UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DA REDE NORDESTE DE ENSINO (PPGEN)
CURSO DE DOUTORADO EM ENSINO (RENOEN-UEPB)

GILMAR BEZERRA DE LIMA

AÇÃO PEDAGÓGICA DA ETNOMODELAGEM NA MATEMÁTICA: A SEMIÓTICA DE PEIRCE DESVELANDO POTENCIALIDADES COGNITIVAS, SOCIAIS E POLÍTICAS

CAMPINA GRANDE - PB
2024

GILMAR BEZERRA DE LIMA

AÇÃO PEDAGÓGICA DA ETNOMODELAGEM NA MATEMÁTICA: A SEMIÓTICA DE PEIRCE DESVELANDO POTENCIALIDADES COGNITIVAS, SOCIAIS E POLÍTICAS

Tese apresentada à Coordenação do Curso de Doutorado em Ensino da Rede Nordeste em Ensino da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino da Rede Nordeste em Ensino – RENOEN.

Linha de Pesquisa: Práticas Pedagógicas no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Maria Alves de Azerêdo (UEPB)

Coorientadora: Profª. Drª**.** Rogéria Galdencio do Rêgo (UEPB)

CAMPINA GRANDE – PB
2024

L732a Lima, Gilmar Bezerra de.

Ação pedagógica da etnomodelagem na matemática [manuscrito] : a semiótica de peirce desvelando potencialidades cognitivas, sociais e políticas / Gilmar Bezerra de Lima. - 2024.

260 f. : il. color.

Digitado.

Tese (Doutorado em Ensino da Rede Nordeste em Ensino) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2024.

"Orientação : Prof. Dra. MARIA ALVES DE AZERÊDO, Campus I".

"Coorientação: Prof. Dra. Rogéria Galdencio do Rêgo, None".

1. Etnomodelagem. 2. Semiótica. 3. Ações Cognitivas. 4. Desdobramentos Sociais e Políticos. I. Título

21. ed. CDD .372.7

Elaborada por Bruno Rafael Freitas de Lima - CRB - 15/1021 BC

GILMAR BEZERRA DE LIMA

AÇÃO PEDAGÓGICA DA ETNOMODELAGEM NA MATEMÁTICA: A SEMIÓTICA DE PEIRCE DESVELANDO POTENCIALIDADES COGNITIVAS, SOCIAIS E POLÍTICAS

Tese apresentada à Coordenação do Curso de Doutorado em Ensino da Rede Nordeste em Ensino da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino da Rede Nordeste em Ensino – RENOEN.

Linha de Pesquisa: Práticas Pedagógicas no Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovada em: 04/12/2024

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado eletronicamente por:

- **IRAN ABREU MENDES** (***.329.622-**), em **14/02/2025 14:09:06** com chave **65edae30eaf611ef9d582618257239a1**.
- **Milton Rosa** (***.887.798-**), em **14/02/2025 12:50:25** com chave **67f2a8b2eaeb11efa48306adb0a3afce**.
- **Rogéria Gaudencio do Rêgo** (***.116.134-**), em **15/02/2025 15:35:48** com chave **ace8ad50ebcb11efb07e06adb0a3afce**.
- **José Joelson Pimentel de Almeida** (***.846.264-**), em **14/02/2025 12:42:19** com chave **4684c094eaea11efaffc1a7cc27eb1f9**.
- **MARIA ALVES DE AZERÊDO** (***.622.174-**), em **14/02/2025 12:36:57** com chave **867960fceae911ef82ea2618257239a1**.
- **Anibal de Menezes Maciel** (***.934.694-**), em **15/02/2025 11:23:45** com chave **76e6e438eba811ef81002618257239a1**.

A todos que lutam por um mundo melhor, mais justo, igual e solidário, dedico esse trabalho.

AGRADECIMENTOS

Ao Senhor de todas as coisas, cujo nome é YHWH.

À minha querida esposa, Josy Lima, que sempre me incentivou a continuar, apesar das dificuldades.

Aos meus filhos, Matheus Hilbert, Davi Lucas e Albert Levy, que sempre demonstram amor por mim em todos os momentos da vida.

Aos meus pais, Eriberto Lima e Sueli de Andrade, por me ensinarem os primeiros princípios para exercer a cidadania, pautada na honestidade e na transparência.

Aos meus irmãos, Edilene Lima, Julio Sobrinho e Gilberto Lima, pela parceria de sempre.

À minha avó paterna, Maria do Carmo (*in memoriam*), por me incentivar, corrigir e encorajar em tudo.

Aos meus amigos e colegas que fizeram parte de todo o processo, desde a infância até aqui.

Aos meus professores dos Ensinos Infantil, Fundamental (Anos Iniciais e Finais), Médio, Graduação, Especialização, Mestrado e Doutorado, pelo empenho e paciência.

Aos meus orientadores, Marilene dos Santos (especialização *lato sensu*), Aníbal Maciel (mestrado), John Fossa (início do doutorado), Maria Azerêdo e Rogéria do Rêgo (conclusão do doutorado), pelas orientações amáveis e pertinentes.

RESUMO

A Modelagem Matemática vem se constituindo em uma importante ferramenta frente aos objetivos que a contemporaneidade tem requisitado do ensino de Matemática. Nesse contexto, a Etnomodelagem emerge como um caminho para promover o diálogo entre conhecimentos etnomatemáticos e escolares por meio da Modelagem. Pensar sobre peculiaridades que a Etnomodelagem possui no que tange à sua influência frente às ações cognitivas dos alunos se torna relevante, visto que contribui para o fomento à sua aplicação em sala de aula com desdobramentos cognitivos, sociais e políticos, demarcando cada vez mais sua região de inquérito. Assim, o referido trabalho propõe analisar, sob o prisma da Semiótica de Peirce, a ação pedagógica da Etnomodelagem em Matemática, considerando processos cognitivos, sociais e políticos, partindo da pergunta: quais são os impactos da ação pedagógica da Etnomodelagem em Matemática no âmbito cognitivo, social e político, considerando a Semiótica de Peirce? Para isso, elaboramos um delineamento pedagógico composto por cinco fases que busca sistematizar a aplicação da Etnomodelagem em sala de aula. Dessa forma, foi aplicado o referido delineamento em quatro turmas (duas do 8º ano e duas do 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais) de uma escola pública do interior de Pernambuco. Realizou-se a discussão sobre as ações cognitivas de análise, compreensão, estruturação da situação, interpretação, síntese, validação e argumentação a partir de três unidades analíticas extraídas da Semiótica, a saber, modos de percepção, estrutura triádica do signo e tipos de signos. O quadro teórico inclui Semiótica (Peirce), Modelagem, Etnomatemática e Etnomodelagem, além de dirimir questões sobre epistemologia a partir de Duval (2011) e Hoffmann (2006). Os dados coletados por meio da observação participante, produção dos alunos, questionários e entrevistas, foram analisados por meio da Análise Textual Discursiva de Moraes e Galiazzi (2016) e validados por meio da concordância ou não dos sujeitos da pesquisa e de uma comparação com a literatura utilizada. Os resultados mostraram que a Etnomodelagem aplicada por meio do delineamento proposto impactou às ações cognitivas por meio da associação de artefatos culturais ao conhecimento matemático construído, fazendo emergir aspectos fenomenológicos de primeiridade, secundidade e terceiridade, signos interpretantes, objetos imediatos e dinâmicos envoltos em atitudes de sensibilidade e análise cultural, sentimento de pertencimento, metacognição e reflexão cultural, com desdobramentos sociais e políticos.

Palavras - Chave: etnomodelagem; semiótica; ações cognitivas; desdobramentos sociais e políticos.

ABSTRACT

Mathematical modeling has been establishing itself as an important tool in response to the objectives that contemporary times demand of Mathematics education. In this context, Ethnomodeling emerges as a way to promote a dialogue between Ethnomathematical and academic knowledge through modeling. From there, thinking about the peculiarities that Ethnomodeling has regarding its influence on students' cognitive actions becomes relevant, since it contributes to promoting its application in the classroom with cognitive, social and political developments, increasingly demarcating its region of inquiry. Thus, this work proposes to analyze, from the perspective of Peirce's Semiotics, the pedagogical action of Ethnomodeling in Mathematics, considering cognitive, social and political processes, starting from the question: what are the impacts of the pedagogical action of Ethnomodeling in Mathematics in the cognitive, social and political spheres, considering Peirce's Semiotics? To this end, we developed a pedagogical framework consisting of five phases that seeks to systematize the application of Ethnomodeling in the classroom. We subsequently implemented this framework in four classes (two from the 8th grade and two from the 9th grade of Brazilian Middle School, with students around 13 and 14 years old) of a public school in the countryside of Pernambuco. We aimed to analyze the cognitive actions of analysis, comprehension, situational structuring, interpretation, synthesis, validation and argumentation based on three analytical units extracted from American Semiotics, namely the modes of perception, the triadic structure of the sign and the types of signs. In addition to Peirce, an icon of American Semiotics, we sought to build our theoretical framework based on Modeling, Ethnomathematics and Ethnomodeling, as well as address epistemological questions based on the works of Duval (2011) and Hoffmann (2006). The data collected through participant observation, student production, questionnaires and interviews were analyzed using Moraes and Galiazzi's (2016) Discursive Textual Analysis and validated through the agreement or disagreement of the research subjects and by comparing it with current literature. The results showed that Ethnomodeling applied through the proposed framework impacted cognitive actions by associating cultural artifacts with the constructed mathematical knowledge, bringing forth phenomenological aspects of firstness, secondness, and thirdness, interpretant signs, immediate and dynamic objects involved in attitudes of sensitivity and cultural analysis, a sense of belonging, metacognition, and cultural reflection with social and political developments.

Keywords: ethnomodeling; semiotics; cognitive actions; social and political developments.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Ciclo d'ambrosiano do conhecimento 18
Figura 2 - Educação Matemática 22
Figura 3 - Elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática 46
Figura 4 - Fases da Modelagem Matemática e as ações cognitivas dos alunos 48
Figura 5 - Fases da Etnomodelagem em sala de aula 61
Figura 6 - Arquitetura Filosófica de Peirce 84
Figura 7 - Edifício científico de Peirce 85
Figura 8 - Tríade de Peirce 87
Figura 9 - Signo 87
Figura 10 - As dez classes de signo de Peirce 90
Figura 11 - Relação Objeto e Signo 91
Figura 12 - Características do interpretante 93
Figura 13 - Blocos de quilts utilizados para envio de mensagens aos escravos fugitivos nos Estados Unidos no século XIX 96
Figura 14 - Print dos grupos de whatsapp das turmas do 9º ano E e 8º ano I mostrando parte dos vídeos pesquisados 119
Figura 15 - Print dos grupos de whatsapp das turmas do 9º ano D e 8º ano I mostrando parte dos vídeos pesquisados 120
Figura 16 - Alunos dos 8º anos H e I e do 9º ano E realizando a inteiração etnográfica 123
Figura 17 - Aluno pesando a bacia de acerola a partir do que viu na feira livre 138
Figura 18 - Investigação quanto à capacidade da lata de água inspirada na lata usada pelo vendedor. 138
Figura 19 - Medição de circunferência e exemplo de saia godê 139
Figura 20 - Planificação de um telhado quatro águas feito no GeoGebra 140
Figura 21 - Início do processo de modelagem 8º ano H 152
Figura 22 - Determinando o número de bacias para encher a galeia 153
Figura 23 - Tabela expressa pelos alunos com a respectiva generalização 153
Figura 24 - Raciocínio matemático para determinar a quantidade de litros que o recipiente do vendedor de água comporta 154
Figura 25 - Tabela com possíveis lucros 155
Figura 26 - Alunos modelando no quadro branco 155

Figura 27 - Esboço do gráfico – turma do 8º H 156
Figura 28 - Gráfico construído pelos alunos do 8º ano I 157
Figura 29 - Representação da planificação das saias feita pela aluna LB 158
Figura 30 - Representação dos moldes das saias godê 159
Figura 31 - Simulação de confecção de saia godê 159
Figura 32 - Relação entre o tipo da saia e o cálculo da medida do raio 160
Figura 33 - Aluna LB modelando a fórmula 161
Figura 34 - Quociente realizado pelas costureiras presente na adequação da fórmula 161
Figura 35 - Aluno D relembrando o posicionamento do eixo do espigão 162
Figura 36 - Processo de construção da maquete do telhado quatro águas 163
Figura 37 - Representação da planificação do telhado quatro águas no GeoGebra 164
Figura 38 - Generalização da medida da diagonal no contexto do telhado 165
Figura 39 - Tabela generalizando o pensamento matemático do vendedor de acerola 171
Figura 40 - Generalização matemática proposta pelos alunos dos 9º anos D e E - 171
Figura 41 - Interpretação dos discentes quantos ao modelo algébrico 175
Figura 42 - Interpretação dos modelos matemáticos pela aluna E 176
Figura 43 - Interpretação dos discentes quantos ao modelo algébrico 177
Figura 44 - Interpretação dos modelos matemáticos da aluna I 177
Figura 45 - Interpretação da aluna V sobre possíveis valores para as variáveis dentro do contexto 178
Figura 46 - Conclusão da aluna V quanto ao modelo matemático 179
Figura 47 - Modelo ético retórico do posicionamento do eixo do espigão 180
Figura 48 - Conclusão dos alunos quanto à segunda problemática 185
Figura 49 - Conclusão dos alunos quanto a segunda problemática 187
Figura 50 - Tabela proposta pelos alunos para generalizar a problematização (1ª parte) 189
Figura 51 - Cálculo da quantidade de tecido gasto e da sobra na saia (2ª parte) 190
Figura 52 - Generalização da fórmula para calcular a quantidade de tecido. 191
Figura 53 - Especificação do raio maior e menor no contexto da saia 191
Figura 54 - Desdobramentos dos modelos registrados pelos alunos 192
Figura 55 - Produção dos gráficos pela aluna L 193
Figura 56 - Modelo ético triângulo retângulo na maquete de um telhado quatro águas. 194
Figura 57 - Resolução do Teorema de Pitágoras pela aluna AV 195
Figura 58 - Modelo ético registrado pelo aluno DA. 196

Figura 59 - Aluno R verificando se os modelos atendem a dedução quanto à relação entre medida do caibro e do capote: 196
Figura 60 – Validação dos modelos pela aluna N 198
Figura 61 - Validação dos modelos pela aluna M 200
Figura 62 - Validação dos modelos pela aluna S 201
Figura 63 - Validação dos modelos pela aluna AV 202
Figura 64 - Cálculo das medidas do caibro e capote pela aluna D 203
Figura 65 - Desenho do telhado no software SketchUp com as dimensões estabelecidas 203
Figura 66 - Representação do modelo ético (Figura 47) no GeoGebra para posicionar o eixo do espigão 204
Figura 67 - Entrega de etnomodelo dialógico aos profissionais 210

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Algumas características da pesquisa em Etnomodelagem no Brasil 23
Quadro 2 - Panorama das pesquisas quanto a foco e área de estudo 26
Quadro 3 - Características das abordagens êmica e ética 58
Quadro 4 - Delineamento pedagógico a partir das fases da Etnomodelagem 63
Quadro 5 - Evolução da semiótica ao longo do tempo 68
Quadro 6 - Categoria e unidades de análise observadas nas fases implementadas 106
Quadro 7 - Relação entre categorias de análise e as fases do delineamento 107
Quadro 8 - Comparativo entre AD e AC e alguns de seus pressupostos 108
Quadro 9 - Relação categoria e contexto 110
Quadro 10 - Ocorrência cultural, profissional entrevistado, pergunta e turma 125
Quadro 11 - Etnomodelos êmicos retóricos 126
Quadro 12 - Explicitação das problemáticas motivadoras do processo 140
Quadro 13 - Generalizando a relação comprimento, largura e eixo do espigão 163
Quadro 14 - Resumo da relação etnomodelo ético e pensamento matemático base 166
Quadro 15 - Resumo das problematizações e etnomodelos éticos propostos. 204
Quadro 16 - Relação entre os etnomodelos 211
Quadro 17 - Resumo das análises semióticas relacionadas às ações cognitivas 223

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição das aulas por turma e fase do delineamento 112
Tabela 2 - Perfil dos alunos pesquisados 113
Tabela 3 – Posição da matemática na aceitação e rejeição das disciplinas escolares............. 114
Tabela 4 - Opinião dos alunos quanto ao estudo de matemática 114
Tabela 5 - Opinião dos alunos quanto a relação da Matemática com o cotidiano.................. 115
Tabela 6 - Relação do aluno com a escola.. 117
Tabela 7 - Relação turma e grupo cultural escolhido 121

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTB	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
RIUFOP	Repositório Institucional da Universidade de Ouro Preto
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em educação Matemática
UESC	Universidade Estadual de Santa Cruz
UFERSA	Universidade Federal do Semiárido
UFOP	Universidade Federal de Outro Preto
UFPEL	Universidade Federal de Pelotas
UFT	Universidade Federal de Tocantins
UNIFRA	Centro Universitário Franciscano

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 16

1.1 Do conceito de conhecimento ao de educação matemática 17

1.2 Detalhando a pesquisa 22

2 DO CONHECIMENTO SOCIOCULTURAL AO ESCOLAR: CONSTRUINDO ARGUMENTOS FAVORÁVEIS A ESSA POSSIBILIDADE PEDAGÓGICA 34

2.1 Etnomatemática: o que é e quais são seus objetivos? 34

2.2 Modelagem Matemática e seus pressupostos 44

2.3 Etnomodelagem: possibilidade de promoção do diálogo entre conhecimentos êmicos e éticos 51

2.4 Etnomodelagem: delimitando uma proposta pedagógica a partir dos seus construtos 60

3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, SEMIÓTICA E ETNOMODELAGEM: QUAIS SÃO SEUS PONTOS DE CONFLUÊNCIA? 66

3.1 Educação Matemática e semiótica: pontos de confluência 66

3.2 Cognitivismo e Semiótica: a cultura como ponto de intersecção 76

3.2.1 Por que é importante pensar sobre a influência da cultura em nossa cognição? 76

3.2.2 Semiótica e Ciências da Cognição: um olhar sobre seus pontos de intersecção e limites 80

4 SEMIÓTICA: QUAIS ASPECTOS SÃO DESTACADOS NESSE TRABALHO? 83

4.1 Edifício filosófico de peirce e composição signica: situando os fundamentos 83

4.2 Modos de percepção e fundamento do signo 89

4.3 Relação signo/interpretante 92

4.4 Semiótica e Etnomodelagem: é possível encontrar diálogo? 94

5 METODOLOGIA 100

5.1 Ciência, pesquisa e educação: a reinvenção como caminho para uma educação eficiente 100

5.2 Desenho metodológico como caminho para implementação da pesquisa 101

5.3 Percurso da pesquisa, categorias, unidades e ferramenta de análise: caminho para produção de dados, interpretação e validação 105

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES 112

6.1 Inteiração etnográfica 121

6.1.1 Análise da fase à luz da teoria 129

6.1.2 Validação das impressões por parte dos alunos 131

6.2 Identificação de uma problemática 133

6.2.1 Análise da fase à luz da teoria 142

6.2.2 Validação das impressões por parte dos alunos 145

6.2.3 Um olhar comparativo entre os aspectos etnomatemáticos detectados e outras pesquisas 146

6.3 Modelagem 150

6.3.1 Análise da fase à luz da teoria 168

6.3.2 Validação das impressões por parte dos alunos 173

6.4 Resolução 174

6.4.1 Construção da versão final dos modelos matemáticos relativos às problematizações no aspecto etnomatemático 174

6.4.1.1 Análise semiótica do processo de construção dos modelos matemáticos relativos as problematizações no aspecto etnomatemático. 181

6.4.2 Construção de modelos matemáticos visando responder à problematização levantada no âmbito social do contexto 184

6.4.2.1 Validação dos modelos associados às problemáticas nos âmbitos etnomatenático e social 197

6.4.2.2 Análise semiótica do processo de construção dos modelos matemáticos relativos às problematizações no aspecto social 206

6.4.3 Validação das impressões por parte dos alunos 208

6.5 Adequação da solução 209

6.5.1 Análise da fase à luz da teoria 217

6.5.2 Validação das impressões por parte dos alunos 218

6.6 Avaliação pelos alunos da atividade desenvolvida 220

6.7 Validação das impressões frente à literatura: um olhar comparativo buscando limitações e potencialidade 222

7 CONCLUSÃO 231

REFERÊNCIAS 239

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL 253
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DO 8º ANO H 255
APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO DO 8º ANO I 257
APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO DO 9º ANO D 259
APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO DO 9º ANO E 260

1 INTRODUÇÃO

A Etnomatemática e a Modelagem Matemática estão se consolidando como duas tendências dentro da Educação Matemática que investigam e propõem temas nessa região de inquérito, orientados rumo à construção de um ensino de Matemática potencializador das características que compõem um cidadão que o presente século requisita, a saber, autônomo, crítico, curioso, problematizador e com ampla visão de mundo. Nesse sentido, a Etnomodelagem, amparada na Etnomatemática e Modelagem, também vem ganhando espaço nas pesquisas, ao passo que propõe um diálogo entre elas, buscando concretizar o que poderíamos chamar de simbiose entre saberes acadêmicos e culturais, além de denunciar o etnocentrismo e por meio de um olhar holístico da Matemática, valorizar conhecimentos imersos em raízes culturais, erguendo uma bandeira de igualdade e justiça social, sem descuidar da construção do conhecimento matemático requisitado nos currículos vigentes.

Por outro lado, a epistemologia do conhecimento matemático possui características peculiares quando a comparamos com a epistemologia das demais ciências, tanto no que tange ao acesso aos objetos matemáticos como aos processos cognitivos (Duval, 2011), isto é, representações semióticas ou signos são inerentes ao pensamento matemático, o que se justifica porque signos possuem um papel protagonista no ato de mediar a cognição humana e a realidade (Otte, 2006).

Isso é plenamente referendado pela historiografia da Matemática, que mostra como os seres humanos foram, aos poucos, diante das necessidades cotidianas, desenvolvendo a abstração e objetos matemáticos, bem como representações semióticas, utilizadas para representar o que estava dentro de suas mentes, além de artefatos semióticos, à medida que precisavam contar, compreender fenômenos físicos, administrar questões agrícolas e comerciais, desenvolver ferramentas de caça, pesca e de trabalhos profissionais, entre outros. Nesse ínterim, sinais e símbolos implementados em artefatos culturais foram naturalmente desenvolvidos. Roque (2012) evidenciou isso quando destaca que tabletes encontrados no atual Iraque, datados de 3000 a. c. mostram como ovelhas eram representadas por círculos com uma cruz e como cones, esferas e discos representavam medidas, isto é, a autora explica que a origem da escrita pode ter raízes nas necessidades de contagem.

Discutindo a maneira biunívoca dos métodos de contagem primitivos, Eves (2008) explica que ranhuras em superfícies de barro ou de pedra, bem como nós em cordas, eram também modos de representar tais contagens. Já Fossa (2010) argumenta que existia uma relação entre objetos concretos e os números para os povos primitivos, podendo ser tais objetos a origem da palavra numérica e ainda exemplifica que isso ocorria com o uso dos dedos em conjunto com mãos, pés e acenos. Radford (2011) vai na mesma direção ao citar como os povos Yupno e Oksapmin[1] usavam sinais corporais para o processo de contagem.

O uso dos dedos para contar curiosamente também fazia parte da cultura dos povos nativos brasileiros, conforme registros no livro História do Brasil que teve como autor o Frei Vicente Salvador (Rosa; Orey, 2006). Já Fossa (2010) ao defender a transmissão do conhecimento matemático não por replicação, mas por adoção incompleta, entre civilizações antigas (Índia, Babilônia e Egito), explica que a cultura era um fator preponderante nessa adoção, principalmente no que tange a adaptação dos conhecimentos e uso da criatividade para suas modificações. Roque (2012), por sua vez, não enxerga a possibilidade de adoção de conhecimentos entre babilônicos e egípcios ao explicar, por exemplo, que o que há na verdade são duas matemáticas. Mas, ao observarmos com cuidado as perspectivas de Fossa (2010) e Roque (2012) temos como ponto de confluência a cultura como elemento influenciador do pensamento matemático.

Diante do exposto, o resumo que temos até aqui aponta para uma relação intrínseca entre conhecimento matemático, cultura, semiótica e cotidiano. A partir disso, nasce a crítica contundente de que, se esses elementos dialogam no campo ontológico, epistemológico e cognitivo do conhecimento matemático, por que seu ensino, tradicionalmente, tem desconsiderado a cultura e o cotidiano? Essa pergunta está imersa nos construtos da Etnomatemática e da Modelagem, que reverbera naturalmente nos construtos da Etnomodelagem. Por isso, para dar fundamento aos elementos dessa pesquisa, entendemos ser necessário, trazer como entendemos conhecimento, conhecimento matemático, Matemática e cultura.

1.1 Do conceito de conhecimento ao de educação matemática

Para Kant (2001), não há dúvida de que a gênese do conhecimento está na experiência. Portanto, entendemos que o conhecimento é fruto da interação dos seres humanos com o meio que os cerca. Interagimos porque precisamos e queremos transcender e sobreviver. Nessa relação interna/externa, os seres humanos observam, questionam, testam hipóteses, conjecturam, definem estratégias e concluem. Nesse bojo, a cognição humana é peça central da engrenagem e, nessa busca por sentido e significado, produzimos conhecimento, cultura,

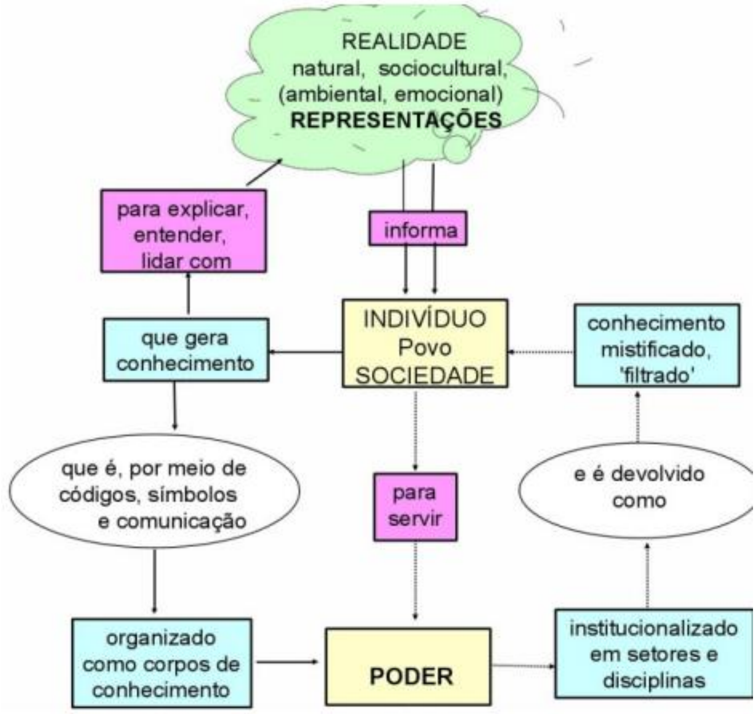
1 Tanto Yupnos como Oksapmins são povos originários que habitam na Papua – Nova Guiné.

valores éticos e morais, entre outros. Dessa forma, D'Ambrosio (2012) salienta que todo esse processo de geração, organização intelectual e social é longo e gera o que entendemos por conhecimento, assim, "[...] conhecimento é o substrato da ação comportamental ou simplesmente do comportamento, que é a essência do estar vivo" (D'Ambrósio, 2012, p. 17). Esse comportamento é a reação inerente do ser humano frente aos fenômenos naturais em que somos postos durante toda a existência. Assim, catalogamos os resultados das experiências vividas pelo comportamento, avaliamos, generalizamos e sistematizamos. E mais ainda:

> [o] comportamento que também chamamos prática, fazer ou ação, está identificado com o presente. O comportamento determina a teoria, que é o conjunto de explicações organizadas que resultam de uma reflexão sobre o fazer. As teorias e a elaboração de sistemas de explicações, é o que geralmente chamamos saber ou simplesmente, conhecimento (D'AMBRÓSIO, 2018a, p. 51).

Assim, é nesse processo que a comunicação entra, além da cognição, como outra peça fundamental da engrenagem da geração de conhecimento, pois é ela que torna o processo rico (D'Ambrósio, 2008). Assim, podemos depreender que gerar conhecimento requisita interação plena entre indivíduo, intenções, saber, fazer e realidade. Esse ciclo pode ser facilmente representado na Figura 1.

Figura 1 - Ciclo d'ambrosiano do conhecimento



Fonte: D'Ambrosio (2018a)

A epistemologia de D’Ambrosio (2018a) prefigura que a realidade em todas as suas nuances informa ao ser humano (em caráter holístico) ou a um grupo cultural, gerando conhecimento. Portanto, esse conjunto de informações é generalizado por meio de códigos ou símbolos e comunicados, para ser organizado como parcela do todo do conhecimento, que por meio das relações de poder, é institucionalizado e devolvido como conhecimento mistificado para os indivíduos, para explicar e entender a realidade. Esta, por sua vez, informa outra vez ao indivíduo, fazendo o ciclo recomeçar. Assim, “[...] o conhecimento também pode ser considerado como a nossa atuação no mundo, a partir da representação que dele temos” (Rosa; Orey, 2012, p. 264).

Entendemos ser esse ciclo uma boa representação epistemológica da relação conhecimento e realidade, atendendo assim todas as ciências. Concordamos com uma visão em que a Matemática está mais voltada para uma produção humana, falível e incompleta, nos distanciando da visão platônica absolutista da Matemática, isto é, aceitamos o pressuposto de D’Ambrosio (2018b) sobre uma visão mais ampla. Em consonância, está a concepção de Ferreira (1991) que a enxerga como um produto cultural, universal e não-linear. Ademais, Rosa e Orey (2016) explicitam que a Matemática pode ser entendida como um empreendimento cultural que possui raízes na tradição.

Otte (2001), ainda nesse âmbito, aponta que a Matemática deve ser concebida essencialmente como uma atividade, em detrimento de ser vista apenas como um pensamento conceitual. Radford (2011) também vai na direção de enxergá-la como uma produção humana, como uma forma da cultura se manifestar semioticamente e, ainda, “[...] como uma forma de reflexão da realidade cultural mais elevada” (Radford, 2011, p. 253). Para corroborar com essas ideias ainda podemos destacar que “[...] essa área de estudo pode ser considerada como um campo de conhecimento humano e cultural que está alterando o seu próprio significado com a utilização da diversidade de suas ideias, noções, procedimentos e práticas [...] (Rosa; Orey, 2017, p. 91).

Portanto, diante do ciclo epistemológico do conhecimento (Figura 1) e da concepção quanto a Matemática de forma mais ampla e estritamente vinculada ao saber fazer dentro das práticas culturais do cotidiano, podemos ainda aceitar que tais práticas estão enraizadas nas relações sociais, sendo, assim, a origem do conhecimento matemático (Rosa; Orey, 2018). Nessa direção, ao interagirmos com o mundo e com nossos pares em busca de resolver problemas, ler fenômenos, compreender nossa realidade, nossa mente assimila estratégias e informações que podem ser úteis em momentos futuros. Ou, fazemos uso de conhecimentos já delineados, testados e aceitos, para executar tarefas que nos são impostas, isto é:

> [...] saber qual é a melhor alternativa, saber como resolver um problema e saber quem pode nos auxiliar na tomada de decisão é um processo documentado, formalizado e comunicado através de algum formato explícito, por exemplo, um contrato firmado entre duas pessoas. Neste caso, o conhecimento é caracterizado como explícito. Outras vezes, estas inferências fazem parte do nosso entendimento interno, que está tacitamente enraizado em nosso aprendizado e em nossa experiência, por exemplo, ativar a memória e recorrer às experiências passadas para solucionar um dilema. Nesta situação, o conhecimento é caracterizado como implícito, isto é, o conhecimento é tácito (Rosa; Orey, 2012, p. 265).

É interessante observar como a dinâmica dos conhecimentos tácito e explícito ocorre principalmente dentro do universo cultural, pois, postos frente a uma inquietação, o ser humano tem a tendência de buscar soluções, manipulando assim, ambos os conhecimentos. Entretanto, aqui, cabe dar um destaque aos conhecimentos matemáticos, isso a partir de duas vertentes, sendo a primeira no que tange aos conhecimentos matemáticos tácito e explícito e, por outro lado, a peculiaridade da sua epistemologia. Relativo aos conhecimentos matemáticos tácito, esse "[...] está relacionado com as maneiras pelas quais os alunos utilizam os conceitos matemáticos e se apropriam das experiências matemáticas, relacionando-as com as próprias experiências, crenças e valores culturais" (Ernest, 1998 *apud* Rosa; Orey, 2012, p. 266).

É o que acontece nas diferentes fontes de etnomatemáticas, nas quais as pessoas, não tendo outra alternativa, criam maneiras de matematizar e as sistematizam, ampliando seu conhecimento tácito, culminando em práticas tradicionais de resolução de problemas, inclusive, evidenciando a experiência como método de validação das estratégias adotadas. Por exemplo, em Lima e Maciel (2024), podemos observar como confeccionistas de roupas conseguem mensurar o rendimento do tecido quanto ao número de peças produzidas apenas sentindo o tecido com o toque. É o que o conhecimento explícito matemático chama de rendimento técnico e linear de tecido.

Em Freitas (2016), outro exemplo da dinâmica do conhecimento matemático tácito está no uso da braça[2] como unidade de medida não convencional na cultura dos canaviais de Pernambuco. Em ambos os casos, Rosa e Orey (2012) explicam que tais conhecimentos podem ser traduzidos para a linguagem matemática e, acrescentando a ideia de tradução, Tretin (2001),

---

2 Conforme mostra a historiografia, a braça é uma unidade de medida de comprimento muito antiga. Existe divergência quanto ao seu valor em metros.

citado por Rosa e Orey (2012), destaca que estes podem ainda ser comunicados por meio dessa mesma linguagem.

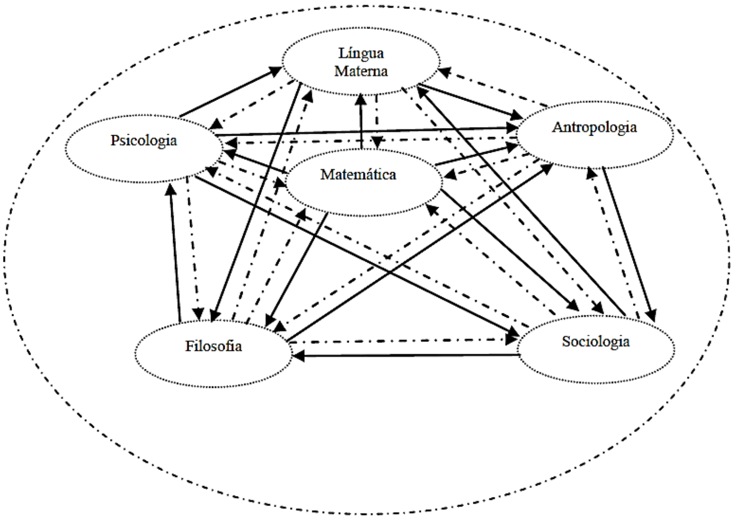
Relativo ao conhecimento matemático explícito, Rosa e Orey (2012, p. 267-268) explicam que nesse caso, trata-se do conhecimento "[...] transmissível em linguagem formal e sistemática [...]; sendo frequentemente codificado com a utilização de regras, fórmulas e equações matemáticas, através da utilização da linguagem e do simbolismo matemático". Nesse caso, podemos falar dos conhecimentos sistematizados. Entretanto, independentemente do conhecimento matemático, seja tácito ou explícito, temos que falar sobre a relação entre objeto e representação, que pode ocorrer de dois tipos, os que são acessíveis de forma multissensorial ou monossensorial, acessados de forma direta ou indireta respectivamente pela percepção e os objetos que são acessados unicamente pelos sistemas de signos, promovendo assim uma relação de referência e não mais de causa, que é o caso dos objetos matemáticos (Duval, 2011).

Na mesma linha, Hoffmann (2006, p. 279, tradução nossa) aponta que "[c]omo é impossível compreender e vivenciar diretamente os objetos e a objetividade da matemática, precisamos de sinais e representações". Assim, a natureza semiótica do conhecimento matemático o torna peculiar frente aos diferentes conhecimentos existentes, conforme também aponta Duval (2011), possuindo uma epistemologia naturalmente semiótica.

Outra questão bastante interessante que essa dinâmica do conhecimento desvela, é a conexão com outras áreas do conhecimento, isto é, o conhecimento de forma geral, possui a tendência de se desenvolver dentro de um diálogo interdisciplinar, pois, se o conhecimento está vinculado à cultura, que por sua vez é "[...] o substrato dos conhecimentos, dos saberes/fazeres e do comportamento resultante, compartilhado por um grupo, comunidade ou povo. Cultura é o que vai permitir a vida em sociedade" (D'Ambrósio, 2012, p. 22), essa que engloba religião, culinária, artes, danças, crenças, mitos, etnociências, modos de arquitetura, de falar, de gerenciar finanças, entre outros, enraíza um conjunto de conhecimentos que podem ser aplicados em diversas áreas.

Portanto, quando pensamos no conhecimento matemático e no ensino de Matemática, a Educação Matemática como uma região de inquérito ainda considerada jovem (Kilpatrick, 1996), tomando por base pesquisas e evidências, inclusive, algumas das que aqui foram exploradas relativo a conhecimento, cultura e Matemática, tem denunciado a necessidade de um ensino de Matemática que considere em seu currículo e prática, a realidade, o cotidiano e a cultura como elementos *sine qua non* do ensino imerso na interdisciplinaridade e transdisciplinaridade. Esquematicamente, a Figura 2 destaca essa concepção de ensino de matemática da seguinte forma:

Figura 2 - Educação Matemática



Fonte: Burak e Kluber (2010) *apud* Pontes e Burak (2016).

Nessa direção, temos a Matemática dialogando com diferentes áreas do conhecimento como a Psicologia, que pode fazer referência às questões cognitivas, emocionais e teorias do conhecimento; a Filosofia, que pode levar professores e alunos a pensar sobre a natureza do conhecimento matemático em uma perspectiva semiótica, inclusive, e os objetivos do seu ensino; a Sociologia, que pode averiguar questões políticas e sociais do ensino da Matemática; a Antropologia, que pode destacar a influência da cultura sobre o conhecimento matemático historicamente e atualmente, ao se observar diferentes etnomatemáticas; a Língua Materna, que pode fornecer diferentes meios de representação semiótica para objetos matemáticos e de comunicação.

Foi a partir da análise dessa relação multifacetada da Matemática com outras áreas do conhecimento, que nossas inquietações ganharam contornos, motivando e dando corpo à presente pesquisa, nos levando a buscar diálogo entre áreas como Educação Matemática, Semiótica e Etnomodelagem. Na próxima subseção, destacamos detalhadamente os principais elementos dela, sedimentados na reflexão que ora concluímos.

1.2 Detalhando a pesquisa

Com o avanço das pesquisas em Educação Matemática, a relação entre Matemática e cotidiano, cultura ou realidade tem sido escopo de muitas análises. Quase sempre a Etnomatemática, a Modelagem Matemática e a Etnomodelagem fazem parte das palavras-chave desses trabalhos. Assim, diferentes tendências surgem contemplando inquietações e sujeitos de pesquisa distintos, alunos, professores, profissionais, formação docente, entre outros. Outrossim, buscando situar nossas inquietações prévias, buscamos conhecer o cenário das pesquisas em Etnomodelagem. Inicialmente, encontramos um levantamento muito interessante de Madruga (2022), que nos ajuda a compreender o atual quadro científico.

A autora se pautou em quatro fontes de pesquisa: na Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), na Biblioteca Nacional de Teses e Dissertações (BDTB), no Google Acadêmico e no Repositório Institucional da Universidade de Ouro Preto (RIUFOP), a fim de compreender como as concepções de Modelagem Matemática fundamentam as pesquisas em Etnomodelagem. Desconsiderando as repetições, foram encontradas treze dissertações com a palavra "etnomodelagem" digitada na aba de buscas. Os principais resultados mostraram que a concepção dos autores quanto a Etnomatemática estava fundamentada em Ubiratan D'Ambrosio e que quanto a Modelagem Matemática, pelo menos duas se destacaram, uma concepção sociocrítica ou sociocultural e outra como método de ensino. Em relação à Etnomodelagem, a autora concluiu que todas as pesquisas partem do conhecimento êmico[3] para o ético[4]. No Quadro 1, destacamos um pequeno resumo das informações.

Quadro 1 - Algumas características da pesquisa em Etnomodelagem no Brasil

Autor/ Universidade	Dinâmica
Sonego (2009) UNIFRA	Explorou o conteúdo de geometria espacial por meio do tema plantação de arroz. A autora conclui que o uso da Modelagem Matemática lhe possibilitou ser orientadora, motivadora e parceira dos estudantes que se tornaram agentes ativos na (re)construção do conhecimento.
Reges (2013) UFERSA	Explorou o conteúdo de geometrias do ponto de vista da indústria de alimento, em paralelo com a produção de doces. O autor concluiu que a Modelagem Matemática e a Etnomatemática podem ser ferramentas eficazes, ao possibilitarem um ensino com significado e passível de ser aplicado no cotidiano dos estudantes.
Alternburg (2017) UFPEL	Desenvolveu o conhecimento da geometria plana a partir da cultura pomerana com o software GeoGebra. Os resultados apontaram que a Etnomatemática coopera para o desenvolvimento da Educação Matemática, e que o uso de computadores nas aulas de matemática favoreceu para a exploração de conceitos matemáticos e motivação dos estudantes.
Cortes (2017) UFOP	Buscou identificar como a abordagem dialógica da Etnomodelagem contribui para a ressignificação do conceito de função por estudantes do Ensino Médio em suas interações com um feirante e suas práticas laborais. O autor afirma que o uso de uma abordagem dialógica para a Etnomodelagem possibilita ao estudante a compreensão mais completa do objeto matemático.

3 Conhecimento produzido e validado pelos membros internos a um grupo cultural (Rosa; Orey, 2017).
4 Conhecimento produzido e validado por membros externos a um grupo cultural, quando estão analisando artefatos culturais ou imaginando como estes foram produzidos a partir de suas lentes (Rosa; Orey, 2017).

Martins (2019) UFSCar	Discutiu como a Etnomodelagem possibilitou a identificação dos saberes presentes nos modelos construídos em uma comunidade rural, bem como problematizou o discurso científico hegemônico institucionalizado pela Matemática acadêmica. Conectou aspectos culturais, como elaboração de problemas e questões que fazem parte da realidade dos indivíduos da comunidade rural.
Pimentel (2019) UFT	Buscou identificar etnomodelos matemáticos presentes na construção do muro do Cemitério e sua praça de acolhimento da cidade de Arraias, Tocantins, proporcionando o conhecimento de parte da realidade local. Os etnomodelos matemáticos presentes na construção do muro do cemitério foram observados e relacionados com modelos matemáticos existentes.
Dutra (2020) UFOP	Procurou explicar como a aplicação da Etnomatemática, juntamente com a Modelagem, podem cooperar para o desenvolvimento de uma compreensão mais ampla dos conteúdos matemáticos e geométricos, por meio de uma ação pedagógica fundamentada na Etnomodelagem e relacionada com a cultura cafeeira. Os resultados apontam que os estudantes desenvolveram ferramentas matemáticas para influenciar sua realidade e melhorar a qualidade de vida de suas comunidades.
Eça (2020) UESC	Buscou investigar as possíveis implicações que uma formação continuada, fundamentada na Etnomodelagem pode trazer para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática. Os resultados apontaram a Etnomodelagem como um ambiente propício à aprendizagem e desenvolvimento profissional dos professores, a fim de valorizar os saberes não contemplados no currículo escolar.
Mesquita (2020) UFOP	Realizou uma análise sociocrítica da Etnomodelagem enquanto ação pedagógica no desenvolvimento de conteúdos matemáticos em comunidades periféricas. Os resultados mostraram que a Etnomodelagem contribuiu para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos a partir do estudo da ausência de saneamento básico adequado, evidenciando que a Etnomodelagem proporcionou o desenvolvimento de um olhar crítico em relação à comunidade.
Santos (2020) UESC	Analisou o desenvolvimento de uma proposta de ensino, fundamentada na Etnomodelagem, para a construção de etnomodelos da produção artesanal de chocolate, por meio do conceito de funções, com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Estes, modelaram a produção de chocolate usando etnomodelos êmicos, éticos e dialógicos, de representação gráfica ou algébrica, contribuindo para o envolvimento no processo de aprendizagem e construção da autonomia.
Barreto (2021) UFOP	Verificou como a abordagem dialógica da Etnomodelagem poderia contribuir para o desenvolvimento de uma relação de proximidade entre os conhecimentos matemáticos locais de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, provenientes da zona rural e urbana. Os resultados mostraram que os estudantes compreenderam a conexão entre os saberes e fazeres praticados em suas comunidades com o conhecimento matemático estudado na escola, propiciando a valorização e o respeito às diferenças.
Rodrigues (2021) UFOP	Investigou como a perspectiva de pesquisadores e participantes de trilhas de matemática poderiam contribuir para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em uma perspectiva Etnomatemática por meio da Etnomodelagem. Os resultados apontaram ser necessário que o professor desenvolva ações pedagógicas para que os estudantes compreendam que os conhecimentos matemáticos e geométricos estão relacionados aos aspectos socioculturais das comunidades.
Rosa Filho (2022) UFOP	Conduziu uma investigação em Etnomodelagem com base na arte da tapeçaria de sisal desenvolvida na comunidade local de Cachoeira do Brumado, em Minas Gerais. Os resultados mostraram que os colaboradores da pesquisa,

	valorizaram o saber/fazer local, e se conscientizaram sobre a relevância das vivências e experiências cotidianas, compreendendo a conexão entre o conhecimento ético (escolar) e o êmico (tapeçaria) no processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

Fonte: Adaptado de Madruga (2022).

Por outro lado, decidimos aprofundar um pouco mais o mapeamento das pesquisas em etnomodelagem realizando, de forma autônoma, uma busca no portal Capes e BDTB. Ao digitarmos Etnomodelagem no portal Capes, em março de 2024, encontramos dezoito dissertações e no portal BDTB apareceram oito, sendo que todos esses também aparecem na Capes. Dos dezoito trabalhos encontrados na Capes, doze já haviam sido analisados por Madruga (2022). Em nossa busca, não encontramos o trabalho de Alternburg (2017) com os filtros aplicados, porém, ele pode ser encontrado a partir do próprio sobrenome do autor.

Além dos trabalhos analisados pela Madruga (2022), encontramos os trabalhos de Delfiol (2022) que utilizou como artefato cultural os profetas de Aleijadinho, no qual doze participantes que tinham relação direta com esse artefato cultural foram os sujeitos da pesquisa e o objetivo foi compreender a humanização dos profetas de Aleijadinho por meio dos objetos matemáticos razão, proporção e escala. Nesse sentido, como um dos resultados, foi constatado que o processo dialógico da Etnomodelagem contribuiu para fomentar o pertencimento cultural.

Também encontramos o trabalho de Freitas (2022), tendo como fonte de informações saberes científicos oriundos da cultura gaúcha, visando produzir oficinas síncronas para alunos e professores da Educação Básica, tendo por finalidade fomentar a iniciação científica. Como resultado, foi constatado a potencialização da iniciação científica por meio das oficinas implementadas. A pesquisa de Nascimento (2023) também foi alvo das nossas análises. Esta, teve como objetivo principal entender os saberes êmicos e éticos de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais, no que tange ao plantio de macaxeira. Uma das conclusões do autor foi a falta de diálogo entre saberes socioculturais e acadêmicos no ambiente escolar.

O trabalho de Jesus (2023) também entrou em nosso radar. Ele objetivou compreender as potencialidades da Etnomodelagem no ensino de Matemática para alunos do Terceiro Ano do Ensino Médio oriundos das comunidades campesinas. Como resultados, entre outros, a Etnomodelagem se mostrou potencializadora do diálogo entre saberes culturais e acadêmicos, principalmente na produção de etnomodelos dialógicos.

O trabalho de Silva (2023), por sua vez, teve como objetivo destacar como a abordagem dialógica, entre os saberes êmicos presentes nas atividades de guia turístico, de diretor e de proprietário de uma mina de ouro localizada em Ouro Preto, Minas Gerais, contribuem para os conhecimentos matemáticos éticos dos professores de Matemática ao utilizarem a Etnomodelagem em sua prática docente, ao desenvolverem trilhas de Matemática. Foi constatado que os conhecimentos dos professores foram aprimorados a partir da proposta implementada. Por fim, Rocha (2023) realizou um trabalho cujo objetivo foi analisar e compreender como o estudo da proporção áurea pode ser potencializado por meio da abordagem dialógica da Etnomodelagem. Foi constatada valorização de artefatos culturais em relevo na pesquisa, bem como ampla compreensão quanto a possibilidade do uso dos artefatos no estudo da proporcionalidade.

Não satisfeitos com os resultados, alteramos as palavras na aba de buscas da Capes para Etnomodelo. Nesse caso, apareceram cinco resultados e desses, quatro já haviam sido tratados, sendo o trabalho de Cecília Silva (2023) que teve como objetivo analisar os limites e potencialidades do uso dos etnomodelos nos Anos Finais do Ensino Fundamental, a pesquisa encontrada além das demais. O trabalho teve foco na formação de professores e concluiu que etnomodelos sustentáveis podem ser boas ferramentas pedagógicas, principalmente por fomentar o compartilhamento de conhecimentos entre docentes e discentes.

Buscando ampliar ainda mais as informações, decidimos realizar outra pesquisa na Capes com as palavras Etnomatemática e Modelagem Matemática. Nesse caso, apareceram noventa e cinco resultados. Destes, cinquenta e nove estavam fora da área que estávamos nos debruçando e em nove trabalhos não foi possível fazer a averiguação por não ter link de acesso. Ficaram então, vinte e sete trabalhos, e desses, onze já foram analisados anteriormente, sendo, portanto, dezesseis pesquisas[5] nosso foco a partir de agora. Desses, três são teses e treze são dissertações. O Quadro 2, nos mostra um panorama inicial.

Quadro 2 - Panorama das pesquisas quanto a foco e área de estudo

Foco das pesquisas		Principais regiões de inquérito aludidos nas pesquisas		
Alunos apenas	Ensaio Teórico	Etnomatemática	Educação Libertária	Educação Matemática Crítica
Formação inicial	Membros da comunidade	Modelagem	Tendências em Educação Matemática	Educação Matemática
Profissionais	Alunos e profissionais	Cultura	Basil Bernstein	Filosofia da Educação Matemática
Bibliográfica	Procedimentos etnomatemáticos	Interdisciplinaridade	Resolução de Problemas	Formação de professores

[5] O recorte temporal nesse caso contempla a pesquisa mais antiga que foi publicado em 1992 e a mais recente publicada em 2022.

Fonte: Dados da Pesquisa (2024).

Relativo a outros detalhes das pesquisas, podemos trazer ainda mais algumas referências. Em Souza (2022), os sujeitos foram alunos do 1º ano do Ensino Médio, e o objetivo foi buscar na Etnomatemática e na Modelagem possibilidades para a interdisciplinaridade, com foco em realizar uma aproximação do cotidiano por meio do tema alimentação, à Matemática escolar e às ciências da natureza. Em Aquino (2016) há uma tentativa de aproximar a Etnomatemática e a Modelagem para, por meio de um projeto realizado com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental Anos Finais, estudar assuntos matemáticos por meio da troca de pisos, por exemplo. Houve, ainda, referência à resolução de problemas de forma perene. Tivane (2019) teve como foco a formação de professores, focalizando a relação entre formação docente e a lei nº10.693 de 2003. A Etnomatemática e a Modelagem foram ferramentas citadas pelos professores pesquisados como maneiras de abordar a africanidade em sua prática docente.

Sande (2022), a partir do artesanato do povo Bora[6], buscou apresentar uma proposta pedagógica para servir de sugestão para ser trabalhado em sala de aula o referido artesanato. Battalini (2008), teve como foco principal mapear os saberes docentes de duas professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, para isto, fundamentou sua pesquisa nas tendências em Educação Matemática, como Etnomatemática e Modelagem, além de tecnologias e história, entre outras. Por sua vez, Campos (2020), buscou analisar as concepções dos graduandos de Matemática quanto à Modelagem e constatou que, entre outras coisas, era possível perceber que na diferenciação e categorização da Modelagem, havia confusão quanto à Modelagem, Etnomatemática e Resolução de Problemas, nas concepções dos alunos.

Madruga (2012), tendo como sujeito da pesquisa um carnavalesco, buscou comparar os modos de produção dos carros alegóricos para o carnaval, procedimentos de modelagem matemática, os modelos mentais e a etnomatemática. Para tal, fez uso do mapeamento da pesquisa educacional dividido em quatro mapas: mapa de identificação, mapa teórico, mapa de campo, mapa de análise. A autora concluiu que o tema em tela possui potencialidades para a prática pedagógica por meio da Etnomatemática e Modelagem. Já Kluber (2007), tomando por base a Filosofia da Educação Matemática, buscou verificar se a aproximação entre Modelagem e Etnomatemática são epistemologicamente aceitos. Como resultado, o autor concluiu que quando os fundamentos da Modelagem estão de acordo com as Ciências Humanas, há coerência epistemológica na aproximação citada, quando essa, por sua vez, está mais fundamentada na

6 São habitantes da região amazônica, que abrange Peru, Colômbia e Brasil.

epistemologia das Ciências Exatas, a tendência é haver um distanciamento. Silva (2007), buscou investigar, a partir da Modelagem e da Etnomatemática, uma possibilidade de ensino para incógnita, variável e equação do 1º grau. Uma de suas conclusões apontou para a potencialidade do ensino de álgebra quando um problema concreto oriundo do cotidiano do aluno for tratado em sala de aula.

Dias (2013) observou, por meio da Teoria das Situações Didáticas, como a aproximação entre Modelagem e Etnomatemática, quando uma situação cultural está em relevo, pode ser considerada uma situação a-didática. Sella (2016), buscou evidenciar uma proposta de ensino de Matemática por meio da aproximação entre Modelagem Etnomatemática, com foco na dosagem de agrotóxicos. A pesquisa foi delineada principalmente no contexto da Modelagem e, como conclusão, foi destacado pelo autor a potencialidade da Modelagem no ensino. Em Borges (2007), o foco foi nos alunos que estavam concluindo um curso de Matemática. Partindo da interdisciplinaridade, buscou-se conectar a Biologia e a Matemática. Como conclusão, a autora apontou a Modelagem como meio para a interdisciplinaridade.

Souza (1992), realizou uma pesquisa com vinte e quatro pessoas com idades, profissões e posições educacionais aleatórias para verificar o senso matemático em uma abordagem externalista da Matemática. O senso matemático foi posicionado pelo autor próximo tanto da Etnomatemática como da Modelagem. Velho (2014), conjugando um marceneiro e vinte e quatro estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental Anos Finais, a Etnomatemática e Modelagem em seu quadro teórico, buscou verificar possibilidades do uso da Etnomatemática para o ensino de geometria. A autora finaliza suas análises destacando que o uso da Etnomatemática potencializou o ensino por meio da interpretação, verbalização e construção do que estava sendo estudado.

Godoy (2011), buscou fazer uma investigação sobre como a Matemática é usada contemporaneamente com vistas às relações de poder. Em seu quadro teórico chama a enculturação, Etnomatemática, Modelagem e Educação Matemática Crítica para seu aporte. Destaca como conclusão, entre outras coisas, que se faz necessário pensar sobre um ensino de Matemática que fomente questões políticas e sociais, por meio da construção de currículos que dialoguem com a Etnomatemática, Modelagem, Educação Matemática Crítica, entre outros.

Lima (2019) trabalhou com a confecção de roupas como ambiente cultural e propôs atividades que partissem da etnomatemática desse ambiente cultural e, por meio da Modelagem, levassem alunos da Educação de Jovens e Adultos a produzir conhecimentos matemáticos com implicações nas dimensões política e social. Concluiu que a aproximação entre a Etnomatemática e a Modelagem foi preponderante no ensino para essa modalidade, pois teve a motivação, o diálogo e a cooperação como pano de fundo para nortear os passos dos alunos e superar obstáculos.

Após esse trabalho minucioso, tivemos uma ideia das fronteiras da Etnomodelagem quanto às pesquisas e podemos inferir que, tal tendência ainda é muito promissora em variadas possibilidades de cientificidade e inquietações. Por exemplo, não detectamos nos trabalhos anteriores nenhuma referência a um olhar cognitivo quanto aos impactos da Etnomodelagem, ou, em outros termos, da aproximação entre a Etnomatemática e Modelagem. Não encontramos referências ao fator semiótico nos estudos até aqui realizados, mesmo sendo estes, campos estritamente vinculados ao ensino de Matemática. Desse ponto, se inicia nossa justifica para essa pesquisa.

Quando concluímos o mestrado, muitas inquietações surgiram no âmbito semiótico e cognitivo, fruto do que foi observado nas atividades em sala de aula com alunos da EJA (Educação de Jovens e Adultos). Isso nos motivou a continuar os estudos e a buscar na literatura respaldo tanto para as inquietações quanto para a possibilidade de elaboração de um novo projeto de pesquisa. Percebendo a ausência do tema na literatura, a relevância da Semiótica para a Educação Matemática, a necessidade de produção de evidências que reforcem a defesa quanto às influências propositivas da Etnomodelagem no ensino, que, por sua vez, reverbera na formação de sujeitos que, enxerguem a Matemática de forma holística, atuem como protagonistas da cidadania, analisem o mundo de forma política e social pautadas na justiça e na honestidade intelectual, entendemos ser relevante pensar sobre como a Etnomodelagem pode influenciar cognitivamente os alunos, pois tal influência poderá ter nas ações dos sujeitos a validação da sua eficácia educacional, política e social.

Pensar sobre a relação cognição-educação, evidentemente, não é algo inédito. Porém, conforme mostram os resultados no Estado da Arte da Etnomodelagem, entendemos ser cientificamente importante ampliar as fronteiras dessa tendência capitaneando questões cognitivas e epistemológicas. Isso, porque o debate sobre cognição é mais amplo do que se pensa, possuindo profunda relação com Semiótica, contexto social e a própria Matemática. Vejamos que, conforme destaca Moreira e Masini (1982, p. 3), a cognição é a origem da produção de significados de um sujeito que está se localizando no mundo. Segundo Noth (2005, p. 36), Platão (427-347 a.C.) já distinguia o acesso aos objetos de duas formas: a cognição direta, na qual não havia uso de signos, e cognição indireta, fazendo uso desses. Resguardando a ideia de signo naquele contexto.

Peirce (1977), ao discutir uma composição triádica da mente, já apontava para o fato de Immanuel Kant (1724-1804) conceber a mente em três departamentos: sentimento, conhecimento, vontade. Nessa direção, “[...] para Kant, o conhecimento é resultado da interação direta entre sujeito que aprende (as suas estruturas cognitivas) e o objeto da experiência sensível” (D’Amore; Pinilla; Iore, 2015, p. 55). Já o fundamento da teoria do próprio Peirce está na ideia de que cognição, pensamento e o ser humano possuim a Semiótica como sua natureza (D’Amore; Pinilla; Iore, 2015), ou seja, Peirce tinha uma visão pansemiótica do mundo (Noth, 2005). Nesse âmbito, Vigotski (1991, p. 38) destaca que “[a] invenção e o uso de signos como meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.) é análoga à invenção e uso de instrumentos, só que agora no campo psicológico”, assim, conforme aponta D’Amore, Pinilla e Iore (2015), Vigostki considera que a cognição humana é mediada e recebe grande impacto pelo uso dos signos.

Baseado nisso, e focando nosso olhar na relação entre Etnomodelagem e cognição, podemos traduzir a questão norteadora desta pesquisa da seguinte forma: quais são os impactos da ação pedagógica da Etnomodelagem em Matemática no âmbito cognitivo, social e político, considerando a semiótica de Peirce? Para responder a essa questão, do ponto de vista teórico, nos apoiamos na literatura que versa sobre Etnomodelagem e Semiótica Americana. A Etnomodelagem, por sua vez, requisita naturalmente um quadro teórico fundamentado na Etnomatemática, Modelagem e Educação Matemática. Além disso, temas como epistemologia e cognição são fatores inerentes ao contexto da inquietação central.

Buscando responder essa questão, temos o objetivo geral da pesquisa, que é analisar, sob o prisma da Semiótica de Peirce, a ação pedagógica da Etnomodelagem em Matemática, considerando processos cognitivos, sociais e políticos. Como desdobramento temos três objetivos específicos: propor um delineamento pedagógico para a implementação efetiva da Etnomodelagem em contextos de sala de aula; examinar semioticamente os impactos do delineamento pedagógico proposto sobre as atividades cognitivas dos alunos; destacar as interações e sinergias entre diferentes saberes no âmbito semiótico, resultantes da aplicação prática da Etnomodelagem em sala de aula.

Em outras palavras, o primeiro objetivo buscou propor um delineamento a ser usado ou adaptado pelo professor, quando esse desejar trabalhar com a Etnomodelagem em sala de aula. No segundo objetivo, o foco foi as ações cognitivas que emergiram desse diálogo. O terceiro objetivo se referiu a análise das ações políticas e sociais evidenciadas no diálogo entre saberes, ou seja, como os alunos reagiram política e socialmente ao confrontarem os saberes local e escolar, isto é, voltamos nosso olhar para os desdobramentos cognitivos em ações práticas.

Outro fator a ser destacado é a hipótese. Vejamos que na literatura, observa-se uma variedade de pesquisas que demonstram a possibilidade de interpretar de várias maneiras as atividades implementadas em sala de aula, utilizando a Modelagem Matemática sob a perspectiva da Semiótica de Peirce. Destaca-se, nesse campo de pesquisa, a Professora Drª. Lourdes Maria Werle de Almeida, que analisa semioticamente a dinâmica da Modelagem.

Neste estudo, buscamos implementar um trabalho baseado na Etnomodelagem em um contexto escolhido, também seguindo os passos da análise sob a ótica da Semiótica. No entanto, nossa abordagem se diferencia principalmente pela hipótese central, que sugere que a proposta implementada influencia os sujeitos da pesquisa de maneira peculiar em suas atividades cognitivas. Portanto, surgia como hipótese, no delineamento da pesquisa, que essa proposta revelaria características distintas, embora não antagônicas, em comparação com as análises realizadas exclusivamente em atividades de Modelagem Matemática sem elementos etnomatemáticos. Assim, a ideia não é, de forma alguma, apontar supremacia da Etnomodelagem em detrimento da Modelagem, mas, sim, detectar o que a primeira pode propor de específico com foco na cognição quando implementada em contextos de sala de aula.

Dito isso, é importante delimitar de fato nosso objeto de estudo. Ele diz respeito aos efeitos da aplicação da Etnomodelagem em sala de aula, vistos pelas lentes da Semiótica, no que tange às ações cognitivas dos alunos e como essas ações reverberaram política e socialmente. Os sujeitos da pesquisa foram alunos de quatro turmas do Ensino Fundamental Anos Finais: duas do 8º ano e duas do 9º ano, de uma escola pública municipal localizada no interior do estado de Pernambuco.

Com relação à abordagem da pesquisa, ela é qualitativa. Quanto aos objetivos, descritiva, tomando Gil (2002) como apoio teórico e, com relação aos procedimentos, trata-se de uma Pesquisa Pedagógica, com base em Lankshear e Knobel (2008). As ferramentas de coleta de dados foram gravação em áudio das aulas, aplicação de questionários semiestruturados, as produções dos alunos e a observação participante. A transcrição dos dados bem como as ocorrências foram registradas em um diário de campo para posterior análise e interpretação a partir da Análise Textual Discursiva de Moraes e Galiazzi (2016). Para validação dos dados, submetemos aos alunos para análise uma versão apropriada das nossas impressões visando dar corpo à nossa conclusão.

A pesquisa seguiu algumas etapas, a saber: Estado da Arte da Etnomodelagem, elaboração do projeto de pesquisa, revisão bibliográfica, qualificação, implementação da pesquisa em campo, na qual aplicamos um delineamento pedagógico, buscando fazer interagir a etnomatemática oriunda da realidade dos alunos com conceitos matemáticos escolares por meio da Etnomodelagem, visando gerar dados para análise e interpretação, culminando na escrita e defesa da tese.

No que tange ao universo cultural que originou as etnomatemáticas que serviram como ponto de partida para o processo de etnomodelagem, os alunos do 8º ano “H” estudaram a venda de acerola na feira livre, na qual o principal fator etnomatemático percebido, foi a prática sistematizada de medir a quantidade de acerola para venda por meio de canecos, latas ou potes, sem fazer uso do quilograma. De forma semelhante, os alunos do 8º ano “I” focaram seus interesses na venda de água doce promovida por carroceiros, na qual a unidade de medida não é o litro, mas uma lata (um balde feito de zinco) confeccionada de forma artesanal ou adaptada da indústria de tintas. Os alunos do 9º ano “D” debruçaram-se sobre a confecção da saia godê, na qual costureiras realizam um cálculo matemático específico[7] para determinar o tamanho do raio que será utilizado para modelar a saia, sendo, a medida desse raio também determinado pelo tipo da saia (inteira, três quartos, meia ou um quarto). Por fim, os alunos do 9º ano “E” se basearam na construção civil, mais especificamente, na confecção de telhados de quatro águas[8], o método sistematizado de posicionar o eixo do espigão[9] do telhado. Buscaram, ainda, relacionar o cálculo da altura de queda d’água[10] desse eixo com a Matemática escolar.

Após essa exposição, evidenciamos nossas inquietações que deram corpo à justificativa, questão de pesquisa, objeto, sujeito e objetivos, encerrando assim, o capítulo um. Ademais, o capítulo dois apresenta uma análise dos construtos da Etnomatemática, Modelagem e Etnomodelagem. O capítulo três explora como a Semiótica pode dialogar com a Educação Matemática, o que, por sua vez, justifica a escolha da Semiótica de Peirce para compor nosso quadro teórico. Além disso, seus fundamentos são abordados no capítulo quatro.

No capítulo cinco, a metodologia é o foco das discussões. Destacamos como a Pesquisa Qualitativa e a Pesquisa Pedagógica são métodos de pesquisas que atendem às nossas inquietações, bem como detalhamos os métodos de coleta de dados e análise. No capítulo seis, apresentamos os resultados e discussões, tecendo uma leitura semiótica das ações cognitivas dos alunos com desdobramentos sociais e políticos. Nesse ponto, de forma concomitante, relatamos também como nossas impressões foram compartilhadas com os alunos e como estes as validaram. Por fim, concluímos esse capítulo fazendo uma análise de quais avanços detectamos quando comparamos a implementação da Etnomodelagem frente a Modelagem. A

7 Em Lima (2019) podemos encontrar uma abordagem parecida do tema saia godê com foco na Educação de Jovens e Adultos.
8 É um tipo de telhado que possui caimento de água para os quatro lados de um edifício, sendo este no formato retangular. A angulação do caimento da água também é congruente em todos os lados.
9 É a parte mais alta do telhado sustentado por uma madeira que recebe o nome de linha. Também é chamado no bordão popular de cumeeira.
10 É a altura na qual a cumeeira deve ficar relativo à parede que apoia a base do arcabouço de madeira.

conclusão sobre as impressões da pesquisa, a experiência de realizá-la e possibilidades de futuras investigações está no capítulo sete.

2 DO CONHECIMENTO SOCIOCULTURAL AO ESCOLAR: CONSTRUINDO ARGUMENTOS FAVORÁVEIS A ESSA POSSIBILIDADE PEDAGÓGICA

Neste capítulo nos dedicamos a apresentar argumentos, a partir da literatura vigente, que demonstram ser possível transitar entre conhecimentos socioculturais e escolares. Para isso, apresentamos os principais construtos da Etnomatemática, da Modelagem Matemática e da Etnomodelagem.

2.1 Etnomatemática: o que é e quais são seus objetivos?

Desde a década de 1970, no âmbito internacional, o debate sobre a relação cultura e as dimensões política e social do ensino de Matemática tem se intensificado. Isso ocorreu em face da ampliação da concepção do que de fato, é Matemática e de qual é o papel do seu ensino. Podemos afirmar que a raiz do interesse pelos impactos de um ensino de Matemática, levando em consideração a cultura, está no próprio interesse do homem em conhecer diferentes culturas. Esse interesse não é algo recente, pois conforme destaca Rosa e Orey (2006) o grego Heródoto (484-425 a. c.) já possuía essa preocupação e realizava estudos nesse sentido. Nesse contexto, Fossa (2006) explica que, aparentemente, os matemáticos não haviam percebido que, no âmbito da antropologia cultural, existia interesse por elementos que estão vinculados ao universo matemático.

Essa constatação reverberou, conforme destaca Fossa (2006), no início dos debates sobre Etnomatemática, em dificuldades para caracterizá-la, surgindo a partir disso uma linha tênue sobre a amplitude do que de fato é Matemática. Fossa (2006) destaca que autores como D'Ambrósio, Bishop e Barton concebem a Matemática de forma ampla, contemplando a Matemática acadêmica e as práticas não formais (etnomatemáticas). Na mesma linha destes autores, Eglash e Odumoso (2005) também a percebem por um espectro mais amplo concebendo-a como uma prática. Não sendo uma visão unânime, Fossa (2006) evidencia que, para ele, o que caracteriza a Matemática é seu método de validação que é dedutivo, que por sua vez, é um método axiomático e que as Matemáticas praticadas nos grupos culturais, geralmente possuem aspectos aritméticos com vistas a resolver problemas do cotidiano, sendo estas chamadas pelo autor de protomatemáticas, ressalvando que esse prefixo não as coloca em posição de inferioridade.

