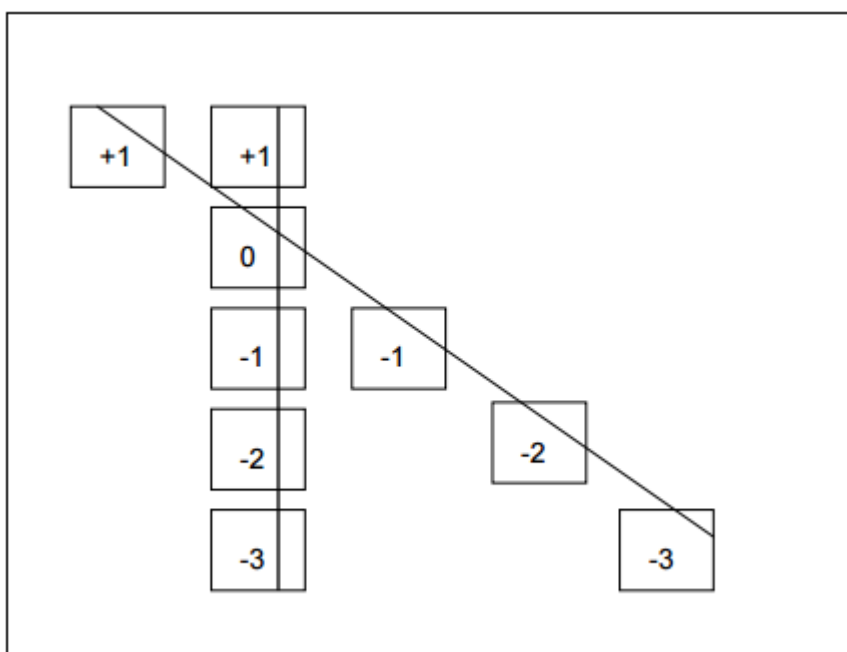
A proposta da Margolinas (2004b) para lidar com esse fenômeno consiste em esquematizar a bifurcação didática por meio da representação de um ramo principal e ramos marginais. O ramo principal representa a trajetória projetada pelo professor, ou seja, a estrutura didática planejada para que os alunos construam o conhecimento esperado. No entanto, nem todos os alunos seguem essa trajetória; alguns investem em percursos alternativos, representados pelos ramos marginais, que podem levá-los a respostas de natureza distinta daquelas previstas pelo professor.

Essa divergência revela tensões entre as perspectivas do professor e dos alunos. Enquanto o professor espera que os alunos se engajem na situação conforme seu projeto de ensino, alguns deles investem em uma ramificação marginal, afastando-se da trajetória didática pretendida. Ao observar essas tensões, o professor pode tomar decisões *in situ*, ajustando sua

intervenção e operando bifurcações didáticas que reorganizam o curso da aprendizagem, ampliando ou redirecionando as interações em sala de aula.

Na bifurcação didática (esquematizada na figura 8), o ramo marginal pode indicar um desalinhamento entre o que se espera observar da atividade dos alunos e os percursos efetivamente seguidos pelos alunos.

Figura 8 - Ramo principal e ramo marginal



Fonte: Margolinas (2004b, p. 86)

A existência de ramos marginais introduz trajetórias imprevistas no processo de aprendizagem, gerando uma tensão didática que pode desafiar as expectativas do professor e modificar a estruturação da atividade em sala de aula. Essa tensão não decorre apenas das dificuldades de alguns alunos, mas da dinâmica própria da situação que eles investem, em que diferentes fatores – como a interpretação do aluno sobre a tarefa, as condições do meio, as regras e rupturas do contrato didático e as regulações institucionais – influenciam a trajetória de aprendizagem.

Essas bifurcações refletem a diversidade de interações com o meio e podem revelar novas possibilidades de aprendizado. Essa constatação exige uma reconsideração da forma como é concebida a abordagem genérica em torno dos alunos. Margolinas (2004, p. 64, tradução nossa) enfatiza que “[...] não é mais possível considerar o aluno apenas de uma forma genérica, já que aqui se introduzem pelo menos vários alunos genéricos”⁵³.

⁵³ « [...] il n'est donc plus possible de considérer l'élève seulement d'une façon générique, puisque s'introduisent ici au moins plusieurs élèves génériques » (Margolinas, 2004b, p. 64).

Dessa forma, o desenvolvimento do conceito de bifurcações didáticas na proposição da estruturação do meio sugere que a análise dessas bifurcações deve considerar tanto a dimensão da materialidade do meio quanto as dinâmicas cognitivas e sociais da sala de aula. Compreender as diferentes trajetórias que surgem no ensino permite aos professores ajustarem as situações didáticas, o que pode favorecer uma aprendizagem mais significativa em torno de um saber visado.

Alargando ainda mais essa discussão, Margolinas (2004b) complementa o modelo de estruturação do meio com a noção de situação nildidática, que se distingue das situações adidáticas não apenas pela ausência de novos conhecimentos institucionalizados, mas pela natureza das interações possíveis com o meio.

No modelo que proponho, essas situações envolvem apenas dois níveis de estruturação do meio: o nível -3, no qual a interação com o meio envolve apenas conhecimentos naturalizados, e o nível -2, no qual a interação com o meio envolve apenas conhecimentos estáveis, atualizados pela situação. Na definição que dei de situação adidática, um critério não é cumprido aqui, a existência de um saber ainda não instituído. Por isso, não considero essas situações como adidáticas⁵⁴ (Margolinas, 2004, p. 65, tradução nossa).

A situação nildidática pode, em alguns casos, servir como base para uma situação adidática, pois esta última se desenvolve a partir da introdução de novos conhecimentos ou de questionamentos sobre os conhecimentos existentes, que não estão presentes na situação nildidática.

No entanto, essa passagem não é natural (ou mesmo obrigatória). De fato, algumas interações dos alunos permanecem no regime nildidático sem que haja um deslocamento epistêmico que leve à introdução de novos conhecimentos. A seguir, na figura 9, apresentamos uma esquematização dessa situação.

⁵⁴ « Dans le modèle que je propose, ces situations ne mettent en jeu que deux niveaux de la structuration du milieu : le niveau -3, dans lequel l'interaction avec le milieu n'implique que des connaissances naturalisées, le niveau -2, dans lequel l'interaction avec le milieu n'implique que des connaissances stables, réactualisées par la situation. Dans la définition que j'ai donné de situation adidactique, un critère n'est pas rempli ici, l'existence d'un savoir non encore institué. C'est pourquoi je ne considère pas ces situations comme adidactiques » (Margolinas, 2004b, p. 65).

Figura 9 - Situação nildidática

Fonte: Adaptado de Margolinas (2004b)

No nível da situação S-3, os alunos interagem com um meio composto apenas por objetos e relações que já estão completamente naturalizados. Já no nível da situação S-2, os alunos mobilizam conhecimentos que, embora não sejam novos para eles, ainda precisam ser ativados pela situação.

As implicações dessa proposição para a análise didática são significativas. A distinção entre tipos de situações permite repensar o papel do aluno na dinâmica da sala de aula. A análise em termos de estruturação do meio em classes ordinárias revela que há uma grande variação na maneira como os alunos interagem com o meio. Alguns podem permanecer em interações nildidáticas, enquanto outros avançam para situações adidáticas.

Isso tem consequências importantes na compreensão do investimento dos alunos nas situações propostas. A variação de percursos dos alunos pode demandar ajustes na estruturação do meio, de modo a favorecer diferentes formas de engajamento com o saber. Na problemática do nosso estudo, essas discussões ganham muita importância, pois permitem analisar os desdobramentos das situações da sala de aula comum, considerando tanto componentes do nível – 3 em termos de materialidade do meio, que se relaciona à acessibilidade ao saber para alunos com deficiência, quanto os percursos cognitivos individuais, que podem seguir trajetórias diversas em relação às propostas do professor.

No contexto da escolarização de alunos com necessidades específicas, Booms (2022) desenvolveu um trabalho de tese que explora as complexidades do trabalho docente no contexto da inclusão de um aluno com Transtorno da Aquisição das Coordenações (TAC).

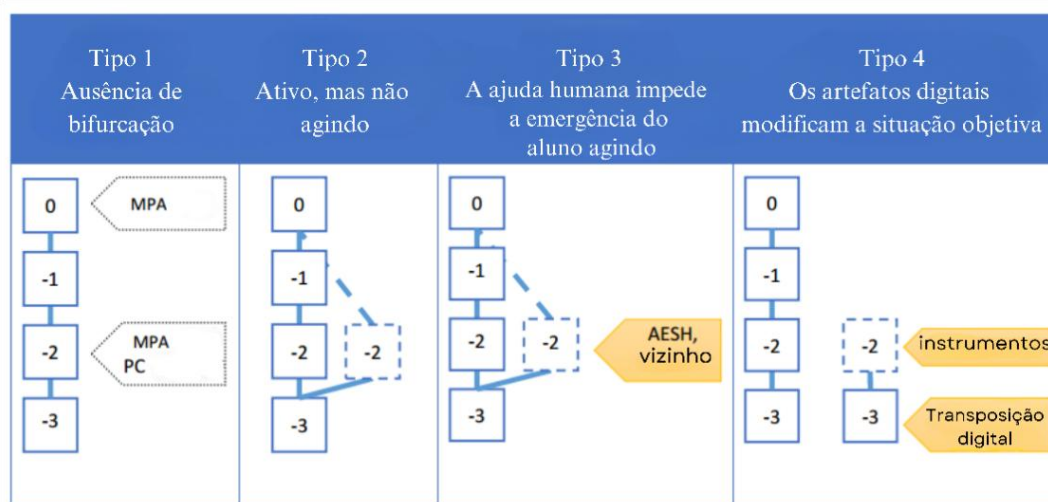
O TAC, mais conhecido como Transtorno do Desenvolvimento da Coordenação, é uma condição do neurodesenvolvimento que afeta a capacidade de realizar atividades motoras de forma coordenada. Crianças e adolescentes com esse transtorno enfrentam dificuldades em

tarefas cotidianas, como escrever, recortar, vestir-se ou participar de atividades esportivas, mesmo sem qualquer condição médica ou neurológica que justifique essas limitações.

O estudo de Booms (2022) destacou o impacto das ajudas técnicas (medidas de acessibilidade) e das práticas docentes nesse contexto. O trabalho desenvolvido por ele foi, em parte, fundamentado na estruturação do meio (Margolinas, 2004) e propôs uma análise detalhada das situações instaladas a partir de bifurcações didáticas. Essa análise é estruturada em quatro tipos de bifurcação, cada um revelando diferentes dinâmicas entre aluno, professor e meio.

Ele destaca que as bifurcações identificadas em seu estudo não correspondem integralmente ao conceito canônico de Margolinas (2004b), pois, além das ambiguidades didáticas que podem surgir, envolvem as dificuldades específicas dos alunos com TAC, tornando o fenômeno mais complexo, uma vez que há singularidades no investimento do aluno nas situações instaladas em favor (ou ausência) de um sistema de ajuda inclusivo.

Quadro 5 – Síntese de diferentes modalidades de bifurcações didáticas



Fonte: Adaptado de Booms (2022, p. 204)

O trabalho de Booms identificou quatro tipos de modalidades de bifurcações didáticas. O primeiro tipo corresponde às situações em que não há diferença significativa entre o percurso do aluno com TAC e o restante da classe. Nesses casos, o aluno no estudo conseguiu seguir a tarefa sem modificações significativas no meio. Isso ocorre geralmente em tarefas que exigem pouca motricidade fina ou representação visuoespacial. No entanto, mesmo nessas situações, as atividades escritas residuais consumiram mais tempo para o aluno.

No segundo tipo, o aluno está engajado na tarefa, mas não assume o papel de “aluno-agente”, sendo impossibilitado de investir na situação de referência (S-2). O aluno, por exemplo, propõe respostas incompletas ou equivocadas, mas coerentes com o enunciado da tarefa, sem realizar plenamente o trabalho solicitado. Esse fenômeno está associado a tarefas que exigem habilidades comprometidas pelos TACs, como a tomada de notas ou construções geométricas, e ocorre na ausência de ajudas específicas.

No terceiro tipo, a presença de uma ajuda humana, como a do AESH ou de um colega (vizinho), impede que o aluno assuma a responsabilidade pela tarefa. A ajuda, embora bem-intencionada, substitui parcialmente ou totalmente a atuação do aluno, dificultando a apropriação do meio de referência. Essa situação é exemplificada por episódios em que a AESH intervém para completar a tarefa sem promover a autonomia do aluno.

O quarto tipo de bifurcação surge com a introdução de tecnologias digitais, como o Material Pedagógico Adaptado⁵⁵ (MPA) e computadores de uso coletivo. Nessas situações, o meio material é significativamente alterado, criando uma bifurcação didática. A transposição das tarefas do papel para o ambiente digital impõe uma dupla dificuldade: a reorganização das tarefas à tecnologia e o desafio, por parte do aluno, de se apropriar dos instrumentos digitais.

Booms (2022) demonstra que, em aproximadamente dois terços dos episódios analisados, o aluno com TAC não investe na situação de referência, ocorrendo dificuldades significativas no processo de devolução (Brousseau, 1998). Isso ocorre principalmente nos tipos 2, 3 e 4 de bifurcação, evidenciando que a presença de ajudas (humanas ou técnicas) não garante o acesso equitativo ao saber. A análise também destaca a complexidade das dinâmicas em sala de aula, onde o equilíbrio entre apoio e autonomia se mostra frágil.

De acordo com esse pesquisador, as bifurcações didáticas foram classificadas em quatro tipos mais ou menos independentes, cada um representando um estado específico da relação entre o aluno, o meio e as ajudas disponíveis. Essa tipologia permite descrever como um aluno com necessidades específicas pode se afastar da trajetória principal de aprendizagem seguida pela classe.

As implicações dos estudos de Margolinas sobre bifurcações, bem como a interpretação de Booms, são fundamentais para nossa análise didática, pois abrem caminhos para o estudo das diferenciações didáticas. Qualquer aluno pode se envolver em uma situação em vez de outra, de acordo com as determinações da situação que foi instalada pelo professor – e algumas

⁵⁵ O MPA refere-se a equipamentos e recursos específicos destinados a compensar dificuldades de aprendizagem de alunos com deficiência ou transtornos, como computadores com softwares especializados, teclados adaptados e outras ferramentas que auxiliam na acessibilidade aos conteúdos escolares.

dessas determinações, provavelmente, não são adidáticas, podendo ser nildidáticas. Margolinas (2004, p. 68–69, tradução nossa) explica que “Mesmo quando o professor busca promover a devolução de uma situação adidática, o aluno pode investir apenas na parte nildidática”⁵⁶. Dessa forma, torna-se possível analisar os desdobramentos reais e diferenciados das situações de aula com base em análises a posteriori.

No contexto de nossa pesquisa, postulamos que essa evolução dos estudos sobre a estruturação do meio nos permite considerar tanto o meio material no qual o aluno trabalha quanto o itinerário cognitivo que ele efetivamente seguiu em relação às propostas do professor. Esses conceitos parecem, portanto, especialmente relevantes para a análise didática do trabalho de um aluno com deficiência, independentemente da implementação de uma medida de acessibilidade.

Dada sua relevância, a estruturação do meio tem sido amplamente empregada para compreender como as interações em sala de aula influenciam as decisões docentes. Na próxima seção, tomamos como referência os resultados da pesquisa de Margolinas e colaboradores e a revisitação de elementos contextuais. A partir deles, apresentamos a problematização e, consequentemente, a pergunta que guia nosso estudo.

⁵⁶ « Même quand le professeur cherche à faire la dévolution d’une situation adidactique, l’élève peut n’investir que la part nildidactique » Margolinas (2004b, p. 68–69).

5 PROBLEMATIZAÇÃO

Nossa pesquisa se inscreve na problemática do professor, mais especificamente na relação entre a situação do professor e a inclusão de alunos com necessidades educacionais específicas. Buscamos, na medida do possível, contribuir para a elucidação dessas relações no contexto específico do ensino de Matemática, dentro da perspectiva de uma escola inclusiva que acolhe alunos com deficiência visual em classes comuns adotando um quadro teórico da Didática da Matemática de influência francesa.

Diante das discussões desenvolvidas nas seções 2 e 3, identificamos três eixos discursivos que orientam a compreensão da inclusão escolar de alunos com deficiência em classes comuns.

i) A deficiência e as necessidades educacionais específicas

A deficiência, especialmente a deficiência visual, não pode ser compreendida apenas sob uma perspectiva médica, mas sim em relação às necessidades educacionais específicas dos alunos (Thomazet, 2012; Nogueira, 2020; Foresti; Bousfield, 2022). Na seção 2, discutimos a complexidade da deficiência visual e sua classificação clínica segundo a CID-11 (OMS, 2019), destacando que essas definições, embora essenciais para diagnóstico e reconhecimento legal, são insuficientes para descrever os desafios enfrentados pelos alunos em sua escolarização.

Como argumentado, a funcionalidade visual varia significativamente entre os estudantes, o que demanda um olhar atento para as condições específicas de aprendizagem em sala de aula. Além disso, a noção de acessibilidade educacional não se resume à adaptação/modificação de materiais, mas envolve estratégias metodológicas por parte dos sistemas de ensino que busquem garantir participação dos alunos com deficiência no processo de aprendizagem.

ii) A inclusão de alunos com necessidades específicas e a situação do professor

A inclusão escolar e seus valores buscam possibilitar a participação de alunos com necessidades específicas, mas também expõe as dificuldades e barreiras que permeiam a estrutura educacional. Conforme apresentado na seção 3, a educação inclusiva é frequentemente impactada por desafios institucionais, como a falta de formação docente específica e a insuficiência de materiais acessíveis (UNESCO, 2020).

A presença de um aluno com deficiência em uma turma comum evidencia limitações estruturais da escola e do ensino, tornando visíveis as dificuldades enfrentadas não apenas por esses alunos, mas por toda a turma em termos das condições didáticas (Mantoan, 2003). A perspectiva inclusiva coloca que é preciso repensar o ensino a partir da diversidade dos

estudantes, reconhecendo que os desafios da inclusão não são exclusivos de um grupo específico, mas refletem um problema mais amplo da organização escolar (Mantoan, 2003; Rodrigues, 2006).

As pesquisas sobre inclusão escolar frequentemente abordam a necessidade de adoção de uma medida educacional de acessibilidade como estratégia para viabilizar a aprendizagem dos alunos com necessidades específicas (Mendes; Gomes; Caporale, 2021; Dias, 2023; Palmeira; Milli, 2023; Petitfour, 2023). No entanto, como evidenciado nas discussões do capítulo 2, essas investigações tendem a se concentrar no impacto dessas medidas sobre a atividade do aluno, sem examinar com profundidade as respostas e transformações que elas geram na situação do professor.

A exigência de organizar ou reorganizar o meio (por meio de materiais acessíveis, metodologias diferenciadas ou flexibilizações curriculares) não se apresenta de forma isolada, mas se inscreve na atividade docente “comum”, modificando as condições sob as quais o professor atua e toma decisões. Além disso, como discutido, a interação do professor em um contexto inclusivo não se dá exclusivamente com o aluno com deficiência, mas sim com toda a turma na qual esse aluno está inserido.

A estruturação do meio para favorecer a participação de um estudante com necessidades específicas não ocorre de forma dissociada da dinâmica coletiva da classe, tornando evidente que a inclusão modifica não apenas as condições de ensino do aluno-alvo, mas também a própria organização da atividade como um todo.

Pesquisas analisadas (Toullec-Théry; Nédélec-Trohel, 2009; Assude *et al.*, 2014; Bocchi, 2014; Booms, 2022) indicam que a presença de um aluno com deficiência pode influenciar tanto as estratégias do professor quanto a forma como os demais alunos interagem com o meio, evidenciando que a inclusão não é um fenômeno restrito ao indivíduo, mas sim um processo que reconfigura o ensino em nível coletivo.

iii) As orientações legais e institucionais em prol da inclusão redefinem o trabalho dos professores

A implementação da inclusão escolar pode gerar transformações na atividade docente, pois exige do professor a (re)organização de suas estratégias didáticas. Como discutido na seção 3, a escola inclusiva demanda que os professores atuem em um cenário no qual diferentes orientações institucionais coexistem. Essa realidade faz com que os docentes precisem arbitrar entre as diretrizes curriculares, as exigências legais e as necessidades individuais dos alunos. O impacto dessa coexistência de orientações aponta que muitos professores se sentem

despreparados para lidar com as demandas da inclusão (Rodrigues, 2006; Faria e Camargo, 2021).

Além disso, estudos demonstram que a presença de alunos com deficiência modifica as dinâmicas de ensino (Lewi-Dumont, 2015; Booms, 2022). Esses resultados dialogam com a inclusão dos professores na inclusão escolar (Bastos, 2021). Embora a necessidade de inclusão já seja reconhecida há muito tempo, o suporte oferecido pelos órgãos responsáveis ainda está longe de corresponder aos desafios enfrentados no cotidiano escolar, o que faz com que a realidade inclusiva permaneça, muitas vezes, restrita aos discursos oficiais.

Diante dessas discussões, torna-se evidente que a inclusão de alunos com deficiência deve ser encarada também como a inclusão dos professores nesse processo. A exigência de atender às necessidades específicas dos alunos impacta diretamente a situação do professor, que pode modificar suas condições de trabalho, suas tomadas de decisão e sua relação com a classe como um todo.

Nesse sentido, detivemo-nos especificamente no aspecto da situação que o professor vivencia na inclusão, reconhecendo que essa dimensão ainda é pouco explorada nas pesquisas. Ao buscar um caminho para questionar essa situação, encontramos na Didática da Matemática um referencial que permite analisá-la de maneira mais estruturada (Margolinas, 2004b).

Na seção 4, adotamos um quadro teórico da Didática da Matemática, especificamente a TSD, voltada para a análise de situações de ensino e aprendizagem. Os estudos de Margolinas sobre a estruturação da relação entre a situação do aluno e a situação do professor nos pareceram particularmente relevantes. Diante disso, direcionamos nosso foco para a situação do professor, sobre a qual incidem possibilidades e restrições determinantes, em um contexto no qual esses docentes estão sujeitos a diferentes níveis de decisão, entre os quais precisam arbitrar.

Nesta seção, descrevemos como o quadro teórico adotado, mais precisamente o postulado de que o professor tem uma situação, nos permite analisar sua atividade no contexto da inclusão a partir de uma perspectiva didática.

Os níveis de atividade do professor (Margolinas, 2002; Margolinas; Coulange; Bessot, 2005), nos levam a compreender que a tomada de decisões do professor ocorre em diferentes camadas de sua atividade. No contexto da inclusão de alunos com deficiência, o professor deve atender tanto às condições usuais relacionadas à aprendizagem em sala de aula quanto às exigências específicas da inclusão de alunos com deficiência.

5.1 Questão da pesquisa e declaração da tese

O professor tem uma situação na qual deve tomar decisões em todos os níveis de sua atividade (Margolinas, 2002). Como sujeito em interação com um meio, o professor transforma também seu próprio ponto de vista, na medida em que age sobre o meio (por exemplo, ao propor problemas), antecipa as informações que poderá receber (como as respostas dos alunos) e recebe retroações (por exemplo, quando os problemas não produzem os efeitos esperados). Essa dinâmica pode levá-lo a refletir sobre sua atividade e, eventualmente, a modificar suas escolhas didáticas, portanto, seus conhecimentos.

Como aponta Margolinas (2002), o professor aprende em sua atividade profissional, pois suas interações com o meio permitem tanto a mobilização quanto a transformação de seus conhecimentos. O desenvolvimento do conhecimento do professor se dá também como resultado de um equilíbrio entre sujeito e meio (Margolinas; Bessot, 2024): se a interação com o meio reforça suas antecipações, o conhecimento se estabiliza; mas, quando o meio retroage sobre ele, novas aprendizagens se tornam necessárias (Margolinas, 2004a). Como sujeito em interação com um meio, ele também pode aprender mesmo em situações que não foram construídas com a finalidade de fazê-lo aprender.

A situação do professor pode ser descrita como o conjunto dos diferentes meios com os quais ele interage, cada um situado em um nível específico da estrutura de sua atividade (Margolinas, 2004a).

Como apresentamos na seção 4, no nível 0 (S_0), o meio do professor (M_0) é constituído pela proposição de um trabalho para os alunos. Trata-se da situação de classe propriamente dita. No entanto, esse não é o único meio com o qual interage. No nível +1 ($S+1$), o professor interage com um meio ($M+1$) correspondente à situação didática antecipada, ou seja, à representação que ele constrói da situação da classe antes de sua realização.

No nível +2 ($S+2$), o meio ($M+2$) é constituído pela situação de construção, na qual o professor organiza a sequência de aulas a partir de uma problemática didática situada dentro de um tema matemático. No nível +3 ($S+3$), o professor interage com um meio ($M+3$) que corresponde à situação noosférica, composta por concepções mais amplas sobre o ensino, os valores educacionais mobilizados, as diretrizes curriculares e os imperativos ideológicos que orientam, de forma transversal, a atividade docente.

Finalmente, o modelo inclui o nível -1 ($S-1$), denominado situação de observação, em que o professor interage com um meio ($M-1$) constituído pela atividade do aluno enquanto este enfrenta o problema posto.

A Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva de 2008 e Lei Brasileira da Inclusão de 2015, ao instituir o direito à escolarização dos alunos com deficiência em classes comuns, reorganiza profundamente o que se espera da escola comum, e, consequentemente do trabalho do professor em ser parte dessa missão inclusiva.

Ao introduzir a acessibilidade, entre outros direitos, como princípio jurídico, político, pedagógico e didático, esses dispositivos reposiciona o professor dentro de uma configuração institucional em que os meios com os quais ele interage podem ser atravessados por determinantes que nem sempre se articulam com os conhecimentos já estabilizados de sua prática. No nível noosférico, o imperativo da inclusão se impõe como valor (Nogueira, 2020), mas sua tradução para os níveis +2 e +1, por exemplo, pode exigir reorganizações substanciais que nem sempre encontram suporte prescritivo, formativo ou material (Rodrigues, 2006; Booms, 2022).

O professor se vê assim diante da necessidade de compatibilizar injunções inclusivas, que exigem medidas de acessibilidade específicas e visíveis para a instituição escolar, com outras injunções igualmente imperativas, como, por exemplo, a cobertura curricular e a preparação para exames. Diversos estudos (Toullec-Théry; Nédélec-Trohel, 2009; Grimaud; Saujat, 2011; Booms, 2022; Morás, 2023) mostram que essas injunções não são apenas sobrepostas, mas frequentemente tensionadas, colocando o professor em uma posição de arbitragem constante entre os conhecimentos que já construiu e uma das responsabilidades de seu ofício: garantir o acesso de todos os alunos ao saber.

Essa exigência, contudo, não pode ser reduzida a uma preocupação ética ou prescritiva, pois ela implica pensar, instalar e observar situações em que alunos com deficiência, juntamente com os demais, possam de fato se confrontar com os saberes escolares, reconhecendo-se, ali, como sujeitos legítimos de aprendizagem (Assude, 2019). Trata-se de um desafio que não se esgota na implementação de medidas de acessibilidade ou no acolhimento afetivo, mas que mobiliza o professor em todos os níveis de sua atividade, desde a construção do tema até a gestão da classe e a interpretação das produções dos alunos.

Como defendem Sarralié e Vergnaud (2006), responder às necessidades educacionais específicas de um aluno implica reorganizar as condições didáticas do acesso ao saber, o que remete não apenas à situação de classe, mas também às formas de construção dos projetos de aula, aos critérios de avaliação da aprendizagem e aos conhecimentos do contrato didático.

Isso é particularmente problematizador no caso de deficiências sensoriais, como a baixa visão, que afetam diretamente as formas de interação com o meio material, os modos de formulação e os ritmos de trabalho que podem afetar o ritmo da classe e do professor. A

consideração dessas necessidades específicas pode tanto provocar deslocamentos dos conhecimentos do professor quanto revelar os limites de sua atividade que inibem tais deslocamentos.

É nesse entrecruzamento entre os determinantes institucionais, os meios da atividade docente e os efeitos da inclusão sobre o trabalho do professor que esta pesquisa se inscreve. A pergunta que orienta este estudo pode, assim, ser formulada nos seguintes termos: *O que a consideração das necessidades educacionais específicas de um aluno com baixa visão, em uma sala de aula comum, revela sobre a situação de um professor de Matemática?*

A tese que defendemos neste trabalho é que a consideração das necessidades educacionais específicas de um aluno com baixa visão, em uma sala de aula comum, não constitui apenas uma dimensão suplementar do trabalho docente, mas uma instância de reconfiguração potencial da própria situação do professor.

Com base nos níveis de estrutura da atividade docente proposta por Margolinas (2004b), postulamos que o trabalho do professor é atravessado por diferentes meios com os quais interage, desde o trabalho dos alunos (nível 0) até os valores e importações ideológicas que circulam no espaço escolar (nível +3).

A presença de um aluno com deficiência sensorial desafia esses meios de forma transversal, ao exigir que o professor reveja tanto as condições de instalação de situações quanto os critérios de pertinência dos conhecimentos em jogo em relação ao saber visado. Dessa forma, a acessibilidade didática, entendida como o conjunto de condições que tornam possível a entrada dos alunos em situação (Assude *et al.*, 2014), não se limita a conceber suportes materiais, tecnológicos ou humanos, mas implica reorganizações nos planos didáticos, epistemológicos e institucionais.

Essa reorganização, por sua vez, pode revelar tensões entre a prática comum do professor que se instaura e as tensões introduzidas pelas exigências de inclusão, apontando para uma redefinição possível dos conhecimentos do professor. Ao focalizar a situação de um professor de Matemática diante de um aluno com baixa visão, esta pesquisa busca compreender como se configuram, em sua prática, os efeitos didáticos, epistêmicos e profissionais dessa consideração.

5.2 Objetivos da pesquisa

Conforme apontado por diversas investigações no campo da Didática da Matemática, a constituição desse campo teórico decorreu da necessidade de compreender as condições que

favorecem a aprendizagem matemática. Desde as formulações de Brousseau (1998) sobre a Teoria das Situações Didáticas até os desenvolvimentos da Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1992), e da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990), o campo consolidou-se em torno do estudo das interações entre os sujeitos em situações na apropriação dos saberes.

No mesmo sentido, pelo menos a nível nacional, pesquisas voltadas para uma educação matemática inclusiva mostram que a consideração das necessidades educacionais específicas não deve ser dissociada do estudo mais amplo dos processos de ensino e aprendizagem. Como destacam Nogueira, Farias e Morás (2020), as investigações nessa área frequentemente recorrem a referenciais oriundos da psicologia e das ciências cognitivas.

Consideramos que podemos encontrar na Didática da Matemática um suporte teórico para compreender como diferentes configurações didáticas podem favorecer a inclusão de qualquer aluno, em termos de acessibilidade (Sarralié; Vergnaud, 2006; Assude *et al.*, 2014; Booms, 2022).

5.2.1 *Objetivo geral*

Investigar, a partir de uma perspectiva didática, o que a consideração das necessidades educacionais específicas de um aluno com baixa visão, em uma classe comum, revela sobre a situação do professor de Matemática.

5.2.2 *Objetivos específicos*

Com relação aos objetivos específicos, que conduzem ao alcance do objetivo geral, podemos elencar os seguintes:

- ✓ Identificar os determinantes institucionais e de apoio à inclusão que incidem sobre a atividade do professor diante da presença de um aluno com baixa visão, considerando os recursos disponíveis e as restrições que a condicionam.
- ✓ Analisar como o professor organiza e ajusta suas ações em diferentes níveis da atividade docente, à medida que responde às exigências de acessibilidade didática como constituinte da dinâmica inclusiva de um aluno com baixa visão.
- ✓ Examinar os meios de acesso ao saber matemático desenvolvidos nas situações propostas pelo professor, como parte constitutiva das medidas de acessibilidade para um aluno com baixa visão.

- ✓ Interpretar os efeitos da consideração das necessidades específicas de um aluno com baixa visão revelados sobre a situação do professor de Matemática e seus conhecimentos.

Após delinear a questão de pesquisa, voltamos agora para as estratégias metodológicas que sustentam este estudo. A pergunta inicial e as hipóteses que dela decorrem impõem um desafio metodológico que pode ser formulado nos seguintes termos: como acessar e analisar as dimensões práticas do trabalho docente, em particular no que se refere ao planejamento, à ação em sala e à observação do professor?

E, ainda: como reconstruir a situação desse professor, de modo a identificar os determinantes mais salientes que orientam suas escolhas e que, potencialmente, afetam as condições de inclusão de um aluno com baixa visão, especialmente no que diz respeito à acessibilidade didática? Esse direcionamento metodológico será detalhado na próxima seção.

6 ENQUADRAMENTO METODOLÓGICO

Nesta seção, apresentamos como constituímos o material de pesquisa e detalhamos as escolhas metodológicas adotadas. Nossas decisões se ancoram na questão de investigação e ao objeto de estudo. Investigar e compreender a situação do professor requer a adoção de técnicas de pesquisa que considerem os limites e as possibilidades de reconstituição da situação que esse profissional tem (Margolinas, 2004a). Diante disso, adotamos um ponto de vista didático para analisar os efeitos da inclusão, enquanto orientação educacional, sobre a atividade comum do professor de Matemática em classes comuns.

Ao adotar essa perspectiva, fazemos uma escolha que nos abre possibilidades analíticas potentes, ao mesmo tempo que impõe desafios, dado que situamos a complexidade da inclusão de alunos com deficiência a partir de um quadro teórico que possui um corpus de conceitos e circunscrições analíticas próprias, como a Didática da Matemática de influência francesa.

Nossa proposta se estrutura em cinco subseções. Na primeira (6.1), discutimos elementos da nossa pesquisa, especificando o tipo de abordagem adotado e revisitando os desafios que temos neste estudo, os quais são indissociáveis de um conjunto de fatores empíricos, teóricos e éticos. Na segunda (6.2), apresentamos o processo de constituição do material de pesquisa, enfatizando as escolhas metodológicas realizadas e as limitações enfrentadas ao longo do percurso investigativo.

A terceira seção (6.3) explora as estratégias técnicas empregadas na produção de dados, destacando as articulações entre ação, observação e reflexão. Na quarta seção (6.4), discutimos o desenho analítico que orientará a apresentação dos resultados e análises, fundamentando-nos no referencial teórico adotado e nas produções realizadas. Na sequência, refletimos sobre as considerações éticas que fundamentam nosso agir na condução desta pesquisa (6.5).

6.1 Tipo de pesquisa

Neste estudo, adotamos uma abordagem qualitativa (Stake, 2011) para analisar a situação do professor quando ensina Matemática a uma classe comum que tem alunos público-alvo da Educação Especial, compreendendo-os dentro da complexidade das ações e decisões didáticas.

Essa abordagem qualitativa nos permite uma análise interpretativa e compreensiva dos fenômenos educacionais, focalizando a sua complexidade a partir das múltiplas perspectivas dos sujeitos envolvidos e das interações que se estabelecem no contexto da prática docente.

Este estudo configura-se como um estudo de caso (Stake, 2011), ao focalizar a interação didática entre um professor de Matemática e um aluno com baixa visão. De caráter exploratório e descritivo, justifica-se pela necessidade de identificar, categorizar e interpretar os determinantes que influenciam a atividade do professor, tomando como ferramenta analítica a estruturação do meio, em um contexto específico marcado pela inclusão escolar.

A abordagem descritiva permite uma análise detalhada das ações, decisões envolvendo a adoção ou não de medidas de acessibilidade, capturando a complexidade das experiências docentes nesse contexto específico (Marconi e Lakatos, 2018). Além disso, possibilita a identificação de padrões emergentes e oferece subsídios para uma análise teórica do fenômeno investigado.

A opção metodológica se justifica, ainda, pela razão de que as interações do professor com o meio podem ser estudadas em um complexo encadeamento de situações (Margolinas, 2004b; Margolinas; Coulangue; Bessot, 2005; Clivaz, 2012). Em cada situação, há conhecimentos mobilizados pelo professor que são quase sempre implícitos, dificilmente formulados pelo docente.

A investigação dessa dimensão implícita dificilmente pode ser conduzida apenas por meio da observação direta de aulas do professor. Por essa razão, nossa metodologia articula diferentes estratégias de produção e análise de dados, combinando observações em sala de aula com entrevistas, buscando capturar mais do que os professores podem falar, mas, sobretudo, as relações de tensão entre intenção e ação didática. Diante das categorizações metodológicas apresentadas, consideramos necessário esclarecer alguns pontos sobre o posicionamento deste estudo.

6.2 Contribuições e desafios epistêmicos de uma problematização didática da educação inclusiva

É essencial reafirmar o posicionamento desta pesquisa, que se inscreve em um ponto de vista didático voltado à análise da situação do professor em aulas comuns com inclusão de alunos com deficiência visual. Isso não implica, contudo, uma individualização do ensino no sentido de um ensino separado para esse aluno. Pelo contrário, todos os alunos investem coletivamente no meio instalado pelo professor, ainda que nem todos necessariamente mobilizem os mesmos conhecimentos ou invistam na mesma situação. O conceito de bifurcação (Margolinas, 2005a), permite compreender esse fenômeno.

Outro ponto é que nossa análise não se concentra em descrever boas práticas ou avaliar a eficácia de estratégias de inclusão, mas em compreender como o professor se situa na organização didática da aula, os desafios que enfrenta e os mecanismos pelos quais ele ajusta sua ação. O que se investiga, portanto, é o funcionamento do sistema didático na presença de alunos com deficiência visual, e não necessariamente a eficácia do desenvolvimento profissional docente.

Nossa pesquisa tem, antes de tudo, um objetivo epistêmico, pois busca descrever e analisar o lugar do professor na estrutura didática de uma aula de Matemática em condições de estabelecer (ou não) princípios inclusivos, ao mesmo tempo que considera o ensino de um saber.

O estudo se ancora em uma ferramenta heurística potente, em que a estrutura da situação de ensino é objeto de análise, permitindo identificar tensões, desajustes e fenômenos que deslocam o equilíbrio do professor em situação (Margolinas, 2004b).

Nossa análise parte da dinâmica da aula e do funcionamento do sistema didático. O aluno com deficiência visual está inserido em um ambiente de aprendizagem comum, no qual o professor organiza a aula considerando as condições didáticas que estruturam esse meio, o que pode possibilitar a mobilização de conhecimentos em situações.

A pesquisa, assim, se insere em um quadro de estudos que não busca otimizar práticas docentes, mas compreender o que acontece quando a estrutura didática enfrenta desafios específicos, neste caso, a inclusão de alunos com deficiência visual pode ser um fator desafiante para o professor.

6.2.1 Consequências sobre a análise da situação do professor

Esta pesquisa não foi ensejada por um dispositivo didático que intencionou a modificação dos conhecimentos do professor. No entanto, é possível que as técnicas empregadas levem o próprio professor a refletir sobre sua ação.

Dada a complexidade da situação do professor, marcada por exemplo por observações descontínuas e decisões tomadas em tempo real (Vignon, 2024), o professor parece não dispor de um capital de tempo e espaço que lhe permita realizar reflexões sistemáticas que ultrapassem os níveis da ação e que resultem em formulações sobre o que observa (Margolinas; Coulange; Bessot, 2005; Margolinas; Rivière, 2005).

O conhecimento que ele desenvolve permanece essencialmente implícito e vinculado à ação, pois sua atividade se estrutura em torno de respostas situadas e ajustadas ao contexto da aula, sem necessariamente passar por um processo de reflexão sobre as ações e decisões tomadas (Maurice, 2006). Essa circunstância é amplificada pela ausência de uma instituição –

no sentido de Chevallard (1992) – que valide coletivamente seus conhecimentos (Margolinas, 1999a; Margolinas; Laparra, 2021).

O fato de ser observado ou interpelado por um pesquisador, ao justificar ou explicitar suas escolhas, pode provocar deslocamentos na reflexão do professor, tornando algumas de suas intuições didáticas formuláveis, ainda que de maneira fragmentada (Margolinas, 2005a; Vignon, 2024). Esse efeito não resulta de um dispositivo formativo deliberado, mas da própria dinâmica da pesquisa, que o confronta com a necessidade de articular aquilo que, em sua prática profissional cotidiana, permanece no domínio do tácito.

Por isso, nosso estudo não se caracteriza como uma pesquisa formativa: não há intenção de preparar o professor ou induzir mudanças em sua prática. A investigação ocorre sobre um meio já existente, sem intervir diretamente sobre ele. Consideramos que há uma distinção fundamental entre analisar como o professor ajusta sua ação e projetar uma intervenção para que ele o faça. Nossa pesquisa situa-se no primeiro caso.

Assim, o ponto de vista didático que adotamos condiciona a forma como a pesquisa é conduzida. Nosso objetivo é situar a organização da aula em um contexto marcado pela heterogeneidade dos alunos e de suas particularidades e identificar os momentos em que os conhecimentos didáticos do professor se desestabilizam ou mesmo se mantêm, em termos de suas decisões.

A seguir, apresentamos a contextualização do ambiente investigado, a caracterização dos participantes e a descrição detalhada das estratégias de produção e análise de dados empregadas neste estudo.

6.3 Corpus de análise

Decidir sobre o material de pesquisa nos faz voltarmos a discussões metodológicas em pelo menos duas perguntas: como acessar e analisar as dimensões do planejamento, da ação em sala e da observação do professor? E como reconstruir a situação que o professor tem?

O quadro teórico que adotamos, isto é, a estruturação do meio, exige a articulação entre elementos potencialmente observáveis e aqueles que, embora não imediatamente acessíveis, podem ser inferidos a partir das evidências documentadas da atividade do professor. Isso se justifica pelo fato de que, na pesquisa didática, a compreensão das decisões do professor em situação não pode se apoiar apenas no que é diretamente observável. É necessário recorrer a uma estrutura que permita interpretar e reconstruir essas escolhas a partir das interações e dos recursos disponíveis (Rivière; Vignon; Margolinas, 2021).

Além disso, a própria atividade de observação do professor (P-1) em sala de aula se constrói sobre um “texto lacunar”, no qual ele formula hipóteses a partir de observações fragmentadas: “Interrogamos a reconstrução do real do trabalho do professor, que se encontra em uma situação de ‘texto lacunar’. Buscamos meios de dar conta dessa observação descontínua, semelhante a um ‘texto com lacunas’, que frequentemente é ignorada”⁵⁷(Rivière; Vignon; Margolinas, 2021, p. 36).

6.3.1 Considerações sobre a estruturação do meio e os níveis de análise

A estruturação do meio, conforme desenvolvida na TSD, mostrou-se muito mais do que um instrumento de organização categórica de situações e meios. Trata-se de uma ferramenta heurística potente para compreender a dinâmica entre o aluno, o professor e conhecimentos em jogo visando um saber (Margolinas, 2004b). A potência heurística da estruturação do meio reside na sua capacidade de descrever as diferentes camadas da situação, revelando as tensões e/ou alinhamentos que podem surgir entre componentes do meio de cada nível (Margolinas, 2002).

Margolinas (2004b) considera essa estruturação como ferramenta para interpretar como os elementos do meio influenciam as tomadas de decisão do professor e as interações com os alunos. Essa estrutura nos permite examinar como uma questão de uma tarefa, as interações e o contrato didático condicionam a aprendizagem.

Como destacamos na seção do referencial teórico (seção 4), a “densidade” do meio é estruturada levando em conta de forma simultânea as possibilidades e restrições em cada nível, orientando uma organização, mas também uma análise da atividade dos sujeitos sem necessariamente determinar rigidamente seus percursos cognitivos, mas estruturá-los.

Dessa forma, considerar a estruturação do meio como aporte teórico nos permite ir além da observação do que ocorre em sala de aula, favorecendo uma reconstrução inferencial das dinâmicas de ensino e aprendizagem e ampliando nossa compreensão sobre os conhecimentos em situações.

Contudo, essa reconstrução não é óbvia, pois o professor, enquanto interage com os alunos seja em ação (nível 0) ou observando (nível -1), pode simultaneamente mobilizar conhecimentos que impactam níveis superiores, como o planejamento da aula (nível +1) e até mesmo níveis mais altos (+2 e +3) (Margolinas, 2004b; Lima, 2011; Coulange, 2012).

⁵⁷ « Nous avons ensuite interrogé la reconstruction du réel du travail du professeur, qui se trouve dans une situation de « texte lacunaire ». Nous avons cherché des moyens de rendre compte de cette observation lacunaire similaire à un « texte à trou », qui est souvent ignorée » (Rivière, Vignon e Margolinas, 2021, p. 36).

Diante da “transitividade” entre os níveis de análise, muitos estudos, a depender do objetivo, têm optado por uma estrutura metodológica plural, combinando diferentes técnicas de produção de dados para garantir uma compreensão mais abrangente e articulada dos fenômenos investigados.

De fato, investigar classes ordinárias implica enfrentar desafios metodológicos significativos, sobretudo quando o objetivo é compreender os fenômenos didáticos que ali se desenrolam. Um dos principais desafios reside na identificação das situações em que os sujeitos (alunos, professores) estão, uma vez que essas situações não são necessariamente claras ou reconhecíveis para os próprios participantes (Margolinas, 2000).

A dificuldade de determinar essa situação exige a construção de ferramentas e técnicas analíticas específicas, capazes de revelar as dinâmicas e os processos que constituem o cerne da atividade didática (Margolinas, 1995; Coulange, 2012). Uma das questões centrais nesse tipo de pesquisa é a “transitividade” entre os diferentes níveis de análise, que vão do macro (como políticas educacionais e programas oficiais) ao micro (como as interações em sala de aula e a produção dos alunos).

Para lidar com essa complexidade, muitos trabalhos adotam múltiplas técnicas de produção de dados, buscando capturar a riqueza e a multidimensionalidade dos fenômenos didáticos. Nesse sentido, a pesquisa em Didática da Matemática tem recorrido a métodos diversificados, como observações detalhadas, análise de produções discentes e docentes, e estudos documentais, com o objetivo de desvendar as múltiplas camadas que compõem o ensino e a aprendizagem (Margolinas; Rivière, 2005; Coulange, 2012; Margolinas; Goigoux, 2014; Espindola; Trgalová, 2015; Margolinas; Laparra, 2017; Neves, 2022; Vignon, 2024).

A análise do planejamento do professor pode possibilitar identificar, pelo menos em parte, como ele projeta sua ação antes da aula, no entanto trata-se de uma atividade muito privada (Margolinas; Rivière, 2005). Para isso, entrevistas realizadas previamente podem possibilitar a identificação das intenções didáticas, a organização das tarefas e as previsões de gestão da turma (Booms, 2022; Vignon, 2024).

Durante a aula, a observação e a gravação das interações fornecem elementos para identificar os ajustes feitos pelo professor, sua interpretação sobre o andamento da atividade dos alunos e as decisões tomadas em tempo real (Hersant, 2010; Espindola, Silva e Júnior, 2020). O estudo de documentos institucionais e registros de planejamento, auxilia na compreensão das referências que orientam a construção das aulas (Margolinas; Rivière, 2005).

O exame das produções dos alunos pode fornecer informações sobre suas estratégias de resolução e eventuais desafios de acessibilidade (Booms, 2022). A transcrição e análise dos

turnos de fala registrados possibilitam identificar reformulações, conclusões e outras operações discursivas associadas à organização das tarefas e à dinâmica da aula (Margolinas, 2004b; Chappet-Pariès; Robert, 2014).

Dado que os conhecimentos do professor em situação podem permanecer implícitos e não são sempre verbalizados, a análise se apoia também na reconstrução inferencial dos elementos que estruturam suas decisões. Esse processo permite compreender como diferentes níveis de decisão interagem na organização do ensino e como as condições do meio influenciam as escolhas didáticas.

6.3.2 *Definição da amostra: delimitações e justificativas*

Nosso interesse de pesquisa é por situações de classes ordinárias, buscando aproximar-se das práticas cotidianas do professor com o mínimo de interferência. Reconhecemos que a presença do pesquisador, munido de dispositivos como câmeras e microfones, pode inicialmente gerar apreensão ou a sensação de julgamento por parte do professor.

No entanto, essa impressão foi sendo relativizada à medida que a pesquisa avançava, especialmente devido à minha inserção contínua na sala de aula por quase cinco meses. Esse período prolongado permitiu a construção de um ambiente de confiança e familiaridade entre os participantes, reduzindo possíveis resistências e garantindo uma observação mais próxima da dinâmica cotidiana da sala de aula.

Ao longo do processo, essa impressão tende a ser relativizada à medida que a interação entre pesquisador e participantes se estabelece de forma ética e colaborativa. Além disso, buscamos estratégias para garantir que a observação fosse conduzida com sensibilidade e respeito, priorizando a captação da dinâmica real da sala de aula e permitindo que o professor e os alunos se sentissem confortáveis.

Nesse sentido, por exemplo, optamos por utilizar microfones de lapela com alunos sorteados aleatoriamente nas aulas anteriores ao estudo de progressões aritméticas (PA), de modo a familiarizar a turma com o equipamento e evitar que sua presença fosse associada exclusivamente aos alunos com necessidades específicas visíveis institucionalmente. Apenas nas aulas em que o conteúdo de PA foi abordado é que os microfones foram atribuídos especificamente a esses alunos.

A condução da pesquisa exigiu uma série de decisões metodológicas que impactaram diretamente a seleção dos contextos de estudo, os períodos de observação e os fenômenos a serem analisados. As escolhas feitas foram guiadas por questionamentos: O que investigar? A partir de quais premissas? Quem colaborará na produção dos dados? Quando e onde as

investigações serão realizadas? Tais reflexões estruturaram o percurso investigativo, alinhando-se à perspectiva de que a construção metodológica envolve escolhas contínuas e adaptáveis ao contexto, conforme apontam estudos sobre investigações qualitativas (Costa; Bujes, 2005).

6.3.2.1 Participantes da Pesquisa

O material da pesquisa está concentrado na observação da ação didática de um professor de Matemática, identificado pelo pseudônimo Elon. Com graduação e mestrado na área, atua no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), lecionando para turmas do primeiro ano do Ensino Médio integrado⁵⁸ e turmas do Ensino Superior. O foco da pesquisa recai sobre uma das turmas do Ensino Médio, especificamente a do curso de Informática, na qual está matriculado um aluno com baixa visão.

Inicialmente, pretendíamos estudar a situação de um professor de Matemática no contexto da inclusão, sem delimitação específica quanto ao tipo de necessidade específica. Com a efetivação das matrículas no IFPB, identificamos o caso de Gael, um aluno com baixa visão, permitindo um aprofundamento específico.

Gael, com 18 anos, ingressou no IFPB pelo Processo Seletivo para os Cursos Técnicos Integrados (PSCT) de 2024 na categoria de aluno com deficiência. Ele é assistido pela Coordenação Local de Acessibilidade e Inclusão (CLAI)⁵⁹, órgão institucional vinculado ao Programa TEC NEP – Educação, Tecnologia e Profissionalização para Pessoas com Necessidades Educacionais Especiais⁶⁰, que tem a função de mediar e garantir acessibilidade aos estudantes com deficiência.

Além de Gael, a investigação também identificou que ele costumava sentar-se ao lado de Sophia, uma colega que também relatou dificuldades visuais. Contudo, a condição de Sophia só foi formalmente reconhecida pela CLAI quando a pesquisa já estava em andamento, o que inviabilizou sua inclusão como foco também do estudo.

⁵⁸ O Ensino Médio Integrado, conforme instituído pela Lei nº 11.892/2008, que cria a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, consiste em uma modalidade na qual o estudante cursa, de forma articulada, o Ensino Médio e um curso técnico de nível médio.

⁵⁹ Nomenclatura atual para NAPNE - Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Específicas. A resolução 6/2024 da reitoria do IFPB dispõe sobre o regulamento das Coordenações de Acessibilidade e Inclusão, disponível em < <https://www.ifpb.edu.br/orgaoscolegiados/consuper/resolucoes/ano-2024/resolucoes-aprovadas-pelo-colegiado/resolucao-no-06> >. Acesso em: 24 abr. 2024.

⁶⁰ Programa ligado à SETEC/MEC que busca a inserção e o atendimento aos alunos com necessidades educacionais especiais nos cursos de nível básico, técnico e tecnológico dos Instituições Federais de Educação (IFEs), em parceria com os sistemas estaduais e municipais, bem como o segmento comunitário.

Da mesma forma, outro aluno da turma, Luís, foi identificado na planilha da CLAI como estudante autista, com recomendações institucionais voltadas à adaptação de avaliações. Durante as observações, interações entre Luís e Elon forneceram indícios relevantes para as hipóteses desse estudo, mas, para manter o foco e a profundidade analítica, priorizamos o caso de Gael, mencionando Luís e Sophia apenas quando pertinente.

6.3.2.2 Definição do contexto empírico e recorte metodológico

A escolha do IFPB como local da pesquisa deve-se a três fatores principais: acesso facilitado devido à vinculação do pesquisador à instituição como professor, presença da CLAI oferecendo suporte institucional e a disponibilidade voluntária do professor e do aluno.

A CLAI é uma coordenação que promove um espaço de diálogo entre professores e os profissionais especializados que compreendem as condições específicas dos alunos. Por meio de documentos dessa coordenação, identificamos que Gael apresenta baixa acuidade visual devido a nistagmo horizontal (movimentos involuntários e repetitivos dos olhos) e albinismo. Seu laudo médico indica uma acuidade corrigida de 20/100 no olho direito e 20/200 no olho esquerdo, caracterizando visão subnormal irreversível.

Essas condições implicam dificuldades para captar detalhes, distinguir contrastes e processar informações visuais com rapidez. No caso de Gael, o nistagmo compromete a fixação ocular e dificulta a leitura de textos, gráficos e imagens estáticas, enquanto a fotossensibilidade associada ao albinismo limita sua capacidade de leitura sob diferentes condições de iluminação e contraste.

As intervenções sugeridas pela coordenação incluem o fornecimento de materiais e avaliações com letras ampliadas em tamanho 22 em negrito, bem como slides enviados para o aluno via e-mail ou impresso. Entre as estratégias mencionadas pelo próprio Gael durante o primeiro contato com a CLAI, estava o uso do celular para ampliar textos ao fotografar e dar zoom na imagem. No entanto, ao longo de toda a observação das aulas selecionadas, notamos que ele não mobilizou essa medida.

Ao perguntarmos sobre essa indicação, recebemos a informação de que o próprio aluno forneceu esse dado, mencionando também o uso de lupa. No entanto, essa informação não consta na planilha da CLAI, que nos informou ter fornecido uma lupa nos primeiros momentos de contato, sem que, durante o período de observação, o aluno tivesse feito uso do material.

Na verdade, vamos esclarecer como a CLAI nos informou da coleta dessas informações. Até 2024, a coordenação realizava o primeiro contato com os alunos por meio do telefone

cadastrado na pré-matrícula, frequentemente recorrendo ao WhatsApp para agilizar a comunicação. Em muitos casos, o primeiro contato era feito com os responsáveis legais, mas na maioria das vezes, como no caso de Gael, o contato inicial foi diretamente com o próprio estudante.

A partir de 2025, a CLAI passou a testar um primeiro contato via formulário online, buscando estruturar um perfil preliminar do aluno com base nas dificuldades que ele apontava, nas estratégias que já utilizava e nos suportes necessários para o processo educativo. Esse perfil era então repassado aos professores o mais rapidamente possível.

No caso de Gael, a CLAI relatou ter feito ligações que não foram atendidas, optando então por estabelecer o contato via WhatsApp. A conversa seguiu com perguntas sobre a necessidade específica do aluno, suas principais dificuldades e sugestões de estratégias para atendê-las.

Foi nesse momento que Gael mencionou o uso do celular para tirar fotos e utilizar zoom, bem como o uso de lupa. Como também relatou a necessidade de fonte ampliada, a equipe realizou testes para definir um tamanho confortável de ampliação. Segundo a CLAI, essa etapa foi desafiadora, pois Gael inicialmente evitava o contato direto com o setor. No entanto, à medida que os ajustes foram sendo feitos conforme suas necessidades, a relação com a coordenação se fortaleceu progressivamente.

A identificação de um aluno com deficiência foi delimitada ao primeiro ano do Ensino Médio, pois esse é um período de adaptação do estudante a um novo nível de ensino e, no caso de Gael, também a uma instituição diferente, que oferece, inclusive, um curso técnico em Informática.

Optamos por analisar o ensino de progressões aritméticas (PA) por duas razões principais. Primeiramente, essa escolha está relacionada a uma variável institucional do local de pesquisa, pois as aulas que abordam esse conteúdo ocorreram no final do ano letivo, o que nos permitiu organizar a observação em campo de maneira planejada. Isso se deve ao fato de que, no ano de 2024, outras atividades de pesquisa já estavam previamente determinadas, correspondendo às atividades desenvolvidas no âmbito do intercâmbio de pesquisa no período de dez meses na *Université Clermont Auvergne*—França. Esse contexto influenciou diretamente na delimitação temporal do estudo e na viabilidade do início da pesquisa em campo.

A escolha do tema também se justifica por sua posição estratégica na organização curricular do primeiro ano do Ensino Médio, que, naquele momento do ano, permitiu ao professor desenvolver uma sequência específica de aulas e possibilitou o acompanhamento sistemático das estratégias didáticas adotadas.

O professor estruturou uma sequência de nove aulas sobre PA, sendo que, em duas dessas aulas, foram aplicadas atividades avaliativas. Essa sequência encerrou um bloco de ensino que incluiu conteúdos anteriores, como função afim e quadrática. Esse recorte se mostrou adequado, permitindo analisar as estratégias docentes e a construção do tema (nível +2).

6.3.3 *Produção de dados*

A construção dos dados desta pesquisa fundamentou-se em três eixos principais. Em um primeiro momento, conduzimos entrevistas antes das aulas, utilizando a notação E_n , na qual n corresponde à semana da aula analisada, sendo E_0 a entrevista inicial. Em seguida, realizamos registros audiovisuais das aulas, captando tanto a dinâmica geral da turma quanto interações específicas. Essas gravações foram, sempre que necessário, complementadas por registros fotográficos da produção dos alunos durante as atividades. Finalmente, promovemos entrevistas de autoconfrontação simples, nas quais momentos selecionados das aulas foram discutidos.

Paralelamente, mantivemos diálogos informais frequentes com a equipe da CLAI. Algumas informações dessas conversas, por sua natureza pública, são mencionadas ao longo deste trabalho, enquanto outras, por envolverem aspectos sensíveis de ordem pessoal dos envolvidos, permaneceram resguardadas por princípios éticos de confidencialidade.

Ainda durante o intercâmbio na França, realizamos uma videoconferência com Gael, de caráter exploratório, para compreender sua adaptação ao IFPB. Por critérios éticos, essa conversa não integrou diretamente a análise, mas contribuiu para aprofundar a compreensão do contexto investigado.

6.3.3.1 *Entrevista antes da aula*

Cada sequência de aulas semanais foi precedida por uma entrevista semiestruturada com o professor, na qual buscamos compreender o plano de aula que estava por vir. O objetivo principal dessa entrevista foi produzir dados sobre as intenções didáticas do professor antes do desenvolvimento das aulas. Como apontam Silva et al. (2006), a entrevista qualitativa possibilita a apreensão detalhada das crenças, atitudes e valores dos participantes, tomamos aqui esses últimos termos como expressões de conhecimentos em situação (Margolinas, 2002).

Essas entrevistas também nos permitiram começar a análise das tarefas que o professor pretendia propor aos alunos. As entrevistas foram gravadas em áudio e ocorreram antes de cada sequência semanal de aulas, e não antes de cada aula individualmente.

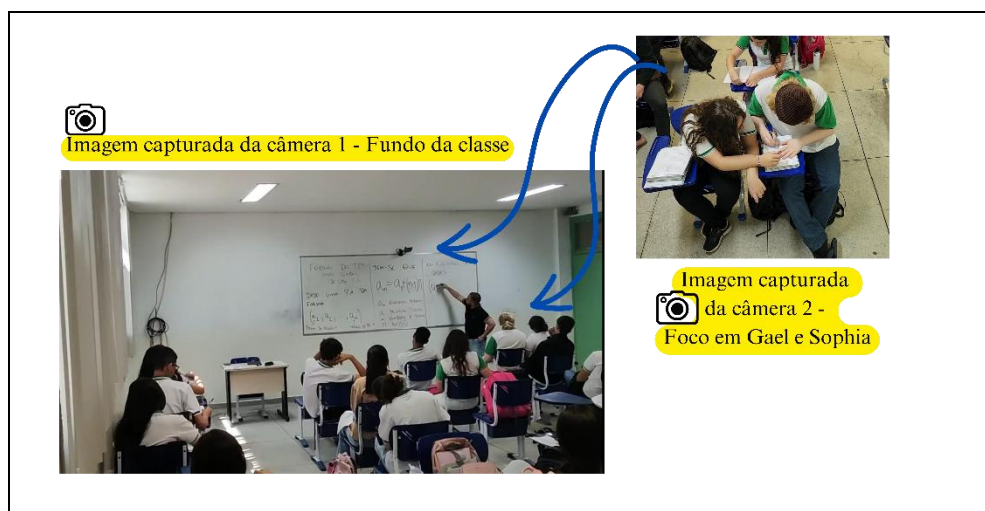
Essa escolha se deve ao formato institucional do local da pesquisa: os alunos do primeiro ano do Ensino Médio, no curso de Informática, tinham três aulas de Matemática por semana. No caso do professor Elon, todas ocorrem no mesmo dia (duas pela manhã e uma à tarde). Isso sugere que ele tende a planejar as três aulas como uma unidade. Por esse motivo, a entrevista foi estruturada para abordar o conjunto das aulas da semana.

Optamos por uma abordagem semiestruturada, com perguntas base para direcionar a conversa, mas permitindo adaptações conforme as respostas do professor. Nossas perguntas foram formuladas para explorar as decisões do professor, priorizando “como” em vez de “por que”. Essa escolha metodológica se baseia na ideia de que perguntas diretas sobre motivações podem levar o professor a respostas defensivas e justificativas, em vez de permitir uma reconstrução natural de suas práticas (Boni e Quaresma, 2005). Perguntas baseadas em “como” incentivam o professor a descrever sua ação em detalhes, e os “porquês” podem emergir mais espontaneamente.

6.3.3.2 Observação das aulas

Considerando a estruturação do meio como quadro teórico-metodológico que fundamenta esta pesquisa e os objetivos delineados, torna-se essencial realizar uma análise detalhada das situações efetivamente instaladas pelo professor para descrever seu desenvolvimento. Para isso, optamos pela captação em vídeo, possibilitando registrar as aulas.

Para viabilizar uma análise aprofundada, utilizamos duas câmeras para a filmagem (figura 10). A primeira câmera, posicionada ao fundo da classe, captava um plano amplo, permitindo acompanhar o desenvolvimento geral da aula. A segunda câmera, focada especificamente em Gael, foi instalada acima do quadro, de forma a captar seus elementos de trabalho, reações e comportamentos.

Figura 10 - Configuração das câmeras para observação da sala de aula

Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

Nas duas primeiras sequências de aulas, utilizamos microfones de lapela conectados à câmera direcionada a Gael, com um microfone colocado no professor e outro no próprio Gael. No entanto, percebemos que o barulho da sala e a projeção da voz do professor interferiam significativamente na captação do áudio de Gael. O professor, por ter uma voz ressonante, acabava cobrindo a fala de Gael quando ele interagia com Sophia, sua colega de carteira, que frequentemente o auxilia nas atividades, conforme relatado pelo professor, reduzindo a inteligibilidade do áudio.

A partir das aulas seguintes, decidimos modificar a estratégia: o microfone de lapela foi colocado em Gael e em Sophia. Esse ajuste visava recuperar os elementos do discurso, permitindo objetivar melhor a captação do desenvolvimento das aulas.

Devido a fatores institucionais do local da pesquisa, algumas aulas seguiram o cronograma original (3 aulas no mesmo dia, sendo em turnos diferentes), enquanto outras foram reajustadas conforme organização da instituição ou mesmo do professor. No quadro 6, detalhamos quais aulas foram gravadas, utilizando a notação A_n , em que n representa a ordem da gravação.

Quadro 6 – Organização das aulas gravadas

Semana	Data	Aula	Assunto	Quantidade de horas-aula
1	28/11	A_{0a}^*	Introdução à PA (definição, razão e crescimento)	1
	29/11	A_{0b}^*	Termo geral de uma PA	2
2	05/12	A_1^{**}	Correção coletiva de exercícios	1
3	12/12	A_2	Soma dos primeiros termos de uma PA	3
4	19/12	A_3^{***}	PA	2

* As aulas da primeira semana ocorreram em dias consecutivos. Para diferenciá-las, utilizamos a notação A_{0a} para se referir à aula do primeiro dia e A_{0b} para as aulas do segundo dia.

** Na segunda semana, o professor dedicou apenas uma aula ao estudo de PA. As outras duas aulas, realizadas no dia 06/12, foram destinadas à aplicação de recuperação e reposição de conteúdos da unidade anterior, motivo pelo qual não foram consideradas na análise da pesquisa.

*** Na semana correspondente, não foi possível realizar a entrevista antes das aulas, pois o professor esteve indisponível para essa atividade, envolvido em compromissos administrativos e pedagógicos relacionados ao encerramento do ano letivo. No entanto, houve uma comunicação via *WhatsApp*, na qual o professor explicou que aplicaria uma atividade individual de pesquisa, permitindo-nos antecipar parte de sua intenção didática para a aula.

Fonte: Elaboração do autor (2025)

Cada hora-aula corresponde a 50 minutos. Em algumas semanas, houve aulas conjugadas, como as que ocorreram no dia 29/11, resultando em problemas técnicos nos últimos minutos de gravação devido à bateria baixa dos microfones. Isso gerou ruídos e falhas no registro de áudio, tornando difícil recuperar algumas falas de Gael. O microfone da câmera de fundo foi utilizado como recurso alternativo, mas, devido à posição de Gael na primeira fileira, sua voz tornou-se quase inaudível. Esse problema também se manifestou em momentos de análise mais aprofundada, como exploraremos adiante.

Para lidar com essas limitações, realizamos uma entrevista complementar (Apêndice D) com alguns alunos, incluindo Gael, como forma de reconstruir seus investimentos na situação instalada pelo professor. Essa entrevista ocorreu uma semana após a aula do dia 29/11, ou seja, no dia 05/12, antes da aula de Matemática, com quatro alunos selecionados por terem interagido diretamente com as perguntas e propostas do professor. Além disso, realizamos entrevistas individuais com Gael e Sophia, que ocorreriam no mesmo dia, mas, devido a questões pessoais e de saúde de Gael, foram remarcadas para o dia seguinte.

Quando aplicável, quando existiam registros escritos de Gael foram igualmente fotografados em via de enriquecer os elementos relativos a seu trabalho individual. De outros alunos também foram considerados, em via de compreender que o ambiente de aprendizagem de Gael é coletivo, seus colegas convivem e partilham da situação que é instalada pelo professor durante as aulas.

Essa configuração de duas câmeras foi destinada a permitir duas identificações, a primeira de elementos específicos de Gael que são normalmente inacessíveis pela captação de vídeo no fundo da classe, mas também porque a observação do professor da atividade de um ou mais alunos não é contínua, antes é constituída por saltos que o professor não observou diretamente, diante da organização da aula em atendimento a um coletivo (Vignon, 2024).

Essa captação dirigida a Gael nos foi útil para o enriquecimento da reconstituição do seu ponto de vista, mas vale lembrar que o acesso ao trabalho do aluno gravado é limitado as suas ações e falas, não temos como acessar o que Gael pensa durante as aulas, na medida que não realizamos entrevistas em relação a todas as situações que serão analisadas neste trabalho.

6.3.3.3 Entrevista de autoconfrontação

O método da autoconfrontação, concebido no âmbito da análise das situações de trabalho, constitui um dispositivo que revela a complexidade da atividade profissional e instaura um espaço de reflexão (Clot, 2010). Em pesquisas de cunho educacional, durante a entrevista, o professor analisa registros audiovisuais de sua própria prática, o que permite uma reconstrução retrospectiva para exame crítico de suas ações, intenções e decisões (Clot; Faïta, 2000).

Nosso interesse por esse método recai sobre os processos de autoanálise que surgem durante esse retorno à ação. Buscamos identificar os conhecimentos mobilizados ou reconfigurados nesse exercício reflexivo. A entrevista de autoconfrontação simples pode ser mobilizada como um recurso metodológico para interrogar a constituição dos conhecimentos docentes, privilegiando a ação do professor no encontro com a atividade do aluno como centro da análise (Fazion; Lousada, 2016).

Considerando a necessidade de exploração mais aprofundada da atividade em sala de aula, utilizamos a técnica de autoconfrontação fundamentada na clínica da atividade (Clot, 2010), embora nosso quadro teórico principal seja a Teoria das Situações Didáticas. Nossa escolha, em termos metodológicos, justifica-se pela premissa de que a reflexão sobre a ação não ocorre predominantemente em tempo real, mas pode ser facilitada por um dispositivo que coloca o professor em posição de revisitar sua prática.

Estudos sobre a cognição do professor (Maurice, 2006) mostram que, devido às demandas das aulas, os docentes frequentemente desenvolvem estratégias de economia cognitiva, priorizando decisões operatórias para garantir a fluidez das aulas. Como

consequência, muitas decisões e reações não são plenamente conscientes ou verbalizáveis quando ocorrem.

Vignon (2024) sugere que essa técnica é particularmente fecunda porque coloca o professor diante de um paradoxo fundamental: ele ensina, mas não pode observar em tempo real a continuidade do trabalho do aluno. A observação do professor é fragmentária, atravessada por múltiplas interações em sala de aula.

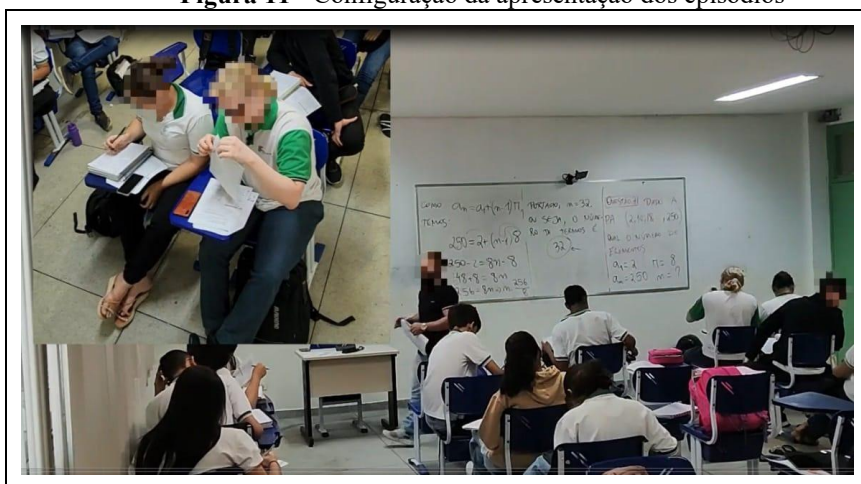
Dessa forma, objetivamos com a entrevista de autoconfrontação interrogar:

- ✚ Como o professor interpreta, a posteriori, as diferenças entre o planejado e o realizado?
- ✚ De que maneira avalia a diversidade de respostas dos alunos?
- ✚ Como compreende a participação de Gael na aula? Haveria dificuldades que antes lhe passavam despercebidas?

Essas questões orientam nossa investigação, não apenas para esclarecer os mecanismos subjacentes à ação e decisão do professor, mas para captar, o que significa ensinar quando se está imerso na atividade do coletivo, mas também do trabalho individual do aluno e, quando se revisita esse ato sob o olhar da memória e da análise.

Para viabilizar a entrevista de autoconfrontação, foi adotado um fluxo estruturado que envolveu a identificação, delimitação e organização dos materiais audiovisuais. Após as gravações das aulas, estas foram revisadas com foco na identificação de elementos-chave relacionados ao objetivo da pesquisa. A seleção dos episódios ocorreu em duas etapas complementares, com base na TSD e na acessibilidade didática, cujos critérios e procedimentos serão apresentados mais adiante.

A entrevista de autoconfrontação foi realizada no local de trabalho do professor e registrada em vídeo para posterior transcrição (Apêndice C) e análise. Nesse processo, o professor teve acesso aos registros escritos de Gael, o que permitiu uma análise mais detalhada de sua atividade. O vídeo apresentado incluía uma visão geral da sala, com destaque sobreposto nas interações de Gael e Sophia (figura 11).

Figura 11 - Configuração da apresentação dos episódios

Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

Os registros escritos de Gael também foram objeto de reflexão durante a autoconfrontação, oferecendo ao professor a oportunidade de avaliar e apoiar-se na atividade realizada pelo aluno nas aulas observadas.

6.4 O tratamento dos dados e procedimentos de análise

Com base em três materiais principais, a entrevista realizada antes das aulas, os registros videográficos e fotográficos das sessões observadas, e a entrevista de autoconfrontação (à qual foram associados os registros escritos de Gael), descrevemos o procedimento adotado para reconstruir a situação do professor com base nos níveis da estruturação do meio.

O objetivo é identificar certos determinantes da situação docente que, em contexto de inclusão de um aluno com baixa visão, possam contribuir (ou não) para a constituição de condições didáticas no ensino de um saber.

Essa análise se inscreve em uma perspectiva realista, que reconhece os limites próprios da atividade do professor em situação: ele age sob restrições de tempo, de recursos e de visibilidade parcial sobre os efeitos daquilo que instala. Nesse sentido, retomamos a importância de considerar que, muitas vezes, apenas as restrições mais visíveis e os recursos mais acessíveis que acabam por exercer um papel efetivo no funcionamento da aula (Laparra; Margolinas, 2008).

O desenho analítico desse trabalho está organizado em duas partes complementares, de modo a articular as considerações do ideário inclusivo à reconstrução das situações observadas. A primeira parte da análise não se configura como uma análise didática no sentido estrito, mas como uma investigação das condições inclusivas que atravessam o ambiente escolar em que atuam o professor Elon e o aluno Gael.

Com base na triangulação de entrevistas (antes das aulas e de autoconfrontação), registros audiovisuais e documentos institucionais, conduzimos uma análise multinível de três dimensões: as estruturas sociais mais amplas que discutem e defendem a inclusão escolar, a organização da escola e suas políticas de apoio à inclusão e a configuração da sala de aula e suas dinâmicas. Em cada nível, em certa medida, as observações e decisões dos sujeitos envolvidos são colocadas em evidência. Em cada um desses níveis, descrevemos as interações potenciais e efetivas que observamos no local da pesquisa ou identificamos no discurso declarativo dos participantes e instituições.

Essa descrição não se limita a relatar práticas declaradas, mas busca identificar consonâncias e dissonâncias entre o que se diz e o que efetivamente se faz para viabilizar a inclusão de Gael. O confronto entre esses elementos permite explicitar tensões ou coerências estruturantes do contexto inclusivo, revelando as margens de ação e os limites operacionais do professor diante das exigências da inclusão. Essa primeira parte da análise constitui, portanto, um referencial empírico e interpretativo, sobre o qual se apoia a segunda parte do tratamento dos dados, voltada à análise de episódios selecionados.

A segunda parte concentrou-se na análise didática dos episódios selecionados, fundamentada sobretudo na TSD. Essa análise foi realizada em duas estruturas: primeiro, por meio de uma análise a priori das situações e em seguida, por meio de uma análise a posteriori, com especial atenção às decisões do professor frente às exigências da inclusão.

Tradicionalmente a metodologia adotada na TSD traz uma distinção entre análise do previsto que é reagrupado sobre a forma de uma análise a priori e aquela que é completada pela análise do desenvolvimento efetivo a posteriori.

Essa relação entre análise a priori e análise a posteriori para investigações que observam situações de classes ordinárias foi problematizada por Margolinas (2004b). A autora ressalta que, nas ciências humanas, e especialmente na Didática, a distinção entre a priori e a posteriori não pode ser rígida, pois há um constante intercâmbio entre essas duas formas de análise.

A própria definição do que será analisado a priori já contém elementos estruturais que podem ser influenciados por observações anteriores e teorias sobre as situações. Como Margolinas (2004b) destaca, a análise a priori é teórica e, idealmente, independente da contingência dos fatos observados. No entanto, Margolinas (2004b) ressalta também que, na pesquisa em aulas ordinárias, essa análise precisa ser “preparada” a partir da observação e da reconstrução das situações.

Dessa forma, há uma interdependência dinâmica entre as duas formas de análise, conforme indicado por Comití, Grenier e Margolinas (1995), que observam que a determinação

das situações efetivas pertence tanto à análise a posteriori quanto à análise a priori. Muitas vezes, a situação da sala de aula não está previamente descrita e precisa ser reconstruída a partir dos dados coletados.

[...] como é bastante natural na observação de aulas ordinárias, torna-se necessário, com base no protocolo, “reconstruir” a situação (que não está descrita em nenhum lugar). A situação assim descrita pode ser objeto de uma análise a priori (como qualquer situação explicitada), mas sua determinação faz parte da análise a posteriori (Comiti; Grenier; Margolinas, 1995, p. 8, grifo das autoras)⁶¹.

Essa reconstrução se dá por meio de idas e vindas entre os observáveis previamente determinados e elementos das observações registradas. Esse processo iterativo é ilustrado por Margolinas (2000) ao discutir a dificuldade de delimitação das situações efetivamente vividas pelos alunos. A análise a priori busca definir os elementos da situação a partir de um modelo teórico, mas a posteriori se verifica que certos fenômenos surgem da interação em sala de aula e que podem ou não ter sido antecipados.

Realiza-se uma análise a priori da(s) situação(ões) determinada(s) pela questão colocada, determinando-se, em particular, as estratégias possíveis e as escolhas do professor. Definem-se os observáveis, por exemplo, para o aluno: as respostas possíveis, o uso de um instrumento, a existência de um determinado traçado; no que diz respeito ao professor: as intervenções possíveis que modificam a situação⁶² (Margolinas, 2000, p. 3, tradução nossa).

Esse deslocamento entre previsões e observação da aula reforça a necessidade de uma flexibilidade, na qual a análise a priori e a posteriori se alimentam mutuamente, em um processo contínuo de refinamento da compreensão das situações.

Margolinas (2004b) enfatiza que o estudo de aulas ordinárias exige técnicas específicas para determinar em que situações os sujeitos se encontram, uma vez que essas situações não são automaticamente reconhecíveis pelos participantes, partindo de um elemento de observação (o texto de um problema ou mesmo enunciado verbalmente). Portanto, a dicotomia entre análise a priori e análise a posteriori deve ser vista mais como uma heurística do que como uma separação rígida de fases no trabalho do pesquisador.

⁶¹ « Mais, comme c'est assez naturellement le cas dans l'observation de classes ordinaires, il est nécessaire, sur la base du protocole, de « reconstruire » la situation (qui n'est décrite nulle part). La situation ainsi décrite peut faire l'objet d'une analyse a priori (comme n'importe quelle situation explicite), mais sa détermination fait partie de l'analyse a posteriori » (Comiti ; Grenier ; Margolinas, 1995, p. 8, grifo das autoras).

⁶² « On analyse a priori la ou les situation(s) déterminées par la question posée, on détermine en particulier les stratégies possibles, et les choix du professeur. On détermine les observables, par exemple, pour l'élève: les réponses possibles, l'utilisation d'un instrument, l'existence d'un certain tracé ; en ce qui concerne le maître: interventions possibles du maître qui change de situation » (Margolinas, 2000, p. 3).

Dessa forma, na análise a priori privilegiamos a entrevista antes das aulas, durante as quais os professores podem declarar sua intenção didática antes da efetivação da aula, mas a determinação dessa análise é ancorada por aquilo que é solicitado aos alunos: questão posta (Margolinas, 2004b), seja na forma escrita ou mesmo na enunciação verbal, ou mesmo por meio de uma ação em sala de aula.

A análise da entrevista antes da aula⁶³ fundamenta-se na identificação da intenção didática declarada pelo professor, definida a partir de suas verbalizações explícitas e inferida a partir de seus enunciados sobre os objetivos da aula, suas justificativas e as tarefas propostas aos alunos.

Essa identificação se ancora na análise da questão posta (Margolinas, 2004b) e na maneira como o professor organiza o meio para direcionar a atividade do aluno, seja por meio de instruções verbais, seja pela estruturação da tarefa em si. Essa organização pode ocorrer de forma indireta como ações, por exemplo, quando o professor reorganiza o meio sem oferecer diretamente a resposta esperada, como destacado por Brousseau (1998, p. 59, tradução nossa), “Entre o momento em que o aluno aceita o problema como seu e aquele em que ele produz sua resposta, o professor se recusa a intervir como aquele que propõe os conhecimentos que deseja ver aparecer”⁶⁴.

Dessa forma a intenção didática do professor não se manifesta apenas em suas declarações na entrevista, mas também na forma como ele organiza o meio, seja pela escolha ou formulação das tarefas propostas aos alunos, seja pelas intervenções que orientam suas ações na resolução do problema.

A análise a priori estrutura-se a partir dos pontos de vista do aluno e do professor, considerando os níveis da estruturação do meio. Do lado do aluno, examinamos os níveis S-3 a S-1, focalizando os elementos do meio disponíveis e os conhecimentos que podem ser mobilizados na situação proposta.

Do lado do professor, seguimos os níveis S+3 a S+1, analisando as intenções didáticas declaradas, a organização da aula e as decisões antecipadas para guiar a atividade do aluno. Essa separação, que é apenas uma organização analítica para esse estudo, permite distinguir a forma como as interações entre cada sujeito e o meio podem ocorrer, antes de considerar a simultaneidade efetiva das suas posições nos níveis +1, 0 e -1.

⁶³ Transcrições no Apêndice A.

⁶⁴ « Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme propoiteur des connaissances qu'il veut voir apparaître » (Brousseau, 1998, p. 59).

Na análise a posteriori, concentramo-nos majoritariamente na captação em vídeo das aulas observadas, que foram posteriormente transcritas com rigor (Apêndice B), a fim de possibilitar uma análise mais precisa das interações e das decisões didáticas. Esse material nos permitiu considerar tanto as situações efetivamente instaladas quanto o investimento dos alunos na atividade (particularmente o investimento, ou sua ausência, por parte de Gael). Esse processo leva-nos à identificação das respostas dos alunos e à forma como o professor conclui cada tarefa (Margolinas, 2004b).

Nossa análise a posteriori não se baseia exclusivamente no material videográfico das aulas, mas é complementada pela entrevista de autoconfrontação, realizada posteriormente e centrada nos episódios selecionados. Assim, dois tipos de informações sustentam essa análise, provenientes de fontes distintas: por um lado, o desenvolvimento da aula, não em sua totalidade, mas nos episódios previamente delimitados; por outro, os enunciados do professor em posição reflexiva sobre sua própria atividade. Essa análise considera tanto a dinâmica da classe como um todo quanto os aspectos específicos relacionados ao aluno com baixa visão.

Considerando que o objeto de análise foi constituído por episódios selecionados, detalhamos agora as escolhas feitas com base nos critérios adotados. Buscamos episódios que evidenciem aspectos essenciais aos nossos objetivos, como a organização do meio, as intenções declaradas pelo professor e as respostas dos alunos.

Os episódios utilizados para a autoconfrontação foram selecionados em duas etapas. O primeiro critério foi baseado no esquema proposto por Margolinas (2004b, p. 26–27), que organiza os dados de protocolos de aula para análise a partir da delimitação de episódios circunscrevendo uma “questão posta ao aluno”, “resposta(s) do(s) aluno(s)” e “conclusão”. Esses episódios devem corresponder à intenção didática declarada pelo professor, seja na construção de novos saberes, seja na reativação de conhecimentos já consolidados.

O segundo critério adotado está embasado na acessibilidade didática (Assude *et al.*, 2014). Focamos na presença ou ausência de meios potenciais de acesso para Gael, de acordo com as medidas de acessibilidade apontadas pela CLAI e/ou informações do professor Elon. Consideramos três modalidades de acesso: direto, adaptado e/ou via terceiro (Castillan; Lemarié; Mojahid, 2018).

Embora o acesso adaptado via um instrumento de assistência tenha sido citado pela CLAI, como o uso do celular, nas aulas consideradas para nossa análise, essa medida de acessibilidade não foi instaurada, por isso não a consideramos.

Importa destacar que, embora tenhamos acompanhado diversas aulas, a análise se concentra em dois episódios pertencentes à mesma aula (A_{0b}). Essa escolha se justifica tanto

pela densidade das interações observadas quanto pela recorrência, ao longo do acompanhamento, de tensões e estratégias didáticas que se manifestam de modo exemplar nessa aula.

Nosso objetivo numa perspectiva qualitativa de pesquisa não é esgotar a análise de todo o material de pesquisa produzido, mas aprofundar a compreensão de uma aula em que as decisões do professor, diante das exigências da inclusão, se evidenciam de forma destacada.

Além disso, deve-se considerar que, sendo Gael um aluno do Ensino Médio, certos ajustes e estratégias que ele desenvolveu ao longo de sua trajetória escolar já não se mostram tão evidentes como poderiam ser em fases mais iniciais da escolarização, como no Ensino Fundamental (Brasil, 2006a).

Esse fator impõe limites à identificação direta de suas dificuldades atuais, bem como das necessidades específicas de meios de acessibilidade para superá-las. Nessa perspectiva, como aponta a CLAI, o próprio aluno constitui uma fonte legítima de informação sobre suas condições de acesso, o que reforça a importância de identificar situações em que essas condições são efetivamente colocadas em tensão.

Desse modo, a escolha de uma única aula como foco da análise não compromete a profundidade do estudo, mas antes favorece uma leitura concentrada das condições didáticas e inclusivas em jogo. O quadro a seguir apresenta os episódios selecionados seguindo os critérios estabelecidos.

Quadro 7 – Episódios selecionados para entrevista de autoconfrontação⁶⁵

Aula / Data	Episódio	Acesso	Tema/assunto
A_{0a} – 29/11	<i>EP₁</i> : Construção de uma linha férrea	Cópia do livro (não amplificada). Lousa e verbalização oral do professor (Acesso direto)	Termo geral de uma PA (introdução)
A_{0b} – 29/11	<i>EP₂</i> : Determinação do 40º termo da PA	Cópia do livro (não amplificada). Auxílio de Sophia (Acesso via terceiro)	Termo geral de uma PA (determinação de um termo específico)

Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

Essa seleção dos episódios também seguiu critérios específicos para a exclusão de determinados trechos. Foram descartados, por exemplo, episódios que, apesar de registrados nas gravações, estavam exclusivamente relacionados à gestão da turma, sem articulação com o desenvolvimento da tarefa matemática (exemplo: organização de materiais, transições entre

⁶⁵ A nomenclatura *EP₁* e *EP₂* se refere à segmentação dos episódios selecionados para análise, conforme os critérios definidos.

atividades ou interações sem relevância didática). Além disso, excluímos episódios em que não houve mobilização explícita de um conhecimento novo ou reativação de saberes anteriores.

As observações das aulas, assim como o posicionamento do professor em seu discurso sobre o que foi possível realizar e sua interpretação das ações e comportamentos de Gael, nos levaram a identificar o acompanhamento do professor junto aos alunos e o desenvolvimento cronológico das tarefas de alguns estudantes.

No entanto, dada a dinâmica da aula e a solicitação de mais de uma tarefa simultaneamente, não há um início temporal claramente demarcado para cada questão, exceto quando o professor as solicita todas de uma vez. Além disso, o ritmo de trabalho varia entre os alunos, tornando inviável uma análise baseada exclusivamente na sequência fixa das questões.

Diante disso, organizamos nossa análise considerando também marcações temporais significativas observados na aula. O objetivo é capturar os ritmos de investimento dos alunos na atividade e as intervenções do professor, garantindo uma abordagem mais precisa sobre o envolvimento dos alunos na situação e o papel do professor no acompanhamento desse processo.

Assim, estruturamos nossa análise cronológica em três eixos principais:

- i) Segmentação da aula em episódio: definimos o início de cada episódio com base nos critérios previamente discutidos, delimitando-o pelo momento em que o professor solicita as questões.
- ii) Itinerário cronológico de Gael: registramos suas ações e comportamentos ao longo da aula, considerando, sempre que possível, o momento em que ele se encontra na resolução das questões propostas.
- iii) Distribuição das intervenções do professor: analisamos a frequência dedicada a Gael, destacando a organização de suas interações ao longo da aula e sua relação com o aluno.

Ao examinarmos a distribuição do tempo e das interações com foco no trabalho de Gael, tornamos visíveis os ritmos diferenciados de engajamento dos alunos e como o próprio professor lida com essas variações.

De forma geral, nossas análises não se baseiam exclusivamente em uma fonte para a reconstituição dos níveis da estruturação do meio, seja do ponto de vista do professor, seja do aluno. Nossos dados são de diferentes naturezas, incluindo entrevistas, observação das aulas e análise de documentos como fontes disponíveis ao professor, além das cópias dos trabalhos dos alunos.

Para a interpretação desses dados, apoiamo-nos na relação entre os níveis da estruturação do meio e tensões e/ou alinhamentos entre eles, orientando nosso percurso

metodológico por meio de uma triangulação de dados. Esse processo visa reconstruir a situação do professor em interação com a situação do aluno, com o objetivo de elucidar as decisões didáticas no contexto da inclusão de um aluno com baixa visão.

Diante dessa diversidade de fontes, a triangulação se justifica pela necessidade de cruzar diferentes perspectivas, permitindo análises mais robustas e garantindo uma compreensão mais integrada das interações didáticas. Van der Maren (1996) destaca que o cruzamento de diferentes fontes e formas de dados aumenta a confiabilidade da interpretação, pois permite que cada dado seja analisado em relação aos demais, reduzindo vieses e ampliando a consistência da análise.

A seleção dos episódios que analisamos segue um processo articulado entre diferentes fontes: a entrevista antes da aula, a observação da própria aula e, posteriormente, a entrevista de autoconfrontação. A justificativa para essa triangulação também se fundamenta na necessidade de analisar a situação do professor via estruturação do meio (Brousseau, 1986; Margolinas, 2004b).

A estruturação do meio não pode ser compreendida pela mera identificação isolada dos níveis que a compõem. Pelo contrário, ela se funda nas conexões e interdependências entre os diferentes níveis, que coexistem e se influenciam mutuamente. Essa interdependência confere à estruturação do meio um caráter simultaneamente estrutural e recursivo (Margolinas; Bessot, 2024).

Cada nível tem seu próprio sistema de restrições e recursos, nos quais o professor investe diferentes dimensões conforme sua posição na situação (Margolinas, 2002, 2004a). Dessa forma, analisar a estruturação do meio implica considerar os fatores que promovem ou dificultam sua coerência, uma vez que esses níveis coexistem, influenciam-se mutuamente e, em determinados momentos, podem gerar desajustes que impactam a organização didática do professor.

Nesta seção, apresentamos apenas os aspectos principais e mais estruturantes do desenho metodológico da análise proposta. Outros procedimentos metodológicos, mais específicos ou circunstanciais, serão retomados e detalhados ao longo do tratamento dos dados, conforme sua pertinência para a compreensão dos episódios analisados. Essa escolha reflete o entendimento de que determinadas decisões metodológicas se ajustam ao ritmo da investigação e às exigências interpretativas que surgem da situação estudada (Stake, 2011).

6.5 Questões Éticas da Pesquisa

Desde o início da pesquisa, buscamos garantir um contato ético e transparente com todos os envolvidos, assegurando a conformidade com diretrizes institucionais e normativas éticas estabelecidas para pesquisas em contexto educacional. No IFPB, o primeiro contato foi estabelecido com a direção do campus, onde apresentamos nosso projeto de pesquisa e submetemos o Termo de Autorização Institucional (TAI) para apreciação. Após análise e aceite, fomos direcionados às equipes da CLAI e à coordenação pedagógica do professor Elon.

Na etapa seguinte, estabelecemos contato com o professor Elon para apresentar os objetivos da pesquisa e esclarecer as implicações do estudo. Após seu aceite, foram formalizadas as assinaturas dos documentos institucionais, incluindo o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e os termos de autorização para uso de imagem e voz.

Com a anuência do professor, foi concedido um breve espaço em uma de suas aulas para apresentarmos a pesquisa aos alunos da turma, utilizando uma linguagem acessível. A abordagem enfatizou que a pesquisa se voltava à dinâmica da classe como um todo, e não exclusivamente a um único aluno, garantindo que Gael estivesse incluído no processo sem exposição indevida.

Após essa apresentação, foram entregues os documentos éticos necessários para a participação dos estudantes, incluindo o TCLE, que informava os pais e/ou responsáveis sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa, o Termo de Assentimento (TA), permitindo que os alunos manifestassem sua concordância em participar, e os termos de uso de imagem e voz. Essas etapas foram fundamentais para garantir que a pesquisa fosse conduzida com responsabilidade e em conformidade com os padrões éticos exigidos.

A pesquisa, por investigar práticas de ensino em uma sala de aula, demandou um cuidado adicional em relação à privacidade dos participantes, à proteção de informações pessoais e à equidade no tratamento de todos os envolvidos. Em nossas reuniões com a equipe da CLAI, com o professor e com o próprio Gael, discutimos a necessidade de captar imagens para análise dos processos didáticos, sempre buscando preservar a naturalidade das interações em sala. Foi acordado que as gravações se voltariam para a dinâmica geral da turma.

Para registrar a interação em sala de aula, utilizamos duas câmeras: uma posicionada para captar toda a turma e documentar o desenvolvimento coletivo das atividades, e outra direcionada para a parte da sala onde Gael estava localizado. Embora essa segunda câmera não estivesse exclusivamente voltada para ele, sua posição permitia um registro mais detalhado de

sua participação e das interações próximas, assegurando uma análise mais aprofundada de sua experiência no contexto da aula.

Para preservar a identidade dos participantes, a análise das imagens foi realizada com rigor ético, evitando a exposição direta dos envolvidos e garantindo a anonimização dos registros fotográficos por meio de técnicas de desfoque e filtros apropriados, sempre priorizando a confidencialidade e o consentimento dos participantes.

O projeto foi submetido à avaliação do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), tendo sido aprovado conforme o Parecer Consubstanciado emitido pelo comitê (Anexo A). Além disso, foi garantido a todos os envolvidos que os dados coletados seriam tratados com anonimato. Os nomes originais dos participantes foram substituídos por pseudônimos aleatórios, sem qualquer associação direta aos nomes reais, garantindo a confidencialidade e a integridade das informações obtidas.

7 ANÁLISE E RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados da pesquisa a partir da análise do material produzido. A organização da apresentação segue uma estrutura em diferentes subseções, de modo a garantir clareza na exposição dos achados.

Toda pesquisa é construída a partir de um contexto específico, e é justamente esse recorte que confere sentido e profundidade à análise dos dados. Em nossa tese, antes de adentrar na análise dos episódios sob o viés didático, dedicamos uma primeira parte que integra a contextualização empírica e a análise dos elementos que permeiam o ambiente de ensino em relação às expectativas inclusivas.

Consideramos que apresentar um panorama geral do contexto antes da análise dos episódios selecionados é fundamental para situar a interpretação didática, permitindo responder à nossa pergunta de pesquisa de forma integrada. Ao considerar o ambiente e as condições em que se desenvolvem as práticas docentes, evidenciamos que tais elementos condicionam as escolhas e intervenções do professor, as quais podem ou não se fundamentar em princípios de uma educação inclusiva.

Nesse sentido, o que apresentamos na primeira parte desta análise visa estabelecer um referencial empírico que legitima a subsequente investigação dos episódios didáticos, garantindo que a interpretação dos resultados não seja descontextualizada, mas esteja firmemente enraizada nas complexas condições de uma dinâmica inclusiva (Assude, 2019), ou como defende Morás (2023), de pretensão inclusiva de uma escola.

Essa discussão que apresentamos na primeira parte também se justifica pelo conjunto de condições que possibilita o acesso ao saber, não apenas em termos de aspectos materiais e técnicos, mas também considerando a dinâmica entre os atores da sala de aula, expressa por suas posições e responsabilidades, elementos que, por sua vez, evocam sujeitos e instituições externas à sala de aula (Chevallard, 2002; Suau; Assude, 2016). As ações didáticas em contextos de inclusão são, de fato, condicionadas por aspectos institucionais e por medidas de acessibilidade provindas de outros setores (Booms, 2022).

Dessa forma, esta seção é estruturada em duas partes. Inicialmente, apresentamos uma descrição analítica em três níveis do ambiente em que Elon e Gael estão situados para compreender as especificidades do contexto em que os episódios serão analisados. Essa espécie de “trama” dos ambientes de apoio à inclusão de Gael nos parece ser uma gênese para a reconstrução dos sentidos dos resultados que pretendemos alcançar em nosso estudo.

Em seguida, a partir dessa “trama”, desenvolvemos uma análise detalhada que, utilizando pressupostos da TSD, identifica as restrições e determinantes que condicionam as práticas do professor. Nessa segunda parte, primeiramente, fazemos uma análise a priori da(s) situação(ões) determinada(s) pela questão formulada em cada episódio, identificando-se, em particular, as estratégias possíveis e as escolhas do professor.

Definem-se os observáveis, tais como, para o aluno: as respostas possíveis, as possíveis estratégias para resolver o problema posto, entre outros; e, para o professor: as possíveis intervenções que levam a uma modificação da situação. Em particular, procuramos identificar os determinantes que influenciam a prática do professor ao lidar com a inclusão de alunos com deficiência visual, considerando as tensões que emergem entre diferentes níveis de estruturação do meio.

Em um segundo momento, realizamos a análise a posteriori, que decorre da anterior, identificando os elementos observáveis correspondentes às ações do aluno e, sobretudo, do professor. A partir disso, determinamos as situações estabelecidas em sala de aula e, conseqüentemente, as possíveis aprendizagens construídas.

Por fim, examinamos de que modo as dinâmicas da sala de aula, articuladas às exigências do ensino inclusivo, reconfiguram as decisões do professor e produzem deslocamentos em sua atividade. A partir dessa análise, buscamos destacar coerências e contradições nas estratégias adotadas, contribuindo para uma reflexão mais ampla sobre o papel do professor na inclusão escolar.

7.1 Parte I: Elementos contextuais e análise multinível das condições inclusivas

Antes de apresentar os resultados derivados da análise dos materiais produzidos, consideramos relevante apresentar alguns dados que não têm a intenção de serem diretamente analisados à luz da TSD. Esses dados e resultados iniciais têm como intuito de fornecer uma base para delimitar o escopo do estudo, sem a intenção de realizar uma análise direta dentro do marco teórico adotado.

Quando pertinente, essas informações são complementadas por interações com a CLAI e pelas observações de aula, que permitem contextualizar de forma mais precisa as escolhas do professor e a dinâmica da turma da qual Gael participa. Devido a questões éticas e ao cumprimento do que foi proposto ao Comitê de Ética em Pesquisa, algumas informações, especialmente de caráter pessoal e médico, não foram transcritas e nem divulgadas, embora a

interação com a CLAI tenha sido acompanhada de perto. Apenas os dados estritamente relevantes para o objetivo da pesquisa serão compartilhados neste trabalho.

Para compreender melhor a dinâmica do trabalho do professor e suas estratégias didático-pedagógicas diante da heterogeneidade da turma, é fundamental considerar o que está ao redor da sala de aula, tanto o que está mais próximo quanto o que se encontra mais distante, mas não necessariamente ausente.

Buscamos identificar diferentes camadas de apoio à inclusão, considerando como o ambiente educacional interno e externo podem influenciar a atividade do professor e a situação do aluno. Em cada nível, à medida que identificamos ações e discursos do professor, destacamos seus posicionamentos, considerando, de forma sucinta, sua trajetória acadêmica e profissional, bem como sua visão acerca da turma e do papel da inclusão.

7.1.1 Níveis de apoio à inclusão

Para orientar nossa análise, inspiramo-nos no trabalho de Booms (2022, p. 20–25), que postula que os mecanismos de acessibilidade educacional para a inclusão se fundamentam em interações que transcendem a sala de aula, estando condicionadas, também, pelas interações com atores externos ao sistema educacional.

Figura 12 - Estrutura multinível da situação escolar inclusiva



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

Em efeito, investigamos de que modo tais medidas podem transformar a situação tanto para Gael quanto para o professor Elon, considerando o impacto dessas intervenções. Com base nessa referência, adotamos uma estrutura de três níveis de intervenção voltada para a inclusão de Gael, que a denominamos de análise multinível. Essa estrutura considera diferentes escalas de apoio e acessibilidade ao aluno com necessidade educacional específica.

A estrutura apresentada na figura acima permite compreender que a inclusão de Gael não se restringe ao contexto imediato da sala de aula, mas resulta da articulação entre ações locais, apoios institucionais e orientações político-educacionais mais amplas.

No nível da sala de aula, o professor e os colegas interagem diretamente com Gael, podendo (ou não) reorganizar materiais, ações, recursos, entre outros, em função de suas necessidades específicas.

Já no nível intermediário, mais próximo da sala de aula, situam-se os profissionais especializados e os recursos institucionais disponibilizados pela escola, como setores pedagógicos e de acessibilidade, bem como, eventualmente, os familiares.

Por fim, no nível global, encontramos as diretrizes educacionais, legislações e políticas públicas de inclusão em vigor, ou seja, os aspectos mais gerais da escola enquanto instituição inserida em um sistema educacional mais amplo e em uma sociedade com determinados marcos normativos curriculares e ideológicos.

7.1.1.1 Nível da sala de aula

Nesse nível, destacamos o funcionamento cotidiano da classe, em que, no caso específico de Gael, pelo menos, dois elementos adicionais estão presentes: necessidades de recursos tecnológico, como o celular, que o estudante utiliza frequentemente para fotografar e ampliar textos escritos na lousa devido à baixa visão, e a disponibilização dos materiais escritos em formato ampliado.

Antes de aprofundarmos a situação específica de Gael, consideramos relevante contextualizar a classe na qual Elon leciona. A turma em questão é o 1º ano do Ensino Médio de um curso técnico em informática, composta por 28 alunos. Conforme os dados disponibilizados pela CLAI, três estudantes apresentam necessidades educacionais específicas reconhecidas pela instituição:

- Luís (Autismo): necessita sentar-se nas primeiras fileiras para ter mais atenção; apresenta estereotípias quando está nervoso (comportamentos motores ou verbais repetitivos), podendo cantar ou repetir falas de docentes/colegas sem perceber; faz uso

de medicamentos, tem dificuldade em esperar e é desatento. Possui hiperfoco em programação e investimento financeiro. As possibilidades pedagógicas incluem, por exemplo, limitar o número de avaliações diárias e fracionar a entrega de provas com muitas questões.

- Gael (Baixa visão): enfrenta dificuldades significativas de visão, mesmo estando próximo ao quadro. Costuma utilizar o celular para ampliar os textos: fotografa o quadro e usa zoom na imagem para conseguir ler melhor. Segundo a CLAI, requer materiais e avaliações com letras ampliadas (fonte Arial, tamanho 22, em negrito), além de slides disponibilizados previamente ou impressos.
- Sophia (Baixa visão): traz essa dificuldade desde o nascimento e, conforme relatado por ela à CLAI, percebe um agravamento progressivo. Também experimenta crises de ansiedade. As possibilidades pedagógicas recomendadas são semelhantes às de Gael, com materiais e avaliações ampliadas e o fornecimento de slides por e-mail ou em cópias impressas.

Além desses três alunos com necessidades educacionais específicas, o professor Elon menciona na entrevista de autoconfrontação, pelo menos, outros dois estudantes que apresentam um ritmo de aprendizagem mais lento em relação ao restante da turma (EAC, 373-375)⁶⁶.

Nesse contexto, as necessidades educacionais específicas colocam-se para o professor Elon no interior da dinâmica coletiva da sala de aula. Formado em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB) em 2017, Elon também concluiu mestrado acadêmico na mesma área. Sua trajetória profissional concentra-se no Ensino Superior, com mais de três anos e meio de experiência nesse nível, enquanto sua atuação no ensino básico é recente e restrita ao nível médio, no qual leciona há cerca de um ano e meio, sem experiências anteriores no Ensino Fundamental (EAC, 390-398).

Essa trajetória de docência, ainda em fase de adaptação ao contexto do Ensino Médio, revela-se particularmente desafiadora diante de uma turma heterogênea, em que coexistem demandas educacionais específicas e exigências coletivas de aprendizagem. É nesse contexto

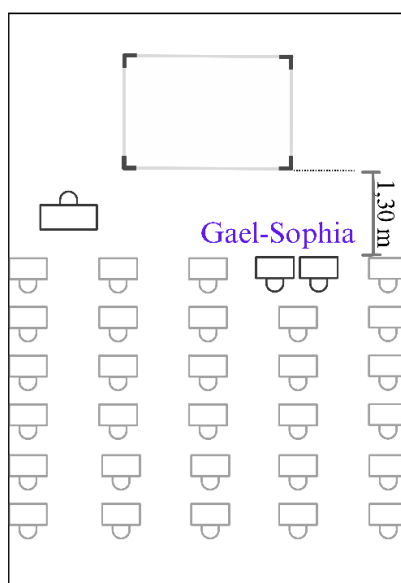
⁶⁶ Conforme definido na seção 6 (Enquadramento Metodológico), o material de pesquisa transcrito (entrevistas, aulas etc.) recebe siglas como E_0 , E_1 , A_0 etc., indicadas nos Apêndices. Quando se tratar de citação direta, utilizamos, por exemplo, (Entrevista com Elon, E_0 , 259–267), em que “ E_0 ” é o código do arquivo/transcrição, e “259–267” correspondem às linhas dos turnos de fala reproduzida. Já para citação indireta, adotamos apenas o acrônimo seguido das linhas, por exemplo (E_0 , 259–267). Essa padronização visa facilitar a localização dos trechos na transcrição e manter a consistência ao longo do texto.

que se insere a análise detalhada da situação de Gael e das interlocuções que emergem no cotidiano da turma.

Conforme indicações da CLAI, a condição visual de Gael demanda intervenções pedagógicas específicas. Essas medidas foram definidas a partir do diálogo entre Gael e a equipe da CLAI, que identificou, por meio de perguntas, testes e observações, dificuldades visuais significativas enfrentadas por ele em sala de aula, mesmo utilizando óculos regularmente e posicionando-se nas carteiras da frente.

Na figura 12 a seguir, esquematizamos um mapeamento espacial da sala de aula da turma do 1º ano. Trata-se de uma cartografia das disposições das carteiras dos alunos, da mesa do professor e do quadro, que evidencia a organização desses elementos. O mapeamento ilustra a disposição observada durante as aulas, destacando a posição do binômio Gael-Sophia e sua proximidade com o principal recurso utilizado pelo professor: o quadro. Esse mapeamento permite a identificação do espaço de circulação do professor quando da observação do trabalho dos alunos.

Figura 13 - Mapeamento da organização da sala de aula



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

Durante as observações de aula, a disposição das carteiras dos alunos nem sempre seguiu uma organização rígida, mas, nas aulas analisadas, manteve-se relativamente constante. O binômio Gael-Sophia sempre se senta próximos, com exceção ao dia da atividade avaliativa (A_3), a qual foi individual. O professor Elon, que se move bastante pela sala, faz uso frequente do quadro e, por isso, tende a ficar muito tempo próximo desse recurso. Quando solicita uma

tarefa aos alunos, ele tem o hábito de passar entre as carteiras, observando a atividade de um ou mais estudantes.

Na organização da sala de aula, Gael está posicionado a aproximadamente 1,30 m da parede onde fica o quadro, sentado ao lado de Sophia. Embora essa distância possa parecer razoável, a posição de Gael ainda apresenta desafios significativos em termos de visibilidade. A proximidade ao quadro é útil, mas não garante, por si só, uma boa percepção visual do conteúdo registrado nele.

A legibilidade do que está escrito depende de diversos fatores, como o posicionamento do conteúdo, a espessura, o tamanho e a cor dos traços, e especialmente das condições de iluminação da sala, todos os quais interagem de maneira complexa com as condições visuais de Gael, conforme seu laudo oftalmológico.