Consciente da profundidade do debate, o próprio D'Ambrosio (2018b) afirma que no ano de 1976, no 3º congresso Internacional de Matemática, propôs uma visão mais ampla da Matemática, tendo em vista sua íntima relação histórica com a cultura. D'Ambrosio, contudo, parece não ter sido o primeiro a fazer essa relação, pois conforme destaca Rosa e Orey (2006), Raymond Louis Wilder possivelmente, em um congresso internacional de Matemática em 1950, nos Estados Unidos, possivelmente tenha sido o primeiro a fazer menção a influência da cultura sobre a Matemática.

As ideias de D'Ambrósio, contudo, foram promovendo mudanças não só na amplitude da concepção do que seja Matemática, mas também, na concepção de etnia, que, dentro do contexto da Etnomatemática não se restringe à raça. Cabe destacar ainda, que o termo Etnomatemática, parece ter aparecido pela primeira vez em um livro publicado em 1976 por Otton Ruan, onde a palavra estava no mesmo contexto de etno-música ou etno-semântica (D'Ambrósio, 2018b).

Contudo, com os avanços nas discussões sobre a relação entre conhecimento matemático e cultural, fato claramente detectado no âmbito da antropologia e da história, tais debates passaram a ganhar contornos mais definidos e em 1978 o termo Etnomatemática é usado por D'Ambrosio pela primeira vez no sentido que vinha se desenhando. A etimologia da palavra fala muito sobre o que de fato seja Etnomatemática. D'Ambrosio (2008), esclarece que a palavra pode ser entendida como uma junção de ideias, a saber: "etno" está relacionada ao cultural, social, natureza, entre outros; já "matema" está associado a compreender, entender, lidar com; e "tica", está relacionado a técnicas, artes, maneiras. Com uma caracterização mais clara do que seria a Etnomatemática, o programa foi apresentado no âmbito internacional em 1984, no V ICME (Congresso Internacional de Educação Matemática) e em 1985 foi criado o Grupo de Estudo Internacional em Etnomatemática, chamado de ISGEm (D'Ambrósio, 2008).

Em 1991, o professor Eduardo Sebastiani Ferreira publicou um artigo intitulado "Por Uma Teoria da Etnomatemática". Ferreira (1991) fez algumas considerações sobre a Etnomatemática naquele momento, apresentando-a a partir de três visões: como parte da etnociência, como pesquisa da História da Matemática e em uma abordagem educacional. Além disso, realizou uma leitura dos pressupostos da Etnomatemática à luz do que propunha Thomas Khun como evidencias de uma teoria. O autor destacou, entre outros pontos, que para Khun o paradigma precede a teoria e que no caso da Etnomatemática, seu enigma estava centrado em como trazer o conhecimento étnico para a sala de aula e promover pontes entre esse conhecimento e o institucional. A Modelagem Matemática foi apontada pelo autor como um artefato estabelecido para ajudar a resolver os enigmas propostos pela Etnomatemática, concluindo que esta poderia ser caracterizada como um paradigma no universo khuniano.

Essa, porém, não foi a única definição que começou a aparecer. O professor Paulus Gerdes, em 1996, publicou um artigo definindo a Etnomatemática como "[...] uma antropologia cultural da matemática e da Educação Matemática" (Gerdes, 1996, p.105), situando-a no ponto de intersecção entre a Matemática e a antropologia cultural.

Já Bishop (1997), discutindo a dimensão social da Educação Matemática, elenca seus níveis. Um deles diz respeito ao nível cultural relativo às relações entre Educação Matemática e o contexto cultural e histórico da sociedade. Nesse contexto o autor explica que "[...] A etnomatemática está a tornar-nos mais conscientes dos pontos de partida culturais e sociais do desenvolvimento matemático" (Bishop, 1997, p. 3, tradução nossa), isto é, a Etnomatemática é uma ferramenta de conscientização quanto a gênese do desenvolvimento do pensamento matemático.

Adentrando mais na essência da Etnomatemática, D'Ambrosio (2018a) a define como um Programa de Pesquisa que objetiva reconhecer diferentes formas de pensar, havendo assim, um encorajamento para que reflexões quanto à natureza do conhecimento matemático sejam feitas de diferentes pontos de vista: cognitivo, histórico, político, social e pedagógico. O autor ainda destaca que as Matemáticas produzidas em círculos profissionais, nas brincadeiras de criança, nos meios sociais, entre outros, são consideradas uma Etnomatemática, sendo esses grupos círculos culturais que sedimentam a amplitude do que ele entendia por Matemática e etnia. Nesse contexto, isso culmina na essência da proposta, que é observar diferentes formas pelas quais a Matemática é produzida (D'Ambrosio, 2018b, p. 22-23).

Diante dos desdobramentos que as ideias em Etnomatemática foram produzindo, em D'Ambrosio (2005, p. 102), encontramos referência à Etnomatemática como uma teoria do conhecimento. O autor ainda destaca que o Programa, reconhecendo uma relação de interdependência entre Matemática e Educação, procura conciliar cognição, história, sociologia do conhecimento e epistemologia social por meio de uma ótica multicultural. Esses pontos destacados pelo autor o levaram a definir as dimensões da Etnomatemática descritas em D'Ambrosio (2018a) como as seguintes dimensões: conceitual, cognitiva, epistemológica, política, educacional e histórica.

Após esse recorte sobre a caracterização da Etnomatemática, seus objetivos e sua essência, entendemos ser importante elencar seu impacto na Educação Matemática. Costa e Fossa (2008) apresentam pelo menos três argumentos que explicitam como a relação entre Etnomatemática e sala de aula se tornam importante para o ensino de Matemática: considerar conhecimentos culturais nas aulas de Matemática pode motivar o aluno, mostrando que o pensamento matemático é inerente ao ser humano e não apenas às pessoas consideradas muito inteligentes; tal atitude valoriza o conhecimento prévio do aluno ao abordar problemas práticos, e a Etnomatemática pode fornecer ao aluno significado na abstração inerente à Matemática acadêmica, bem como fortalecer a transdisciplinaridade.

Alves (2010) salienta que atividades desenvolvidas no âmbito escolar tendo como proposta um aproveitamento do conhecimento informal, relacionando-o ao formal, podem contribuir no sentido de despertar o interesse do aluno. D'Ambrosio e Rosa (2016, p. 24) também avaliam que a Etnomatemática possui a capacidade de levar o aluno a respeitar, reconhecer e valorizar outras culturas.

Alves, Rosa e Viana (2016), também na vertente da Etnomatemática como base para propostas pedagógicas, explicam que a exclusão educacional ocorre também por causa da Matemática, sendo essa disciplina um instrumento usado para selecionar alunos. Assim, mudar o quadro é necessário e o Programa Etnomatemática pode ser uma ferramenta para isso, na medida em que atividades são elaboradas a partir da experiência do aluno, auxiliando-os a explicar, entender e compreender a diversidade de contextos culturais, em que o saber/fazer do aluno, além de ter valor, torna-se ponto de partida para a construção de novos conhecimentos (Alves; Rosa; Viana, 2016).

Ferreira (1991), refletindo sobre a relação entre a cidadania e a Educação Matemática, aponta o Programa Etnomatemática como o paradigma que relaciona de forma mais coerente a cidadania e a Educação Matemática. Ademais, Eglash (2002) citado por Rosa e Orey (2006) também destaca a Etnomatemática como forma de romper dois obstáculos no ensino: o determinismo genético[11] e o conflito de identidade cultural.

Assim, conectando sua caracterização às suas potencialidades, percebemos que a Etnomatemática tem se solidificado na Educação Matemática, por responder às inquietações quanto ao aspecto político e social do ensino da referida disciplina. A problematização, o saber tácito e explícito, e o diálogo entre saberes de diferentes áreas do conhecimento são orientados rumo a um ensino que contribua para a formação de cidadãos altivos.

Dessa forma, no quesito pedagógico da Etnomatemática, o primeiro ponto a ser discutido é o currículo, que é entendido como a estratégia da ação cognitiva por D'Ambrosio (2008). O autor, nesse sentido, propõe que o currículo ideal capaz de absorver não só as ideias da Etnomatemática, mas também das demandas do mundo atual, deve ser estruturado a partir do *"Currículo Trivium"* com a "*literacia"* (capacidade de processar informações), "*materacia*" (habilidade de analisar e interpretar sinais e códigos) e "*tecnocracia*" (habilidade de combinar instrumentos e usá-los). Na mesma direção, Rosa e Orey (2006) conjugam as ideias de

11 Está atrelado a ideia que o comportamento humano depende de elementos genéticos. Como exemplo seria afirmar que alguém é mais inteligente porque pertence a alguma etnia específica.

tecnocracia, materacia e literacia com os pressupostos da Modelagem Matemática, ao proporem um caminho para a prática pedagógica da Etnomatemática, sendo que a *literacia* no âmbito da Modelagem, refere-se à inserção da escola no contexto cultural da comunidade, a *materacia* está vinculada a confecção de modelos matemáticos e a *tecnocracia* à utilização de diferentes artefatos tecnológicos (GeoGebra, softwares, calculadoras, entre outros), buscando avaliar ou analisar os modelos propostos.

Com todo esse cabedal científico, as pesquisas em Etnomatemática têm aumentado e inúmeras possibilidades surgem para analisá-las buscando traçar um panorama desse cenário. Por exemplo, Breda e Lima (2011) mostram que duas perspectivas podem ser destacadas no que tange à Etnomatemática: a d'ambrosiana, na qual se destaca o compreender diferentes Matemáticas, a reinvenção do professor e a criação de novas perspectivas pedagógicas, entre outros aspectos; e a perspectiva pós-estruturalista, em que as verdades e realidades vivenciadas nas culturas são questionadas, os discursos que estão imersos nas culturas são problematizados, buscando uma compreensão sobre a constituição dos aspectos e as formas de viver. Por outro lado, Saldanha, Kroetz e Lara (2013) buscaram em teses e dissertações as concepções de Etnomatemática produzidas no período de 2011 a 2017.

Esses autores destacaram que os diferentes enfoques e perspectivas dependem dos objetivos dos autores das pesquisas, e estão relacionadas com: a formação de profissionais para atuarem em diferentes grupos sociais; a etnomatemática como método de ensino; e a valorização dos conhecimentos construídos em diferentes grupos sociais. Os autores apontam ainda que a referência a D'Ambrosio foi unânime, havendo diferenças quanto à concepção de cultura e a existência de diferentes grupos culturais. Outro ponto que ainda foi evidenciado pelos autores foi a concepção d'ambrosiana de um programa em evolução, se orientando a uma teoria geral do conhecimento.

Ainda referente ao perfil das pesquisas em Etnomatemática, Lima e Alvarenga (2021) buscaram mapear as publicações realizadas a partir de dois eventos: o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), considerando um recorte temporal entre os anos de 2000 a 2017, por meio de uma pesquisa estilo Estado da Arte que interpretaram os dados pela análise de conteúdo.

Os autores afirmam que foram mapeadas 91 publicações sobre Etnomatemática feitas no ENEM. Dessas, 16 foram relatos de experiência e 75 foram resultados de pesquisas. Referências aos povos ribeirinhos, quilombolas e indígenas, bem como aos trabalhadores rurais foram percebidos pelos autores. Ao categorizar os trabalhos quanto ao foco, os autores destacam que 35 trabalhos deram ênfase ao ensino e aprendizagem, 35 às pesquisas de campo, destacando a Matemática praticada em espaços e comunidades, 5 evidenciaram a formação dos professores e 16 foram pesquisas teóricas. Em relação ao SIPEM, Lima e Alvarenga (2021) destacam que foram encontrados 25 trabalhos, sendo 8 referentes ao ensino e aprendizagem, 7 às pesquisas de campo, 3 à formação de professores e 7 relacionadas às questões teóricas.

Neto, Santos e Meneghette (2020) buscaram também mapear as publicações em quatro jornais de prestígio internacional[12], realizando uma pesquisa bibliográfica. Foram encontradas 119 publicações, nas quais apenas 24 tiveram a Etnomatemática como tema principal. Nas demais a Etnomatemática apenas fez parte do contexto. De acordo com os autores, vários contextos foram percebidos, como o ensino, a formação de professores, atividades matemáticas rurais, aspectos etnomatemáticos em povos com práticas indígenas, e o papel do currículo matemático para povos que habitam a região leste da África, entre outros.

Portanto, sua caracterização, objetivos, essência, aproximação com a sala de aula por meio de reflexões sobre currículo, potencialidades, dimensão pedagógica da Etnomatemática e cenário das pesquisas, apontam para suas potencialidades e eficácia para o ensino. Contudo, conectar o ensino de Matemática à cultura não é algo que pode ser feito sem organização, propósito e objetivos, caso ocorra, pode resultar em um efeito contrário. Ferreira (2009) exemplifica que em uma certa aldeia, um certo professor propôs um problema simples de divisão no qual trinta e três peixes deveriam ser divididos por três, e, para surpresa, a primeira preocupação dos nativos foi perguntar qual peixe foi pescado e o parentesco dos que iriam recebê-los, fatores importantes dentro daquele grupo social.

O autor ainda explica que, se fosse na aldeia Tutirapé tal divisão seria impossível, pois seu sistema de numeração possui base 2. Com isso, conclui o autor, a conexão entre o ensino de Matemática e cultura não pode ocorrer mecanicamente, mas sim trazendo a essência do pensamento matemático atrelado a essência cultural, pois embora seja promissor, não deve ocorrer sem o devido respeito aos contornos dessa simbiose, com foco exclusivo no ser cultural, com vistas ao ensino problematizador.

Isso nos faz buscar naturalmente caminhos para tal simbiose. Dentre as tendências da Educação Matemática, entendemos que a Etnomatemática dialoga bem com várias perspectivas. Porém, a Modelagem Matemática, em razão da sua caracterização problematizadora, nos parece ser uma das tendências que abre caminho para uma boa implementação da Etnomatemática em sala de aula. Essa, tida como artefato estabelecido do

12 The International Journal of Mathematics Education, Educational Studies in Mathematics, Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, Journal for Research in Mathematics Education.

paradigma Etnomatemática (Ferreira, 1991) e como ferramenta para implementação de um currículo embasado no trivium literacia, materacia e tecnocracia (Rosa, Orey, 2006), pode nos fornecer caminhos para uma relação responsável da Matemática com a cultura no campo pedagógico. Antes, contudo, de discorremos sobre os pressupostos da Modelagem e sua correlação com a Etnomatemática (item 2.2), destacamos na próxima subseção mais alguns elementos relativos à Etnomatemática, no sentido de esclarecer possíveis equívocos.

2.1.1 Aparando algumas arestas

Conforme visto na seção anterior, podemos notar que existe um crescente interesse pelas pesquisas em Etnomatemática, com repercussão no número de publicações. Assim, ideias variadas quanto à manifestação de atividades nessa região de inquérito têm estado em relevo. Porém, quando decidimos pesquisar Etnomatemática ou realizar uma abordagem pedagógica a partir dela, dúvidas podem surgir: estamos realmente pesquisando etnomatemática de grupos culturais definidos? Estamos realmente trabalhando Etnomatemática em sala de aula com os estudantes? Essas inquietações são potencializadas a depender do contexto onde estamos pesquisando ou lecionando. Claro que essa questão é campo para muitas pesquisas e reflexões e não temos a pretensão de respondê-las aqui, pois não é o foco do trabalho. Por outro lado, desejamos apresentar alguns pontos que julgamos pertinentes nesse sentido, posicionando assim, nossa compreensão quanto às questões suscitadas.

Em primeiro lugar, entendemos que uma das maneiras de responder a essas perguntas seria olhar para a Matemática em perspectiva. Na seção 1.1, buscamos apresentar a Matemática mais distante da concepção platônica e mais próxima da ideia de ser essa uma produção humana. Essa ideia parece encontrar amparo sólido na literatura. Porém, dentro dessa concepção é possível encontrar outras formas de se olhar para a Matemática.

Ubiratan D'Ambrosio, por exemplo, prefere olhar a Matemática de forma holística, sendo a disciplina de Matemática entendida como: "[...] uma estratégia desenvolvida pela espécie humana, ao longo de sua história, para explicar, entender e manejar o imaginário e a realidade sensível e perceptível, bem como conviver com eles, evidentemente dentro de um contexto natural e cultural" (D'Ambrosio, 2012, p. 8). Assim, o autor destaca a Matemática como produto humano, criado para contribuir com esse ser humano em torno da sua transcendência. Mas essa visão não o impediu de também analisá-la em perspectiva.

Como a Matemática eurocêntrica embasou os currículos escolares, consequentemente as avaliações e a civilização moderna, em detrimento das práticas matemática locais, a abordagem Etnomatemática de D'Ambrosio, denunciando qualquer tipo de enculturação, inclusive a matemática, faz sempre menção a Matemática formal (científica ou acadêmica/ universal e linear) e informal (Matemática praticada por grupos culturalmente definidos). Esse olhar em perspectiva de D'Ambrosio abre um precedente, a saber, o grupo que origina o saber matemático como ponto chave de sua reflexão, sendo esse, portanto, outra forma de se olhar a Matemática em perspectiva dentro da Etnomatemática, ou seja, esses grupos culturais também matematizam.

Isso despreza a hierarquização de saberes e valoriza cada corpus de conhecimento dentro de seu contexto cultural e gera a famosa definição: "etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais [...]" (D'Ambrosio, 2018, p. 9). Já em D'Ambrosio (2012, p.101-102) a disciplina de Matemática em seu sentido acadêmico, sendo os profissionais em Matemática também reconhecido como um grupo cultural, é classificada pelo autor como uma Etnomatemática. Assim, podemos inferir que Ubiratan concebia a Matemática de forma ampla e holística, destacando como principal ponto o grupo cultural de onde ela emergiu. Isso se materializa, na visão deste autor, na própria etimologia da palavra Etnomatemática, conforme apontamos anteriormente. Na relação da Matemática com a Matemática escolar, o autor parece enxergar as duas do ponto de vista da Matemática formal. Isso pode ser visto quando ele afirma que:

> [...] do ponto de vista utilitário, que não deixa de ser muito importante como uma das metas da escola, é um grande equívoco pensar que a etnomatemática pode substituir uma *boa matemática acadêmica*, que é essencial para um indivíduo ser atuante no mundo moderno" [grifo do autor] (D'Ambrosio, 2021, p. 43).

Em continuação a essa reflexão, D'Ambrosio cita exemplos da Matemática escolar como a fórmula de Bháskara, por exemplo, permitindo nossa inferência nesse sentido. Fossa (2024) também lança um olhar para a Matemática em perspectiva. O autor, consciente da amplitude que está por trás da tarefa de definir a Matemática, explicita uma proposta traduzida por "matemática é a disciplina que utiliza o método axiomático para validar suas proposições" (Fossa, 2024, p.54). Na relação da Matemática com a escola, o autor também especifica diferenças, ou seja, para ele a Matemática acadêmica, produzida por profissionais de Matemática é relativamente diferente da Matemática escolar, porém, acrescenta um fator interessante, a saber, a similaridade entre a Matemática escolar com as atividades que chamamos etnomatemáticas.

Nesse âmbito, Fossa (2006; 2024) nomeia as Matemáticas produzidas pelos diferentes grupos culturais definidos como protomatemáticas. O prefixo “proto”, como sabemos, aponta para primeiro, criando a ideia de matemática primeira, ou inicial. Assim:

> Parece haver casos em que atividades proto-matemáticas são realizadas para obter novos conhecimentos sobre, por exemplo, a maneira como os números funcionam. Os profissionais que realizam essas investigações teóricas são como cientistas amadores e podem contribuir para o avanço do conhecimento matemático. Assim, vemos, mais uma vez, a importância das atividades proto-matemáticas. Em outros casos, as atividades proto-matemáticas são realizadas por diversão. No entanto, parece que a grande maioria das atividades proto-matemáticas, pelo menos aquelas que ocorrem fora de um contexto educacional ou de treinamento, é realizada para resolver problemas práticos. Consequentemente, a maioria dos praticantes de atividades proto-matemáticas está empregando algum tipo de modelagem [...] (Fossa, 2006, p. 36).

O autor ainda declara que a Matemática escolar pode ser caracterizada como uma protomatemática (Fossa, 2024, p. 56). A partir da definição de protomatemática, o autor oferta uma definição para Etnomatemática, na qual essa, em tradução nossa, “[...] consiste em fazer ou utilizar os processos e técnicas informais da protomatemática no contexto de grupos culturalmente definidos. Como ciência, é o estudo desses processos e técnicas” (Fossa, 2024, p. 61). Tudo isso aponta para a perspectiva que o autor enxerga como relevante para definir a Matemática, a saber, o seu método de validação. Se nos detivermos na relação entre Matemática e escola, ainda surgem outros olhares em perspectiva. Podemos citar pelo menos três.

A primeira é uma concepção interdisciplinar que aponta diferenças entre o saber científico e escolar, que ocorre no âmbito da didática francesa, traduzida pela Transposição Didática de Yves Chevallard, entendida como “[...] um caso especial da transposição de saberes, sendo esta entendida no sentido da evolução das ideias, no plano histórico da produção intelectual da humanidade” (Pais, 2018, p. 17). Assim, para Chevallard, o saber ensinado nas escolas é fruto de modificações do saber científico. Pais (2018) ainda destaca algumas diferenças entre o saber científico e o escolar, a saber, o científico está relacionado ao universo acadêmico, possui registro em linguagem codificada e está comunicado por meio de publicações científicas, já o saber escolar está relacionado a uma estrutura curricular, está comunicado em livros didáticos com uma linguagem mais apropriada aos objetivos educacionais (Pais, 2018).

Já Chervel (1990), citado por Moreira e David (2018), concorda que existe, também de forma interdisciplinar, uma diferenciação significativa entre o saber escolar e científico, porém, contrariamente a Chevallard, o saber escolar seria uma entidade *sui generis.* Por fim, Moreira e David (2018) também apontam essa diferenciação no âmbito da Matemática, porém, enfatizam que a Matemática escolar não seria uma adaptação da acadêmica/científica, conforme Chevallard, nem estaria tão estritamente relacionada às práticas que acontecem dentro da escola, mas seria "[...] um conjunto de saberes 'validados', associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em Matemática" (Moreira; David, 2018, p. 20).

Como podemos observar, as preocupações que abrem esta subseção podem emergir dos diferentes olhares que lançamos sobre a Etnomatemática como prática dos grupos sociais e sobre a própria Matemática como corpo de conhecimento em sua relação com a escola. Em outras palavras, é o olhar em perspectiva que temos que nos ajudará a consolidar se a prática matemática que estamos pesquisando é uma prática etnomatemática ou não. Exemplificando de forma mais clara, Fossa (2024) destaca que considerar a Matemática acadêmica uma etnomatemática conforme argumenta D'Ambrosio (2012), fará nascer um dilema, a saber, a intuição inicial do que é etnomatemática é confrontada. Por outro lado, comenta o autor, se excluir a Matemática acadêmica do rol de etnomatemáticas, a etnomatemática seria menos abrangente, claro, mas seu vínculo com a Educação Matemática seria fortalecido.

Fizemos questão de apresentar os olhares em perspectiva para dar corpo ao argumento de que, seja professor ou pesquisador que deseje trabalhar com Etnomatemática, seu olhar em perspectiva, evidentemente fundamentado teoricamente, se configurará ponto-chave do processo. Enquanto uns enxergam a Etnomatemática como prática presente apenas em grupos culturais mais restritos de "etno", com técnicas de matematizar bem diferentes dos realizados na escola, outros, partindo de uma concepção mais ampla de "etno" enquanto grupo e de matematização como técnica daquele grupo, enxergam a presença da Etnomatemática de forma mais presente em nosso cotidiano. Isso pode ser justificado pela similaridade que existe entre a Matemática escolar e as etnomatemáticas, conforme destaca Fossa (2024). Portanto, o que podemos dizer até aqui é que esse olhar será relativo, não irresponsável e fundamentado teoricamente.

Contudo, nos parece que pelo menos dois pontos são centrais para nos ajudar a posicionar nossas pesquisas ou trabalhos pedagógicos nessa região de inquérito. O primeiro é o grupo cultural definido (etno) e o segundo é a forma de matematizar, claro, que deve expressar um modo peculiar daquele grupo. Em uma entrevista para o canal "Matemática Humanista[13]", Ubiratan D'Ambrosio concluiu sua participação destacando exemplos de etnomatemáticas em

[13] Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=YYXoBpZy6Fo. Acesso em 11 de dezembro de 2024.

profissões como Topologia, Medicina (com foco nos cirurgiões) e Direito, mostrando a amplitude de sua visão quanto a Etnomatemática.

Por fim, é necessário posicionarmos nossos entendimentos. No capítulo seis, que trata dos resultados e discussões, as atividades foram abordadas a partir de quatro profissionais, o vendedor de acerola, o vendedor de água doce, a costureira e os pedreiros, que também trabalham com arcabouços de madeira para cobertura de casas quatro águas. Em tais atividades, detectamos um grupo cultural definido e técnicas de matematizar com aspectos etnomatemáticos. Tais aspectos etnomatemáticos foram detalhados no capítulo sobre os resultados e discussões, onde unidades de medidas não-convencionais e conhecimentos herdados historicamente ou aprendidos foram detectados nas maneiras de matematizar. Vejamos, estamos usando o termo “aspecto etnomatemático” porque queremos considerar os diferentes olhares em perspectivas que, porventura, venham a se debruçar sobre esse trabalho, e longe de impor nossas concepções, entendemos que o termo em relevo abre portas de diálogo com todos os possíveis olhares. Mas, teriam outros trabalhos apresentado aspectos etnomatemáticos similares aos detectados nesse trabalho? Para tal, ver a subseção 6.2.3, onde apresentamos alguns exemplos da literatura.

2.2 Modelagem Matemática e seus pressupostos

A Modelagem Matemática poderia ser uma ferramenta usada apenas para sanar um questionamento que todo professor de Matemática já ouviu, isto é: “qual a utilidade da Matemática?”. Mas, para os que se atreveram a desenvolver práticas docentes a partir da Modelagem, houve a percepção que ela vai muito além de apenas mostrar a face utilitária dela. A Modelagem nos permite desenvolver raciocínios lógicos, reflexivos e analíticos de fenômenos matemáticos ou não, desvelando certas características do próprio conhecimento, como, por exemplo, a relação realidade/mente, quando a primeira é analisada pela segunda e a segunda é provocada pela primeira, culminando em hipóteses, erros, acertos, formulações de explicações, conclusões e validações.

Vejamos que, a exemplo da Etnomatemática a Modelagem possui uma história recente na Educação Matemática. Biembengut e Hein (2018) evidenciam que os primeiros trabalhos no Brasil se iniciaram em 1970 com o professor Aristides Barreto. Já Meyer, Caldeira e Malheiros (2018) destacam que seu fortalecimento no Brasil começou a ocorrer somente em 1980 a partir dos professores Aristides Barreto, Ubiratan D’Ambrósio, Rodney Bassanezi, João Meyer e outros. Esse fortalecimento se deu, entre outros motivos, pela ampliação das discussões quanto aos objetivos do ensino de Matemática, que, a partir do fomento de um entendimento da sua inerente relação com a realidade, deveria ser orientado a uma proposta social e política.

Dentre todas as concepções sobre Modelagem, está a relação cotidiano/Matemática e isso não ocorre por acaso, pois como podemos ver na concatenação das ideias quanto ao conhecimento esboçado no capítulo um, estes, são elementos vinculados. Assim, Bassanezi (2015) destaca que a aplicação da Matemática é cronologicamente tão antiga quanto a própria Matemática, onde os problemas práticos originaram ideias matemáticas. Biembengut e Hein (2018) vão mais além, ao afirmarem que a própria Modelagem e a Matemática, têm essa relação cronológica antiga, isto é, a aplicação da Matemática nos primórdios da humanidade ocorreu já a partir dos pressupostos da Modelagem, que, de forma superficial seria perceber um problema, buscar modelos matemáticos de solução, validar e concluir.

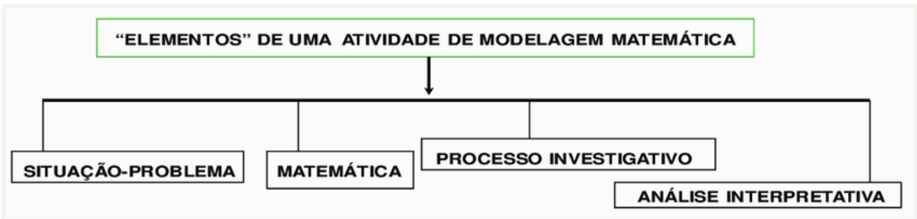
A partir desse entendimento de confluência entre Modelagem, Matemática e realidade que parece ser unânime entre os pesquisadores, surgem variadas definições quanto à Modelagem. Para Burak (1992, p. 62) a Modelagem é entendida como um "[...] conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões". Bassanezi (2015) já lhe atribui o contorno de uma estratégia que possui como objetivo a obtenção de compreensões e explicações de determinadas situações reais. Meyer, Caldeira e Malheiros (2018) a entendem como uma forma de educar pela Matemática. Biembengut e Hein (2018) relacionam a definição de Modelagem a uma arte que se utilizada da linguagem matemática como mediação para manifestar situações-problema de nosso meio.

Almeida, Silva e Veronez (2021, p. 21) explicam que "[...] a modelagem matemática se configura como uma atividade, em que, inicialmente, a partir de uma situação da realidade, os modeladores determinam uma situação passível de abordagens ou interpretação matemática". Barbosa (2001) parte do conceito de ambiente de aprendizagem de Skovsmose (2000) para tecer sua definição quanto à Modelagem. Ambiente de aprendizagem para Skovsmose (2000) citado por Barbosa (2001), é um espaço voltado para que os alunos sejam estimulados a implementarem ou desenvolverem certas atividades, fornecendo-lhes condições para isso. A partir daí, Barbosa (2001, p. 6) define a Modelagem como "[...] ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar/investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade". Kluber e Burak (2008), analisando algumas concepções, destacam que Caldeira (2004; 2005) compreende a Modelagem como um sistema de aprendizagem, se distanciando mais da ideia de metodologia de ensino no sentido cartesiano.

Ademais, Blum e Niss (1991), abordando a relação entre resolução de problema e Modelagem, enfatizam que o processo de modelagem é o modo de significar todo um processo que se inicia em uma situação problemática original até um modelo matemático, não gerando apenas uma ideia simplificada da realidade, mas podendo representar de fato parte da realidade. Isso se alinha com Almeida e Silva (2012, p. 627) ao definirem Modelagem como "[...] a busca de uma representação matemática para um objeto ou fenômeno não matemático".

Assim, as diferentes concepções parecem apontar para um ensino de Matemática que busque conduzir o aluno a desenvolver habilidades como tomada de decisões e compreensão de fenômenos, além de proporcionar uma formação educacional pela Matemática, proporcionando as condições para tal, tomando a linguagem matemática como mediação entre problemas e realidade. Toda essa caracterização tende, naturalmente, a questionar o currículo cartesiano, os métodos de ensino e o papel do aluno e do professor no processo. Tais ideias subjacentes, dão corpo às características inerentes a uma atividade de Modelagem. Para Almeida, Silva e Vertuan (2020), a caracterização de uma atividade pode ser esquematizada conforme a Figura 3.

Figura 3 - Elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2020).

Neste esquema, a situação-problema é a origem da atividade na qual os fenômenos poderão ser matematicamente descritos por meio de processos investigativos e análises interpretativas, visando responder a uma problematização por meio de modelos matemáticos. Alguns autores ainda defendem sua implementação seguindo etapas ou fases. Bassanezi (2015), por exemplo, destaca suas fases como escolha do tema, coleta de dados, análise de dados e formulação de modelos e validação do modelo. Já Almeida, Silva e Vertuan (2020) pensam sua implementação pela sequência das fases de inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. Biembengut e Hein (2018) destacam, nesse sentido, a interação, matematização e modelo matemático, onde cada etapa é subdividida em mais duas etapas.

O uso de etapas não é unânime entre os pesquisadores, mas pode nos dar outro indício quanto aos pressupostos da Modelagem, isto é, a mesma só acontece se o aluno e professor estiverem dispostos a repensar seu papel no processo de ensino e aprendizagem, pois para o desenvolvimento das etapas da aplicação da Modelagem, a pesquisa, a ida a campo, a leitura, a busca de informações, a análise do cotidiano, entre outros, tornam-se elementos contínuos, o que só ocorrerá de forma concreta se houver autonomia, motivação, curiosidade, planejamento e equilíbrio dos agentes envolvidos.

O conceito de Modelagem, a caracterização das atividades e sua forma de implementação desaguam em suas potencialidades, que, conforme dito anteriormente, estão longe de ser apenas a versão utilitária da Matemática. Em primeiro lugar, conhecimentos prévios são destacados, pois conforme aponta Bassanezi (2015), utilizar a Modelagem promove a valorização do saber/fazer do aluno e isso, por sua vez, está estritamente vinculado aos pressupostos da Etnomatemática. Em segundo lugar, Biembengute e Hein (2018) apontam como objetivos do uso da Modelagem: aproximar diferentes áreas do conhecimento; evidenciar importância da Matemática na formação acadêmica dos alunos; promover interesse pela Matemática, facilitar a assimilação dos conceitos matemáticos; contribuir para que a resolução de problemas seja desenvolvida como uma habilidade; fomentar a criatividade.

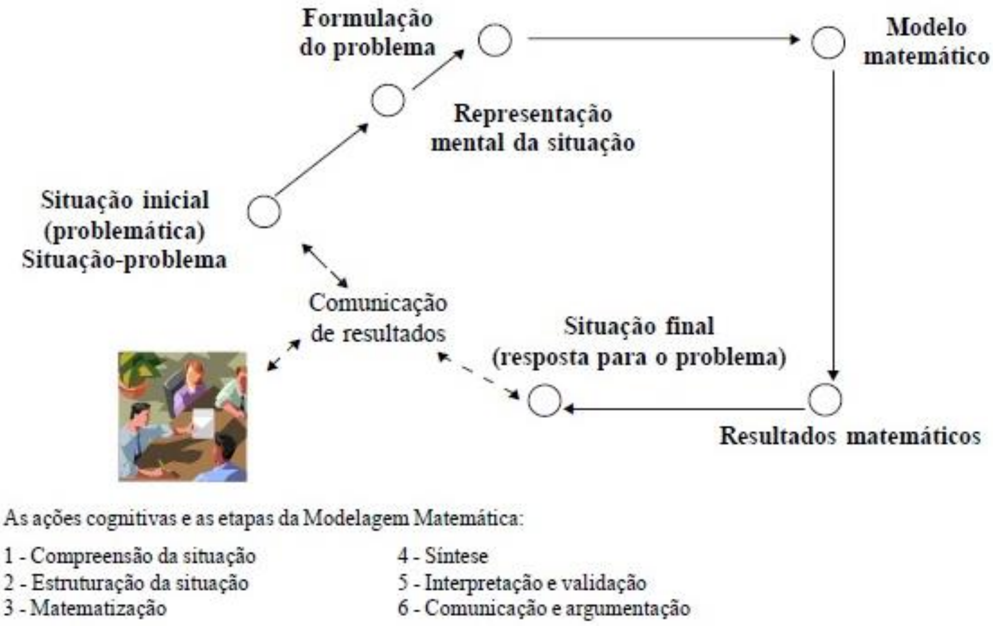
Em terceiro ponto, Meyer, Caldeira e Malheiros (2018) destacam que na Modelagem Matemática, o sujeito cognitivo mais importante é o aluno e o que se deseja para este é o desenvolvimento da crítica, do raciocínio, da curiosidade e da autonomia, entre outros. Em quarto lugar, Kluber (2016) argumenta que a Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem favorece, no rompimento da hegemonia da transmissão, o diálogo, a interação, a cooperação e a colaboração. Em quinto lugar, Pontes e Burak (2016) enfatizam que:

> Nesse sentido, a Modelagem Matemática vem contribuir com a educação capaz de transformar a ignorância em sabedoria; a memorização em conhecimento elaborado por meio da pesquisa articulada com a interação entre os sujeitos envolvidos; o cidadão comum em cidadão crítico (Pontes; Burak, 2016, p. 187).

Os autores ainda destacam que as potencialidades da Modelagem estão atreladas a alguns pontos importantes como: o ponto de partida ser o interesse do aluno; haver fomento e norteamento à pesquisa; existir abertura para o diálogo e discussão; e os estudantes serem ativos no processo (Pontes; Burak, 2016, p. 198).

Outrossim, nesse trabalho, partindo da análise cognitiva e epistemológica do conhecimento matemático, aceitamos que a Modelagem faz emergir características basilares como o conjunto de ações cognitivas e a representação e manipulação dos objetos matemáticos, entre outros (Almeida; Silva; Vertuan, 2020, p. 17). Ou seja, além das potencialidades assinaladas, se voltarmos nossos olhos para a cognição, ampliando nossa lente investigativa, será possível perceber uma relação estreita entre esta e a Modelagem Matemática. A Figura 4 mostra esquematicamente tal relação.

Figura 4 - Fases da Modelagem Matemática e as ações cognitivas dos alunos



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2020).

Neste caso, os autores atrelam as ações cognitivas dos alunos a cada fase da Modelagem Matemática, isto é, na inteiração, na qual se deparam com a situação inicial, o aluno será levado a compreender a situação. Já para a formulação do problema, na qual deverá estruturar a situação, para compreender a situação problema ele deverá matematizar, isto é, construir modelos matemáticos, levantar hipóteses, entre outros. Ademais, na resolução, os alunos são levados a sintetizar, coordenando diferentes representações semióticas. Por fim, a interpretação e validação, estão vinculadas à análise de uma resposta para o problema, comparando, distinguindo e generalizando diferentes conhecimentos, verbalizando, comunicando e argumentando os resultados depreendidos (Almeida; Silva; Vertuan, 2020).

Como podemos perceber, toda compreensão, reflexão, estruturação, manipulação de modelos, argumentação e comunicação dão corpo às potencialidades citadas. É quando a Modelagem ocorre a partir dos pressupostos da Educação Matemática, isto é, em detrimento do foco rígido nos modelos, nos acertos, na aplicação da Matemática apenas, com destaque para a autonomia, criatividade, possibilidade de erros, correções, de construção de hipóteses e sua refutação, bem como leitura de mundo. Nessa direção, é possível que estas atividades cognitivas levem o aluno ao distanciamento da desmotivação, da sensação de incapacidade cognitiva e da ideia de determinismo genético como fator preponderante para aprendizagem de Matemática.

Diante das potencialidades vislumbradas pela aplicação da Modelagem no âmbito da Educação Matemática, pesquisas dentro dessa região de inquérito crescem a cada ano. Relativo a isso, Meyer, Caldeira e Malheiros (2018) enfatizam que as publicações no âmbito nacional e internacional têm, de certa forma, seguido a mesma linha quanto aos diversos temas em estudo. Inclusive, os autores apontam para a necessidade de revisões literárias serem feitas diante da necessidade de se explorar caminhos novos nessa perspectiva. De acordo com esses autores , é possível detectar pesquisas que relacionam Modelagem à Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), à formação de professores, à práticas dos estudantes, à investigações matemáticas, à Semiótica, à Educação Ambiental, à Saúde, à Artes, à Estatística e à Epistemologia, entre outros.

Biembengut (2012) discutindo como concepções e tendências podem influenciar o professor no âmbito da implementação da Modelagem em sala de aula, destaca o estudo de Kaiser, Lederich e Rau (2010), que aborda, com base em uma amostra da produção internacional, focando principalmente nas produções apresentadas no *Internacional Conference on the Teaching of Mathematics Modelling and Applicacions* (ICME), quais tendências têm surgido quando se trata de conceber e aplicar a Modelagem Matemática. Os autores destacam que as publicações abordam cinco tendências: realística ou aplicada, com foco na resolução de problemas; contextual, com foco em questões psicológicas como encontrar sentido para a matemática, por exemplo; educacional com objetivo pedagógico; sócio-crítico, com objetivos claros em relacionar a Matemática e a sociedade; epistemológica, onde o foco é mais a estruturação de teorias matemáticas; cognitiva, como uma meta perspectiva, onde o foco está restrito à pesquisa.

Malheiros (2012), buscando compreender como as pesquisas no Brasil relacionam a Modelagem Matemática a outras tendências da Educação ou Educação Matemática, faz duas pontuações importantes, a saber, que as pesquisas em Modelagem alinhadas a Pedagogia do Projeto, tendência em Educação, se mostraram bem delineadas de forma geral, entretanto, a autora destaca a necessidade de aprofundamento das pesquisas no que tange à relação da Modelagem com a Resolução de Problemas, tendência em Educação Matemática, em face de, entre outros pontos, questões importantes já discutidas nessa região de inquérito não serem consideradas nas pesquisas.

Por fim, uma questão importante que deve ser considerada nesta subseção é a aproximação entre Modelagem e Etnomatemática. Entendemos que “uma primeira aproximação consiste em posicionar a Matemática numa dimensão humana” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2018, p. 87). Esta é a concepção de Matemática que, embasados em um olhar crítico sobre a história dessa área, conduz nossas ideias. Ademais, conceber a Matemática em uma posição humana reverbera naturalmente em sua relação com a cultura. Esta, por outro lado, influencia e é influenciada por seus membros.

É dentro da cultura que conhecimentos são produzidos, testados, validados, refutados e perpetuados. O conhecimento matemático, segue o mesmo caminho, no qual, conforme já destacamos anteriormente, os membros culturais, a partir de um *modus operandi* similar em todas as culturas, questionam, analisam, mensuram, abstraem e resolvem problemas do cotidiano. Isso ocorre a partir da relação cultura – problema – questionamento – conhecimento – solução. Assim, vejamos que, a aproximação científica entre Etnomatemática e Modelagem ocorre naturalmente na própria dinâmica do conhecimento, sendo possível assim, encontrar histórica, logica, cultural e cientificamente respaldo para sua aproximação no campo pedagógico.

Portanto, “quando se assume a visão de Matemática como algo presente na realidade, sendo uma estratégia de ação ou de interpretação desta realidade, se está adotando o que caracterizamos como postura de etno/modelagem” (Bassanezi, 2015, p. 15). Na mesma direção, Rosa e Orey (2013) argumentam que a Modelagem é para a Matemática como a coluna de seu desenvolvimento e que proporciona sua contextualização. Nesse ínterim, os autores destacam que a Etnomatemática, por outro lado, fortalece raízes culturais e tem como um dos objetivos ampliar o aperfeiçoamento do conhecimento matemático, sendo assim, concluem que a Modelagem e a Etnomatemática se confundem. Rosa (2005) evidencia que a Modelagem se for vista em uma relação com a Etnomatemática, tem como objetivo precípuo contribuir para que o interesse do aluno pela pesquisa seja construído, pois nesse âmbito, a atividade de Modelagem possuirá características que os conduzirão a relacionarem as experiências de vida ao saber escolar.

Nesse cenário, surge mais uma tendência na Educação Matemática, com o objetivo de ampliar essa discussão, contribuindo significativamente tanto no campo acadêmico quanto pedagógico, a saber a Etnomodelagem. Na próxima subseção, nos dedicamos a apresentar tal tendência e definir seus pressupostos.

2.3 Etnomodelagem: possibilidade de promoção do diálogo entre conhecimentos êmicos e éticos

Entendemos a Etnomodelagem como uma ferramenta de produção, sistematização e difusão do conhecimento matemático holístico, culturalmente enraizado e sistematizado cientificamente por meio da abordagem dialógica. Em outras palavras, a Etnomodelagem está preocupada com a propagação de uma visão holística da matemática, visando desconstruir equívocos quanto à natureza e à relação desta com a cultura, pois "a etnomodelagem pode ser considerada como estudo das ideias e procedimentos utilizados nas práticas matemáticas de grupos culturais distintos" (Rosa; Orey, 2017, p. 36), marcando, assim, uma posição que fica na intersecção de três áreas do conhecimento: Modelagem, Etnomatemática e Antropologia Cultural.

Isso ocorre porque, conforme aponta Rosa e Orey (2018), quando se conectam aspectos culturais e acadêmicos, o resultado é a construção de uma visão holística da Matemática. A Etnomodelagem pode ainda ser definida no âmbito da pesquisa como um programa que "[...] estuda os fenômenos matemáticos desenvolvidos pelos membros de um determinado grupo cultural, pois é um construto social que é culturalmente enraizado" (Rosa; Orey, 2017, p. 9). Assim, a Etnomodelagem possui claramente preocupações científicas, ao passo que, como programa de pesquisa, analisa os chamados fenômenos matemáticos cientificamente, buscando encontrar conexão entre elementos culturais e acadêmicos.

Seguindo o mesmo caminho, Martins (2019) tomando como objeto os saberes locais, enfatiza que a Etnomodelagem pode ser descrita como uma ferramenta de análise e estudo desses saberes. Já Dutra (2020) a descreve como uma forma de aplicar a Etnomatemática a partir dos construtos da Modelagem com vistas a uma perspectiva cultural. Reges (2013) a caracteriza como atividades pedagógicas no sentido de ação, implementadas a partir da Modelagem, tomando como contexto social e econômico o contexto próprio do aluno. Para Lima e Fossa (2023, p. 193) a Etnomodelagem pode ser compreendida "[...] como uma investigação ética dos conhecimentos êmicos de uma comunidade local, seguida por uma investigação êmica, dos resultados resgatados, à luz da matemática que o aluno já possui e/ou que ele vier a desenvolver como consequência da sua investigação". Suas preocupações científicas reverberam em preocupações pedagógicas. É possível percebermos que o currículo, a prática e a formação docente, bem como a concepção de Matemática, são ainda algumas de suas áreas de investigação.

Do ponto de vista do currículo, a Etnomodelagem coaduna com D'Ambrosio (2012) na crítica a eficácia deste na versão cartesiana, relacionando, de forma estática, conteúdo, método e objetivos. Assim, "[...] a etnomodelagem pode ser considerada como uma ferramenta que tem por objetivo mediar as formas culturais do desenvolvimento matemático com o currículo escolar para possibilitar o processo de ensino e aprendizagem desse campo do conhecimento" (Rosa; Orey, 2018, p.117). O currículo como estratégia da atividade educacional (D'Ambrosio, 2012, p. 81) se torna parte preponderante do processo de ensino e aprendizagem. Portanto, qualquer alteração nas concepções de Matemática, ensino, papel da cultura ou transcendência acadêmica, deve reverberar também na concepção de currículo, concebendo-o como algo dinâmico, aberto ao diálogo e mais preocupado em considerar o aluno como sujeito central do processo, apontando assim, para o universo pedagógico.

Dentro deste universo, a Etnomodelagem se assenta sobre os pressupostos da Etnomatemática e da Modelagem Matemática, tecendo diferenças entre a própria Etnomodelagem e a Etnomatemática: "[...] a etnomatemática enfatiza os conhecimentos adquiridos nas comunidades (êmico) enquanto a etnomodelagem tende a conectar a matemática acadêmica (ético) com esse contexto" (Rosa; Orey, 2017, p. 37). É importante ressaltar que, aliás, a própria Etnomatemática nunca propôs hierarquizar o conhecimento cultural em detrimento do acadêmico, mas apenas valorizar outras formas de praticar Matemática (D'Ambrósio, 2012). Assim, a Etnomodelagem, na mesma direção, chama o diálogo entre saberes para a sala de aula, visando mostrar a natureza do conhecimento matemático em sua relação intrínseca com o ser humano.

Posta a diferença entre Etnomatemática e Etnomodelagem, a Modelagem em uma postura etno/modelagem (Bassanezi, 2015), é ferramenta basilar para a Etnomodelagem por vários motivos. Primeiro, propõe um ensino de Matemática a partir do cotidiano. Segundo, fomenta uma postura problematizadora dessa realidade. Terceiro, implementa grande impacto nas ações cognitivas dos alunos (Almeida; Silva, Vertuan, 2020). Quarto, desperta o senso analítico do aluno. E quinto, entre outros, cria um ambiente de conversão entre os conhecimentos tácito e explícito (Rosa; Orey, 2012). Diante do exposto, "[...] um dos principais objetivos da etnomodelagem é ter uma visão cultural do processo da modelagem que pode resultar no intercâmbio de ideias, noções, procedimentos e práticas matemáticas [...]" (Rosa; Orey, 2017, p. 161-162).

Outrossim, por meio de uma postura dialógica bakhitiniana (Rosa; Orey, 2018) a Etnomodelagem busca concretizar seus objetivos pelo caminho da tradução de saberes. Entende-se por tradução o ato de interpretar algo, deslindar o seu significado ou tornar algo compreensível. Antes, contudo, de explicarmos melhor o ato de tradução na Etnomodelagem, pois para se traduzir algo, devemos, logicamente, partir de uma informação inicial que será traduzida, gerando a mesma informação em uma versão clara para interpretação. Todavia, em nosso caso, devemos nos deter ao conhecimento matemático, dentro desse contexto, em suas duas versões, conhecimento êmico e ético.

Rosa e Orey (2017) explicam que os membros culturais internos a uma cultura (*insiders*) produzem conhecimentos matemáticos e os validam. Esses conhecimentos refletem características da própria cultura, sendo chamados de conhecimentos êmicos. Já os membros externos ao ambiente cultural (*outsiders*) podem interpretar a dinâmica do conhecimento interno à cultura, por suas lentes, que de certo modo, pode não ter nada a ver com questões culturais, mas, a partir da sua cosmovisão, abstrair tal conhecimento a partir de uma Matemática formalizada, propor explicações lógicas e dedutivas para o fenômeno observado, isto é, estamos falando do conhecimento ético. Os autores explicam ainda que os termos êmico e ético foram cunhados pelo antropólogo Pike (1954), "[...] sendo derivados dos termos fon*ética*, que estuda os sons utilizados em uma determinada linguagem enquanto a fon*êmica* estuda os aspectos gerais dos sons vocais e da produção de sons nas linguagens" (Rosa; Orey, 2017, p. 25).

Assim, de forma geral, os conhecimentos êmico e ético podem ser traduzidos para uma melhor compreensão dos *insiders* e *outsiders* por meio de um processo chamado tradução "[...] que é utilizado para descrever o processo de modelagem utilizado nos sistemas de conhecimento matemático local de uma determinada cultura (êmico) para uma representação da matemática acadêmica ocidental (ético)" (Rosa; Orey, 2010b *apud* Rosa; Orey, 2017, p. 38).

Essa tradução, por sua vez, está imersa em uma abordagem dialógica. Tal abordagem, possui algumas potencialidades, inclusive no âmbito pedagógico, pois conforme destaca Mesquita (2020), foi a abordagem dialógica que, em sua pesquisa, conduziu os alunos a, por meio dos conhecimentos êmicos e éticos, elaborarem etnomodelos. Portanto, concordamos que "[...] a relação dialógica tem como objetivo buscar a complementaridade entre as abordagens êmica e ética, pois visa dissociar a ideia da existência de uma verdade absoluta e universal" (Barreto, 2021, p. 76). Essa desconstrução de uma visão platônica da Matemática, torna-se, dessa forma, o substrato para implementação da Etnomodelagem em sala de aula, exatamente por fazer emergir em sua esfera pedagógica a possibilidade dialógica, com vistas a tradução dos conhecimentos.

> Assim, existe a necessidade de que o saber/fazer local (êmico) e o conhecimento global (ético) coexistam mutuamente em contextos culturais

> distintos por meio de sua ação dialógica (glocal) que tem como objetivo possibilitar o desenvolvimento do dinamismo cultural ao valorizar e respeitar sistemas de conhecimentos matemáticos distintos, porém, complementares, que possam elucidar como o saber/fazer matemático pode ser utilizado numa relação dialógica com outros sistemas de conhecimento, que buscam valorizar e respeitar a cultura local (Delfiol, 2022, p. 414).

Dessa forma, a dialogicidade como um dos pontos-chave para a Etnomodelagem (Eça, 2020), abre as portas para uma leitura de mundo a partir de três pontos importantes dentro dessa cosmovisão: a localização, a globalização e a glocalização[14]. Nesse sentido, Rosa e Orey (2020) destacam que o conhecimento local (êmico) e global (ético) são importantes, ao passo que o primeiro contribui para a compreensão dos conhecimentos desenvolvidos historicamente e o segundo, possui sua relevância na transculturalidade, por meio de comparações, fazendo emergir categorias analíticas padronizadas. Já "[a] glocalização utiliza os conhecimentos matemáticos local e global por meio do diálogo simétrico e da interação, pois busca a tradução entre esses sistemas" (Rosa; Orey, 2020, p. 258).

Os conhecimentos locais sedimentados também se constituem como artefatos culturais e, a partir daí, tornam-se importantes, pois possuem a capacidade de explicar como membros culturais problematizam a realidade a partir de seu olhar. Ou seja, a localização não pode deixar de ser foco no processo da construção do conhecimento matemático, pois conforme pressupõe os construtos da Etnomodelagem, estes evidenciam, entre outras coisas, valores, crenças e, de certo modo, como o ser humano se adapta às mais diversas situações. A globalização, mostra como o mesmo procedimento poderia ser feito de outros modos, que por sua vez, também evidencia a criatividade, poder de abstração e aplicação dos conhecimentos matemáticos. A glocalização, chama ao diálogo a localização e a globalização, permitindo, entre outros pontos, a resiliência cultural, diferente da enculturação, a ampliação da cosmovisão dos *insiders* e a construção de novas caracterizações quanto a transculturalidade.

> Dessa maneira, a glocalização está relacionada com a combinação das considerações globais e locais do conhecimento matemático por meio da simultaneidade e a copresença de tendências universais e particulares, pois engloba os valores universais posicionando-os em um contexto local (Rosa; Orey, 2017, p. 131).

---

14 Em Rosa e Orey (2020) os autores trataram de destacar em nota de roda pé, que esse termo, foi extraído da área dos negócios, na qual está voltado para a confecção de mercadorias personalizadas para atender o mercado global objetivando atender também aos gostos locais. Citam como fonte Robertson (1995).

Buscando na Etnomatemática o olhar para conhecimentos êmicos, localização, transculturalidade, e na Modelagem, interdisciplinaridade, problematização, abstração e contextualização e o olhar para o conhecimento ético, a Etnomodelagem se orienta rumo à promoção do diálogo como meio para ensinar Matemática. Assim, a percepção crítica da realidade é um dos componentes da ação pedagógica dessa tendência (Mesquita, 2020), além de abrir novos caminhos de exploração de questões socioculturais em sala de aula (Dutra, 2020). Portanto, "a etnomodelagem pode ser entendida como uma proposta educacional multicultural que oferece oportunidades para que os alunos encontrem maneiras próprias de matematizar a própria realidade [...]" (Barreto, 2021, p. 40).

Nesse contexto, a manipulação de representações semióticas também é indispensável, pois conforme já apontado, o acesso a objetos matemáticos só é possível por meio dessas, em conformidade com sua natureza epistemológica (Duval, 2011; Hoffmann, 2006). É o que em Etnomodelagem chamamos de etnomodelos. Estes podem ser retóricos, figurais, gráficos, algébricos e numéricos, entre outros. Além disso, podem combinar os exemplos elencados na busca de representar o pensamento matemático.

Engenhosamente, representar um conhecimento por meio de representações semióticas não é ação exclusiva no âmbito acadêmico. É comum vermos como os *insiders* também podem fazer uso da retórica e de desenhos para tal. A pesquisa de Dutra (2020), por exemplo, tratando da produção de café, mostra exemplos nos quais tanto o próprio produtor quanto os alunos se utilizam de etnomodelos para expressar suas ideias. Lima Neta e Madruga (2023) também evidenciam exemplos de explicações de como processar artesanalmente a mandioca. Nesses exemplos, conhecimentos relacionados ao tempo e aos modos corretos de preparo, são evidenciados, fazendo emergir etnomodelos naturalmente.

Mas o que seria de fato etnomodelos? Primeiro, antes de responder a tal questionamento, é necessário destacar que, no âmbito da prática da Modelagem, todos os autores classificam as representações semióticas emergentes como modelos matemáticos. Tais modelos, contudo, podem ser caracterizados apenas a partir dos construtos acadêmicos. A partir daí, podemos então, delinear uma linha tênue entre os modelos matemáticos produzidos pelos *insiders* e pelos *outsiders*, sendo o primeiro classificado como etnomodelo êmico e o segundo como etnomodelo ético (Rosa; Orey, 2017).

Sabe-se que dentro dos modelos matemáticos que usualmente são produzidos na dinâmica da modelagem, inúmeras unidades de sentido o compõem. Esse conjunto de significados é o que de fato faz emergir o sentido e sua relação com o mundo concreto. Letras, símbolos, notações são requisitados nesse sentido para representar variáveis, ideias, relações matemáticas. Com os etnomodelos, não é diferente, assim temos que:

> [...] nesse direcionamento, os etnomodelos podem ser definidos como instrumentos ou artefatos culturais utilizados para proporcionar o entendimento e a compreensão dos sistemas que são retirados da realidade dos membros de grupos culturais distintos. Dessa maneira, os etnomodelos podem ser considerados como representações internas (êmicas) ou externas (éticas) que são consistentes com o conhecimento matemático que é socialmente construído e compartilhado (dialógica) pelos membros de grupos culturais distintos (Rosa; Orey, 2018, p. 120).

Nesse âmbito, muitas vezes desconsideramos a profunda ideia matemática existente em uma narrativa de um procedimento matemático êmico, por exemplo. Nesse cenário, as palavras próprias de um universo cultural[15] são sempre utilizadas e os jargões[16], entre outros, ajudam a construir o sentido pretendido. O mesmo peso lógico dedutivo que uma variável possui nos etnomodelos éticos, por exemplo, também está presente nos desenhos e jargões nos etnomodelos êmicos, para seus idealizadores. Não se trata aqui, contudo, de se colocar no mesmo patamar axiomático científico tais etnomodelos. Há evidentemente, limitações e até equívocos em pensamentos etnomatemáticos, pois não há como garantir que todos os pensamentos sejam validados cientificamente, porém, está claro que, no campo da construção de sentidos e significados epistemológicos e cognitivos, as estruturas de cada modelo estão culturalmente relacionadas. Assim,

> [...] os etnomodelos éticos representam a maneira como os modeladores imaginam que os sistemas retirados da realidade funcionam enquanto os etnomodelos êmicos representam como os indivíduos que vivem nesses grupos culturais percebem a utilização desse sistema na própria realidade (Rosa; Orey, 2017, p. 53-54).

Dessa forma, podemos perceber que o ato de representar, atividade inerente ao pensamento matemático, ganha protagonismo nesse sentido, pois é pela representação da realidade por meio de etnomodelos que nossa mente pode gerar os contornos do conhecimento que está em foco, fazendo predições, propondo relações, levantando hipóteses e propondo soluções. Portanto, "[...] os etnomodelos constituem a representação dos processos retirados da

---

15 No estudo de Lima Neta e Madruga (2023), por exemplo, palavras como cocho (local onde a massa da mandioca é colocada após ser triturada) e prensa (máquina usada para prensar) fazem parte da retórica dos *insiders.*

16 Entendemos como termos específicos utilizados para promoção da comunicação por membros de um grupo cultural definido.

realidade, auxiliando a conexão entre o desenvolvimento das práticas matemáticas com o patrimônio cultural que é desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos" (Dutra, 2020, p. 57). Essas representações ou etnomodelos é considerado por Eça (2020) como meios próprios, *sui generis*, de resolver problemas emergentes do cotidiano.

Dentro desse processo representativo que fazemos das coisas, a abstração, atividade cognitiva também inerente ao pensamento matemático êmico e ético, ao conhecimento tácito e explícito e às abordagens local, global e glocal, mostra-se preponderante em razão da atuação do ser na sua realidade. Assim, considerar que "conforme esse contexto é importante destacar que o processo de elaboração de etnomodelos ocorre pela elaboração de estruturas abstratas e conceituais, sendo, portanto, assim, considerados como construtos culturais" (Delfiol, 2022, p. 292).

É nesse âmbito, da Etnomodelagem, entre outros aspectos, que entendemos haver um profundo vínculo desta com a Semiótica. Tal ciência, também muito entrelaçada com a Matemática, busca compreender, entre outras coisas, como a representação influencia as mentes. Pois como diria Peirce (1972, p. 93): "[q]uanto ao processo de abstração, ele é, em si mesmo, um tipo de observação". O autor ainda explica que todo *representamen* (signo) "[...] é algo que sob certo aspecto ou de algum modo, representa alguma coisa para alguém" (Peirce, 1972, p. 94). Não seriam, portanto, os etnomodelos signos que contribuem significativamente para representar o substrato do conhecimento de forma didática? É por toda essa gama de representatividade e valor cultural que Rosa e Orey (2017) concluem que os etnomodelos são considerados pequenas unidades de informação que formam a representatividade da realidade, conectando as práticas culturais ao patrimônio cultural. Outro construto importante nesse contexto são os etnomodelos dialógicos. Cabe destacar que:

> o principal objetivo dos etnomodelos dialógicos é a tradução de uma prática matemática desenvolvida pelos membros de grupos culturais distintos (*insiders*) para aqueles que possuem um *background* cultural diferente possam compreender e explicar essa prática matemática holisticamente, a partir do ponto de vista dos observadores externos (*outsiders*) (Rosa, Orey, 2017, p. 62)

Nesse ponto, a Etnomodelagem passa a funcionar como uma ferramenta de tradução que pode ser utilizada pedagogicamente ou no ambiente acadêmico no sentido de produção de dados e informações etnográficos sobre uma determinada cultura.

Ademais, quando conectamos a Etnomodelagem ao ambiente escolar, além das potencialidades já explicitadas, destacamos que a relação ensino e pesquisa ganham protagonismo. Isso ocorre porque, em primeiro plano, professor e aluno deixam de ocupar uma posição hierárquica de aprendiz e mestre e passam a se posicionar como pesquisadores. Nesse sentido, as abordagens êmica e ética são requeridas para o desenvolvimento da pesquisa e da construção do conhecimento. Vejamos suas características no Quadro 3.

Quadro 3 - Características das abordagens êmica e ética

Abordagem Êmica	Abordagem Êtica
Ponto de vista dos nativos (interno)	Ponto de vista dos observadores (externo)
Visão Local (interna)	Visão Global (externa)
Tradução prescritiva	Tradução descritiva
Percepção cultural	Percepção analítica
Estruturas mentais	Estruturas comportamentais
Transcrição cultural	Transcrição acadêmica

Fonte: Rosa e Orey (2017).

Vejamos que, confrontando as abordagens, o diálogo torna-se ponto central, para os pontos de vistas distintos, cosmovisões, modos de tradução, modos de percepção, estruturas mentais e modos de transcrição são considerados e não-hierarquizados. Conforme diria Freire (2018), ensino e pesquisa dependem um do outro e nesse sentido, a Etnomodelagem se destaca por pensar em construtos que contemplem o diálogo entre os saberes, o papel do professor e aluno nos processos de ensino e aprendizagem, a importância da conexão entre saber cultural e escolar e, entre outros, a busca pela transcendência.

Nessa direção, alunos e professores podem praticar a pesquisa já em sala de aula quando, por exemplo, em um círculo de conversa informações culturais são compartilhadas e há compreensão mútua das diferentes origens dos alunos. Também, há pesquisa quando professor e alunos saem da sala de aula e mergulham em ambientes culturais, que chamamos nesta pesquisa de ocorrência cultural, como feiras livres, ambientes profissionais, fábricas, entre outros. Nesse contexto, a pesquisa pode ocorrer caracterizada pelos construtos da etnografia. Dessa forma, a abordagem êmica será implementada, no qual nesse momento "[...] os pesquisadores, investigadores e educadores procuram desconsiderar as próprias suposições prévias, os preconceitos e as teorias para que os membros de grupos culturais distintos possam fornecer os temas, os padrões e os conceitos matemáticos [...]" (Rosa; Orey, 2017, p. 41). De posse das informações desejadas, os agentes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem buscam, por meio da tradução, compreender melhor o que foi catalogado, enxergar tal informação também pelas lentes da abordagem ética e construir diálogos entre saberes e ambientes culturais por meio da transculturalidade e glocalidade.

Tal dinâmica é imprescindível, inclusive para que filtros culturais sejam destacados, pois "[...] é senso comum falar em ensino e aprendizagem em diferentes contextos culturais, e que cada conteúdo ensinado é recebido e processado através dos filtros culturais" (Skovsmose, 2014, p. 30). São esses filtros culturais que permitirão ao aluno, entre outros, perceber diferentes visões de mundo, comparar ideias, levantar sugestões e, sobretudo, ouvir análises, sugestões e propostas oriundas de outros ambientes culturais. Tudo isso, dentro do ambiente da aprendizagem, é relevante, por compor o sedimento onde se assenta a coluna da construção do conhecimento. Pela pesquisa, a Etnomodelagem leva o aluno a construir o conhecimento pela atitude ativa, até porque "[...] para aprender, o indivíduo precisa tomar iniciativas, ter planos, agir. É um processo repleto de intenções e motivos" (Skovsmose, 2014, p. 38).

As abordagens êmica e ética da Etnomodelagem evidenciam tanto a postura ativa no processo, quanto à postura motivacional no que tange a levar o aluno a perceber que tanto o seu próprio ambiente cultural está posto em relevo, quanto o ambiente cultural do outro, não sendo um melhor do que o outro, mas sendo os dois, elementos precípuos da composição cultural geral, quando olhamos pelo macro da questão. Dessa forma, "o que melhor distingue a educação escolar de outros tipos de espaços educativos é o *fazer-se e refazer-se na e pela pesquisa*. A própria vida como tal é um espaço naturalmente educativo, à medida que induz à aprendizagem constante" [grifo do autor] (Demo, 2015, p. 6).

Assim, a Etnomodelagem propõe um olhar para o próprio ambiente cultural, o questionamento sobre este, a compreensão de como os *insiders* enxergam o mundo, como tal compreensão pode ser traduzida visando propor uma compreensão global dos fenômenos, a pesquisa como ferramenta de imersão nos ambientes culturais e de produção de conhecimento, conscientes de que filtros culturais serão criados e fomentados, e que a aprendizagem ocorrerá de forma natural e perene. Portanto, a proposta de se educar pela pesquisa de Demo (2015) que requisita criatividade em todas as esferas do ensino, inclusive na produção de exercícios, em detrimento da cópia de atividades prontas, levando o aluno a participar ativamente do processo por meio da elaboração própria, formulação própria, argumentação, equilíbrio entre a individualidade e o coletivo, tomando como ponto de partida a referência a ambientes culturais, está de pleno acordo com os pressupostos da Etnomodelagem, como ferramenta metodológica para um ensino eficaz, contemplando demandas contemporâneas.

Por fim, cientes que, conforme explicitaram Kaiser, Lederich e Rau (2010), citado por Biembengut (2012), as atividades de Modelagem são implementadas de acordo com uma ou mais tendências específicas. Em nosso caso, a partir da compreensão que a Etnomodelagem requisita a aplicação da Modelagem e, diante do que os objetivos, objeto e questão norteadora da pesquisa propõem, entendemos que tal implementação possui as características da tendência educacional, pois seu objetivo é "[...] estruturar os processos de aprendizagem para introduzir e desenvolver conceitos matemáticos, motivar a aprender Matemática, promover entendimento crítico do processo e do modelo desenvolvido" (Biembengut, 2012, p. 123). Mas, como também temos interesse nas questões cognitivas, é importante destacar que, conforme apontam Almeida, Silva e Vertuan (2020), há uma ligação íntima entre a tendência educacional e a meta-perspectiva cognitiva da Modelagem. Um dos pontos que pode justificar essa conexão é que os pressupostos da cognição estão imersos na compreensão da construção do conhecimento. Assim, os estudos sobre a cognição no âmbito da Modelagem possuem como

> [...] interesse principal compreender quais ações cognitivas estão envolvidas na atividade matemática dos alunos enquanto lidam com Modelagem Matemática. [...], se preocupa em analisar os processos cognitivos que ocorrem durante o desenvolvimento de atividades de modelagem (Almeida; Silva; Vertuan, 2020, p. 29).

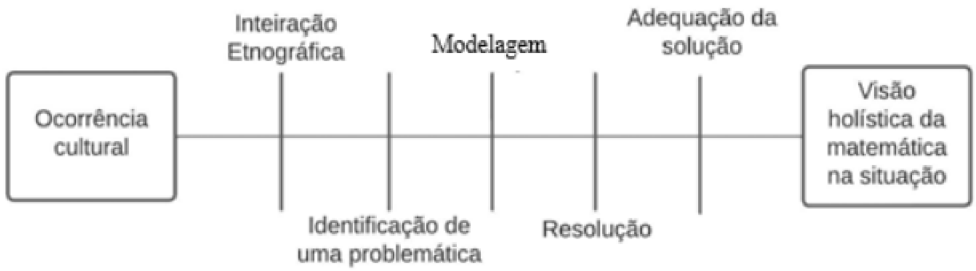
Assim, podemos afirmar que nossos interesses, nesse caso, estão focados nas ações cognitivas (meta-perspectiva cognitiva da Modelagem) que reverberam em ações políticas e sociais dos alunos (tendência educacional da Modelagem) quando postos frente a uma atividade com os pressupostos da Etnomodelagem. Dessa forma, vale lembrar que no primeiro capítulo, destacamos um panorama do cenário atual das pesquisas em Etnomodelagem e, conforme visto, entendemos ser salutar tanto para a pesquisa quanto para um aprofundamento dos estudos em Etnomodelagem, olharmos para sua relação com a cognição e seus desdobramentos, com vistas à ampliação das fronteiras científicas dessa região de inquérito. Para isso, porém, entendemos que o melhor campo de pesquisa é a sala de aula. Portanto, detectamos também na pesquisa do estado da arte realizada a necessidade de propor um delineamento pedagógico para a Etnomodelagem, sendo este, um dos objetivos específicos da presente pesquisa. Na próxima subseção, destacamos melhor tal ideia.

2.4 Etnomodelagem: delimitando uma proposta pedagógica a partir dos seus construtos

Como fruto das pesquisas realizadas e como desdobramento inicial do presente trabalho, idealizamos um delineamento[17] ancorados em Rosa (2005) e Almeida, Silva e Vertuan (2020) para a Etnomodelagem.

Vejamos que a discussão levantada na seção 2.2 mostra diferentes perspectivas para a aplicação da Modelagem em sala de aula. A perspectiva de Rosa (2005) se preocupa em deixar bem claro como a proposta deve ser aplicada, destacando as responsabilidades do professor e do aluno, mostrando uma ideia bastante pedagógica e dialógica. Já Almeida, Silva e Vertuan (2020) apresentam um delineamento bem objetivo, a partir dos seus entendimentos quanto à Modelagem, relacionando cada etapa às descrições e caracterizações. Dessa forma, a partir de uma aproximação com consequente adaptação das duas perspectivas em tela, elaboramos uma proposta visando à implementação de uma atividade nos moldes da Etnomodelagem em sala de aula. As etapas da proposta estão explicitadas na Figura 5.

Figura 5 - Fases da Etnomodelagem em sala de aula



Fonte: Lima e Fossa (2023).

De forma análoga à Almeida, Silva e Vertuan (2020) quando explicam que a Modelagem parte de uma situação inicial para se chegar a uma situação final por meio de quatro fases, em nosso caso, a implementação da Etnomodelagem em sala de aula partirá de uma ocorrência cultural para se chegar à visão holística da Matemática, por meio de cinco fases. Na ocorrência cultural, temos uma fonte de pesquisa na qual o pensamento matemático (etnomatemática) acontece, por exemplo, a partir de uma feira livre, uma profissão, uma empresa, entre outros. Nesta ocorrência cultural acontecem movimentações etnomatemáticas que servem de problema inicial para a pesquisa.

A Inteiração Etnográfica por meio da abordagem êmica, possibilitará ao professor e aluno desenvolverem uma pesquisa etnográfica, indo a campo, para colher informações sobre como a etnomatemática acontece na ocorrência cultural escolhida para pesquisa. Nesta primeira

17 Brevemente já tratado em Lima e Fossa (2023).

fase, a abordagem êmica deve ser priorizada, ou seja, professor e aluno buscarão compreender o pensamento matemático ali existente a partir da ótica dos *insiders.* Nesta busca, será totalmente normal a confronto de ideias, ou seja, a etnomatemática depreendida realmente funciona? Os etnomodelos êmicos são priorizados. Aqui, os agentes envolvidos devem realizar de fato um mergulho etnográfico, pois o foco não é apenas detectar o pensamento matemático em relevo, mas conhecer a cultura estudada em todas as suas particularidades.

Entrando na segunda fase, os alunos deverão identificar uma problemática para estudo em sala de aula por meio da Modelagem Matemática, referente ao pensamento matemático em relevo relacionado à ocorrência cultural, por exemplo, a etnomatemática depreendida causa alguma lisura a algum membro cultural que a pratica? Essa problemática deve emergir espontaneamente, buscando verificar a relação entre o pensamento matemático do *insiders* e sua aplicabilidade no contexto explorado.

Na terceira fase, na Modelagem, os alunos serão levados a trabalhar a transição de representações semióticas da língua materna para a linguagem matemática, conforme destacam Almeida, Silva e Vertuan (2020), o que, por sua vez, fará emergir etnomodelos éticos como hipóteses de solução à problemática levantada. Isso pode ocorrer por meio da definição de variáveis e do mapeamento do objeto matemático pertinente à resolução, entre outros.

Na Resolução, quarta fase, os alunos já de posse de uma tradução da situação matemática para uma linguagem matemática, bem como com uma compreensão quanto aos etnomodelos êmicos catalogados, deverão buscar a solução para o problema matemático inicial a partir da construção de etnomodelos éticos, a depender da situação. Pode ocorrer, nesse caso, que os etnomodelos inicialmente construídos sejam aprimorados, ou outros venham a surgir, a depender das hipóteses levantadas. A validação do modelo também ocorre nessa fase. Por fim, na última fase, a adequação da solução, os alunos deverão interpretar e comparar por meio da abordagem ética, o resultado encontrado com os etnomodelos êmicos iniciais. Os etnomodelos dialógicos podem emergir para dar corpo às comparações e traduções.

Nesta fase, a preocupação principal não é o rigor dos modelos, mas a interpretação qualitativa dos processos envolvidos, ou seja, aquela etnomatemática inicial se aproxima da escolar ou se distancia? Para isso, os *insiders* serão novamente contatados para receberem os resultados dos estudos de forma pertinente, visando possíveis adequações na sua forma de executar o pensamento matemático, ou adequações no modelo ético produzido, visando encontrar-se um modelo dialógico, dentro de uma perspectiva glocalizada da situação.

Ao transitar pelas fases do processo, o aluno deverá chegar a uma visão holística da Matemática, que o permitirá compreender como diferentes pensamentos matemáticos podem dialogar no sentido não hierárquico, ou seja, não de sobrepor o escolar, mas de perceber que no diálogo entre saberes, o mesmo objeto matemático poderá ser visto por vários ângulos, levando o aluno a entender que a Matemática é um produto cultural.

O Quadro 4 nos apresenta um delineamento pedagógico distribuído também em etapas que poderá contribuir para que as fases apresentadas acima sejam implementadas em sala de aula.

Quadro 4 - Delineamento pedagógico a partir das fases da Etnomodelagem

	Inteiração Etnográfica	**Identificação de uma problemática**	**Modelagem**	**Resolução**	**Adequação da solução**
Objetivo	Conhecer diferentes aspectos culturais com foco na etnomatemática.	Elaboração de uma problemática por cada grupo a partir da sua pesquisa.	Traduzir um problema real em um problema matemático nos moldes da Etnomodelagem	Responder a problemática levantada por meio de etnomodelos éticos. Validar modelo matemático.	Verificar se o etnomodelo ético satisfaz a problemática levantada a partir da análise dos *insiders.*
Estratégia	Discussão quanto aos diferentes tipos de pensamento matemático; exposição de vídeos; debate; definição de um tema em específico ou dois no máximo para nortear as futuras etapas da proposta; palestra com sujeitos da comunidade; ida a campo.	Discussão em grupo; interação entre os alunos;	Escolha, implementação e reflexão quanto aos caminhos matemáticos utilizados para resolver o problema definido; debate sobre como a ocorrência cultural poderia ser solucionada pela Matemática escolar.	Sala dividida em grupos; busca pela resolução da problemática levantada; explanação de assuntos matemáticos curriculares; mediação do professor; recepção das produções dos alunos por parte do professor.	Voltar a campo e apresentar aos *insiders* um modelo matemático referente a problematização; propor um etnomodelo dialógico se for necessário;
Ação do Professor	Provocar o aluno; organizar a pesquisa de campo; receber os relatórios;	Realizar observação participante do processo; mediar.	Realizar observação participante do processo; mediar; provocar;	Realizar observação participante do processo; mediar; provocar.	Receber relatórios dos alunos com suas conclusões; organizar a volta à campo;

	realizar observação participante; apresentar conclusões aos alunos.				mediar o diálogo entre *insiders* e *outsiders*; orientar a elaboração de etnomodelos dialógicos.
Ação dos alunos	Pesquisar, dialogar, produzir relatório.	Problematizar.	Pesquisar, dialogar, traduzir situações para a linguagem matemática.	Solucionar a problemática levantada; interagir em busca de soluções.	Entregar ao professor relatório com os modelos; voltar a campo; apresentar conclusões.

Fonte: Adaptado a partir de Lima e Fossa (2023).

Por fim, cabe destacar que existem, ao implementar uma proposta como esta, muitos desafios, como: tempo, número de alunos por sala, níveis diferentes dos estudantes quanto aos conhecimentos matemáticos que, conforme apontam Almeida, Silva e Vertuan (2020) ao comentar sobre os desafios postos à Modelagem Matemática, precisam também ser observadas pelo professor no sentido de planejamento, reinvenção e motivação, consciente de que momentos de desânimo poderão surgir. Que essa conscientização forneça ao professor convicção da importância de um ensino criativo que desperte no aluno o desejo pela pesquisa, resultando em uma visão holística da Matemática e um despertar para a criticidade construtiva.

Dito isso, convém ainda destacar que, frente ao confronto inicial que fizemos quanto aos pressupostos que norteiam a implementação da Modelagem em sala de aula, desejamos explicitar, além do delineamento exposto, os pressupostos que se originaram após nossa experiência quanto a referida implementação, ou seja, desejamos confrontar em que nosso delineamento se aproxima dos pressupostos já existentes. Ademais, conforme abordado na subseção anterior, o delineamento busca desenvolver o senso de pesquisa no contexto implementado para, a partir daí, solidificar os pressupostos da Etnomodelagem com vistas a relação simbiótica da localização, globalização e glocalização.

Na dinâmica proposta, muitos dados podem ser coletados tanto por professores, buscando avaliar o processo, quanto pelos alunos, buscando dar corpo às suas pesquisas, quanto por pesquisadores, buscando responder às problemáticas que os move. Em nosso caso, a proposta aplicada, conforme destacamos no capítulo seis sobre resultados e discussões, fez emergir inúmeros dados no que tange às ações cognitivas dos alunos, fator crucial para responder nossa inquietação científica.

3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, SEMIÓTICA E ETNOMODELAGEM: QUAIS SÃO SEUS PONTOS DE CONFLUÊNCIA?

O objetivo central deste capítulo é justificar o uso da Semiótica de Peirce na presente pesquisa, sendo parte integrante do nosso quadro teórico. Para tal, procuramos argumentar no sentido de propor diálogo entre Semiótica, Matemática, Educação Matemática e Etnomodelagem, além de tecer algumas considerações sobre pontos de intersecção com as Ciências Cognitivas, no sentido de evidenciar confluências e limites nesse sentido, situando a Semiótica no contexto apresentado. Dessa forma, por analogia, olhando para este capítulo como uma rede, podemos considerar que a Semiótica de Peirce compõe seus nós, e as linhas de conexão são a cultura e o conhecimento matemático.

3.1 Educação Matemática e Semiótica: pontos de confluência

Como profissional da Educação, é possível afirmar categoricamente que a Educação Matemática possui ampla relevância prática e teórica quando o que se está em jogo é a formação de cidadãos por meio do ensino de Matemática. Assim, concebemos a Educação Matemática como uma área de pesquisa que busca propor caminhos para potencializar a formação cidadã dos alunos por meio do ensino de Matemática, rompendo a discussão teórica e partindo para atitudes práticas. Nessa direção, Pais (2018) afirma que a Educação Matemática pode ser entendida como "[...] uma grande área de pesquisa educacional, cujo objetivo de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática [...] pode ainda ser entendida no plano da prática pedagógica [...]" (Pais, 2018, p. 10).

Assim, a teoria e a prática atraem os olhares da pesquisa em Educação Matemática, visando implementações empíricas. Kilpatrick (1996) afirma que ela possui dois aspectos, o profissional e o acadêmico. No âmbito profissional, aplicar o conhecimento especializado objetivando ajudar os agentes do processo educacional (professor e aluno) é o foco; já no acadêmico, a Educação Matemática dialoga de forma mais clara com as Ciências Sociais (Kilpatrick, 1996), requisitando assim, investigações de caráter inter, multi e transdisciplinar (Bicudo, 2009). Outrossim, para tal delineamento acadêmico, naturalmente, se faz necessário refletir sobre quando, como e quem pode implementar tais pesquisas. Além disso, pensar sobre a natureza epistemológica da Matemática e cognição está no centro das indagações quanto a esse tipo de conhecimento, fazendo surgir reflexões também no âmbito da Filosofia da Educação Matemática. Nesse rumo:

> a tarefa da filosofia da Educação Matemática é manter vivo o movimento de ação/reflexão/ação nas atividades realizadas em Educação Matemática, sejam essas atividades de pesquisa, ensino e de aprendizagem que ocorrem no âmbito escolar, sejam aquelas que ocorrem no mundo vida, cotidianamente [...] (Bicudo, 2009, p. 230).

As preocupações da Educação Matemática, entendida conforme explicitamos, são vastas: "[...] compreender a Matemática, com o fazer Matemática, com as interpretações elaboradas sobre os significados sociais, culturais e históricos da Matemática. Deve ser mencionado que também é preocupação da Educação Matemática a ação político-pedagógica" (Bicudo, 1993, p. 19-20). Ou seja, os interesses da Educação Matemática consideram importantes quem (professor, alunos, pesquisadores, educadores), como (pesquisa, materiais didáticos, comunicação, linguagem, discurso, artefatos culturais e semióticos), onde (escola, na rua, em casa, no cotidiano, transitando em ambientes culturais), para quê (formação cidadã, transcendência, visão de mundo), considerando o quê (epistemologia matemática, cognição, objetos matemáticos e representação), entre outros, pois muito ainda poderíamos elencar nesse sentido.

Por outro lado, poderíamos questionar se a Semiótica compactua com tais interesses, pois somente assim, poderia haver diálogo entre ambas. Para elucidar isso, se faz necessário primeiro definir a Semiótica, para depois verificar seus interesses e inferir possíveis diálogos.

A exemplo da Educação Matemática, a Semiótica também possui vasta possibilidade de definição, mas a fizemos de forma objetiva. Santaella (2004) nos fala de pelo menos três fontes quando pensamos em Semiótica como ciência, uma americana, com Charles Sander Peirce (1839 – 1914), uma europeia com Ferdinand Sausurre (1857-1913) e, por fim, uma Soviética.

É possível que as correntes europeia e soviética estejam mais voltadas para uma Semiótica dentro do campo da linguística, tanto é que Sausurre é considerado como um dos expoentes na elaboração de teorias que situaram a linguística como ciência autônoma e os filósofos ViesseLovski (1838-1906) e Aleksandr Potebniá (1835-1891), produziram obras nas quais as raízes do estruturalismo linguístico do século XX são encontradas, sendo tais obras a base de futuros estudos para outros pesquisadores como Lev Vygotsky (1896 – 1934).

Contudo, Noth (2005) ainda nos fala da possibilidade de, historicamente, considerar uma Semiótica *avant la lettre.* Nesse contexto, ao analisarmos a Filosofia ao longo dos séculos, o autor, fracionando o tempo em quatro marcos (Greco-romano, Idade Média-Renascimento, Racionalismo-Empirismo– Iluminismo e Semiótica no século XIX), destaca como é possível detectar ideias semióticas durante os períodos citados. Santaella (2018) também destaca a antiguidade das preocupações quanto à linguagem e os estudos dos signos. Tais ideias estão, entre outros pontos, centradas no conceito de signo e representação. Segundo Deely (2003), citado por D'Amore, Pinilla e Iore (2015), o termo *semeion* é a raiz etimológica grega da palavra semiótica e pode ser traduzido por signo. Já Duval (2011) explica que o próprio Platão já concebia as representações como algo que imitava um objeto. Ainda quanto a essa semiótica *avant la lettre* podemos destacar algumas ideias, para apenas mostrar como ela veio sendo delineada ao longo dos séculos, conforme mostra o Quadro 5.

Quadro 5 - Evolução da semiótica ao longo do tempo

Personalidade ou movimento/ recorte temporal	Concepções quanto a Semiótica, signo e sua relação com o conhecimento
Epicuristas (341 – 270)	A sensação como critério de verdade; os objetos são classificados em objetos evidentes, objetos que aguardam confirmação, objetos obscuros por si próprios e objetos obscuros de maneira absoluta; os signos são requisitados pelo raciocínio para tratar dos objetos que aguardam confirmação e dos obscuros por si próprios.
Agostinho (354 – 430)	A teoria da linguagem e do signo se torna uma só; a palavra também é classificada como signo; um signo é compreendido como tudo que significa alguma coisa; conhecer o objeto é fundamental para tornar possível o signo; ontologicamente o signo é inferior ao objeto; são apresentados dois tipos de signos: o signo natural como a fumaça que remete a fogo e os convencionais como as palavras.
Semiótica medieval	Os signos emergem com objetivos religiosos; um signo é compreendido por Guilherme de Ockhan e João de S. Tomás semelhantemente a Agostinho, no sentido de trazer ou lembrar à nossa mente de algo; a semiótica medieval pode ser interpretada como diática, com diferentes formas de interpretar a relação signa, inclusive a relação triádica também poderia ser observada sendo a mente o terceiro componente deste; também há referências aos signos naturais e convencionais; a relação entre os signos de conceitos gerais e os objetos se dá pelos conceitos universais e entidades individuais; Tomás de Aquino influenciado pelo realismo moderado, concebe o signo como o meio pelo qual algo é transportado do conhecido para o conhecimento de algo oculto; os conceitos de natureza geral (universal) estão nas entidades individuais.
Descartes (1596- 1650)	A fonte da verdade superior era a mente; o conhecimento depende da mente e não da percepção e abstração; a ideia era o conteúdo da mente; os signos são as ideias, representações ou imagens; o sujeito só alcança a ideia e não o objeto; as ideias podem ser inatas, adventícias e factícias; a estrutura do signo é triádica; signos não são cópias das coisas, mas representações.
Kant (1724 – 1824)	A mente molda a realidade; o conhecimento é fruto da interação entre o sujeito e os objetos; as intuições são apresentações do objeto e não representações e a mente as recebem por meio dos sentidos; os objetos do conhecimento possuem representações mediadas chamadas de conceitos; os signos são as formas como os conceitos referem-se aos objetos; o esquema relaciona o elemento conceitual (geral) e o sensível (particular); o esquema é uma regra para gerar uma imagem; os conceitos podem ser a priori (com origem na mente) e a posteriori, sendo oriundos da abstração.

Sausurre (1857 – 1913)	Mentor da ciência dos signos – Semiologia; dentre a variedade dos sistemas de signos existentes a língua é a mais importante; da combinação do conceito com a imagem acústica nasce o signo linguístico; as duas faces do signo são o significante e o significado, tendo portanto, uma estrutura diádica e abstrata; os signos podem ser analisados a partir da análise sincrônica (é considerado um sistema de signo em um momento específico) e da análise diacrônica (é considerado a história do sistema do signo estudado, ou seja, sua evolução); os signos linguísticos e a langue possuem outras características, a saber, a arbitrariedade (o signo e o objeto não se relacionam a partir da causa – efeito ou semelhança) e o convencionalismo (aceitação ideal de um corpo social de falantes que usa um sistema de signo).
Piaget (1896-1980)	Alinha-se a Kant no sentido das ações do sujeito estarem ligadas ao conhecimento, mas distancia-se por relacionar o conhecimento às questões biológicas; o uso de representações e símbolos (signos) inicia-se na fase pré-operatória (2 a 6 anos); na fase das operações concretas (6 a 12 anos) a criança já é capaz de usar os símbolos de maneira lógica; na fase das operações formais (a partir dos 12 anos) já há a realização de raciocínios hipotético-dedutivo, indutivo e dedutivo; esquema é a estrutura basilar cognoscente do ser humano; a construção do conhecimento se dá a partir do processo de assimilação dos dados de experiência aos esquemas existentes, gerando a acomodação, ou seja, os esquemas existentes são modificados. Havendo equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, há adaptação que gera a construção do conhecimento; as estruturas, esquemas ou modelos de ação, regulam ações mentais relacionadas ao pensamento simbólico, manipulação de signos arbitrários e o pensamento hipotético dedutivo; as estruturas figurais caracterizam o conhecimento; existem diferenças entre signo e símbolo, nas quais o símbolo assume uma relação de semelhança com o significado e o signo assume uma relação não motivada com o significado.
Vygotsky (1896- 1934)	Os processos mentais como pensamento e raciocínio, entre outros, são dependentes dos processos sociais e culturais; plasticidade semiótica e a habilidade para manipular os signos naturais e criar os signos artificiais distinguem as funções mentais dos seres humanos dos outros animais; os signos influenciam a cognição humana sendo considerados também instrumentos psicológicos utilizados para o domínio dos processos mentais, entre outros; na lei genética do desenvolvimento cultural, o processo de interiorização tem por base a transformação dos instrumentos orientados externamente em instrumentos orientados internamente (signos, por exemplo), ou seja, é a migração do processo interpessoal para o intrapessoal; os signos mediam o processo de interiorização; a mediação semiótica ocorre a partir do ato natural e do artificial, sendo o último apenas inerente ao ser humano; o processo de interiorização requisita atividades semióticas; o signo é o caminho pelo qual ocorrem as transformações das funções psíquicas do sujeito.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de D'Amore, Pinilla e Iore (2015).

Assim, podemos ver que a relação objeto, representação, signo, conhecimento, mente, epistemologia, cognição, não é algo novo nas discussões em torno da construção do conhecimento, da definição de verdade e da natureza da relação mente e objeto. Esse olhar histórico nos permite averiguar como as discussões nesse sentido são amplas e ricas. Concomitante à construção de ideias que hoje podemos enquadrar como construtos semióticos, a definição de Semiótica enquanto ciência foi sendo também delineada. Noth (2015) afirma que a Semiótica, de fato, teve seu início quando Lock (1632 – 1704) reclamou uma doutrina dos signos. Quanto à definição de Semiótica, Santaella (2004), a exemplo de Deely (2003), citado por D'Amore, Pinilla e Iore (2015) busca na etimologia sua primeira definição, isto é, a raiz grega *semeion* como sinônimo de signo para inferir que semiótica é "[...] ciência dos signos" (Santaella, 2004, p. 7).

A autora ainda acrescenta que, buscando não gerar confusão quanto a esse significado, ela pode ser entendida ainda como a região de inquérito de todas as linguagens, como a verbal, sonora, escrita, por meio de desenhos, sinais, símbolos, entre outros, dentro de uma enorme variedade. A partir dessa compreensão, entendemos que "semiótica é a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significação e de sentido" (Santaella, 2004, p. 13). Voltando nosso olhar para a Semiótica peirceana, podemos ainda depreender mais algumas definições.

Garewicz (1978), citado por Santaella (2021), comenta que a Semiótica, que Peirce considerava uma Filosofia dos signos, pode ser considera uma teoria do conhecimento e, por possuir unidades de análise para a cognição, pode também ser considerada uma metodologia. Quanto a essa definição, Santaella (2021, p.74) acrescenta que se deve também perceber que, "[...] a Semiótica de Peirce é uma disciplina filosófica cientificamente concebida e não-antropocêntrica", isto é, a autora apresenta dois sentidos para esse acréscimo, a saber, em primeiro lugar a Filosofia em Peirce possui novo sentido acerca das definições anteriores e, em segundo plano, essa teoria do conhecimento que está em relevo, alcança além da cognição humana, toda e qualquer semiose. Nesse sentido, verificamos as variedades de possibilidades de análises semióticas que podemos realizar no campo da Ciência e Engenharia da computação, por exemplo. Outro ponto importante a se destacar nesse contexto é o posicionamento da semiótica quanto às suas deliberações:

> A Semiótica peirceana não é uma ciência aplicada, nem é uma ciência teórica especial, ou seja, especializada. [...] Sua semiótica que é sinônimo de Lógica, no sentido amplo que lhe foi conferido, não pode ser confundido com as áreas potenciais a que pode ser aplicada. É uma ciência formal e abstrata, em um nível de generalidade ímpar (Santaella, 2021, p. 60).

Tal conceito nos provoca a pensar sobre sua relação com as demais ciências, pois sendo sinônimo de Lógica, poderia esta dialogar com todas? Aqui, estamos falando sobre seus propósitos. Respondendo ao questionamento feito, Santaella (2021, p. 68) apresenta alguns pontos, entre eles, que a Semiótica possui uma estrutura abstrata que serve como instrumento analítico compreensivo do signo, sendo tal estrutura as fundações de uma Semiótica Geral. Outrossim "[...] esse conjunto está plenamente capacitado para funcionar, tal como Peirce queria, como uma fundação fenomenológica, ontológica e epistemológica para toda e qualquer ciência, área do saber humano ou disciplina particular" (Santaella, 2021, p. 68). Assim, antes de argumentarmos em favor da aproximação entre Educação Matemática e Semiótica, vamos olhar para a aproximação desta última com a Matemática.

Nesse rumo, entendemos que esta fundação fenomenológica, ontológica e epistemológica, sendo sinônimo de Lógica para Peirce (Santaella, 2021), possui elementos compatíveis para se aproximar da própria Matemática, que, por sua vez, é uma ciência lógica em sua essência. Isso gerou muitos desdobramentos. Por exemplo, segundo D'Amnore, Pinilla e Iore (2015) tal aproximação se justifica em duas colunas, a primeira na concepção formalista de David Hilbert (1862-1943) quanto à Matemática, sendo esta composta de sistema formal formada por axiomas evidenciados em símbolos, e na ideia de Galileo Galilei (1564-1642), na qual a Matemática seria uma linguagem.

Já Hoffmann (2006) ao discutir diferentes perspectivas semióticas relacionadas aos problemas abordados nesse âmbito, como representação do conhecimento matemático, entre outros, considera que a Matemática é uma ciência genuinamente semiótica. Por isso, podemos concordar que "[...] a semiótica e a matemática nasceram e cresceram juntas, uma ao lado da outra, ajudando-se e sustentando-se mutualmente [...]" (D'Amore; Pinilla; Iore, 2015, p. 27). Para aprofundar essa ideia, basta olharmos para as considerações quanto à Semiótica *avant la lettre* destacada no Quadro 5.

Observando cuidadosamente as considerações presentes nele, podemos observar que a relação objeto-representação ganha um certo protagonismo. Nesse contexto, estamos falando agora do signo, que, é "[...] um signo porque representa algo que não é ele, que é diferente dele. Representa o objeto numa certa medida e dentro de uma certa capacidade, de uma determinada maneira e, portanto, com algumas limitações" (Santaella, 2021, p. 267).

A partir disso, outro ponto que precisamos considerar é que "[...] todo o nosso acesso cognitivo à realidade é relativo e mediado por signos, em vez de ser direto e absoluto. Mas os signos devem ser incorporados e, portanto, dependem de objetos para que possam entrar na realidade e funcionar como signos" (Otte, 2011, p. 1, tradução nossa). Assim, signos representam objetos e, por assim serem, mediam a cognição humana. Em Matemática essa mediação é a única forma de acessar os objetos matemáticos, pois

> [...] a essência da matemática consiste em trabalhar com representações: A matematização significa representar problemas ou fatos por meio de símbolos, índices e representações relacionais, conforme a história da matemática; o cálculo significa transformar essas representações de acordo com as regras de um determinado sistema de representação; a prova significa representar um teorema como implícito em outros teoremas dentro de um sistema consistente de representação; e a generalização é a reestruturação desses sistemas de representação para incluir novos objetos e relações matemáticas designados simbolicamente (Hoffmann, 2006, p. 279, tradução nossa).

Talvez, seja por isso que Duval (2011) dá tanta ênfase à necessidade de considerar que, na aprendizagem de matemática, os processos cognitivos são diferentes daqueles requisitados por outras áreas, quando se trata da construção do conhecimento. Resumindo, a relação da Matemática com a Semiótica, pelo exposto acima, é natural e inerente ao pensamento matemático, dado sua epistemologia de representações, ou seja, “como é impossível compreender e vivenciar diretamente os objetos e a objetividade da matemática, precisamos de sinais e representações. A cognição matemática é mediada por representações” (Hoffmann, 2006, p. 279, tradução nossa), isto é, tal aproximação é epistemológica, cognitiva e peremptória.

Diante dessa aproximação da Semiótica com a Matemática, não seria demasiado afirmar que podemos extrair aproximações entre Semiótica e Educação Matemática também de forma inerente ao processo de ensino, pois seria antagônico considerar que a Semiótica se aproxima da Matemática e não da Educação Matemática. Destacamos anteriormente cinco pontos inerentes à dinâmica da Educação Matemática, quem, como, onde, para quê e o quê. No quesito “quem”, todos os agentes envolvidos constroem conhecimentos, do pesquisador ao aluno. Por exemplo, quais seriam a questão norteadora e objetivos de uma pesquisa na dimensão semiótica? A resposta é simples, por um lado, seriam representações de objetos, ou seja, signos, e, por outro, poderiam ser o próprio objeto semiótica.

Na dimensão como os objetos semióticos poderiam ser tangíveis ou intangíveis, tangíveis como materiais manipuláveis e tecnológicos, e intangíveis como epistemologia, cognição, pensamento matemático, história da matemática, resolução de problemas, modelos matemáticos, relação didática entre professor, saber e aluno, discursos, comunicação, linguagem, etnomatemáticas, erros, acertos, formação de professores, avaliação, entre outros. Alunos, também representam e relacionam os objetos culturalmente. O aluno é o foco cognitivo, então, tudo que foi citado, relativo ao pesquisador, tem como foco, nem que seja em última instância, os alunos.

No quesito “onde”, a Educação Matemática considera que os processos de ensino e aprendizagem podem ocorrer em qualquer lugar e, semioticamente falando, os lugares nos quais a construção do conhecimento ocorre, estão imbuídos de artefatos referenciais. Por exemplo, na rua, existem placas de trânsito, sinais sonoros, luminosos; nos ambientes culturais como feira livre, existem comércio, medidas, cálculos, variedades de itens; no mercado, existem produtos organizados por tipo, estratégias de marketing; na escola, existem debates, leituras, compartilhamento de ideias, o trato com o saber sistematizado; nas igrejas existem referências ao sagrado; nas famílias, existem hierarquia e atividades domésticas, entre outros. Tudo isso está carregado de significado e sentido que pode ser utilizado para a produção do conhecimento, ou seja, temos a relação objeto-representação pulsando. A Educação Matemática reconhece essa variedade de elementos e a Semiótica tanto explica sua importância quanto a evidência nos processos de semiose.

No quesito "para quê", a Educação Matemática foca, entre outros pontos, no desenvolvimento de alunos críticos, que problematizem, avaliem e leiam o mundo pela Matemática, saibam planejar, implementar e avaliar. Em outras palavras, a Educação Matemática questiona o propósito do ensino. Na semiótica, quando Santaella (2021, p. 105) afirma que "a ação do signo é a ação de determinar um *interpretante*[18], [...] o interpretante deve ser rigorosamente compreendido como o efeito que o signo está apto a produzir [...] ou que efetivamente produz [...] numa mente interpretadora", isto é, se, em Educação Matemática o efeito do ensino deve ser levado em consideração, na Semiótica peirceana, isto está relacionado com os efeitos indefinidos que um signo é capaz de gerar sobre uma mente.

Por fim, no quesito "o quê", a Educação Matemática considera alguns pontos, como epistemologia, cognição, objetos matemáticos, representações, entre outros, como elementos importantes na dinâmica da produção de conhecimento. Da mesma forma, tanto a Semiótica *avante la lettre* como parte da Semiótica contemporânea, considera tais elementos como fundamentais para a produção de conhecimento.

Dos pontos de confluência mencionados, é possível depreender inquietações científicas e Hoffmann (2006), discutindo sobre problemas cruciais a aprendizagem da Matemática, destaca que, observando pesquisas propostas por alguns autores nesse âmbito, é possível elencar quatro campos: o primeiro versa sobre a relação conhecimento matemático e a capacidade de representá-lo (destaque a Reymond Duval e Paul Ernest); no segundo campo, as questões sobre produção de significados no Ensino de Matemática são o foco, com vistas a jogos de interpretação, onde se questiona a forma como as crianças podem depreender os conceitos matemáticos, conferindo-lhes significado (idealizada por Sa'enz-Ludlow), e a discussão sobre

18 Este termo será melhor explicado quando tratarmos da semiótica de Peirce de forma mais profunda.

a objetividade e Matemática (proposta por Luiz Radford). No terceiro campo estão as discussões sobre epistemologia no ensino de Matemática, e no quarto campo, estão as discussões sobre a relação entre signos e os aspectos sociais.

Como podemos verificar, falar sobre a relação entre Semiótica e Educação Matemática é inerente ao ensino, tanto dentro dos construtos da Educação Matemática, quanto daqueles da Semiótica. É importante destacar, contude, que, cientes que não existe só uma corrente quanto a Semiótica, podemos assim, ressalvar que,

> se estivermos interessados em problemas epistemológicos de aprendizagem e comunicação da matemática, e se precisarmos de uma terminologia semiótica altamente diferenciada que permita discussões muito precisas de problemas como significado, cognição, interação e interpretação na matemática, a semiótica de Peirce é, de longe, a melhor ferramenta (Hoffemann, 2006, p. 290, tradução nossa).

Dessa forma, nesta pesquisa, a Semiótica de Peirce cumpre um de seus objetivos: contribuir para analisarmos semioticamente a aplicação do delineamento proposto, com o objetivo de evidenciar impactos cognitivos e seus desdobramentos, em face da sua capacidade científica ampla para discussões quanto ao ensino de Matemática. Buscando aprofundar ainda mais a argumentação quanto a esse diálogo, entendemos ser conveniente examinar como o próprio Peirce concebia o ensino de Matemática.

Quanto à Matemática em si, quando Peirce destacou seu edifício[19] científico, ela foi considerada, ao lado da lógica, parte integrante das ciências da descoberta, que possuem, dentre outras características, o fato de não dependerem de outra ciência, serem puramente hipotética, serem fundada em premissas não-assertivas, não requererem suporte experimental e serem considerada uma ciência da observação (Santaella, 2021, p. 166-167). Dito isso, como ele concebia o ensino de matemática?

Em Garnica (2001), podemos encontrar uma análise bastante interessante sobre isso. O autor explica que, para entender o processo de ensino e aprendizagem nas ideias de Peirce, devemos atentar, primeiro, para sua própria teoria geral dos signos e, em segundo lugar, para seus escritos quanto ao ensino de Matemática. Surpreendentemente, Peirce escreveu sobre o ensino de Matemática e, para longe de qualquer especulação sobre o suposto não-diálogo entre Educação Matemática e Semiótica peirceana, nada melhor que examinar tais escritos. Garnica (2001) destaca que, de acordo com especialistas nos escritos de Peirce, pode-se considerar que,

19 Que foi explicitado na seção que trata dos construtos da semiótica de Peirce.

pelas características depreendidas e o contexto histórico de sua produção, ele pode ser considerado um escritor de livros didáticos, com forte posição revolucionária frente ao currículo de sua época, antecipando a necessidade de revisões nesse âmbito.

Lançando um olhar sobre os manuscritos 189, 181, 182 e parte do 179 (Aritmética Elementar de Peirce), Garnica (2001) explica que é possível extrair ideias interessantes sobre como ele pensava o ensino de Matemática. Primeiramente, Peirce cria dois personagens, uma criança e sua avó, que conversam sobre números, com características de contos infantis que, aos poucos, vão sendo abandonadas, mostrando, um certo cuidado com a linguagem utilizada, ao passo que no desenvolvimento da conversa, cálculos são esboçados, e a necessidade do uso de materiais didáticos como cartões e desenhos, entre outros, são indicados como suporte ao ensino, além do uso de rimas e contos tradicionais americanos, fazendo uma clara referência a cultura. Quanto as operações aritméticas em si, traz Garnica:

> O recurso mnemônico amplamente utilizado não é uma mera técnica para facilitar o cálculo, mas se justifica pelo próprio fato de dar à criança uma referência próxima e concreta. O mesmo recurso pode ser visto quando Lydia ensina Barbara e Benjie a contar usando os dedos, mas depois disso, usando alguns exemplos, o significado fica claro. Multiplicação, divisão, média (média aritmética) e regra de três são questões discutidas no primeiro livro de aritmética (Garnica, 2001, p. 44, tradução nossa).

Pelo que podemos observar, existia uma ampla preocupação para Peirce quanto à forma como o ensino de Matemática deveria ocorrer, pois recursos como materiais didáticos, contextualização cultural e o uso da memória foram considerados por ele como indispensáveis. Isso também pode ser observado quando Peirce se dirige aos professores:

> O conselho de Peirce aos professores é claro, e em muitos pontos, bastante semelhante ao pensamento moderno com relação à alfabetização matemática. É enfatizada a importância dos materiais didáticos complementares (como fichas coloridas, bolsas, ábacos, diagramas, cartões), bem como de elementos familiares ao contexto mais próximo da ideia de número [...] de uma forma natural, clara, simples e útil [...] (Garnica, 2001, p. 43-44, tradução nossa).

Diante do exposto, o autor conclui que, a partir de uma revisão bibliográfica, fica clara a relevância de Peirce tanto para a Educação, quanto para a Educação Matemática. Assim, a partir dessa tessitura Educação Matemática/Semiótica peirceana, perpassando pela relação Matemática/Semiótica, na próxima subseção destacamos a aproximação entre cognição/cultura e Semiótica/cognição.

3.2 Cognitivismo e Semiótica: a cultura como ponto de intersecção

Somos diferentes das outras espécies em vários fatores, entre eles, em razão da capacidade cognitiva que nos permite construir significados, sentidos e nos posicionar no imenso sistema cultural no qual estamos inseridos. Nessa subseção, iremos destacar alguns conceitos chave para nosso trabalho: cognição, ciências cognitivas, evolução das teorias de aprendizagem, cultura e a simbiose cultura/cognição. Por fim, trataremos de aprofundar as justificativas sobre o porquê a semiótica peirceana se adequa aos estudos sobre cognição de forma dialógica, sedimentando, assim, nossa escolha em utilizá-la como lente analítica.

3.2.1 Por que é importante pensar sobre a influência da cultura em nossa cognição?

Buscando responder à pergunta que abre esta subseção, vamos primeiro conceitualizar alguns termos de forma objetiva. Ao longo dos séculos, a aprendizagem tem sido tema de pesquisas e debates em várias áreas, como Filosofia e Psicologia. Muitas ideias surgiram tentando explicar esse complexo processo. Nos primórdios da humanidade, registros arqueológicos já mostram, conforme destaca Roque (2012), que a abstração matemática em construção pelos indivíduos de outrora, já fazia uso de símbolos para quantificar objetos.

Certamente, os povos de então precisavam repassar para seus sucessores essas ideias e isso requisitava dois processos: ensino e aprendizagem. Ou seja, paralelo à existência do homem, o aprender e o ensinar, e o tentar compreender esses processos tem sido escopo de curiosos ao longo do tempo. Vejamos que nesse curto pensamento, cognição e cultura já foram de certo modo destacados como dois polos não dicotômicos. Em tempos mais recentes, a psicologia cognitiva é a ciência que tem se destacado no aprofundamento dos estudos da cognição. Stember (2008) destaca que os antecedentes dessa ciência foram o Estruturalismo, Funcionalismo, Pragmatismo, Associacionismo, Behaviorismo e a Psicologia Gestalt, sendo o cognitivismo uma síntese dos dois últimos.

No âmbito do cognitivismo, Costa e Lucena (2018), definem cognição como a ação de adquirir o conhecimento. Particularmente, não discordamos dessa premissa, mas destacamos uma outra que melhor explica como entendemos cognição: “[...] é o processo através do qual o mundo de significados tem origem. À medida que o ser se situa no mundo, estabelece relações de significação, isto é, atribui significados à realidade em que se encontra” (Moreira, 1982, p. 3). Para nós, essa definição torna-se mais abrangente no sentido de apontar dois pontos, significação e realidade onde estamos inseridos. Isso porque, conforme destacam Costa e Lucena (2018), a vida prática é onde a cognição está enraizada, mobilizando os chamados processos cognitivos, como atenção, memória, reflexão, emoção, raciocínio e linguagem. Destarte, é no cotidiano, na vivência em sociedade, dentro da cultura, que os significados são construídos, os sentidos são produzidos e nossa estrutura cognitiva, compreendida como um “[...] conjunto total de ideias de um certo indivíduo e sua organização” (Moreira, 1982, p. 4) é moldada.

Vejamos que, ao discutir um dos papéis da escola, Dewey (1979) faz uma leitura interessante da sociedade. Partindo de uma visão macro, destaca que tal sociedade é composta por pequenas comunidades como grupos de convivência, família, igreja, grupo de trabalhadores, de crianças, um clube, entre outros, e que de forma geral “cada um desses grupos exerce um influxo formador nas disposições ativas de seus componentes” (Dewey, 1979, p. 22). Embora não concorde com todas as disposições gerais do que o referido autor esteja postulando na obra “Democracia e Educação”, concordamos que, de fato, nossa convivência em grupos culturais exerce tal influência na construção de significados, de forma que, seria impossível pensar no indivíduo e cultura como conjuntos disjuntos, até porque como destaca Radford (2011), é o contexto social e cultural que enraíza o conhecimento.

O conhecimento prévio que temos das coisas, componente intrínseco à nossa estrutura cognitiva, é um fator que também precisa ser levado em consideração quando estamos a falar de cognição, e consequentemente, de aprendizagem, pois conforme destaca Ausubel, Novak e Hanesian (1980), esse conhecimento tem imensa influência na aprendizagem. Ademais, podemos inferir que o cognitivismo postula, entre outros pontos, que nossa estrutura cognitiva é influenciada por fatores externos (culturais, por exemplo) e por fatores internos como os conhecimentos prévios. Logo, não seria exagero concordar com Stember (2008) quando afirma que nossa cognição possui a habilidade de se articular e adaptar.

Nosso cérebro, centro de aprendizagem, é, segundo Costa e Lucena (2018), onde os processos cognitivos se relacionam como percepção, atenção, memória, pensamento, por exemplo, porém não de forma constante, mas variável, conforme aponta Vigotski (2000). Essa relação variável, por exemplo, foi notada pelo autor ao estudar a relação do pensamento e linguagem. Nas pesquisas conduzidas por Vigotski, ficou evidente que a fonética e a semântica fazem um movimento distinto, ou seja, seus aspectos se desenvolvem em sentidos opostos: no fonético, a criança vai da palavra para a frase; no semântico, o processo se inicia da frase para a palavra. Os estudos do referido autor, além de destacarem esse ponto preponderante para as análises cognitivas, destacaram ainda que a influência dos aspectos culturais sobre o indivíduo não era algo superficial, mas inerente. Luria (1992), afirma que nas conclusões de Vigostki, é possível postular que o homem é um produto do meio ao passo que é também um ser ativo na construção deste.

Nesse contexto, ainda cabe ressaltar que nessa relação cognição-cultura, a comunicação é fator precípuo. Neste universo, concordamos com Luria (1992) ao argumentar que dentre as ferramentas físicas ou mentais que temos para dominar as chamadas "tarefas sociais", a linguagem foi uma dessas ferramentas criadas pelo ser humano, sendo ainda juntamente com a aritmética, artefatos culturais. Logo, cada cultura possui uma forma de ser no mundo que, por sua vez, faz emergir diferentes linguagens, códigos, símbolos, costumes, crenças, valores, epistemologias matemáticas, entre outros. Por exemplo, povos antigos implementaram diferentes sistemas de numeração, com características voltadas à sua cultura e aos seus problemas.

Roque (2012), ao pôr em confronto os sistemas egípcio e mesopotâmico, destaca diferenças nos métodos para realizar operações aritméticas. A autora explicita que, nos dois sistemas de numeração, haviam limitações e faziam uso de tablets de argila. Contudo, não podemos falar aqui que um sistema evoluiu e gerou outro, pois, na verdade, temos no cenário histórico duas matemáticas distintas. Ou seja, duas epistemologias que, em diferentes épocas e culturas, emergiram para a vivência cultural.

Radford (2011) ainda mostra que os sistemas de numeração poderiam ser relacionados culturalmente com questões morais, promovendo certos significados internos ao grupo e que alguns sistemas de numeração eram relacionados a partes do corpo, onde seus membros culturais se utilizavam desse artifício para contar, como os povos Oksapmim e os Yupnos, sendo possível notar uma episteme bem delineada nesses povos, sejam eles babilônicos, egípcios, mesopotâmicos ou oriundos de povos mais isolados. A partir disso, a proposta do pensamento primitivo defendido pelo filósofo e sociólogo francês L.L. Bruhl (1857-1939) foi rechaçada pelo próprio grupo de Vigotski, no qual este, ao comandar um grupo de pesquisadores que se deslocaram até o Usbequistão, realizou diversos testes com povos originários, visando observar como aconteciam a codificação linguística, classificação e abstração e atividades cognitivas como resolver problemas verbais e não-verbais.

A conclusão foi destacada por Luria (1992) como surpreendente, pois os povos iletrados (termo usado pelo autor) demonstraram excelente capacidade para julgar e tecer conclusões de acordo com a lógica, entre outros pontos. Sendo, portanto, o âmago desta questão as mudanças qualitativas nos processos de pensamento produzidas pelas mudanças nas atividades práticas.

Ou seja, não existe pensamento inferior quando se comparam povos iletrados aos tecnológicos, estando, portanto, Bruhl equivocado.

Esse impacto cultural é tão relevante ao pensamento e à episteme que Radford (2011) chegou a argumentar que os obstáculos epistemológicos de que trata Guy Brusseau (1933-2024) no âmbito da didática francesa, não resistem aos aspectos culturais, quando citou, por exemplo, que na China, alguns povos se utilizam de varetas para representar os números negativos e positivos e, a partir disso, realizar operações. Ou seja, argumenta que em tais povos não foi verificado os chamados obstáculos epistemológicos descritos por Brousseau, sendo superados a partir da manipulação de artefatos culturais (varetas), pois tais varetas estavam recheadas de aspectos morais e eram utilizadas para realizar os cálculos de forma didática e cultural.

Como percebemos, existem evidências que o pensar matematicamente está relacionado com aspectos culturais envolvidos com as questões práticas. Por outro lado, a aprendizagem era algo também intrínseco a algumas culturas, pois por exemplo, Roque (2012) cita que os tablets mesopotâmicos também tinham um caráter pedagógico para aquele povo. Nessa simbiose, os processos cognitivos são requisitados. Vejamos que fatos históricos apontados por Roque (2012) e Radford (2011) e fatos experimentais citados por Luria (1992) mostram que a aprendizagem está vinculada cognitivamente a fatores culturais também. Nossa crítica nesse ponto é que, parece que as escolas de forma tradicional, negligenciam esses elementos históricos e empiricamente comprovados, propondo uma espécie de ensino deslocado da realidade e de fatores culturais, sendo o etnocentrismo acadêmico e escolar uma prática com reverberação no currículo, na formação e prática docente.

Pensar nessas questões, geralmente nos leva a buscar no cognitivismo uma saída e nas diferentes ferramentas que nos são apresentadas uma forma de potencializar o ensino de Matemática. Porém, nesse âmbito, é consenso que não existe tendência ou metodologia perfeita, mas nos parece ser historicamente claro que ensinar Matemática sem resvalar, no mínimo, em questões culturais, seria um equívoco gigantesco. Mas, se considerarmos a cultura do aluno como ponto-chave no ensino, como a cognição desse se comporta? Há diferenças cognitivas quando a cultura não é considerada no ensino de Matemática? Conforme já explicitamos, essas perguntas embasam a problemática central desse trabalho. Delas poderia vir um desdobramento: seria a Ciência Cognitiva a única a nos ajudar a respondê-las? Certamente, a referida ciência possui uma enorme competência para tal. Mas ela não é a única. A semiótica peirceana também pode nos ajudar nesse sentido, conforme apontamos anteriormente, quando explicitamos sua relação com a Educação Matemática. Ademais, na próxima subseção, destacamos pontos de intersecção entre Semiótica e as ciências da cognição, buscando, em seus limites, aprofundar a justificativa para optarmos pela Semiótica para construir nossa lente teórica.

3.2.2 Semiótica e Ciências da Cognição: um olhar sobre seus pontos de intersecção e limites

As análises quanto aos efeitos cognitivos e seus desdobramentos gerados a partir do ensino de Matemática conectado à cultura por meio da Etnomodelagem, compõem a base dessa pesquisa. Porém, como tratamos aqui sobre cognição, entendemos ser necessário destacar como as Ciências Cognitivas dialogam com a Semiótica, visando desconstruir a visão que ambas são totalmente antagônicas, pois se assim fossem, a Semiótica não seria cientificamente eficaz na linha de raciocínio que estamos seguindo. A partir disso, aprofundar as justificativas pela escolha da Semiótica para esta pesquisa, já iniciada anteriormente quando argumentamos em favor da relação plausível entre Semiótica, Matemática e Educação Matemática, se faz necessário, sendo seus limites o ponto principal a se destacar nesse contexto.

Sem nos delongarmos muito nesse ponto, queremos destacar que a Semiótica peirceana possui pontos bem alinhados com as ciências cognitivas, não sendo duas áreas excludentes. Conforme destaca Noth (2005), as ciências cognitivas não são opostas à Semiótica de Peirce e, em contraste a isso, possuem pontos em comum. Noth (2005) ainda mostra, a partir de uma análise das raízes da psicologia, que os estudos da mente eram divididos em cognição, afeição e conação e que Imanuel Kant (1724 – 1804) usava uma tríade nesse sentido, a saber, razão pura, julgamento e razão prática e que as tríades em relevo correspondem na Semiótica de Charles Peirce às categorias universais de primeiridade, secundidade e terceiridade, sendo esse o primeiro construto em comum, em suas respectivas áreas.

Um segundo ponto de intersecção nesse âmbito é justamente sobre a cognição. Anteriormente, tecemos algumas definições dentro das ciências cognitivas sobre isso. Ademais, a cognição no pensamento peirceano é parte integrante da terceiridade, pois é nessa esfera dos modos de percepção que Peirce aponta existir a camada de inteligibilidade (Santaella, 2004). Isso porque, conforme destacado anteriormente, quando nos detemos a conceituar o signo, esse é composto por um objeto, representamem e o interpretante. O efeito que o signo produz na mente é chamado de interpretante, logo, esse efeito é chamado de semiose, e a cognição, nessa linha de raciocínio se torna “[...] um elemento constitutivo no processo do signo triádico ou semiose [...]” (Noth, 2005, p. 129). Se apropriando de uma boa analogia, o autor ainda destaca que, se compararmos a Semiótica de Peirce a uma rede, a cognição seria seus nós, partindo da ideia que todo pensamento também é um signo (Noth, 2005). Outrossim, se o pensamento de Peirce é verdade nesse sentido, para que a semiose aconteça, processos cognitivos são requisitados, como memória, raciocínio, percepção, entre outros.

Um terceiro ponto que merece destaque é relativo ao construto dos esquemas. Noth (2005) mostra que tal ideia foi utilizada por Kant, pelo psicólogo Frederic Bartlett (1886-1969) e por Jean Piaget (1896-1980). Remalhart (1980,) define esquema como:

> [...] uma estrutura de informação para representar os conceitos gerais guardados na memória [...]. Um esquema contém como parte de sua especificação, a rede de intercorrelações que se acredita estar normalmente entre os constituintes do conceito em questão (Remalhart, 1980, p. 33-34 *apud* Noth, 2005, p. 139).

O autor ao comentar a definição de esquema apresentado por Remalhart (1980), destaca pelo menos três implicações semióticas: a definição de esquema está atrelada ao conceito de semiose, a segunda está ligada ao conceito inferencial da semiose e a terceira ao fato de os esquemas proporem relações que fazem parte da constituição de um conceito. As representações mentais, quarto ponto a ser destacado, são ainda um processo cognitivo natural tanto dentro do cognitivismo como na Semiótica de Peirce, afirma Noth (2005). Isso porque, tanto Vigotski ao tratar da constituição de representações mentais por meio de signos, quanto Piaget, ao tratar de imitações de objetos externos por meio de representações mentais, dão ênfase a esse ponto, entre outros.

Por fim, Noth (2005) ainda salienta que não são todas as correntes semióticas que possuem alinhamento com as ciências cognitivas, como a corrente postulada por Ferdinand Saussure (1857-1913). Isso se explica pela heterogeneidade das correntes e pelas diferentes visões que cada corrente propõe sobre vários temas, como o signo, por exemplo, que para Saussure possuía uma composição diática, em contraste com Peirce, que nos apresenta uma composição triádica.

Diante do exposto, podemos inferir que a Semiótica de Peirce possui ampla relação com as ciências da cognição. Isso torna possível verificar aspectos cognitivos também por meio dessa área de conhecimento, destacando, inclusive, consequências práticas da ação do signo nas mentes interpretadoras. Não obstante, essa característica da Semiótica de Peirce, que está principalmente enraizada nos modos de percepção que ele evidencia, vai, a nosso ver, além dos limites da cognição, pois como é observável, as ciências cognitivas olham mais para o interior da mente ou para o que o exterior causa no interior dessa mente. A Semiótica de Peirce, nos propõe olhar também para esse interior, mas evidencia claramente que as consequências da semiose são notadas e possuem relevância para relação objeto/representação no mundo vida.

Ademais, é bom lembrar que iniciamos essa seção tratando da simbiose cognição-cultura, e, portanto, olhando outra vez a hipótese dessa pesquisa, nasce a curiosidade de observar como as ações cognitivas dos alunos podem se comportar quando estes são postos frente a atividades escolares que mobilizem aspectos culturais e matemáticos concomitantemente. Assim, entra a Etnomodelagem como ponto central. Ela, por possuir em seus pressupostos a aproximação entre Matemática escolar e cultural, mobiliza automaticamente elementos dos dois universos. Assim, cabe-nos lançar nosso olhar sobre o movimento dos pressupostos da Etnomodelagem em sala de aula e, assim, compreender como as ações cognitivas dos alunos se comportam. Diante disso, encontrar confluência entre a Semiótica de Peirce e a Etnomodelagem é necessário, sendo esse o foco no próximo capítulo, onde inicialmente, apresentamos alguns construtos da Semiótica e concluímos apontando a referida confluência.

4 SEMIÓTICA: QUAIS ASPECTOS SÃO DESTACADOS NESSE TRABALHO?

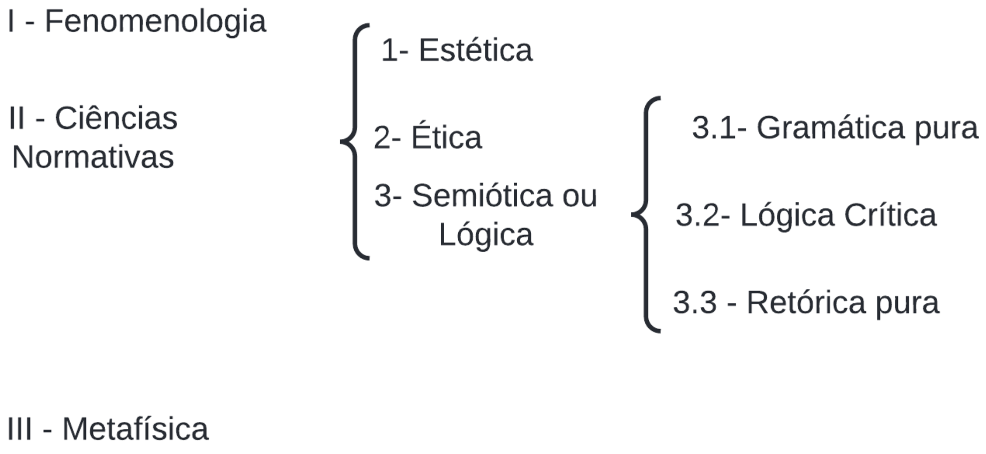
Falamos anteriormente que é possível detectar pelo menos três origens semióticas no que tange a uma visão científica. Elucidamos também, conforme aponta Noth (2005), que, historicamente falando, é possível também falar de uma semiótica *avant la lettre.* Tal análise histórica também é possível de encontrar em D'Amore, Pinilla e Iore (2015). A partir de Santaella (2004) trouxemos algumas definições quanto ao como se define contemporaneamente a Semiótica, além de definir signo, e os modos de percepção de forma superficial.

Nesse capítulo, aprofundamos o conceito de signo, seguido de seus fundamentos e de sua composição. Além disso, destacamos os modos de percepção, apontando alguns exemplos práticos nesse âmbito. Tudo isso, claro, não representa a totalidade da teoria de Peirce, mas entendemos ser suficiente para delas, extrair as unidades de análises que deram corpo à lente semiótica utilizada para analisar os dados da pesquisa. Para que tudo faça sentido, partimos do edifício filosófico de Peirce para situar a Semiótica no campo científico.

4.1 Edifício filosófico de Peirce e composição signica: situando os fundamentos

Relativo ao pesquisador Charles Sanders Peirce (1839-1914), Santaella (2004) explica que ele foi considerado um matemático, físico e astrônomo, porém, estudou e contribuiu em diversas áreas como Geodésia, Metrologia, Espectroscopia, Biologia, Geologia, Linguística, Filosofia e História. Contudo, a Lógica era considerada a área que mais despertava sua paixão. A autora evidencia ainda que Peirce mergulhou no universo da Filosofia muito cedo e que, ao propor levar para tal área os métodos investigativos da ciência, concebe a possibilidade de as disciplinas filosóficas serem aceitas como ciências, nascendo dessa forma, para Peirce, um vínculo entre Filosofia e Lógica e, nesse contexto, ao relacionar Lógica, Filosofia e Semiótica, é importante considerar que, para ele, a Lógica nasce em sua completude dentro do campo da Semiótica. Nesses termos, cabe expor na Figura 6 a estrutura filosófica de Peirce.

Figura 6 - Arquitetura Filosófica de Peirce

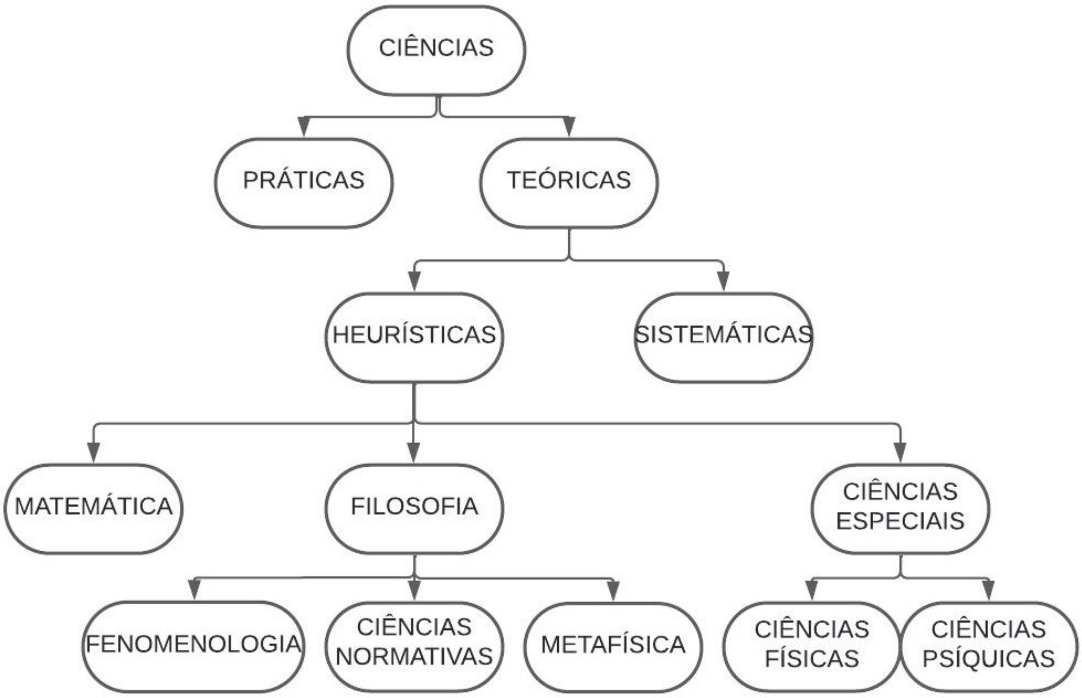


Fonte: Santaella (2004).

Como observamos, na estrutura filosófica de Peirce, a fenomenologia compõe sua base, pois “[...] meramente observa os fenômenos e, através da análise, postula as formas ou propriedades universais desses fenômenos. Deve nascer daí as categorias universais de toda e qualquer experiência e pensamento” (Santaella, 2004, p. 29). As ciências Normativas, por sua vez, “[...] investigam as condutas de uma mente que aprende pela experiência” (Pires, 2008, p. 152 *apud* Novak; Brandt (2017, p. 4). Finalizando a arquitetura filosófica de Peirce, temos a metafísica que segundo Santaella (2004) é considerada a ciência da realidade.

As ciências normativas dividem-se em três outras áreas, a Estética, Ética e a Semiótica ou Lógica, que “[...] tem por função classificar e descrever todos os tipos de signos logicamente possíveis” (Santaella, 2004, p. 29). Por outro lado, Santaella (2021) amplia o edifício filosófico para situar de forma mais clara a Semiótica, estabelecendo assim, um edifício científico. Nesse edifício é possível situar também a Matemática. Segundo a autora, a primeira divisão científica proposta por Peirce foi classificar as ciências em teóricas ou práticas. Ademais, as ciências teóricas seriam divididas em heurísticas (ou ciências da descoberta) e sistemáticas, as ciências heurísticas se dividem em Matemática, Filosofia e Ciências Especiais e a Filosofia segue a divisão proposta na Figura 6. Já as Ciências Especiais se dividem em Ciências Físicas e Psíquicas. Propondo deixar o campo de visão mais claro, vejamos como fica o edifício de Peirce na Figura 7, situando melhor a Semiótica e a Matemática.

Figura 7 - Edifício científico de Peirce



Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Santaella (2021).

Esse edifício nos permitiria trazer reflexões a partir de cada ciência, expondo as justificativas de Peirce para assim estruturá-lo. Porém, nossos olhos devem estar voltados para a Filosofia, nesse caso, em virtude de a base para a Semiótica. Nessa direção, “[a]s observações da Filosofia se voltam para os Fenômenos que são comuns a todos, utilizando experiências familiares reconhecidas por qualquer pessoa” (Santaella, 2021, p. 197). É a partir da compreensão do que venha a ser um fenômeno que construímos a ponte para definir um signo de forma mais ampla. Assim, para melhor compreensão quanto a isso, Novak e Brandt (2017) explicam que um fenômeno,

> [...] significa tudo aquilo que está presente na mente, que aparece externamente, como as coisas que vêm no pensamento quando os sentidos são despertados, por exemplo, ao ouvir uma batida ou sentir determinada fragrância, também aquilo que por motivação interna se faz presente, como uma lembrança ou desejo (Novak; Brandt, 2017, p. 5).

Coadunando com esses autores, Santaella (2004, p. 33) sintetizando a questão, afirma que “[...] fenômeno é tudo aquilo que aparece à mente, corresponda a algo real ou não”. Tomando, assim, a compreensão quanto ao fenômeno nesse contexto, podemos agora destacar a questão do signo, pois ambos estão relacionados. Como vimos, a história da construção de uma ideia quanto à importância dos signos para nossa compreensão das coisas, aprendizagem, raciocínio, entre outros, adentrou séculos e foi objeto de estudo em muitas escolas filosóficas, conforme podemos depreender na Semiótica *avant la lettre*. Em um período mais recente, Peirce assim o define:

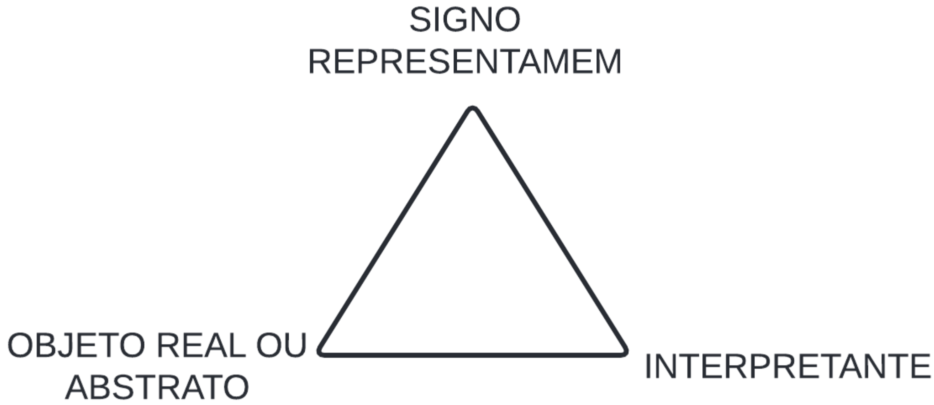
> Um signo, ou *representamen,* é algo que, sob certo aspecto ou de algum modo, representa alguma coisa para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa um signo equivalente ou talvez um signo melhor desenvolvido. Ao signo assim criado, denomino *interpretante* do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu *objeto.* Coloca-se no lugar desse objeto, não sob todos os aspectos, mas com referência a um tipo de ideia, que tenho por vezes, denominado *fundamento do representamen* (Peirce, 1972, p. 94).

Assim, o signo que foi definido por tantas pessoas ao longo da história, para Peirce, possui um papel importante no processo de semiose, ou seja, “[a] semiose ou ação do signo é a ação de determinar um interpretante” (Santaella, 2021, p. 70). Apesar de haver certa confusão frente à definição de signo nesse contexto, podemos assim pensar sobre eles “[...] o signo é uma coisa que representa uma outra coisa: seu objeto. Ele só pode funcionar como signo se carregar esse poder de representar, substituir uma outra coisa diferente dele” (Santaella, 2004, p. 58). Mas o que seria, então, um interpretante?

> Não se refere ao intérprete do signo, mas a um processo relacional que se cria na mente do intérprete. A partir da relação de representação que o signo mantém com seu objeto, produz-se na mente interpretadora um outro signo que traduz o significado do primeiro (é o intérprete do primeiro). Portanto, o significado de um signo é outro signo – seja este uma imagem mental ou palpável, uma ação ou mera reação gestual, uma palavra ou um mero sentimento de alegria, raiva, ... uma ideia, ou seja lá o que for – porque esse seja lá o que for, que é criado na mente pelo signo, é um outro signo (tradução do primeiro) (Santaella, 2004, p. 58 - 59).

D’Amore, Pinilla e Iore (2015) afirmam que o interpretante se origina da relação entre o *representamen* e o objeto, podendo tornar-se o *representamen* de um novo signo dando início a outro processo de semiose, o que pode acontecer indefinidamente. Encontramos, assim, a tríade que compõe a visão triádica do signo para Peirce, a saber, o objeto, *representamen* e interpretante, representado na Figura 8.

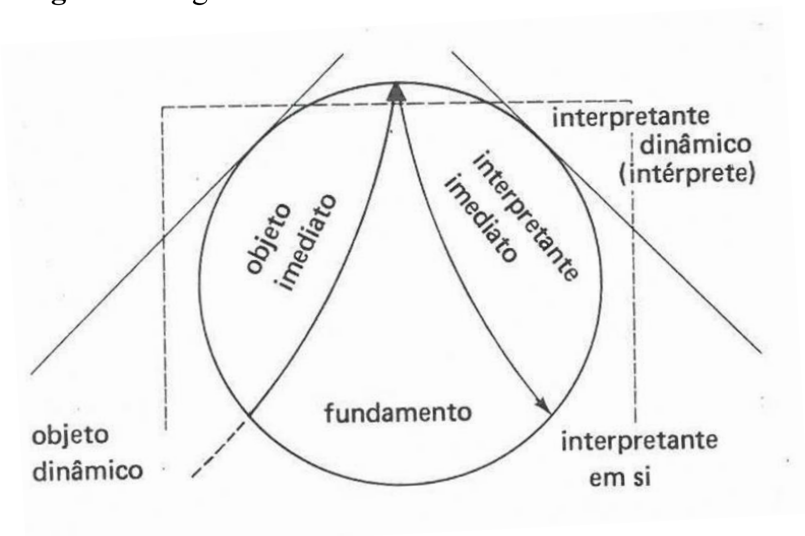
Figura 8 - Tríade de Peirce



Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Santaella (2004).

D'Amore, Pinilla e Iore (2015) destacam, ainda, que o conhecimento de um signo ou de um sistema de signos, a partir das experiências prévias com o que o signo representa, é exigido para a correta interpretação pelo sujeito (intérprete). Outro ponto a ser destacado é a existência de dois objetos e de três interpretantes no signo, conforme aponta Santaella (2004). Veja a Figura 9.

Figura 9 - Signo



Fonte: Santaella (2004).

Inicialmente, vamos tentar diferenciar o objeto imediato do dinâmico. Por exemplo, quando um professor está trabalhando com alunos sobre o assunto ângulos. Ao desenhar um ângulo, a figura desenhada é considerada um objeto imediato, ou seja, "[o] objeto imediato (dentro do signo, no próprio signo) diz respeito ao modo como o objeto dinâmico (aquilo que o signo substitui) está representado no signo" (Santaella, 2004, p. 59). A partir daí, a importância dessas representações serem bem exploradas pelos professores para que representações viciadas não criem a noção equivocada do objeto dinâmico, que é compreendido como "[...] o objeto realmente eficiente, mas não imediatamente presente; aquele que guia a produção do signo e do qual o objeto imediato representa somente um aspecto particular" (D'Amore; Pinilla; Iore, 2015, p. 61). As representações viciadas a que nos referimos dizem respeito ao fato de o professor poder incorrer no erro de exemplificar ângulos, por exemplo, sempre de um tipo (agudo, obtuso ou raso), criando uma noção equivocada do objeto dinâmico, fazendo o aluno compreender que os ângulos existem apenas de uma, duas ou três formas estanques, desconsiderando, entre outros pontos, a ideia de volta completa, por exemplo.