Ainda, por exemplo, a localização do binômio (Gael-Sophia) na sala os coloca diretamente abaixo de uma grande lâmpada suspensa. Esse tipo de iluminação pode causar reflexos ou dificultar ainda mais a capacidade de Gael de distinguir claramente os elementos tanto no quadro quanto nos próprios materiais (A_{0b} , 18-19; EA_2 , 27-39).

Importante também notar que, embora Gael e Sophia costumem se sentar juntos, essa configuração (de alunos próximos trabalhando em pares) pode se repetir com outros estudantes em situações específicas, como quando o professor propõe atividades em duplas ou equipes, ou orienta que um aluno que esqueceu o material se junte a um colega.

Dessa forma, a organização das carteiras e o espaço disponível para o movimento do professor também precisam ser considerados, pois afetam a dinâmica de observação da atividade dos alunos pelo professor, nos termos do nosso quadro teórico, quando Elon está em posição P-1 (Margolinas, 2004b). A disposição das carteiras na sala cria espaços entre elas que condicionam a mobilidade de Elon ao percorrer a sala e observar os procedimentos dos alunos (Vignon, 2024).

Além disso, influencia a maneira como o professor interage com os alunos e, consequentemente, dos alunos com os pares. Quando um aluno, solicita ajuda a Elon, a resposta ou sugestão do professor pode afetar o andamento da atividade dos demais alunos (A_{0b} , 615-635; 707-722; 927-951).

Em situações como essa, a organização da sala e a proximidade entre as carteiras se tornam fundamentais, pois a interação entre o professor e um aluno pode gerar um efeito de interação mútua com o trabalho dos alunos ao redor. Mesmo em atividades que os alunos realizam individualmente, essas interações não são isoladas; elas fazem parte de um ambiente

coletivo de aprendizagem, em que as ações de um aluno podem influenciar os outros, tanto em termos de atenção quanto de envolvimento.

Além das recomendações da CLAI, Elon em sua prática profissional se apoia em outras medidas que ele considera significativas para a inclusão de Gael em sala de aula.

- Uso intensivo do quadro com letra ampliada, por vezes acompanhado por explicações orais das suas ações
- Apoio entre colegas, com destaque para a ajuda contínua de Sophia a Gael

Elon relata adotar naturalmente a prática de escrever bastante no quadro com uma fonte ampliada, destacando que essa prática habitual surgiu da experiência com estudantes com baixa visão (*EAC*, 21-22).

Nas entrevistas antes das aulas com Elon, identificamos a relação que Elon tem com a necessidade de implementação de medidas educacionais de acessibilidade para os alunos com deficiência visual, especificamente para Gael. Essas medidas são articuladas tanto pelas orientações da CLAI quanto pelas decisões pessoais do professor, baseadas em experiências anteriores e percepções pessoais dos alunos.

Elon inicialmente enfatiza que suas ações pedagógicas e didáticas são influenciadas pelo conhecimento que ele tem das turmas (*E₀*, 15-17, 224-227). Ele ajusta estratégias conforme a particularidade de cada turma, especialmente salientando o impacto positivo quando consegue acompanhar os alunos desde o início do ano letivo, já que no ano anterior a essa pesquisa recebeu uma turma no decorrer do ano letivo (*E₀*, 213-218, 245-248). Dessa forma, fica evidente que a organização pedagógica e didática para Elon é também decorrente do histórico de relacionamento com a turma.

Ao ser indagado especificamente sobre os alunos com deficiência visual, Elon reconhece a necessidade de ajustes diferenciados, destacando ações como ampliação das fontes em avaliações e o aumento do uso da escrita no quadro durante as aulas. Essa decisão, segundo ele, emergiu também do próprio diálogo com os alunos, que passaram gradualmente a se sentir mais confortáveis em comunicar suas necessidades.

Realmente, esses alunos precisam de uma atenção diferenciada. O que é que eu tento fazer? Eu tento trazer aulas com mais escrita. Eu tento escrever mais no quadro, porque a maioria tem facilidade em ler... Conseguem entender, lendo. Aí eu escrevo mais. Em avaliações, eu coloco a fonte da prova maior, faço uma prova para os demais. Para esses com baixa visão, por exemplo, aumento a letra, às vezes coloco em negrito. Aí tudo isso facilita. Eu acredito que assim fica mais fácil, apesar de que é bom fazer isso, porque no início eu não fazia e eles não falavam nada. Depois foi que eles começaram a ter mais, digamos, até intimidade, não sei se o termo é esse, mas perderam mais aquela coisa de medo de dizer: “Professor, é interessante fazer

isso. Eu tenho isso tal”. Enfim, acredito que está tendo um certo progresso (Entrevista com Elon, *E₀*, 259-267).

Elon tem em seu discurso um posicionamento que revela que as medidas adotadas recobrem necessidades específicas em termos da condição da deficiência, não necessariamente das dificuldades em Matemática. Ele mantém rigorosamente o nível de exigência acadêmica, diferenciando apenas aspectos de formato (tamanho da letra, negrito), mas não a complexidade das questões ou atividades propostas (*E₀*, 272-282).

Desse modo, constatamos que as medidas de acessibilidade adotadas se concentram, sobretudo, em recursos de suporte visual (como materiais ampliados e uso do quadro), o que sugere uma compreensão prioritariamente funcional das necessidades de Gael. Nas entrevistas antes das aulas, o professor não menciona, em nenhum momento, condições além daquelas ligadas à baixa visão.

Elon reconhece ainda diferenças entre casos específicos de deficiência. Ele relata experiências anteriores com uma aluna com deficiência auditiva parcial, nas quais enfatizou a ênfase na verbalização oral e a proximidade física⁶⁷, enquanto com a turma de Gael e Sophia, o foco está voltado ao aspecto visual (*E₀*, 293-305). Essa diferenciação mostra que Elon ajusta suas estratégias conforme a especificidade sensorial da deficiência percebida, refletindo uma consciência pragmática das necessidades educativas particulares.

A partir do exame do discurso do professor nas entrevistas anteriores às aulas e, em seguida, do que Elon relata nas entrevistas de autoconfrontação, evidenciamos uma dinâmica na qual coexistem tanto elementos de continuidade quanto mudanças graduais em seus conhecimentos acerca das necessidades educacionais de Gael.

Inicialmente, Elon reconhece as limitações visuais de Gael e a necessidade de adoção de medidas de acessibilidade (letras ampliadas, uso intensivo do quadro, entre outros). Ele enfatiza repetidamente a ideia de que as medidas adotadas são restritas ao formato, sem redução na exigência acadêmica do conteúdo. Contudo, na entrevista de autoconfrontação, aparecem contradições em relação à efetividade da adoção dessas medidas.

⁶⁷ Segundo informações identificadas na planilha organizada pela CLAI, trata-se de uma aluna com deficiência auditiva caracterizada por perda auditiva severa com uso bilateral de aparelho auditivo, apresentando desvio fonético, taquilalia (fala acelerada) e dificuldade moderada na compreensão dos sons da fala. As recomendações específicas incluem falar termos técnicos pausadamente, verificar periodicamente a compreensão auditiva, garantir a proximidade física com o professor, evitar falar de costas para a estudante, utilizar vídeos legendados e, sempre que possível, fazer uso do amplificador de voz disponível na instituição.

Na entrevista de autoconfrontação Elon reconhece que o tamanho da fonte do material impresso distribuído aos alunos na aula A_{0b} impacta negativamente Gael (E_0 , 124-125). No entanto, esse reconhecimento não é acompanhado por formulações sobre as dificuldades que o impediriam de adotar a medida de ampliação do material.

Quando questionado acerca da condição de Gael, Elon responde que “é um pouco complicado para ele acompanhar o material” (Entrevista com Elon, *EAC*, 133) e que, por isso, “tenta escrever bastante durante as aulas” (Entrevista com Elon, *EAC*, 133-134), mas não aprofunda as razões pelas quais não optou por outra estratégia mais diretamente voltada ao problema da fonte reduzida. Cabe destacar que esse aspecto específico não foi tematizado diretamente nas perguntas da entrevista de autoconfrontação, o que pode ter limitado o aprofundamento da reflexão sobre as razões subjacentes. Esse resultado, embora revelador, deve ser interpretado à luz dos limites inerentes à condução da entrevista.

Enquanto, nas entrevistas realizadas antes das aulas, Elon descrevia Gael predominantemente a partir de necessidades relacionadas ao acesso visual ao material didático, na entrevista de autoconfrontação, realizada após a observação de episódios específicos de sala, seu discurso passa a incorporar considerações mais amplas sobre a participação do estudante.

Nas entrevistas de autoconfrontação, Elon descreve que Gael, em diversos momentos, “desvia o olhar, olha para o lado, para o chão” (Entrevista com Elon, *EAC*, 123), revelando episódios de dispersão em sala. Ele também aponta que o estudante enfrenta “bloqueios” na resolução de questões, sobretudo por não conseguir lembrar ou aplicar “com 100% de clareza” fórmulas matemáticas (Entrevista com Elon, *EAC*, 315). Elon reconhece o impacto de fatores institucionais externos, como a carga horária intensa do IFPB (*EAC*, 136-139) e as ausências de Gael por motivos médicos (*EAC*, 305-307) e, somados a eles, sugere que as dificuldades matemáticas sejam a origem do problema (*EAC*, 303-308).

Há, nesse deslocamento, uma inflexão importante: Elon começa a reconhecer que a participação de Gael em aula é atravessada não apenas por barreiras de natureza visual, mas também por dificuldades de aprendizagem que se manifestam em níveis mais amplos do processo educativo.

Contudo, mesmo diante desse alargamento de perspectiva, certas dimensões permanecem ausentes em seu discurso. A escrita, por exemplo, é mencionada como um ato que “falta” a Gael, “Ele não escreve muito [...] eu sinto falta disso” (Entrevista com Elon, *EAC*, 140-141), e sua ausência é lida como uma falha ou lacuna em relação à norma escolar (Laparra; Margolinas, 2016).

O professor reafirma o valor da escrita como componente necessário da atividade, mas não mobiliza qualquer consideração sobre as possíveis implicações da baixa visão de Gael na legibilidade, no esforço visual ou na organização gráfica dessa produção escrita. Elon aparentemente não reconhece ou subestima os efeitos que determinadas exigências escolares (como o registro contínuo em caderno) podem ter no desempenho de estudantes com deficiência visual (Lewi-Dumont, 2015; Dias, 2023).

Ao tratar tais demandas como expressões de uma suposta vontade intrínseca do aluno, ele desconsidera em grande medida o modo como o ambiente educacional e suas expectativas, pode produzir ou intensificar as limitações impostas pela deficiência visual. O caso de Elon parece ilustrar esse fenômeno: a escrita é tomada como critério de atendimento à norma escolar de participação.

Na entrevista prévia, Elon não mencionou diretamente estratégias específicas de suporte entre colegas, porém nas aulas, a dinâmica entre Gael e Sophia se mostrou preponderante, com Sophia frequentemente atuando como apoio imediato às dúvidas de Gael. Elon percebe essa dinâmica, mas demonstra surpresa ao ser confrontado com episódios específicos nos quais Gael busca entendimento do conteúdo apresentado no quadro antes mesmo das suas explicações, por exemplo, ao interpretar o traço que figurava uma ferrovia no quadro como uma representação de distância (*EAC*, 191-203), parte do enunciado do problema proposto que analisamos na segunda parte.

Sophia, embora não tenha sido formalmente orientada pelo professor, assume “espontaneamente” um papel significativo como suporte inclusivo da aprendizagem de Gael, uma ajuda via terceiro, nos termos de Castillan, Lemarié e Mojahid (2018). Elon reconhece essa dinâmica na entrevista de autoconfrontação, “Ele está sempre próximo de Sophia. [...] Gael recorre a ela com frequência, o que demonstra uma certa dependência” (Entrevista com Elon, *EAC*, 236-244). Mais adiante, acrescenta “Eu sinto muita dependência, muita dependência de Gael. Ele depende muito de Sophia para quase tudo” (*EAC*, 320-321).

O professor admite, ainda, que essa dependência “não seja totalmente saudável”, pois Gael “pensa: ‘se eu não conseguir, Sophia me ajuda’, mas ela não estará sempre ao lado dele” (*EAC*, 236-244). Ao preferir “deixá-lo mais à vontade” quando percebe que Sophia o auxilia (*EAC*, 381-387), Elon acaba reforçando uma dinâmica de apoio entre pares que, se por um lado favorece o acesso às tarefas, por outro pode limitar a autonomia de Gael no longo prazo, aspecto que discutiremos didaticamente na análise dos episódios.

Durante as aulas, evidenciamos que Sophia desempenha um papel de “ajuda humana”, apoiando Gael de maneira constante nas atividades propostas. Elon, após observar essa

dinâmica, expressa preocupação quanto à autonomia de Gael, reconhecendo que ele frequentemente espera a confirmação ou orientação direta de Sophia para prosseguir nas tarefas (EAC, 236-238).

A interação observada sugere que Gael se sente mais confortável recorrendo à colega do que interrompendo a aula para perguntar ao professor, o que provoca em Elon um misto de surpresa e reflexão sobre a dinâmica do binômio. Essa observação do professor é reforçada pela própria voz do estudante, que na entrevista admite: “[...] eu tipo aprendo mais com Sophia, porque ela que me ensina mais. O professor eu não... assim, entender eu entendo, porque ele ensina bem, é porque minha atenção não é muito boa (Entrevista com Gael, EA₂, 17-19).

Na autoconfrontação, Elon aparece em dupla posição: ele próprio observa o binômio Gael–Sophia e, ao mesmo tempo, assiste a si mesmo atuando em sala. Contudo, essa meta-observação permanece em grande parte transparente: ele descreve o que cada um faz, mas não interroga como o seu olhar (com quais focos, critérios ou ausências) produz essa leitura. Essa lacuna, de forma bastante generalizada, aproxima-se dos resultados de Vignon (2024) no seu trabalho, em que o professor revê a aula, comenta a situação, porém não tematiza o próprio ato de observar, resultado de uma “visão fracionada e descontínua” que deixa certos aspectos fora de campo de discussão.

A interação entre Gael e Sophia gera uma tensão significativa no discurso de Elon: enquanto reconhece os benefícios imediatos desse auxílio realizado por Sophia, também manifesta inquietações sobre os possíveis efeitos negativos na autonomia acadêmica e nas condições de Gael de buscar ajuda diretamente com o professor.

Na entrevista antes da aula A_{0b}, Elon indica que algumas dificuldades dos alunos poderiam surgir (*in situ*) dinamicamente na interação (E₀, 40-55), mas na entrevista de autoconfrontação, reconhece que Gael raramente o procura diretamente, preferindo recorrer a Sophia. A observação dos episódios trouxe um reconhecimento de uma certa resistência ou desconforto de Gael em interagir diretamente com ele, o que não havia sido percebido antes, ou pelo menos mencionado.

A partir da entrevista de autoconfrontação, essa observação trouxe para Elon uma compreensão mais complexa e crítica sobre as relações interpessoais que surgem na sala de aula em contextos de inclusão, ampliando sua visão inicial que se concentrava apenas em medidas de acessibilidade materiais recomendadas pela CLAI ou de decisões estratégicas de sua parte.

Desse modo, as considerações de Elon em torno das necessidades específicas de Gael se modifica em torno de uma visão mais sensível às dinâmicas interpessoais, destacando a importância das relações estabelecidas entre alunos como um fator-chave no contexto de

inclusão em classes comuns. Essa modificação é marcada por uma possibilidade de conscientização das implicações didáticas e sociais da dependência de Gael em relação a Sophia, colocando em perspectiva novos desafios para práticas futuras de acessibilidade didática.

Outra mudança diz respeito ao ritmo de aprendizagem. Ao ser questionado sobre a diferença entre o avanço da maioria dos alunos e o trabalho de Gael, Elon reconhece que o estudante conclui menos questões e em um ritmo mais lento que a turma (*EAC*, 368-375). Com isso, além das questões visuais inicialmente mencionadas, o professor passa a considerar possíveis dificuldades de acompanhamento ou de organização das tarefas por parte de Gael.

Essas contradições e transformações no discurso de Elon indicam um movimento de conscientização progressiva sobre as complexidades das necessidades educativas específicas de Gael, indo além das decisões pessoais que tomava inicialmente consideradas por ele funcionais.

A reflexão sobre os materiais didáticos também revela tensões que ele busca se auto deliberar: Elon percebe desafios potenciais nos materiais impressos (cópia do livro com fonte pequena para Gael), mas acredita conseguir contornar essas limitações por meio do uso intensivo do quadro.

Notavelmente, os alunos não manifestam, de forma verbal para Elon, dificuldades com os materiais (*E₂*, 41-47). De fato, isso se evidencia logo no início da aula *A_{0b}*, quando o professor distribui as cópias e pergunta a Gael e Sophia: “Dá pra vocês verem?” Ambos respondem afirmativamente, mas, assim que o professor se afasta, sinais de desconforto visual são identificados, como o gesto de aproximar o papel do rosto e chegam a reclamar da “tinta forte” e do reflexo. Curiosamente, na entrevista com os alunos (*EA₂*, 55-67), Sophia afirma ter comunicado o problema ao professor, o que consideramos que não condiz com o que observamos nessa aula.

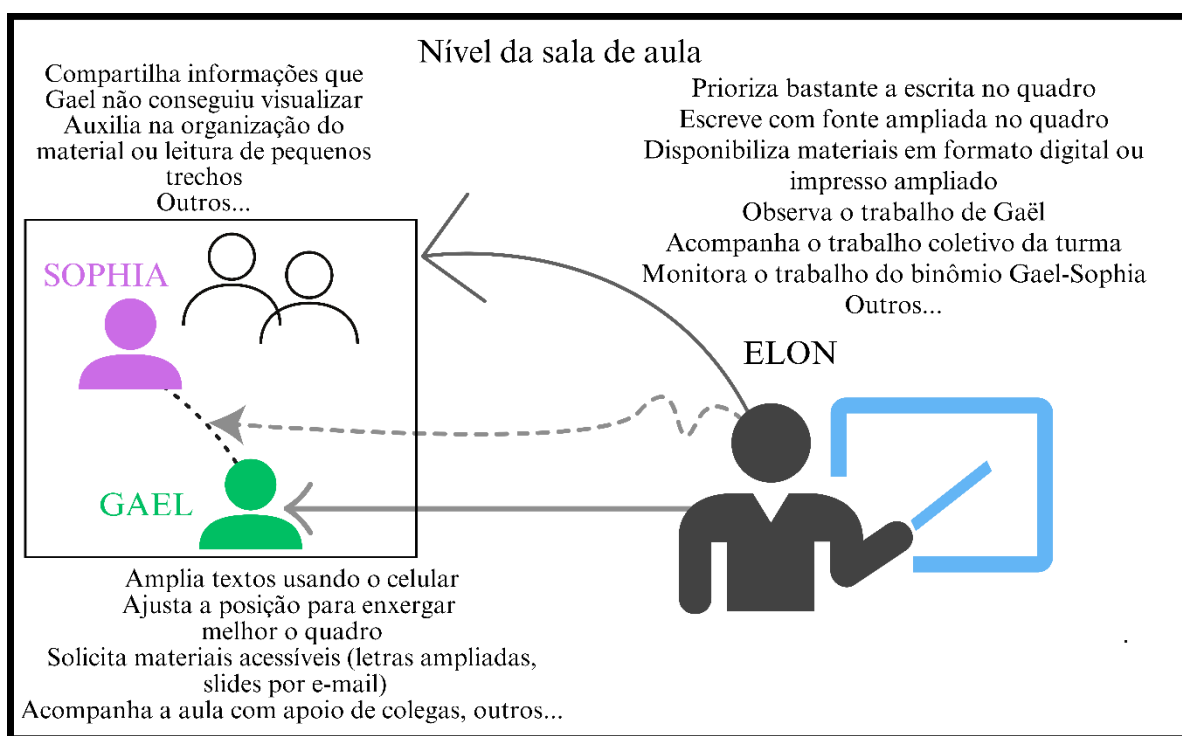
Essa falta de manifestação direta, portanto, possibilita que o professor interprete equivocadamente o silêncio como uma aceitação ou até conforto em relação às estratégias adotadas, especialmente quando ele enfatiza o uso intensivo do quadro como suporte.

O contraste entre o que o professor é capaz de observar e os comportamentos dos alunos indica que a ausência de queixas diretas não sinaliza satisfação, mas sim uma dificuldade pouco verbalizada diante de sua presença (*EAC*, 381-387). Mesmo que os sinais de desconforto visual de Gael e Sophia sejam inegavelmente evidentes, o fato de não serem comunicados diretamente ao professor levanta questões sobre a compreensão e o tratamento dessas dificuldades em sala.

Elon, em certa medida, considerando medidas de uma acessibilidade didática (Assude, 2019), apresenta-se como um professor predominantemente reativo. Suas falas indicam que a organização pedagógica-didática (formato da aula, exercícios selecionados, materiais utilizados, entre outros aspectos) surge e se desenvolve frequentemente durante o decorrer das aulas. Essa perspectiva aponta para um professor que não necessariamente adota medidas amplas de acessibilidade de forma fixa ou exclusivamente determinada a priori, mas continuamente negociada ao longo da interação professor-aluno.

A seguir, apresentamos uma esquematização das ações e interações possíveis entre Gael e os atores envolvidos no contexto da sala de aula, considerando sua inclusão escolar (figura 14).

Figura 14 - Ações e interações no nível da sala de aula



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

As flechas contínuas ilustram as interações habituais entre o professor e a classe, com foco na relação estabelecida com Gael, conforme as recomendações da CLAI. Essas interações são perpassadas por uma complexidade que envolve o que efetivamente Elon mobiliza em termos de medidas de acessibilidade, o que considera que funciona e as recomendações institucionais da CLAI.

Por outro lado, as linhas pontilhadas simbolizam interações potenciais, inicialmente entre Gael e Sophia e, conseqüentemente, a interação de Elon com esse binômio. Essa dinâmica

de interação, embora não seja plenamente observada pelo professor durante as aulas, é reconhecida de forma mais abrangente na entrevista de autoconfrontação, quando o professor tem a possibilidade de revelar uma compreensão mais integral do episódio que ele assiste.

7.1.1.2 *Nível intermediário*

No nível intermediário, analisamos como diferentes atores externos à sala de aula, mas em certa medida, próximo dela, influenciam e intervêm na inclusão escolar de Gael. Nesse nível, as ações/decisões não são executadas/tomadas diretamente por Elon, mas ocorrem num contexto escolar mais amplo, envolvendo a CLAI, a Coordenação Pedagógica e de Apoio ao Estudante, campus Patos (COPAE-PT), a família do aluno, e a interação de Elon com outros professores que também atuam com Gael.

Em termos da CLAI, essa coordenação desempenha um papel determinante nesse nível intermediário. Antes mesmo do início das aulas, a CLAI envia e-mails aos docentes informando sobre os estudantes com necessidades específicas e sugerindo medidas de acessibilidade que precisam ser consideradas. O e-mail inicial reforça o compromisso institucional com a inclusão e convida os professores a colaborarem, oferecendo apoio contínuo por meio de uma equipe multiprofissional.

Atualmente, a CLAI, do *campus* onde realizamos a pesquisa, é composta por uma equipe multidisciplinar que inclui dois cuidadores, três intérpretes de Libras e uma psicopedagoga. Além desses profissionais, a CLAI recebe colaboração de servidores de outros setores do IFPB quando necessário, incluindo docentes, técnicos e profissionais da saúde e assistência social⁶⁸.

No caso específico de Gael, a CLAI disponibilizou aos docentes um documento chamado Plano de Ação, ressaltando suas dificuldades visuais significativas e indicando algumas medidas de acessibilidade importantes que apresentamos no nível anterior.

Em uma consulta informal à CLAI foi constatado que, embora Gael tenha apresentado laudo oftalmológico no ato da matrícula, havia inicialmente uma certa resistência por parte do estudante para compartilhar detalhes adicionais com a coordenação, situação que vem melhorando ao longo do tempo.

O fluxo de procedimentos adotado pela CLAI segue diretrizes institucionais definidas pela Resolução 6/2024, que regulamenta as atribuições da CLAI, e por um documento interno

⁶⁸ Mais informações em: <https://www.ifpb.edu.br/patos/assuntos/clai-campus-patos-1>. Acesso em: 31 mar. 2025.

específico chamado “Fluxo dos Procedimentos para Atendimento dos Estudantes com Necessidades Específicas” disponibilizado pela coordenação geral de acessibilidade da reitoria do IFPB às equipes da CLAI de cada campus (Anexo C)⁶⁹.

Esses procedimentos incluem, primeiramente, a identificação inicial do estudante com necessidades específicas, que pode ocorrer tanto no ato da matrícula quanto posteriormente, por iniciativa própria do estudante, da família ou pela observação cotidiana dos profissionais da instituição. Após essa identificação, é elaborado o Plano de Ação da CLAI, no qual constam as principais medidas de acessibilidade educacionais necessárias ao estudante.

Caso sejam necessárias (re)organizações curriculares específicas mais profundas, é elaborado um Plano Educacional Individualizado (PEI), documento construído coletivamente por docentes, coordenação do curso técnico, equipe pedagógica e CLAI, detalhando estratégias específicas para cada disciplina e acompanhado de perto por meio de Relatórios de Acompanhamento Individualizado (RAI).

Para Gael, embora tenha sido elaborado um Plano de Ação com medidas de acessibilidade recomendadas, não houve necessidade da elaboração de um PEI, já que não foram requeridas modificações curriculares de maior complexidade. Esse processo contrasta com outros casos em que tais (re)organizações curriculares podem ser necessárias, ilustrando assim a flexibilidade e especificidade dos procedimentos institucionais adotados no IFPB para garantir uma educação inclusiva, condizente com as necessidades individuais de cada estudante.

É importante notar que, embora o laudo oftalmológico apresente uma análise mais ampla das condições visuais de Gael (incluindo dificuldades com contraste, adaptação à iluminação e nistagmo), o Plano de Ação se restringe quase que exclusivamente às intervenções relacionadas à acuidade visual.

Essa diferença pode ser atribuída ao processo de construção do plano, que, conforme as diretrizes da Resolução 6/2024, em seu Artigo 7º, atribui à CLAI a competência de auxiliar na identificação dos estudantes com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação no campus.

Ademais, o Artigo 14 exige que cada campus preveja, em seu planejamento estratégico, as condições necessárias para o pleno funcionamento da CLAI, o que, na prática, viabiliza a incorporação de informações oriundas do cotidiano escolar e das interações com o estudante e sua família na construção do Plano de Ação.

⁶⁹ A Resolução está disponível no site do IFPB campus Patos que apontamos na nota de rodapé 70. O documento interno do fluxo nos foi repassado institucionalmente pela CLAI via e-mail encaminhado a todos os professores.

Para a CLAI do *campus* onde realizamos a pesquisa, essa é a principal fonte de dados. Dessa forma, algumas informações técnicas apontadas pelo laudo acabam não sendo completamente problematizadas e incorporadas ao documento, limitando, dessa forma, a difusão dessas orientações aos professores e demais profissionais.

Essa situação explica por que o Plano de Ação não traz recomendações relativas à luminosidade e à condição de nistagmo de Gael, embora tenhamos identificado impactos dessas condições. Por exemplo, observamos que Gael menciona problemas de leitura do material decorrentes das condições de contraste e iluminação da sala (A_{0b} , 18-19) e, na entrevista com ele, ficou evidente que o estudante adota comportamentos, como aproximar a folha do rosto (EA_2 , 61-78).

Esse último comportamento de Gael pode ser interpretado como uma estratégia compensatória diante das dificuldades impostas por sua condição de nistagmo horizontal e acuidade visual. Em contextos de deficiência visual, tais comportamentos indicam uma tentativa de minimizar os efeitos da instabilidade ocular, auxiliando na fixação do olhar e na focalização do conteúdo (Ariza; Madorrán; Cabrillana, 2003).

A partir das entrevistas antes das aulas e das entrevistas de autoconfrontação com Elon, identificamos importantes aspectos da relação deste professor com setores externos à sala de aula, especialmente no que diz respeito aos alunos com necessidades específicas. Elon demonstra posicionamentos e tensões quanto à interação com a CLAI e à circulação das informações institucionais.

Nas entrevistas antes das aulas, Elon confirma a recepção de informações básicas sobre as condições específicas dos alunos atendidos pela CLAI, como Gael e Luís (E_0 , 249-256). Ele descreve essas informações de forma genérica, reconhecendo a utilidade das orientações recebidas, indicando que adota as estratégias recomendadas.

No entanto, durante as entrevistas de autoconfrontação, Elon explicita um importante aspecto problemático da circulação das informações institucionais sobre os alunos. Ele revela que, embora as informações da CLAI tenham sido disponibilizadas, alguns casos de alunos podem chegar de forma tardia ou incompleta.

Foi enviada uma planilha, um documento com informações de todos os alunos com necessidades específicas, não apenas os meus. As meninas [alguns profissionais da equipe da CLAI] também vieram me falar. Eu não sabia sobre Sophia, apenas sobre Gael. Havia também um aluno de outra turma, porque eu ensino duas turmas do Ensino Médio (Entrevista com Elon, *EAC*, 148-151).

O caso de Sophia, foi problematizado pelo professor, tanto numa entrevista antes da aula (E_2), como na entrevista de autoconfrontação. Elon menciona diretamente esse caso que, segundo ele, gerou surpresa em alguns professores, inclusive em um coordenador de curso, quando descobriram sua condição de baixa visão apenas após dificuldades acadêmicas específicas (E_2 , 47-54; *EAC*, 352-355).

Essa situação se justifica, em parte, pela forma como o sistema de entrada e identificação dos alunos no IFPB funciona: a CLAI tem inicialmente acesso prioritário aos dados dos alunos que ingressam por cotas específicas para pessoas com deficiência (PCD), como no PSCT. Entretanto, casos de necessidades educacionais específicas que surgem ou se tornam evidentes ao longo do ano letivo, como o de Sophia, que ingressou por ampla concorrência, só se tornam visíveis institucionalmente à coordenação quando o próprio aluno busca apoio, ou quando professores percebem a situação e encaminham à CLAI, também com a ajuda da COPAE.

Esse episódio revela a existência de tensões na comunicação institucional. Elon enfatiza que a falta ou o atraso na comunicação de informações essenciais pode impactar diretamente na forma como os professores compreendem e organizam suas atividades. A precisão das informações parece ser fundamental para Elon (E_2 , 47-54), uma vez que a ausência ou incompletude dessas informações pode levar a interpretações equivocadas sobre o desempenho dos alunos.

O professor menciona, ainda que brevemente, a ausência de momentos organizados pela CLAI para discussão sobre inclusão e estratégias pedagógicas (*EAC*, 163-165). Essa afirmação, entretanto, deve ser relativizada. Nas conversas informais com a CLAI foi observado que a coordenação tem se mostrado aberta ao diálogo com os professores e frequentemente atua por meio de interações informais, atendendo prontamente a demandas encaminhadas pelos docentes.

Além disso, a instituição organiza ações pontuais e estruturadas, como as jornadas pedagógicas organizadas pela COPAE que ocorrem no início do ano letivo, nas quais a CLAI tradicionalmente ocupa um espaço voltado à discussão de temas relacionados à inclusão, tanto em termos gerais quanto em relação a casos específicos de alunos com deficiência, inclusive com a participação de especialistas.

No ano da pesquisa, foi inaugurado o “Plantão CLAI”, um canal virtual de atendimento, geralmente via *Google Meet*, que busca ampliar as possibilidades comunicativas entre o setor e os docentes. Essa iniciativa visa justamente discutir necessidades específicas dos estudantes e promover maior articulação entre os setores envolvidos. Soma-se a isso a realização da

“Semana de Inclusão” no *campus* Patos, evento que reúne palestras, oficinas, minicursos e apresentações voltadas à temática da inclusão educacional.

Assim, o posicionamento de Elon revela importantes tensões na interação com as instituições e na circulação das informações sobre alunos com necessidades específicas. Essas tensões indicam uma dificuldade sistemática na articulação entre as orientações institucionais e as ações concretas em sala de aula, destacando a necessidade de maior comunicação e integração institucional.

Em termos da COPAE, essa coordenação atua em articulação com a CLAI e com os professores, com o objetivo principal de garantir a permanência escolar estudantes. No caso de Gael, a COPAE tem uma atuação complementar, realizando acompanhamento pedagógico e biopsicossocial, ajudando a garantir que as medidas recomendadas pela CLAI sejam implementadas em sala de aula e monitoradas continuamente.

Importa, contudo, destacar que, sempre que surgia alguma dúvida ou questionamento específico acerca de Gael, não procuramos diretamente a coordenação pedagógica para obter informações detalhadas sobre suas ações e articulações, éramos sistematicamente encaminhados à CLAI. Ainda assim, a própria organização institucional posiciona as duas coordenações como setores que se auxiliam mutuamente, seja de forma ampla ou em aspectos específicos do acompanhamento dos alunos.

Em relação às interações entre os professores, como mencionado anteriormente, Elon destacou que ocorrem encontros (nem sempre formais, podendo ser simples conversas na sala dos professores), em que se discutem aspectos relacionados aos alunos de cada turma, e por vezes a discussão se concentra no desenvolvimento de estudantes com necessidades específicas.

Em uma ocasião, por exemplo, o coordenador do curso de Informática demonstrou surpresa ao descobrir que Sophia enfrentava dificuldades significativas de visão, sugerindo que tais condições poderiam explicar alguns dos desafios acadêmicos observados nas disciplinas sob sua responsabilidade (E_2 , 47-54). Esses encontros evidenciam que nem todos os professores possuem a mesma consciência acerca das necessidades específicas dos alunos, o que indica que, apesar dos esforços institucionais, as informações sobre as condições dos estudantes nem sempre são plenamente disseminadas, ou até mesmo, compreendidas.

Na entrevista de autoconfrontação, identificamos elementos relevantes sobre a articulação entre os docentes. Por exemplo, Elon relata conversas pontuais com professores de outras disciplinas acerca do entendimento das dificuldades de Gael, evidenciando como essas interações contribuem para o conhecimento coletivo dos desafios enfrentados pelo aluno.

Eu sempre me refiro à dificuldade em Matemática, digo isso porque não tenho conhecimento sobre as outras disciplinas. Apesar disso, conversando com o professor de Física, ele mencionou que Gael também apresenta dificuldade nessa disciplina. Quando foi na sexta-feira, vi o professor de Química, que apareceu e disse: “Dá para passar, você [Gael] já conseguiu atingir a média”. Ou seja, acredito que ele também tenha dificuldade em Química, já que o professor comentou sobre essa dúvida se ele conseguiria passar ou não. Ou foi na sexta, ou na quinta, não lembro exatamente qual dia ele estava lá e conseguiu. Acredito que foi na quinta, enfim. Pelo menos em Química, Física e Matemática, ele demonstra uma certa dificuldade (Entrevista com Elon, *EAC*, 359-367)

Esse relato evidencia como Elon situa as dificuldades de Gael a partir de trocas informais entre professores. É relevante notar que as disciplinas mencionadas, Física, Química e Matemática, compartilham, do ponto de vista didático, proximidades importantes, tal como discutido por Booms (2022) no contexto das disciplinas STIM⁷⁰. Para esse pesquisador, essas disciplinas são constituídas por saberes que compartilham objetos “suficientemente” comuns para que seja possível operar aproximações didáticas coerentes.

Nessas condições, a identificação conjunta de dificuldades por professores dessas disciplinas pode não apenas indicar um padrão recorrente de dificuldades de aprendizagem, mas também revelar como determinadas condições e exigências específicas dessas disciplinas impactam diretamente alunos com necessidades educacionais específicas.

Nesse nível intermediário, consideramos também a interface entre família e escola. Embora a pesquisa não tenha se aprofundado exclusivamente nessa dimensão, os elementos identificados dialogam de maneira consistente com a discussão dos níveis que ensejamos. Por um lado, a interação entre a família de Gael e a instituição ocorre principalmente por meio da CLAI e da COPAE, possibilitada através da identificação dos contatos (via telefone/celular ou e-mail) disponibilizados no momento da inscrição na seleção PSCT. A primeira interação, portanto, pode ser efetuada tanto com a família do aluno como diretamente com o próprio aluno.

No caso de Gael, a CLAI entrou em contato diretamente com ele, tendo acesso ao seu número de celular. Segundo informações informais, esse contato foi realizado via *WhatsApp* para marcar um encontro, depois de inúmeras tentativas de ligações. Posteriormente, a CLAI, com o apoio da COPAE, promoveu visitas residenciais planejadas como parte de suas ações de acompanhamento, buscando monitorar aspectos que transcendem as intervenções voltadas exclusivamente à baixa visão.

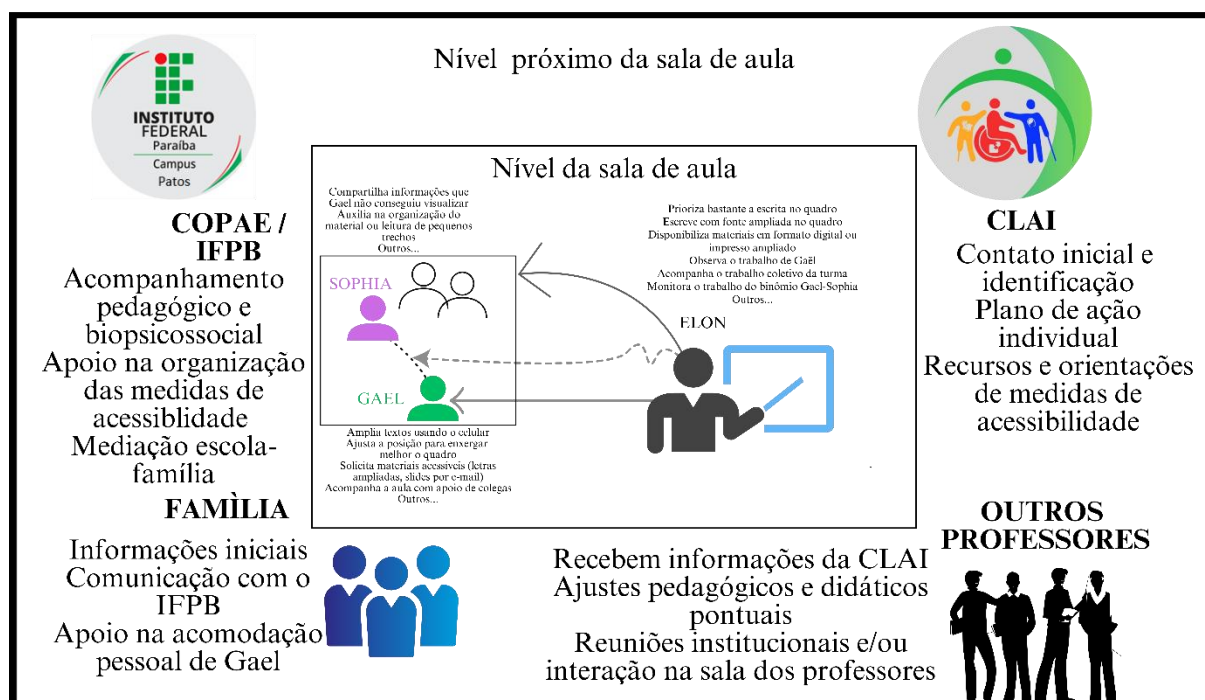
⁷⁰ STIM é o acrônimo utilizado no contexto francófono para designar o conjunto de disciplinas *Sciences, Technologie, Ingénierie et Mathématiques*, equivalente ao acrônimo anglófono STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics). A escolha metodológica de Booms (2022) busca destacar a proximidade didática entre essas áreas, permitindo análises comparativas sobre situações de ensino e aprendizagem, no que se refere à construção dos saberes disciplinares, especialmente em classes com alunos com deficiência.

Por questões éticas e considerando os objetivos delimitados desta pesquisa, não aprofundamos informações dessas visitas à família de Gael. Ainda assim, consideramos que a família desempenha um papel crucial nesse nível, sobretudo ao fornecer documentos e dados que subsidiam a avaliação de sua condição, contribuindo para a construção de um Plano de Ação mais abrangente e fundamentado.

Por outro lado, quando se analisa a perspectiva mais ampla dos vínculos familiares com a escola, Elon observa que a preocupação dos pais tende a ser mais individualizada, focada no rendimento escolar dos próprios filhos (EAC, 451-454). O professor, em certa medida, indica que essa postura dificulta a mobilização coletiva em prol de melhorias para toda a instituição, embora existam exceções.

A seguir, esquematizamos esse nível em termos de instituições que podem influenciar (não necessariamente de forma direta) as ações e interações potenciais e/ou efetivas do nível da sala de aula.

Figura 15 - Nível intermediário constituído por instituições que influenciam as interações no nível da classe



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

Desse modo, fica evidenciado que o nível intermediário é marcado por uma rede complexa de interações, geralmente indiretas, que podem influenciar significativamente nas condições concretas para a inclusão escolar de Gael. A articulação entre CLAI, COPAE, família

e professores é fundamental, ainda que, em certos momentos, sejam identificadas lacunas ou assimetrias de informações entre os envolvidos.

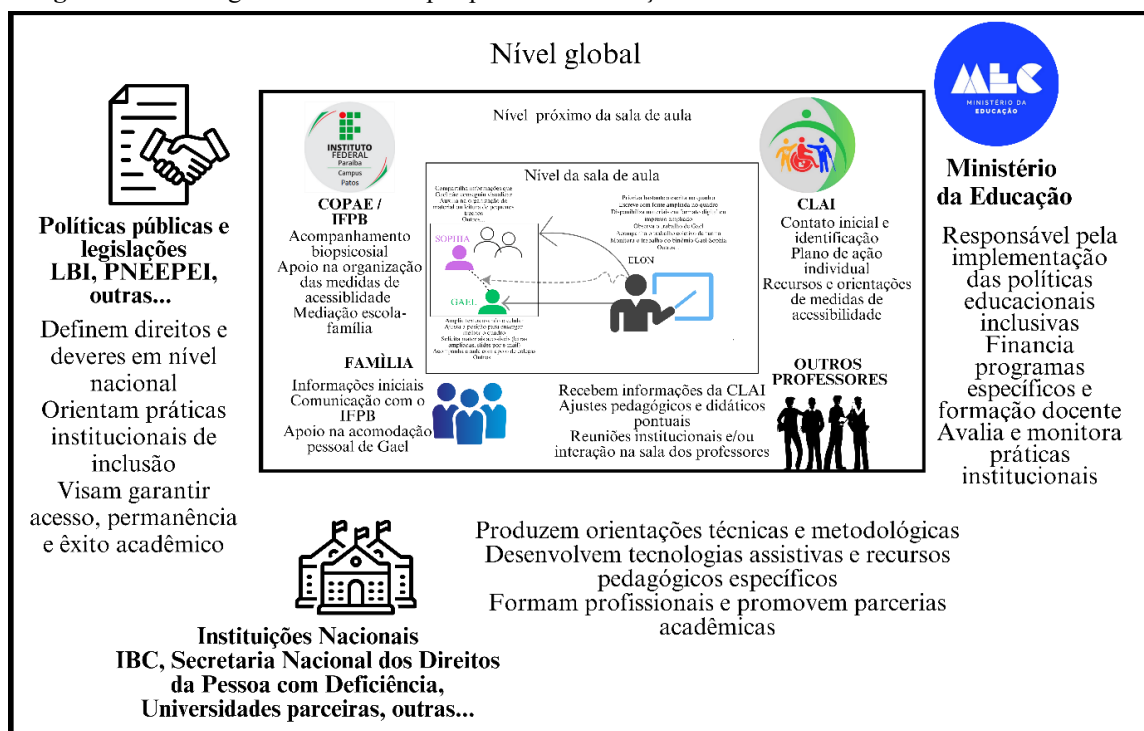
7.1.1.3 Nível global

No nível institucional mais amplo estão as políticas públicas, as legislações e as orientações e/ou regulamentações internas de diversas instituições que influenciam direta ou indiretamente as condições e estratégias didático-pedagógicas adotadas para a inclusão escolar. No caso de Gael, esse nível fornece respaldo legal e orientações gerais que embasam a atuação das escolas, em particular do IFPB.

No âmbito federal, temos, dentre outras, a LBI (Lei nº 13.146/2015) que estabelece direitos fundamentais à acessibilidade, educação inclusiva e igualdade de oportunidades às pessoas com deficiência, a Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (PNEEPEI) que orienta as ações específicas, por exemplo, em termos de atendimento educacional especializado, acesso e permanência dos estudantes público-alvo da Educação Especial nas instituições educacionais brasileiras.

Se considerarmos olhar “ao redor”, podemos, em certa medida, considerar também as interações potenciais que instituições nacionais de referência como o Instituto Benjamin Constant (IBC), o Ministério da Educação (MEC), a Secretaria Nacional dos Direitos da Pessoa com Deficiência, bem como universidades parceiras, desempenham papel indireto, porém significativo, nesse nível institucional, seja por meio de diretrizes técnicas e pedagógicas, formação continuada dos profissionais ou desenvolvimento e disponibilização de recursos e tecnologias assistivas.

Por se tratar de um nível amplo, ele é flutuante, difícil de distinguir em que medida influencia os níveis anteriores. A seguir, esquematizamos esse nível na figura 16.

Figura 16 - Nível global constituído por potenciais interações em torno do trabalho de inclusão de Gael

Fonte: Elaboração própria (2025)

Dessa maneira, o nível institucional mais amplo configura o contexto geralmente legal e estrutural no qual o IFPB se fundamenta para implementar suas práticas locais, o que pode impactar a experiência de inclusão de Gael.

A partir das respostas mais gerais de Elon, desenvolvidas ao fim da entrevista de autoconfrontação, identificamos considerações amplas sobre sua perspectiva a respeito da educação inclusiva e da escola enquanto reflexo da sociedade (Neves, 2022).

Como já informado anteriormente, Elon é Mestre em Matemática, o que pode lhe conferir conhecimentos especializados, sobretudo matemáticos (EAC, 390-394). Desde então, acumulou mais de três anos e meio de experiência no Ensino Superior e um ano e meio no Ensino Médio (EAC, 395-398). Ele nunca atuou no Ensino Fundamental, consideramos que suas vivências em instituições quase que totalmente no Ensino Superior lhe proporcionaram uma representação sobre os desafios do ensino, especialmente no que diz respeito à inclusão de alunos com deficiência (EAC, 401-424).

A primeira experiência de Elon com alunos público-alvo da Educação Especial ocorreu na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), onde trabalhou com um aluno com autismo. A especificidade desse estudante, cujo raciocínio, segundo o professor, era muito rápido e avançado em relação aos demais colegas, exigiu ajustes que só foram possíveis devido ao tamanho reduzido da turma, composta por sete ou oito alunos (EAC, 416-420). Esse contexto

permitiu um acompanhamento mais atento e personalizado, o que, segundo o professor, facilitava a identificação das necessidades de cada estudante.

No entanto, ao ingressar no IFPB, deparou-se com uma realidade bastante diferente, por ser professor também de turmas de Ensino Médio. Em turmas maiores e mais heterogêneas, teve contato com uma aluna com TDAH⁷¹ e outra com dificuldades auditivas, antes da experiência atual com a turma que Gael se insere (*EAC*, 421-425). Essas experiências o marcaram profundamente e evidenciaram, segundo suas palavras, um dos maiores desafios da inclusão escolar: a falta de formação específica para lidar com diferentes tipos de deficiência (*EAC*, 423-428).

Evidenciamos também que a experiência no IFPB relatada por Elon sobre uma aluna com TDAH ilustra a complexidade emocional e social envolvida na interação entre professor e alunos com necessidades específicas.

Uma experiência diferente que eu tive foi aqui no IFPB. Agora eu não lembro exatamente o assunto, mas era com uma menina do primeiro ano do Ensino Médio. Ela sempre tirava notas boas. Aí, um dia, fiz uma avaliação e fui entregar os resultados. Essa menina tem TDAH e muita dificuldade de interação social. Ela é extremamente calada, não fala com ninguém, bem reservada. Quando a gente pergunta algo, ela mal responde. Ela é supervisionada pelo pessoal da CLAI. Eu nem conhecia ela direito ainda, porque fazia só um mês e meio que eu tinha começado a ensinar essa turma. Mas, quando entreguei a prova dela, ela começou a chorar na minha frente. Chorava muito, e eu perguntei se estava tudo bem, mas ela não falava nada. Ela saiu da sala, e uma colega perguntou se podia ir atrás dela. Eu disse que podia. Depois, quando essa menina voltou, estava com os olhos inchados, vermelhos de tanto chorar. Eu queria me aproximar para dizer que ela podia recuperar, que a nota não era tão ruim, acho que era 40 e poucos, mas ela não dava espaço para conversa. Na recuperação, ela tirou 80 e poucos, quase 90. Foi bem difícil lidar com essa situação (Entrevista com Elon, *EAC*, 401-413).

Esse relato permite lançar luz sobre outra dimensão: a das emoções docentes diante das situações de inclusão. Embora brevemente tratada, a narrativa de Elon evidencia sentimento de impotência, surpresa e dificuldade de ação e decisão dos professores diante da reação emocional da aluna. Tal situação não apenas remete ao desafio pedagógico-didático, mas também aponta para a ausência de espaços de escuta e elaboração emocional no cotidiano docente.

Como sugerem Faria e Camargo (2021) e Costa (2007), as emoções docentes diante da inclusão são muitas vezes invisibilizadas, apesar de serem elementos importantes na configuração das práticas e do envolvimento profissional. Essa experiência de Elon convida à compreensão da inclusão como um processo subjetivo e institucional ao mesmo tempo,

⁷¹ TDAH: Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade. Trata-se de um transtorno neuro desenvolvimental caracterizado por níveis persistentes de desatenção, hiperatividade e impulsividade que interferem no funcionamento e/ou desenvolvimento do indivíduo.

atravessado por emoções, tensões e mediações institucionais que carecem de maior reconhecimento e espaço de elaboração.

Elon destaca que cada aluno com deficiência constitui um caso particular, que demanda compreensão singular e condições efetivas para que as barreiras à aprendizagem possam ser superadas (*EAC*, 425-426). Em suas palavras, “não é algo genérico, é algo muito particular, muito específico” (Entrevista com Elon, *EAC*, 426).

Essa singularidade exige do professor não apenas sensibilidade para perceber as especificidades de cada estudante, mas sobretudo a capacidade de produzir respostas pedagógicas e didáticas situadas, ajustadas às interações que se estabelecem em sala de aula. As necessidades educativas específicas não constituem realidades objetivas e universais, mas sim construções contextuais, que emergem da articulação entre o sujeito, as práticas escolares e o ambiente institucional em que se inserem (Pelgrims, 2012).

Apesar das dificuldades, Elon enfatiza que a dinâmica inclusiva de alunos com deficiência gera aprendizados expressivos, tanto no plano pedagógico quanto no relacional (*EAC*, 429-433). Segundo ele, a aproximação com os estudantes com deficiência, no esforço de identificar o que lhes é mais acessível e funcional dentro da aula, amplia sua concepção sobre o próprio fazer docente e o convida a revisar suas práticas (*EAC*, 434-437).

Nesse sentido, ele entende que a inclusão implica a necessidade de ultrapassar o que chama de “zona de conforto”, que, em suas palavras se refere “a simplesmente dar sua aula, aplicar uma avaliação e encerrar por aí” (Entrevista com Elon, *EAC*, 435). Sair desse formato, segundo Elon, implica desenvolver maior atenção à realidade dos alunos, aos seus níveis de engajamento e à adequação das estratégias de ensino e avaliação às suas condições de aprendizagem.

Esse movimento, para além de técnico, tem impacto na constituição da identidade do professor, que relata tornar-se, nesse processo, uma pessoa mais sensível, atenta e comprometida com as especificidades de seus alunos. Tal perspectiva corrobora com análises que reconhecem a inclusão escolar como um campo tensionado por dimensões éticas, afetivas e institucionais (Mantoan, 2003; Assude, 2019; Nogueira; Farias; Morás, 2020; Faria; Camargo, 2021), nas quais o docente é constantemente desafiado a reconfigurar sua prática em diálogo com a diversidade presente na sala de aula.

Além das reflexões sobre sua prática docente, Elon compartilha uma análise crítica sobre as expectativas hegemônicas que incidem sobre a escola contemporânea e, por extensão, sobre as instituições formadoras de professores. Em sua fala, ele recorre à noção de “bom

aproveitamento” para nomear a exigência social de um fluxo escolar contínuo, marcado por baixas taxas de reprovação e evasão (*EAC*, 440-444).

Essa lógica, segundo ele, prioriza o número de alunos que conseguem “entrar e sair da escola”, refletindo um olhar estatístico de êxito institucional, ainda que esse êxito nem sempre reflita a realidade das condições de aprendizagem.

Elon observa que as universidades também compartilham, ainda que por vias distintas, dessa expectativa de desempenho, investindo na busca por qualidade, igualdade de condições e reconhecimento institucional (*EAC*, 445-447). No entanto, ele expressa uma espécie de ceticismo quanto ao compromisso da sociedade brasileira com a transformação efetiva da realidade educacional (*EAC*, 447-448). A mobilização social, segundo ele, ocorre majoritariamente em situações de grande impacto ou comoção, sendo raro o engajamento contínuo e estruturado em favor da inclusão escolar (*EAC*, 449-450).

A fala de Elon evidencia, assim, uma tensão apontada por Rodrigues (2006) entre o discurso de qualidade e as condições reais de implementação de práticas inclusivas, especialmente em contextos marcados pela desigualdade. Ao trazer esse tensionamento à tona, Elon contribui para problematizar o lugar da escola pública e da formação docente no contexto educacional brasileiro, convidando a uma leitura crítica das políticas de desempenho escolar e da responsabilização institucional em termos de aprendizagem.

A entonação e a ênfase mobilizadas por Elon ao tratar dos aspectos supramencionados revela um aspecto importante da inclusão escolar: sua viabilidade está diretamente relacionada às condições materiais, formativas e políticas que sustentam o trabalho docente. A crítica que formula aponta para o risco de que a responsabilização por resultados recaia sobre os professores, sem o devido reconhecimento das limitações estruturais impostas ao seu trabalho.

Assim, sua fala convoca a um deslocamento: da avaliação do desempenho em termos estatísticos para a análise crítica das condições de possibilidade da inclusão, considerando a interdependência entre políticas públicas, cultura institucional e práticas profissionais.

Essas vivências e percepções de Elon revelam a complexidade do trabalho docente diante da diversidade e das exigências sociais impostas à escola contemporânea. A experiência de Elon mostra que, embora a inclusão escolar seja possível e enriquecedora, ela demanda condições estruturais, formação específica e, acima de tudo, um olhar atento e comprometido com a singularidade de cada aluno.

7.1.2 Conclusão da análise multinível

Identificamos, nessa primeira parte, que Elon apresenta, nas entrevistas antes das aulas, uma compreensão predominantemente funcional da deficiência visual de Gael, centrada na ampliação de materiais e no uso intensivo do quadro.

Essas medidas são vistas como suficientes para garantir o acesso ao saber do aluno, revelando uma concepção em que as barreiras de aprendizagem são tratadas como dificuldades pontuais e solucionáveis com recursos e/ou ações técnicas. Contudo, à medida que o professor se confronta com episódios específicos de sala e revisita sua prática por meio da entrevista de autoconfrontação, surgem novos elementos em seu discurso: o impacto das dinâmicas interpessoais, a dependência de Gael em relação à colega Sophia, e a tensão entre acessibilidade e autonomia.

Esse deslocamento das concepções de Elon remete a um fenômeno já discutido por Booms (2022): uma passagem de um certo desconhecimento (ou subestimação) das implicações da deficiência para uma identificação progressiva de seus efeitos no cotidiano da sala. Elon passa a reconhecer que as dificuldades de Gael vão além de condições visuais, incorporando aspectos relacionados ao ritmo, à organização das situações e à participação no coletivo da turma.

Ainda que esse reconhecimento possa nem sempre se traduzir em reconfigurações das práticas do professor, ele indica uma ampliação dos conhecimentos docentes sobre as necessidades educativas específicas, processo que configura o que chamamos de reconfiguração situada da acessibilidade.

A análise evidenciou também uma distância entre as ações desenvolvidas por Elon e as recomendações da CLAI. Embora o professor declare seguir as orientações recebidas, sua prática é construída mais a partir da experiência e da observação do comportamento dos alunos do que do diálogo com os setores especializados. Tal distanciamento também se manifesta na maneira como interpreta o silêncio dos estudantes como sinal de conforto com os materiais didáticos, ignorando sinais não verbais de desconforto visual observáveis na pesquisa.

Além disso, a ajuda contínua oferecida por Sophia a Gael, embora reconhecida por Elon, é vivida com ambivalência: ao mesmo tempo em que favorece o acesso às tarefas, também gera preocupações sobre a autonomia de Gael, sem que outras estratégias de cooperação entre eles sejam formuladas.

A cooperação entre dois alunos com baixa visão (o que vale destacar) aparece como uma prática pouco tematizada, com forte espontaneidade, e que não se ancora em coordenação sistemática entre os diferentes atores institucionais (professores, CLAI, COPAE). Há, assim,

uma predominância de uma gestão individualizada da inclusão, na qual o professor assume a responsabilidade pelas decisões em sala.

Importa considerar que, embora o IFPB disponha de uma estrutura organizacional para atendimento às necessidades educacionais específicas, tais dispositivos nem sempre resultam em ações integradas na prática docente. O Plano de Ação elaborado pela CLAI, por exemplo, é conhecido por Elon, mas suas recomendações são parcialmente adotadas e, em muitos casos, reinterpretadas segundo critérios pessoais. Há, ainda, lacunas importantes na circulação de informações entre os setores, como evidenciado no caso de Sophia, cuja condição visual não era inicialmente conhecida pelo professor.

Elon expressa, em suas respostas, certo ceticismo quanto ao compromisso real da sociedade com a educação, enfatizando que a inclusão escolar é possível, mas que a estrutura social, ainda que ancorada em princípios inclusivos, pouco ou nada se mobiliza para tal feito. Consideramos que, embora sejam afirmações bem generalizadas, Elon compreende as organizações institucionais (governos, leis, famílias, escolas, universidades, entre outros) em prol da inclusão de alunos com deficiência como pouco determinantes para a ação do professor.

A inclusão pode se desenvolver, em parte, no cotidiano da sala de aula. As orientações legais e institucionais, embora importantes, são muitas vezes ajustadas (ou ignoradas) em função dos objetivos didáticos definidos pelo professor, uma vez que “[...] o acesso ao saber é também o acesso às situações de ensino e de aprendizagem propostas⁷²” (Assude *et al.*, 2014, p. 35), o que nos leva a reconhecer que as decisões didáticas do professor têm um peso determinante na operacionalização (ou não) da inclusão.

Nossa análise revela que, se por um lado a atuação de Elon diante da inclusão de Gael permite respostas rápidas e situadas, baseadas na observação do trabalho do aluno e em decisões ao longo das aulas, por outro, essa centralização do papel do professor limita a construção de uma inclusão como responsabilidade compartilhada, envolvendo os diversos atores institucionais (Thomazet; Mérini, 2014).

Como aponta Booms (2022, p. 192, tradução nossa), “É, portanto, difícil separar a consideração das necessidades educativas particulares do funcionamento habitual da classe e do trabalho didático do professor”⁷³. A inclusão não se faz apenas pelo atendimento pontual de demandas específicas, mas exige que tais necessidades sejam co-situadas no interior da

⁷² « [...] l'accès au savoir est aussi celui des situations d'enseignement et d'apprentissage proposées » (Assude *et al.*, 2014, p. 35).

⁷³ « Il est donc difficile de séparer la prise en compte des besoins éducatifs particuliers du fonctionnement usuel de la classe et du travail didactique de l'enseignant » (Booms, 2022, p. 192).

atividade comum, isto é, articuladas com as expectativas que organizam a situação didática para a classe. Nesse sentido, a posição de Gael na classe não pode ser pensada fora da dinâmica coletiva da aprendizagem, pois é nesse entrelaçamento que se jogam, de fato, as possibilidades de acesso ao saber.

Os níveis que apresentamos nesta parte I têm como objetivo evidenciar que a inclusão de Gael não se restringe a ações pontuais realizadas por Elon em sala de aula. Pelo contrário, eles revelam um complexo encadeamento de interações (potenciais e/ou efetivas) que ultrapassam a intenção do professor em promover a inclusão. Conforme destaca Assude *et al.* (2014), trata-se de uma dinâmica inclusiva que não é estática nem pré-determinada, mas constitui-se como um processo que se desenvolve no tempo, permeado por avanços, resistências e trajetórias que se constroem gradualmente.

Essa dinâmica inclusiva pode ser abordada por meio das situações didáticas, dos contratos associados a elas e, especialmente, pela dinâmica estabelecida entre os atores envolvidos em nível da sala de aula (alunos e professores), envolvendo suas posições, ações e responsabilidades, fenômeno denominado pela autora de dinâmica topogenética.

No caso específico de Gael, essa dinâmica pode ser evidenciada pela forma como ele ocupa a posição de aluno, e pela maneira como Elon e seus colegas (especialmente Sophia) assumem papéis específicos para possibilitar sua inclusão efetiva nos processos educativos.

Por exemplo, Gael frequentemente recorre a Sophia para confirmação de procedimentos e soluções, criando uma interação específica que, embora favorável em alguns aspectos, também gera dependências e desafios para sua autonomia. Por sua vez, Elon, enquanto professor, pode intervir quando percebe que Gael não consegue acompanhar o ritmo da aula ou enfrenta dificuldades semelhantes às dos demais alunos.

Essa dinâmica topogenética reflete diretamente o contrato didático estabelecido em sala de aula, em que as ações de Elon (como o uso frequente do quadro com letras ampliadas e a explicação oral simultânea às anotações no quadro) buscam assegurar a acessibilidade ao saber matemático, ao mesmo tempo em que evidenciam suas expectativas em relação ao desempenho de Gael e dos demais alunos.

Cada ator na sala de aula (Elon, Gael, Sophia ou outros colegas) ocupa posições específicas com responsabilidades que podem impactar diretamente a dinâmica inclusiva, estabelecendo um contexto em que cada ação tem o potencial de alterar significativamente o funcionamento cotidiano da classe, que pode reverberar na dinâmica inclusiva ensejada, e, por conseguinte, o acesso ao saber.

É nesse ponto que se torna necessário deslocar o olhar para o funcionamento didático da sala de aula, especialmente no que diz respeito às condições de acesso ao saber. A presença de Gael, e as estratégias mobilizadas por Elon, revelam que a inclusão escolar não se limita a medidas “adaptativas”, mas envolve decisões didáticas que configuram o meio com o qual os alunos interagem. Compreender como essas decisões impactam a participação e a aprendizagem de Gael e permitem uma modificação da situação de Elon requer atenção às situações de ensino propostas, aos contratos didáticos e as interações estabelecidas em vista da aprendizagem do saber em jogo.

Com base nessa discussão preliminar, a Parte II deste trabalho dedica-se à análise de episódios de sala de aula em que se manifesta de forma mais visível o funcionamento do contrato didático e a estruturação do meio em torno da aprendizagem de progressão aritmética. Essa análise é, portanto, uma tentativa de tornar visível, em parte, o trabalho “real” do professor em situações comuns de ensino.

7.2 Parte II: A acessibilidade didática na análise de situações

Parece-nos importante recolocar certos aspectos da inclusão, em articulação com o funcionamento comum de uma classe. Nesse sentido, consideramos que as necessidades educacionais especiais constituem, em grande parte, uma questão didática, pois afetam diretamente as condições sob as quais se organiza uma situação de ensino voltada à construção de saberes matemáticos (Brousseau, 1998; Sarralié, 2006).

O que queremos afirmar é que um ponto de vista didático é constitutivo da inclusão, particularmente em termos de acessibilidade, e, mais especificamente, de acessibilidade didática (Assude *et al.*, 2014). Trata-se, portanto, também de acessibilidade às aprendizagens.

No caso que analisamos, a resposta às necessidades de Gael deve ser compreendida como parte de uma discussão didática que leve em conta as dificuldades específicas da disciplina. Para tanto, apoiamo-nos na estruturação do meio (Margolinas, 2004b) com o objetivo principal de evidenciar a situação em que se encontra o professor Elon quando interage com Gael. Isso nos leva, inevitavelmente, a considerar também, ainda que em parte, o trabalho desse aluno. Em termos de estruturação, concentramos nossa atenção nos níveis que permitem considerar simultaneamente as posições do aluno e do professor, ou seja, nos níveis +1, 0 e -1.

Tendo em vista que há, da parte do professor, uma intenção de ensino da progressão aritmética para alunos do 1º ano do Ensino Médio, iniciamos a análise pela reconstrução da situação de construção do tema (nível +2). A partir disso, selecionamos uma unidade de aula e

nos concentramos no estudo do projeto local que a sustenta (nível +1). Esse percurso constituiu o primeiro passo de nossas análises.

Em seguida, passamos a examinar minuciosamente dois episódios selecionados, com o objetivo de evidenciar escolhas didáticas recorrentes de Elon e colocar sob análise detalhada as condições de Gael no processo de aprendizagem de um saber ainda em construção. Para tanto, realizamos uma análise a priori dos textos dos problemas e exercícios que configuram cada episódio selecionado, considerando, em parte, tanto o ponto de vista do aluno quanto o do professor.

Por fim, avançamos para uma discussão que retoma diretamente nossa pergunta de pesquisa, com a intenção de delinear os resultados obtidos em torno da situação do professor e da inclusão de um aluno com deficiência. Evidentemente, as conclusões aqui apresentadas devem ser compreendidas como sustentadas de modo limitado pelo contexto particular de nosso estudo empírico.

7.2.1 Reconstituição da situação de construção de Elon (S+2)

Dada a complexidade da situação do professor (Margolinas, 2002), torna-se extremamente difícil, senão impossível, considerar a totalidade dos determinantes que a compõem. Nesta seção, voltamos nossa atenção especialmente para o projeto global do professor, correspondente ao nível +2.

Adotamos, inicialmente, um olhar exterior à sala de aula, examinando as diretrizes curriculares estabelecidas em documentos oficiais de caráter normativo e/ou orientativo, que organizam as orientações relativas ao ensino da progressão aritmética.

Em seguida, dirigimos nossa análise aos principais recursos de que o professor declaradamente se vale na preparação de suas aulas sobre o tema. Com isso, buscamos constituir um pano de fundo que permita acessar, ao menos com o material de pesquisa que dispomos, o meio de construção (M+2) com o qual Elon interage, e, a partir da sucessão de aulas que foram organizadas e implementadas, inferir o seu projeto global efetivo. Este movimento analítico nos possibilita apontar tanto as potencialidades quanto as limitações desse projeto.

Retomando a posição do professor no quadro de uma situação de construção (S+2) temos que Elon constrói a sequência da unidade, a organização do tema da progressão aritmética, ou seja, o professor elabora seu roteiro de ensino. Trata-se de descrever as escolhas gerais que ele realiza e as razões subjacentes a essas escolhas.

No nível sobredidático (+2), identificamos os conhecimentos mais específicos relativos ao ensino de progressões aritméticas em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, mobilizados

pelo professor. Iniciamos pelo que consideramos uma das primeiras fontes de referência para o professor de Matemática: os documentos oficiais de orientação curricular. Perguntamo-nos, então: o que dizem esses documentos sobre o ensino da progressão aritmética? Em seguida, voltamo-nos para o principal recurso do qual o professor se apropria no trabalho de ensino da progressão aritmética, ou seja, o livro didático adotado.

Com esse pano de fundo constituído, passamos então à análise do nosso material de pesquisa (composto por entrevistas e observações de aula), a partir do qual delineamos a situação de construção do tema da progressão aritmética na atividade docente de Elon.

7.2.1.1 A organização do ensino da progressão aritmética nos documentos oficiais

Margolinas (2004b) destaca que cada nível da atividade docente é atravessado por condicionantes e recursos próprios, e que o investimento do professor em determinada direção depende dos determinantes históricos da profissão, como as instruções oficiais e as demandas sociais, além dos conhecimentos que mobiliza em sentido amplo.

No contexto atual, é possível reconhecer a emergência de uma forte demanda social por inclusão escolar, consolidada, entre outros marcos legais, pela promulgação da LBI. Essa demanda também se reflete nos documentos oficiais de orientação curricular, como a BNCC, que reafirma em diversos excertos o compromisso da educação básica com o acolhimento das diferenças e com práticas pedagógicas inclusivas⁷⁴.

Entretanto, ao examinar especificamente o componente de Matemática para o Ensino Médio na BNCC, constata-se que não há formulações que reorientem diretamente o trabalho com os saberes matemáticos em função da inclusão de alunos com deficiência. As competências e habilidades estabelecidas continuam organizadas em torno dos fundamentos epistemológicos usuais da Matemática escolar, como o desenvolvimento do pensamento algébrico, o raciocínio lógico e a resolução de problemas. Nenhuma (re)organização curricular ou diretriz de diferenciação é indicada no interior do componente de Matemática.

É importante ressaltar que essa ausência de diretrizes específicas em Matemática para alunos com deficiência pode não ser fortuita. Considerando a natureza própria da disciplina,

⁷⁴ Na BNCC do Ensino Médio (Brasil, 2018), destacam-se: i) Compromisso com o acolhimento das diferenças e com práticas inclusivas, conforme princípios da educação integral (p. 7); Promoção da educação inclusiva como parte da formação humana integral (p. 14); Valorização da diversidade e da inclusão como parte do desenvolvimento pleno dos estudantes (p. 15); Reconhecimento da necessidade de práticas pedagógicas inclusivas e diferenciação curricular para alunos com deficiência, em consonância com a Lei Brasileira de Inclusão (p. 16).

pautada por coerências epistemológicas internas, seria plausível supor que documentos curriculares evitassem determinar diretamente práticas inclusivas no ensino de conteúdos matemáticos, a fim de preservar a especificidade das disciplinas escolares (Brousseau, 1994) e o saber a ser ensinado (Chevallard, 1992), além de respeitar a diversidade que a inclusão reconhece e instaura (Nogueira, 2020).

No âmbito da educação inclusiva, reconhece-se que a (re)organização curricular não constitui uma necessidade uniforme: nem todos os alunos com deficiência demandam adaptações curriculares, e, mesmo entre aqueles que as requerem, as necessidades são múltiplas e, algumas vezes, individualizadas (Guimarães, 2022).

Consideramos que é possível postular que a ausência de orientações curriculares específicas para as disciplinas considerando a demanda da inclusão possa ser interpretada como expressão da impossibilidade de sistematizar previamente práticas inclusivas pedagógicas e didáticas situadas, tanto do ponto de vista do saber quanto das condições singulares dos alunos.

Do ponto de vista do quadro teórico que adotamos, essa constatação sugere que a inclusão escolar se estrutura prioritariamente no nível ideológico (nível +3), da atividade docente (Rodrigues, 2006), cabendo às situações do professor a eventual exigência de reconfigurações em níveis inferiores da estruturação do meio.

Imaginemos, por exemplo, no ensino de conteúdos de geometria: a presença de um aluno cego poderia requerer do professor uma reflexão específica sobre as condições materiais e didáticas necessárias à construção geométrica no plano, levando em conta simultaneamente o saber a ser ensinado e a condição particular do aluno.

Essa perspectiva oferece uma pista valiosa: a situação do professor, no que diz respeito à dinâmica inclusiva, caracteriza-se por uma incerteza constitutiva, na medida em que suas ações podem ser determinadas apenas em relação à situação que ele tem, isto é, aos sujeitos com quem precisa interagir (e, sobretudo, seus conhecimentos) em favor da inclusão e aos saberes que deverá ensinar.

Essa discussão nos leva a delimitar a análise que se seguirá no nível +2. Neste tópico, restringimo-nos àquilo que os documentos oficiais estabelecem sobre o ensino de progressões aritméticas, considerando as orientações dirigidas genericamente a todos os professores, independentemente da presença ou não de alunos com necessidades específicas em suas turmas.

No caso de Elon, analisamos sua posição considerando sua formação inicial e início de atividade profissional. Embora a BNCC do Ensino Médio tenha sido homologada em 2018, assumindo o papel de referência normativa para a organização dos currículos escolares, a formação inicial de Elon (concluída em 2017) ocorreu ainda sob a vigência de documentos

como o PCNEM (1999), PCN+ (2002) e OCEM (2006b), documentos de caráter orientativo que, embora não tivessem força normativa, estruturavam amplamente as práticas formativas e didáticas da época.

Considerando o intervalo necessário entre a homologação da BNCC e sua efetiva implementação nas redes de ensino, é plausível supor que o conhecimento didático de Elon relativo às progressões aritméticas ainda se apoie, direta ou indiretamente, nos documentos anteriores. Evidentemente que esse apoio pode ocorrer tanto pelo contato direto com os referenciais curriculares quanto pela apropriação de recursos didáticos, práticas de ensino e formações que foram, elas próprias, estruturadas sob a vigência desses documentos (Margolinas; Rivière, 2005; Kaspary, 2019).

O saber matemático escolar constitui-se como o resultado de um processo de transposição didática, pelo qual um saber produzido em contextos institucionais exteriores à escola é reconfigurado em função de projetos educativos específicos (Chevallard, 1992). Sua inscrição no meio escolar responde a finalidades determinadas por instituições particulares e evolui historicamente em consonância com as transformações sociais, culturais e políticas que afetam a relação entre sociedade e saber.

Nesse sentido, propomo-nos a analisar e situar o ensino da PA nos documentos oficiais de orientação curricular brasileira. A partir dos documentos, entendemos a PA como constitutiva da aprendizagem algébrica no Ensino Médio, articulada à construção de expressões gerais, à modelagem de fenômenos discretos de variação constante e ao desenvolvimento do estudo das funções, mobilizando registros numéricos, algébricos e gráficos.

Partindo dos PCNEM (Brasil, 1999), o documento propõe uma organização do saber matemático pautada pela contextualização e pela interdisciplinaridade, com ênfase na resolução de problemas, na comunicação matemática e na generalização de regularidades.

No que tange à álgebra, os PCNEM destacam o conceito de função como eixo integrador de diversos conteúdos, enfatizando que “as sequências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções” (Brasil, 1999, p. 43). Nesse sentido, a PA é inserida não como um tema isolado, mas como um tópico que deve ser abordado no interior do estudo das funções, contribuindo para a construção de modelos, a leitura de gráficos e a compreensão de variações regulares.

Embora não detalhe procedimentos didáticos específicos para o ensino da PA, o documento situa-a como meio para desenvolver a competência de identificar regularidades e estabelecer relações de dependência entre variáveis. Trata-se, portanto, de uma perspectiva

funcional da PA, orientada para a capacidade de reconhecer regularidades de crescimento constante e associá-las a modelos funcionais.

O documento dos PCN+ (2002) aprofunda as orientações propostas pelos PCNEM, com ênfase em uma organização curricular que privilegia a articulação entre conteúdos matemáticos e o desenvolvimento de competências. No que diz respeito ao ensino da álgebra, reafirma-se o papel estruturante do conceito de função, ampliando sua inserção como eixo articulador de diferentes representações e conteúdo.

Nesse contexto, as sequências numéricas, incluindo as progressões aritméticas e geométricas, são tratadas como objetos que devem ser abordados em conexão com a ideia de função, permitindo que os alunos analisem suas propriedades por meio de leis de formação e representações gráficas.

O documento é claro ao afirmar que “com relação às sequências, é preciso garantir uma abordagem conectada à ideia de função, na qual as relações com diferentes funções possam ser analisadas” (Brasil, 2002, p. 121), recomendando a associação entre as sequências e seus gráficos, e a exploração das ideias de crescimento e decrescimento por meio dessas representações.

Além disso, a progressão aritmética é tratada como exemplo de regularidade matemática a ser trabalhada em sala de aula, especialmente a partir da propriedade da constância da soma de termos equidistantes “[...] ao identificar a regularidade de que é constante a soma dos termos equidistantes de uma progressão aritmética finita, [o aluno deve] estender essa propriedade a toda situação envolvendo progressões aritméticas e daí deduzir a soma de seus termos” (Brasil, 2002, p. 116).

No detalhamento dos conteúdos da unidade temática “variação de grandezas”, o documento inclui “sequências numéricas: progressões e noção de infinito” ao lado das funções analíticas e não analíticas, funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas, reforçando a importância didática desse objeto como instrumento de transição entre procedimentos aritméticos e o estudo de funções.

As OCEM (2006b) consolidam o papel estruturante das funções no currículo de Matemática, destacando a necessidade de que diferentes conteúdos, como as progressões, sejam tratados no estudo das funções. O documento explica que “As progressões aritmética e geométrica podem ser definidas como, respectivamente, funções afim e exponencial, em que o domínio é o conjunto dos números naturais” (Brasil, 2006b, p. 75).

Reforça, ainda, que “não devem ser tratadas como um tópico independente, em que o aluno não as reconhece como funções já estudadas”, advertindo contra a prática de propor

“exaustivas coletâneas de cálculos que fazem simples uso de fórmulas (‘determine a soma...’, ‘calcule o quinto termo...’)”.

Esse posicionamento aponta orientações didáticas importantes: o estudo de progressões não se encerra em aplicação de fórmulas, mas se articula à identificação de regularidades e à compreensão da estrutura algébrica subjacente às funções. A abordagem sugerida aproxima-se de uma perspectiva de modelagem de expressões algébricas, que se distancia de um ensino centrado na memorização de fórmulas e se orienta para a construção de sentidos em diferentes registros de representação.

A BNCC para o Ensino Médio (2018) organiza as aprendizagens essenciais em torno do desenvolvimento de competências e habilidades. O documento centra-se fortemente em habilidades como análise, argumentação e resolução de problemas. No eixo da álgebra, ganha destaque a valorização da identificação de regularidades, da generalização de padrões e da construção de modelos matemáticos, especialmente a partir de funções e relações entre grandezas.

É nesse contexto que a progressão aritmética é proposta “Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas” (Brasil, 2018, p. 533). Essa formulação orienta que o estudo da PA esteja articulado à função afim em domínios discretos, com ênfase na análise de regularidades e na elaboração de expressões gerais.

A menção à “dedução de algumas fórmulas” aponta para o desenvolvimento de estratégias de generalização algébrica. Embora o documento não especifique quais fórmulas devem ser deduzidas, pode-se inferir que se trata, por exemplo, da construção da expressão do termo geral ou da soma dos termos de uma progressão aritmética.

Em relação à “resolução de problemas” deve ser compreendida à luz das orientações fornecidas pela própria BNCC, que recomenda o trabalho com diferentes tipos de problemas, inclusive aqueles em que a tarefa não está explicitada, exigindo que os estudantes mobilizem seus conhecimentos para identificar conceitos, elaborar estratégias e avaliar a validade das soluções propostas. Dessa forma, o documento sugere um estudo matemático que envolva os alunos em situações que favoreçam a investigação, a formulação de modelos e a argumentação matemática.

Em síntese, os documentos trazem orientações pontuais, dependentes das épocas e das prioridades educativas vigentes. No domínio algébrico, isso se manifesta nas condições de tratamento dos objetos e nas mudanças de concepções sobre a álgebra (Farias, Costa e Uribe, 2023).

Em todos os documentos analisados, é possível inferir que a PA é tratada de maneira “secundária”. Tal constatação traz uma evidência relevante: a PA ocupa o lugar de um caso particular da função afim, sendo abordada prioritariamente como meio de introdução ao estudo de funções. Embora muitos livros didáticos ainda a tratem como um saber separado (Almeida, 2012), essa não é a orientação predominante nos documentos curriculares. Essa configuração parece confirmar o que Boschet (1983) observa a respeito de certas exposições escolares das sequências, nas quais estas são apresentadas diretamente como casos particulares da noção mais geral de função.

Não há, em nenhum documento oficial analisado, uma preocupação sistemática em apresentar ou tematizar a PA como objeto autônomo de estudo, em termos de sua definição, expressão do termo geral, fórmula da soma dos termos e análise aprofundada de suas propriedades específicas. A PA é abordada majoritariamente como meio para a identificação de regularidades e a construção de conhecimentos algébricos no estudo das funções afins.

O PCN+ inaugura uma nova exigência didática: os alunos não apenas reconhecem padrões, mas devem aprender a expressá-los de forma generalizada, antecipando conhecimentos úteis (Conne, 1992) no estudo de funções mais complexas. A representação gráfica da PA, elemento essencial para o estudo de funções, apenas é mencionada explicitamente nos PCN+.

As OCEM orientam sobre não simplificar o estudo da PA ao uso de fórmulas, o que se reforça na BNCC que fala sobre a importância da dedução das fórmulas. Esse último documento ainda traz ênfase sobre a instalação de situações contextualizadas para a resolução de problemas envolvendo aspectos do mundo financeiro, logísticos etc.

Observamos que os documentos brasileiros atribuem ao professor a responsabilidade pela organização de situações de ensino que viabilizem a construção dos conhecimentos matemáticos pretendidos. Todavia, a ausência de indicações finas acerca das condições epistemológicas dessas situações implica que o professor, ao planejar suas aulas, deve não apenas propor atividades, mas assegurar a estrutura e a coerência do saber em jogo.

Na falta de orientações didáticas específicas, cabe-lhe a tarefa de selecionar e organizar situações que preservem as significações expressivas dos saberes, assegurem sua instituição epistemológica e garantam a pertinência de seu uso no percurso formativo dos alunos, responsabilidade que, cumpre destacar, está longe de ser trivial.

7.2.1.2 A organização do ensino da progressão aritmética no livro didático adotado

Nesta subseção, voltamo-nos para o material didático mais próximo do professor tanto na preparação quanto na condução das aulas observadas: o livro didático adotado por Elon. Por livro didático, entendemos, de forma geral, uma obra didática destinada aos alunos (Daina, 2013).

O professor, no caso analisado, utiliza a versão destinada ao docente (livro do professor), que é, basicamente, uma cópia do livro do aluno, contendo, no entanto, no mesmo corpo textual, orientações diversas (gerais ou específicas) relativas às propostas de discussão, exercícios, atividades, entre outros elementos sobre os temas matemáticos. Ao final da obra, há ainda um manual do professor que corresponde a um conjunto de indicações didáticas voltadas ao docente, que inclui direcionamentos gerais sobre e para o ensino de Matemática e observações e sugestões específicas sobre cada tema a ser desenvolvido.

Na primeira entrevista (E_0), ao ser questionado sobre o que havia preparado para o ensino da progressão aritmética, Elon mencionou espontaneamente o livro didático como referência principal, mesmo antes de qualquer pergunta específica sobre os materiais utilizados.

P: Como é que você tem pensado o trabalho com a PA? De uma forma geral...

Elon: Eu percebi que no livro didático deles não tinha o assunto. Eu tentei ver algumas metodologias de livros, essas coisas. Consultei dois livros, aí escolhi um do segundo ano do Ensino Médio, que já é, né? O que é usado aqui na escola. Aí, percebi que ele era mais didático, até mais que o outro. Vou utilizar ele mesmo. Como eles não têm esse livro, que é o volume dois, só têm o volume um, eu estou imprimindo parte do livro e entregando.

P: No caso, o outro livro que você pensava em trabalhar era o livro...?

Elon: O Gelson Iezzi.

P: Isso, o Iezzi. E qual foi, assim, a principal coisa que você notou de diferença?

Elon: Pronto. Eles já têm o livro, o volume um, né? A abordagem do outro é mais rigorosa. A linguagem do livro que escolhi é mais acessível para o nível deles. Os exercícios condizem mais com a realidade deles (Entrevista com Elon, E_0 , 6-17)

É centrado nos elementos que emergem desse discurso que passamos a construir nossa análise sobre o que diz o livro “Matemática – Ensino Médio: Volume 2” de Manoel Paiva (2015), adotado por Elon, quanto ao ensino da progressão aritmética e, em alguma medida, sobre as razões que justificam sua escolha por esse material. A partir deste ponto, referimo-nos a essa obra, por brevidade, apenas como “Paiva”.

Nosso olhar, portanto, é duplo: por um lado, buscamos compreender como o livro organiza e apresenta o conteúdo de PA, quais atividades propõe e como estrutura o ensino dessa noção; por outro lado, interessa-nos analisar como esse recurso se inscreve na organização do

trabalho com os alunos e, nesse sentido, como contribui para delinear traços da situação de projeto didático global construída por esse professor.

Antes de nos debruçarmos especificamente sobre o tratamento dado à progressão aritmética, consideramos necessário examinar a organização global da obra. Trata-se de um livro que pode ser caracterizado como mais “clássico” (Daina, 2013), na medida em que articula a apresentação dos conteúdos com propostas de atividades (exercícios, situações-problemas, atividades de investigação, entre outras) dispostas segundo uma lógica de ordem de apresentação do tema que acompanha a organização das aulas.

Não entraremos aqui na discussão sobre a definição do termo “atividade”. Tomemos esse termo apenas em seu sentido profissional, reconhecível pelos professores “do lado do ofício”. Optamos por manter, nesta descrição, os termos utilizados pelo próprio autor do livro, que aparecem devidamente destacados por meio de sublinhado.

O livro é organizado em capítulos, cada um deles iniciado por uma abertura que busca estimular a reflexão sobre um problema contextualizado. Essa abertura traz questões que permitem avaliar conhecimentos prévios ou que poderão ser resolvidas após o estudo do capítulo.

Ao longo do desenvolvimento dos conteúdos, são apresentados exercícios resolvidos, que acompanham a teoria com o objetivo de ajudar na compreensão dos conceitos. Em seguida, surgem os exercícios propostos, cuja função é verificar o aprendizado por meio de aplicações imediatas dos conteúdos, incluindo conexões com o cotidiano. Entre os exercícios propostos, há também a seção Criando problemas, que tem como objetivo incentivar a elaboração de problemas pelos próprios alunos.

Os capítulos incluem ainda os exercícios complementares, que oferecem questões de aprofundamento dos assuntos abordados. Após esses, a seção Pré-requisitos para o capítulo seguinte propõe exercícios destinados à revisão de conceitos importantes para a continuidade do estudo. A seção Trabalhando em equipe propõe atividades voltadas à colaboração entre os alunos, reconhecida como uma competência essencial. Dentro dessa seção, encontra-se o item Análise da resolução, que permite refletir sobre erros comuns na resolução dos exercícios, além da subseção Matemática sem fronteiras, que apresenta textos com situações aplicadas aos conceitos trabalhados.

Além disso, há questões para reflexão, que buscam estimular os alunos a argumentarem sobre os conteúdos estudados. Em algumas unidades, o livro inclui ainda a seção Conectado, com atividades para serem realizadas com o uso da internet, e Mentes brilhantes, que apresentam feitos de pessoas que contribuíram para o desenvolvimento da Matemática ou da

Ciência em seu tempo. Por fim, em determinados capítulos, o livro traz propostas de atividades com calculadora, pesquisa e trabalho em grupo, que podem ser realizadas em duplas ou equipes, ampliando as formas de envolvimento dos alunos com os temas estudados.

Essa apresentação global da organização do livro materializa a forma como o autor propõe, a professores e alunos, o estudo dos saberes matemáticos. Não aprofundaremos aqui a análise desses dispositivos, pois esse não é o objetivo deste trabalho. No entanto, chamamos atenção para o fato de que eles veiculam direcionamentos noosféricos (nível +3) sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática que, como mostramos mais adiante no desenvolvimento da Parte II deste estudo, parecem ser determinantes em certos aspectos do trabalho didático de Elon.

Em efeito, um livro se define, antes de tudo, pela constância das formas de organização que nele se repetem (Rivière, 2017). Observando mais de perto o capítulo 1, que compreende a seção sobre o estudo de sequências, a qual progressão aritmética faz parte, notamos que o livro organiza o conteúdo segundo uma estrutura regular, a qual se mantém ao longo dos demais capítulos da obra e que já foi descrita na apresentação global anteriormente exposta.

A subseção “3. Progressão Aritmética”, que se estende das páginas 12 a 22 do volume 2 de Paiva, apresenta uma organização didática centrada no tema em estudo, a progressão aritmética, que, nos termos de Chevallard (2002), se inscreve no interior do setor de estudo das sequências (entendidas, por definição, como funções dos números naturais nos reais), situado, por sua vez, no domínio algébrico.

Em efeito, é geralmente no 1º ano do Ensino Médio que o estudo das sequências numéricas se desenvolve no campo da álgebra, com ênfase na formalização de expressões e na modelização de situações matemáticas discretas. A proposta é que os estudantes se familiarizem com sistemas definidos em domínio discreto, nos quais as sequências numéricas operam como instrumentos de representação e análise no estudo das funções.

Em Paiva, a entrada no tema ocorre por meio de um exemplo (figura 17) situado no contexto da construção de uma linha de metrô, acompanhado de uma imagem e da apresentação de uma sequência de valores mensais referentes ao comprimento da obra.

Figura 17 - Introdução à progressão aritmética no livro

3 Progressão aritmética

Uma nova linha do metrô, ainda em construção, tinha 12 km no início de janeiro do ano passado. De lá para cá, essa linha cresceu 0,5 km ao mês.

A sequência a seguir apresenta os comprimentos, em quilômetro, dessa linha do metrô, mês a mês, a partir do início de janeiro do ano passado:

(12; 12,5; 13; 13,5; 14; 14,5; ...)

Essa sequência numérica é chamada de **progressão aritmética**, porque, adicionando a cada um de seus termos uma mesma constante, obtemos o termo seguinte; nesse caso, adicionamos 0,5 a cada termo.

Podemos definir, de modo geral, que:

Progressão aritmética (P.A.) é toda sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo precedente (anterior) com uma constante r .
O número r é chamado de **razão** da progressão aritmética.



Construção da nova linha do metrô, em São Paulo.
Foto de 2014.

Fonte: Paiva (2015, p. 12)

Esse contexto introduz a noção de acréscimo constante e sustenta a introdução do objeto matemático que serve de abertura para o tema, o qual será desenvolvido ao longo de toda a subseção por meio do encadeamento de diferentes tópicos de estudo, os quais constituem a organização dos elementos do saber⁷⁵ e procedimentos que estruturam o bloco didático.

Os elementos do saber associados aos tópicos são destacados em caixas azuis, que os organizam visualmente e indicam sua função, sob a forma de definições, proposições ou corolários, tratados no corpo do texto como definições e propriedades.

A partir da definição de progressão aritmética, desenvolve-se o conjunto de assuntos subsequentes, iniciando pela apresentação da PA como sequência numérica regida por uma diferença constante (a razão), a qual é representada inicialmente por meio da explicitação de seus primeiros termos. Na sequência, o enfoque torna-se mais algébrico, com a introdução da representação da PA por meio de seu termo geral.

Os tópicos se desdobram, então, na classificação das progressões aritméticas em função do valor da razão: crescente, decrescente ou constante. Essa classificação constitui uma

⁷⁵ No sentido de componentes que, em conjunto, constituem o saber escolar “progressão aritmética” (Margolinas e Bessot, 2023).

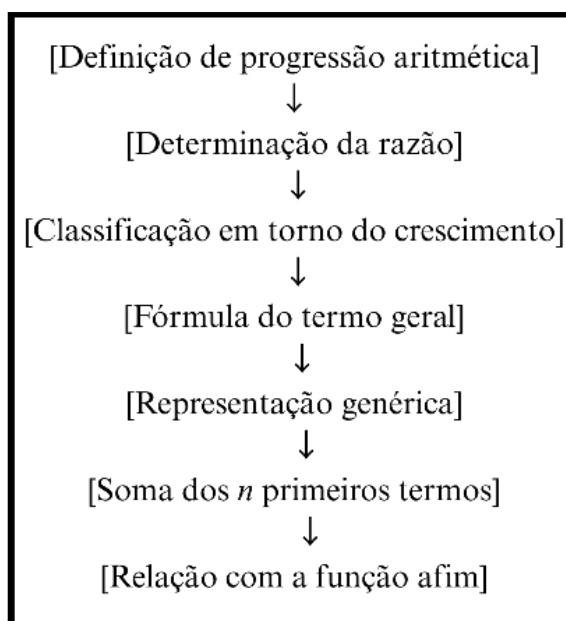
primeira camada de trabalho com o objeto, centrada na identificação e diferenciação de estruturas aditivas.

A subseção prossegue com o desenvolvimento do tópico relativo à fórmula do termo geral, a qual é discutida e exemplificada por meio de exercícios resolvidos que determinam o cálculo de a_n , da razão r , do número de termos n ou do termo inicial a_1 . A subseção inclui ainda a representação genérica da PA como “ $a, a + r, a + 2r, \dots$ ” e conduz, com base nela, à apresentação da fórmula da soma dos n primeiros termos.

Por fim, a subseção encerra-se com um breve parágrafo que associa a fórmula do termo geral à função afim, observando que a fórmula do termo geral define uma função do tipo afim. A discussão, de fato, é breve, concentrando-se na equivalência estrutural entre as duas expressões e na possibilidade de representação gráfica por meio de pontos da reta da equação $y = ax + b$.

Considerando essa organização, observamos que a sequência dos tópicos de estudo do tema central sugere ao professor que o itinerário didático proposto se aproxima, de forma arbitrariamente linear, de uma construção epistemológica do objeto. Essa observação decorre do encadeamento cronológico dos tópicos, que parece conferir à ordenação interna do capítulo de sequências. Em Paiva (2015), esse encadeamento se organiza como trazemos no diagrama abaixo.

Figura 18 - Organização sequencial dos tópicos sobre PA em Paiva (2015)



Fonte: Elaboração própria (2025)

Esse encadeamento dos tópicos nos revela as unidades de aprendizagem que é organizada da mesma maneira por toda a subseção:

- ✚ Uma parte de trabalho sobre objeto, uma apresentação do conteúdo (geralmente apoiada por uma “abertura contextualizada”)
- ✚ Uma parte de exemplos que introduzem os procedimentos associados a cada elemento do saber (“exercícios resolvidos”)
- ✚ Uma parte de exercícios de fixação (“exercícios propostos”)
- ✚ Uma parte de aprofundamento (“exercícios complementares”, atividades do tipo “criando problemas” e propostas para trabalho em equipe, como no segmento intitulado “Matemática sem fronteiras”)

Cada tópico que tomamos como uma unidade de aprendizagem (por exemplo: fórmula do termo geral) é acompanhado por exemplos resolvidos compostos por resoluções comentadas que discutem procedimentos a serem seguidos diante de um enunciado.

Ao final, apresenta-se um conjunto de exercícios propostos que retomam os procedimentos ensinados em diferentes combinações. Os enunciados dos exercícios convocam tipos de tarefas recorrentes (identificar, calcular, justificar), e as técnicas associadas se apoiam nas expressões algébricas apresentadas ao longo do texto. Embora este trabalho esteja ancorado na TSD, adotamos, quando pertinente, noções teóricas oriundas da TAD, como é o caso dos termos analíticos “tarefa” e “técnica”, utilizados na análise da organização dos exercícios.

Nessa perspectiva, compreendemos por tarefa uma classe de ações matemáticas escolarmente reconhecíveis (por exemplo, calcular o termo geral de uma progressão aritmética ou determinar a soma de seus n primeiros termos). A técnica, como o conjunto de procedimentos sistematizados que viabilizam sua realização, sendo uma resposta construída para realizar a tarefa, e adquire legitimidade por ser explicada (tecnologicamente) e inscrita numa teoria (Chevallard, 1992).

Trata-se, portanto, de um uso situado desses conceitos, que nos permite descrever com maior precisão a organização interna do trabalho matemático nos exercícios/problemas propostos, sem abandonar o quadro analítico da TSD, mas ampliando-o quando necessário para dar conta da materialidade do saber escolar no livro analisado.

A organização das atividades na unidade sobre PA em Paiva evidencia uma estrutura altamente regular. O conjunto totaliza 30 exercícios propostos, 16 exercícios complementares e 3 questões abertas, sendo duas sob o título “Criando problemas”. Esse arranjo quantitativo já revela, a centralidade conferida a exercícios de ordem prática (para “treinar” repetidamente técnicas).

Nos exercícios resolvidos, observa-se uma forma canônica de apresentação: enunciados predominantemente curtos, de baixa densidade verbal, acompanhados da aplicação direta de técnicas previamente ensinadas (notadamente, o uso da fórmula do termo geral e da fórmula da soma dos n primeiros termos).

A unidade reúne 11 exercícios resolvidos, alguns dos quais apresentam um contexto (como o número de degraus de uma escada, o posicionamento de radares em uma rodovia ou a interpolação de termos em um problema aritmético), mas esses exercícios atuam geralmente como pretexto narrativo para a aplicação de procedimentos a partir de fórmulas dadas, e não como problemas cuja resolução exigisse um trabalho de investigação genuíno.

Em todos os casos, a estrutura desses exercícios permanece centrada na operação técnica e reproduzível, o que reforça o caráter modelar dessas resoluções, como podemos observar no recorte abaixo (figura 19), no qual identificamos a estrutura típica dos enunciados, o tipo de tarefa convocada e a técnica aplicada.

Figura 19 - Estrutura típica de exercício resolvido

3 Determinar o número de termos da P.A. (2, 10, 18, ..., 250).

Resolução

Indicando por n o número de termos, devemos obter o valor de n na expressão $a_n = a_1 + (n - 1)r$ tal que: $a_1 = 2$, $a_n = 250$ e $r = 8$

Logo:

$$250 = 2 + (n - 1) \cdot 8 \Rightarrow 250 = 2 + 8n - 8$$

$$\therefore 256 = 8n \Rightarrow n = 32$$

Concluimos, então, que a P.A. possui 32 termos.

Fonte: Paiva (2015, p. 14)

No exemplo selecionado, observamos uma configuração que predomina entre os exercícios resolvidos da unidade: o enunciado convoca uma tarefa do tipo “determinar o número de termos de uma PA”. O aluno é conduzido a identificar os parâmetros previamente definidos para aplicação da fórmula do termo geral, substituí-los diretamente e resolver uma equação. Essa forma de apresentação frequentemente repete-se o com mínimas variações para os exercícios propostos na sequência.

Os exercícios propostos reproduzem, com ligeiras variações nos dados, o mesmo tipo de enunciado: “determine”, “calcule”, “classifique”, “verifique”. A relação entre exemplo e exercício é quase mimética, configurando um processo de fixação por repetição, o que se coloca como uma consolidação da aplicação das técnicas exemplificadas nos exercícios resolvidos.

No que concerne os exercícios complementares, de uma forma geral, é comum que os exercícios desta seção introduzam variações na forma como eles são colocadas ao aluno. Por sua vez, nas seções “Criando problemas” verificamos uma inflexão na natureza da atividade. O aluno é convidado a formular enunciados ou adaptar condições para a construção de problemas próprios.

O conjunto dos exercícios, assim estruturado, prolonga e reforça a organização interna dos tópicos da unidade: inicia-se com a apresentação de um elemento do saber ancorado em um contexto, seguida por exemplificações centradas, em sua maioria, em tarefas diretas (como calcular, determinar, identificar) e culmina em uma prática de treino reiterada de técnicas, composta por exercícios cuja estrutura se repete com variações mínimas.

Nas páginas 20 e 21, aparece a subseção “A progressão aritmética e a função afim”, que retoma uma situação apresentada anteriormente no capítulo e estabelece a relação entre a PA e a equação da função afim, com apoio de tabela e gráfico. Por fim, no final do capítulo seção, localiza-se a seção “Exercícios Complementares”, dos quais encontramos sete itens voltados à retomada e aprofundamento dos conteúdos trabalhados na subseção da progressão aritmética.

O que desenvolvemos até aqui foi a caracterização parcial da organização interna do livro, uma vez que a estrutura identificada no capítulo de nosso interesse se repete ao longo da obra, conferindo ao livro uma regularidade que tende a facilitar sua leitura e apropriação por parte dos professores.

No que concerne à parte anexada (manual do professor) de orientações no livro do professor, há, por exemplo, uma organização dos elementos do saber visados por cada unidade de aprendizagem. O texto sumário (figura 20), não apenas como uma lista de conteúdos, mas como uma organização estruturada do saber, e as orientações diretas relacionadas à progressão aritmética constituem uma parte essencial do meio nesse nível.

Figura 20 - Construção do tema PA de acordo com o livro adotado

Capítulo 1 - Sequências	
Conteúdo	Objetivos
1. O conceito da sequência 2. Lei de formação de uma sequência 3. Progressão aritmética 4. Progressão geométrica	Ao final do capítulo, os alunos devem estar preparados para: • diferenciar os conceitos de sequência e conjunto; • determinar os termos de uma sequência a partir da lei de formação; • reconhecer uma progressão aritmética; • classificar uma progressão aritmética como crescente, decrescente ou constante; • determinar um termo qualquer de uma progressão aritmética a partir do primeiro termo e da razão; • representar genericamente uma P.A.; • calcular a soma dos n primeiros termos de uma P.A.; • reconhecer uma progressão geométrica; • classificar uma progressão geométrica como crescente, decrescente, constante, oscilante ou quase nula; • determinar um termo qualquer de uma progressão geométrica a partir do primeiro termo e da razão; • representar genericamente uma P.G.; • calcular a soma dos n primeiros termos de uma P.G.; • calcular a soma dos infinitos termos de uma P.G. de razão q, com $-1 < q < 1$.

Fonte: Paiva (2015, p. 306)

Passamos, agora, a examinar de que modo Elon se relaciona com esse material didático e como essa relação se articula à sua situação de projeto global, conforme reconstruída a partir de nosso material de pesquisa.

7.2.1.3 A construção do tema da progressão aritmética na atividade docente de Elon

Duchaufour (1998, *apud* Daina, 2013) propõe uma tipologia que distingue dois perfis de professores quanto à escolha e ao uso dos livros didáticos. O primeiro perfil é caracterizado por uma adesão baseada em critérios globais e subjetivos, nos quais predominam elementos como a aparência do livro, sua linguagem e o potencial de agradar aos alunos, sem que haja, necessariamente, uma análise didática ou epistemológica aprofundada do material. Nesse caso, os professores descobrem os princípios organizadores do livro apenas durante o uso.

O segundo perfil corresponde a professores que realizam uma análise metódica e reflexiva antes da adoção do material, considerando critérios como a compatibilidade com documentos curriculares, a adequação ao perfil dos alunos, a consonância com sua abordagem pedagógica, sua formação teórica e o desejo de modificar ou renovar suas práticas.

À luz dessa tipologia, a escolha de Elon pelo Paiva (2015), em detrimento de outros materiais (como o livro de Iezzi⁷⁶), revela uma forma de apropriação que transita entre esses

⁷⁶ A coleção de livros didáticos de Matemática organizada por Gelson Iezzi, é reconhecida por sua abordagem sistemática e técnica dos saberes matemáticos. A obra se destaca pela ênfase na exposição teórica e pela vasta gama de exercícios, muitos dos quais inspirados em questões de vestibulares, o que a torna uma referência sólida

dois polos. Por um lado, sua justificativa se ancora em aspectos associados ao primeiro perfil, como a linguagem acessível (“a linguagem do livro que escolhi é mais acessível para o nível deles”), e a adequação dos exercícios à realidade dos alunos (“os exercícios condizem mais com a realidade deles”). Por outro, há indícios de uma escolha estrategicamente situada, orientada por critérios institucionais como a continuidade com o volume 1 já utilizado no IFPB.

No caso de Elon, é importante destacar que sua escolha não se apresenta como uma adesão inercial ao livro, mas como uma resposta situada diante de uma lacuna objetiva na organização do material adotado para o 1º ano do Ensino Médio. A unidade sobre progressões aritméticas, tema obrigatório conforme os referenciais curriculares nacionais, não está contemplada no volume 1 da coleção Matemática Paiva, sendo deslocada para o volume seguinte, uma decisão editorial não convencional, mas ainda observável em algumas coleções.

Diante dessa ausência, Elon manifesta (comenta informalmente) certa inquietação sobre como proceder, dado que sua atividade de planejamento e mesmo de implementação está fortemente ancorada no livro (E_0 , 92-98). Essa condição revela uma tensão entre a estrutura de sua ação docente habitual e a falta de material diretamente utilizável para o tema em questão. Ele chegou a cogitar a elaboração de uma apostila própria, mas rapidamente redireciona seu esforço para a busca e comparação de outras fontes já disponíveis.

Nesse processo, consulta diferentes livros didáticos e opta por aquele que julga mais acessível e adequado ao perfil dos alunos, o volume 2 da mesma coleção Paiva, já utilizado nos anos seguintes e conhecido pela instituição. Essa ação revela que o professor tem, de fato, margem de escolha, ainda que essa escolha se realize sob constrangimentos institucionais e curriculares.

Em um contexto marcado pela ampla disponibilidade de materiais na internet, o acesso à informação não garante, por si só, a coerência ou a legitimidade didática e epistemológica das fontes consultadas. É justamente nesse ponto que o livro didático pode (ou não) exercer uma função estratégica na situação do professor, funcionando, como vetor de estabilidade epistemológica com as orientações curriculares (Margolinas; Rivière, 2015), diante da complexidade de decidir o que, quando e como ensinar.

Ao recorrer ao volume 2 do Matemática Paiva⁷⁷, livro já legitimado institucionalmente no IFPB, articulado com os volumes anteriores e familiares à equipe docente, Elon evita tanto

para estudantes que buscam aprofundar seus conhecimentos e se preparar para exames de ingresso no Ensino Superior.

⁷⁷ A pesquisa em campo foi realizada em 2024. O livro Matemática Paiva, utilizado por Elon, corresponde à edição aprovada no PNLD com vigência de 2018 a 2020. Embora esse ciclo já tenha se encerrado, os professores de

a ruptura com a trajetória formativa dos alunos (expectativas institucionais) quanto a dispersão provocada por fontes de qualidade questionável e estruturação incertas. Sua escolha revela, assim, uma articulação entre margem de autonomia e busca por ancoragem didática segura, reafirmando o papel do livro como instrumento que intermedia as orientações curriculares, decisões didáticas e condições de ensino.

Retomando a tipologia proposta por Duchaufour (1998), essa escolha, no entanto, não se inscreve inteiramente nos moldes do segundo perfil, uma vez que não se apoia em uma análise profunda da organização epistemológica do saber matemático. A justificativa para manter um livro da coleção Matemática Paiva parece ancorada fortemente em aspectos ligados à “aparência” do livro. A escolha de Elon não é tematizada em termos da organização interna da unidade sobre progressões aritméticas, o que sugere uma apropriação funcional do livro, mais pragmática que crítica.

No nível da construção global do tema (+2), a situação de Elon caracteriza-se por uma delegação quase total à organização proposta pelo livro didático. Como o próprio professor afirma “Pronto, eu... a gente toma como norte, pelo menos eu, o livro didático que a instituição oferece para a gente e para os alunos. Então, eu costumo seguir esse mecanismo” (Entrevista com Elon, E₀, 92-93).

Esse fenômeno que é brevemente apontado por Margolinas e Rivière (2005), em termos da situação do professor, indica, em certa medida, o enfraquecimento de reflexão do professor em nível +2, pois ele não exerce um controle epistemológico próprio sobre a organização do saber a ser ensinado, mas se apoia em sequências e atividades tal como sugeridas no livro. Em outras palavras, a construção do tema (+2) por Elon, que deveria permitir um controle epistemológico do projeto de aula (+1), é delegada aos autores do livro didático sobre o qual ele se apoia.

O conhecimento didático de Elon “É o livro didático que determina a forma como é que eu vou lidar com o assunto” (Entrevista com Elon, E₀, 97). exemplifica essa forma de adesão, sustentada por razões pragmáticas e reforçada pela necessidade de garantir ao aluno um ponto

Matemática do IFPB decidiram, coletivamente, continuar utilizando esse material. Em conversas informais com docentes da instituição, esse posicionamento é frequentemente justificado como uma forma de resistência à Reforma do Ensino Médio (Lei nº 13.415/2017). Os professores relatam que optaram por não solicitar os livros do PNLD mais recente por entenderem que estes foram elaborados segundo os novos moldes curriculares da reforma, com os quais não concordam. Essa discordância, no entanto, se restringe a um nível noosférico/ideológico (+3). Não aprofundamos as conversas para entender o impacto em termos da própria organização curricular de Matemática (+2) e implicações em níveis inferiores. Trata-se, portanto, de um dado relevante e questionável, mas que não será aprofundado nesta pesquisa, cujo foco está centrado em outras dimensões.

de apoio fora da aula: “se eles tiverem dúvida em casa, eles podem até consultar o material” (Entrevista com Elon, E_0 , 98).