Dessa relação dos objetos com os signos advém a ideia de interpretante a partir de três ângulos. O interpretante imediato "[...] consiste naquilo que o signo está apto a produzir numa mente interpretadora qualquer. Não se trata daquilo que o signo efetivamente produz na minha ou na sua mente, mas daquilo que, dependendo de sua natureza, ele pode produzir" (Santaella, 2004, p. 60). Já o interpretante dinâmico "[...] é o efeito realmente produzido sobre o intérprete" (D'Amore; Pinilla; Iore, 2015, p. 62), e o interpretante final, destaca Santaella (2021), condicionado ao fato de a semiose ser levada a um ponto limite, seria o efeito coletivo que o signo poderia gerar. Percebamos que existe aqui uma distinção entre possibilidades de efeitos causados pelos signos – interpretante imediato – e, de fato, o efeito propriamente dito do signo sobre o intérprete – interpretante dinâmico. Buscando ilustrar bem um exemplo, consideremos

> [...] a experiência de comparar a primeira página de dois jornais diferentes em um mesmo dia. O objeto dinâmico dessas duas páginas são presumivelmente os acontecimentos mais quentes de uma conjuntura recente. Como esse objeto dinâmico é apresentado em cada uma das páginas vem a ser o objeto imediato, quer dizer, aquele recorte específico que a página, que é um signo, de cada um dos jornais fez do objeto dinâmico a conjuntura da realidade (Santaella, 2021, p. 15).

Podemos acrescentar ao exemplo citado acima que o efeito gerado na mente dos leitores do jornal é considerado o interpretante dinâmico, ou seja, aquilo que realmente foi produzido pelas notícias vistas, que, nesse caso, se configuram como uma variabilidade imensa de possibilidades.

Pelo exposto até aqui, percebemos que os fenômenos que ora comentamos estão, de fato, vinculados à nossa vivência e experiência através dos mais distintos signos catalogados por Peirce. Quando falamos sobre signos ou sistemas de signos, objeto, interpretantes, semiose, ou seja, nesse entrelaçamento de conceitos, poderíamos pensar sobre como os fenômenos ascendem à consciência. Nesse ponto, em particular, é importante destacar que essa emersão dos fenômenos à consciência se dá por meio de três modos: a *primeiridade, secundidade* e *terceiridade*. Essa discussão é o foco da próxima subseção.

4.2 Modos de percepção e fundamento do signo

Quando falamos sobre signos ou sistemas de signos, objetos, interpretantes, semiose, ou seja, nesse entrelaçamento de conceitos, poderíamos pensar sobre como os fenômenos ascendem à consciência. Nesse ponto, em particular, é importante destacar que essa emersão dos fenômenos à consciência, segundo Peirce, se dá em três modos - a *primeiridade, secundidade e terceiridade* -, conforme mencionamos anteriormente.

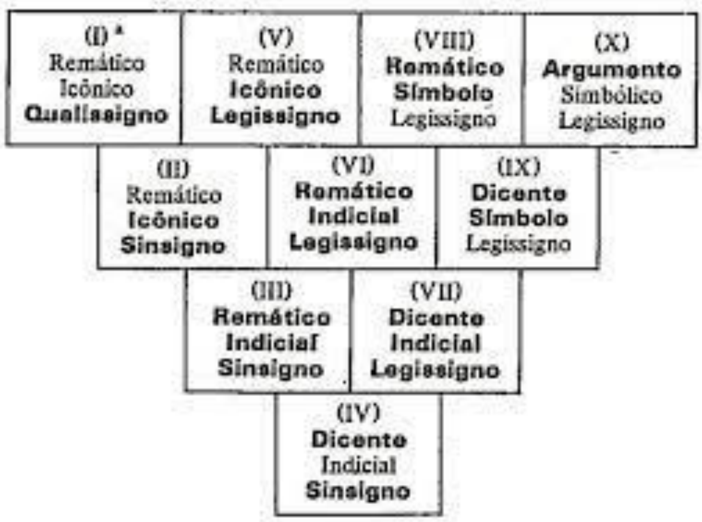
Nesse universo, a primeiridade é o primeiro modo de apreensão de um fenômeno à consciência, seguido pela sequência da secundidade e terceiridade, respectivamente. Sentimento, sensação e inteligibilidade também são conceitos que podemos relacionar a cada modo de apreensão de um fenômeno à consciência.

O sentimento está imerso na primeiridade por ser algo instantâneo: um cheiro, um sentimento de arrepio, um olhar para o azul do céu, entre outros, pois, compreende-se que o "[s]entimento ou impressão indivisível e sem partes, qualidade simples e positiva, mero tom de consciência é primeiro" (Santaella, 2004, p. 48). Na secundidade, destacam-se as sensações, pois a mesma é composta por duas faces, o sentimento e a consequência desse sentimento, ou seja, a reação, sendo a secundidade a consequência da dependência desses dois pontos (Santaella, 2004).

Quanto à terceiridade, D'Amore, Pinilla e Iore (2015, p. 63) destacam que esse modo de apreensão se refere a "[...] representação, mediação, hábito, lei, generalidade, lei sígnica". Em outras palavras, a terceiridade traz um diálogo entre a primeiridade e secundidade, e "[...] corresponde à camada de inteligibilidade, ou pensamento em signos, através da qual representamos e interpretamos o mundo" (Santaella, 2004, p. 51). Como podemos observar, os fenômenos estão imersos na dinâmica dos signos. Dessa forma, se faz necessário pensar sobre sua relação em três aspectos: consigo mesmo, com o objeto e com o interpretante.

Outrossim, de posse das definições de signo, fenômeno e modos de percepção destes, poderíamos pensar sobre o que de fato algo precisa ter para ser considerado um signo, ou seja, na sua relação consigo mesmo, em sua relação com o objeto e com o interpretante. Primeiro, em sua relação consigo mesmo, Santaella (2018) explica que, para ser um signo, existem três propriedades, a saber, qualidade, existência e lei. A autora explica que, no que se refere à qualidade, a cor, cheiro, som e texturas, são exemplos dessas qualidades, por assim ser, são classificados como *qualissignos.* Na existência, a singularidade das coisas é o ponto central, isto é, aponta para suas características próprias e, nesse caso, é chamado de *sinsigno*. Por fim, os *legissignos* são os signos que operam por meio de leis, por exemplo, "[a]ssim funcionam as palavras, assim funcionam todas as convenções socioculturais, assim também funcionam as leis de direito" (Santaella, 2018, p. 13). A autora ainda explica que tais propriedades – qualidade, existência e lei - não são excludentes, sendo possível apontar para o fato de que, em muitos casos, operam juntas. Dessas propriedades advém uma gama de possibilidades de relacionar o signo com suas características, por isso Peirce (1977) explica que os signos possuem 10 classes que podem ser observadas na Figura 10.

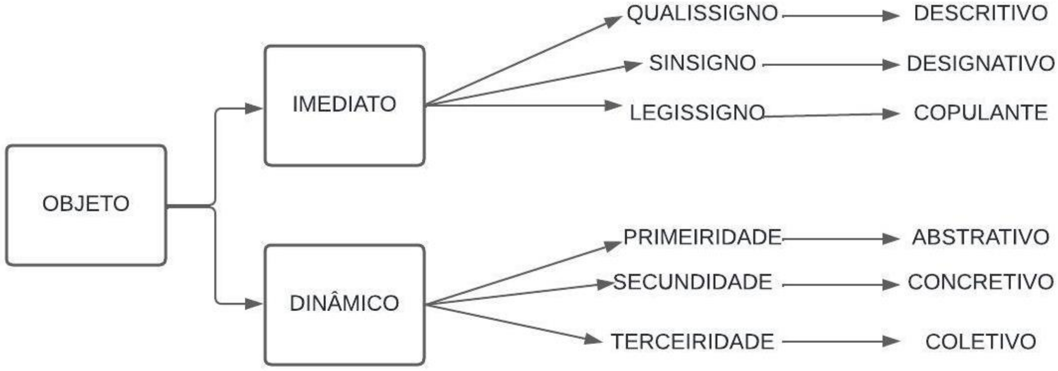
Figura 10 - As dez classes de signo de Peirce



Fonte: Peirce (1977).

Santaella (2004, p. 62) destaca que cada classe pode ser considerada uma tricotomia, ou seja, uma divisão triádica que, combinadas, geram outras 64 classes para os signos. A autora evidencia que Peirce focou de forma minuciosa três classes, pois "[...] são as mais gerais, [...]. Tomando-se a relação do signo consigo mesmo (1ª), a relação do signo com seu objeto dinâmico (2ª) e a relação do signo com seu interpretante (3ª) [...]." Já explicitada a relação do signo consigo mesmo, podemos pensar sobre sua relação com o objeto. Nesta relação os fundamentos do signo e os modos de percepção são requisitados. Esquematicamente, vejamos a Figura 11.

Figura 11 - Relação Objeto e Signo



Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Santaella (2021).

Compreender essa relação é importante por explicitar como a relação entre o objeto e o signo não acontece de forma única, pois os modos de percepção e o fundamento do signo alteram toda a relação, gerando semioses diferentes na mente humana. O esquema mostra como as propriedades do signo expressam diferentes naturezas: qualidade, expressando a natureza do objeto como descritiva; a existência, exprimindo uma natureza designativa; e a lei, destacando uma natureza copulante do objeto (Santaella, 2021). Observa-se ainda que, no que tange ao objeto dinâmico, os modos de percepção e a natureza deste possuem uma relação que exprime características importantes quanto a isso, alterando também processos de semioses, assim,

> [o] objeto dinâmico terá três níveis relativos à sua natureza ser de primeiridades, secundidade e terceiridade: abstrativo, que tem a natureza de uma possibilidade ainda não realizada, concretivo, que tem a natureza de uma ocorrência, e coletivo ou necessitante, que é da ordem geral de uma lei (Santaella, 2021, p. 273).

Essa variedade de relação entre signo e objeto é plenamente verificável dentro dos fenômenos observáveis. No ensino de Matemática, por exemplo, dada a sua natureza abstrativa dos objetos matemáticos, notamos um movimento contínuo entre os objetos imediatos (geralmente o que o professor destaca em sala de aula) e o que se configura como objeto de estudo em si (objeto dinâmico), na sua totalidade. Assim, o fundamento do signo e os modos de percepção se destacam na configuração da aprendizagem de Matemática, sendo fatores determinantes, nesse sentido.

Destarte, dessa relação signo/objeto, Peirce ainda exprimiu três possibilidades, quando pensamos na forma como o signo referencia o objeto: por meio do ícone, do índice e do símbolo. No ícone, se faz referência por semelhança (imagem), por relações por parte (diagramas) e por justaposição de ideias (metáforas). São os chamados hipoícones por Peirce:

> Os hipo-ícones, de acordo com o modo de primeiridade de que participam, admitem uma divisão grosseira. Aqueles que participam de simples qualidades ou Primeiras Primariedades, são imagens; aqueles que representam as relações – principalmente relações diádicas ou relações assim consideradas – das partes de uma coisa, utilizando-se de relações análogas em suas próprias partes, são diagramas; aqueles que representam o caráter representativo de um Representamem, traçando-lhe um paralelismo com algo diverso, são metáforas (Peirce, 1972, p. 117).

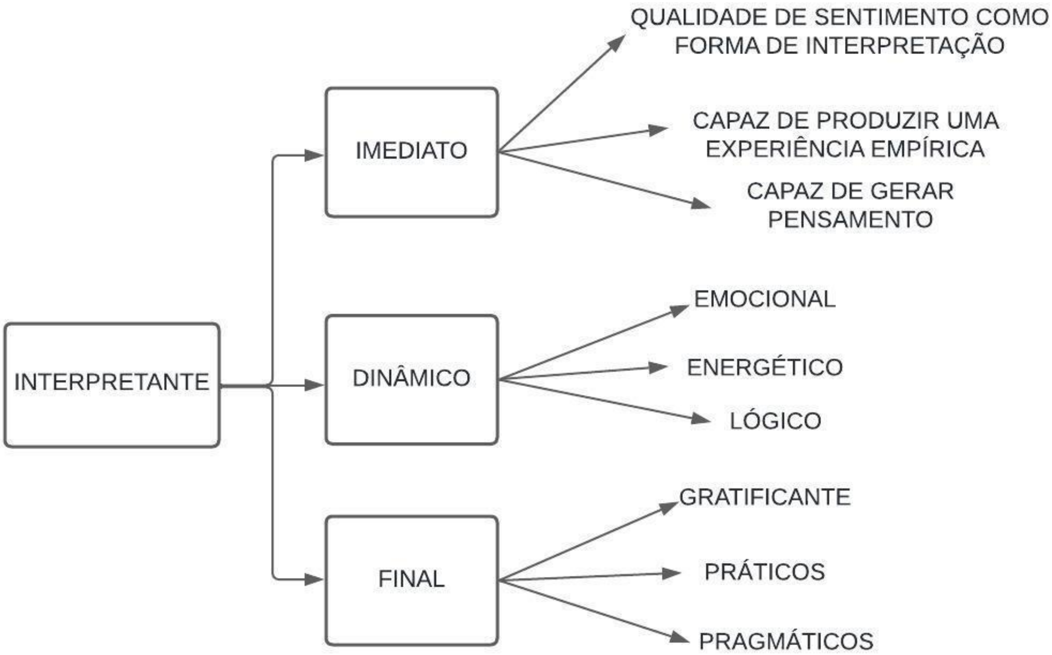
O autor ainda destaca que fotografias, expressões algébricas, uma estátua, um conjunto arquitetônico, peça decorativa, são exemplos de ícones. Relativo às expressões algébricas, ele explica "[e]m verdade toda equação algébrica é um ícone, na medida em que indica, por meio de signos algébricos (que em si não são ícones), as relações das quantidades em causa" (PEIRCE, 1972, p. 119). Quando há evidências concretas sobre algo, que esteja no campo da causalidade, isto é, em uma relação de existência, teremos um índice. Quando a relação for por força de lei, ou seja, representatividade, teremos um símbolo. Peirce (1972) exemplifica índices como instrumentos de medidas (indicam a medida de uma grandeza), ventoinhas (indicam direção do vento), estrela polar (indica o norte), pronomes demonstrativos, possessivos, entre outros. Já como símbolo, Santaella (2018) desvela que, por exemplo, um hino nacional representa um país em si e Peirce (1972) explica que palavras, uma senha, um emblema, um credo religioso são símbolos que representam respectivas ideias que estão a estes vinculados e conclui, destacando que os ícones não possuem ligação dinâmica com o objeto, ao contrário dos índices, que possuem relação física com o objeto e que os símbolos se relacionam com os objetos por força da ideia.

Ademais, toda essa variedade de relações signo/objeto evidencia certa variedade de semioses, conforme explicamos acima, isso também merece destaque nesta pesquisa, por isso, na próxima subseção, destacamos mais alguns detalhes.

4.3 Relação signo/interpretante

Cientes de que o interpretante está relacionado com os efeitos que o signo está apto a produzir ou que produz em uma mente interpretadora, é importante frisar que este efeito também ocorre a partir de uma estrutura decifrável. O interpretante dinâmico, por exemplo, pode ser dividido em três formas, emocional, energético e lógico e o interpretante imediato pode ser dividido em três níveis (Santaella, 2021). Para ilustrar melhor essa ideia, vejamos a Figura 12.

Figura 12 - Características do interpretante



Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Santaella (2021).

O interpretante dinâmico emocional está relacionado com o efeito que o signo produz, que se inicia na qualidade de sentimento e culmina em emoções. Já o energético está relacionado com a ação física ou psíquica como efeito gerado pelo signo. Por fim, o efeito lógico diz respeito à compreensão dos fenômenos a partir de leis de interpretação (Santaella, 2021). Assim, concebendo o signo não como algo monolítico (Santaella, 2004), mas como uma estrutura, a relação deste com os efeitos em uma mente interpretadora explica muitas questões no meio educacional.

Por exemplo, quais efeitos as palavras Matemática, equações e avaliação podem gerar nos alunos? Qual fator emocional, energético e lógico podemos observar no que tange ao interpretante dinâmico quando estamos ensinando Matemática? E, se o fizermos por meio da Etnomodelagem, seria possível depreender diferenças? Todas essas questões são consideradas quando falamos de Educação Matemática, ou seja, estamos, sem perceber, propondo análises semióticas da nossa prática, pois

> [a] semiose é um processo pluridimensional, enredado no tempo e no espaço, múltiplo, em que semioses de várias espécies se misturam [...]. A definição de signo, portanto, é geral e tanto pode se referir a uma unidade constitutiva [...] quanto a uma complexidade mais vasta de limites bem definidos [...] (Santaella, 2021, p. 280).

Ademais, os construtos apresentados aqui não são estanques na Semiótica de Peirce. Entretanto, considerando nossos objetivos, são suficientes para compor nossa lente semiótica buscando analisar a dinâmica da Etnomodelagem implementada. Antes, porém, de adentrarmos o capítulo sobre metodologia, no qual explicamos como nossa lente semiótica foi construída, cabe refletir, na próxima subseção, sobre algumas relações encontradas entre Semiótica e Etnomodelagem.

4.4 Semiótica e Etnomodelagem: é possível encontrar diálogo?

No item 2.3, que trata da Etnomodelagem, já explicitamos, introdutoriamente, a relação Etnomodelagem e Semiótica no que tange a abstração e ao poder representativo dos signos dentro dos etnomodelos êmicos e éticos. Porém, neste ponto, estamos propondo um aprofundamento. Inicialmente, gostaríamos de destacar que as discussões quanto às aproximações aqui sugeridas, são incipientes e ainda há muito a se pesquisar. Dito isto, a primeira aproximação que enxergamos entre as duas está no âmbito filosófico, pois a Etnomodelagem, sendo uma tendência embasada na Etnomatemática e Modelagem, naturalmente concebe a Matemática do ponto de vista do falibilismo, ou seja, se afasta da visão absolutista. Da mesma forma, conceber que tudo está em construção, inclusive o conhecimento, é uma ideia central para Peirce. Sobre isso, explica Santaella (2021), parafraseando o escrito 1.171 de Peirce:

> é em razão disso que, por meio do Falibilismo, Peirce postulou que não podemos ter certeza absoluta de nada [...]. Se Falibilismo é a teoria de que nosso conhecimento não é nunca absoluto, mas navega num *continuum* de incerteza e indeterminação, o princípio da continuidade diz que todas as coisas também navegam *in continuum* (Santaella, 2021, p. 218).

No mesmo caminho está Otte *et. al.* (2019) ao destacar que o conhecimento humano, ao ser visto pelas lentes semióticas, deve ser considerado incompleto. A visão da construção contínua do conhecimento ainda considera a variedade dessa construção de conhecimentos, que nunca é a mesma, a depender do local, tempo, condições e preocupações. Basta olharmos, mais uma vez, para os equívocos anacrônicos mostrados por Roque (2012) quanto ao delineamento do pi (π), por exemplo, ao longo do tempo. Nesse mesmo rumo, entendemos que:

> a ênfase da pesquisa em etnomodelagem considera os processos que auxiliam a construção e o desenvolvimento de sistemas de conhecimento matemático local, incluindo a coletividade, a criatividade e a inventabilidade. Nessa

> abordagem, a matemática não pode ser concebida como uma linguagem universal, pois os seus princípios, conceitos e fundamentações não são sempre os mesmos em todos os lugares ao redor do mundo (Rosa; Orey, 2017, p. 39).

.

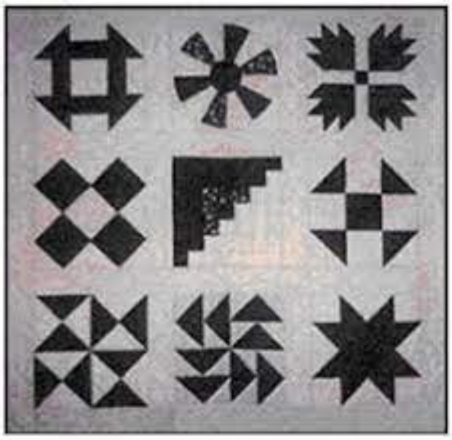
A Etnomodelagem aceita que o conhecimento humano possui uma característica dinâmica na sua consolidação, pois dialoga com as ideias de conhecimento tácito e explícito destacadas por Rosa e Orey (2012). Em semiótica, observa-se que:

> [...] pensar semioticamente é reconhecer que todo conhecimento é dinâmico, apesar de ser construído por meio de signos, implicando em responsabilidades, seja na escolha da estratégia definida para cada situação problema, seja na identificação dos significados de acordo com as referências dadas, ou ainda na interação com o mundo (Otte *et. al.*, 2019, p. 24).

Ou seja, se a Etnomodelagem olha para a Matemática e para o conhecimento, concebendo-os como algo incompleto, com variabilidade depende do local e cultura, a Semiótica peirceana olha o conhecimento da mesma forma: incompleto, falível, variado e em contínuo crescimento. Temos, assim, um ponto de confluência importante, enquanto pressuposto próprio de cada corrente.

Além do Falibilismo filosófico, outro ponto de confluência relativo às duas perspectivas diz respeito a uma visão holística do ser humano, considerando-o também como um ser composto de conhecimento, emoções e sentimentos. A Etnomodelagem, destaca que os conhecimentos êmicos, por exemplo, ao serem considerados no contexto escolar, permitem que a escola abra as portas para histórias, experiências e conhecimentos que estão vinculados, em muitos casos, a questões sentimentais, morais, éticas e religiosas. Por exemplo, Rosa e Orey (2017) mostram como é possível trabalhar com os chamados "*Quilts da Liberdade",* que eram, segundo esses autores, formas codificadas utilizadas pelos escravos para informar quanto à caminhos seguros de fuga, conforme a Figura 13 nos mostra.

Figura 13 - Blocos de quilts utilizados para envio de mensagens aos escravos fugitivos nos Estados Unidos no século XIX



Fonte: Rosa e Orey (2017).

Na ideia de associação entre Matemática e Artes proposta pelos autores e considerando que "como os escravos foram proibidos de manifestar qualquer tipo de simbologia africana" (Rosa; Orey, 2017, p. 59), além das análises geométricas e artísticas, esse artefato cultural está carregado de significados, associado a uma gama de emoções, como cerceamento, tristezas, medo, entre outros, além de também estar vinculado a estratégias, raciocínio, e valores morais, como conquista da liberdade, entre outros. Tudo isso engloba qualquer tipo de produção de conhecimento com artefatos desse tipo, que, conforme sabemos, estão na proposta da Etnomatemática e, consequentemente, da Etnomodelagem. Então, o que a Semiótica teria a nos dizer, sobre isso? Simples, Charles Peirce considera que os fenômenos aos quais estamos sujeitos, acendem a nossa mente de três formas, que estaremos detalhando melhor no próximo capítulo, mas, grosso modo:

> A primeiridade aparece em tudo que estiver relacionado com o acaso, possibilidade, qualidade, sentimento, originalidade, liberdade, mônada. A secundidade está ligada às ideias de dependência, determinação, dualidade, ação e reação, aqui e agora, conflito, surpresa, dúvida. A terceiridade diz respeito à generalidade, continuidade, crescimento, inteligência (Santaella, 2018, p. 7).

Assim, Peirce considera uma condição *sine qua non* ao ser humano, o ser impactado por fenômenos com efeitos emocionais, reações e inteligibilidade. Não seriam exatamente esses pontos propostos pela Etnomodelagem, quando sugere olhar para ambientes culturais distintos, respeitar valores éticos e morais, e propor diálogo entre saberes? Em outras palavras, em sala de aula, além da geometria explicitada nos "*Quilts da Liberdade",* seria importante considerar a gama de sentimentos dos escravos e discutir direitos humanos? O que os escravos sentiam quando, em momento de fuga, viam os quilts (primeiridade)? Como reagiam (secundidade)? Como definiam estratégias (terceiridade)? As mesmas perguntas cabem aos escravos que confeccionavam os quilts. O que os alunos sentem ao tomar conhecimento do contexto histórico dos quilts? Qual a influência desse sentimento no diálogo entre saberes ou, ao contrário, nesse contexto? O que a relação entre cultura e Matemática pode causar em sala de aula, dentro dessas três formas fenomenológicas propostas por Peirce? Assim, considerar o ser humano de forma holística, nos parece ser proposta de ambas as correntes, pois enquanto a Semiótica evidencia, como importante, os efeitos do signo, sejam na esfera emocional, sentimental ou cognitiva, a Etnomodelagem evidencia a necessidade de considerar o ambiente cultural e os fatores históricos no ensino porque esses possuem relevância emocional, sentimental e cognitiva também.

Em terceiro ponto está a relação objeto/representação. É fato que "qualquer coisa que esteja presente à mente tem a natureza de um signo. Signo é aquilo que dá corpo ao pensamento, às emoções, às reações etc." (Santaella, 2018, p. 10). Nessa direção, poderíamos destacar que a Etnomodelagem, dado seus construtos, amplia significativamente o campo de visão quanto ao ensino, fazendo emergir grande quantidade de signos relacionados às questões culturais.

Ou seja, quando estamos trabalhando com o ensino de Matemática de forma tradicional, os signos que estarão operando serão os relacionados a Matemática formal. O campo de visão se amplia um pouco mais quando estamos a trabalhar com Modelagem, pois, além dos modelos matemáticos, a realidade entra no contexto, e outros signos são mobilizados. Na postura etno/modelagem, ou na Etnomodelagem, temos o contexto cultural, que, conforme dito anteriormente, está imbuído de pensamentos matemáticos, artefatos culturais, vínculos emocionais, sentimentais, valores morais e etnomodelos êmicos. Temos ainda, no contexto da Etnomodelagem a elaboração de etnomodelos éticos e dialógicos, resolução de problemas, validação dos etnomodelos. Daria para imaginar a quantidade de signos mobilizados nesse processo?

Outrossim, a Etnomodelagem, em sua essência, provoca a manipulação de inúmeros signos que possuem efeitos na mente interpretadora, é o que Peirce chama de *interpretante.* Sendo inúmeros signos presentes nesse contexto, são inúmeros os efeitos. A linguagem é um bom exemplo, pois sendo a Semiótica uma ciência que também direciona sua atenção para diferentes formas de comunicação, a transculturalidade linguística que a Etnomodelagem proporciona no diálogo entre as abordagens êmica e ética, permite à Semiótica averiguar pontos interessantes nesse sentido. Os etnomodelos êmicos são outro exemplo, pois trazem características peculiares da cultura que os origina, desde a forma como são produzidos até a maneira como são validado pelos *insiders*. Os etnomodelos éticos, requisitam a criatividade dos *outsiders*, conduzindo-os a abstração. Os etnomodelos dialógicos, sugerem tradução de saberes, contemplando a compreensão de ambos os membros *insiders e outsiders.* Em todo esse contexto, a gama de signos presentes é incontável. Assim, se na Semiótica, tudo ou quase tudo pode ser considerado signo, na Etnomodelagem, deve-se considerar todos os aspectos que comumente são elencados quando de um ensino nessa perspectiva (saber cultural e escolar, membros culturais, artefatos culturais, entre outros), não por capricho, mas por real impacto mental, epistemológico e cognitivo em *insiders* e *outsiders* quando tudo isto é considerado.

Se olharmos a subseção anterior, veremos que Radford (2011) já apontava, por exemplo, para a desconstrução dos obstáculos epistemológicos a partir de artefatos culturais utilizados historicamente em culturas antigas. Conscientes disso, a Etnomodelagem não sugere um ensino dialógico por sugerir, apenas para acrescentar mais uma tendência à Educação Matemática, mas por verificar historicamente, epistemologicamente e cognitivamente, que a associação cultura/matemática é potencializador de atividades cognitivas, políticas, sociais, educacionais e pedagógicas, entre outros. Por outro lado, é pela Semiótica que conseguimos enxergar melhor a dinâmica dessas potencialidades, inclusive, ainda de forma incipiente no âmbito científico, são o que mostram os resultados dessa pesquisa. Enquanto a Etnomodelagem propõe verificação de saberes êmicos, comparação, tradução, elaboração de saberes éticos e dialógicos, e abstração, por meio da confluência da localização, globalização e glocalização, a Semiótica de Peirce enxerga que tudo isso é, sim, possível pela amplitude sígnica que a Etnomodelagem sugere.

Vale lembrar ainda, que a confluência entre Modelagem e Semiótica, pode ser vista em inúmeras pesquisas como Almeida, Silva e Veronez (2021), nas quais algumas interlocuções sobre Modelagem e Semiótica são apresentadas. Em Araki (2021), o autor busca enxergar como as atribuições de significado ocorrem em atividade de Modelagem, destacando recursos semióticos e signos interpretantes como categorias de análise. Já Rocha (2021) aponta para uma maneira de enxergar a Modelagem pela teoria da comunicação de Peirce, com ênfase nos signos interpretantes intencional e comunicacional. Mendes (2021) já nos fala sobre a manipulação de signos interpretantes em atividades de Modelagem, entre muitas outras pesquisas.

Poderíamos direcionar essas análises para a dinâmica da Etnomodelagem? Pelo menos, pelos pressupostos de ambos, não encontramos evidência de desconexão. Isso ocorre pelo fato da Semiótica poder ser utilizada como uma lente para sugerir análises semióticas dos fenômenos em qualquer ciência. Assim, após essa abordagem sobre confluências entre Etnomodelagem e Semiótica, reconhecendo, a conexão na forma de conceber a Matemática e conhecimento, na consideração do ser humano de forma holística, na importância das representações e na amplitude sígnica que a Etnomodelagem propõe, no próximo capítulo, detalhamos melhor parte dos construtos da Semiótica de Peirce.

5 METODOLOGIA

Na introdução deste trabalho, apresentamos um resumo do percurso metodológico. Nesse capítulo, aprofundamos cada item a partir de uma reflexão que vincule cada passo metodológico à teoria que ancora esta pesquisa, bem como a seus objetivos, à hipótese, ao objeto de estudo e à questão norteadora. Contudo, antes de iniciarmos esse aprofundamento, desejamos refletir um pouco sobre a relação entre ciência, pesquisa e educação.

5.1 Ciência, pesquisa e Educação: a reinvenção como caminho para uma educação eficiente

O mundo moderno, bem diferente de séculos atrás, é fruto, também, do avanço científico. Compreendemos o termo ciência a partir da visão de Alves (1981) que, ao confrontar esse estereótipo popular com a essência da ciência nos afirma que "[a] ciência é a hipertrofia de capacidades que todos tem" (Alves, 1981, p. 9), ou seja, é algo que todos praticamos diariamente, a partir do momento em que questionamos e desejamos compreender como algo se comporta e mais ainda, quando também testamos soluções para problemas e analisamos essas situações com base em nossa experiência acumulada culturalmente. Assim, como estamos afirmando ao longo da nossa narrativa, se a Matemática é um produto humano com ideias desenvolvidas ao longo da história, a ciência também é. Dessa forma, entendemos que ciência "[...] significa conhecimento, ou seja, um saber que se adquire pela leitura e mediação, instrução, erudição, sabedoria" (Ferreira, 2004 *apud* Costa; Costa, 2011, p. 11). Ou, mais ainda, que "[a] ciência é uma compilação de ótimas explicações sobre coisas físicas, biológicas e sociológicas" (Stake, 2011, p. 21).

No curso da história científica, métodos científicos foram surgindo e segundo Kaurk, Manhães e Souza (2010) o método indutivo posto por Francis Bacon era o meio para a produção do conhecimento e o método dedutivo apregoado por René Descartes tornava possível a aquisição do conhecimento a partir da elaboração de hipóteses e da procura pela confirmação ou não.

Nesse âmbito, as inquietações geradas, por exemplo, pelas observações realizadas por Galileu por meio da pesquisa, revolucionaram sua época, ou seja, por meio da pesquisa foi proposta a reinvenção da forma de pensar, pois a crença geocêntrica deu lugar a uma concepção heliocêntrica, reforçando as ideias de Copérnico. Podemos assim inferir que tudo se inicia em uma pergunta, inquietação, dúvida, entre outros. Portanto, "[p]esquisa é o mesmo que busca ou procura" (Kaurk; Manhães; Souza, 2010, p. 24) por uma resposta, ou seja, a pesquisa possui a configuração de “[...] buscar explicações cada vez mais convincentes e claras sobre a pergunta feita” (Bicudo, 1993, p. 18).

Essa ação, em busca de uma resposta para algum questionamento, como sabemos, acontece em diversas áreas. Na Educação, uma vez que esta possui profundo impacto e influência na vida de qualquer pessoa, a pesquisa possui, também, um papel preponderante. Restringindo ainda mais essa região de inquérito, a Educação Matemática sendo concebida como uma grande região de inquérito educacional (Pais, 2018, p. 10), tem proposto caminhos alternativos para um ensino de Matemática dialógico e sociocultural. Quando pensamos em Educação Matemática como ação pedagógica estamos pensando em pesquisa, pois sua complexidade frente aos desafios cognitivos, sociais e culturais postos à prática docente nos impulsiona a questões e inquietações.

Freire (2018, p. 30) afirma que “[n]ão há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino”; portanto, um está atrelado ao outro. O professor que compreende a complexidade que tem nas mãos sabe perfeitamente da importância dessa simbiose. Se concordamos que o educador matemático coloca a Educação Matemática a serviço da educação conforme explicita Fiorentine e Lorenzato (2007), entendemos, também, que isso só é possível por meio da pesquisa.

Portanto, após essas considerações iniciais quanto à relação da ciência, pesquisa e educação e, cientes de que em qualquer pesquisa a metodologia possui seu papel norteador e que sem ela não há pesquisa, abaixo descrevemos o desenho metodológico que utilizamos para implementação do nosso trabalho. Partimos da abordagem da pesquisa, destacando posteriormente, o tipo quanto aos objetivos, o procedimento, as ferramentas para coleta e análise dos dados e finalizando com a explicitação dos modos de validação das interpretações.

5.2 Desenho metodológico como caminho para implementação da pesquisa

Geralmente nas seções que abordam o delineamento metodológico, parece ser bastante comum que os pesquisadores enfatizarem que a abordagem da pesquisa é qualitativa. Contudo, antes de falarmos sobre pesquisa qualitativa, precisamos explicar o que seria um método e uma abordagem nesse contexto. Finalizamos a subseção anterior explicitando que não se faz pesquisa sem metodologia. Ou seja, quando o pesquisador deseja responder às suas inquietações por meio da pesquisa, ele a planeja a partir de um método, em outras palavras “[p]ode-se dizer que o método, em sua perspectiva filosófico-epistemológico, propõe os fundamentos para o exercício de uma investigação” (Ghedin; Franco, 2011, p. 26). Esses fundamentos são previamente estabelecidos quando se elabora um projeto de pesquisa. Porém, a dinâmica da pesquisa poderá mudar os planos iniciais e o pesquisador precisará atentar para que seus direcionamentos sejam coerentes às mudanças impostas. Isso faz sentido porque, "[...] cabe dizer que a palavra método é um conceito de origem grega cujo significado é 'caminho que se faz caminhando enquanto se caminha'" (Ghedin; Franco, 2011, p. 26).

Nessa dinâmica podemos diferenciar o termo "método" de "abordagem". Vejamos que em toda pesquisa existe as inquietações em torno de um objeto de estudo. Abordagem nesse sentido "[...] não constitui, de pronto, o método. Como diz o termo, consiste na ação de atingir a borda, a extremidade, e não propriamente o objeto em si. Abordar é um olhar que se detém na borda para, a partir dela, atingir o centro do objeto como um todo" (Ghedin; Franco, 2011, p. 28). No âmbito da pesquisa, podemos falar principalmente em três abordagens, a quantitativa e a qualitativa, além, é claro, da abordagem quali-quanti. Afunilando um pouco esse universo no que tange às suas preocupações, podemos falar de dois raciocínios específicos que norteiam as pesquisas quantitativas e qualitativas, ou seja, a pesquisa quantitativa parte de um raciocínio com base em medições, análises estatísticas e atributos lineares e a pesquisa qualitativa se embasa na percepção e compreensão humana (Stake, 2011, p. 21).

A pesquisa qualitativa, portanto, propõe um olhar para o objeto a partir da borda da compreensão e não da quantificação. Muito embora seja importante destacar que "[t]odo pensamento científico é uma mescla dos pensamentos quantitativos e qualitativos" (Stake, 2011, p. 23). No contexto educacional, D'Ambrosio (2012, p. 93), ao apresentar algumas nomenclaturas para a pesquisa qualitativa, afirma que, independentemente dos nomes que ela receba, "[...] a pesquisa é focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural." No mesmo sentido, Flick (2009), ao destacar que a pesquisa qualitativa possui características próprias que a diferencia da pesquisa quantitativa, afirma que:

> [...] a pesquisa qualitativa usa o texto como material empírico (em vez de números), parte da noção da construção social das realidades em estudo, está interessada nas perspectivas dos participantes, em suas práticas do dia a dia e em seu conhecimento cotidiano relativos à questão em estudo (Flick, 2009, p. 16).

Portanto, a partir das pontuações aqui expostas quanto ao método, à abordagem e às diferenças entre a pesquisa qualitativa e quantitativa, entendemos que nosso trabalho se caracteriza, no que tange à sua abordagem, como uma pesquisa qualitativa.

Isso justifica-se porque o que está proposto na hipótese, justificativa, objetivos, questão norteadora e no quadro teórico da pesquisa, gira em torno da compreensão do fenômeno da influência cognitiva gerada pela Etnomodelagem, com seus desdobramentos, vistas pelas lentes da Semiótica. Para tal, as características da pesquisa qualitativa, como ser norteada pelo raciocínio a partir da percepção e compreensão humana, como destaca Stake (2011), possuir foco no indivíduo de forma holística e no seu ambiente sociocultural, como evidência D'Ambrosio (2012), e se interessar, entre outras coisas, pelos conhecimentos dos participantes que emergem do cotidiano, conforme Flick (2009), são necessárias para a construção de compreensões do fenômeno a ser analisado nesse trabalho.

Referente aos objetivos do nosso trabalho, compreendemos que se trata de uma pesquisa descritiva. Toda pesquisa que parte de um questionamento deseja alcançar um objetivo que, para Costa e Costa (2011), pode ser traduzido pelo que se vai fazer na pesquisa. Os autores explicam que os objetivos específicos são considerados como etapas para se chegar ao objetivo geral que, por sua vez, é o que se deseja alcançar ao fim da pesquisa. Segundo Gil (2002), uma pesquisa quanto a seus objetivos pode ser exploratória, descritiva ou explicativa. Em nosso caso, nossos objetivos refletem uma pesquisa descritiva que "[...] tem como objetivo principal a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis" (Gil, 2002, p.42), justamente por tentar compreender como a Etnomodelagem como ação pedagógica pode influenciar as ações cognitivas dos alunos postos frente a essa abordagem, partindo de variáveis que emergiram do processo, como às próprias ações cognitivas, por exemplo.

Para alcançarmos os objetivos expostos e responder à problemática levantada, fizemos uso da Pesquisa Pedagógica como procedimento técnico. Isso se justificou por alguns motivos. Primeiro, nossa pesquisa nos levou para dentro do ambiente escolar, no qual vivenciamos de perto sua realidade ao aplicar uma atividade nos moldes da Modelagem Matemática com aspectos etnomatemáticos. Outrossim, o ambiente escolar não foi suficiente para dar corpo à pesquisa, sendo necessário pesquisa de campo com os alunos, na qual coleta de dados e produção de saberes foram evidenciados. Em segundo lugar, a Pesquisa Pedagógica e seus pressupostos se alinham, de forma não estanque, aos pressupostos da Educação Matemática e, por conseguinte, aos objetivos dessa pesquisa.

Para melhor explicitar esse alinhamento, cabe inicialmente destacar algumas limitações impostas, a nosso ver, equivocadamente à Pesquisa Pedagógica, para daí, definirmos de fato o que vem a ser esse procedimento técnico e suas potencialidades. Assim, partindo da necessidade do fomento à pesquisa em sala de aula, a Pesquisa Pedagógica foi ganhando um status de ser algo puramente direcionado a esse ambiente, composto por professores que decidiram, além de praticar a docência, investigar tal prática (Lankshear; Knobel, 2008). Contudo, cientes de que o processo de ensino e aprendizagem não é algo confinado à sala de aula, ponto preponderante apontado pela Educação Matemática, alguns autores como Colin Lankshear e Michele Knobel destacam a possibilidade de conceber a Pesquisa Pedagógica com um olhar em uma perspectiva diferente deste confinamento, propondo uma visão mais ampla, combatendo, assim, tal limitação, que contraria, inclusive, a visão de uma educação que contemple, por exemplo, a relação desta com o cotidiano, sendo esse o primeiro pressuposto da Pesquisa Pedagógica que entendemos ser pertinente apontar.

Em outras palavras, a Pesquisa Pedagógica concebida apenas como professores dentro de sua sala de aula, investigando-a, talvez se alinhe com uma visão mais tradicional de ensino, com foco em um currículo cartesiano e estático, gerando uma grande limitação à compreensão do que de fato sejam ensino e aprendizagem. Quando se amplia a concepção da dinâmica da construção do conhecimento para além da sala de aula, aceita-se um currículo dinâmico (D'Ambrósio, 2012), a influência dos conhecimentos tácito e explícito (Rosa; Orey, 2012), sobre o educando e a relação regionalização, globalização e glocalização (Rosa; Orey, 2020) como fatores importantes nessa construção do conhecimento. Não obstante, essa concepção de educação, ensino e aprendizagem amplia as inquietações e buscas por compreensões dos fenômenos que ora se apresentem. A compreensão desta, por sua vez, poderá gerar crescimento profissional dos docentes, com implicações na sua prática. Assim,

> [...] identificamos pesquisadores pedagógicos como 'profissionais da sala de aula, em todos os níveis, da pré-escola ao ensino superior, envolvidos individualmente ou em grupos, em investigação automotivada ou autogerada, sistemática e informada, realizada visando aprimorar sua vocação como educadores profissionais' (Lankshear; Knobel, 2008, p. 18).

Ou seja, não está confinada a uma modalidade de ensino nem a motivações acadêmicas apenas, mas a diferentes motivações, com inúmeras possibilidades de investigação. Conscientes de que tal pesquisa poderá ocorrer em "[...] salas de aula, bibliotecas, nos lares, em comunidades, e em qualquer outro lugar onde se possa obter, analisar e interpretar informações pertinentes às orientações por um pesquisador enquanto professor" (Lankshear; Knobel, 2008, p. 18), verificamos também, nesse segundo pressuposto, como desdobramento do primeiro, outro ponto de alinhamento à Educação Matemática e aos nossos objetivos nessa pesquisa, a saber, aceitar a diversidade de lugares como locais de produção de conhecimentos que, sob certos aspectos, possuem valores morais e éticos para seus membros culturais, e são validados dentro de seus contornos próprios, podendo ser traduzidos para compreensão de todos.

Essa ampla visão quanto ao foco da Pesquisa Pedagógica, tomando o conhecimento e o ambiente que o gera para além das salas de aula, se justifica pela riqueza que o cotidiano possui no sentido de também contribuir para o crescimento intelectual do professor. Nesse sentido, Lankshear e Knobel (2008) destacam que tal crescimento ocorre quando o professor pauta sua prática docente a partir de estudos no âmbito de investigações históricas, antropológicas, sociológicas e psicológicas, entre outros. Ponto este que é discutido na Educação Matemática em várias tendências, como na História da Matemática, Resolução de Problemas, Etnomatemática, Epistemologia, Cognição, Etnomodelagem, entre outros, isto é, a ideia de uma ampla visão quanto à Pesquisa Pedagógica e seus objetos de estudo, bem como o que a justifique em sala de aula, dialoga com os pressupostos da Educação Matemática de forma estrita.

Se, por um lado, a Pesquisa Pedagógica aponta para um amplo campo de visão de como esta ocorre, destacando as potencialidades de conceber um ensino tomando como ponto basilar a diversidade da dinâmica do conhecimento, a Educação Matemática é justamente uma região de inquérito que, dando ênfase à Matemática, busca, entre outras coisas, compreender o porquê de um ensino concebido dessa forma ser plausível. Verificamos, portanto, na Pesquisa Pedagógica construtos que nos fornecem conforto científico para as ambições desta pesquisa.

5.3 Percurso da pesquisa, categorias, unidades e ferramenta de análise: caminho para produção de dados, interpretação e validação

Conforme apontado ainda na seção sobre Etnomodelagem, na fundamentação teórica, buscamos seguir o delineamento pedagógico ali proposto para implementação de uma atividade de Etnomodelagem em sala de aula e, por se tratar de uma pesquisa com seres humanos, submetemos o projeto à análise do comitê de ética da Universidade Estadual da Paraíba, recebendo parecer favorável sob o número 6.118.692. A atividade foi aplicada em quatro turmas - duas do 8º ano e duas do 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais - de uma escola pública localizada no município do Brejo da Madre de Deus em Pernambuco. No momento da aplicação da pesquisa, a quantidade de alunos matriculados em cada turma era 29 nos 8º anos H e I, 20 no 9º ano D e 25 alunos no 9º ano E, totalizando 103 estudantes.

Nesse âmbito, como ferramenta para coleta de dados, fizemos uso da observação participante, da produção dos alunos, da gravação de áudio e de questionários. Para tal, nos propomos a aplicar o delineamento exposto na Figura 5, com o detalhamento explicitado no Quadro 4. Dessa experiência, emergiram os principais dados para análise, justamente por meio da observação participante, das conversas em sala de aula, dos questionários, dos relatórios e das produções dos alunos.

Portanto, entendendo que a teoria possui também uma função de guiar a pesquisa (Ghedin; Franco, 2011, p. 207) e conscientes, também, “[...] que quando alguém propõe um projeto de pesquisa, apenas antecipa a direção do caminho. O caminho percorrido só poderá ser descrito ao fim da trajetória” (Ghedin; Franco, 2011, p. 26), da relação entre nosso quadro teórico e o delineamento pedagógico proposto, extraímos as categorias e unidades de análise que foram utilizadas para a leitura semiótica das fases implementadas em sala de aula. Entretanto, conforme a pesquisa se intensificava, novos fenômenos eram observados, requisitando um afunilamento das categorias, para melhor aproveitamento dos dados. Como resultado, o Quadro 6 traz uma síntese.

Quadro 6 - Categoria e unidades de análise observadas nas fases implementadas

Categoria	Unidades de Análises
1-Percepção (como a atividade despertou a percepção).	Primeiridade – aspectos emocionais destacados; Secundidade – reação dos alunos frente aos fenômenos; Terceiridade – Conclusões dos alunos que emergiram do processo;
2- Composição triádica do signo (como tal composição foi observado no desenvolvimento da atividade).	- Objetos imediato e dinâmico: quais foram os objetos que foram explicitados durante o processo? - Interpretante imediato e dinâmico: efeitos emocionais, energético e lógico frente a cognição e seus desdobramentos.
3- Tipos de signos	- Ícone, índice e Símbolo.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Os modos de percepção dos fenômenos e a composição múltipla dos signos ganharam protagonismo por, entre outras coisas, permitirem depreender argumentos que expliquem as influências exercidas pelo ambiente de aprendizagem promovido pela Etnomodelagem a partir do delineamento proposto. Podemos assim perceber que foram três categorias, visando construir a lente de análise semiótica que foi utilizada para observar as ações cognitivas e seus desdobramentos. A partir daí, podemos agora relacionar as categorias às fases do delineamento, explicitando o foco que foi observado em cada fase, conforme o Quadro 7.

Quadro 7 - Relação entre categorias de análise e as fases do delineamento

FASES	RECORTE ANALISADO	FOCO / FENÔMENO	ASPECTOS SEMIÓTICOS – CATEGORIA E UNIDADES DE ANÁLISE
Inteiração etnográfica	- Sensibilidade [20]cultural; - Diferenciar modos de matematizar; - Nomear diferentes modos de matematizar; - Depreender Etnomodelos êmicos.	- Questões emocionais, análise e compreensão cultural.	Aspectos fenomenológicos – Primeiridade, Secundidade e Terceiridade.
Identificação de uma problemática	- Aspectos políticos depreendidos; - Interface: cultura e Matemática; - Resgate cultural.	- Curiosidade; - Compreensão associativa da etnomatemática e da Matemática escolar; - Estruturação da situação; - Influência da primeira fase sobre a segunda.	- Aspectos fenomenológicos - Primeiridade, Secundidade e Terceiridade. - Estrutura Triádica do signo.
Modelagem	-Pensamento matemático; - Metacognição.	- Interpretação cultural dialógica; - Análise cultural dialógica; Compreensão associativa; - Abstração.	Estrutura triádica do signo – Objetos e interpretantes.
Resolução	Pensamento matemático; - Metacognição	- Reflexão cultural dialógica (argumentação, resolução, validação e abstração); - Resolver problemas;	Ícone, índice e símbolo.
Adequação da Solução	- Aspectos políticos e social;	Argumentação e comunicação	Ícones e aspectos fenomenológicos.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Como podemos observar, no Quadro 5, destacamos que cada unidade de análise está diretamente associada a um fenômeno, focalizando alguns elementos deste que, de forma geral, se mostraram mais evidentes, possibilitando análises semióticas que vieram a responder as inquietações. Ao fim da implementação da proposta em sala de aula, entramos na fase da análise dos dados. Nesse momento, a análise textual discursiva (ATD) foi nossa ferramenta para análise do material transcrito e das atividades realizadas pelos alunos, bem como dos relatórios entregues. Cabe lembrar que todo o processo foi gravado em áudio e transcrito para posterior análise.

Para justificar nossa escolha por esta ferramenta de análise, é necessário destacar alguns pontos. De início enxergamos na Análise do Conteúdo de Bardin (2016) uma possibilidade,

[20] Inicialmente o termo que iríamos usar seria “percepção cultural”, porém, com o avanço dos diálogos percebemos que “sensibilidade cultural” explicitaria melhor o que queríamos dizer.

porém, com as provocações que foram surgindo, sentimos a necessidade de repensar tal ferramenta. A partir disso, conhecemos a Análise Textual Discursiva. Essa ferramenta segundo Moraes e Galiazzi (2016, p. 162) possui pressupostos que a faz assumir uma posição entre os extremos da Análise do Conteúdo e a Análise do Discurso.

Sabe-se que a Análise do Conteúdo possui como ponto de partida a mensagem, "[...] seja ela verbal (oral ou escrita), gestual, silenciosa, figurativa, documental ou diretamente provocada" (Franco, 2018, p. 12). Ademais, a Análise do Conteúdo busca compreender ou responder sobre o que um texto expressa (Moraes; Galiazzi, 2016).

Em outro polo está a Análise do Discurso. Essa ferramenta, diferentemente da Análise de Conteúdo, "[...] busca explorar 'como se produz' o discurso em que um texto se insere" (Moraes; Galiazzi, 2016, p. 165). Nessa direção, para compreender bem os pressupostos da Análise Textual Discursiva, buscamos apresentar um quadro comparativo entre os pressupostos das ferramentas postas em relevo, segundo Moraes e Galiazzi (2016). Para tal, atentemos para o Quadro 8.

Quadro 8 - Comparativo entre AD e AC e alguns de seus pressupostos

Características	Análise do conteúdo	Análise do Discurso	Análise Textual Discursiva
Preocupação analítica ou interpretativa	Investe na descrição e interpretação.	A interpretação crítica é primária.	- Orienta-se mais para construção e reconstrução teórica; - Teorias a priori podem ser assumidas;
Compreensão e crítica	Busca a compreensão.	Concentra-se na crítica.	- Presunção hermenêutica para de forma social e cultural compreender os fenômenos envolvidos na pesquisa.
Interpretação	Preocupa-se com o manifesto e o latente.	Tende à leitura do implícito.	- Não procura sentidos ocultos; - Está imerso em movimentos de produção e reprodução das realidades que estuda a partir do diálogo entre hermenêutica e dialética.
Categorias	Sempre trabalha com categorias.	Não é totalmente ausente a algumas abordagens, mas busca seguir em direção à superação da fragmentação e do reducionismo.	- Insere-se em um espaço intermediário a AC e AD. - Preferencialmente dá foco ao todo. - Os objetos da pesquisa são concebidos como discursos.
Teorias	Assume teorias a priori e emergentes.	Assumi teorias a priori.	- Aproxima-se de teorias emergentes.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Moraes e Galiazzi (2016).

Do confronto apresentado no Quadro 8, podemos inferir que as perspectivas fornecem ao pesquisador possibilidades de análise que são importantes, a depender do que se deseja observar e do contexto da pesquisa. Isso fica claro, a partir da relação que o pesquisador deseja estabelecer entre a preocupação analítica, compreensão, interpretação, categorias e teoria com o objeto de estudo.

Dessa forma podemos depreender que a Análise Textual Discursiva como metodologia de análise "[...] por seu caráter fenomenológico-hermenêutico, tem conexões evidentes com a fenomenologia e com a etnografia" (Moraes; Galiazzi, 2016, p. 173), o que é importante para o bom desenvolvimento da nossa pesquisa, pois o tipo de pesquisa que implementamos – Pesquisa Pedagógica - onde a sensibilidade etnográfica por parte dos alunos e do professor e a Fenomenologia de Peirce como construto da lente teórica, foram elementos basilares para implementação de uma atividade nos moldes da Etnomodelagem e análise da pesquisa. Destarte, "[a] análise Textual Discursiva corresponde a uma metodologia de análise de informações de natureza qualitativa com a finalidade de produzir novas compreensões sobre os fenômenos e discursos" (Moraes; Galiazzi, 2016, p. 13).

Sendo assim, podemos agora aprofundar os pressupostos da Análise Textual Discursiva a partir da categorização e da escrita. Franco (2018, p. 63) explica que categorização "[...] é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação seguida de reagrupamento baseado em analogias, a partir de critérios definidos". Bardin (2016) e Moraes e Galiazzi (2016) destacam ainda que categorizar é algo inerente ao ser humano, ou seja, faz parte da nossa vida praticá-la na medida que desenvolvemos nosso cognitivo e nos relacionamos internamente e externamente, conosco ou com sujeitos que estão ao derredor respectivamente.

Tratando da categorização e de seu papel na pesquisa, Moraes e Galiazzi (2016) a posicionam como parte integrante do processo de análise e interpretação de dados qualitativos, podendo ser emergentes ou definidas a priori. Nesse sentido algo que precisa ser deixado claro pelo pesquisador são as regras de classificação. Categorizar não é algo simples, sendo sempre um desafio imposto ao pesquisador, pois as categorias, quando são bem definidas se relacionarão sempre com o contexto, com os objetivos da análise e serão influenciadas por teorias analíticas e interpretativas conforme explicam Moraes e Galiazzi (2016). Em nosso caso, codificando as categorias como modos de percepção = 1, composição do signo = 2 e tipos de signo = 3, podemos aclarar ainda mais no Quadro 9 como as categorias se relacionam com o contexto em estudo.

Quadro 9 - Relação categoria e contexto

Categoria	Relação com o contexto
1	Foco na Etnomatemática e nos modelos êmicos.
2	Como os alunos identificaram o pensamento matemático presente no cotidiano estudado e o conceberam.
3	Como a etnomatemática foi formalizada pelos alunos por meio de signos.
1, 2, e 3	Maneira de o aluno relacionar a etnomatemática à Matemática escolar.
2 e 3	Como a manipulação de representações semióticas nas etapas de Modelagem poderia ser influenciada pela compreensão do conhecimento êmico, buscando construir dentro da abordagem ética, modelos dialógicos.
3	Foco no surgimento de signos a partir da atividade proposta.
2 e 3	Foco no uso de diferentes registros semióticos a partir da atividade.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Como está posto, a atividade implementada na pesquisa buscará exatamente no contexto sua inspiração, sendo o olhar dos integrantes dos grupos sociais valorizados e seu raciocínio analisado por meio da abordagem êmica. As categorias dispostas no Quadro 4 emergiram das teorias analíticas que compõem o referencial teórico, que, por sua vez, possibilitará também a interpretação dentro do que desejamos alcançar a partir dos objetivos. Nesse ponto, Moraes e Galiazzi (2016) ainda explicitam alguns atributos inerentes às categorias: validade, homogeneidade, completude e precisão, o conjunto de categorias deve ser exaustivo, com exclusão mútua, podendo destacar ainda que "[a] validade é a primeira e a mais fundamental característica de um conjunto de categorias. Outra é a homogeneidade" (Moraes; Galiazzi, 2016, p. 105).

As categorias além de contribuírem no sentido de analisar e interpretar os dados, também podem contribuir no sentido da teorização. A Análise Textual Discursiva propõe ao pesquisador a elaboração de metatextos, "[n]esse processo, constroem-se estruturas de categorias que ao serem transformados em textos, encaminham descrições e interpretações capazes de apresentarem novos modos de compreender os fenômenos investigados" (Moraes; Galiazzi, 2016, p. 111), ou seja, nesse curso o pesquisador proporá novos olhares, ampliando o que já se sabe por meio da teorização. Na produção de metatextos, o processo de escrita torna-se salutar para o pesquisador.

Os autores ainda argumentam que esse processo faz parte da análise dos dados, que o mesmo deve começar cedo dentro do processo e que tal produção solidificada por meio de interpretação e análises, representam "[...] construções e interpretações pessoais do pesquisador, tendo sempre como referência uma fidelidade e respeito às informações obtidas com os sujeitos da pesquisa" (Moraes; Galiazzi, 2016, p. 116). Nessa perspectiva, os autores ainda enfatizam que os componentes que devem estar presentes na produção escrita são a descrição, a interpretação e a argumentação. Cada componente possui várias características, por exemplo, a descrição precisa refletir a visão dos sujeitos pesquisados, a interpretação pode significar um avanço do que já se sabe por meio das teorias ou a solidificação de novas teorias por meio da teorização, que por sua vez é construída por meio de argumentos parciais oriundas da categorização, gerando argumentos globais (Moraes; Galiazzi, 2016).

Quanto à validação dos dados, Johnson (1997) destaca que tal validação pode ser feita por meio de três possibilidades, a saber, descritiva, interpretativa e teórica. Em nosso caso, utilizamos a validação por meio interpretativo, em primeira instância, ou seja, Johnson (1997) explica que nesse caso, as conclusões tiradas pelo pesquisador devem ser levadas aos pesquisados para que concordem ou não com as interpretações. E assim ocorreu, pois ao fim de cada fase do processo de Etnomodelagem implementada na sala de aula, fizemos todo o processo de análise e interpretação dos dados e, de forma coerente, apresentamos aos estudantes nossas conclusões quanto a influência da Etnomodelagem, pelas lentes da semiótica, exercidas frente às ações cognitivas observando seus desdobramentos. Após esse momento, ao final da pesquisa, decidimos comparar o consolidado das impressões dentro da literatura atual, perfazendo assim, duas ações com caráter de validação. Ademais, no próximo capítulo, apresentamos de forma objetiva os dados ora depreendidos com os respectivos comentários analíticos e relatos quanto a validação.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Conforme apontamos no capítulo 5, participaram da nossa pesquisa 103 alunos distribuídos em quatro turmas, sendo duas do 8º ano e duas do 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais. Buscando conciliar a aplicação das atividades com os conteúdos programáticos previstos, destinamos, das seis aulas semanais, duas ou três (a depender da atividade) para desenvolver o projeto. O período de realização da pesquisa foi de cinco meses, vivenciado em dois momentos: o primeiro destinado à parte introdutória, com um total de seis aulas em todas as turmas (sendo duas para aplicação do questionário inicial, duas para organização de grupos e conversas sobre a relação da Matemática com o cotidiano e duas para as apresentações iniciais); e o segundo, voltado à aplicação do delineamento, cujo quantitativo aproximado de aulas destinadas a cada fase consta na Tabela 1:

Tabela 1 - Distribuição das aulas por turma e fase do delineamento

Fase	8º ano H	8º ano I	9º ano D	9º ano E
1º	5 aulas	5 aulas	7 aulas	6 aulas
2ª	5 aulas	4 aulas	5 aulas	4 aulas
3º	16 aulas	15 aulas	17 aulas	12 aulas
4º	17 aulas	17 aulas	18 aulas	16 aulas
5º	8 aulas	6 aulas	5 aulas	8 aulas
Total	51 aulas	47 aulas	52 aulas	46 aulas

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

O número total de aulas por fase do delineamento variou em função das peculiaridades de cada turma, vinculadas também ao calendário escolar, com sua dinâmica própria, como os feriados, por exemplo. Ademais, é necessário lembrar que um dos objetivos da Etnomodelagem é construir uma visão holística da Matemática (Rosa; Orey, 2017). Para tanto, precisávamos de informações a priori que servissem de marco para comparações ao fim do trabalho. Dessa forma, entendemos ser necessário, antes de iniciar a aplicação da atividade, conhecer o perfil dos sujeitos da pesquisa, o que reverberou no entendimento sobre o que eles pensavam sobre Matemática, aprendizagem e a escola.

Inicialmente, aplicamos um questionário[21] dividido em cinco seções. Na primeira, o foco foi o perfil do aluno; na segunda, a aceitação ou rejeição da Matemática como disciplina; na

21 O questionário pode ser consultado no apêndice A.

terceira, exploramos a opinião quanto à dinâmica do estudo de Matemática; na quarta, investigamos a visão sobre a relação da Matemática com o cotidiano; e, por fim, na quinta, analisamos a opinião dos estudantes sobre a escola onde estudavam. Vale destacar que, no momento da aplicação do questionário, fizemos ponderações para que os alunos exemplificassem o que estavam respondendo, sempre que possível, e evitassem respostas diretas, explicando que o questionário nos ajudaria a compreender melhor o que pensavam sobre o tema. Quanto às respostas, infelizmente, percebemos algumas explicações muito diretas e até confusas.

Responderam ao questionário 29 alunos dos 8º anos H e I, 20 do 9º ano D e 24 do 9º ano E, totalizando 102 contribuições. Na Tabela 2, apresentamos os resultados com foco em alguns pontos da primeira seção de perguntas.

Tabela 2 - Perfil dos alunos pesquisados

Foco da pergunta	8ºH	8ºI	9ºD	9ºE
Idade.	37,9 % com 13 anos	27,6 % com 14 anos	60% com 14 anos	50% com 14 anos
Alunos que moram com os pais.	51%	37,9 %	80 %	54,2 %
Alunos que tem irmãos.	100 %	100 %	100 %	100 %
Profissão dos pais.	50 % costura	48% costura	40 % costura	54 % costura
Atividade favorita em tempo livre.	20,7 % rede social	21% jogar on-line	40 % jogar on-line	29,2 % redes sociais
Mora em casa própria.	79,3 %	79,3 %	60 %	75 %
Gosta de estudar.	41 %	48,3 %	30 %	16,7 %

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Pelos dados da Tabela 2, podemos depreender que a maioria dos alunos está dentro da faixa etária escolar; a costura ainda é a profissão da maioria dos pais; as redes sociais e jogos online se mostraram os passatempos favoritos; e um percentual maior de alunos dos 8º anos afirmou gostar de estudar, quando comparado aos dos 9º anos.

Focando a preferência dos alunos sobre a disciplina de Matemática, a Tabela 3 sintetiza algumas informações.

Tabela 3 – Posição da matemática na aceitação e rejeição das disciplinas escolares

Foco da pergunta	8ºH	8ºI	9ºD	9ºE
Matemática como matéria preferida	20,7 %	31 %	15 %	16,7 %
Matemática como matéria mais rejeitada	44,8 %	20,7 %	45 %	50 %

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

A turma do 8º ano I foi onde se detectou o maior percentual de alunos que têm a Matemática como disciplina preferida. Eles também foram a exceção quando questionados sobre qual seria a disciplina de que menos gostavam de estudar na escola. Assim, percebemos que essa turma estava, de certo modo, em uma tendência quantitativa diferente das demais nesse sentido. Agora, vamos destacar os dados sobre a relação entre estudar Matemática em casa (fora do ambiente escolar) e o aprender Matemática. Para isso, analisemos a Tabela 4.

Tabela 4 - Opinião dos alunos quanto ao estudo de matemática

Foco da pergunta	8ºH	8ºI	9ºD	9ºE
Estuda matemática em casa	82,8 %	65,6%	55%	58,3%
Lê as questões e tentar responder é a forma de estudar matemática em casa	44,4 %	51,7 %	31,3 %	50 %
Concorda que todos podem aprender matemática	75,9 %	86,2 %	70 %	87,5 %
Ter muita dificuldade em aprender matemática	37,9%	34,5%	45%	50%

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

A maioria dos alunos afirmou estudar Matemática fora do ambiente escolar, o que, para nós, contrastou com os dados da Tabela 2, que mostram que a maioria não possui a Matemática como disciplina favorita. Esse contraste pode ser explicado pelo índice, sempre acima de 30%, de alunos que destacaram na Tabela 3 possuir dificuldades em aprender Matemática. Em conversas após o questionário, os alunos justificaram essa questão com o fato de terem dificuldades para interpretar problemas, lembrar algoritmos, utilizar o livro didático (considerando os exercícios muito difíceis) e associar os assuntos estudados à realidade de forma autônoma.

O modo de estudar também merece destaque, pois consideramos positivo o percentual de alunos (sendo o menor deles 31,3% no 9º ano D) em todas as turmas que utilizam o método da tentativa de resolver questões, em detrimento da leitura apenas ou da cópia da resolução. Nesse sentido, os alunos dos 9º anos utilizam mais esse método do que os alunos dos 8º anos. Por fim, a Tabela 3 mostra que a maioria dos alunos considera que todos podem aprender Matemática. Isso ocorre mesmo com a Matemática não sendo a disciplina favorita e havendo dificuldades de aprendizagem para parte significativa dos alunos. Esses dados mostram que parte dos estudantes, mesmo antes de iniciarmos a implementação do projeto, já possuía uma visão interessante sobre a aprendizagem dessa disciplina, conseguindo separar conceitos como aprender, se identificar e estudar Matemática.

Outro ponto importante a sondar foi a opinião sobre a relação da Matemática com o cotidiano, fator relevante para as discussões que abriram a implementação do delineamento. Vejamos a Tabela 5.

Tabela 5 - Opinião dos alunos quanto a relação da Matemática com o cotidiano

Foco da pergunta	8H	8I	9D	9E
Entende a Matemática como ferramenta de resolução de problemas.	51,7 %	48,3 %	54,2 %	65 %
Concorda que a Matemática tem vínculo com a realidade.	82,8%	58,6%	65%	75%
Afirma existir várias Matemáticas.	44,8%	27,6%	35 %	36,5%
Acredita que quem nunca frequentou escola não pode ensinar outra Matemática.	17,2%	10,3%	5%	17,6%
Enxerga a Matemática como ferramenta para resolver problemas econômicos.	44,8%	41,4%	35%	12,5%
Entende que o exercício da cidadania é a principal contribuição do estudo de Matemática na formação do aluno.	24,1%	13,8%	20%	20,8%

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Os dados em destaque na Tabela 4 mostram elementos interessantes. De acordo com a baixa afinidade com a matéria (conforme dados da Tabela 2) e as dificuldades em aprender Matemática (conforme Tabela 3), entendemos que um bom percentual dos alunos fez uma interessante associação com a resolução de problemas, quando questionados sobre como enxergavam a Matemática. Porém, não foi detectada associação com a música e as artes, por exemplo, nem identificamos exemplos de resolução de problemas. Isso confirma as dificuldades verbalizadas pelos alunos quanto à aprendizagem da disciplina e, de certa forma, uma baixa visão sobre sua aplicabilidade.

Quanto a conceberem a Matemática vinculada ao cotidiano, o menor percentual foi detectado no 8º ano I, curiosamente a turma que mostrou na Tabela 2 maior afinidade com a disciplina. Tentamos, nessa pergunta, propor ao aluno a possibilidade de ampliar seu campo de visão. Porém, novamente, não detectamos exemplos quanto a isso. Ou seja, apesar dos bons percentuais expressos nesse sentido, as dificuldades em justificar a opinião permaneceram.

Sobre a percepção de que há outras "Matemáticas", foi na turma do 8º ano H que detectamos o maior percentual. De certa forma, entendemos que esses números refletem os debates em sala de aula, pois, conforme esses debates foram sendo realizados, percebemos que os alunos que ajudam seus pais em atividades laborais e interagem mais com familiares ou conhecidos conseguem perceber formas distintas de matematizar. No entanto, não foram capazes, neste momento, de tecer diferenciações claras sobre tais formas.

Desta forma, conforme os dados coletados, ao responderem ao questionário, 102 alunos participaram, e, em números percentuais calculados a partir das quatro turmas, 13 do 8º ano H, 8 do 8º ano I, 7 do 9º ano D e 9 do 9º ano E, totalizando 37 alunos (36% do total), afirmaram haver várias Matemáticas. Isso não significa, na prática, que estavam falando de etnomatemáticas, mas é possível que os estudantes participantes do estudo também reconhecessem práticas que ainda não conheciam como uma "Matemática diferente", sendo, na prática, apenas modos distintos de aplicar o mesmo conhecimento. Essa questão se mostrou muito clara no início do projeto, conforme mostramos adiante.

Ainda assim, esse fator merece destaque. A saber, mesmo com o cenário detalhado acima e com possíveis equívocos sobre o que seria uma "Matemática diferente", apenas esses alunos reconheceram essa possibilidade matemática, enquanto 64% entendiam que apenas a Matemática escolar é Matemática. Isso significa que a maioria não considerou nem a possibilidade de, ainda que equivocadamente, existir outros modos de matematizar.

Como esse ponto é um dos principais em relação à nossa fundamentação teórica, gostaríamos de realizar uma análise semiótica, buscando destacar nossas compreensões. Pelas lentes semióticas, o objeto "Matemática" ainda é reconhecido, em sua maioria, como o objeto imediato "Matemática escolar", imerso dentro de signos como números, tabelas, gráficos, expressões algébricas, entre outros. O objeto imediato "Matemática não escolar" não é reconhecido por parte desses alunos como uma Matemática. Assim, o interpretante, que é a ação do signo na mente do intérprete, fica ausente. Ou seja, "[...] a cognição do interpretante supõe conhecimento do objeto enquanto lhe confere um conhecimento ulterior sobre este objeto" (CP, 2.231 *apud* Noth, 2005, p. 119). Isso significa que a "Matemática não escolar" não poderia causar um efeito interpretativo na mente dos alunos, levando-os a associá-la à Matemática, se eles não forem guiados de forma clara a perceber que, para ser considerada Matemática, não necessariamente precisa ser uma disciplina escolar. Talvez essa confusão seja o motivo da ausência do interpretante neste caso.