Essas condições que aponta contornos mais amplos (em termos noosféricos +3), se justifica pelo livro didático funcionar como um vetor privilegiado da noosfera, isto é, da instância institucional que julga, legitima e organiza os objetos de saber que serão ensinados na escola (Kaspary, 2019). No Brasil, essa noosfera se estrutura a partir de relações de assujeitamento (Chevallard, 1992) entre instituições estatais (como o PNLD) e o mercado editorial, sendo o livro didático o principal operador da difusão curricular.

No Brasil, os livros são, de fato, um importante veículo do currículo (Kaspary, 2019) e o professor tende a alinhar-se a esses referenciais já legitimados como forma de garantir pertencimento e segurança didática (Assude; Margolinas, 2005; Margolinas; Rivière, 2005). Complementarmente, Bittar (2017) enfatiza que o livro didático constitui uma instituição de referência para o professor, orientando não apenas os saberes a serem tratados, mas também o modo de os tratar, o que inclui escolhas didáticas.

Dessa forma, a situação de Elon é reflexo de uma expressão de uma cultura profissional sedimentada por relações institucionais assimétricas e por uma configuração noosférica que o coloca no lugar de “seguir o livro” é “seguir o currículo”, o que a priori minimiza os riscos de incoerência epistemológica.

Dessa forma, tomando o livro didático como elemento da situação do professor (Assude; Margolinas, 2005), temos um direcionamento para descrevermos e analisarmos a situação de construção de Elon. Ao enfatizar que “olho o que o livro didático tem, tento dar prioridade a certas coisas (...) e avaliação é basicamente tirada dessas atividades” (Entrevista com Elon, E_0 , 93-96), Elon revela que seu projeto (no nível +2) passa por uma filtragem prévia: a subseção da PA, presente no capítulo sobre sequências no livro, define não apenas o que será trabalhado (razão, termo geral, soma etc.), mas também como esses elementos do saber serão tratados e estruturados (exemplos e atividades contextualizados como abertura e exercícios graduais).

Nosso objetivo agora passa a precisar as escolhas de Elon, em termos de conhecimentos matemáticos e didáticos que sustentam essas escolhas e a influência de condições externas e internas sobre suas tomadas de decisão, através da análise do corpus de pesquisa constituído.

No nível +2, a atividade do professor Elon consiste em elaborar a organização global do ensino da progressão aritmética, articulando as principais noções desse objeto de ensino envolvidos, suas possíveis encadeações e as decisões relativas à sua ordenação. Nossa análise dos documentos oficiais de orientação curricular, bem como da organização temática das

unidades de aprendizagem do livro Paiva, permite-nos caracterizar as expectativas institucionais relativas ao ensino das progressões aritméticas.

De forma sintética, delineiam-se grandes linhas para estruturar o tema como um subconjunto do estudo das sequências numéricas e, considerando que toda sequência pode ser interpretada como uma função de domínio discreto, busca-se conduzir os alunos à identificação da PA como um caso particular da função afim.

Com efeito, toda PA pode ser descrita como uma função $a: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ cuja característica é a constância da diferença entre termos consecutivos: $a_{n+1} - a_n = r$, com $r \in \mathbb{R}$. Do ponto de vista matemático, trata-se de um tipo de sequência, definida por uma regularidade aditiva: cada termo é obtido somando-se r ao anterior (Lima *et al.*, 2006).

Em S+2, os limites e possibilidades decorrem, em parte, de concepções epistemológicas implícitas sobre o ensino da Matemática, isto é, sobre o saber a ser ensinado (Coulange, 2012). Essa construção baseia-se no conhecimento da progressão aritmética como caso particular de função afim com domínio discreto.

Essa construção implica uma transição progressiva entre diferentes representações: parte-se da fórmula recorrente: $a_{n+1} = a_n + r$, que destaca a regularidade local, mas é limitada para obter termos distantes. Em seguida, introduz-se a fórmula do termo geral: $a_n = a_1 + (n - 1)r$, que permite localizar qualquer termo a partir de sua posição. Ao reescrevê-la como $a_n = r \cdot n + (a_1 - r)$ evidencia-se sua estrutura funcional: um caso particular da função afim $f(x) = ax + b$, com domínio em $\mathbb{N}$.

Isso nos autoriza a caracterizar a situação S+2 potencial como: “Elon (P2) constrói uma sequência de aulas que estrutura a PA como caso particular de função afim”. Trata-se aqui de descrever as escolhas gerais que Elon efetua para estruturar esse tema e as razões que sustentam tais escolhas.

No que segue, buscamos reconstituir o projeto didático de Elon para o ensino de progressões aritméticas, tal como se delineia nas entrevistas realizadas antes das aulas (E_{0a} , E_{0b} , E_1 , E_2). Nosso interesse é evidenciar, a priori, a lógica da construção do tema por Elon, sem entrar no detalhe dos projetos de aula. Trata-se de uma reconstituição baseada nas intenções de ensino declaradas pelo professor nas entrevistas.

No caso estudado, esse projeto global assume uma forma progressiva, quase cronológica em relação ao livro adotado, e organiza-se em torno de três grandes eixos:

1. A construção da noção de regularidade aditiva, a partir do estudo de sequências numéricas e da identificação da razão, com posterior definição de progressão aritmética;
2. A introdução da fórmula do termo geral, apresentada como ferramenta para o cálculo de termos distantes;
3. O estudo da fórmula da soma dos n primeiros termos de uma PA, acompanhado de propriedades específicas, como a simetria entre os extremos e a média do termo central.

Elon também menciona o trabalho com representações gráficas da PA (E_2 , 9), referindo-se, em particular, à figura presente no livro adotado, na qual os termos da progressão são representados como pontos no plano cartesiano. Essa escolha sugere uma preocupação com a variação dos registros de representação, ainda que essa noção não seja formulada nesses termos pelo professor, e permite uma aproximação com a estrutura da função afim.

No entanto, a PA não é tematizada por Elon como um caso particular da função afim, isto é, essa leitura não aparece explicitamente em seu discurso como objeto de ensino. Reconhecemos que essa ausência de tematização poderia ter sido discutida com mais profundidade nas entrevistas, especialmente no que se refere às relações entre representação gráfica e estrutura funcional, mas acabamos por não explorarmos essa questão. Trata-se, portanto, de uma limitação da presente investigação.

Elon explicita diversas vezes que suas escolhas de sequência didática (+2) baseia-se no encadeamento sugerido pelo livro Paiva: primeiro, a noção genérica de sequência; em seguida, a PA como caso particular de sequência; por fim, propriedades e generalizações (termo geral e soma).

No projeto didático elaborado por Elon para o ensino da fórmula do termo geral da progressão aritmética, observa-se uma lógica de valorização da economia operatória. Diante da possibilidade de calcular os termos da sequência por meio da adição sucessiva da razão, o professor declara preferir introduzir desde cedo a expressão geral, por considerá-la mais prática, rápida e menos propensa a erros (E_{0b} , 147-149).

Embora reconheça que ambas as estratégias são possíveis, sua escolha revela uma orientação pragmática na construção do tema, voltada para a previsibilidade e a eficiência da técnica algébrica. Trata-se de uma decisão didática que pode ser interpretada, nos termos de Coulange (2012), como uma preferência por técnicas mais rápidas, econômicas, normatizadas e facilmente comunicáveis.

Adicionalmente, as entrevistas revelam que Elon está atento às dificuldades associadas à introdução da álgebra elementar, particularmente quando surgem incógnitas nas expressões.

Ele reconhece que a transição dos exemplos “concretos” para as expressões generalizadas com variável “ n ” constitui uma dificuldade importante para os alunos, o que orienta a organização gradual de suas intervenções didáticas.

O trabalho com as fórmulas no estudo da progressão aritmética é introduzido a partir da expressão geral. É por essa parte da situação de construção do tema, tal como concebida por Elon, que passamos a nos interessar na subseção seguinte. Um pouco mais próximos da situação didática, voltamo-nos agora para a reconstituição da situação de projeto local de Elon (S+1).

7.2.2 Reconstituição de uma situação de projeto de Elon (S+1)

Como parte constitutiva do projeto didático global (nível +2) elaborado por Elon, voltamo-nos agora à apresentação da aula em que se inserem os dois episódios analisados posteriormente. Ao utilizarmos o termo “aula”, não nos referimos aqui a uma unidade cronológica de 50 minutos, mas sim a um bloco de dois turnos consecutivos (totalizando 100 minutos), os quais são organizados e concebidos pelo professor como uma unidade didática contínua.

Adotamos, portanto, a noção de aula no sentido de um projeto didático local, coerente com a situação: “P1 organiza e planeja uma sequência de ações didáticas relativas ao ensino do termo geral de uma PA”, ações essas mais relativas à gestão da aula que incluem, por exemplo, a proposição de um problema, a apresentação inicial do assunto, a disposição e exploração de exemplos, a realização de exercícios e a correção coletiva e/ou individual das produções dos alunos.

O interesse, neste ponto, recai sobre a macro organização das aulas, isto é, sobre a forma como o professor estrutura a aula segundo uma lógica interna de encadeamento didático, e não apenas em torno de um problema ou exercício isolado. Abaixo, apresentamos um quadro que sintetiza a cronologia da sequência proposta na aula em questão.

Quadro 8 – Macro organização didática da aula A_{0b}

Fase da aula	Descrição	Atividade proposta
Proposição do problema inicial, seguida da explicitação do objeto de saber em jogo. (aproximadamente 22 minutos)	P1 visa propor um problema contextualizado (a construção de uma linha férrea entre duas cidades) e realizar uma discussão coletiva do procedimento para obter a resposta do problema, com apoio no quadro. Durante essa fase, a ênfase recai na identificação da regularidade aditiva. Em seguida, o professor formaliza o elemento do saber visado para a aula (fórmula do termo geral da PA), associando ao problema posto.	Determinar em quantos meses será concluída a obra entre duas cidades que distam 50km, considerando um avanço mensal fixo de 0,5 km a partir de 12 km já construídos.
Exemplificação dirigida com variações construídas pelo professor. (aproximadamente 22 minutos)	P1 exemplifica com sequências numéricas extraídas do material. A exemplificação é conduzida por ele no quadro com o objetivo de variar o parâmetro da fórmula a ser encontrado (valor de um termo em uma posição dada (ex. 1), a razão (ex. 2) e o número de termos (ex. 3)).	Exemplo 1: Determinar o 51º termo da PA (4, 10, 16, 22, ...).
		Exemplo 2: Encontrar a razão da PA ($a_1, a_2, a_3, \dots$), sabendo que $a_1 = 7$ e $a_5 = 8$.
		Exemplo 3: Determinar o número de termos da PA (2, 10, 18, ..., 250).
Proposição de exercícios para trabalho individual (aproximadamente 40 minutos)	P1 propõe exercícios como forma de consolidar a explicação do elemento do saber por meio do problema inicial, seguida de exemplos variados. Os exercícios são solicitados a serem resolvidos individualmente e indicados no material entregue. P1 deseja circular pela sala para tirar dúvidas e mesmo avaliar respostas. É possível fazer os exercícios com apoio entre pares.	Exercício 21. Determinar o 40º termo da PA (2, 13, 24, 35, ...).
		Exercício 22. Qual é o 21º termo da PA ($2k+1, 3k, 4k-1, \dots$)?
		Exercício 23. Obtenha o termo geral a_n da PA (2, 8, 14, 20, ...).
		Exercício 24. Em uma PA (a_n) de razão $r = 7$, temos $a_{20} = 131$. Determine a_1 .
		Exercício 25. Na PA ($a_1, a_2, a_3, \dots$) de razão $r = 2 - k$, temos $a_{11} = 29k - 18$, sendo k um número real. Determine a_1 .

Fonte: Elaboração própria (2025)

A organização da aula apresentada foi construída com base na articulação entre a entrevista E_0 e a observação da própria aula A_{0b} . Nosso objetivo não foi tratar, necessariamente, a situação de projeto local como uma instância cronologicamente anterior e externa à aula, uma vez que a preparação não a precede de forma obrigatória (Margolinas; Rivière, 2005). Buscamos, antes, analisá-la como uma atividade que se constitui em estreita interação com elementos identificáveis na situação didática (nível 0), com a qual mantém uma dinâmica de interdependência.

Partimos, inicialmente, da suposição de que, na entrevista realizada antes da aula, seria possível identificar, em termos de atividades, aquilo que o professor havia planejado propor aos alunos, um certo olhar exterior à classe. No entanto, constatamos, em quase todas as entrevistas antes das aulas, que Elon não dispunha de uma projeção da organização da gestão da aula, isto

é, de uma sequência de atividades previamente definidas e acompanhadas de uma previsão quanto à sua condução.

Tal constatação é coerente com o fato de estarmos lidando com aulas comuns. Mesmo tendo sido realizada menos de uma hora antes da aula, a entrevista revelou que a situação de projeto do professor, ainda, não estava completamente estruturada, a situação S+1, portanto, apenas se “finaliza” na própria situação didática (S0).

Esse dado nos leva a caracterizá-lo como um professor reativo: embora não se trate de um docente com longa experiência, Elon parece confiar em sua capacidade de tomar decisões didáticas no próprio momento da aula, seja no que diz respeito à introdução de novos conhecimentos, seja à consolidação de aprendizagens já trabalhadas.

Essa confiança está, em parte, relacionada ao lugar que o livro didático ocupa em sua atividade. Como discutido na subseção anterior, o livro Paiva adotado propõe atividades organizadas principalmente na forma de exercícios, com foco pragmático na aplicação de procedimentos previamente definidos. Essa estrutura parece fornecer ao professor uma base suficiente para decidir, já durante a aula, quais deles serão explorados.

As entrevistas realizadas antes das aulas revelam, quase sempre, uma preocupação maior com os conteúdos a serem trabalhados do que com os enunciados específicos dos exercícios ou de eventuais problemas. Em diversas ocasiões, somente mediante o direcionamento do pesquisador, ao solicitar a indicação precisa das atividades, ou com o livro em mãos, o professor conseguia especificar quais exercícios pretendia propor.

No caso da aula aqui analisada, essa indefinição é evidente: Elon não antecipou, na entrevista, os exercícios que acabaram sendo propostos. Essas escolhas foram, de fato, realizadas durante o próprio desenrolar da aula.

Ao orientar os alunos sobre os exercícios que deveriam realizar, Elon inicialmente hesita diante do material, evidenciando que a definição dos exercícios ainda não estava completamente determinada (E_0 , 517-522). No momento da aula, o professor consulta rapidamente as páginas seguintes e indica: “a 21, 22, 23, 24... e, pode fazer a 25” (Registro de aula, A_{0b} , 520-522). A menção à questão 25 é precedida por uma pausa perceptível, na qual Elon analisa o material antes de decidir incluí-la. Esse breve momento de incerteza revela que a escolha dos exercícios não havia sido previamente definida, sendo construída no próprio fluxo da situação didática.

Essa constatação nos aproxima da análise realizada por Daina (2013), segundo a qual, mesmo poucos dias antes da aula, os professores frequentemente não dispõem de um

“cenário”⁷⁸ definido. Em sua investigação, a autora observa que, embora alguns docentes indiquem os conteúdos que pretendem abordar, raramente especificam os enunciados dos problemas a serem trabalhados.

A organização da aula que reconstruímos no quadro 8 resulta, assim, da combinação entre a intenção didática declarada na entrevista e os ajustes e decisões efetivamente observados durante a aula. Não se trata, portanto, de considerar o planejamento como uma situação bem localizada no tempo e no espaço, mas como parte de um movimento dinâmico que, em última instância, realiza-se na própria sala de aula.

Considerando os exercícios selecionados por Elon, observamos que o conjunto proposto comporta um número considerável de enunciados a serem resolvidos em aproximadamente um turno de aula. Se retomarmos a temporalização estimada de cada fase no quadro, desconsiderando os minutos gastos com atividades “não didáticas”, como a distribuição de materiais, a organização da turma e a do material do próprio professor, estimamos que o tempo efetivamente disponível para o trabalho (a priori) individual dos alunos com os exercícios foi da ordem de 40 minutos. Trata-se, portanto, de uma restrição temporal que recai sobre a situação didática, limitando o tempo que pode ser dedicado a cada exercício.

Importa destacar que essa estimativa não contempla um momento de retomada coletiva voltada à correção e discussão dos resultados. No modo como a proposta foi organizada, Elon propõe todos os exercícios em paralelo, o que implica que, a priori, os alunos trabalharão sobre enunciados distintos ao longo do tempo restante de aula. A lógica subentendida parece ser a de que, à medida que um aluno conclui um exercício, ele inicia o próximo, ainda sob o acompanhamento individual do professor.

Essa dinâmica, no entanto, abre margem para diferentes interpretações por parte dos alunos: alguns podem compreender que devem aguardar a conclusão do professor para prosseguir; outros, por sua vez, podem preferir concluir toda a série de exercícios antes de buscar qualquer avaliação do professor. Além disso, é preciso considerar que a complexidade de certos enunciados, sobretudo para alunos que enfrentam dificuldades em compreender o que é solicitado pode resultar em tempos muito distintos de resolução entre os estudantes.

A situação que se configura, portanto, revela-se complexa: Elon busca acompanhar individualmente o trabalho dos alunos, mas, frente à variação do que é solicitado nos exercícios (como veremos posteriormente na análise a posteriori), depara-se com a dificuldade de atender

⁷⁸ Para Daina (2013), o cenário corresponde à sucessão das atividades propostas aos alunos, incluindo os enunciados dessas atividades no qual os alunos trabalham e eventuais ajudas fornecidas.

a alunos que não partilham, simultaneamente, da mesma situação. Essa heterogeneidade se intensifica em um tempo restrito de aula e sob um conjunto de exercícios variados.

Ainda que algumas razões atenuem a constatação inicial, permanece o fato de que os alunos são confrontados, em um intervalo de tempo, com uma pluralidade de exercícios que diferem não apenas em seus objetivos (o que se solicita), mas também na natureza do meio material (M+3) de cada exercício, distantes daqueles previamente trabalhados pelo professor na fase de exemplificação.

7.2.2.1 *Análise a priori dos exercícios*

Os exercícios 21 a 25, propostos por Elon na terceira fase da aula A_{0b} , compartilham a característica de requerer um trabalho em torno de conhecimentos em curso de aprendizagem, especialmente no que diz respeito ao uso da fórmula do termo geral de uma PA. Embora não se trate de atividades do tipo aberto há variação quanto ao grau de exigência do trabalho do aluno.

O Exercício 21 solicita a determinação do 40º termo da PA (2, 13, 24, 35, ...), ou seja, o termo a_{40} . Dados os conhecimentos do contrato didático estabelecido nas fases anteriores da aula, trata-se de um exercício de aplicação da fórmula do termo geral, na qual é necessário identificar os parâmetros envolvidos. A posição do termo solicitado ($n = 40$), o primeiro termo ($a_1 = 2$) e a razão ($r = 11$) devem ser identificados a partir da sequência apresentada, pois não são fornecidos de forma declarada no enunciado.

O trabalho matemático esperado se concentra na identificação e aplicação de um procedimento previamente instituído. Esse exercício é, na prática, idêntico ao exemplo resolvido pelo professor momentos antes (A_{0b} , 292-384), no qual se solicitava o 51º termo da PA (4, 10, 16, 22, ...). A única diferença está nos dados numéricos. Para os alunos que compreenderam o procedimento apresentado, é pouco provável que encontrem dificuldade na resolução.

O Exercício 22, por sua vez, solicita o 21º termo de uma PA cujos termos iniciais são expressos em função de um parâmetro k : ($2k + 1, 3k, 4k - 1, \dots$). A presença desse parâmetro impõe uma exigência mais elevada de tratamento das informações que são fornecidas, implicando o conhecimento de expressões e cálculos algébricos. A resolução pode seguir dois caminhos: pela substituição sucessiva, em que o aluno amplia a sequência termo a termo até atingir o 21º termo (o que exige identificar a razão $r = k - 1$) e resulta em um trabalho oneroso

ou pela aplicação direta da fórmula do termo geral, seguida da resolução algébrica da expressão obtida.

À luz do quadro teórico adotado neste estudo, trata-se de um enunciado que evoca componentes do meio material (M+3) de natureza distinta daqueles identificados nos exemplos trabalhados pelo professor. É possível antecipar que esse exercício apresentará um nível mais elevado de dificuldade para muitos alunos, o que exigirá de Elon maior envolvimento na condução da atividade. Considerando que se trata do segundo exercício da sequência e partindo da hipótese de que os alunos seguirão a ordem proposta, essa questão poderá demandar mais tempo do que o previsto e, eventualmente, comprometer a resolução dos demais itens solicitados.

O Exercício 23 propõe a obtenção do termo geral da PA (2, 8, 14, 20, ...). Por se tratar de um exercício proposto após a “institucionalização” da fórmula do termo geral, a hipótese mais direta é que o aluno recorra à aplicação dos parâmetros diretos na fórmula. O exercício solicita a construção de uma expressão algébrica a partir de uma sequência apresentada por extensão. Os conhecimentos matemáticos mobilizados envolvem: a identificação do primeiro termo ($a_1 = 2$), o cálculo da razão por meio da diferença entre termos consecutivos ($r = 6$) e a aplicação da fórmula do termo geral da PA.

O trabalho esperado consiste em reconhecer a regularidade, identificar os parâmetros necessários e produzir uma expressão algébrica. Considerando os exemplos previamente resolvidos pelo professor, caso o aluno tenha compreendido o significado da noção de termo geral, é provável que consiga resolver o exercício sem maiores dificuldades.

Caso contrário, o exercício poderá se mostrar particularmente exigente, uma vez que os exemplos anteriores e o problema inicial da aula não solicitaram, de fato, a produção do termo geral, mas apenas discutiram a fórmula como uma ferramenta eficiente para cálculos de termos de uma PA, apresentada pelo professor de forma ostensiva e não problematizada. O problema da construção da linha férrea, que inaugura essa sequência, constitui o tema de nossa análise do episódio e será tratado posteriormente.

No Exercício 24, são fornecidos o valor de um termo específico ($a_{20} = 13$) e a razão ($r = 7$), sendo solicitado o cálculo do termo inicial a_1 . Embora haja uma variação nos parâmetros fornecidos e naquilo que se deseja determinar, a estrutura do exercício permanece a mesma. A resolução provável seguirá uma sequência de etapas previstas: aplicação da fórmula do termo geral, substituição dos valores conhecidos e resolução da equação resultante. Em termos de forma de enunciado, o exercício é semelhante ao exercício 21 e aos exemplos resolvidos em sala pelo professor.

Por fim, o Exercício 25 introduz um grau adicional de complexidade ao envolver parâmetros algébricos tanto na razão da PA ($r = 2 - k$) quanto na expressão do termo dado ($a_{11} = 29k - 18$). A presença de duas expressões dependentes do parâmetro k , exige do aluno conhecimentos algébricos elementares, que podem ser naturalizados (Margolinas, 2004b) para alunos do Ensino Médio, mas que podem ser muito frágeis.

O trabalho esperado implica reconstituir a expressão de a_1 em função de k , articulando corretamente os parâmetros envolvidos e operando com expressões literais. O grau de dificuldade se eleva em relação aos exercícios anteriores, pela complexificação dos dados fornecidos e pelo tipo de raciocínio algébrico necessário. Relembramos que, tal como no exercício 22, nesses exercícios, a presença de parâmetros como constituinte do meio material modifica a situação instalada.

De forma geral, a breve análise a priori dos exercícios revela que, embora compartilhem um formato fechado e um enunciado semelhante, eles não são necessariamente de mesma natureza. A introdução de parâmetros algébricos, por exemplo, pode demandar mais tempo por parte dos alunos do que o professor eventualmente prevê.

Essa heterogeneidade interna da sequência, somada à forma como os exercícios são propostos de maneira paralela e ao tempo restante na aula, contribui para a constituição de uma situação didática em que os alunos não partilham necessariamente da mesma situação, mesmo estando diante de um mesmo conjunto de exercícios.

A análise do desenvolvimento da aula A_{0b} , a partir dos episódios particionados segundo a estrutura “questão–resposta(s)–conclusão”, nos permitirá evidenciar, de forma mais documentada, como se configuram as ações de Elon e a participação de Gael no contexto da sala de aula.

Insistimos, contudo, na dificuldade de conduzir essa análise tomando exclusivamente o trabalho desses dois sujeitos como focos isolados, uma vez que a situação de inclusão de Gael está implicada na própria dinâmica coletiva da turma e não se dissocia do trabalho do professor com o conjunto da classe.

Ao estudarmos o gerenciamento da aula por parte de Elon e a situação dos alunos diante das propostas apresentadas, buscamos compreender em que medida essas interações revelam ou não as condições de uma acessibilidade didática (Assude *et al.*, 2014).

7.2.3 *Análise dos episódios*

A fundamentação desta Parte II ancora-se na teoria das situações (Brousseau, 1998), cuja perspectiva nos permite considerar a dimensão da aprendizagem no nosso trabalho.

Consideramos que a inclusão escolar de alunos com deficiência ultrapassa a dimensão de acesso à escola, configurando-se como um desafio de acesso ao saber (Assude *et al.*, 2014; Booms, 2022). Em outros termos, trata-se de compreender a inclusão como a possibilidade de engajamento dos alunos em atividades matemáticas que favoreçam a construção de conhecimentos com sentido (Sarralié; Vergnaud, 2006).

Nesse quadro a TSD se revela pertinente em dois movimentos analíticos complementares. Por um lado, permite identificar, a partir de um saber (a ensinar), a intenção do professor em organizar situações que tornem possível a aprendizagem do aluno (ou para os alunos); por outro, oferece ferramentas para analisar as situações efetivamente instaladas em sala de aula, tal como são vividas, exploradas e transformadas pelos alunos em sua atividade (Margolinas, 2004b).

É nesse duplo movimento que se inscreve a presente parte da tese. Tomamos, de forma articulada, tanto a análise da intenção docente materializada no projeto antes da aula quanto a observação das situações comuns de aula, com o objetivo de examinar as relações entre alguns princípios teóricos da TSD e as injunções institucionais associadas à inclusão de um aluno com baixa visão, elementos estes já discutidos na Parte I.

Para tanto, analisamos dois recortes de aula (A_{ob}), que qualificamos como episódios (Margolinas, 2004b; Booms, 2022). Partimos, assim, da observação da aula como ponto de ancoragem para a análise da situação do professor (Margolinas, 2004a; Margolinas; Coulange; Bessot, 2005; Margolinas; Rivière, 2005), com o intuito de evidenciar, ou, ao menos, tensionar, o trabalho docente em sua complexidade. Ao fazê-lo, buscamos nos interrogar sobre as condições de possibilidade de uma ação do professor sobre o sistema de ensino, particularmente no que se refere à realização efetiva das expectativas inclusivas em classes comuns.

7.2.3.1 Episódio EP_1 – Construção de uma linha férrea

A análise que desenvolvemos a seguir constitui uma porta de entrada para a discussão didática do nosso material de pesquisa, articulando-se sutilmente com os elementos examinados nas seções precedentes da Parte I. Ela combina uma construção analítica a priori e uma análise a posteriori, com base, principalmente, em entrevistas e observações de aulas.

Trata-se aqui de reunir, em uma visão global da situação de Elon, as contribuições oferecidas pelos diferentes níveis da estruturação da atividade, especialmente no que diz respeito à introdução da fórmula do termo geral da progressão aritmética.

Após a formulação da análise a priori, e à luz dos objetivos identificados no nível de construção do tema (S+2) e no projeto didático local (S+1), o episódio em questão permite examinar como a situação efetivamente se desenrola (nível 0), quais bifurcações se configuram, que investimentos são realizados por alunos como Gael, Lúcia e Luís, e de que modo o professor intervém e ajusta sua ação.

A análise a posteriori, organizada em unidades de tempo, busca, assim, evidenciar as tensões, coerências e efeitos didáticos da gestão do professor em uma situação voltada ao trabalho de um conhecimento novo no estudo da PA.

7.2.3.1.1 Descrição do episódio

Em novembro e dezembro de 2024, observamos uma sequência de aulas ministradas por Elon. Após uma aula introdutória centrada em exemplos numéricos e no reconhecimento de sequências como progressões aritméticas (A_{0a}), Elon propôs, numa parte da aula seguinte, um problema sobre a construção de uma linha férrea entre duas cidades⁷⁹.

O episódio é basicamente situado em uma fase coletiva. Em termos dos critérios que utilizamos para selecionar esse episódio, a questão é a porta de entrada. A questão foi colocada por Elon a partir de uma formulação oral do problema, apoiada por um desenho no quadro: a pedido do professor, um aluno da turma havia representado duas cidades ligadas por uma linha.

A esse desenho, o professor acrescentou inscrições numéricas e elementos gráficos, acompanhadas de explicações verbais e gestuais que estruturavam progressivamente a situação evocada. Nenhum enunciado escrito foi distribuído; o problema é apresentado progressivamente pela narração do professor e pelas anotações feitas durante sua fala.

Segundo seu discurso em entrevista antes da aula observada, o professor visava retomar o conceito de progressão aritmética, já abordado anteriormente, e introduzir, a partir desse problema, a necessidade de uma expressão algébrica geral (E_0 , 154–160). O professor não descreve um roteiro de condução da atividade, apenas menciona sua intenção de apresentar aos alunos o problema, com base no qual pretende introduzir a noção de termo geral da PA.

No início da aula, o professor apresenta oralmente um problema com um contexto fictício que será retomado na sequência do episódio: trata-se da construção de uma linha férrea entre duas cidades, com um avanço constante de meio quilômetro por mês. Ele menciona que,

⁷⁹ Conforme A_{0b} , transcrição integral disponível no Apêndice B.

no mês anterior, a obra já contava com doze quilômetros construídos, e que no mês atual houve um acréscimo de meio quilômetro. A situação evocada é apresentada de modo a fazer os alunos considerarem uma continuidade nesse ritmo de construção.

O trabalho solicitado coletivamente aos alunos é o seguinte: eles devem pensar sobre uma estratégia e formular um procedimento que permita determinar, a partir desses dados, em quantos meses a obra será concluída. Compreendemos que os alunos são colocados aparentemente em uma situação de formulação, no sentido da TSD (Brousseau, 1998). De forma coletiva, numa espécie de debate, os alunos formulam as estratégias utilizadas e elaboram conjuntamente um procedimento para obter o número de meses para a conclusão da obra.

A observação da aula confirma que a situação didática (S0) foi introduzida de forma coletiva, sem instrução explícita para resolução individual ou em grupos. Pelo contrário, a atividade se desenvolveu mais como uma discussão aberta, na qual diferentes estratégias foram propostas pelos alunos, debatidas e reformuladas no espaço coletivo da turma, o que configura a(s) resposta(s) que circunscreve esse episódio.

Essa dinâmica, aparentemente, sugere que o professor buscava, mais do que acompanhar individualmente o trabalho dos alunos, promover uma confrontação pública entre raciocínios distintos, que criou um espaço propício para o surgimento de conflitos de interpretação e possíveis negociações de significados do saber em torno do problema proposto.

A pergunta do problema se encerra com uma conclusão (critério que circunscreve finalmente o episódio) conduzida pelo professor, em que certas estratégias sugeridas pelos alunos são invalidadas por um bom período do episódio (caso de Lúcia), enquanto outras permaneceram em uma zona de indefinição (caso de Luís e, possivelmente, Gael). Em seguida, Elon introduz diretamente a fórmula do termo geral da progressão aritmética e orienta sua aplicação ao problema posto no início da aula.

No entanto, o professor não propõe um trabalho de retomada do que foi realizado pelos alunos, isto é, a formalização não surge como resposta a um impasse compartilhado pelas estratégias discutidas, tampouco é reivindicada pelas soluções propostas pelos alunos. Ao contrário, o problema é reconfigurado como um exercício de substituição algébrica em uma equação, encerrando-se pela imposição de um procedimento do professor.

A conclusão, que se inicia no episódio analisado, apresenta-se, de modo geral, por meio de uma fase de avaliação, isto é, uma fase durante a qual “[...] a validade do trabalho do aluno

é avaliada pelo professor sob a forma de um juízo sem apelação”⁸⁰ (Margolinas, 2004b, p. 24, tradução nossa), sem possibilidade de negociação ou reformulação da resposta por parte do aluno.

Consideramos que a conclusão dada à pergunta do problema ainda que formalmente tenha funcionado como fechamento da atividade, não se constituiu como um momento de elaboração coletiva de significados às estratégias propostas pelos alunos, mas como a transição para a institucionalização do saber visado segundo os critérios do professor.

O episódio se organiza, portanto, de maneira bastante próxima ao recorte proposto por Margolinas (2004b), com a divisão em três momentos: um primeiro tempo de pergunta, no caso analisado correspondendo à introdução do problema, ancorado em um contexto fictício de construção de uma ferrovia; um segundo tempo, de respostas dos alunos, que se configura como um trabalho coletivo, no qual o papel do professor poderia ser o de incitar os alunos a encontrar uma estratégia e, de certo modo, conduzir uma discussão coletiva sobre essas propostas, embora, em nosso caso, esse momento tenha sido extremamente reduzido; e, por fim, um tempo de conclusão.

A análise que desenvolvemos a seguir toma como ponto de partida o enunciado verbal do problema, tal como foi instalado na aula, para, então, examinar a situação do ponto de vista do aluno (Margolinas, 2004b). Não se trata, neste momento, de identificar o que o aluno efetivamente fez (o que será objeto da análise a posteriori), mas de antecipar, sob uma perspectiva didática, quais significações a situação pode assumir em função dos conhecimentos em jogo.

7.2.3.1.2 Análise a priori do ponto de vista do aluno

Assumir o ponto de vista do aluno, na análise didática, exige que o pesquisador se desfaça da posição de professor que tende a fazê-lo ver a aula ou como o próprio professor — e, assim, não perceber as situações efetivamente instaladas, ou como um conselheiro que projeta outra situação julgada melhor. Em ambos os casos, permanece a tendência de interpretar a atividade do aluno com o filtro das intenções do professor (Laparra; Margolinas, 2010; Margolinas; Bessot, 2024).

Para isso, Margolinas (2004a) propõe uma distinção metodológica entre o que foi previsto na construção da situação, o que efetivamente se instalou em sala e o que pode ser

⁸⁰ « [...] la validité du travail de l'élève est évaluée par le maître sous la forme d'un jugement sans appel » (Margolinas, 2004, p. 24)

investido pelos alunos diante das condições do meio. Essa análise a priori busca explorar as possíveis significações que a situação adquire do ponto de vista dos conhecimentos em jogo.

7.2.3.1.2.1 Problema instalado por Elon e meio com o qual o aluno interage em situação

Elon apresenta a proposta de um problema de forma coletiva e oral, diante de toda a turma reunida. Ele não solicita que os alunos resolvam individualmente o problema em seus cadernos para, posteriormente, compartilharem suas respostas em um momento coletivo. Desde o início, a situação é construída como uma discussão conjunta em torno do problema, envolvendo diretamente toda a classe. Trata-se, portanto, de uma atividade proposta e desenvolvida no coletivo, e não de uma resolução individual seguida de uma socialização posterior.

No início da aula, cada aluno dispõe de uma cópia integral de uma subseção do volume 2 do livro didático dedicada ao estudo das progressões aritméticas. Trata-se de uma reprodução fiel do material original, sem quaisquer adaptações ou modificações. Ainda nos primeiros minutos, Elon solicita ao aluno Luís que desenhe no quadro, em tamanho ampliado, duas cidades conectadas por uma linha de trem (Figura 20).

Figura 20 - Desenho no quadro realizado por Luís a pedido do professor Elon



Fonte: Registro fotográfico realizado pelo pesquisador (2025)

À luz do quadro teórico adotado, o nível mais elementar da situação do aluno corresponde ao nível -3, no qual se situa o meio material (M-3). A partir disso, podemos formular a seguinte pergunta: o que o aluno percebe antes mesmo de conhecer o enunciado do problema, ainda não explicitado pelo professor?

Neste caso, o aluno vê um desenho no quadro: duas cidades, uma linha entre elas. Usamos a expressão “linha entre elas” num sentido genérico, pois a instrução dada por Elon a Luís foi feita de forma privada, que desenhasse no quadro, “em tamanho grande”, duas cidades

conectadas por uma linha de trem. Assim, outro aluno da turma não saberia necessariamente que se trata de uma linha de trem.

O professor, que no início da aula distribui as cópias do livro, ainda não forneceu nenhuma informação à turma sobre o desenho. O esboço feito por Luís é, portanto, o primeiro “interlocutor” do aluno, enquanto componente do meio (M-3). Torna-se relevante, nesse momento inicial, identificar quais conhecimentos podem ser mobilizados por essa primeira interação entre o aluno e o desenho, antes mesmo de qualquer explicação do professor.

Alguns alunos podem reconhecer no desenho um padrão gráfico associado à ideia de cidade (como edifícios) ou de ligação (uma linha entre os conjuntos). Outros podem relacioná-lo a experiências anteriores, como por exemplo: viagens, mapas, croquis, ou mesmo à expectativa de que o professor apresente uma narrativa, como uma história que explique por que há edifícios em lados opostos, separados por uma linha ou um trilho. Também é possível que a imagem evoque à ideia de percurso ou de distância a ser percorrida.

Essas primeiras impressões fazem parte do meio com o qual o aluno interage, pois constituem uma entrada na situação a partir do que o aluno já sabe ou viveu. A linha entre as cidades pode, por exemplo, evocar a noção de caminho ou deslocamento.

Trata-se de um meio evocado, pois tais elementos não estão concretamente presentes, mas representados graficamente, e que podem ser reconstruídos mentalmente pelo aluno a partir do contexto. Mesmo sem que o professor tenha trazido qualquer explicação do desenho, alguns alunos talvez formulem hipóteses sobre o que está por vir “será que é uma viagem?”, “é sobre cidades?”, “é para medir?”.

É importante destacar que, nesse momento, o meio está parcialmente organizado: há “objetos” visuais no quadro (Figura 20), mas ainda não há um problema formulado. A interação inicial é com o desenho, com as impressões verbalizadas por outros alunos no espaço coletivo da sala, e com as experiências anteriores de cada aluno. Interessa, nesse momento, observarmos a entrada do aluno na situação a partir de seus potenciais conhecimentos, e não a partir da intenção do professor.

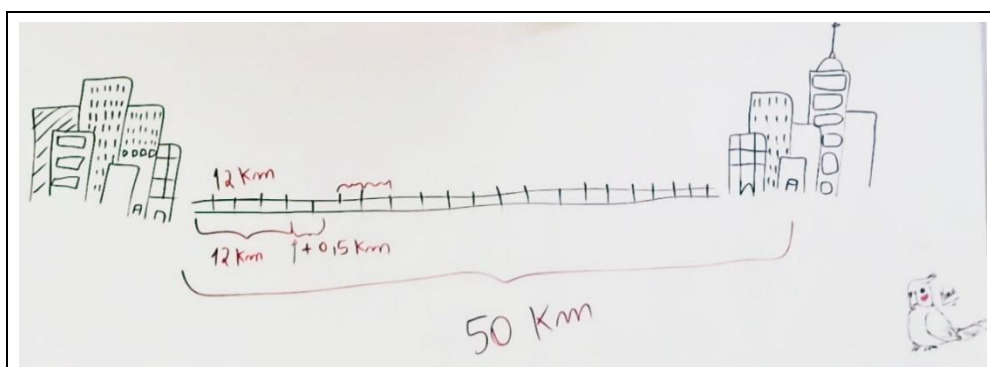
Após concluir a entrega do material e constatar que Luís finalizou o desenho solicitado, Elon chama a atenção da turma para a apresentação do problema:

Se vocês não entenderam o desenho eu vou explicar. Aqui tem duas cidades, a cidade A e a cidade B / Vamos supor que dessa cidade para a outra tem cinquenta quilômetros / Aí a galera começou a trabalhar numa linha de trem / Vamos supor que eles começaram a obra no início desse mês / Só que nesse mês de novembro eles começaram a trabalhar e fizeram doze quilômetros / Pararam durante um tempo e retornaram no início do mês / Eles andaram aqui na construção mais meio quilômetro por mês / Então, daqui para cá é doze, já tinha esses doze / Aí fizeram esse meio aqui

/ Aí mais meio, mais outro, ou seja, no mês de dezembro vai ter mais meio, no mês de janeiro mais meio (Registro de aula, A_{0b} , 4-48).

Não há enunciado escrito. O professor apresenta o problema da construção da ferrovia de forma narrativa, utilizando o desenho feito por Luís no quadro. A explicação é acompanhada por anotações e marcações feitas com pincel vermelho, que reforçam os elementos da configuração apresentada (Figura 21).

Figura 21 - Marcações e anotações feitas por Elon durante a formulação do problema



Fonte: Registro fotográfico realizado pelo pesquisador (2025)

Os dados extraídos do problema são os seguintes:

- ✓ Duas cidades (A e B), distantes 50 km.
- ✓ Já foram construídos 12 km de ferrovia em novembro.
- ✓ A partir de então, são construídos 0,5 km adicionais por mês.

Nesse momento, o aluno se depara com anotações em vermelho no quadro (“12 km”, “0,5 km” e “50 km”), bem como marcações visuais indicando medidas. Ele lê esses dados enquanto observa o desenho das cidades e da linha entre elas. Esses elementos articulam-se à fala do professor, que apresenta a situação de maneira narrativa, com referências temporais (como “mês de novembro” e “cada mês”) e espaciais (como “daqui até aqui”, “mais meio”, “doze quilômetros”, “cinquenta quilômetros”).

A interação com o meio é, simultaneamente, visual e auditiva: o aluno vê os registros no quadro e escuta Elon mencionar esses mesmos números, além de ações como “construir” e “pausar”, em um discurso ainda introdutório, sem que se explicita o que exatamente deve ser feito.

Neste nível de estruturação da situação objetiva (S+3), o aluno apenas reconhece elementos que lhe podem parecer familiares: o desenho de cidades, números associados a comprimentos ou distâncias (como os “50 km”) e expressões que sugerem uma temporalidade,

como “mês de novembro” e “cada mês”. Ainda não está claro, para o aluno, o que se espera que seja feito com esses dados.

Os efeitos possíveis dessa interação são diversos. Alguns alunos podem se concentrar em aspectos visuais feitos no quadro (como prédios, a linha ou as marcações); outros, com base em conhecimentos anteriores de contrato didático, podem perceber que a presença de números sinaliza a necessidade de realizar algum tipo de cálculo, mesmo sem saber exatamente qual.

À luz do contrato didático, não se espera que a maioria dos alunos permaneça nesse nível por muito tempo (Margolinas, 2000). Em um ambiente de Matemática escolar, espera-se que os alunos interpretem rapidamente o que foi apresentado como um problema matemático. Ainda que não saibam que cálculo realizar, é provável que comecem, por exemplo, a mobilizar ideias como somar 0,5 ou subtrair 12 de 50.

A pergunta que orienta esse movimento é então formulada por Elon: “Aí, a pergunta é, sem fazer regra de três, nem nada... em quantos meses eles vão terminar a obra?” (Registro de aula, *A_{0b}*, 48-49). Essa formulação impulsiona o aluno a reconhecer a presença de uma meta explícita (determinar um número de meses ligado à conclusão da obra, ainda ambígua quanto ao ponto de partida da contagem) e, ao mesmo tempo, a ativar esquemas matemáticos pertinentes (ou não) ao problema (Vergnaud, 1990).

Essa formulação marca teoricamente o nível -2 (Margolinas; Bessot, 2024), em que o aluno começa a perceber que há um problema a ser resolvido, mesmo que ainda não saiba exatamente como. O avanço para os níveis subsequentes ocorre justamente porque, nesse momento, há uma promessa de problema que “paira no ar” da aula.

Durante sua fala, Elon utiliza gestos para apontar os elementos no quadro, acompanhando cada nova anotação, mas sem utilizar vocabulário técnico (como razão ou primeiro termo). Ao final, ele dirige a pergunta à turma. Em nenhum momento solicita que os alunos registrem o desenho em seus cadernos. A resolução é iniciada como uma discussão coletiva, a partir de contribuições orais dos próprios alunos. O enunciado não é entregue por escrito, e a folha com o conteúdo do livro didático, embora distribuída no início da aula, não é mobilizada nesse momento da atividade.

A situação se desenvolve, portanto, de forma coletiva, com o professor organizando oralmente os dados e os alunos, ao mesmo tempo, acompanhando visualmente as informações no quadro. O meio com o qual o aluno interage é composto por diferentes elementos visuais e discursivos que estruturam progressivamente a situação instalada.

Dessa forma, consideramos importante retomar alguns aspectos do enunciado do problema apresentado por Elon, com foco em como ele contribui para a constituição do meio e

para a entrada do aluno no problema proposto. A pergunta “em quantos meses eles vão terminar a obra?” é formulada após a apresentação, pelo professor, de uma configuração visual composta por uma linha ligando duas cidades desenhadas por um aluno, complementada por três anotações: “12 km” (trecho já construído), “+0,5 km/mês” (ritmo de construção) e “50 km” (distância total).

Esses elementos evocados, dispostos no quadro durante a fala do professor, constituem componentes do meio material (nível –3), no qual a situação objetiva se instala. Trata-se de uma situação cuja estrutura se apoia em representações espaciais (segmentos e chaves), valores numéricos e enunciados temporais (referência ao mês de novembro e aos meses seguintes).

É a partir dessa configuração que a pergunta passa a ser interpretada pelos alunos. No nível –2, ela pode ser reconstruída como a tarefa de determinar um número de meses (objetivo explícito), mas que permanece ambíguo quanto ao intervalo temporal a considerar. Duas leituras são possíveis, ambas apoiadas nas marcas deixadas pelo professor no quadro: uma interpretação que toma como referência o tempo já decorrido desde o início da obra, e outra que se orienta pelo tempo restante até sua conclusão.

Consideramos que as interpretações divergentes identificadas na análise a priori do problema podem ser analisadas como bifurcações didáticas, no sentido de que, a partir de um mesmo problema formulado pelo professor, diferentes situações podem se instalar na sala de aula, produzindo trajetórias de significação distintas entre os alunos (Margolinas, 2004b).

Propomos, contudo, qualificar essas bifurcações como potenciais, uma vez que ainda não se efetivaram nas ações dos sujeitos, mas se inscrevem como possibilidades na estrutura da situação proposta. Ao nos referirmos a bifurcações potenciais, tomamos como foco o conjunto de interpretações e procedimentos possíveis, que surgem da relação dos alunos com o meio tal como foi instalado, e não necessariamente com o saber visado.

Trata-se, portanto, de reconhecer que o meio material da situação, incluindo objetos, representações e usos anteriores desses objetos (Laparra; Margolinas, 2016), orienta diferentes sentidos possíveis para a situação. É nesse sentido que introduzimos o termo bifurcação potencial, visando nomear as divergências latentes que, embora ainda não realizadas, são formalmente possíveis a partir das condições da situação instalada. A seguir, descrevemos as bifurcações potenciais que identificamos na proposição do problema por Elon.

i) Bifurcação potencial 1: *Construção progressiva da linha – adição iterativa*

Do ponto de vista do aluno, o valor “12 km” pode ser interpretado como o primeiro termo de uma sequência que cresce de 0,5 km a cada mês. A construção passa a ser pensada

como uma progressão acumulativa, iniciada com 12 km, o que implica incluir novembro na contagem.

Figura 22 - Primeira leitura possível do problema (Bifurcação potencial 1)



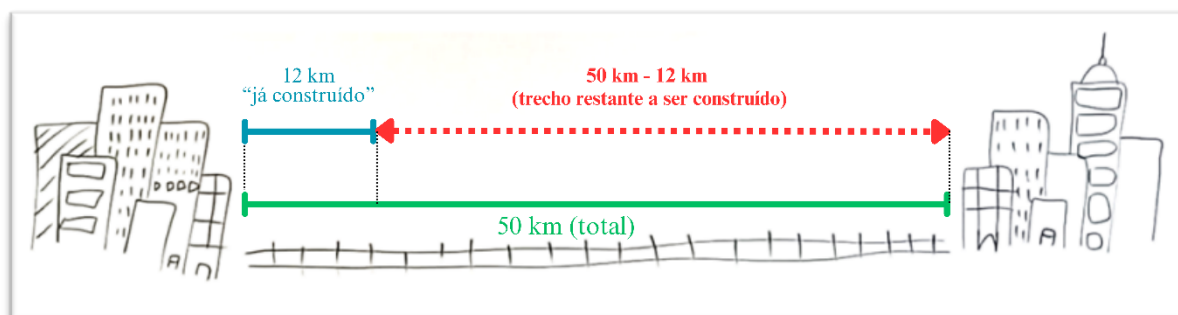
Fonte: Elaborado pelo autor (2025)⁸¹

Essa leitura é reforçada pelo fato de a anotação “12 km” estar visualmente ligada à mesma linha onde se inscrevem os acréscimos de “+0,5 km”, como se tudo fizesse parte de uma única sequência (figura 21). O raciocínio do aluno, nesse caso, pode se organizar como uma contagem sucessiva (S–1): “Se começou com 12, e vai somando 0,5, quando vai chegar a 50?”

ii) Bifurcação potencial 2: *Decomposição da linha – reinterpretação da situação como questão inversa*

A configuração gráfica da ferrovia permite uma leitura alternativa, na qual o valor “12 km” é isolado como trecho já construído, e o restante da extensão (até atingir os 50 km) é interpretado como o segmento a construir. Essa decomposição induz uma segmentação do problema em duas fases: (a) o que já foi realizado e (b) o que falta realizar.

Figura 23 - Segunda leitura possível do problema (Bifurcação potencial 2)



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

⁸¹ Elaboramos a figura 22 e a subsequente (figura 23) a partir do desenho feito por Luís no quadro (cf. Figura 21). Os elementos coloridos e os títulos das leituras representam interpretações construídas na análise e não correspondem a produções reais dos estudantes. Tratam-se, portanto, de recursos gráficos analíticos que visam tornar visíveis os caminhos possíveis de investimento no problema.

Visualmente, o aluno pode comparar os dois segmentos do desenho (figura 21): o primeiro marcado como “12 km” (com chave própria), e o outro “50 km”. Essa disposição tende a projetar um raciocínio baseado na distância restante, levando posteriormente ao cálculo do número de meses necessários para completá-la (S-1).

Essa leitura projeta uma situação distinta da anterior. Em vez de iniciar uma enumeração progressiva a partir de 12 km, o aluno pode subtrair diretamente esse valor do total previsto, identificando que restam 38 km. A partir daí, surge a possibilidade de associar o número de meses à divisão da distância restante ($50 - 12$) pelo ritmo constante da obra (0,5 km/mês), o que sugere a operação $(50 - 12) \div 0,5$.

Essa bifurcação corresponde, do ponto de vista didático, à reinterpretação da situação como uma questão inversa no sentido definido por Krysinska, Mercier e Schneider (2009): conhecida a saída do processo (50 km), o aluno é levado a deduzir o número de etapas necessárias, a partir de uma regularidade conhecida. Nessa leitura, não se trata mais apenas de avançar na sequência, mas de inverter o percurso para reencontrar a origem da progressão, mesmo que o aluno não disponha da fórmula geral.

Trata-se, assim, de um deslocamento potencial do nível -3 para o -2, dados os componentes do meio material e como o professor enfatiza no discurso verbal como gestual. Essa interpretação favorece o surgimento de estratégias baseadas em operações inversas (subtração e divisão), que não são explicitadas no enunciado, mas que se tornam pertinentes a partir da organização espacial do problema e da forma como ele é compreendido.

O fato de os dados estarem representados graficamente, sem uma delimitação textual precisa, reforça a incerteza quanto ao que exatamente se pede na questão. Em particular, a ausência de um marcador linguístico que defina com clareza a referência temporal da pergunta gera uma ambiguidade: alguns alunos tendem a incluir o mês já transcorrido (novembro) no raciocínio, organizando os dados como uma sequência acumulativa.

Outros, por sua vez, interpretam os “12 km” como uma etapa já concluída, voltando-se apenas para o trecho restante. Essa ambiguidade, como veremos mais adiante, surge nas próprias falas dos alunos, indicando que o enunciado não fornece critérios suficientemente claros para alinhar a interpretação dos dados à operação esperada.

Outro aspecto que merece atenção é o comentário de Elon: “sem fazer regra de três, nem nada”. Embora aparentemente se trate de uma orientação didática, o tom coloquial adotado (sobretudo na expressão “nem nada”) não nos pareceu uma proibição explícita, mas sugere uma preferência implícita por parte do professor quanto ao tipo de raciocínio a ser mobilizado, ou seja, uma cláusula do contrato didático, do ponto de vista do professor.

Do ponto de vista matemático, a chamada “regra de três” seria pertinente apenas se o problema for interpretado conforme a bifurcação potencial 2, ou seja, se o aluno desconsiderar o trecho já construído (12 km) e concentrar-se exclusivamente na parte restante (38 km). Nesse caso, a igualdade “0,5 km por mês” poderia ser traduzida proporcionalmente como: 0,5 km $\rightarrow$ 1 mês; 38 km $\rightarrow x$ meses.

Sem antecipar os resultados de uma análise descendente, o comentário feito por Elon permite supor que a estratégia esperada está mais próxima da bifurcação potencial 1, do ponto de vista da elaboração de uma fórmula geral. Essa condição, expressa de forma apenas indicativa, sugere que essa ramificação é, aos olhos do professor, aquela a ser privilegiada.

Contudo, do ponto de vista do aluno, outras formas de investimento também são possíveis, especialmente a leitura do problema como uma divisão do trecho restante (38 km) em parcelas de 0,5 km. Nesse caso, o problema não se inscreve, em termos de significado, no campo da proporcionalidade no sentido estrito, mas pode ser reconstruída como um problema de divisão como medida, um conhecimento conceitualmente válido e frequentemente acessível no repertório escolar dos alunos do Ensino Médio.

Antes, porém, de discutirmos as interpretações possíveis do problema do ponto de vista dos conhecimentos em jogo, é necessário interrogar a relação entre esse problema e o saber matemático que está em curso de aprendizagem, a progressão aritmética.

7.2.3.1.2.2 A progressão aritmética no problema da construção da linha férrea

O problema da construção da linha do trem é assumidamente hipotético, conforme as palavras do próprio professor (E_0 , 163-170; A_{0b} , 55-57). Em termos didáticos, temos um meio evocado, cuja função seria abrir uma possibilidade de entrada à atividade matemática, o que é intencionalmente a vontade do professor.

Elon reconhece essa artificialidade, mas espera que os alunos abstraíam as informações do contexto e identifiquem nele as propriedades da progressão aritmética. O contexto da “obra de uma ferrovia” funciona, assim, como um suporte narrativo: define-se que, após o primeiro mês (novembro), o comprimento da via aumenta sempre 0,5 km por mês, o que, aparentemente, corresponde à semântica da razão de uma progressão aritmética. Contudo, esse meio convoca três componentes (grandezas/variáveis) distintas que não dialogam propriamente entre si:

- i) o comprimento da linha (km), grandeza mensurável;
- ii) a duração da obra (número total de meses), grandeza mensurável;

- iii) o mês n (1° , 2° , 3° ...) tomado como variável discreta (servindo para localizar cada termo na sequência).

Quando o professor trata o problema apenas como uma sequência numérica “12; 12,5; 13; ...”, ele desconsidera as grandezas subjacentes que dariam sentido físico ao problema. Se o ritmo fixo de 0,5 km por mês fosse levado a sério, a linha avançaria tão lentamente que, em poucas dezenas de quilômetros, a duração se tornaria temporalmente absurda. Por exemplo, seriam necessários quase doze anos para concluir setenta quilômetros, o que expõe a falta de plausibilidade do modelo.

Além disso, o texto mistura o “mês” do calendário, que é apenas um marcador ordinal (janeiro, fevereiro, ...), com a quantidade mensurável “número de meses”; ao não distinguir posição na sequência de duração efetiva, abre espaço para que o aluno trate ambos como se fossem equivalentes do ponto de vista numérico.

Ignoradas essas grandezas, o contexto torna-se apenas uma “embalagem” para o saber matemático em questão. De fato, a formulação do problema nada diz sobre como essas grandezas se ajustam a variações reais de ritmo de trabalho. Se substituirmos essa “embalagem” por uma sequência puramente numérica “12; 12,5; 13; ...”, nada muda matematicamente. O contexto não agrega informação, apenas fornece um invólucro narrativo de apelo motivacional.

É possível que alguns alunos, num primeiro momento, se detenham mais fortemente no contexto narrativo apresentado. A suposição de que a construção ocorre de maneira padronizada, com um acréscimo fixo de 0,5 km por mês, desconsidera uma série de variáveis que compõem um empreendimento dessa natureza, como as condições climáticas, a disponibilidade de materiais, a organização da equipe e a ocorrência de imprevistos técnicos.

Esse excesso de elementos contextuais evocados pode favorecer bifurcações didáticas no sentido de Margolinas (2005a), ao abrir espaço para interpretações que não correspondem à lógica matemática visada pelo professor no desenvolvimento da atividade. Cada tratamento possível da resolução do problema, seja centrado no padrão numérico, seja ancorado em aspectos fenomenológicos do contexto, constitui uma ramificação potencial em que os alunos podem se engajar, o que nem sempre conduz à mobilização dos conhecimentos pretendidos pelo professor.

Há, nesse caso, um ponto crítico: a construção de uma ferrovia de maneira sistemática e constante, sem variações ou interferências, constitui uma tentativa do professor de associá-la a uma estrutura matemática (PA) que não corresponde às condições operacionais e às características concretas de uma obra dessa natureza. A decisão de apresentar essa estrutura

como uma progressão aritmética revela um recorte epistemológico que simplifica o problema, omitindo oscilações no ritmo da construção, restrições técnicas e variáveis econômicas.

Essa simplificação, ao estruturar a atividade matemática a partir de um contexto semirreal (em termos de Skovsmose (2008)), é tratada como um reflexo direto do mundo físico, sem explicitar suas limitações e abstrações. Isso compromete o caráter formativo da atividade, ao induzir os alunos a naturalizarem um padrão que não encontra respaldo na experiência concreta.

Trata-se de uma redução da complexidade contextual, muitas vezes de uma importação noosférica (nível +3), ou seja, motivada por intenções pedagógicas como as encontradas nas OCEM (Brasil, 2006b), que recomendam o uso de situações-problema⁸² para levar o aluno à construção de novos conhecimentos. Porém, como adverte o próprio documento, essa contextualização deve “dar sentido ao conhecimento matemático na escola” (Brasil, 2006b, p. 83), e não apenas ilustrar forçadamente os conteúdos.

Notamos que é importante que uma sequência numérica construída a partir de um problema proposto seja coerente com o contexto. Como observa Mary (1999, p. 60–61) “Quando uma sequência numérica for construída a partir de um problema proposto, será necessário assegurar que essa sequência reflita adequadamente o contexto”. Essa autora apresenta um exemplo em que uma sequência aritmética se associa a uma situação apenas por um determinado tempo. No caso analisado, há o risco de que os alunos interpretem a sequência de forma acrítica, aceitando como natural a regularidade imposta pelo enunciado.

A escolha do professor Elon por um problema contextualizado na construção de uma linha férrea revela uma tentativa legítima de engajar os alunos com base em um apelo motivacional, ancorando-se em expectativas institucionais como aquelas previstas pela BNCC, que recomendam a proposição de problemas com “significado real” e que mobilizem conhecimentos prévios (Brasil, 2018).

Contudo, essa aposta merece ser problematizada. Trata-se de um tipo de empreendimento bastante distante da realidade vivida por muitos estudantes, especialmente em regiões do interior brasileiro, onde obras desse porte são raramente vistas ou sequer imaginadas. Isso torna duvidosa a suposição de que o problema seja “do cotidiano” ou facilmente reconhecível.

⁸² Sem nos determos à problematização do termo, o documento apresenta a seguinte definição: “De maneira bastante sintética, podemos caracterizar uma situação-problema como uma situação geradora de um problema cujo conceito, necessário à sua resolução, é aquele que queremos que o aluno construa” (Brasil, 2006b, p. 84).

Mesmo que o objetivo do professor seja criar uma situação que desperte atenção, há uma distância entre essa intenção e os efeitos que ela realmente produz no trabalho matemático. O que se observa é que o problema proposto tem um enredo compreensível, mas não necessariamente mobilizador.

Ele é construído com dados que parecem plausíveis à primeira vista, mas que, por não se sustentarem em uma lógica contextual consistente (como a ausência de variações no ritmo da construção, por exemplo), acabam limitando a análise crítica dos alunos. Ou seja, o problema pode até ser entendido, mas isso não garante que ele convoque uma atividade matemática significativa que vá além, por exemplo, da execução mecânica de somas sucessivas.

Em efeito, para que se instale uma necessidade algébrica no estudo de sequências aritméticas, é geralmente necessário que os valores numéricos inviabilizem o uso da adição termo a termo, o que possibilitaria em termos da teoria das situações um salto informacional (Bessot, 2004). No problema proposto, o valor final de 50 km não impõe essa ruptura: trata-se de um número que permite cálculos sucessivos sem sobrecarga. Em outras palavras, não se trata de uma tarefa que leve necessariamente os alunos a modelarem um sistema discreto com ferramentas algébricas.

Quando tomamos por horizonte a PA nas orientações curriculares como “caso particular de função afim”, o problema escolhido por Elon para introduzir o trabalho com expressão do termo geral pode ser discutido em termos das condições didáticas. Segundo Henry, Almouloud e Campos (2006), o uso de procedimentos algébricos como a expressão funcional de uma sequência só tende a surgir quando a resolução passo a passo se torna excessivamente laboriosa para os alunos, o que não ocorre em problemas de pequena escala como o analisado aqui.

Nesses casos, uma resolução “um a um” pode ser mais econômica e, portanto, mais provável. Além disso, os autores apontam que a emergência de procedimentos verdadeiramente funcionais ocorre apenas em graus mais avançados, quando o raciocínio aritmético isolado já não é suficiente e o vínculo entre o termo e sua posição (variável) precisa ser explicitado.

No caso do problema formulado por Elon, o valor 50 é suficientemente próximo de 12 para que os alunos recorram à contagem sucessiva, sem que se instale a necessidade de representar a lei de formação dos termos. Não há, portanto, dificuldades epistemológicas que forcem a passagem a um modelo algébrico; ao contrário, a situação se resolve com relativa facilidade por meios numéricos.

Como sugerem os mesmos autores, em problemas em que a linguagem das sequências se introduz naturalmente, mas a variável (n) não desempenha um papel essencial, o enquadramento funcional permanece latente e não se atualiza como necessidade da interação

com o meio. A consequência é que, embora a sequência esteja presente, o salto para a função, no sentido de compreender a regularidade como uma relação formal entre variáveis, não é uma condição trivial (Barallobres, 2004).

No caso da formulação do problema analisado, quando Elon menciona “sem fazer regra de três nem nada. Em quantos meses eles vão terminar a obra?” (Registro de aula, *A_{0b}*, 48–49), ele parece restringir o campo de estratégias aceitáveis, sem, no entanto, estruturar o meio de forma a provocar uma modificação dos conhecimentos em jogo. A retirada explícita da regra de três não instala necessariamente uma dificuldade funcional, apenas limita uma possibilidade, e não oferece aos alunos razões para recorrer a uma generalização.

Matematicamente, uma PA é uma sequência de termos que são indexados por números naturais, com razão constante no sentido de sistema discreto. No problema, o tempo, tal como apresentado (meses com diferentes durações e número de dias úteis), é uma grandeza contínua, seria necessário considerar o mês como uma unidade indivisível (discreta), caso contrário, não é possível indexar em função do número de meses (Krysinska; Mercier; Schneider, 2009).

Além disso, é difícil conceber, no contexto dos alunos da pesquisa, a construção de uma ferrovia para cobrir uma distância tão curta, o que enfraquece o caráter problematizador da situação “do cotidiano”. Do ponto de vista epistemológico, portanto, a situação que se instala se distancia do que poderia ser concebida com propriedades de uma situação fundamental (Brousseau, 1999; Margolinas; Bessot, 2023).

Outro aspecto importante é que o problema da construção da ferrovia, tal como apresentado, não oferece aos alunos condições para avaliar ou questionar suas respostas com base na própria situação. Uma atividade matemática significativa, sobretudo quando visa à construção de uma generalização algébrica, exige que o meio em que o aluno atua permita algum tipo de verificação (Mary, 1999; Barallobres, 2004).

No caso do problema analisado, o aluno não dispõe de meios para julgar, por conta própria, se a resposta obtida faz sentido. Nenhuma das informações fornecidas permite o aluno analisar se uma resposta obtida faz sentido. O critério da veracidade da resposta dependerá da avaliação do professor (Margolinas, 1993).

Nesse contexto, o aluno tem dificuldade para legitimar seus próprios procedimentos a partir do conhecimento que tem sobre a progressão aritmética, baseado na definição-em-ato⁸³

⁸³ A noção de definição-em-ato designa a maneira como um conceito matemático é efetivamente mobilizado pelo sujeito dentro de uma situação, antes de ser formalizado como saber. O termo nasce como desdobramento do teorema-em-ato de Vergnaud (1990) e é retomado na teoria das situações por Margolinas e Bessot (2023). No caso da progressão aritmética discutida, essa definição-em-ato se materializa na regra “para obter o termo seguinte basta

“adicionar uma quantidade fixa ao termo precedente por iteração indexada pelos números naturais aritméticas”. O contrato didático deixa entrever que o professor exige um tratamento distinto da PA. A expectativa implícita de “fazer algo a mais”, sem que esse “algo” esteja claramente formulado, instaura uma incerteza contratual, mas que o problema, tal como formulado, não impõe.

Do ponto de vista didático, trata-se de uma limitação importante: o meio não oferece as condições necessárias para que o conhecimento visado seja modificado como resposta a uma situação que o exige (Brousseau, 1999).

No contexto do projeto global de ensino desenvolvido por Elon (nível +2) que discutiremos em subseções posteriores, a própria operação de somar os termos da progressão (soma dos n primeiros termos de uma PA), ainda que matematicamente coerente, perde sentido dentro do problema formulado. O que representaria, do ponto de vista da construção real, acumular valores como 12 km, 12,5 km, 13 km, e assim por diante? Tal operação não se associa a nenhuma grandeza mensurável no contexto simulado.

A atividade do aluno torna-se, assim, autorreferente: ela não convida à análise da pertinência do modelo em relação ao fenômeno descrito, mas apenas se ancora em uma narrativa com função motivacional, não didática. O problema acaba evocando uma situação frágil, que, embora pretenda responder a valores curriculares amplos, falha em realizar as condições didáticas que sustentariam uma situação de aprendizagem com mais significado para o aluno.

Portanto, a crítica que se impõe é justamente essa: não basta organizar uma situação se ela não consegue captar as nuances do contexto real. O que Mary (1999) nos alerta é que a constância aparente de uma sequência, que pode valer para um trecho limitado do problema; depois disso, perde força explicativa.

No caso em análise, já no primeiro mês foram construídos 12 km, e o próprio professor sugere que houve uma interrupção: “Pararam durante um tempo e retornaram no início do mês” (A_{0b} , 37). Esse indício de descontinuidade indica que o problema formulado não representa adequadamente as condições de uma obra desse porte. Quando tais simplificações não são discutidas, os alunos tendem a aceitar acriticamente modelos idealizados (problemas contextualizados) e a ignorar suas limitações e abstrações.

adicionar sempre a mesma quantidade fixa ao termo anterior”, formalizada pela relação de recorrência $a_{n+1} = a_n + r$.

Essa análise nos leva a considerar com maior cuidado as formas de investimento possíveis dos alunos no problema posto. Ainda que o problema se revele frágil em suas condições de sustentar a introdução da progressão aritmética, ele permite diferentes leituras, que descrevemos como bifurcações potenciais.

Por essa razão e, antes mesmo de examinarmos a priori as escolhas de Elon, parece-nos pertinente considerar a estrutura do problema proposto do ponto de vista dos conhecimentos em jogo. Trata-se de considerar, com base na estrutura da situação didática instalada (nível 0), os procedimentos matemáticos possíveis, as dificuldades potenciais e as interpretações plausíveis do enunciado, tanto no que diz respeito à progressão aritmética como saber visado, quanto às leituras que os alunos podem construir a partir do meio instalado.

7.2.3.1.2.3 Conhecimentos em jogo no problema da construção da ferrovia

A análise a priori do ponto de vista dos alunos busca identificar as formas de investimento que o problema admite. No caso analisado, isso envolve articular três informações: a distância total (50 km), o trecho já construído (12 km) e a taxa de avanço mensal (+ 0,5 km).

Retomando a figura 21 e as linhas 4-51 da transcrição da aula A_{0b} , observamos que Elon organiza essas informações visual e gestualmente no quadro: ele retoma o desenho da ferrovia entre as cidades e inscreve três chaves: uma para o total (50 km), outra para o trecho realizado (12 km) e uma última indicando o acréscimo mensal, com marcas sucessivas que sugerem o ritmo futuro.

Cada inscrição é reforçada por gestos e entonações que ancoram, para os alunos, a correspondência entre posição na linha, medida e tempo. Essa configuração compõe a situação objetiva (S-3) no sentido de Margolinas (2004b), entrelaçando relações espaciais (segmentos da linha) e temporais (mês atual e seguintes), e delineando um meio que convoca três componentes: total da obra, parte realizada e incremento regular.

A partir disso, identificamos duas leituras possíveis do problema: (1) uma construção progressiva da linha, que consiste em acumular mês a mês os avanços a partir dos 12 km; e (2) uma decomposição da linha, em que o aluno calcula a parte restante ($50 - 12$) para depois determinar em quantos meses ela será completada. Essas duas interpretações, consideradas aqui como bifurcações potenciais, organizam diferentes trajetórias de significação.

Nos quatro parágrafos anteriores, sintetizamos os principais elementos da subseção 7.2.3.1.2.1, abordando inicialmente a constituição da situação objetiva (nível -3), que,

conforme o caráter recursivo da estruturação do meio (Brousseau, 1986; Margolinas, 2004b) fundamenta o meio objetivo da situação de referência (nível -2). Também introduzimos aspectos pertinentes aos níveis -2 e -1, ao discutirmos procedimentos possíveis do problema.

Nesta subseção, buscamos aprofundar esses níveis, focalizando sobretudo os conhecimentos mobilizados em situação. Nosso objetivo, nesta etapa, é descrever as diferentes ramificações suscetíveis de serem investidas pelos alunos, conscientes de que outras leituras (inclusive de natureza nildidática) são possíveis. Ainda assim, optamos por nos deter naquelas que julgamos mais relevantes para a análise didática que se seguirá.

Uma bifurcação potencial, largamente antecipável a partir do enunciado, consiste na escolha de uma estratégia de cálculo por adições sucessivas de 0,5 km ao valor inicial de 12 km. O aluno que percorre esse caminho realiza uma enumeração dos valores acumulados mês a mês, mantendo controle simultâneo sobre o número de etapas transcorridas e o comprimento total já construído. A regularidade identificada é de natureza estritamente iterativa: ela se ancora na invariância da diferença entre termos sucessivos e permite construir, por aproximações sucessivas, a sequência dos valores parciais da ferrovia.

Enquanto os termos da sequência permanecem próximos ao dado inicial, essa estratégia é perfeitamente eficaz e não coloca em risco a continuidade da resolução. Mesmo diante da questão colocada (determinar o tempo para concluir os 50 km), a iteração permanece uma possibilidade viável. O aluno pode, com paciência, estender a enumeração até atingir o valor final, sem necessidade de recorrer a outros registros, representações ou reformulações algébricas. A tarefa, portanto, não impõe por si só a necessidade de reorganizar a estratégia, um salto informacional⁸⁴ no sentido de Brousseau (1998).

Considerando que o problema foi selecionado pelo professor com a finalidade de introduzir o termo geral de uma progressão aritmética (aspecto que será retomado e aprofundado nas subseções subsequentes), propomos apoiar nossa análise nos trabalhos de Henry, Almouloud e Campos (2006) e de Krysinska, Mercier e Schneider (2009), com o objetivo de identificar as condições didáticas fundamentais para a emergência de estratégias algébricas em situações que envolvem sequências numéricas. Em particular, interessam-nos aquelas situações que conduzem à formulação de uma expressão algébrica.

A partir desses estudos, identificamos ao menos duas condições cuja presença (ou ausência) afeta significativamente a probabilidade de os alunos recorrerem a estratégias

⁸⁴ O salto informacional ocorre quando a estratégia adotada pelo aluno, até então suficiente, deixa de permitir o avanço na situação, tornando necessária uma reorganização ou reformulação do conhecimento mobilizado (Brousseau, 1998; Bessot, 2004).

algébricas. Cada uma dessas condições pode ser compreendida como uma variável didática⁸⁵, sensível à forma como o problema é enunciado, ao tipo de regularidade implicada, à estrutura ostensiva disponível e à natureza das perguntas dirigidas aos alunos.

i) Condição 1: *Saturação da resolução iterativa*

Para que a reorganização da estratégia, no sentido de uma generalização, se torne necessária, a continuidade da resolução iterativa deve tornar-se suficientemente onerosa, ou seja exija um salto informacional. A iteração simples, quando favorecida por pequenas magnitudes ou poucos passos, não impõe, por si, a necessidade de reorganização da estratégia.

Em contraste, a presença de um valor alvo suficientemente afastado (como o 100º termo) pode transformar a enumeração sucessiva em uma tarefa significativamente morosa, suscitando a busca por uma regularidade condensada, isto é, uma expressão que permita calcular diretamente o termo final sem recorrer à contagem passo a passo. Henry, Almouloud e Campos (2006, p. 54, tradução nossa) indicam que, “[...] Só quando se consegue superar a etapa do cálculo termo a termo de uma sequência é que se pode considerar [...] suas relações funcionais com a ordem dos termos”⁸⁶, revelando que a saturação da estratégia local é pré-condição da passagem a uma necessidade algébrica.

ii) Condição 2: *Disponibilidade de ostensivos conhecidos*

A formulação de uma expressão geral que permita calcular diretamente o valor associado a qualquer etapa de uma sequência requer que o aluno disponha de ostensivos que condensam operações iteradas. No caso das progressões aritméticas com a_1 como primeiro termo, essa condensação assume a forma $(n - 1) \cdot r$, em que o produto substitui a adição repetida de um mesmo valor. Tal substituição depende da disponibilidade, no repertório do aluno, de um conhecimento que possa representar essa iteração de maneira condensada.

Krysinska, Mercier e Schneider (2009) explicam que a possibilidade de expressar uma adição iterada (como repetir várias vezes o mesmo valor), por meio de uma única escrita composta, representa um passo fundamental na transição da enumeração sucessiva para a formulação de uma regra geral. Essa escrita não apenas resume a regularidade observada, mas

⁸⁵ Por variável didática entendemos todo elemento da situação que o professor pode modificar, e cuja variação influencia o comportamento dos alunos, sem que essa variação seja, em princípio, objeto de saber para eles (Brousseau, 1998; Bessot, 2004).

⁸⁶ « Ce n'est que lorsqu'on a pu surpasser le stade du calcul un à un des termes d'une suite qu'on peut envisager [...] ses liens fonctionnels avec le rang des termes » (Henry, Almouloud e Campos, 2006, p. 54).

também condensa a estrutura do processo iterativo, permitindo tratá-lo ostensivamente no registro algébrico. A ausência ou não ativação de conhecimentos dessa natureza impede a construção do entendimento de uma expressão geral, limitando o aluno à enumeração sucessiva.

Retomando o problema da construção da ferrovia, interrogamo-nos sobre a pertinência didática das condições anteriormente formuladas. Na aula analisada, o professor pergunta aos alunos: “Em quantos meses eles vão terminar a obra?”, questão que envolve, do ponto de vista matemático, determinar o número de meses correspondentes ao momento (visto como etapas) em que o total acumulado atinge 50 km, partindo de 12 km e com um acréscimo regular de 0,5 km por mês.

Trata-se de um problema cuja estrutura é aritmética linear e que admite, do ponto de vista matemático, uma ideia de resolução iterativa quanto uma ideia funcional, com a formulação de uma expressão algébrica que relacione diretamente o número de meses ao comprimento total. Apesar do valor final (50 km) ser numericamente afastado do ponto de partida (12 km), o número de incrementos necessários (76) não constitui, a rigor, uma dificuldade insuperável à enumeração progressiva. O aluno que opta pela estratégia iterativa pode percorrê-la até o fim, sobretudo com o auxílio de registros auxiliares (tabela, traços etc.).

A situação não impõe, por si só, um salto informacional que torne a enumeração sucessiva cognitivamente onerosa. A regularidade iterativa (+0,5), facilmente operável, continua funcional mesmo após várias etapas, e a ausência de condições como um número-alvo suficientemente afastado ou uma exigência de formulação geral, reduz a pressão para que o aluno reorganize sua estratégia em favor de uma expressão algébrica.

O enunciado não convoca diretamente o uso de notações algébricas nem oferece apoios visuais (como tabelas de dupla entrada ou gráficos) que favoreçam a abstração da estrutura iterativa (Mary, 1999). Além disso, não há solicitação explícita de generalização (por exemplo, “qual é a expressão que permite calcular o comprimento da ferrovia após n meses?”), o que reduz ainda mais a probabilidade de surgimento de expressões do tipo $a_n = 12 + (n - 1)0,5$. O trabalho algébrico permanece opcional e, portanto, frequentemente evitado.

A pergunta colocada é compatível com essa resolução, e o contexto numérico não impõe reorganização. Por conseguinte, a necessidade de generalização não é suscitada pela situação, mas dependerá de intervenções do professor, que pode modificar os conhecimentos do contrato em situação (Margolinas, 2004b). Nos apoiando na TSD, o problema não assume uma dimensão adidática na emergência de uma aprendizagem nova (Brousseau, 1998).

No que concerne a bifurcação potencial 2, escolhemos destacar esta possibilidade interpretativa, que chamamos de “decomposição da linha”, por ela se prestar a uma leitura

composta da situação, a partir de duas entidades discerníveis: o trecho já construído (12 km) e a parte ainda em construção, cuja regularidade é dada pelo incremento constante de 0,5 km por mês. Essa interpretação sugere uma mudança no ponto de partida do cálculo: ao invés de acompanhar o crescimento da sequência desde o início, o aluno pode isolar o trecho final a ser percorrido, o que equivale a subtrair os 12 km iniciais da meta de 50 km.

Essa leitura conduz a uma reinterpretação do problema, na qual o número de meses passa a ser a variável procurada. Dessa forma, a questão torna-se “Qual é o número de etapas (meses) para o qual se obtém um certo valor da sequência (50 km)?”. Esse raciocínio exige operar “ao contrário”, isto é, utilizar operações inversas para reconstruir o número de etapas a partir de um valor final.

De acordo com Krysinska, Mercier e Schneider (2009), a introdução de uma questão inversa (“em que etapa se atinge tal valor?”) impõe uma reconfiguração da relação entre os dados do problema e o raciocínio requerido. Esse tipo de questão força o aluno a operar de modo retrospectivo. Em uma das situações analisadas por esses autores, os alunos deviam determinar em qual etapa de uma sequência de “casas de palitos”, em que cada nova casa acrescenta quatro palitos às cinco da primeira, se atingiriam 117 palitos.

Para resolver essa questão inversa, alguns estudantes recorreram, ainda que em linguagem natural, a notações híbridas, estruturas como “quatro vezes o número de casas menos um, mais cinco”. Tais produções foram descritas pelos autores como ostensivos pré-algébricos, o que revela uma tentativa de condensar a regularidade iterativa em uma forma geral de cálculo.

Essa operação pode ser expressa por meio de duas fases de cálculo, assumindo as seguintes formas “subtrai 12 de 50 e divide por 0,5” ou “multiplica o número de meses por 0,5 e soma 12, tem que dar 50” ou “50 menos 12 é 38, depois ver quantas vezes entra 0,5 até dar 38”.

Trata-se de formas pré-algébricas, nas quais os alunos exprimem informalmente uma dependência entre o número de etapas e a quantidade total, sem utilizar diretamente letras para os valores desconhecidos. Esse procedimento, embora acessível sem a formalização de uma expressão algébrica, pressupõe uma estrutura de cálculo que pode ser expressa por ostensivos, como:

- A distância restante até 50 km, dividida por 0,5, dá o número de meses
- Subtrai-se os 12 km já construídos e divide-se o resultado por 0,5
- Para chegar a 50 km, tiramos os 12 já feitos e vemos quantos aumentos de meio faltam
- (50 menos 12) dividido por 0,5

- Número de meses igual a: diferença entre 50 e 12, dividido por 0,5

São formulações possíveis, caracterizando o que se pode chamar de conhecimento pré-algébrico. O fato de os dados visuais e numéricos se organizarem em torno de uma subtração seguida de divisão favorece uma leitura funcional do problema, na qual o número de meses é visto como dependente da diferença entre os extremos e da taxa de crescimento.

As análises de Krysinska, Mercier e Schneider (2009) indicam que estudantes do Ensino Fundamental ou Médio são capazes, em determinadas condições, de mobilizar conhecimentos de estrutura geral de cálculo e operar com o número desconhecido de etapas como se esse número fosse conhecido, mesmo sem que tal estrutura tenha sido registrada por meio de escrita algébrica por qualquer sujeito.

Os autores se apoiam em trabalhos sobre a aprendizagem da álgebra elementar, particularmente no que diz respeito às equações aritméticas, aquelas nas quais a incógnita aparece em apenas um dos membros da equação, reconhecidas como ponto de transição entre estratégias intuitivas e procedimentos formais.

Vlassis e Demonty (2002, *apud* Krysinska; Mercier; Schneider, 2009) descrevem um tipo de resolução intuitiva baseado na inversão das operações sucessivas aplicadas ao valor final, conhecido como método de operações recíprocas. Essa estratégia consiste em partir do estado final e “voltar atrás” para recuperar o valor da incógnita. Por exemplo: resolver $3x - 6 = 48$ equivale a efetuar $(48 + 6) \div 3 = 18$.

Esse tipo de conhecimento é reproduzível no problema da ferrovia: ao subtrair os 12 km já construídos e dividir o restante por 0,5, o aluno chega ao número de meses restantes. Embora esse raciocínio não seja formalmente algébrico, ele mobiliza conhecimentos equivalentes a uma reorganização da estrutura do termo geral da progressão aritmética, ou seja, a fórmula $n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$. Trata-se, portanto, de uma reorganização do raciocínio possível na situação, que antecipa o funcionamento da linguagem algébrica sem que esta esteja necessariamente formalizada.

Em síntese, a análise permite afirmar que o problema da ferrovia, tal como instalado por Elon, não reúne, por si só, as condições didáticas que favorecem a emergência de uma expressão algébrica. Ao contrário, sua estrutura e formulação tornam sustentável uma estratégia iterativa local, não saturada.

Contudo, ao considerar a situação de Gael, nos perguntamos se essa estratégia pode representar um custo cognitivo e visual elevado. A diferenciação mínima entre os termos sucessivos (12; 12,5; 13; ...) dificulta o seguimento visual, e a ausência de apoios externos

(como tabelas) pode agravar tal dificuldade. Como observam Paulino e Barbosa (2022), tarefas que exigem seguimento ocular contínuo e manutenção de fixação tendem a comprometer a autonomia de alunos com deficiência visual.

Esse dado nos remete à estrutura da própria situação didática (nível 0) tal como concebida a priori por Elon. O desenvolvimento previsto para a aula pode vir a produzir situações de formulação (Brousseau, 1998), dado que nessas situações, os alunos são levados a explicitar, verbalmente (como, por exemplo, ostensivos pré-algébricos), o raciocínio que poderiam operar em uma situação de ação.

Trata-se de explicitar conhecimentos implícitos relativos a operações como somar 0,5 a cada mês ou subtrair e dividir, de modo a construir uma formulação que torne comunicável um conhecimento em ação a outrem. Assim, mesmo que a estrutura do problema não imponha por si só um salto informacional suficiente para desencadear a construção de uma fórmula geral, é possível que, no processo de discussão em sala, sobretudo diante de dificuldades práticas enfrentadas por alunos como Gael, surjam formas de formulação que levem à construção de uma estrutura algébrica.

Pode-se, dessa forma, sugerir que estratégias que envolvem a formulação de uma expressão algébrica podem emergir, dado que, do ponto de vista institucional, o estudo das funções já havia sido introduzido previamente. Conforme o plano anual de ensino declarado pelo professor, o tratamento das funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica precederia o estudo das progressões aritméticas. Embora Elon previsse inicialmente abordar PA apenas após todas essas funções, decide introduzi-la após o trabalho com as funções afim e quadrática.

Essa reorganização local do tema revela conhecimentos de ordem do nível +2, na medida em que articula a progressão aritmética como um caso particular da função afim, expectativa presente nos documentos oficiais de orientações curriculares, conferindo à escolha didática uma coerência temática mais ampla.

Assim, é plausível considerar que os alunos já tenham mobilizado conhecimentos sobre variáveis dependentes e independentes, e que tenham naturalizado formas de expressão funcional, o que pode favorecer, mesmo na ausência de uma exigência explícita, a formulação de expressões algébricas.

Hersant e Quiniou (2017) observa, em contexto semelhante ao aqui analisado (Ensino Médio profissionalizante), que os alunos, ao retomarem um problema para revisar a PA numa correção coletiva, puderam tomar consciência da economia de procedimentos promovida pelo uso de fórmulas algébricas, o que reforça o interesse didático da situação, ainda que ela não imponha diretamente tal formalização.

Dada a reconstituição da situação de projeto da aula, conforme detalhado na subseção 7.2.2, podemos afirmar que a intenção didática declarada de Elon é introduzir a fórmula do termo geral da progressão aritmética ou, em termos mais epistemológicos, conferir um estatuto algébrico ao estudo das progressões, condição necessária para tratá-las como um caso particular da função afim (Lima *et al.*, 2006).

O problema da construção da ferrovia, cuja análise desenvolvemos minuciosamente, constitui o meio estabelecido na situação didática para atender a essa intenção. Cabe-nos, agora, aprofundar essa escolha do professor, o que faremos a seguir.

7.2.3.1.3 Análise a priori do ponto de vista do professor

Nesta parte, interessa-nos o ponto de vista do professor, com base em algumas dimensões da atividade do professor descritas por Margolinas (2004b). Tendo em vista que já reconstruímos, no tópico 7.2.1, a situação de construção do tema (S+2), e, no tópico 7.2.2, a situação de projeto da aula como um todo (S+1), nosso foco aqui recai sobre o recorte específico da questão posta no problema da construção da ferrovia.

Analizamos a intenção didática de Elon a partir de suas declarações e, para responder aos nossos questionamentos de pesquisa, intervemos também o nível +3, reinscrevendo a situação de Elon sob as injunções contemporâneas da inclusão escolar. Com isso, consideramos que, ao mesmo tempo em que o professor “tem” uma situação (Margolinas; Rivière, 2005), ele pode aprender também em situação (Margolinas, 2002), que pode ser determinada por sujeitos e instituições comprometidas com os movimentos de e pela inclusão.

7.2.3.1.3.1 Intenção didática de Elon: o problema da construção da ferrovia

Na entrevista antes da aula (E_0), perguntamos ao professor Elon que situação ele planejava instalar na aula do dia 29 de novembro no estudo da progressão aritmética.

P: [...] o que você planejou para as duas aulas de amanhã?

Elon: Pronto, hoje vai ser a introdução de PA, amanhã vai ser só o termo geral de uma PA. Eles [os alunos] acham que o termo geral é só o a_n né? Aí amanhã não, vai ter aquela fórmula lá do... o termo né? Para você identificar razão, número de termos ou qualquer termo da PA...

P: Então para os alunos possivelmente o termo geral está como um a_n , para eles\

Elon: É!

P: Mas para amanhã eles vão ver uma expressão, uma fórmula\

Elon: Uma expressão que tem por nome termo geral.

P: E, como você pensa em apresentar esse termo geral para eles? Você pode até me mostrar se você for propor uma...

Elon: [...] Aquela da... do trem, tem uma cidade a outra cidade, [referindo-se ao contexto do livro adotado que introduz a aula de PA] aí vou inventar lá, sei lá, 50 km,

aí vamos supor que no início do mês de novembro, esse mês, dava 12 km construídos, não, ou então no mês passado, no mês passado tinha doze, aí amanhã é o último dia do mês, hoje ficou meio quilômetro a mais, aí eles vão continuar nesse mesmo tipo de meta, próximo mês vai ser mais meio quilômetro... Aí por PA você sem fazer, talvez, muito esforço, você consegue em que tempo ou quantos meses eles vão terminar... sem fazer regra de três, sem fazer nada assim, só sabendo que a razão é essa de meio quilômetro\

P: Meio quilômetro e daí vão tentar trabalhar o termo geral?

Elon: Sim, se você quiser resolver, você usa essa fórmula [referindo-se a fórmula do termo geral] (Entrevista com Elon, E_0 , 152-173).

Nesse trecho, Elon manifesta a intenção de trabalhar com uma modelização baseada em dados de um progresso linear. O que ele projeta é que os alunos, a partir de um problema contextualizado, formulem uma sequência que corresponda a uma PA e, progressivamente, cheguem à expressão do termo geral. Elon parece atribuir a ideia de introduzir uma regularidade numérica associada ao avanço mensal da obra, de modo a tornar “natural” a transição para a formulação algébrica.

Embora o ostensivo a_n tenha sido introduzido já na aula anterior (A_{0a}), os alunos lidaram com ele apenas como marcador posicional para obter termos específicos da sequência, substituindo diretamente os valores de n em uma expressão algébrica previamente fornecida (por exemplo, $a_n = 3n - 5$). Não houve, naquele momento, qualquer construção de expressões algébricas a partir da regularidade observada.

O foco das situações instaladas na aula anterior estava centrado na identificação da razão e na verificação do caráter aritmético das sequências propostas, sem mobilização do termo geral como objeto de saber. Essa dinâmica ajuda a compreender a fala de Elon na entrevista, quando afirma: “Eles acham que o termo geral é só o a_n ”.

Aparentemente, o professor percebe que, para os alunos, a_n ainda se apresenta como um ostensivo desconectado de uma expressão que explicita a dependência funcional entre a posição e o valor dos termos da sequência. É essa transição que ele pretende instaurar na aula que analisamos, ao propor um problema contextualizado que leve à necessidade de formular o termo geral.

Como o próprio professor reconhece, a distinção entre “número de termos” e “enésimo termo”, ainda não declaradamente trabalhada, tende a gerar confusões. Ao declarar que a fórmula “serve para identificar razão, número de termos ou qualquer termo”, Elon atribui a essa expressão um papel estruturante na organização do saber a ser ensinado, o que revela uma expectativa didática de que os alunos, partindo de um raciocínio iterativo, possam reconhecer a regularidade da PA e, por necessidade funcional (nível +2), avancem para a construção da expressão algébrica.

Considerando a situação de projeto local (nível +1), isto é, a situação na qual o professor Elon concebe a aula observada, com ênfase no episódio analisado, cabe agora interrogar os recursos, referências e escolhas que estruturam sua proposta. À luz da estruturação do meio (Margolinas, 2004b), buscamos, neste ponto, identificar uma gênese didática da proposta, isto é, os elementos materiais e institucionais que alimentam e sustentam a organização da situação em que se insere o episódio selecionado para análise.

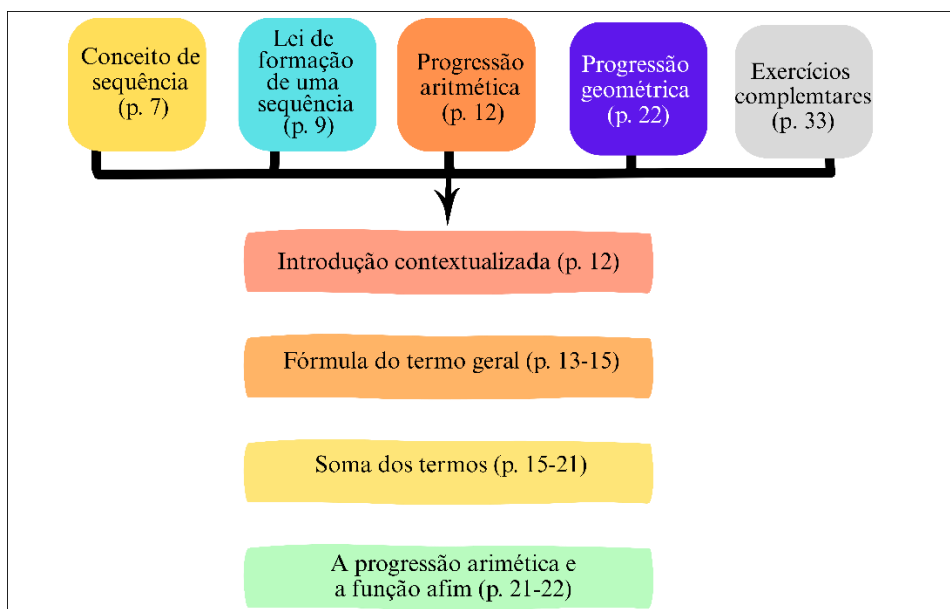
Como mostram Margolinas e Rivière (2005), nesse nível o professor organiza sua atividade a partir dos elementos que o meio lhe oferece (textos escolares, orientações institucionais, conhecimento do conteúdo e antecipações sobre os alunos) e organiza uma situação (o encontro do aluno com um meio) que será instalada em sala.

O objetivo da aula, conforme declarado por Elon e observado na condução da atividade em sala, é trabalhar com a fórmula do termo geral de uma progressão aritmética. Essa escolha está em consonância com uma exigência curricular que se expressa diretamente no livro didático adotado, ao afirmar “De modo geral, numa progressão aritmética, um termo qualquer pode ser expresso em função da razão (r) e do primeiro termo (a_1) por uma fórmula matemática” (Paiva, 2015, p. 13). Espera-se, portanto, que o aluno seja capaz de determinar um termo qualquer da sequência a partir desses parâmetros, o que orienta a escolha do tópico a ser tratado por Elon na aula analisada.

A exigência que se impõe, portanto, é a de construir uma situação que torne operatória essa fórmula e que permita aos alunos mobilizarem, de forma contextualizada (nível +3), os conhecimentos anteriormente trabalhados sobre a definição de progressão aritmética e sobre o reconhecimento da razão. O ambiente institucional de Elon oferece um ponto de apoio para essa construção.

A construção da aula parte essencialmente do didático adotado (Paiva, volume 2) e por sua leitura da sequência de conteúdos ali apresentada. Como já discutido em 7.2.1, a subseção do livro “3. Progressão aritmética” é, em resumo, composta por quatro blocos: uma introdução contextualizada (p. 12), a subseção “Fórmula do termo geral de uma progressão aritmética” (p. 13–15), depois a subseção “Soma dos termos de uma progressão aritmética” (p. 15-21) e, por fim “A progressão aritmética e a função afim” (p. 21-22). Cada bloco é separado graficamente, com títulos e numeração de páginas, conforme a figura 24 abaixo.

Figura 24 - Estruturação do capítulo “Sequências” no livro Paiva (vol. 2) e posicionamento da progressão aritmética na sequência temática



Fonte: Elaboração do autor (2025)

É o tópico sobre o termo geral que nos interessa aqui. O texto do livro retoma nessa parte, o contexto da linha de metrô já mencionado na abertura da seção sobre progressão aritmética (figura 25). Não há, nesse trecho, nenhuma atividade proposta ao aluno, nenhuma pergunta a ser respondida, nenhum cálculo a ser feito. O que se apresenta é uma explicação sobre como se pode determinar qualquer termo de uma PA a partir do primeiro termo e da razão.

O livro afirma, conforme o recorte abaixo que é possível calcular o comprimento da linha a cada mês por meio de expressões do tipo “comprimento inicial + $k \cdot 0,5$ ”.

Figura 25 - Apresentação expositiva da fórmula do termo geral da PA no contexto da linha de metrô

Fórmula do termo geral de uma progressão aritmética

Voltando à situação apresentada no começo deste item, vimos que a P.A.

(12; 12,5; 13; 13,5; 14; 14,5; ...)

apresenta os comprimentos, em quilômetro, mês a mês, de uma nova linha de metrô, ainda em construção, que tinha 12 km no início de janeiro do ano passado.

Observe que podemos calcular o comprimento em cada mês de construção adicionando ao comprimento inicial um número da forma $k \cdot 0,5$, com $k \in \mathbb{N}$. Por exemplo, para calcular o comprimento no mês de fevereiro, basta efetuar $12 + 0,5$, obtendo-se o segundo termo da P.A.; para calcular o comprimento no mês de março, basta efetuar $12 + 2 \cdot 0,5$, obtendo-se o terceiro termo da P.A.; e assim por diante.

Fonte: Paiva (2015, p. 13)

O livro retoma o contexto para desenvolver a estrutura algébrica da PA, mas precisamos destacar que a formalização da expressão do termo geral não é apresentada diretamente desse

contexto. Para esse fim, o texto avança para outro contexto “Para entender essa fórmula, imagine uma escada que une dois pisos de um edifício” (Paiva, 2015, p. 13).

Essa analogia serve para justificar o fato de que, ao calcular o n ésimo termo, é necessário somar $(n - 1)$ vezes a razão r ao primeiro termo. Não analisaremos aqui a pertinência didática desse contexto, mas é possível afirmar que, do ponto de vista da razão de uma PA, a altura fixa de um degrau é mais convincente que o ritmo constante de uma obra ferroviária.

Na escada, a constância do acréscimo é exigência técnica: degraus devem ter alturas padronizadas, conforme determinações legais (como a NR 18 de 2020⁸⁷), inclusive por razões de acessibilidade, especialmente para pessoas com deficiência visual. Subir degraus, portanto, evoca conhecimentos em situação, e, esses são saberes para instituições como a engenharia civil e a arquitetura.

Nesses domínios, a ação de subir escadas, que fora do contexto escolar pode parecer trivial, é objeto de normas, padrões técnicos e textos reguladores. Trata-se de um exemplo de conhecimento que, ao se inscrever em uma instituição, adquire o estatuto de saber (Margolinas; Bessot, 2023).

Como se vê, o livro traz uma exposição contínua, orientada em explicar um modo de geração de uma PA, voltado a uma fórmula explícita. Não há atividade proposta, nem questão formulada que o professor escolha para levar ao aluno, apenas enunciados explicativos e analogias que acompanham a construção da estrutura.

É nesse contexto que Elon, em posição P+1, prepara a aula em que deseja mobilizar essa fórmula em situação. Na própria aula, ele coloca “A ideia era fazer uma aula sobre o termo geral. [...] Eu até pensei em usar o exemplo da escada do livro, mas ia tomar muito tempo com o desenho, aí eu coloquei a cidade. A ideia é a mesma: ele subir degraus.” (Registro de aula, A_{0b}, 96-98).

Essa fala ocorre durante a interação com os alunos, quando Elon se refere à imagem da escada presente no livro, localizada no trecho em que a fórmula do termo geral é apresentada. Ele comenta que poderia ter utilizado esse exemplo, mas optou por adaptar o cenário, substituindo-o pela construção de uma linha férrea entre duas cidades.

⁸⁷ A Norma Regulamentadora nº 18 (NR-18), atualizada em 2020 pelo Ministério da Economia, estabelece diretrizes de segurança para a construção civil. Para mais informações, consultar: BRASIL. Ministério da Economia. NR-18 – Condições de segurança e saúde no trabalho na indústria da construção. Disponível em: <https://www.guiatrabalhista.com.br/legislacao/nr/nr18.htm>. Acesso em: 17 mai. 2025.

A ação do professor consiste, portanto, em tomar o cenário fictício da linha do metrô (base textual da subseção da PA no livro) e transformá-la em um problema. No livro, o crescimento da linha é descrito apenas em termos da sequência “12; 12,5; 13; 13,5...”, mas Elon propõe que se considere um trajeto de 50 km entre duas cidades, dos quais 12 km já estão prontos, com um crescimento fixo de 0,5 km/mês. A pergunta que lança aos alunos é: “Em quantos meses vão terminar a obra?”.

Esse problema não se encontra no livro. Não é um exemplo, nem um exercício. Trata-se de um contexto apreendido por Elon, a partir de elementos disponíveis no material didático, mas que altera alguns parâmetros. No livro, não se menciona a construção de uma ferrovia entre duas cidades, nem se estabelece qualquer distância a ser atingida, essa é uma modificação feita por Elon.

Ele introduz o valor 50 km como meta a ser alcançada, o que configura uma transformação relevante do que se propunha no material, inclusive, como já descrito, é um dos parâmetros que possibilita a bifurcação potencial 2. Além disso, a sequência apresentada no início da subseção no livro (com meses próximos: janeiro, fevereiro...) permite calcular iterativamente os termos, sem necessidade de generalização. A expressão do termo geral não é requerida nesse contexto.

É somente ao migrar para o segundo contexto (o da escada) que o livro formula uma questão que implica a construção da fórmula: “Quantos degraus deve-se subir para atingir o patamar de altura a_n ?” Nesse ponto, há uma demanda explícita que leva à escrita de uma expressão algébrica. O problema impõe que diante de um termo não definido é preciso relacioná-lo ao número de acréscimos de r necessários para alcançá-lo. A necessidade algébrica, portanto, é instaurada pela formulação da pergunta sobre o patamar a_n .

Elon, por sua vez, formula a pergunta inversa (Krysinska; Mercier; Schneider, 2009), em torno de “Em quantos meses se alcança 50 km?”, ou seja, propõe determinar o valor de n correspondente a um termo a_n já fixado e, relativamente acessível do ponto de vista da manutenção do investimento em cálculos iterativos.

A direção da investigação é diferente, e o problema tal como formulado não exige a construção da expressão geral: o aluno pode resolvê-lo, inclusive por subtração e divisão, nessa ordem (bifurcação potencial 2). O que se tem, portanto, é um revestimento narrativo, que funciona como pretexto para trabalhar a PA.

Essa operação implica, nos termos de Margolinas e Rivière (2005), uma construção singular da situação de projeto, marcada por uma apropriação flexível dos elementos disponíveis (o livro didático). A posição institucional de Elon também deve ser considerada:

ele, professor iniciante, afirma que é a primeira vez que trabalha com esse conteúdo no primeiro ano do Ensino Médio (EAC, 215-218). Suas escolhas aparentemente se ancoram em sua experiência geral como professor do Ensino Superior e na interpretação que faz das propostas do material, não se trata de uma memória didática que envolve aulas sobre PA (Brousseau; Centeno, 1991).

A situação de projeto, nesse caso, é atravessada por um conjunto de decisões tomadas a partir de diversas condições: o contexto do livro, a expectativa de generalização, a antecipação das dificuldades dos alunos (“a diferença entre o número de termos e o n ésimo termo”), a organização do tempo (“na aula você vai adequando alguma coisa”), entre outros. A situação de projeto que Elon tem, portanto, atravessada por múltiplas restrições e determinações, o que a configura como uma situação complexa no sentido descrito por Margolinas (2004b).

Em síntese, a análise do projeto local da aula de Elon nos aponta um resultado: a intenção de introduzir o termo geral da progressão aritmética, não conduz exatamente à mesma situação do ponto de vista do aluno no nível 0.

Essa tensão entre o que é projetado pelo professor e a situação didática efetivamente instalada remete a uma dissociação analisada por diversos trabalhos que se apoiam na estruturação do meio completada de Margolinas (2004b), segundo a qual o que o professor espera como resposta pode não coincidir com aquilo que o aluno considera legítimo mobilizar para responder. No caso analisado, a bifurcação potencial 1, que pode opor uma resolução iterativa à formulação algébrica da expressão do termo geral, nos parece corresponder à ramificação principal esperada por Elon.

Com efeito, suas falas revelam uma expectativa clara de que os alunos, ao identificar a regularidade da PA, avancem para a construção de uma fórmula. No entanto, do ponto de vista dos alunos, a resolução do problema proposto pode se limitar à reprodução da lógica iterativa do acréscimo constante, sem que isso pareça insuficiente ou incompleto. Assim, ainda que Elon projete a emergência da fórmula como síntese da situação didática, o problema organizado por ele pode não produzir o deslocamento necessário.

A atividade dos alunos, ancorada na repetição da razão, pode lhes parecer plenamente adequada e, nesse sentido, legítima como resposta, inclusive também em torno da legitimidade da bifurcação potencial 2. Há, portanto, um desencontro: o professor espera “mais” do que aquilo que o aluno é conduzido a elaborar pela estrutura da própria situação. Essa assimetria entre projeto e interpretação do problema do ponto de vista dos alunos ajuda a compreender por que a bifurcação potencial 1, embora antecipada pelo professor, não conduz necessariamente à construção algébrica esperada.

Até aqui, nossa análise privilegiou uma perspectiva no nível didático, ou seja, focalizada na intenção de ensinar (Margolinas, 2002), tal como ela se manifesta nos materiais e decisões específicas do professor. No entanto, para aprofundar a compreensão da preparação de Elon e elucidar certas escolhas que excedem o plano didático imediato, torna-se pertinente fazer intervir o nível +3, entendida como a camada das referências noosféricas, a fim de explorar os valores, representações e concepções de ensino e aprendizagem que estruturam sua ação docente de forma mais global.

7.2.3.1.3.2 A situação de Elon sob injunções noosféricas

Ao analisar a situação de Elon no nível noosférico (+3), deparamo-nos com um desafio metodológico importante: identificar e reconstruir quais representações naturalizadas (resultantes por importações da noosfera) estruturam suas escolhas didáticas, especialmente considerando a inclusão de um aluno com baixa visão.

Esse nível é, por natureza, impreciso e pouco “transparente” para o observador (Margolinas, 2004b), pois corresponde às influências institucionais “externas” à sala de aula que circundam o trabalho docente, como as expectativas curriculares, administrativas, sociais e mesmo familiares.

No quadro teórico que inspira esta análise, o professor (P+3) é concebido como sujeito da instituição “noosfera” (Chevallard, 1992). Compreendemos que esse profissional integra, em sua posição, um conjunto de exigências e recursos oriundos dessa instituição. Trata-se de uma rede de condicionantes e possibilidades que pode afetar o modo como o professor projeta o ensino, constrói seus critérios de prioridade e interpreta as necessidades dos alunos.

No entanto, essas influências não são iguais para todos: o que pesa mais para um professor pode ter menor impacto para outro, e essa variação ajuda a compreender as diferenças nas formas de lidar com situações complexas como a inclusão de um aluno com deficiência, ou de forma mais ampla, com alunos com necessidades educacionais específicas. Essa multiplicidade de referências torna difícil não apenas mapear essas influências, mas sobretudo identificar quais delas se traduzem, de fato, em orientações para o ensino situadas no episódio que analisamos.

Dado momento atual da Educação Especial no Brasil, Elon é professor de uma sala de aula inclusiva (Brasil, 2008), na qual o atendimento de alunos com deficiência ocorre prioritariamente em classes comuns. Sua situação, portanto, está inscrita em um contexto

noosférico marcado pela exigência de assegurar o direito de acesso desses alunos à escola comum.

Contudo, esse acesso, tal como formulado pelas legislações inclusivas contemporâneas, não se esgota na matrícula ou na presença física, nem tampouco na adequação curricular. Ele implica a responsabilidade de tornar os saberes acessíveis por meio de situações didáticas (Sarralié; Vergnaud, 2006) que considerem as necessidades específicas de aprendizagem desses alunos, removam barreiras à participação e promovam sua inclusão nos processos de ensino e aprendizagem.

No caso investigado, torna-se especialmente difícil dissociar a consideração das necessidades específicas de Gael do funcionamento usual da classe e da organização coletiva do trabalho didático. Embora esse aluno demande certas atenções específicas, sua presença não altera de maneira visível os critérios que orientam o ensino, que continuam pautados pelas necessidades do grupo como um todo.

Essa priorização do coletivo, no entanto, não é exclusiva à situação de Gael: a turma conta com outros estudantes que também apresentam necessidades educacionais específicas, algumas formalmente reconhecidas, outras apenas percebidas pelo professor em sua experiência cotidiana. Isso reforça a ideia de que a dinâmica inclusiva, nesse contexto, não se dá em torno de um aluno individual, mas surge como desafio difuso e transversal, diluído nas dinâmicas próprias da sala comum.

Nossa investigação, portanto, exige que a reconstrução da situação noosférica de Elon leve em conta tanto as tensões específicas da inclusão como princípio educativo (Mantoan, 2003; Nogueira, 2020) quanto os referenciais de ensino mais amplos que organizam sua atividade profissional.

Dado o ambiente profissional de Elon e dos demais professores com quem partilha sua atividade, no atual momento da política de educação inclusiva, podemos inferir a presença de certos enunciados recorrentes, ainda que raramente formulados dessa maneira, que estruturam as expectativas sobre o ensino em salas de aula inclusivas. Esses enunciados, compartilhados de forma tácita ou difusa no coletivo docente, parecem orientar concepções sobre o que significa “incluir” no interior de uma aula comum. Podemos citar, entre os mais prováveis:

- “Todos os alunos devem poder participar da atividade.”
- “É preciso organizar as atividades de modo que ninguém fique excluído.”
- “A aula deve dar chance para que todos acompanhem, cada um a seu modo.”
- “Se o aluno com deficiência participa, é sinal de que a inclusão está funcionando.”

Tais enunciados hipotéticos funcionam como valores estruturantes da atividade docente e moldam, mesmo que implicitamente, as escolhas realizadas por Elon ao estruturar a situação didática: a proposição de um problema de forte apelo motivacional, o uso intencional de suportes visuais ampliados, o investimento na formulação oral e na discussão coletiva. O trabalho com problemas contextualizados parece sustentar-se na concepção de que a inclusão se realiza pela adesão espontânea dos alunos à proposta, ou seja, pela possibilidade de todos, inclusive Gael, “entrarem no jogo” da aula.

Trata-se, portanto, de uma expectativa didática fundada na manifestação da participação coletiva como índice de sucesso inclusivo, mais do que em dispositivos individualizados. Postulamos, nesse sentido, que a dinâmica inclusiva instaurada no cotidiano da sala comum, sob influência da noosfera e, mais amplamente, das injunções da sociedade, se constrói de forma indissociável do trabalho ordinário do professor com a classe como um todo.

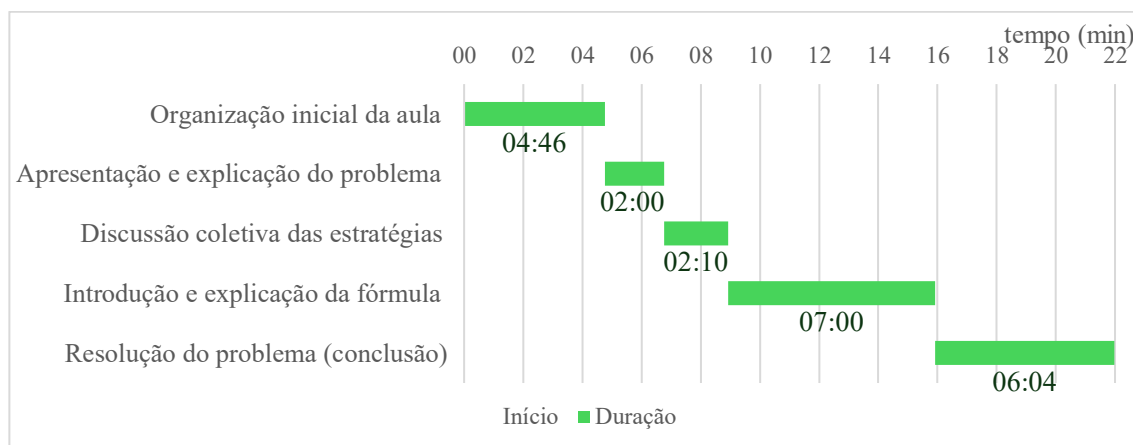
É por essa razão que nos voltamos, a seguir, para uma análise da aula, considerando a completude do episódio didático, e não apenas os aspectos diretamente ligados à situação de Gael. Esses elementos serão retomados de forma mais aprofundada na seção de discussão. Propomos, agora, o desenvolvimento da análise a posteriori.

7.2.3.1.4 Análise a posteriori do episódio EP_1 : resultados

Para descrever e analisar o desenvolvimento efetivo do episódio, optamos por partir dos tempos de trabalho correspondentes às interações de Elon com os alunos. O episódio em questão tem aproximadamente 22 minutos de duração.

Nessa perspectiva, a análise será organizada em unidades de análise definidas de modo relativamente linear, com base na progressão dos acontecimentos. Cada unidade reúne as ações do professor que consideramos significativas, com o objetivo de compreender de que modo Elon investe diferentes dimensões da situação didática em cada momento, conforme os sistemas de limitações e recursos característicos de cada nível de sua atividade (Margolinas, 2004b).

Cada unidade é delimitada por uma referência temporal aproximada, acompanhada por uma descrição objetiva do que se observa, conforme organizamos o desenvolvimento do episódio em termos cronológicos a seguir.

Figura 26 - Segmentação dos tempos de trabalho de Elon no desenvolvimento do EP_1 

Fonte: Elaboração própria (2025)

As descrições da aula baseiam-se integralmente na transcrição da aula A_{0b} , correspondente ao episódio em análise, que compreende as linhas 1 a 279 (Apêndice B). Os turnos de fala serão, em alguns casos, apresentados sem a indicação da numeração original das linhas, com o objetivo de preservar a fluidez da leitura. Em seguida, propomos uma análise didática detalhada dos fenômenos identificados.

i) Organização inicial da aula (0'00'' – 4'46'')

A aula se inicia com um breve diálogo informal entre Elon e o aluno Luís. Nesse momento, o professor o convida a desenhar no quadro o esboço de duas cidades ligadas por uma linha férrea (recurso visual que será explorado na apresentação do problema proposto). Paralelamente, Elon organiza a distribuição de um material impresso: trata-se de uma reprodução parcial do capítulo sobre sequências do livro da coleção adotada, usualmente não acessado pelos alunos, que possuem apenas o volume 1. Para essa tarefa, conta com o auxílio de Danilo.

Ao entregar as cópias para Sophia e Gael, que estão sentados lado a lado, um pouco descentralizados, porém à frente da sala (conforme figura 12), Elon não interage verbalmente com eles. Em seguida, continua a entrega aos demais alunos próximos. Após esse breve deslocamento, retorna momentaneamente à dupla e, inclinando-se levemente, pergunta: “Dá pra vocês ver isso, ver?”.

Ambos acenam com a cabeça, indicando que sim, embora não verbalizem qualquer comentário naquele instante. Praticamente sem esperar a resposta, Elon se volta imediatamente a Sophia e a questiona sobre sua participação em uma olimpíada de Matemática. Ela responde que terá outro compromisso no horário previsto, encerrando o breve diálogo.

Somente após a saída do professor é que o desconforto com o material se torna evidente: Gael e Sophia aproximam excessivamente o papel do rosto. Na sequência, Sophia comenta com ironia: “Ver é um conceito muito abstrato”, e Gael completa: “E essa tinta... meu Deus”. Essas falas revelam um incômodo que, embora presente, não se tornou perceptível *in situ* para o professor.

Em seguida, Elon se dirige à turma como um todo, perguntando se haviam realizado a atividade do dia anterior (A_{0a}) e informando que a correção será feita posteriormente. Ao introduzir a proposta do problema com a expressão “Vamos imaginar o seguinte...”, encontra resistência no comportamento da turma, marcada por dispersão e muito barulho. Como resposta, intervém reorganiza a sala: altera a disposição de alguns (inclusive Luís), mas mantém Gael e Sophia em seus lugares originais.

Nos primeiros minutos da aula, é possível identificar duas ações de Elon que ajudam a compreender a organização da aula, particularmente do episódio e seus desdobramentos: (1) o convite ao aluno Luís para desenhar no quadro elementos do problema que será posteriormente apresentado; e (2) a entrega do material impresso aos estudantes, incluindo Gael e Sophia.

A oferta desse material no início da aula sinaliza aos alunos que ele será utilizado, ao menos como apoio. Assim, eles podem sentir o dever de “ler ou folhear” as páginas para acompanhar a explicação futura, aspecto que se insere relativamente no contrato didático, pois se presume que os estudantes reconhecerão ali uma intenção de ensino, geralmente composta por definições, aplicações ou exemplos relevantes do saber que será estudado.

Enquanto Elon prossegue com a distribuição do material aos demais, Gael e Sophia permanecem com as folhas próximas ao rosto, sem que ele retorne para verificar como estão lendo. Nesse intervalo, na “ausência” do professor, os dois comentam entre si sobre o desconforto na leitura do material.

Para Gael, além do tamanho da fonte, o contraste é prejudicado pela iluminação incidente sobre o papel. Nenhum dos dois solicita ajuda ou chama novamente o professor, que permanece ocupado com a distribuição do material. Desse modo, ainda que tenham inicialmente acenado positivamente quando questionados, suas observações posteriores sugerem uma dificuldade persistente, mas não imediatamente reconhecida.

De outra parte, o convite a Luís para desenhar no quadro revela uma estratégia profissional de Elon. Segundo suas próprias falas, o objetivo era “começar a aula com algo que, a princípio, não tivesse nada a ver com Matemática, para que eles se entrosassem e se sentissem convidados a participar” (Entrevista com Elon, *EAC*, 36-37).

Ele comenta que, ao verem Luís desenhar, alguns alunos pensam: “Não foi o professor que começou a aula, foi o Luís”. Para ele, isso gera a sensação de que “eles também podem participar”. Trata-se de instaurar uma abertura simbólica da aula, deslocando momentaneamente o foco da autoridade exclusivamente docente e criando um ambiente em que os alunos se sintam mais à vontade. Esse movimento o “leva a crer” que a aula se tornou mais interativa (*EAC*, 42-44).

A fala de Elon, ao afirmar que iniciou a aula com “algo que, a princípio, não tinha nada a ver com Matemática”, é um aspecto a se discutir. O problema “pseudo-concreto” evidencia uma entrada estratégica de Elon voltada ao engajamento inicial dos alunos. No episódio analisado, o desenho das cidades e a linha férrea compõem o meio (figurativo), reconhecido por Elon como ponto de partida para o estudo da progressão aritmética, mas que ainda não envolve, naquele momento inicial, a resolução de um problema matemático pelos alunos.

O meio construído é, em parte, imaginado (já que o professor pede o desenho de objetos do mundo⁸⁸, ausentes fisicamente) e, em parte, tornado ostensivo pela atividade de desenho desenvolvida por Luís. Para o professor, esse meio evocado constitui um recurso de engajamento inicial, uma forma de apresentar o problema sob uma narrativa, ainda que reconhecido como “pseudo-concreto”.

Importa destacar que esse meio evocado não oferece, por si só, uma situação de resolução matemática. Os alunos podem engajar-se com o enredo representado pelo desenho, mas o “problema de PA”, pretendido por Elon, poderá surgir somente quando forem elucidadas informações específicas (tempo de construção, trechos mensais etc.) e, no decorrer do tempo didático, construir, por exemplo, a sequência numérica que remete à progressão aritmética. Até esse momento, muitos podem apenas “entrar na história”, sem perceber imediatamente a transição para o cálculo de termos de uma sequência.

Há, por exemplo, um momento em que Gael se volta para Sophia e pergunta: “Essa linha é a distância, é?”, sugerindo uma tentativa de interpretar o desenho de forma antecipada, antes mesmo que o professor verbalize o enunciado do problema. Essa iniciativa denota um esforço de leitura do meio que se configurava, um movimento de antecipação que, como o

⁸⁸ O termo “objetos do mundo” é utilizado por Laparra e Margolinas (2016) para designar objetos materiais, presentes tanto na escola quanto fora dela, que evocam para os alunos afetos, usos e experiências anteriores. Trata-se de objetos suficientemente familiares para sustentar interpretações escolares apoiadas em práticas vividas, ainda que essas interpretações não coincidam com a intenção didática do professor. Sugerimos, por exemplo, ver Margolinas (2021).

próprio Elon reconhece posteriormente, passou despercebido naquele momento (*EAC*, 191-213).

Na entrevista de autoconfrontação, ao ser confrontado com a pergunta de Gael, o professor admite não ter lembrança da cena, mas confirma que o aluno “mantinha o material bem próximo do rosto, com dificuldade para enxergar”. Gael e Sophia buscavam compreender o desenho feito por Luís com base em alguma pista no material entregue. Para esses alunos, as duas ações discutidas nesta unidade revelam-se indissociáveis: tentavam articular o que estava impresso com o que era apresentado no quadro.

Essa leitura precoce do meio “a linha como distância”, embora silenciosa para Elon, indica um engajamento de Gael diante de uma proposta que ainda não se apresentava de forma explícita à turma. É uma tentativa de interpretar o meio que se instala inicialmente (o desenho de Luís), considerando a situação tal como ele compreende naquele momento.

Cabe ainda observar que, conforme as falas de Elon, Luís foi escolhido para fazer o desenho devido à sua habilidade artística e ao seu comportamento “agitado”, características que atraem a atenção da turma. O professor recorre a ele para dar início à aula. Essa prática é estável para Elon, isto é, não se limita a este episódio: em várias observações das aulas, quando a turma se mostra dispersa, o professor tende a se dirigir primeiramente a Luís, seja pedindo que mude de posição, seja utilizando-o como ponto de apoio para lidar com o comportamento dos demais.

Luís, que é atendido pela CLAI, frequentemente concentra o foco do professor, ora por propor soluções inesperadas, ora por questionar o conteúdo em discussão⁸⁹. Após as aulas, Elon comenta que suas intervenções podem “perturbar” o planejamento previsto. Assim, Luís exerce um papel importante na gestão da dinâmica da turma, influenciando não apenas o engajamento dos colegas, mas também o modo como o professor conduz e ajusta seu trabalho em sala.

ii) Apresentação e explicação do problema (4’46’’ – 6’46’’)

A apresentação do problema foi discutida na subseção 7.2.3.1.2.1. Para “preparar” a análise a priori, podemos, conforme Margolinas (2000), extrair da observação de aulas comuns um elemento fundamental: o texto de um problema posto em aula. Como não havia, até então, uma formulação textual prévia do problema (por exemplo, retirada de livro didático ou outro

⁸⁹ Em uma das aulas, ao resolver uma questão, Luís propõe espontaneamente programar uma solução em Python, linguagem que aprendeu de forma autodidata. Sua resposta entusiasmada “dá para fazer, é bem rápido” reorganiza momentaneamente a dinâmica da aula, levando Elon a suspender a correção coletiva para incentivá-lo a apresentar a solução por meio de um código. O professor reconhece a validade do resultado obtido e destaca a desenvoltura de Luís. Cabe destacar que esse episódio é exemplar, mas em diversas outras ocasiões, Luís mobiliza conhecimentos ligados à programação e a jogos digitais, áreas que se apresentam como hiperfoco do aluno, de acordo com a CLAI.

material), optamos, na análise a priori, por nos basear na forma como o problema foi efetivamente enunciado durante a aula.

O problema havia sido comentado por Elon na entrevista antes da aula (E_0 , 163-170), mas sua formulação ocorreu *in situ*, construída oralmente durante a própria aula (A_{0b} , 77), com apoio de representações gráficas e referências espaço-temporais no quadro. À medida que já discutimos muitos aspectos dessa apresentação na análise a priori, propomos analisar especificamente alguns aspectos que consideramos relevantes do ponto de vista do objetivo da pesquisa.

Com a turma já reorganizada e o quadro parcialmente preenchido com o desenho de duas cidades (nomeadas por Luís como “Belford Roxo” e “Xique-Xique”), Elon inicia a exposição oral do problema. Ele explica: “Vamos supor que dessa cidade para a outra tem cinquenta quilômetros”, e marca no quadro uma chave horizontal com a anotação “50 km”.

Em seguida, introduz o contexto: os operários iniciaram a construção no começo de novembro e já concluíram 12 km. Para ilustrar, desenha uma nova chave, menor, representando os “12 km” já construídos. Depois, informa que a construção prossegue a um ritmo constante de 0,5 km por mês, acrescentando uma nova chave (bem menor e logo após a chave de “12 km”) com a anotação “+ 0,5 km”.

Neste ponto, Elon reforça: “Então daqui pra cá é 12, já tinha esses 12, aí fizeram esse meio aqui... aí mais meio, mais outro...”, enfatizando a regularidade aditiva por meio de repetições verbais e registros gráficos. Durante essa exposição, Gael comenta, com humor “Tão indo de jumento ou o quê?”, provocando risos em Sophia. Ao final, Elon formula a pergunta: “em quantos meses eles vão terminar a obra?”.

Desde o início, antes mesmo da formulação da pergunta, Elon qualifica o problema como um “desafio”. A ênfase em tratar o problema como um desafio reforça uma intenção de envolver os alunos por meio de um apelo motivacional. A solicitação feita a Luís para nomear as cidades e a construção gradual do enunciado denotam uma intencionalidade “cênica” na forma de apresentação do problema escolhida por Elon.

A estrutura do problema corresponde à forma clássica de enunciados de problemas e exercícios descrita por Brousseau (1986), com uma parte informativa e uma questão. No caso, o sistema define um estado inicial (distância total e trecho já construído) e evolução temporal previsível (ritmo constante).

Trata-se de uma ficção didática, à qual o aluno deve aderir sem alterá-la (Brousseau, 1986). O sistema (operários <> construção da linha férrea) é apresentado como independente da ação do aluno, operando como uma realidade objetiva de referência.

Por sua vez, a pergunta do problema dirige-se a um sujeito externo à situação descrita. O aluno, posicionado como observador com ponto de vista fixado de antemão, é chamado a projetar a evolução do sistema a partir das informações fornecidas, sem intervir nos dados. A escolha do procedimento é deixada a seu critério (exceto pela regra de três), cabendo-lhe estabelecer vínculos entre os dados e propor uma organização matemática (Robert; Rogalski, 2002).

A reação de Gael “Tão indo de jumento ou o quê?” expressa uma crítica à verossimilhança da situação. A ironia, ainda que sussurrada a Sophia, opera como resistência à adesão ao sistema proposto, evidenciando que a realidade de referência é silenciosamente contestada por Gael. O teor desse comentário era, de certo modo, a priori, previsível do ponto de vista do aluno.

Com efeito, a hipótese de um progresso exato de 0,5 km por mês, especialmente após um primeiro mês de 12 km, subverte a expectativa de irregularidade característica de obra reais. O comentário irônico de Gael, portanto, é pertinente. Em entrevista posterior, Gael e Sophia reconhecem a estranheza do contexto, mas o aceitam como parte do jogo matemático escolar, em que situações irreais são concebíveis desde que permitam a aplicação de procedimentos matemáticos esperados pelo professor (*EA*₂, 258-267).

É relevante destacar que, no que se refere à interação do trabalho oral e escrito de Elon, ou como formulam Laparra e Margolinas (2016), ao *continuum* entre os universos da oralidade e da literacia, Elon evoca dêiticos gestuais e orais quando compartilha o espaço com os alunos na apresentação do problema. Ao dizer “Vamos supor que dessa cidade para a outra tem cinquenta quilômetros”, e desenhar no quadro a chave horizontal com a anotação “50 km”, Elon instaura uma articulação semiótica entre linguagem verbal e representação gráfica, ancorada no espaço e nos objetos visíveis na sala (Petitfour, 2023).

A explicação progride em etapas encadeadas: primeiro, apresenta os “12 km” como trecho construído, representando por uma chave menor; em seguida, explicita o ritmo de “0,5 km por mês”, com outra marca gráfica. Tal sequência revela uma organização discursiva baseada em signos ostensivos e função dêictica: “daqui para cá é 12”, “aí fizeram esse meio aqui... mais meio, mais outro”. Esse tipo de enunciação ancora-se no universo da oralidade, construindo significados em copresença com os alunos, por meio de gestos, olhares e apontamentos (Laparra; Margolinas, 2016).

A estrutura da explicação aponta para um trabalho aritmético (Houdement, 2011), em que os dados são enunciados e inscritos no quadro de forma relacional: parte-se dos 50 km, menciona-se que 12 km foram construídos, o que sugere uma subtração (“quanto ainda falta?”).

O dado de que a parte restante será construída a $+0,5$ km/mês leva à ideia de divisão como medida (“quantos $0,5$ cabem em 38 ?”). Contudo, a disposição espacial no quadro de marcadores gráficos, gestos repetidos paralelamente mencionando “mais meio, mais meio, ...” sugerem também uma leitura iterativa ($12 + 0,5 + 0,5 + \dots$), representando adições sucessivas.

Essa apresentação do problema, baseada em forte apoio dêitico, permite diferentes interpretações quanto ao procedimento a ser adotado para determinar o número de meses. A duplicação da informação “ 12 km” no quadro (escrevendo acima e abaixo da linha, conforme figura 21) sugere uma tentativa de reforço visual. No entanto, para alunos com dificuldades de atenção ao que se diz e anota ou aponta, tal redundância pode gerar confusão, especialmente pela ausência de um enunciado escrito, exigindo memorização do que foi dito e gestualmente indicado.

Resta-nos indagar se tais recursos dêiticos condicionam a interpretação do problema por Gael. Expressões dêiticas tendem a favorecer alunos videntes, mas podem criar armadilhas interpretativas para alunos com baixa visão (Lavarda; Bidarra, 2007). Esse aspecto será aprofundado nas próximas unidades.

iii) Discussão coletiva das estratégias ($6^{\circ}46'' - 8^{\circ}56''$)

Após propor o problema, Elon busca conduzir a turma à identificação da sequência de termos associada ao problema e elucidar a organização progressiva da construção. Ele pergunta “Deu para entender? Isso daqui deu para perceber que é uma PA?”. A pergunta, feita com ênfase na entonação, recebe uma resposta afirmativa de alguns alunos: um ou dois verbalizam “sim”, enquanto os demais apenas balançam a cabeça. Essa interação inicial sinaliza o início de uma sequência de perguntas e respostas destinada a fazer os alunos reconhecerem os termos da PA.

Dando sequência, Elon solicita: “Qual é o primeiro termo dela?”. Léo responde prontamente: “Doze”. Elon então retoma a fala de Léo, repetindo “Doze! Doze, é o primeiro, porque já tinha doze”, tentando reforçar a articulação entre o dado inicial do problema e o primeiro termo da sequência. Enquanto fala, ele escreve no quadro os dois primeiros termos: “(12, 12,5,” e complementa oralmente: “aí esse mês eles fizeram meio quilômetro, no caso foi para? 12,5”, explicitando o incremento constante.

Lúcia intervém com uma pergunta sobre o marco temporal: “Começou em que mês?”. A pergunta abre espaço para que Elon insira esse aspecto na explicação, respondendo: “Começou esse mês, aí agora eles fizeram meio, aí o mês já terminou, eles não vão trabalhar no sábado mesmo...”. Em seguida, ele prossegue: “hoje fizeram mais meio, quando for no mês de dezembro: 13. Em janeiro: treze e meio, e por aí vai”, enquanto escreve no quadro a sequência estendida: (12, 12,5, 13, 13,5, ...).

Danilo, atento, sintetiza: “Isso é só somar de meio em meio...”, antecipando o procedimento iterativo. Gael, em voz baixa, complementa: “É, eu pensei... soma meio para ter o do outro mês”, revelando que já havia identificado a regularidade aditiva no problema. Elon apoia-se nessas intervenções para reforçar a direção que deseja dar à aula: “Tem como vocês fazerem de mês em mês, mas dá um trabalhinho, não dá?”. Em seguida, reorienta os alunos para o procedimento que pretende instituir: “E se eu disser a vocês que vocês vão resolver uma coisa dessa bem rapidinho, usando PA, né massa?”.

Enquanto Elon gesticula para sugerir o procedimento iterativo, movendo a mão em direção progressiva da esquerda para a direita, com os dedos abertos, como quem desloca-se sobre a sequência no quadro, indicando que a cada mês soma-se um novo valor ao comprimento anterior, gesto que reforça a ideia de obter um termo após o outro, Gael e Sophia dialogam discretamente, sem que suas palavras possam ser ouvidas.

A atenção da turma começa a se dividir. Luís arrisca uma resposta “Seria igual a dezenove”, ao que Elon responde com surpresa: “O quê?”, e Luís repete “Dezenove... igual a dezenove!”. Elon hesita: “Não sei, eu inventei isso agora...”, e retoma sua intenção de apagar o quadro: “Eu vou apagar, ficou lindo, mas...”.

Nesse momento, Lúcia, consultando um registro feito na própria mão, intervém: “Se eles trabalhassem e fizessem cada mês o mesmo meio quilômetro, daria setenta e seis meses. Como tem os doze, setenta e sete.” Ela demonstra surpresa com o fato de Elon não comentar nada sobre o valor dado por Luís. Esse último, percebendo um erro nos seus registros, comenta: “Ah! Não, está errado.”

Apesar da pertinência da explicação de Lúcia, Elon não reage diretamente à sua fala, mantendo o foco na necessidade de apagar o quadro. Ele então retoma a palavra para recapitular: “Posso apagar aqui, deu para entender? Quem não entendeu aqui? Todo mundo entendeu a ideia?”. Conclui com humor e leveza, distanciando-se das tentativas de solução apontadas por Luís e Lúcia: “A gente vai resolver isso sem precisar fazer essas contas de cabeça de Luís e nem de Lúcia...”, provocando uma risada discreta de Lúcia. Gael balança a cabeça em sinal de concordância.

Na análise a priori, identificamos que a chave de entrada na ramificação principal prevista pelo professor é a interpretação dos dados fornecidos (12 km iniciais e crescimento constante de 0,5 km/mês) como elementos formadores de uma progressão aritmética.

Ao apresentar o enunciado, Elon direciona de imediato a atenção dos alunos para a interpretação matemática pretendida, conforme seu projeto didático, perguntando: “Deu para entender? Isso daqui deu para perceber que é uma PA?”. Nesse mesmo movimento, restringe o

uso da regra de três, atuando sobre o contrato didático e orientando-os para a ramificação principal prevista.

Reforçando: “Qual é o primeiro termo dela?”, Elon conduz os alunos à identificação da estrutura numérica esperada, assegurando o reconhecimento do valor inicial (“Doze!”) e o crescimento constante (“meio quilômetro por mês”), buscando situar os alunos desde o início no ramo principal.

Essas intervenções, embora coerentes com o projeto, suprimem um possível tempo de investimento coletivo em estratégias diversas: Elon, ao antecipar a leitura que é pertinente ao seu projeto local (“é uma PA, certo?”), redefine rapidamente o olhar para o problema.

O avanço no problema exige reconhecer o trecho construído e o acréscimo mensal como constituindo uma PA, ou seja, um aumento de 0,5 km por mês. Elon intervém: “Então, já tinha doze, agora, foi para doze vírgula cinco... / cada mês meio quilômetro...”, reescrevendo a sequência (12, 12,5, 13, 13,5, ...).

Assim, ele abstrai as grandezas físicas: quilômetros e meses deixam de ser referência, reduzindo a situação a um exercício numérico. O contexto ferroviário atua como mera “embalagem” narrativa, mais reconfortante para o professor do que efetivamente motivadora para os alunos. Dizemos “reconfortante” porque Elon parece operar sob a injunção noosférica de que o ensino deve ser “contextualizado”, o que, em muitos casos, leva à produção de enunciados pseudo-realistas cuja função é apenas ilustrativa, não funcional (Skovsmose, 2008).

A presença do “real” aqui, a construção de uma ferrovia, não tem estatuto epistemológico na construção do saber visado (a fórmula do termo geral), servindo antes como ornamento no problema. Conforme argumentam Rivière, Vignon e Margolinas (2021), o “real” em didática não é dado, mas reconstruído, e frequentemente filtrado por modelizações implícitas dos professores.

Na tentativa de dar sentido à exigência institucional de tornar o ensino “concreto” para motivar os alunos, Elon instala uma situação ambígua: os alunos são convocados por uma narrativa de progresso linear, mas logo se veem orientados a operar iterativamente com números, sem que as decisões de cálculo estejam ancoradas em uma necessidade intrínseca à situação.

Há, portanto, um descompasso entre a superfície contextual e o núcleo matemático do problema, que torna a situação didática pouco produtiva do ponto de vista da construção de significações. Ao invés de instaurar um verdadeiro problema, o professor recobre um procedimento já conhecido com uma ficção de realidade, prática corrente quando o sistema de ensino demanda “situações reais” sem, no entanto, oferecer condições ou questionamentos para

sua exploração didática. A situação didática (nível 0), então, configura-se como a construção de uma progressão aritmética de razão 0,5, matematicamente válida, mas dissociada do cenário narrativo, com as grandezas permanecendo latentes e ignoradas no tratamento do problema.

Elon age diretamente sobre os conhecimentos do contrato, tentando reunir os alunos no ramo principal desejado, mas sua intervenção não garante que as produções se limitem à ideia de PA. Durante a discussão coletiva, surgem apropriações distintas do problema, algumas coerentes matematicamente, embora não alinhadas à perspectiva do professor, evidenciando diferentes investimentos na resolução (Margolinas, 2004b)

Enquanto Elon apresenta a progressão “(12, 12,5, 13, 13,5, ...)”, Danilo e Gael reconhecem a recorrência aditiva, leitura favorecida pela escrita da sequência associada ao contexto. Elon, ao reagir as respostas de ambos (nível -1), não invalida a estratégia, mas a enquadra como trabalhosa e menos eficiente, introduzindo seu ponto de vista, um julgamento que posiciona o procedimento algébrico associado à PA como mais rápido e desejável.

Para Danilo, presente na aula anterior (A_{0a}), essa reorientação é inteligível: ele reconhece a estrutura de uma PA (somar a razão ao termo anterior), ainda que a compreensão do termo geral permaneça a ser construída. Para Gael, que esteve ausente por questões médicas justamente no início do trabalho da turma com o tema, o episódio marca seu primeiro contato com a progressão aritmética como objeto de estudo. A situação didática, do ponto de vista de Gael, é complexa: caracteriza-se como uma entrada deslocada em um sistema didático já em funcionamento.

Esse deslocamento não é um fato isolado. Trata-se, na verdade, de um fenômeno recorrente na trajetória de Gael, que nem sempre está presente nas aulas em que o saber matemático em questão está sendo explorado. Importa destacar que suas ausências não estão diretamente relacionadas à sua condição visual, mas a demandas de outra ordem: Gael realiza acompanhamento biopsicossocial, articulado entre a CLAI e a COPAE com setores externos ao IFPB, e os horários desses atendimentos frequentemente coincidem com o período de suas aulas, inclusive de Matemática.

Considerado o quadro teórico adotado, constatamos que Gael participa apenas de algumas das aulas em que projetos locais do professor são implementados, sem acompanhar de forma contínua o projeto global. Durante a análise do episódio, essa condição torna-se particularmente evidente. Gael retorna após uma ausência e se depara com uma aula cujo tempo didático já avançou, sem que tenha tido acesso aos marcos anteriores desse processo.

A curta distância temporal entre as aulas na semana, muitas vezes realizadas em dias consecutivos, impossibilita que se recorra a mecanismos de recuperação do conteúdo. Mesmo

que houvesse um sistema de apoio, o intervalo entre as sessões seria insuficiente para que ele se reapropriasse a tempo do saber. No caso em questão, Gael esteve ausente justamente no dia em que a noção de PA foi introduzida e institucionalizada (A_{0a}).

Ao retornar, Gael encontra-se diretamente inserido em uma situação didática que pressupõe não apenas o domínio da definição de PA, mas também a familiaridade com o vocabulário específico associado (termos como “razão”, “termo” e “sequência”). Na entrevista realizada com Gael, torna-se evidente sua relação imprecisa com esses termos: ele refere-se à “razão” como “real” (EA_2 , 210-212), possivelmente confundindo com o símbolo $\mathbb{R}$, enfatizado pelo professor em aulas anteriores sobre sequências. Embora essas confusões terminológicas não comprometam, por si só, a aprendizagem do conteúdo, já sinalizam um tratamento diferenciado do saber por parte de Gael.

O professor reconhece que a frequência irregular de Gael constitui um fator que condiciona suas dificuldades em Matemática (EAC , 304-307). Em outras ocasiões, Elon costuma iniciar a aula com um breve momento coletivo de retomada dos conteúdos da aula anterior. No entanto, isso não ocorre no episódio analisado, mesmo estando ciente da ausência de Gael e de outros estudantes. Ainda que esse gesto não se dirija exclusivamente a Gael, sua ausência frequente por motivos médicos estabelecidos com instituições de nível intermediário reforça a relevância de tais momentos em sua trajetória escolar.

No episódio em questão, Gael busca se orientar a partir de seus próprios conhecimentos em situação. Observamos um deslocamento do aluno em relação ao tempo didático da turma, fenômeno que Toullec-Théry (2015) analisa situações em que alunos em dificuldade escolar, independentemente de sua condição, são colocados em sistemas didáticos auxiliares que tendem a se dissociar do tempo didático principal da turma.

No entanto, diferentemente do caso analisado pela autora, em que o deslocamento dos alunos resulta da organização de dispositivos de apoio paralelos, o deslocamento de Gael decorre da sua ausência física, determinada por compromissos de acompanhamento biopsicossocial, sem que haja, nesse caso, qualquer estrutura institucional voltada à sua reintegração ao sistema didático principal. O que se observa é um deslocamento silencioso: cabe quase exclusivamente ao aluno a responsabilidade de retomar o fio do conteúdo trabalhado, como se pudesse, por si só, reconstruir os sentidos e reestabelecer as conexões com o saber previamente instituído.

Ao longo da aula, o professor faz diversas referências à PA, sem reintroduzir sua definição. O vocabulário matemático (“primeiro termo”, “razão”, “sequência”, “PA”) é

mobilizado como parte de um contrato didático já estabelecido, pressupondo que todos os alunos compartilham os mesmos referenciais e modos de investir conhecimentos em situação.

Contudo, Gael não dispõe necessariamente desses mesmos referenciais. Expressões como “Vocês percebem que isso é uma PA?”, proferidas pelo professor, não têm sentido imediato para Gael, embora possam fazer sentido para muitos de seus colegas. Ele permanece, assim, fora da zona de pertinência da situação didática, tal como foi instalada.

O aspecto mais notável é que Gael não sinaliza diretamente sua dificuldade. Sua posição na aula não é a de um aluno que “pede ajuda” ou “confessa não saber”, tampouco aquela de alguém que expõe dificuldades relacionadas à baixa visão. Lavarda e Bidarra (2007) aponta que alunos com baixa visão muitas vezes passam despercebidos em sala de aula, seja por tentarem ocultar sua condição, seja porque, por não serem cegos, os professores tendem a tratá-los como alunos videntes, resultados esses que também aparece nos trabalhos de Lewi-Dumont e Collat (2004) e Ormelezi, Corsi e Gasparetto (2007).

Esse apontamento dos autores é pertinente à situação de Gael, pois identificamos, não apenas no episódio em análise, mas também em diversos outros momentos, comportamentos que se assemelham a essa descrição. Como discutido na Parte I, em termos das entrevistas antes das aulas observadas, Gael é tratado no trabalho didático como mais um aluno, o qual diferencia-se apenas pela necessidade de medidas técnicas de acessibilidade.

No episódio que analisamos, Gael reconhece a presença de um avanço aritmético quando formula “soma meio para obter a medida do mês seguinte”, o que lhe permite apreender parcialmente a lógica do problema proposto. No entanto, ele não está necessariamente em condições, naquele momento, de identificar essa regularidade como uma propriedade definidora de uma progressão aritmética. Isso se deve, em parte, ao fato de que o professor recorre a um léxico técnico específico que ainda não fazem parte do repertório conceitual acessível a Gael.

Para compreender a condição didática da aula para Gael, é necessário reconhecer que, sem uma intervenção significativa por parte do professor, a situação tende a apresentar-se como opaca e fragmentada. Em tais condições, será difícil para Gael compreender aquilo que há de mais estruturante na PA, como ocorre, por exemplo, com seu colega Danilo, se ele ainda não dispõe sequer do entendimento elementar sobre o que constitui uma PA.

Notamos, por fim, que nem Danilo nem Gael dão continuidade à estratégia iterativa, talvez justamente por perceberem que o discurso do professor começa a se reorientar em direção a um procedimento distinto, ainda pautado na PA, mas de natureza desconhecida para eles.

Pouco antes da intervenção de Danilo, Lúcia faz uma pergunta (“Começou em que mês?”) que, à primeira vista, poderia parecer ingênua. No entanto, esse questionamento revela-se uma reação pertinente à ambiguidade instaurada na fala do professor, que havia mencionado que “esse mês” foi construído “meio quilômetro”, ao mesmo tempo em que já indicara que no mês referente (novembro) tinham sido construídos 12 quilômetros. A justaposição dessas informações dificultava a compreensão do ponto de partida da progressão.

A intervenção de Lúcia, ao questionar sobre o mês de início da construção, leva o professor Elon a reorganizar oralmente a sequência associada à progressão aritmética, ligando cada termo ao avanço mensal da obra. Embora esse movimento torne mais visível a correspondência entre a variável temporal (mês) e a grandeza física (quilômetros construídos), ele permanece ancorado em uma lógica iterativa: a regularidade é apresentada como uma adição sucessiva de 0,5 km, mês a mês, a partir de um marco inicial de 12 km.

Do ponto de vista didático, essa apresentação favorece uma leitura iterativa da sequência, conforme descrita por Krysinska, Mercier e Schneider (2009), na qual a atenção dos alunos se volta para a regra de passagem de um termo ao seguinte, e não para a relação funcional entre o número do mês e a medida correspondente. Os autores observam que, em contextos como esse, é comum que os alunos formulem somas sucessivas ou raciocínios aditivos sem que disso decorra a emergência de uma expressão algébrica geral.

Além disso, o modo como Elon evoca o tempo “esse mês”, “dezembro”, “janeiro” sem numerar explicitamente as etapas, contribui para o que os autores denominam de “variável transparente”: uma variável que organiza a situação implicitamente, mas que não é reconhecida formalmente como tal.

Nesse sentido, o tempo é invocado como referência espontânea e contextualizada, mas não como variável independente sobre a qual os alunos possam operar de maneira algébrica. Como afirmam os autores, “esse pseudo ‘tempo’ não numerado constitui uma variável transparente e não uma variável independente explícita”⁹⁰ (Krysinska; Mercier; Schneider, 2009, p. 8, tradução nossa, grifo dos autores).

A ausência de um marco explícito para o valor inicial de n e a falta de ostensivos algébricos reduzem as condições para que os alunos construam uma leitura funcional da sequência. Ainda que o professor diga “nosso objetivo era saber o último termo... o a_n ...”, esse

⁹⁰ « ce pseudo ‘temps’ non numérisé constitue une variable transparente et non pas une variable indépendante explicite » (Krysinska, Mercier e Schneider, 2009, p. 8).

objetivo permanece declarado, mas não sustentado por uma organização didática que o torne funcionalmente necessário.

Dessa forma, mesmo quando a atividade verbalizada por Elon se aproxima da modelização algébrica de uma situação, a ausência de certas condições didáticas, como a explicitação do tempo como variável independente e a materialização da dependência funcional entre n e a_n , dificulta a passagem de uma leitura iterativa para uma leitura algébrica. O problema proposto permanece, portanto, situado na ambiguidade entre um desafio narrativo e uma situação de natureza matemática, o que favorece estratégias de cálculo por iteração sem necessariamente provocar a construção do termo geral como objeto de saber.

Mais à frente, quando Elon propõe a resolução por PA e sinaliza que o problema será retomado com outro enfoque, Lúcia formula sua resolução em conformidade com a bifurcação potencial 2: “Se eles trabalhassem e fizesse cada mês o mesmo meio quilômetro, daria setenta e seis meses, como tem os doze, setenta e sete”.

A surpresa de Lúcia denuncia que, para ela, a natureza de PA da situação permanecia implícita. Seu raciocínio é estruturado em três fases: i) subtrai os 12 km prontos dos 50 km (restam 38); ii) reconhece que, a 0,5 km por mês, são necessários dois meses para cada quilômetro ($38 \times 2 = 76$); iii) soma 1 mês, correspondente ao primeiro mês de trabalho, obtendo 77 meses.

Durante a explicação do professor, Lúcia registra em sua mão os procedimentos adotados para resolver o problema. Ao perceber que Elon não comenta a resposta dada por Luiz (19 meses), ela interrompe brevemente a exposição para compartilhar o procedimento que havia elaborado, buscando assim validar sua estratégia frente ao desenvolvimento da situação no coletivo.

A reação de Elon (P-1), no entanto, é de silêncio. Embora ele escute sua explicação, não a tematiza nem a retoma como objeto de trabalho coletivo. Em vez disso, continua apagando o quadro e, posteriormente, traz um posicionamento em direção ao coletivo sobre o que Lúcia propôs, ao afirmar que “não precisa fazer essas contas de cabeça de Luís e nem de Lúcia”, sinalizando que esses procedimentos não são os meios de resolução que deseja instituir na situação didática. Assim, a participação de Lúcia, embora relevante, não é explorada, e tudo se reorganiza rapidamente em torno da expectativa de uso da fórmula da PA.

Entre as diferentes respostas produzidas durante a discussão coletiva, a de Luís chama particularmente a atenção. Luís parte imediatamente de um ponto de vista algébrico. Assim que Elon termina de enunciar a pergunta, Luís se inclina sobre o caderno, escreve sobre o material entregue. Ele propõe a equação $0,5x + 12 = 50$ para resolver o problema e na resolução,

escreve a equação equivalente $0,5x = 38$ e, num primeiro impulso (com muita pressa para responder), inverte a razão dividindo 38 por 2, o que o leva a responder “dezenove”.

A reação de Elon (P-1) em relação a essa resposta, é primeiro surpresa com uma pergunta suspensiva: “O quê?”, seguida de um comentário evasivo: “É por aí, depois a gente faz...”. O professor não faz um julgamento da resposta de Luís de forma que ele a interprete como equivocada. A ausência desse julgamento leva Luís interpretar a reação de Elon como um indício de possível erro: “Né não?”, sinalizando que já começou a colocar sua própria resposta em dúvida.

A participação de Lúcia desempenha então um papel decisivo na dinâmica contratual: ela anuncia um resultado divergente “setenta e seis... setenta e sete”. Nesse momento, as respostas diferentes coexistem na discussão e nenhuma é explorada por Elon, o que leva Luís a revisar seus registros. As marcas de borracha no registro escrito de Luís evidenciam que ele escreveu uma equação algébrica apropriada para responder à pergunta do problema, mas identifica onde estava o equívoco: a divisão de 38 por 0,5 foi feita como uma divisão por dois.

Ele formula então, em voz alta, sua autocorreção: “Ah! Não, tá errado”, e reescreve a solução corrigida: $x = 76$. O professor, novamente, não se posiciona em relação a resposta de Luís, assim como no caso de Lúcia, ele sem observar de fato ou perguntar como Luís chegou ao resultado, ignora o trabalho desenvolvido e sinaliza que o procedimento de Luís não é o que ele deseja instituir. Luís permanece, assim, em incerteza quanto ao procedimento esperado pelo professor. Sua autocorreção resulta tanto da ausência de avaliação por parte de Elon quanto da comparação com a resposta concorrente apresentada por Lúcia.

Quando Elon se dirige à turma após as participações de alguns alunos, sua intervenção prioriza o projeto local, a passagem da listagem termo a termo à expressão algébrica do termo geral, mais do que os procedimentos efetivamente produzidos pelos alunos. A distância entre seu projeto didático, focado na estruturação algébrica da progressão aritmética, e a atividade observada nas manifestações de Danilo, Gael, Luís e Lúcia é considerável, somada a indícios de dificuldades compartilhadas por outros colegas. Essas manifestações, contudo, em parte, correspondem às respostas esperadas segundo a análise a priori.

Essa ausência de visibilidade didática da atividade dos alunos, reconhecida por Coulangue (2012) e Margolinas (2004b), é compreensível no caso de Elon, ainda em início de carreira e ministrando pela primeira vez aulas sobre progressão aritmética no Ensino Médio, sem um repertório de conhecimentos em construção. A gestão da turma é ainda mais complexa pela heterogeneidade dos perfis: Luís é expansivo e demanda atenção; Gael, introspectivo,

interage muito mais com Sophia e enfrenta limitações relacionadas à baixa visão; Sophia, também com baixa visão, destaca-se pela autonomia e familiaridade prévia com o tema.

Contudo, o que se evidencia nesse episódio transcende as dificuldades iniciais de gestão e revela uma estrutura mais profunda na relação entre o projeto do professor e sua leitura da aula em curso. O professor tende a observar a classe a partir da progressão dos saberes que busca construir, e não em função da lógica das ações dos alunos.

Mesmo que os alunos tornem públicas suas estratégias, como no caso de Lúcia, que apresenta uma leitura consistente com a pergunta posta do problema, essas ações não são integradas à dinâmica didática coletiva, pois não coincidem com o percurso previamente antecipado por Elon.

Esse efeito de filtragem torna invisíveis as contribuições que não se alinham ao projeto do professor, ainda que sejam matematicamente pertinentes (Margolinas, 2004b; Vignon, 2024). O reconhecimento do saber, nesse quadro, depende menos da participação dos alunos e mais da sua compatibilidade com a estrutura planejada da aula.

Assim, mesmo manifestações que poderiam ser alavancas para o projeto do professor, como o caso de Luís, se tornam inaudíveis no contrato efetivo que se instaura em aula. Trata-se, portanto, de um desencontro estrutural: os alunos podem propor ações pertinentes do ponto de vista matemático, mas não podem ser reconhecidas como tais na estrutura do projeto de ensino (Vignon, 2024).

Em tal contexto, pode-se duvidar da eficácia da intervenção didática de Elon para reconduzir esses alunos ao ramo principal previsto no seu projeto. Desde o início da aula, observa-se sua dificuldade em mobilizar e manter a atenção da turma, situação agravada pela dispersão de Gael (possivelmente causada por fadiga visual) mesmo diante dos apelos do professor (“prestem atenção”, “entenderam?”).

Elon encerra rapidamente a discussão coletiva, reafirmando a busca por um procedimento eficiente e desqualificando estratégias alternativas ao afirmar que não seria necessário fazer “essas contas de cabeça de Luís e nem de Lúcia”. No entanto, essa valorização da eficiência não é plenamente compartilhada pelos alunos, como revela a surpresa de Lúcia, que percebia seu procedimento como válido e eficaz ou mesmo para Gael que a PA enquanto sequência numérica ainda está em curso de aprendizagem.

O passo seguinte, prometido, mas ainda não realizado nesse excerto, é a construção de um novo ponto de vista: é a explicitação da PA em termos de conhecimentos algébricos como um meio mais organizado e sistemático de tratar o problema. A institucionalização do saber

visado é apenas evocada rapidamente, sem um tempo efetivamente concedido aos alunos para explicitar, discutir ou consolidar seus modos de resolução.

Em termos inclusivos, observamos que as diferenças de acesso aos significados não foram tematizadas nem integradas à gestão didática. Alguns alunos (motivados, prerrogativa esperada por Elon) investiram em interpretações distintas do problema, mas suas leituras tenham sido reconhecidas como legítimas ou retomadas para reorientação.

Nesse sentido, as diferenças que mereciam ser acolhidas, enquanto formas variadas de se relacionar com o saber, foram deslocadas para a margem da atividade comum, não entendemos que isso ocorreu por conta das singularidades dos sujeitos, mas pela própria condução de Elon da situação didática, que favorece um único olhar para o problema.

Trata-se, portanto, de uma marginalização que não opera por rejeição em si, mas pela não escuta didática de certas propostas dos alunos, mesmo quando essas são matematicamente pertinentes (Thomazet; Margolinas, 2004).

Elon se vê constrangido, ao longo de quase toda a fase coletiva que é o episódio em análise, a esperar que os alunos formulem as respostas esperadas para que possa prosseguir. Essa espera, longe de ser livre, é atravessada por múltiplos determinantes: o tempo do relógio da aula, a heterogeneidade das respostas dos alunos, a pressão de cobertura do conteúdo.

Elon é apenas um, e tem apenas um projeto didático em andamento; ele não se percebe em condição de adaptar-se à demanda singular de cada aluno. Nessas circunstâncias, tende a impor de forma abrupta seu ponto de vista, conforme a dificuldade se intensifica.

Se tomado em sua acepção mais rigorosa, conforme os princípios noosféricos que fundamentam a educação inclusiva, esse tipo de tensão, entre a expectativa de condução coletiva e a escuta das diferenças individuais, pode conduzir a formas de exclusão (Skovsmose, 2019) não necessariamente intencionais, mas estruturantes da prática docente.

iv) Introdução e explicação da fórmula ($8^{\circ}56'' - 15^{\circ}56''$)

Após antecipar que a resolução por PA permitiria um tratamento mais “rápido”, Elon intervém para apresentar a fórmula do termo geral, sem retomar os conhecimentos *in situ* dos alunos. Suas reações frente às diferentes formulações são, do ponto de vista do aluno, pouco instrutivas: a estratégia de Danilo e Gael é acolhida sem discussão, a de Luís é inicialmente desconsiderada e só posteriormente retomada, ainda que de forma incerta, enquanto a de Lúcia, que investe em uma ramificação marginal (Margolinas, 2004b) só é considerada após repetidas insistências da aluna.

Ao escolher não prolongar a fase de formulação coletiva de estratégias, o professor apresenta a fórmula do termo geral à turma como modo de geração dos termos de uma PA. No

entanto, é uma apresentação ostensiva da fórmula “pronta”, sem uma discussão voltada à dedução da expressão e muito menos vinculada aos pontos de vista dos alunos que se instituíram durante a aula.

Ao introduzir a expressão algébrica, Elon não suspende o andamento da aula para discutir os procedimentos elaborados pelos alunos nem para explicitá-los diante da turma. A situação se fecha por iniciativa do professor, que formula e aplica a regra geral sem instaurar uma síntese coletiva. Essa configuração evidencia a posição ocupada por Elon: seu projeto local está orientado para a introdução da fórmula, mas sua gestão da atividade (nível 0) não integra os indícios das estratégias dos alunos nem mesmo as dificuldades que surgem em situação (nível -1).

Elon pega o material impresso que foi entregue no início da aula e folheia junto com os alunos. Comenta que a primeira folha (página 18) foi vista no dia anterior (A_{0a}) e, nesse momento, Gael murmura discretamente para Sophia “eu não vim não”. Elon menciona que a segunda folha (página 19) contém exercícios, mas que retornarão a ela depois. Decide, então, seguir diretamente para a página 21, onde está apresentada a fórmula do termo geral de uma PA.

Antes de discutir como o professor apresenta a fórmula, é conveniente notar que a sequência de ações supramencionadas mostra, em parte, a lógica de trabalho adotada por Elon: atribui grande importância ao momento coletivo de síntese, buscando colocar em evidência o saber que deseja que os alunos se apropriem, num formato próximo do ensino explícito⁹¹.

Essa prioridade se manifesta também no tempo dedicado ao episódio em análise: cerca de um terço da duração do episódio (cerca de 7 minutos de 22) é reservado à introdução e explicitação da fórmula do termo geral. Em sua prática habitual, Elon tende a adiantar rapidamente momentos de explicitação dos conteúdos e a realizar sínteses ou correções de maneira muito breve ao final da aplicação de problemas e/ou exercícios.

Entretanto, ao considerar a transição da aula A_{0a} e A_{0b} , a prática usual de correção e síntese de atividades anteriores não se materializa: ao folhear o material impresso, Elon apenas

⁹¹ Entendemos por ensino explícito o modo de condução didática em que o professor apresenta diretamente o saber visado, nomeando, expondo e organizando as informações de maneira ostensiva, sem instalar uma situação adidática que favoreça a construção autônoma do conhecimento. Diante de restrições como o tempo limitado ou as dificuldades dos alunos ou mesmo da organização do meio, o professor pode ser levado a explicitar ele mesmo os conhecimentos que desejava que os alunos mobilizassem (Margolinas, 2005b). Houle (2016) reforça essa constatação ao observar que, em função de exigências de eficácia e de gestão do contrato didático, o saber escolar é muitas vezes exposto e ensinado de forma direta pelo professor.

menção superficialmente os trabalhos anteriores, sem retomá-los de modo aprofundado ou integrá-los explicitamente à nova atividade proposta.

Na aula anterior (A_{0a}), os alunos haviam trabalhado individualmente com exercícios de identificação de sequências, análise da razão e caracterização de progressões aritméticas, mas sem que houvesse uma sistematização coletiva das resoluções: apenas instruções pontuais em resposta a dúvidas ou acompanhamento individual dos alunos nas carteiras.

Ao folhear as duas primeiras páginas do material, Elon sinaliza que esse trabalho de correção seria retomado em momento oportuno (o que ocorre na aula A_1), evidenciando a continuidade planejada entre as aulas. Essa lógica de ação, observável na passagem das aulas A_{0a} e A_{0b} (na qual encontra-se o episódio aqui analisado) para a aula A_1 , parece responder tanto à organização global do projeto didático do tema (no qual se previa a transição de uma abordagem de PA como sequência numérica para a introdução da estrutura algébrica), quanto a limitações de tempo.

A distribuição das três aulas semanais em dias distintos, a curta duração da primeira aula (50 minutos) e a necessidade de avançar no tema, conduzem o professor a adiar as correções, que só ocorrem de forma mais sistemática na aula A_1 , a qual, inclusive Gael esteve ausente, pelos mesmos motivos que já discutimos.

O próprio Elon, em comentário feito após a aula A_{0b} , reconhece como o tempo escolar (hora-aula, aulas semanais) influencia suas escolhas: “O tempo curto, às vezes eu sinto que demora demais para... produzir as coisas... e olha que a turma está mais avançada que a anterior [...] O tempo é curto demais, muito pouco tempo”. A limitação temporal aparece, assim, como um determinante nas escolhas didáticas realizadas de Elon.

Ao introduzir a nova página, Elon faz referência ao exemplo ilustrado no material, que representa um homem subindo uma escada. Explica que preferiu modificar o exemplo para o contexto da ferrovia por ser mais rápido de desenhar, mas ressalta que a ideia subjacente é a mesma: o avanço constante, degrau a degrau.

Danilo intervém associando: “Ou seja, cada degrau repete a mesma altura”, e Elon confirma: “Cada degrau é a razão... todo degrau de uma escada não tem que ser da mesma altura?”, reforçando a importância do padrão para a segurança ao subir escadas. Gael, ainda folheando o material, murmura “é!”, enquanto Sophia registra anotações no caderno. Luís acrescenta: “O cérebro lembra do padrão”, comentário que Elon retoma para reforçar a ideia de que a constância da razão é assimilada corporalmente.

Ainda que mais tangível do que o contexto da ferrovia (na medida em que pode fazer sentido para os alunos pensarem que degraus de uma escada real possuem alturas constantes), o contexto da escada permanece, do ponto de vista didático, um pretexto para introduzir a PA.

Do ponto de vista do professor, no entanto, a referência de “subir escadas” é breve e tem apenas a função de reforçar a ideia de constância da razão em uma progressão aritmética. A discussão se orienta diretamente para a construção da fórmula do termo geral, e o meio evocado da escada permanece como um suporte ilustrativo.

Elon escreve, com letras ampliadas, no quadro “Fórmula do termo geral da PA” e inicia a apresentação generalizada de uma sequência: “Dada uma PA da forma $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ ”. Com apoio da parte do desenho que ainda está presente no quadro, explica a relação entre os termos: o primeiro termo seria 12, seguido de 12,5, 13, e assim sucessivamente. Associa os termos às suas posições, escrevendo “posição 1”, “posição n ” no quadro. Ressalta que a sequência possui um número finito de termos.

Nesse instante, Elon busca tornar visível para os alunos a associação que desejava que fosse reconhecida entre o problema da construção da ferrovia e o saber visado, particularmente no que concerne à expressão dos termos da progressão. No entanto, ao afirmar que “o objetivo era descobrir o último termo”, Elon desloca de maneira imprecisa o foco do problema: o objetivo matemático da situação proposta consistia, na verdade, em determinar o número de meses necessários para concluir a ferrovia, dados o primeiro termo, a razão de crescimento e o valor do último termo já conhecido.

Na sequência da apresentação ostensiva de Elon, Lúcia interrompe, perguntando: “Você queria saber qual mês termina ou quantos meses?”, sinalizando dúvidas sobre o objetivo do problema. Sua intervenção revela uma incerteza quanto ao que de fato foi proposto como desafio: seria determinar o momento em que a obra seria concluída no calendário (o mês correspondente) ou o número de meses necessários para o término da construção.

Essa dúvida é pertinente, primeiro porque o professor enfatiza mais de uma vez que o objetivo seria encontrar o a_n , o que, como já discutimos, não corresponde à situação instalada. Além disso, é importante notar que Elon, ao longo de sua explicação, recorre frequentemente ao mês de referência do calendário, o que pode ter contribuído para a ambiguidade na compreensão do que realmente é pedido.

Consideramos também que Lúcia demonstra insistência e não parece convencida diante da ausência de uma resposta clara de Elon sobre seu procedimento, que ele reduz a um “cálculo feito de cabeça”. Ela luta para compreender por que o procedimento que desenvolveu para resolver o problema não é reconhecido como eficiente.

Quando Elon afirma, em aula, que “não era para resolver, mas para entender o problema”, sua fala remete à expectativa de que os alunos se engajem em uma leitura estruturante da situação, identificando os elementos que configuram uma progressão aritmética. Do ponto de vista do quadro teórico que adotamos, o professor não tinha a intenção de instalar uma situação de ação no sentido da resolução do problema, mas sim de criar condições para que os alunos produzissem verbalmente uma conjectura.

Tal expectativa corresponde, didaticamente, a uma fase de formulação (Brousseau, 1999), em que os alunos são convidados a explicitar relações e padrões antes de qualquer tentativa de resolução propriamente dita.

Essa posição é coerente com o projeto local de Elon (nível +1), tal como formulado na entrevista prévia (E_0), na qual ele declara que seu objetivo era suscitar a identificação da progressão aritmética antes de introduzir a fórmula do termo geral. Contudo, a reação de Lúcia, marcada por confusão diante da ausência de uma tarefa clara, sugere que a formulação esperada não foi suficientemente reconhecida como tal, revelando uma possível disfunção no contrato didático.

Entretanto, uma análise mais detalhada revela uma tensão entre os níveis do projeto (+1) e da situação didática efetiva (0), tensão que repercute também no nível noosférico (+3). Embora o projeto previsse uma dinâmica coletiva voltada essencialmente para legitimar a introdução da fórmula, a situação em sala de aula mostra que Elon enfatiza o problema como um “desafio” para os alunos, o que abriu um espaço de engajamento para os alunos.

A ausência de uma instrução declarada proibindo iniciativas mais individuais (como o registro de ideias por escrito) permitiu que os alunos se apropriassem do problema e investissem nele, como testemunha o comportamento de Lúcia e Luís, que elaboraram um procedimento escrito.

Assim, o “problema” proposto atua como catalisador do engajamento dos alunos (nível +3), mas esse engajamento ultrapassa o quadro previsto no projeto: no nível 0, a motivação não se limita à atenção (inclusive muito solicitada pelo professor, “prestem atenção”), mas manifesta-se pela vontade de agir matematicamente, o que entra em contradição com a intenção do professor de conduzir rapidamente a turma à institucionalização do saber visado.

Essa tensão revela uma concepção incerta de “motivação” por parte do professor Elon, uma concepção que parece remeter mais à gestão pedagógica do coletivo, característica frequente entre professores iniciantes (Coulange, 2012), do que para a organização de situações didáticas em que os próprios alunos, diante de dificuldades ou impasses, sintam a necessidade de formular novos conhecimentos.

Trata-se, nesse último caso, de uma dimensão “motivante” e humanizante que a TSD reconhece como essencial: permitir ao aluno agir de forma livre e responsável em um meio protegido, suficientemente estruturado para que ele possa esquecer, por um momento, que a situação foi construída com a intenção de fazê-lo aprender, e desenvolver assim sua capacidade de enfrentar a incerteza e buscar soluções matemáticas (Brousseau, 1998; Margolinas; Bessot, 2024).

A resposta breve e pouco acolhedora de Elon dada à iniciativa de Lúcia ilustra os limites dessa gestão da situação didática, na medida em que o saber visado não surge como necessidade do trabalho dos alunos, mas como uma parte do saber que o professor pretende instituir rapidamente. A discrepância entre o caráter motivador do contexto e a fragilidade da exigência problematizadora (discutida na subseção 7.2.3.1.2.2) contribui para explicar as dificuldades encontradas pelo professor na condução da aula.

Na sequência, Danilo, por sua vez, chama atenção para a fórmula escrita no material, e Elon confirma que é justamente essa que será trabalhada, começando a escrevê-la no quadro. Enquanto Elon constrói a fórmula ($a_n = a_1 + (n - 1)r$), Sophia o acompanha, enunciando a estrutura algébrica que já conhece. O professor valoriza sua participação, retomando sua fala (“menos um”) e explica que é possível deduzir a fórmula observando o padrão da sequência, embora opte por não detalhar essa construção.

Elon explica que seria possível deduzi-la observando a sequência: bastaria considerar o primeiro termo, depois o segundo, o terceiro, e assim sucessivamente, até identificar o padrão que se estabelece. Ele sintetiza essa ideia afirmando “Tem como você chegar nessa fórmula, mas eu não vou entrar em detalhes [...] quando você chegar no 'n', você vai ver que tem exatamente aquilo ali no lado direito [$a_1 + (n - 1)r$]” (Registro de aula, *A_{0b}*, 144-147).

A decisão de Elon de não trabalhar a construção da fórmula do termo geral da progressão aritmética encontra, de certa maneira, respaldo no manual do professor adotado (Paiva, 2º ano), que não exige a demonstração desse resultado específico. De maneira mais geral, o manual orienta que:

É importante ainda que percebam que as verdades matemáticas (não sendo definições nem postulados) podem ser demonstradas. Não defendemos que todos os teoremas devam ser demonstrados em sala de aula, mas que alguns o sejam, para que os alunos compreendam o significado de uma demonstração e o método da ciência matemática (Paiva, 2015, p. 294).

A orientação do manual abre precedentes para que o professor selecione, de forma criteriosa (ou não), determinados resultados a serem demonstrados em sala de aula, com o

objetivo de favorecer a compreensão do significado da demonstração matemática e do método científico.

No entanto, essa exigência não se estende a todos os saberes (ou parte dos saberes). Ainda que a demonstração da fórmula do termo geral da progressão aritmética não demandasse um tratamento formalista denso, Elon não parece preocupado com o significado formativo que a construção poderia ter para os alunos. Sua atenção volta-se prioritariamente para a dimensão utilitária da fórmula, isto é, para sua eficácia na resolução de problemas, em detrimento da construção de seu sentido epistemológico.

No nível +2, portanto, a estruturação do tema da progressão aritmética não implica a necessidade da construção da expressão geral. No nível +1, a escolha de Elon por uma abordagem “intuitiva” inscreve-se na lógica proposta pela principal fonte (o livro didático adotado), mas deixa de explorar a dimensão formativa que a demonstração poderia oferecer (nível +3). No nível 0, a ausência de um trabalho sistemático sobre a necessidade de prova intelectual limita a atividade dos alunos a uma generalização da regularidade observada (Barallobres, 2004).

Por inferência, é preciso considerar que, em termos de formação universitária, Elon dispõe de referenciais que poderiam sustentar outra perspectiva. Por exemplo, a coleção “A Matemática do Ensino Médio” de Lima et al. (2006), escrita para professores do Ensino Médio e licenciandos em Matemática, enfatiza a importância de evitar apresentar a Matemática apenas como um “enorme manancial de truques”. No volume dedicado às progressões, os autores observam que, em grande parte dos livros didáticos, as fórmulas são simplesmente apresentadas, enfatizam que:

Na maioria dos livros, encontram-se as fórmulas [...]. Nada contra essas fórmulas, já que, usualmente, o que se conhece de uma progressão são o primeiro termo e a razão. Entretanto, é bom lembrar que o conhecimento apenas dessas fórmulas costuma atrapalhar muitos alunos quando a progressão começa. É, certamente, mais eficiente saber que, para avançar um termo, basta somar r ; para avançar dois termos, basta somar $2r$; para avançar três termos, basta somar $3r$ etc. Assim, facilmente, conclui-se que, nas progressões aritméticas $a_n = a_0 + nr$ e $a_n = a_1 + (n - 1)r$, nas progressões aritméticas [...] (Lima et al., 2006, p. 42).

Apesar desse horizonte formativo, Elon opta por não realizar essa construção em aula. Essa escolha, contudo, não é arbitrária: ela se inscreve em uma coerência com o nível +1, no qual Elon projeta mostrar aos alunos que a fórmula do termo geral é a forma mais eficiente de resolver problemas sobre progressões. Existe aqui uma tensão importante com o projeto global (+2), pois epistemologicamente a transição de um tratamento numérico para uma formulação algébrica não se reduz à observação de regularidades (Krysinska; Mercier; Schneider, 2009).

Aparentemente, Elon não projetou dedicar tempo à construção progressiva da fórmula do termo geral, privilegiando uma utilização rápida da expressão como ferramenta de resolução (EAC, 58-61). No nível da institucionalização, essa escolha implica o risco de reduzir o problema da construção da ferrovia a uma simples resolução de uma equação do primeiro grau, após a identificação dos parâmetros conhecidos, em vez de favorecer a construção de um sentido matemático.

Essa deriva é reforçada pela ausência de uma verdadeira dimensão adidática na atividade proposta: o procedimento interativo não se torna um trabalho oneroso para os alunos, e a complexidade própria da construção algébrica é neutralizada.

O professor parece considerar que a identificação dos parâmetros de uma fórmula já concebida e sua posterior aplicação seriam suficientes para instituir o significado matemático subjacente, negligenciando o papel formativo da necessidade de elaboração da própria expressão matemática, que inclusive tem tamanha importância no projeto global. Esse risco de deslocamento da atividade para uma simples substituição algébrica se materializa, como veremos na unidade analítica seguinte, na situação de Gael.

Ainda nessa unidade duas observações nos importam. Primeiro, na gestão da situação didática (S0), observamos que finalmente Elon acolhe a resposta de Lúcia, que, insistindo repetidamente, tenta chamar sua atenção pública para o procedimento que desenvolveu. A resposta de Elon, ainda que breve e sem uma avaliação da pertinência da estratégia mobilizada por Lúcia, legitima tacitamente sua compreensão do problema (“Exato! Entendeu o problema, né?”), antes de reconduzir a interação para a escrita da fórmula do termo geral, que constitui o objetivo principal de seu projeto local.

Dessa forma, o trabalho de Lúcia, embora avaliado no fluxo da aula, nunca é mais do que uma possibilidade, entre outras, de mostrar o que se compreendeu, sem que seja objeto de uma exploração didática que poderia transformar sua iniciativa em um meio de construção coletiva do saber visado. No nível S-1, a decisão de Elon de acolher rapidamente a resposta e prosseguir sua trajetória planejada revela uma tensão entre sua atenção à atividade real dos alunos e a condução do projeto da aula.

Por fim, ao ser questionado por Danilo sobre a possibilidade de “resolver logo dentro dos parênteses”, Elon responde “Ou senão você faz aquele chuveirinho...”, sugerindo conhecimentos da propriedade distributiva. Essa troca evidencia que, para Danilo, o significado da fórmula não se associa ao modelo de generalização da PA, mas à aplicação de regras operatórias de simplificação.

A atenção do aluno se concentra nos parênteses como um aspecto técnico a ser eliminado. Isso se confirma ao longo da aula e da entrevista (EA_1 , 278-294), quando Danilo insiste: “Vai ter caso que resolve dentro dos parênteses e vai ter caso que não”, e mais tarde resume sua dificuldade: “O bendito parênteses...”.

A situação se bifurca (Margolinas, 2005a), com uma redefinição local da finalidade da situação instalada. Para Danilo, a estrutura algébrica da fórmula é interpretada como um problema de reorganização operatória. Essa bifurcação, de natureza nildidática, não impede a continuidade da aula, mas compromete a construção do significado algébrico do saber visado, sem que o professor reconheça a necessidade de intervir sobre a reorganização do meio.

No nível +1, o projeto de Elon previa a utilização da fórmula como necessidade “eficiente” para resolver o problema da construção da ferrovia. No entanto, no nível 0, o problema passa a ser interpretado, por alguns alunos, como uma tarefa de simplificação algébrica.

A compreensão esperada da fórmula como regularidade funcional é substituída por uma leitura centrada na eliminação de parênteses e na aplicação de propriedades de cálculo. A situação efetivamente instalada confirma que aceitar a fórmula como meio de obter resposta para o problema não implica compreendê-la no mesmo regime de significação.

v) Resolução do problema e conclusão ($15^{\circ}56'' - 22^{\circ}$)

A partir da apresentação da fórmula do termo geral da PA, Elon retoma o problema inicial proposto na aula. Enquanto apaga o quadro, dirige-se a Luís para confirmar o resultado anteriormente encontrado: “Tu disse que dava quanto, Luís?”. Luís, enquanto revisa seus registros, afirma ter corrigido a resposta para 76, ao que Elon, surpreso, pergunta: “76 o quê?”, reforçando a necessidade de explicitação da unidade. Esse momento é brevemente comentado por outra aluna que lembra que, anteriormente, Luís mencionara “19”, o que Elon acolhe de forma bem-humorada.

Ao retomar o problema, Elon não busca discutir o procedimento desenvolvido por Luís, mas apenas confirmar o resultado numérico encontrado por ele por meio da aplicação direta da fórmula recém-apresentada. Sua surpresa ao ouvir “76”, contraposta à lembrança anterior de “19”, sugere que o professor não antecipara a solução esperada para o problema proposto. Como indicam os dados, Elon não havia avaliado previamente o resultado de 19, limitando-se a comentar “é por aí”, sem avaliar sua precisão.

Esse comportamento é revelador: ao “inventar” o problema diretamente na aula, Elon não antecipa a resposta e, portanto, não está em posição de interpretar rapidamente as respostas

dos alunos para tomar decisões didáticas apropriadas, como avaliar ou deixar em suspenso (Margolinas, 2004b).

Elon, ainda em início de carreira no Ensino Médio, parece subestimar a complexidade do controle didático da fase de conclusão no decorrer das aulas. A ausência de questionamento sobre o procedimento de Luís, mesmo após o próprio aluno comentar a origem de seu equívoco, revela uma oportunidade não explorada de intervenção didática.

Esse episódio ilustra a dificuldade de Elon em perceber que, sem o domínio antecipado do problema e de seus possíveis desdobramentos, o ensino se torna arriscado: o professor fica exposto e pode se tornar incapaz de orientar as respostas dos alunos em direção ao saber visado, a partir do que realmente produziram, que podem ou não revelar dificuldades deles.

Aproveitando o ensejo, Lúcia intervém dirigindo-se diretamente ao professor: “Nesse exemplo específico, seria mais rápido o cálculo que eu fiz ou o que você está ensinando?” A pergunta introduz uma comparação entre os conhecimentos investidos pela aluna e o procedimento que Elon procura instituir como referência para a resolução do problema.

O professor adota uma postura incerta para a pergunta de Lúcia: “Eu não sei, isso depende do critério adotado. Vamos primeiro resolver essa questão para que vocês compreendam melhor”. Com essa resposta, Elon desloca o foco da comparação trazida pela pergunta da aluna, mas reafirma a prioridade de entender o problema a partir daquilo que ele quer apresentar.

Em seguida, ele complementa: “É porque o problema realmente não é tão difícil”, sugerindo que a diferença de procedimentos, se existente, seria pouco significativa frente à “simplicidade” do problema. A interação é seguida por um assentimento de Lúcia, que, ainda que breve, sinaliza uma aceitação provisória do redirecionamento proposto pelo professor.

Durante a interação, Elon não explica para os alunos o caráter prático da produção de uma expressão algébrica, ou seja, a possibilidade de reduzir o trabalho operacional frente a uma estratégia de soma iterativa. Essa dimensão, que poderia ter servido como argumento em favor da construção da fórmula, permanece implícita.

Tal ausência pode ser compreendida à luz das condições da situação: como já discutido, o procedimento adotado por Lúcia não correspondia exatamente a uma iteração, mas de um ramo marginal, como identificado a priori, e o trabalho de cálculo envolvido, mesmo nos casos em que se procedesse iterativamente, não se mostrava oneroso para a maioria da turma.

Assim, o critério de “eficiência” que justificaria a introdução da fórmula não se impunha nem do ponto de vista dos procedimentos formulados pelos alunos, nem necessariamente do ponto de vista da formulação do problema pelo professor. Para Lúcia, cujo investimento se dava

na bifurcação potencial 2, a relevância da passagem para a expressão algébrica não se torna imediatamente interpretável como resposta a uma necessidade de economia de operações. De fato, o próprio enunciado do problema não convocava explicitamente um critério de eficácia ou otimização de um procedimento matemático, o que reforça a distância entre as motivações do professor e as leituras possíveis pelos alunos.

Aproveitando o ensejo da intervenção de Lúcia, Elon conduz a retomada do problema escrevendo novamente no quadro a sequência numérica que representa os comprimentos da linha férrea em cada mês. Ao longo da construção, o professor formula questões que permitem, de maneira dialogada, identificar os principais parâmetros da situação: a razão da sequência, o primeiro termo e o último termo.

A razão “0,5” é prontamente respondida por Luís e, em voz baixa, também por Gael, que avalia positivamente a resposta e transcreve a informação no quadro. Em seguida, ao ser questionado sobre o primeiro termo, Gael responde em uníssono com Sophia (“12”), resposta igualmente retomada e escrita por Elon. Quando interrogado sobre o último termo, o grupo responde “50”, e novamente Gael se manifesta, mas desta vez de maneira ainda mais baixa e deslocada: ele formula uma pergunta “em média de 1 a n , vão ser quantas?”, que não é escutada ou retomada pelo professor, que prossegue registrando $a_n = 50$ no quadro.

A pergunta de Gael, embora formulada de modo impreciso, é particularmente significativa. Gael parece antecipar a necessidade de determinar o número de termos da progressão. A expressão “em média” não corresponde tecnicamente ao procedimento de contagem de termos, mas revela a percepção de que existe uma relação regular entre o primeiro termo, o último termo e o número de avanços realizados, relação que, naquele momento da aula, ainda não havia sido tematizada pelo professor.

Com esses dados, Elon aponta para a fórmula escrita previamente no quadro e pergunta aos alunos como substituir os valores: “Qual é a fórmula?”. Ao receber as respostas, reescreve a equação: $50 = 12 + (n - 1)0,5$, explicitando a substituição dos valores conhecidos. Em efeito, a atividade a ser desenvolvida a partir de então consiste em substituir os valores conhecidos na fórmula e determinar o valor de n , que permanece como incógnita.

A condução da resolução por Elon é marcada por um forte apoio nos ostensivos escritos no quadro e no uso reiterado de dêiticos gestuais e espaciais: o professor, ao longo de toda a sequência, aponta diretamente para os elementos da equação no quadro, utilizando expressões como “aqui eu coloco quanto?”, “esse daqui vem para cá” e “esse multiplica por esse”, sempre articuladas a movimentos de mão que indicam posições e operações.

O modo como Elon estrutura a resolução inscreve a atividade dos alunos como fortemente dependente da observação simultânea da escrita no quadro e da compreensão dos deslocamentos operatórios indicados por gestos e, por vezes, por registros gráficos como setas. Como já problematizado anteriormente a partir de Lavarda e Bidarra (2007), essa dimensão dêitica da atividade de Elon implica uma integração contínua entre percepção visual e escuta, o que, somado aos ruídos frequentes entre os colegas, tende a acentuar as dificuldades de acompanhamento síncrono por parte de Gael.

Durante essa sequência, Gael encontra-se junto a Sophia. Sua postura, ao longo do episódio, é marcadamente voltada para baixo, com olhar direcionado para a folha sobre a carteira. Não há, no excerto analisado, manifestação oral audível de Gael dirigida ao professor, tampouco participação nas respostas coletivas às perguntas feitas por Elon. O que se observa, em contraponto, são momentos inaudíveis e breves de interação com Sophia, realizados em voz muito baixa, e uma atividade contínua de manuseio da folha.

Este comportamento, distante do espaço público da resolução oral, não pode ser interpretado como simples desatenção. Em uma das poucas manifestações orais que conseguimos acessar desses momentos, uma se destaca “É tipo um jeito de resolver, seguir um caminho... Troca os valores e dá certo”.

A postura corporal retraída, a conversa inaudível e o afastamento do fluxo coletivo indicam um trabalho cognitivo privado por parte de Gael, marcado por hesitações e tentativas de reconstrução do procedimento exposto. Esse trabalho não se caracteriza por uma reprodução do que é feito no quadro, mas por tentativas fragmentadas de reconstrução do encadeamento da resolução algébrica a partir de fragmentos espaciais e temporais de informação.

Gael atua, nesse momento de exposição ostensiva, como um aluno que interpreta a explicação de Elon com os recursos de que dispõe, operando sobre os vestígios deixados no suporte material (quadro, cópias do livro) e sobre as marcas auditivas efêmeras da fala do professor⁹².

Dessa forma, a atividade privada de Gael resulta de uma reconstrução baseada não apenas na escuta imediata, mas na necessidade de reinvestir a memória curta de enunciados incompletos e apontamentos gestuais rápidos. Tal condição torna o trabalho de apropriação da resolução algébrica particularmente difícil: à medida que a explicação se desenvolve, a

⁹² Laparra e Margolinas (2016) observam que a fala, quando não estabilizada por suportes duráveis como a escrita, permanece transitória e tende a se perder rapidamente, comprometendo a possibilidade de reconstrução posterior, um aspecto que, segundo Lavarda e Bidarra (2007), agrava as dificuldades de acesso às informações para alunos com baixa visão.

linearidade da exposição de Elon, fortemente apoiada em dêiticos espaciais, favorece a compreensão para os alunos cuja integração da escrita visual e da fala é fluida, mas instala, para Gael, um complicador em que a dispersão das referências exige operações suplementares de reconstrução que nem sempre podem ser sustentadas em tempo real.

É necessário sublinhar que a explicação de Elon, embora linear do ponto de vista dos procedimentos algébricos (identificação de termos, transposição de elementos, resolução da equação), apoia-se prioritariamente em referências espaciais e na gestualidade, sem a reiteração dos conhecimentos em linguagem verbal plena.

Por exemplo, ao indicar a passagem de 12 para o primeiro membro da equação, Elon desenha uma seta no quadro e verbaliza “ele vem para cá com sinal trocado”, ou da mesma forma, ao realizar a distribuição do produto, aponta fisicamente os elementos da expressão sem exprimir os cálculos em palavras.

Em relação ao primeiro exemplo dado, a transposição de 12 para o primeiro membro é sustentada por um saber matemático: a igualdade se conserva se o mesmo número for somado ou subtraído em ambos os membros da equação, isto é, se $a = b$, então $a - c = b - c$. Trata-se de uma tecnologia que justifica a técnica ostensiva de transpor termos mudando o sinal (Bosch; Chevallard, 1999).

Embora a dificuldade de interpretação dos diálogos inaudíveis da gravação entre Gael e Sophia não nos permita afirmar com certeza, observamos presencialmente em sala que Gael, por vezes, questionava de onde vinha determinado resultado, sobretudo quando um termo era transposto para o outro lado da equação ou quando se aplicava a distributividade. Vale lembrar que, na explicação de Elon, os elementos da operação nem sempre eram apontados; em alguns momentos, ele se referia a “este aqui” ou “isso aqui”, de forma dêitica e, por vezes, sem sequer indicar visualmente o termo correspondente.

Reiteramos, dessa forma, que essa discussão do uso determinante dêitico do professor não se limita a uma análise linguística, mas que se inscreve no plano didático da relação entre ostensivos e não-ostensivos, o que pode ser percebido na situação e o que permanece implícito para o aluno⁹³.

A título de ilustração, observamos que os alunos lidam simultaneamente com múltiplos ostensivos materiais (a seta desenhada no quadro, os números registrados, os gestos de mão que

⁹³ Uma “tecnologia” designa o saber que justifica uma técnica matemática, explicando por que ela é válida. Indicamos que a técnica ostensiva de transpor termos mudando o sinal, é justificada por um saber que a fundamenta, ainda que possa permanecer não explícita para os alunos (Bosch e Chevallard, 1999).

indicam deslocamentos) os quais, embora de naturezas distintas, convergem na evocação de um mesmo objeto não-ostensivo: o princípio da conservação da igualdade. Trata-se, assim, de uma simultaneidade composta, em que a multiplicidade dos ostensivos reforça, de modo articulado, a sustentação de não-ostensivos.

A transmissão oral de informações visuais densas, quando não é sequenciada, explicitada ou modulada por interações ajustadas, impõe uma carga elevada à memória de trabalho do aluno com grandes dificuldades visuais, dificultando o tratamento imediato da informação e o acesso ao sentido global da tarefa (Petitfour, 2023).

No caso observado, o ritmo contínuo da fala de Elon, associado à ausência de reformulações ou retomadas verbais durante os procedimentos, agrava esse quadro. Não raro, os gestos são acompanhados de expressões como “isso aqui vem para cá com sinal trocado”, sem que os termos envolvidos sejam nomeados.

Nesse tipo de condução, a compreensão do encadeamento lógico da resolução depende não apenas da escuta atenta, mas da capacidade de o aluno reconstruir mentalmente os deslocamentos implícitos no discurso. Para Gael, que precisa fragmentar o conteúdo visual e reorganizá-lo por outros canais, essa exigência impõe um esforço cognitivo adicional que não é visibilizado nem acolhido no ritmo da aula. A ausência de pausas, de nomeações claras e de indícios de reorientação coletiva resulta, assim, em um meio pouco favorável à sua participação, mesmo quando ele demonstra esforços contínuos para acompanhar.

A análise do comportamento de Gael neste episódio (cabeça baixa, pouca participação oral, leitura do material impresso com muita dificuldade, interação discreta com Sophia), combinada com as características da exposição de Elon nesta unidade, aponta para uma dissociação entre o trabalho didático de Elon e as possibilidades de interação de Gael com o meio.

Ainda que Gael tente manter uma atividade cognitiva, a resolução de equações envolvendo o cálculo de parâmetros da expressão matemática do termo geral que se apresenta no quadro não lhe é favorável, o que tenderá a repercutir nas produções escritas posteriores manifestadas na resolução de exercícios, como se verá no episódio seguinte.

Por fim, não se pode desprezar o contexto mais amplo: tratava-se das últimas aulas da manhã, em uma sequência de ações nas quais o trabalho do professor foi intensamente apoiado no uso do quadro como suporte principal.

No episódio aqui analisado, já se acumulavam cerca de vinte minutos de exposição quase contínua, em que a condução da aula permaneceu fortemente centrada em inscrições no quadro e gestos dêiticos de orientação. Embora não seja possível afirmar categoricamente o

grau de impacto desse fator sobre Gael, a acumulação de esforços perceptivos (visuais e cognitivos) ao longo da manhã constitui um elemento relevante a ser considerado na compreensão das condições de sua atividade no momento observado.

7.2.3.2 Retorno conclusivo do episódio EP_1 à luz da situação de Elon e de Gael

O episódio EP_1 , conforme recortado, apresenta uma estrutura didática tripartida (introdução, desenvolvimento e conclusão), articulada em torno da decisão de Elon de introduzir a fórmula do termo geral da PA como resposta necessária ao problema apresentado. Ao perguntar “percebem que é uma PA?”, ele retoma termos da aula anterior (razão, termo inicial) para sustentar a generalização da regularidade numérica do problema.

Apesar da fragilidade contextual do problema, Elon busca transpor a resolução iterativa para a aplicação direta da fórmula, entendida como conhecimento novo vinculado ao seu projeto didático global. Essa transposição altera o significado do ostensivo a_n , que deixa de representar um termo por recorrência para designar qualquer termo da sequência. O léxico mobilizado por Elon sugere uma tentativa de institucionalização.

A equação proposta por Luís ($12 + 0,5x = 50$), apoiada em seus conhecimentos sobre equações e funções, não foi retomada pelo professor, mas revela a coexistência de interpretações diversas diante da situação proposta, interpretações que poderiam funcionar como alavancas didáticas no interior do projeto (S+1) do professor.

O estudo do termo geral é uma das chaves para um alinhamento às orientações curriculares, que propõem a PA como introdução a noções funcionais. No entanto, essa perspectiva não se realiza no projeto didático global de Elon (P+2): o encadeamento com o estudo das funções é ausente, e o ensino da PA se concentra no desenvolvimento de automatismos a partir da aplicação de fórmulas. Embora Elon dedique tempo considerável ao tema (cerca de nove aulas), a PA não é tematizada como função definida em domínio discreto, e representações gráficas ou registros alternativos não são explorados.

Para Gael, essa configuração produz efeitos ainda mais fortes. Sua estratégia formulada “somar iterativamente 0,5 até chegar a 50” mostra que, mesmo sem ter assistido à aula anterior (na qual a PA foi apresentada), ele percebe a estrutura regular do problema (ritmos constantes de 0,5 km), mas não necessariamente vista por ele de forma lexical como razão de uma PA.

Na entrevista realizada com Gael ao final da aula em análise, aproximadamente uma semana após o episódio, sua fala evidencia um deslocamento lexical em relação ao vocabulário utilizado pelo professor e progressivamente retomado pela turma. Ao reconstituir seu próprio

procedimento, Gael comenta: “Foi, txu, txu, txu até...” (EA₂, 181), sendo esse “txu” uma forma onomatopaica que representa, segundo ele, os passos sucessivos a serem somados, e qualifica esse procedimento como “um jeito mais rústico”.

Ao tentar rememorar a estrutura da fórmula, menciona “Aí depois tem um ‘r’, que era o real, tipo a forma real, sei lá o que lá... não o termo real...” (EA₂, 210), evidenciando confusões terminológicas importantes. Ao ser solicitado a explicar o que seria uma PA, responde “É uma fórmula matemática pra tipo facilitar... do que a pessoa ficar contando, ‘ah mais, mais, mais isso’... Aquele não, você pega só aquilo que precisa e faz mais ligeiro” (EA₂, 297-298).

Essa dificuldade lexical de Gael decorre diretamente de sua ausência na aula em que o léxico técnico associado às progressões aritméticas foi introduzido e conduzido pelo professor no processo de institucionalização de uma sequência particular como PA. Ademais, na primeira aula presente (*A_{0b}*), o conceito de progressão é introduzido já sob a forma de uma fórmula, sustentada por um vocabulário compartilhado da aula anterior, o que contribui para reforçar uma percepção de estrutura fixa, a ser prontamente aplicada.

Os conhecimentos de observação de Elon (nível –1), fortemente orientados pela gestão coletiva da aula, não lhe permitem perceber os efeitos dessa ausência na situação de Gael. Nesse curto intervalo de tempo (cerca de vinte minutos), Elon tenta conduzir uma síntese comum baseada em conhecimentos heterogêneos, desconsiderando os diferentes pontos de partida dos alunos.

Considerando que Elon é, do ponto de vista profissional, um professor em início de carreira, nota-se que seu foco recai sobretudo sobre os aspectos “pedagógicos” da condução da turma, como a disciplina, o engajamento visível e a responsividade imediata dos alunos, elementos esses que pesam fortemente em seu discurso retrospectivo sobre a aula.

Ao contrário da leitura que poderia ser construída a partir da heterogeneidade dos investimentos dos alunos, Elon considera que a aula foi “proveitosa” e “interativa”, sem registrar a complexidade das interações ou os deslocamentos lexicais e conceituais silenciosamente em jogo.

Se o projeto didático global do professor se desenvolve em continuidade ao longo das aulas, a trajetória de Gael, por sua vez, se constrói em fragmentos, marcada por rupturas e retomadas parciais, em um ritmo que não acompanha a construção temática instituída coletivamente.

A consequência é que os conhecimentos de Gael ocorrem apenas sob forte direção do professor. É somente quando Elon substitui os valores na fórmula que Gael verbaliza: “ah,

entendi, é um jeito fácil de fazer”, sinalizando uma apropriação retrospectiva da técnica já instituída.

No entanto, esse movimento de aprendizagem não se constrói em função de uma necessidade intrínseca somente ao trabalho do professor, mas parte, sobretudo, do “lugar” onde Gael encontra acolhimento: sua colega Sophia.

Na entrevista (EA_2), ao rever a explicação de Sophia, ele reconhece que seu próprio método era “o jeito mais difícil”. A modificação de seus conhecimentos decorre, assim, da constatação exógena da desvantagem operacional de sua estratégia, frequentemente sustentada por um sistema de ajuda informal que se estrutura na interação com Sophia.

É justamente sobre esse sistema discreto, mas recorrente, que desenvolvemos, na parte seguinte deste trabalho, uma análise didática do episódio EP_2 . Consideramos esse sistema de apoio entre alunos, em particular no caso de Gael, constitui não apenas uma questão de relações intersubjetivas, mas um objeto de estudo didático em si, desenvolvido à luz das contribuições da parte seguinte.

Importa destacar que, do ponto de vista de Elon antes da aula, Gael e Sophia compartilham uma condição comum de baixa visão, e é com base nessa categoria geral que o professor os associa em termos das necessidades específicas. No entanto, essa associação não é aprofundada quanto à natureza efetiva desse compartilhamento.

Somente na entrevista de autoconfrontação, essa representação se desloca: Elon passa a reconhecer, ainda que de modo incipiente, que há entre Gael e Sophia uma dinâmica específica de apoio e cooperação que se organiza em torno da aprendizagem matemática.

Esse reconhecimento, embora ainda superficial, sugere que o professor começa a perceber que certas formas de colaboração entre alunos não derivam do compartilhamento apenas de traços individuais ou clínicos, mas podem assumir uma função didática na construção compartilhada dos saberes.

Quando os alunos não investem a mesma situação, seja por diferenças no acesso ao meio, seja por trajetórias cognitivas assimétricas, a cooperação entre eles tende a se fragilizar, pois deixam de operar como “pares” no sentido pleno do termo.

Ainda assim, no caso analisado, o apoio oferecido por Sophia não apenas se mantém, como parece sustentar uma via paralela de acesso ao saber para Gael, cujos efeitos analisaremos no tópico seguinte.

7.2.3.3 Episódio EP_2 – Determinação do 40º termo da PA

O episódio EP_2 é também um recorte da aula A_{0b} . Trata-se de um exercício retirado do material impresso distribuído aos alunos no início da aula. Após o encerramento da discussão coletiva sobre o problema da construção da ferrovia e a apresentação de alguns exemplos pelo professor, é solicitado aos alunos que realizem individualmente uma série de exercícios.

Essa solicitação marca a transição para a terceira fase da aula, conforme já analisado (subseção 7.2.2) e visa instituir um momento de consolidação, no qual os alunos são convidados a reinvestir o saber trabalhado (a fórmula do termo geral da progressão aritmética) em um conjunto de tarefas cuja função é testar e estabilizar esse conhecimento.

Qualquer pessoa que lê um trabalho que se inscreve no campo da Didática da Matemática de influência francófona se depara com terminologias que possuem um significado muito profundo na teoria desenvolvida (Margolinas, 2015). Por exemplo, situação, situação didática e situação adidática são termos que remetem a conceitos bem definidos na TSD. No entanto, há também termos que, de forma muito geral, são compreendidos pela comunidade escolar. Professores de Matemática possivelmente compreendem o termo exercício.

Skovsmose (2000), por exemplo, esclarece que o exercício é uma forma didática muito utilizada numa educação matemática tradicional. Segundo o autor, o ensino de Matemática frequentemente se baseia em uma divisão: primeiro, o professor apresenta conceitos e técnicas matemáticas; depois, os alunos resolvem exercícios predefinidos.

Ele ainda acrescenta que os exercícios são geralmente formulados por uma autoridade externa à sala de aula, como o autor do livro didático, e que “isso significa que a justificativa da relevância dos exercícios não é parte da aula de Matemática em si mesma” (Skovsmose, 2000, p. 2). Dessa forma, tomando os professores de Matemática como uma instituição (Chevallard, 2002), podemos dizer que exercício é situado para eles, ou seja, tem um significado.

No paradigma da TSD, não se trata de definir a priori o que é um “exercício” como categoria universal, mas de compreendê-lo enquanto uma das formas possíveis que pode assumir a necessidade de o aluno pôr à prova seus conhecimentos em construção, conforme o estudo das interações entre sujeito, saber e meio (Margolinas, 2015). É necessário que o professor proponha aos alunos tarefas em que possam exercer e mobilizar os conhecimentos em construção. O exercício aparece, dessa maneira, como uma das formas que essa necessidade pode assumir.

Margolinas (2015) explica que “exercício” é um termo que não é formalmente definido na TSD. No entanto, ele é amplamente utilizado na prática docente e tem um significado específico no contexto escolar, principalmente no ensino da Matemática. Segundo a autora, os

exercícios são concebidos como tarefas que permitem aos alunos mobilizarem conhecimentos previamente ensinados, sem que isso implique necessariamente na construção de novos saberes.

Embora ele não tenha o aspecto canônico da construção de novos conhecimentos, sua presença no ensino de Matemática é inevitável, pois “[...]o professor deve necessariamente construir para o aluno tarefas nas quais ele possa testar seus conhecimentos e se exercitar”⁹⁴ (Margolinas, 2015, p. 33, tradução nossa).

Do ponto de vista do professor, o momento marca a expectativa de que os alunos mobilizem o saber recentemente instituído, projetando uma consolidação por meio de sua reutilização em novas tarefas (Conne, 1992). Nesse momento da aula, é possível reconhecer que há uma expectativa de reinvestimento dos saberes recém instituídos na resolução de exercícios.

No entanto, a expectativa de que os exercícios conduzam, de forma direta, a um momento de consolidação do saber visado não se realiza necessariamente. Como foi detalhado na subseção 7.2.2.1, ao analisarmos a priori os exercícios solicitados, considerando os exemplos anteriormente dados, constatamos que nem todos eles mantêm correspondência com o trabalho realizado pelo professor, do ponto de vista do trabalho dos alunos.

A relação entre as tarefas propostas e o saber que o professor pretende ensinar pode se romper, particularmente quando o aluno não reconhece nas tarefas o objeto de estudo formalmente nomeado na “lição” (Margolinas, 2015). Assim, a passagem esperada do conhecimento construído em situação ao saber a ser institucionalizado pode não se consumir para todos os alunos (Margolinas, 2004b; Laparra; Margolinas, 2008). O que se instala, então, é uma bifurcação didática: a distância entre a intenção didática do professor e o trabalho efetivamente realizado por alguns alunos (Margolinas, 2005a).

Sem desenvolver uma análise aprofundada da forma didática do exercício, consideramos que o episódio analisado, ao se inscrever nessa estrutura, permite evidenciar aspectos relevantes à compreensão da dinâmica didática observada. Enquanto o professor atua com a intenção de confirmar se os alunos aprenderam, alguns alunos podem permanecer ancorados em conhecimentos anteriores e demonstrar que nada aprenderam.

Essa desassociação didática entre o que o professor espera e o que o aluno pode fazer é particularmente relevante quando observamos as incertezas de Gael perante os exercícios solicitados, aspecto que será desenvolvido ao longo da nossa análise. Nesse episódio, surgem

⁹⁴ « [...] le professeur doit nécessairement construire pour l’élève des tâches où il peut essayer ses connaissances, s’exercer » (Margolinas, 2015, p. 33)

sinais evidentes de suas dificuldades em Matemática, mas também aspectos que não se dissociam de suas condições de baixa visão.

Além dos evidentes picos de desatenção e das dificuldades de acesso ao material, que não foi ajustado e apresenta o mesmo formato utilizado pelos demais colegas, surge uma nova forma de apoio que se introduz de maneira não formalizada para Gael. Sophia entra em cena, revelando um fenômeno particular que merece um olhar mais atento e um investimento específico em nossa análise, como se observará na sequência.

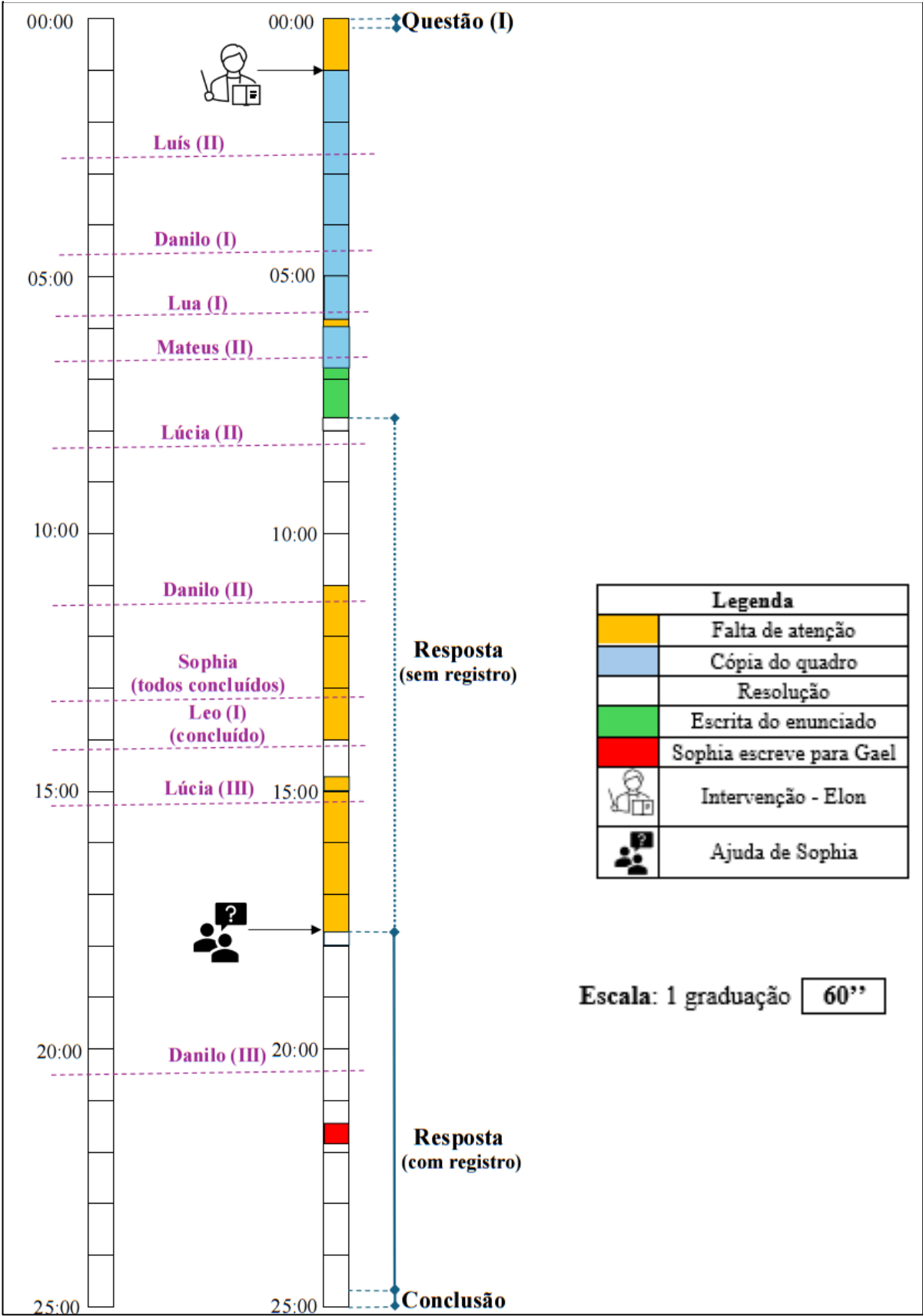
7.2.3.3.1 Descrição cronológica do episódio

Para detalhar o episódio quanto à sua cronologia e ao ritmo de envolvimento (ou não) de Gael com a tarefa proposta, construímos um cronograma que organiza as observações realizadas. O foco recai, especialmente, sobre a duração e a sequência do episódio, bem como sobre os critérios que delimitam os elementos de sua organização “questão, resposta e conclusão”.

A figura 27 apresenta um cronograma com duas linhas temporais paralelas. À direita, estão registradas as ações, hesitações e respostas de Gael ao longo do episódio; à esquerda, em branco, são indicados momentos de referência baseados na participação visível de alguns colegas, selecionados como indicadores aproximados do ritmo médio da turma.

Embora essa escolha metodológica não abarque a totalidade da classe, ela permite contrastar o andamento factual da atividade de Gael com o de outros alunos, reconhecendo os limites da representação.

Figura 27 - Organização cronológica do episódio EP₂



Fonte: Elaboração própria (2025)

A organização do episódio sob forma de cronograma busca justamente ampliar a legibilidade analítica da diferença entre os tempos de trabalho de Gael e os da classe, tal como percebidos pelo professor. Com efeito, o tempo da aula é em grande parte determinado pelas interações visíveis ao professor, e é a partir delas que se constrói, para ele, o ritmo da situação didática (Mercier, 1992; Santos, 1997; Vignon, 2024).

No caso de Gael, observamos que seu tempo de realização das tarefas é significativamente distinto. Essa diferença, interpretada à luz de suas condições de baixa visão, parece ser amplificada pela ausência de ajustes que favoreçam a acessibilidade ao material e por suas condições particulares.

A reconstrução cronológica, portanto, busca evidenciar um fenômeno que interpretamos como bifurcação temporal: enquanto o tempo da classe avança sob a gestão do professor, o tempo de Gael segue uma trajetória paralela, marcada por maior lentidão e fragmentação. O contraste entre essas duas linhas temporais permite analisar no episódio implicações didáticas dessa divergência, especialmente em relação às possibilidades de acompanhamento e de reinvestimento nos saberes para esse aluno.

O cronograma retrata o momento em que o professor solicita que os alunos resolvam cinco exercícios (I, II, III, IV, IV)⁹⁵ após o trabalho com a fórmula. No cronograma, o marco de 00:00 representa o ponto de partida dessa solicitação, não o início da aula em si. O professor apresenta todas as questões de uma só vez.

A Figura 27 apresenta um cronograma duplo que representa o desenvolvimento do trabalho de resolução da questão I por parte dos alunos, com destaque para a trajetória de Gael. O eixo vertical indica o tempo decorrido em minutos desde o momento da proposição da tarefa, com graduações a cada 60 segundos. O intervalo total representado é de 25 minutos.

A faixa à direita, composta por blocos coloridos, corresponde exclusivamente à linha do tempo de Gael, indicando de forma segmentada as ações que ele realiza ao longo do episódio. Cada cor remete a uma categoria específica, conforme a legenda inserida na parte inferior da figura: amarelo (falta de atenção), azul claro (cópia do quadro), verde (escrita do enunciado), branco (resolução da questão), vermelho (Sophia escreve por Gael), ícone do professor (intervenção de Elon) e ícone de duas pessoas com ponto de interrogação (ajuda de Sophia).

⁹⁵ Os exercícios indicados como I, II, III, IV e V correspondem, respectivamente, aos exercícios 21, 22, 23, 24 e 25 do material utilizado na aula *A_{0b}*. Essa designação foi adotada com o objetivo de facilitar a referência cronológica aos diferentes exercícios propostos pelo professor Elon, conforme observado durante o episódio analisado.

Esses blocos permitem visualizar a alternância de comportamentos e a fragmentação da atividade de Gael durante a realização da tarefa.

A faixa à esquerda (em branco) não contém preenchimento colorido, mas apresenta marcas temporais associadas a alguns alunos da turma (Luís, Danilo, Lúcia, Sophia, entre outros), com indicação entre parênteses do exercício em que cada um se encontra (I, II ou III), conforme observações feitas ao longo da aula.

Essa faixa não visa representar a totalidade da turma, mas traçar uma linha de referência para o ritmo dos alunos que se mostraram engajados e produtivos ao longo da tarefa. O objetivo é permitir uma comparação aproximada entre o tempo de resolução de Gael e o de alguns colegas, a fim de explicitar (des)sincronizações temporais e contrastes em termos de percurso de trabalho.

Notam-se, por exemplo, três momentos distintos de resolução por parte de Danilo (I, II e III), enquanto outros alunos, como Sophia, concluem todos os exercícios antes da marca dos 15 minutos. O nome dos alunos está indicado na lateral direita da faixa branca, com tipografia em roxo. Essas linhas tracejadas indicam os momentos exatos em que um aluno verbaliza uma dúvida a Elon ou solicita que ele confira o registro escrito já realizado.

Essas marcações não implicam, necessariamente, a conclusão do exercício, mas destacam o momento em que a questão foi trazida à atenção do professor. A ausência de preenchimento na faixa da turma não deve ser interpretada como inatividade, mas como foco analítico centrado na linha de tempo de Gael.

O cronograma inclui também anotações pontuais que delimitam a estrutura do episódio, conforme a organização em três tempos: proposição da tarefa, desenvolvimento da resposta e encerramento. O marcador “Questão I” assinala o momento em que o professor propõe simultaneamente os exercícios a toda a turma, constituindo o ponto de partida comum da situação.

No entanto, no caso de Gael, observa-se um deslocamento temporal significativo entre a proposição e o início efetivo do trabalho de resolução: nos primeiros minutos após o anúncio da tarefa, ele se dedica à cópia dos elementos apresentados no quadro por Elon, o que corresponde a uma estratégia compensatória em função de sua dificuldade de acompanhar visualmente, em tempo real, a exposição oral do professor.

Na parte em verde, ele se depara com o exercício propriamente dito, mas, não para resolvê-lo, ele dedica-se a escrever parte do enunciado, especificamente a PA apresentada no enunciado que está na cópia do livro.

Somente após aproximadamente sete minutos, Gael se volta de forma mais evidente ao exercício propriamente dito. É a partir desse momento que se inicia o período que identificamos como “resposta”.

Esse intervalo, contudo, foi subdividido em dois trechos: o primeiro, assinalado como “Resposta (sem registro)”, corresponde a um tempo em que não há produção escrita visível da parte de Gael, mas em que há evidências observáveis de que ele está engajado com a tarefa, como o olhar fixo na folha, o gesto de circular elementos do enunciado, e o comportamento concentrado que indica investimento na resolução.

Nesse período, notamos que ele já escreveu parte do enunciado, mas não registra nada, ele passa quase dez minutos alternando o olhar entre o que copiou com o rosto bem próximo à folha e o quadro, com picos de desatenção.

O segundo trecho, identificado como “Resposta (com registro)”, marca o momento em que há de fato a produção de uns traços escritos relacionado à resolução da questão. Este momento coincide com o apoio oferecido por Sophia, que, tendo finalizado todos os exercícios “com antecedência”, passa a ajudar Gael em sua elaboração da resposta.

Essa resolução efetiva com a intervenção de Sophia ocorre porque ela orienta diretamente Gael, com várias iniciativas em que Sophia percebe Gael com muitas dificuldades, deslocado, desatento, e chama sua atenção para que ele se concentre na resolução. Há, inclusive, um momento (trecho em vermelho) que indica o instante específico em que ela pega o lápis dele e escreve diretamente por ele.

O episódio se encerra com o marcador “Conclusão”, que indica o fim do tempo destinado ao exercício I para Gael. A conclusão se dá quando Sophia confirma o resultado com Gael (Margolinas, 2004b). Elon interage com Gael, nesse episódio, apenas após o primeiro minuto da solicitação do exercício, limitando-se a chamar a atenção do aluno para realizar o que foi solicitado.

. A legenda posicionada ao final da figura explicita o significado de cada cor e signos utilizados na representação, permitindo a leitura detalhada da trajetória de Gael ao longo da tarefa e a comparação com o ritmo de alguns colegas considerados representativos da turma.

O fato de que Sophia conclui todos os exercícios antes da marca dos 15 minutos pode ser atribuído a uma conjunção de fatores que envolvem tanto suas disposições pessoais quanto a organização da situação didática.