Em relação à ideia de que pessoas que nunca frequentaram a escola podem ensinar outra "Matemática", naturalmente os números mostraram certa relação com a pergunta anterior. Se menos da metade dos alunos de todas as turmas afirmaram existir outras Matemáticas, um percentual ainda menor afirmou, conforme a Tabela 4, que essa outra Matemática poderia ser ensinada. Isso pode ter decorrido, além dos argumentos apresentados anteriormente, da diferença que existe entre saber fazer algo e saber ensiná-lo.

Em uma pergunta mais direta, na qual questionamos para que a Matemática serviria de fato, buscando depreender exemplos diferentes da associação "resolução de problemas", o fator econômico foi o único presente em todas as turmas. Isso mostra que a visão linear dos alunos sobre a aplicabilidade da Matemática está vinculada ao dinheiro.

Todos os dados e argumentos apresentados foram reforçados pelo percentual de alunos que afirmaram que a Matemática pode contribuir para a formação cidadã. Esse percentual, por sua vez, consideramos baixo, porém coerente com os números apresentados. Sem uma noção solidificada da aplicabilidade da Matemática, torna-se difícil para o sujeito relacioná-la com o exercício da cidadania. Isso, por sua vez, corroborou nossas expectativas quanto à necessidade da aplicação do delineamento proposto para, entre outros pontos, verificar também as influências da nossa proposta sobre a concepção dos alunos. Quanto à opinião dos estudantes sobre a escola, a Tabela 6 nos apresenta alguns dados.

Tabela 6 - Relação do aluno com a escola

Foco da pergunta	8H	8I	9D	9E
Gosta de estudar nessa escola	44,1 %	27,6 %	50 %	62,5%
Estuda na escola a menos de três anos	13,6 %	27,3%	10 %	4,2 %
Estrutura escolar como ponto a melhorar	90 %	95 %	95 %	100 %

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

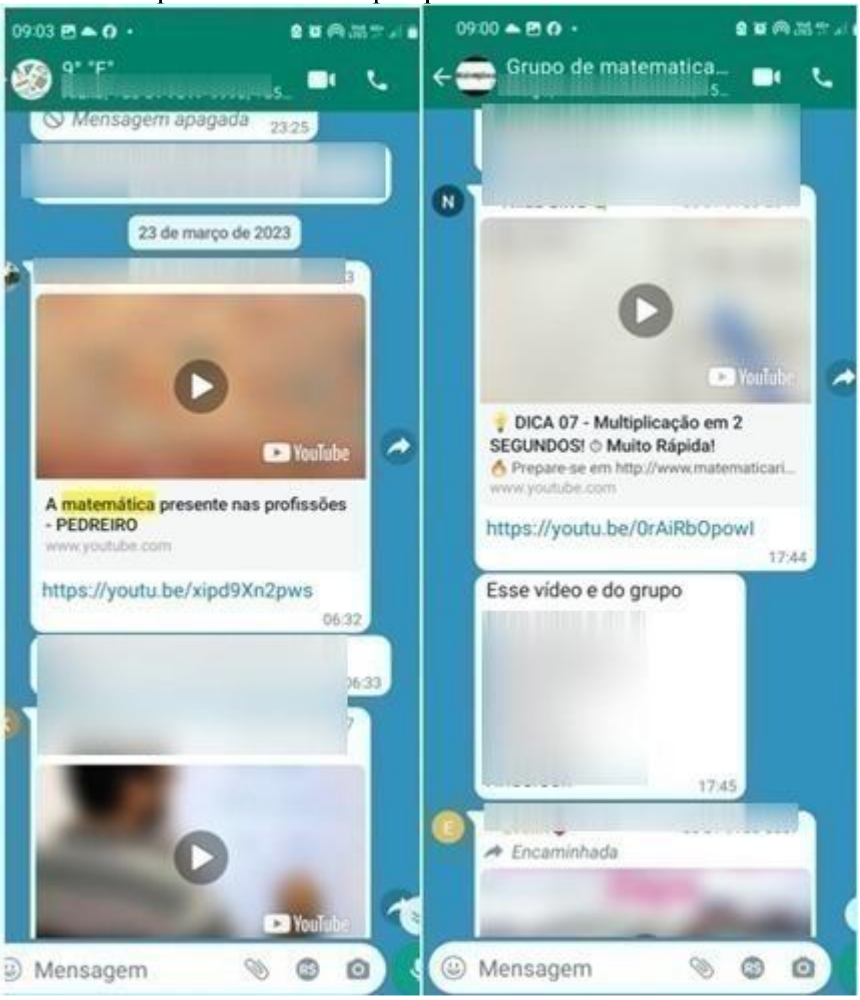
Percebemos que os alunos do 8º ano I compõem o grupo com o maior percentual de menos tempo na escola (menos de três anos), gerando o menor percentual de estudantes que afirmam gostar de estudar nessa unidade de ensino. Já a estrutura da escola foi o ponto mais criticado nas quatro turmas. De fato, essa unidade de ensino, no momento da pesquisa, funcionava em uma casa improvisada. Ela não possuía pátio nem refeitório; as salas eram pequenas, não havia uma biblioteca ampla nem laboratórios. Os banheiros eram pequenos, e as portas das salas estavam bastante deterioradas. A estrutura escolar deve ser um ponto relevante quando pensamos em ensino e aprendizagem e, neste caso, foi indubitavelmente apontada pelos alunos como algo a ser melhorado.

Mas foi a partir da provocação sobre quantas Matemáticas existem que, nas quatro turmas, iniciamos os debates. Ao encerrarmos a aplicação do questionário, na aula seguinte, fizemos uma ampla discussão nesse sentido, e o que se mostrou foi a dificuldade em associar a palavra “Matemática” a pensamentos matemáticos gerados no cotidiano, vinculados a grupos culturais definidos. Assim, propusemos uma atividade em que todos deveriam buscar na internet vídeos nos quais uma Matemática diferente fosse tema. Os alunos sugeriram a criação de um grupo de WhatsApp para dialogar sobre os próximos passos das atividades e socializar o que fosse sendo pesquisado. Todas as turmas foram divididas em grupos de quatro ou cinco alunos, que permaneceram os mesmos até o fim do projeto. Em alguns momentos, trocas de integrantes foram realizadas mediante adequações necessárias.

Nós encontramos um documentário[22]que aborda o desenvolvimento de um projeto interdisciplinar em uma escola inserida dentro de uma tribo indígena, no qual, aparentemente, o foco em Matemática foi, a partir de figuras presentes nos cestos produzidos pelos povos originários, extrair conceitos geométricos, sem especificar mais detalhes sobre como esses povos faziam para matematizar outros elementos dos cestos, como, por exemplo, procedimentos de contagem para dimensioná-los. Já os alunos mostraram dificuldades nesse sentido, reforçando a confusão percebida no questionário quanto ao que eles entendiam por “diferentes Matemáticas”. A Figura 14 mostra que duas turmas (9º ano E e 8º ano I) relacionaram as diferentes Matemáticas à matematização no contexto das profissões e a diferentes algoritmos, respectivamente:

22 O documentário referido chama-se "Por Dentro da Escola - Arte Indígena", desenvolvido pela TV Paulo Freire, plataforma de conteúdo audiovisual da Secretaria de Educação do Paraná. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=8mh7s-fSz0E. Acesso em 7 nov. 2023.

Figura 14 - Print dos grupos de whatsapp das turmas do 9º ano E e 8º ano I mostrando parte dos vídeos pesquisados



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Já a Figura 15 exemplifica a tendência dos alunos do 8º ano H em também relacionar as diferentes Matemáticas a outros algoritmos, propondo diferentes maneiras de multiplicar, visando à simplificação do processo. Por outro lado, os alunos do 9º ano D relacionaram o que se pediu à Matemática do campo, partindo de um documentário que abordava diferentes maneiras de medir.

Figura 15 - Print dos grupos de whatsapp das turmas do 9º ano D e 8º ano I mostrando parte dos vídeos pesquisados

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Sobre a tarefa de comentar o que os vídeos mostravam, dificuldades em explicar foram notadas em todas as turmas. Isso dificultou bastante esse processo introdutório, pois os estudantes, além dos equívocos evidentes, tinham constrangimento em vir a público explicitar suas compreensões. Isso nos levou a provocá-los com perguntas para obter mais informações. Em suma, o que se mostrou evidente foi a continuação das dificuldades em conceber outras Matemáticas como algo possível, para a maioria dos alunos.

Foi a partir desse momento que iniciamos, de fato, o delineamento pedagógico exposto na subseção 2.4, compreendendo as fases de inteiração etnográfica, identificação de uma problemática, modelagem, resolução e adequação da solução. Nas próximas subseções, buscamos relatar o ocorrido em cada fase e, ao mesmo tempo, expor as interpretações semióticas depreendidas em forma de análise à luz da Semiótica de Peirce, sendo finalizadas pela validação por parte dos alunos, que receberam nossas impressões nesse sentido de forma cabível de validação.

6.1 Inteiração etnográfica

Na primeira fase, já com a introdução feita em sala de aula por meio dos vídeos e debates, explicamos que a vivência em sociedade reverbera na formação de grupos culturais definidos e identificados. A partir daí, pedimos que os alunos voltassem sua atenção para a própria comunidade e tentassem identificar, primeiro, um grupo cultural definido e, depois, algum membro desse grupo para ser entrevistado.

Logo, os alunos questionaram o que iriam perguntar e quais eram os objetivos da pesquisa. Nesse ínterim, foi um fenômeno em todas as turmas o fato de a timidez e o constrangimento se evidenciarem na tentativa de justificar a negativa que ora se mostrava no sentido de realizar entrevistas fora da escola. Com conversas e ponderações sobre a necessidade da aplicação das entrevistas, conseguimos representantes em todas as turmas. Por conseguinte, a primeira ida a campo dos alunos foi, então, para definir o grupo cultural escolhido. A Tabela 7 mostra uma síntese dos grupos que foram a campo e conseguiram agendar uma pesquisa, explicando que se tratava de um trabalho escolar.

Tabela 7 - Relação turma e grupo cultural escolhido

Turma	Número dos grupos da turma	Número de grupos que foram à campo	Grupo cultural definido
8º ano H	6	3	- Pedreiros - Vendedor de acerola - Cortador de tecido
8º ano I	6	1	- Vendedor de água doce - Fabricante de carroças[23]
9º ano D	4	2	- Costureiras
9º ano E	5	2	- Construção civil

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Diante do baixo número de alunos que se dispuseram a ir a campo, ficou acordado que os demais participariam das próximas aulas, buscando colaborar com todos os colegas. Outro ponto que ficou definido foi que apenas um tema seria escolhido por turma, para possibilitar um aprofundamento maior. Isso porque os alunos do 8º ano H entrevistaram três profissionais,

23 As carroças em questão são de madeira e fazem parte da vida laboral da região sendo utilizadas para transporte de recipientes de água, pessoas e objetos.

e um grupo do 8º ano I entrevistou dois profissionais. Assim, com a volta dos alunos para a sala de aula, a elaboração do questionário foi o foco.

Após intensa conversa, as ocorrências culturais escolhidas pelos alunos ficaram assim divididas: o 8º ano H escolheu a feira livre, o 8º ano I, a venda de água doce, o 9º ano D, a costura da saia godê, e o 9º ano E escolheu a construção civil. A fase de inteIração etnográfica requisita dos alunos uma imersão na ocorrência cultural, buscando realizar uma pesquisa nos moldes de uma pesquisa etnográfica, levantando dados que nos permitam compreender um pouco mais o universo em estudo. Assim, para tal, um primeiro instrumento de pesquisa, o questionário, deveria ser elaborado.

Após conversas, os alunos foram definindo algumas perguntas, e o questionário foi elaborado em conjunto. Após esse movimento de construção, visando dar linearidade ao instrumento de pesquisa, pois os quatro materiais ficaram parecidos, principalmente porque os objetivos da proposta eram similares, chamamos os representantes das turmas para compor um novo questionário (Apêndices B, C, D e E), apenas com diferenças quanto à especificidade da profissão.

O material é composto por duas partes. A parte I está subdividida em três seções: dados pessoais, dados relativos à vida escolar e dados relativos à vida laboral. Essa parte do questionário foi aplicada no primeiro encontro dos alunos com os profissionais. Já a parte II está composta de perguntas com foco em compreender melhor a matematização dos agentes pesquisados. Essa parte do questionário foi aplicada em um segundo momento que surgiu como resultado da dificuldade de os alunos em compreenderem o raciocínio matemático dos profissionais em um primeiro momento.

Antes de os alunos voltarem a campo, explicamos que, além do questionário, outros fatores deveriam ser observados, como a vida diária, as dificuldades e o ambiente de trabalho, focando, de fato, nas características presentes no ambiente e na vivência do profissional. Não seria, portanto, o questionário o único instrumento de coleta, mas também a observação. Cronologicamente, o processo se deu assim: os alunos receberam instruções na escola, escolheram um profissional, foram a campo marcar a visita, voltaram à escola, elaboraram o questionário, voltaram a campo, aplicaram as entrevistas, voltaram à sala de aula para apresentá-las em forma de seminário, voltaram a campo quando necessário para colher informações adicionais e realizar observações. A Figura 16 apresenta parte desse momento realizado por três das quatro turmas, uma vez que o 9º ano D obteve dificuldades em realizar a pesquisa.

Figura 16 - Alunos dos 8º anos H e I e do 9º ano E realizando a inteiração etnográfica

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Na volta à sala de aula, os alunos trouxeram uma rica bagagem de informações, e debates aconteceram no âmbito cultural. O foco principal, nesse momento, era esmiuçar as informações e depreender como a dinâmica do pensamento matemático foi percebida pelos alunos para, a partir daí, compreender como o etnomodelo êmico funciona em cada ocorrência. Os alunos do 8º ano H tiveram mais facilidade em visualizar o movimento matemático por se tratar de uma feira livre. Quantificar é uma ação cognitiva muito vasta nesses ambientes. Dessa forma, após muitas dúvidas, eles escolheram, para a entrevista, um vendedor de acerola com pouco conhecimento no que tange à Matemática escolar. Este se mostrou bem receptivo, e as ideias matemáticas desse universo atraíram os alunos de uma forma mais objetiva.

Já os alunos do 8º ano I, motivados pelo fato de possuírem, em sala de aula, um colega cujo pai vendia água doce, entrevistaram um senhor muito conhecido na localidade, que trabalha há muito tempo nesse ramo. Ele não teve oportunidade de estudar, mas, pelo que foi mostrado em sala de aula, esse profissional dominava a habilidade de quantificar mentalmente. Os alunos do 9º ano D, apesar de demonstrarem interesse pela costura, a princípio não conseguiram entrevistar uma costureira específica, por pelo menos dois motivos. O primeiro foi uma aparente falta de desenvoltura e, claro, constrangimento por parte dos alunos para realizar a entrevista. O segundo foi a própria falta de disponibilidade de duas profissionais conhecidas pelos alunos, que moravam uma na cidade e outra na zona rural. Elas, quando foram contatadas, a princípio não se dispuseram a ser gravadas ou a responder perguntas, em razão da timidez.

Assim, os alunos, buscando dar foco à saia godê como curiosidade, superaram em parte a própria timidez, já que algumas jovens da classe possuíam esse tipo de roupa e gostariam de conhecer mais sobre o assunto. Eles tiveram que juntar as informações a partir de conversas curtas com as costureiras, que insistiam em não se sentar para responder à pesquisa de maneira formal, mas aceitaram conversar rapidamente sobre o tema, sem gravação de áudio e vídeo. A pesquisa, nesse caso, ocorreu de uma forma mais desorganizada, pois, como não havia gravação, os relatos em sala de aula foram feitos a partir de anotações das conversas. Claramente, percebemos que essa dificuldade contribuiu significativamente para a desmotivação do único grupo que se dispôs a pesquisar.

Os alunos não deixaram de realizar uma inteiração etnográfica na ocorrência "confecção de roupas", pois visitas e observações foram realizadas. No entanto, as informações colhidas por meio das duas costureiras não esclareceram de forma satisfatória a pergunta: "Como a senhora faz para determinar a medida do raio para confeccionar o molde para a saia godê?" (parte II do questionário – Apêndice D). Assim, um tanto cansados de insistir, os alunos pesquisaram em sites para compreender melhor o que as costureiras afirmaram sobre o cálculo do raio da modelagem da saia.

Com todas essas dificuldades, devemos reconhecer, de forma crítica, que, de certo modo, houve uma quebra na lógica por trás do nosso delineamento, que requer uma pesquisa mais formal com um membro de um grupo cultural definido. Contudo, como os alunos tentaram várias vezes e colheram certas informações de maneira fracionada, consideramos que, em parte, a inteiração etnográfica ocorreu. Entretanto, a explicação dos cálculos apresentada pela costureira no vídeo foi mostrada a uma das costureiras entrevistadas, que confirmou o percurso. Assim, surgiu a seguinte dúvida: a tecnologia poderia ajudar o pesquisador a compreender melhor características de determinados grupos culturais quando a imersão nas vivências ainda se mostrar insuficiente?

Por fim, os alunos do 9º ano E entrevistaram o pai de uma das alunas, que trabalha como pedreiro e realiza a cobertura de casas de diversas formas, entre elas, no estilo "quatro águas"[24]. O referido profissional também demonstrou timidez quanto a ser gravado, mas, com o avanço das conversas, aceitou responder ao questionário. De acordo com o relato dos alunos, o que ficou evidente foi um bom conhecimento geométrico no sentido de percepção quanto a ângulos, figuras e medidas, entre outros.

24 Nesse caso, os pedreiros ou marceneiros fazem um arcabouço de madeira para que o telhado de uma casa retangular tenha quatro regiões, que por sua vez, ao receber as chuvas, escoarão a água em quatro direções diferentes.

Propondo, assim, uma visão geral até aqui, apresentamos primeiro o resumo da ocorrência cultural, profissão e pergunta-base[25] (formuladas na sala de aula, após as apresentações prévias dos alunos, a partir de suas curiosidades) para a elaboração do etnomodelo êmico, conforme ilustrado no Quadro 10.

Quadro 10 - Ocorrência cultural, profissional entrevistado, pergunta e turma

	8º ano H	8º ano I	9º ano D	9º ano E
Ocorrência cultural	Feira livre	Venda de água doce	Confecção de saias	Construção civil
Profissional:	Vendedor de acerolas	Vendedor de água doce	Costureiras	Pedreiro
Pergunta:	Como o senhor calcula o preço da acerola na hora de vender?	Como o senhor calcula o preço da lata de água?	Como determinar a medida do raio usado para confeccionar os tipos de saias godê conhecidos?	Como posicionar o eixo do espigão para a correta construção do arcabouço de madeira de um telhado quatro águas?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

A partir da pergunta-base presente na parte II dos questionários e feita aos profissionais em visitas posteriores ao primeiro contato dos alunos com eles, os estudantes buscaram registrar, em seus cadernos, o etnomodelo êmico depreendido a partir do que cada profissional pesquisado destacou. Como sabemos, tais etnomodelos devem ser validados por insiders do grupo cultural analisado (Rosa; Orey, 2017). Por isso, ao depreenderem tais etnomodelos das entrevistas realizadas e das conversas entre eles, isto é, entre *insiders* e *outsiders*, os alunos tiveram o cuidado de questionar se seus registros estavam corretos, permitindo que a validação fosse feita.

Ao retornarem à sala, abrimos espaço para as apresentações prévias dos resultados. Vale salientar que, por várias vezes, ao surgirem dúvidas nas exposições, orientamos os alunos a regressarem ao ambiente cultural para que mais informações fossem extraídas, dando corpo aos etnomodelos êmicos. No Quadro 11, apresentamos os etnomodelos êmicos em forma retórica depreendidos na inteiração etnográfica realizada pelos alunos e validados pelos referidos profissionais (*insiders*).

25 A pergunta base foi a principal, entre outras, por dar suporte a elaboração dos etnomodelos êmicos.

Quadro 11 - Etnomodelos êmicos retóricos

Ano/ Turma	Etnomodelo êmico retórico
8ºH	Primeiro, vejo o preço da galeia[26] de acerola. Faço uma estimativa de quantas latas consigo encher com essa quantidade de acerola e dou um preço que me faça ter lucro.
8ºI	Encho o tanque de água por um preço que pode mudar de acordo com as chuvas. Já sei que o tanque enche 17 latas de água. Dou um preço para a lata que me dê retorno e pronto.
9ºD	- Tira a medida da cintura da pessoa que vai usar a saia; - Divide a medida da cintura por 6,28, se for saia godê inteira, por 3,14, se for saia godê meia, por 4,71 se for saia godê três quartos e por 1,57 se for saia godê um quarto.
9ºE	- Primeiro, desenho um retângulo no papel com as medidas de comprimento e largura da casa. - Agora, divido por dois a largura da casa. - Projeto essa medida no comprimento da casa para formar dois quadrados; - Faço o mesmo no outro lado da casa; - Tenho agora 4 quadrados. - [27]A linha de encontro dos quadrados de um lado com os quadrados do outro é o tamanho do eixo do espigão.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir das informações extraídas das entrevistas realizadas pelos alunos, 2024.

Para o objetivo central da proposta, ou seja, construir uma visão holística da Matemática, a primeira fase do delineamento ora proposto é um momento crucial. Isso também se justifica por levar os alunos a realizarem várias atividades cognitivas, como análise, interpretação e reflexão quanto ao conceito de Matemática de forma holística, o que, por sua vez, produz comparações entre universos que deveriam dialogar de forma inerente, a saber, escola e cotidiano/cultura. Esse processo potencializa a cosmovisão de cada aluno no sentido de perceber que, na cultura, existem modos de pensar culturalmente aceitos e validados.

Nesse contexto, podemos inferir que os alunos que realizaram as entrevistas, mesmo com as dificuldades mencionadas, tiveram certo grau de sensibilidade cultural que, por sua vez, fomentou as análises desses ambientes, produzindo sentimento de pertencimento, sentimentos de surpresa e curiosidade e generalizações quanto à presença de diferentes modos de matematizar, culminando, assim, na compreensão dos etnomodelos êmicos de cada grupo cultural definido. Isso se materializou, de fato, ao percebermos que os comentários dos alunos punham em relevo elementos como a cultura local, a profissão escolhida e uma percepção mais ampla quanto ao movimento do pensamento matemático fora da escola.

Embasamos essas inferências nos elementos que agora passamos a apresentar, sempre iniciando a partir dos alunos que foram a campo e, depois, sobre os alunos que assistiram às apresentações e interagiram a partir de quatro ações (sensibilidade cultural, diferenciar os modos de matematizar, nomear os diferentes modos de matematizar e depreender os

26 Uma espécie de caixa de plástico usada para transportar acerolas ou itens.
27 Para melhor compreensão, ver a Figura 20.

etnomodelos êmicos), com foco nas análises e compreensões culturais como ações cognitivas e nas questões emocionais depreendidas.

Inicialmente, no relato dos alunos nas apresentações sobre a experiência da pesquisa, foi percebido, em todas as turmas, que a ênfase sobre a cultura local foi colocada em posição de valor e não de descrédito.

Quando os alunos do 8º ano I citaram, por exemplo, que alguns vendedores de água possuem seu próprio bordão para o anúncio de que o carro ou carroça com água doce estava passando na rua, por meio de um grito "*olha a aguê*", e que, em algumas carroças, os animais que fazem a tração possuíam chocalhos, ou quando os alunos do 8º ano H destacaram que os vendedores de acerola gritam na feira "*olha a acerola*" e, mais ainda, quando os alunos do 9º E fizeram referência ao modo como alguns pedreiros chamam o caibro de "*caibo*", entre tantos outros aspectos culturais, como a forma de passar troco, as ferramentas de trabalho (cipó para o vendedor de água doce e diferentes réguas para a costureira, lata improvisada para o vendedor de acerola), a maneira de falar, entre outros, tudo relatado nos seminários, detectamos um sentimento de pertencimento ou identidade cultural, oriundos da sensibilidade cultural que estava em ação e da análise implementada pelos alunos. Essa inferência parte das falas que surgiram, como *"conheço bem esse ambiente", "conheço o vendedor", "a lata que ele usa para vender é de alumínio", "ele é um bom pedreiro", "a saia nesse estilo é bonita",* entre outras.

Dessa forma, uma sensibilidade cultural interessante foi evidenciada nos alunos que estavam apresentando. Isso só foi possível em razão da análise cultural realizada por eles, pois, como eles possuíam a orientação de não só questionar, mas observar e analisar, conseguiram destacar características do ambiente cultural. Analisar pressupõe, entre outras coisas, partir do todo e separar seus elementos constituintes. Aparentemente, pelos relatos em sala de aula, foi isso que aconteceu, culminando em um sentimento de pertencimento cultural nesses sujeitos, de forma espontânea.

Já em relação aos alunos que estavam assistindo às apresentações e participando, embora não fosse unanimidade, o sentimento de pertencimento também foi ocorrendo na medida em que interagiam com os colegas que estavam apresentando. Contudo, isso se deu de forma mais superficial, pois, como eles mesmos relataram, algumas informações eram confirmadas a partir da memória desses alunos ao lembrar as características dos objetos apresentados. Como conclusão dessa primeira evidência, podemos resumir que a sensibilidade cultural fomentou a análise cultural, gerando sentimento de pertencimento em parte dos alunos. Já em outros, que não estavam participando, as poucas falas evidenciaram indiferença em relação ao projeto.

Ademais, na última aula voltada para essa fase, em um momento de reflexão e diálogo, perguntamos aos alunos se eles, antes da atividade de pesquisa realizada, já haviam percebido esse movimento da Matemática fora da escola. Vejamos como alguns alunos (nomeados pelas iniciais dos seus nomes) responderam:

> *Aluna L (8º ano H): exemplo, o pedreiro usa a matemática escolar para medir e uma matemática dele em determinados momentos.*
> *Aluna M (8º ano I): Percebi muito cedo que meus pais calculavam mentalmente de forma bem interessante, mesmo sem ter vindo pra escola.*
> *Aluna D (9º ano E): Meu pai, quando precisa contar, olha pra cima, calcula e diz o resultado.*

As três falas acima mostram percepções interessantes quanto ao que foi questionado. A aluna do 8º ano H destaca a possibilidade de pessoas utilizarem tanto a Matemática escolar quanto outra forma de pensar matematicamente de forma concomitante. Já as alunas M e D destacaram a presença do cálculo mental em pessoas não escolarizadas. Essas falas produziram imenso debate nas turmas, e a reação que notamos em parte dos alunos participantes foi de surpresa e curiosidade gradativa, que aumentava sempre que os debates ocorriam, resultando em comparações de maneiras distintas de matematizar.

Dessa forma, mais análises ocorriam nesse sentido, comparando universos culturais distintos, mostrando indícios de que a percepção desses modos de matematizar só veio à tona após a reflexão provocada pelo trabalho de inteiração etnográfica. Assim, podemos inferir que o que havia acontecido até aquele momento provocou, em alguns alunos, certa capacidade de, por meio de análises, diferenciar alguns pontos, a saber: não precisa vir à escola para matematizar; não preciso de papel e caneta para calcular; posso conciliar o que aprendi na escola com maneiras próprias para matematizar e resolver problemas.

Questionamos ainda em todas as turmas qual seria o nome dessa Matemática imersa no cotidiano, e as melhores referências foram encontradas nas seguintes falas:

> *Aluno A (8º I): Podemos chamar de matemática informal.*
> *Aluna D (9º E): Uma matemática diferente das iguais.*

Das outras turmas, depreendemos expressões similares a estas, ou seja, havia um caminhar no sentido de distinguir os diferentes modos de matematizar em todas as turmas. Isso mostrou que parte dos alunos já estava quebrando o tabu imerso na ideia reducionista de a Matemática estar presente apenas na escola como disciplina, isto é, aceitando que existem outros modos de pensar matematicamente. Isso apontou para certo grau de generalidade nesse sentido, embora ainda incipiente.

Por fim, os estudantes que compuseram o grupo da pesquisa tentaram registrar os etnomodelos êmicos de forma organizada, ou seja, credibilizaram os insiders, conferindo-lhes respeito e credibilidade lógica. Isso evidencia que alguns alunos atribuíram ao etnomodelo êmico característica similar à atribuída aos etnomodelos éticos aprendidos na escola, isto é, os etnomodelos êmicos são pensamentos lógicos matemáticos que, para serem compreendidos, devem ser esboçados de forma clara, sequencial e lógica. Certos etnomodelos êmicos possuem estrutura semântica que lhes confere a possibilidade de serem aplicados e gerarem resultados matemáticos válidos na prática.

Contudo, uma ressalva deve ser feita. O índice de participação dos alunos nesse momento do estudo atingiu, em todas as turmas, aproximadamente 50%. Ou seja, ainda tínhamos muitos alunos resistindo a participar do projeto, embora alguns já tivessem mostrado desejo de participar, inclusive por meio das interações. Outros pontos que merecem destaque são a faixa etária dos alunos e as dificuldades matemáticas inerentes à sua fase escolar, que, por sua vez, foram fatores preponderantes nas dificuldades em realizar as pesquisas e dirimir algumas informações. Em resumo, as interações que relatamos englobaram os alunos pesquisadores e uma parcela pequena dos que não foram pesquisar, mas se comprometeram a contribuir, gerando a percepção de que metade dos alunos de cada turma contribuiu com as interações necessárias.

Foram alunos que recentemente ficaram dois anos praticamente sem estudar, e era necessário considerar esses fatores em nossas análises. Por exemplo, em nossas conversas, percebemos que os alunos dos 8º anos tiveram dificuldades em compreender a relação entre potes de acerola e latas de água com galeia e tanque, respectivamente, no sentido de mensurar possíveis valores para os vendedores obterem lucro nas vendas. Os alunos do 9º ano D mostraram dificuldades em operar números decimais, e os do 9º ano E não entendiam alguns conceitos de geometria, como unidades de medidas de ângulos, por exemplo, que foi citado pelo pedreiro.

6.1.1 Análise da fase à luz da teoria

Foram quatro os principais elementos que compõem o objeto de análise nesta fase, sobre os quais lançamos nosso olhar semiótico. O primeiro elemento mostra que os alunos, ao adentrarem o ambiente cultural da feira livre, venda de água doce, construção civil e confecção de roupas, foram impactados por artefatos sempre presentes, mas não percebidos na rotina: o cheiro do local, a cor das ferramentas, a tração animal, os chocalhos, recipientes artesanais, como latas para medir água, ferramentas de trabalho, gritos para chamar atenção, substantivos comuns adaptados, como "*aguê*" e "*caibo*", entre outros.

O efeito desses artefatos nos alunos que realizaram as entrevistas se deu no campo dos sentimentos de familiaridade e pertencimento. Esses sentimentos geralmente ocorrem de forma instantânea e espontânea, na medida em que o fenômeno captura o intérprete, pois "[...] o primeiro (primeiridade) é presente e imediato, de modo a não ser segundo para uma representação [...] é iniciante, original, espontâneo e livre [...]" (Santaella, 2004, p. 45). Estão, assim, vinculados à primeiridade como modo de percepção. Podemos afirmar, contudo, que esse sentimento ocorreu de maneira mais intensa nos alunos pesquisadores do que naqueles que apenas assistiram às apresentações.

Como segundo elemento a ser analisado, destacam-se os sentimentos de surpresa e curiosidade gradativa que emergiram nos alunos a partir das falas de alguns colegas (*aluna L do 8º ano H: "Exemplo, o pedreiro usa a matemática escolar para medir e uma matemática dele em determinados momentos"; aluna M do 8º ano I: "Percebi muito cedo que meus pais calculavam mentalmente de forma bem interessante, mesmo sem ter vindo para a escola"; aluna D do 9º ano E: "Meu pai, quando precisa contar, olha para cima, calcula e diz o resultado"*), ao perceberem diferentes formas de matematizar, diante das provocações em sala de aula. Esses sentimentos foram uma reação às respostas dadas pelas colegas e, como reação, são caracterizados por Peirce como secundidade. Santaella (2018, p. 7) explica que a surpresa, nesse sentido, assim como o conflito, é característica da secundidade, pois "[...] está ligada às ideias de dependência, determinação, dualidade, ação, reação, aqui e agora, conflito, surpresa, dúvida".

Como terceiro ponto a destacar, está a generalização que os alunos começaram a construir quanto à existência de diferentes modos de matematizar e à nomeação desses modos. As falas do aluno A do 8º ano I ("*podemos chamar de matemática informal*") e da aluna D do 9º ano E ("*uma matemática diferente das iguais*") mostram que essa generalização estava sendo iniciada, sendo endossada pelos colegas, que não contrariaram tal ideia, mas, de certa forma, a apoiaram. Isso é elemento de terceiridade, como modo de percepção das coisas, que, como podemos observar, é uma característica que emergiu da ação cognitiva de compreensão.

Conforme destaca Peirce (CP, 1.337)[28] , citado por Noth (2005, p. 64), a terceiridade é caracterizada pela síntese, memória e continuidade, entre outras coisas.

Por fim, o quarto elemento de análise dessa fase foi o cuidado demonstrado pelos alunos na transcrição dos etnomodelos, bem como a valorização esboçada por eles ao falar da maneira como os *insiders* pensavam matematicamente. Essa atitude evidencia que os alunos colocaram o etnomodelo retórico em posição de valor e destaque. Portanto, a nosso ver, são características de primeiridade, pois os alunos mostraram surpresa repentina ao se depararem com pessoas que não frequentaram ou pouco foram à escola, mas conseguiam relatar logicamente como calculavam; de secundidade, ao reagirem ao momento mostrando uma atitude de conflito e curiosidade; e de terceiridade, ao concluírem que havia certa lógica matemática nos etnomodelos êmicos depreendidos e que, por isso, era necessário ter cuidado e mostrar fidelidade aos dados para descrever e comentar sobre tais etnomodelos. Nesse caso, detectamos a análise e compreensão como atividades cognitivas ocorrendo de forma concomitante.

É bom destacar que, conforme explicam Ramos e Almeida (2021), é por meio da primeiridade, secundidade e terceiridade que, segundo Charles Peirce, toda a estrutura das nossas experiências é capturada. A experiência vivenciada pelos alunos ao praticarem uma pesquisa etnográfica simples forneceu ricas informações sobre as influências que a interface entre o ensino de Matemática e a cultura pode exercer sobre eles. Assim, podemos observar que as experiências vão desde fatores sentimentais até conclusões lógicas pertinentes, que emergiram a partir das análises culturais realizadas. Os modos de percepção dos alunos nessa fase adentraram a primeiridade, secundidade e terceiridade de Peirce de forma natural e, na terceiridade, os alunos construíram inferências significativas quanto à interface aludida. Tudo ocorreu a partir da possibilidade peculiar que a pesquisa forneceu aos alunos, a saber, adentrar um ambiente cultural específico e analisá-lo. Na próxima subseção, expomos a validação das nossas impressões por parte dos alunos.

6.1.2 Validação das impressões por parte dos alunos

Após a finalização dessa fase, voltamos à sala de aula para expor nossas conclusões prévias sobre esse momento. Iniciamos elogiando todo o esforço implementado e destacamos que percebemos reações interessantes durante o desenvolvimento da pesquisa e das

28 Algumas referências a Peirce seguem o padrão estabelecido por Noth para referenciar a obra *The Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. Como informado por Noth no capítulo III, o primeiro número refere-se ao volume e o segundo número indica o parágrafo da citação.

apresentações dos resultados. Nas quatro turmas, explicamos que os alunos pesquisadores demonstraram surpresa atrelada à curiosidade, na medida em que, ao observarem bem o ambiente, sentirem o cheiro, olharem as cores e os artefatos ali presentes, foram capturados pelo sentimento de pertencimento.

Destacamos que eles estavam construindo uma nova ideia sobre a Matemática, percebendo seu movimento natural na cultura, independentemente de seus membros culturais possuírem ou não experiências na escola. Explicamos que tivemos a sensação de que os alunos experimentaram surpresas súbitas e graduais em todo o processo e que, ao anotarem como os profissionais calculavam, demonstraram certo cuidado ao colher as informações, transcrever e explicá-las aos colegas no seminário.

Relativamente aos alunos ouvintes dos resultados, explicamos que, aparentemente, tanto as surpresas instantâneas quanto as graduais, também vinculadas à curiosidade, ficaram patentes em falas e reações, e que a ideia de pertencimento também os envolveu, mas de forma mais superficial do que os que realizaram a pesquisa. Sobre as conclusões de haver outros modos de matematizar, explicamos que eles estavam no início dessa construção e que muito ainda estava por vir nesse sentido. Porém, aproveitamos o momento para tecer uma crítica construtiva ao fato de poucos alunos terem se disposto a realizar a pesquisa, o que dificultou sobremaneira a concretização dessa primeira etapa.

De forma geral, os alunos ouviram em silêncio e ficaram pensativos. Ouvimos algumas críticas inicialmente, como, por exemplo, ser perda de tempo trabalhar com essas coisas. Outras críticas referiam-se ao fato de não poderem sair para pesquisar por falta de tempo. Alguns ainda destacaram que nunca haviam realizado atividades nesse formato e, portanto, isso dificultou uma maior aceitação. Após ouvir, direcionamos o foco da conversa para sondar a concordância ou não com nossas interpretações.

Os alunos que não participaram se eximiram de falar. Porém, os que se dispuseram a pesquisar foram os primeiros a intervir, confirmando que, de fato, se surpreenderam com a pesquisa e que, mesmo desmotivados inicialmente, foram construindo motivação para realizar as entrevistas. Contaram que, no momento em que estavam conversando com os profissionais, sentiam-se em casa, sem estranhamento, justificando essa sensação pela convivência diária com os profissionais. Já os alunos ouvintes concordaram que, ao perceberem como foi interessante o trabalho realizado pelos colegas, também demonstraram surpresas súbitas e graduais. Concordaram ainda com os colegas pesquisadores sobre o sentimento de familiaridade experimentado por todos, mas admitiram que ainda possuíam dúvidas quanto à ideia das “matemáticas diferentes”.

Ainda nesse âmbito de validação, é preciso deixar claro que foi nos momentos mais peculiares de conversa, fora da sala de aula e após a conclusão das aulas, que os estudantes mostraram elementos mais contundentes de confirmação quanto às nossas interpretações, com falas como "*nossa cultura é interessante*", ou "*nosso povo sabe dar um jeito para sobreviver*", "*os ambientes desses profissionais são ricos*", "*pensar em matemáticas diferentes é interessante*", entre outras.

6.2 Identificação de uma problemática

Tomando o último debate como base, iniciamos na aula posterior a fase de identificação de uma problemática. Diante dos desafios naturais de uma sala de aula, precisávamos provocar, mediar e direcionar os diálogos, visto que muitos assuntos surgiram no momento das conversas. A partir das pontuações feitas, percebemos que algumas dúvidas poderiam servir de base para problematizar.

Nesse sentido, observamos a ocorrência de um fenômeno comum às quatro turmas: a curiosidade de parte dos alunos estava relacionada a pelo menos dois aspectos — ao pensamento matemático do profissional em questão (aspecto etnomatemático) e a aspectos sociais, como economia, comparação entre preços, gasto de matéria-prima, entre outros. Os diálogos abaixo mostram como se deu tal situação no 8º ano H, por exemplo:

> *Professor: Alguns alunos dessa turma foram a feira e entrevistaram o rapaz que vende acerola utilizando uma lata como unidade de medida. Mas como de fato ele faz para vender se não usa balança?*
> *Aluno J: Ele coloca a acerola na lata e vê o valor que vai dar.*
> *Aluno C: A matemática dele é visual.*
> *Professor: A lata custa quanto?*
> *Aluno C: Se for na metade, ele faz por R$1,50.*
> *Professor: E a lata toda?*
> *Aluno D: Custa R$ 3,00.*
> *Aluno J: Interessante, mesmo sem ter vindo à escola ele dá seu jeito.*
> *Professor: Isso interessa a vocês?*
> *Alguns alunos em coro: Sim.*

Após um longo momento de interação sobre reflexão, pesquisa e busca por respostas para responder inquietações, podemos destacar mais um recorte do diálogo:

> *Professor: Mas, o que seria investigar?*
> *Aluna H: Pesquisar...*
> *Professor: Certo H, então, qual seria a curiosidade de vocês nesse contexto?*
> *Aluno J: Como ele calcula...*

> *Professor: Calma J, qual seria a curiosidade de vocês, se a lata não é a mesma unidade de medida do quilograma?*
> *Aluna I: Se ele colocar menos acerola na lata, vai ganhar, se ele colocar mais, vai sempre perder.*
> *Aluno J: Acho que ele faz o cálculo aleatório. Como ele encontra o preço?*
> *Professor: Então, pelo que percebo, vocês querem entender como ele determina o preço da lata?*
> *Aluno J: E onde vale mais a pena comprar, na feira ou no mercado...*

Esse recorte do diálogo ocorrido em sala de aula e gravado em áudio mostra que os alunos compreenderam a relação “mais acerola na lata, menos latas vendidas no final”, o que, por sua vez, chama atenção para a forma como o vendedor lida com isso, ou seja, como ele determina o preço da lata. Tal fato levantou a necessidade de investigar a relação do preço da acerola na feira com o preço praticado no mercado, mostrando que a curiosidade dos alunos estava em torno dos aspectos etnomatemático e social. Relativo ao diálogo ocorrido com os alunos do 8º ano I, vejamos outro recorte:

> *Professor: Nas discussões no grupo de Whatsapp, a venda de água doce parece ter chamado mais a atenção de vocês, além dos pedreiros, sendo esse o tema escolhido. E aí, só existe uma matemática?*
> *Alguns alunos em coro: Não!*
> *Professor: Qual a diferença?*
> *Aluno I: Um pensamento diferente gera formas diferentes...*

A partir daí um longo debate se fez. Alguns alunos desfocaram a conversa com outros assuntos e, após algumas intervenções, continuamos:

> *Professor: Qual seriam, então, as curiosidades quanto ao nosso tema venda de água doce? Essa venda seria igual ao mercado? Como eles medem a água que vai ser vendida?*
> *Aluno D: Na lata...*
> *Professor: E no mercado?*
> *Aluna M: Litros*
> *Professor: As latas são todas iguais? Baldes e latas?*
> *Aluno A: De jeito nenhum.*
> *Professor: Podemos investigar isso?*
> *Alguns alunos em coro: Sim!*
> *Professor: O que seria investigar?*
> *Aluno M: Descobrir algo.*
> *Aluna M: Pesquisar sobre um assunto.*
> *Aluna K: Ir atrás, procurar informação...*
> *Professor: E quais seriam as curiosidades?*

Nesse momento, diversas perguntas surgiram, como a capacidade da lata, o preço de um balde e quem fabrica as latas. Contudo, as que mais nos interessam estão na continuação abaixo:

> *Aluna M: O preço da lata é o correto, podemos ser enganados?*
> *Professor: Certo, que mais?*
> *Aluno D: Como ele sabe o valor da lata?*
> *Aluno A: Qual vale mais a pena comprar, a lata ou a mineral?*
> *Professor: Boa! Todos concordam em embarcar nessa investigação?*

O destaque do diálogo se dá quanto à curiosidade dos alunos sobre o aspecto etnomatemático (a pergunta da aluna D sobre como o vendedor de água calcula o valor da lata) e quanto ao aspecto social (a pergunta da aluna A sobre onde é mais vantajoso comprar água, se no mercado ou do vendedor de água doce).

Relativo ao 9º ano D, iniciamos a conversa realizando uma provocação no sentido de instigar também a curiosidade desses alunos. Vejamos um recorte:

> *Professor: Gente, após a pesquisa realizada, qual a relação da matemática com o cotidiano?*

Nesse momento, por vários minutos, a turma não correspondeu, havendo silêncio total na sala. Insistimos várias vezes para que o diálogo se iniciasse, e, a partir daí, algumas ideias começaram a surgir:

> *Aluno EB: Para cozinhar, medidas certas de temperos.*
> *Aluno E: Pedreiros usam para construir casas.*
> *Aluna D: para levantar paredes, geometria, acho...*
> *Professor: E aqui na nossa cultura? E no tema pesquisado?*
> *Aluna D: Costura e vender água...*
> *Aluno G: O mecânico, com chaves de fenda.*

Por ausência de alguns alunos nesse dia, percebemos que o debate foi marcado por pouca interação. Sinceramente, nesse momento da atividade, percebemos certo desânimo em continuar com a proposta — tanto dos alunos quanto do professor —, o que nos fez pensar em desistir da continuação do projeto e focar nas atividades curriculares. Contudo, decidimos insistir mais um pouco. Foi necessário um direcionamento mais incisivo para que pudéssemos chegar a uma problemática e dar continuidade ao trabalho, gerando as problemáticas, conforme mostra mais um recorte dos diálogos:

> *Professor: Além desses, teria mais algum ponto a ser destacado?*
> *Aluna D: Na costura. Medir cintura e busto, medidas do corpo, como na saia godê.*
> *Aluno G: Tamanho do elástico.*

> *Professor: Muito bem. O que querem investigar sobre isso? Quais curiosidades vocês têm? Que figura ela lembra?*
> *Aluno G: Um círculo.*
> *Professor: Muito bem. Se planificarmos a saia lembra essa figura (desenho de uma coroa circular no quadro)?*
> *Alunos: Sim...*
> *Professor: Ótimo. Mas, quais elementos temos aqui?*
> *Aluno L: Centro e uma ligação até a linha curva.*
> *Professor (com o desenho no quadro): Na modelagem da saia, esse raio é importante. Será sempre a mesma medida?*
> Turma em Silêncio
> *Professor (insiste na pergunta): Como as costureiras fazem para determinar a medida desse raio?*
> *Aluno L: Dividem por alguns números.*
> *Professor: Na pesquisa que foi apresentada, quais foram eles?*
> Turma em Silêncio
> *Professor: Seria por 6,28, 4,71, 3,14 e 1,57?*
> *Alunos não identificados: Sim...*
> *Professor: Qual curiosidade surge? O que é investigar? Qual matemática podemos usar, a da escola ou a da costureira?*
> *Aluno B: Descobrir*
> *Aluna V: procurar saber de algo...*
> *Aluno EB: Podemos usar as duas...*
> *Aluna V: Saber a quantidade exata de tecido...*
> *Aluno W: De onde vieram aqueles números (6,28, 4,71, 3,14 e 1,57)? Como ela faz para determinar o tipo da saia?*
> *Professor: Ótimo, a turma concorda?*
> *Alunos: Sim...*

Como podemos perceber, a mediação do professor teve que ser mais ampla. Por outro lado, tentamos deixar o espaço aberto para que os alunos pudessem opinar, analisar e interpretar. Ademais, o destaque vai para a pontuação feita pela aluna V relativa à quantidade de tecido gasto (aspecto social) e a pontuação do aluno W sobre a origem dos números utilizados pela costureira para determinar o raio e como ela encontra esse valor.

Relativo ao diálogo com os alunos do 9º ano E, vale ressaltar que ele ocorreu de forma muito produtiva. Vejamos também um recorte:

> *Professor: Gente, após a fase da pesquisa de campo, percebemos que de fato o universo da construção civil chamou muito a atenção de vocês, correto?*
> *Parte dos Alunos: Sim...*
> *Professor: Assim, após essa fase, qual a relação da matemática com a realidade?*
> *Aluno W: Em tudo.*
> *Professor: Certo W, mas de quantas matemáticas podemos falar?*
> *Vários alunos: Várias... / muitas...*
> *Aluna D: Ao fazer o telhado quatro águas, o pedreiro tem que ter a medida certa de tudo. Eles criaram um jeito pra isso dar certo.*
> *Professor: Gente, podemos usar a matemática escolar para investigar esse jeito que a aluna D falou?*

> *Aluna M: Com certeza, tipo, existe essa possibilidade sim, já que estamos estudando as duas...*
> *Professor: Ok. Mas, dentro do tema, o que vocês querem investigar? O que seria investigar?*
> *Aluno W: Saber mais sobre o tema.*

Enquanto o aluno W falava, o professor desenhava uma representação do telhado no quadro.

> *Aluna D: Como posicionar essa cumeeira[29]? Qual o tamanho? O telhado fica lindo se estiver certo.*
> *Aluno W: Qual a altura certa para a queda de água do telhado? Como calcular?*
> *Professor: Qual o nome das madeiras que formam o arcabouço do telhado?*
> *Aluno G: Linha, a mais grossa, caibo[30] e ripa a mais fina onde se coloca as telhas.*
> *Aluna D: Qual o tamanho do caibo?*
> *Professor: Ótimo, gente. Muitas questões. Concordam com essas investigações?*
> *Parte dos alunos: Sim.*

Por fim, a pergunta da aluna D sobre o tamanho do caibro (aspecto social) e sobre a posição da cumeeira (eixo do espigão — aspecto etnomatemático) foi aceita pelos alunos para investigação. Como podemos notar, as questões levantadas pelos alunos, por meio das mediações e do diálogo, giraram em torno do universo profissional (etnomatemático) e social. Tal acontecimento pode conter indícios que reforçam as hipóteses da pesquisa no que tange à peculiaridade da Etnomodelagem frente às ações cognitivas dos alunos. Na subseção da análise semiótica, discorremos mais sobre isso.

Assim, a partir das conversas realizadas, iniciamos um momento de experimentação para nos ajudar a compreender melhor as dúvidas levantadas e definir as problemáticas. Nas próximas figuras, vamos expor registros que podem nos dar ideia de como as investigações ocorreram e o que inspirou os alunos a realizá-las a partir da realidade.

A Figura 17 mostra parte da investigação em sala de aula, a partir da realidade observada pelos alunos do 8º ano H.

---

29 Nada mais é que a junção entre os telhados de uma casa, ou a parte mais alta, onde as telhas são dispostas com cimento para dar sustentação a toda estrutura. Essa expressão foi substituída por eixo do espigão mais adiante.
30 Usualmente, os alunos nomeavam o caibro por caibo.

Figura 17 - Aluno pesando a bacia de acerola a partir do que viu na feira livre

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Os alunos dessa turma queriam saber aproximadamente o peso de uma bacia de acerola para realizar comparações com os preços praticados no supermercado. Já os alunos do 8º ano I buscaram saber informações quanto à capacidade, em litros, que uma lata utilizada pelos vendedores de água doce comporta, buscando também realizar comparações. Veja a Figura 18.

Figura 18 - Investigação quanto à capacidade da lata de água inspirada na lata usada pelo vendedor.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

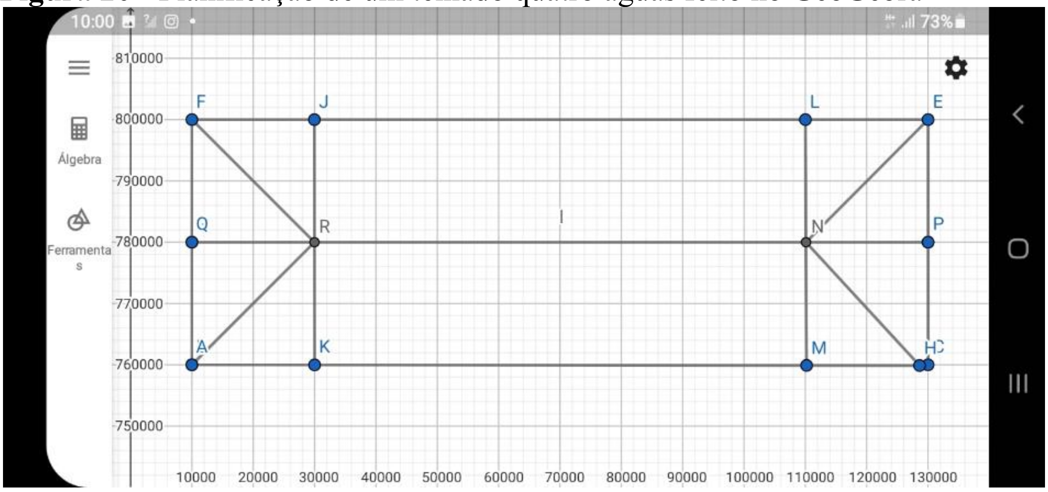
De posse de uma garrafa de refrigerante de dois litros, os alunos descobriram a capacidade aproximada da lata, enchendo-a com água. Os discentes do 9º ano D buscaram investigar a saia godê a partir da medida da circunferência, conforme mostra a Figura 19.

Figura 19 - Medição de circunferência e exemplo de saia godê

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

De posse das medidas da cintura de uma aluna e de uma saia godê inteira, os alunos conseguiram fazer associações entre os significados presentes no estudo (medida da cintura e sua influência na confecção da saia). Os alunos do 9º ano E, a partir dos dados da interação etnográfica, propuseram realizar uma simulação da planificação do telhado quatro águas, pois é possível detectar na planificação o eixo do espigão. Propusemos a utilização do GeoGebra para tal atividade. A Figura 20 mostra como ficou o desenho da aluna N.

Figura 20 - Planificação de um telhado quatro águas feito no GeoGebra



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Como podemos observar, a planificação mostra a hipótese de um telhado com quatro unidades de medida de largura e doze de comprimento. O eixo do espigão é representado pelo segmento de reta RN e mede oito unidades de medida.

Vejamos que, no caso das acerolas e da venda de água doce, os alunos perceberam que as unidades de medida utilizadas pelos vendedores — lata ou bacia no caso das acerolas e lata de água no caso da água doce — variam muito. Isto é, seria necessário tomar como parâmetro de investigação uma média aritmética e uma unidade de medida padrão para estabelecer, assim, dados iniciais. Para isso, realizaram pesagens e mediram a capacidade de uma lata de água padrão (Figuras 17 e 18). Já os alunos do 9º ano D realizaram testes com a fita métrica para inferir que as medidas das cinturas variam bastante e que, por isso, buscar uma forma matemática que generalize a situação poderia ajudar, pelo menos, a determinar a quantidade de tecido gasto em cada tipo de saia.

Os alunos do 9º ano E tiveram que desenhar uma planificação do telhado quatro águas com o GeoGebra para perceber que, ao colocarem larguras e comprimentos distintos, a medida do eixo do espigão muda, gerando a necessidade de posicionar corretamente esse eixo. Todas as experimentações realizadas deram corpo às problemáticas aludidas no Quadro 12, onde apresentamos as ideias centrais propostas pelos discentes, extraídas das conversas realizadas que serviram de motivação para a investigação. O texto final de cada problemática foi por nós modelado, apresentado aos alunos e validado por estes.

Quadro 12 - Explicitação das problemáticas motivadoras do processo

Turma	Problemática 1	Problemática 2
8º H	Os princípios matemáticos do raciocínio do vendedor de acerola para determinar o preço	Como o consumo de acerola é muito importante para a saúde em razão de

	da unidade de medida (lata) utilizada para a venda de acerola estão embasados em capacidade e em estimativas, atrelados ao princípio de lucro e prejuízo, ou seja, mesmo sem utilizar o quilograma em determinados momentos, o vendedor consegue se inserir no comércio de frutas e lucrar.	seus benefícios, é importante saber onde é mais vantajoso comprá-la, se no supermercado ou na feira livre observando a relação quilograma e preço.
8º I	O vendedor de água doce não utiliza o litro como unidade de medida, porém, sabe determinar o preço da lata de água doce de forma que dê lucro.	Como consumidor, é importante pensar sobre onde é maios vantajoso comprar água para consumo e para isso temos que considerar a relação quantidade de água (litro) e preço.
9º D	São quatro tipos de saias, com diferenças significantes na quantidade de tecido que por sua vez, gera diferença no peso, no modelo e na visualização da saia. É importante pensar sobre qual fator influencia essa diferenciação.	Saber determinar a quantidade de tecido gasto em cada tipo de saia é necessário, uma vez que isso influencia o preço da saia e, portanto, as escolhas tanto de quem vai comprar como de quem vai confeccionar.
9º E	O eixo do espigão e sua posição são a parte mais importante do arcabouço de madeira de um telhado quatro águas. Posicionar essa peça de forma correta é a garantia de que todo o processo de construção dará certo e não haverá desperdício de madeira e tempo.	Saber que a quantidade de madeira gasta nos caibros do arcabouço do telhado depende da queda de água[31] e da posição do eixo do espigão, fornece dados importantes para o proprietário do imóvel tomar decisões.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Dessa forma, notamos que os alunos reagiram aos dados colhidos na fase anterior e à provocação em sala de aula com pelo menos três ações, que compõem o recorte analisado: detectar duas problemáticas (uma social e outra etnomatemática); dar corpo às problemáticas por meio de experiências empíricas realizadas em sala de aula, sendo esta a interface entre cultura e Matemática escolar; perceber que o universo cultural dialoga com o escolar de forma coerente, fazendo emergir a ideia de valorização da cultura, promovendo um resgate cultural. Dentro dos recortes analisados, nosso foco foi direcionado para a estruturação e compreensão da situação como ações cognitivas que ocorreram dentro dos três recortes analisados de forma concomitante.

A primeira ação (detectar duas problemáticas) está recheada de curiosidade, desejo de saber, associações culturais aos aspectos matemáticos e motivação. A segunda ação (dar corpo às mesmas por meio de experiências empíricas) está revestida de aspectos atitudinais. Isto é, se há curiosidade, é necessário buscar respostas satisfatórias, pois estas trarão segurança quanto à compreensão do fato analisado — atitude esta que está sedimentada sobre a interface entre

31 Nada mais é que a inclinação correta que o arcabouço de madeira deve proporcionar ao telhado, seguindo orientação do tipo de telha, para que o escoamento seja feito de forma eficiente. Essa inclinação vai depender da distância horizontal do ponto mais alto do telhado até a parede (ponto mais baixo do telhado) e do percentual de queda d’água requisitado pelo fabricante da telha.

cultura e escola. Ou seja, houve um cruzamento entre artefatos culturais (latas, bacias, instrumentos de medida) e a Matemática escolar, que, por sua vez, fez emergir a terceira ação (resgate cultural), vinculada à influência da primeira sobre a segunda fase. A referida influência ocorreu a partir das análises e da estruturação da situação.

Contudo, antes de finalizar esta subseção, ainda é necessário apontar uma análise crítica das atividades realizadas nessa fase. Conforme destacamos anteriormente, essa fase também proporcionou momentos controversos. Isso ocorreu tanto nos diálogos, nos quais, em determinados momentos, sentíamos certa dificuldade em colher dos alunos informações importantes para embasar as problemáticas, quanto no momento das experiências, que não atraiu o interesse de todos. Isso corrobora a ideia de complexidade existente no ambiente escolar, mostrando que nenhuma ferramenta é perfeita para o trabalho em sala de aula, culminando na necessidade de o professor ser persistente e resiliente, mesmo em momentos de desânimo.

6.2.1 Análise da fase à luz da teoria

Ramos e Almeida (2021) destacam que uma das questões que fundamentam a teoria de Peirce é compreender como aprendemos. As autoras explicam que, na semiótica peirceana, esse ato de conhecer é mediado por signos, sendo a tríade fenomenológica — primeiridade, secundidade e terceiridade — a maneira como nossa consciência assimila aspectos da realidade. Dito isto, vamos deter nosso olhar sobre as ações cognitivas dos alunos a partir de três pontos: curiosidade, atitude e influência da interação etnográfica sobre essa fase. As ações cognitivas de que estamos falando são a compreensão associativa do contexto e a estruturação da situação

Nos diálogos, observamos que os alunos, ao receberem a provocação sobre o que queriam pesquisar (fazendo emergir a necessidade de compreender melhor seu contexto social, regado de motivação e curiosidade), e sobre se poderíamos falar de outras matemáticas, mesmo com certa resistência, buscaram, por meio das experiências realizadas em sala de aula, estruturar melhor a situação, detectando dois vieses de investigação: um no aspecto etnomatemático e outro no aspecto social, dando corpo às problemáticas levantadas. Nesse momento, observamos que a análise detalhada, por meio dos instrumentos culturais e da associação entre estes e a Matemática escolar para sedimentar a compreensão, foi preponderante.

O ato de levantar duas problemáticas (fator vinculado ao aspecto político) foi balizado pela curiosidade. Neste caso, estamos falando de uma curiosidade gradativa, pois, na medida em que os alunos discutiam, desejavam saber sobre o pensamento matemático dos profissionais (etnomatemática) e sobre questões sociais (se seriam lesados de alguma forma ou não, ou se poderiam prever gastos). Assim, questionar nos propõe uma reação às experiências vivenciadas na primeira fase. Isto é, estamos falando de um aspecto de secundidade, ou seja, “[...] reação, resistência, fato, realização, singularidade, experiência; mero fator sígnico” (D’Amore; Pinilla; Iore, 2015, p. 63).

Essa reação, como elemento vinculado à secundidade, emerge da compreensão associativa quanto à validade do pensamento matemático dos profissionais e da necessidade de buscar respostas para a possibilidade de haver algum tipo de dano aos respectivos consumidores.

Tal curiosidade gradativa surge a partir da estruturação e compreensão da situação, como ações cognitivas que estão em uma tessitura de fios culturais. Isso, por sua vez, teve como desdobramento uma compreensão a partir da associação de diferentes instrumentos de medida, possibilidade de ser lesado, falta de conhecimento escolar, determinação de preço, posição precisa do eixo do espigão, diferentes tipos de saia godê culturalmente aceitos, quantidade de tecido gasto, cálculo mental, quantidade de madeira a ser utilizada no arcabouço do telhado, entre outros, e da atitude em realizar os experimentos.

No fenômeno interface etnomatemática/matemática ou cultura/escola, a ação cognitiva da compreensão associativa, concretizada nas ações investigativas em sala de aula, possui características de terceiridade no aspecto fenomenológico, por evidenciar uma camada de inteligibilidade, tendo os signos como mediadores do processo, permitindo-nos interpretar os fenômenos, isto é, o mundo de forma geral (Santaella, 2004, p. 51). Ou seja, no ato de compreender que os artefatos culturais (modos culturais matemáticos de pensar, unidades de medida, entre outros), que são considerados signos, semioticamente falando, podem gerar significados dentro da Matemática escolar, quando esta é contextualizada nesse ambiente, o aluno foi conduzido a perceber possibilidades claras de diálogo entre os ambientes culturais em relevo e a Matemática escolar, culminando em interpretações e conjecturas.

No que tange ao resgate cultural — no qual “resgatar” significa recuperar algo, entre outros significados — temos que o contato com latas para pôr água, latas para pôr acerola, galeias, fitas métricas, termos linguísticos culturais e uma revisita aos dados da primeira fase para fomentar a problematização produziu indícios de que as ações cognitivas realizadas na segunda fase foram influenciadas pela primeira. Isso pode explicar por que os alunos demonstraram ter certo conhecimento quanto ao que estavam fazendo ao verificar, por meio das experiências registradas nas Figuras 17, 18, 19 e 20, os dados da primeira fase.

Questionados se já haviam tido contato com essas atividades profissionais, eles esboçaram falas no sentido de serem atividades rotineiras, portanto, conhecidas de certa forma. Isto é, estavam trazendo de volta para suas vivências experiências de outros familiares ou próprias, de um passado recente. Isso demonstra aspectos de primeiridade em possíveis nostalgias, de secundidade em reagir com desejo de descoberta e de terceiridade em realizar associações e pautar suas ações cognitivas nos aspectos de primeiridade e secundidade. Por fim, aspectos de primeiridade e secundidade foram mediados, culminando na formalização de questionamentos ou problematizações. Isto é plausível a partir da interpretação de Santaella (2004, p. 39) ao afirmar que

> [...] a 1º corresponde ao acaso, originalidade irresponsável e livre, variação espontânea; a 2º corresponde à ação e reação dos fatos concretos existentes e reais, enquanto a 3ª categoria diz respeito à mediação ou processo, crescimento contínuo e devir sempre possível pela aquisição de novos hábitos.

Dessa forma, emerge nossa interpretação quanto à percepção de que houve um virtual resgate cultural nessa fase. Das questões postas em relevo, podemos ainda extrair como o movimento sígnico ocorreu vinculado às ações cognitivas de estruturação e compreensão. Isso é importante, visto que precisamos aprofundar as evidências quanto à influência ocorrida sobre as ações cognitivas dos alunos. Para iniciar esta análise, agora dentro da estrutura sígnica — *representamen*, objeto e interpretante — cabe explicitar que:

> [s]e, em princípio, todos os fenômenos do mundo podem ser, são ou devem ser signos, cumpre, como estratégia primeira, numa determinada análise, determinar o que se torna como assumindo semioticamente o lugar de signo, para se examinar seus correspondentes objetos e interpretantes" (Santaella, 2021, p. 282).

Cientes disso, inicialmente, tomemos como signo as problematizações levantadas pelos alunos, motivadas pela curiosidade. Quando os alunos formularam tais problematizações, estas funcionaram como *representamen* do objeto dinâmico "a relação entre o pensamento matemático dos profissionais e os aspectos sociais". O objeto imediato, nesse caso, é exatamente as problemáticas que constam no Quadro 12. Cabe lembrar que, conforme Santaella (2021, p. 277-278) destaca, o interpretante dinâmico do signo pode gerar três efeitos reais no intérprete, ou seja, emocional, energético e lógico.

Outrossim, o efeito real do objeto dinâmico em tela sobre os intérpretes foi inicialmente emocional, ao levá-los para dentro da cultura, despertando o sentimento de qualidade de pertencimento, nostalgia, entre outros. Energético, ao fomentar a curiosidade, motivados por abordarem sua própria cultura, levantaram problematizações e, por fim, lógico, onde foram conduzidos a tomar atitudes, experienciar os dados de forma empírica na sala de aula e realizar associações. Tal leitura nos permite inferir que os efeitos interpretativos sobre os alunos, gerando ações cognitivas como compreensão associativa e estruturação da situação, estão envoltos em um efeito lógico, precedido pelos efeitos energético e emocional. Sendo, portanto, indissociáveis.

Assim, claramente se infere que a sensibilidade cultural do aluno foi caminhando para uma percepção seletiva da situação, ou seja, os aspectos culturais não funcionaram como pano de fundo para os aspectos escolares. Pelo contrário, tiveram protagonismo virtual na tríade *representamen*, objeto e interpretante, isto é, no efeito factual do signo. Destarte, podemos dizer que, até aqui, evidências quanto à relação entre etnomodelagem e ações cognitivas estão sendo construídas no sentido de colocar em relevo o fato de que a etnomodelagem, em seus pressupostos, sendo bem aplicada em sala de aula, possui como uma de suas potencialidades influenciar as ações cognitivas dos alunos de forma peculiar. Foram esses indícios que detectamos e relatamos nesta subseção, tanto do ponto de vista fenomenológico quanto sígnico.

6.2.2 Validação das impressões por parte dos alunos

Finalizando essa fase, levamos aos alunos nossas interpretações para que nos ajudassem a confirmar ou não o que havíamos inferido até o momento. Inicialmente, apontamos que ainda havia, na sala de aula, um número expressivo de alunos que não estavam participando do projeto e questionamos os motivos. Muitos surgiram, entre eles, o fato de já possuírem dificuldades em Matemática, principalmente nos assuntos mais simples, como as quatro operações, e que, cientes dessa dificuldade, o constrangimento estava dificultando o envolvimento. Outro ponto citado foi que realmente não havia interesse em participar e, por fim, alguns disseram que, como não participaram da 1ª fase, estavam meio deslocados. Esses foram os motivos relatados nas quatro turmas pesquisadas. Porém, notamos que o desinteresse estava mais evidente nos alunos do 9º D e do 8º I naquela altura do desenvolvimento e, nessas turmas, insistimos mais nas conversas com o objetivo de conscientização.

Ademais, relatamos que boas problematizações foram levantadas, mesmo sendo frutos de um longo diálogo que, a priori, foi marcado pela pouca interação. Contudo, com a insistência em dialogar, as ideias foram surgindo e, com a mediação do professor, as problematizações foram tomando corpo. Explicamos que isso só foi possível em razão do aspecto motivacional, que fez a curiosidade defluir, gerando atitudes de investigação em sala de aula. Em conjunção com isso, todas as experiências vivenciadas na primeira fase do projeto serviram de âncora para as novas experiências. Destacamos ainda que os efeitos das problematizações sobre eles poderiam ser categorizados em três partes.

Em primeiro lugar, questões de sentimento foram percebidas, como curiosidades embasadas em familiaridade com o tema. Em segundo lugar, questões atitudinais foram evocadas, gerando uma compreensão por meio de associações entre aspectos culturais e matemáticos. Por fim, conclusões lógicas foram evidenciadas, onde o resultado precípuo foi a estruturação da situação por meio das problematizações, resultando, assim, em uma valorização de sua cultura. Comparada à avaliação da primeira fase, percebemos maior abertura dos alunos nesse momento. Não mostraram contrariedade quanto ao que falamos, porém, acrescentaram que, do ponto de vista escolar, eles estavam gostando mais de trabalhar assim do que no modo tradicional (alunos do 8º ano H e 9º ano E), por perceberem que, mesmo dentro da escola, era possível estudar, analisar e vivenciar experiências oriundas da vida cotidiana. Já alguns alunos do 8º ano I questionaram se o projeto não iria atrapalhar os conteúdos. Nesse caso, explicamos que muitos conteúdos iriam ser trabalhados nas próximas fases, revertendo possíveis atrasos.

Por fim, alunos do 9º ano D comentaram que concordavam com as nossas impressões, mas que alguns alunos na sala gostariam de estar estudando o tema dos pedreiros e não da saia, pois, naquela profissão, também teríamos muita coisa a observar pela Matemática. Confrontamos que, se esses alunos quisessem, poderíamos rever essa possibilidade, mas que eles teriam que se dedicar ao máximo, inclusive realizando a pesquisa inicial. A partir disso, os próprios alunos foram convencendo os colegas a concluírem o tema da saia godê, ficando para um outro momento essa ideia.