Em primeiro lugar, Sophia é uma aluna que demonstra familiaridade prévia com alguns conteúdos matemáticos, em parte devido ao seu interesse por olimpíadas e estudos

extracurriculares na área. Essa familiaridade se traduz em agilidade na resolução de tarefas rotineiras, sobretudo quando estas não apresentam “nada novo”.

Em segundo lugar, Sophia identifica rapidamente que os exemplos trabalhados pelo professor na lousa correspondem a exercícios resolvidos já disponíveis no material distribuído. Essa constatação modifica radicalmente seu envolvimento com a explicação de Elon na aula: ao perceber que os exemplos dados pelo professor são os mesmos da seção “exemplos resolvidos”, a segunda fase da aula é, para ela, redundante, o que desloca sua atenção para a seção de “exercícios propostos”, resolvendo-os por conta própria antes mesmo que o professor os solicite.

Esse comportamento revela uma dissociação entre a intenção didática do professor, ao exemplificar diferentes situações de uso da fórmula do termo geral (E_0 , 180-184), e o modo como parte dos alunos, como Sophia, interpreta o valor desse momento durante a aula. Não esqueçamos que a proposta inicial, com o problema da construção da ferrovia (que abre a aula em que se insere este episódio), visava motivar os alunos, portanto, havia um desejo legítimo de engajamento.

Quando o professor trabalha no quadro um “exercício” que os alunos reconhecem como já resolvido no material, como no exemplo que corresponde ao exercício resolvido do livro, o engajamento dele se desloca a dar atenção ao que o professor faz ostensivamente no quadro. Isso fica evidente em uma troca entre Lúcia e Sophia durante a explicação de Elon (E_0 , 292-294): enquanto ele introduz a tarefa, Lúcia comenta em voz baixa: “já tem a resolução”, e Sophia rapidamente localiza a questão no material e a resolve silenciosamente em seu caderno, sem aguardar a condução do professor.

Essa antecipação é interpretada por Elon, na entrevista de autoconfrontação, como um traço positivo do comportamento da aluna: “Sophia é mais... coloca a mão na massa, ela fica ali por fora...” (*EAC*, p. 11). Mais adiante, o professor comenta: “É engraçado que eu passo a atividade e Sophia termina muito rápido. Eu até fico admirado por ela ter feito tão rápido. [...] Boa parte das coisas ela já viu. Eu ensino uma coisa, ela pega muito rápido” (*EAC*, p. 316-319).

No entanto, o que Elon não parece perceber é que esse movimento de Sophia se dá não apenas por domínio prévio, mas também como reação à fragilidade da segunda fase da aula no contexto da situação didática, já que se trata de uma resolução acessível e já dada no próprio material.

Esse fenômeno é ainda mais significativo se considerarmos que tanto Sophia quanto Gael são oficialmente considerados alunos com baixa visão. No entanto, como apontado anteriormente, suas experiências são profundamente distintas. A dificuldade visual de Sophia

se limita a casos em que há fonte reduzida, não havendo outras condições associadas como no caso de Gael. Além disso, Sophia é uma aluna que mobiliza estratégias próprias de acompanhamento do conteúdo (estuda em casa de forma autodidata) e age com mais independência na resolução das tarefas. Já Gael demonstra maior dependência do que é falado e escrito durante a aula, bem como de ajudas externas, como as de Sophia, o que limita sua autonomia frente às tarefas propostas, como veremos mais adiante.

Apesar disso, Elon frequentemente interpreta os comportamentos dos dois alunos exclusivamente a partir de sua condição visual, chegando inclusive a compará-los. Tal interpretação oculta as diferenças significativas de trajetória escolar, repertório de conhecimentos e relação com o saber que distinguem os dois alunos.

Confrontado na entrevista *EAC*, o professor começa a reconhecer que as dificuldades de Gael não se resumem à sua condição de baixa visão, mas demandam atenção a aspectos mais amplos de sua relação com o saber matemático e com a dinâmica da sala.

A configuração que se desenha, portanto, não é apenas uma questão de ritmo individual, mas o efeito da maneira como a aula é estruturada, em particular, do modo como o professor utiliza os exercícios resolvidos do livro como exemplos, sem considerar que os alunos já possuem acesso às soluções.

Para Sophia e outros estudantes mais autônomos, isso gera um sentimento de “tarefa já feita”, que compromete o engajamento. Para Gael, ao contrário, a repetição do exemplo já resolvido não reduz a complexidade da tarefa, tampouco a velocidade da explicação oral, apoiada em alguns registros escritos no quadro, o ajuda a avançar de forma autônoma.

Entre esses dois extremos, o professor interpreta reações heterogêneas por um mesmo prisma: o da atenção e da rapidez, o que reforça o engessamento de expectativas em relação aos alunos e limita a responsividade da prática docente frente à diversidade real em sala de aula.

Desde a solicitação dos exercícios, observamos que Gael apresenta momentos de aparente desatenção (trechos em amarelo). No entanto, é importante adotar uma postura analítica cautelosa diante dessas manifestações, pois nem sempre é possível discernir se tais comportamentos decorrem de desinteresse, distração ou de efeitos associados à sua condição visual. A literatura especializada na área da deficiência visual que nos debruçamos chama atenção para a complexidade dessa experiência.

Do ponto de vista clínico, existem diferentes graus e tipos de baixa visão, e a própria categorização não basta para compreender como a visão é mobilizada funcionalmente em situações concretas: uma pessoa com baixa visão, pode experimentar grande dificuldade na

leitura, escrita ou atenção visual prolongada, especialmente sob iluminação inadequada ou em estados de cansaço (Sá; Campos; Silva, 2007; Lewi-Dumont, 2015).

Além disso, o nistagmo, identificado no laudo oftalmológico de Gael, é um fator relevante a considerar, pois provoca movimentos involuntários dos olhos que exigem constante esforço compensatório para fixar a visão, o que pode acarretar fadiga, lentidão e mesmo desconexão momentânea da atividade desenvolvida. Como reforça Sá, Campos e Silva (2007), a baixa visão não se expressa de forma estável: sua manifestação varia conforme o estado emocional, o contexto ambiental e as condições de luminosidade.

Assim, a “desatenção” observada pode, na realidade, refletir um esforço de reorganização perceptiva, uma oscilação na capacidade funcional momentânea, ou mesmo um episódio de exaustão atencional decorrente da sobrecarga visual. Nessa perspectiva, os trechos marcados em amarelo não devem ser interpretados exclusivamente como ausência de investimento na atividade, mas como possíveis consequências da complexidade sensorial que caracteriza a condição de Gael.

A análise comparativa entre o ritmo de Gael e da turma é tomada de forma factual e não tem o objetivo de avaliar o desempenho individual dos alunos, mas sim de evidenciar as diferenças de ritmo no desenvolvimento da atividade. Enquanto Gael finaliza o primeiro exercício em aproximadamente 25 minutos desde a solicitação, outros alunos avançam significativamente nas demais questões.

Esses resultados, centrados na temporalidade do episódio, revelam diversos pontos a serem discutidos. Entre eles, destaca-se a escolha do professor em propor exercícios como continuidade da aula. O professor iniciou a sessão com a atividade da construção da linha férrea, seguida por exemplos que ilustravam a aplicação da fórmula do termo geral para diferentes solicitações (como a razão, um termo específico e o número de termos) e, em seguida, propôs os exercícios.

Nesse contexto, a resolução dos exercícios surge como uma forma de consolidar os conhecimentos trabalhados anteriormente. Ainda que em essência um exercício não contenha uma natureza adidática, para aprofundar a análise, consideramos relevante permanecermos no quadro da estruturação do meio. Assim, optamos por manter, a representação de um nível adidático (nível – 1), reconhecendo que não é impossível que os saberes não estejam instituídos, naturalizados ou estáveis para todos os alunos (Margolinas, 2004b).

Além disso, a própria lógica de transição entre o momento expositivo da aula e a realização dos exercícios pode ser questionada (Margolinas, 2015). As dificuldades enfrentadas nessas atividades realmente correspondem aos conhecimentos que se deseja avaliar ou

consolidar? A análise do investimento do aluno nos exercícios pode revelar como dificuldades que, sem o conhecimento do professor, podem não estão diretamente relacionados ao saber em foco, mas sim a desafios de outra natureza (Margolinas, 2015).

Nesse sentido, é pertinente questionar: o exercício está, de fato, subordinado à parte expositiva da aula? No caso de Gael ele conseguiu acompanhar esse ritmo da aula, para agora investir nos exercícios com a fórmula do termo geral? A condição de escrita da resolução pode nos dar algumas pistas.

Após a descrição cronológica do episódio EP_2 , centrada na trajetória temporal de Gael durante a realização do primeiro exercício, interessa-nos, neste momento, examinar os conhecimentos matemáticos em jogo mobilizados pelos alunos na resolução da tarefa proposta, bem como a posição ocupada pelo professor Elon nesse contexto.

7.2.3.3.2 O exercício I: conhecimentos em jogo e posição do professor

Seguindo nossos critérios de seleção de episódios, o primeiro critério adotado foi a estrutura “questão, resposta e conclusão”. Nesse contexto, a questão apresentada por Elon à turma em que Gael está inscrito é justamente um exercício. Dessa forma, consideramos que o que nos será útil analisar é quais são os conhecimentos esperados para a resolução do exercício e a posição do professor nesse contexto, antes de trazermos os dados que temos propriamente dito da aula.

Para resolver o exercício “Determine o 40º termo da PA (2, 13, 24, 35, ...)”, os alunos mobilizam conhecimentos como: a identificação dos elementos da progressão aritmética (a_1, r, n) , o reconhecimento da fórmula do termo geral como ferramenta resolutiva e a realização de cálculos operatórios para encontrar a_{40} .

No contexto da aula, espera-se que o exercício tenha a função de consolidação, pois não visa introduzir um novo conhecimento, mas apenas reforçar a aplicação da fórmula do termo geral. A aplicação do exercício exige do professor uma posição de acompanhamento do trabalho dos alunos, mas esse acompanhamento não se limita à orientação operatória ou à assistência pontual. O professor é responsável pelo saber que circula em sala, o que implica garantir que os alunos tenham a oportunidade de reconhecer a consistência das respostas que produzem (Margolinas, 2004b).

A posição do professor nesse contexto pode assumir diferentes formas: apontar um erro, sugerir uma retomada, destacar um raciocínio válido ou provocar uma reinterpretação da tarefa. Como indica Margolinas (1993), em termos da fase de conclusão, isso exige do professor uma

antecipação sobre os tipos de respostas esperadas, uma escuta atenta às retroações da classe e, sobretudo, a disposição de se adaptar ao meio, caso as tarefas não produzam os efeitos esperados (Margolinas, 2004b).

Na entrevista E_0 , Elon antecipou que, no estudo do termo geral, uma dificuldade recorrente dos alunos é diferenciar o n ésimo termo do número total de termos na PA, uma confusão que pode levá-los a interpretar erroneamente os dados do enunciado e aplicar a fórmula de maneira equivocada. Para lidar com isso, Elon planejou apresentar diferentes exemplos que levem os alunos a perceberem essa distinção, considerando variações no parâmetro que será encontrado.

Essa preocupação se reflete diretamente no exercício solicitado na aula. Elon pode estar interessado em testar se os alunos reconhecem que o número “40” não se refere ao valor do termo, mas sim à sua posição na sequência. Em outras palavras, o exercício solicitado pode lhe servir como um indicador de como os alunos estão lidando com a distinção entre posição e valor do termo numa PA.

É a partir desse contexto e dessas expectativas em torno da consolidação do saber que retomamos, agora, a análise empírica do episódio EP_2 , com base na transcrição da aula entre as linhas 516–998. Nossa análise posterior se debruça sobre o percurso de Gael na resolução do exercício I, atentando sobre os fenômenos de ajuda protagonizados por Sophia. Por fim, voltamos ao trabalho do professor Elon, com o objetivo de compreender como ele acompanha (ou não) o trabalho dos alunos durante essa atividade e, em particular, o percurso de Gael, como constituinte da situação que o professor tem.

7.2.3.3.3 Reconstrução da sinopse do episódio EP_2

Propomos uma reconstrução sinóptica do episódio em análise, com base na transcrição integral das interações entre os alunos e o professor, mas sobretudo a partir das trocas entre Gael e Sophia, registradas entre as linhas 516-998 da aula.

O texto que segue se ancora fortemente nos registros escritos de Gael, os quais permitem compilar uma quantidade significativa de informações objetivas sobre o percurso de resolução que ele empreende diante do exercício proposto. Além disso, registramos de modo sistemático as trocas verbais e gestuais que ele estabelece com Sophia ao longo do desenvolvimento do episódio.

É importante ressaltar que esta sinopse complementa a análise cronológica do episódio já realizada na subseção 7.2.3.3.1. Por essa razão, não retomaremos aqui a cronometragem

precisa dos eventos, mas sim o encadeamento discursivo e interativo das ações, conforme elas se sucedem no tempo. Nosso foco recai sobre o que se diz e se faz nesse intervalo, a fim de permitir, posteriormente, uma análise detalhada das condições didáticas, dos apoios e das intervenções do professor frente à resolução do exercício por Gael.

Elon apresenta e resolve três exemplos retirados do material entregue aos alunos, classificados como “exercícios resolvidos”. Cada um desses exemplos solicita um parâmetro diferente da progressão aritmética: um solicita um termo específico, outro exige o cálculo da razão e o terceiro requer a determinação do número de termos, conforme indicado na análise da situação de projeto (subseção 7.2.2).

Após resolver os três exemplos, Elon pede aos alunos que realizem os exercícios 21, 22, 23, 24 e 25 da página 23 do material entregue. Este episódio focaliza especificamente a tentativa de Gael em resolver o exercício 21.

Os alunos iniciam a resolução dos exercícios solicitados, e a sala torna-se mais silenciosa. A maioria trabalha individualmente, concentrando-se nos exercícios. Sophia e Gael, sentados próximos um ao outro, apresentam comportamentos distintos nesse momento.

Sophia dedica-se à finalização da resolução de exercícios. Seu envolvimento com esses exercícios remonta a um período anterior do episódio, pois demonstrou desinteresse em acompanhar Elon na resolução dos exemplos, uma vez que eles já estavam disponíveis como resolvidos no material entregue. O ritmo dessa aluna na resolução está bem avançado desvinculada do ritmo dos colegas. Gael, por outro lado, não inicia de imediato os exercícios propostos.

Enquanto isso, alguns alunos se levantam para tirar dúvidas diretamente com Elon. Em outros momentos, o professor circula pela sala, parando em algumas carteiras de maneira espontânea ou quando solicitado, acompanhando o andamento da resolução e oferecendo suporte conforme necessário.

Elon, ao perceber que Gael não começou a realizar o que foi solicitado, se aproxima dele e questiona: “Cadê o caderno, Gael?”. Antes que ele consiga responder completamente, Sophia intervém rapidamente, perguntando: “Esqueceu, foi?”. Diante da interrupção, Gael confirma: “Esqueci...”. Sophia arranca uma folha do próprio caderno e a entrega a ele. Elon não reage. Esse momento está representado no cronograma (figura 27) pelo ícone do professor, indicando a única intervenção direta de Elon no episódio.

Mesmo com a folha em mãos, Gael ainda não inicia a resolução do exercício solicitado. Ele pega o lápis e começa a rabiscar a folha, mas sem consultar o material que contém as questões propostas. Após poucos minutos, Gael levanta o olhar em direção ao quadro, observa

o conteúdo por alguns segundos e, em seguida, retorna o movimento de rabiscar sua folha. Ele ainda não buscou o material com as questões solicitadas. Sophia interrompe, momentaneamente, o trabalho dela para questionar Gael: “É até a 25?”. Ele responde: “Não, eu só estou anotando”.

Ao analisarmos os registros escritos por Gael, verificamos que ele transcreveu a fórmula do termo geral e o último exemplo resolvido pelo professor, que tratava do cálculo do número de termos de uma PA. Durante esse processo, observamos que Gael se inclina sobre a folha, com o rosto muito próximo ao papel.

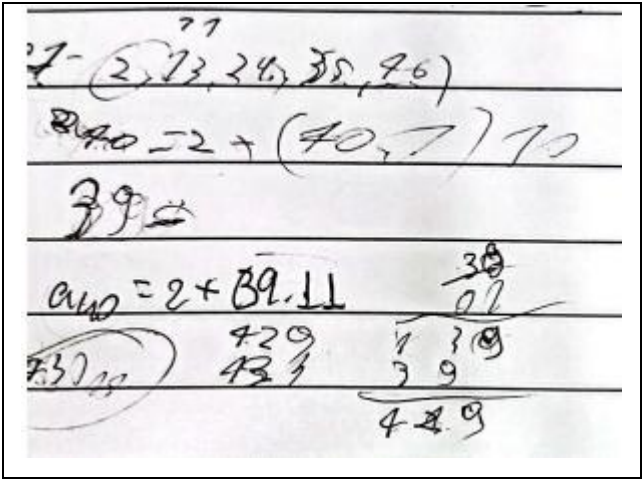
Em alguns momentos, ele levanta a cabeça, estica o pescoço e as costas. Seus olhos alternam entre a folha e o quadro. Ao concluir a anotação, Gael olha para os lados, observa Sophia e volta sua atenção para a mesa de Elon. Nesse momento, Gael apenas manuseia a folha. Sophia intervém: “Se concentra na atividade!”, ele responde: “E qual é?”.

Sophia aponta para o material, indicando a questão a responder. Gael, então, inicia a escrita de parte do enunciado, especificamente a PA. No entanto, sua transcrição difere em partes do enunciado original: ele registra a PA como finita até o termo 46. Ao escrever o termo 46, a progressão avança corretamente com incrementos de 11.

Nesse momento, Gael inicia sua produção escrita ao transcrever os dados do enunciado do exercício, copiando a PA apresentada (ver linha 1 do Quadro 9), e em seguida tenta aplicar a fórmula do termo geral para determinar o quadragésimo termo da sequência. Essa produção, realizada já durante a interação com Sophia, está registrada na figura 28.

Antes de apresentarmos a sequência das interações entre Gael e Sophia, consideramos relevante incluir, neste ponto, o registro integral da produção escrita de Gael concernente ao exercício. Essa escolha se justifica pelo fato de que sua folha de resolução, além de documentar as marcas deixadas ao longo da tarefa, permite ao leitor acompanhar, de forma contínua, a evolução do raciocínio de Gael em articulação com as ajudas oferecidas por Sophia.

Figura 28 - Registro escrito de Gael durante a resolução do exercício 21 (com intervenções de Sophia)



Fonte: Documento de pesquisa de campo (2025)

Para facilitar essa leitura, incluímos a imagem completa do registro (Figura 28) e, em seguida, uma transcrição datilografada com numeração de linhas (Quadro 9), que será referenciada ao longo da descrição.

A letra de Gael apresenta certa dificuldade de legibilidade, com traços sobrepostos e disposição irregular dos elementos, o que torna a interpretação direta do manuscrito desafiadora. Por isso, transcrevemos o registro escrito e o validamos posteriormente com o próprio Gael, com o objetivo de garantir fidelidade àquilo que ele efetivamente tentou registrar durante a resolução da tarefa.

Quadro 9 – Reprodução datilografada do registro de Gael

Linha 1: 21 – (2, 13, 24, 35, 46) (com o primeiro termo 2 circulado)
Linha 2: $a_{40} = 2 + (40 - 1) 11$
Linha 3: 39 =
Linha 4: $a_{40} = 2 + 39 . 11$ (escrita inteiramente por Sophia)
Linha 5: $a_{40} =$ 429 433 (valores sobrepostos, sendo 429 correspondente ao produto 39×11 calculado anteriormente por Gael e posteriormente reescrito após intervenção de Sophia).

Fonte: Elaboração própria (2025)

Ao finalizar seus próprios exercícios, Sophia se volta para Gael com uma postura visivelmente colaborativa. Ela organiza a mesa dele, posicionando o material entregue pelo professor ao lado da folha em que Gael havia transcrito a PA (linha 1). Inicia então uma sequência de orientações verbais, conduzindo-o passo a passo na aplicação da fórmula do termo geral. A seguir, apresentamos, no Quadro 10, a integralidade das trocas entre os alunos.

Quadro 10 – Troca entre Gael e Sophia durante a resolução da questão 21

Sophia: Pronto, terminei... deixa eu ver você fazer [...] / A gente resolve com calma, coloca aí a questão 21... [...] / O n seria o quê? [...] / O a_{40} ... o n é 40, não é? Que é o termo que ele quer? Então, você vai substituir em tudo aqui onde tem n por 40.
Gael: Quer dizer que a_n coloca dentro dos parênteses?
Sophia: a ... quanto é o a_1 ?
Gael: 2.
Sophia: ... mais... abre parênteses....
Sophia: Qual é o n ? / Quem é que ele quer achar? / 40 – 1... fecha os parênteses, coloca os parênteses. [Gael escreve "11" após o parêntese].
Sophia: Resolve a conta... agora é só resolver a conta [...], [Gael escreve na linha seguinte: “39 =” [...]] Resolva primeiro os parênteses... [Gael escreve].
Sophia: Não [Sophia pega o lápis de Gael] ... E essas posições aí? Tem que ficar nessa posição aqui... Você repete tudo... “ a_{40} ” ... mais “ a_1 ”... aí aqui dá 39 vezes a razão 11. Dá quanto 39 vezes 11?
Gael: A razão é 11 [Gael escreve na outra linha. Sophia devolve o lápis. Gael hesita. Sophia insiste. Gael começa a brincar com a folha. Sophia se afasta. Gael percebe, ajusta-se e tenta reiniciar o cálculo por escrito. Gael escreve o algoritmo da multiplicação de 39 por 11 e obtém o produto “419”] [...]
Sophia: Isso é o quê? Três mais nove?
Gael: 12.
Sophia: Por que tem 1 aqui? [Gael permanece em silêncio. Por fim, admite que esqueceu e ambos riem]
Sophia: Agora você continua... coloca o resultado do a_{40} .
Gael: Mas está aqui [circula o a_{40} que ela tinha escrito]
Sophia: Não, eu estou dizendo isso aqui [apontando para a multiplicação “ 39×11 ”, Gael anota “429”].
Sophia: começa com a_{40} [Gael anota “433”]
Sophia: Está aqui, 433.
Gael: E o a_{40} ?
Sophia: Porque a_{40} ?
Gael: É o que está pedindo.
Sophia: E que é isso aqui? [apontando para 433].
Gael: É esse o resultado?
Sophia: É, o a_{40} , isso é a_{40} .

Fonte: Elaboração própria (2025)

O que se passa é o seguinte: Sophia sugere que ele comece a escrever a “questão 21” e, em seguida, o conduz pelas substituições: “O n é 40, não é? Então você vai substituir em tudo aqui onde tem n por 40”. Gael responde com dúvidas: “Quer dizer que o a_n coloca dentro dos parênteses?”, ao que Sophia confirma que é o n e não o a_n e o orienta a seguir a ordem da fórmula. Durante essa interação, ela dita o valor do primeiro termo, da razão e da posição desejada, guiando Gael a escrever a expressão algébrica correspondente (linha 2).

Após algumas hesitações, Gael registra a expressão, mas demonstra desorganização nos alinhamentos dos cálculos (linhas 3 e 4). Sophia intervém diretamente, pega o lápis e reorganiza o traçado, dizendo: “Essas posições aí? Tem que ficar nessa posição aqui”. Nesse momento, a condução da resolução passa inteiramente para ela.

Ao final da operação, Gael registra os resultados da multiplicação, mas com um erro de cálculo (“419”), depois da intervenção de Sophia faz a correção (“429”). Ao final, aponta “433” como resultado (linha 5). Sophia insiste que ele comece a linha com “ a_{40} ” e reforça que “isso

é o a_{40} ”, ao apontar o resultado. Mesmo diante das correções, Gael demonstra dúvida: “É esse o resultado?”, ao que Sophia responde afirmativamente.

Esse trecho evidencia que a ajuda oferecida por Sophia evolui de um apoio verbal para uma condução quase integral da resolução, com momentos de substituição da autoria por parte dela, e reações ambíguas de Gael, ora participando, ora brincando, ora hesitando frente às instruções.

7.2.3.3.4 Interpretação dos resultados do episódio EP_2

Com base na reconstrução sinóptica, propomos agora uma interpretação que busca compreender os sentidos didáticos do episódio à luz dos conhecimentos esperados, da posição ocupada pelo professor, das formas de ajuda entre pares e das condições de acessibilidade efetivamente instauradas no decorrer da atividade.

Não se trata de avaliar o desempenho de Gael em termos de acertos ou erros, mas de compreender em que medida o exercício solicitado pelo professor e as interações ao longo da permitiu (ou não) que ele se apropriasse do saber visado: a aplicação da fórmula do termo geral da progressão aritmética.

Essa análise será conduzida em dois eixos: (1) o estatuto do exercício como tarefa de consolidação e suas implicações didáticas e (2) o papel desempenhado por Sophia como figura de ajuda lateral e as ambivalências que isso acarreta.

i) *O exercício e os limites da consolidação*

Do ponto de vista do professor, o exercício 21 ocupa uma posição típica de consolidação: ele é proposto logo após a institucionalização da fórmula do termo geral da PA, utiliza a mesma estrutura algébrica apresentada nos exemplos e aparece no material impresso como item imediatamente posterior à seção “Exercícios Resolvidos”. Mais especificamente, trata-se de um enunciado muito próximo daquele resolvido publicamente como exemplo 1, a diferença está apenas na posição solicitada: 51° na lousa, 40° no exercício.

Espera-se, portanto, que os alunos possam reconhecer a semelhança estrutural entre o exemplo e o exercício, transferindo procedimentos e consolidando o saber visado. Essa expectativa, no entanto, presume uma memória didática do aluno (Brousseau; Centeno, 1991) que não se verifica no caso de Gael.

Embora ele tenha acompanhado a apresentação o exemplo 1, o registro escrito não foi possível: a dinâmica da aula, com apagamentos sucessivos no quadro e a sobreposição entre fala e escrita do professor, impediu que Gael pudesse tomar nota de aula de forma simultânea.

Como aluno com baixa visão, ele é constrangido a realizar escolhas entre ouvir, enxergar e registrar e, nesse caso, sua única referência posterior é um trecho parcial do exemplo 3 que permaneceu registrado no quadro, o qual exige a identificação do número de termos, e não do enésimo termo.

Dessa forma, a entrada de Gael no exercício 21 não se apoia em uma continuidade perceptível com a fase anterior da aula, mas se configura como uma nova situação que requer dele memória de como tudo foi desenvolvido antes. É preciso recordar que o material impresso que possui o exemplo também tem problemas em termos de medidas de acessibilidade (fonte reduzida, organização sinóptica na apresentação dos textos como em quadros, luminosidade da sala, entre outros).

Os exercícios propostos por Elon se inscrevem num quadro de expectativas algébricas, em que se presume que os alunos irão seguir uma lógica algébrica já instituída. No caso de Gael, ele opera numa expectativa aritmética. Observamos que ele começa sua resposta reescrevendo a PA como uma sequência finita que termina em 46, o que indicaria uma continuação da regularidade aritmética.

O silêncio prolongado de Gael diante da folha, seu olhar fixo e os momentos de interrupção da escrita não podem ser interpretados como uma questão de desinteresse. Esses gestos apontam para um campo de incertezas que permanece virtual, mas ativo, e cuja observação se restringe àquilo que é visível para o pesquisador: os traços escritos, os tempos de espera, os deslocamentos do olhar. Na Figura 27, esse momento corresponde à etapa da resposta sem registro, evidenciando uma suspensão da escrita que não implica, necessariamente, uma suspensão do raciocínio.

Diferentemente da interpretação do professor Elon, para quem o aluno só estaria “agindo” quando deixa marcas visíveis de sua atividade (EAC, 140-145), consideramos que o foco e a imobilidade de Gael diante da tarefa indicam um engajamento potencial, embora pouco acessível à observação externa.

Ainda assim, esse momento em que Gael apenas escreve o enunciado e permanece por vários minutos com o olhar fixado na folha nos impõe limites metodológicos: não dispomos de evidências diretas sobre os significados construídos por ele nessa etapa. Embora tenhamos conduzido uma entrevista com Gael, ela se concentrou exclusivamente no episódio do problema da ferrovia. Não foi possível, portanto, explorar com ele esse momento da resolução do exercício 21, o que constitui uma limitação reconhecida desta pesquisa.

Nesse ponto, recorreremos a um artifício analítico desenvolvido por Booms (2022). Para analisar a estruturação do meio e identificar as bifurcações didáticas que surgem na atividade

dos alunos com deficiência, esse autor trata de forma similar as situações em que aparece um meio adidático (nível –1) e aquelas que se configuram como situações nildidáticas.

Essa escolha metodológica é justificada pelo fato de que o meio adidático, por si só, não tem incidência real sobre as bifurcações observadas no aluno colaborador de sua pesquisa, que ocorrem principalmente nas situações de referência (nível –2) e situações objetivas (nível –3). A partir dessa análise, o autor identifica quatro tipos de fenômenos que discutimos na seção do nosso quadro teórico.

Dentre eles, interessa-nos aqui o segundo tipo: situações em que o aluno está em ação, mas não agindo no sentido didático, ou seja, embora fisicamente presente e aparentemente engajado, o aluno não investe na situação de referência. Ele pode, por exemplo, reconhecer elementos do meio objetivo, compreender partes do enunciado ou da tarefa, mas não realiza as ações esperadas que caracterizariam a resolução como um ato de aprendizagem em curso.

Aplicado ao episódio em questão, esse dispositivo interpretativo permite compreender o exercício no sentido de uma situação nildidática (Margolinas, 2005a). Esse fenômeno é particularmente útil para compreender a natureza da situação de Gael em ação quando reconhece a sequência numérica, mas sem que isso se traduza em uma mobilização efetiva do saber em via de construção pelo exercício 21.

No trabalho de Booms (2022), ao examinar episódios nos quais o aluno com deficiência se encontra ativo, mas não se inscreve como aluno-agente, o autor observa que, ainda que o meio objetivo tenha sido construído, o investimento na situação de referência pode não se efetivar.

Esse fenômeno oferece uma chave de leitura factual pertinente para o episódio em que Gael, diante do exercício 21, permanece por um tempo prolongado em silêncio, com o olhar fixo na folha e sem produzir registros significativos. Tais indícios não devem ser imediatamente lidos como desinteresse ou passividade, mas sim como expressão de uma atividade latente, na qual o meio objetivo parece parcialmente constituído, ele reconhece a razão da PA, o termo inicial e a lógica sequencial, mas o meio de referência, necessário para a aplicação da fórmula de forma autônoma, não se atualiza.

Gael se encontra ativo, mas não agindo na acepção didática do termo: ele falha em realizar a tarefa solicitada de forma autônoma, o que o impede de ocupar plenamente a posição E-2 de aluno-agente (Margolinas, 2004b; Booms, 2022).

Até o momento, Gael não se beneficiou nem da ajuda do professor que se encontra envolvido com sucessivas procuras dos demais alunos com questões de ordem administrativa como a chamada dos alunos e nem de Sophia, ainda envolvida com seu próprio trabalho.

Essa leitura permite aprofundar a compreensão do episódio: em termos das expectativas algébricas para o exercício, essas incertezas de investimento numa posição de aluno-agente de Gael dizem respeito a interpretação funcional de cada parâmetro, como mostram suas perguntas posteriores a Sophia sobre o que seria n ou mesmo a_n . Essas questões revelam o estranhamento diante das posições do ostensivo n no índice e dentro dos parênteses, e indica que a estrutura da fórmula ainda não foi apropriada como um objeto matemático operatório.

A ajuda de Sophia intensifica essa dinâmica. Sua verbalização segue a ordem da leitura da fórmula da esquerda para a direita, mas é atravessada pela necessidade de respeitar a hierarquia operatória, o que provoca saltos discursivos que Gael nem sempre consegue acompanhar.

Como apontam Laparra e Margolinas (2016), a verbalização oral como meio de ajuda nem sempre favorece a literacia matemática⁹⁶, sobretudo quando há um desalinhamento entre o modo como o raciocínio é construído oralmente e a maneira como deve ser organizado na escrita. Essa tensão é particularmente visível na discordância entre o que Sophia dita e o que Gael registra, suas anotações aparecem fragmentadas, os termos deslocados, e o processo de resolução se torna cada vez mais dependente da condução alheia.

Do ponto de vista do professor, essa fragilidade não é percebida. Elon não interpreta a escrita de Gael como um problema didático dadas as suas condições visuais, mas como um aspecto periférico, quase comportamental. O fato de Gael não registrar em seu caderno, da mesma forma que os demais alunos, é tematizado como “norma”, mas tampouco se torna objeto de intervenção por parte de Elon, cuja aproximação, em momentos como o deste exercício, poderia ser reveladora das dificuldades enfrentadas pelo aluno.

Como resultado, prevalece uma dificuldade transparente: está lá, é pressuposto, mas não é interrogado. A resolução de uma equação do 1º grau, a escrita ordenada na resolução da equação baseando-se na estrutura da fórmula, a distinção entre termo e posição, tudo isso aparece como um “já dado” no contrato didático, e não como objeto de ensino. Para Gael, no entanto, esses conhecimentos não são triviais e parecem se articular com suas dificuldades

⁹⁶ Laparra e Margolinas (2016) definem a literacia matemática como a apropriação das formas de escrita próprias da Matemática, que não funcionam como simples transcrição da fala. Ao contrário da literacia linguística, que se apoia em uma correspondência fonográfica com a oralidade, a escrita matemática obedece a regras específicas de um saber particular. Os autores destacam que a literacia matemática não consiste em ler em voz alta o que está escrito, mas em produzir uma escrita matemática que obedecer às regras de um saber particular. Trata-se, portanto, de um modo específico de organizar os símbolos e significados, indispensável para compreender e produzir registros matemáticos.

visuais para uma leitura e uma escrita matemática que requer obedecer às regras específicas do saber matemático.

Como se questiona Margolinas (2015, p. 37, tradução nossa), “as dificuldades dos ‘exercícios’ correspondem realmente aos conhecimentos cuja disponibilidade se deseja avaliar nos alunos ou ao que se pretende treinar para que dominem?”⁹⁷. No episódio analisado, essa interrogação ajuda a iluminar a situação de Gael: embora ele tenha conhecimento de alguns elementos da fórmula do termo geral, a tarefa de identificar os parâmetros corretos e organizar a substituição não parece ter sido suficientemente tratada como objeto de ensino.

Mais do que uma dificuldade algébrica, o que se observa é uma dificuldade em reconstituir um percurso que exige memória do que foi produzido anteriormente na aula e organização da sua escrita na resolução do exercício. Desse ponto de vista, o exercício se apresenta como uma continuidade aparente da parte expositiva de Elon, mas, na prática, convoca ações escolares que permanecem opacas para Gael. A resolução escrita avança efetivamente apenas com a intervenção mais direta de Sophia.

ii) Gael agindo? A ajuda de Sophia e deslocamento da autoria

A presença de Sophia como figura de ajuda no episódio constitui um ponto importante da análise, na medida em que sua atuação transita entre o apoio à compreensão e a condução quase integral da resolução da tarefa.

Sophia assume um papel de ajuda, conduzindo Gael na resolução do exercício. Apesar do ambiente barulhento da sala, que dificulta a compreensão total das conversas, e de problemas técnicos na captação de áudio, a câmera direcionada permitiu registrar as interações, complementadas por interpretações visuais do contexto.

Sophia inicia destacando a necessidade de utilizar a fórmula do termo geral da PA, referindo-se à própria escrita de Gael, que já havia registrado essa expressão em sua folha. Sua fala toma como base esse registro, indicando o ponto de partida a partir do qual a resolução pode prosseguir.

Em um determinado momento, Gael responde a uma pergunta inaudível, inferida como relacionada à razão da PA, pois sua resposta é sobre a razão ser 11. Essa resposta confirma a hipótese de que ele já havia identificado a razão ao registrar a PA até o termo 46. Em termos numéricos, Gael parece compreender o exercício, mas os ostensivos algébricos são sempre indicadores de dúvidas para Gael.

⁹⁷ « Les difficultés des « exercices » correspondent-elles vraiment aux connaissances dont on veut évaluer la disponibilité chez les élèves ou bien entraîner la maîtrise ? » (Margolinas, 2015, p. 37).

Ele pergunta, dentre outras, por exemplo “O que seria n ?”. Sophia conduz a explicação, apontando para a fórmula “O n seria o quê?”. Ela destaca a presença do “ n ” tanto como índice quanto dentro do parêntese, indicando que Gael deve iniciar pelo a_n , seguindo a estrutura da fórmula da esquerda para a direita: “O a_{40} .. o n é 40, não é? Que é o termo que ele quer? Então, você vai substituir em tudo aqui onde tem n por 40”.

Depois, ela passa a ditar os passos necessários para a resolução, como a identificação do primeiro termo (é nesse momento que Gael circula o número 2 na sequência conforme figura 28), a análise do que está entre parênteses e, por fim, a identificação do que o exercício solicita como resposta. Em seguida, Sophia recua ligeiramente, incentivando Gael a resolver por conta própria: “Resolve a conta... agora é só resolver a conta”.

Nesse ponto, a tarefa se desloca da identificação dos elementos da fórmula para a execução do cálculo. Gael hesita em fazer o registro escrito, e Sophia reforça a sequência esperada: “resolva primeiro os parênteses...”. Ela mantém um tom calmo e encorajador, acompanhando atentamente o progresso de Gael. Ele escreve na linha seguinte: “39 =” e, então volta o olhar para o quadro, como se buscasse confirmação nas anotações do professor.

Seu olhar fixo sugere não apenas a tentativa de verificar as informações, mas também uma hesitação quanto à segurança na execução do cálculo. Após alguns minutos, Sophia, atenta ao desempenho do colega, volta sua atenção para a forma como ele organiza o registro escrito e os cálculos. A desorganização visível parece incomodá-la, levando-a a intervir diretamente, pegando o lápis das mãos de Gael: “E essas posições aí? Tem que ficar nessa posição aqui”.

Enquanto fala, ela escreve na folha, explicitando sua preocupação com o alinhamento dos valores e destacando a importância de seguir uma lógica de organização da esquerda para a direita. Essa intervenção, embora motivada pela intenção de ajudar, revela um deslocamento da autoria da resolução: o exercício, que deveria ser conduzido por Gael, passa a ser guiado por Sophia. Ela insiste que Gael repita “tudo” na resolução e registre o resultado da operação dentro dos parênteses, conforme o modelo que ela mesma elaborou.

Sophia então devolve o lápis para Gael em um gesto claro de transição de responsabilidade: estende a mão, entregando o objeto e recuando ligeiramente, como quem cede espaço para a ação do outro. Ele tenta reiniciar o cálculo por escrito, mas demonstra dificuldade. Faz uma pergunta inaudível para Sophia, que responde prontamente. Gael escreve na folha, mas logo para, fitando olhar sobre o que produziu.

Durante esse momento, Sophia mantém-se próxima, alternando entre observá-lo de perto e olhar ao redor da sala, distanciando-se momentaneamente. É expressivo observar que, até esse ponto, nem Gael procurou o professor, nem o professor se aproximou para acompanhar

o desenvolvimento da tarefa solicitada. Elon permanece na mesa, realizando a chamada e atendendo outros alunos que o buscam para esclarecimento de dúvidas.

Gael, então, decide avançar no cálculo, registrando o algoritmo da multiplicação de 39 por 11 e obtendo o produto “419”. No entanto, um rabisco entre os dígitos “4” e “9” indica uma interferência de Sophia para que ele corrija para “429”. Ela, retomando o foco na tarefa, instrui a Gael continuar e colocar o resultado do a_{40} , ou seja, somar 429 com 2. Gael, por sua vez, aponta para o valor já registrado e circula o a_{40} (linha 5), sinalizando que não compreendeu as instruções da colega.

Sophia, no entanto, não se dá por satisfeita e explica que “Não, eu estou dizendo isso” afirma apontando para a multiplicação “ 39×11 ”. Diante da insistência, Gael anota “429” logo abaixo do cálculo original. Sophia, percebendo o que Gael escreveu, insiste que ele deve começar escrevendo com a_{40} . A essa altura, Gael demonstra menor receptividade às instruções, como se a repetição das orientações estivesse se tornando contraproducente.

Ignorando parcialmente a fala de Sophia, ele anota “433” sob o valor “429” (linha 5). Sophia demonstra um gesto de confusão ao observar como Gael registra os valores na folha. Finalmente, após anotarem o resultado, uma troca de perguntas e respostas leva Sophia a concluir que 433 é o resultado correto do exercício.

Retomando a tipologia de Booms (2022), temos evidências de que esse episódio se aproxima de um terceiro tipo de fenômeno que o autor identifica em termos de bifurcações: aquele em que uma ajuda humana impede a emergência de um aluno-agente (E-2). Esse fenômeno, nesse caso, aparece quando Gael acaba se beneficiando de uma ajuda humana de um par, sua colega Sophia. Destacamos que, como o autor acentua, não se trata de uma bifurcação didática no sentido canônico que Margolinas (2004b) traz, ou seja, a duplicação didática ligada à constituição de um outro meio material para Gael.

Isso ocorre a partir de um meio material que, em nada, indica que ele possa ser diferente a priori: de fato, o exercício é o mesmo para todos desde o início. Gael, como trouxemos na subseção anterior, não tem dificuldades com o enunciado e já mobiliza conhecimentos inerentes à interpretação dele.

A presença da ajuda de Sophia não influencia sobre a constituição da situação objetiva (S-3), porque, como observado, ela não reformula os enunciados e, em efeito, não há necessidade. A ajuda de Sophia não se configura em termos da acessibilidade que provém como orientação direta da CLAI para o professor: ela ocorre durante as aulas, porque ambos desenvolveram uma relação de confiança que é difícil o professor quebrar. Elon reconhece essa fragilidade na entrevista de autoconfrontação.

Sobre a conversa entre Gael e Sophia, eu sempre notei essa dependência de Gael em relação a Sophia. Acredito que em todas as disciplinas seja assim, eles sempre se sentaram um perto do outro desde o início. Quando eu conheci essa turma, eles já tinham essa proximidade, que eu acho que vem desde a primeira semana de aula. Eu vejo muita dificuldade por parte de Gael, e essa dificuldade vem pelo fato de ele ter um certo bloqueio. Eu não sei se é limitação, se é falta de interesse pela disciplina ou, também, acredito que seja por ele ser muito ausente nas aulas, por conta de consultas médicas às quais ele precisa ir. São faltas justificadas, mas, de certa forma, ele perde muitas explicações. Querendo ou não, ele tem uma dificuldade na Matemática mais básica, Matemática lá do 6º, 7º, 8º ano.

Nesse diálogo deles, tem umas partes que são mais difíceis de escutar, de entender o que é que eles conversam, mas eu vejo Sophia tentando explicar as coisas para ele. Ele demonstra a dificuldade que sempre apresenta, e, às vezes, ela tem uma certa impaciência. Eles se dão muito bem, mas, quando é para explicar, ele encontra dificuldade, o bloqueio de não conseguir fazer as coisas aparece, e, em alguns momentos, Sophia demonstra impaciência. É muita insegurança de Gael na resolução das questões. Ele não lembra das fórmulas e, mesmo tendo as fórmulas, não consegue usá-las com 100% de clareza. [...] Gael sempre demonstra essa dificuldade. Eu sinto muita dependência, muita dependência de Gael. Ele depende muito de Sophia para quase tudo.

No áudio, tem um pessoal conversando, um grupo atrás falando sobre as questões. Eles falam um pouco alto, o que acaba cobrindo a fala, e o microfone não capta bem. Eles conversam muito baixinho. Sophia fala baixo, e Gael fala ainda mais baixo. Mas eu consegui acompanhar um pouco aqui o que você observou. Agora, é muita confusão mesmo, né? Quem é n , quem é a_n ... Aí, Sophia explicando para ele como usar a fórmula, abrir parênteses, realmente coisas muito básicas. E ele sempre esperando a confirmação dela, ou seja, ele só segue um passo quando ela confirma ou quando diz "faça isso". Realmente, é desse jeito (Entrevista com Elon, EAC, 300-329).

O professor, de certa forma, desde o início permitiu isso, e convém lembrar que o lugar que ambos os alunos ocupam justifica a relação dos dois: é como, em parte, eles se reconhecessem (Ormelezi, Corsi e Gasparetto, 2007). Dessa forma, o professor se mantém predominantemente em situação S0 no que se refere à relação com Gael, isto é, limita-se a uma presença funcional no momento da enunciação da tarefa ou a interações de verificação superficial.

A posição P-1, que pressupõe uma escuta e observação efetiva do percurso individual do aluno, encontra-se fragilizada. Em seu lugar, emerge uma interação lateral e constante por parte de Sophia, que acaba por deslocar a função de acompanhamento do professor.

O atendimento com Gael funciona da seguinte forma: ele tem uma certa resistência em se abrir e em buscar ajuda. Ele não costuma se aproximar facilmente, preferindo se abrir com Sophia, que tem mais facilidade em esclarecer suas dúvidas. Quando me aproximo, ele adota uma postura mais defensiva, permanece em silêncio e não demonstra nenhuma reação, como se estivesse focado em resolver a questão sem expressar suas dificuldades. Já com Sophia, ele demonstra mais proximidade, e como vejo que ela o auxilia, prefiro deixá-lo mais à vontade (Entrevista com Elon, EAC, 381-387).

Consideramos, de forma factual, que Sophia, nesse caso deste episódio (mas também como ajuda recorrente), em que há resposta com registro, entra em ação somente quando da

constituição da situação de referência (S-2), ou seja, quando se espera que Gael endosse o papel de aluno-agente.

Essa constatação encontra respaldo nos estudos de Puustinen, Arneton e Lewi-Dumont, (2018), ao discutir a natureza das demandas de ajuda entre alunos com deficiência visual. Segundo as autoras, a ajuda que promove a autonomia é aquela em que o aluno solicita indícios para prosseguir por si mesmo, denominada ajuda instrumental, o que se distingue da ajuda substitutiva, na qual o outro realiza efetivamente a tarefa. No episódio analisado, embora Sophia não tenha iniciado a ajuda a pedido de Gael, a sequência de ações revela que ela não apenas orienta, mas substitui Gael em decisões cognitivas e operatórias.

Esse tipo de substituição, ainda que embasado por uma relação de confiança mútua e reconhecido como legítimo por Gael e pelo professor, não se configura canonicamente como um dispositivo de acessibilidade no sentido atribuído por Castillan, Lemarié e Mojahid (2018), que trata da descrição de elementos não acessíveis ao aluno com deficiência visual por meio da ajuda de um terceiro (por exemplo, verbalizar/descrever os elementos não acessíveis no material ou quadro). A ajuda de Sophia, embora tenha uma dimensão de suporte, ultrapassa a função de tornar acessível e passa a conduzir o processo, o que descaracteriza a autoria da resolução.

A ajuda de Sophia aparentemente se situa em termos de apoio na literacia matemática: a capacidade de organizar a escrita algébrica, interpretar os símbolos, estruturar os cálculos, sustentar a verificação da resposta legitimando a conclusão do exercício, mas que, ao mesmo tempo, bloqueia a emergência de Gael como sujeito da produção.

Ainda analisamos a fase de conclusão constituída neste episódio à luz dos critérios propostos por Margolinas (1993, 2004b). O que determina o encerramento de uma tarefa é a emissão de uma informação decisiva sobre a consistência da resposta, cuja legitimidade depende, entre outros fatores, dos conhecimentos linguísticos e matemáticos do aluno e do contrato didático vigente. Essa informação pode ser validada pelo próprio aluno em interação com o meio, ou fornecida por um terceiro cuja autoridade seja reconhecida na situação, geralmente o professor, mas também um terceiro que assuma esse lugar.

No episódio analisado, observamos que a tarefa proposta a Gael é encerrada por uma avaliação realizada por Sophia. Diferentemente dos demais alunos, que buscam o professor para obter correção de suas respostas, não há, no caso de Gael, uma interação didática com Elon que configure essa fase de conclusão. Durante quase toda a duração da tarefa, o professor permanece na mesa, atendendo a outros estudantes, e Gael tampouco o procura. A única interação entre

ambos ocorre ao final da aula e assume um tom mais comunicativo do que propriamente didático.

As últimas linhas do Quadro 10 da troca entre os alunos permite interpretar que a conclusão da tarefa se dá por meio de uma fase de avaliação conduzida inteiramente por Sophia. A pergunta inicial de Sophia “Por que a_{40} ?” parece reabrir a questão, colocando em suspenso o foco do exercício.

No entanto, a insistência de Gael em afirmar “É o que está pedindo” e a resposta de Sophia, que aponta e verbaliza o valor 433 como sendo o a_{40} , encerram o episódio por meio de um julgamento externo, cuja autoridade é aceita pelo colega. O exercício, assim, é finalizado não pelo professor, mas pela ação de uma aluna que assume a responsabilidade pela avaliação da resposta.

Essa possibilidade de que um par conclua uma tarefa “em nome do professor” nos leva a indagar se Sophia poderia ocupar esse lugar. Em entrevista com os alunos (EA_2), identificamos que Sophia é reconhecida por Gael como uma autoridade legítima no contexto da situação didática. Sua antecipação das resoluções dos exercícios e passando pela avaliação do professor (A_{ob} , 761-771), bem como o domínio declarado do conteúdo (EA_2 , 93-109), são prontamente aceitos por Gael, que, mesmo sem nomear diretamente essa posição, atribui-lhe destaque e legitimidade (EA_2 , 90-94).

O reconhecimento de Sophia como alguém que “já sabia fazer” reforça a naturalidade com que ela assume a condução da tarefa. Esse reconhecimento não vem apenas de Gael. O próprio professor Elon, em entrevista, legitima esse arranjo, ao afirmar: “Ele está sempre próximo de Sophia. Ela o acompanha, entende rapidamente e, às vezes, antecipa até o que vou explicar. Gael recorre a ela com frequência, o que demonstra uma certa dependência. Isso ocorre desde o início” (Entrevista com Elon, EAC , 236-238)

O que se observa, portanto, é que a dependência de Gael não é episódica, mas estruturante. Sophia torna-se, de fato, um elo constante entre Gael e o saber matemático. No que se refere à inclusão, essa constatação nos leva a considerar a existência de uma corresponsabilidade assumida por Sophia, que ultrapassa os limites de uma ajuda voltada à acessibilidade material. Trata-se de uma mediação recorrente, naturalizada e legitimada por todos os envolvidos, incluindo o professor no que concerne a situação didática.

É pertinente destacar que a correção formal dos exercícios só viria a ocorrer na aula seguinte (A_1), ocasião em que Elon retoma algumas tarefas das aulas anteriores. Contudo, Gael está ausente nessa ocasião pelos mesmos motivos médicos que o afastaram anteriormente.

Assim, a conclusão da tarefa referente ao cálculo de a_{40} efetivamente se dá ainda no episódio analisado, conduzida por Sophia. Trata-se, portanto, de um fechamento da tarefa que, embora externo ao professor, é funcional no interior do contrato didático vivido pelo binômio Gael–Sophia, uma conclusão delegada e reconhecida.

Nesse sentido, retomando Booms (2022), estamos diante de uma permutação de posição: Gael não abandona a tarefa, mas é deslocado de sua posição de autor. O exercício é formalmente concluído, mas por uma via em que a situação de referência, que deveria ser assumida por Gael, é quase que inteiramente investida por Sophia.

Essa configuração, como alerta o autor, deve ser compreendida como um fenômeno factual, não um julgamento sobre a ajuda, e lança luz sobre o tipo de gestão coletiva da instalação de situações que se estabelece em salas de aulas comuns, especialmente quando o professor, situado no nível –1, não reconfigura ou reorienta esse modo de ajuda.

Por fim, é relevante considerar que Sophia também apresenta baixa visão, embora menos impactante. Isso contribui para uma relação de identificação entre os dois, que não apenas legitima a ajuda como a converte em uma mediação recorrente e estrutural.

A ajuda entre pares, quando reiterada e substitutiva, não apenas deixa dúvidas sobre a apropriação do saber, como pode, de forma não intencional, cristalizar uma dependência estrutural (Puustinen; Arneton; Lewi-Dumont, 2018). Trata-se, aqui, de um deslocamento silencioso da responsabilidade do professor, que acaba reconhecendo a condução de Sophia como legítima, talvez suficiente.

O que se depreende dessa sequência é que, embora Sophia tenha oferecido um suporte contínuo, sua intervenção também implicou um deslocamento das responsabilidades cognitivas do exercício, tornando Gael mais dependente de suas instruções.

À primeira vista, a interação pode ser interpretada como colaborativa, mas, numa análise mais fina, ela revela uma assimetria estrutural: Sophia e Gael não compartilham a mesma situação de referência. Enquanto Sophia atua a partir de um meio já investido e compreendido, Gael ainda busca se posicionar em situação. Nesse contexto, a ajuda que se pretende inclusiva assume contornos paradoxais, pois impede que o aluno ajudado se constitua como sujeito da própria atividade.

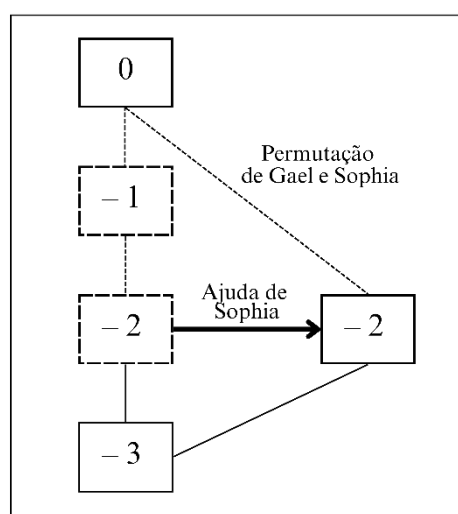
Se os alunos não investem a mesma situação, eles não cooperam verdadeiramente como pares, não jogam o mesmo jogo. O apoio oferecido, embora bem-intencionado, pode então se reduzir a uma relação de autoridade tácita (“é isso que o professor quer”), obscurecendo as possibilidades de construção conjunta de saber. Em tal configuração, a cooperação se esvazia

de seu sentido formativo, e a ajuda deixa de ser um vetor de acessibilidade didática para se tornar, em parte, uma dificuldade à emergência do aluno-agente.

7.2.3.4 Retorno conclusivo do EP_2

Apresentamos, a seguir, um quadro sintético que resume a forma como interpretamos o investimento de Gael na resolução do exercício, com base nas análises desenvolvidas nas subseções anteriores. O quadro organiza os momentos-chave que tomamos como resposta sem registro e resposta com registro, destacando as transições entre diferentes configurações da estruturação do meio, sobretudo no que se refere à emergência ou obstrução do aluno-agente.

Figura 29 - Bifurcação didática na resolução de Gael



Fonte: Elaboração própria (2025)

O esquema proposto tenta representar a coexistência e a transição entre dois tipos de bifurcação didática descritos por Booms (2022). Em vez de tratar os tipos 2 e 3 como categorias estanques, propomos pensá-los como configurações interligadas dentro de uma mesma trajetória de resolução, que em termos cronológicos do episódio se configuram pela passagem de “resposta sem registro” para “resposta com registro”.

O que se observa, nesse caso, é uma reorientação do investimento na situação de referência, inicialmente suspenso (tipo 2 na proposta de Booms), que passa a se concretizar por meio de uma ajuda humana estruturante (tipo 3 na proposta de Booms), sem que isso represente a retomada plena da autoria pelo aluno.

Modelizamos o fenômeno da seguinte forma: de forma ascendente, o esquema do nível -3 ao nível 0 representa a trajetória de Gael na resolução do exercício. O trecho tracejado entre

os níveis -3 e -2 corresponde à situação de resposta sem registro, isto é, um momento em que Gael entra em atividade, reconhece o meio material, mas não investe efetivamente a situação de referência. Ele reconhece elementos do enunciado, tenta iniciar a resolução com foco até certo ponto, mas tem dificuldade de entrar em ação e não produz qualquer registro autônomo.

Trata-se de uma fase anterior a qualquer intervenção externa, marcada por hesitação e baixa visibilidade do investimento na resolução do exercício. Essa configuração corresponde, a uma bifurcação do tipo 2 (Booms, 2022), na qual o aluno está em ação, mas não age como sujeito da resolução (E-2).

O nível -1 também aparece tracejado, pois não há aprendizagem nova envolvida: o exercício em questão demanda a aplicação de um saber já institucionalizado. Nessa condição, a situação pode ser interpretada como nildidática, dado que não há intenção de aprendizagem de um novo saber (Margolinas, 2004b).

A resposta aparece (nível 0), mas de modo ambíguo: embora formalmente registrada por Gael, ela resulta de uma permutação de papéis entre ele e Sophia. Sophia assume, progressivamente, a condução da tarefa, orientando os passos, ditando comandos e até mesmo executando partes da resolução. Gael, por sua vez, permanece em uma posição fragmentada: faz perguntas, transcreve parcialmente o que lhe é indicado, mas não retoma plenamente a autoria da resolução.

Tomando agora a parte em que há um investimento no nível $+2$ representado pelo deslocamento e caixa com traços contínuos corresponde à resposta com registro, que ocorre a partir da intervenção de ajuda de Sophia. Essa transição configura uma bifurcação de tipo 3 (Booms, 2022), pois a ajuda humana, embora bem-intencionada, impede a emergência do aluno-agente, ao assumir, ainda que parcialmente, a condução da tarefa.

Esse fenômeno se dá, em nosso estudo, em uma situação na qual o professor acaba por delegar à colega Sophia parte do trabalho correspondente ao nível P-1, ou seja, à observação e acompanhamento do percurso de Gael na resolução. Como consequência, a interação direta entre o professor e o aluno torna-se quase inexistente durante a realização do exercício.

Essa configuração nos leva a uma constatação importante: mesmo na presença de um meio de ajuda, o trabalho com alunos com deficiência visual permanece complexo, exigindo intervenções constantes, mas também atenção às possíveis assimetrias estruturais que as interações instauram.

Em nosso corpus, Gael nem sempre consegue investir plenamente a situação de referência, e, em alguns episódios, há indícios de que nem mesmo a situação objetiva foi

constituída de forma estável. Esses casos não foram aprofundados neste estudo, mas merecem ser considerados como limites à responsabilidade do aluno.

O primeiro caso (resposta sem registro) denota uma grande dificuldade de Gael diante da ausência de medidas de acessibilidade educacionais, dificuldade que, paradoxalmente, justifica a necessidade da ajuda, mas que também evidencia os riscos de substituição da autoria quando essa ajuda se implementa.

No episódio observado, a ajuda de Sophia emerge de uma relação de confiança mútua, apoiada em uma condição sensorial relativamente próxima entre os dois. Essa confiança torna-se um meio de ajuda legítimo para Gael, mas configura, do ponto de vista didático, uma incerteza da autoria no investimento da situação instalada.

Estudos apresentados na problematização de nosso estudo, incluindo nosso próprio trabalho de mestrado, já haviam indicado esse fenômeno: a delegação não necessariamente intencional de investimento na situação a um terceiro, como o intérprete de Libras, o colega ou o acompanhante (AESH na França, por exemplo), que se insere (ou se reinscreve) no sistema didático principal. Tal inserção pode levar à modificação da situação da situação de referência, ou mesmo à realização parcial da tarefa no lugar do aluno, a fim de garantir sua conclusão dentro do ritmo da turma.

Voltando ao que nos interessa em termos da situação do professor, a delegação de responsabilidade a Sophia, assumida por Elon é confirmada quando o próprio professor admite que permite regularmente que ela auxilie Gael. A observação da aula A_{0b} , mais especificamente da fase 3, na qual ele propõe cinco exercícios para a classe, explicita de modo bastante claro a dificuldade de Elon em assumir uma posição P-1 em relação a Gael.

Tal dificuldade decorre, em parte, de sua absorção pela dinâmica comum da turma e, em parte, pelas exigências administrativas que integram sua prática profissional. Em todas as aulas, Elon precisa realizar a chamada, tarefa que geralmente se sobrepõe ao momento de resolução dos exercícios pelos alunos. Essa atividade administrativa, embora rotineira, apresenta dois entraves relevantes: a lentidão do sistema de rede utilizado para o registro de frequência e, simultaneamente, as consequências das próprias decisões didáticas do professor.

No caso da aula observada, Elon opta por propor cinco exercícios de uma só vez, uma escolha que inclusive possa ser justificada em termos de valores inclusivos, na medida em que respeita ritmos diferentes de aprendizagem, gera efeitos colaterais importantes. Essa organização permite que alguns alunos avancem em seu próprio ritmo enquanto outros permanecem mais tempo em exercícios iniciais, mantendo a sala inteira engajada.

Contudo, como destacamos na análise a priori do projeto de aula (subseção 7.2.2), os exercícios propostos não necessariamente correspondem à continuidade das fases 1 e 2 da mesma aula. O exercício II (item 22 do livro), por exemplo, apresenta um meio material significativamente distinto, o que provoca grandes dificuldades para Luís, que não compreende o parâmetro k apresentado na formulação da questão e, com isso, começa a revelar intensamente comportamentos atípicos, exigindo ajuda constante do professor.

Ainda que este estudo não se debruce sobre esse episódio em particular, ele é altamente pertinente tanto para o caso de Luís, dadas suas condições específicas, quanto para o de Gael, que chega a verbalizar: “Complicou... complicou, já colocou um k aqui...” (A_{0b} , 1004-1005), expressando frustração diante da presença do termo algébrico, cuja função na sequência parece não estar clara para ele. O aluno não conclui a resolução e deixa apenas rabiscos na folha.

Outro estudante, inclusive, não consegue discernir os termos da sequência nesse exercício, possivelmente em razão das convenções tipográficas empregadas: o uso de vírgulas tanto para separação dos termos quanto para notação decimal (A_{0b} , 640-664).

Embora não tenhamos como afirmar que Gael enfrentou esse mesmo tipo de dificuldade perceptiva que influenciaria no investimento da situação objetiva (S-3), as chances são elevadas, dada a natureza da organização espacial dos termos da sequência no material não ampliado e suas semelhanças com as limitações relatadas por outros alunos, além das poucas vezes que ele verbalizou a dificuldade de entender a organização da PA no exercício (A_{0b} , 1014-1017).

O que propomos é que a dinâmica comum da sala de aula e as exigências profissionais cotidianas de Elon intensificam sua dificuldade em ocupar uma posição P-1 mais próxima de Gael. Tal posição é fundamental do ponto de vista da exigência noosférica da inclusão escolar, sobretudo quando se trata do acompanhamento efetivo do trabalho de alunos com deficiência.

No caso específico que analisamos, essa responsabilidade é interpelada por um binômio. Sophia, nesse contexto, assume não apenas uma função de apoio esporádico, mas um papel estruturante na interação entre Gael e o saber, o que desloca silenciosamente a responsabilidade do professor, transformando a ajuda em um dispositivo coletivo de gestão da aula.

7.3 A situação do professor atravessada pelas exigências da inclusão: discussão dos episódios observados

Após termos apresentado os resultados obtidos por meio da análise multinível e as análises a priori e a posteriori circunscrevendo os episódios, propomos agora discutir suas

implicações. Dado o objetivo deste trabalho, organizamos essa discussão em torno da contribuição de uma análise didática dos contextos inclusivos, entendendo esses contextos ora no sentido amplo conferido pela noção de necessidades educacionais específicas, ora de forma mais restrita, a partir do campo da deficiência, conforme o princípio da transversalidade da Educação Especial nas escolas comuns estabelecido na legislação brasileira.

Para precisar o modo como utilizamos o termo “deficiência”, alinhamo-nos aos debates mais recentes sobre a escola inclusiva, segundo os quais o foco não recai sobre a origem das dificuldades, mas sobre a organização didática que permite ou não a construção de significados do saber pelos alunos. Ainda que não se negligencie a existência de determinantes médicos, nosso olhar recai sobre os impactos que a condição dos alunos exerce sobre a situação do professor, em termos de ajustamentos didáticos, escolhas curriculares e configurações sociais que estruturam o ensino.

Esse recorte nos parece compatível com os objetivos desta investigação, à medida que não é a etiqueta médica que deve determinar os modos de escolarização, mas sim a forma como a escola organiza o ensino dos saberes, os dispositivos didáticos que põe em funcionamento e os ambientes de aprendizagem que oferece (Thomazet, 2012). A atenção se desloca, portanto, da identificação das dificuldades individuais para a análise das condições de acessibilidade didática, compreendidas como parte da atividade do professor e da estrutura escolar na qual essa atividade se inscreve.

A partir dos níveis de atividade do professor (Margolinas, 2004b), procuramos identificar como as demandas inclusivas se articulam aos determinantes já operantes na atividade do professor, sem reduzir a situação à presença de um aluno com deficiência.

Interessa-nos, sobretudo, compreender em que medida essas demandas reconfiguram (ou não) os projetos de ensino, os modos de organização do saber e o funcionamento dos sistemas de interação em sala de aula. Evitamos tomar a inclusão como finalizada, antes tomamos como uma dinâmica (Assude, 2019), buscando analisá-la como parte de um processo estrutural mais amplo, em que as legislações, o institucional e o didático dialoguem.

A partir desse enquadramento, tornamos visíveis não apenas os ajustamentos realizados pelo professor, mas também os impasses, manutenções e tensões que marcam sua atividade quando confrontada com a tarefa de ensinar a todos. Essa discussão se ancora na ideia de que não se trata de localizar uma falha individual ou uma ausência de intenção inclusiva por parte do professor.

Ao contrário, propomos considerar que a problemática da inclusão se inscreve na própria situação de trabalho do professor, na forma como ele organiza e desenvolve o ensino

de um saber em condições marcadas por restrições curriculares e expectativas escolares. É esse ponto de vista, centrado na atividade do professor, que orienta as discussões que apresentamos a seguir.

7.3.1 Uma situação complexa em si: o professor diante da intenção de ensinar

Quando considerada apenas sob a perspectiva da intenção de ensinar (Margolinas, 2002), a situação do professor já se apresenta como complexa. Essa complexidade se evidencia, por exemplo, ao analisarmos a situação S_0 do professor observada na aula A_{0b} , a qual segue uma estrutura didática clássica (reprodutível do ponto de vista da organização do livro didático).

A aula se desenvolve em três fases: introdução com exploração de um problema, exemplos e depois proposição de exercícios. O fato de Elon concluir o problema da construção da ferrovia e no episódio EP_2 realizar conclusões dos exercícios com alguns alunos de forma individual, além de uma retomada coletiva na aula A_1 , mostra que ele tem consciência da necessidade de consolidar os conhecimentos em processo de aprendizagem. Ao reconhecer que a discussão coletiva (EP_1) e a intervenção pontual com alguns alunos (EP_2) não bastam, Elon investe em ações que visam garantir essa consolidação.

Considerando o conjunto das aulas A_{0a} e A_{0b} , sob o ponto de vista dos conhecimentos em jogo, há aspectos relevantes a destacar. Na aula A_{0a} , o professor introduz o estudo da PA a partir de sua definição e do léxico associado (como razão e termo geral), reativando conhecimentos prévios relacionados ao estudo de sequências em geral. Esses conhecimentos são parcialmente requeridos para que o professor possa instalar o problema da construção da ferrovia na aula A_{0b} .

A intenção de Elon foi propor uma situação cuja resolução do problema passasse pela formulação de uma expressão geral da PA, introduzindo, assim, um novo conhecimento no estudo da PA para os alunos. Essa proposta está alinhada à sequência de conteúdos do 1º ano do Ensino Médio, que tem forte ênfase no estudo de funções, permitindo explorar a PA como um caso particular da função afim (Brasil, 2006b). Trata-se de confrontar os alunos com sistemas discretos, nos quais as sequências numéricas aparecem como uma modelização adaptada.

O conhecimento novo trabalhado na aula A_{0b} retoma o modo de representação de uma sequência por listagem dos primeiros termos, com base na definição por recorrência. Nesse contexto, os alunos reencontram diferentes modos de geração de sequências, sendo a fórmula do termo geral uma potente abertura para tratar a PA como caso particular da função afim, dada

a relação entre a equação do termo geral e a equação da reta, e para explorar o contraste entre o sistema contínuo trabalhado anteriormente (função afim de uma variável real) e o sistema discreto (PA). Esse contraste é particularmente relevante para os alunos que já haviam naturalizado conhecimentos sobre a articulação entre a representação algébrica e a representação gráfica da função afim.

No entanto, o que nos surpreende é que essa abertura não se concretiza, nem mesmo no plano declarativo do projeto didático global construído por Elon. Embora ele tenha realocado o estudo da PA para depois das funções afim e quadrática, o que poderia indicar uma intenção de explorar essa articulação, essa conexão não se efetiva nas aulas.

A análise do conjunto de aulas dedicadas à PA confirma essa ausência, evidenciada por triangulação de dados em momentos da aula A_{0b} , na entrevista anterior (E_0) e na autoconfrontação (EAC). Como mostram trechos da entrevista E_0 , Elon não reconhece nem mobiliza a problemática da PA como caso particular da função afim, tal como proposto nos documentos oficiais.

Esse alinhamento epistemológico e didático, que constitui a problemática dominante da PA nos documentos curriculares, está ausente tanto no discurso do professor quanto na organização efetiva da sequência de aulas observadas.

Quando solicitado a explicar sua estrutura de ensino da PA, Elon refere-se exclusivamente ao livro didático como base de sua programação. Afirma seguir a ordem apresentada no livro, iniciando pela noção intuitiva de sequência, passando para a PA como regularidade numérica, e encerrando com a fórmula da soma dos termos.

Embora reconheça a importância de introduzir o termo geral e a soma de forma “prática e eficiente”, não há qualquer menção à vinculação da PA com a função afim, tampouco à ideia de modelagem funcional de quadros discretos, representações presentes nos documentos que orientam o currículo de Matemática no Ensino Médio.

Essa ausência de problematização epistemológica se confirma na autoconfrontação, quando Elon é instado a comentar a intervenção de Danilo (EAC , 300-307), aluno que, ao folhear o material, sugere que fossem resolvidas questões com representações gráficas (A_{0b} , 527-531). O professor descarta a sugestão dizendo que “é fácil demais”, associando a representação gráfica da PA a um conhecimento já adquirido anteriormente, devido ao trabalho com funções afins e quadráticas.

Com isso, esvazia-se a potencialidade epistemológica da representação gráfica, que é reduzida a um simples exercício de localização de pontos. Elon não reconhece seu valor heurístico para estabelecer a PA como um caso particular da função afim, o que revela uma

fragilidade em sua apropriação da problemática didática do tema, portanto, da situação S+2, fenômeno recorrente identificado por Margolinas (2004b) e Coulange (2012).

Essa desconexão se acentua ainda mais se considerarmos que o manual do professor, associado ao livro adotado, sugere explicitamente o uso de contextos práticos para motivar o estudo da PA e enfatiza que a sequência deve ser apresentada como função. Embora Elon utilize o contexto da construção da ferrovia como ponto de partida, não desenvolve com os alunos o aspecto funcional do problema, tampouco conduz o trabalho para a generalização algébrica mediada pela linguagem de funções.

A atividade se concentra na identificação iterativa de termos e no uso instrumental da fórmula do termo geral, sem estabelecer uma ponte epistemológica entre sequência e função. A conclusão dessa análise é que a PA, como caso particular da função afim, não foi objeto de ensino.

Ao acompanhar as aulas do professor desde o estudo das funções afim e quadrática, passando pela PA (que é o foco de nossa investigação) e chegando às funções modular, exponencial, logarítmica e, por fim, à progressão geométrica (PG), observa-se que o estudo da PA, embora mais longo do que o esperado, se apresenta como um parêntese entre dois blocos temáticos, apesar do estudo da PA ser considerado um assunto bem muito menos volumoso (Boschet, 1983).

No livro adotado, a PA aparece como uma subseção de capítulo e mesmo nas orientações dos documentos oficiais ela tem pouca densidade no currículo do Ensino Médio. No entanto, Elon dedica cerca de um mês à unidade, encontrando dificuldades para concluí-la.

Como o calendário escolar do IFPB foi encurtado devido a uma reestruturação pós-greve, ele precisou acelerar o trabalho com os demais conteúdos que vieram depois do estudo da PA. Ter trabalhado anteriormente com a representação gráfica da função afim pareceu, para Elon, suficiente para que os alunos compreendessem intuitivamente que os pontos de uma PA se organizam sobre uma reta, mesmo sem um tratamento específico para isso.

A observação de quase metade do ano letivo que fizemos sugere que o trabalho com a PA se configurou apenas como uma atividade profissional, um conteúdo “tocado” na lista dos saberes a serem trabalhados, sem a integração epistemológica exigida para a construção de temas matemáticos (Margolinas; Rivière, 2005).

Reconhecemos, evidentemente, alguns elementos dos documentos oficiais e do livro adotado, como a identificação de padrões e regularidades em sequências, incluindo a dedução da fórmula do termo geral. Contudo, Elon, por exemplo, não desenvolve um trabalho que permita os alunos enfrentarem um problema de dedução, mas apenas de aplicação, justamente

o que é desaconselhado pelas OCEM (Brasil, 2006b). O trabalho com o problema da ferrovia não tratou da dedução, e a organização dos exercícios tampouco caminhava nessa direção.

A apresentação da fórmula do termo geral, valorizada por sua “eficiência” na resolução de exercícios, parece ser suficiente, para Elon, como fundamento de seu projeto de ensino. A memorização da fórmula torna-se critério de sucesso na resolução de problemas, mas o significado mais amplo da PA, enquanto conteúdo inserido no estudo das funções, não é valorizado, nem nas atividades coletivas (como no EP_1), nem nas intervenções individuais (como no EP_2).

Escolhemos essa aula para análise porque, à luz da literatura especializada sobre fenômenos recorrentes estudados a partir da estruturação do meio, conforme desenvolvida por Margolinas (2004b), identificamos múltiplas aproximações com resultados que discutem a situação do professor frente à situação do aluno. Do ponto de vista didático, isso nos interessou especialmente, pois aguçou nosso olhar para as expectativas inclusivas que se colocam à situação de um professor em uma classe comum.

Procuramos mostrar, ao longo das análises, que as expectativas inclusivas, embora presentes no discurso institucional e potencialmente partilhadas por professores, tendem, de forma geral, a se localizar no nível +3 da atividade do professor, isto é, no plano das concepções gerais sobre o ensino e da adesão ideológica (não no sentido negativo) a valores educacionais amplos. A inclusão escolar parece se construir como um discurso aceitável (Rodrigues, 2006) e, justamente por isso, pouco debatida em seus efeitos didáticos.

Quando se trata da posição do estudante público-alvo da Educação Especial, a dimensão da aprendizagem de um saber escolar não pode ser secundarizada. Ela é constitutiva da própria noção de inclusão, se assumirmos que a atividade de ensinar se organiza precisamente em torno das condições que possibilitam que um sujeito possa se apropriar de um saber por meio da ação de uma instituição “ensinante”.

Brousseau (1998) nos adverte que ensinar, portanto, implica criar condições específicas para a difusão de conhecimentos matemáticos necessários às práticas humanas, tendo como foco sujeitos que não os acessariam de forma espontânea. Trata-se, nesse quadro, de um projeto social intencional, que institui como objetivo a apropriação de saberes.

Ora, se assumimos essa definição, então falar de inclusão apenas em termos de acesso físico à escola ou de valores gerais de aceitação da diferença, como frequentemente ocorre quando a inclusão permanece no nível +3, é absolutamente insuficiente. A inclusão, para ter sentido no interior do projeto didático, deve ser pensada como condição efetiva para que um

sujeito, neste caso, um aluno com deficiência, possa se apropriar de um saber específico, num dado momento da trajetória escolar.

Com base nessa compreensão, afirmar que a inclusão está assegurada apenas porque o professor a valoriza no plano dos princípios equivale a deslocar a questão para fora do campo didático. Se a inclusão não incide sobre as decisões relativas ao saber a ensinar, à construção do tema (nível +2), ao projeto de aula (nível +1) e às condições efetivas de realização da situação didática (nível 0), ela permanece como um enunciado amplo que não responde às exigências próprias do ensino.

O risco, nesse caso, é que a presença de um aluno com deficiência seja reconhecida institucionalmente, mas que sua trajetória de aprendizagem não se torne, de fato, objeto de problematização no interior do projeto didático.

É por isso que, no quadro teórico que adotamos, o nível +3 não pode ser interpretado como esfera conclusiva (Margolinas, 2004b). Ele deve ser interrogado a partir das tensões que emergem dos níveis inferiores da atividade, em particular quando as situações revelam a ausência de condições de acesso ao saber.

Retomando a aula observada, inserida em uma sequência mais ampla, evidenciamos uma dissonância entre as expectativas curriculares relativas ao estudo da PA e o modo como essas expectativas se concretizam (ou não) no nível 0 da atividade do professor. Essa dissonância impacta diretamente as escolhas didáticas de Elon.

Ao revisitarmos as orientações curriculares para o Ensino Fundamental (BNCC, PCN) constatamos que já se propõe, desde os anos finais, o trabalho com sequências organizadas a partir de padrões e regularidades, com o objetivo de introduzir noções iniciais de raciocínio algébrico. No entanto, esses documentos não formalizam o estudo da progressão aritmética como objeto matemático específico, nem utilizam o léxico característico da PA, como “razão”, “termo geral” ou “soma dos termos”. Tais elementos passam a integrar formalmente o currículo apenas no Ensino Médio, frequentemente em articulação com o estudo das funções afins.

Diante da sequência construída por Elon, constatamos que as únicas diferenças efetivamente introduzidas em relação às expectativas curriculares do ciclo anterior dizem respeito à nomeação precisa de certos elementos, como o termo geral e a soma dos termos, e à adoção explícita do léxico próprio da PA.

Não há, entretanto, ampliação significativa do tratamento conceitual do tema, nem uma problematização que situe a PA em relação ao campo funcional, conforme previsto nos documentos curriculares do Ensino Médio. Essa constatação reforça a ideia de que a transição

entre os ciclos escolares, no que se refere ao ensino das sequências, ocorre mais por reformulação terminológica do que por reorganização epistemológica do saber.

Em termos mais amplos, o professor revela qualidades didáticas legítimas: organiza suas aulas com momentos coletivos e individuais, garante tempo para resolução de problemas e exercícios, conclui as atividades com fases de síntese. Elon demonstra preocupação com a aprendizagem dos alunos e com a produção de respostas como forma de envolvimento. No entanto, seu projeto didático, seja no sentido global (+2) ou local (+1), apresenta fragilidades importantes.

Do ponto de vista de um aluno que acompanha o desenvolvimento das aulas, ele pode se perguntar “Qual é, afinal, o lugar da PA no Ensino Médio?”. Ao final da unidade (A_3), diante da instrução “Um colega da turma não pôde participar das aulas sobre progressão aritmética (PA). Sua tarefa é ajudá-lo a compreender o essencial desse conteúdo. Explique o que você considera mais importante sobre a PA, utilizando exemplos, esquemas ou explicações claras”, observamos que nenhum aluno mencionou qualquer articulação entre a PA e o estudo de funções.

Esse resultado, como previsível, confirma os efeitos da forma como Elon estruturou o tema. Mesmo qualitativamente, os dados mostram que os alunos se fixaram na definição por recorrência dos primeiros termos e, em alguns casos, mencionaram a fórmula do termo geral, mas apenas como um instrumento de aplicação.

O caso de Gael é exemplar: para ele, a PA se reduz a uma fórmula, e somente a isso. Considerando sua ausência em momentos importantes da sequência, é possível supor que, mesmo com a ajuda dos colegas, haveria poucas chances de modificação significativa em sua aprendizagem.

É evidente que as aulas observadas revelam, em muitos aspectos, um ar de êxito: há atividades propostas e concluídas, engajamento dos alunos, e um ambiente de trabalho favorável, características que pesam nas escolhas de Elon, especialmente em seu esforço de manter os alunos motivados (nível +3). No entanto, do ponto de vista do ensino da PA no 1º ano do Ensino Médio, o que efetivamente aprenderam os alunos além de reconhecer termos específicos de uma sequência e revisar procedimentos algébricos elementares, como substituir valores e resolver equações?

Com base no referencial teórico adotado, identificamos um forte investimento em situações nildidáticas, o que não é ilegítimo. Como aponta Margolinas (2004b), tais situações podem ter valor didático quando visam à reatualização de saberes ou quando o foco recai na

resposta em si, e não no processo de aprendizagem, permitindo certa autonomia ao aluno sem desestabilizar seus conhecimentos.

Contudo, resta a questão: se houve autonomia e engajamento, qual foi o impacto dos conhecimentos anteriores sobre os saberes futuros, em especial no estudo das funções? A sequência construída por Elon parece marcada por uma ausência de continuidade no tratamento das sequências numéricas dado às expectativas curriculares do Ensino Médio.

A discussão desenvolvida até aqui articula determinações e restrições que configuram a situação de um professor responsável pelo ensino da PA em uma turma do 1º ano do Ensino Médio. Trata-se de compreender como tais condições, potencialmente recorrentes em outras instituições e contextos similares, moldam as possibilidades de ação didática tanto do professor quanto dos alunos.

No entanto, dado que esta pesquisa se debruça sobre um caso particular, reconhecemos que determinadas condições singulares incidem sobre a situação analisada, sobretudo pelo fato de o professor lecionar para uma turma que inclui um aluno com baixa visão. Essa é a particularidade da situação de Elon.

As decisões de Elon, ancoradas nos determinantes já discutidos, também configuram o modo como Gael pode ou não agir em situação. É precisamente essa articulação que nos interessa explorar: como as escolhas do professor, ainda que legítimas sob o ponto de vista da organização da aula, delimitam ou expandem as possibilidades de acesso ao saber para um aluno cuja presença demanda condições específicas?

As qualidades do trabalho docente que identificamos, como a preocupação com a participação dos alunos e o cuidado com o ritmo coletivo, não suspendem essa tensão. Pelo contrário, mostram que a aula analisada, em sua estrutura, pouco difere de outras com organização semelhante, mesmo naquelas em que a presença de alunos com necessidades específicas já foi institucionalmente reconhecida, mas cuja inclusão permanece circunscrita ao registro da convivência, e não da aprendizagem.

Nosso envolvimento com pesquisas que investigam esses espaços nos permite afirmar que encontramos, com frequência, aulas muito semelhantes, nas quais a participação do aluno com deficiência é tratada quase exclusivamente nos termos do acesso à escola, da disponibilidade de materiais adaptados e da necessidade de formação docente. Como se a inclusão fosse concebida em termos demasiadamente amplos, com pouca atenção à aprendizagem dos saberes em jogo, que permanecem, muitas vezes, imprecisos.

A situação de Elon é complexa em si, e torna-se ainda mais densa quando passam a operar sobre ela expectativas inclusivas provenientes de níveis intermediários e externos à sala

de aula como discorremos na parte I. Compreendemos essas expectativas como orientações e prescrições que, embora voltadas à inclusão do aluno, nem sempre se articulam diretamente com as condições didáticas nas quais o professor atua.

7.3.2 *A situação de Elon face às expectativas inclusivas com um aluno com baixa visão*

Nesta subseção, discutimos as condições mais marcantes observadas da atividade de Elon em situação com Gael. Nosso material de pesquisa confirma que Elon demonstra uma preocupação particular com o acompanhamento individual dos alunos, com o cuidado de ouvi-los e, nos termos dele, “senti-los” (E_0 , 7-17; 40-55; A_0 , 552).

Essa atenção se expressa, entre outros aspectos, em sua constante vigilância sobre o nível de engajamento da turma durante a aula. Em vários momentos da aula A_{0b} , por exemplo, sua fala é marcada por tentativas reiteradas de engajar a turma: “Vamos lá, gente! Vamos começar”, “Prestem atenção!”, “Deu para entender?”, “Quem não entendeu aqui?”, expressões que sugerem uma escuta ativa, ainda que generalizada. Ele mesmo define esse esforço como uma tentativa de “sentir os alunos”. A atenção de Gael em aula, em particular, é um aspecto que o professor coloca em evidência ao longo das entrevistas.

Em resposta à pergunta na entrevista E_0 sobre como ele tem pensado as medidas de acessibilidade para os alunos atendidos pela CLAI, Elon relata que tem buscado oferecer uma atenção diferenciada, priorizando o uso mais intensivo da escrita nas aulas. Seu esforço concentra-se em registrar com maior clareza os conteúdos no quadro, partindo do conhecimento de que esses alunos conseguem acompanhar melhor as explicações quando têm acesso visual à informação escrita (E_0 , 259-267).

Essa tentativa de tornar a aula mais acessível por meio da ampliação da escrita no quadro não parece produzir efeitos diretos sobre as dificuldades de atenção de Gael. O próprio aluno indica uma relação ambígua com a decisão do professor: embora reconheça a clareza das explicações, atribui sua dificuldade de acompanhamento à limitação de atenção, o que o leva a recorrer com mais frequência à ajuda dos colegas (EA_2 , 17-19).

Na entrevista de autoconfrontação, ao comentar sobre Gael, Elon reconhece que o aluno tende a se dispersar com frequência durante as aulas, desviando o olhar do quadro e interrompendo sua concentração. Embora relacione esse comportamento ao cansaço ou à sobrecarga típica do contexto institucional do IFPB, aspecto que, segundo ele, afeta outros estudantes, Elon observa que, no caso de Gael, essa oscilação de atenção se manifesta de forma

recorrente e impacta sua participação, tanto no acompanhamento da explicação quanto na produção de registros no caderno (*EAC*, 136-141).

As entrevistas realizadas antes das aulas dedicam pouca atenção específica à situação de Gael. Quando ele é mencionado, a dificuldade evocada aparece sempre associada à sua condição visual, como se essa, por si só, instaurasse dificuldades à aprendizagem. Durante as aulas observadas, as interações entre Elon e Gael são pouco frequentes e, quando ocorrem, referem-se quase sempre a tentativas de chamar sua atenção para a tarefa proposta ou para verificar, de maneira superficial, as condições de acesso ao material utilizado.

As iniciativas de interação que partem de Gael também são bastante reduzidas e, na maioria das vezes, não chegam a ser perceptíveis pelo professor. A disposição das carteiras, com Gael posicionado ao lado de Sophia, parece reforçar essa dinâmica: Gael tende a se dirigir prioritariamente à colega, e não ao professor.

Na entrevista de autoconfrontação, Elon desloca o foco de suas observações sobre Gael, passando a enfatizar aspectos ligados às dificuldades de aprendizagem, para além da deficiência visual. Ele associa essas dificuldades a múltiplos fatores: possíveis bloqueios cognitivos, desinteresse pela disciplina, lacunas em conteúdos matemáticos elementares e, sobretudo, à recorrência de ausências justificadas por compromissos médicos, que acabam comprometendo sua continuidade no acompanhamento das aulas e o acesso às explicações centrais da sequência didática (*EAC*, 303–308).

A dimensão da aprendizagem evocada por Elon nessa entrevista é estruturada essencialmente em torno da classe como referência principal e não em torno das dificuldades e consequências da condição visual de Gael e sua relação com a aprendizagem. Isso significa que acessibilidade à aprendizagem de Gael não é objeto de antecipação por Elon. Esse aspecto é, de fato, confirmado quando consideramos a análise do desenvolvimento das aulas, ou de forma específica dos episódios analisados.

Com efeito, Elon considera que Gael pode realizar o trabalho de forma comparável à da turma quando algumas medidas de acessibilidade são instauradas. No episódio EP_1 , essa possibilidade se concretiza por se tratar de uma discussão coletiva, apoiada em registros escritos e gráficos ampliados no quadro, além de um enunciado oral que sustenta o acompanhamento da atividade. Já no episódio EP_2 , o professor reconhece que Gael depende do apoio da colega Sophia para conseguir se engajar na tarefa.

Nesse segundo caso, Gael apresenta grande dificuldade para investir na situação de referência (Brousseau, 1986; Margolinas, 2004b) sem o apoio direto de Sophia. Na entrevista de autoconfrontação, Elon observa que o aluno demonstra forte insegurança diante da tarefa e

tende a depender integralmente da colega para iniciar ou dar continuidade à resolução, mesmo quando dispõe da fórmula a ser aplicada.

Segundo o professor, essa dependência manifesta-se não apenas na solicitação constante de confirmações, mas também na incapacidade de agir autonomamente, revelando um bloqueio recorrente diante de procedimentos considerados básicos.

Elon destaca ainda a rapidez e precisão com que Sophia resolve as atividades, em contraste com a lentidão, hesitação e necessidade de verificação constante por parte de Gael. A ajuda oferecida por Sophia, embora frequente e bem-intencionada, nem sempre resulta em avanços significativos, dada a passividade com que Gael a recebe (*EAC*, 309-329).

Enquanto nas entrevistas anteriores às aulas Elon mencionava, sobretudo, as dificuldades potenciais de Gael no acesso visual ao material didático, na entrevista de autoconfrontação o foco recai sobre aspectos como a dispersão e a insegurança do aluno. No episódio *EP₁*, Gael parece não necessitar da ajuda de Sophia, já que, aos olhos do professor, o trabalho coletivo permitiria sua participação junto à classe.

No episódio *EP₂*, porém, a ajuda da colega torna-se necessária, não mais em razão de barreiras materiais de acesso ao conteúdo, mas devido à dificuldade de Gael em agir autonomamente: ele não inicia, não escreve, não se posiciona diante da tarefa.

Esse quadro é confirmado pela observação em sala, que mostra como as intervenções de Sophia, embora bem-intencionadas, muitas vezes impedem Gael de investir diretamente em sua própria aprendizagem. Elon parece contar com essa ajuda como uma estratégia para garantir a inclusão de Gael.

De fato, em muitas situações observadas, a figura de Sophia opera como instância intermediária entre Elon e Gael. A dinâmica inscrita é: Gael participa na medida em que está com Sophia. A relação entre ambos é tão consolidada durante a realização das tarefas que o próprio professor se mostra, em certa medida, resignado, sem se considerar capaz de interferir diretamente nesse arranjo.

Em muitos aspectos, Elon se mostra em dificuldade para encontrar um modo de trabalho que leve em conta as necessidades de Gael. Ainda que, sem dúvida, ele não ignore que o aluno precisa de ajuda, nossas observações, não apenas nas aulas de progressão aritmética, mostram que o professor acaba sendo levado pelo ritmo da aula e pelas constantes solicitações dos outros estudantes, especialmente de Luís. Isso reduz significativamente o tempo disponível para um acompanhamento mais próximo do trabalho de Gael, cuja atividade, em vários momentos, parece ser delegada supostamente à observação de Sophia.

Há de se considerar também que as orientações definidas pela CLAI aparecem de forma bastante difusa nas aulas observadas, sobretudo no que diz respeito ao uso do celular como recurso de apoio. Em nenhuma das aulas observadas sobre progressão aritmética Gael fez uso desse dispositivo, e o material impresso que lhe foi entregue reproduzia fielmente o tamanho da fonte do livro didático. O professor parece concentrar suas preocupações com a acessibilidade recomendada em nível intermediário apenas nos momentos de avaliação, quando amplia a fonte dos textos.

O que é pertinente notar é que algumas orientações da CLAI são mencionadas por Elon na entrevista anterior à aula, mas, no momento da aula, ele desenvolve ações que não derivam diretamente dessas recomendações. A decisão de “escrever mais e maior no quadro”, por exemplo, é apresentada por Elon como uma ação à condição visual de Gael, mas trata-se de uma iniciativa própria, não orientada pela CLAI.

Essa dissociação entre uma prescrição inclusiva e prática comum do professor não deve ser lida como resistência ou negligência, mas como expressão do que Grimaud e Saujat (2011) descrevem como um déficit de prescrição: o professor atua em um espaço de ambiguidade normativa, no qual as exigências da inclusão não são acompanhadas de diretrizes suficientemente claras e operacionais para ele.

Nessa condição, agir fora de algumas prescrições não significa deixar de ser inclusivo. Pelo contrário, os autores defendem que, nesses contextos, o professor mobiliza gestos do ofício para sustentar o funcionamento da aula e manter o aluno em cena, com os meios que julga possíveis e pertinentes. A ação de Elon, portanto, é situada na forma de investir na acessibilidade, conforme os recursos de que dispõe e o entendimento que constrói da situação.

Elon desconhece, no momento da pesquisa, as condições detalhadas que o próprio Plano de Ação da CLAI apresenta para Gael e para os outros alunos (EAC, 147-189). O que transparece, portanto, é que a relação do professor com a CLAI e, por extensão tomando nota da análise da primeira parte, entre o nível da classe e o nível intermediário, não ultrapassa um funcionamento de tipo administrativo, ainda que Elon não ignore as necessidades educacionais específicas de Gael.

O que se observa é que o professor mobiliza conhecimentos que julga úteis para lidar com a situação de Gael, ao mesmo tempo em que assegura a continuidade do funcionamento da classe. São ações que, embora justificadas como inclusivas para alunos com necessidades específicas, operam de forma indistinta, beneficiando todos os alunos sem gerar deslocamentos significativos na estrutura da aula. Além disso, essas medidas tomadas não contradizem diretamente a CLAI, mas tampouco instauram um campo de problematização em relação a ela.

Outro aspecto relevante é que Elon não compreende, de forma aprofundada, os impactos da condição visual de Gael sobre a tomada de notas durante a aula, e associa essa dificuldade a uma menor participação do aluno nas atividades. Isso se evidencia quando, ao ser questionado sobre a condição de Gael, ele afirma estar ciente de que o aluno tem baixa visão e considera que isso dificulta o acompanhamento do material, razão pela qual tenta escrever bastante no quadro.

Ainda assim, ao comentar sobre a atenção de Gael, Elon observa que o aluno frequentemente se mostra disperso, desvia o foco e não registra muito em seu caderno, o que, em sua avaliação, compromete a participação (EAC, 130–145). Para o professor, essa ausência de registros é percebida de forma negativa, e ele expressa sentir falta dessa produção escrita, reforçando que considera a escrita em sala como um componente essencial do processo de aprendizagem.

A valorização da escrita como indicativo de atenção e aprendizagem, conforme colocada por Elon, se articula a uma concepção de ensino em que o aluno precisa “estar em ação” para aprender, ação entendida aqui como produção visível, especialmente por meio da resolução de exercícios no caderno.

Depreende-se, portanto, que, para Elon, Gael precisa manter-se ativo, produzindo registros, para poder entrar nas aprendizagens visadas. No entanto, quando examinamos a escrita de Gael ao longo das aulas, observamos uma produção bastante restrita e fragmentada.

As soluções dos exercícios, quando registradas, revelam pouca organização no espaço da folha, e os procedimentos aparecem pouco coordenados, dificultando a identificação de uma sequência clara de resolução. Tal constatação não apenas enfraquece o critério da escrita como sinal inequívoco de aprendizagem, mas também aponta para uma dissociação entre o engajamento visível e as dificuldades enfrentadas por Gael no processo de aprendizagem.

Ainda que se observe, no episódio *EP₂*, que Gael toma nota das explicações, esse registro só ocorre de maneira fragmentada. Enquanto os colegas de classe costumam anotar durante a própria fala do professor, esse acompanhamento síncrono parece inviável para Gael. Sua escrita começa apenas após Elon concluir a explicação, momento que frequentemente coincide com a transição para a realização das tarefas pelos demais alunos.

Além disso, como o professor apaga o quadro diversas vezes durante a exposição, Gael tem acesso apenas aos últimos trechos das explicações, o que compromete a completude de suas anotações. Assim, o que ele registra é condicionado não apenas por sua atenção ou disponibilidade, mas por limitações efetivas na forma como o conteúdo é exposto e organizado no tempo didático da aula.

Observamos que o ensino de progressão aritmética é proposto por Elon de forma comum a todos os alunos, e é apenas nas interações individuais que ele introduz nuances no acompanhamento. Trata-se aqui de uma questão didática relevante, pois o professor admite um tratamento diferenciado com os alunos com base nos níveis em que os situa.

P: Mas havia alguns mais envolvidos do que outros?

Elon: Com certeza.

P: Como assim?

Elon: Por exemplo, Pedro, que se senta ao lado. Ele quase não participa, mas percebo que é um dos que mais entende, pela expressão facial e pela postura. Alguns ficam mais relaxados, enquanto outros se mantêm atentos ao quadro. Sempre tem essa variação.

P: Então, existem alunos atentos, outros atentos, mas com dúvidas, alguns que fazem perguntas e outros que parecem não se engajar. Como você lida com essa diversidade?

Elon: Essa é uma pergunta muito boa e, ao mesmo tempo, difícil. Tento equilibrar as coisas, baseando-me na média da turma. Se percebo que a maioria está acompanhando, sigo adiante. Uso atividades para avaliar a compreensão e, se a maioria está indo bem, prossigo. Para quem não acompanha, às vezes proponho atividades em dupla, colocando quem está com mais dificuldade ao lado de alguém que possa ajudar. É um pouco de cada coisa.

P: E no caso de Gael, em qual desses grupos ele se encaixa?

Elon: Ele está sempre próximo de Sophia. Ela o acompanha, entende rapidamente e, às vezes, antecipa até o que vou explicar. Gael recorre a ela com frequência, o que demonstra uma certa dependência. Isso ocorre desde o início (Entrevista com Elon, EAC, 222-238).

Do ponto de vista de Elon, Gael encontra-se em um nível que exige a ajuda de um par. Sophia, por sua vez, ocupa esse lugar de apoio, uma vez que, aos olhos do professor, não compartilha das mesmas dificuldades e está em condições de orientar o colega. O que se observa, entretanto, é a produção de um tipo específico de diferenciação que, embora não intencional, acaba por configurar uma marginalização didática (Thomazet; Margolinas, 2004).

Esse tratamento de Elon da turma em níveis é determinante na situação que ele tem. Essa dimensão de diferenciação reaparece em outros momentos.

P: No caso da discussão entre Luís e Lúcia, foi porque para Luís o resultado foi 76 e para Lúcia, 77?

Elon: Isso, a diferença de um.

P: Para Luís, ficou um a menos, né?

Elon: Verdade.

P: A resposta pela forma que você fez no quadro deu 77. Era isso que você esperava? Você se recorda por que para Luís deu 76?

Elon: Sim. Teve até a questão levantada por Lúcia. Ela comentou que a forma como Luís fez era o que faltava. Para Lúcia, isso aconteceu porque, quando começaram os trabalhos, havia a diferença do mês inicial. Luís desconsiderou esse primeiro mês e já partiu direto para o seguinte.

P: Mas, olhando para aquilo que você propôs, esse primeiro mês representaria o que exatamente?

Elon: Seria o a_1 .

P: E, no caso, a forma como Luís resolveu desconsiderou o a_1 ?

Elon: Sim, ele fez de forma bem manual.

P: Mas, nesse caso, ele não desconsiderou propriamente o a_1 , mas sim a posição, certo?

Elon: Exatamente, a posição do primeiro termo.

P: Essa resposta dele não poderia ser um ponto de partida para gerar uma discussão em torno da fórmula?

Elon: Sim.

P: Você acha que era viável conduzir essa discussão naquele momento?

Elon: Se estivéssemos apenas nós três conversando, sim. Como havia muita gente envolvida e talvez muitos não entendessem, preferi não complicar (Entrevista com Elon, EAC, 94–117).

Outro exemplo dessa dimensão é o que o professor explica sobre o caso da resolução de Lúcia:

P: Ok, vamos recapitular. Ela disse: "Se já temos 12, só precisamos trabalhar nos..."
Elon: 38.

P: Exatamente. Para ela, a questão deixou de ser sobre 50 e passou a ser sobre 38. E como ela resolveu? Considerando que o crescimento é regular e quer se saber o número de meses, ela dividiu por 0,5 e encontrou 76. Em nenhum momento ela se baseia diretamente na fórmula, nem usa a ideia de somar a razão a cada mês. Mas essa abordagem não revela exatamente o que se faz ao substituir os valores na fórmula e realizar as operações?

Elon: Ah, é sim!

P: Ela subtraiu 50 menos 12, correspondendo a $a_{50} - a_1$, e depois dividiu o resultado por 0,5, procedimento semelhante ao da fórmula. A única diferença é que, na fórmula, aparece " $n - 1$ ". O resultado encontrado por ela e por Luís foi o mesmo: 76. Você acha que isso poderia ter sido explorado em sala?

Elon: É, realmente. Eu não tinha percebido que Lúcia tinha feito dessa forma.

P: Isso não sugere algo? As respostas dos alunos poderiam ter sido aproveitadas?

Elon: Com certeza! Mas, talvez, se eu tivesse dado mais ênfase à discussão deles, muita gente não teria participado ou sequer se esforçado para participar. O objetivo era não restringir a conversa a um trio.

P: Você acredita que isso individualizaria a discussão naquele momento?

Elon: Sim, porque todo mundo já estava focado, querendo entender e usar a fórmula. É assim que penso. Agora, se fosse em outro contexto, nós dois conversando, tomando um café no corredor, aí sim, essa discussão faria mais sentido (Entrevista com Elon, EAC, 267-287).

A marginalização didática que recai sobre Gael e outros alunos, portanto, não decorre de uma exclusão intencional por parte do professor, mas da forma como a diferenciação é gerida na prática. Ao lidar com a diversidade dos alunos, em termos dos conhecimentos distintos em jogo, por meio de estratégias localizadas, como a colocação de alunos com dificuldades ao lado de pares mais avançados, Elon opta por uma forma de regulação interpessoal que busca manter a aula funcionando.

Essa decisão que a tomamos como didática, ainda que justificada pela intenção de não fragmentar o coletivo, acaba por configurar uma marginalização didática: um fenômeno em que determinados alunos, embora presentes e participativos em alguma medida, investem (ou não) situações que se distanciam do projeto didático do professor, sem que suas produções sejam reconhecidas como pertinentes ou integradas ao percurso coletivo de aprendizagem.

As respostas de Luís e Lúcia, por exemplo, poderiam ter sido exploradas como oportunidades didáticas, mas foram deixadas à margem do trabalho formal da aula para preservar o ritmo da turma. Do mesmo modo, Gael, mesmo acompanhado por Sophia, permanece dependente e à parte das discussões em torno do saber durante as aulas.

O binômio Sophia-Gael funciona como um dispositivo de regulação didática que, embora eficiente do ponto de vista do andamento da aula, coloca em interrogação a efetiva construção de conhecimento por parte de Gael. Pergunta-se, nesse caso, sob o ponto de vista didático, e não moral, se Sophia estaria de fato ajudando ou impedindo Gael de se constituir como sujeito epistêmico da atividade (Brousseau, 1998).

O discurso sustentado por Elon ao final da entrevista de autoconfrontação indica uma mudança sutil em seus conhecimentos sobre a ajuda prestada por Sophia a Gael. Ainda que ele reforce a ideia de que a colega desempenha um papel de suporte positivo, surgem, nas entrelinhas de sua fala, indícios de que ele começa a reconhecer os limites dessa forma de apoio.

Alguns aspectos se destacam. Primeiramente, a forte dependência de Gael, que apenas executa as tarefas quando orientado por Sophia e, mesmo assim, com dificuldades em compreender ou finalizar o que lhe é proposto. Em seguida, um efeito colateral relevante: como Sophia também é aluna, sua ajuda chega com atraso em relação ao tempo didático da aula, o que compromete a finalização das tarefas por Gael. Além disso, Elon reconhece que, mesmo guiado, o aluno permanece inseguro e sem domínio das operações.

Essa modificação de conhecimento revela que o professor não está mais plenamente convencido da eficácia da ajuda de Sophia como solução para as dificuldades enfrentadas por Gael. Essas dificuldades se mostram múltiplas: envolvem dependência, ritmo diferenciado e, sobretudo, um funcionamento que não se resolve no simples binômio ajuda-oferta, mas exige outra forma de regulação didática, ainda não elaborada por Elon no momento da pesquisa.

O trabalho proposto a Gael é comparável ao proposto à turma. De fato, Elon apresenta uma proposta comum e se vale do acompanhamento individual como forma de canalizar os alunos para as aprendizagens previstas. No entanto, o acompanhamento oferecido a Gael parece ter por objetivo mais manter sua atenção do que favorecer sua autonomia.

As evidências sugerem uma estabilidade na prática de Elon, em que sua atenção às condições de Gael se limita ao plano material, frequentemente intermediada por Sophia, sem gerar deslocamentos significativos em sua organização didática.

É justamente nesse ponto que se revelam os limites dos conhecimentos mobilizados por Elon. Trabalhar com Gael, para ele, não pode se configurar muito distante do que já considera

para seus alunos em geral: apresentar problemas que motivem, que não venham “carregados de signos matemáticos”, e que se assemelhem a exercícios já explorados.

Esses conhecimentos circunscrevem Gael à situação da classe, no sentido coletivo, e fazem com que ele seja co-situado no grupo, ou seja, inserido no projeto de ensino sem distinções estruturais. A experiência profissional de Elon lhe permite gerir a turma com certa economia de esforços, lidando de forma pontual com os alunos que ele situa em níveis distintos.

Essa estabilidade, ou mesmo imobilismo, diante da situação de Gael, está ancorada em uma lógica de trocas verbais e medidas de acessibilidade pontuais, não em um planejamento diferenciado. Isso não significa ausência de atenção por parte de Elon, mas revela uma forma de gestão baseada na completude do trabalho docente no cotidiano. Incluir Gael, para Elon, é propor um trabalho comum, no qual os suportes serão oferecidos individualmente ou por meio da ajuda de terceiros.

Podemos identificar diversas tensões na situação que Elon tem. Reteremos aqui, dessa situação, uma parte: os dois níveis mais altos, o +3 e o +2, que nos parecem fundamentais para compreender as escolhas feitas pelo professor no nível +1, e sobretudo suas interações com os alunos em sala de aula. É nesses dois níveis que nos detemos, procurando entender como a situação de Elon depende, em grande parte, de restrições, determinações e escolhas que foram feitas por ele previamente.

Interessa-nos aqui destacar as restrições que pesam sobre a situação de Elon, sobretudo no nível S+3. As injunções atuais sobre a inclusão escolar, fortemente apoiadas por discursos legais e institucionais (Rodrigues, 2006), impõem ao professor a expectativa de modificar sua prática às diferenças dos alunos, sem comprometer a organização coletiva da aula.

Espera-se que o aluno com deficiência esteja presente, participe e “faça” a tarefa, ainda que com ajuda. Isso deixa transparecer que a participação e produção visível desses alunos valida a expectativa inclusiva. Essa lógica, que questiona as estruturas da escola comum, naturaliza a ideia de que a visibilidade da participação é o sinal de uma dinâmica inclusiva em funcionamento.

Esse conhecimento genérico, operante embora não tematizado, organiza escolhas recorrentes de Elon: a manutenção de tarefas idênticas para toda a turma, o uso da ajuda de Sophia como suporte, a ampliação pontual de elementos no quadro e o acompanhamento individual dos alunos.

Essa forma de conduzir a dinâmica inclusiva não resulta de uma escolha didática propriamente dita, mas decorre das limitações impostas pelas condições da escola comum, consubstanciadas pelos valores reconhecidos socialmente. Como observa Laparra e Margolinas

(2008), o ensino coletivo não se mantém por necessidade didática, mas porque o ideal de atenção individualizada a cada aluno é, na maioria das vezes, impossível de realizar. O contrato didático tende a se manter quando o aluno “faz” a tarefa, mesmo que não compreenda plenamente o que está fazendo, desde que manifeste algum sinal visível de participação.

No entanto, participar não se reduz a seguir uma instrução verbal ou escrita. A relação do aluno com o saber em jogo depende de múltiplos fatores, entre eles, a maneira como ele interpreta essas instruções e como compreende a forma como a situação é investida pelos colegas. Isso remete diretamente à dimensão coletiva da aprendizagem. No episódio *EP₁*, por exemplo, as formulações dos colegas constituíram parte do meio com o qual Gael interagiu, influenciando suas próprias respostas e significados do saber.

Considerando que Elon tende a limitar certas discussões com base no nível que atribui aos alunos, muitas produções ricas acabam sendo descartadas no desenvolvimento da aula, inclusive aquelas que poderiam favorecer a aprendizagem de Gael. É o caso das respostas de Luís e Lúcia, que só foram reconhecidas posteriormente, durante a entrevista de autoconfrontação, quando o professor foi questionado sobre as razões de não explorar os procedimentos propostos por eles.