Isso nos levou a inferir que, mesmo diante dos obstáculos, a proposta estava começando a conduzir alguns alunos em direção à identificação com temas oriundos de sua cultura ou não, fazendo emergir a ideia da ampla aplicação matemática no cotidiano, independentemente da ocorrência cultural específica. Outro ponto a se observar foi a confiança que os alunos tiveram em expor preferência por outro tema, mostrando que o espaço para o diálogo estava sendo bem interpretado.

6.2.3 Um olhar comparativo entre os aspectos etnomatemáticos detectados e outras pesquisas

As atividades que estão sendo relatadas na presente seção possuem aspectos que se assemelham a elementos presentes em outros trabalhos de cunho etnomatemático. Vejamos que os aspectos etnomatemáticos que queremos pôr em relevo, depreendidos das atividades, podem ser resumidos assim: unidades de medidas não convencionais (lata, pote, bacia) no caso da venda de acerola e lata no caso da venda de água doce; procedimentos para posicionar o eixo do espigão; procedimento para determinar uma medida por meio de constantes pré-fixadas.

No primeiro caso, temos uma substituição de unidades de medidas de massa (quilograma), conforme acontece nos mercados, por uma unidade de medida de capacidade, pois o que está em tela para o vendedor é a quantidade de acerola que cada artefato (lata, bacia ou pote) comporta e, consequentemente, sua precificação. No segundo caso, temos uma substituição da unidade de medida de capacidade litro para a unidade de medida de capacidade lata, surgindo a partir daí variações como “meia lata d’água”, por exemplo. A partir disso, o cálculo do custo, visando gerar lucro, parece ser feito de forma intuitiva e embasado na experiência profissional nos dois casos.

No terceiro e quarto casos, temos um aspecto etnomatemático mais voltado para procedimentos, ou seja, a costureira usa unidades de medidas convencionais, porém, um procedimento herdado culturalmente, a saber, o uso das constantes pré-fixadas para estabelecer a medida do raio para confecção da modelagem das saias. O mesmo acontece com o pedreiro em tela. Este se utiliza de um modo culturalmente aceito para posicionar o eixo do espigão, fugindo de objetos matemáticos ofertados pela geometria euclidiana para isso.

Em ambos os casos, a validação dos procedimentos ocorre pelo produto final, que deve, esteticamente, atender aos padrões culturalmente aceitos, sendo facilmente detectados se algo estiver errado com os procedimentos de confecção e respectivos cálculos. Validação parecida ocorre com os primeiros dois casos, pois o senso intuitivo de lucro é confirmado ao fim de cada dia, quando os profissionais detectam lucro ou prejuízo a partir de cálculos mentais e balanço financeiro.

Os aspectos etnomatemáticos (unidades de medidas não convencionais como lata, pote, bacia; procedimentos para posicionar artefatos e construir figuras geométricas; procedimento para determinar uma medida por meio de constantes pré-fixadas) não são inéditos na literatura que versa sobre História da Matemática ou Etnomatemática. Por exemplo, referência ao uso de ferramentas de medidas não convencionais, extraídas de atividades culturais e relatadas por alunos em uma intervenção com foco na Etnomatemática, são relatadas por Mafra (2006):

> [a]o verificarmos as respostas produzidas pelos alunos, poucas se referiram às perguntas solicitadas. Algumas responderam que conhecem o "palmo", a "mão" e a "chave[32]" como padrões de medidas utilizados. Já outros destacaram a "importância" que as medidas tem em sua vida para "medir as coisas, como por exemplo, a mesa ou um quadro", "ver o tamanho das coisas" ou "medir as pessoas". Tais considerações fazem parte da esfera conceitual, relacionados às medidas, proporcionados pelos argumentos dos alunos (Mafra, 2006, p. 130).

A pesquisa em tela partiu dos saberes socioculturais das louceiras de Maruanum, na cidade de Macapá (PA), onde o autor propôs um conjunto de atividades para trabalhar Matemática a partir da Etnomatemática local presente no cotidiano dos alunos do Ensino Fundamental Anos Iniciais em parceria com os professores. Na atividade em questão, os alunos foram levados a trabalhar unidades de medidas, onde seus conhecimentos prévios deveriam ser explorados. A resposta dos alunos é classificada como conhecimento prévio satisfatório (Mafra, 2006, p. 130), pois o autor afirma que os alunos fizeram referência às unidades de medidas sem terem recebido informações sobre o assunto em sala de aula naquele momento.

Nessa pesquisa, ainda podemos encontrar referência a outro fenômeno comum nos ambientes culturais, a saber, o ensino de técnicas profissionais a familiares ou conhecidos, que permanecem de uma geração para outra:

> Durante o desenvolvimento da atividade, a troca de informações entre os alunos foi evidente, bem como impressões afetivas (vínculo com a família), "transferidas" aos desenhos construídos e que para eles eram muito familiares, pelo fato de conhecerem as louceiras ou possuírem algum vínculo familiar com algumas delas. Essa observação está fundamentada nos discursos dos alunos como "[...] quando a vovó ia fazer, ela chamava nós pra nós vê ela fazer e aí nós aprender a fazer", o que nos faz pensar nos possíveis elementos geratrizes de formulação conceitual e procedimental dos conhecimentos adquiridos e aplicados em um determinado contexto [...] (Mafra, 2006, p. 131-132).

O autor destaca essa informação ao analisar uma atividade prática desenvolvida com os alunos. Algo semelhante pode ter ocorrido às costureiras e pedreiros quando, por ausência de formação inicial técnico, aprendem práticas laborais com parentes ou familiares.

Já em Gerdes (1997a), citado por Fossa (2024), temos um exemplo de construção de retângulos pelos moçambicanos em um contexto da elaboração de plantas de casas por meio de bambu e cordas:

---

32 Segundo o autor se trata de uma unidade de medida feta com a mão na região em estudo (Mafra, 2006, p. 130).

> Para obter um retângulo, os artesãos moçambicanos amarram duas cordas do mesmo comprimento no meio e fixam estacas de bambu em cada uma das quatro pontas. Uma vara de bambu correspondente ao comprimento de um lado da casa a ser construída é então colocada no chão e uma estaca é martelada no chão em cada uma das suas extremidades. As cordas são esticadas e as duas estacas restantes são marteladas no chão. Com este procedimento produz um quadrilátero com diagonais iguais, é um retângulo (Fossa, 2024, p. 80, tradução nossa).

Ficamos sobremodo admirados ao tomar conhecimento dessa prática, quando, em um momento de leitura de Fossa (2024), que aconteceu posteriormente à realização da pesquisa em sala de aula, percebemos que este procedimento possui similaridades com um dos modelos elaborados em sala de aula pelos alunos do 9º Ano E, quando estavam modelando o posicionamento do eixo de espigão. Ademais, o que queremos destacar nesse caso é que práticas etnomatemáticas para confecção de figuras geométricas parecem ser subterfúgios comuns a diversas culturas. Isso se mostrou, inclusive, no ambiente cultural do pedreiro em estudo, pois ele ofertou seu modo particular de encontrar a posição do eixo do espigão, de forma retórica. Apesar dos objetivos dos moçambicanos e do pedreiro em relevo serem distintos, encontramos certa similaridade no fato de ambos manipularem medidas como larguras e comprimentos obedecendo a uma sequência de passos e realizando marcações, para posicionar artefatos que são cruciais para a construção que se deseja, estacas para os moçambicanos e eixo do espigão no caso do pedreiro.

No caso das costureiras, depreende-se que as mesmas utilizam constantes relacionadas ao tipo da saia godê quando desejam calcular a medida do raio a partir da medida da cintura, a saber: 6,28 para a saia inteira; 3,14 para a meia; 4,71 para a saia três quartos; e 1,57 para a saia um quarto. Ocorre que, geralmente, nos cursos técnicos voltados para as costureiras, esses números são plenamente explicados a partir de um estudo similar ao que fizemos com os alunos em sala de aula, onde a fórmula $C=2\pi r$ é modelada. Mas, em um contexto histórico, é possível que profissionais que não tenham acessado cursos técnicos apliquem esses números de forma mecânica, por conhecimento adquirido ou costume herdado tradicionalmente dentro desse círculo cultural. Tal ideia é similar ao que acontecia com os egípcios quando queriam calcular o volume em grãos de um celeiro:

> Exemplo egípcio (Problema 41 do papiro de Rhind): “Fazer um celeiro redondo de 9 por 10.”
> O celeiro tem o formato de um cilindro e a primeira parte do problema consiste em calcular a área da base, em forma de circunferência, cujo diâmetro é 9. A segunda parte consiste em calcular o volume em grãos se a altura é 10. O

> procedimento para resolver a primeira parte é o seguinte: “Subtraia ($^1/_9$de 9) de 9: 1. Resta: 8. Multiplique 8 por 8; obtendo 64.”
> A área da base, uma circunferência, seria, portanto, 64. Mas de onde veio essa subtração de $^1/_9$do diâmetro dado? Esse fato não se relaciona ao 9 mencionado no problema. O valor é uma constante que devia ser aprendida e utilizada pelos egípcios sempre que quisessem calcular a área de uma circunferência (multiplicando essa constante pelo diâmetro). Para calcular a área dessa figura, o diâmetro deveria ser multiplicado por $^1/_9$, o resultado subtraído desse diâmetro e o novo resultado multiplicado por ele mesmo (Roque, 2012, p. 66).

Ou seja, utilizar uma constante matemática para resolver um problema matemático, sem necessariamente ter conhecimento de sua origem, também se constitui uma prática histórica, assim como se utilizar de unidades de medidas peculiares para fins específicos. Dessa forma, a partir das pontuações feitas na subseção 2.1.1, no que tange ao olhar em perspectiva para a Matemática e para a Etnomatemática, relativo às práticas matemáticas culturais, por meio de uma postura crítica e cientificamente responsável, e das comparações entre os modos de matematizar dos profissionais pesquisados neste trabalho com alguns exemplos extraídos da literatura que seguem na mesma direção, podemos inferir que as práticas matemáticas em relevo possuem aspectos etnomatemáticos, fornecendo segurança teórica para a implementação da Etnomodelagem, que, por sua vez, busca promover o diálogo entre o saber legitimado e o não legitimado, por meio da Modelagem Matemática, aparando, assim, possíveis arestas interpretativas que o leitor possa encontrar quando o presente trabalho for apreciado, respondendo às perguntas que foram explicitadas na subseção 2.1.1.

6.3 Modelagem

A partir das problemáticas elaboradas, entramos na fase da modelagem, em que o principal foco é traduzir para a linguagem matemática as problemáticas motivadoras observadas, ao mesmo tempo em que a elaboração de modelos matemáticos dá forma às possíveis soluções. O primeiro encontro nesta fase foi marcado, em todas as turmas, pela tentativa de transformar as problemáticas do Quadro 12 em problematizações com características de pergunta, pois, a nosso ver, isso deixaria mais evidente o que os alunos deveriam, de fato, deslindar e perseguir ao longo do processo. Após algumas conversas, o resultado ficou conforme se segue.

Na turma do 8º ano H (foco na venda de acerola), as duas problematizações foram assim explicitadas nos aspectos etnomatemático e social, respectivamente: Como representar matematicamente o pensamento do vendedor de acerola na hora de determinar o preço da lata de acerola? Qual é a opção mais econômica: comprar acerola na feira livre por lata ou no supermercado por quilograma?

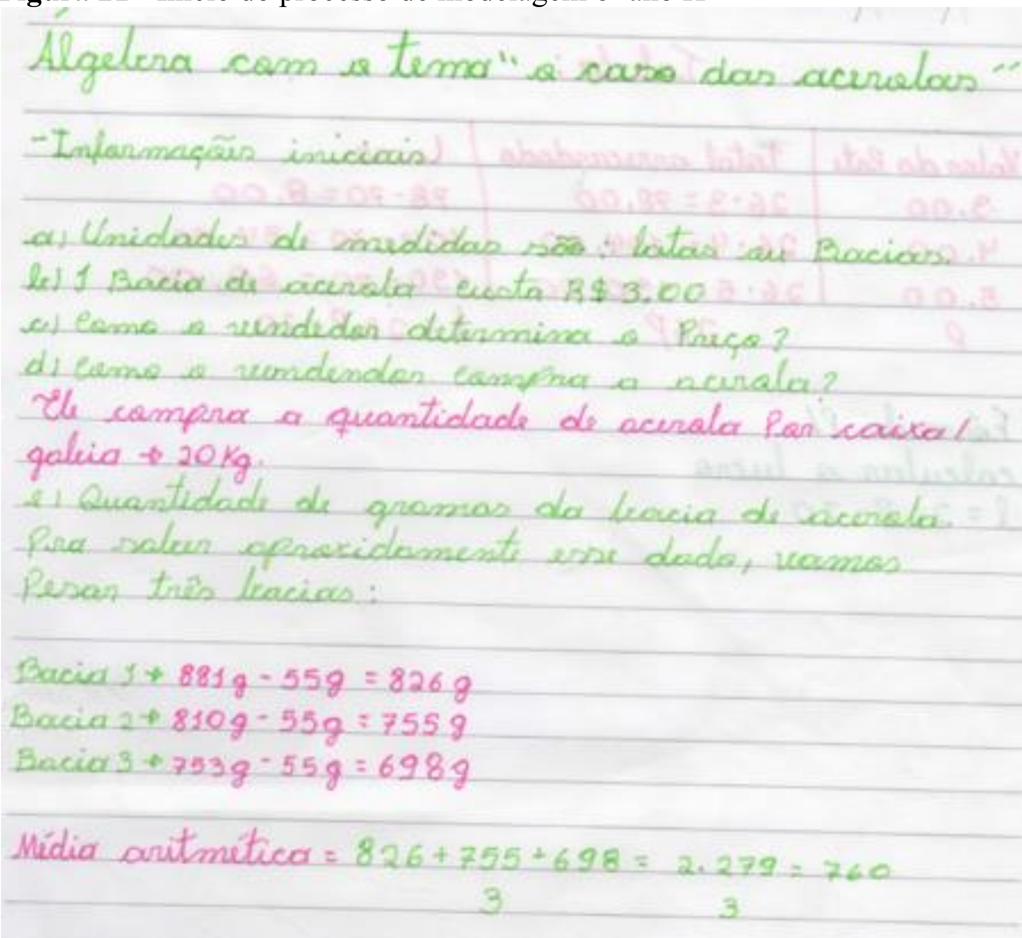
As duas problematizações do 8º ano I (venda de água doce), nos aspectos etnomatemático e social, respectivamente, foram: De que forma a maneira de calcular o valor da lata de água utilizada pelo vendedor pode ser representada matematicamente? É melhor comprar água mineral ou água doce do ponto de vista econômico?

Já no 9º ano D, tivemos, no aspecto etnomatemático: Como as costureiras calculam a medida do raio utilizado para confeccionar os quatro tipos de saia godê a partir da medida da cintura? Qual é a origem dos números 6,28, 4,71, 3,14 e 1,57 utilizados pelas costureiras? Já no aspecto social, questionaram: Como determinar a quantidade de tecido em cada tipo de saia godê?

No 9º ano E, as duas problematizações foram: Como representar matematicamente o percurso seguido pelo pedreiro ou marceneiro para posicionar de forma correta o eixo do espigão para a construção do arcabouço de madeira de um telhado de quatro águas (aspecto etnomatemático)? Como determinar o tamanho de um caibro utilizado lateralmente em um telhado de quatro águas (aspecto social)? Essas ideias foram mantidas durante todo o percurso, mas as palavras utilizadas para expressar cada problematização foram sendo melhor modeladas conforme íamos avançando.

Assim, iniciamos a modelagem das problematizações com os alunos do 8º ano H, provocando-os sobre como poderíamos iniciar a busca de soluções. Conversas sobre diferentes quantidades de massa contidas em um pote de acerola deram o tom inicial, rememorando dados da fase anterior. A partir dessa provocação inicial, os alunos começaram a realizar anotações. A Figura 21 mostra o início dessa construção na turma do 8º ano H.

Figura 21 - Início do processo de modelagem 8º ano H



Álgebra com o tema "o caso das acerolas"

-Informações iniciais

a) Unidades de medidas são: latas ou Bacias.
b) 1 Bacia de acerola custa R$ 3,00
c) Como o vendedor determina o Preço?
d) Como o vendedor compra a acerola?
Ele compra a quantidade de acerola Por caixa/ galeia + 20 Kg.
e) Quantidade de gramas da bacia de acerola.
Pra saber aproximadamente esse dado, vamos Pesar três bacias:

Bacia 1 → 881g - 55g = 826 g
Bacia 2 → 810g - 55g = 755 g
Bacia 3 → 753g - 55g = 698 g

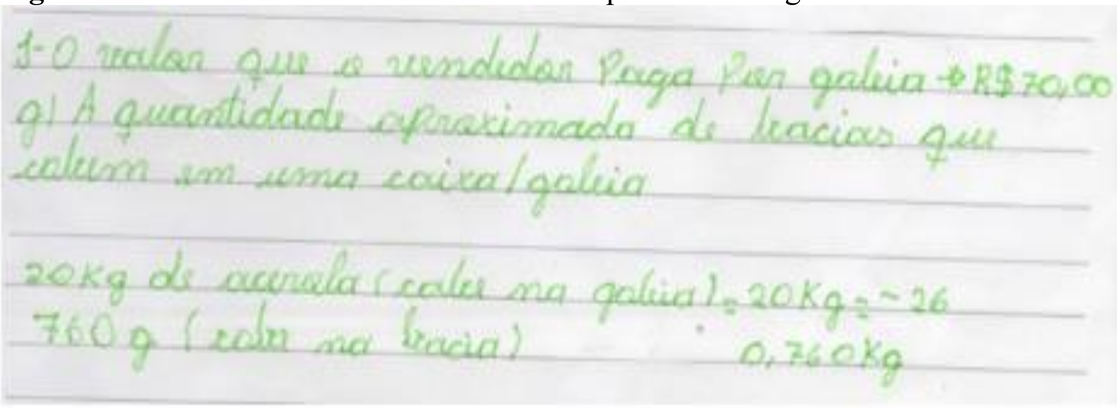
Média aritmética = $\frac{826+755+698}{3} = \frac{2.279}{3} = 760$

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Os alunos do 8º ano H já haviam percebido, na fase de identificação de uma problemática, que, para qualquer análise quanto à venda de acerolas em latas, bacias, canecos, entre outros, em virtude da variação de massa que esse procedimento gera, não seria possível levantar dados quanto à massa da acerola que é vendida, pesando a bacia apenas uma vez. Outro fator importante é que cada vendedor se utiliza de um recipiente peculiar — bacia, caneco, lata de óleo improvisada, por exemplo. Assim, foi necessário definir que a bacia que consta na Figura 17 seria a referência.

De posse dos dados da experiência realizada na fase anterior, em que os alunos decidiram realizar o seguinte procedimento: pesar a bacia usada no experimento, realizar três pesagens com acerolas, subtrair a massa da bacia e calcular uma média aritmética das pesagens (nesse caso, 0,760 kg), conforme Figura 21, ainda era necessário calcular quantas bacias de acerola, nessas circunstâncias, são necessárias para encher a galeia. A Figura 22 mostra como os alunos raciocinaram.

Figura 22 - Determinando o número de bacias para encher a galeia


f- O valor que o vendedor Paga Por galeia ⇒ R$ 70,00
g) A quantidade aproximada de bacias que cabem em uma caixa/galeia

20kg de acerola (cabe na galeia) $\frac{20Kg}{0,760Kg} \approx 26$
760 g (cabe na bacia)

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Assim, detectaram, nesse experimento, que a galeia de acerola (20 kg), com custo de R$ 70,00 no momento da realização da pesquisa, preenche aproximadamente 26 bacias. Por fim, preencheram uma tabela buscando generalizar a situação explicitada para modelar o pensamento do vendedor. Este, por experiência, já sabe mensurar quantas latas uma galeia gera e atribui, assim, um valor que lhe dê lucro.

O lucro é entendido, no universo do comércio, como o valor que, ao subtrair os custos do produto, irá sobrar. Os alunos foram percebendo a ideia que envolve o lucro no comércio e, ao preencherem a tabela, foram detectando uma fórmula matemática para generalizar a situação. O preço da bacia de acerola foi representado pela letra P e o lucro por L. Os alunos atribuíram valores (geralmente vistos nas feiras) à bacia para conjecturar lucros e prejuízos, generalizando a situação com a fórmula L = 26P – 70, conforme mostra a Figura 23.

Figura 23 - Tabela expressa pelos alunos com a respectiva generalização

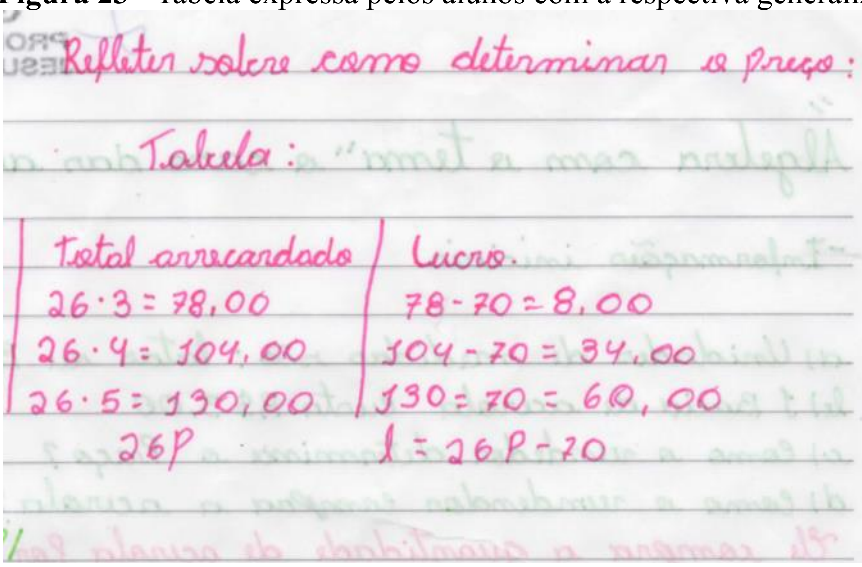

Refletir sobre como determinar o preço:

Tabela:

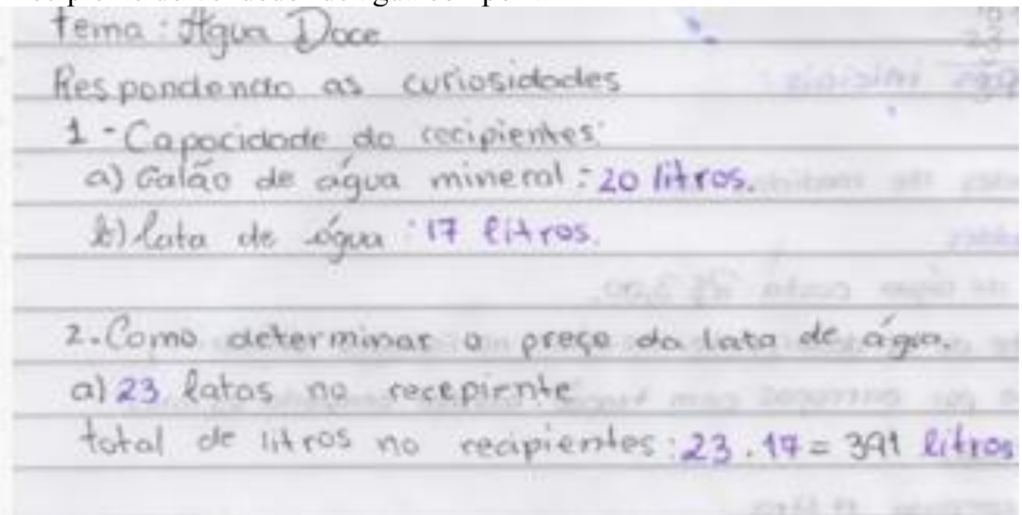
Total arrecadado	Lucro
26·3 = 78,00	78-70 = 8,00
26·4 = 104,00	104-70 = 34,00
26·5 = 130,00	130-70 = 60,00
26P	L = 26P-70

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Alguns elementos nos chamaram a atenção nesse momento, pois percebemos que alguns alunos evidenciavam dificuldades para registrar o raciocínio matemático em curso, como o desconhecimento entre as unidades de medida de massa (múltiplos e submúltiplos), registrar frações sem a separação entre numerador e denominador (conforme Figura 22) e problemas com multiplicações e divisões. Quanto à generalização algébrica, as dificuldades se acentuaram. A noção do uso de letras para representar variáveis ainda era incipiente. Foi uma boa oportunidade para revisar tais assuntos, incentivar a pesquisa e a leitura. Como resultado, obtivemos uma boa participação, mas ainda não conseguimos uma interação unânime.

Já os alunos do 8º ano I, após descobrirem quantos litros uma lata de água comporta (17 litros), por meio de dados extraídos da identificação de uma problemática, perceberam que o tanque cilíndrico utilizado na posição horizontal nas “carroças de burro” (conforme Figura 18) comporta 23 latas (23 x 17 = 391 litros, aproximadamente). O desejo dos alunos em descobrir esse valor nasceu dos debates em torno da confecção do tanque cilíndrico. A Figura 24 mostra um registro.

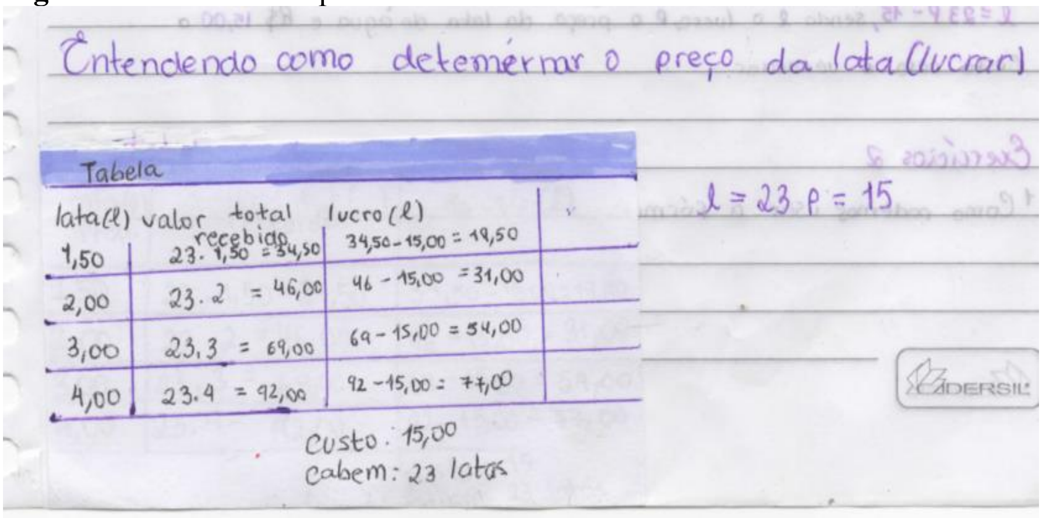
Figura 24 - Raciocínio matemático para determinar a quantidade de litros que o recipiente do vendedor de água comporta



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Por conseguinte, a atenção voltou-se à problematização, e uma tabela foi construída visando dar corpo aos dados disponíveis. Assim, orientamos que possíveis valores deveriam ser atribuídos às latas de água para representar valores pagos pelo consumidor, calcular o faturamento — que alguns chamaram de “valor recebido” —, subtrair o custo para encher o tanque (R$ 15,00 na época) e, assim, determinar possíveis lucros, conforme a Figura 25.

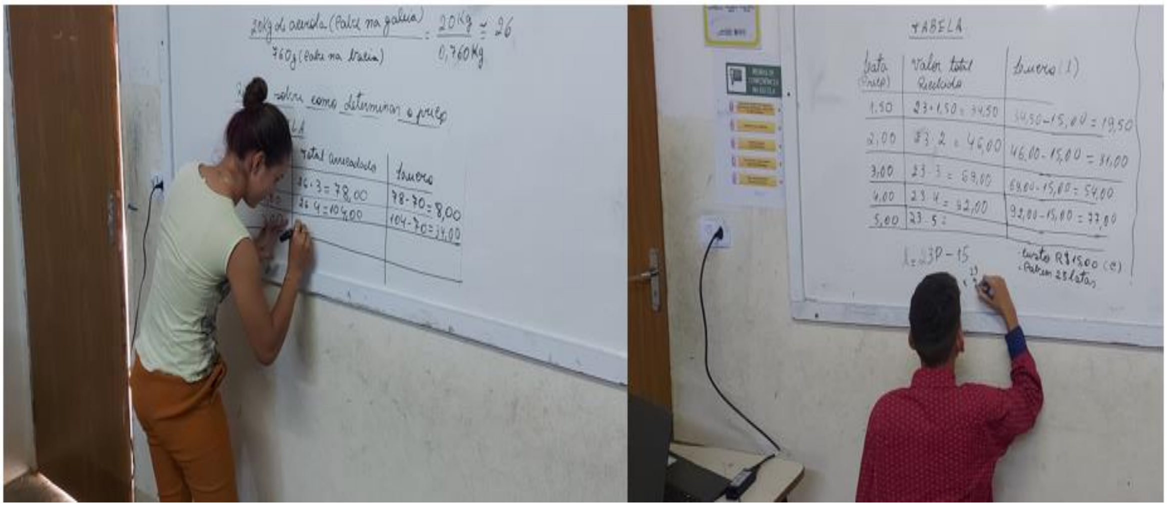
Figura 25 - Tabela com possíveis lucros



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Percebemos também, nessa turma, muitas dificuldades no que tange ao raciocínio matemático, como dificuldades com as quatro operações aritméticas, cálculo mental e noções incipientes quanto ao uso de letras em álgebra. Um trabalho de revisão foi necessário, visto que ambas as turmas já haviam trabalhado essa noção anteriormente. Contudo, percebemos que essa foi a parte mais trabalhosa até o momento. Outrossim, superado esse momento de revisão, os alunos foram atribuindo letras para generalizar a situação, conforme a revisão do tema havia explorado, e, com a mediação do professor, a generalização foi sendo construída. Para o preço da lata, atribuíram P e, para o lucro, a letra L, culminando na fórmula matemática inicial L = 23P – 15. A Figura 26 mostra os discentes preenchendo a tabela no quadro.

Figura 26 - Alunos modelando no quadro branco



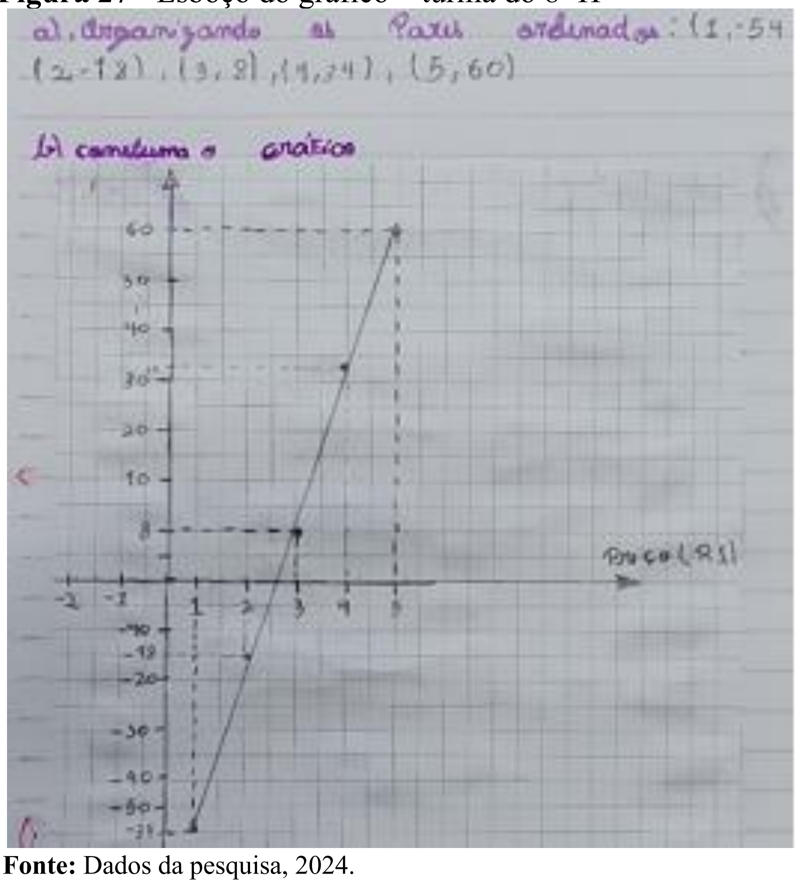
Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

À esquerda, a aluna V, do 8º ano H, e à direita o aluno D, do 8º ano I, preencheram a tabela para generalizar as fórmulas aludidas (etnomodelos éticos), que, de certo modo, fazem referência ao pensamento matemático dos vendedores de acerola e água doce (etnomodelos êmicos).

Podemos ainda fazer referência ao debate sobre custo e lucro, visto que essas atividades laborais demandam certo esforço físico e consequente desgaste para os vendedores, motivando tal diálogo. Inclusive, surgiram, nas duas turmas, intervenções explorando a ideia de que o valor que sobra (lucro) poderia ser usado para encher novamente o recipiente ou comprar outra galeia de acerola, por exemplo, enriquecendo os diálogos. Contudo, percebemos que, assim como no 8º ano H, não conseguimos unanimidade quanto à participação, debate e reflexão dos alunos no 8º ano I.

Para concluir essa investigação, ainda era necessário levar os alunos de ambas as turmas ao estudo do gráfico da função. Vejamos a Figura 27.

Figura 27 - Esboço do gráfico – turma do 8º H



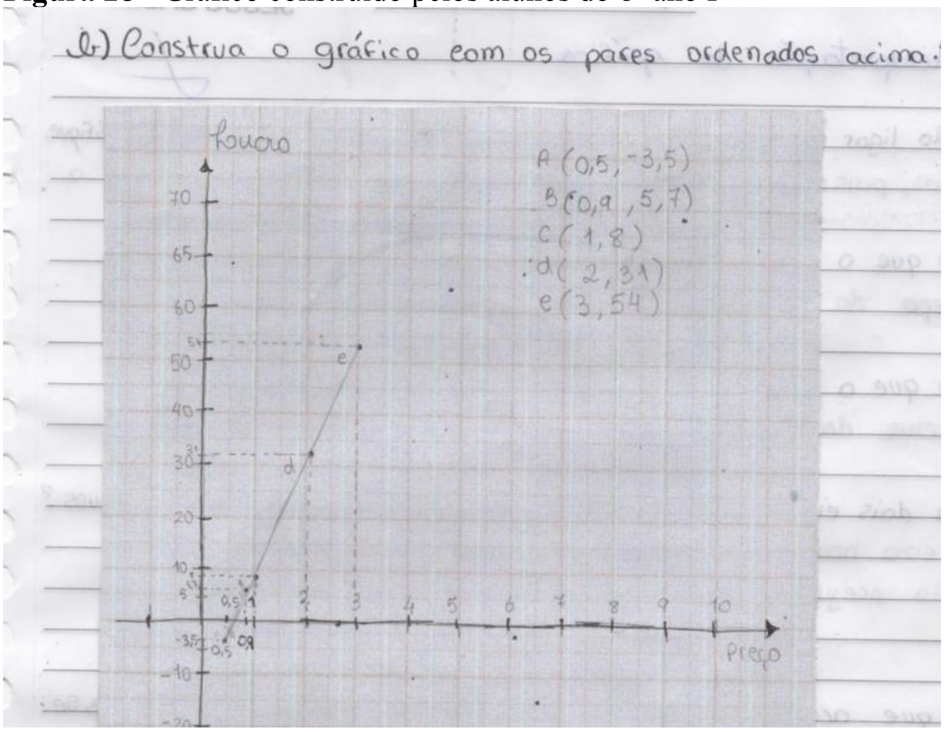
Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Para construir os gráficos, os alunos mostraram muitas dificuldades, principalmente no que tange a relacionar os pares ordenados à malha quadriculada de forma coerente. Isto é, percebemos dificuldades quanto ao ordenamento dos números de forma crescente, principalmente quando eram números decimais. Ademais, a ideia de prejuízo voltou à tona quando o primeiro ponto de ambos os gráficos ficou no 4º quadrante (ver Figuras 27 e 28). Após muitas tentativas, a maioria dos alunos conseguiu fazer a representação gráfica a partir das revisões propostas e mediações.

Um fato importante a destacar é que a compreensão e interpretação das variáveis envolvidas no contexto passou pela associação de elementos culturais à linguagem matemática. Isto é, o que as letras (representação algébrica) e os eixos (representação gráfica) representavam estava vinculado ao pensamento matemático dos vendedores.

Os alunos do 8º ano I, por sua vez, tiveram mais dificuldades que os do 8º ano H em face da manipulação e posicionamento de números decimais na malha quadriculada. Essa necessidade acentuou a dificuldade em ordenar e comparar números na reta numérica. Vejamos a Figura 28.

Figura 28 - Gráfico construído pelos alunos do 8º ano I



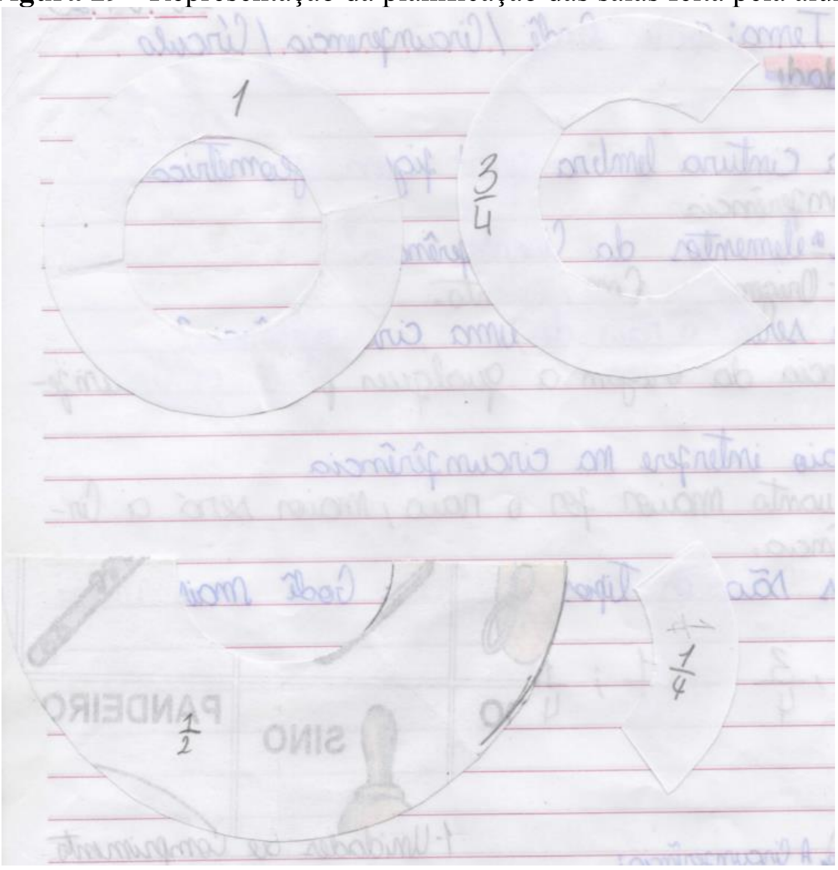
Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Além disso, outro ponto que observamos foi a escala utilizada por boa parte dos alunos ao posicionar os números no eixo das abscissas. Com uma posição tão próxima entre eles, as dificuldades para posicionar os números decimais se acentuaram, evidenciando pouca habilidade para estimar os valores e, assim, implementar uma escala mais apropriada.

Voltando nossos olhos para a fase de modelagem nos 9º anos, onde ambas as turmas, também a partir dos dados levantados nas atividades práticas realizadas na fase de identificação de uma problemática, propuseram iniciar a investigação com foco nas problematizações de aspecto etnomatemático. Os alunos do 9º ano D, quando colocados frente à ideia de buscar explicações quanto à origem das constantes matemáticas (6,28, 4,71, 3,14 e 1,57) utilizadas pelas costureiras, foram enfáticos em relatar que não sabiam bem a diferença entre os tipos de saia e o que significavam as expressões “saia um quarto” ou “três quartos”, por exemplo.

A partir disso, surgiu a ideia de reproduzir, com papel, os moldes dos quatro tipos de saia em estudo, visando promover uma percepção real do significado dessas expressões. Vejamos a Figura 29.

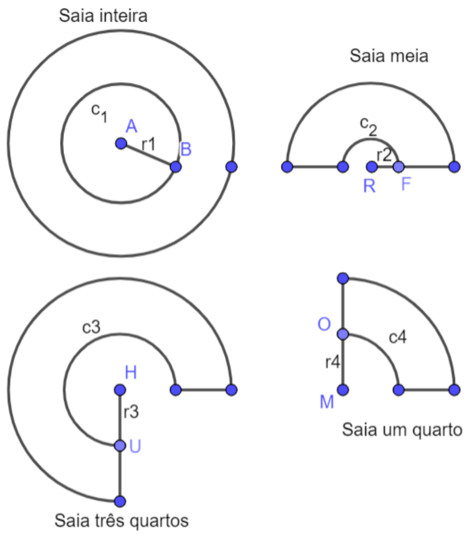
Figura 29 - Representação da planificação das saias feita pela aluna LB



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Dessa reprodução, com uma ideia mais clara quanto às diferenças entre elas, os alunos buscaram confrontar o tipo da saia com a maneira como as costureiras determinam a medida do raio, compreendendo inicialmente que, mesmo que a medida da cintura permaneça constante, o raio utilizado varia de acordo com o tipo da saia. Para melhor visualização desse raciocínio, atentemos para a Figura 30.

Figura 30 - Representação dos moldes das saias godê



Fonte: Elaborado pelo autor por meio do GeoGebra, 2024.

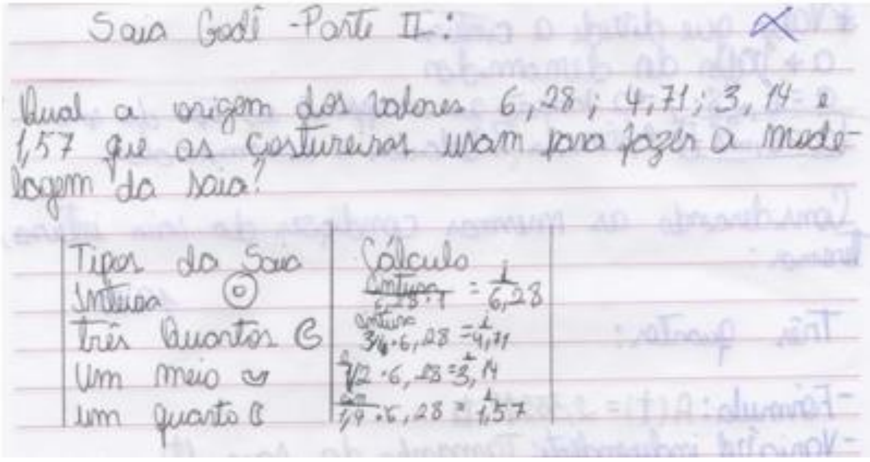
Nesse caso, enquanto as medidas c1, c2, c3 e c4 representam a medida de uma cintura com 90 cm, por exemplo, as medidas de r1(AB), r2 (RF), r3 (HU)e r4 (OM), serão os resultados do quociente $\frac{medida\ da\ cintura}{6{,}28\ x\ fração\ que\ representa\ o\ tipo\ da\ saia}$. Veja Figura 31.

Figura 31 - Simulação de confecção de saia godê

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Isso foi compreendido pelos alunos participantes na medida em que confrontavam a representação da saia feita de papel com os cálculos (Figura 32). Muito debate ocorreu nesse sentido, na medida em que eles tentavam simular, na prática, o cálculo para determinar a medida do raio. Como exemplo, a Figura 32 mostra a aluna LB registrando todo o raciocínio feito pelas costureiras, em que a medida da cintura (representada pela letra *i* na Figura 32) é dividida pelo produto de 6,28 multiplicado pela fração que representa o tipo da saia, ou seja, saia inteira (6,28 x 1 = 6,28), saia meia (6,28 x 1/2 = 3,14), saia três quartos (6,28 x 3/4 = 4,71) e saia um quarto (6,28 x 1/4 = 1,57).

Figura 32 - Relação entre o tipo da saia e o cálculo da medida do raio

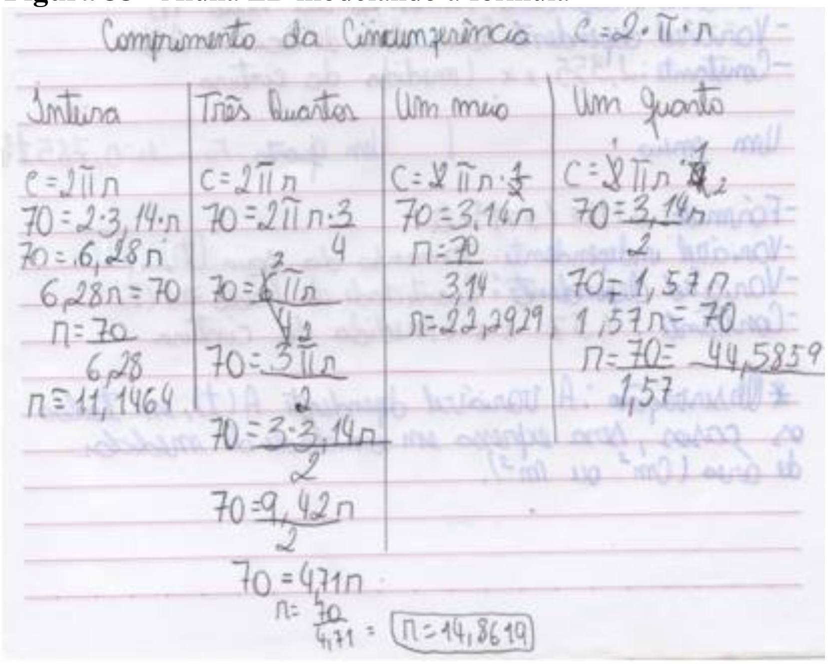


Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Contudo, até aqui, os alunos, com muito esforço para realizar os cálculos sugeridos, começaram a questionar o motivo pelo qual existia a necessidade de realizar o quociente proposto. A conversa nesse sentido começou quando foi necessário intervir para mostrar que todos precisariam revisar o algoritmo da divisão, pois percebemos que a maioria dos alunos recorria constantemente à calculadora. Falas como “não sei dividir” foram uma constante nesse momento. Assim, foi necessário retomar os algoritmos, e os conhecimentos dos alunos nesse sentido se mostraram, de fato, incipientes. Mesmo com todo o esforço, percebemos que alguns alunos aparentemente desistiram de aprender, justificando que preferiam continuar usando a calculadora, mesmo diante da conscientização quanto à importância do algoritmo.

Após a revisão, buscamos na fórmula do comprimento da circunferência a explicação para a necessidade de realizar o quociente para determinar a medida do raio. Inicialmente, os alunos participantes começaram a propor hipóteses sobre a relação entre circunferência e frações. Assim, inúmeras provocações foram feitas nesse sentido, e percebemos que os alunos começaram a compreender que a fórmula utilizada para calcular a medida de uma circunferência, confrontada com o tipo da saia, era a origem da necessidade de realizar o quociente. Veja a Figura 33.

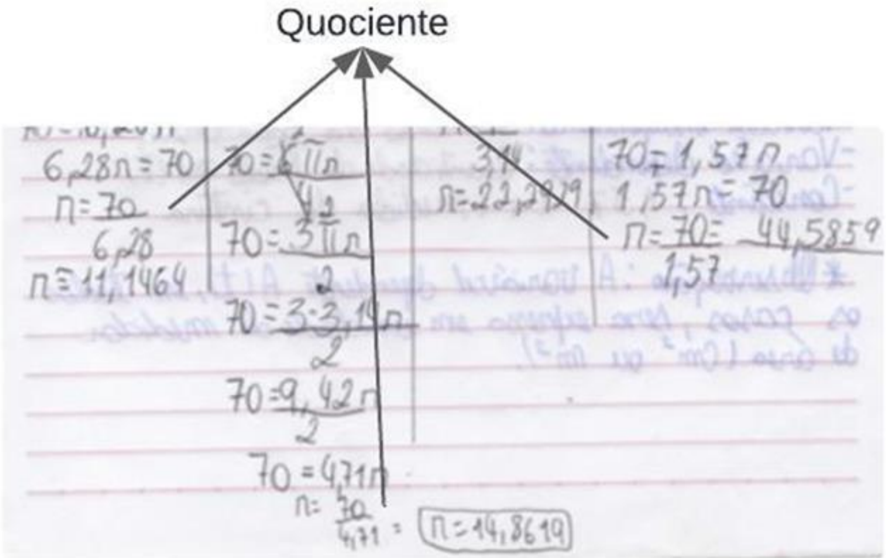
Figura 33 - Aluna LB modelando a fórmula



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

O confronto feito pelos alunos entre a primeira parte dos cálculos (Figura 32), que consistia apenas em uma reprodução do pensamento matemático das costureiras, e os cálculos realizados na Figura 33 (explicação da origem do raciocínio – etnomodelo ético) conduziu os alunos que participaram dos debates à associação do significado de cada parte da fórmula com o contexto da confecção. Isso pode ser observado na Figura 34, na qual o mesmo quociente que aparece na Figura 32 é referenciado na Figura 33, onde o contexto da saia explica a inserção das frações multiplicando a expressão 2πr.

Figura 34 - Quociente realizado pelas costureiras presente na adequação da fórmula

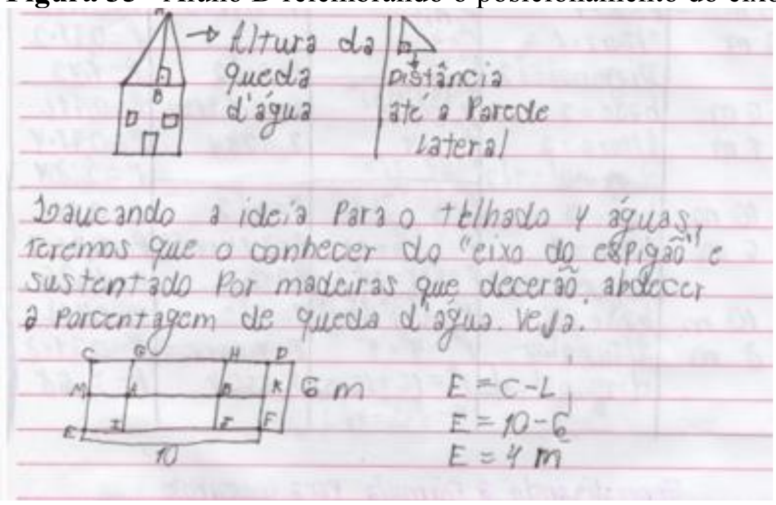


Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa, 2024.

Assim, o resultado algébrico inicial do raciocínio em tela foi expresso da seguinte forma: r = $\frac{i}{6{,}28f}$, onde i representa a medida da cintura e f representa a fração que simboliza o tipo da saia. Isto é, se for uma saia três quartos, f pode ser tanto $\frac{3}{4}$ como 0,75, por exemplo. Com a mediações feitas, cabe destacar que as letras foram determinadas pelos alunos.

Já os alunos do 9º ano E iniciaram a generalização da medida do eixo do espigão, retomando os dados fornecidos pela atividade realizada no GeoGebra. Como essa atividade foi na esfera bidimensional, percebemos que muitos alunos tinham dificuldades para associar as partes do telhado de quatro águas a termos utilizados na linguagem popular dos pedreiros, como “eixo do espigão”, “capote” e “altura de queda d’água”. Essa confusão foi justificada pelo fato de que o correto posicionamento do eixo do espigão não poderia ser feito apenas no plano bidimensional, pois, devido à altura de queda d’água[33], o fator tridimensional era relevante para a compreensão. A Figura 35 mostra como eles retomaram o processo.

Figura 35 - Aluno D relembrando o posicionamento do eixo do espigão



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Podemos observar que o aluno D representou o processo anterior (ver Figura 20), tentando mostrar uma visualização em três dimensões (desenho de uma casa), além de esboçar uma generalização da medida do comprimento do eixo do espigão, expressa pela diferença entre o comprimento e a largura do telhado. Essa generalização ocorreu após pedirmos que os alunos

33 A altura de queda d’água deve ser calculada, segundo informações da inteiração etnográfica da seguinte forma: primeiro se observa a especificação da telha, ou seja, é ela que determina a porcentagem de elevação. Após isso, basta pegar essa especificação feita em porcentagem e multiplicar pela distância entre a parede onde o telhado repousará (ponto mais baixo) e o ponto de elevação do telhado (geralmente conhecido por cumeeira). O resultado será o valor que determina a altura do telhado.

anotassem as medidas das larguras, comprimentos e do eixo do espigão dos desenhos feitos no GeoGebra e tentassem descobrir alguma relação. Após algumas conversas, o aluno R conseguiu decifrar a regularidade, conforme mostra o Quadro 13.

Quadro 13 - Generalizando a relação comprimento, largura e eixo do espigão

Medida do comprimento do telhado	Medida da largura do telhado	Medida do eixo do espigão
10 m	6 m	4 m
12 m	4 m	8m
7 m	2 m	5 m
C	L	E = C - L

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

A partir daí, percebemos que havia muita dificuldade por parte dos alunos em associar termos como caibro, capote e queda d’água apenas pelos desenhos. Assim, cientes dessas dificuldades, perguntamos o que poderia ser feito para melhorar a visualização do telhado. Após algumas ideias, um aluno propôs a construção de uma maquete para, a partir dela, iniciar os estudos. Inicialmente, os alunos não gostaram muito da ideia, mas ficou acordado que confeccionar a maquete de um telhado seria bom em todos os sentidos, contribuindo, inclusive, para uma melhor visualização. A turma, que já estava dividida em grupos, adquiriu os materiais e iniciou os trabalhos fazendo uso de esquadros, réguas, barbantes e palitos. Parte do processo está representado na Figura 36.

Figura 36 - Processo de construção da maquete do telhado quatro águas

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Nesse caso, a maquete contribuiu significativamente para que os alunos compreendessem o que era de fato o eixo do espigão, capote e queda d’água, levando-os a identificar objetos matemáticos como diagonal e triângulo retângulo, entre outros, no que tange à planificação e à representação em três dimensões. Isso influenciou na compreensão da imagem expressa na Figura 35 e na correta interpretação dos dados.

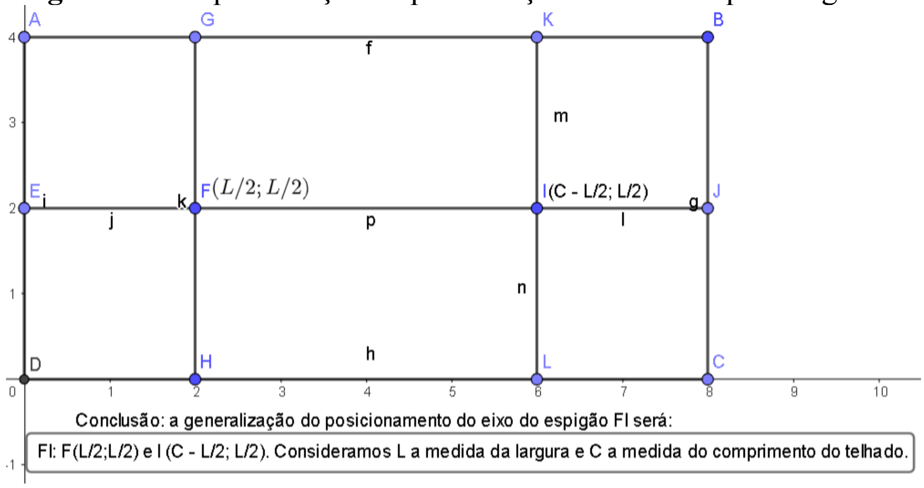
Após as atividades práticas, os alunos, com a maquete em mãos, iniciaram as investigações, observando a presença de triângulos retângulos tanto na planificação quanto na composição da altura de queda d'água com o caibro. Os diálogos se voltaram para o objeto matemático Teorema de Pitágoras, que, por sua vez, era conhecido por parte dos alunos. Contudo, era necessário responder à pergunta motivadora inicial sobre o posicionamento do eixo do espigão.

Ademais, precisávamos buscar uma forma de generalizar a posição do eixo. Em Matemática, quando falamos em posicionar algo, pares ordenados são requisitados. Assim, surgiu a ideia de utilizar o plano cartesiano como assunto a ser abordado. Inicialmente, questionamos quantos alunos já haviam estudado esse tema, e a resposta foi abaixo do esperado, pois, do total de alunos, apenas sete afirmaram ter conhecimentos prévios sobre o plano cartesiano.

Dessa forma, foi necessário introduzir o tema e revisar conceitos básicos. Diferentemente dos 8º anos H e I, esses alunos não tiveram muitos obstáculos em compreender o padrão que os eixos possuem no que tange ao crescimento e decrescimento dos números. As dificuldades se acentuaram quando as letras começaram a ser requisitadas para generalizar a posição do eixo. Para tal generalização, a ideia presente no Quadro 13 veio à tona, e precisávamos encontrar uma forma de fazer referência às letras L para largura e C para comprimento.

Dos grupos envolvidos, apenas um conseguiu encontrar ideias similares à generalização que consta na Figura 37. Observando as dificuldades, trabalhamos com outros exemplos, visando à compreensão de todos os alunos. Após boas tentativas, os alunos foram se aproximando da representação que consta na Figura 37.

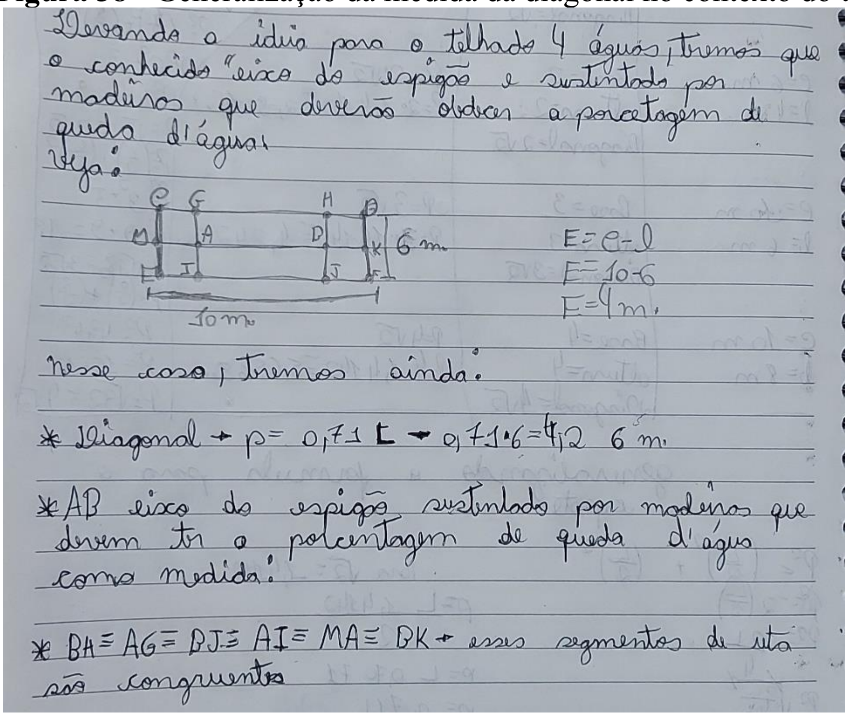
Figura 37 - Representação da planificação do telhado quatro águas no GeoGebra



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Os alunos W, D e R foram os mais envolvidos nas respostas quando provocados, fazendo com que seus respectivos grupos construíssem a regularidade em questão. A partir desse ponto, nossa atenção se voltou para o Teorema de Pitágoras, o que nos levou a perceber as regularidades presentes nas diagonais dos quadrados DEFH, EAGF, IKBJ e LIJC, que compõem os capotes laterais ou espigão quando observamos o telhado em perspectiva. Como a diagonal de um quadrado será l$\sqrt{2}$ e temos $\sqrt{2}$ = 1,414 (considerando três casas decimais), o *l* representa metade da largura do telhado (L/2). Assim, teremos que l = L/2. Portanto, a diagonal representada pelos alunos pela letra p pode ser generalizado assim: p = $\frac{L}{2} \cdot 1{,}41 \rightarrow$ p = $0{,}71L$ (arredondando a segunda casa decimal), conforme mostra Figura 38.

Figura 38 - Generalização da medida da diagonal no contexto do telhado



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A diagonal, associada pelos alunos ao capote diagonal do telhado, foi manipulada com algumas dificuldades. Primeiramente, compreenderam com mais facilidade a relação entre a medida da diagonal de um quadrado com a expressão l$\sqrt{2}$. Porém, quando precisaram dividir 1,414 por 2, verificaram-se muitos erros e dúvidas. Alguns alunos também demonstraram dificuldades em compreender a substituição de *l* por L/2, ou seja, associar letras a expressões ainda se constituía um desafio. De forma geral, com a administração dessas dificuldades, por meio de revisões e pesquisas, conseguimos avançar, concluindo que essa regularidade só seria útil ao trabalharmos com a medida na forma planificada.

Ao final desse momento, ficamos surpresos quando alguns alunos observaram que algumas medidas eram “iguais”. Dessa observação, conduzimos as discussões para a ideia de congruência, resultando na observação feita pelo aluno W sobre a propriedade de congruência nos segmentos de reta, conforme explicitado na Figura 38.

Diante do exposto nas quatro turmas, podemos destacar que muitas dificuldades foram encontradas para que os alunos conseguissem realizar a leitura do contexto pelas lentes da Matemática, sendo essa o principal obstáculo, o que resultou na necessidade de mediar todo o processo com revisões e incentivos à pesquisa.

Não podemos afirmar que a participação foi unânime em todas as turmas. Contudo, nessa fase, percebemos um aumento na participação dos alunos dos 8º anos e do 9º E, sendo a turma do 9º ano D aquela onde encontramos certa estagnação quanto ao número de participantes. Entretanto, podemos destacar que a associação ao contexto estudado por cada turma, bem como aos elementos que compõem os registros semióticos, foi um fator preponderante para ajudar na compreensão dos alunos que participaram das atividades.

Implementando agora um olhar geral sobre os resultados dos modelos matemáticos que respondem à primeira pergunta, em relação ao aspecto etnomatemático, o Quadro 14 mostra os modelos matemáticos desenvolvidos até aqui.

Quadro 14 - Resumo da relação etnomodelo ético e pensamento matemático base

Ano	Problematizações (foco na etnomatemática)	Etnomodelos éticos[34]
8º H	Como representar matematicamente o pensamento matemático do vendedor de acerola na hora de determinar o preço da lata de acerola?	L = 26P - 70. L = lucro e P = preço da bacia. 70 = preço da galeia.
8º I	De que forma a maneira de calcular o valor da lata de água utilizada pelo vendedor pode ser representado matematicamente?	L = 23P – 15 L = lucro e P = preço da lata. 15 = preço para encher o tanque cilíndrico.
9º D	Como as costureiras calculam a medida do raio utilizado para confeccionar os quatro tipos de saia godê a partir da medida da cintura? Qual a origem dos números 6,28, 4,71, 3,14, 1,57 utilizando pelas costureiras?	$R = \frac{i}{6{,}28f}$ (determinação da medida do raio) R= medida do raio. i = medida da cintura. f = tipo da saia

34 É importante destacar que, nos modelos L = 26P-70 e L = 23P – 15, as constantes 26 e 23 poderiam também variar, a depender do tipo de bacia (acerola) e do tipo da lata (água doce), sendo na prática, variáveis também, se buscássemos generalizar a situação em último grau. Porém, como se tratava de uma atividade de Modelagem, definir variáveis é algo necessário e, assim, o fizemos, buscando adequar o raciocínio matemático ao ano escolar dos alunos participantes, permitindo, inclusive, que as letras fossem expressas pelos alunos.

		2 πr.f (origem dos números 6,28, 4,71, 3,14, 1,57). f = tipo da saia (1, 0,75, 0,5 e 0,25)
9º E	Como representar matematicamente o percurso seguido pelo pedreiro ou marceneiro para posicionar de forma correta o eixo do espigão para a construção do arcabouço de madeira de um telhado quatro águas?	F $(\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$ e I $(\frac{C-L}{2}, \frac{L}{2})$ – Considerando um telhado planificado. p = $0,71L$ (modelo extra que generaliza a medida da diagonal).

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Como está patente, para responder à problemática com aspecto etnomatemático, os alunos movimentaram vários objetos matemáticos. Os alunos dos 8º anos trabalharam com unidades de medidas de massa e capacidade, as quatro operações aritméticas, conjuntos numéricos, linguagem algébrica, plano cartesiano, função do primeiro grau, estimativas, entre outros. Já os alunos do 9º ano D trabalharam com círculo e circunferência, as quatro operações aritméticas, conjuntos numéricos, plano cartesiano, função, frações, linguagem algébrica, entre outros. Os alunos do 9º ano E trabalharam com plano cartesiano, as quatro operações aritméticas, linguagem algébrica, função do primeiro grau, Teorema de Pitágoras, porcentagem, par ordenado, planificação de figuras espaciais, entre outros.

Assim, como principais ações implementadas pelos alunos cabíveis de análise, entre outras, focamos em observar como os alunos monitoraram a quantidade de assuntos requisitados nos estudos e como associaram os elementos culturais aos assuntos matemáticos.

A primeira ação se justifica pelo fato de ter sido unanimidade em todas as turmas a referência, depreendida das falas dos alunos, sobre a quantidade de assuntos requisitados para responder à problemática. Nesse âmbito, surgiram expressões como: "*Trabalhar assim mistura muitos assuntos e, às vezes, esqueço de um quando estudo o outro*" (aluna M, do 8º I).

Isso mostra que os alunos perceberam a diferença metodológica implantada, a qual os levava a revisar o que já haviam estudado e a pesquisar novidades, criando, evidentemente, certas dificuldades, apreensões, estranhamentos, entre outros. Notamos também que alguns alunos estavam cientes da necessidade de pesquisar assuntos ainda não vistos ou esquecidos, mas não realizavam as pesquisas. Tais atitudes são características de uma observação ou análise das atividades cognitivas, ou seja, parecem apontar para elementos de realização metacognitiva.

Outro ponto depreendido diz respeito ao ato de buscar, no contexto dos profissionais em estudo, referências para construir o pensamento matemático. Por exemplo, os alunos do 8º H e I associaram de forma simples as letras P e L a preço e lucro, respectivamente. Já os alunos do

9º D e E associaram figuras planas (molde da saia godê e planificação do telhado) a objetos matemáticos como circunferências e coroas circulares, retângulos e quadrados, respectivamente. Assim, em todas as turmas, percebemos tais associações sempre relacionadas ao universo cultural, fonte das pesquisas com foco em uma verdadeira tessitura cultural.

E mais ainda, em vários momentos, quando os alunos esboçavam dificuldades no pensamento algébrico, eles mesmos, na tentativa de se ajudarem (cooperação), faziam menção ao significado na prática (contexto cultural). Isso acontecia por meio de informações contidas na memória de cada um, revisitando anotações e citando experiências vivenciadas nas fases anteriores. Essas atitudes foram mais observadas no 8º I e no 9º E.

Os elementos que apontam para a metacognição foram gerados em face da análise realizada pelos alunos da situação em relevo. Quando eram surpreendidos pela necessidade de buscar novos assuntos matemáticos, por meio da pesquisa ou das revisões implementadas, concluíam que os conhecimentos existentes eram insuficientes.

Já as associações realizadas — como nos gráficos da função afim que representavam o pensamento matemático dos vendedores de acerola e água (Figuras 27 e 28) — demonstraram que a ideia de números negativos para valores monetários não era aceita, ou, em outras palavras, era percebida como prejuízo. Isso também se evidenciou na dificuldade de depreender um triângulo retângulo no arcabouço de madeira do telhado e, ainda, na dificuldade de significar frações no estudo da saia godê. Em todos esses casos, a associação cultural culminou na compreensão (compreensão associativa) e na interpretação cultural. Os alunos passaram a aplicar, em sua cultura, conceitos como a ideia de lucro e prejuízo, nos 8º anos; o Teorema de Pitágoras, no 9º E; e o significado prático das frações, no 9º D.

Estamos falando, aqui, de análises culturais, compreensão associativa, interpretação cultural dialógica e abstração como ações cognitivas observadas nesse contexto. Isso porque a cultura foi mediadora para a produção de conhecimento e a elaboração dos primeiros modelos. Na próxima subseção, tratamos dessas conclusões iniciais a partir das unidades de análise que compõem a estrutura triádica do signo, focando nossa lente analítica em dois fenômenos principais: o pensamento matemático e a metacognição.

6.3.1 Análise da fase à luz da teoria

Muitos estudiosos da teoria peirceana apontam para sua vastidão em pressupostos e aplicações. Embora não seja uma ciência aplicada, a teoria pode ser utilizada de forma multifacetada. Algo que podemos generalizar dessa teoria, conforme aponta Santaella (2021, p.

97), é que “[...] todo pensamento se dá por signos [...]”. Esse axioma é interessante, sobretudo quando lançamos um olhar investigativo sobre os pressupostos que o embasam. Faz sentido pensar na validade lógica desse axioma, principalmente quando nossa compreensão do que é um signo encontra uma completude mais ampla. Tal completude, entre muitas definições, encontramos nas seguintes palavras:

> [...] o signo não é uma coisa nem um objeto, mas um padrão de acordo com o qual as coisas e os objetos se entrelaçam para criar a trama da experiência, na qual uma parte está por outra parte de modo a dar maior ou menor ‘sentido’, ao todo, em tempos e contextos variados (Deely, 1990, p. 76, *apud* Ramos; Almeida, 2021, p. 1396).

Essa definição destaca a ideia de dinamismo existente no signo e o desloca da concepção cartesiana de ser apenas algo que representa outra coisa para alguém. O dinamismo está na relação entre o efeito na mente do intérprete e aquilo que ele representa (objeto). Feito esse preâmbulo, podemos agora refletir sobre como ocorreu o movimento do signo no processo de modelagem descrito na subseção anterior, ou seja, estamos tratando de semiose.