Esses momentos revelam a possibilidade de engendrar uma interação com os níveis da atividade do professor e permitir que ele formule novos conhecimentos, como, potencialmente, os seguintes: “as estratégias de Lúcia e Luís poderiam ter sido retomadas como ponto de partida para discutir o problema” no nível 0; ou ainda, no nível +3: “as estratégias dos alunos podem ser mais coerentes e didaticamente potentes do que supus inicialmente, o que exigiria uma reconsideração do que reconheço como conhecimento a ser compartilhado na classe”.

Contudo, os recursos e restrições efetivamente disponíveis ao professor parecem pesar em suas escolhas, de modo que esses conhecimentos permanecem apenas no plano das possibilidades. Se tomarmos a perspectiva da análise descendente, é preciso identificar como os conhecimentos ideológicos (C+3) se especificam, no nível +2, como restrições operatórias sobre a organização do ensino de um saber. No caso de Elon, “a progressão aritmética é tratada como conteúdo comum, endereçado a todos os alunos do 1º ano, estruturado a partir das atividades propostas pelo livro didático adotado”.

O recurso efetivamente disponível para Elon é o livro didático de Paiva, adotado pela instituição. A análise do nosso corpus empírico permite constatar a fragilidade epistemológica do projeto global efetivamente desenvolvido ao longo da unidade: a progressão aritmética não é tematizada com os alunos como um caso particular da função.

Essa escolha do livro como suporte principal, sem tematização crítica das orientações curriculares, reforça o que Margolinas (2002) observa como uma prática comum entre professores: a ausência de investimento no nível +2, ou seja, na construção consciente de uma problemática epistemológica do saber a ser ensinado.

A confiança no material, somada à inexistência de um discurso explícito sobre os objetivos curriculares de longo prazo, acaba por limitar o projeto de ensino a uma sequência de atividades que não mobilizam plenamente as dimensões do saber matemático esperadas para esse nível de ensino. A leitura limitada do livro didático, tomado como substituto dos documentos oficiais de orientação curricular, gera uma especificação local no nível +2: “é possível ensinar PA a todos, desde que todos façam os mesmos exercícios, com apoio quando necessário”.

Contudo, essa especificação se mostra insuficiente quando observamos a trajetória de Gael em contato com a PA. Ao longo da sequência didática, Gael esteve ausente em aulas importantes que constituíram a efetivação da construção do tema por Elon (A_{0a} , A_1 e parte de A_2), em razão de consultas e atendimentos biopsicossociais vinculados ao serviço ofertado pela CLAI e COPAE.

As ausências intermitentes de Gael, por razões médicas, comprometeram sua presença em momentos-chave da construção do tema. Embora as causas dessas ausências não estejam diretamente ligadas à sua condição visual, é possível postulá-las, com base na literatura, como efeitos frequentemente associadas a essa condição, como dificuldades de integração social, sentimento de deslocamento entre pares e imprecisão identitária ligada à categoria de baixa visão (Ormelezi; Corsi; Gasparetto, 2007; Lewi-Dumont, 2015). Esses fatores, ainda que não explicitados por questões éticas, condicionam o acompanhamento regular de Gael nas atividades escolares, comprometendo sua inserção no tempo didático da turma.

Esse efeito cumulativo de desconexão revela, no plano didático, uma dissociação entre o projeto de ensino e a trajetória de Gael. Como observa Toullec-Théry (2015), a perda de sincronia entre aluno e classe implica riscos significativos: o aluno deixa de reconhecer os objetos de saber em jogo e torna-se responsável por reconstruir, sozinho, os encadeamentos que perdeu.

A ausência de dispositivos de reintegração no projeto de Elon expõe os limites de sua organização no nível +2: embora a proposta se pretenda comum e acessível, ela não garante continuidade nem significância para trajetórias descontínuas. A especificação local que sustenta a prática de Elon, ensinar PA com base no livro, propondo os mesmos exercícios para todos,

revela-se insuficiente para sustentar, ao mesmo tempo, a universalidade da proposta e a efetividade da aprendizagem em construção para alunos como Gael.

Por fim, achamos pertinente notar que ao final da entrevista de autoconfrontação, Elon aponta a falta de formação como o maior desafio para atender às necessidades de alunos como Gael.

O maior desafio, na minha visão, é a falta de preparação. A gente não tem uma formação específica para lidar com cada tipo de necessidade. Isso é complicado, porque cada aluno com deficiência é único. Não é algo genérico, é algo muito particular, muito específico. O difícil é justamente entender o que se passa com aquele aluno e ter condições de ajudá-lo de verdade, de superar as barreiras que ele enfrenta (Entrevista com Elon, *EAC*, 423-428).

Essa fala, recorrente entre professores, não deve ser desconsiderada, mas tampouco tomada como causa única das dificuldades. A partir da análise proposta por Grimaud e Saujat (2011), essa ideia pode ser compreendida como efeito de um déficit de orientação, e não apenas de um déficit de formação. Quando Elon afirma que não sabe exatamente o que fazer diante da situação de Gael, ele expressa um descompasso entre os valores gerais da inclusão escolar e as orientações que levem em conta os saberes em jogo sobre como agir em sala de aula.

De forma geral, os textos institucionais falam em “escola para todos”, mas oferecem poucos indicativos sobre como reorganizar, de fato, a situação didática considerando uma coesão de necessidades intrínsecas ao sujeito e necessidades epistemológicas do saber em jogo.

Pela fragilidade do projeto global de Elon, não observamos, por exemplo, o trabalho com representações gráficas da progressão aritmética, recurso que poderia ampliar a compreensão do tema, mas que também demandaria atenção específica à acessibilidade visual. Permanecemos, assim, sem saber como Gael enfrentaria esse tipo de representação, cuja leitura e produção exigem traços visualmente orientados, o que tornaria, por exemplo, ainda mais evidente a ausência de antecipações didáticas voltadas à sua situação.

Por isso, é difícil para o professor situar a inclusão de forma descendente: ela ocupa fortemente o ideário do nível +3, mas não se traduz claramente em decisões que reorganizem os níveis inferiores. Diante da dificuldade de articular necessidades específicas dos alunos com exigências epistemológicas do saber, a inclusão impõe ao professor uma responsabilidade complexa, marcada por um processo de aprendizagem em situação (Margolinas, 2002).

Como mostram Grimaud e Saujat (2011), os professores mobilizam os recursos que têm à disposição, mesmo quando estes não correspondem às prescrições formais. O trabalho se realiza apesar do déficit de prescrição, não por ignorância ou recusa, mas pela necessidade de manter a aula funcionando.

No caso de Elon, isso se traduz em co-situar Gael no seio do funcionamento da classe, delegando à ajuda interpessoal ou a ajustes materiais pontuais o papel de garantir a acessibilidade. Ainda que não ignore as necessidades de Gael, Elon atua dentro de um regime de coerência e estabilidade de práticas que limita sua margem de manobra didática.

Assim, mais do que atribuir exclusivamente à ausência de formação a dificuldade de lidar com a situação de Gael, é preciso interrogar o conjunto de orientações inclusivas que limita o trabalho do professor.

Os conhecimentos de Elon evidencia que a inclusão escolar não é apenas uma questão de boa vontade (Assude *et al.*, 2014) ou preparo individual (Booms, 2022), mas uma tarefa complexa que envolve práticas estáveis e exigências novas, que muitas vezes se apresentam de forma difusa ou contraditória. Reconhecer esse tensionamento é um passo necessário para compreender os limites e as potências do trabalho docente em contextos inclusivos.

8 CONCLUSÃO

Encerramos esta tese com uma conclusão estruturada em três partes. Inicialmente, apresentamos os principais resultados do trabalho. Em seguida, formulamos breves reflexões sobre as contribuições potenciais da pesquisa ao campo da Educação Matemática. Por fim, esboçamos algumas perspectivas de pesquisa que podem ser consideradas em continuidade a esta investigação.

Ao propor a análise dos dados em duas partes, buscamos favorecer uma entrada da Didática da Matemática no estudo de situações comuns atravessadas pelas exigências da inclusão de alunos com necessidades educacionais específicas. Nossa perspectiva parte do pressuposto de que a inclusão escolar não pode ser reduzida a uma questão institucional ou legislativa, mas envolve de forma determinante para o professor o ensino de saberes (Assude *et al.*, 2014). Seguindo Sarralié e Vergnaud (2006), entendemos que a consideração das necessidades educacionais específicas envolve, antes de tudo, uma dimensão didática.

Com base nos níveis de apoio à inclusão que formulamos a partir do estudo de Booms (2022), procuramos compreender, em termos didáticos, como diferentes sujeitos e instituições se envolvem na inclusão de um aluno com deficiência.

No núcleo desses níveis está a sala de aula, concebida como espaço privilegiado onde se articula, com maior intensidade, a responsabilidade pela aprendizagem desse aluno. Consideramos que o trabalho em prol (ou não) das expectativas inclusivas pode também funcionar como ocasião para a aprendizagem do professor, à medida que o envolve em um jogo de responsabilidades compartilhadas.

Nosso estudo tomou como ponto de partida o trabalho ordinário de um professor de Matemática em início de carreira, Elon, em uma turma do Ensino Médio técnico que inclui, entre outros, um aluno com baixa visão, Gael. Observamos as interações em sala de aula durante o ensino do termo geral de uma progressão aritmética, quando Gael, além das dificuldades inerentes à sua condição visual, também apresentou dificuldades de aprendizagem em Matemática. Tais dificuldades se entrelaçaram às tarefas propostas por Elon, tanto coletivas quanto individuais.

Escolhemos analisar duas situações em particular: uma que buscava explorar a regularidade de uma sequência, por meio de um problema contextualizado, como chave para a introdução da fórmula do termo geral; e outra cujo foco era consolidar conhecimentos algébricos e desenvolver automatismos por meio de exercícios.

Nossos resultados, portanto, dizem respeito a esses dois tipos de formas de estudo, recorrentes no cotidiano de Elon e, em certa medida, condicionadas por sua experiência com turmas que acolhem alunos com necessidades específicas. Complementar nossos resultados com um estudo mais aprofundado sobre a forma como a expectativa inclusiva dirigida a Gael se organiza, especialmente quando considerada na análise multinível, constitui uma perspectiva aberta por esta pesquisa.

Consideramos que a análise desenvolvida ao longo da tese, estruturada em duas partes interdependentes, oferece uma contribuição ao campo da Educação Matemática em contextos inclusivos. Apoiados no referencial da Didática da Matemática de influência francesa, buscamos evidenciar como a acessibilidade didática, isto é, a possibilidade de acesso ao saber em jogo, pode ser compreendida como dimensão constitutiva da inclusão (Assude *et al.*, 2014).

Na primeira parte da análise, identificamos uma organização sinótica de camadas de apoio à inclusão, que permite mapear tensões e coerências nas interações entre os diferentes sujeitos e instituições envolvidos em uma dinâmica inclusiva (Assude, 2019). Essa entrada multinível possibilita compreender como se estruturam, de forma imbricada, as condições de escolarização de um aluno com deficiência.

Na segunda parte, a partir dos métodos da TSD, evidenciamos como algumas das condições identificadas anteriormente se sobrepõem à situação que o professor tem (Margolinas, 2004a; Margolinas; Rivière, 2005), permitindo uma análise detalhada de sua atividade. Ao concentrar nosso foco nas condições específicas de Gael, delimitamos o campo empírico de análise, sem ignorar, no entanto, que o professor Elon se vê também afetado por outras condições relacionadas a diferentes alunos da turma.

8.1 Principais resultados desse estudo

Apresentamos, a seguir, os principais resultados do estudo, tendo em vista nossa pergunta de pesquisa: *O que a consideração das necessidades educacionais específicas de um aluno com baixa visão, em uma sala de aula comum, revela sobre a situação de um professor de Matemática?*

Com base nos níveis da atividade do professor (Margolinas, 2004b), desenvolvemos um estudo de caso exploratório e descritivo sobre as condições didáticas que engendram a escolarização de um aluno com baixa visão, a partir da análise do trabalho de um professor em uma turma comum.

8.1.1 As situações instaladas e seus efeitos sobre o ensino e a aprendizagem da PA

O problema da construção da linha férrea era novo para os alunos, mas também para o Elon. É importante considerar que não foi fácil para o professor instalar a situação em aula na qual esse problema é posto pela primeira vez. Os alunos já sabiam obter os primeiros termos de uma progressão aritmética, mas não necessariamente dispunham de conhecimentos para determinar um termo qualquer da sequência. A expressão do termo geral constitui, portanto, o meio adequado para resolver problemas desse tipo.

Do ponto de vista das bifurcações didáticas (Margolinas, 2004b, 2005a), podemos afirmar que, no momento da aula, os alunos não construíram os mesmos significados para os conhecimentos em situação sobre necessidade algébrica no estudo da PA. Gael pode até ter incorporado a estrutura da fórmula, mas a fragilidade dessa aprendizagem reflete escolhas feitas por Elon na preparação da aula. No entanto, não se pode ignorar que as condições da escolarização de Gael, sobretudo os efeitos de suas especificidades visuais, produzem uma fragmentação em seu processo de aprendizagem.

Essa aprendizagem pode ocorrer, mas tende a ser atravessada sob restrições temporais e a se manifestar de forma descontínua, conforme suas condições de engajamento. Se Gael pode ser considerado em sua diferença, o imperativo inclusivo de “avançar com todos” não se apresenta aqui como uma exigência epistemológica ou didática.

Trata-se, antes, de uma importação noosférica, o resultado de uma escolha ditada pelas realidades contemporâneas da sociedade, que, sob um ponto de vista realista, não pode oferecer um “tempo a mais” (ou eventualmente “a menos”) para acomodar ritmos diversos em relação às exigências curriculares, ancoradas em uma temporalidade fixada.

Esse tipo de idealismo tende a pressupor que o professor poderia escolher ser mais rápido ou mais lento no desenvolvimento das aulas, como se isso fosse uma variável inteiramente sob seu controle (Mercier, 1992). Evidentemente, nenhum professor consegue se conformar perfeitamente a essa prática ideal, mas tende a se orientar por ela, o que constitui uma exigência social significativa que implica em dimensões didáticas.

Alguns alunos podem ter aprendido a expressão do termo geral da PA, sobretudo no que diz respeito à sua utilidade: permitir a obtenção de qualquer termo da sequência sem necessidade de enumeração. No entanto, do ponto de vista da problematização da PA como caso particular da função afim, conforme previsto nos documentos oficiais de orientação curricular, essa aprendizagem não se concretizou.

A forma como Elon construiu o tema pode estar entre as causas dessa limitação. No caso de Gael, suas necessidades singulares de acompanhamento biopsicossocial intensificam essas causas, uma vez que ele não conseguiu acompanhar sequer a completude do projeto global de Elon. Suas respostas ao formulário aplicado na aula A_3 (Anexo B) evidenciam de forma consistente a fragilidade de seu aprendizado.

Uma limitação de nosso trabalho é não termos identificado uma relação forte entre as necessidades específicas de Gael, relacionadas à sua condição visual, e as expectativas vinculadas à natureza do saber em jogo. Em parte, isso se deve ao fato de que o saber trabalhado não possui, necessariamente, uma dimensão visuoespacial, como seria o caso, por exemplo, da geometria.

Postulamos que, se o professor tivesse instalado uma fase de ação envolvendo a listagem dos termos da PA no problema da construção da ferrovia, talvez essas dificuldades relacionadas à literacia matemática teriam surgido de modo mais visível.

Nesse caso, Gael poderia ter enfrentado dificuldades para completar a tarefa, o que tornaria epistemologicamente justificável a introdução de um modo algébrico de geração dos termos da PA, conhecimento em situação cuja emergência se apoiaria na necessidade de superar um procedimento iterativo tornado oneroso (Henry; Almouloud; Campos, 2006; Krysinska; Mercier; Schneider, 2009).

Essa justificativa, já válida em termos gerais, se torna ainda mais contundente no caso de Gael: suas condições visuais específicas não apenas dificultam o uso prolongado de um procedimento baseado em adição sucessiva, como também exigem a consideração de outros modos de organização do trabalho matemático, o que poderia levar à modificação de seus conhecimentos. Isso, talvez, poderia justificar a pertinência de se trabalhar com Gael em uma fase de formulação.

As consequências didáticas de uma organização assim seriam particularmente relevantes, pois o meio para a formulação, ao contrário do meio para a ação, exige a presença de interlocutores e uma construção coletiva de sentido, na qual os alunos são levados a transformar linguagem em saber matemático (Margolinas, 1993; Brousseau, 1999).

Nessas situações, a pertinência da formulação não decorre da eficácia da ação resultante, mas exige uma validação discursiva, ancorada na interação com interlocutores e nem sempre garantida pelas condições adidáticas da situação (Margolinas, 1993).

Se Gael fosse confrontado com a impossibilidade de completar a atividade no plano da ação, sua busca por uma expressão geral, com apoio de colegas ou do professor, poderia introduzir conhecimentos de formulação. Dadas suas dificuldades no registro escrito, ele

ocuparia a posição de quem comunica, enquanto o colega (ou o professor) assumiria a de receptor e registrador. Isso nos leva a questionar que fenômenos poderiam surgir em situações dessa natureza, sobretudo da responsabilidade do professor na fase de conclusão.

O que se evidencia, ao menos em nosso estudo, é que a condição de Gael poderia levar o professor a tomar decisões que articulassem uma problemática didática em torno da PA com a própria condição visual como particularidade do sujeito. A deficiência deixaria, assim, de ser um dado apenas clínico ou institucional, passando a constituir um elemento estruturante da situação didática instalada.

Sob essa mesma perspectiva, se o professor tivesse instalado situações de representação gráfica da PA como caso particular da função afim, as condições de Gael poderiam ter interagido com as expectativas docentes, provocando decisões *in situ*. Ainda que as decisões do professor fossem difíceis de prever na situação do projeto local, elas poderiam ter surgido no momento da aula, ou ao menos poderiam ter levado o professor a se interrogar sobre o que observar no trabalho de Gael, ou seja, quais conhecimentos de observação seriam mobilizados no nível -1 (Vignon, 2024).

Essas limitações da nossa pesquisa nos remetem a uma lacuna da pesquisa: os alunos com deficiência podem constituir um subsistema particular do sistema didático que, a depender das escolhas do professor, produz tensões específicas no trabalho comum nas aulas de Matemática (Nédélec-Trohel; Joffredo-Lebrun; Magnen, 2012; Santos, 2019; Booms, 2022).

Nosso contexto empírico serviu de base para problematizar, sobretudo, as tensões inscritas no *continuum* entre oralidade e literacia (Laparra; Margolinas, 2016). As ações de Elon em sala de aula eram majoritariamente pautadas por explicações orais simultâneas à escrita no quadro e por gestos dêiticos, práticas que, mesmo sem analisarmos profundamente suas consequências, remetem à presença marcante de dêiticos como complicadores ou facilitadores para alunos com baixa visão, como indica Lavarda e Bidarra (2007).

No entanto, a própria observação do comportamento de Gael nas aulas forneceu-nos evidências concretas de suas dificuldades: atenção frequentemente desviada para outros locais que não o quadro, o que lhe impossibilitava de acompanhar o suporte privilegiado da atividade do professor e sinais evidentes de desconforto visual e corporal, sobretudo quando a posição do seu corpo era resultante do ajustamento do manuseio do material impresso.

8.1.2 Os modos de acesso ao saber e suas complicações

O estudo confirma que alunos com baixa visão enfrentam dificuldades de acesso ao registro escrito e/ou a uma forte verbalização oral durante as aulas, conforme já apontado pela literatura especializada (Lorencini, 2019; Dias, 2023; Petitfour, 2023).

A partir da caracterização dos meios de acesso proposta por Castillan, Lemarié e Mojahid (2018), observamos que o modo de acesso direto e o de acesso via terceiros nem sempre se mostra funcional. O acesso adaptado, por meio de instrumentos de assistência, não foi mobilizado nas aulas observadas, razão pela qual não constituiu objeto de análise em nossa pesquisa.

De certa forma, podemos afirmar que os modos de acesso identificados se revelaram pertinentes em relação aos conhecimentos em situação que o professor possui. Em primeiro lugar, em termos de acesso direto, o professor parece considerar que a exposição oral acompanhada de escrita no quadro é suficiente para garantir o acesso de todos os alunos ao conteúdo.

O trabalho em pares é uma estratégia diante da dificuldade de gestão de alunos em níveis de aprendizagem diferentes, dessa forma, o caso da ajuda oferecida por Sophia, é percebida como funcional, o que revela a naturalização do acesso via terceiro.

Trata-se de conhecimentos já naturalizados por Elon, diante da dinâmica da classe que ele tem vivenciado ao longo de sua trajetória profissional. A dificuldade que se instaura diz respeito, sobretudo, à autonomia do aluno para acessar o conteúdo dos enunciados orais e escritos, bem como ao desenvolvimento de resoluções de exercícios que requerem, ao menos, uma organização escrita que convoca conhecimentos matemáticos e de outra natureza, como por exemplo, conhecimentos relacionados à literacia (Laparra e Margolinas, 2016).

Nosso estudo permite entrever a grande complexidade da relação do binômio Gael–Sophia, nos termos de Castillan, Lemarié e Mojahid (2018), como um meio de acesso via terceiro. O papel difuso dessa colaboração, que transita entre dar acesso às informações e oferecer apoio emocional, desloca-se para o campo didático e revelou-se determinante para compensar a dificuldade do professor em realizar um acompanhamento mais próximo do trabalho de Gael.

Essa dificuldade de Elon decorre não apenas das condições da dinâmica da turma durante as observações individuais do trabalho dos alunos, mas também de fatores profissionais, como o cumprimento de tarefas administrativas (por exemplo, o controle de

frequência). Nosso estudo confirma, entretanto, que a ajuda oferecida por Sophia pode impedir que Gael assuma uma posição de aluno-agente em determinadas situações (Booms, 2022).

No episódio EP_2 analisado, a ajuda de Sophia concentrou-se na reorganização verbal da fórmula do termo geral da PA e na condução das substituições correspondentes aos valores indicados ou implícitos no enunciado. Inicialmente, sua fala desenvolveu-se em ordem sequencial, compatível com a estrutura sintática da expressão algébrica, da esquerda para a direita, o que favoreceu uma apropriação inicial da tarefa por parte de Gael.

No entanto, ao iniciar a resolução propriamente dita, Sophia interrompeu essa linearidade representacional e passou a operar com base na hierarquia das operações, privilegiando o cálculo interno dos parênteses. Essa transição, da leitura sequencial para a organização baseada em prioridades operatórias, embora matematicamente legítima, representou um salto organizacional na escrita para Gael, que apresenta dificuldades recorrentes no alinhamento e no sequenciamento do registro escrito, em parte decorrentes de suas condições visuais.

A descontinuidade entre a ordem de apresentação e a ordem de resolução parece desestabilizar Gael, cuja hesitação na escrita provoca impaciência crescente em Sophia. Essa dificuldade aponta para um fenômeno mais amplo: o de que a verbalização de procedimentos de cálculo carrega frequentemente conhecimentos matemáticos implícitos, naturalizados por quem os possui (Laparra; Margolinas, 2016; Petitfour, 2023), e que não são necessariamente acessíveis ao interlocutor, mesmo que este compartilhe o mesmo nível escolar (Lorencini, 2019) e condições visuais semelhantes.

No caso de Sophia, possivelmente por se tratar de uma aluna, e não de uma professora, a ajuda que oferece ainda oscila entre tentativas de explicitação e pressuposições não verbalizadas, que não chegam a permitir que Gael aja por si. Esse tipo de descompasso entre linguagem oral e representação matemática no ensino para alunos com deficiência visual já foi descrito por Petitfour (2023) e Lorencini (2019), especialmente em contextos de estudo de gráficos. Nosso estudo, em sintonia com os delas, avança na direção de evidenciar a permanência do fenômeno em contextos de estudos algébricos e numéricos.

Cabe ressaltar, à luz desses achados, que o esclarecimento explícito de certas relações operatórias de cálculo, frequentemente tratadas como “evidentes” pode favorecer não apenas a acessibilidade didática de alunos como Gael, mas também uma maior consciência dos conhecimentos matemáticos envolvidos na resolução de equações por parte do conjunto da turma.

Acrescentamos, ainda, que restrições de tempo, como a dificuldade de Gael em acompanhar integralmente o projeto global de Elon, e restrições institucionais decorrentes da diferença entre o tempo de aula e o tempo dedicado ao acompanhamento biopsicossocial do aluno evidenciaram um forte impacto sobre o dispositivo de apoio à inclusão previsto para Gael.

Gael demonstra ser particularmente sensível à forma como Elon conduz a aula, privilegiando alunos com desempenho destacado, como Sophia, ou com comportamentos mais expansivos, como Luís. Por ser mais introspectivo nas aulas observadas, essa sensibilidade parece limitar sua interação direta com o professor.

Sophia, por sua vez, mostra compreender tanto o ponto de vista de Elon, no sentido de “o que é preciso fazer”, quanto as dificuldades de Gael, seja em função de suas condições visuais, seja em relação ao que ele efetivamente pode ou não fazer. Elon, no entanto, sugere que Gael poderia ser mais atencioso e se engajar mais na escrita durante as aulas, uma vez que algumas medidas de acessibilidade foram implementadas, seja por iniciativa pessoal, seja por orientações provenientes do nível intermediário, como a CLAI.

8.1.3 *Tensões nos níveis da atividade do professor e articulação institucional entre os níveis de apoio à inclusão*

Se o lugar da PA enquanto saber a ser ensinado no 1º ano do Ensino Médio como caso particular de função permaneceu pouco ou nada discutido e, conseqüentemente, não evidenciou tensões reais para Elon, as considerações ligadas às necessidades educacionais específicas e algumas de suas conseqüências foram caracterizadas ao longo das análises por tensões e mesmo coerências com os conhecimentos do professor.

Para Elon, as tensões e coerências aparecem essencialmente nos níveis 0 e -1, embora nossas análises também apontem para o nível +2, em termos de acompanhamento integral de Gael do trabalho sobre PA.

O nível 0 é majoritariamente articulado em termos das dificuldades de Gael em se manter atento, não disperso na completude cronológica da aula, das exposições orais, gestuais e registros escritos do professor. O nível -1, por sua vez, revela tensões entre um acompanhamento individual de Gael e a dinâmica da classe como um todo. De forma tal que isso se articula com as dificuldades de coordenação do trabalho do binômio Gael e Sophia.

Essas tensões e coerências também aparecem, embora nos recortes que trouxemos em menor grau, nas interações efetivas e potenciais entre o nível da sala de aula e o nível intermediário, sobretudo em relação à CLAI e à COPAE. Evidenciamos que essas últimas

instituições, embora saibam da proximidade entre Gael e Sophia, não são em si conscientes do impacto disso, em termos didáticos, no desenvolvimento das tarefas em sala de aula. A relação de Elon com esses setores institucionais transparece uma dimensão mais administrativa do que de colaboração na reflexão sobre a aprendizagem de Gael no sentido dos saberes disciplinares.

O próprio Elon só consegue evocar uma reflexão sobre o binômio nesse sentido durante a entrevista de autoconfrontação, quando se coloca em posição de observação a posteriori à lupa dos recortes feitos. A relação do nível da classe e do nível intermediário, no que concerne à família de Gael e aos outros professores que o acompanham, é marcada por poucos elementos que remetam a um trabalho colaborativo sobre a inclusão em geral (Thomazet; Mérini, 2014).

Nas entrevistas antes das aulas e mesmo nas observações em sala, Elon não rejeita algumas das necessidades específicas de Gael, ainda que suas preocupações estivessem aquém de uma dimensão de aprendizagem. Seu ponto de vista evolui sensivelmente na entrevista de autoconfrontação, na qual se torna mais crítico, passando a observar com mais atenção a atividade de Gael e Sophia.

No entanto, não chega a formular as causas das dificuldades nem os meios de enfrentá-las. Os resultados mostram que as questões inclusivas são tratadas, no caso de Elon, sobretudo no nível noosférico, sob a forma de uma injunção à atividade: o aluno precisa participar, realizar as tarefas como os demais, especialmente diante da implementação de algumas medidas de acessibilidade, sejam elas oriundas de instâncias externas, como a CLAI, sejam fruto das representações do próprio professor sobre o que pode ser feito *in situ*.

De forma geral, podemos afirmar que o conjunto de fatores ligados à aprendizagem de Gael, revelados principalmente na entrevista de autoconfrontação, constituiu uma oportunidade de aprendizagem para Elon, no sentido que atribuímos aqui de aprender em situação (Brousseau, 1998; Margolinas, 2002; Assude; Tambone, 2019).

Inicialmente, a dependência de Gael em relação a Sophia não parecia configurar um problema didático; Elon relatava esse apoio como funcional, e até desejável. No entanto, ao revisitar o episódio EP_2 , percebe que essa dependência é recorrente, Gael “só segue um passo quando ela confirma”, e reconhece que “isso não é totalmente saudável”.

Esse incômodo leva o professor a nomear algumas das condições que dificultam a autonomia de Gael: o tamanho reduzido da fonte dos materiais impressos, a ausência de interações diretas com ele, o ritmo diferenciado de resolução e a dificuldade em compreender a estrutura algébrica proposta. Esse movimento de análise o leva a constatar que sua prática não previa estratégias de reintegração didática para Gael, mesmo diante de ausências recorrentes e de sinais explícitos de não compreensão.

Esse fragmento da situação observada permite a Elon reconhecer, ainda que de forma parcial, os limites de sua interação com Gael. Fora das pressões imediatas da aula, ele passa a considerar as dificuldades particulares do aluno.

Trata-se de uma aprendizagem situada, possivelmente efêmera (Margolinas; Coulange; Bessot, 2005), dado que as condições de Gael não são necessariamente reproduzíveis em outros alunos. No entanto, ela constitui um deslocamento importante no olhar do professor sobre sua própria prática, condição necessária a transformações futuras. Nesse sentido, Elon parece se mover em direção a uma posição P+1 mais sensível às necessidades educacionais específicas.

Nosso estudo evidencia também que a situação do professor é, por sua própria natureza, atravessada por múltiplos determinantes (Margolinas, 2004b), mas que essa complexidade se acentua diante das injunções sociais e legais ligadas à inclusão.

Essas injunções podem reconfigurar a atividade docente, mas parece operar sob um plano de mudanças de atitudes e disponibilidade de recursos materiais e humanos, pouco problematizada em torno do ensino dos saberes. No caso de Elon, observamos que a inclusão é tratada, sobretudo, como um problema de participação e visibilidade dessa atitude do aluno, não como uma questão das condições didáticas em torno do acesso ao saber.

A análise realizada permite afirmar que a inclusão tende a ser compreendida fundamentalmente como possibilidade de participação do aluno ou como sua presença ativa no “fazer” (Laparra; Margolinas, 2008). O acesso ao saber, por sua vez, permanece em um plano secundário, como se os saberes escolares fossem, por definição, acessíveis a todos, bastando a boa vontade do professor (Assude *et al.*, 2014). Essa representação da inclusão escolar se ancora predominantemente no nível +3 da atividade docente, enquanto os níveis inferiores, permanecem deslocados ou desarticulados.

A consequência é uma forma de inclusão que associa o acesso à aprendizagem a uma participação visível, como se o cumprimento das tarefas indicadas pelo professor fosse, por si só, suficiente para garantir as aprendizagens visadas.

Essa redução é problemática do ponto de vista do professor, pois, ao ser investido da missão de incluir um aluno, pode se sentir ilegitimado para fazê-lo, tanto pelas condições concretas que pesam sobre sua profissão (Faria; Camargo, 2021; Mesquita; Sousa, 2023) quanto pela diluição do que constitui, de fato, o núcleo legítimo de seu ofício: ensinar saberes matemáticos reconhecidos socialmente.

Nessa condição, o professor tende a não se interrogar sobre o que significa tornar um saber acessível para um aluno com necessidades específicas, o que contribui para que a inclusão permaneça no plano das intenções gerais e não se traduza em decisões didáticas. Observar de

perto a atividade privada de planejamento de Elon permite reconhecer sua preocupação com a qualidade do ensino de Matemática. No entanto, ele encontra cada vez menos condições para exercer plenamente essa função, à medida que os espaços e tempos legítimos para pensar o saber a ensinar, fora da urgência da sala de aula, são progressivamente apagados.

A redução do trabalho docente à sua dimensão em sala de aula tem contribuído para o apagamento progressivo do que há de mais potente na atividade de ensinar: o trabalho de planejamento de situações. Esse trabalho, frequentemente solitário e pouco reconhecido, permanece desvalorizado, quando não considerado irrelevante.

A proliferação de materiais prontos, concebidos para aplicação indistinta, é uma expressão concreta dessa desvalorização. Essa lógica compromete a possibilidade de construir uma educação acessível para todos os alunos e se torna ainda mais incoerente quando se considera a presença, em sala de aula, de estudantes com necessidades tão profundas e diversas.

Nesse sentido, a tese que se sustenta a partir deste trabalho é que a presença de um aluno com baixa visão afeta profundamente a situação do professor de Matemática, não como um desvio pontual, mas como uma inflexão que torna visíveis os limites da organização didática tal como usualmente concebida para a classe dita comum.

A dinâmica inclusiva, compreendida como um processo de acesso ao saber, coloca o professor diante de decisões difíceis e nem sempre resolúveis, exigindo arbitramentos que não apenas mobilizam conhecimentos, mas que também se inscrevem nas condições objetivas e de outras ordens de seu trabalho.

Esse deslocamento do olhar, da inclusão como princípio social e legal para a inclusão como condição de acesso ao saber, constitui o principal aporte desta pesquisa ao campo da Educação Matemática.

Trata-se, portanto, de reconhecer que a dinâmica inclusiva não se constitui apenas pela presença do aluno, nem pelo esforço do professor em organizar situações que, evidentemente, não excluam ninguém por suas diferenças intrínsecas. Ela exige que a ação didática se desloque para as condições próprias do saber a ser ensinado, é isso que define o que pode ou não ser ajustado, e o que demanda uma reorganização mais profunda da atividade do professor.

Reconhecemos a densidade de uma tarefa como essa: ela exige condições institucionais e coletivas para que o saber tenha, de fato, seu lugar em uma escola que se pretenda para todos. A valorização profissional do professor reaparece, aqui, como um dos principais gargalos para que essas condições se concretizem.

O que está em jogo, portanto, não é apenas a participação de alunos com deficiência nas atividades escolares, mas o próprio trabalho docente enquanto prática de transmissão cultural

dos saberes. É nessa direção que este estudo propõe seguir: pensar a inclusão não apenas como um imperativo legal, mas como uma questão de acesso ao saber. Embora o presente estudo não tenha sido concebido para esgotar as múltiplas dimensões implicadas, ele permite delinear algumas perspectivas para investigações futuras.

8.2 Perspectivas didáticas sobre a inclusão

A partir do quadro teórico e do contexto empírico analisado nesta tese, abrem-se diferentes vias para aprofundar a compreensão da situação do professor diante da escolarização de alunos com necessidades educacionais específicas, especialmente, no que concerne alunos com deficiência visual.

A realização desta pesquisa em uma classe comum de um curso técnico integrado foi consequência de uma fase exploratória na delimitação do caso a ser estudado, que foi permeada por um conjunto de dificuldades que ultrapassam os limites metodológicos da observação em contexto escolar.

A princípio, enfrentamos dificuldade ao acesso institucional, com a recusa de participação por parte de algumas escolas e professores de Matemática ao serem convidados a integrar a pesquisa, justamente instituições que recebiam alunos com condições particulares que nos interessavam inicialmente, como a cegueira e a surdez.

A recusa de alguns professores em participar da pesquisa parece menos ligada a uma resistência pessoal e mais ao sentimento de exposição que surge quando o foco recai sobre o trabalho com alunos com necessidades específicas visíveis.

A presença de um pesquisador em sala, por si só, perturba o olhar e o fazer docente, ao deslocar a atenção para dimensões da atividade que geralmente permanecem implícitas. Essa perturbação se intensifica quando a pauta da inclusão é percebida como portadora de exigências naturalizadas, diante das quais muitos docentes se sentem desamparados ou temem ser julgados (Faria; Camargo, 2021; Mesquita; Sousa, 2023).

Esse quadro expõe um primeiro impasse ético e institucional: a dificuldade de desenvolver pesquisa em contextos de ensino inclusivo sem que ela seja confundida com mecanismos de avaliação, responsabilização ou fiscalização. Ao mesmo tempo, essa recusa reforça o sentimento de que os professores ainda se percebem desamparados frente às injunções da inclusão.

Nesses termos, a entrada em campo só foi possível graças a vínculos institucionais já estabelecidos pelo pesquisador, o que implicou, em parte, a decisão de realizar o estudo na cidade de origem e em uma instituição onde atua profissionalmente.

Além disso, o funcionamento específico do curso técnico integrado ao Ensino Médio do IFPB, com sua organização curricular, carga horária elevada e ênfase em uma instrumentalização dos saberes disciplinares (Hersant; Quiniou, 2017), impõe uma dinâmica de ensino em que os saberes matemáticos tendem a ser tratados em sua dimensão operacional, com pouca margem para situações abertas. As dificuldades encontradas no desenvolvimento desta pesquisa reforçam as limitações do nosso trabalho, mas algumas pistas, mesmo em condições tão difíceis, se apresentaram e podem ser investidas.

Este trabalho se inscreve na continuidade dos estudos que tomam a situação como unidade de análise (Brousseau, 1998; Margolinas, 2002). Nesse quadro, o sujeito não é o objeto de estudo, mas a situação, toma-se o sujeito como um recurso para o estudo (Rivière, 2017).

Dessa forma, as análises a priori desenvolvidas considera um sujeito genérico, o que não significa que a teoria das situações ignore os sujeitos particulares, mas sim que, por exigências teóricas, o estudo da situação antecede o estudo dos sujeitos em situação, o que fizemos na análise a posteriori.

Os fenômenos observados, ao colocar sob foco as condições específicas de escolarização de Gael, aluno com baixa visão, nos conduzem a uma valorização da atividade, do “fazer”, muitas vezes, sob a perspectiva do professor, entendido como “fazer como os outros”, e das atitudes, tanto dos alunos quanto do docente.

Esse movimento tende colocar em pano de fundo o saber matemático visado. No entanto, ao trazer à tona a situação do professor buscamos restituir a importância da análise do saber em jogo, especialmente no modo como o professor lida com as condições didáticas que é ofertada aos alunos, independente de suas particularidades.

No caso de Elon, as expectativas da inclusão configuram a situação que ele tem, especialmente no momento atual da perspectiva inclusiva da Educação Especial (Brasil, 2008, 2015). Logo, ele tende a se conformar a esse momento, o que constitui uma exigência social muito forte.

Como afirmam Sarralié e Vergnaud (2006), a resposta às necessidades educacionais específicas é de natureza didática. Do ponto de vista do modelo social fortemente adotado nas pesquisas sobre inclusão na Educação Matemática, a deficiência é definida como o produto do encontro entre um sujeito e um meio, é sobre esse meio que o professor pode agir. As decisões didáticas adquirem então um valor essencial de manutenção de uma dinâmica inclusiva.

Nossa pesquisa, ainda que dentro de suas limitações, evidencia que o conceito de situação se torna incontornável na medida em que a aprendizagem é concebida como adaptação a situações (Brousseau, 1998; Margolinas; Bessot, 2023), e porque os conhecimentos do aluno se modificam se a situação possibilitar, podemos afirmar que quanto maiores forem as restrições impostas pelas condições do aluno, mais decisivo se torna o trabalho do professor na escolha, adaptação e estruturação das situações (Sarralié; Vergnaud, 2006).

É nessa tensão entre saber, situação e sujeito que a didática revela sua importância como campo promissor na análise das condições de acesso ao saber em contextos inclusivos. É sob essa orientação que pretendemos seguir no delineamento de futuras investigações.

No caso da inclusão de alunos com deficiência, é fundamental que tal perspectiva seja compatível com uma transversalidade epistemológica e institucional, exigindo a articulação com um trabalho colaborativo entre professores, profissionais especializados e pesquisadores (Thomazet; Mérini, 2014).

8.3 Perspectivas para futuras pesquisas

Nosso objetivo, embora ambicioso, é não perder de vista a centralidade dos saberes e dos conhecimentos no estudo da interação entre professores e alunos com deficiência, tratando a inclusão como uma questão de acessibilidade didática (Assude *et al.*, 2014).

A escolha do quadro teórico dos níveis da estruturação da atividade do professor (Margolinas, 1995, 2004b), nesta tese, permitiu evidenciar como as exigências inclusivas se inscrevem de forma complexa (e, por vezes, diferencial) nos diversos níveis da atividade.

Enquanto a inclusão se configura como um valor social forte no nível noosférico (+3), as questões relativas ao saber tendem a ser obscurecidas nos níveis inferiores. Consideramos que as dificuldades enfrentadas pelo professor se tornam concretas especialmente nos níveis +1, 0 e -1. Em particular, o nível -1 revela-se uma entrada privilegiada para discussões altamente significativas.

Nesse sentido, e, em termos dos conhecimentos de observação (Vignon, 2024), constatamos que a observação do trabalho dos alunos constitui uma dimensão essencial da atividade do professor. No contexto da escolarização de alunos com deficiência, os resultados do estudo de Booms (2022) indicam que a atenção ao trabalho dos alunos em situação inclusiva opera como um vetor de sensibilização e transformação dos conhecimentos didáticos do professor, num processo atravessado por tensões e coerências.

A presente pesquisa confirma esse tipo de resultado, sobretudo quando Elon, colocado em posição de autoconfrontação, toma consciência das dificuldades enfrentadas por Gael, dificuldades que extrapolam a presença ou ausência de medidas de acessibilidade implementadas.

Por essa razão, sustentamos que estudos voltados à dimensão observacional do trabalho docente com alunos com deficiência podem ser altamente reveladores. Ao acompanhar atentamente como os alunos investem nas situações, suas ações, suas dificuldades, suas intenções formuladas e aquilo que ainda não conseguem expressar, o professor adquire elementos fundamentais para reorganizar as situações didáticas de forma mais sensível às necessidades dos alunos, não fugindo necessariamente da importância do saber em aprendizagem.

Elon afirma que poderia superar suas dificuldades com mais formação sobre inclusão. No entanto, acompanhamos Booms (2022) ao considerar que as formações atualmente propostas pouco impactam os conhecimentos didáticos do professor. Ainda que sensibilizem e ofereçam recursos importantes, não transformam, por si, práticas que são estáveis e coerentes com as condições realistas de trabalho. Isso ocorre porque a formação, tal como concebida institucionalmente, atua como uma forma de prescrição externa que pouco dialoga com os determinantes reais da atividade docente.

Como aponta o autor, o descompasso entre prática e prescrição não é um erro a corrigir, mas um efeito da tensão entre as exigências do trabalho e os limites do funcionamento da classe. Foi justamente na autoconfrontação que Elon se deu conta de algumas dificuldades enfrentadas por Gael. Essa tomada de consciência só se deu porque ele pode revisitar a situação à luz da própria atividade.

Por isso, consideramos que formações baseadas em autoscopia (Booms, 2022), ou seja, formações que se apoiam na análise pelo próprio professor de registros de sua prática, especialmente por meio da visualização de episódios filmados seguidos de autoconfrontação, são mais promissoras, pois permitem que o docente reflita sobre sua própria atividade, em suas condições concretas, e desenvolva conhecimentos a partir de situações efetivamente instaladas.

Uma proposição assim é um desafio e um projeto ambicioso que requer considerações éticas. Consideramos nesse caso, ampliar as condições para a implementação de projetos dessa natureza a partir de um observatório didático inclusivo para professores de Matemática, profissionais de instituições do nível intermediário e pesquisadores possam conceber e analisar situações preparadas para alunos com necessidades educacionais específicas.

Um dispositivo assim não apenas para o registro e análise longitudinal das práticas escolares em contextos de inclusão, mas também para a construção coletiva de conhecimento didático a partir da observação de episódios, envolvendo diversos atores dos níveis de apoio a inclusão parece ser importante.

A especificidade desse observatório seria sua inscrição na análise da situação, buscando compreender os determinantes da atividade docente, os efeitos das bifurcações didáticas e o investimento diferencial (ou não) de alunos com necessidades específicas. A observação não se limitaria à classe, mas integraria momentos de autoconfrontação, análise colaborativa e reconstrução de episódios, nos moldes dos dispositivos ergonomicamente inspirados (Clot, 2010).

Esse observatório poderia ser articulado a programas institucionais já existentes, como o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), promovendo uma formação situada e reflexiva, na qual a complexidade da inclusão fosse estudada como uma questão de acesso ao saber em situações.

Uma possibilidade instigante seria retomar situações clássicas desenvolvidas por Brousseau e colaboradores no COREM, confrontando a análise dessas situações com contextos que envolvam alunos cujas condições específicas demandem uma reorganização do meio material ou a introdução de suportes, sejam eles tecnológicos ou humanos. Tais investigações devem, portanto, manter uma atenção específica aos sistemas auxiliares de ajuda e às bifurcações observadas nas situações.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Eliane Aparecida Martins de. **Progressões aritméticas e geométricas: praxeologias em livros didáticos de matemática**. 2012. 129 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2012.
- ANJOS, Daiana Zanelato dos. **Da tinta ao Braille: estudo de diferenças semióticas e didáticas dessa transformação no âmbito do Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU e do livro didático em braille**. 2015. 161 p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.
- ARIZA, Carlos Arjona; MADORRÁN, Antonio González; CABRILLANA, Francisco Javier Romero. A leitura e a escrita no deficiente visual grave. In: MARTÍN, Margarita Borrás; BUENO, Susana Téllez. **Deficiência visual: aspectos psicoevolutivos e educativos**. São Paulo: Santos, 2003. p. 205–225.
- ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui ? **Les Dossiers des Sciences de l'Éducation**, Toulouse, v. 8, n. 1, p. 59–72, 2002. Disponível em: https://www.persee.fr/doc/dsedu_1296-2104_2002_num_8_1_1010. Acesso em: 29 abr. 2024.
- ASSUDE, Teresa; PEREZ, Jean-Michel; SUAÚ, Géraldine; TAMBONE, Jeannette; VÉRILLON, Aliette. Accessibilité didactique et dynamique topogénétique : une étude de cas. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**, Grenoble, v. 34, n. 1, p. 33–57, 2014. ISSN 0246–9367. Disponível em: <https://revue-rdm.com/2014/accessibilite-didactique-et/>. Acesso em: 29 abr. 2024.
- ASSUDE, Teresa. Dynamique inclusive, don et reconnaissance. **La nouvelle revue - Education et société inclusives**, Suresnes, v. 86, n. 2, p. 13–26, 8 nov. 2019. ISSN 2609-5211. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-education-et-societe-inclusives-2019-2-page-13.htm>. Acesso em: 18 mar. 2024.
- ASSUDE, Teresa; MARGOLINAS, Claire. Aperçut sur les rôles des manuels dans la recherche en didactique des mathématiques. In: BRUILLARD, E. **Manuels scolaires, regards croisés**. Basse-Normandie: Caen : CRDP, 2005. p. 231–241.
- ASSUDE, Teresa; PÉREZ, Jean-Michel; TAMBONE, Jeannette. Adaptation des gestes professionnels : questionnement à partir des mathématiques enseignées. **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 57, n. 1, p. 131–138, 2012. ISSN 1957-0341. DOI 10.3917/nras.057.0131. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2012-1-page-131.htm>. Acesso em: 21 mar. 2024.
- ASSUDE, Teresa; TAMBONE, Jeannette. Des situations inclusives en tant qu'opportunités de co-apprentissages pour les acteurs. **La nouvelle revue - Éducation et société inclusives**, Suresnes, v. 86, n. 2, p. 107–123, 2019. ISSN 2609-5211. DOI 10.3917/nresi.086.0107. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-education-et-societe-inclusives-2019-2-page-107.htm>. Acesso em: 21 mar. 2024.

ASSUDE, Teresa; TAMBONE, Jeannette; VÉRILLON, Aliette. Quels savoirs professionnels en mathématiques pour des enseignants de Clis ? **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 65, n. 1, p. 141–149, 2014. ISSN 1957-0341. DOI 10.3917/nras.065.0141. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2014-1-page-141.htm>. Acesso em: 21 mar. 2024.

BARALLOBRES, Gustavo. La validation intellectuelle dans l'enseignement introductif de l'algèbre - Revue RDM. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 38, n. 1, p. 1–15, 2004. Disponível em: <https://revue-rdm.com/2004/la-validation-intellectuelle-dans/>. Acesso em: 11 abr. 2025.

BASTOS, Marise Bartolozzi. Inclusão escolar e formação de professores: pela inclusão da noção de sujeito. In: XIV Colóquio LEPSI, 2021, São Paulo. **Anais do XIV Colóquio LEPSI**. São Paulo: Convibra, 2021. Disponível em: <https://convibra.org/congresso/lepsi/publicacao/>. Acesso em: 14 mar. 2025.

BESSOT, Annie. **Une introduction à la théorie des situations didactiques**. Grenoble: Laboratoire Leibniz-IMAG, 2004. (Cahiers du Laboratoire Leibniz, n. 91). Disponível em: <https://telearn.hal.science/hal-00078794>. Acesso em: 10 abr. 2024.

BESSOT, Annie; BITTAR, Marilena. Análise de decisões de professor. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 21, n. 5, 6 nov. 2019. ISSN 1983-3156. DOI 10.23925/1983-3156.2019v21i5p21-29. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/45650>. Acesso em: 12 mar. 2024.

BITTAR, Marilena. A teoria antropológica do didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetike**, Campinas, v. 25, n. 3, p. 364–387, 27 dez. 2017. ISSN 2176-1744. DOI 10.20396/zet.v25i3.8648640. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648640>. Acesso em: 28 abr. 2024.

BOCCHI, Pier Carlo. Spécificité de l'action didactique des enseignants de soutien et évolution des pratiques de différenciation. **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 66, n. 2, p. 171–190, 2014. ISSN 1957-0341. DOI 10.3917/nras.066.0171. Disponível em: <https://shs.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2014-2-page-171>. Acesso em: 6 mar. 2025.

BONI, Valdete; QUARESMA, Sílvia Jurema. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em ciências sociais. **Em Tese**, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 68–80, 1 jan. 2005. ISSN 1806-5023. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/emtese/article/view/18027>. Acesso em: 28 maio 2024.

BOOMS, Alexandre. **Les pratiques enseignantes auprès d'un élève présentant des troubles de l'acquisition des coordinations et équipé de matériel pédagogique adapté**. 2022. 487 p. Tese (Doutorado em Ciências da Educação) – Université de Reims Champagne-Ardenne, Reims, 9 nov. 2022. Disponível em: <https://theses.hal.science/tel-03887749>. Acesso em: 6 fev. 2024.

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**,

Grenoble, v. 19, n. 1, p. 77–124, 1999. ISSN 0246–9367. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1999/la-sensibilite-de-l-activite/>. Acesso em: 4 maio 2024.

BOSCHET, Françoise. Les suites numériques comme objet d'enseignement (premier cycle de l'enseignement supérieur français) - Revue RDM. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 38, n. 1, p. 1–15, 1983. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1983/les-suites-numeriques-comme-obiet/>. Acesso em: 2 maio 2025.

BRASIL. **Declaração Mundial sobre Educação para Todos**: plano de ação para satisfazer as necessidades básicas de aprendizagem. Jomtien/Tailândia: UNESCO, 1990. Disponível em: <https://www.unicef.org/brazil/declaracao-mundial-sobre-educacao-para-todos-conferencia-de-jomtien-1990>. Acesso em: 15 maio 2024.

BRASIL. **Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais**. Brasília: UNESCO, 1994. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2025.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Diário Oficial da União: seção 1, 20 dez. 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 4 mar. 2024.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília: MEC, 1999. 58 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 23 set. 2024.

BRASIL. **Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000**. Estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências. Brasília, DF: Diário Oficial da União: seção 1, 2000. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/110098.htm. Acesso em: 3 mar. 2025.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **PCNs+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002. 144 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 23 set. 2024.

BRASIL. **Decreto nº 5.296 de 2 de dezembro de 2004**. Brasília: Diário Oficial da União, 2004. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2004/Decreto/D5296.htm#art4iii. Acesso em: 27 jan. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Educação infantil**: saberes e práticas da inclusão: dificuldades de comunicação e sinalização: deficiência visual. Brasília: MEC/SEESP, 2006a. 81 p. (Série Saberes e práticas da inclusão). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/deficienciavisual.pdf>. Acesso em: 27 jan. 2025.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006b. 137 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 23 set. 2024.

BRASIL, Ministério da Educação. **Política nacional de educação especial na perspectiva da educação inclusiva**. Brasília: MEC/SEESP, 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeduc ESPECIAL.pdf>. Acesso em: 25 mar. 2024.

BRASIL. **Decreto nº 6.949, de 25 de agosto de 2009**. Promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007. Brasília, DF: Diário Oficial da União: seção 1, 2009. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2009/decreto/d6949.htm. Acesso em: 3 mar. 2025.

BRASIL. **Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015**. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília, DF: Diário Oficial da União: seção 1, 2015. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm. Acesso em: 25 mar. 2024.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: ensino médio**. Resolução CNE/CP nº 4, de 17 de dezembro de 2018. Brasília: MEC/SEB, 2018. 150 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file>. Acesso em: 23 set. 2024.

BROUSSEAU, Guy. Processus de mathématisation. **Bulletin de l'APMEP**, Paris, v. 282, p. 57–84, 1972.

BROUSSEAU, Guy. IREM Paris 7. **La relation didactique : le milieu**. Paris, France: Irem Paris 7, 1986. 54–68 p.

BROUSSEAU, Guy. Le contrat didactique : le milieu. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 9, n. 9.3, p. 309–336, 1990. Disponível em: <https://hal.science/hal-00686012>. Acesso em: 4 abr. 2024.

BROUSSEAU, Guy. Perspectives pour la didactique des mathématiques. In: ARTIGUE, Michèle; GRAS, R.; LABORDE, C.; TAVIGNOT, P.; BALACHEFF, Nicolas. **Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud**. Grenoble: La pensée sauvage éditions, 1994. p. 51–66. Disponível em: <https://hal.science/hal-00567259>. Acesso em: 12 maio 2025.

BROUSSEAU, Guy. **Théorie des situations didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998. 332 p. ISBN 2 85919 131 3.

BROUSSEAU, Guy P. Education et didactique des mathématiques. **Educación Matemática**, Cidade do México, v. 12, p. 5–39, out. 1999. (Version française de l'auteur). Disponível em: <https://hal.science/hal-00466260>. Acesso em: 28 maio 2024.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Editora Ática, 2008. 128 p. Disponível em: <https://grupoddmat.pro.br/index.php/download/introducao-ao-estudo-das-situacoes-didaticas-conteudos-e-metodos-de-ensino-guy-brousseau/?wpdmdl=1540&refresh=662e2644e939b1714300484>. Acesso em: 28 abr. 2024.

BROUSSEAU, Guy; CENTENO, Julia. Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant - Revue RDM. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 38, n. 1, p. 167–

210, 1991. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1991/role-de-la-memoire-didactique-de-l/>. Acesso em: 28 abr. 2024.

BUTLEN, Denis; PELTIER-BARBIER, Marie-Lise; PÉZARD, Monique. Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REF. **Contradictions et cohérence**. Paris, 2002. DOI 10.3406/rfp.2002.2898. Disponível em: https://www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_2002_num_140_1_2898. Acesso em: 5 mar. 2025.

CASTILLAN, Laetitia; LEMARIÉ, Julie; MOJAHID, Mustapha. Numérique, handicap visuel et accessibilité des apprentissages. Contenus pédagogiques numériques : quelle accessibilité pour les élèves présentant une déficience visuelle ? **Education & Formation**, Bruxelles, e-311, p. 90–102, nov. 2018. Disponível em: <https://hal.science/hal-02494144>. Acesso em: 29 abr. 2024.

CHAACHOUA, Hamid; BESSOT, Annie. A noção de variável no modelo praxeológico. In: **A Teoria Antropológica do Didático: princípios e fundamentos**. 1. ed. Curitiba: Editora CRV, 2018. v. 1, p. 119–134. ISBN 978-85-444-2229-8. DOI 10.24824/978854442229.8. Disponível em: <https://editoracrv.com.br/produtos/detalhes/33266-crv>. Acesso em: 28 mar. 2024.

CHAPPET-PARIÈS, M.; ROBERT, Aline. Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz. **Sur quoi porte le discours du professeur en classe de mathématiques?**: questions méthodologiques et premiers résultats, 12. Paris, France: IREM de Paris, 2014. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02111034/>. Acesso em: 6 fev. 2025.

CHARLES-PÉZARD, Monique. Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique - Revue RDM. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 38, n. 1, p. 1–15, 2010. Disponível em: <https://revue-rdm.com/2010/installer-la-paix-scolaire-exercer/>. Acesso em: 27 mar. 2024.

CHEVALLARD, Yves. Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique - Revue RDM. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 38, n. 1, p. 1–15, 1992. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1992/concepts-fondamentaux-de-la-didactique/>. Acesso em: 17 mar. 2025.

CHEVALLARD, Yves. Analyse des pratiques enseignantes. In: École d'Été, 1998, La Rochelle. **Paru dans les actes de cette université d'été**. La Rochelle: IREM de Clermont-Ferrand, 1998. p. 91–120.

CHEVALLARD, Yves. Organiser l'étude. 3. Écologie & régulation. In: XI^{ème} Ecole d'été de didactique des mathématiques, 2002, Grenoble. **Actes de la XI^{ème} École d'été de didactique des mathématiques - Revue Recherches en didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002. v. 38, p. 41–56. Disponível em: <https://revue-rdm.com/ouvrage/actes-de-la-xieme-ecole-d-ete-de-didactique-des-mathematiques/>. Acesso em: 26 abr. 2024.

CLIVAZ, Stéphane. Connaissances mathématiques de l'enseignant et bifurcations didactiques : analyse d'un épisode. **Recherches en didactiques**, Lille, v. 14, n. 2, p. 29–45, 2012. ISSN 2116-9683. DOI 10.3917/rdid.014.0029. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-recherches-en-didactiques1-2012-2-page-29.htm>. Acesso em: 2 abr. 2024.

CLOT, Yves. **Trabalho e poder de agir**. Belo Horizonte: Fabrecaum, 2010. 368 p.

CLOT, Yves; FAÏTA, Daniel. Genres et styles en analyse du travail Concepts et méthodes. **Travailler**, Paris, p. 7–42, 2000. ISSN 1620-5341. Disponível em: <https://psychanalyse.cnam.fr/revue-travailler/presentation-et-sommaire/numero-4/theorie-genres-et-styles-en-analyse-du-travail-concepts-et-m-thodes--467242.kjsp>. Acesso em: 5 nov. 2024.

COMITI, Claude; GRENIER, Denise; MARGOLINAS, Claire. Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques. In: ARSAC, Gilbert; GRÉA, Jean; GRENIER, Denise; TIBERGHEN, Andrée. **Différents types de savoirs et leur articulation**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1995. p. 92–113. Disponível em: <https://shs.hal.science/halshs-00421007>. Acesso em: 29 abr. 2024.

CONNE, François. Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 38, n. 1, p. 1–15, 1992. Disponível em: <https://revue-rdm.com/2005/savoir-et-connaissance-dans-la/>. Acesso em: 30 abr. 2024.

CONNE, François. L'activité dans le couple enseignant/enseigné. In: IXème Ecole d'été de didactique des mathématiques, 1997, Houlgate (Calvados). **Actes de la IXème école d'été de didactique des mathématiques**. Houlgate (Calvados): Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM), 1997. Acesso em: 27 abr. 2024.

CORN, Anne Lesley; ERIN, Jane. N. **Foundations of Low Vision: Clinical and Functional Perspectives**. Nova York: American Foundation for the Blind, 2010. Disponível em: <https://www.aph.org/product/foundations-of-low-vision-clinical-and-functional-perspectives-2nd-edition/>. Acesso em: 29 jan. 2025.

COSTA, Jane de Almeida. **Adaptando para baixa visão**. Brasília: MEC, SEESP, 2000. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/143944722/livro-adaptando-para-baixa-visao-jane-a-costa>. Acesso em: 28 fev. 2025.

COSTA, Maria Cristina Sanchez da. **Sentimentos de professores frente às dificuldades na prática da educação inclusiva de alunos com deficiência no ensino fundamental**. 2007. 121 p. Dissertação (Mestrado em Psicologia da Educação) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/16330/1/Maria%20Cristina%20%20Sanchez%20da%20Costa.pdf>. Acesso em: 3 maio 2024.

COSTA, Marisa Vorraber; BUJES, Maria Isabel Edelweiss. **Caminhos investigativos III: riscos e possibilidades de pesquisar nas fronteiras**. Rio de Janeiro, RJ: DP&A, 2005. 220 p.

COULANGE, Lalina. **L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques. Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves**. 2012. 134 p. Tese (Habilitation à Diriger des Recherches) – Université Paris-Diderot - Paris VII, Paris, France, 11 dez. 2012. Disponível em: <https://theses.hal.science/tel-00801863>. Acesso em: 5 maio 2024.

DAINA, Audrey. **Utilisation des ressources** : de la préparation d'une séquence à sa réalisation dans la classe de mathématiques / cinq études de cas sur la notion d'aire dans

l'enseignement primaire genevois. 2013. Tese (Doctorat en Sciences de l'Éducation) – Université de Genève, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Genebra, 28 jun. 2013. DOI: 10.13097/archive-ouverte/unige:36492. DOI 10.13097/archive-ouverte/unige:36492. Disponível em: <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:36492>. Acesso em: 12 maio 2025.

DIAS, Florinda Ivana Oliveira Miranda. **O ensino de Matemática para estudantes com baixa visão**. 2023. 264 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

DINIZ, Debora. **O que é deficiência**. São Paulo: Editora Brasiliense, 2007. 89 p. (Coleção Primeiros Passos, 324).

ESPINDOLA, Elisângela Bastos De Melo; SILVA, Rayssa de Moraes da; JÚNIOR, Jairo José Ribeiro Toscano de Brito. Microdecisões didáticas em uma aula sobre volume de sólidos geométricos. **Educação Matemática em Revista - RS**, Porto Alegre, v. 2, n. 21, 9 nov. 2020. ISSN 1518-8221. DOI 10.37001/EMR-RS.v.2n.21.2020. p.37-45. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/2124>. Acesso em: 29 set. 2024.

ESPINDOLA, Elisângela; TRGALOVÁ, Jana. Trabalho documental e decisões didáticas do professor de matemática: um estudo de caso. **Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 3, 2015. ISSN 2177-9309. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/2251>. Acesso em: 29 set. 2024.

ETHAN, Danna; BASCH, Charles E. Promoting Healthy Vision in Students: Progress and Challenges in Policy, Programs, and Research. **Journal of School Health**, Kent, OH, v. 78, n. 8, p. 411–416, 2008. ISSN 1746-1561. DOI 10.1111/j.1746-1561.2008.00323.x. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1746-1561.2008.00323.x>. Acesso em: 30 jan. 2025.

FARIA, Paula Maria Ferreira de; CAMARGO, Denise de. Emoções docentes em relação ao processo de inclusão escolar. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 37, p. e64536, 2 jun. 2021. ISSN 0104-4060, 1984-0411. DOI <https://doi.org/10.1590/0104-4060.64536>. Disponível em: https://www.scielo.br/j/er/a/4nyNfD8g7LH6SgTbjv8RbHk/?utm_source=chatgpt.com. Acesso em: 6 fev. 2025.

FARIAS, Luiz Marcio Santos. **Étude des interrelations entre les domaines numérique, algébrique et géométrique dans l'enseignement des mathématiques au secondaire**: Une analyse des pratiques enseignantes en classes de troisième et de seconde. 2010. Tese (Doctorat en Didactique des Mathématiques) – Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 2010.

FARIAS, Gerson dos Santos; COSTA, Andressa Florcena Gama da; URIBE, Eugenia Brunilda Opazo. Do legado dos PCN's à era BNCC: uma análise de três décadas (1990–2023) sobre o ensino de matemática na educação básica. **Revista de Educação, Ciência e Tecnologia (RECeT)**, Eptácio Pessoa, SP, v. 4, n. 2, p. 102–122, 20 dez. 2023. ISSN 2675-9098. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/recet/article/view/2470>. Acesso em: 28 abr. 2025.

FAZION, Flavia; LOUSADA, Eliane Gouvêa. A entrevista em autoconfrontação como motor para o desenvolvimento: diálogo de uma professora com sua prática. **DELTA: Documentação de Estudos em Lingüística Teórica e Aplicada**, São Paulo, v. 32, p. 215–236, abr. 2016. ISSN 0102-4450, 1678-460X. DOI <https://doi.org/10.1590/0102-445009940345193358>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/delta/a/rpHYfRnZ4fpgmWJMfFWkLDC/?lang=pt>. Acesso em: 10 fev. 2025.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. **Uma análise Vygotskiana da apropriação do conceito da simetria por aprendizes sem acuidade visual**. 2004. 229 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 10 set. 2004. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/xmlui/handle/handle/11142>. Acesso em: 8 mar. 2024.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva**. 2008. 261 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 23 out. 2008. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/xmlui/handle/handle/11344>. Acesso em: 8 mar. 2024.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. **UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Espanha, v. 3, n. 10, 30 jun. 2007. ISSN 1815-0640. Disponível em: <https://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1268>. Acesso em: 11 mar. 2024.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. A Inclusão de Alunos Cegos nas Aulas de Matemática: explorando Área, Perímetro e Volume através do Tato. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, SP, v. 23, n. 37, p. 1111–1135, 2010. ISSN 1980-4415. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4306>. Acesso em: 12 mar. 2024.

FORESTI, Taimara; BOUSFIELD, Andréa Barbará da Silva. A compreensão da deficiência a partir das teorias dos modelos médico e social. **Revista Psicologia Política**, Natal, v. 22, n. 55, p. 654–667, dez. 2022. ISSN 1519-549X. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1519-549X2022000300010&lng=pt&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 22 maio 2024.

FREITAS, Marcos Cezar de. Educação inclusiva: diferenças entre acesso, acessibilidade e inclusão. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 53, p. e10084, 3 jul. 2023. ISSN 0100-1574, 1980-5314. DOI <https://doi.org/10.1590/1980531410084>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/cp/a/VqdK7vhZtZMDtp6j5gLbfwv/?lang=pt>. Acesso em: 28 fev. 2025.

GRIMAUD, Frédéric. La présence d'un élève en situation de handicap dans une classe ordinaire : un effet loupe pour étudier le travail enseignant. In: *Actualité de la Recherche en Éducation et en Formation (AREF)*, 2010, Genève. **Actes du congrès de l'Actualité de la recherche en éducation et en formation (AREF)**. Genève: Université de Genève, 2010. Disponível em: <https://fredericgrimaud.com/travailenseignant/la-presence-dun-eleve-en-situation-de-handicap-dans-une-classe-ordinaire-un-effet-loupe-pour-etudier-le-travail-enseignant-aref-2010/>. Acesso em: 15 mar. 2025.

GRIMAUD, Frédéric; SAUJAT, Frédéric. Des gestes ordinaires dans des situations extraordinaires : approche ergonomique de l'intégration d'élèves en situation de handicap à l'école primaire. **Travail et formation en éducation**, Marseille, n. 8, 15 dez. 2011. ISSN 1760-8597. Disponível em: <https://journals.openedition.org/tfe/1574>. Acesso em: 4 fev. 2025.

GUIMARÃES, Viviane Pereira Amanajás. Adaptação ou adequação: há diferença? **Pedagogia em Ação**, Belo Horizonte, v. 18, n. 1, p. 33–45, 2022. ISSN 2175- 7003. Disponível em: <https://periodicos.pucminas.br/pedagogiacao/article/view/28827/19807>. Acesso em: 16 jan. 2025.

HATWELL, Yvette. Appréhender l'espace pour un enfant aveugle. **Enfances & Psy**, Toulouse, v. 33, n. 4, p. 69–79, 2006. ISSN 1286-5559. DOI 10.3917/ep.033.0069. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-enfances-et-psy-2006-4-page-69.htm>. Acesso em: 3 maio 2024.

HEALY, Lulu; FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. The role of gestures in the mathematical practices of those who do not see with their eyes. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 77, n. 2/3, p. 157–174, 2011. ISSN 0013-1954. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/41485923>. Acesso em: 20 mar. 2024.

HENRY, Michel; ALMOULOU, Saddo Ag; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. Analyses de situations didactiques. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 1, 2006. ISSN 1983-3156. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/535>. Acesso em: 16 maio 2025.

HERSANT, Magali. **Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques** : de l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires & Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3. 2010. 61 p. Tese (Habilitation à Diriger des Recherches en Sciences de l'Éducation) – Université de Nantes, Nantes, 13 dez. 2010. Disponível em: <https://hal.science/tel-01777604>. Acesso em: 6 fev. 2025.

HERSANT, Magali; QUINIOU, Anne-Claire. Conditions didactiques d'une activité mathématique au lycée professionnel: Deux études de cas. **Spirale - Revue de recherches en éducation**, Toulouse, v. 59, n. 1, p. 107–122, 2017. ISSN 0994-3722. DOI 10.3917/spir.059.0107. Disponível em: <https://shs.cairn.info/revue-spirale-revue-de-recherches-en-education-2017-1-page-107>. Acesso em: 14 abr. 2025.

HOFFMANN, Luiza Ojeda; GELLER, Marlise; GROEWNALD, Claudia Lisete Oliveira. Inclusão de um estudante cego no Ensino de Matemática: o uso de materiais táteis e tecnologias assistivas no desenvolvimento dos Campos Conceituais. In: III ENEMI, 2023, Vitória – ES. **Anais do III Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva**. Vitória – ES: Instituto Federal do Espírito Santo, 2023. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/12508>. Acesso em: 5 fev. 2025.

HOUEMENT, Catherine. Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. In: 2011, Strasbourg. **Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives**. Strasbourg: IREM de Strasbourg, 2011. publisher: Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Paris (IREM). v. 16, p. 67–96. Disponível em: <https://hal.science/hal-03198370>. Acesso em: 23 abr. 2025.

HOUEMENT, Catherine; PETITFOUR, Édith. La manipulation dans l'enseignement spécialisé : aide ou obstacle ? Une étude de cas autour de la numération décimale. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**, Grenoble, v. 40, n. 2, 2020. ISSN 0246-9367.

Disponível em: <https://revue-rdm.com/2020/la-manipulation-dans-lenseignement-specialise-aide-ou-obstacle-%e2%80%a8une-etude-de-cas-autour-de-la-numeration-decimale/>.

HOULE, Virginie. **Fondements didactiques pour une intervention orthopédagogique sur la notion de fraction**. 2016. 365 p. Tese (Doutorado em Educação) – Université du Québec à Montréal, Montréal, 2016. Disponível em: <https://archipel.uqam.ca/10649/1/D3115.pdf>. Acesso em: 3 mar. 2024.

KASPARY, Danielly. Noosfera e Assujeitamento: duas noções da Teoria Antropológica do Didático para problematizar o currículo e suas transformações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 8, n. 17, p. 229-247, 2019. ISSN 2238-5800. DOI 10.33871/22385800.2019.8.17.229-247. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6162>. Acesso em: 12 fev. 2025.

KILPATRICK, Jeremy. **Fincando estacas**: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. Campinas, SP, v. 4, n. UNICAMP, p. 99-120, 1996.

KRANZ, Cláudia Rosana. **Os jogos com regras na perspectiva do Desenho Universal: contribuições para a Educação Matemática Inclusiva**. 2014. 290 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

KRYSINSKA, Marysa; MERCIER, Alain; SCHNEIDER, Maggy. Problèmes de dénombrement et émergence de premiers modèles fonctionnels - Revue RDM. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 38, n. 1, p. 1-15, 2009. Disponível em: <https://revue-rdm.com/2009/problemes-de-denombrement-et/>. Acesso em: 16 maio 2025.

LAPARRA, Marceline; MARGOLINAS, Claire. Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation. Des effets de la transparence des objets de savoir. In: 2008, Bordeaux, France. **Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation**. Bordeaux, France: IUFM d'Aquitaine, 2008. <http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/marg.pdf>. Disponível em: <https://hal.science/hal-00779656>. Acesso em: 18 maio 2025.

LAPARRA, Marceline; MARGOLINAS, Claire. Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement. **Pratiques : linguistique, littérature, didactique**, Nancy, v. 145-146, n. n.º 145-146, 2010 (Didactique du Français (1)), p. 141-160, 2010. Disponível em: <https://hal.science/hal-00722212>. Acesso em: 15 maio 2025.

LAPARRA, Marceline; MARGOLINAS, Claire. Quand les maîtres contribuent à leur insu à renforcer les difficultés des élèves. In: CRINON, Jacky; ROCHEX, Jean-Yves (ed.). **La construction des inégalités scolaires**. Rennes: Presses universitaires de Rennes, 2011. p. 111-130. Disponível em: <https://hal.science/hal-00779193>. Acesso em: 21 mar. 2024.

LAPARRA, Marceline; MARGOLINAS, Claire. **Les Premiers Apprentissages scolaires à la loupe. Des liens entre énumération, oralité et littérature**. 1ª ed. Louvain-la-Neuve: De Boeck, coll., 2016. 176 p.

LAVARDA, Santa Terezinha Falcade; BIDARRA, Jorge. A dêixis como um “complicador/facilitador” no contexto cognitivo e lingüístico em ambiente educacional face aos alunos com deficiência visual. **Revista Brasileira de Educação Especial**, Marília, v. 13, p. 309–324, dez. 2007. ISSN 1413-6538, 1980-5470. DOI <https://doi.org/10.1590/S1413-65382007000300002>. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/rbee/a/jzGPPbg7y7jxCVF4MdFDd6H/>. Acesso em: 27 fev. 2025.

LEWI-DUMONT, Nathalie. **L'apprentissage de la lecture chez les enfants aveugles : difficultés et évolution des compétences**. 1997. 998 p. Tese (Doutorado em Sciences du langage) – Paris 5, Paris, 1 jan. 1997. Disponível em: <https://theses.fr/1997PA05H045>. Acesso em: 27 fev. 2025.

LEWI-DUMONT, Nathalie. Des besoins particuliers des élèves aux besoins de formation des professionnels : l'exemple de la déficience visuelle. **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 70–71, 2015. DOI 10.3917/nras.070.0149.

LEWI-DUMONT, Nathalie; ARNETON, Mélissa; PUUSTINEN, Minna. Comment des professeurs de mathématiques s'adaptent-ils aux besoins des élèves déficients visuels ? **Carrefours de l'éducation**, Paris, v. 42, n. 2, p. 119–132, 2016. ISSN 1262-3490. DOI 10.3917/cdle.042.0119. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-carrefours-de-l-education-2016-2-page-119.htm>. Acesso em: 13 mar. 2024.

LEWI-DUMONT, Nathalie; COLLAT, Michèle. **Guide pour les enseignants qui accueillent un élève présentant une déficience visuelle (élèves malvoyants ou aveugles)**. Suresnes: INSHEA, 2004. 48 p. (Guide Handiscol'). Disponível em: <https://shs.hal.science/halshs-00123456>. Acesso em: 27 fev. 2025.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio**. Rio de Janeiro, RJ: SBM, 2006. 372 p. (6 ed.). v. 2. ISBN 85-858818-11-5.

LIMA, Iranete Maria da Silva. Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de sequências didáticas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 359–385, 26 ago. 2011. ISSN 1983-3156. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/6347>. Acesso em: 15 mar. 2024.

LORENCINI, Pricila Basilio Marçal. **Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre Função Afim**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, PR, 2019. Acesso em: 20 maio 2024.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. **Inclusão Escolar O que é? Por quê? Como fazer?** São Paulo: Moderna, 2003. 50 p. (Coleção cotidiano escolar).

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Metodologia do trabalho científico: projetos de pesquisa, pesquisa bibliográfica, teses de doutorado, dissertações de mestrado, trabalhos de conclusão de curso**. 8.ed ed. São Paulo: Atlas, 2018. 239 p. ISBN 978-85-970106-6-4.

MARGOLINAS, Claire. **De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques**. Grenoble: Editions La pensée sauvage, 1993. 256 p. ISBN 2 85919 0821.

MARGOLINAS, Claire. La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. *Les débats de didactique des mathématiques*, Grenoble, p. 89–102, 1995. (**Recherches en Didactique des Mathématiques**). Disponible em: <https://shs.hal.science/halshs-00418815>. Acesso em: 28 abr. 2024.

MARGOLINAS, Claire. Une étude de la transmission des situations didactiques. In: 2ème colloque international “Recherche(s) et formation des enseignants”, 1999a, Grenoble. **Actes du 2^e colloque international “Recherche(s) et formation des enseignants”**. Grenoble: I.U.F.M. de Grenoble, 1999. p. 41–54. Disponible em: <https://shs.hal.science/halshs-00421846>. Acesso em: 6 fev. 2025.

MARGOLINAS, Claire; BAILLEUL, Michèle (org.). Les pratiques de l'enseignant: Une étude de didactique des mathématiques: recherche de synthèses et perspectives. In: BAILLEUL, Michèle (org.). 1999b, Houlgate. **Actes de la 10^e École d'Été de Didactique des Mathématiques**. Houlgate: Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques, 1999. p. 10–33.

MARGOLINAS, Claire. La production des faits en didactique des mathématiques. In: 2000, Paris. **Actes du séminaire du LIREST**. Paris: Université Paris VIII, LIREST, 1 jan. 2000. p. 33–55.

MARGOLINAS, Claire; DORIER, Jean-Luc; ARTAUD, Michèle; ARTIGUE, Michèle; BERTHELOT, Raymond; FLORIS, Raymond (org.). Situations, milieux, connaissances: analyse de l'activité du professeur. In: DORIER, Jean-Luc; ARTAUD, Michèle; ARTIGUE, Michèle; BERTHELOT, Raymond; FLORIS, Raymond (org.). École d'Été de Didactique des Mathématiques, 2002, Grenoble. **Actes de la 11^e École d'Été de Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002. p. 141–156. Acesso em: 15 mar. 2024.

MARGOLINAS, Claire. La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. In: Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group / Groupe canadien d'études en didactique des mathématiques, 2004a, Québec, Canadá. **Proceedings of the 2004 Annual Meeting...** Québec, Canadá: CMESG/GCEDM: Edmonton, 2004. p. 3–21. Disponible em: <https://shs.hal.science/halshs-00430020>. Acesso em: 6 fev. 2025.

MARGOLINAS, Claire. **Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques**. 2004b. 140 p. Tese (Habilitation à Diriger des Recherches) – Université de Provence - Aix-Marseille I, Marseille, 29 jun. 2004. Disponible em: <https://theses.hal.science/tel-00429580>. Acesso em: 7 fev. 2024.

MARGOLINAS, Claire. Les bifurcations didactiques : Un phénomène révélé par l'analyse de la structuration du milieu. In: MERCIER, Alain; MARGOLINAS, Claire. **Balises en didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2005a. p. 1–12. Disponible em: <https://shs.hal.science/halshs-00432229>. Acesso em: 31 jan. 2025.

MARGOLINAS, Claire. Essai de généalogie en didactique des mathématiques. **Revue suisse des sciences de l'éducation**, Neuchâtel, v. 27, n. 3, p. 343–360, 2005b. Disponible em: <https://shs.hal.science/halshs-00443709>. Acesso em: 8 mar. 2024.

MARGOLINAS, Claire. Situations, savoirs et connaissances... comme lieux de rencontre? **Formation et pratiques d'enseignement en questions**, Fribourg, v. 19, p. 31–49, 2015. Disponível em: <https://hal.science/hal-01165559>. Acesso em: 7 maio 2024.

MARGOLINAS, Claire. Construire des points de vue d'élèves: des défis théoriques et méthodologiques pour la recherche en didactique des mathématiques. In: CHAACHOUA, Hamid; BESSOT, Annie; BARQUERO, Berta; COULANGE, Lalina; CIRADE, Gisèle; JOB, Pierre; MATHÉ, Anne-Cécile; PRESSIAT, André; SCHNEIDER, Maggy; VANDEBROUCK, Fabrice (ed.). **Nouvelles perspectives en didactique**: Le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2021. p. 19–48. Disponível em: <https://hal.science/hal-03824848>. Acesso em: 7 mar. 2025.

MARGOLINAS, Claire. Theory of Didactical Situations in Mathematics: An Epistemological Revolution. In: CHEVALLARD, Yves; BARQUERO, Berta; BOSCH, Marianna; FLORENSA, Ignasi; GASCÓN, Josep; NICOLÁS, Pedro; RUIZ-MUNZÓN, Noemí. **Advances in the Anthropological Theory of the Didactic**. Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2022. p. 37–49. ISBN 978-3-030-76790-7. Disponível em: <https://hal.science/hal-03606376>. Acesso em: 27 abr. 2024.

MARGOLINAS, Claire; BESSOT, Annie. Les savoirs et la théorie des situations. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, Aracaju, SE, v. 13, n. 4, p. 39–60, 2023. Disponível em: <https://hal.science/hal-04561450>. Acesso em: 10 out. 2024.

MARGOLINAS, Claire; BESSOT, Annie. **La structuration du milieu : méthodologie d'analyse des situations didactiques**. 2024. Manuscrito não publicado.

MARGOLINAS, Claire; COULANGE, Lalina; BESSOT, Annie. What Can the Teacher Learn in the Classroom? **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 59, n. 1/3, p. 205–234, 2005. ISSN 0013-1954. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/25047171>. Acesso em: 10 mar. 2024.

MARGOLINAS, Claire; GOIGOUX, Roland. Entre pratique et formation: échanges de savoirs de métier entre maîtres-formateurs en français au cours préparatoire (élèves de 6-7 ans). In: LEUTENEGGER; AMADE-ESCOT, Francia; SCHUBAUER-LEONI, Chantal; MARIA-LUISA (ed.). **Interactions entre recherches en didactique(s) et formation des enseignants. Questions de didactique comparée**. Besançon: Presses Universitaires de France-Comté, 2014. p. 109–124. Disponível em: <https://hal.science/hal-01069728>. Acesso em: 6 fev. 2025.

MARGOLINAS, Claire; LAPARRA, Marceline; BARRIER, Thomas; CHAMBRIS, Christine (ed.). Quand le point de vue des élèves sur les situations scolaires bouleverse les disciplines scolaires. In: BARRIER, Thomas; CHAMBRIS, Christine (ed.). 2017, Paris, France. **Séminaire national de didactique des mathématiques**. Paris, France: Irem de Paris (Université Paris Diderot), nov. 2017. Backup Publisher: Association pour la recherche en didactique des mathématiques (ARDM). p. 194–216. Disponível em: <https://hal.science/hal-01918924>. Acesso em: 5 abr. 2024.

MARGOLINAS, Claire; LAPARRA, Marceline. Invisibilités croisées des chiffres et des lettres. In: Journées d'étude en hommage au travail de recherche de Jean-Yves Rochex, 2021, Saint-Denis, France. **Scolarisation, subjectivation, lutcontre te les inégalités. Questions**

posées et services rendus en sciences de l'éducation. Saint-Denis, France: Université Paris 8, 20 set. 2021. Disponível em: <https://hal.science/hal-03673017>. Acesso em: 9 maio 2024.

MARGOLINAS, Claire; RIVIÈRE, Olivier. La préparation de séance : un élément du travail du professeur. **Petit x**, Grenoble, n. 069, p. 32–57, 2005. Disponível em: <https://hal.science/hal-04217880>. Acesso em: 3 abr. 2024.

MARY, Claudine. **Place et fonctions de la validation chez les futurs enseignants des mathématiques au secondaire**. 297 p. Tese (Doutorado em Didática) – Université de Montréal. Département de didactique, Faculté des sciences de l'éducation, Montréal, 1999.

MAURICE, Jean-Jacques. L'expérience de l'enseignant : une réflexivité limitée. **Formation et pratiques d'enseignement en questions**, Grenoble, v. 3, p. 53–67, 2006.

MCNEILL, David. **Hand and Mind**: O que os gestos revelam sobre o pensamento. Chicago, IL: University of Chicago Press, jan. 1996. ISBN 978-0-226-56134-9. Disponível em: <https://press.uchicago.edu/ucp/books/book/chicago/H/bo3641188.html>. Acesso em: 19 mar. 2024.

MENDES, Rosana Maria; GOMES, Adrielly Antonia Santos; CAPORALE, Silvia Maria Medeiros. A Deficiência Visual e a Baixa Visão: estado da arte das pesquisas acadêmicas em Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, SP, v. 35, n. 69, p. 413–431, jan. 2021. ISSN 1980-4415, 0103-636X. DOI 10.1590/1980-4415v35n69a19. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2021000100413&tlng=pt. Acesso em: 4 mar. 2024.

MERCIER, Alain. **L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique**. 1992. 532 p. Tese (Doctorat en Didactique des Mathématiques) – Université de Bordeaux I, Bordeaux, France, 1992. Disponível em: https://theses.hal.science/tel-00278299v1/file/These_Mercier_Alain.pdf. Acesso em: 5 abr. 2024.

MESQUITA, Danilo; SOUSA, Clarilza. Sentimentos dos professores perante situações de inclusão. **Cadernos de Pesquisa: pensamento Educaional**, Curitiba, v. 18, p. 115–128, 12 dez. 2023. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/376465250_Sentimentos_dos_professores_perante_situacoes_de_inclusao.

Morás, Nadjanara Ana Basso. **Um dispositivo didático com potencialidades inclusivas**: um estudo a respeito de problemas de estruturas aditivas com números naturais. 2023. 335 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel.

MOURA, Andrea de Andrade. **Saberes docentes de professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio em uma abordagem inclusiva de alunos deficientes visuais**: Realidades e possibilidades. 2015. 156 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 31 ago. 2015. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/2375>. Acesso em: 8 mar. 2024.

NÉDÉLEC-TROHEL, Isabelle; JOFFREDO-LEBRUN, Sophie; MAGNEN, Marlène. Étude de pratiques inclusives en classe ordinaire : rôle et place de l'AVS vis-à-vis du professeur. **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 57, n. 1, p. 155–136, 2012. ISSN 1957-0341. DOI 10.3917/nras.057.0155. Disponível em: <https://shs.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2012-1-page-155>. Acesso em: 6 mar. 2025.

NEVES, Tatiani Garcia. **Um estudo com uma professora da educação básica e os fatores que interferem na prática de ensinar matemática**. 2022. 200 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufms.br/handle/123456789/4494>. Acesso em: 6 fev. 2025.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. Educação Matemática Inclusiva: do que, de quem e para quem se fala? *In*: KALEFF, Ana Maria Martensen Roland; PEREIRA, Pedro Carlos. **Educação Matemática: diferentes Olhares e Práticas**. [S. l.]: Editora Appris, 3 dez. 2020. Google-Books-ID: ucsMEAAAQBAJ. ISBN 9786558204015.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; CARNEIRO, M. I. N.; SOARES, B. I. N. **Língua Brasileira de Sinais**. Maringá, Paraná: CESUMAR, 2018.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; FARIAS, Luiz Márcio Santos; MORÁS, Nadjanara Ana Basso. Aportes teóricos da Didática da Matemática para pesquisas em Educação Matemática Inclusiva. **Boletim GEPEM**, Seropédica, RJ, n. 76, p. 184–201, 1 jan. 2020. ISSN 2176-2988. DOI 10.4322/gepem.2020.014. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/205>. Acesso em: 12 mar. 2024.

OLIVEIRA DOS SANTOS, Vanessa Lays. **Análise sobre o fenômeno da transposição didática interna no ensino de estatística**: um estudo com a inclusão de um aluno cego em uma sala de aula regular. 2020. 127 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 6 mar. 2020. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3922>. Acesso em: 8 mar. 2024.

OMS. **Relatório Mundial sobre a Visão**. Genebra: ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE, 2019. Disponível em: <https://www.paho.org/pt/noticias/8-10-2019-organizacao-mundial-da-saude-lanca-primeiro-relatorio-mundial-sobre-visao>. Acesso em: 27 jan. 2025.

ORMELEZI, E. M.; CORSI, M. da G.; GASPARETTO, Maria Elisabete Rodrigues Freire. O que o educador (pais e professores) precisa saber sobre a visão subnormal. *In*: MASINI, Elcie F. Salzano; GASPARETTO, Maria Elisabete Rodrigues Freire. **Visão Subnormal: Um enfoque Educacional**. 1ª ed. São Paulo: Vetor, 2007.

ORRÚ, Sílvia Ester; BOCCIOLESI, Enrico. **Educar para transformar o mundo**: inovação e diferença por uma educação de todos e para todos. Belo Horizonte: Librum Editora, 1 jul. 2019. ISBN 978-85-65608-46-6. Disponível em: https://www.academia.edu/43741166/Livro_em_PDF_Educar_para_transformar_o_mundo_Silvia_Ester_Orr%C3%BA_e_Enrico_Bocciolesi_Org_. Acesso em: 29 abr. 2024.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. 2 ed ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2002. 127 p. ISBN 978-85-7526-020-3. Disponível em: <https://bds.unb.br/handle/123456789/369>. Acesso em: 28 maio 2025.

PAIVA, Manoel. **Matemática: Manual do Professor**. 3ª ed. São Paulo: Moderna, 2015.

PALMEIRA, Cátia Aparecida; MILLI, Elcio Pasolini. Panorama internacional de publicações sobre a educação matemática de aprendizes cegos. **Revista Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, v. 29, n. 67, p. 1-14 e296701, 5 ago. 2023. ISSN 1984-6061. Disponível em: <https://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/article/view/950>. Acesso em: 4 mar. 2024.

PAULINO, Vanessa Cristina; BARBOSA, Luciane Maria Molina. **Teorias da aprendizagem: Deficiência Visual**. Santo André, SP: UFABC, 2022. 137 p. Accepted: 2023-05-25T19:39:43Z. Disponível em: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/730803>. Acesso em: 29 jan. 2025.

PELGRIMS, Greta. Des élèves déclarés en difficulté aux besoins éducatifs particuliers en passant par l'école inclusive: de quoi parle-t-on? *In*: Conférence romande et tessinoise des chefs d'établissement secondaire, 2012, Bienne - Macolin. **Actes de la Conférence romande et tessinoise des chefs d'établissement secondaire**. Bienne - Macolin: CROTCEs, 2012. Disponível em: <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:91197>. Acesso em: 7 abr. 2025.

PERRENOUD, Philippe. **Pedagogia Diferenciada. Das Intenções à Ação**. (trad. em português de Pédagogie différenciée : des intentions à l'action. **Paris : ESF, 1997**). Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Didactique des mathématiques. *In*: BRESSOUX, Pascal. **Les stratégies de l'enseignant en situation d'interaction**. Grenoble: Presses Universitaires de Grenoble, 2002. Disponível em: <http://www.recherche.gouv.fr/recherche/aci/cognib.htm>, 2002. (edutice-00000286). Acesso em: 15 mar. 2024.

PETITFOUR, Édith. Regard sémiotique sur l'inclusion d'un élève non-voyant en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 43, n. 1, p. 87–127, 2023. Disponível em: <https://hal.science/hal-04140406>. Acesso em: 18 mar. 2024.

PUUSTINEN, Minna; ARNETON, Mélissa; LEWI-DUMONT, Nathalie. La demande d'aide chez des élèves du second degré avec déficience visuelle : quelles spécificités ? **Recherches en éducation**, Nantes, França, n. 32, p. 180–191, 1 mar. 2018. ISSN 1954-3077. DOI 10.4000/ree.2392. Disponível em: <https://journals.openedition.org/ree/2392>. Acesso em: 19 maio 2025.

RADFORD, Luis. LA GÉNÉRALISATION MATHÉMATIQUE COMME PROCESSUS SÉMIOTIQUE1. *In*: ARRIGO, Gianfranco. **Atti del Convegno di didattica della matematica 2004**. Bellinzona: Centro Didattico Cantonale, 1 jan. 2004. (Quaderni per l'insegnamento – Alta Scuola Pedagogica). p. 11–27.

RENSHAW, Peter. A Sociocultural View of the Mathematics Education of Young Children. *In*: MANSFIELD, Helen; PATEMAN, Neil A.; BEDNARZ, Nadine (ed.). **Mathematics for Tomorrow's Young Children**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1996. (Mathematics Education Library). v. 16, p. 59–78. ISBN 978-90-481-4690-1. DOI 10.1007/978-94-017-2211-7_3. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/978-94-017-2211-7_3. Acesso em: 19 mar. 2024.

RIVIÈRE, Olivier. **Continuité des connaissances d'énumération et conséquences sur les savoirs** : mieux comprendre les difficultés des élèves confrontés à des problèmes

d'énumération. 2017. 612 p. Tese (Doutorado em Educação) – Université Clermont Auvergne, Clermont-Ferrand, 7 dez. 2017. Disponível em: <https://theses.hal.science/tel-01754817>. Acesso em: 12 maio 2025.

RIVIÈRE, Olivier; VIGNON, Sandrine; MARGOLINAS, Claire. Le réel c'est une (re) construction inclue dans une recherche. In: DRESSEN-HAMMOUDA, Dacia; GUITARD-MOREL, Josiane (ed.). **La pluralité du réel en éducation**. Clermont-Ferrand: Presses universitaires Blaise Pascal, 2021. p. 21–38. Disponível em: <https://hal.science/hal-03434037>. Acesso em: 5 fev. 2025.

ROBERT, Aline; ROGALSKI, Marc. Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe. **Petit x**, Grenoble, v. 60, p. 6–26, 1 jan. 2002.

RODRIGUES, David. Dez ideias (mal) feitas sobre a Educação Inclusiva. In: RODRIGUES, David. **Inclusão e Educação: doze olhares sobre a Educação Inclusiva**. São Paulo: Summus, 2006.

ROIG, Rafael de Asís. Lo razonable en el concepto de ajuste razonable. In: SALMÓN, Elizabeth; BREGAGLIO, Renata. **Nueve conceptos claves para entender la convención sobre los derechos de las personas con discapacidad**. Peru: Pontificia Universidad Católica de Peru, 2015. p. 99–118.

ROINÉ, Christophe. Expérience, enseignement et apprentissage. **Éducation et didactique**, Rennes, n. 12–1, p. 101–118, 28 ago. 2018. ISBN 9782753575547. ISSN 1956-3485. DOI 10.4000/educationdidactique.3070. Disponível em: <https://journals.openedition.org/educationdidactique/3070>. Acesso em: 21 mar. 2024.

SÁ, Elizabet Dias; CAMPOS, Izilda Maria de; SILVA, Myriam Beatris Campolina. **Atendimento Educacional Especializado: Deficiência visual**. Brasília: SEESP / SEED / MEC, 2007. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/aee_dv.pdf. Acesso em: 28 fev. 2025.

SANTOS, Marcelo Câmara dos. O professor e o tempo. **Tópicos Educacionais**, Recife, v. 15, n. 1–2, 1997. ISSN 2448-0215. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/topicoseducacionais/article/view/22467>. Acesso em: 19 fev. 2025.

SANTOS, Wuallison Firmino dos. **A transposição didática interna no ensino do conjunto dos números naturais para surdos: Um estudo numa sala de aula inclusiva**. 2019. 195 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 7 out. 2019. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/4139>. Acesso em: 8 mar. 2024.

SARRALIÉ, Christian. Quand les besoins éducatifs particuliers interrogent les concepts didactiques. **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 33, n. 1, p. 33–48, 2006. ISSN 1957-0341. DOI 10.3917/nras.033.0033. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2006-1-page-33.htm>. Acesso em: 4 mar. 2024.

SARRALIÉ, Christian. Le retour aux apprentissages après des lésions cérébrales acquises: L'apport pour l'enseignant d'une réflexion sur une discipline et sa didactique. **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 7980, n. 3, p. 123–139, 20 dez. 2017. ISSN 1957-0341. DOI 10.3917/nras.079.0123. Disponível em: <https://shs.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2017-3-page-123>. Acesso em: 6 mar. 2025.

SARRALIÉ, Christian; VERGNAUD, Gérard. Didactiques et enseignements adaptés : introduction. **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 33, n. 1, p. 7–14, 2006. ISSN 1957-0341. DOI 10.3917/nras.033.0007. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2006-1-page-7.htm>. Acesso em: 4 mar. 2024.

SILVA, Grazielle Roberta Freitas; MACÊDO, Kátia Nêyla de Freitas; REBOUÇAS, Cristiana Brasil de Almeida; SOUZA, Ângela Maria Alves e. **Entrevista como técnica de pesquisa qualitativa**. Rio de Janeiro, RJ: Universidade Federal Fluminense, 2006. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=361453972028>. Acesso em: 7 fev. 2025.

SILVA, Luciene Maria Da. A deficiência como expressão da diferença. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 44, p. 111–133, dez. 2006. ISSN 0102-4698. DOI 10.1590/S0102-46982006000200006. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982006000200006&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 18 mar. 2024.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, SP, v. 13, n. 14, p. 66–91, 2000. ISSN 1980-4415. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>. Acesso em: 19 fev. 2025.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papirus Editora, 2008. ISBN 978-85-308-0867-9.

SKOVSMOSE, Ole. Inclusions, Meetings and Landscapes. In: KOLLOSCHE, David; MARCONE, Renato; KNIGGE, Michel; PENTEADO, Miriam Godoy; SKOVSMOSE, Ole (ed.). **Inclusive Mathematics Education**. Cham: Springer International Publishing, 2019. p. 71–84. ISBN 978-3-030-11517-3. DOI 10.1007/978-3-030-11518-0_7. Disponível em: https://link.springer.com/10.1007/978-3-030-11518-0_7. Acesso em: 11 mar. 2024.

SOUZA, Ana Paula Gestoso de; OLIVEIRA, Rosa Maria Moraes Anunciato de. Leitura, escrita e matemática: a apropriação de conhecimentos e a receptividade de alunos da 4ª série do ensino fundamental. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 18, n. 1, p. 173–210, 23 dez. 2010. ISSN 2176-1744. DOI 10.20396/zet.v18i33.8646697. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646697>. Acesso em: 30 jan. 2025.

STAKE, Robert E. **Pesquisa Qualitativa: estudando como as coisas funcionam**. Porto Alegre: Penso, 2011.

SUAU, Géraldine; ASSUDE, Teresa. Pratiques inclusives en milieu ordinaire : accessibilité didactique et régulations. **Carrefours de l'éducation**, Paris, v. 42, n. 2, p. 155–169, 2016.

ISSN 1262-3490. DOI 10.3917/cdle.042.0155. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-carrefours-de-l-education-2016-2-page-155.htm>. Acesso em: 21 mar. 2024.

THOMAZET, Serge. Du handicap aux besoins éducatifs particuliers. **Le français aujourd'hui**, Paris, v. 177, n. 2, p. 11–17, 17 set. 2012. ISSN 0184-7732. DOI 10.3917/lfa.177.0011. Disponível em: <https://shs.cairn.info/revue-le-francais-aujourd-hui-2012-2-page-11>. Acesso em: 4 mar. 2025.

THOMAZET, Serge; MARGOLINAS, Claire. Dévolution différenciée en classe de CP. *In*: 2004, Paris, France. **Colloque de l'AECSE**. Paris, France: [s. n.], 2004. Disponível em: <https://hal.science/hal-00526974>. Acesso em: 17 fev. 2025.

THOMAZET, Serge; MÉRINI, Corinne. Le travail collectif, outil d'une école inclusive ? **Questions Vives. Recherches en éducation**, [s. l.], n. n° 21, 15 set. 2014. Lambesc, França. ISBN 9782912643452. ISSN 1635-4079. DOI 10.4000/questionsvives.1509. Disponível em: <https://journals.openedition.org/questionsvives/1509>. Acesso em: 12 mar. 2024.

TOLEDO, Carolina Cumani; PAIVA, Ana Paula Garcia; CAMILO, Gustavo Bittencourt; MAIOR, Márcio Ribeiro Sotto; LEITE, Isabel Cristina Gonçalves; GUERRA, Maximiliano Ribeiro. Detecção precoce de deficiência visual e sua relação com o rendimento escolar: study in A. **Revista da Associação Médica Brasileira**, [s. l.], v. 56, p. 415–419, 2010. Local: São Paulo. ISSN 0104-4230, 1806-9282. DOI <https://doi.org/10.1590/S0104-42302010000400013>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ramb/a/nxxvZxmHM5G4W7NKQY8McLC/?lang=pt>. Acesso em: 30 jan. 2025.

TOULLEC-THÉRY, Marie. **Des politiques françaises en matière d'éducation centrées sur l'individualisation, la personnalisation plus que sur le collectif** : quels effets sur les apprentissages des élèves ? Paris: [s. n.], 2015. p. 23. Disponível em: <https://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2016/09/toullec1.pdf>. Acesso em: 5 dez. 2023.

TOULLEC-THÉRY, Marie; JANIN, Florence. Lecture d'images tactiles et guidance par une enseignante spécialisée E Effets d'une situation inédite d'aide sur ses pratiques. **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 66, n. 2, p. 93–111, 2014. ISSN 1957-0341. DOI 10.3917/nras.066.0093. Disponível em: <https://shs.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2014-2-page-93>. Acesso em: 6 mar. 2025.

TOULLEC-THÉRY, Marie; NÉDÉLEC-TROHEL, Isabelle. Tentative de modélisation de l'organisation du fonctionnement de trois binômes AVS/professeur. **La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation**, Suresnes, v. 45, n. 1, p. 129–138, 2009. ISSN 1957-0341. DOI 10.3917/nras.045.0129. Disponível em: <https://shs.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2009-1-page-129>. Acesso em: 6 mar. 2025.

UNESCO. **Informe de Seguimiento de la Educación en el Mundo 2020**: Inclusión y educación: Todos y todas sin excepción. Paris, France: UNESCO, 2020. Disponível em: <https://unesdoc.unesco.org>. Acesso em: 3 mar. 2025.

VAN DER MAREN, Jean-Marie Van. **Méthodes de recherche pour l'éducation**. 2. éd. ed. Montréal; Bruxelles: Presses de l'Université de Montréal; De Boeck Université, 1996. 506 pp. v. 22. Disponível em:

https://pum.umontreal.ca/catalogue/methodes_de_recherche_pour_leducation_2e_edition. Acesso em: 28 abr. 2024.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 38, n. 1, p. 1–15, 1990. Disponível em: <https://revue-rdm.com/2005/la-theorie-des-champs-conceptuels/>. Acesso em: 10 out. 2024.

VIGNON, Sandrine. **Évolution des connaissances didactiques du professeur en lien avec ses observations du travail des élèves : étude de situations d'énumération lors d'ateliers en maternelle**. 2024. 590 p. Tese (Doctorat en Éducation) – Université Clermont Auvergne, Clermont-Ferrand, 6 set. 2024. Disponível em: <https://theses.hal.science/tel-04847786>. Acesso em: 6 fev. 2025.

VIGOTSKI, Lev Semionovich. **Obras Completas – Tomo Cinco: Fundamentos de Defectologia**. Tradução: Programa de Ações Relativas às Pessoas com Necessidades Especiais (PEE). Cascavel, PR: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 24 mar. 2022. ISBN 9786587438313.

APÊNDICE A – ENTREVISTAS ANTES DAS AULAS (E_n) COM O PROFESSOR

LEGENDA

...	Hesitação ou silêncio
[...]	Informações que fogem do eixo da discussão da entrevista/aula
//	Sobreposição de falas
\	Interrupção abrupta da fala
Ênfase	Escrita em negrito
[Inaudível]	Fala incompreensível ou inaudível
[Comentários do transcritor]	Informações relevantes sobre o contexto, gestos ou eventos que impactam a fala
P:	Pesquisador

Entrevista antes das aulas A_{0a} e A_{0b} (E_0)

P: Bom dia, professor Elon. Vamos iniciar nossa entrevista. O objetivo dessa conversa é entender melhor o seu **planejamento**, sabe? Algumas percepções que você tem sobre a turma, [...] algumas experiências que você já teve. É nesse sentido, tá? Eu vou começar com perguntas mais gerais, tentando detalhar algumas coisas contigo.

Elon: Certo.

P: Como é que você tem pensado o trabalho com a PA? De uma forma geral...

Elon: Eu percebi que no livro didático deles não tinha o assunto. Eu tentei ver algumas metodologias de livros, essas coisas. Consultei dois livros, aí escolhi um do segundo ano do Ensino Médio, que já é, né? O que é usado aqui na escola. Aí, percebi que ele era mais didático, até mais que o outro. Vou utilizar ele mesmo. Como eles não têm esse livro, que é o volume dois, só têm o volume um, eu estou imprimindo parte do livro e entregando.

P: No caso, o outro livro que você pensava em trabalhar era o livro...?

Elon: O Gelson Iezzi.

P: Isso, o Iezzi. E qual foi, assim, a principal coisa que você notou de diferença?

Elon: Pronto. Eles já têm o livro, o volume um, né? A abordagem do outro é mais rigorosa. A linguagem do livro que escolhi é mais acessível para o nível deles. Os exercícios condizem mais com a realidade deles.

P: Certo e o que que você planejou, o que você vai trabalhar hoje?

Elon: Eu vou iniciar **PA**, vou dar uns... vou colocar uns três ou quatro exemplos de sequência lá no quadro, aí eles... já para tentar fazer com que eles identifiquem o que é uma **crescente**, o que é uma **decrecente**, que é uma **constante**, que uma **PA** pode ser **crescente**, **decrecente**, **constante** ... Dá a ideia de soma... só que no primeiro exemplo vai ser o bem padrão, vai ser uma somazinha, **razão positiva**, ela vai ficar crescendo. Na outra, eu vou pegar uma decrecente para eles terem a ideia de somar uma coisa **negativa**, razão **-3**, aí você está somando menos 3 para cada termo...

P: Vai trabalhar com a ideia de razão positiva e negativa...

Elon: A princípio eu não vou falar de **razão**, mas depois, mas depois sim, quando eles entenderem que eu estou somando a cada número um... a cada termo, um número, esse número vai ser a **razão**, mais ou menos isso.

P: Certo, você pensa em introduzir a ideia de **razão**, sem falar, sem falar “razão”, indicando que vai somar o mesmo valor.

Elon: E definir **PA** depois de dá esses exemplos, para eles verem... para quando eu começar com a definição, eles já saberem o que é uma PA.