Primeiramente, vamos abordar o aspecto metacognitivo observado. Todas as atividades de Modelagem Matemática trazem consigo a incerteza quanto aos objetos matemáticos que serão tratados, pois estes só são definidos após a problematização. Neste caso, após a curiosidade dos alunos ser materializada em problemáticas, gerando interrogações mais claras (problematizações) com aspectos etnomatemáticos, os alunos foram imersos em um ambiente de manipulação de vários objetos matemáticos já mencionados.

Nesse âmbito, falamos de várias frentes de pesquisa que os alunos precisaram adentrar. Eles verbalizaram que a metodologia em relevo gerava uma conjunção entre assuntos diferentes na mesma aula, o que era desafiador. Isso ocorria porque a memória era constantemente requisitada para relembrar conteúdos anteriores, enquanto havia a necessidade de compreender assuntos novos e de associá-los a aspectos culturais. Isso culminava na consciência de que deveriam estar atentos ao seu nível de compreensão e interpretação. Esses elementos evidenciam Semioticamente, estamos tratando de alguns objetos. Vamos destacar pelo menos dois: o tempo de assimilação dos conceitos matemáticos e o tempo de associação destes com elementos culturais. Apesar de dois objetos, poderiam ser representados por um único representâmen: a percepção da necessidade de combinar diferentes conteúdos matemáticos nas aulas. Foi essa conjunção que despertou nos alunos a reflexão sobre suas dificuldades de assimilação dos conceitos e de associação dos elementos matemáticos aos aspectos culturais, embasando a autoavaliação do processo de aprendizagem — ou seja, o interpretante dinâmico. Isso é engenhosamente possível, pois

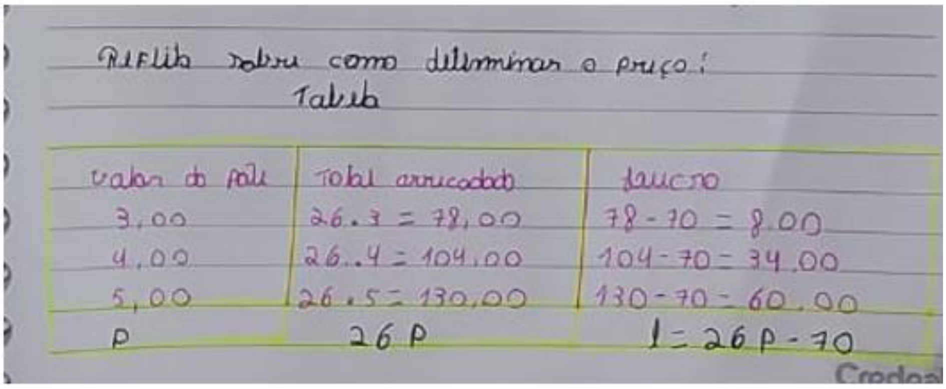
> [u]m signo pode ter mais do que um objeto. Assim, a sentença 'Caim matou Abel', que é um Signo, refere-se pelo menos tanto a Abel quanto a Caim, ainda que a não encaremos como deveríamos encará-la, isto é, como tendo 'um assassino', na qualidade de terceiro objeto. O conjunto de Objetos podem ser visto como compondo um objeto complexo (Peirce, 1972, p. 96).

Outrossim, na metacognição ocorrida por meio da associação sígnica de dois objetos a um *representamen,* e a um interpretante dinâmico (autoavaliação), cabe esclarecer uma questão: qual a diferença entre a metacognição provocada no delineamento pedagógico em tela e a metacognição gerada em outras propostas metodológicas, como na Modelagem, por exemplo? Podemos destacar alguns pontos a esse respeito. Primeiramente, os aspectos motivadores adquiridos nas fases precedentes do delineamento foram fundamentais. Essa motivação contribuiu para que os alunos não desistissem de encontrar modelos matemáticos que servissem de hipóteses à solução, mesmo diante das dificuldades cognitivas impostas.

Em segundo lugar, o tempo despendido para a construção dos conceitos matemáticos e a associação desses conceitos a elementos culturais não foi idiossincrático. Os alunos, de forma intuitiva, já estavam se direcionando para essas associações. Ou seja, as ações cognitivas analisadas podem ser representadas pelos atos de compreender, interpretar e analisar, culminando em uma autoavaliação cognitiva da aprendizagem. Essa autoavaliação criou nos alunos uma percepção de suas limitações e potencialidades. Assim, mesmo diante das dificuldades cognitivas — geradas possivelmente pelo tempo fora da escola durante a pandemia —, os alunos souberam se pautar pelas autoavaliações propostas.

De forma não excludente, o pensamento matemático, como segundo fenômeno observado, mostrou um movimento semiótico muito rico. Vamos tomar, nesse caso, os modelos matemáticos como signos para tecer algumas observações. O primeiro modelo a ser mencionado é a tabela construída pelos alunos para generalizar o pensamento matemático dos vendedores de acerola. Esse mesmo tipo de análise pode ser aplicado às tabelas descritas pelos alunos do 8º I relacionadas à venda de água doce. Essas tabelas são fruto de uma série de movimentos semióticos anteriores. Entretanto, analisemos as tabelas com calma para destacar alguns aspectos semióticos. Inicialmente, vamos observar a Figura 39.

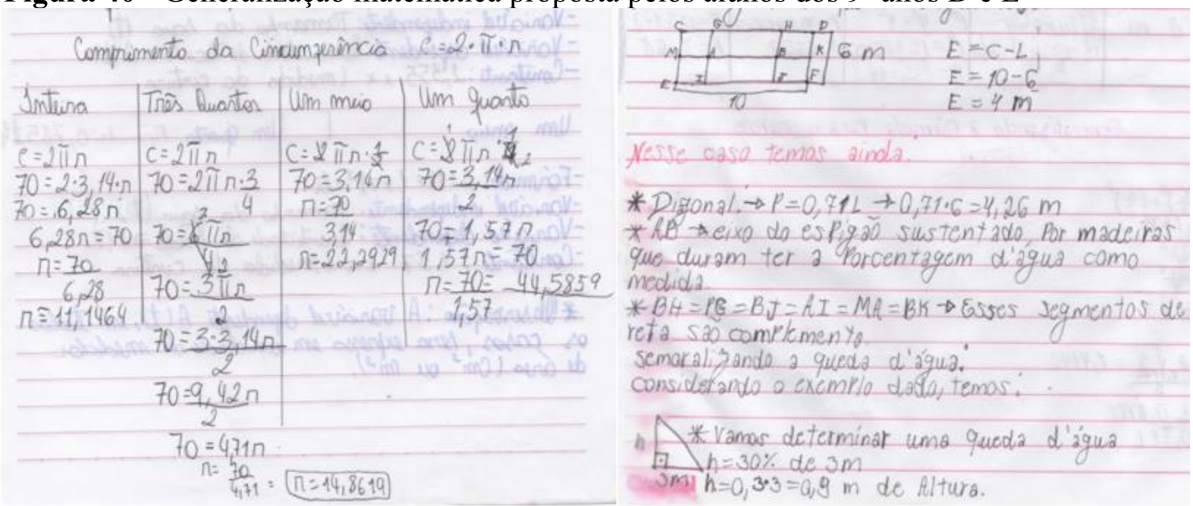
Figura 39 - Tabela generalizando o pensamento matemático do vendedor de acerola



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Nesse caso, podemos tomar o pensamento matemático dos profissionais em voga como objetos dinâmicos. O que está representado nas tabelas é o objeto imediato, e as generalizações, como consequência da disposição das informações na tabela, são interpretantes dinâmicos. As informações registradas na Figura 40, onde estão presentes as impressões de dois alunos dos 9º anos D e E, respectivamente, também podem ser vistas por esse ângulo semiótico, a saber: o objeto de análise é o procedimento utilizado por profissionais como a costureira, para determinar a medida do raio, e o pedreiro, para posicionar o eixo do espigão.

Figura 40 - Generalização matemática proposta pelos alunos dos 9º anos D e E -



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Notemos que, à esquerda, os alunos desenvolveram o pensamento matemático da costureira, visando determinar a medida do raio para confeccionar a modelagem da saia por meio de testes algébricos, considerando o mesmo comprimento da cintura (70 cm) e alterando o tipo de saia (onde a expressão 2πr poderia ser multiplicada por 1 para a saia godê inteira, por três quartos, por um meio e por um quarto para as respectivas saias godê que levam esses nomes). O resultado foi o surgimento de diferentes valores para a medida do raio. Vale notar que foi nesse ponto que surgiram os valores 6,28, 4,71, 3,14 e 1,57 como fatores multiplicativos do raio, explicando suas origens. Assim, tais expressões podem ser tomadas como o objeto imediato da modelagem do pensamento das costureiras, e a generalização final, como seu interpretante dinâmico.

O mesmo ocorreu com os alunos do 9º E, onde a expressão E = C – L representa o interpretante dinâmico do objeto eixo do espigão. Assim, esses alunos, ao observarem certas regularidades geradas pela elaboração de várias planificações de telhados, encontraram na expressão acima uma forma de determinar sua medida e de representar o eixo. Ocorreu de mesmo modo quando as coordenadas F $(\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$ e I $(\frac{C-L}{2}, \frac{L}{2})$ foram usadas como interpretante dinâmico para o objeto posicionamento do eixo do espigão, sendo a Figura 37 seu *representamen.*

Conscientes de que "[d]iante de qualquer fenômeno, isto é, para conhecer e compreender qualquer coisa, a consciência produz um signo, ou seja, um pensamento como mediação irrecusável entre nós e o fenômeno" (Santaella, 2004, p. 51), os alunos conseguiram, por meio das conexões significativas entre cultura e matemática escolar, promover um bom nível de abstração, este tomado como uma ação cognitiva preponderante para qualquer estudo em Matemática. Entendemos que essa abstração ocorreu em razão de um tripé cognitivo, a saber: compreensão associativa, interpretação cultural dialógica e análise cultural dialógica, nas quais tais ações só foram possíveis graças à semiose, termo introduzido por Peirce e entendido como a ação do signo frente ao intérprete (Noth, 2005, p. 66).

O que queremos destacar, na verdade, é que os signos produzidos pelos alunos, para funcionarem como *representamen* dos pensamentos matemáticos dos profissionais, surtiram um efeito propositivo no processo de semiose, agindo como mediadores, em razão de muitos fatores, mas principalmente porque a etnomodelagem tratada aqui, por meio de um delineamento pedagógico específico, permitiu uma rica conexão entre ambientes culturais distintos, construindo nuances de pertencimento, identidade, similaridade, autoavaliação cognitiva e construção de significados.

Poderíamos gastar muitas páginas aqui analisando todos os modelos matemáticos depreendidos nessa fase, mas o resultado seria quase sempre o mesmo que citamos. Isso ocorre porque, conforme explica Noth (2005), o processo de semiose em Peirce é *ad infinitum*, ou seja: "[n]ão há nenhum 'primeiro' nem um 'último' signo neste processo de semiose ilimitada. Nem por isso, entretanto, a ideia de semiose infinita implica um círculo vicioso" (Noth, 2005, p. 72).

Dessa forma, “Peirce sugere aqui um processo de semiose (em outras palavras, uma ação sígnica que se realiza na formação de novas relações triádicas) potencialmente infinito, mas que, de alguma maneira, as exigências da vida prática o interrompem” (D’Amore; Pinilla; Iore, 2015, p. 62). Assim, a semiose foi potencializada por fatores culturais inerentes ao processo adotado para modelar as problematizações, culminando na construção de significados.

6.3.2 Validação das impressões por parte dos alunos

Finalizando essa etapa, levamos aos alunos nossas impressões cabíveis de avaliação por parte dos mesmos. Nesse último encontro relativo à modelagem, explicamos que três fatores foram destacados em todo o processo. Destacamos, inicialmente, que os alunos participantes do trabalho mostraram algumas dificuldades quanto a manipular alguns objetos matemáticos, principalmente quanto à divisão (todos os alunos) e à multiplicação (alunos do 9º D), além de mostrarem dificuldades em comparar números decimais (alunos dos 8º anos) e em compreender substituições de letras por expressões algébricas (9º anos). Isso, por sua vez, gerou confirmações muito claras nesse sentido, ou seja, não houve resistências dos alunos em aceitar que dificuldades faziam parte do processo.

Em segundo plano, explicamos que parte dos alunos, ao ouvirem reclamações quanto ao grande número de assuntos estudados ao mesmo tempo, superaram o desânimo com motivação, por desejarem levantar hipóteses para resolver as problematizações levantadas; já outros simplesmente reclamaram, mas não tomaram atitudes. Ademais, o que ocorreu na prática foi uma autoavaliação da forma como estavam aprendendo, pois sempre faziam menção à necessidade de ler mais ou pesquisar e às dificuldades inerentes.

Em terceiro lugar, explicamos que, ao generalizarem as situações por meio de tabelas e expressões algébricas, os alunos estavam, na verdade, construindo “representações” (em nossos termos, signos) do pensamento matemático dos profissionais em estudo (em nossos termos, objetos). Explicamos ainda que aquela representação culminou em um efeito interessante, a saber: abstrair fórmulas matemáticas (em nossos termos, interpretantes). E isso foi possível graças à imersão cultural na qual os alunos, profissionais e linguagem matemática estavam imersos.

Após amplo debate com eles em face das dificuldades em compreender o que estávamos chamando de autoavaliação, percebemos que os alunos tenderam a concordar com nossas pontuações. Destacamos a palavra “tenderam” porque, diferentemente das fases anteriores, percebemos algumas dúvidas quanto ao que estávamos falando na prática, principalmente no ponto sobre metacognição. Entretanto, também não percebemos indícios de negativas quanto às assertivas verbalizadas. Quanto ao processo de abstração, observamos que a maioria dos alunos concordou com o fato de que a associação cultural potencializou a compreensão do sentido dos caracteres matemáticos na geração dos modelos matemáticos.

Por fim, evidenciamos que, em todas as turmas, ainda havia alunos mostrando desinteresse. Questionamos se podíamos fazer algo a respeito, e a resposta deles foi que tentariam se envolver nas próximas etapas (alunos dos 8º anos), enquanto outros, por possuírem muitas dificuldades, preferiam apenas assistir (alunos do 9º D). Encerramos o momento falando sobre a importância de construirmos juntos o conhecimento e deixando uma palavra de conscientização.

6.4 Resolução

Nesta subseção, relatamos a construção dos modelos finais pelos alunos, que buscaram solucionar as problematizações levantadas anteriormente. Lembramos que, nas quatro turmas, surgiram duas problemáticas: uma no aspecto etnomatemático e outra no aspecto social (ver Quadro 12). Assim, buscando sintetizar o processo, decidimos relatar primeiro a construção dos modelos finais no aspecto etnomatemático, realizando, em subseção posterior, suas análises semióticas. Em outra subseção, relatamos a construção dos modelos matemáticos que atendem às problematizações no aspecto social. Nesse caso, dada a já familiarização dos alunos com o delineamento, conjugamos exclusivamente para esse tópico as fases de modelagem e resolução. É nessa fase que os alunos, além de consolidarem seus modelos, devem realizar suas respectivas validações, as quais também relatamos como passo final do processo, realizando, por fim, as análises semióticas.

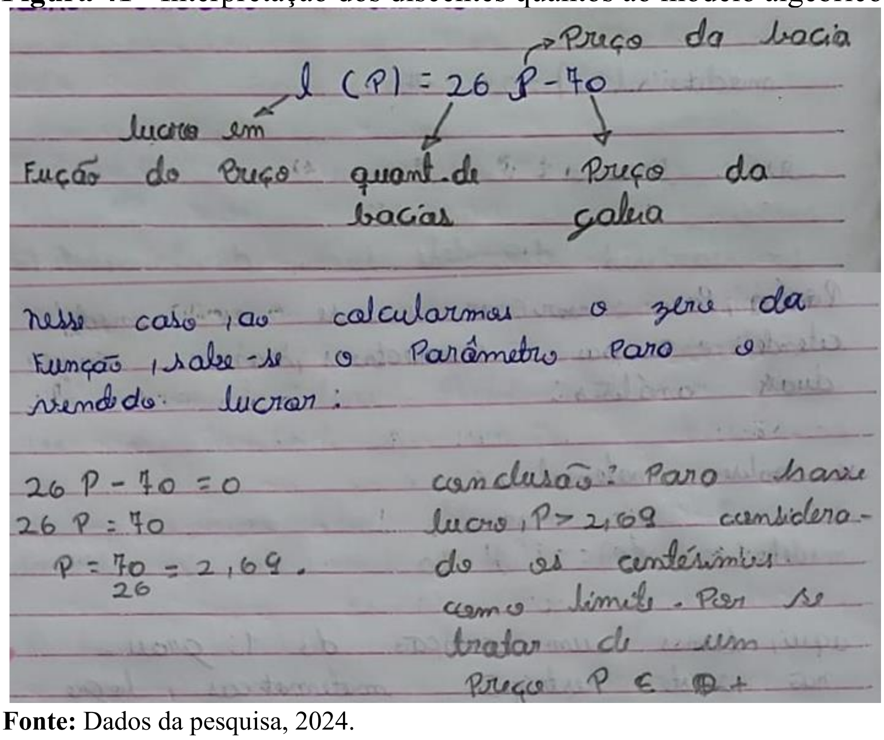
6.4.1 Construção da versão final dos modelos matemáticos relativos às problematizações no aspecto etnomatemático

Entrando agora na fase de resolução, na qual entendemos ser momento de afunilamento do processo com foco na definição de variáveis e construção de etnomodelos éticos, os alunos deram continuidade ao processo. Agora, após a emersão de vários modelos matemáticos associados ao problema proposto, o foco era aprofundar esses modelos para buscar a construção de significados. Nesse caso, a definição de variáveis, o aprimoramento do modelo matemático e os debates tornaram-se o âmago do processo.

Nas turmas dos 8º anos H e I, retomamos o processo, construindo, por meio de provocações e diálogos, a definição de variáveis e realizando uma análise matemática e contextual dos modelos, para que a solução do problema fosse alcançada. Entenda-se análise matemática como a análise do modelo partindo do princípio matemático de forma geral; já a contextual refere-se à análise das restrições dos modelos dentro do contexto, para que haja sentido na venda (lucro) do produto, por exemplo. Nesse ponto, também foi proposto o confronto entre os diferentes modelos matemáticos detectados.

No caso da venda de acerola (8º ano H) e da venda de água doce (8º ano I), todo o debate em sala levou os discentes a compreender novas notações, quando comparadas ao modelo algébrico anterior, a diferenciar variáveis dependentes e independentes e a observar o cálculo do zero da função. Percebemos que o modelo matemático evoluiu, principalmente no que tange à notação da variável dependente l(p), mostrando que a compreensão quanto ao princípio de dependência e independência de variáveis estava sendo construída. O cálculo do zero da função também foi outra ideia importante a destacar, pois os alunos buscavam interpretar o significado de a reta cortar o eixo das abscissas no gráfico. Isso, por sua vez, nos levou a debater o significado dos símbolos "maior que" (>) e "menor que" (<) dentro do contexto de uma inequação simples, como a que está explicitada na Figura 41:

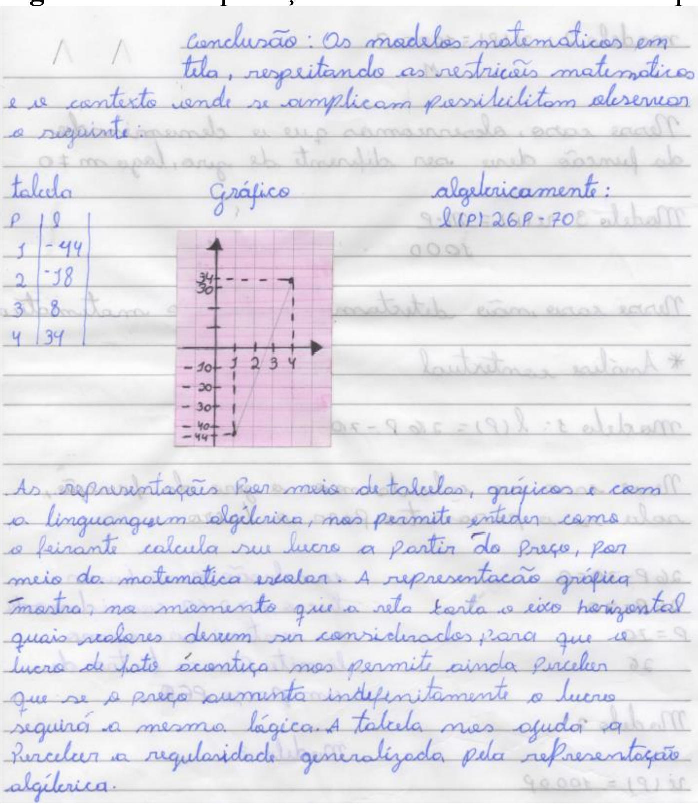
Figura 41 - Interpretação dos discentes quantos ao modelo algébrico



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Reunindo os modelos tabular, gráfico e algébrico da situação, pedimos que os discentes propusessem algumas interpretações que, com nossa mediação, produziram o que se segue na Figura 42 como exemplo.

Figura 42 - Interpretação dos modelos matemáticos pela aluna E



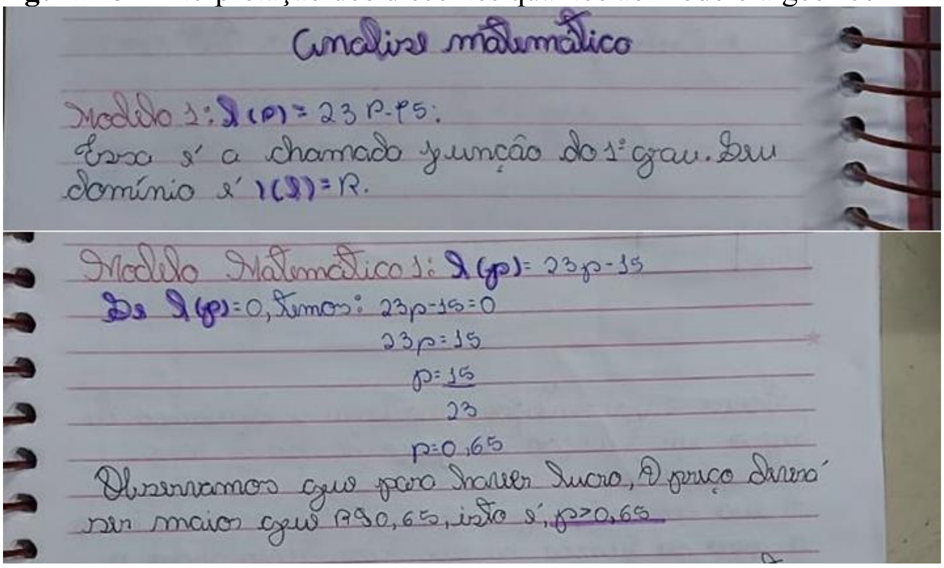
Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Como podemos observar, a referida aluna conjuga diferentes representações da mesma situação, realizando uma interpretação cultural dialógica desta, pois consegue claramente aplicar a interpretação gráfica à situação real. Uma ressalva, porém, foi observada quando a aluna afirmou que “[...] *se o preço aumenta indefinidamente, o lucro seguirá a mesma lógica*”. Nesse caso, foi necessário observar que, graficamente, isso ocorre, mas, logicamente, no contexto em relevo, não, pois os consumidores aceitarão pagar valores limitados pela bacia de acerola.

Todo o processo ocorreu, nesse caso, mais uma vez por meio de discussões, revisões, pesquisa e autoavaliação. As novas notações foram trazidas via provocações feitas em sala de aula e orientações a pesquisas de exemplos e contextos variados. Observamos melhorias nos cálculos realizados para a construção das tabelas, mas ainda detectamos dificuldades na construção do gráfico, principalmente na estimativa para posicionar os números, conforme mostra a Figura 42. Ainda assim, percebemos avanços também nesse sentido.

No 8º I, o processo foi similar, pois, como mencionamos, tratava-se de duas funções afim. Vejamos na Figura 43 como os alunos interpretaram o modelo algébrico em questão.

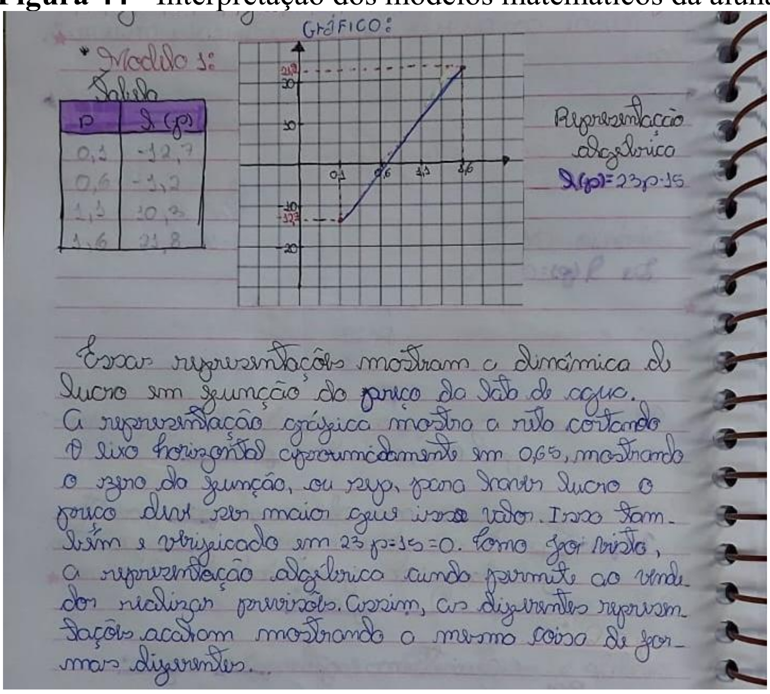
Figura 43 - Interpretação dos discentes quantos ao modelo algébrico



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Com nível de dificuldade diferente da turma anterior, os alunos produziram significados parecidos. O destaque foi a explicitação do domínio e do zero da função. Também foi necessário levar os discentes a confrontar diferentes representações para gerar interpretações, conforme mostra a Figura 44.

Figura 44 - Interpretação dos modelos matemáticos da aluna I



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Os discentes fizeram interpretações similares no que tange aos símbolos matemáticos e à notação de l (p), com análise da diferença entre variáveis dependentes e independentes, entre outros. Nesse caso, também podemos evidenciar a ocorrência de uma interpretação cultural dialógica, na qual a interpretação gráfica e algébrica (zero da função) foi claramente aplicada ao contexto.

Nas duas turmas, podemos ainda fazer referência à ação cognitiva de abstração matemática, na qual os alunos participantes foram levados a generalizar a fórmula algébrica do lucro e a outro tipo de abstração, que é a aplicação ao contexto. Os elementos que nos permitem inferir sobre isso estão contidos na representação escrita feita pelos alunos ao comentarem sobre as representações gráficas, tabular e algébrica. Notemos que, nos dois casos, o cálculo do zero da função foi explicitado para destacar o valor que os vendedores deveriam observar como parâmetro para ter lucro.

Ao comentar sobre isso, os alunos mostraram características de abstração matemática aplicada à situação. Essa abstração a que nos reportamos, observada nas palavras "[...] *nos permite ainda perceber que, se o preço aumenta indefinidamente, o lucro seguirá a mesma lógica* [...]" (Aluna E – 8º ano H) e "[...] *a representação algébrica ainda permite ao vendedor realizar previsões* [...]" (Aluna I – 8º ano I), está envolta em análise cultural e leitura de mundo.

Nas turmas dos 9º anos, a dinâmica da fase de resolução ocorreu da seguinte forma: após a construção dos modelos quanto ao cálculo do raio utilizado para confeccionar a saia godê, os alunos do 9º ano D observaram que a fórmula R = $\frac{i}{6{,}28f}$ possuía três variáveis. Observando o livro didático, perceberam que a letra x geralmente é mais utilizada para representar variáveis independentes, o que, por sua vez, gera notações como f(x). A partir das conversas em sala de aula, a fórmula acima evoluiu para r(x,f) = $\frac{x}{6{,}28f}$, um assunto matemático que não faz parte desse nível de ensino, sendo x a representação da medida da cintura de uma pessoa e f, a fração que representa o tipo da saia (um, três quartos, um meio e um quarto). Decidimos então explorar o que podíamos nesse momento, ou seja, quais valores x e o f podem assumir e quais não podem, para dar corpo, de forma segura, à resposta da problemática, conforme mostra a Figura 45.

Figura 45 - Interpretação da aluna V sobre possíveis valores para as variáveis dentro do contexto

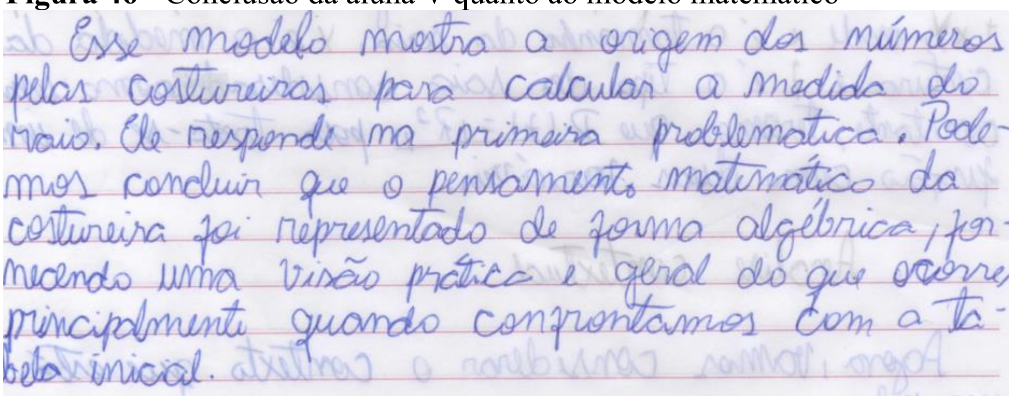
Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A aluna interpretou, diante das pontuações em sala, que, por se tratar de uma medida de cintura e medida de raio, os valores de x e r devem ser números racionais, excluindo o zero. Já o valor de f teria quatro possibilidades a priori: 1, $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4},$ que dizem respeito às saias conhecidas. Porém, no momento da construção das inferências nesse sentido, o aluno E fez a seguinte pergunta: *"Mas seria possível confeccionar uma saia três quintos?"*

A partir disso, a turma conjecturou que, do ponto de vista matemático, seria possível, pois a fração exemplificada pelo aluno $(\frac{3}{5})$, está dentro do intervalo explicitado. Restaria saber se seria uma saia bonita, cabível para modelos, entre outras coisas. Por isso, destacaram que o valor de f deveria pertencer ao intervalo explicitado acima. Foi um momento bastante produtivo, pois outro objeto matemático foi requisitado com a construção de significados: intervalos de conjuntos numéricos. Contudo, foi perceptível que sérias dificuldades ainda se mostravam quanto ao uso das frações e conversões para números decimais.

Percebemos até o uso da calculadora do celular para verificar se outras frações estariam no intervalo aludido. Ficou assim evidente que o algoritmo da divisão continuava a ser um obstáculo. Outro fator perceptível foi a estagnação quanto à participação dos alunos até esse momento. Percebemos que um percentual próximo a 40% não estava participando nessa fase da atividade. Voltando a discutir sobre os modelos, vejamos o que a aluna V concluiu na Figura 46.

Figura 46 - Conclusão da aluna V quanto ao modelo matemático


Esse modelo mostra a origem dos números
pelas costureiras para calcular a medida do
raio. Ele responde na primeira problemática. Pode-
mos concluir que o pensamento matemático da
costureira foi representado de forma algébrica, for-
necendo uma visão prática e geral do que ocorre
principalmente quando confrontamos com a ta-
bela inicial.

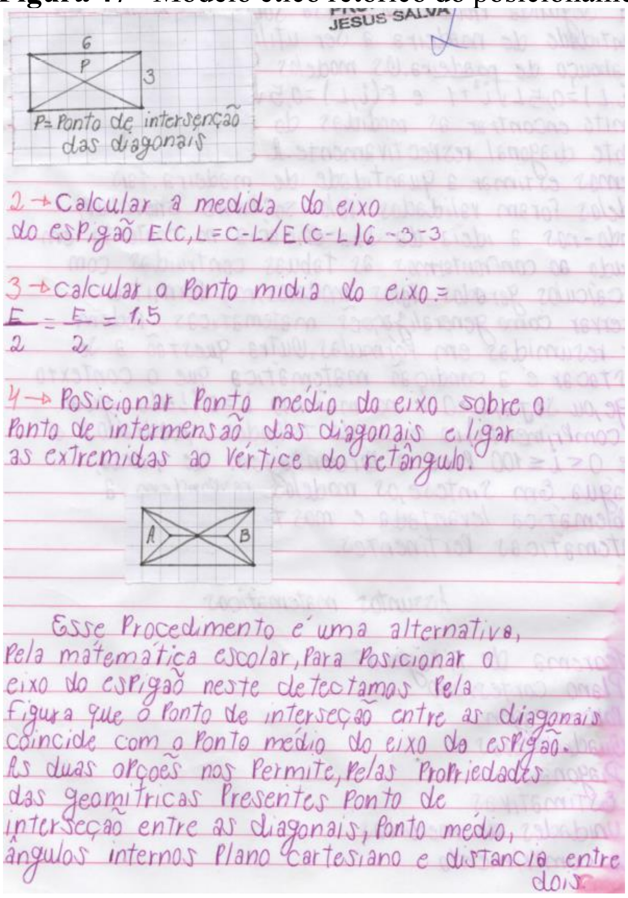
Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

É importante ressaltar que a análise exposta pela aluna V também traz consigo elementos de interpretação e análise cultural que fomentaram a abstração matemática e a aplicabilidade no contexto cultural. Além disso, os símbolos usuais do estudo dos conjuntos numéricos foram requisitados para mostrar limites quanto à utilização dos números na fórmula algébrica, isto é, a medida da cintura de uma pessoa não admite apenas números naturais, mas também números racionais positivos, por exemplo.

O 9º E já possuía um bom modelo para posicionar o eixo do espigão de forma correta a partir do plano cartesiano. Porém, na fase de resolução, os discentes começaram a indagar se existiria outro modelo que não utilizasse o plano cartesiano. Isso ocorreu porque grande parte dos alunos ainda estava tendo dificuldades em utilizar o modelo anterior, que teve sua origem em um grupo da sala a partir das mediações propostas. Notamos que houve certa apropriação deste, mas todas as vezes que voltávamos a trabalhar com ele, surgiam alguns obstáculos.

Na busca por um novo modelo, alguns alunos lembraram que haviam usado barbantes para traçar as diagonais da base do telhado quando fizeram a maquete e que a experiência com o GeoGebra havia proporcionado observar sua importância dentro do retângulo, base do telhado. Foi quando se percebeu, nos desenhos feitos, que o ponto médio do eixo do espigão, quando paralelo ao comprimento do telhado, ao ser posicionado sobre o ponto de interseção das diagonais, resultava perfeitamente na posição do eixo. A Figura 47 mostra o modelo ético que foi construído em sala de aula.

Figura 47 - Modelo ético retórico do posicionamento do eixo do espigão



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Portanto, os alunos possuíam dois modelos para responder à problemática 1: um com o plano cartesiano e outro com o uso de diagonais e ponto médio. Para nós, constituiu-se um desafio reiniciar a idealização de outro modelo. Contudo, tornou-se gratificante, pois, nesse novo modelo, percebemos uma melhor compreensão por parte dos alunos. Nesse caso, entendemos que a análise e a interpretação ocorreram no campo geométrico. Isso foi observado, inclusive, como consequência da confecção da maquete, na qual os alunos tiveram que trabalhar com régua, tesoura, palitos, barbantes, entre outros, além do uso do GeoGebra para realizar abstrações quanto à medida do eixo do espigão. Também temos indícios de abstração da situação no sentido de aplicabilidade nas palavras do aluno ao destacar que "[...] *esse procedimento é uma alternativa pela matemática escolar, para posicionar o eixo do espigão* [...]". Ou seja, o aluno mostrou consciência plena de que o procedimento percebido por eles também garante que o eixo do espigão seja posicionado de forma correta.

Ademais, é bom observar que, de forma geral, os alunos estavam se comportando naturalmente frente ao processo. Os encontros estavam sendo marcados por características normais de uma sala de aula. Havia participação em todas as turmas de um bom número de alunos, sempre com um índice superior a 50% dos presentes, além de conversas, interações, motivação e desmotivação. Dificuldades quanto aos temas matemáticos seguiram sendo uma constante. Porém, notamos que o delineamento fazia emergir potencialidades como identidade e resgate cultural, contextualização e associação da matemática escolar, potencializando a construção do conhecimento. Para nós, é importante destacar essas impressões, pois não queremos criar a imagem de uma sala de aula politicamente correta. Tudo ocorreu dentro da normalidade, com desafios a serem superados e a persistência como fator-chave para a conclusão dessa etapa.

Assim, como principais ações a serem analisadas na próxima subseção, temos a evolução dos modelos matemáticos e o protagonismo que os símbolos matemáticos tiveram. Essas ações ocorreram dentro das atividades cognitivas de abstração, interpretação, compreensão e síntese, entre outras, com foco no pensamento matemático.

6.4.1.1 Análise semiótica do processo de construção dos modelos matemáticos relativos as problematizações no aspecto etnomatemático

Os aspectos semióticos analisados nesta subseção tiveram como foco o pensamento matemático. É importante percebermos que as unidades de análise implementadas desde a primeira fase do delineamento estão seguindo a sequência proposta por Peirce, isto é, iniciamos com os aspectos fenomenológicos (primeiridade, secundidade e terceiridade), adentramos à tríade sígnica (*representamen*, objeto e interpretante) e agora, conscientes de que "[c]om base nessas três categorias e da relação que o *representamen* de um signo tem com o objeto (dinâmico) ao qual se refere, Peirce distingue três tipos fundamentais de signo/representamen: ícone, índice e símbolo" (D'Amore; Pinilla; Iore, 2015, p. 63), faremos uso destes para analisar o objeto já aludido (pensamento matemático), até porque concordamos que signos icônicos, indiciais e simbólicos são indispensáveis ao raciocínio, conforme aponta Peirce (1977, p. 10).

Isso se justifica porque, conforme temos ciência, "[c]omo são três os tipos de propriedades – qualidade, existente ou lei –, são também três os tipos de relação que o signo pode ter com o objeto a que se aplica ou que denota" (Santaella, 2018, p. 14). A autora ainda explica que, quando o fundamento for um qualissigno, a relação será icônica; quando for existente nessa relação, será indicial; e, por fim, se o fundamento for uma lei, será um símbolo.

Desta forma, inicialmente, queremos chamar a atenção para todos os modelos em destaque na subseção anterior. Temos, nesse caso, tabelas, expressões algébricas e gráficos. As turmas dos 8º anos produziram esses modelos com características mais formais quanto à linguagem matemática. Por exemplo, inicialmente (fase de modelagem), os alunos dos 8º anos representaram o lucro apenas pela letra L; já nessa fase, pela expressão L(p), mostrando consciência da ideia de grandezas dependentes e independentes. Já os modelos dos alunos dos 9º anos se resumiram a representações algébricas (nas duas turmas) e a uma procedimental (9º ano E), acompanhada de uma figura.

Os alunos do 9º ano D substituíram a letra r (medida do raio) pela expressão r(x,f), e os do 9º E substituíram a letra E (medida do eixo do espigão) pela expressão E(c,l), seguindo a mesma ideia dos alunos dos 8º anos. Isso aconteceu de forma natural, via questionamentos e comparações com o que haviam visto em livros e no YouTube. Assim, tomando como base semiótica a linguagem algébrica para representar variáveis dependentes, a ação de moldar a notação indica — ou seja, é índice da ampliação do pensamento algébrico do aluno. Embora essas substituições tenham ocorrido via comparação com modelos matemáticos presentes nos livros, ou seja, não tenham partido do aluno de forma sui generis, houve a percepção de que os modelos estavam, no mínimo, incompletos.

Ora, "[o] que dá fundamento ao índice é sua existência concreta" (Santaella, 2018, p. 19), que, nesse caso, se materializa na ação de moldar a notação. Da mesma forma, as falas dos alunos em destaque na subseção anterior são índices da ampliação da visão de mundo por parte destes. Isto é, os alunos esboçaram elementos quanto a uma leitura de mundo pelas lentes da Matemática, confirmando ser fator inerente às atividades de Modelagem Matemática, e, claro, resguardadas a uma leitura incipiente e coerente à sua fase escolar. Assim, nos dois pontos citados, percebemos uma relação dual, fato que, segundo Santaella (2004, p.66), é característico do movimento indicial de um signo. Tal evolução do modelo ocorreu a partir da ação cognitiva de síntese, abstração e interpretação.

Quanto às representações semióticas em si (tabela, gráficos e expressões algébricas), cabe salientar, primeiramente, que “[...] o raciocínio dos matemáticos, podemos verificá-lo, gira em torno do uso das semelhanças, que são os gonzos sobre os quais se apoiam os portais da matemática” (Peirce, 1972, p. 119). Ou seja, os etnomodelos éticos produzidos pelos alunos a partir do pensamento matemático dos profissionais em questão estão configurados a partir das semelhanças que os alunos foram percebendo entre o etnomodelo êmico e a estrutura lógica que embasa os etnomodelos éticos produzidos.

Diante disso, conscientes de que a relação entre objeto e signo pode ser por semelhança, tendo como fundamento um qualisigno, este pode ser entendido como um ícone que “[...] ostenta uma semelhança ou analogia com o sujeito do discurso” (Peirce, 1977, p. 10). Por isso, no caso das representações semióticas algébricas em voga em nossa reflexão presente, Peirce (1972, p. 117) as classifica como ícone, pois são “[...] tornados tais pelas regras de comutação, associação e distribuição” (Peirce, 1972, p. 117).

Os ícones, conforme já apontado, são subdivididos em imagem, diagramas e metáforas. Nos casos específicos do diagrama, que, segundo D’Amore, Pinilla e Iore (2015, p. 63), possui uma relação com o objeto por semelhança estrutural ou relacional, torna-se, portanto, o que ainda segundo esses autores faz fórmulas algébricas e figuras geométricas serem diagramas. Assim, os alunos, por meio da compreensão associativa, interpretação cultural dialógica, reflexão cultural dialógica e abstração (todas tomadas como ações cognitivas), expuseram de forma diagramática a relação existencial entre objeto (pensamento matemático dos profissionais), *representamen* (fórmulas algébricas) e interpretante (generalização e confecção de etnomodelos éticos).

Como perceptível, se na semiótica de Peirce tais representações são classificadas como ícones diagramáticos, em nosso caso são as associações estruturais que ganham protagonismo, pois a mesma ocorre a partir da interface etnomatemática e Matemática escolar.

Outro ponto que cabe evidenciarmos são os aspectos metafóricos presentes em todo o processo de construção dos modelos. D’Amore, Pinilla e Iore (2015, p. 66-67) explicam que, em Matemática, o uso de metáforas é muito comum e necessário, citando como exemplo o uso da balança para construir a ideia de igualdade ou “[d]e maneira análoga, são comuns as expressões do tipo ‘traçar a reta r que passa pelo ponto A e B’, ‘considere-se um feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais [...]’”.

Em nosso caso, os alunos, ao utilizarem a linguagem matemática de forma natural para explicar suas conclusões, estavam, na verdade, em alguns momentos, fazendo uso de metáforas ao atribuírem às letras ideias de lucro, preço de pote de acerola, preço da lata de água, medida do raio da circunferência e medida do eixo do espigão. Isso ocorria principalmente quando, dada a familiaridade dos termos, os alunos já não os diferenciavam, apenas os relacionavam diretamente, como mostram as Figuras 41 (referência a L(p) ser lucro), Figura 42 (expressão “a reta corta o eixo na horizontal”), Figura 43 (referência ao domínio da função ser R) e Figura 44 (expressão “[...] *reta cortando o eixo horizontal* [...]”), por exemplo.

O uso das metáforas, a nosso ver, esboça a ideia de intersecção entre os universos escolar e cultural, familiaridade com as representações e abstração contextualizada ao ambiente de onde emergiram os modelos. Isso é muito importante, pois evidencia que os modelos foram constituídos a partir de uma semiose em pleno desenvolvimento. Isto é, a ação sígnica dos modelos, como diagramas, foi constituída por meio de associações claras com o objeto matemático, não sendo fruto de uma exposição deslocada da realidade, nem de uma reprodução de ideias lançadas de forma arbitrária pelo professor.

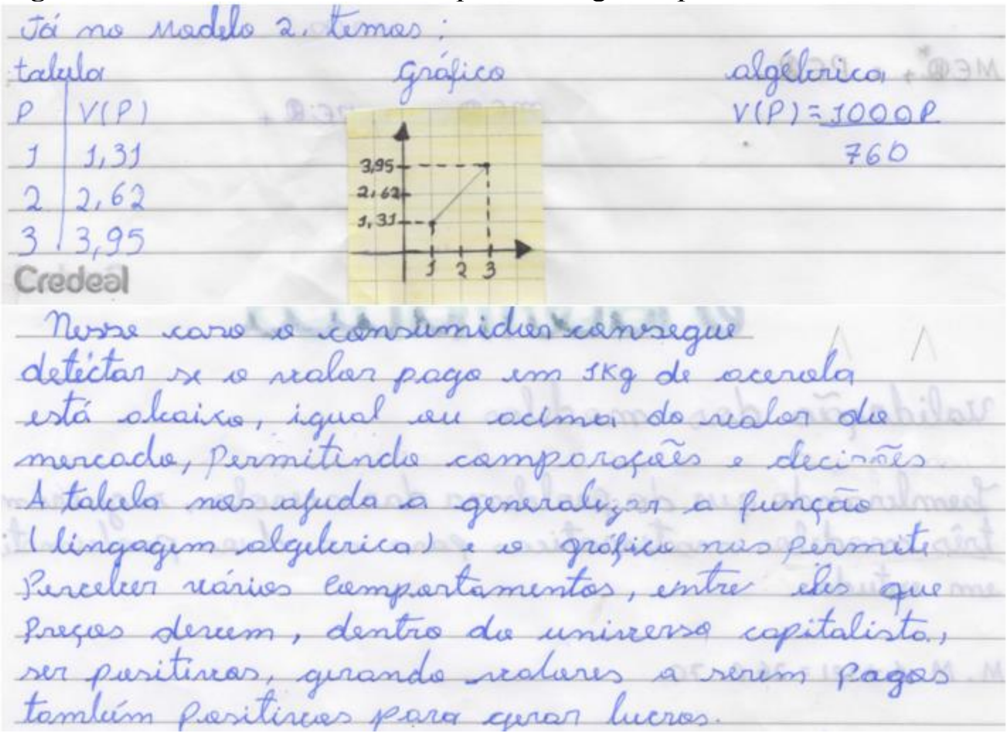
6.4.2 Construção de modelos matemáticos visando responder à problematização levantada no âmbito social do contexto

Antes de adentrarmos na última fase do processo, a saber, a adequação da solução, que requer uma comparação dos etnomodelos éticos encontrados com o pensamento matemático dos *insiders* por meio da apresentação das soluções encontradas para as problematizações levantadas quanto à modelagem do pensamento matemático em estudo aos membros dos grupos culturais (*insiders*), vamos expor o que foi destacado quanto aos modelos matemáticos que respondem à segunda problematização, que possui foco no aspecto social. Logo após, como última parte da fase de resolução, vamos apresentar a validação de todos os modelos em estudo.

No 8º ano H, dentro das fases relatadas, também buscamos responder à seguinte questão: Qual é a opção mais econômica: comprar acerola na feira livre por lata ou no supermercado por quilograma? Já no 8º ano I, tivemos: É melhor comprar água mineral ou água doce do ponto de vista econômico? No 9º ano D: Como determinar a quantidade de tecido em cada tipo de saia godê? E no 9º ano E: Como determinar o tamanho de um caibro utilizado lateralmente em um telhado de quatro águas?

Buscando resolver a segunda problemática, os alunos do 8º H, observando as fases destacadas acima, produziram os seguintes modelos matemáticos, conforme Figura 48.

Figura 48 - Conclusão dos alunos quanto à segunda problemática



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Como podemos observar, as representações tabular, gráfica e algébrica consideram o P como preço da bacia de acerola e v(p) como o valor de venda de um quilograma de acerola proporcionalmente ao preço da bacia. Isto é, se um pote ou bacia de acerola custa R$1,00 na feira livre, como nele existe aproximadamente 760 g (valor extraído da média aritmética realizada pelos alunos em sala de aula), um quilograma de acerola custaria proporcionalmente R$1,31. Logo, o consumidor poderá comparar se é melhor comprar acerola na feira livre tomando como unidade de medida o pote, lata, bacia, entre outros, ou comprar no mercado por quilograma.

Vale lembrar que o modelo só funciona como termo de comparação se o consumidor souber a quantidade de gramas que o recipiente utilizado pelo vendedor comporta. Logo, ao tomar outros recipientes, o valor 760 (denominador) deve ser alterado para a capacidade, em gramas, de tal recipiente. Assim, provocamos os alunos nesse sentido, visando levá-los a pensar sobre a possibilidade de esse valor (760) ser representado por outra letra, tentando evidenciar sua capacidade de variar também. Os frutos disso foram boas sugestões propostas, como tamanhos de bacias com dimensões parecidas e a diferença que, na prática, poderia ocorrer nas questões financeiras. Porém, como eram alunos do 8º ano, decidimos fixar o modelo matemático tomando a experiência em estudo, no qual cada bacia de acerola comporta, em média, 760 g.

Outro aspecto a ser destacado diz respeito à representação algébrica, que foi construída a partir do uso da conhecida regra de três, por meio da qual os alunos realizaram experimentos e perceberam que a fórmula algébrica nada mais é que uma simplificação e generalização da regra de três. Isso também foi captado como argumento na validação do modelo.

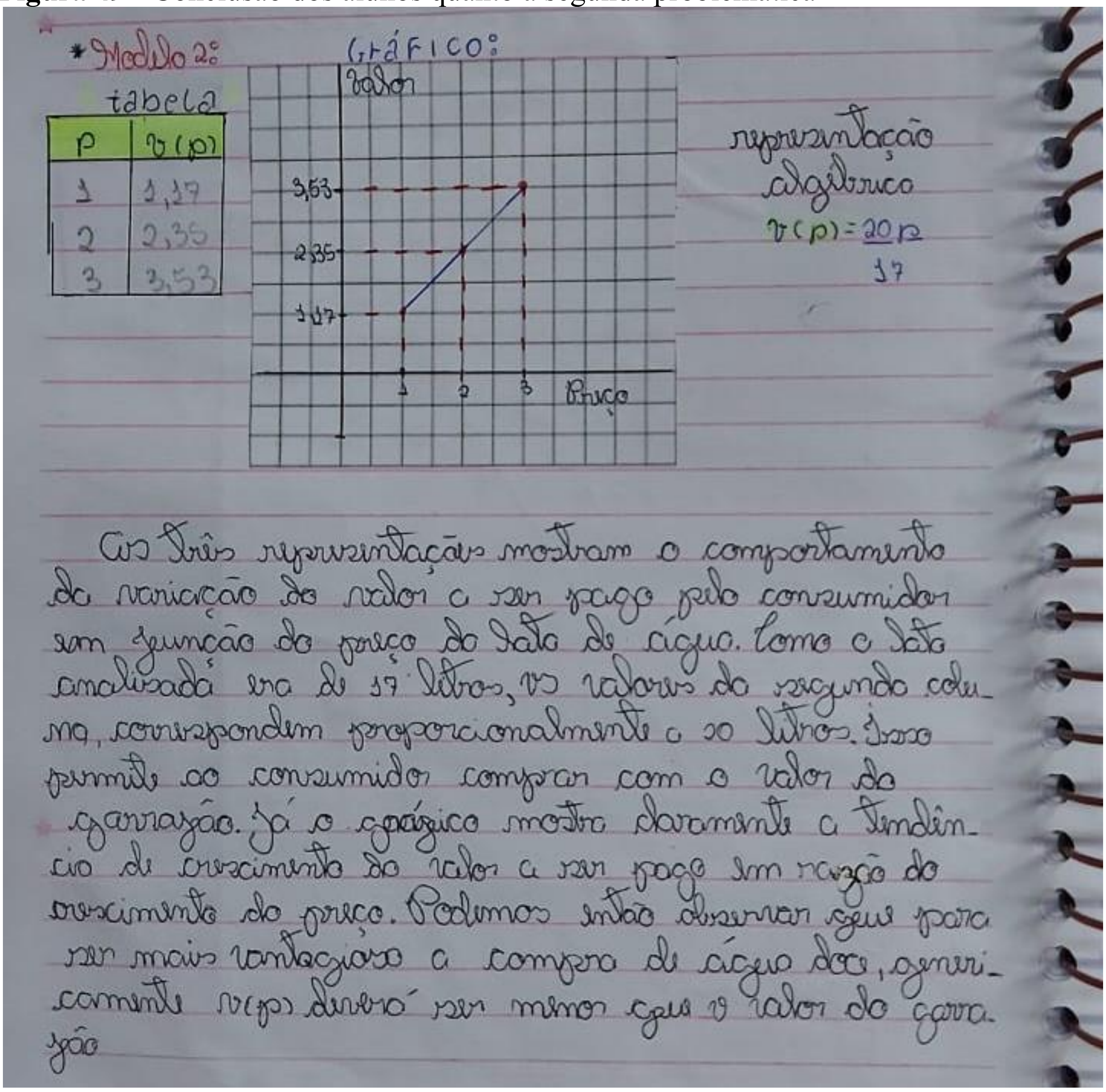
No que tange à representação gráfica, percebemos certa evolução por parte dos alunos na elaboração dos modelos. Quanto à representação tabular, ainda identificamos problemas com as quatro operações, mas também percebemos certa evolução no cálculo mental, principalmente no uso da tabuada. Sendo assim, a representação algébrica foi o maior desafio naquele momento, requisitando muitas tentativas, erros e mediação. No fim, ficamos satisfeitos em insistir, pois parte dos alunos conseguiu construir a ideia geral traduzida pela fórmula algébrica em questão.

Enquanto ação cognitiva a se destacar nesse caso está a compreensão e interpretação que o aluno fez sobre a relação entre um quilograma e o preço da bacia de acerola, reconhecendo que existe uma relação de dependência entre o valor de venda v(p) em função do preço. Isso está evidenciado na fala: "*[N]esse caso, o consumidor consegue detectar se o valor pago por 1 kg de acerola está abaixo, igual ou acima do valor do mercado, permitindo comparações*" (ver Figura 48). Isto é, para o aluno, o v(p) depende do preço da bacia de acerola, o que, por sua vez, permitirá comparar com o preço de mercado.

Outro ponto que merece destaque foi a abstração e síntese realizadas por parte dos alunos ao generalizarem a fórmula algébrica a partir da regra de três, evidenciando características de evolução no pensamento matemático.

Relativo aos discentes do 8º ano I, a ideia dos modelos seguiu caminho análogo ao anterior. Eles também construíram representações semióticas tabular, gráfica e algébrica para responder à segunda problemática, conforme Figura 49.

Figura 49 - Conclusão dos alunos quanto a segunda problemática



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Nesse caso, a comparação entre os preços do vendedor de água doce e o valor de mercado (garrafão de água mineral com 20 litros) também foi tomada como ponto de partida. A letra P foi considerada o valor de uma lata de água (17 litros – valor experienciado em sala de aula), e v(p) é o valor proporcional a 20 litros.

Desta maneira, como as latas utilizadas pelos vendedores também podem ter capacidades diferentes, provocamos a reflexão quanto ao fato de que o modelo só funciona se o consumidor souber a capacidade da lata, bastando alterar o denominador (17) para a nova capacidade, em litros, caso seja necessário. Assim, é possível utilizar o modelo para buscar comparações. Reforçamos, como no caso anterior, que o valor de 17 litros poderia ser representado por outra letra, assumindo, assim, o *status* de variável. Contudo, fixamos o valor 17 como constante para nos deter ao caso específico em estudo.

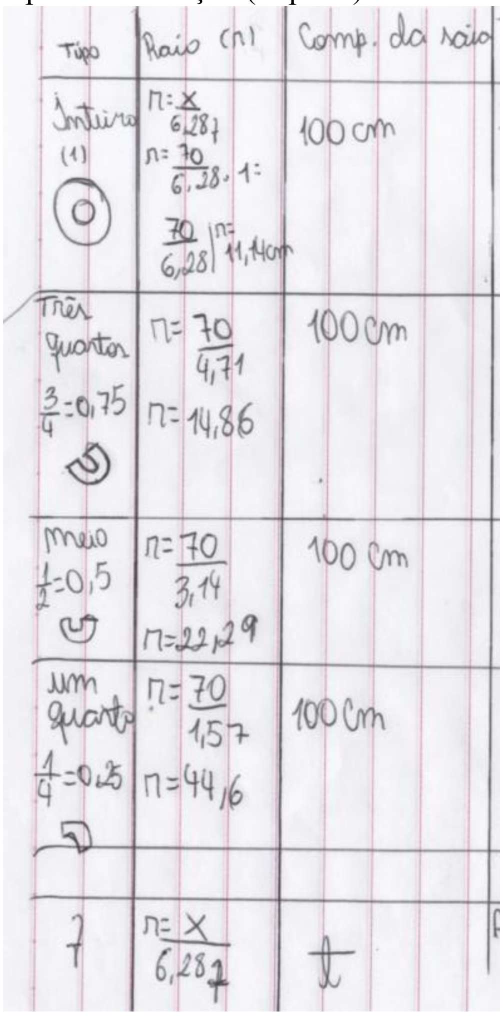
A percepção de alguns alunos quanto a essa mudança no tamanho das latas chamou nossa atenção, pois até aquele momento não havíamos percebido que, para alterar a capacidade, não seria necessário mudar a lata, mas sim o modelo. Isso ocorre porque a alça da lata utilizada em nossas experiências consistia em uma madeira colocada transversalmente, diferindo de outros modelos em que a alça fica na parte exterior da lata, permitindo que esta comporte mais água. Isso nos levou a inferir que, nesses casos, a lata poderia comportar mais de 17 litros.

Percebemos ainda que parte dos alunos dessa turma apresentou evidências de interpretação e compreensão quanto à aplicabilidade da ideia de dependência. Isso ficou evidente em comentários que aparentemente indicaram maior clareza em relação à turma anterior: "[*A*]*s três representações mostram o comportamento da variação do valor a ser pago pelo consumidor em função do preço da lata de água*" (ver Figura 49).

Relativo à generalização algébrica, os alunos dessa turma também demonstraram um pouco mais de facilidade na percepção comparados aos alunos do 8º ano H. De forma análoga, foi a partir da regra de três que a generalização se iniciou. No entanto, semelhantemente ao que ocorreu na outra turma, foram necessárias muitas tentativas, erros e acertos para se chegar ao resultado final. Problemas com as quatro operações também foram detectados. Por outro lado, observamos uma boa evolução no posicionamento dos números nos eixos do plano cartesiano. Essa evolução pode ter sido consequência dos erros cometidos na elaboração dos primeiros gráficos, o que nos levou a destinar mais tempo à revisão do tema.

Já na turma do 9º D, conforme estamos mostrando desde o início do relato, as funções que foram extraídas dessa situação, em virtude da quantidade de variáveis, geraram funções com mais de duas variáveis. Não esperávamos essa situação, algo normal na dinâmica da modelagem em sala de aula, o que exigiu resiliência, planejamento e estudo. Por conseguinte, iniciamos a produção do modelo a partir de uma tabela, visando centralizar as informações e generalizar, objetivando propor uma possibilidade algébrica para tal. Na Figura 50, temos as três primeiras colunas representadas.

Figura 50 - Tabela proposta pelos alunos para generalizar a problematização (1ª parte)

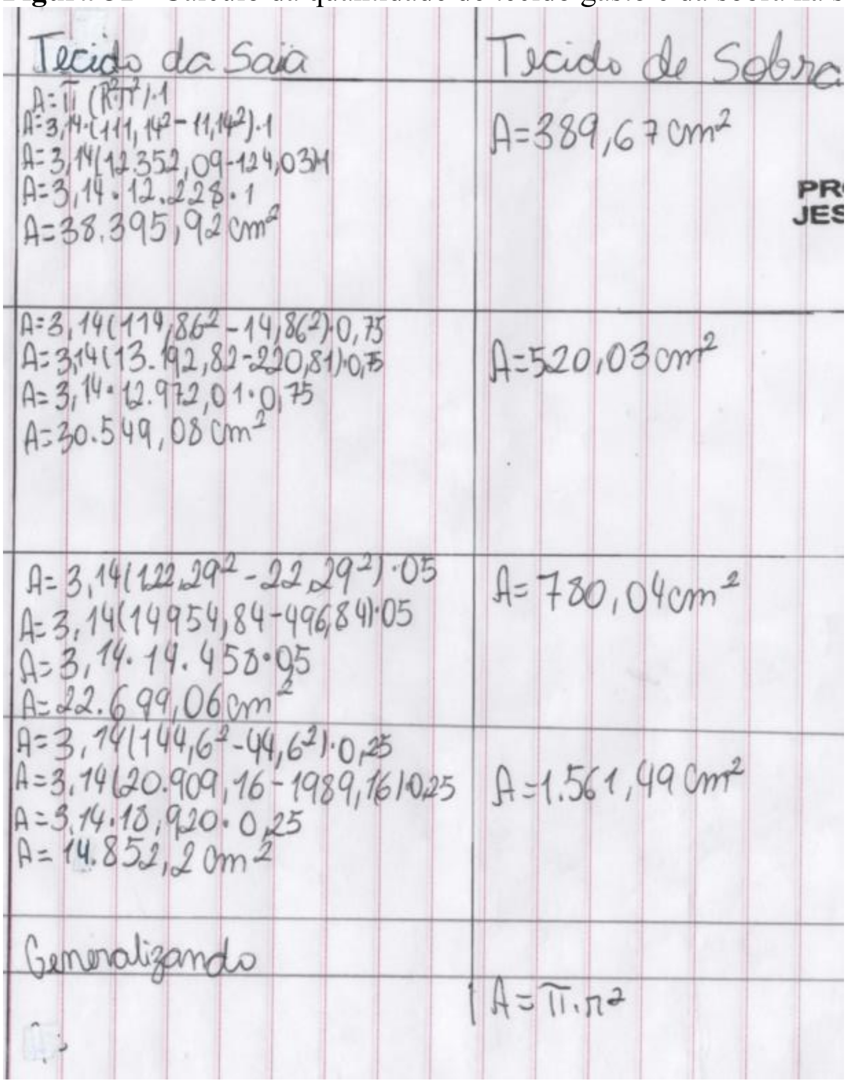


Tipo	Raio (r)	Comp. da saia
Inteiro (1)	$r = \frac{x}{6{,}28f}$ $r = \frac{70}{6{,}28 \cdot 1} = \frac{70}{6{,}28}$ $r = 11{,}14$ cm	100 cm
Três quartos $\frac{3}{4} = 0{,}75$	$r = \frac{70}{4{,}71}$ $r = 14{,}86$	100 cm
meio $\frac{1}{2} = 0{,}5$	$r = \frac{70}{3{,}14}$ $r = 22{,}29$	100 cm
um quarto $\frac{1}{4} = 0{,}25$	$r = \frac{70}{1{,}57}$ $r = 44{,}6$	100 cm
f	$r = \frac{x}{6{,}28f}$	t

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Note-se que o primeiro modelo (relativo à problematização no aspecto etnomatemático) consta na segunda coluna da tabela, mostrando compreensão quanto à sua importância na confecção de uma saia godê, a saber, a determinação da medida do raio. Para delimitarmos as variáveis e constantes, foi decidido que o comprimento da saia seria de 100 cm (1 metro). A partir daí, relacionamos os moldes da saia com a figura geométrica conhecida como coroa circular, cuja fórmula para calcular sua área é $A = \pi (R^2 - r^2)$. Agora, vejamos a Figura 51, onde constam as demais colunas da tabela.

Figura 51 - Cálculo da quantidade de tecido gasto e da sobra na saia (2ª parte).

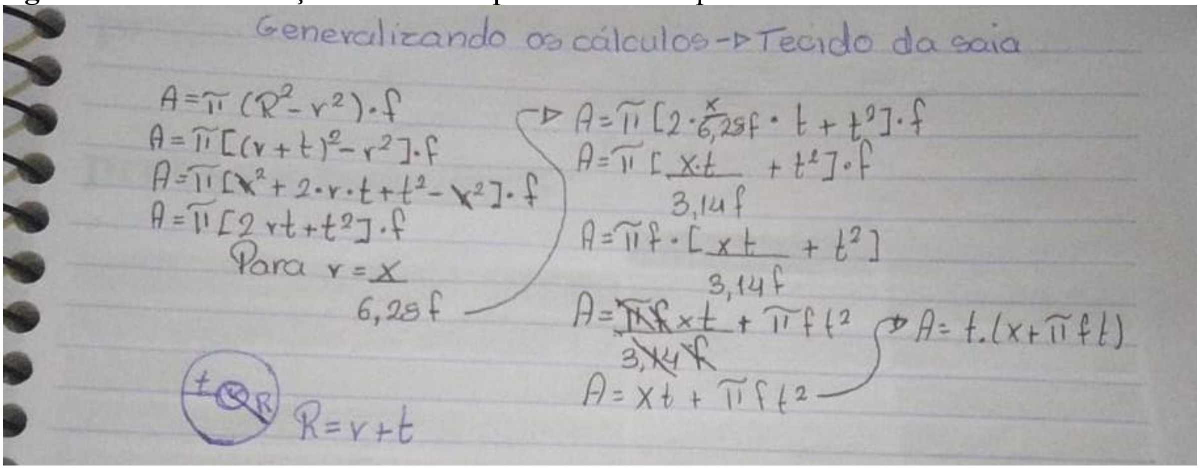


Tecido da Saia	Tecido de Sobra
A=π (R²-r²)·1 A=3,14·(111,14²-11,14²)·1 A=3,14(12.352,09-124,0314 A=3,14·12.228·1 A=38.395,92cm²	A=389,67cm²
A=3,14(119,86²-14,86²)·0,75 A=3,14(13.192,82-220,81)·0,75 A=3,14·12.972,01·0,75 A=30.549,08cm²	A=520,03cm²
A=3,14(122,29²-22,29²)·05 A=3,14(14954,84-496,84)·05 A=3,14·14.458·05 A=22.699,06cm²	A=780,04cm²
A=3,14(144,6²-44,6²)·0,25 A=3,14(20.909,16-1989,16)·0,25 A=3,14·18,920·0,25 A=14.852,20m²	A=1.561,49cm²
Generalizando	A=π.r²

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Na quarta coluna, temos o cálculo da área da coroa circular, ou seja, subtraindo o tecido que deve ser retirado para que a saia ganhe forma e possa ser vestida pelo usuário. Por fim, na quinta coluna, temos o tecido que sobra da saia, quando retirado da mesma, no ato da modelagem pela costureira. Ademais, partindo da fórmula para o cálculo da área de uma coroa circular, $A = \pi (R^2 - r^2)$, acrescentamos a mesma letra (f) utilizada na construção do modelo da primeira problematização, multiplicando toda a fórmula para o cálculo da área da coroa circular, resultando em $A = \pi (R^2 - r^2)f$. A partir daí, conforme mostra a Figura 52, com nossa mediação, uma fórmula genérica foi encontrada para calcular a quantidade de tecido, sendo x a medida da cintura do usuário, t o tamanho da saia e f o tipo da saia.

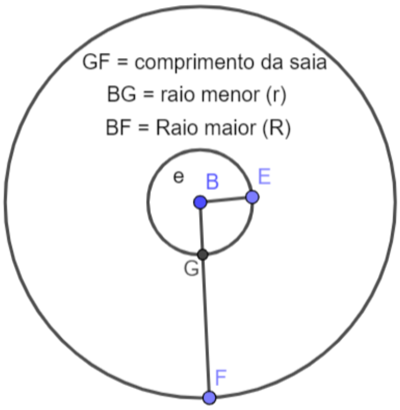
Figura 52 - Generalização da fórmula para calcular a quantidade de tecido.



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Na fórmula em destaque, partimos do pressuposto que R representa o comprimento da saia somado ao raio (r + t). Para uma melhor visualização, observe a Figura 53.

Figura 53 - Especificação do raio maior e menor no contexto da saia

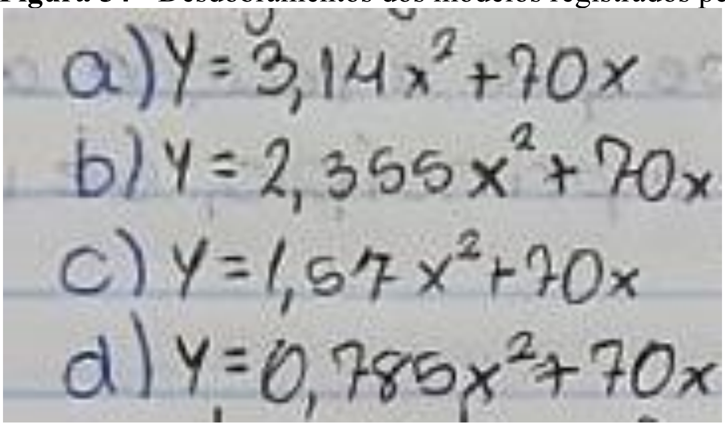


Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Nesse caso, o raio maior deve considerar o raio menor (r) somado ao comprimento, que, por sua vez, foi representado pela letra t. A partir daí, produtos notáveis e a simplificação da fórmula foram o foco. Os alunos não conseguiram, sozinhos, simplificar a fórmula em questão, mas, a partir das mediações sugeridas, exemplos e orientações, fomos construindo cada passo. A substituição da letra R por r + t também não foi bem compreendida de início, mas, após explicações pontuais nesse sentido, parte dos alunos assimilou a ideia. De fato, as dificuldades nesse momento foram as maiores já enfrentadas, e alguns alunos, diante das complexidades, tenderam a desistir. Contudo, com incentivo, fomos caminhando até o fim.