- 34 **P:** Eu sei que você está sem o material aqui, mas você se lembra qual é a questão, o problema,
 35 se é uma situação de Matemática mesmo, ou uma contextualização?
- 36 **Elon:** É, é a princípio, sim.
- 37 **P:** Nesse caso vai ter uma sequência numérica mesmo, uma sequência de números\
- 38 **Elon:** É, realmente eu pensei em começar assim, mas eu vou deixar para fazer isso quando eu
 39 for falar das somas, a soma dos termos, é... eu vou deixar para falar com problemas depois.
- 40 **P:** Ok, entendi... Para esse planejamento de hoje tem algum comportamento, alguma
 41 característica dos alunos que você pensou “eu vou trabalhar dessa forma porque a turma vai
 42 entender assim”? \
- 43 **Elon:** Não, não, não pensei especificamente assim, eu olhei para o assunto de uma forma geral.
- 44 **P:** Ok.
- 45 **Elon:** Não que isso não mude, que pode permanecer ou mudar, não... dependendo de como
 46 vai... Eu vou sentir eles.
- 47 **P:** Geralmente você faz assim?
- 48 **Elon:** Às vezes acontece de mudar sim... bastante...
- 49 **P:** Mas assim, geralmente você prepara aula pensando assim, olhando para o conteúdo em si\
- 50 **Elon:** Unhum, na maioria das vezes sim.
- 51 **P:** Então, é na aula que você vai adequando alguma coisa...
- 52 **Elon:** Exato... Faz um exemplo aí, às vezes sente dificuldade, aí faz um exemplo mais simples\
- 53 **P:** Mas assim, existe algum comportamento relacionado à compreensão do aluno da aula
 54 anterior, aí você diz “não, mas amanhã eu vou trabalhar com esse exemplo, porque Joãozinho”\
- 55 **Elon:** anham, com certeza, bastante...
- 56 **P:** Para a aula de hoje, algum aluno... você pensa em ajuste em algum material didático que vai
 57 ser usado na aula?
- 58 **Elon:** Hum... Não, hoje não.
- 59 **P:** Pensando nessa aula de hoje, que você está propondo hoje, você acha que... o que você
 60 espera que seja particularmente desafiador para os alunos?
- 61 [silêncio]
- 62 **Elon:** Identificar realmente quando é uma PA, você tendo a sequência dos termos, a sequência
 63 e os termos, identificar essa questão, saber a razão de saber de fato quando é uma PA. É a
 64 identificação.
- 65 **P:** Certo, a identificação... já foi trabalhado sequência, agora dentre as sequências, algumas
 66 são PA, isso que vai ser desafiador para os alunos?
- 67 **Elon:** isso, isso aí.
- 68 **P:** E aí, o que que você pensa de... estratégia para lidar com essa dificuldade dos alunos?
- 69 **Elon:** Pronto, eu acredito que em vez de ficar somando, como é a definição, pega o termo
 70 anterior, a partir do segundo termo, o anterior, você sempre soma, talvez fosse melhor fazer a
 71 diferença do posterior com o anterior. Quando você faz a diferença, é mais fácil de achar a
 72 razão...
- 73 **P:** Essa ideia de PA como uma soma, que você falou, geralmente onde encontramos? Em que
 74 você se baseou?
- 75 **Elon:** No livro mesmo, nele mesmo.
- 76 **P:** Ah, e nele já se considera que em vez de trabalhar com a soma, eu posso apresentar a
 77 diferença.
- 78 **Elon:** Exato [o professor faz um gesto com as mãos como se fosse, o antes, uma volta, um
 79 retorno]
- 80 **P:** Seria como voltar?
- 81 **Elon:** Isso, isso.
- 82 **P:** Ao invés de ir...

Elon: Voltar, porque você vai ter os dois números, né? Você vai ter os dois termos da sequência, aí você fazer a diferença deles é melhor do que pegar um número que você não sabe quem é, associar a esse termo para ter o seguinte, eu acho mais difícil...

P: Vamos pensar aqui na estrutura e planejamento das aulas que você quer dar sequência no sentido geral, mais amplo: o conteúdo é PA, progressão aritmética. Não somente das aulas desta semana... é pensando em PA como um bloco de conteúdo que você quer ministrar, como é que você pensa a estrutura dessas aulas, que envolve progressão aritmética? Na sua cabeça, como é que você planejou: ahh, eu preciso trabalhar essa noção, depois, essas propriedades, preciso de atividades assim. Uma forma geral, como é que você pensa essa estrutura do ensino de PA?

Elon: Pronto, eu... a gente toma como norte, pelo menos eu, o livro didático que a instituição oferece para a gente e para os alunos. Então, eu costumo seguir esse mecanismo. Olho o que eu livro didático tem, tento dar prioridade a certas coisas, puxar, dar mais atenção a tal coisa, tipo propriedades, fazer exercícios do livro e avaliação é basicamente, tirada dessas atividades que eles fazem, ou em sala ou eu passo atividade para eles fazerem em casa. Mais ou menos por aí mesmo. É o livro didático que determina a forma como é que eu vou lidar com o assunto, até porque eles, quando... se eles tiverem dúvida em casa, eles podem até consultar o material.

P: Então seria... Vamos tentar aqui pensar como seria essa estrutura que o livro traz [folheando o livro, especificamente o capítulo sobre sequências...]. Ele traz primeiro sequência\

Elon: isso... aí, depois progressões aritméticas, dar um exemplo prático... Aí depois diz que aquilo é uma PA... Aí vai seguindo...

P: Você costuma trabalhar com essa abordagem também? ... Uma introdução prática\

Elon: Isso

P: Aí dentro de PA. PA é um bloco conteúdo, tem noções que estão relacionadas a PA, qual que você acha que é importante para os alunos? Eu observei, por exemplo, nas aulas de funções afins que o livro traz vários tópicos, você seleciona? Você seleciona aqueles que você acha mais relevante, e...

Elon: Isso...

P: Eu vejo que você vai puxando algumas coisas dentro daquele bloco, dentro de PA ... Essas sequências, por exemplo, seria trabalhar a noção intuitiva que você trouxe, esse problema introdutório para reconhecimento da PA. O que mais?

Elon: Tem umas propriedades, né? Identificar os termos, tipo: você tem o primeiro segundo qual seria o 25º? É.... [silêncio]

P: Seria um conhecimento que você acha que é importante para o aluno, identificar um termo...

Elon: sem precisar ir um por um, você adianta e pega um termo lá... uma previsão.

P: Então, seria um tópico importante ter, que você acha muito importante: a identificação de um termo geral da PA.

Elon: Isso, isso...

P: Tem mais algum que você trabalharia?

Elon: Tem propriedades interessantes, mas eu acredito que somar termos sem precisar também fazer um por um. Esse, o primeiro com o segundo com o terceiro, né? Você soma... de uma vez por meio de uma fórmula.

P: Certo, então é importante, essa questão de chegar na fórmula?

Elon: É sim... Saber aplicá-la...

P: Quando a gente fala de identificar um termo futuro, identificar os termos da sequência, da PA, por exemplo, a gente está falando de algo útil, né? A gente não precisa calcular um por um... conhecimento, porque a gente consegue identificar o valor de um termo lá na frente.

Elon: unhum

P: um termo geral, a soma ... a gente consegue somar termo a termo, seria útil em que sentido? somar os termos de uma PA?

[Silêncio]

- 133 **P** : Por que eu preciso somar os termos de uma PA, por exemplo? Qual o motivo para somar?
 134 [silêncio]
- 135 **P** : Veja, eu consigo ver para o termo geral, pois eu consigo prever termos futuros, isso é útil
 136 para mim, por que eu não preciso calcular um a um e a soma? eu digo a vou trabalhar com meu
 137 aluno a do termo a termo porque essa soma ela vai ser útil para esse aluno ou para sua aula
 138 mesmo...
- 139 **Elon**: Deixa eu ver se eu entendi, você tem, por exemplo, 10 termos, ou seja, vai somar o
 140 primeiro com o segundo, com o terceiro, e assim vai. Eu acho que é um ponto de vista mais
 141 prático... você, em vez de somar, fazer 10 somas, você faz mais rápido de uma vez, né? uma
 142 coisa mais prática... é basicamente isso mesmo.
- 143 **P**: Então é importante a questão da... vamos colocar assim, da abstração, da generalização.
- 144 **Elon**: Isso.
- 145 **P**: Porque existe uma utilidade para o aluno usar essa fórmula para obter uma soma de forma
 146 mais prática.
- 147 **Elon**: Mais prática, mais rápido e aí, talvez com mais eficiência, né? Você tem uma
 148 probabilidade maior de errar uma conta com 10 parcelas e utilizando um método, você tem mais
 149 eficiência.
- 150 **P**: Nas próximas entrevistas, eu quero conhecer mais sobre o problema que você pensou em
 151 trabalhar essa soma. Hoje, como você colocou, vai ser trabalhado a introdução à PA, hoje
 152 teremos apenas uma aula e você já me apontou o que objetiva fazer. E o que você planejou para
 153 as duas aulas de amanhã?
- 154 **Elon**: Pronto, hoje vai ser a introdução de PA, amanhã vai ser só o termo geral de uma PA. Eles
 155 [os alunos] acham que o termo geral é só o a_n né? Aí amanhã não, vai ter aquela fórmula lá
 156 do... o termo né? Para você identificar razão, número de termos ou qualquer termo da PA...
- 157 **P**: Então para os alunos possivelmente o termo geral está como um a_n , para eles\
- 158 **Elon**: É!
- 159 **P**: Mas para amanhã eles vão ver uma expressão, uma fórmula\
- 160 **Elon**: Uma expressão que tem por nome termo geral.
- 161 **P**: E, como você pensa em apresentar esse termo geral para eles? Você pode até me mostrar se
 162 você for propor uma...
- 163 **Elon**: Não, eu vou dar só um exemplo, nem vou resolver... Aquela da... do trem, tem uma cidade
 164 a outra cidade, [referindo-se ao contexto do livro adotado que introduz a aula de PA] aí vou
 165 inventar lá, sei lá, 50 km, aí vamos supor que no início do mês de novembro, esse mês, dava 12
 166 km construídos, não, ou então no mês passado, no mês passado tinha doze, aí amanhã é o último
 167 dia do mês, hoje ficou meio quilômetro a mais, aí eles vão continuar nesse mesmo tipo de meta,
 168 próximo mês vai ser mais meio quilômetro... Aí por PA você sem fazer, talvez, muito esforço,
 169 você consegue em que tempo ou quantos meses eles vão terminar... sem fazer regra de três, sem
 170 fazer nada assim, só sabendo que a razão é essa de meio quilômetro\
- 171 **P**: meio quilômetro e daí vão tentar trabalhar o termo geral?
- 172 **Elon**: Sim, se você quiser resolver, você usa essa fórmula [referindo-se a fórmula do termo
 173 geral].
- 174 **P**: E você acha que algo de hoje vai ser desafiante para eles? \
- 175 **Elon**: Sim
- 176 **P**: Que eles precisam superar...
- 177 **Elon**: Eles vão identificar, vão ter que saber a diferença entre o enésimo termo e o número de
 178 termos, eu acho que isso é o que mais confunde, talvez...
- 179 **P**: Você pensou em como abordar, então, isso com eles?
- 180 **Elon**: Fazer alguns exemplos, exemplos de diferentes... de naturezas distintas... Um para achar
 181 o termo qualquer, outro para achar a razão e outro para achar o número de elementos que vai
 182 ter, conhecendo tal termo, por exemplo, o décimo e o primeiro.

P: Entendi... nesse caso, seria um trabalho com uma PA finita?

Elon: É! A princípio sim... exemplos práticos de coisas finitas.

[...]

P: Elon, agora, não pensando só em PA, em sequência, agora pensando em Matemática. Você como uma pessoa que estudou Matemática e fez mestrado na área, vamos pensar agora no ensino dessa, dessa disciplina, o que é que você acha mais importante nesse ensino de Matemática para os alunos?

Elon: O que é mais interessante?

P: O que você acha mais importante assim é... eu tenho um conjunto de saberes de Matemática, a área mesmo da Matemática, o que é que você acha que é mais importante? O que houve mais importante quando você vai ensinar Matemática, o que você considera?

Elon: Eu acho bastante interessante você resolver problemas afins, por exemplo, quando você mostra que a Matemática pode ter ligação, sei lá... com a Geografia, Física, com a Química, ou seja, essa interdisciplinaridade, eu acho extremamente importante e motivador, né? Porque na Matemática você pode resolver um problema que não necessariamente da Matemática, mas você resolve com ela, então, essa questão de ter esses vários conhecimentos, eu acho que isso é muito mais importante.

P: É importante para você, por exemplo, no ensino de Matemática, mostrar que a Matemática ela está associada a outras áreas, a outros conhecimentos/

Elon: ... e mais interessante, talvez o que me fez mais... também estudar Matemática foi perceber a relação que tinha com um ambiente que eu morava na infância. Eu resolvia muita coisa de... que existia lá e, por exemplo, meu avô, ele gostava muito de construir, aí fazia tanques de formas cilíndricas, eu sabia a quantidade de água que tinha, quantas plantas ele colocava no terreno lá e por aí vai... Tipo, sei lá... saber uma margem de telhas que ele comprava para poder fazer um telhado, assim são coisas que você resolve na prática, que usa a Matemática, então, isso é bem motivador.

P: Isso é muito importante, no caso para você é muito importante trazer para o ensino, não é?

Elon: Exato, sim... “Professor, onde a gente usa isso?” ... Em alguns momentos, quando a gente vai abstraindo as coisas, não dá muito para aplicar, mas às vezes sim. Dependendo da realidade que cada um enfrenta.

P: Quantos anos assim, Elon, você tem de ensino, que você ensina Matemática?

Elon: Acho um pouco mais de 3 anos, 3 anos e alguma coisa, 3 anos, 2 meses.

P: E aí você já teve experiências com o Ensino Médio e com Superior?

Elon: É... Essa, no Médio, é a segunda experiência, né? Eu tive em meados do ano passado. Comecei e, agora, peguei uma turma realmente de início e pretendo terminar o ano letivo, mas no Superior, eu tenho mais experiência.

P: Isso é bem interessante, porque de certa forma, você é um professor iniciante, com as turmas de Ensino Médio.

Elon: Isso, isso.

P: Você acha que é ainda é um tempo muito curto, mas de um ano para o outro, você acha que essa trajetória, ela já mudou um pouco?

Elon: Com certeza, a perspectiva, a forma de lidar com aluno. Antes, eu, no ano passado, eu tinha talvez um pouco mais de dificuldade de conversar, interagir. Agora eu percebendo a dificuldade, depois de algumas avaliações que eu fiz com eles, eu percebo que é importante esse acompanhamento, essa conversa e se perceber como é que eles estão fazendo as coisas.

[...]

P: Então, de certa forma, nós podemos dizer que há uma mudança de um ano para o outro? [...] o que você acha pode ser dessa relação que você tem com o Superior, o acompanhamento é diferente?

Elon: É isso, exato. É um público bastante diferente, um pessoal mais autônomos, sei lá... Tem mais, talvez, protagonismo de fazer as coisas em casa só, não precisa talvez da mesma forma daquela linguagem... É daquela visão do professor, mas próximo, né?

P: E tem alguma coisa da experiência do ano passado que te faz... que te influenciou a trabalhar PA dessa forma esse ano? ou é a mesma forma?

Elon: Assim, eu tive duas turmas no ano passado, a forma como eu trabalhava era diferente. Esse ano também, as duas não são as mesmas, tem uma certa diferença entre os dois, então, a partir da literatura que é a mesma, mas a forma como lidar muda, mesmo no ano passado, nesse ano, era, é diferente nas 4 turmas, não é a mesma coisa.

P: Entendo... Como você já é professor da turma há um bom tempo, né? Durante esse ano, você considera que é preciso adaptar alguma estratégia sua para abordar esse conteúdo? Por exemplo: "A turma tem esse nível, então vou trabalhar dessa forma." Ou: "Vou levar esse material." Você considera que essas decisões têm muita relação com o que você já sabe da turma?

Elon: Com certeza. No ano passado, eu peguei uma turma do primeiro ano já no terceiro bimestre, quase no final. Quando comecei com esses alunos desde o início, as coisas fluíram melhor, porque eles foram se acostumando com minha metodologia. (...) Já em outra turma deste ano, é diferente. Cada turma tem suas particularidades.

P: Você... Você está com essa turma e... eu estava dando uma olhada na planilha e tem pelo menos dois alunos que aparecem como alunos que são atendidos pela CLAI, pela coordenação de acessibilidade e inclusão, certo? Um aluno com baixa visão, e outro aluno com autismo, é isso. A gente já tem conversado e tem também um caso de outra aluna que apresenta alguma dificuldade de visão, possivelmente uma baixa visão, mas não aparece ainda na planilha para atendimento pela CLAI... Lá na, nessa planilha, acredito que vocês também falaram com a coordenação, tem algumas recomendações de adaptação que esses alunos precisam?

Elon: Unhum.

P: Você pode falar, como é que você tem pensado essa adaptação nas suas aulas, se tem funcionado. O que os alunos têm falado sobre isso?

Elon: Realmente, esses alunos precisam de uma atenção diferenciada. O que é que eu tento fazer? Eu tento trazer aulas com mais escrita. Eu tento escrever mais no quadro, porque a maioria tem facilidade em ler... Conseguem entender, lendo. Aí eu escrevo mais. Em avaliações, eu coloco a fonte da prova maior, faço uma prova para os demais. Para esses com baixa visão, por exemplo, aumento a letra, às vezes coloco em negrito. Aí tudo isso facilita. Eu acredito que assim fica mais fácil, apesar de que é bom fazer isso, porque no início eu não fazia e eles não falavam nada. Depois foi que eles começaram a ter mais, digamos, até intimidade, não sei se o termo é esse, mas perderam mais aquela coisa de medo de dizer: "Professor, é interessante fazer isso. Eu tenho isso tal." Enfim, acredito que está tendo um certo progresso.

P: De certa forma, você pensa que essa adaptação das avaliações, por exemplo, é... OK... Falando de avaliação, é um momento muito específico, mas durante as aulas, você considera que a escrita no quadro já tem um tamanho, uma fonte muito adequada?

Elon: Isso, é isso.

P: Então, seria pensando mais nessas avaliações... Você acha que, por exemplo, adaptação é apenas o tamanho da fonte, então... a prova desse aluno é diferente em relação aos demais em termos de conteúdo ou não, é a mesma coisa?

Elon: Não, eu não mudei a questão do nível da prova mesmo.

P: Então, adaptação seria apenas uma adaptação de formato mesmo.

Elon: Isso.

P: Tamanho de letra?

Elon: Exato.

P: Você vê que o aluno se adapta a essa realidade de uma letra maior e você considera que isso muda alguma coisa para o aluno, em termos de conteúdo, em relação aos demais, ou não?

282 **Elon:** Não, eu não percebi assim. Não vejo diferença, não.

283 **P :** Nesse caso, nesses 3 anos de experiência, não pensando só no Ensino Médio, mais na sua
284 experiência em sala de aula, você já tinha trabalhado com outro aluno com, com alguma
285 necessidade muito específica, que é atendido pelo núcleo de inclusão ou por alguma outra
286 coordenação?

287 **Elon:** No ano passado, eu tive a experiência de ter uma aluna com a questão da audição. Ela
288 tinha mais dificuldade de ouvir, aí eu sempre trazia ela para mais perto e, enfim, ela sempre
289 gostava de ficar na frente. Aí eu bem no centro do quadro assim, eu falava mais alto. Com a
290 baixa visão, é mais. É, tem suas dificuldades, tanto um como o outro, mas a as experiências que
291 eu tive foram essas uma aluna com dificuldade na questão de ouvir. E, agora baixa visão. As
292 experiências foram essas...

293 **P :** Então, ano passado, digamos, você teve que adaptar alguma coisa, o que você foi ajustando
294 para essa aluna? Você já falou um pouco em falar mais alto, sobre ela está lá na frente, você
295 acha que mudou mais alguma coisa, como a linguagem, assim?

296 **Elon:** Sim, tipo quando ir fazer as coisas, falava sempre o que ia fazer para ela.
297 por que assim, ela tinha realmente uma visão boa, né? Então ela olhava sempre o que eu fazia,
298 mas às vezes não escutava. Então eu escrevia, então tinha a questão visual e tinham o falar.

299 **P :** E agora você está vivendo outra situação.

300 **Elon:** Outra situação. Agora é mais visual, né? Mudou um pouco, né? Agora é mais visual, tem
301 que escrever mais, tem que escrever maior.

302 **P:** E isso de certa forma interfere... se não tivesse uma com essa necessidade específica, isso
303 com certeza seria diferente.

304 **Elon:** Sim, certeza, tipo na outra sala que não tem essa característica, né? Uma sala com alunos
305 nessa situação.

306 **P:** Certo! Elon, eu vou agradecer, pois precisamos encerrar. Em geral era isso que queria
307 conversar contigo, obrigado pelas respostas.

308 **Elon:** Obrigado você!

309 **P:** você tem alguma coisa que você quer acrescentar?

310 **Elon:** Não, acho que no decorrer das aulas vão aparecer mais... obrigado!

Entrevista antes das aulas A_2 (E_2)

P: O que você preparou para as aulas de hoje? O que você pensou em trabalhar hoje com os alunos?

Elon: Pronto. Eu vou dar sequência... vou começar com aquela breve revisão costumeira sobre a fórmula do termo geral. Hoje eu vou falar da soma dos termos, dos finitos termos. Vou falar das propriedades, basicamente duas: quando você pega termos que estão à mesma distância do termo central, você vai ter a mesma... a soma dos camaradas vai se manter a mesma. Pega dois extremos, aí pega os próximos, aí vai manter a coisa. E quando você tem três elementos de uma PA seguidos, aí você tem aquela relação que o termo central é a média dos outros camaradas. Nesse caso, vou falar da soma, das propriedades e vou dar aquela noção bem rápida geométrica.

P: Sobre o termo geral, você falou da fórmula, você vai revisar?

Elon: Sim, vou fazer uma breve revisão.

P: É preciso revisar então o termo geral da PA?

Elon: Porque em algum momento, quando você olha para o assunto... vou começar essa aula basicamente com aquele problema, né? Ela tinha que o Gauss resolveu com 7 anos, a soma dos 100 primeiros números, de 1 a 100. Quando você chega na fórmula da soma, você precisa de dois camaradas específicos, que é o primeiro e o último, o a_n e o a_1 . Aí as vezes você precisa recorrer a fórmula desse termo geral para achar esse a_n ... qual a soma dos 20 primeiros termos? Você precisa saber o a_{20} , por exemplo, quando não é dado. Aí eu pensei nesse sentido, vez ou outra, eles terão que recorrer a ela.

P: Então, é sobre a soma. E como é que você vai trabalhar com aquele problema lá do Gauss?

Elon: Coisa que já foi citada pelo Luís, eu acho. Eu vou dizer que um camarada de 8 anos resolveu em 3 minutos, só para eles verem que é possível em pouco tempo.

P: Você vai explicitar essa fórmula, não necessariamente deixar eles tentarem resolver o problema?

Elon: Não, vou ver se eles chegam, mas só para a título de como eles pensam em fazer. Se vão somar um a um, se vão pensar em uma alternativa.

P: Interessante. As propriedades estão relacionadas a essa questão de soma, você vai anunciar as propriedades?

Elon: Isso mesmo.

P: Ok, você já me falou que vai iniciar com esse problema de Gauss. Tem alguma tarefa que pensou em solicitar aos alunos hoje. Poderia me mostrar, falar sobre elas?

Elon: Sim, eu vou pedir que façam a 37 da página 24, que é mais a representação geométrica. Vou fazer para eles a 12 e a 13 da página 26. Pedir para fazerem a 43 e vou pedir que façam a 14 e 15 da página 28 e as três aqui atrás [refere-se as questões 44, 45 e 46 da página 28].

P: Ok. Então, são muitos elementos que apareceram hoje para os alunos, mas assim você acha que existe alguma coisa que pode ser desafiador para eles hoje?

Elon: Sim, com certeza! Essa parte das propriedades, talvez. Quando é número tranquilo, mas quando envolve incógnitas, vai aparecer um x, geralmente, eles tem dificuldade quando essa abstração acontece. Que vai resolver equações, eu acho que é a parte mais difícil que eu acredito.

P: Pensando em Gael, tem também Sophia, você acha que as dificuldades de visão deles, vai ter algum desafio para eles na aula?

Elon: Sim, se eles seguirem a apostila sim. Porque realmente a apostila é tirada do livro didático. A fonte é pequena, mas como eu vou tentar escrever bastante coisa e a letra no quadro, eu tento deixar sempre maior, eu acredito que pelo quadro facilite.

P: Eles comentaram alguma coisa da apostila?

47 **Elon:** Não, eles geralmente não comentam. É tanto que teve uma reunião, antes das reunião dos
48 pais, teve um professor, o coordenador do curso de informática. Nós estávamos lá e alguns
49 professores começaram a falar dessa classe. Falaram do Gael e da Sophia. Aí o coordenador
50 que estava lá na frente, e disse “ nossa eu não sabia, ah então foi por isso que ela talvez tirou
51 uma nota ruim na minha prova, por isso” ele disse que ela é uma das melhores alunas da sala e
52 passou a prova e teve um retorno não esperado. Ele não sabia que ela também tinha baixa visão.
53 E daí ele disse que foi por isso que a nota não foi tão boa. Ou seja, a questão da informação é
54 importante.

55 **P:** Esses ajustes são necessários para avançar?

56 **Elon:** Sim, necessários e ela passou meio despercebida, por muitos, no início do ano.

57 **P:** De fato, como a informação chegou tardiamente na CLAI, porque ela entrou nas vagas
58 amplas, não como aluno com necessidades. Eu não tenho e não consegui com a CLAI nenhum
59 documento que tenha o diagnóstico oftalmológico da condição de baixa visão\

60 **Elon:** Mas por observação e pela prática tem algumas coisas parecidas com Gael.

61 **P:** Parecidas né?

62 **Elon:** Sim, em dificuldade de ver.

63 **P:** Tudo bem, obrigado Elon.

APÊNDICE B – AULAS OBSERVADAS (A_n)

LEGENDA

...	Hesitação ou silêncio
[...]	Informações que fogem do eixo da discussão da entrevista/aula
//	Sobreposição de falas
\	Interrupção abrupta da fala
Ênfase	Escrita em negrito
[Inaudível]	Fala incompreensível ou inaudível
[Comentários do transcritor]	Informações relevantes sobre o contexto, gestos ou eventos que impactam a fala
Alguns alunos	indica falas coletivas de mais de dois alunos que ocorrem simultaneamente, sem identificação individual. Apenas as falas de Gael e Sophia são explicitamente mencionadas quando audíveis e identificáveis. Quando há interações diretas entre ambos, essas falas são transcritas na íntegra.

Aula (A_{0b}): Termo geral de uma PA

Duração: 2 aulas (aproximadamente 50 minutos cada)

Informações extras da aula:

- Os alunos Gael e Sophia estavam presentes nesta aula. Nos primeiros minutos, o professor entregou a cada aluno uma cópia parcial do capítulo sobre sequências, especificamente a que inclui Progressões Aritméticas, retirado do volume 2 do livro da mesma coleção que os alunos utilizam em sala, porém eles possuem apenas o volume 1. O material entregue era uma reprodução fiel do original, sem alterações. Gael e Sophia sentaram-se um pouco descentralizados, mas na frente da sala, em cadeiras coladas, formando uma espécie de dupla. Além disso, o professor solicitou ao aluno Luís que desenhasse no quadro, em tamanho grande, duas cidades conectadas por uma linha de trem.
- No momento da entrega do material aos alunos. Ao entregar a folha para Sophia e Gael, o professor pergunta: "Dá pra vocês ver isso, ver?" Ambos pegam a folha e acenam positivamente, indicando que conseguem, mas aparentam certa dificuldade, pois aproximam o papel do rosto para enxergar melhor. Enquanto o professor segue entregando o material aos outros alunos, Sophia folheia o material e comenta: "Ver é um conceito muito abstrato." Gael também folheia as cópias e comenta: "E essa tinta, ... meu Deus...".
- A partir de aproximadamente 40 min de aula, os aparelhos de microfone a lapela começaram a apresentar um ruído considerável, o que impossibilitou captar algumas falas, sobretudo de Gael e Sophia.

- Elon:** Bom gente, vocês fizeram a atividade de ontem? Depois eu corrijo tudo... Vamos
- imaginar o seguinte... Obrigado, Luís pelo desenho muito bonito\
- Luís:** De nada!
- Elon:** o homem tem um talento nato... Se vocês não entenderam o desenho eu vou explicar.
- Aqui tem duas cidades, a cidade A e a cidade B.

[Nesse momento, Gael se volta para Sophia e pergunta: “Essa linha é a distância é?” A resposta de Sophia é audível, mas momentaneamente ambos se atentam ao material entregue na tentativa de entender]

Elon: Como é o nome dessa primeira cidade, Luís? [O professor se dirige a Luís, que inicialmente não percebe a chamada até que os colegas chamam sua atenção. Luís, então, nomeia as cidades como "Belford Roxo" e "Xique-Xique". A sala se torna bastante alvoroçada e barulhenta, levando o professor a intervir. Ele reorganiza a disposição dos alunos, mudando alguns de lugar, incluindo Luís, enquanto Gael e Sophia permanecem em seus lugares originais.]

[...]

Elon: Vamos lá, gente! Vamos começar [Elon dá três batidas com o pincel no birô para chamar a atenção da turma].

[Nesse momento, Gael comenta: “Eu vou pedir para tirar xérox agora dessas coisas, porque essa tinta ...”]

Elon: Tem duas cidades aí... aí, eu vou lançar um desafio para vocês. Vamos supor que dessa cidade para a outra tem cinquenta quilômetros [Elon desenha uma chave indicando o comprimento da linha do trem e escreve 50 km], tudo bem? Aí, o pessoal começou a trabalhar numa linha de trem, isso é uma linha de trem.

[Nesse momento, Gael diz “Ah”, dando a impressão de que finalmente compreendeu a parte do desenho que conecta as cidades].

Elon: Faltou só o trem, mas tem uma calopsita ali, resolve [Ele faz referência a uma calopsita desenhada por Sophia no canto do quadro, antes do início da aula]. Aí, vamos supor que eles começaram a obra, olha só, eles começaram a obra no início desse mês, hoje é dia trinta, o último dia do mês.

Daniilo: 29.

Elon: 29, né? Amanhã, é o último dia. Só que nesse mês de novembro eles trabalharam, só que eles aqui no início, só que eles começaram a trabalhar e fizeram doze quilômetros.

[O professor, para ilustrar, desenha uma chave menor no quadro, posicionada abaixo do desenho da linha do trem e acima da chave maior que indicava o comprimento total da distância entre as cidades. Ele adiciona a marcação "12 km" na chave menor e desenha uma seta apontando para o início da linha, indicando até onde os 12 quilômetros foram construídos]

Elon: Eles fizeram doze quilômetros, pararam durante um tempo e retornaram no início do mês. Aí, eles andaram aqui na construção mais meio quilômetro por mês [O professor desenha outra chave ao lado da que faz referência aos “12 km” e adiciona a anotação “+ 0,5 km”, indicando a continuação ou ampliação da obra no desenho]. Deu para entender? Então, daqui para cá é doze, já tinha esses doze [o professor reforça que já haviam construído doze quilômetros, escrevendo novamente “12 km”. Desta vez, ele posiciona a anotação abaixo da chave correspondente, enquanto o anterior estava acima da linha que representa a linha do trem], aí fizeram esse meio aqui [diz ele, referindo-se aos primeiros 0,5 km construídos. Nesse momento, Gael murmura: “Tão indo de jumento ou o quê? Sophia, confusa, pergunta: “o quê?” Gael repete, e ambos trocam risos discretos] aí mais meio, mais outro [enquanto complementa o desenho para indicar a continuidade do progresso da construção], ou seja, no mês de dezembro vai ter mais meio, no mês de janeiro mais meio... Aí, a pergunta é, sem fazer regra de três, nem nada... em quantos meses eles vão terminar a obra? Deu para entender? Isso daqui deu para perceber que é uma PA?

Alguns alunos: sim [um ou dois verbalizam, enquanto os outros apenas balançam a cabeça em sinal afirmativo].

Elon: Qual é o primeiro termo dela?

Léo: Doze!

- 55 **Elon:** Doze! Doze, é o primeiro porque já tinha doze, aí esse mês eles fizeram meio quilômetro,
 56 no caso foi para? Doze vírgula cinco... eles continuando, suponhamos essa situação hipotética,
 57 que cada mês é feito meio quilômetro [enquanto fala, escreve no quadro “(12, 12,5,)”].
 58 **Lúcia:** Começou em que mês?
 59 **Elon:** Começou esse mês, aí, agora ele fizeram meio, aí o mês já terminou, eles não vão
 60 trabalhar no sábado mesmo... no sábado eles não trabalham, então, hoje fizeram mais meio,
 61 quando for no mês de dezembro, treze. Em janeiro, treze e meio, e por aí vai [escreve
 62 completando a sequência “(12, 12,5, 13, 13,5, ...)”]. E se eu disser a vocês que não precisa
 63 resolver por regra de três, por PA [o professor interrompe a fala, mas gesticula como se estivesse
 64 indicando o cálculo mês a mês, indicando outra forma alternativa de resolver. Enquanto isso,
 65 Gael e Sophia cochicham entre si, mas suas palavras são inaudíveis] tem como você fazer\
 66 **Danilo:** Isso é só somar de meio em meio...
 67 **Elon:** Tem como você fazer de mês em mês, mas dar um trabalhinho, não dá? E seu disser a
 68 vocês que vocês vão resolver uma coisa dessa em ... bem rapidinho, usando PA, né massa? Eu
 69 apago o desenho, deu para entender?
 70 **Danilo:** Deixa o desenho.
 71 **Elon:** Não, mas eu preciso de espaço, Danilo, como é que eu vou fazer?
 72 **Luís:** Seria igual a dezenove.
 73 **Elon:** O quê?
 74 **Luís:** Dezenove... igual a dezenove!
 75 **Elon:** É por aí, depois a gente faz...
 76 **Luís:** Né não?
 77 **Elon:** Não sei, eu inventei isso agora... Eu vou apagar, ficou lindo, mas... [Lúcia menciona, sem
 78 o professor parecer ouvir: “mas eu fiz e deu setenta e seis meses e chama a atenção de Elon].
 79 **Lúcia:** Elon! Se eles trabalhassem e fizesse cada mês o mesmo meio quilômetro, daria setenta
 80 e seis meses, como tem os doze, setenta e sete [ela fala enquanto olha para um rascunho dos
 81 cálculos escritos na mão, feito enquanto o professor explicava a sequência (12, 12,5, 13, 13, 5,
 82 ...). Lúcia pareceu surpresa quando o professor sugeriu que dava para fazer sem usar regra de
 83 três].
 84 **Luís:** Ah! Não, está errado [referindo-se ao resultado que deu “19”]
 85 [Elon olha para Lúcia a escuta sua explicação, mas não reage diretamente, mantendo sua linha
 86 de raciocínio em apagar o quadro].
 87 **Elon:** Posso apagar aqui, deu para entender? Quem não entendeu aqui? Todo mundo entendeu
 88 a ideia? A gente vai resolver isso sem precisar fazer essas contas de cabeça de Luís e nem de
 89 Lúcia... [Lúcia ri discretamente ao ouvir o comentário, enquanto Gael balança a cabeça em sinal
 90 de concordância].
 91 Vamos lá... A aula de hoje vai ser o termo... é aqui. [o professor pega o material que preparou
 92 – cópias do livro – e começa a folhear] Essa primeira folha a gente viu ontem [referindo-se à
 93 página 18 do material, nesse momento Gael diz baixinho para Sophia: “eu não vim não”], a
 94 segunda tem exercício, tem umas coisas aqui, depois a gente volta nisso [referindo-se a página
 95 19 do material], a gente vai para a página vinte e um, onde tem fórmula do termo geral de uma
 96 PA... Observe que tem um camarada subindo numa escada aí, pronto, eu poderia fazer esse
 97 exemplo da escada, mas ia demorar demais ele fazer o desenho, aí eu coloquei a cidade, a ideia
 98 é a mesma: ele subir degraus.
 99 **Danilo:** Ou seja, cada degrau repete a mesma altura\
 100 **Elon:** Cada degrau é a razão... todo degrau de uma escada não tem que ser da mesma altura?
 101 [Enquanto isso, Gael, após folhear o material, murmura: “é!”. Sophia, por sua vez, escreve no
 102 caderno]. Se não, você vai tropeçar, vocês sabem, né?
 103 **Luís:** O cérebro lembra do padrão\

Elon: Se você colocar uma altura maior ou menor, você tropeça, isso é comprovado cientificamente, a cabeça meio que memoriza a altura já etc. Muito bem, então, termo geral de uma PA, prestem atenção!

Fórmula do [escreve no quadro “fórmula”]. O nosso objetivo era saber o quê? O último termo, né? [Elon aponta para uma parte do desenho que ainda está no quadro]. Se a gente soubesse o último termo, a gente ia ter a ideia de, ou seja, o a_n , se fosse o a_{20} , seriam quantos meses? Vinte! Se fosse o a_{10} ... seriam dez, estão entendendo? Nosso objetivo era descobrir o camarada lá. Fórmula do termo geral... de uma PA... [continua escrevendo no quadro “do termo geral de uma PA”]. Muito bem, dado uma PA da forma [escreve isso no quadro], aí vamos lá, prestem atenção... a_1 , qual é o próximo? a_2 , [escreve “(a_1, a_2)”], pronto, o mesmo problema ali... [apontando para a parte do desenho que ainda estava no quadro], começou no primeiro, o primeiro aqui seria doze, aí o outro doze e meio, treze, até o a_n , tudo bem? [termina de escrever a sequência “ $, \dots, a_n$)”]. Aqui eu tenho n termos, esse daqui é quem mesmo? Primeiro termo né? (apontando para “ a_1 ”, enquanto isso alguns alunos respondem: doze). Termo um, esse aqui é o termo um, termo... eu vou colocar termo da posição um... posição um e aqui o da posição n , posição n , tudo bem? [escreve abaixo dos termos correspondente o que fala, “termo da posição”]. Existe uma fórmula que relaciona a quantidade de termos, o primeiro termo, o último e razão, essa daqui...

Lúcia: Elon, você queria saber qual mês termina ou quantos meses\

Elon: Não, era só um... não é para vocês resolverem não, é só para vocês entenderem o problema\

Danilo: Elon?

Elon: Oi!

Danilo: Essa daqui [o aluno aponta para a fórmula expressa no material].

Elon: Isso, eu vou colocar ela aqui agora, Danilo [indicando que vai escrevê-la no quadro]. Eu perguntei em quantos meses eles iriam terminar essa obra de... dessas cidades [Elon apaga o restante do desenho do início da aula].

Lúcia: É só pegar o que falta de quilômetros e multiplicar por dois, e só.

Elon: Exato! Entendeu o problema, né?

Lúcia: Foi o que eu fiz, [olha para o rascunho na mão], por isso eu disse que dava setenta e seis [inaudível].

Elon: Vamos lá... Então, [ele lê o que escreveu no quadro] dado uma PA da forma ($a_1, a_2, \dots, a_n$)... a gente tem essa fórmula aqui... tem-se... [escreve no quadro “ a_n ”] quando eu pegar o último termo, [aponta para o a_n que estava escrito na representação da sequência entre parênteses], é claro que estou com uma PA finita, aqui tem uma quantidade finita, não tem infinitos, senão ia continuar... esse termo aqui, ele vai ser igual ao primeiro termo [escreve ao lado do a_n que escreveu depois “ a_1 ”] que está aqui [aponta para o “ a_1 ” que estava escrito na representação da sequência entre parênteses], somado com a quantidade de termos\

Sophia: Menos um!

Elon: menos um, aí eu multiplico pela razão, tudo bem? (continua escrevendo a fórmula “ $+(n - 1)r$ ”). Tem como você chegar nessa fórmula, mas eu não vou entrar em detalhes... você fica pegando o primeiro, aí depois pega o segundo, aí depois o terceiro, aí, você vai ver que existe um padrão, quando você chegar no “ n ”, você vai ver que tem exatamente aquilo ali no lado direito, mas deu para entender, né?

Alguns alunos: Sim.

Elon: a_n , como eu falei, qualquer termo... vamos colocar aqui, é qualquer termo, o a_1 é o primeiro termo, primeiro termo... certo? O “ n ” é quantidade de termos... [Elon explica o significado de cada elemento da fórmula] se tiver dez, um, dois, três... aqui tem quantos? Um, dois, “ n ”, se tivesse mais um seria três, então seria “ n ” igual a três, deu para entender? (...) quantidade de termos... e o “ r ” é o quê?

- 154 **Alguns alunos:** Razão!
- 155 **Elon:** É a razão com que cada um, com que faz que eu tenha o próximo termo, por exemplo:
- 156 dois, quatro, seis, [escreve no quadro “(2, 4, 6, ...)”] ou seja, a razão aqui é dois, porque quando
- 157 eu pego dois e somo com dois, você tem esse, quando eu pego quatro e somo com dois, você
- 158 tem seis, e por aí vai, a razão é dois.
- 159 **Danilo:** Elon, essa fórmula aí resolve logo dentro de parênteses, né?
- 160 **Elon:** É Danilo, ou se não você faz aquele chuveirinho [o professor faz gestos com as mãos
- 161 para ilustrar a distributiva, indicando que a letra r deve ser multiplicada separadamente por
- 162 cada termo dentro dos parênteses, neste caso, n e -1].
- 163 **Danilo:** Mas é mais fácil de resolver...
- 164 **Elon:** É, pode ser, pode resolver dentro, se for possível resolver, porque vai que aquele n seja
- 165 uma letra em vez de um número, se n for dez aí, dá nove, mas se n não tem... vocês vão ver
- 166 nos exemplos, está bom, deu para entender?
- 167 **Danilo:** Deu [outros alunos ficam em silêncio].
- 168 **Elon:** Vamos descobrir... vamos fazer o exemplo anterior, então? [enquanto apaga o quadro,
- 169 direciona-se para Luís.].
- 170 **Elon:** Tu disse que dava quanto, Luís?
- 171 **Luís:** Disse que dava 76 [enquanto procura seus registros para conferir o resultado.].
- 172 **Elon:** anh?
- 173 **Luís:** Eu vi que estava errado, aí eu troquei de novo, aí deu 76.
- 174 **Elon:** 76 o quê? [o professor reage com surpresa].
- 175 **Luís:** meses?
- 176 **Elon:** Na questão anterior?
- 177 **Aluna não identificada:** Mas você disse que dava 19.
- 178 **Elon:** Você tinha dito 19 [com um tom divertido].
- 179 **Luís:** // Tinha, mas eu não posso mudar não/
- 180 **Elon:** Foi um pequeno erro aí, um detalhe... Vamos lá, no exemplo inicial.
- 181 [Simultaneamente, Luís comenta para a aluna não identificada, por algum motivo eu levei 0,5
- 182 para o outro lado dividindo por e não multiplicando por 2]
- 183 [Lúcia faz uma pergunta a Elon: “nesse exemplo específico, seria mais rápido o cálculo que eu
- 184 fiz ou o que você está ensinando?”, Elon, sem dar uma resposta definitiva, comenta: “Eu não
- 185 sei, isso depende do critério adotado. Vamos primeiro resolver essa questão para que vocês
- 186 compreendam melhor.”, depois ele continua: é porque o problema realmente não é **tão** difícil,
- 187 **Lúcia** responde: é...]
- 188 **Elon:** O primeiro termo da minha sequência é qual?
- 189 **Poucos alunos:** 12.
- 190 **Elon:** Qual é o segundo?
- 191 **Alguns alunos:** 12 e meio.
- 192 **Elon:** Aí, vamos colocar reticências, qual é o último?
- 193 **Alguns alunos:** 50.
- 194 **Elon:** Cinquenta né? [escreve no quadro durante as perguntas feitas e respostas dadas
- 195 (12, 12, 5, ..., 50)].
- 196 [Ao longo dessas respostas, percebe-se que, embora outros alunos também participem, Luís se
- 197 destaca, respondendo com mais rapidez e convicção].
- 198 **Elon:** Então, quem é a razão?
- 199 **Luís:** 0,5 [Gael responde o mesmo também, mas com a voz bem baixa].
- 200 **Elon:** 0,5 [escreve $r = 0,5$]... Quem é o primeiro termo?
- 201 **Alguns alunos:** 12 [Gael e Sophia respondem conjuntamente: 12]
- 202 **Elon:** 12 [escreve $a_1 = 12$]... Qual é o último?
- 203 **Alguns alunos:** 50 [Gael fala algo baixo: em média de 1 a n , vão ser quantas?]

- 204 **Elon:** **50** [escreve $a_n = 50$]... o último é **50**. Não tem que ser **50** no fim [Gael falando baixo:
205 é!]. Aí, vamos lá! Qual é a fórmula? [aponta para a fórmula escrita no quadro].
- 206 **Elon:** Vamos ver se dá certo, Luís.
- 207 **Luís:** É porque dá trabalho demais.
- 208 **Elon:** Nam, deixe de conversa... Você teve alguma dificuldade de identificar quem era a razão?
209 [enquanto aponta para a sequência e as anotações no quadro: $(12, 12, 5, \dots, 50), r =$
210 $0,5, a_1 = 12$ e $a_n = 50$] Vamos, lá, $a_n = a_1 + (n - 1)r$... Aqui eu coloco quanto?
211 [apontando para a_n]
212 [enquanto isso, Gael conversa com Sophia, comentando sobre a fórmula: "É tipo um jeito de
213 resolver, seguir um caminho... Troca os valores e dá certo. Não é muito difícil, não. Aí tem o
214 a_1 , o outro termo... É tipo uma fórmula para encontrar o valor."]
- 215 **Alguns alunos:** **50**.
- 216 **Elon:** Aqui eu coloco **12** [apontando para a_1]... n eu não sei, menos um e quanto é isso aqui?
217 **0,5** [escreve no quadro $50 = 12 + (n - 1)0,5$].
218 [Volta-se para Danilo]
- 219 **Elon:** Olha Danilo, não vai dar para resolver dentro do parênteses.
220 [Danilo olha para o quadro ri discretamente e diz: é]
- 221 **Elon:** E, agora? Coloca esse **12** aqui [indica o primeiro membro da equação]... aí vai ficar **50** –
222 **12** porque ele vai veio para cá com sinal trocado [desenha uma seta saindo do **12** em direção
223 ao primeiro membro da equação].
- 224 **Elon:** Pode... aí vai ficar $(n - 1)0,5$ [escreve no quadro]... E, agora? Quanto é que dá essa
225 diferença? [referindo-se a $50 - 12$].
- 226 **Alguns alunos:** **38**.
- 227 **Elon:** **38** que é igual.... esse daqui eu multiplico por esse e, esse por esse [faz a distribuição de
228 $(n - 1)0,5$, usando setas para ilustra a técnica do “chuveirinho”], vai ficar $n.0,5 - 0,5$
229 [Sophia diz simultaneamente ao professor: $n.0,5 - 0,5$]. Pode passar para cá, vai dar **38,5**
230 [referindo-se a mover **0,5** do segundo para a o primeiro membro]. Acho que vai dar número
231 quebrado...
- 232 **Alguns alunos:** Não [Sophia é uma das que responde não e acrescenta **77**].
- 233 **Elon:** vai dar **0,5n** [enquanto escreve no quadro]. E, agora?
- 234 **Leo, Luís e aluno não identificado:** Multiplica por dois.
- 235 **Elon:** Como?
- 236 **Aluno não identificado:** você multiplica por **2** o **38** e a parte quem tem n
- 237 **Elon:** Aqui vai dar **1** [aponta para a multiplicação $0,5.n$], pode ser... Muito bem, para eliminar
238 essa [aponta para a equação]... enfim, mas quando você divide vai dar quanto? Vamos colocar...
239 a gente vai passar dividindo... [Gael menciona baixo: mesma coisa]. n , vai ser quanto?
- 240 **Alunos:** **77**.
- 241 **Elon:** **77**, é isso mesmo?
- 242 **Boa parte dos alunos:** Sim.
- 243 **Luís:** Por que o meu deu um a menos?
- 244 [Léo e Lúcia tenta explicar, mas Elon se direciona a Lúcia.]
- 245 **Léo:** Porque provavelmente você não colocou o primeiro mês.
- 246 **Lúcia:** Porque você colocou só os que faltam, se perguntasse quantos meses foi a obra toda, é
247 **77**, mas o que faltam dá **76**.
- 248 **Elon:** Interpretação, Luís. [Gael expressa confusão: oxe!]
- 249 **Luís:** Pode repetir o que ela falou?
- 250 **Elon:** Tem uma diferença entre o que falta e o que foi a obra... [Sophia no final da frase do
251 professor menciona: foi o total]
- 252 **Luís:** Ah, o que foi né? [Gael diz baixo: engoliu o tempo] porque no primeiro mês foi **12**

253 **Elon:** Não... tinha **12**, aí o próximo, o próximo... até chegar em 50. [se afasta de Luís e caminha
254 em direção ao quadro]

255 **Elon:** Entendido? [Gael menciona: mais ou menos... não] errasse por um, não foi? [referindo-
256 se a Luís, Gael, por sua vez menciona baixo: foi mesmo.]

257 [Luís ainda parece insatisfeito e fala mais alto, dirigindo-se a Lúcia]

258 **Luís:** O que foi que tu disse, Lúcia?

259 **Lúcia:** Eu disse que a diferença para o que porque a gente respondeu são os meses que faltavam
260 e aí está respondendo os meses que a obra foi, aí foi considerado o mês que iniciou que foi **12**
261 mais os **76** que faltavam.

262 **Luís:** vou copiar essa resposta mesmo, porque é certeza [apontando para o que estava escrito
263 no quadro].

264 **Elon:** Qual é certeza?

265 **Luís:** Essa daí.

266 **Elon:** Não é bom aqui?

267 **Luís:** É, muito mais fácil.

268 **Elon:** Olha, eu gostei da tática aqui, gente olha [aponta para o aluno que sugeriu multiplicar a
269 equação por **2**]... você dividir por **0,5** é...

270 **Luís:** É a mesma coisa que multiplicar por dois.

271 **Elon:** É a mesma coisa que multiplicar por **2**... é a ideia da balança, né? [faz gestos com as
272 mãos, como se fossem pratos de balança]. Você faz uma coisa desse lado, fazendo a mesma
273 coisa do outro lado, não muda a equação. Muda... [começa a fazer gestos com os dedos em
274 formato de aspas], muda a equação, mas não muda a solução.

275 **Luís:** E o que tem de errado aqui? [referindo-se ao trabalho que desenvolveu para resolver o
276 problema].

277 **Elon:** Depois a gente ver Luís, vamos dar continuidade... Entendido a fórmula? Tudo bem?
278 [dirigindo-se a turma, mas olhar direcionado a Gael que faz um gesto de ok].

279 **Danilo:** Sim.

280 **Elon:** Vamos fazer o primeiro exemplo... [pega o material da aula em mãos] na página seguinte,
281 **22**, todo mundo está com a folha? Alguém está sem o material? [um aluno não identificado diz
282 que está sem o material, o professor pega uma cópia e leva até ele]

283 [...]

284 **Elon:** Questão cinco, todo mundo está vendo a questão cinco?
285 [a turma permanece em silêncio, indicando consentimento enquanto seguem a explicação. Gael
286 se inclina levemente para Sophia e pergunta em tom baixo:]

287 **Gael:** Aonde? [Sophia pega o material dela e aponta discretamente a questão 5 da página
288 referida e responde:]

289 **Sophia:** Na próxima página. [Gael então folheia rapidamente o próprio material, encontra a
290 página indicada e, demonstrando concentração, aproxima muito o rosto da folha, como se
291 quisesse enxergar melhor os detalhes.]

292 **Elon:** Vamos lá, exemplo: determine o **51º** termo da sequência... a sequência começa no **4**, vai
293 para o **10**, **16**, **22** e, assim vai [escreve no quadro, enquanto isso Lúcia pergunta a Sophia da
294 página ela responde “**22**, onde tem a resolução, porque já tem a resolução”].

295 **Elon:** Ou seja, essa é infinita, que quero saber o termo que está no... primeiro, segundo, terceiro,
296 quarto, quinto [o professor vai apontando respectivamente cada valor correspondente à sua
297 posição na sequência], lá na posição 51... E aí, Luís, como é que você ia resolver essa de cabeça?

298 **Luís:** Eu? Usando a fórmula...

299 **Elon:** Dá para resolver de cabeça, [dirigindo-se a Lúcia] dá né? Mas demora um pouco, né? É
300 melhor que exaustivamente, né? O próximo, depois o próximo, aí depois volta contando, dá
301 trabalho? Eu acho que dá... deu para entender qual é a pergunta né? Essa é a primeira posição,

estão vendo? [aponta para o termo 4], essa é segunda posição, essa é a terceira posição [aponta, respectivamente, para os termos 10 e 16] ... quer saber a posição?

Alguns alunos: 51 [enquanto isso Lúcia murmura: já tem a resolução...].

Elon: Então vamos lá... vamos ver se é uma PA logo...

[Enquanto o professor segue com a explicação, Lúcia e Sophia trocam olhares e começam a conversar em tom baixo sobre o entendimento que a resolução feita pelo professor já está respondida no material].

Elon: A razão tem que ser quanto? **10** – **4** [escreve no quadro], dá quanto?

Danilo: 6.

Elon: Deu **6**, vamos pegar **16** – **10** [escreve no quadro], deu **6**... **22** – **16** [escreve no quadro, Gael fala bem baixo: seis], olha aí deu **6**... alguma dúvida que é uma **PA**? [Gael fala, mas está inaudível].

Luís: Não [o restante da turma estão concentrada copiando no caderno].

Elon: Quando você pega o segundo menos o anterior, sempre dá o mesmo resultado... então quem é **r**? Seis, quem é o primeiro termo?

Danilo: 4.

Elon: 4.

Danilo: Mas já tem essas informações aqui [Ele indica que a resolução do exercício já está presente no material. Seu tom de voz expressa surpresa, como se estivesse questionando a necessidade de refazer e/ou perguntar o que já está dado (ou pronto) no material].

Elon: Tem? Não, mas a gente está fazendo junto... vamos lá, a razão é **6** [escreve no quadro **r = 6**]. O que é que a gente precisa? Vamos olhar a fórmula [escreve novamente a fórmula do termo geral de uma PA no quadro]. Isso aqui a gente tem [referindo-se à razão **r**]. Essa daqui a gente sabe quem é? [referindo-se à **n**].

[o professor tenta chamar a atenção da turma que está dispersa ou outros concentrados copiando no caderno, ele pergunta várias vezes, **n**?]

Danilo: 51.

Elon: **n = 51**, Danilo, muito bem. Estão entendendo? **n** não é quantidade de elementos? e a gente não está querendo saber 51. Olha gente, é o exemplo... é na página **22**.

[mesmo o professor tendo dito que é um exemplo, e indicado que ele faria com a turma, muitos dos alunos se concentram mais em tentar resolver, do que prestar atenção ao que o professor faz, inclusive seus questionamentos]

Elon: Quem não está entendendo? [Lua levanta a mão]

Elon: Está entendendo não? [Lua faz um sinal de cabeça indicando que não]

[o professor parece associar a falta de interesse da turma às perguntas que ele faz ao não entendimento da turma, por isso procura perguntar sempre, estão entendendo?]

Elon: Você faltou a aula de ontem, eu expliquei quem era cada elemento desse, quem é **a_n**, quem é **a₁**, esse **n** eu estou falando agora, esse **n** é quantidade de elementos... eu quero saber o elemento da posição 51... eu tenho **a₁**, eu tenho **a₂**, **a₁₀**, **a₁₁**, até quem? [escreve no quadro (**a₁, a₂, ..., a₁₀, a₁₁, ..., a₅₁**)] eu quero saber quem é esse aqui [circula o termo **a₅₁**]. Um, dois, três, até a posição 51, tem quantos elementos? [nesse momento, tanto Sophia quanto Gael demonstram desatenção em relação à explicação do professor. Sophia pega seu celular e começa a mexer nele, enquanto Gael, sem interagir diretamente, observa o que ela está fazendo]

Alguns alunos: 51.

Elon: 51, **n** é o número de elementos da minha sequência, é uma sequência finita, então meu objetivo é descobrir quem? O meu objetivo é descobrir quem? O da posição 51, que é? **a₅₁** [escreve no quadro]. [Enquanto isso, Gael e Sophia conversam em tom de brincadeira, observando o professor resolvendo o exemplo]

Gael: Faz isso não...

Sophia: No livro tem isso...

- 352 **Gael:** Passa uns para a gente responder...
- 353 **Sophia:** Ele está resolvendo tudo.
- 354 **Gael:** Ah [com um tom de resignação, acompanhado de um gesto que indica conformidade,
355 como um encolher de ombros.]
- 356 **Elon:** Esse daqui, não é? Olhem aqui para a sequência, o $a_1 = 4$, $a_2 = 10$, $a_3 = 16$, e assim
357 vai [enquanto explica vai indicando o termo da sequência (4, 10, 16, 22, ...) em correspondência
358 à sequência ($a_1, a_2, \dots, a_{10}, a_{11}, \dots, a_{51}$)]. Alguma dúvida ainda? [referindo-se a turma e não
359 especificamente a aluna que disse que não entendia; a turma nesse momento está bem
360 silenciosa].
- 361 **Elon:** Pronto e, agora? É só colocar ali [referindo-se a fórmula], porque você já sabe quem é o
362 a_1 , $a_1 = 4$ [escreve no quadro], esse daqui vai ficar no lugar do a_n [referindo-se ao a_{51}]. É só
363 lembrar num é o a_n ? E, aqui não tem o n ? [referindo-se ao n da fórmula que fica dentro do
364 parênteses] então, eu quero saber o **51**, aqui vai ser **51** também [referindo-se ao n], entendido?
365 Então aqui vai ser o $a_{50} = a_1 + 50$ [escreve abaixo da fórmula buscando associar cada
366 informação com os elementos da fórmula]
- 367 **Alunos:** Não é 51? [Quem começa a questionar é Sophia: e não é **51**, Elon?]
- 368 **Elon:** **51** [em tom afirmativo, apaga e refaz a escrita] é, estava me lembrando dos quilômetros
369 lá da linha do trem, $a_{51} = a_1 + (51 - 1)$, e aqui ? [referindo-se à razão]
- 370 **Luís:** Vezes 6.
- 371 **Elon:** Vezes 6 [escreve no quadro. Gael fala algo para Sophia, porém sua fala é **inaudível**.
372 Desde que perceberam que a explicação do professor se refere a uma questão já resolvida no
373 material, demonstram sinais de desinteresse, bocejando com frequência.]
- 374 **Danilo:** Não era melhor substituir o a_1 também?
- 375 **Elon:** É, vamos fazer direto [apaga a_1 e escreve **4**]... Agora, você pode resolver dentro dela
376 Danilo, porque tem um número e aqui outro número, quando é n você não pode... [referindo-
377 se ao $(51 - 1)$]
- 378 **Danilo:** Quando resolve dentro já elimina os parênteses, né?
- 379 **Elon:** Já sim... já vai embora os parênteses... a_{51} vai ser 4 mais, aqui vai dar 50... vezes seis...
380 [escreve no quadro $a_{51} = 4 + 50 \cdot 6$].
- 381 **Alguns alunos:** Vai dar 304...
- 382 **Elon:** **304**, [escreve no quadro] é difícil?
- 383 **Sophia:** Não.
- 384 **Elon:** É não.
- 385 [...]
- 386 **Danilo:** É porque vai ter casos que resolve dentro do parênteses e vai ter caso que não.
- 387 **Elon:** Isso, elimina os parênteses que é melhor. Vamos fazer a questão 6, posso? [Olha ao redor
388 da sala e percebe que os alunos ainda estão copiando no caderno. Ele espera por um momento
389 para que alguns terminem].
- 390 [...]
- 391 **Elon:** O que é que estou fazendo aqui? [Refere-se ao exemplo que acabou de concluir no
392 quadro.] Eu encontrei um termo qualquer, foi o **51**, na próxima questão, ela quer saber o quê?
393 [Olha rapidamente o material que está em mãos, conferindo o enunciado], obter a razão... então
394 aqui é diferente, aqui a gente tinha a razão, aqui a gente não tinha o termo... nessa [referindo-
395 se à questão 6] a gente tem o termo, mas não tem a razão. A gente vai encontrar ela...
- 396 [Gael mantém atenção na explicação, desviando o olhar ocasionalmente para outros pontos da
397 sala. Sophia rapidamente identifica a questão mencionada pelo professor e começa a tentar
398 resolvê-la no caderno. No entanto, acompanha a solução do material, pois a questão já consta
399 como um exercício resolvido no livro, o que a leva a seguir provavelmente diretamente a
400 resolução pronta.]
- 401 **Danilo:** Essa a gente vai fazer invertido\

402 **Lúcia:** É só isolar né?

403 **Elon:** É [enquanto apaga uma parte do quadro, depois se dirige ao birô, olha novamente o
404 material e se prepara para introduzir a explicação]... vamos lá, a questão quer saber qual a
405 razão... pronto...

406 **Danilo:** Esse vai até o a_5 .

407 **Elon:** É só tem cinco termos [pega o material novamente e se aproxima do quadro, observa a
408 parte já escrita e parece conferir como havia nomeado a questão anterior – se como "exemplo",
409 "exercício" ou outra denominação – para decidir como apresentar a nova questão, já que no
410 livro o mesmo problema aparecia como exercício resolvido.]... qual a razão... é... eu vou colocar
411 exemplo [escreve no quadro: “exemplo: qual a razão da PA, sabendo que se $a_1 = 7$ e $a_5 =$
412 8 ”]... então, o que é que está acontecendo aí? Solução... vamos lá, eu tenho qual sequência, eu
413 tenho [escreve no quadro ($7, a_2, a_3, a_4, 8$)] deu para entender? [enquanto fala, aponta para
414 cada termo na sequência escrita no quadro, marcando visualmente suas posições],
415 a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5 [indica cada termo com gestos], a_5 é 8 e o a_1 é 7 [Escreve a_1 sobre o número
416 7 e a_5 sobre o número 8] então, eu sei quem é o a_1 e o a_5 , a razão eu não sei [escreve $r = ?$] e
417 quem é o n ?

418 **Danilo:** É 5 .

419 **Elon:** É 5 [escreve $n = 5$], eu não tenho o a_5 ? [indicando o 8 na sequência e com tom
420 afirmativo]... Aí você usa a fórmula... [escreve a fórmula do termo geral no quadro enquanto
421 dita os elementos da equação. Não menciona explicitamente os sinais de igualdade ou as
422 operações, exceto pelos parênteses, que trata como um componente estrutural da fórmula]...
423 muito bem... aqui eu coloco quem? [indicando o a_n da fórmula] é $8, a_1$?

424 **Danilo:** 7 .

425 **Elon:** 7 ... mais 5 menos 1 , vezes a razão, é o que eu quero achar [escreve no quadro $8 = 7 +$
426 $(5 - 1)r$]... Daí vai ficar $8 - 7 = 4r$ [escreve no quadro, antes de colocar $4r$, pergunta: quanto
427 vai ficar aqui? Referindo-se à subtração dentro do parênteses, alguns alunos respondem: 4]...
428 ali dá um [escreve $1 = 4r$], então r é quanto?

429 **Luís:** $0,25$ //

430 **Alguns alunos:** 1 sobre 4 .

431 **Elon:** vamos colocar $\frac{1}{4}$, pode deixar fração gente [escreve “ $\therefore r = \frac{1}{4}$ ”], certo? [dirigindo-se para
432 Luís]

433 **Luís:** Eu não deixaria.

434 **Elon:** É do contra esse menino né? [Comenta em tom brincalhão, arrancando algumas risadas
435 discretas da turma].

436 **Aluno não identificado:** Luís, é melhor deixar em fração, porque quando for uma fração muito
437 difícil, deixar na fração também dá certo. [o professor faz um gesto de ok].

438 **Luís:** Por isso, eu deixo em fração é mais certeza, mas não fica legal.

439 **Elon:** Unhum... apaga lá [referindo-se a uma parte do quadro]. Pronto, eu vou fazer a 7 , aí vou
440 querer que vocês façam as cinco primeiras da próxima página [fala manuseando o material de
441 apoio, Gael pega o material e vira a folha procurando as questões que o professor menciona,
442 mas depois volta para identificar a questão que o professor quer fazer no momento, ele aproxima
443 bem a face da folha, Sophia, por sua vez, continua resolvendo os exercícios, aparentemente
444 avançando naqueles que já foram solicitados pelo professor] vamos fazer a próxima questão.
445 Determine o número de termos da PA... vamos lá... observando o que a gente viu... a quantidade
446 de termos é o quê? Olhando para mim [o professor parece perceber que os alunos poderiam se
447 apoiar na resolução da questão que já constava no material].

448 **Aluna não identificada:** A quantidade de termos é o n .

449 **Elon:** É o n , isso, entendido? Gente, só tem quatro coisas, uma é de graça, o a_1 , é sempre o
450 primeiro termo [Danilo interrompe a fala do professor, pois entendeu que a questão que ele iria

451 propor era outra, provavelmente devido ao professor mencionar "quatro" em sua explicação.
 452 Danilo então diz: "Não é a 7, não, Elon?", referindo-se à questão 7. Essa intervenção
 453 desconcentra o professor, que não conclui a formulação inicial]... Vocês estão fazendo as
 454 anotações no material? [enquanto apaga uma parte do quadro]
 455 **Aluna não identificada:** Não.
 456 **Elon:** É bom fazer e não perder ela. Pelo menos ela vocês podem trazer nas próximas aulas né?
 457 Já que vocês não trazem o livro... é mais leve [sacode o material].
 458 **Aluna não identificada:** É./
 459 **Outra aluna:** /Realmente.
 460 **Elon:** Questão sete... vamos lá... Dada a **PA**, aí a **PA** é essa [escreve no quadro
 461 (2, 10, 18, ..., 250), ele descreve a sequência da seguinte forma: dois, dez, aí tem um dezoito
 462 aqui e um rebanho de números aqui – se referindo a reticências –, aí, para lá no 250... “essa
 463 reticências aqui quer dizer que tem muitas coisas aqui”]. Qual o número de elementos?
 464 **Danilo:** Tentar descobrir o número.
 465 **Elon:** Olha se ele desse o número de elementos, você teria que descobrir o 250, como ele deu
 466 o 250, o primeiro termo... É para descobrir quantos termos tem, entendido?
 467 **Danilo:** Sim.
 468 **Elon:** Primeiro isso é uma PA, quanto é dez menos dois?
 469 **Alunos:** 8.
 470 **Elon:** Quanto é dezoito menos dez?
 471 **Alunos:** 8.
 472 **Elon:** 250 menos quanto que dá... [o professor indica o 250 na sequência e tenta indicar o
 473 anterior, mas coloca a mão no 18, daí reformula] é oito né? A gente precisa saber o “cara” que
 474 está aqui antes, qual é? [com a mão posicionada antes do 250]
 475 **Alunos:** 242.
 476 **Elon:** 242, está vendo? 250 menos... quando você tem os números é melhor você fazer o outro
 477 menos... o da frente menos o anterior... quando você quer descobrir o ... aí [o professor
 478 indicando a reticências, dá ideia de que para obter próximo, ao invés de voltar, você avança, ele
 479 faz gestos com essa ideia de que vem outros depois]... Quem é o a_1 ? É dois [escreve no
 480 quadro]... quem é o a_n ? [a turma permanece em silêncio] quem é o a_n ? A gente vai usar essa
 481 fórmula [indica a fórmula do termo geral que está escrita no quadro], o a_1 a gente já tem, quem
 482 é o a_n ?
 483 **Aluno não identificado:** 250.
 484 **Elon:** O último termo, isso [balançando a cabeça confirmando] ... Que é o camarada que está
 485 na posição que a gente quer achar... a razão?
 486 **Danilo:** É 8.
 487 **Elon:** E o n ? não sei, vou descobrir já! Não é? Vamos jogar na fórmula e descobrir... Como
 488 temos... [escreve a fórmula do termo geral no quadro]... o que é que a gente tem? [enquanto
 489 apaga uma parte do quadro], o que é que a gente tem, pessoal? Me digam aí...
 490 **Lúcia:** 250.
 491 **Elon:** Quem é esse aqui? [apontando para o a_n da fórmula] 250 [escreve no quadro] e esse
 492 daqui? [apontando para o a_1 da fórmula].
 493 **Luís:** 2.
 494 **Elon:** Olha, aqui não tem como resolver dentro do parênteses [indicando o que escreveu “(n –
 495 1)” e olhando para Danilo]
 496 **Danilo:** Dessa vez.
 497 **Elon:** Sim, mas só se você fizer o chuveiro... [referindo-se à distributividade] e aqui é quem ?
 498 [apontando para o r da fórmula] é 8 [escreve no quadro]. 250 é igual..., mas a gente pode fazer
 499 isso aqui né? [escreve 250 – 2, e desenha uma seta saindo do segundo membro em direção do
 500 primeiro membro da equação] e, agora? Faz isso agora [faz setas saindo do 8 em direção a cada

501 termo dentro do parênteses] **8n** – **8**, pode passar também Danilo, vem mais [referindo-se à
502 “– **8**” para o primeiro membro]... Quanto que dar isso aqui? [referindo-se a $250 - 2$] 248...
503 esse vem para cá [faz menção do “– **8**” novamente, escreve a resolução no quadro enquanto
504 explica] igual a **8n**... e agora?

505 **Danilo: 256.**

506 Elon: Fica **256** = **8n**, então **n** vai ser quanto? [escreve no quadro $n = \frac{256}{8}$]...

507 [Luís em voz alta chama uma colega e diz a resposta é meio *pack* – com ar de riso – o Minecraft
508 sempre me ajudando. Elon não dá atenção ao comentário de Luís].

509 **Elon:** E, agora? [apagando uma parte do quadro] Tu entendeu...

510 **Danilo: 30** e alguma coisa... vai dar **32**... de cabeça.

511 **Elon: 32** né, Danilo? Se fosse **30** vezes **8** dava **240**, né? Aí **30** mais **2**, aí dá **32** [escreve no
512 quadro $n = 32$], ou seja, o número de termos é **32**, entendido?

513 **Danilo:** Bem pouquinho termos.

514 **Elon:** Tem **32**, ali só tem... [indicando a sequência do enunciado da questão] quantos tem aqui?
515 Aqui tem [conta os **4** termos da sequência que aparecem]\

516 **Luís: 28.**

517 **Elon:** Aqui tem 28 camaradas. [indicando as reticências]... vamos lá? Façam aí as quatro
518 primeiras, as cinco. [Elon orienta os alunos sobre os exercícios que eles devem fazer]

519 **Luís:** De qual?

520 **Elon:** Da próxima página... [observa as questões no material] a 21, 22, 23, 24... e, pode fazer a
521 25 . [o professor hesita antes de definir a 25, analisado rapidamente o material durante a aula
522 mesmo e decidindo incluir a questão.]

523 **Danilo:** Ei, Elon tem até umas para fazer gráficos. [refere-se a questões do material que
524 envolvem representações gráficas, embora não tenham sido indicadas pelo professor. Sua fala
525 sugere curiosidade em explorar a relação entre PA e gráficos].

526 **Elon:** Não, a de gráfico é fácil demais, Danilo. Vocês não já sabem? Representar no gráfico os
527 pontinhos lá no plano... depois a gente vê.

528 [Os alunos começam a resolver as questões solicitadas. Nesse momento, a sala fica mais
529 silenciosa. A maioria da turma faz os exercícios de forma individual. Sophia e Gael estão
530 sentados próximos um ao outro. Sophia continua fazendo as questões, que parece já estar
531 resolvendo antes da solicitação do professor. Gael, desde que os exercícios foram solicitados,
532 parece extremamente desatento]

533 [...]

534 [Alguns alunos se levantam para tirar dúvidas com Elon. Em outros momentos, o professor
535 caminha pela sala, parando em algumas carteiras de forma livre ou quando solicitado por algum
536 aluno. O fluxo das interações ocorre, por vezes, de forma simultânea, a descrição a seguir tenta,
537 na medida do possível ser apresentada seguindo uma cronologia]

538 [...]

539 [Interação de Danilo com Elon]

540 **Danilo:** [se levanta e caminha até Elon com o material em mãos]. É até a 25 para fazer?

541 **Elon:** Unhum.

542 [Elon após terminar a conversa com Danilo caminha até a carteira de Gael. Quando ele se
543 aproxima, Gael se inclina levemente em direção a Sophia, parecendo acompanhar o que ela está
544 fazendo].

545 **Elon:** Cadê o caderno, Gael?

546 **Gael:** Eu estou\ [Sophia interrompe imediatamente]

547 **Sophia:** Esqueceu, foi?

548 **Gael:** Esqueci... [Sophia arranca uma folha do caderno e passa para ele. Elon não reage a isso].
549 [...]

550 [Gael pega um lápis emprestado com Sophia e começa a rabiscar a folha, mas ainda não pegou
551 o material com as questões solicitadas. Nesse momento, acontecem interações diversas na sala]
552 **Elon:** Vamos lá, vamos ver se vocês estão entendendo. [o professor dá uma volta na sala e para
553 na carteira de Lua]
554 **Elon:** Entendeu?
555 **Lua:** [timidamente] Sim. [balança a cabeça em sinal afirmativo].
556 [Enquanto Elon conversa com Lua, um aluno do fundo da sala o chama para outra questão, mas
557 o assunto parece não estar relacionado aos exercícios solicitados].
558 [Paralelamente, Luís chama em voz alta Elon e lança a pergunta de onde está sentado].
559 **Luís:** **2k** é dois mil, né?
560 **Elon:** [de onde estava responde] **2k** é.
561 [Gael levanta o olhar para o quadro, observa por alguns segundos e volta a rabiscar a folha,
562 Ainda não pegou o material com as questões. Parece estar copiando o que está escrito no
563 quadro].
564 [A dúvida de Luís persiste. Ele comenta com uma colega de trás, sobre a letra **k**. Parece estar
565 com dúvidas sobre a questão 22, que pede o 21º termo da sequência descrita como (**2k** +
566 **1, 3k, 4k – 1, ...**). No entanto, a resposta de Elon não tem muito sentido para ele, pois o
567 professor respondeu apenas à pergunta específica sem perceber que Luís tinha dúvidas sobre o
568 significado de **k**. Luís se levanta e vai até outro colega para discutir o assunto, mas não é
569 possível ouvir a conversa. Quando retorna à carteira, fala com Elon].
570 **Luís:** Elon, passando *fake news*, né?
571 **Elon:** O que foi que eu fiz? [aproximando-se da carteira de Luís]
572 **Luís:** Passando *fake news*, chamando **2k** de dois mil, mas isso aqui é uma incógnita. [o
573 professor olha para o material de Luís].
574 **Elon:** Ah, homem... eu não sabia que era sobre a questão. [folheia o material] **2k** é dois mil,
575 mas aqui na questão...
576 **Luís:** E quem é o **k** ?
577 **Elon:** Qual é o vigésimo primeiro termo [lendo o enunciado da questão] ... eita, é porque
578 eu...[interrompe a própria fala e parece refletir por um momento].
579 **Luís:** Hum, não explicou, não é mesmo?
580 **Elon:** A ideia é que... [parece refletir sobre a questão. Após alguns segundo de pausa, o
581 professor retoma a explicação].
582 **Elon:** Está bom, dá para fazer essa daí...
583 **Luís:** Eu olhei isso aqui apressado.
584 **Elon:** Qual é o vigésimo? [Elon se afasta de Luís indo em direção à carteira de Danilo]
585 [...]
586 [Danilo mostra o seu material a Elon, aparentemente tirando uma dúvida, Gael e Sophia
587 conversam]
588 **Sophia:** É até a **25**?
589 **Gael:** Não, eu só estou anotando [refere-se ao que está copiando do quadro. Ocasionalmente,
590 Gael se inclina sobre a folha, com o rosto muito próximo ao papel, numa posição aparentemente
591 desconfortável. Em alguns momentos, ele levanta a cabeça, estica o pescoço e as costas, como
592 se buscasse aliviar o desconforto corporal. Seus olhos alternam entre a folha e o quadro,
593 fixando-se por alguns minutos].
594 [Poucos segundos depois, Luís retorna com outro questionamento]
595 **Luís:** O que é que é o termo geral? [Elon percebe a dúvida, mas não dá atenção a Luís]
596 **Luís:** Elon, o que é o termo geral? [Elon olha rapidamente para Luís, depois aponta para o
597 quadro, onde há alguns escritos da aula].
598 **Elon:** A fórmula...

599 [Luís parece insatisfeito com a resposta e faz uma expressão de dúvida. Enquanto isso, Elon
600 está com o material de Danilo em mãos , observando o que ele fez].
601 **Elon:** Isso [dizendo para Danilo, parece se referir a uma pergunta que Danilo fez sobre o
602 número de termos da questão 21 ser 40. Posteriormente, volta a se aproximar de Luís].
603 **Elon:** O termo geral não é a fórmula?
604 **Luís:** E porque tem esse k ?
605 **Elon:** O termo geral pede na 23 [referindo-se a questão do material. Começa a observar o que
606 Luís escreveu]
607 **Elon:** Aí vem o a_{21} , você vai ter quanto termos? 21. [refere-se a questão 22 do material e que
608 tem exatamente o k].
609 **Elon:** O trabalho é achar a razão, mas como é que acha a razão?
610 **Luís:** E o que é o k ?
611 **Elon:** O k é uma constante [Luís fica com expressão de reflexão].
612 **Luís:** Tá, ok!
613 **Elon:** Vai ter quantos termos? **21**, quem é o primeiro? Esse $2k + 1$, como é que acho essa
614 razão?
615 [Danilo se aproxima de Elon e Lua chama Elon fazendo uma pergunta [inaudível], mas parecia
616 ser sobre quem é o n . Elon se volta para Lua].
617 **Elon:** Em qual?
618 **Lua:** Nessa 2.
619 **Elon:** **21** ? [começa a folhear o material dele, ao mesmo tempo que escuta Danilo]
620 **Danilo:** O n é igual a 40, né?
621 **Elon:** Na primeira?... deixa eu ver a **21** [lê o enunciado da questão].
622 **Elon:** É, n é **40**.
623 **Danilo:** Pode resolver dentro dos parênteses...
624 **Elon:** Você vai ter que achar... é igual àquela ali [apontando para a questão 7 que ainda estava
625 escrita no quadro. Danilo se contenta e vai se sentar]
626 [Lua imediatamente chama Elon novamente]
627 **Lua:** O $n...$ é Elon?
628 **Elon:** E não é, não quer saber a posição do 40...
629 **Lua:** E o a_n ?
630 **Elon:** [parecendo um pouco impaciente] É isso que quer a questão.
631 **Lua:** Você disse que tinha que chegar até o 40... [o colega ao lado dela explica que o n que é
632 40] ah entendi...
633 [Enquanto isso, Carlos do fundo da sala levanta a mão e chama Elon]
634 **Carlos:** E essa como é que faz?
635 **Elon:** Como é que a gente acha uma razão, uma razão gente? [lança a pergunta para a turma]
636 [Nesse momento, Gael demonstra dispersão. Ele olha para os lados, observa Sophia, que
637 permanece concentrada em sua tarefa, e volta sua atenção para a mesa de Elon, onde alguns
638 alunos interagem. Nesse momento, Gael apenas manuseia a folha, sem avançar naquilo que foi
639 solicitado pelo professor. A dispersão de Gael é notada por Sophia, que tenta redirecioná-lo:]
640 **Sophia:** se concentra na atividade! [Diante do alerta, Gael questiona:]
641 **Gael:** E qual é?
642 [Sophia aponta para seu material, indicando a questão em foco. Gael então inicia a escrita de
643 parte do enunciado, especificamente a PA]
644 **Elon:** Como é que achar a razão daquela ali? [de longe, indica novamente a questão 7] Eu não
645 disse? **10** menos **2** é quanto? **18** menos **10**... aí eu vou ...
646 **Carlos:** Mas se eu diminuir aqui **1,3**... vai dar...
647 **Elon:** Que **1,3**? Essa é qual? [olha para o material do aluno]
648 [A dúvida de Carlos também é relativa à questão 22]

649 **Elon:** Não... é $2k + 1$, aí o outro $3k$, aí o outro é $4k - 1$. O primeiro... faz a diferença aqui...
650 [pega um lápis e começa a resolver no caderno de Carlos]
651 [O aluno entendeu que a vírgula que separa os termos da sequência era parte de um termo]
652 **Elon:** Como é que acho a razão? Esse menos esse.
653 **Carlos:** Ah, é porque eu achei que era...
654 **Elon:** [interrompendo o aluno] ... $3k - (2k + 1)$. Quanto é isso aqui? $k - 1$.
655 **Carlos:** É porque eu pensei que era 1,3... [no livro está escrito assim: $[(2k + 1, 3k, 4k - 1, \dots)]$,
656 o professor parece não dar atenção à justificativa do aluno].
657 **Elon:** E agora, quanto é $(4k - 1) - 3k$? $k - 1$, a razão é isso.... quando coloca uma letra
658 vocês endoidam né?
659 [...]
660 [Dois alunos chamam Elon ao mesmo tempo: Danilo e Lúcia. Elon hesita por um momento,
661 então decide atender Danilo primeiro antes de se dirigir a Lúcia].
662 **Danilo:** [olhando para seu caderno, como se estivesse tentando confirmar algo] vai ser desse
663 jeitinho?
664 **Elon:** [parece não ter entendido a questão] anh?
665 **Danilo:** Vai ser desse jeitinho?
666 **Elon:** É... eu não lembro...
667 **Danilo:** Vai ser $2 + \dots$ porque eu resolvi aqui...
668 **Elon:** Anham... [sem muito entusiasmo]
669 [Elon se afasta de Danilo e se aproxima de Lúcia, que já aguardava com seu caderno aberto]
670 **Lúcia:** Como é que eu vou descobrir a razão desse, se quando eu faço $3k - (2k + 1)$ dá\
671 **Elon:** [interrompendo e já escrevendo no caderno da aluna] não... $3k$ menos $2k + 1$...
672 [escrevendo no caderno da aluna]
673 **Lúcia:** ... $k + 1$...
674 **Elon:** Esse menos vem para cá e esse vem para cá... $3k - 2k$... menos 1 ... [fazendo gestos
675 com a mão para enfatizar a reordenação dos termos]
676 **Lúcia:** Ah!
677 **Elon:** Então, dá $k - 1$, a razão é isso, $r = k - 1$...
678 **Lúcia:** Entendi.
679 **Elon:** Coloque na fórmula agora... entendeu?
680 **Lúcia:** [muda de assunto, olhando para o que Elon escreveu no caderno dela] por que vocês
681 fazem isso, ein? [apaga o que o professor escreveu].
682 **Elon:** [ri] é porque quando falo e escrevo, você entende mais fácil, eu acho...
683 [...]
684 [Enquanto isso, uma aluna da frente chama Elon]
685 **Aluna:** [apontando para seu caderno] Elon, aqui está errado, não está?
686 **Elon:** [olha rapidamente] não, por que estaria errado?
687 **Aluna:** Não sei, Elon... é porque... [parece insegura].
688 **Elon:** Você não achou as coisinhas bem direitinho... e substituiu ali...
689 **Aluna:** [confere mais uma vez e balança a cabeça] então. está certo...
690 **Elon:** Pronto, está certo!
691 [Ao terminar essa interação, Luís chama Elon enquanto Danilo tenta interromper a conversa]
692 **Luís:** Elon, eu tenho que achar o valor de k ?
693 **Elon:** Não, homem... o k não pode mudar, não.
694 **Luís:** E k é o quê?
695 **Elon:** Me diga como é que eu...
696 [Danilo tenta interromper, mas o professor não lhe dá atenção]
697 **Danilo:** eu acho que esse k é quando [inaudível] valor que eu quiser...
698 [Elon caminha até o quadro, onde escreve a sequência $(3, 6, 9, \dots)$]

699 **Elon:** Me diga como é que eu acho a razão aqui? Sem sair somando?
700 [Luís fica em silêncio, aparentemente pensando]
701 **Elon:** Não tem como sair voltando? [faz um gesto saindo do 6 voltando para o 3]
702 **Danilo:** Subtraindo.
703 **Elon:** A razão é $6 - 3$, a razão é $9 - 3$, tudo igual, então $r = 3$ [escreve no quadro].
704 [Enquanto isso, Gael, que parece muito concentrado escrevendo na folha com o rosto quase
705 colado na folha, levanta a cabeça e estica o pescoço, como se tentasse aliviar o desconforto da
706 postura. Seus olhos fixam no quadro por alguns minutos].
707 **Elon:** Qual é o primeiro termo da sua? [apontando para o primeiro termo da sequência no
708 quadro]
709 **Luís:** $2k + 1$.
710 **Elon:** Qual o próximo? [apontando para o próximo termo da sequência no quadro]
711 **Luís:** $3k$.
712 **Elon:** Pronto. Agora, quando você fizer $3k - (2k + 1)$, acha a razão. A razão vai depender
713 de k ..., entendeu? [aproxima-se de Luís]... se você colocar $k = 1$, você acha uma PA. Se você
714 colocar $k = 2$, você acha outra. $k = 3$, outra... esse k é só para... é uma coisa fictícia que dar
715 diferentes PAs.
716 [Gael baixa novamente a cabeça e volta a se concentrar na sua folha. Enquanto isso, Danilo
717 interrompe, já tentando falar desde a explicação no quadro]
718 **Danilo:** Aqui é para descobrir o a_n também né? Da 22?
719 **Elon:** Da 22? [olha o enunciado no material de Luís]... Não, n já é 21... quer saber o a_{21} nessa
720 aí.
721 **Lúcia:** Então a gente vai ter que dar valor a k ? [fala em voz alta, mas não recebe atenção do
722 professor]
723 **Danilo:** [ainda insistindo] então, todas pode usar a fórmula, né?
724 **Elon:** [distráido, se ajeitando para sentar-se] é... [diz rapidamente] eu vou fazer a chamada.
725 [Enquanto isso, Gael, que antes estava concentrado, agora levanta a cabeça e olha redor,
726 aparentando cansaço]
727 **Danilo:** Esse k é inexistente né?
728 **Elon:** Esse k é só uma letra.
729 [Com poucos segundos, Danilo caminha até a mesa do professor]
730 **Danilo:** Elon, eu vou te fazer uma pergunta: a razão aqui é dois, é? [aponta para a questão 22
731 no material]
732 **Elon:** Unh-unh [balança a cabeça negativamente]... [pega seu tablet e começa a escrever a
733 sequência da questão] A razão é isso aqui, Danilo. Quando você faz um termo menos o anterior,
734 você não acha a razão? [Escreve no tablet]... aí vai ficar, $3k - (2k + 1)$, aí quanto dar isso
735 aqui? [apontando para a operação] dá k , a razão é isso [aponta para $k - 1$] ... então r é isso.
736 Qual o primeiro termo?
737 [Enquanto isso, Sophia pergunta a Lúcia até que exercício evem resolver. Lúcia responde
738 prontamente: "25". Sophia, então, folheia o material, como se estivesse conferindo ou
739 relembando o que já fez. Após essa breve verificação, levanta-se e segue em direção à mesa
740 de Elon]
741 **Danilo:** Vai ser dois [responde hesitante].
742 **Elon:** [corrigindo] não, está aqui, o primeiro termo é esse aqui [apontando para $2k + 1$].
743 **Danilo:** Ah!
744 **Elon:** Aí, eu quero saber o quê? O a_{21} ... [dá uma pausa] o a_{21} é quem? E o n é quanto?
745 **Danilo:** É só jogar na fórmula.
746 **Elon:** O a_n vai ser igual ao primeiro termo\
747 **Danilo:** $2k$ \

Elon: Mais... aí $21 - 1$ vezes a razão... cadê a razão? A razão tá aqui $k - 1$, né? Então, o resultado vai ser $k - 1$ [aqui o aparelho de lapela do professor apresentou falha, dificultando a audição clara de suas falas. Com o auxílio do áudio captado pelas câmeras, foi possível reconstruir parte de sua comunicação] mais 20 vezes $k - 1$... então vai ficar $2k - 20$. Esse vezes vai dar $2k$... e esse vezes esse vai dar $-20 \dots 20k$ aqui... quando você fizer $2k + 20k$ vai dar $22k - 21$. Esse é o $k \dots 22k$, o resultado é $22k - 21$ [inaudível].

[Danilo se retira, e Sophia entrega o caderno a Elon]

Elon: Terminou? [Danilo interrompe com uma pergunta direcionada a Elon, que responde: "Não, você vai resolver a equação com o k ", enquanto isso Sophia balança a cabeça afirmativamente]

Elon: Beleza! É para olhar essa aqui [dando a entender que ele presume que a aluna está pedindo para revisar apenas uma questão específica]

Sophia: Não, eu já acabei.

Elon: Tu fez tudo? [Sophia balança a cabeça novamente] já terminou? Então eu vou dar o visto. [O professor confere o caderno, faz um sinal de positivo e registra o visto. Em seguida, ele revisa a resolução da questão 22 que havia feito no tablet junto com Danilo. A aluna comenta:]

Sophia: Aqui era mais um.

[O professor verifica e faz uma correção na resolução dele]

Elon: Qual foi o resultado dessa questão? [referindo-se à questão 22. Ele analisa a solução apresentada por ela] deu $22k - 19$? [com um tom de contrariedade]... Ah, é $+1$ aqui [indicando uma comparação com o que ele havia feito com Danilo e percebendo algum equívoco]

Sophia: Sim, é $+1$.

Elon: Então, é mais aqui. Tá bom.

[Quando Sophia volta a seu lugar, conversa com Gael]

Sophia: Pronto, terminei... deixa eu ver você fazer.

[Gael, em um gesto que parece mais lúdico do que de recusa, retira a folha do alcance dela. Sophia, porém, persiste em sua postura colaborativa, organizando a mesa de Gael ao alinhar suas folhas e posicionar o material entregue pelo professor ao lado da folha com a PA transcrita] [O ambiente da sala está bastante barulhento, o que dificulta compreender plenamente as conversas. Além disso, problemas técnicos na lapela prejudicam a captação de áudio. No decorrer do texto, apresentamos trechos captados pela câmera direcionada a eles, adicionando notas de interações de Elon com outros alunos, complementados por interpretações visuais do contexto].

Sophia: A gente resolve com calma, coloca aí a questão 21....

[Nesse momento, Lúcia se aproxima da mesa de Elon, que acaba de finalizar sua interação com Sophia. Ela traz dúvidas relacionadas à questão 23, que pede o termo geral a_n da PA (2, 8, 14, 20)]

Elon: Você não vai achar o a_n Como é a fórmula?

Lúcia: É...

Elon: É o a_n , que é igual ao primeiro termo... Você já tem o a_1 .

[Lúcia termina de enunciar a fórmula, e Elon pede a folha dela, confere o que está escrito e balança a cabeça em sinal positivo.]

Elon: Isso. Aí você vai descobrir o a_n .

Lúcia: Mas como eu vou descobrir o a_n se é n ?

[Elon pega o lápis dela, escreve na folha e explica:]

Elon: Não, você faz... A pergunta dessa questão é: a_n é igual a quanto?

[Lúcia olha atentamente para o que Elon escreveu, parecendo reflexiva.]

Lúcia: Mas eu não sei quem é n ...

797 **Elon:** Se eu tenho a_n ... a_n é igual a... [Ele continua explicando os elementos da sequência,
798 como a razão e os termos, mas parte de sua fala é inaudível.]
799 **Lúcia:** Achava que era um número real...
800 **Elon:** Não. [Ele continua explicando, mas o áudio não capta totalmente suas palavras. Lúcia
801 acena com a cabeça, sinalizando que entendeu, e retorna para sua carteira. Enquanto isso,
802 Sophia prossegue auxiliando Gael].
803 [...]
804 **Gael:** A razão é **11** [ele parece responder após uma pergunta inaudível de Sophia. Em seguida,
805 eles discutem sobre os valores de n e a_n].
806 [Paralelamente, Elon e Luís começam uma interação sobre a questão 22. Luís demonstra
807 dificuldade em compreender o papel do k na sequência, não associando o que foi explicado
808 pelo professor sobre o termo geral. Com o caderno aberto, Luís apresenta sua tentativa de
809 resolução, mostrando-a a Elon. Este balança a cabeça em sinal de aprovação em alguns pontos,
810 mas logo faz uma observação crítica].
811 **Elon:** Não... eu disse que para cada valor de k , vai dar uma sequência diferente.
812 [Enquanto Elon explica, Luís fica enrolando repetidamente o cabelo com o dedo em um gesto
813 automático].
814 **Luís:** Ah, então o k é o n ?
815 **Elon:** Não, veja... [pega o lápis e começa a explicar escrevendo no caderno de Luís] O a_1 é
816 quem? $2k + 1$, o a_2 está aqui, o a_3 está aqui... a razão é $3k - (2k + 1)$. [Luís parece
817 hesitante].
818 **Luís:** O k vai ser isso aí?
819 **Elon:** Não... o k é uma letra... aí quanto é $3k - (2k + 1)$?
820 [Elon faz os cálculos e apresenta o resultado a Luís]
821 **Elon:** Beleza? [Luís balança a cabeça afirmativamente] a razão é essa. Tudo vai depender do
822 k ... k é uma letra, né? [Elon faz uma pausa, olhando para Luís, que continua com o gesto de
823 enrolar o cabelo.] Ela faz com que tudo rode. Tudo vai depender desse k ... o primeiro termo, a
824 razão... só o n não depende do k . O k é 21. Agora, o a_n ... eu quero saber quem é o a_n . No
825 caso, vamos achar o a_{21} . Quem é o a_{21} ? O a_{21} vai depender desse bendito k . [Elon aponta
826 para a folha de Luís, como se incentivasse o aluno a continuar o cálculo.] Faça lá, coloque esse
827 bendito na fórmula, e depois me diga o que achou. Vou começar a chamada agora.
828 [Elon parece se preparar para iniciar a chamada, mas é interrompido por interações contínuas
829 com outros alunos, o que adia o início da tarefa. O ambiente na sala continua barulhento, com
830 várias conversas ocorrendo simultaneamente].
831 [...]
832 [No avançar dos acontecimentos, Sophia prossegue auxiliando Gael]
833 **Gael:** O que seria n ?
834 [Sophia conduz a explicação, apontando para a fórmula:]
835 **Sophia:** O n seria o quê? [Ela destaca a presença do “n” tanto como índice quanto dentro do
836 parêntese, indicando que Gael deve iniciar pelo a_n , seguindo a estrutura da fórmula da esquerda
837 para a direita].
838 **Sophia:** O a_{40} .. o n é **40**, não é? Que é o termo que ele quer? Então, você vai substituir em
839 tudo aqui onde tem n por **40**.
840 **Gael:** Quer dizer que a_n coloca dentro do parênteses? [Sophia começa a orientar os passos de
841 forma pausada:]
842 **Sophia:** ... a ... quanto é o a_1 ? [Nota-se que Gael movimenta o lápis repetidamente na
843 sequência da questão que escreveu, como se conferisse os valores. Após alguns segundos, ele
844 responde:]
845 **Gael:** **2**. [Sophia confirma].
846 **Sophia:** ... mais... abre parênteses... [Gael escreve].

847 **Sophia:** Qual é o n ?
848 [Gael não responde]
849 **Sophia:** Quem é que ele quer achar?
850 [Sophia aponta para o enunciado da questão. Não é possível identificar se Gael responde
851 verbalmente, mas logo em seguida ela complementa:]
852 **Sophia:** **40 – 1**... fecha o parênteses, coloca o parênteses.
853 [Sophia observa enquanto ele realiza os cálculos e, após um momento, orienta:]
854 **Sophia:** Resolve a conta... agora é só resolver a conta. [A aluna relembra a fórmula enquanto
855 acompanha o progresso de Gael. Ela continua oferecendo orientações claras, destacando pontos
856 importantes:]
857 **Sophia:** Resolva primeiro os parênteses... [ela fala em um tom calmo e encorajador, mantendo
858 sua postura de apoio enquanto incentiva Gael a seguir os passos corretamente.]
859 [...]
860 [Enquanto isso, ocorre uma interação entre Danilo e Elon. Danilo se aproxima da mesa de Elon].
861 **Danilo:** Esse 23 aqui, Elon... o n ? Ele quer o termo geral.
862 **Elon:** O termo geral é o a_n . Aí você vai achar o a_n como sendo alguma coisa dependente de
863 n . Por exemplo, você lembra que posso escrever uma sequência assim?
864 [Elon pega a folha do aluno e vai escrevendo enquanto fala].
865 **Elon:** $a_n = 2n$, $a_n = (-1)^n$ [**Inaudível**]. O termo geral é o a_n . Você vai achar... joga na
866 fórmula e acha em função de a_n . [Danilo volta para sua carteira, e Léo se aproxima da mesa do
867 professor. Gael continua tentando resolver o problema, concentrando-se em sua folha.
868 Enquanto isso, Sophia observa o ambiente ao redor, parecendo se distanciar momentaneamente
869 para permitir que ele avance sozinho. Gael, por sua vez, faz pausas ocasionais e olha para o
870 quadro, como se estivesse buscando alguma referência ou anotação previamente escrita pelo
871 professor. Paralelamente, durante a resolução da questão 21, Léo tenta explicar sua abordagem
872 de cálculo para Elon. Ele começa lendo o enunciado e mostrando como resolveu:]
873 **Léo:** Desse jeito de fazer aqui, olha. [Léo lê o enunciado e explica:] eu coloquei duas vezes o
874 termo, mais onze vezes o termo, aí dá isso aqui... [mostra o cálculo que realizou no celular].
875 Desse jeito dá certo.
876 **Elon:** Como tu fez esse jeito? Não estou entendendo. Me mostra aqui.
877 **Léo:** Qual é o primeiro termo?
878 **Elon:** É 2.
879 **Léo:** É 2, aí, a razão é 11. Então eu fiz duas vezes o termo mais 11 vezes esse termo...
880 **Elon:** Duas vezes o termo?
881 **Léo:** É... se o primeiro termo for 1... [percebe algo errado no raciocínio]. Eita, então aqui dá
882 errado.
883 **Elon:** [confuso e sem acompanhar o raciocínio de Léo] não descobri tua lógica não... *Na moral*,
884 vamos lá... [aponta para o material e tenta refazer]. Dois...
885 **Léo:** Não... é porque tipo assim, 2 vezes 1.
886 **Elon:** Dois.
887 **Léo:** Mais 11 vezes 1... Onze vezes 1 é quanto?
888 **Elon:** Onze.
889 **Léo:** Dois mais 11?
890 **Elon:** Treze.
891 **Léo:** Dois vezes dois.
892 **Elon:** Quatro.
893 **Léo:** Aí, onze vezes dois?
894 **Elon:** Dá... Sim, mas por que você está fazendo isso?
895 **Léo:** É porque estou pensando em outros...
896 **Elon:** Não, homem, faça do mesmo jeito. [Aponta para o quadro]. Faça que dá certo.

897 [Léo sai da interação com Elon meio desconfiado, sem concluir sua explicação.]
 898 [...]
 899 [Após alguns minutos, Sophia volta sua atenção para o que que Gael está fazendo. Ela chama
 900 a atenção dele para os cálculos que está realizando].
 901 **Sophia:** Não... [pegando o lápis da mão de Gael], mas tem que ficar nessa posição aqui...
 902 [começa a escrever na folha de Gael].
 903 [Sophia parece incomodada com a forma como Gael organiza seus cálculos na folha. Ela parece
 904 orientar sobre a organização espacial do cálculo, geralmente alinhado da esquerda para a direita,
 905 com os termos bem-posicionados para garantir a clareza na leitura e no entendimento do
 906 processo de resolução].
 907 **Sophia:** E essas posições aí? Tem que ficar nessa posição aqui. [Sophia pega o lápis de Gael e
 908 começa a escrever na folha]
 909 **Sophia:** ... você repete tudo... *a quarenta*... mais a_1 ... aí aqui dá **39** vezes [inaudível].
 910 [Gael observa atentamente enquanto Sophia explica, inclinando-se sobre a folha. Ele responde
 911 “Ah”, mas o restante da fala é **inaudível**].
 912 [...]
 913 [Sophia entrega o lápis para Gael, em um gesto que parece indicar “agora é com você”. No
 914 entanto, ele hesita, olha para a folha e, em seguida, começa a brincar de forma descontraída
 915 com ela, exibindo um comportamento típico de adolescentes. Sophia insiste para que ele
 916 continue, mas ele persiste na brincadeira. Demonstrando um certo incômodo, ela vira para o
 917 outro lado. Logo após, ele parece perceber e retorna o foco na atividade. Eles conversam
 918 brevemente [inaudível], ajustam-se, e voltam a se concentrar na resolução do exercício].
 919 [...]
 920 [Gael tenta iniciar o cálculo, mas parece travado. Ele faz uma pergunta para Sophia, que
 921 responde [inaudível]. Ele escreve na folha, mas para e olha fixamente para o que produziu.
 922 Durante esse momento, Sophia o acompanha, alternando entre observá-lo de perto e olhar o que
 923 se passa na aula, distanciando-se um pouco. Até então, nem Gael procurou o professor, nem o
 924 professor se aproximou deles. O professor permanece na mesa, fazendo a chamada e atendendo
 925 outros alunos que o procuram para tirar dúvidas].
 926 [...]
 927 [Enquanto isso, Luís reinveste seus esforços na resolução da questão 22. Ele se aproxima do
 928 professor com sua folha, mostrando o que havia produzido. O professor, ao analisar a resposta,
 929 parece incomodado, apontando que há erros nos cálculos apresentados. Luís recua levemente,
 930 levando a mão ao cabelo e enrolando algumas mechas, demonstrando frustração por ainda não
 931 ter conseguido resolver a questão completamente. Elon, atento à situação, começa a auxiliar
 932 Luís. Ele pega a folha e analisa o cálculo.]
 933 **Elon:** Aqui dá quanto? Vinte... aí vai ficar **20k** menos **20**. São esses menos **20**. Tu está
 934 multiplicando só o **20** pelo **k** [O professor coça a cabeça, com uma expressão que revela
 935 impaciência].
 936 **Luís:** Mas... [ele tenta argumentar, mas a fala é **inaudível**, enquanto insiste em verificar se o
 937 cálculo está correto]
 938 **Elon:** Não, rapaz, é por conta disso aqui. [Ele pega um lápis e começa a escrever na folha de
 939 Luís]. Vamos fazer... **21** menos **1** vezes **k** menos **20**... quanto é que dá aqui dentro?
 940 **Luís:** Tem que colocar os parênteses?
 941 **Elon:** Deve... quem está multiplicando pelo **20** é o **k – 1** e não só o **k**. Vá resolver.
 942 [Elon devolve a folha para Luís, que sai com uma expressão que mistura alívio e desconcerto.
 943 Ele ri, quase em descrença por ainda não ter finalizado o problema. Ao retornar ao seu lugar,
 944 uma colega ao lado aponta para uma seção do material que explica uma fórmula do termo geral
 945 de uma progressão aritmética. Ela mostra algo relacionado ao cálculo do termo geral quando

946 não se tem o primeiro termo, mas outro, que é chamado de k . Luís observa atentamente, mas
 947 rapidamente percebe que a fórmula apresentada não resolve a questão específica].

948 **Luís:** Quem foi que inventou de colocar esse k se não serve para nada? [Um colega próximo,
 949 brincando com a situação, responde rapidamente:]

950 **Colega:** Foi o Elon! [A interação gera risadas, enquanto Luís parece alternar entre o ceticismo
 951 e a aceitação parcial do que acabou de ver]

952 [...]

953 [Mais tarde, em um momento distinto, Sophia, que continua acompanhando Gael, quebra o
 954 silêncio entre eles]

955 **Sophia:** Isso é o quê? [Essa pergunta parece estar relacionada às dificuldades de Sophia em
 956 identificar claramente o que Gael escreveu, sobretudo ao fato da caligrafia de Gael ser ilegível.
 957 Essa dificuldade faz com que ele precise explicar para ela, aproximando o rosto da folha. Eles
 958 discutem o resultado de uma multiplicação, aparentemente **39.11**. Sophia chama a atenção
 959 para o resultado obtido por Gael, que é **419**].

960 **Sophia:** três mais nove?

961 **Gael:** 12.

962 **Sophia:** Por que tem **1** aqui?

963 [Gael não responde imediatamente. Após alguns segundos em silêncio, parece que ele também
 964 tenta entender o que fez. Eles acabam rindo juntos da situação. Minutos depois, Sophia chama
 965 a atenção para questões relacionadas ao cálculo, como o uso correto de sinais devido à presença
 966 de parênteses e aplicação da propriedade distributiva. Ela aponta aspectos pontuais e descritivos
 967 sobre como proceder ou corrige procedimentos que ele já fez].

968 **Sophia:** Agora você continua... coloca o resultado do a_{40} [Gael aponta para a folha].

969 **Gael:** Mas está aqui [circula o a_{40} na folha].

970 **Sophia:** Não, eu estou dizendo isso aqui [aponta para a folha].

971 [...]

972 **Sophia:** Começa com o a_{40} .

973 [...]

974 [Pelo menos mais dois alunos se aproximaram de Elon durante a atividade. O primeiro aluno
 975 apresentou a resposta que escreveu no exercício **22**, e Elon observou erros nos cálculos,
 976 especificamente nas operações envolvendo a distributividade e o uso de parênteses. O professor
 977 indicou os erros e devolveu a folha para que o aluno corrigisse.

978 O segundo caso foi relacionado à questão **21**, a aluna estava tentando calcular o valor do a_{40}
 979 em uma PA. Inicialmente, ela pareceu confundir o número do termo com o valor correspondente
 980 na sequência. O professor interveio para esclarecer essa distinção, orientando-a no uso da
 981 fórmula do termo geral. Ele acompanhou o processo de substituição dos valores necessários,
 982 como o primeiro termo e a razão, e devolveu a folha para que ela prosseguisse com o cálculo].

983 [...]

984 [Sophia descreve procedimentos operatórios para Gael, aparentando que estão na finalização
 985 da resolução da primeira questão].

986 **Sophia:** Aí, isso aí mais dois ... [refere-se à adição de 2 ao resultado da multiplicação anterior].

987 **Gael:** E, agora? O que eu faço? [Sophia o observa por alguns instantes com uma expressão que
 988 transmite surpresa e leve impaciência, inclinando ligeiramente a cabeça e arqueando as
 989 sobrancelhas, como quem tenta indicar que a resposta seria evidente].

990 **Sophia:** Está aqui, 433.

991 **Gael:** E o a_{40} ?

992 **Sophia:** Por que a_{40} ?

993 **Gael:** É o que está pedindo.

994 **Sophia:** E que é isso aqui? [Ela se refere ao resultado do cálculo. Gael não responde
 995 imediatamente e passa algum tempo observando os cálculos].

996 **Gael:** É esse o resultado?
 997 **Sophia:** É, o a_{40} , isso é o a_{40} .
 998 [Sophia orienta Gael para a resolução da questão 22, lendo o enunciado em voz alta. Nesse
 999 momento, Lúcia se aproxima da dupla, mas a conversa que se inicia não parece estar relacionada
 1000 ao exercício].
 1001 [...]
 1002 [Gael observa o enunciado e, ao identificar a presença do termo k , demonstra desconforto e
 1003 comenta sua dificuldade].
 1004 **Gael:** complicou... complicou já colocou um k aqui... [expressa frustração ao se deparar com a
 1005 presença do termo k na questão, o que parece gerar confusão sobre como proceder]
 1006 **Sophia:** Faça a razão [de forma objetiva, Sophia tenta orientar Gael para o cálculo da razão da
 1007 sequência].
 1008 **Gael:** ... menos um... [ao ler o enunciado, Gael faz um som em alusão às reticências presentes
 1009 no texto: “pi pi pi e sei lá...”. Em seguida, questiona:]
 1010 **Gael:** Isso é um ponto de interrogação? [mostra dificuldade em compreender como a sequência
 1011 está descrita, mas Sophia não dá atenção à pergunta feita]
 1012 **Sophia:** É de boa, relaxe! [com um tom tranquilizador, Sophia tenta minimizar o desconforto
 1013 e encorajar Gael a prosseguir].
 1014 **Gael:** No caso, é $2k$ aqui... $2k$ mais o termo que é 21. [enuncia enquanto escreve, sugerindo que
 1015 começou a organizar a resolução do exercício. Sophia parece não acompanhar completamente
 1016 o raciocínio que ele está desenvolvendo. Gael, aparenta estar desatento e começa a rabiscar na
 1017 folha de forma dispersa, sem seguir uma direção clara relacionada ao exercício. Após alguns
 1018 minutos, Sophia se levanta de sua carteira e caminha em direção a outro local na sala. Pouco
 1019 depois, ela deixa a sala de aula].
 1020 [...]
 1021 [Quando o professor encerra a chamada, vários alunos se reúnem ao redor de sua mesa. Ele
 1022 começa a atender alguns individualmente, verificando os cadernos e dando vistos em exercícios
 1023 concluídos. No entanto, o ambiente da sala é marcado por barulho e dispersão, com muitos
 1024 alunos conversando paralelamente ou movimentando-se. A posição dos alunos próximos à
 1025 mesa do professor dificulta a captação de gestos pelas câmeras, o que levou a dependência do
 1026 áudio para entender as interações.
 1027 Em um dos atendimentos, uma aluna, Lúcia, busca esclarecimentos sobre a questão 25, que
 1028 envolve uma PA genérica com razão $2 - k$ e o termo $a_{11} = 29k - 18$. O objetivo era
 1029 determinar a_1 em função de k . A aluna parece ter dificuldades em compreender a importância
 1030 da informação fornecida sobre a_{11} . O professor utiliza a fórmula do termo geral da PA para
 1031 explicar os passos necessários, destacando como organizar os elementos da equação para chegar
 1032 ao resultado. Ele reforça que o a_1 será encontrado em função de k , desde que os termos sejam
 1033 dispostos corretamente. Após atender a outros alunos e dar vistos nos cadernos, o professor
 1034 decide não continuar verificando as resoluções detalhadamente. Ele menciona à turma que irá
 1035 apenas conferir se as questões foram respondidas e que, após corrigir os exercícios
 1036 posteriormente, os alunos deverão verificar por si mesmos os erros ou acertos.
 1037 Em seguida, ele se dirige à turma, perguntando se alguém ainda tem dúvidas. A resposta da sala
 1038 é dispersa: alguns continuam trabalhando silenciosamente, outros conversam, e poucos dão
 1039 atenção ao questionamento. Nesse momento, Danilo se aproxima com seu caderno em mãos].
 1040 [...]
 1041 [A ausência de Sophia parece impactar Gael, que estava sentado próximo a ela. Ele começa a
 1042 demonstrar sinais de desconcentração, levando as mãos às costas em um gesto que sugere
 1043 desconforto físico. Logo em seguida, olha ao redor da sala, fixa brevemente o olhar no quadro
 1044 e no professor, e, sem um direcionamento claro, pega o celular e o manipula rapidamente, mas
 1045 volta para a atividade por perceber a proximidade de Elon, que estava conversando com Danilo

1046 e Luís. Gael tem uma postura diferente em relação a está com o rosto bem próximo do material,
1047 ele se mantém com uma postura mais ereta e com o lápis vai e volta na folha. Danilo, por sua
1048 vez, quer tirar dúvidas ainda sobre a questão 23, que envolve a fórmula do termo geral de uma
1049 PA. O professor explica a ideia do termo geral, escrevendo no quadro a equação $a_n = 2n + 1$,
1050 e exemplifica como utilizá-la para representar a sequência. Ele reforça que o termo geral é a **lei**
1051 **de formação** da PA, orientando Danilo a substituir os valores fornecidos na fórmula,
1052 identificando a_1 e a razão (r) e utilizando o valor de n conforme necessário. Danilo parece
1053 compreender o procedimento, confirmando com o professor antes de retornar ao seu lugar.
1054 Logo em seguida, Luís chega ao professor, mostrando seu caderno para confirmar a resposta da
1055 questão 22. O professor verifica e responde: *bonitinho assim*. Luís sai visivelmente feliz e
1056 confiante, com um semblante animado e satisfeito por ter conseguido finalmente concluído o
1057 exercício 22. Elon se aproxima de Gael, buscando iniciar uma interação].
1058 **Elon:** E aí, Gael, está dando certo? [Elon olha de maneira breve para a folha de Gael, mas não
1059 analisa os detalhes da atividade. Gael mantém a cabeça baixa e responde com um leve “tá” e
1060 um aceno afirmativo com a cabeça. Apesar disso, Elon rapidamente se afasta, voltando sua
1061 atenção para outra aluna que solicita sua ajuda].
1062 [...]
1063 [Nos últimos cinco minutos da aula, Gael começa a demonstrar claros sinais de impaciência.
1064 Ele boceja repetidamente e parece completamente desinteressado, abandonando a tarefa
1065 proposta. Os gestos e ações indicam que ele já não está engajado no exercício. O professor, por
1066 sua vez, permanece em sua mesa, alternando entre a organização do seu material e atendimentos
1067 pontuais a alguns alunos. Ele não intervém diretamente com Gael. Antes de encerrar a aula, o
1068 professor informa que a correção da atividade será realizada na próxima aula].

APÊNDICE C – ENTREVISTA DE AUTOCONFRONTAÇÃO (EAC)

Episódio EP₁

1 ▪ **Ao observar o momento em que ele pede que os alunos, mais precisamente**
 2 **Luís, deem nomes às duas cidades, ele pausa e comenta:**
 3 "Eu quis dar nomes às cidades e perguntei a eles já para eles tentarem interagir, ficarem
 4 mais próximos ali."

5 ▪ **Quando ele explica que mostrará como resolver sem utilizar as estratégias**
 6 **adotadas por Luís e Lúcia, ele comenta:**

7 "O coordenador de informática vai deixar Luís como monitor de algoritmo no próximo ano
 8 letivo. Ele está se dando bem em todas as disciplinas, destaque."

9 ▪ **Ao observar Sophia concentrada escrevendo no caderno – o que, na**
 10 **verdade, se revelou como a resolução de exercícios sobre o tema –, Elon pausa e**
 11 **comenta:**

12 "Sophia é mais... coloca a mão na massa, ela fica ali por fora..."

13 ▪ **Quando ele escreve no quadro "Fórmula do termo geral", ele comenta:**
 14 "Acredito que o tamanho da fonte é proposital, já para o pessoal ali na frente conseguir
 15 enxergar."

16 **O pesquisador (P) intervém:**

17 **P:** Podemos comentar mais um pouco sobre isso? Eu observei, durante todo esse tempo,
 18 que você escreve bastante no quadro. Como só tem um quadro na sala, você acaba tendo
 19 que apagar muitas vezes. E, de fato, escreve muito e com uma letra bem grande. Isso ocorre
 20 de forma pontual nessa aula ou você considera que é algo comum, essa preocupação com o
 21 tamanho da letra?

22 **Elon:** É, geralmente eu tento fazer uma fonte maior, é bem natural. Eu acho que talvez já
 23 tenha vindo desse hábito de pegar turmas com pessoas nessa condição, com baixa visão.

24 ▪ **Quando a observação se concentra em Gael, ele comenta:**

25 "Gael, às vezes, fica tirando o foco do quadro, olhando para outra coisa, pensando..."

26 ▪ **Ao observar um aluno (não identificado) sugerindo multiplicar a equação**
 27 **por 2, Elon pergunta:**

28 "Quem foi mesmo que falou isso?"

29 **Após o pesquisador comentar que não foi possível identificar quem fez a sugestão, ele**
 30 **complementa:**

31 "Aí ele multiplicou por dois e fica um."

32 ▪ **Quando Lúcia e Luís discutem sobre a resposta ser 77 ou 76, Elon comenta:**

33 "Teve muita discussão nessa questão. Realmente, teve muita coisa nessa questão. Ou seja,
 34 a partir de agora, meio que deixa de lado a questão prática; aqui já é puramente teórico, algo
 35 mais específico da Matemática."

36 ▪ **Ao final do episódio, ele compartilha sua visão sobre o objetivo da atividade:**

37 "O objetivo era começar a aula com algo que, a princípio, não tivesse nada a ver com a
 38 Matemática, para que eles se entrosassem e se sentissem convidados a participar. Acredito
 39 que deu certo no começo, e já iniciei com o desenho. Foi o aluno... foi Luís quem fez o
 40 desenho. Aí dizem: 'Não foi o professor que começou a aula, foi Luís que fez o desenho.'
 41 Daí, acredito que pensam: 'Eita, então eu também posso participar' etc."

42 **P:** Então, convidar um aluno seria uma forma de...

43 **Elon:** Sim, uma forma de... 'Deixa eu fazer da outra vez'. Acredito que talvez isso tenha
 44 sido o que aconteceu. Não vi tantas conversas fora da questão. Acho que foi proveitoso, foi
 45 bem interativo.

46 **P:** Tem mais alguma coisa a acrescentar no que você observou?

Elon: Não.

O pesquisador, então, direciona perguntas específicas:

P: Você relembrou o objetivo que traçou ao trazer o problema envolvendo a construção do trem. Você lembra que queria trabalhar com eles de forma prática para depois entrar na Matemática?

Elon: Eita, eu estou usando essa fórmula aqui, estou resolvendo coisas, mas eu posso aplicar em alguma coisa.

P: Mas o objetivo era chegar em qual conceito matemático?

Elon: Não era falar propriamente de Matemática, mas partir de uma situação-problema e, gradualmente, apresentar a fórmula. Eu não queria chegar com ela de imediato, mas sim usá-la para resolver o problema. O Luís resolveu de outra forma, mas poderia ter usado a fórmula.

P: Então, o objetivo não era chegar à fórmula, mas usá-la na resolução?

Elon: Isso, exatamente isso.

P: Você não queria que os alunos construíssem um raciocínio para chegar na fórmula, mas...

Elon: ...que eles soubessem usar.

P: Daí, você mencionou que Luís fez de outra forma. Ele chegou a usar a fórmula?

Elon: A princípio, não. Ele usou multiplicações, foi fazendo passo a passo e chegou ao resultado.

P: Nesse caso, na resposta de Luís, ele inicialmente diz que a resposta é 19...

Elon: Foi... verdade.

P: Depois, ele corrige e coloca 76. Ele usou operações aritméticas. Você já esperava que respostas assim surgissem?

Elon: Sim, eu esperava que alguém chutasse ou tentasse imaginar uma fórmula, porque a turma tem esse perfil. Um ou outro aluno costuma ter esse tipo de abordagem.

P: Mas você acha que, pelo problema proposto e pela forma como foi apresentado, algum aluno já teria condições de usar a fórmula?

Elon: Acredito que não. Talvez Sophia, porque ela já tem experiência com olimpíadas de Matemática. Talvez ela tivesse esse conhecimento, mas os demais, não.

P: Então, os alunos não tinham conhecimento prévio da fórmula, certo? Não era esperado que eles a usassem diretamente.

Elon: Não, não era esperado que eles usassem a fórmula para resolver.

P: Então, seria comum que as respostas fossem...

Elon: ...espontâneas, baseadas em conhecimentos variados, diferentes daqueles que seriam usados depois.

P: Observando esse episódio, você acha que a aula seguiu conforme o planejado?

Elon: De um modo geral, sim. Mas sempre tem uma coisa ou outra diferente do que você imagina que vai acontecer. O previsto foi feito, mas a reação nunca é como você espera. É imprevisível, inconclusivo. Não tem como saber exatamente como eles vão reagir. Não é possível.

P: Quando você diz que a reação nunca é como esperado, qual foi o imprevisto que mais chamou sua atenção?

Elon: Pronto. Aquele diálogo entre Luís e Lúcia, eu não esperava. Na resolução, também não imaginei que o outro aluno fosse lembrar de algo. No início do ano letivo, falei sobre equações do primeiro e do segundo grau, usando até a balança como analogia. E o aluno lembrou: 'Ah, é só multiplicar os dois lados por 2 que dá certo.' No outro lado tinha uma divisão por 2, e se eu multiplicasse por 2, já teria o 'n' isolado. Eu realmente não esperava esse tipo de lembrança durante a resolução.

P: No caso da discussão entre Luís e Lúcia, foi porque para Luís o resultado foi 76 e para Lúcia, 77?

Elon: Isso, a diferença de um.

P: Para Luís, ficou um a menos, né?

Elon: Verdade.

P: A resposta pela forma que você fez no quadro deu 77. Era isso que você esperava? Você se recorda por que para Luís deu 76?

Elon: Sim. Teve até a questão levantada por Lúcia. Ela comentou que a forma como Luís fez era o que faltava. Para Lúcia, isso aconteceu porque, quando começaram os trabalhos, havia a diferença do mês inicial. Luís desconsiderou esse primeiro mês e já partiu direto para o seguinte.

P: Mas, olhando para aquilo que você propôs, esse primeiro mês representaria o que exatamente?

Elon: Seria o a_1 .

P: E, no caso, a forma como Luís resolveu desconsiderou o a_1 ?

Elon: Sim, ele fez de forma bem manual.

P: Mas, nesse caso, ele não desconsiderou propriamente o a_1 , mas sim a posição, certo?

Elon: Exatamente, a posição do primeiro termo.

P: Essa resposta dele não poderia ser um ponto de partida para gerar uma discussão em torno da fórmula?

Elon: Sim.

P: Mas você acha que era viável conduzir essa discussão naquele momento?

Elon: Se estivéssemos apenas nós três conversando, sim. Como havia muita gente envolvida e talvez muitos não entendessem, preferi não complicar.

O pesquisador prossegue com perguntas mais direcionadas.

P: O áudio do início da aula está bem difícil de entender. Não dá para ouvir claramente a conversa entre Gael e Sophia enquanto você apresenta a atividade.

Elon: Eles têm um certo diálogo ali.

P: Sim, Gael olha bastante para o quadro...

Elon: Aí desvia o olhar, olha para o lado, para o chão...

P: E tenta acompanhar pelo material que você entregou.

Elon: A fonte é muito pequena, né?

P: Isso, está bem pequena. Você percebeu isso? Acha que interferiu de alguma forma para ele?

Elon: Com certeza.

Há um breve silêncio antes de o pesquisador continuar.

P: Aproveitando, você está ciente da condição de Gael? Você já mencionou em outras entrevistas que ele tem baixa visão, mas compreende o que isso significa em termos de participação nas suas aulas?

Elon: Sim, é um pouco complicado para ele acompanhar o material. É justamente por isso que tento escrever bastante durante as aulas.

P: E como você percebe a atenção de Gael durante as atividades?

Elon: Às vezes, ele fica bem disperso. Acho que deu para perceber que, em alguns momentos, eu chamo a atenção dele. Não só dele, mas de qualquer aluno que pareça estar pensando em outra coisa. Aqui no IF é realmente uma maratona, exige resistência, e às vezes eles estão cansados ou preocupados com outras atividades. Não é algo exclusivo de Gael, mas percebo que ele sai do foco com frequência. Ele não escreve muito, não está o tempo todo registrando no caderno.

P: Ele realmente não escreve muito.

Elon: Sim, eu sinto falta disso.

P: E você considera essa escrita necessária?

Elon: Com certeza.

O pesquisador segue para questões sobre as orientações recebidas da CLAI.

P: Quais informações você lembra de ter recebido da CLAI?

Elon: Foi enviada uma planilha, um documento com informações de todos os alunos com necessidades específicas, não apenas os meus. As meninas também vieram me falar. Eu não sabia sobre Sophia, apenas sobre Gael. Havia também um aluno de outra turma, porque eu ensino duas turmas do Ensino Médio.

P: E você lembra exatamente o que foi informado sobre Gael?

Elon: Baixa visão e dificuldade para enxergar. Também mencionaram certa falta de atenção.

P: E em relação às estratégias pedagógicas, eles recomendaram alguma ou ficou sob sua responsabilidade definir?

Elon: Recomendaram escrever bastante, usar fonte maior, explorar mais o livro, porque para quem tem essa condição visual isso ajuda muito.

P: Essas foram as estratégias sugeridas. Você tem adotado essas práticas?

Elon: Sim.

P: Ou você acredita que adota alguma estratégia além das recomendadas?

Elon: Não, é basicamente isso.

P: A CLAI promove momentos com os professores para discutir questões relacionadas à inclusão?

Elon: Não, não há esses momentos, não existe essa oportunidade.

P: Nessa planilha, além de Gael e Sophia, há outro aluno mencionado. Você sabe quem é?

Elon: Luís.

P: E você sabe qual é a condição de Luís?

Elon: Sim, acho que é hiperfoco, né?

P: Na verdade, ele tem hiperfoco, mas relacionado ao autismo.

Elon: Ah, autismo.

P: E você sabe qual é o hiperfoco dele?

Elon: Rapaz, foi engraçado. Semana passada, ele estava extremamente agitado, não parava quieto. Inclusive, duas meninas vieram falar comigo. Elas disseram: "Elon, vamos atrás de Luís." Eu pensei que algo tivesse acontecido, mas elas explicaram: "Não, ele desceu as escadas e ficou lá embaixo." Aí, quando percebo, ele volta, extremamente elétrico. Perguntei: "O que está acontecendo, Luís?" E ele respondeu: "É porque eu sigo um camarada no YouTube, e ele não tem conta profissional no Instagram, só pessoal. Mande um convite e ele me aceitou." Ou seja, um influenciador da área de computação que ele admira aceitou o convite, e isso o deixou extremamente feliz, passando boa parte da aula entusiasmado. Qual era mesmo a pergunta?

P: Qual o hiperfoco dele?

Elon: Não sei especificamente.

P: Mas, pelo que você relatou agora, suspeita que seja algo ligado a jogos ou computadores, certo?

Elon: Sim, ele é mais voltado para essa área, especialmente programação.

P: Você acha que esse hiperfoco interfere nas suas aulas?

Elon: Sim, às vezes ele traz questões pertinentes, mas em outros momentos é algo totalmente fora do contexto da aula.

O pesquisador retorna ao caso de Gael.

P: No início da aula, antes de você explicar o desenho, Gael olha bastante para o quadro e pergunta a Sophia: "Essa linha é a distância?"

Elon: Eita, não lembro.

P: Naquele momento, ele ainda não sabia o contexto. Havia o desenho de duas cidades e a ferrovia representada por uma linha. O que você acha dessa pergunta dele?

Elon: [silêncio]

P: Ele ainda não tinha as informações que você apresentaria, mas já questionou se a linha representava a distância. Você acha que os outros alunos, exceto Luís, que fez o desenho, associaram essa linha com a ideia de distância?

Elon: No fim das contas, era para se calcular a distância, sim.

P: Pelo contexto, essa linha do trem não existia ainda como dado do problema, embora no desenho já estivesse lá. Gael tenta entender o desenho antes de sua explicação, usando o material que receberam.

Elon: Sim, tinha uns degraus no material.

P: Uma vez que receberam esse material no início da aula, os alunos procuraram informações nele, tentando identificar a relação com o que estava no quadro. Você notou como Gael buscava entender isso?

Elon: Sim, ele mantinha o material bem próximo do rosto, com dificuldade para enxergar.

P: Então, ele estava tentando entender a linha desenhada no quadro.

Elon: Que, na verdade, era um metrô no material.

P: Isso é interessante, pois no material não havia um problema explícito, apenas um contexto. Essa questão foi criada por você para trabalhar o termo geral, certo?

Elon: Sim.

P: No ano passado, você usou esse mesmo contexto e essa pergunta, ou foi a primeira vez?

Elon: Não, no ano passado não trabalhamos PA, então foi a primeira vez.

P: Então, foi a primeira vez que você utilizou esse contexto para introduzir o termo geral?

Elon: Exato. No ano passado, trabalhei com função modular, exponencial e logarítmica, mas não chegamos às sequências.

P: Em relação às respostas dos alunos para esse problema, você acredita que todos tiveram a oportunidade de se envolver?

Elon: Acredito que sim, esse era o plano.

P: Mas havia alguns mais envolvidos do que outros?

Elon: Com certeza.

P: Como assim?

Elon: Por exemplo, Pedro, que se senta ao lado. Ele quase não participa, mas percebo que é um dos que mais entende, pela expressão facial e pela postura. Alguns ficam mais relaxados, enquanto outros se mantêm atentos ao quadro. Sempre tem essa variação.

P: Então, existem alunos atentos, outros atentos, mas com dúvidas, alguns que fazem perguntas e outros que parecem não se engajar. Como você lida com essa diversidade?

Elon: Essa é uma pergunta muito boa e, ao mesmo tempo, difícil. Tento equilibrar as coisas, baseando-me na média da turma. Se percebo que a maioria está acompanhando, sigo adiante. Uso atividades para avaliar a compreensão e, se a maioria está indo bem, prossigo. Para quem não acompanha, às vezes proponho atividades em dupla, colocando quem está com mais dificuldade ao lado de alguém que possa ajudar. É um pouco de cada coisa.

P: E no caso de Gael, em qual desses grupos ele se encaixa?

Elon: Ele está sempre próximo de Sophia. Ela o acompanha, entende rapidamente e, às vezes, antecipa até o que vou explicar. Gael recorre a ela com frequência, o que demonstra uma certa dependência. Isso ocorre desde o início.

P: Você acha que essa dependência interfere na aprendizagem dele?

Elon: Sim, acredito que isso não seja totalmente saudável. Ele se torna cada vez mais dependente, pensando "se eu não conseguir, Sophia me ajuda". Mas ela não estará sempre ao lado dele, e haverá momentos em que precisará resolver as questões sozinho. Nem

sempre dá para entender o diálogo entre eles, mas percebo que ele prefere falar com ela a interromper a aula para perguntar.

O pesquisador chama atenção para outro momento da aula.

P: Durante a discussão sobre o tempo de construção da linha do trem, Luís responde "19" e depois muda para "76". Lúcia também menciona "76", mas logo ajusta seu raciocínio para chegar em "77". Na aula, você destacou a fórmula do termo geral como um meio eficiente para evitar cálculos repetitivos. De fato, qual era sua intenção naquele momento?

Elon: Ser mais prático. Em situações com mais termos, a dificuldade aumenta e compromete a precisão.

P: Mas, naquela situação específica, você acha que os alunos teriam dificuldade sem a fórmula?

Elon: Acredito que sim.

P: Luís, por exemplo, não explicou claramente como chegou à resposta, apenas a apresentou. Já Lúcia insistiu, explicando o raciocínio por trás do resultado. Você considerou discutir essas respostas com a turma?

Elon: Sim, considere, mas, como havia muitas pessoas envolvidas, preferi não me aprofundar para não gerar confusão.

P: E essas estratégias que os alunos trouxeram não poderiam ser uma forma de explorar a fórmula?

Elon: Eu acredito que talvez sim, mas não sei ao certo.

P: Vamos lembrar, por exemplo, o que Lúcia tentava dizer na sala. Ela se baseia no 50, já tem 12, e a ideia subjacente à PA é que podemos somar o mesmo valor repetidas vezes, mas ela não faz isso. Você lembra como ela procedeu?

Elon: Não lembro.

P: Ok, vamos recapitular. Ela disse: "Se já temos 12, só precisamos trabalhar nos..."

Elon: 38.

P: Exatamente. Para ela, a questão deixou de ser sobre 50 e passou a ser sobre 38. E como ela resolveu? Considerando que o crescimento é regular e quer se saber o número de meses, ela dividiu por 0,5 e encontrou 76. Em nenhum momento ela se baseia diretamente na fórmula, nem usa a ideia de somar a razão a cada mês. Mas essa abordagem não revela exatamente o que se faz ao substituir os valores na fórmula e realizar as operações?

Elon: Ah, é sim!

P: Ela subtraiu 50 menos 12, correspondendo a $a_{50} - a_1$, e depois dividiu o resultado por 0,5, procedimento semelhante ao da fórmula. A única diferença é que, na fórmula, aparece " $n - 1$ ". O resultado encontrado por ela e por Luís foi o mesmo: 76. Você acha que isso poderia ter sido explorado em sala?

Elon: É, realmente. Eu não tinha percebido que Lúcia tinha feito dessa forma.

P: Isso não sugere algo? As respostas dos alunos poderiam ter sido aproveitadas?

Elon: Com certeza! Mas, talvez, se eu tivesse dado mais ênfase à discussão deles, muita gente não teria participado ou sequer se esforçado para participar. O objetivo era não restringir a conversa a um trio.

P: Você acredita que isso individualizaria a discussão naquele momento?

Elon: Sim, porque todo mundo já estava focado, querendo entender e usar a fórmula. É assim que penso. Agora, se fosse em outro contexto, nós dois conversando, tomando um café no corredor, aí sim, essa discussão faria mais sentido.

[...]

2º Episódio

- Após assistir todo o episódio Elon traz alguns apontamentos:

No início, eu vou falar logo sobre a apresentação da atividade, né? Eu comecei dizendo que eles fizessem algumas questões e fui chamado a atenção por Danilo, no início, sobre uma questão de gráfico, representar graficamente. Aí eu até falei que era uma coisa fácil, né? Não pega tão bem, mas não foi para ser pejorativo, foi mais para dizer que eles conseguiram fazer coisas mais difíceis. Quando a gente estudou gráfico de funções quadráticas e funções afins, eles fizeram gráficos e representações gráficas bem mais complicadas. E, para representar a PA, eu julgo bem mais simples, mas eu nem explorei tanto essa parte. Aí, o fácil que eu me refiro foi sobre isso.

Sobre a conversa entre Gael e Sophia, eu sempre notei essa dependência de Gael em relação a Sophia. Acredito que em todas as disciplinas seja assim, eles sempre se sentaram um perto do outro desde o início. Quando eu conheci essa turma, eles já tinham essa proximidade, que eu acho que vem desde a primeira semana de aula. Eu vejo muita dificuldade por parte de Gael, e essa dificuldade vem pelo fato de ele ter um certo bloqueio. Eu não sei se é limitação, se é falta de interesse pela disciplina ou, também, acredito que seja por ele ser muito ausente nas aulas, por conta de consultas médicas às quais ele precisa ir. São faltas justificadas, mas, de certa forma, ele perde muitas explicações. Querendo ou não, ele tem uma dificuldade na Matemática mais básica, Matemática lá do 6º, 7º, 8º ano.

Nesse diálogo deles, tem umas partes que são mais difíceis de escutar, de entender o que é que eles conversam, mas eu vejo Sophia tentando explicar as coisas para ele. Ele demonstra a dificuldade que sempre apresenta, e, às vezes, ela tem uma certa impaciência. Eles se dão muito bem, mas, quando é para explicar, ele encontra dificuldade, o bloqueio de não conseguir fazer as coisas aparece, e, em alguns momentos, Sophia demonstra impaciência. É muita insegurança de Gael na resolução das questões. Ele não lembra das fórmulas e, mesmo tendo as fórmulas, não consegue usá-las com 100% de clareza.

É engraçado que eu passo a atividade e Sophia termina muito rápido. Eu até fico admirado por ela ter feito tão rápido. Ela sempre faz as coisas com certa velocidade e com um grau de acerto muito alto. Ela é bastante rápida em absorver as coisas. Boa parte das coisas ela já viu. Eu ensino uma coisa, ela pega muito rápido. E Gael sempre demonstra essa dificuldade. Eu sinto muita dependência, muita dependência de Gael. Ele depende muito de Sophia para quase tudo.

No áudio, tem um pessoal conversando, um grupo atrás falando sobre as questões. Eles falam um pouco alto, o que acaba cobrindo a fala, e o microfone não capta bem. Eles conversam muito baixinho. Sophia fala baixo, e Gael fala ainda mais baixo. Mas eu consegui acompanhar um pouco aqui o que você observou. Agora, é muita confusão mesmo, né? Quem é n , quem é a_n ... Aí, Sophia explicando para ele como usar a fórmula, abrir parênteses, realmente coisas muito básicas. E ele sempre esperando a confirmação dela, ou seja, ele só segue um passo quando ela confirma ou quando diz "faça isso". Realmente, é desse jeito.

P: Entendi, Elon. Muito obrigado pela sua resposta, anotei aqui alguns pontos importantes. Eu gostaria de aprofundar um pouco mais sobre a proposta específica das cinco questões. Na entrevista que fizemos antes da aula, você mencionou que planejava trabalhar com o termo geral da PA, utilizando a situação do trem como ponto de partida. Você também disse que pretendia oferecer alguns exemplos justamente para ajudar os alunos a esclarecerem dúvidas relacionadas ao significado de a_n e de n . Por isso, você apresentou três exemplos antes de solicitar os exercícios. Pensando nisso, qual era exatamente a sua intenção com essa sequência? Primeiro a situação do trem, depois a explicação da fórmula, seguida pelos exemplos e, finalmente, pelos exercícios. O que você esperava que os alunos alcançassem ou demonstrassem na resolução dos exercícios solicitados?

Elon: Pronto. É porque é o seguinte: no material, eu percebi que esses exercícios são mais práticos, entende? Eles não trazem muita contextualização. Então, eu organizei a aula

daquela forma, começando com a situação do trem, justamente para apresentar uma situação que pudesse ser contextualizada, que envolvesse o assunto. Nos exercícios da apostila, isso não aparecia, naquela apostila que eu usei, o livro volume 2. O objetivo de eu ter conduzido a aula com essa dinâmica, incentivando a participação, foi exatamente para mostrar que o conteúdo poderia ser trabalhado em um contexto mais significativo. E nas questões iniciais, é realmente onde se aplica a fórmula do termo geral, considerando o primeiro termo. Foi nesse sentido.

P: Você coloca que Gael e Sophia sempre se sentam um ao lado do outro e se ajudam, no caso Sophia ajuda Gael. Essa forma de ajuda à Gael surgiu de forma espontânea nas aulas ou foi recomendada pela CLAI?

Elon: Eu acredito que não houve nenhuma recomendação a respeito dessa proximidade entre eles. Até porque, inicialmente, o pessoal da CLAI não sabia que Sophia tinha baixa visão. Eles não tinham esse conhecimento. Foi só depois que ficaram sabendo. Tanto eu quanto os professores com quem tenho contato também não sabíamos.

P: Quando você menciona as dificuldades de Gael, você acredita que esses bloqueios estão mais ligados às exigências específicas da disciplina ou podem estar relacionados às limitações visuais dele?

Elon: Eu sempre me refiro à dificuldade em Matemática, digo isso porque não tenho conhecimento sobre as outras disciplinas. Apesar disso, conversando com o professor de Física, ele mencionou que Gael também apresenta dificuldade nessa disciplina. Quando foi na sexta-feira, vi o professor de química, que apareceu e disse: “Dá para passar, você já conseguiu atingir a média”. Ou seja, acredito que ele também tenha dificuldade em Química, já que o professor comentou sobre essa dúvida se ele conseguiria passar ou não. Ou foi na sexta, ou na quinta, não lembro exatamente qual dia ele estava lá e conseguiu. Acredito que foi na quinta, enfim. Pelo menos em Química, Física e Matemática, ele demonstra uma certa dificuldade.

P: Você percebe alguma relação entre o ritmo de Gael e o da turma, considerando que, enquanto ele ainda estava concluindo a primeira questão, muitos alunos já estavam avançando para as terceira e/ou quarta questão? Além disso, levando em conta que, ao final da aula, Gael havia finalizado apenas uma questão, com rascunhos incompletos da segunda e da terceira, isso sugere alguma dificuldade específica?

Elon: Sim, percebo. Tanto Gael, como Pedro e Rafael, ou é Mateus, não me lembro bem, um aluno que fica bem no meio e é muito calado. Eu sinto muita dificuldade desses três alunos. Gael é um deles. Eles têm um ritmo diferente dos outros. Isso sim, isso é verdade.

P: E como você entende essa dinâmica de atender Gael individualmente em meio às demandas de toda a turma, considerando que, durante o episódio que você assistiu e mesmo durante a aula, ele não procurou você, e os únicos momentos de interação foram no início, quando ele esqueceu o caderno, e no final, quando você perguntou se estava tudo bem, sem verificar o que ele havia feito?

Elon: O atendimento com Gael funciona da seguinte forma: ele tem uma certa resistência em se abrir e em buscar ajuda. Ele não costuma se aproximar facilmente, preferindo se abrir com Sophia, que tem mais facilidade em esclarecer suas dúvidas. Quando me aproximo, ele adota uma postura mais defensiva, permanece em silêncio e não demonstra nenhuma reação, como se estivesse focado em resolver a questão sem expressar suas dificuldades. Já com Sophia, ele demonstra mais proximidade, e como vejo que ela o auxilia, prefiro deixá-lo mais à vontade.

Entrevista com perguntas gerais

P: Em qual instituição você se graduou?

Elon: Eu fiz a graduação na UFPB, lá em João Pessoa, no Campus I.

393 **P:** Qual o seu grau de escolaridade?

394 **Elon:** Eu terminei minha graduação no final de 2017. Depois, fiz o mestrado acadêmico em
395 Matemática.

396 **P:** Qual o seu tempo de experiência como professor e em quais etapas de ensino?

397 **Elon:** No Ensino Superior, eu tenho mais de três anos, três anos e meio de experiência.
398 No ensino básico, especificamente no Ensino Médio, eu tenho um ano e meio de experiência,
399 mas nunca lecionei no Ensino Fundamental.

400 **P:** Você pode relatar uma situação marcante para você que envolveu o ensino de Matemática
401 em uma classe com alunos atendidos pela Educação Especial?

402 **Elon:** Uma experiência diferente que eu tive foi aqui no IFPB. Agora eu não lembro exatamente
403 o assunto, mas era com uma menina do primeiro ano do Ensino Médio. Ela sempre tirava notas
404 boas. Aí, um dia, fiz uma avaliação e fui entregar os resultados. Essa menina tem TDAH e
405 muita dificuldade de interação social. Ela é extremamente calada, não fala com ninguém, bem
406 reservada. Quando a gente pergunta algo, ela mal responde. Ela é supervisionada pelo pessoal
407 da CLAI. Eu nem conhecia ela direito ainda, porque fazia só um mês e meio que eu tinha
408 começado a ensinar essa turma. Mas, quando entreguei a prova dela, ela começou a chorar na
409 minha frente. Chorava muito, e eu perguntei se estava tudo bem, mas ela não falava nada. Ela
410 saiu da sala, e uma colega perguntou se podia ir atrás dela. Eu disse que podia. Depois, quando
411 essa menina voltou, estava com os olhos inchados, vermelhos de tanto chorar. Eu queria me
412 aproximar para dizer que ela podia recuperar, que a nota não era tão ruim, acho que era 40 e
413 poucos, mas ela não dava espaço para conversa. Na recuperação, ela tirou 80 e poucos, quase
414 90. Foi bem difícil lidar com essa situação.

415 **P:** Se você tivesse que descrever os principais desafios e aprendizados ao ensinar uma turma
416 com alunos com deficiência, quais seriam?

417 **Elon:** Eu já tinha tido uma experiência anterior na UEPB, ensinando um aluno com autismo. A
418 situação dele era parecida com a do Luís. Ele tinha um raciocínio muito rápido, estava muito à
419 frente na compreensão dos conteúdos em comparação com os outros alunos da turma. Era uma
420 turma pequena, com sete ou oito alunos, então era possível ter um atendimento mais detalhado
421 com cada um. Dá para sentir melhor as necessidades dos estudantes.

422 Já no IFPB, a realidade foi bem diferente e impactante. Tive, por exemplo, uma aluna com
423 TDAH, e no ano passado, uma com dificuldade auditiva. Também tive contato com um aluno
424 com baixa visão, e posso dizer que essa experiência não é tão tranquila quanto pode parecer. O
425 maior desafio, na minha visão, é a falta de preparação. A gente não tem uma formação
426 específica para lidar com cada tipo de necessidade. Isso é complicado, porque cada aluno com
427 deficiência é único. Não é algo genérico, é algo muito particular, muito específico. O difícil é
428 justamente entender o que se passa com aquele aluno e ter condições de ajudá-lo de verdade,
429 de superar as barreiras que ele enfrenta.

430 Mas o aprendizado também é enorme. Para haver inclusão, você precisa chamar o aluno para
431 perto, tentar entender o que é mais acessível para ele, o que faz mais sentido dentro da aula, de
432 acordo com as dificuldades que ele tem. Esse esforço te aproxima do aluno e, nesse processo,
433 você também acaba se tornando uma pessoa melhor, talvez mais sensível, mais atenta, mais
434 carinhosa, eu diria.

435 Sair da zona de conforto faz parte disso. E quando falo em zona de conforto, me refiro a
436 simplesmente dar sua aula, aplicar uma avaliação e encerrar por aí. É diferente quando você
437 realmente tenta se aproximar dos alunos, entender a realidade de cada um, perceber se eles estão
438 engajados, se a sua forma de ensinar e avaliar está fazendo sentido para eles.

439 **P:** O que a sociedade (governos, universidades, sindicatos, gestores, pais e outros) quer da
440 escola?

441 **Elon:** Eu acredito que o que se espera da escola, de forma geral, é um bom aproveitamento.
442 Existe até um termo mais técnico para isso, mas vou usar minhas palavras. A ideia de bom

443 aproveitamento, pra mim, significa que os alunos entrem e saiam da escola, ou seja, que haja
444 poucas reprovações e que os estudantes consigam seguir o fluxo esperado. Quanto mais alunos
445 entrarem e saírem, melhor, pelo menos do ponto de vista estatístico.

446 As universidades, talvez de um modo um pouco diferente, também estão ligadas a essa
447 expectativa da sociedade: querem qualidade, igualdade de condições, querem que as escolas
448 sejam referências. Mas, na prática, a sociedade não faz muito para mudar essa realidade,
449 especialmente no Brasil. Eu, sinceramente, não vejo a sociedade se importando tanto com isso,
450 a não ser quando acontece algo muito delicado, muito impactante. Fora isso, não vejo tanto
451 esforço para transformar a situação.

452 Quanto aos pais, vejo uma preocupação mais individual. Em geral, eles estão focados no próprio
453 filho, no desempenho dele. Não percebo uma preocupação coletiva, com a escola como um
454 todo. Claro, isso não é uma regra, existem exceções, mas eu estou falando do gosto médio, da
455 percepção mais comum.

APÊNDICE D – ENTREVISTAS COM ALUNOS (EA_n)

Entrevista com alunos (EA₁)

Data: 05 de dezembro.

Observações:

- Alunos que participaram da entrevista: Lúcia, Luís, Danilo e Belinda.
- Tentamos selecionar alunos que participaram ativamente da aula na situação do trem para aprofundar a análise. No entanto, ao convidarmos a aluna que chamamos de Belinda, houve uma confusão devido à existência de duas alunas com o mesmo nome real. Essa situação gerou um equívoco inicial na convocação da entrevista, mas, ao percebermos o engano, optamos por manter a participação de Belinda na reconstituição, pois isso nos permitiu observar como um aluno pode reconstruir uma situação Matemática a partir das explicações dos colegas e de seus próprios conhecimentos prévios.
- Luís repetidamente demonstrava um gesto característico: pegava uma mecha do cabelo e a enrolava entre os dedos, um movimento que se intensificava nos momentos em que parecia estar refletindo sobre um conceito, estratégia ou resultado. Esse comportamento ocorreu diversas vezes ao longo da conversa, sobretudo quando enfrentava desafios cognitivos ou buscava formular uma resposta.

P: Bom dia, pessoal! Nessa conversa vamos falar sobre o que vocês lembram da última aula, entender o ponto de vista de vocês, conversar um pouquinho sobre isso... Eu vou querer ouvir todos, mas não precisa ser em ordem não, quem quiser falar primeiro fala, o outro pode falar para complementar ou até divergir, “eu não tinha pensado assim, eu pensei de outra forma”, uma conversa mesmo, pessoal, não é uma avaliação, é mais para ver o ponto de vista de vocês diante daquilo que o professor colocou.

Vocês se lembram daquela situação, aquela primeira situação, um probleminha que o professor\

Lúcia: Que Luís desenhou e tudo\

P: Trouxe na aula que fala da situação do trem... isso mesmo, Luís desenhou\

Luís: Eu desenhei perfeitamente... ficou muito bom o desenho... [Luís fala muito empolgado]

[...]

P: Então, a gente vai retomar aquela situação lá do trem para falar um pouquinho, vamos conversar sobre como vocês perceberam essa situação que o professor trouxe e como vocês tentaram resolver, está certo? O que é que vocês lembram desse problema?

Luís: Vamos lá, era o trem, era a trilha, era um trilho do trem, era uma cidade e tinha outra cidade e tinha uma... uma\

Belinda: um trilho de trem?

Luís: Um trilho de trem, uma... pronto! Só que não tem o trem, que era só... assim que não estava se referindo a movimentação do trem e sim ao tempo de construção do trilho do trem. Aí já tinha doze\

Lúcia: 12 quilômetros, né?

Luís: eles já tinham construído 12 quilômetros e todo mês iam construir meio quilômetro.

P: certo!

Luís: Queria saber em quantos meses já estaria inclu... estaria pronto a ferrovia, contando com os doze... os doze primeiros quilômetros.

P: E o total era?

Luís: Era 50 quilômetros.

P: 50 quilômetros. Alguém lembra mais de alguma coisa? Quer complementar\

Lúcia: Ele primeiro perguntou foi só para a gente pensar\

- 30 **Danilo:** Fazer a sequência\
 31 **Lúcia:** Tentar “calcular” a fórmula, depois ele apresentou a fórmula para nós, que não estou
 32 lembrando muito, só que utilizava a raiz, utilizava o primeiro termo\
 33 **Danilo:** Eu acho que era a_n , sei lá o quê...
 34 **P:** Raiz?
 35 **Luís:** Eu acho que era na verdade... (silêncio) a razão\
 36 **Lúcia:** Ah, a razão. Ah meu Deus!
 37 **P:** Não, tudo bem!
 38 **Danilo:** É, razão\
 39 **Lúcia:** Memória ruim\
 40 **Danilo:** Sei o que lá...
 41 **Lúcia:** Aí, o primeiro termo\
 42 **Danilo:** Eu não lembro muito não\
 43 **Lúcia:** [continua] a quantidade que tinha naquela sequência e, tinha o último ou o termo que a
 44 gente queria descobrir\
 45 **Danilo:** Era o primeiro termo, abre parêntese, n menos 1, vezes a razão...
 46 **P:** Lembrando da fórmula...
 47 **Danilo:** É... o que lembro da fórmula\
 48 **P:** Ela falou [referindo-se a Belinda] ... quer falar alguma coisa, Belinda?
 49 **Belinda:** É que naquela aula, eu não vim [os colegas riem]
 50 **P:** Você não veio?
 51 **Belinda:** Não [inaudível]
 52 **P:** Ah! Então, a situação aqui vai ficar muito interessante, por quê? O que é que eu vou propor?
 53 O desenhista, o “arquiteto” aqui vai mostrar do que se trata esse problema para a colega que
 54 faltou. Então, eu chamei a outra Belinda, porque teve uma delas que participou\
 55 **Luís:** Pode dizer?
 56 **Lúcia:** Foi...
 57 **P:** Sim, pode dizer, pode mostrar como era, pode descrever aí... [Luís pega a caneta e a folha e
 58 começa a reproduzir o desenho da aula]
 59 **Lúcia:** Ah, foi como eu calculei...
 60 **P:** Lúcia você falou “ele não queria que a gente resolvesse, queria só que a gente pensasse”, era
 61 isso que ele estava querendo?
 62 **Lúcia:** Era\
 63 **P:** Que vocês pensassem sobre o problema, como chegariam a uma solução, é isso? Todo
 64 mundo percebeu isso... que ele não queria que resolvesse ali?
 65 **Luís:** Oi?
 66 **P:** Todo mundo percebeu? Ou foi apenas uma coisa percebida por Lúcia?
 67 **Luís:** Que ele não...?
 68 **P:** Que o professor propôs esse problema, mas ele não queria que resolvesse ali...
 69 **Luís:** Só depois resolvesse, sim...
 70 **Danilo:** Mais ou menos!
 71 **Lúcia:** É porque, geralmente, ele faz isso, ele quer que você pense, aí se você quiser falar como
 72 você conseguiu um resultado, você fala, depois ele demonstra a fórmula, que muitas vezes seria
 73 um meio mais fácil de você chegar no mesmo resultado, porque já é... geral, já é generalizado.
 74 **P:** Generalizado... Danilo disse “mais ou menos”, por quê, mais ou menos?
 75 **Danilo:** Anh?
 76 **P:** Por que você acha mais ou menos, porque a pergunta... vou recapitular a pergunta: você acha
 77 que ele queria que resolvesse o problema ali?
 78 **Danilo:** É... acredito que sim
 79 **P:** Por que você acha que... ele queria que você resolvesse o problema?

- 80 **Danilo:** Porque tipo, ele começou a explicar o assunto, aí e tal, ele pediu para Luís desenhar,
81 fazer o desenho lá... aí tinha esse trilho do trem que estava desenhado, estava tudo a ver com o
82 assunto.
- 83 **P:** Então, se o professor propôs tudo isso e tem a ver com o assunto que ele queria dar... vocês
84 lembram qual era o assunto que ele queria dar?
- 85 **Luís:** Era... era sequência...
- 86 **Lúcia:** Era PA, mas eu esqueci o nome...
- 87 **Luís:** Era, PA, progressão aritmética...
- 88 **P:** Então, se ele estava falando disso, explicou na aula passada a PA, e estava trabalhando PA,
89 você achava que ele queria que resolvesse mesmo? [Danilo balança a cabeça em sinal de
90 afirmação].
- 91 **P:** Ok, poderia explicar Luís? [Luís, que acabara de terminar o desenho, balança a cabeça em
92 sinal de afirmação]. Luís vai tomar a voz agora, porque ele é o “arquiteto” aqui, mas vocês
93 podem complementar para ajudar a colega de vocês a entender o que o professor\
- 94 **Luís:** Vou pegar até tridimensional aqui, para ficar até melhor. Vamos lá: tem uma cidade, que
95 o nome dessa aqui na aula era Belford roxo\
- 96 **Lúcia:** E tu ainda lembra disso? \
- 97 **Luís:** Cidade de Minas Gerais e essa aqui é Xique-xique, Bahia. [os colegas riem]. Belford Roxo
98 está... aqui uma ferrovia e no total... cinquenta quilômetros [faz um registro como uma chave
99 indicando a distância entre as cidades], só que foram construídos doze quilômetros\
- 100 **Lúcia:** no primeiro mês\
- 101 **Luís:** No primeiro mês, aí em cada mês iam ser construídos meio quilômetro. Aí queria saber
102 em quantos meses, desde o início, desde o zero até o final, quanto meses ia demorar, contanto
103 com os doze quilômetros... Aí, a gente apresentou... aí ele ensinou a fórmula da progressão
104 aritmética.
- 105 **P:** Ok, antes da fórmula, só um instante... Você entendeu qual era o problema, qual era a
106 proposta?
- 107 **Belinda:** Anham
- 108 **P:** Descobrir quantos meses iam ser gastos para...
- 109 **Luís:** Construir a ferrovia\
- 110 **P:** segundo Luís aqui, para construir totalmente essa ferrovia que liga essas duas cidades,
111 Belford Roxo e?
- 112 **Luís:** Xique-xique!
- 113 **P:** Adorei os nomes das cidades... Antes da gente colocar a própria fórmula, vamos pensar como
114 vocês reagiram, porque eu observei no dia algumas respostas, vi alguns questionamentos,
115 alguns sobre as respostas, mas também dos próprios procedimentos. Lá vocês ficaram
116 perguntando ao professor durante a aula... vocês lembram como pensaram em resolver esse
117 desafio? Vamos logo para Belinda, como você pensa em resolver isso?
- 118 **Belinda:** Nesse daqui... Quando Luís começou a explicar, eu pensei que daria para fazer o
119 seguinte: você pegaria os doze quilômetros que seria subtraído do cinquenta, aí quando você
120 subtrair, você dividia por isso aqui [aponta para “0,5” na folha]. Isso vai dar a quantidade de
121 meses que você necessita para poder conseguir aquilo... que seria um modo mais :rápido de
122 fazer...
- 123 **P:** Um modo mais rápido de fazer... inclusive já retirando os doze\
- 124 **Belinda:** Já retirando os doze, aí não precisaria fazer depois o cálculo para saber em quantos
125 meses\
- 126 **Luís:** Aí se você quisesse saber o total era só somar mais um também, é...
- 127 **Belinda:** É, mais um do mês!
- 128 **P:** mais um...?
- 129 **Belinda:** Porque foi um mês que conseguiu os doze...

- 130 **P:** É interessante né? Em um mês foi doze... [fala com um tom de questionamento, como se
131 incentivasse os alunos a refletirem sobre o que foi discutido]
- 132 **Belinda:** É... é porque eles ficaram com preguiça\
- 133 **P:** os outros meses foi meio quilômetro...
- 134 **Belinda:** É... é porque esses doze foi para a prefeitura dizer que a gente vai fazer uma ferrovia,
135 aí depois foi só para expor [simultaneamente, Lúcia diz: “é, isso é a obra de Patos”].
- 136 **Lúcia:** É igual a passagem daqui que quando a gente vem tem que fazer um desvio, né?
- 137 **Belinda:** É, aquilo ali já faz tempo que está ali...
- 138 **Lúcia:** Exato [Lúcia e Belinda riem], aquilo é do começo de julho, minha amiga.
- 139 **P:** Mas vocês lembram se durante a aula pensaram nisso? Vocês lembram se pensaram “por
140 que em um mês foi doze e nos outros apenas meio?
- 141 **Lúcia:** Sim... Belinda pensou mais rápido, está vendo? Eu multipliquei, demorei mais...
142 multipliquei por dois [Lúcia ri].
- 143 **Luís:** Pensou... a gente pensou, até falaram...
- 144 **Belinda:** É porque esses negócios daí de raciocínio lógico, o meu professor no sétimo ano por
145 aí e o restante, porque ele fazia as aulas de OBMEP (ela se refere às olimpíadas nacionais de
146 Matemática). Ele ensinava você a ter um pensamento rápido, um pensamento lógico, então você
147 analisaria um pensamento e já tentaria calcular enquanto a pessoa está explicando, você já vai
148 calculando na sua cabeça.
- 149 **P:** Fazendo um cálculo mental...
- 150 **Belinda:** É, só que eu ainda tenho dificuldade de fazer os cálculos mentais na hora da subtração,
151 da subtração não, da divisão, porque é mais complicado...
- 152 **P:** Isso, é uma coisa... quer falar Danilo [Danilo acena que iria comentar...]
- 153 **Danilo:** É porque, na minha visão, era só pegar cinquenta e diminuir doze...
- 154 **P:** mas só isso? Era suficiente?
- 155 **Danilo:** só isso...
- 156 **Lúcia:** Daria certo se fosse um quilômetro, mas como é meio você teria que dobrar [enquanto
157 isso Belinda menciona: “é por causa que tem que descobrir os meses”].
- 158 **Luís:** teria, é... que dividir por zero vírgula cinco que é o mesmo que multiplicar por dois.
- 159 **P:** Hum, foi o raciocínio dela [referindo-se a Belinda], por isso que ela disse [referindo-se a
160 Lúcia]: “mas você dividiu, eu já pensei em multiplicar”. São dois caminhos que ajuda a resolver,
161 só que a estratégia que para Lúcia e, eu noto que para Luís também, multiplicar está mais
162 tranquilo do que fazer a divisão... Mas vamos lá, Lúcia durante a aula tu tentou apresentar uma
163 resposta...
- 164 **Lúcia:** Foi a mesma coisa, só que ao invés de dividir eu multipliquei por dois, porque na minha
165 mente era que para chegar em um quilômetro você teria que duplicar esse meio, para chegar em
166 um quilômetro você teria que multiplicar por dois, logo, eu tinha que multiplicar por dois o
167 resultado da subtração, aí você encontraria os restantes dos meses que faltavam, aí logo depois
168 ele perguntou: agora, eu quero saber os meses todos que seriam trabalhados. Se eu descobri que
169 era setenta e seis, mais um dava setenta e sete.
- 170 **P:** Muito interessante, porque Luís rapidamente, o professor estava praticamente fazendo a
171 pergunta e Luís disse: “dezenove”!
- 172 **Luís:** é porque dezenove... sabe por que deu dezenove? Porque era isso aqui... o que eu fiz, aí
173 deu 38 aí era zero vírgula cinco, aí ao invés de eu multiplicar por dois, eu dividi por dois, aí deu
174 dezenove.
- 175 **P:** Hum, mas aí depois você refez, não é isso?
- 176 **Luís:** Aí depois eu refiz...
- 177 **P:** Você refez de cabeça ou fez algum registro do cálculo, você lembra?
- 178 **Luís:** Oi?
- 179 [...]

- 180 **P:** Você se lembra quando reformulou sua resposta, você saiu de dezenove para setenta e seis,
 181 quando você reformulou você fez de cabeça ou fez algum registro escrito em algum local?
 182 **Luís:** Só calculei o dobro.
 183 **P:** Sim, mas Luís eu lembro que fiz uma foto de um cálculo que você fez, e tinha escrito uma
 184 equação.
 185 **Luís:** sim, eu escrevi...
 186 **P:** Você lembra qual a equação?
 187 **Luís:** Era assim: era cinquenta, espera... tinha o “x” né? Deixa eu lembra aqui... era o resultado,
 188 tudo era cinquenta, espera aí... [o aluno tenta reescrever a equação que fez na sala]
 189 **P:** Calma, a gente espera...
 190 **Luís:** Eu quero descobrir o “x” que são os meses... então era cinquenta menos doze vai ser igual
 191 a trinta e oito...
 192 **Lúcia:** Caraca, é uma equação, ele montou uma equação!
 193 **Luís:** Cinquenta menos doze vai ser igual a... vezes “x”?
 194 **Danilo:** Trinta e oito!
 195 **Lúcia:** Eu sei que ele... o primeiro termo era doze, né? Então no lugar do primeiro termo é doze
 196 mais ...
 197 **P:** Hum, você está associando a equação que ele fez com a que o professor apresentou da PA?
 198 **Lúcia:** É...[Luís continua tentando lembrar a equação]
 199 **Luís:** É isso aqui mesmo, vamos lá, deixa eu ver se é isso mesmo... vai dar trinta e oito, aí isso
 200 aqui passa para o outro lado dividindo que vai dar setenta e seis, é isso aqui mesmo... Essa daqui
 201 dá certo?
 202 **P:** Então, quando você usou uma equação, você registrou a equação, você já estava associando
 203 com a PA?
 204 **Luís:** Não, eu só pensei em montar a equação.
 205 **P:** Muito interessante, pessoal! Quero fazer mais algumas perguntas, certo? Vocês acham que
 206 faltou alguma informação ser passada sobre o problema?
 207 **Lúcia e Belinda:** Não!
 208 **P:** Foram suficientes essas informações?
 209 **Luís:** Qual? Para resolver esse problema?
 210 **P:** Sim!
 211 **Luís:** Não!
 212 **Danilo:** concordo!
 213 **P:** Como é que vocês interpretaram a reação do professor quando vocês deram uma resposta?
 214 [...] Vamos começar por Luís... Luís primeiro deu a resposta “dezenove”, você lembra qual foi
 215 a reação do professor em relação a tua resposta?
 216 **Luís:** Ele riu assim: “dezenove?” ... é por isso que aí depois que ele perguntou de novo, eu falei
 217 que era setenta e seis aí ele “o quê?”, por que eu tinha falado dezenove e depois troquei por um
 218 resultado totalmente superior.
 219 **Lúcia:** Ele disse: “você não disse isso não”, ele falando lá [referindo-se ao professor]
 220 **P:** E Lúcia... você lembra da reação dele a tua resposta?
 221 **Lúcia:** Eu acho que ele recebeu bem...
 222 **P:** Acho que teve umas duas ou três vezes que você tentou: “Elon, mas assim... por quê?” [Lúcia
 223 ri discretamente], “mas é só fazer assim” ... Você insistiu nas respostas...
 224 **Belinda:** “Eu quero pelo jeito mais fácil” [sugerindo que esse era o comportamento da colega]
 225 **Lúcia:** Eu acho que assim\
- 226 **Belinda:** Mas eu acho que ele tenta mostrar as fórmulas mesmo que você saiba um jeito mais
 227 fácil..., mas, às vezes, tem gente que não consegue fazer daquele jeito que está sendo falado.
 228 **P:** E ele estava falando sobre?
 229 **Lúcia e Belinda:** PA!

- 230 **P:** Ele disse assim: “você notam que isso é uma PA?”, com o problema proposto...
- 231 **Belinda:** Nessa situação aí, seria mais fácil da gente fazer, mas daí ele quer mostrar a PA para
- 232 que a gente possa resolver algo mais difícil depois.
- 233 **Lúcia:** Eu acho que ele queria mais mostrar como se generalizar, mostrar para a gente, tipo
- 234 assim, desse jeito dá certo... como se fosse uma questão mais difícil ou com um número muito
- 235 maior, você fazer com esse pensamento.
- 236 **Luís:** Ah não, a única coisa que eu fiz... eu meio que fiz a equação da PA, mas sem esse menos
- 237 um aqui, porque eu só fiz... a única coisa que fazia a diferença é que não contava com esse
- 238 menos um aqui [Luís interrompe refletindo em voz alta sobre a equação que ele escreveu e a
- 239 fórmula do termo geral].
- 240 **P:** Inclusive... Danilo, teve algum momento que você lembra que você sentiu uma reação do
- 241 professor a resposta que você deu?
- 242 **Danilo:** Para começar, eu não dei nem resposta... não, eu não dei resposta...
- 243 **P:** Certo, mas daqui a pouco vou te fazer mais algumas respostas... Teve um momento que Luís
- 244 tocou agora... Luís diz setenta e seis e o professor fez o cálculo, ele apresentou a fórmula\
- 245 **Lúcia:** Aí deu setenta e sete\
- 246 **P:** Deu setenta e sete, o resultado do professor, aí... “por que tá dando diferente” [referindo-se
- 247 à reação de Luís], “por que deu um a mais?”, Luís disse... Aí Lúcia interveio... ela explicou:
- 248 “deu setenta e sete, porque...”, por quê, Lúcia? Você lembra?
- 249 **Lúcia:** É porque deu setenta e sete, porque ele apresentou o problema como ele queria saber os
- 250 meses que faltavam, ele não queria saber os meses todos trabalhados... Aí quando a gente
- 251 calculou, a gente não contou com os doze, o mês que trabalhou doze, a gente só contou com os
- 252 setenta e seis. Quando ele usou a fórmula, a fórmula utilizava o todo, os setenta e sete, aí foi
- 253 que a gente colocou... Eu expliquei: “não, os setenta e seis era os meses que faltavam e os
- 254 setenta e sete foram todos os meses trabalhados”.
- 255 **P:** Então, uma pergunta mais geral para todos: a fórmula foi útil para vocês?
- 256 **Lúcia:** É... só que tem que saber ser utilizada, porque não adianta de nada você ter a fórmula
- 257 sem saber o que usar, o que está por trás dela.
- 258 **Luís:** É, porque tipo o importante é você não só saber a fórmula tipo, você tem que saber... O
- 259 importante é você saber a fórmula, mas se você souber como chegar até aquela fórmula, o seu
- 260 conhecimento vai ser muito mais profundo.
- 261 **P:** Muito bom! Quando vocês falam assim sobre a importância de entender a fórmula, não só a
- 262 escrita dela\ [Lúcia comenta sobre as aulas de Física e as fórmulas, os alunos riem]
- 263 **Luís:** Aqui a PA, a PA do ... [tenta mostrar os registros que fez chegando numa relação
- 264 algébrica] ... Não vai se, um nome... como é para mim... Pimentel, como assim? É a PA de
- 265 Pimentel [Luís nomeia a expressão matemática que ele construiu de “PA de Pimentel”] ...
- 266 **P:** Olhem só, quando vocês falam assim da importância da fórmula... as atividades que o
- 267 professor traz, os exercícios que o professor propõe... vocês conseguem aplicar a fórmula, é
- 268 tranquilo?
- 269 **Lúcia:** É, em Matemática é sim [enquanto isso Danilo diz: “ele coloca assim a fórmula”], como
- 270 a Matemática tem... a gente pratica muito as questões, memoriza muito rápido, só que depois
- 271 de um tempo a memória é falha, depois de um tempo esquece, assim...
- 272 **P:** Quando tem um exercício e solicita algo e vocês utilizam da fórmula, vocês conseguem
- 273 identificar quem é o primeiro termo, a razão?
- 274 **Alguns alunos:** [inaudível].
- 275 **P:** Ok... eu vou me dirigir agora para Danilo... teve alguns momentos que você Danilo falou
- 276 com o professor sobre os parênteses nessa fórmula... você lembra?
- 277 **Danilo:** [ri um pouco] lembro!
- 278 **P:** O que é que você estava querendo falar ao professor?

- 279 **Danilo:** Porque assim... foi assim: “professor, isso aqui resolve dentro do parênteses?” aí teve...
 280 uma hora ele disse: “não, não resolve dentro do parênteses agora não, não sei o quê”, sei lá.
 281 **Lúcia:** ah sim!
 282 **P:** Você acha que o professor reagiu bem a sua indagação?
 283 **Danilo:** Acho que ele recebeu.
 284 **P:** ... e assim durante vários momentos ele disse: “não... só é você... às vezes dar... você pode
 285 também usar chuveirinho nessa...\
 286 **Luís:** Assim, às vezes dá para fazer nos parênteses direto ou você já faz a distribuição. [Lúcia
 287 diz simultaneamente: “já vem com os números”].
 288 **P:** Se tiver os números lá, você já pode fazer direto, mas quando tiver a “letra” você faz a
 289 distributiva... isso [Enquanto isso Lúcia diz: “estava nem lembrando da fórmula”]
 290 **P:** Então, em vários momentos Danilo, você dizia assim: “está vendo, professor? é só substituir,
 291 é só fazer... eliminar os parênteses...”. Você lembra desses momentos?
 292 **Danilo:** Acho que eu lembro...
 293 **P:** Então foi bem receptivo da parte do professor esses seus comentários?
 294 **Danilo:** Foi.
 295 **P:** Certo! Vamos lá... então vocês perceberam que existia uma forma que o professor queria que
 296 vocês fizessem, ele sugeriu algo... vocês lembram qual o passo a passo que ele sugeriu?
 297 **Lúcia:** A fórmula...
 298 **P:** Usar a fórmula, como vocês já colocaram..., mas o que se precisa para usar essa fórmula?
 299 **Luís:** você só precisa do... você primeiro precisa da razão, daí você pega um item da lista e
 300 depois subtrai pelo seu antecessor, você tem a razão... o a_1 , é o primeiro item da lista [Lúcia
 301 complementa: nesse caso é doze] ... esse aí é fácil! É, seria doze, é fácil de encontrar é só você
 302 olhar na... [hesita em falar e Lúcia diz: na ordem né?) ... E qual o nome mesmo? Eu esqueci...
 303 **Lúcia:** Primeiro termo?
 304 **Luís:** Da sequência...
 305 **Lúcia:** Ah!
 306 **Luís:** Esqueci o nome principal do tema! Aí tem “n” que é... [hesita novamente]
 307 **Lúcia:** Acho que é a quantidade de quantos tem na...
 308 **Luís:** “n” é o último, é tipo o último.
 309 **Lúcia:** Ah é!
 310 **Luís:** Por exemplo, a_n é o último valor e n é a posição do último valor.
 311 **Lúcia:** Sim!
 312 **P:** Concorde, Danilo?
 313 **Luís:** É como se fosse isso aqui [escrevendo na folha] é o item e, esse é o índice do item na
 314 lista. [enquanto isso Danilo diz, desapercebido: ah, não!]
 315 **Lúcia:** Tipo, quando terminar os cinquenta quilômetros, qual posição seria do cinquenta né?
 316 **Luís:** É!
 317 **Lúcia:** Seria o a_{50} ...
 318 **Luís:** Espera aí... se fosse assim três, seis, nove, aqui, nesse aqui [escreve a sequência na
 319 folha]... esse aqui vai ser o primeiro termo, segundo e terceiro termo, entendeu? Aí se falarem
 320 nove, ele é o terceiro termo, entendeu? Ou segundo índice...
 321 **Belinda:** Ou segundo índice, porque o primeiro é zero [risos discretos]
 322 **Lúcia:** Ah não, sério? Precisa disso não!
 323 **P:** Diante da aula, principalmente com esse problema, qual foi a maior dificuldade para vocês?
 324 **Luís:** O bendito 1 faltando... [Lúcia ri]
 325 **P:** O bendito?
 326 **Luís:** O bendito 1 faltando, o meu deu setenta e seis e, deu setenta e sete.
 327 **P:** Isso te pegou, né Luís?
 328 **Danilo:** O bendito parênteses...

329 **P:** O parênteses... em vários momentos da aula, o professor já tinha conversado com você, mas
 330 você retomava, “está vendo, professor?” sobre o parêntese, ele não superou esses parênteses...
 331 “é só substituir”, então, a dificuldade foi o parêntese, né?

332 **Danilo:** *Anham!*

333 **Lúcia:** O meu, nesse aqui não, mas foi, mas nas outras atividades... porque o resultado, não
 334 tinha um resultado, às vezes era um letra, aí eu quebrava muito a cabeça: “Ah, não precisava de
 335 um resultado final, com um número” ...

336 **P:** Um resultado seria um número\

337 **Lúcia:** É, poderia ser uma expressão, algo com letra...

338 **P:** Interessante! Agora, vamos fazer o seguinte, vamos fazer uma dinâmica aqui. Eu gostaria de
 339 ouvir vocês individualmente, é basicamente uma pergunta que vou fazer. Então, eu vou pedir
 340 que vocês três [referindo-se a Lúcia, Danilo e Belinda), primeiro, irão se retirar da sala e
 341 esperem que vou chamar um de cada vez para responder uma pergunta, eu vou começar com o
 342 Luís. [os alunos saem', ficando apenas Luís]

343 [...]

344 **P:** Vamos lá, Luís... explica para mim, com suas palavras, o que é uma PA?

345 **Luís:** PA é... a progressão aritmética, assim o nome dela normal... que significa uma sequência
 346 em que o próximo item da lis... eu vou chamar item da lista, porque acho mais bacana depende
 347 do anterior e, sempre, para você conseguir o próximo, você vai depender de uma... você vai ter
 348 que somar ele com um valor, uma constante que é a razão, por exemplo aqui, 3, 6 e 9.

349 Para você conseguir o seis, você precisa do anterior somando mais três para você conseguir...
 350 Aí você está no seis e quer descobrir o próximo? Então, você vai ter que somar mais três que
 351 chegam no nove agora, como é que você faz para descobrir qual o próximo que vem depois do
 352 nove? É só você somar mais três de novo que vai dar doze, é assim. Aí a constante é a razão, é
 353 o que vai determinar todos os próximos itens do...

354 **P:** Então, esse é o primeiro, esse é o segundo, esse é o terceiro, esse quarto, e se eu perguntar a
 355 você e o oitavo? Como é que você iria achar o oitavo?

356 **Luís:** O oitavo... era só você fazer o seguinte, posso usar essa fórmula aqui? [refere-se à fórmula
 357 do termo geral].

358 **P:** Pode sim!

359 **Luís:** O que você faz? Você pega aqui a fórmula da progressão aritmética, né? Aí, você pega o
 360 primeiro item, que é o mais fácil, que é 3, soma com... [dar uma pausa], como a gente quer
 361 saber o oitavo, a gente não sabe qual o valor do oitavo ainda, mas a gente quer descobrir ele,
 362 mas a gente sabe a posição dele que é oito. Subtrai um e, a razão... aí a gente sabe que é mais
 363 três, porque pega qualquer item aleatório aqui e subtrai pelo anterior... que é o seis. Aí, a divisão,
 364 a subtração dele vai dar? isso aqui, vai dar a razão, aí multiplica por três. E a gente tem aqui o
 365 oitavo item que nesse caso... verdade, é só fazer assim, pronto... agora você pode ir fazer já o
 366 parênteses, vai ficar, três mais... sete vezes três, vai dar vinte e um. Vinte e um mais três, vinte
 367 e quatro, o oitavo termo é vinte e quatro!

368 **P:** ok!

369 **Luís:** É assim que eu faria!

370 **P:** Muito bem! Estou satisfeito. Eu vou pedir que... se você quiser retornar para a sala, você
 371 pode e não comenta com ninguém lá fora o que é que estou perguntando, tudo bem?

372 **Luís:** Certo! Será que dava para fazer com a fórmula de Pimentel? [Luís se refere a uma
 373 tentativa de escrever uma fórmula própria para o cálculo de qualquer termo de uma PA].

374 **P:** Será que dava?

375 **Luís:** Deixa eu ver aqui, bem rápido... aqui dá três, aqui vai dar oito, vai ser igual a... que é isso
 376 menos três, igual vinte e quatro... vai ser igual a oito... três... que vai ser vinte e um, porque
 377 sempre exclui o primeiro...

378 **P:** Exclui o primeiro, né?

- 379 **Luís:** sim!
- 380 **P:** Se você somar esse resultado aí com três vai dar?
- 381 **Luís:** Vai dar vinte e quatro.
- 382 **P:** O que você teria... veja, será que não tem como você ajustar algo aí?
- 383 **Luís:** Dá sim, espere aí... o primeiro item está ligado a posição dele que tem aqui e tem relação
- 384 com a posição. Então, para fazer isso diferente tem que somar ele mais um, então vai ser “r”,
- 385 vezes “n” mais um... Nossa! A única coisa que eu fiz foi remodelar essa fórmula aqui [referindo-
- 386 se a fórmula do termo geral].
- 387 **P:** Mas é muito interessante!
- 388 **Luís:** Pronto, então, pronto aqui!
- 389 **P:** Então, veja que a PA de Pimentel bate com a PA de Elon.
- 390 **Luís:** É, pronto!
- 391 **P:** Mas veja, você construiu, o professor não mostrou como construir, você construiu... Muito
- 392 bom, obrigado Luís. Chame, por favor, Danilo. [Luís sai de sala e Danilo entra]
- 393 **P:** Oi, Danilo, a pergunta é simples: Danilo, o que é uma PA?
- 394 **Danilo:** Progressão aritmética, como o próprio nome já diz, ou seja, é uma sequência que vai
- 395 se progredindo...
- 396 **P:** E toda sequência é uma PA?
- 397 **Danilo:** No meu ponto de vista é uma PA.
- 398 **P:** Então, toda sequência é uma PA.
- 399 **Danilo:** Só que tem que ter uma razão!
- 400 **P:** Ah, então toda sequência é uma PA, se tiver uma razão.
- 401 **Danilo:** Por exemplo, vamos dizer: um, dois, três, quatro, cinco... para mim, em meu ponto de
- 402 vista, vai ser um, a razão... vai aumentar.
- 403 **P:** Certo, vou te colocar aqui uma sequência para a gente vê se é uma PA... [escreve no papel]...
- 404 Essa sequência... primeiro, é uma sequência?
- 405 **Danilo:** [dar uma pausa e fica pensativo] vamos dizer que é!
- 406 **P:** Por que você acha que é uma sequência?
- 407 **Danilo:** (dar uma pausa e fica pensativo) porque ela é seguida de números, vários números, 1,
- 408 2, 4, 7... Daqui para cá aumentei mais um [referindo-se do um ao dois], daqui para cá aumentei
- 409 mais três [indicando do dois para o quatro] e daqui para cá, aumentei quatro [indicando do
- 410 quatro para o sete].
- 411 **P:** Daqui para cá, três? [indicando do dois para o quatro]
- 412 **Danilo:** *Anham!*
- 413 **P:** Do dois para o quatro foram três?
- 414 **Danilo:** Não, é dois [em tom de correção] ... é a sequência um, dois, três... Isso aqui é
- 415 considerado uma PA.
- 416 **P:** Por que é uma PA?
- 417 **Danilo:** [dar uma pausa e fica pensativo] é uma sequência...
- 418 **P:** E? [Danilo fica em silêncio...]
- 419 **P:** E tem uma razão?
- 420 **Danilo:** Tem uma razão...
- 421 **P:** Qual é a razão?
- 422 **Danilo:** Dois e três.
- 423 **P:** Dois e três são as razões...
- 424 **Danilo:** um, dois e três...
- 425 **P:** Então, um, dois e três é a razão da PA?
- 426 **Danilo:** *Unhum!*
- 427 **P:** Hum, ok, Danilo, vamos terminar, você pode ir. Não fala para ninguém a pergunta que eu
- 428 fiz e chama Lucia, por favor? [Danilo sai de sala e entra Lúcia]

- 429 **P:** Olá, Lúcia... vamos lá, é uma pergunta apenas: o que é uma PA?
- 430 **Lúcia:** Uma PA? Ele falou que era... não lembro como é que significa o nome todo...
- 431 **P:** PA significa progressão aritmética.
- 432 **Lúcia:** Isso, progressão aritmética. Acho que PA é um tipo de sequência, tinha sequência que
- 433 é o assunto mais geral e a PA estaria dentro dessas sequências, seria algo mais específico e
- 434 utilizar PA para dar continuidade de descobrir as sequências seguintes.
- 435 **P:** Ah, então você acha que vão ter mais tipos de sequências depois?
- 436 **Lúcia:** É, a PA serviria como uma ajuda para eu descobrir tipo, eu não sei quanto vai ser
- 437 minha... meus números na sequência ou não, tipo, eu quero descobrir o último número, pode
- 438 servir também para o nosso dia a dia, porque Matemática é também para o dia a dia... Aí, se
- 439 isso tivesse uma sequência do dia a dia, que isso é normal, eu poderia usar essa lógica para
- 440 descobrir... da PA.
- 441 **P:** Então, nem toda sequência é uma PA, é isso?
- 442 **Lúcia:** acho que não!
- 443 **P:** Existem sequências que não são progressões aritméticas?
- 444 **Lúcia:** Eu entendi que é um assunto dentro de sequências...
- 445 **P:** Então, vamos ver... sequência é isso, mas existe uma parte dessas sequências que é PA?
- 446 **Lúcia:** É, seria a progressão aritmética...
- 447 **P:** Então, eu posso dizer que toda sequência é uma PA?
- 448 **Lúcia:** PA é uma sequência, mas, talvez nem toda sequência fosse uma PA?
- 449 **P:** Hum, o que você acha?
- 450 **Lúcia:** Acho que é...
- 451 **P:** Qual é a diferença, como é que eu diferencio uma sequência que é PA de outras sequências
- 452 que não são?
- 453 **Lúcia:** fiquei em dúvida agora... é porque eu não fiquei muito no conceitual, fiquei mais na
- 454 parte numérica...
- 455 **P:** Tudo bem, mas daí vou te propor uma coisa para você tentar formular melhor: Eu tenho essa
- 456 sequência aqui, um, dois, quatro, sete, vou parar aqui com quatro termos, é uma sequência?
- 457 **Lúcia:** É sim!
- 458 **P:** Por que é uma sequência?
- 459 **Lúcia:** Deve ter uma razão entre elas, acredito eu...
- 460 **P:** Ah, uma razão... para ser uma sequência deve ter uma razão. Qual é a razão aqui?
- 461 **Lúcia:** Eu teria que descobrir a razão pegando o sucessor menos o antecessor...
- 462 **P:** Certo, então mostra como você faria para mim.
- 463 **Lúcia:** É, então... não seria, porque a razão não bate.
- 464 **P:** Então, não seria uma sequência?
- 465 **Lúcia:** Não, porque para ser uma sequência, eles precisam ter uma razão entre si, não é só um
- 466 conjunto de números.
- 467 **P:** Então mesmo que... se não é uma sequência não é PA, é isso?
- 468 **Lúcia:** Acho que não, porque a PA envolve a razão.
- 469 **P:** E toda sequência envolve a razão?
- 470 **Lúcia:** Envolve.
- 471 **P:** A diferença de um conjunto de dados, como você colocou, e uma sequência... é porque a
- 472 sequência tem o que?
- 473 **Lúcia:** O que os dois tem em comum é que os dois tem uma informação de algum dado, só que
- 474 o que difere de eu ter apenas uma informação, mesmo sendo só números e, de fato, ter a
- 475 sequência... é a razão, porque a razão vai ser algo que tem comum, ou seja, para esse número,
- 476 diminuindo tipo tem uma razão de uma quantidade diminuindo ou aumentando, já nesse
- 477 conjunto de dados, mesmo sendo números, eu não necessariamente precisaria ter... tipo eu
- 478 poderia ter um dez (10), um cinco (5) e, do nada, poderia ter um nove (9), já numa sequência

não, seria necessário uma razão, eu não poderia ter no começo uma razão e no final ter uma razão diferente e, se são partes da mesma sequência... Eu sei disso, mas a parte envolvendo a parte de PA conceitualmente, ainda não\

P: não, mas seriam mesmo suas palavras, não precisa lembrar o que o professor escreveu literalmente. Vamos então recapitular, diante disso que você me falou porque é muito interessante. Então, para você o que é uma PA?

Lúcia: Uma PA é uma sequência, só que uma PA ajudaria, porque a PA tem a fórmula, seria um meio de entender e encontrar os termos daquela sequência... A PA ajuda, se eu quero saber o termo final, se eu quero saber quantos termos tem, a PA ajuda para encontrar na sequência... seria uma ferramenta.

P: Muito obrigado, estou satisfeito! Por favor, você poderia chamar a próxima? [Lúcia sai de sala e Belinda entra].

P: Olá, Belinda, mesmo que você não esteve na aula em que foi apresentada e discutida o problema da linha do trem, mas esteve no dia anterior que o professor introduziu o conceito de PA. Então, tenho uma pergunta bem simples, o que você pode dizer de PA, o que é uma PA?

Belinda: Eita, agora para eu lembrar... eu não estou lembrada direito, mas ela serve basicamente para você tentar descobrir como aquela lista foi programada, tipo algumas listas, elas tem uma quantidade padrão de números com início e fim, que elas vão ser padronizadas, por exemplo, soma mais dois ou multiplica por dois ou subtraindo, e já tem outras que tem uma quantidade padrão de números, tipo, oito, oito, oito, repetindo.

P: Essas que tem oito, oito\

Belinda: É, são repetidas, elas não mudam, elas somam mais zero, aí quando elas fazem isso... essas são as mais fáceis de identificar, só que talvez ocorra delas ter uma sequência infinita desses “oito”, mas que você encontra por multiplicações, tipo, de soma ou subtração, você consegue descobrir o número que você está procurando e a posi... tem chance de você conseguir achar a posição sabe, só que eu não estou lembrada o cálculo direito para a posição.

P: Interessante... você retoma a ideia de lista e que tem uma coisa comum entre os termos que você pode identificar, algumas mudam o valor, mas outras não, nesse caso tem soma zero, e nessas que tem soma zero são mais fáceis de identificar\

Belinda: *Anham*

P: Que é uma lista ou que é uma PA?

Belinda: Eita, agora eu estou esquecida da tradução do “p” e do “a”...

P: Progressão aritmética

Belinda: Ah é... é uma progressão aritmética é... [mostra-se inquieta]

P: Não se preocupe em preparar uma resposta igual do livro ou que o professor deu...

Belinda: É que é bem difícil explicar quando você não está lembrando direito do assunto, mas elas... é ajuda a você não só a resolver essas questões de lista, de problemas de escola, porque muitas pessoas acreditam que esses problemas que você vê na escola, você só vai utilizar na escola, mas o negócio da PA, por exemplo, você pode usar para muitas coisas, tanto para situações reais como a do trilho do trem, você vai usar PA, quanto para construções de prédios, estradas, essas coisas, para ter noção de quanto tempo vai demorar para esse edifício ou essa estrutura a ser construída, porque muita gente diz: “ah, mas eu não vou precisar disso para minha vida”, mas muitas das vezes você vai precisar que tem até as situações como pilotos de avião que têm que aprender algumas coisas de cálculos matemáticos para poder aprender a... poder pilotar. Por exemplo, tem situações matemáticas que você tem que descobrir junto com a... por exemplo, o teorema de Pitágoras, para descobrir a distância de um objeto do chão, você usa a posição inicial dela e a posição que ela está agora e faz um triângulo e você vai achar aquela distância que está precisando. É útil para a vida da gente.

P: Então, certo. obrigado, Belinda.

Entrevista com alunos (EA₂)

Data: 06 de dezembro.

P: Vamos conversar um pouco sobre a última aula que vocês dois estiveram... às vezes tenho muita dificuldade de entender o que vocês falam, por vocês falarem bem baixo e se sentam em frente ao quadro perto demais do professor nas horas de explicação e a altura da voz dele também é captada pelo microfone de vocês, o que por muitas vezes interrompe em termos audíveis o que o vocês falam entre si.

Sophia: É sim. [Gael fala sobre um microfone específico que grava de forma focal apenas de quem está falando próximo].

[...]

P: Pessoal, eu irei deixar aqui algumas folhas, lápis e canetas, porque caso vocês queiram escrever alguma coisa, o material fica disponível, vocês podem ficar à vontade para escrever, desenhar....

Gael: A minha escrita não é tão legal não [Sophia ri] por isso eu não escrevo muito.

Sophia: Quer isso, rapaz, né isso não...

[...]

P: Pessoal, hoje vamos conversar sobre o que vocês percebem na aula... o professor leva e propõe alguma coisa para vocês e vocês começam a trabalhar nisso.

Gael: É, porque... eu tipo aprendo mais com Sophia, porque ela que me ensina mais. O professor eu não... assim, entender eu entendo, porque ele ensina bem, é porque minha atenção não é muito boa.

P: Sua atenção... antes de fazer perguntas específicas da última aula, pensando no geral, vocês acham que essas adaptações que estão acontecendo\

Gael: Estão boas.

P: ... em torno de aumentar a fonte, por exemplo, está surtindo efeito?

Sophia: Tá\

Gael: Assim, está, mas\

Sophia: Ainda tem alguns professores que ainda não colocam\

Gael: Não estão... tem vários problemas agora, não dos maiores, mas é a tinta\

Sophia: A tinta... a tinta está refletindo a luz... nós dois temos sensibilidade à claridade, aí...

Gael: Reflete totalmente o negócio\

Sophia: É...

Gael: ... aí fica meio “coisado”, tipo na nossa mente...

P: É fica bem difícil de ver, né? Com a luminosidade.

Gael: Aí seria tipo melhor o quê? Tipo uma xerox não um negócio feito na hora.

Sophia: É um negócio não muito preenchido, sabe? Porque realmente fica refletindo. A tinta é tão boa que fica refletindo, é por isso...

P: Ah entendi, então não é por está fraco, mas por ser muito forte.

Sophia: É muito forte

Gael: É tipo assim.

Sophia: É forte demais.

P: De certa forma, para vocês aumentarem está surtindo algum efeito . Vocês acham que a fonte está adequada?

Sophia: Acho que está bom.

Gael: Acho que se for aumentar mais assim...

Sophia: Se for mais vai ser uma letra em cada folha.

- 45 **P:** Mas tudo bem, pode ser aumentado. Outro detalhe... essas ampliações quando vem o material
 46 pronto, elas ocorrem sempre ou só em momento de avaliação?
- 47 **Gael:** A maioria das vezes é só na avaliação mesmo\
- 48 **Sophia:** É, mas é porque a maioria dos professores não tem material de apoio, né?
- 49 **Gael:** É.
- 50 **Sophia:** Aí os materiais de apoio não vem com adaptação, realmente.
- 51 **Gael:** Eu acho poucos assim que faz... [começam a citar nomes de professores que fazem ou
 52 não fazem, o pesquisador diz que os nomes não são importantes apenas o que eles tem percebido
 53 em torno da adaptação].
- 54 **Sophia:** Nem todos os professores sabem sobre mim. Só alguns.
- 55 **P:** Depois a gente conversa sobre essa questão de visão mesmo, Sophia... Mas assim, é uma
 56 coisa que eu notei para entender melhor, porque eu notei que quando vocês receberam o
 57 material da aula, é na verdade uma xérox do livro do segundo ano porque vocês só tem o do
 58 primeiro, assim que vocês receberam o professor perguntou, você conseguem ver bem e você
 59 ficaram meio assim sem responder...
- 60 **Sophia:** Eu falei não [ri] ... eu falei não.
- 61 **P:** Mas assim que vocês pegaram, que ele saiu, você ficaram [faz gesto aproximando a folha do
 62 rosto].
- 63 **Sophia:** Eu falei que não [ri].
- 64 **P:** Folheava... dava uma folheada, mas parecia que...
- 65 **Gael:** Porque assim... é mais questão do costume, às vezes, está acostumado a ficar assim [faz
 66 o gesto de trazer a folha até o rosto]
- 67 **Sophia:** Mas aquela realmente estava pequena, estava minúscula\
- 68 **Gael:** Sim, pequena\
- 69 **Sophia:** Não dava para ver\
- 70 **Gael:** Aquela ali, tipo... estava literalmente pequena... Mas na maioria das vezes é mais um
 71 costume para mim, eu tenho um costume de ficar assim, aí acaba que mesmo estando grande,
 72 mas eu fico assim.
- 73 **P:** Então, é uma coisa que você faz...
- 74 **Gael:** Para ser melhor, tipo para ver também.
- 75 **P:** Então, quando você faz isso, como identifica onde começar a ler?
- 76 **Gael:** Eu vou procurar o começo da frase\
- 77 **Sophia:** Eu quando faço isso, eu vejo a frase... eu começo... no caso, do começo da frase.
- 78 **Gael:** É, isso.
- 79 **P:** Ok... Vamos conversar sobre aquela situação da linha do trem... Vocês lembram? O trem, o
 80 desenho da linha aliás, que acho que foi Luís que desenhou no quadro?
- 81 **Ambos:** Sim.
- 82 **P:** Pois bem, voltando nessa situação, vamos trabalhar novamente nela, eu quero saber como é
 83 que vocês pensaram no que aconteceu, se pensaram em resolver ou se não.
- 84 **Gael:** Eu só observei mesmo.
- 85 **P:** Eu gostaria de perguntar a vocês o que lembram dessa situação?
- 86 **Sophia:** É porque assim, Elon estava explicando algumas questões, só que eu já sabia do
 87 conteúdo. Aí eu fui fazendo as questões que ele ia passar em sala [ri discretamente].
- 88 **Gael:** É.
- 89 **Sophia:** Aí eu fiz as questões.
- 90 **Gael:** É porque ela já sabia fazer... é porque essa menininha ela é o quê? Como é o nome? [fala
 91 com tom leve, dando a entender que há ali uma forma de legitimação forte: Sophia é, para Gael,
 92 alguém que sabe Matemática].
- 93 **Sophia:** Não sei o que eu sou não, eu esqueço é que eu já tinha estudado assim\
- 94 **Gael:** É, exatamente.

- 95 **P:** Eu queria inclusive perguntar, porque na aula anterior da quinta, nesse dia, os dois tiveram
 96 alguma coisa para fazer e não vieram para aula de Matemática, lembram?
- 97 **Sophia:** A gente tinha uma consulta médica.
- 98 **P:** Aí, foi quando o professor trabalhou o conteúdo...
- 99 **Ambos:** Foi...
- 100 **P:** Só que vocês faltaram... Deu tempo ver alguma coisa antes da aula dele no dia seguinte?
- 101 **Sophia:** Não, eu já sabia o conteúdo em si já, há muito tempo.
- 102 **Gael:** Ela já sabia.
- 103 **P:** Você lembra quando foi trabalhado esse...?
- 104 **Sophia:** Dentro de sala, do IF não, mas eu lembro... seu estudei esse assunto sozinha, é porque
 105 eu faço olimpíadas, sabe?
- 106 **P:** Ah, sim.
- 107 **Sophia:** ... de Matemática. Eu meio que estudei esse assunto em si.
- 108 **P:** Você lembra qual o nome do conteúdo?
- 109 **Sophia:** P-A [fala de forma soletrada].
- 110 **Gael:** “PA” [fala como uma sílaba].
- 111 **Sophia:** Progressão aritmética.
- 112 **Gael:** Eu chamo de PA, só.
- 113 **Sophia:** Eu chamo de P-A, só.
- 114 **P:** Não, tudo bem, é apenas uma forma de dizer, mas, vamos lá... Vamos tentar lembrar da
 115 situação do trem, como era essa situação? O que é que tinha, o que tinha que ser resolvido,
 116 vocês lembram?
- 117 **Gael:** Era resolver uma construção com o tempo...
- 118 **Sophia:** É... era 0,5 metros por mês\
- 119 **Gael:** Não era doze não? 12,5?
- 120 **Sophia:** Já tinha... 12,5 era inicial...
- 121 **Gael:** Ah, era o inicial...
- 122 **Sophia:** ... que já tinha feito... era mais 0,5 metros a cada mês e o máximo era 50 metros que
 123 eles tinham que fazer.
- 124 **Gael:** Olha, eu estou lembrado...
- 125 **P:** Está lembrado?
- 126 **Gael:** Eu estou.
- 127 **P:** Essas eram as informações que o professor deu... o que ele queria que vocês fizessem com
 128 essa informação?
- 129 **Sophia:** Quantos meses até terminar a ferrovia.
- 130 **Gael:** Até onde me lembro, eu acho que ele fez aquilo para tipo poder mostrar que isso é
 131 muito...\
- 132 **Sophia:** Um exemplo de PA.
- 133 **Gael:** É teve, mas tipo mais difícil, aí tipo... ele depois, tipo, apresentou algo que é para
 134 facilitar... para não ficar contando... um mês sei lá o que... direto...
- 135 **Sophia:** Com a fórmula...
- 136 **P:** Ele deu essa fórmula né?
- 137 **Gael:** ... que era mais difícil... para depois pegar mais fácil.
- 138 **P:** Certo, então eu vou fazer uma dinâmica com vocês agora. Eu vou pedir que um de vocês vá
 139 para a outra mesa e cada um tenta desenhar aquele desenho da aula com essas informações.
- 140 **Sophia:** O desenho do quadro ou o desenho tipo...
- 141 **P:** Do quadro mesmo, do jeito de vocês, do jeito que lembram, só que eu quero que façam
 142 separados, tudo bem? [ambos acenam que sim. Gael vai para outra mesa com lápis e papel e
 143 Sophia permanece na mesma mesa. Ambos começam a desenhar].
- 144 **Gael:** É para fazer aquele mesmo desenho que ele fez lá?

- 145 **P:** Sim... não precisa ser um desenho perfeito, tenta esquematizar... pelo menos a ideia que se
 146 quis trazer com ele.
 147 [...]
 148 [Gael e Sophia gastam um pouco mais de 5 min no desenho. Depois de terem terminado o
 149 desenho, são convidados pelo pesquisador a se juntarem novamente].
 150 **P:** Ótimo, vamos ver aqui... então tinha 12,5 inicial e depois tinha meio, meio, meio até
 151 completar 50 m. É isso?
 152 **Gael:** É! Eita esqueci do 50.
 153 **Sophia:** Ele escreveu bem depois.
 154 **P:** Mas você lembra Gael dessa informação?
 155 **Gael:** Lembro sim.
 156 **P:** Ótimo... Como é que vocês pensaram, se vocês lembram, lá na aula... vocês pensaram numa
 157 forma de resolver isso?
 158 **Sophia:** Eu resolvi na hora que ele explicou\
 159 **Gael:** Eu pensava em fazer do jeito mais difícil...
 160 **P:** Como você pensava?
 161 **Gael:** Eu pensava fazendo 12 e meio mais meio, mais meio...
 162 **P:** Somar ?
 163 **Gael:** Tudo até o 50\
 164 **Sophia:** Eu também pensei que seria para diminuir e, depois dividir por 0,5 [ri bastante].
 165 **Gael:** Eu também pensei que... não pensei nessa forma..., mas era bem mais fácil.
 166 **P:** Só tem uma informação... eu vou corrigir essa informação, porque eu sei que é só uma
 167 questão de lembrança mesmo. Não era 12,5, mas inicialmente, apenas 12.
 168 **Gael:** É, mas era tipo, para fazer uma subtração assim...
 169 **P:** Aqui vocês estão considerando 12,5, porque ele falou que 12,5 era novembro... que era o
 170 último dia do mês...
 171 **Sophia:** Não ... é... eu fiz considerando isso...
 172 **P:** Então, como é que você pensou?
 173 **Sophia:** No caso, eu peguei o 50 e diminui 12 e dividi...
 174 **P:** Dividiu por?
 175 **Sophia:** Porque ele queria o resto só...
 176 **P:** E encontrou um resultado, né?
 177 **Sophia:** Sim, encontrei.
 178 **P:** Você lembra?
 179 **Sophia:** setenta e... 77, só que ele queria restante, aí eu coloquei 76.
 180 **P:** 76... E Gael lembra o jeito que você pensou foi somando?
 181 **Gael:** Foi, txu, txu, txu até... [esse txu era como se fosse o passo a ser somado] um jeito mais
 182 rústico.
 183 **P:** E deu tempo ou dava tempo você fazer ali, Gael?
 184 **Gael:** Dava sim.
 185 **P:** Ok, pessoal! Vocês acham que as informações que foram dadas, elas foram suficientes? Ou
 186 faltou alguma informação para que vocês pudessem resolver o que o professor estava
 187 propondo?
 188 **Sophia:** Não, foi suficiente [Gael balança a cabeça].
 189 **Gael:** Suficiente!
 190 **P:** Foram claras o suficiente para vocês, então.
 191 **Sophia:** Eu lembro que eu até coloquei na fórmula de PA, porque se Elon pedisse, “ah porque
 192 é uma PA, eu queria na forma de PA”... aí eu coloquei na fórmula de PA bem direitinho.

- 193 **P:** Ah, eu quero ver isso com vocês... juntos, podem responder juntos... como é que eu faria isso
 194 com PA? Que foi o que o professor sugeriu... [Sophia usa uma folha para mostrar, Gael parece
 195 um pouco desatento].
- 196 **P:** Pode fazer, escreva ali [aponta para uma folha] ... E tu Gael quer fazer, ou vai fazer junto da
 197 Sophia?
- 198 **Gael:** O que?
- 199 **Sophia:** Tu lembra da fórmula de PA?
- 200 **P:** Você lembra da fórmula que Elon colocou?
- 201 **Gael:** [franzindo a testa]... Era um a , aí um n ...
- 202 **P:** Isso...
- 203 **Gael:** Aí depois era o que?... espera...
- 204 **P:** Nessa fórmula, precisávamos de que?
- 205 **Gael:** Um a , um a , depois aí... depois um 1 , uma tipo uma listinha que eu esqueci o nome
 206 dela...
- 207 **P:** Parênteses\
- 208 **Gael:** Parênteses... Aí o número n mais 1 , não, acho que era menos 1 , né?
- 209 **Sophia:** Menos 1 .
- 210 **Gael:** Aí depois tem um r , que era o real, tipo a forma real, sei lá o que lá...não o termo real...
- 211 **P:** O real... [faz uma expressão de confuso, mas mantém seguindo o raciocínio do aluno] essa
 212 fórmula foi o que ele chamou de?
- 213 **Gael:** Fórmula da PA.
- 214 **P:** E aí ele fez o quê? Sophia está seguindo os passos, você lembra Gael? [Gael não responde]
- 215 **P:** Ele substituiu alguns valores...
- 216 **Gael:** É, ele substituiu...
- 217 **P:** Vocês lembram o que significa cada termo desse? O que é esse a_n , por exemplo?
- 218 **Sophia:** Um a_n é um termo qualquer [logo após Sophia falar, Gael repete o que ela falou].
- 219 **P:** O que significa?
- 220 **Sophia:** Qualquer um da sequência.
- 221 **P:** E o a_1 ?
- 222 **Sophia:** É o primeiro termo.
- 223 **P:** Gael, você sabe quem é o a_1 desse problema?
- 224 **Gael:** Oi?
- 225 **P:** No problema que o professor trouxe para a aula, quem seria o a_1 ? Você lembra?
- 226 **Gael:** Não lembro.
- 227 **P:** Vamos olhar no desenho do problema... O a_1 é o primeiro termo da sequência\
- 228 **Gael:** Ah é o 12 .
- 229 **P:** O 12 , então a gente tinha essa informação?
- 230 **Gael:** Tinha.
- 231 **P:** E esse n Gael, o que significa esse n ?
- 232 **Gael:** O n é primeira fórmula, que é o 12 , ou não?
- 233 **P:** Não, o a_1 é o 12 .
- 234 **Sophia:** o a_1 é o 12 .
- 235 **Gael:** Ah tá! É o a_n ...
- 236 **P:** O a_n seria o quê?
- 237 **Gael:** O termo. Eu não sei... eu me lembrei agora, o n era...
- 238 **Sophia:** Um número.
- 239 **Gael:** O número do termo.
- 240 **Sophia:** ... o número do termo... o a_n \
- 241 **Gael:** Aqui é o número inicial [apontando para o a_1].
- 242 **P:** Então, seguindo a fórmula que o professor trouxe, o n seria substituído?

- 243 **Sophia:** O a_n na verdade, porque o n a gente está descobrindo.
- 244 **Gael:** A gente está descobrindo... é...
- 245 **Sophia:** É porque ele fala só n , mas eu consigo entender que é a_n , sabe?
- 246 **P:** Estou lhe ouvindo... O a_n seria?
- 247 **Sophia:** 50, que é último termo...
- 248 **P:** Vocês compreendem, então, que esse termo qualquer é 50?
- 249 **Sophia:** Sim...
- 250 **Gael:** Certo.
- 251 **P:** Só não sabem quem é esse n ?
- 252 **Sophia:** É ...
- 253 **P:** Era isso que vocês queriam descobrir... E a razão?
- 254 **Sophia:** É 0,5, a cada mês.
- 255 **P:** Certo, daí o professor aplicou e achou...?
- 256 **Sophia:** 77 e diminui um porque já estava...
- 257 **Gael:** É.
- 258 **P:** Porque já tinha uma parte feita... Vamos lá, o professor falou que em um mês construiu 12,
- 259 só que nos demais, construíram regularmente 0,5? [silêncio]
- 260 **P:** Não é estranho?
- 261 **Sophia:** A situação em si é estranha, mas eu sou muito acostumada com esse negócio\
- 262 **Gael:** Essas coisas estranhas de Matemática\
- 263 **Sophia:** ... esses negócios nas questões de Matemática. Não aconteceria na realidade,
- 264 praticamente\
- 265 **Gael:** É\
- 266 **Sophia:** ... mas para você resolver uma questão, eles colocam como uma opção... numa escala
- 267 maior seria mais de 0,5.
- 268 **P:** O que vocês acharam mais fácil e mais difícil nesse problema?
- 269 **Sophia:** O mais fácil é identificar os termos.
- 270 **Gael:** É, identificar os termos... agora...
- 271 **Sophia:** A substituição é mais fácil, o mais difícil, para mim não é difícil, é fazer a conta\
- 272 **Gael:** É.
- 273 **Sophia:** Mas para mim não [ri].
- 274 **Gael:** É até de boa quando a pessoa sabe, quando a gente sabe onde colocar... é... o termo
- 275 multiplicar, o igual a... [Sophia acena em sinal positivo concordando].
- 276 **P:** Ok, pessoal, vamos fazer agora uma outra dinâmica... esse momento em dupla acabou, eu
- 277 vou fazer uma pergunta e vou precisar que isso seja feito de forma separada... Um de vocês fica
- 278 primeiro e o outro sai e fica esperando eu chamar. [Gael faz uma expressão que é uma mistura
- 279 de surpresa e apreensão, enquanto ele olha rapidamente para Sophia e ri de forma contida, como
- 280 se tentasse aliviar a tensão da mudança na dinâmica].
- 281 **P:** Quem vai sair primeiro?
- 282 **Sophia:** Vai Gael você... [Gael concorda e sai da sala. Sophia permanece em sala].
- 283 [...]
- 284 **P:** Sophia, vamos lá... uma pergunta, diga com suas palavras, o que é uma PA?
- 285 **Sophia:** Uma progressão aritmética [ri]
- 286 **P:** Uma progressão aritmética...
- 287 **Sophia:** É, porque estudar o conceito para mim é um pouquinho difícil. Eu faço mais as contas,
- 288 mas é... praticamente um padrão de soma ou subtração.
- 289 **P:** Então, se eu pegar uma questão que é para ser resolvida com PA eu consigo resolver com
- 290 soma e subtração?
- 291 **Sophia:** Sim e a razão né?
- 292 **P:** Ah eu preciso de uma razão, o que seria uma razão?

- 293 **Sophia:** É a diferença entre um termo e outro.
 294 **P:** Diferença... certo, obrigado Sophia. [Sophia sai da sala e Gael entra]
 295 **P:** Gael com suas palavras, da forma que se sentir à vontade para falar, o que é uma PA? Ou
 296 como você diz PÁ [fala como o aluno, como uma sílaba].
 297 **Gael:** É uma fórmula matemática para tipo facilitar ... do que a pessoa ficar contando, “ah mais,
 298 mais, mais isso”. Aquele não [refere-se a fórmula], você pega só aquilo que precisa e faz mais
 299 ligeiro [faz som com a boca como se indicasse rapidez].
 300 **P:** Seria uma fórmula que...
 301 **Gael:** Resume algo.
 302 **P:** Que resume os dados e, daí não preciso ficar somando.
 303 **Gael:** Exato.
 304 **P:** E esses dados são o quê?
 305 **Gael:** [fica reflexivo] pode ser qualquer coisa... tipo uma medida, propriamente, como dali até
 306 ali... que a pessoa ia tipo pegar uma régua, “Ah, até ali... jogo lá, jogo lá, jogo lá”... Você só
 307 precisaria de um pontinho daquele e outro assim, já acho que conseguiria fazer.
 308 **P:** Então, vamos imaginar. Estou aqui... vou usar a ideia do professor... estou aqui em doze e aí
 309 depois somo uma parte\
 310 **Gael:** É.
 311 **P:** Por exemplo meio, mais meio, depois mais meio... eu posso somar mais alguma coisa
 312 diferente de meio?
 313 **Gael:** O quê, do todo que está aqui?
 314 **P:** Vamos dizer, por exemplo, em um mês somo meio e no outro 0,8, já no outro 1,2...
 315 **Gael:** Pode... acho que pode, pode [oscila, mas afirma]
 316 **P:** Nesse caso, seria uma PA também?
 317 **Gael:** Sim, tipo assim, eu usei aquele método ali, mas daqui para ali, a pessoa já sabe, a pessoa
 318 quer saber tipo o meio, qual é que vai cair ali no meio, eu acho que daria para fazer, tentar
 319 descobrir, eu acho que é isso.
 320 **P:** Então, já sabe o início e o fim, precisaria achar o meio?
 321 **Gael:** Sim.
 322 **P:** Certo, Gael, obrigado por sua participação.

ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO EMITIDO PELO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA
PARAÍBA - PRÓ-REITORIA DE
PÓS-GRADUAÇÃO E
PESQUISA - UEPB / PRPGP



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: As modificações do conhecimento docente na educação inclusiva: o caso do ensino de progressões aritméticas e geométricas a um aluno com baixa visão

Pesquisador: Wuallison Firmino dos Santos

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 82442524.1.0000.5187

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 7.022.605

Apresentação do Projeto:

O projeto busca analisar a modificação dos conhecimentos do professor de matemática nas interações didáticas com um aluno com baixa visão em salas de aula inclusivas. Através de uma abordagem qualitativa, a investigação utilizará princípios da Teoria das Situações Didáticas para examinar como o professor mobiliza conhecimentos durante as ações didáticas, visando a aprendizagem de alunos de uma turma do 1º ano IFPB onde há um aluno com baixa visão.

Objetivo da Pesquisa:

Investigar a interação entre o professor de matemática e um aluno com baixa visão durante o estudo de progressões aritméticas e geométricas em uma sala de aula comum inclusiva

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

O projeto de pesquisa em análise apresenta risco mínimo de acordo com a Res. 466/12, portanto não oferece riscos a integridade física e/ou moral dos participantes, apresentando benefícios enumerados no projeto que se contrapõem de forma efetiva aos possíveis riscos.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O texto do TCLE não afronta a resolução 510/2012 do CNS/MS, estando em consonância com os

Endereço: Av. das Baraúnas, 351- Campus Universitário

Bairro: Bodocongó

CEP: 58.109-753

UF: PB

Município: CAMPINA GRANDE

Telefone: (83)3315-3373

Fax: (83)3315-3373

E-mail: cep@setor.uepb.edu.br

Continuação do Parecer: 7.022.605

princípios éticos defendidos pelo CEP.

Os demais documentos apresentados estão em adequada obediência as resoluções 466 e 510/12 do CNS, robustecidos a partir de um projeto relevante para o estudo e enfrentamento da busca ideal da condição formativa dos acadêmicos do curso de pós graduação em Ensino da UEPB beneficiando a área atual e correlata de pesquisa.

A referida pesquisa beneficiará os participantes envolvidos, na medida em que instrumentaliza os conhecimentos dos estudantes, ora imperceptíveis aos mesmos, favorecendo, também, aos docentes que trabalham com o tema. E ainda, contribui para agregar conhecimentos para a referida área de estudo a partir do tema.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Os seguintes Termos de Apresentação Obrigatória: 1) cronograma; 2) termo de concordância do projeto, 3) termo de responsabilidade do pesquisador, 4) folha de rosto, 5) projeto detalhado, 6) TCLE, 7) termo de autorização institucional, 8) informações básicas do projeto, 9) comprovante de envio do projeto e 10) questionário a ser aplicado aos participantes foram devidamente apresentados, conferidos (textos, obediência às resoluções e assinaturas) e aceitos, porque não apresentam inadequações.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O projeto de pesquisa encontra-se sem pendências, portanto sou de parecer favorável a execução na íntegra de seu cronograma de atividades.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2391192.pdf	16/08/2024 17:18:59		Aceito
Orçamento	ORCAMENTO.pdf	16/08/2024 17:13:27	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
Cronograma	Cronograma.pdf	16/08/2024 17:09:21	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
Declaração de Pesquisadores	TERMO_DE_COMPROMISSO_DO_PESQUISADOR_RESPONSAVEL_assinado.pdf	16/08/2024 17:04:04	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
Outros	Termo_autorizacao_voz_TAGV.docx	16/08/2024	Wuallison Firmino	Aceito

Endereço: Av. das Baraúnas, 351- Campus Universitário

Bairro: Bodocongó

CEP: 58.109-753

UF: PB

Município: CAMPINA GRANDE

Telefone: (83)3315-3373

Fax: (83)3315-3373

E-mail: cep@setor.uepb.edu.br

Continuação do Parecer: 7.022.605

Outros	Termo_autorizacao_voz_TAGV.docx	16:55:49	dos Santos	Aceito
Outros	Termo_de_uso_de_imagem_TCFV.docx	16/08/2024 16:52:42	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Paisouresponsaveis.docx	16/08/2024 16:48:10	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TERMO_DE_ASSENTIMENTO_TA.docx	16/08/2024 16:45:09	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Prof_Matematica.docx	16/08/2024 16:39:13	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	TAI_assinado.pdf	16/08/2024 16:21:25	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
Declaração de concordância	DECLARACAO_DE_CONCORDANCIA_COM_PROJETO_DE_PESQUISA_assinado.pdf	16/08/2024 16:19:07	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_final.pdf	16/08/2024 16:10:32	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito
Folha de Rosto	folhaDeRosto_com_dados_assinado_completo.pdf	16/08/2024 16:03:19	Wuallison Firmino dos Santos	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

CAMPINA GRANDE, 22 de Agosto de 2024

Assinado por:
Gabriela Maria Cavalcanti Costa
 (Coordenador(a))

Endereço: Av. das Baraúnas, 351- Campus Universitário
Bairro: Bodocongó **CEP:** 58.109-753
UF: PB **Município:** CAMPINA GRANDE
Telefone: (83)3315-3373 **Fax:** (83)3315-3373 **E-mail:** cep@setor.uepb.edu.br

**ANEXO B – TRABALHO ESCRITO DE GAEL NA ATIVIDADE AVALIATIVA
(A₃)**



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E
TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLÓGICA DA PARAÍBA
Prof.**

Aluno(a):

Atividade quarto bimestre.

1. Verifique se as sequências abaixo são progressões aritméticas ou não. Além disso, diga se são crescente ou decrescente. Justifique cada resposta.

(a) (7, 9, 11, 13, 15)

(c) (4, 7, 10, 13, ...)

(b) (40, 35, 30, 25, 20)

(d) (7, 9, 12, 13, 18)

2. Calcule a razão de cada uma das progressões aritméticas:

(a) (-14, -10, -6, ...)

(b) (a_n) tal que
$$\begin{cases} a_1 = 10 \\ a_{n+1} = a_n + 8 \end{cases}$$

3. Uma nova linha do metrô, ainda em construção, tinha 12 km no início de janeiro. De lá para cá, construiu-se 0,5 km dessa linha ao mês. A sequência a seguir apresenta os comprimentos, em quilômetro, dessa linha do metrô, mês a mês, a partir do início de janeiro:

$$(12; 12, 5; 13; 13, 5; 14; 14, 5; \dots)$$

- (a) Qual seria o termo a_{50} ?
- (b) Qual seria a soma dos primeiros 50 termos dessa sequência?
4. Um colega da turma não pôde participar das aulas sobre Progressão Aritmética (PA). Sua tarefa é ajudá-lo a compreender o essencial desse conteúdo. Explique o que você considera mais importante sobre a PA, utilizando exemplos, esquemas ou explicações claras. Lembre-se de destacar os conceitos principais para que ele possa recuperar o conteúdo e acompanhar a turma com confiança.

ANEXO C – FLUXO DOS PROCEDIMENTOS PARA ATENDIMENTO DOS ESTUDANTES COM NECESSIDADES ESPECÍFICAS