Ademais, a fórmula $A = \pi f t^2 + xt$ possui muitas letras e ficou bastante confusa[35] para os alunos. Decidimos, então, adequá-la a um padrão mais usual, atribuindo, inclusive, valores às letras. Esse desdobramento gerou quatro novas fórmulas, sendo uma para cada tipo de saia. Para isso, substituímos a letra f (que representava o tipo da saia) por 1, 0,75, 0,5 e 0,25, π por 3,14, t (tamanho da saia) substituímos por x, e o x (que era a medida da cintura) por 70 cm (valor da cintura da aluna L). A letra A (área) foi substituída por y (linguagem mais formal para uma função do 2º grau). O resultado foram os modelos expressos na Figura 54.

Figura 54 - Desdobramentos dos modelos registrados pelos alunos



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

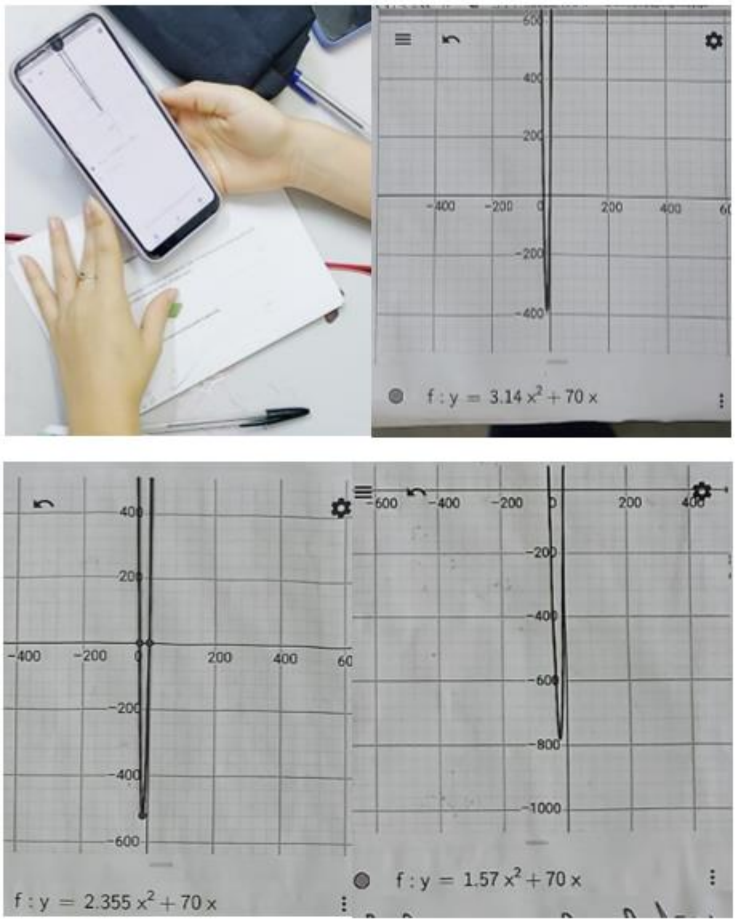
As quatro fórmulas permitem calcular a quantidade de tecido gasto para confeccionar as quatro saias em estudo, bastando apenas ter a medida do tamanho da saia (variável xxx) e considerar a cintura de 70 cm. Nesse caso, foi possível ainda explicar que a medida da cintura pode variar, ou seja, o valor 70 pode ser substituído por outra letra e gerar outras funções de duas variáveis. Quanto a isso, os alunos demonstraram compreender a ideia, porém, em razão da ampla manipulação de letras anteriormente, foi consenso deter-se ao caso de uma cintura de 70 cm.

Após a reorganização do modelo com seus desdobramentos, os alunos foram levados a produzir os respectivos gráficos, tanto de forma manual quanto com o uso do GeoGebra. Foi um momento de muita aprendizagem e construção de conceitos, inclusive quanto à interpretação de qual parte do gráfico poderia, de fato, representar a situação em tela, com ampla discussão sobre o máximo e o mínimo de uma função do 2º grau. A Figura 55 mostra a aluna L fazendo uso do GeoGebra e a produção de três dos quatro gráficos possíveis.

---

35 Isso é natural em atividades de Modelagem Matemática a partir do momento que se dá ao aluno liberdade para compreensão, interpretação e modelação.

Figura 55 - Produção dos gráficos pela aluna L



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

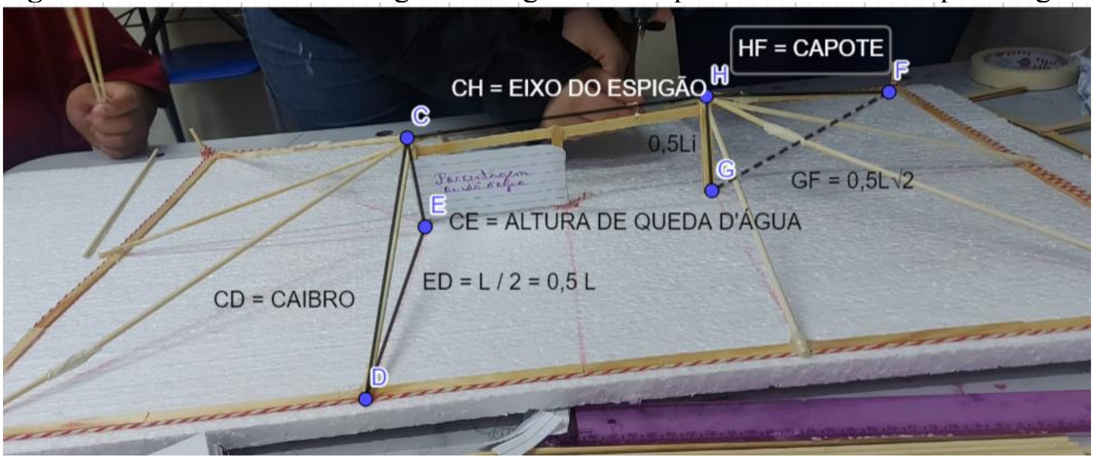
Além da produção de conhecimento quanto as características de gráfico de uma função do 2º grau, provocamos os alunos a observarem que, para o contexto apresentado (confecção de saias godê), apenas a parte positiva do gráfico (primeiro quadrante) - para relacionar tecido gasto (y) em função do tamanho da saia (x) - interessava para a construção de significados.

O que podemos destacar aqui quanto à ação cognitiva foi, além da interpretação e compreensão, a necessidade de uma abstração e síntese maiores quando comparado a todas as turmas, pois a situação possuía muitas variáveis e foi necessário realizar adequações para o objeto matemático da função do 2º grau (assunto mais pertinente ao ano escolar). Outro ponto a destacar foi a manipulação livre do 3,14 representado por π. Nessa altura do processo, os alunos já haviam assimilado a relação simbólica entre o valor e o símbolo π. Assim, não houve confusão para diferenciar constantes de variáveis, após ampla intervenção por meio de explicações com exemplos.

Finalizando as discussões quanto a essa turma, mais uma vez é interessante destacar que, conforme vimos, a manipulação de termos algébricos foi exaustiva e até desestimulante em alguns momentos. Entretanto, as associações com o contexto, mais uma vez, promoveram um certo subterfúgio para que os alunos não se perdessem nos significados de cada elemento algébrico. Isso ficou claro também na construção dos gráficos, quando os eixos foram nomeados como "comprimento da saia" (eixo das abscissas) e "quantidade de tecido gasto" (eixo das ordenadas). Relativo ainda a essa construção, notamos dificuldades quanto à manipulação de expoentes e à ordem de operações, como o que deve ser feito primeiro: multiplicar, somar ou subtrair, entre outros, requisitando outras intervenções.

Quanto aos alunos do 9º E, a construção de um modelo matemático que generalizasse como calcular a quantidade de madeira gasta em um caibro utilizado em um telhado de quatro águas, para, a partir daí, mensurar gastos financeiros e evitar desperdícios de material, deu-se a partir da percepção dos alunos quanto à existência do triângulo retângulo, conforme mostra a Figura 56.

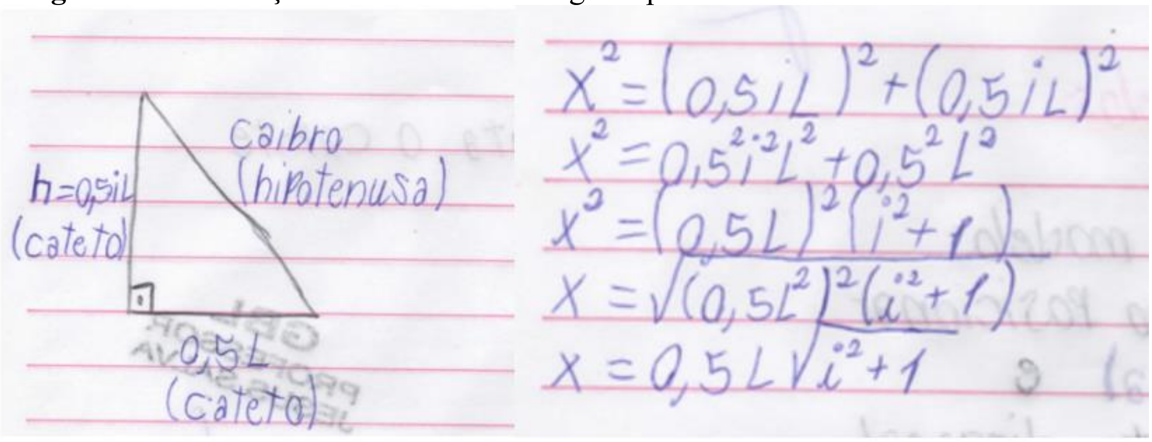
Figura 56 - Modelo ético triângulo retângulo na maquete de um telhado quatro águas.



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Considerando L a largura do telhado, CH o eixo do espigão, CE e HG a altura de queda d’água, CD a medida do caibro lateral e HF a medida do capote do telhado, GF a diagonal do quadrado formado na planificação do telhado, os alunos consideraram ainda que a letra i representa a porcentagem de queda d’água (a altura do telhado). Assim, começamos a generalizar inicialmente a medida do caibro da seguinte maneira: $(DC)^2 = (CE)^2 + (ED)^2$ e substituindo ED por 0,5 L (essa medida sempre será a metade da largura do telhado, conforme etnomodelo êmico depreendido) e CE por 0,5Li (pois conforme já enunciado, a porcentagem de queda d’água deve ser calculada a partir da distância para a parede, nesse caso, 0,5L, conforme Figura 57[36] .

Figura 57 - Resolução do Teorema de Pitágoras pela aluna AV



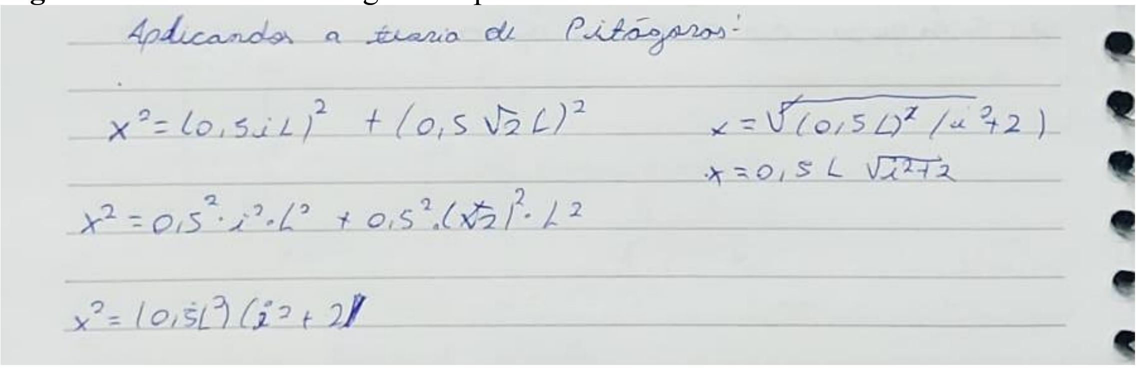
Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A referida fórmula pode ser assim descrita f(i,L) = 0,5L $\sqrt{i^2+1}$, ou seja, uma função com duas variáveis independentes, pois atribuindo o valor da porcentagem de queda d’água e da largura do telhado, é possível com esse modelo encontrar a medida do caibro lateral (DC na Figura 56) em função da porcentagem e da largura. A ideia de função voltou ao debate e notamos dificuldades inerentes ao processo de aprendizagem quanto a compreender a ideia de dependência e independência na função. Outro ponto a se observar é que mesmo com a mediação, os alunos também encontraram dificuldades em operar potências e números decimais.

Por conseguinte, o aluno W questionou se da mesma forma seria possível calcular a medida do capote do telhado, seguindo procedimento análogo. Na generalização inicial tivemos $(HF)^2 = (HG)^2 + (GF)^2$, sendo HG = 0,5Li e GF = 0,5L$\sqrt{2}$ (ver Figura 56 para identificar cada segmento de reta). O desenvolvimento pode ser observado na atividade do aluno DA, na Figura 58.

36 É possível notar que, na primeira linha do desenvolvimento do teorema, a aluna AV se confundiu, acrescentando a variável i nos dois catetos, corrigindo na segunda linha. Outro ponto a se destacar foi o uso da letra x para representar a hipotenusa, mostrando que a aluna já estava relacionando a ideia de variável ao uso de letras. Posteriormente, detectamos que os alunos de forma geral perceberam a necessidade de seguir o que propõe os livros, nesse sentido, a saber, a letra x está mais voltada, por convenção, para representar variáveis independentes.

Figura 58 - Modelo ético registrado pelo aluno DA.

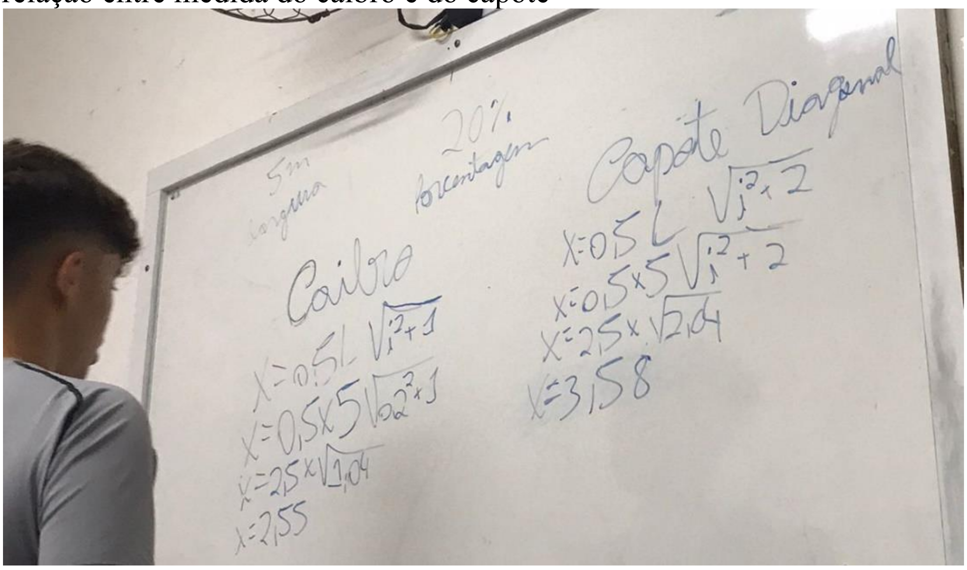


Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

No início das mediações quanto ao modelo sugerido, os alunos não lembraram que a expressão $0{,}5L\sqrt{2}$ foi oriunda do estudo das diagonais de um quadrado, feitos logo no início do processo (ver Figura 38). Isso gerou a necessidade de revisarmos o processo.

Relativo ao modelo matemático, este pode ser melhor visualizado por $f(i,L) = 0{,}5L\sqrt{i^2+2}$. Visualmente, a medida do capote é maior que a medida do caibro, e isso gerou o debate se seria possível realizar uma atividade prática para verificar se a dedução a partir da visualização se confirmaria. Tomando a largura com 5m e a porcentagem da queda d'água a 20% como exemplo, os alunos buscaram resolver a questão. A Figura 59 mostra o aluno R desenvolvendo a questão no quadro branco.

Figura 59 - Aluno R verificando se os modelos atendem a dedução quanto à relação entre medida do caibro e do capote



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Pelo que está posto, tomando o exemplo dado, os modelos mostram que a medida do capote foi superior à medida do caibro, confirmando, assim, a dedução feita pelos alunos a partir da visualização da maquete. Nesse ponto, mais uma vez, a compreensão e a interpretação dos alunos ocorreram a partir da associação de elementos oriundos do contexto aos elementos matemáticos. As ações cognitivas em destaque embasaram a construção inicial da capacidade dos alunos para substituir uma representação geométrica (GF) por uma expressão ($0{,}5L\sqrt{2}$), por exemplo, mostrando sinais de abstração matemática, síntese e compreensão icônica presente na semiose em tela.

6.4.2.1 Validação dos modelos associados às problemáticas nos âmbitos etnomatenático e social

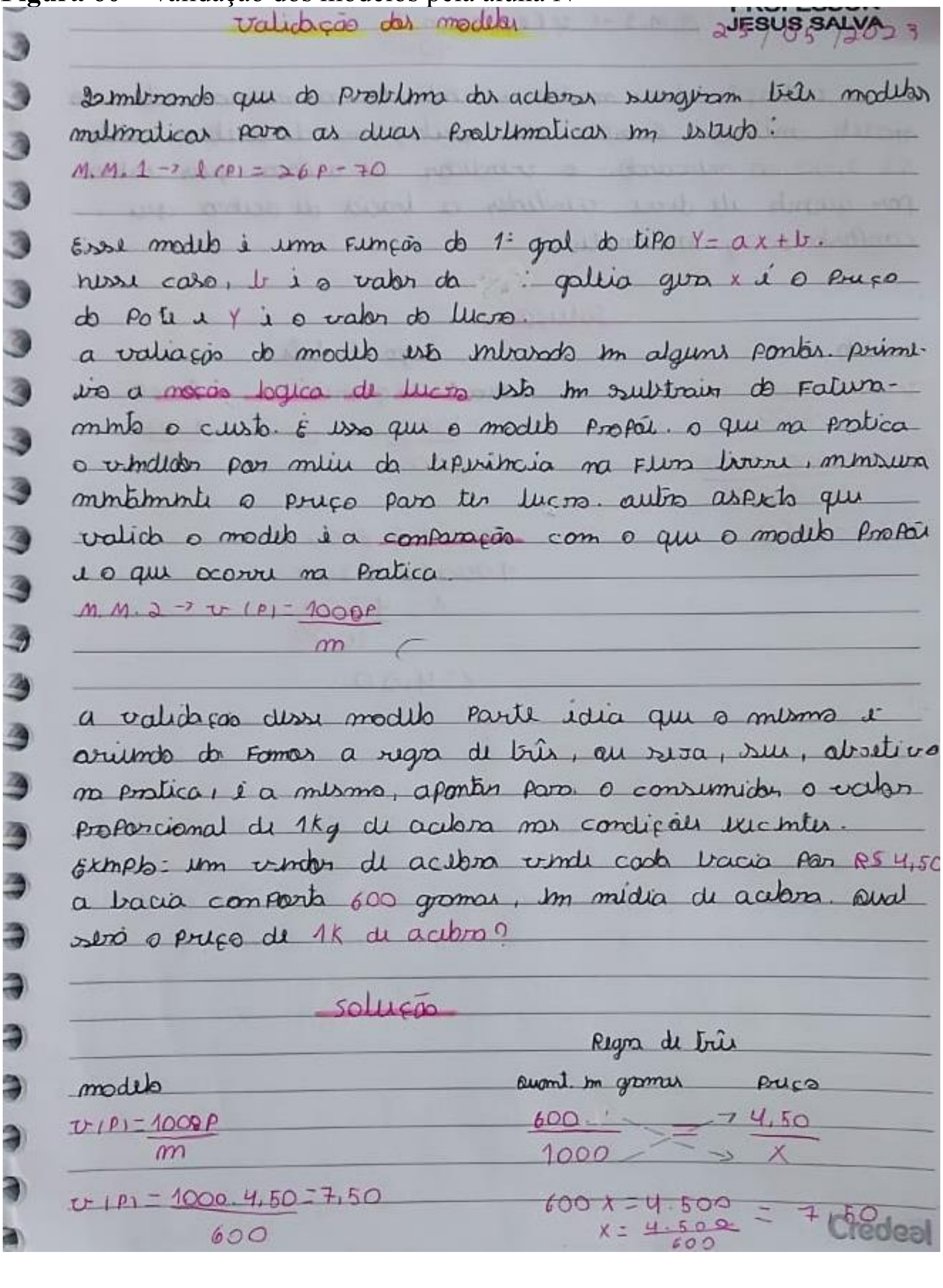
Partindo agora para a validação, vamos expor como buscamos validar as problematizações de cunho etnomatemático e social. Nas quatro turmas, iniciamos esse processo explicando que precisávamos de argumentos que nos levassem a tomar os modelos matemáticos como válidos frente ao que foi questionado. Os alunos participantes questionaram como poderíamos fazer isso, mostrando que, a princípio, não estavam entendendo o que queríamos dizer por validar. Assim, fomos construindo a ideia de que, se existe uma pergunta relacionada a algo concreto (pensamento matemático dos profissionais pesquisados), nossas impressões precisariam ter lógica, e algo deveria comprovar nosso raciocínio. Foi outro momento de muita intervenção e diálogo, e, em todas as turmas, sugerimos que, para iniciar o processo de validação, eles deveriam discutir em grupo, observar as revisões, anotações, atividades e a lógica por trás da ideia de lucro e prejuízo e das relações estabelecidas.

No que tange aos alunos dos 8º anos, a quantidade de bacias de acerola/galeias e as quantidades de latas de água/tanque cilíndrico deveriam ser inicialmente observadas. Assim, para a primeira problematização (de cunho etnomatemático), tivemos como etnomodelo ético a função $l(p)=26p-70$ no caso da venda de acerolas na turma do 8º ano H, e $l(p)=23p-15$ no caso da venda de água doce (turma do 8º ano I).

Nas duas turmas, com as provocações feitas, os alunos foram construindo a ideia de que a validação dos modelos tem por base o princípio lógico do lucro e custo de um produto, que, embora seja tratado na escola nas aulas de matemática financeira, permeia o universo do comércio de forma bastante comum. Ou seja, os modelos foram considerados válidos justamente porque englobam esse princípio e podem ser testados, bastando apenas realizar alguns cálculos atribuindo valores a p. Outro fator destacado foi o cálculo do zero da função, que permite descobrir qual seria o primeiro valor a gerar saldo positivo na venda.

Já no caso dos modelos matemáticos $v(p) = \frac{1000p}{760}$ do 8º ano H e $v(p) = \frac{20p}{17}$ do 8º ano I (problematização de cunho social), reiniciamos as conversas pedindo que revisitassem também as anotações, refletissem e analisassem os dados. Com muita mediação, os alunos foram percebendo que tais modelos têm como base de validação o simples fato de representarem a generalização de uma regra de três simples, que, por sua vez, conforme foi destacado pelos alunos, parte do princípio da proporcionalidade. Esse princípio responde à problematização na medida em que permite, via proporção, comparar preços, conduzindo o consumidor à melhor escolha. Vejamos, na Figura 60, como os alunos do 8º ano H se expressaram quanto a isso.

Figura 60 – Validação dos modelos pela aluna N



Validação dos modelos — 23/05/2023

Lembrando que do problema das acerolas surgiram três modelos matemáticos para as duas problemáticas em estudo:

M.M. 1 → $l(p) = 26p - 70$

Esse modelo é uma função do 1º grau do tipo $y = ax + b$. Nesse caso, b é o valor da ... galeia, já x é o preço do pote e y é o valor do lucro.

A validação do modelo está embasada em alguns pontos. Primeiro a noção lógica de lucro está em subtrair do faturamento o custo. É isso que o modelo propõe. O que na prática o vendedor por meio da experiência na feira livre, mensura mentalmente o preço para ter lucro. Outro aspecto que valida o modelo é a comparação com o que o modelo propõe e o que ocorre na prática.

M.M. 2 → $v(p) = \frac{1000p}{m}$

A validação desse modelo parte idéia que o mesmo é oriundo de fomos a regra de três, ou seja, seu objetivo na prática, é o mesmo, apontar para o consumidor o valor proporcional de 1kg de acerola nas condições vigentes.

Exemplo: um vendedor de acerola vende cada bacia por R$ 4,50 a bacia comporta 600 gramas, em média de acerola. Qual será o preço de 1K de acerola?

Solução

Regra de três

Modelo	Quant. em gramas	Preço
$v(p) = \frac{1000p}{m}$	600	4,50
	1000	X

$v(p) = \frac{1000 \cdot 4{,}50}{600} = 7{,}50$

$600x = 4.500$

$x = \frac{4.500}{600} = 7{,}50$

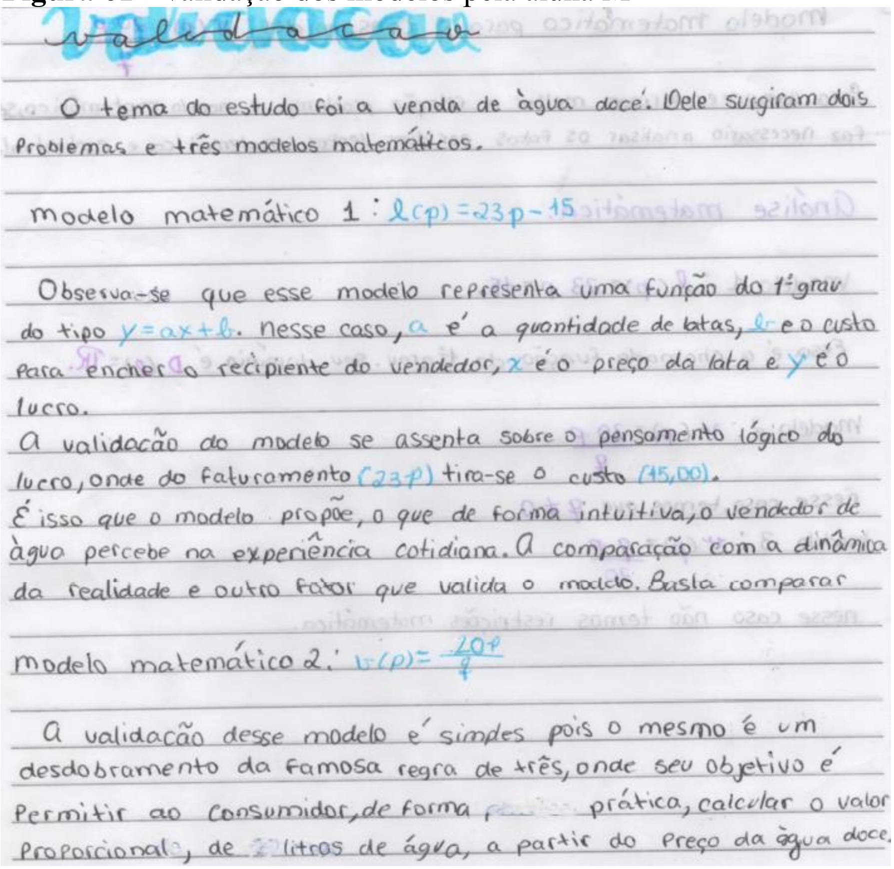
Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A Figura 60 nos permite ainda depreender duas questões observadas pela aluna N: a relação que ela fez quanto à função do primeiro grau (modelo 1) e como, no caso do modelo 2, construiu o significado quanto à possibilidade de a quantidade de acerola na bacia, pote ou lata também variar, representando essa ideia por outra letra (m). Realizou, assim, uma simulação para saber o preço proporcional de 1 kg de acerola, considerando que um pote com 600 gramas custa R$ 4,50. Além disso, a aluna N validou a fórmula realizando, de forma tradicional, a regra de três simples, comparando os resultados e percebendo que é possível calcular das duas formas. Mais uma vez, percebemos indícios de evolução na abstração, pois, a partir das conversas anteriores sobre variáveis e constantes, ela decidiu, em diálogo com os colegas, representar por outra letra a capacidade da bacia de acerola. A única ressalva é que a aluna não substituiu a expressão v(p) por v(p,m), fato natural ao nível escolar.

Cabe ainda destacar que um bom número de alunos não realizou testes com a regra de três para confirmar os dados oriundos da fórmula, por acharem desnecessário, visto que a aluna N expôs suas impressões ao grande grupo.

Agora, vejamos como os alunos da turma I fazem referência a essa situação na Figura 61:

Figura 61 - Validação dos modelos pela aluna M



Validação

O tema do estudo foi a venda de água doce. Dele surgiram dois problemas e três modelos matemáticos.

modelo matemático 1: $l(p) = 23p - 15$

Observa-se que esse modelo representa uma função do 1º grau do tipo $y = ax + b$. nesse caso, a é a quantidade de latas, b é o custo para encher o recipiente do vendedor, x é o preço da lata e y é o lucro.

a validação do modelo se assenta sobre o pensamento lógico do lucro, onde do faturamento (23p) tira-se o custo (15,00).

É isso que o modelo propõe, o que de forma intuitiva, o vendedor de àgua percebe na experiência cotidiana. a comparação com a dinâmica da realidade e outro fator que valida o modelo. Basta comparar

modelo matemático 2: $v(p) = \frac{20p}{4}$

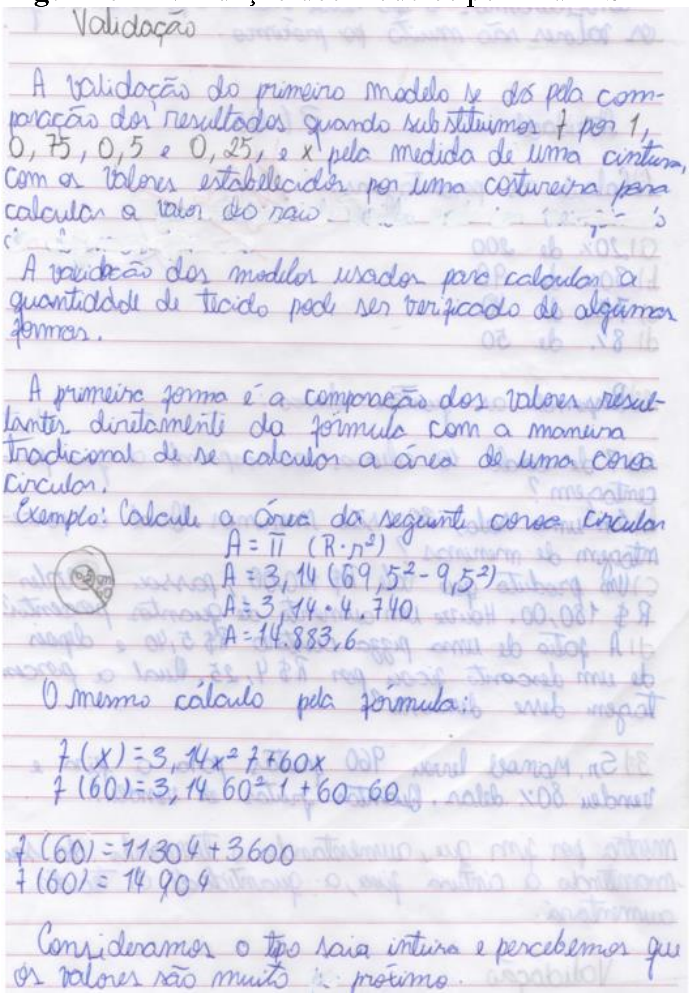
a validação desse modelo é simples pois o mesmo é um desdobramento da famosa regra de três, onde seu objetivo é permitir ao consumidor, de forma prática, calcular o valor proporcional, de litros de água, a partir do preço da àgua doce.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Conforme dito anteriormente, a aluna M, do 8º ano I, também faz referência à função do 1º grau, ao princípio de lucro e prejuízo e à regra de três como bases de validação para os modelos construídos. Percebemos, assim, caminhos análogos nas duas turmas, o que pode ser explicado também pelo compartilhamento de informações entre os alunos sobre o tema e os desafios apresentados. Verificamos essa questão e notamos, com surpresa, que as atividades realizadas nas quatro turmas estavam sendo discutidas em algumas rodas de conversa dos alunos participantes.

Quanto aos alunos do 9º ano D, a validação dos modelos se deu por meio de comparações entre o universo cultural investigado (confecção da saia godê) e o modelo estabelecido no caso da problematização voltada para o aspecto etnomatemático, além de comparações de modelos no caso da problematização voltada ao aspecto social. Vejamos como a aluna S se expressou quanto à validação na Figura 62.

Figura 62 - Validação dos modelos pela aluna S


Validação

A validação do primeiro modelo se dá pela comparação dos resultados quando substituímos f por 1, 0,75, 0,5 e 0,25, e x pela medida de uma cintura, com os valores estabelecidos por uma costureira para calcular o valor do raio

A validação dos modelos usados para calcular a quantidade de tecido pode ser verificado de algumas formas.

A primeira forma é a comparação dos valores resultantes diretamente da fórmula com a maneira tradicional de se calcular a área de uma coroa circular.

Exemplo: Calcule a área da seguinte coroa circular

$A = \pi\ (R \cdot r^2)$

$A = 3{,}14\ (69{,}5^2 - 9{,}5^2)$

$A = 3{,}14 \cdot 4.740$

$A = 14.883{,}6$

O mesmo cálculo pela fórmula:

$f(x) = 3{,}14x^2 f + 60x$

$f(60) = 3{,}14 \cdot 60^2 \cdot 1 + 60 \cdot 60$

$f(60) = 11304 + 3600$

$f(60) = 14\,904$

Consideramos o tipo saia inteira e percebemos que os valores são muito próximos.

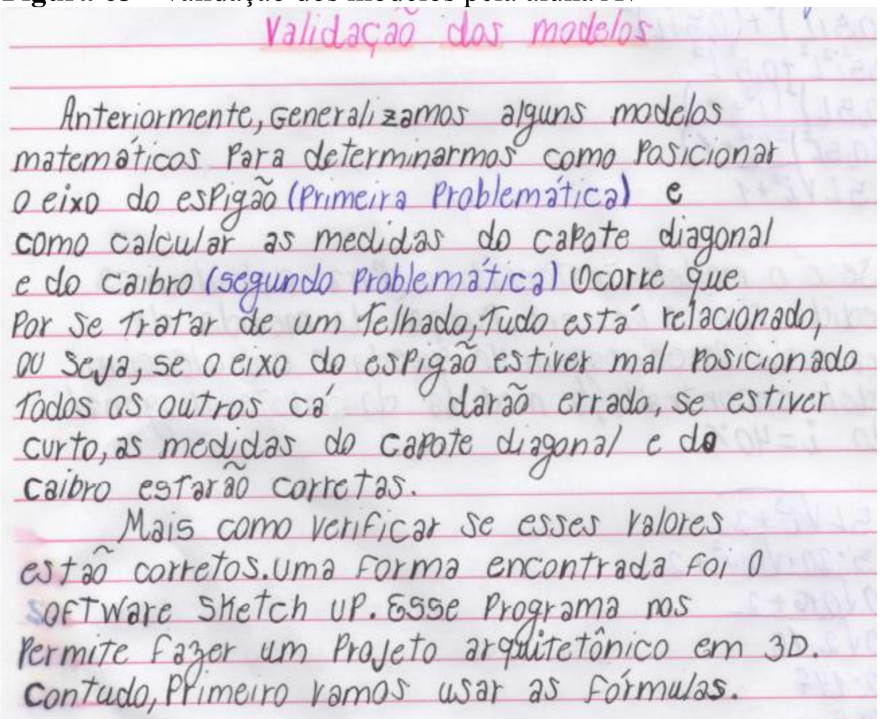
Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

É interessante notar que a função tomada como exemplo (função do segundo grau para cálculo da quantidade de tecido considerando uma cintura com 60 cm de circunferência) já demonstra a capacidade de abstração da aluna, pois, ao observar com atenção, notamos que anteriormente tínhamos trabalhado com uma medida de 70 cm para a cintura. Contudo, no exemplo citado, ela já considera outra medida, levando-nos a inferir que tanto construiu significados quanto à associação entre os termos da realidade (medida da cintura, tamanho da saia e quantidade de tecido) e os termos matemáticos, como letras e representação algébrica, quanto também foi capaz de associar o modelo atual com o tradicional, aceito em todos os livros didáticos. Isso demonstra segurança para afirmar que o novo modelo responde à problemática em questão.

O mesmo não ocorreu com todos os alunos. Apenas alguns decidiram propor alterações similares. Contudo, não detectamos em nenhum caderno uma expressão que representasse a ideia de função de duas variáveis (f(x, a), por exemplo), o que nos leva a inferir que a ideia de duas variáveis estava sendo construída, mas a necessidade de notação algébrica ainda não foi percebida. Quanto ao primeiro e ao segundo modelos, a comparação entre as formas de calcular a medida do raio e a área de uma coroa circular parece ter sido a base de validação.

Relativo aos alunos do 9º E, vejamos na Figura 63 como a aluna AV validou os modelos.

Figura 63 - Validação dos modelos pela aluna AV



Validação dos modelos

Anteriormente, generalizamos alguns modelos
matemáticos para determinarmos como posicionar
o eixo do espigão (primeira problemática) e
como calcular as medidas do capote diagonal
e do caibro (segundo problemática) ocorre que
por se tratar de um telhado, tudo está relacionado,
ou seja, se o eixo do espigão estiver mal posicionado
todos os outros cá darão errado, se estiver
curto, as medidas do capote diagonal e do
caibro estarão corretas.

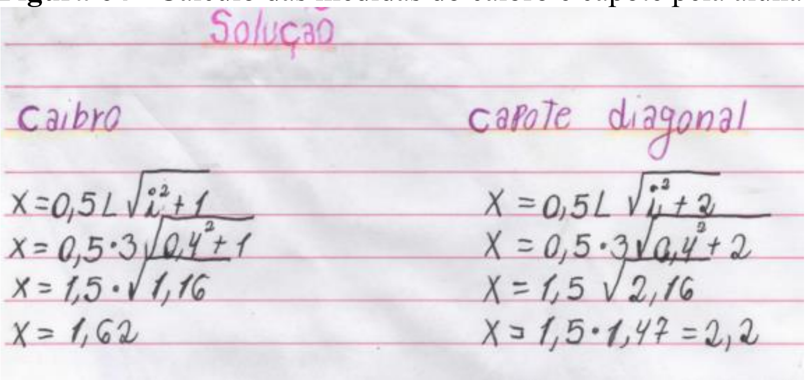
Mais como verificar se esses valores
estão corretos. Uma forma encontrada foi o
software Sketch up. Esse programa nos
permite fazer um projeto arquitetônico em 3D.
Contudo, primeiro vamos usar as fórmulas.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Embora parte da exposição da aluna AV seja equivocada ao explicar que "[...] *se estiver curto, as medidas do capote diagonal e do caibro estarão corretas*", pois acreditamos que a palavra "curto" deveria ser substituída por "certo" para dar sentido à frase, ela demonstra, de forma genérica, ter compreendido o processo lógico ao fazer menção ao software como maneira de validar os modelos. O software destacado pela aluna foi o *SketchUp*[37], no qual, a partir de vídeos na internet e manipulação, aprende-se facilmente a construir projetos de arquitetura com as respectivas medidas. Tal ferramenta foi apresentada aos alunos com a seguinte dinâmica: pedimos aos alunos que calculassem a medida do caibro e do capote de um telhado de quatro águas, com 4 metros de comprimento e 3 metros de largura, queda d'água a 30%, a partir dos modelos matemáticos encontrados. Vejamos, na Figura 64, o desenvolvimento do cálculo pela aluna D.

37 Para mais informações acessar https://www.sketchup.com/pt-BR/plans-and-pricing/sketchup-free.

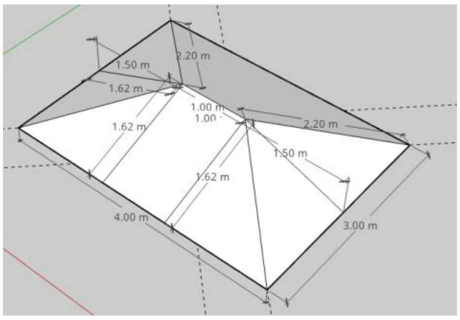
Figura 64 - Cálculo das medidas do caibro e capote pela aluna D



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Após o cálculo, manipulamos o software *SketchUp* para construir o telhado com essas dimensões, e o resultado está apresentado na Figura 65, que é a impressão da figura desenhada no software.

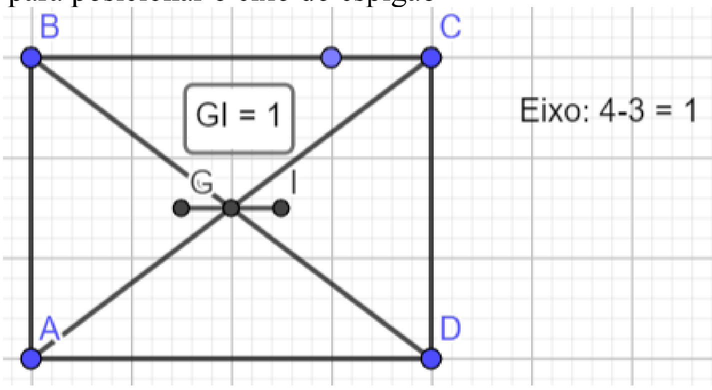
Figura 65 - Desenho do telhado no software SketchUp com as dimensões estabelecidas



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Atentando para as medidas 2,2 m (capote diagonal) e 1,62 m (caibro lateral), verificamos que os modelos atendem ao cálculo, validando, assim, o que foi generalizado em sala de aula. Quanto ao primeiro modelo (posicionar o eixo do espigão), de fato, o que a aluna disse faz sentido, pois, se a posição do eixo estiver errada, não será possível gerar valores corretos para capote e caibro. Assim, ao aplicarem o procedimento descrito na Figura 47, com as dimensões estabelecidas, no GeoGebra, foi percebido que a medida do eixo possui 1 metro e está posicionada a 1,5 metros dos lados (comprimento e largura), conforme mostra a malha quadriculada em plano de fundo na Figura 66.

Figura 66 - Representação do modelo ético (Figura 47) no GeoGebra para posicionar o eixo do espigão



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Confrontando, portanto, as Figuras 65 e 66 com os comentários feitos pelos alunos ao validarem os modelos, percebemos que a validação, nesse caso, ocorreu de forma comparativa entre cálculos e representações figurais, utilizando softwares para essa validação. Curiosamente, os alunos dessa turma, diferentemente do 9º ano D, trabalharam a ideia de uma função com duas variáveis. Em alguns cadernos, foi possível encontrar a notação f(i,L); em outros, não. Isso também se deve a pesquisas feitas na internet e em livros, pois, como sabemos, esse tema não está inserido na grade do conteúdo programático do 9º ano.

Isso não prejudica a percepção que tivemos quanto à capacidade de abstrair a ideia de variáveis em uma função, realizando também conexões significativas. Ademais, concluindo a fase de resolução com as validações, vamos destacar um resumo do que foi proposto até aqui no Quadro 15. Lembrando que a primeira problematização está vinculada ao aspecto etnomatemático e a segunda, ao social.

Quadro 15 - Resumo das problematizações e etnomodelos éticos propostos.

Turma	Problematização	Etnomodelo ético/ Modelo matemático
8ºH	Como representar matematicamente o pensamento matemático do vendedor de acerola na hora de determinar o preço da lata de acerola?	l (p) = 26p - 70
	Qual é a opção mais econômica: comprar acerola na feira livre por lata ou no supermercado por quilograma?	v (p) = $\frac{1000p}{760}$
8º I	De que forma a maneira de calcular o valor da lata de água utilizada pelo vendedor pode ser representado matematicamente?	l (p) = 23p - 15
	É melhor comprar água mineral ou água doce do ponto de vista de economia?	v (p) = $\frac{20p}{17}$
9º D	Como as costureiras calculam a medida do raio utilizado para confeccionar os	r(x,f) = $\frac{x}{6{,}28f}$, sendo x a medida da cintura e f o tipo da saia considerando f

	quatro tipos de saia godê a partir da medida da cintura? Qual a origem dos números 6,28, 4,71, 3,14, 1,57 utilizando pelas costureiras?	∈ A e A= {1, 0,75, 0,5, 0,25} para as saias tradicionais e r a medida do raio; Para a segunda pergunta temos: y=2πt → y = 2. 3,14t → y = 6,28f Sendo f ∈ A e A= {1, 0,75, 0,5, 0,25}, sendo y ∈ B e B = {6,28, 4,71, 3,14, 1,57}.
	Como determinar a quantidade de tecido em cada tipo de saia godê?	$A = 3{,}14fx^2 + xt$ (Fórmula geral para todos os tipos de saia godê tradicionais, no qual f ∈ A e A= {1, 0,75, 0,5, 0,25}, x é o comprimento da saia em centímetros, t é o comprimento da cintura também em centímetros e f(x) a quantidade de tecido gasto; Considerando uma cintura com 70 cm de comprimento temos: f(x) = 3,14x² +70x (Saia inteira); f(x) = 2,355x² + 70x (Saia meia); f(x) = 1,57x² + 70x (Saia três quartos); f(x) = 0,785x² + 70x (Saia um quarto); Considerando x o comprimento da saia.
9º E	Como representar matematicamente o percurso seguido pelo pedreiro ou marceneiro para posicionar de forma correta o eixo do espigão para a construção do arcabouço de madeira de um telhado quatro águas?	- Traçar as duas diagonais do quadrilátero que compõe a base do telhado. -Subtrair do comprimento do telhado a medida da largura para determinar o comprimento do eixo do espigão; - Dividir a medida do eixo por dois para encontrar o seu ponto médio; - Posicionar o eixo do espigão com seu ponto médio sobreposto ao ponto de intersecção das diagonais, de modo que ele fique paralelo ao comprimento do telhado (Etnomodelo retórico ético 1); F $(\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$ e I $(\frac{C-L}{2}, \frac{L}{2})$ – Etnomodelo ético 2;
	Como determinar o tamanho de um caibro utilizado lateralmente em um telhado quatro águas? E do capote diagonal?	f(i,L)=0,5L $\sqrt{i^2+1}$ Modelo Matemático para o caibro; f(i,L)=0,5L $\sqrt{i^2+2}$, Modelo para o capote diagonal

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Para finalizar essa subseção, entendemos ser necessário expor o resumo destacado no Quadro 15, visando propor uma relação entre a turma, a problematização e os modelos construídos que, deve-se destacar, sofreram alterações quando comparados aos modelos gerados na fase de modelagem. Logo, podemos depreender um avanço heterogêneo no domínio da linguagem matemática e na formação das representações semióticas, em consonância com a construção de significados. Outro ponto a salientar é que os alunos perceberam que estávamos modelando dois aspectos: o etnomatemático, gerando os chamados etnomodelos éticos, e questões no âmbito social, gerando Modelos Matemáticos. Isso evidencia que eles perceberam a relação dos modelos com seu contexto.

As ações que podemos destacar para análise de toda a fase de resolução são: resolver problemas, validar modelos, pensar matematicamente e monitorar os assuntos estudados. Isso pode ser plenamente observado ao focalizarmos as ações cognitivas que ocorreram de forma natural em todas as turmas, tais como abstração, interpretação, argumentação e validação, esboçando características de uma reflexão cultural dialógica. Entretanto, dois pontos ainda precisam ser destacados. Os níveis das ações cognitivas estavam ocorrendo de maneira bastante heterogênea quando os alunos participantes eram analisados, o que é normal, pois sabemos que cada um tem o seu próprio ritmo de aprendizagem.

As interações realizadas, os registros nos cadernos e as dúvidas apresentadas evidenciaram essa inferência, além dos erros e acertos em momentos de revisões. Ademais, o interesse pelas pesquisas extraclasse também ocorreu de forma heterogênea; isto é, a necessidade de busca por informações ora foi percebida e concretizada, ora foi apenas percebida pelos participantes e não concretizada.

6.4.2.2 Análise semiótica do processo de construção dos modelos matemáticos relativos às problematizações no aspecto social

No que tange ao movimento semiótico detectado na fase de resolução, com foco nos modelos matemáticos produzidos como fruto da curiosidade dos alunos despertada pelo delineamento em tela, tomamos como foco, mais uma vez, o pensamento matemático dos alunos e, como unidade de análise, os ícones peirceanos. Conforme apontamos no item 6.4.1.1, relativo à análise semiótica dos etnomodelos éticos voltados para o aspecto cultural, aqui também podemos destacar que os registros algébricos se enquadram, conforme destaca Peirce (1972, p. 119), em ícones diagramáticos.

Porém, conforme já apontado, a construção desses registros semióticos foi diretamente influenciada pelo aspecto sociocultural proporcionado pela Etnomodelagem. As estruturas algébricas, por exemplo, são elaboradas seguindo uma lógica estrutural, pois cada letra e número possui um significado. Tais significados estão estritamente relacionados aos significados culturais (exemplo: p – preço da lata ou da bacia; 6,28 – constante matemática oriunda da adequação de 2πr ao tipo de saia godê; e a letra i, tomada como porcentagem de queda d'água).

Tudo isso aponta para uma coerência estrutural cognitiva percebida e aplicada pelos alunos para generalizar os modelos tanto relativos à primeira problemática quanto à segunda, o que se traduz, na semiótica, pela seguinte explicação: "[e]m verdade, toda equação algébrica é um ícone, na medida em que indica, por meio de signos algébricos (que, em si mesmos, não são ícones), as relações das quantidades em causa" (Peirce, 1972, p. 119).

São essas relações em causa, de que fala o autor, que foram realizadas pelas associações de significados culturais e escolares, resultando em modelos matemáticos que respondem à problemática de cunho social. Apesar de não serem etnomodelos éticos, pois, conforme explicam Rosa e Orey (2017), não estão relacionados a uma visão dos *insiders* sobre uma etnomatemática, eles podem ser classificados como modelos matemáticos, por serem fruto da curiosidade dos alunos em relação às questões sociais. Contudo, esses modelos não foram elaborados sem a influência da Etnomodelagem, a saber, todas as associações que ela permitiu aos alunos realizarem. Em outros termos, a Etnomodelagem, em tela, não apenas permitiu aos alunos produzir etnomodelos éticos (problemática de cunho etnomatemático), conforme explicitamos anteriormente, mas também, ao provocar curiosidade, levou os alunos a associar elementos estruturais algébricos à cultura em estudo e produzir ícones diagramáticos para analisar questões sociais.

Quanto ao uso de símbolos, parte dos alunos foi se apropriando da ideia de que, por exemplo, a notação f(x) simboliza a ideia de função, de dependência entre variáveis. Logo, a ideia da dependência do valor de venda em relação ao preço estipulado para a bacia de acerola e a lata de água foi simbolizada pelos próprios alunos pela notação v(p), pois "[u]m símbolo, como já vimos, não pode indicar qualquer coisa particular; ele denota um tipo de coisa" (Peirce, 1972, p. 129). Dessa forma, a apropriação, por parte dos alunos, da ideia de dependência entre variáveis mostrou que, por força de lei, eles foram relacionando o símbolo v(p) ao significado.

O mesmo ocorreu com os alunos do 9º D, que relacionaram π ao seu valor, e com os alunos do 9º E, que atribuíram significado a f(i,L). Claro que, diante do nível escolar, essas apropriações ocorreram por meio da mediação proposta em sala e fora dela. Alguns alunos buscaram informações sobre diferentes notações utilizadas nas funções, demonstrando que a apropriação simbólica também ocorreu em um caráter metacognitivo.

Outro aspecto semiótico que devemos pôr em relevo, pois ocorreu nas quatro turmas, foi a maneira como esses alunos validaram o processo. Em todos os casos, a ideia de representação foi observada, pois os alunos, no ato de validação dos modelos, se reportaram a algumas expressões, como: “[...] *outro aspecto que valida o modelo é a comparação com o que o modelo propõe e com o que ocorre na prática*” (Aluna N – Figura 60), “[...] *a comparação com a dinâmica da realidade é outro fator que valida o modelo*” (Aluna M – Figura 61) e “[*a*] *validação do primeiro modelo se dá pela comparação dos resultados* [...] *por valores estabelecidos por uma costureira* [...]” (Aluna S – Figura 62). Nesses três casos, percebemos que, aparentemente, parte dos alunos, mediados pelas conversas em sala, foi construindo a ideia de que os modelos matemáticos eram representações dos fenômenos reais, o que, para Peirce, é totalmente possível, visto que o ato de representar é assim descrito por ele: “[e]star no lugar de, ou seja, estar em relação tal com outro que, para certos propósitos, algum espírito o tratará como se fosse aquele outro” (Peirce, 1972, p. 114).

Cabe ainda questionar: tal representação era apenas de um fenômeno qualquer oriundo da realidade? Efetivamente, não. A ação cognitiva de validação dentro de uma reflexão cultural dialógica ocorreu em um universo que proporcionou a possibilidade de aplicar os modelos à realidade cultural dos alunos. Isso é relevante, pois os alunos foram levados a buscar uma maneira matemática de verificar se seu universo estava, de alguma forma, marcado por equívocos matemáticos que poderiam levar o consumidor a ser prejudicado.

Essa preocupação levanta a ideia de reflexão sobre a própria realidade, não a concebendo como algo completamente desconexo da lógica matemática ou, ao contrário, perfeito, mas sim como algo também passível de equívocos, limitações e potencialidades. A Etnomodelagem também propõe essa ideia, uma vez que seus pressupostos apontam para o diálogo entre a matemática cultural e a escolar (Rosa; Orey, 2017). Assim, o ato de buscar modelos para representar (em termos semióticos) fenômenos culturais aponta para a construção de uma cosmovisão mais próxima da capacidade de analisar o mundo em que estão inseridos por meio da Matemática. É o que nós chamamos de reflexão cultural dialógica, também tomada como uma ação cognitiva importante na formação cidadã dos educandos.

6.4.3 Validação das impressões por parte dos alunos

Levamos aos alunos nossas interpretações na finalização dessa fase. Destacamos que parte dos alunos conseguiu se apropriar do ato de representar uma ideia por símbolos, como os que mostravam a dependência entre grandezas. Comentamos, ainda, que outro ponto positivo observado foi a busca por representar um fenômeno cultural por meio de uma fórmula matemática. Isso ocorreu tanto no caso dos etnomodelos éticos, quando estavam analisando os pensamentos matemáticos dos profissionais, quanto na tentativa de averiguar se poderiam ser lesados de alguma maneira (8º anos) ou de buscar informações sobre o planejamento para gastos de matéria-prima (9º anos). Essa característica foi fruto da curiosidade promovida pelo diálogo entre realidades distintas: escola e cultura. Além disso, expusemos que os alunos demonstraram indícios de compreensão quanto à aproximação entre elementos culturais e a linguagem algébrica, tabular e gráfica, por similaridade — em nossos termos, similaridade estrutural relacional. O uso de metáforas foi empregado amplamente pelos alunos para expressar o que desejavam dizer, sendo citados alguns exemplos.

Por fim, ainda propusemos uma análise crítica dessa fase. Relativo aos conhecimentos matemáticos, percebemos certa evolução por parte de alguns alunos e uma estagnação em outros. Essa estagnação teve como origem o fato de alguns alunos não estarem participando do projeto. Outro motivo foi a falta de iniciativa em buscar informações quando surgiram dúvidas, o que evidenciou que alguns alunos não seguiram o exemplo de colegas que recorreram a pesquisas e questionamentos para esclarecer pontos sobre os quais não tinham domínio.

Ao final, facultamos a palavra para que os alunos, ao se expressarem, concordassem ou não com nossas pontuações. Os alunos do 8º ano H demonstraram certa concordância, sem objeções diretas. Já os alunos do 8º ano I concordaram com as impressões, mas destacaram que o número de alunos não participantes se devia ao fato de alguns deles não possuírem um bom conhecimento matemático, e o constrangimento os deixava deslocados.

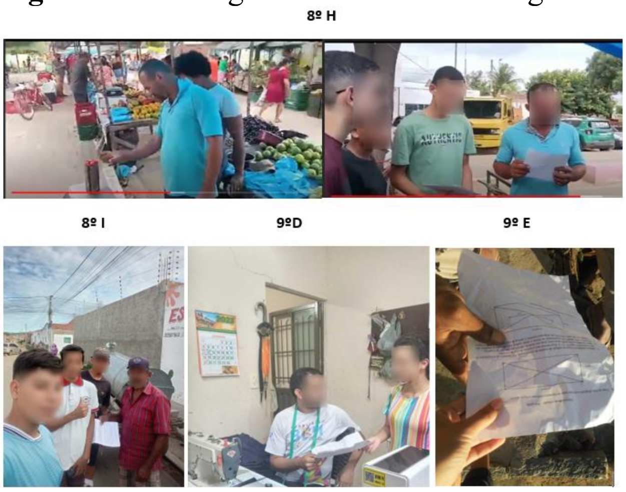
Relatos semelhantes foram ouvidos no 9º ano E. Nessas turmas, especificamente, argumentamos que tais dificuldades eram normais, visto que o processo de aprendizagem é heterogêneo — ou seja, cada um tem o seu tempo nesse percurso. Contudo, explicamos que esses problemas precisavam ser sanados, e o ato de se excluir não resolveria a situação. Os alunos do 9º ano D também concordaram com nossas impressões, de forma muito direta e sem muita participação. Infelizmente, essa foi uma característica marcante da maior parte dessa turma durante quase todo o processo, sendo por nós sempre apreciado com argumentos na tentativa de desconstruir tal característica.

Entretanto, podemos destacar que o fator positivo nos dois 9º anos foi a evolução apresentada por alguns alunos em responder às nossas provocações no sentido de validação das impressões. Mesmo no 9º ano D, no qual sempre tivemos dificuldades quanto a essa questão, percebemos que, ainda que de forma direta, um número maior de alunos se pronunciou. Já os alunos do 9º ano E apresentaram boa participação e concordância com o que foi exposto.

6.5 Adequação da solução

Na fase de adequação da solução, nossos olhos se voltam especificamente para os etnomodelos éticos que buscaram responder às problematizações de cunho etnomatemático. Em grupo, os alunos deveriam confrontar seus etnomodelos com os etnomodelos êmicos (Quadro 11) e elaborar conclusões. Em seguida, os alunos foram convidados a retornar à ocorrência cultural que embasou sua pesquisa, entrar em contato com o profissional entrevistado e entregar um etnomodelo dialógico. Este modelo deveria funcionar como uma tradução do etnomodelo ético construído em sala, de forma que pudesse levar os *insiders* a refletir sobre sua forma de raciocínio, julgar se havia lógica na proposta e avaliar se esta contribuiu de alguma forma para sua vivência profissional, além de validar o etnomodelo dialógico proposto. A Figura 67 registra o momento em que os alunos dos 8º anos H e I e 9º anos D e E entregam suas propostas aos *insiders*.

Figura 67 - Entrega de etnomodelo dialógico aos profissionais



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

É salutar explicar que, nesse ponto do trabalho, a ideia não é interferir no modo como os *insiders* pensam matematicamente, mas apenas levar os alunos a promover um diálogo entre os saberes. O intuito é que, na busca pela construção de uma visão holística da Matemática e pelo rompimento de uma visão etnocêntrica, seja praticada a transculturalidade em sua essência. Essa questão é importante, pois havia muito receio por parte dos alunos em promover esse tipo de conversa, já que a reação dos profissionais era uma incógnita.

No Quadro 16, destacamos a relação etnomodelo êmico, ético e dialógico (proposto pelos alunos para entregar aos *insiders)*, compondo o percurso de todo o trabalho desenvolvido em sala de aula, resumidamente apresentado.

Quadro 16 - Relação entre os etnomodelos

Ano/ Turma	Etnomodelo êmico retórico	Etnomodelo ético	Etnomodelo dialógico retório
8º H	Primeiro, vejo o preço da galeia de acerola. Faço uma estimativa de quantas latas consigo encher com essa quantidade de acerola e dou um preço que me faça ter lucro.	l (p) = 26p – 70	Sabendo quantas latas a galeia de acerola gera, multiplique essa quantidade pelo valor que pretende estipular para vender e subtraia desse total o custo da galeia. É importante destacar que se o tipo da lata mudar, a quantidade de acerola também muda, sendo necessário rever as estimativas. O valor que sobra será seu lucro.
8º I	Encho o tanque de água por um preço que pode mudar de acordo com as chuvas. Já sei que o tanque enche 17 latas de água. Dou um preço para a lata que me dê retorno e pronto.	l (p) = 23p - 15	Primeiro, anote o custo para encher o tanque. Depois, consciente da quantidade de latas que esse tanque enche, multiplique essa quantidade pelo valor da lata e do total subtraia o custo. O vendedor precisa observar ainda que, se a lata ou balde mudar, a estimativa também muda, sendo necessário revê-la para não haver prejuízo.
9º D	- Tira a medida da cintura da pessoa que vai usar a saia; - Divide a medida da cintura por 6,28, se for saia godê inteira, por 3,14, se for saia godê meia, por 4,71 se for saia godê três quartos e por 1,57 se for saia godê um quarto.	r(x,f) = $\frac{x}{6,28f}$	Ao escolher o tipo da saia, multiplique o número 6,28 pela fração que representada o tipo da saia (1, ¾, ½ e ¼). Por fim, divida a cintura em centímetros pelo resultado da multiplicação acima.

9º E	- Primeiro, desenho um retângulo no papel com as medidas de comprimento e largura da casa. - Agora, divido por dois a largura da casa. - Projeto essa medida no comprimento da casa para formar dois quadrados; - Faço o mesmo no outro lado da casa; - Tenho agora 4 quadrados. - A linha de encontro dos quadrados de um lado com os quadrados do outro é o tamanho do eixo do espigão.	- Traçar as duas diagonais do quadrilátero que compõe a base do telhado. -Subtrair do comprimento do telhado a medida da largura para determinar o comprimento do eixo; - Dividir a medida do eixo por dois para encontrar o seu ponto médio; - Posicionar o eixo do espigão com seu ponto médio sobreposto ao ponto de intersecção das diagonais, de modo que ele fique paralelo ao comprimento do telhado (Etnomodelo 1); - F $(\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$ e I $(\frac{C-L}{2}, \frac{L}{2})$ (Etnomodelo 2)	- Diminua do comprimento a medida da largura; - Divida o valor acima por dois. - Risque as diagonais do telhado; - A partir do encontro das diagonais, posicione o eixo do espigão paralelo ao comprimento da casa, colocando seu ponto médio sobre o ponto de encontro das diagonais.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

De posse dos etnomodelos dialógicos, os alunos foram convidados a voltar ao ambiente cultural e conversar com os profissionais participantes da pesquisa. Demos todas as orientações e construímos um percurso para isso. A dinâmica dessa volta à ocorrência cultural foi análoga em todas as turmas, a saber: contactavam os *insiders*, marcavam o encontro, explicavam que sua forma de calcular havia sido observada com muita consideração em sala de aula e que essa forma permitiu aos alunos estudarem muitos conteúdos matemáticos, além de os conduzir a pensar em outras formas ou maneiras parecidas de realizar o mesmo cálculo. Explicavam ainda que estavam de posse de uma sugestão de cálculo fruto de seus estudos e que gostariam de compartilhar. Não foi um momento de entrevista, mas de conversa. Por fim, relataram tudo em sala de aula por meio de um seminário.

No caso dos 8º anos H e I, tanto o vendedor de acerola quanto o de água receberam os alunos de forma muito propícia, embora, por parte dos alunos, ainda tenha sido relatada certa vergonha em realizar essa intervenção. Nas duas turmas, o mesmo grupo que fez a pesquisa inicial voltou ao ambiente cultural. O vendedor de acerola leu a proposta e, segundo os alunos, fez uma simulação com sua lata de "medir acerola" e concluiu que a maneira percorre um caminho parecido com o seu. Porém, a sugestão destacava um fato que, em razão da correria, nem sempre é observado: uma pequena mudança na lata altera toda a estimativa de lucro. Até a ideia de pesar a lata na balança ele considerou, conforme a Figura 65, com o intuito de mensurar o quanto ela pode influenciar na determinação do preço da acerola se fosse vendida no quilograma e também na comparação com o preço de mercado.

Os alunos do 8º ano I não conseguiram gravar o momento, mas registraram em fotos e relataram em sala de aula que o vendedor de água demonstrou um pouco de dificuldade em entender de fato o que os alunos estavam tentando dizer. Porém, com muita insistência e conversa, com exemplos dados pelos alunos, ele entendeu a ideia que estava sendo passada, agradeceu, disse ter se sentido muito importante e achou curioso a escola estudar sua forma de pensar. Interessante foi perceber que o vendedor de água doce também fez referência ao fato de o tamanho da lata ser preponderante para alterar a estimativa do lucro. Nesse caso, os alunos, diferentemente dos da turma anterior, não trouxeram reflexões quanto ao que o vendedor disse sobre a proposta recebida, mas sobre o quanto ele ficou satisfeito em ser alvo dos estudos.

Após esse relato inicial, confrontamos os dois grupos em sala de aula para expor suas ideias sobre como enxergavam a Matemática naquele momento. Sobre esse ponto, percebemos, nos dois grupos, indícios de ampliação quanto à visão dessa disciplina, pois alguns alunos fizeram referência à expressão "*maneira própria de medir*", querendo evidenciar que existem certas diferenças entre como eles calculam e como a escola mostra conteúdos nesse sentido. Abrindo as conversas ao grande grupo de cada sala, pedimos exemplos sobre essa tal maneira própria de medir. Inicialmente, não houve falas contundentes, mas foram surgindo exemplos. Alguns fizeram referência à bacia e à lata como unidades de medidas.

Nesse ponto, aproveitamos tais referências e questionamos qual era a diferença nesse sentido. E, com o livro nas mãos, alguns alunos evidenciaram que a escola mostra "*unidades de medidas convencionais para medir*". Foi relatado ainda que, em algumas seções do livro, aparecem referências a unidades de medidas não convencionais. Perguntamos, a partir disso, se a lata e a bacia usadas pelos vendedores seriam uma unidade de medida não convencional. Foi outro momento de silêncio. Com as insistências nesse sentido, o grupo dos alunos que realizaram a pesquisa disse que acreditava que sim. Surgiu, posteriormente, outro questionamento sobre o que seria convencional ou não e, dessa pergunta, concluímos os debates, levando-os a buscar o significado no dicionário e a diferenciar, portanto, unidades de medidas convencionais ou não.

A participação também não foi unânime, mas, a partir das falas esboçadas e da pesquisa no livro sobre medidas convencionais ou não, podemos inferir que a ampliação quanto à visão sobre a Matemática estava em construção para parte dos alunos dessas turmas, principalmente para os que se envolveram nas pesquisas e participaram do processo em sala de aula ativamente.

Relativo aos alunos do 9º ano D, vale lembrar que, inicialmente, eles não encontraram uma costureira em especial que respondesse à entrevista. Os alunos, assim, tiveram de entrevistar duas pessoas informalmente e juntar informações. Na fase final, o pai da aluna D, que possui conhecimentos de costura em várias vertentes, decidiu ajudar a turma. Ele se apropriou das informações e aceitou receber a filha para uma conversa sobre todo o trabalho. Também não foi gravada em vídeo a conversa, mas a aluna D compartilhou com a sala que o pai ficou muito impressionado ao pensar sobre como foi possível a Matemática escolar tratar "*outras formas de calcular*". Isso mostrou que tal profissional já possuía a concepção da existência de diferentes matemáticas. A filha relatou ainda que seu pai se mostrou muito curioso em saber como a escola propôs esse diálogo entre saberes e se isso teria motivado os colegas. Ao responder ao pai que, no início, a turma não se sentia motivada, mas que depois a motivação foi surgindo, o pai destacou que, se esse tipo de trabalho não motivasse, nenhum outro motivaria.

Em sala de aula, a opinião do pai quanto à motivação foi posta em análise aos alunos e, de fato, houve algumas divergências nesse sentido, pois alguns alunos afirmaram que se esforçaram para realizar a atividade, mas relataram que a costura não os motivava tanto. Em contraponto, alguns alunos fizeram referência ao fato de a cultura local ser recheada de profissionais que trabalham com confecção de roupas e que, por isso, seria um tema potencial para despertar motivações. Outros destacaram que seria bem melhor trabalhar com essa conexão do que com a forma tradicional. Ou seja, o diálogo do pai com a filha gerou debates em sala de aula em vários sentidos, inclusive no fato de o pai já ter percebido a existência de diferentes formas de calcular, questão que os alunos só se atentaram de forma incisiva durante a realização da atividade.

Quanto ao etnomodelo dialógico, o pai destacou que o aluno resumiu todo o processo de forma simples, mas que, para compreender bem o processo, teria que ser uma costureira com prática constante, pois havia necessidade de realizar cálculos aritméticos que, com a falta de prática, poderiam gerar equívocos. Isso gerou nos alunos a ideia de que, se a opinião dele foi essa, às vezes a Matemática cultural, apesar de ter sua validade, pode ser um processo muito confuso para quem não é do ramo compreender, sendo mais fácil enxergar a problemática pelos olhos da Matemática escolar.

Esse fato nos chamou a atenção, pois mostrou que toda a conversa estava gerando argumentações a partir da comunicação entre ambientes culturais e que tais argumentações não mostravam características de hierarquização do saber. Pelo contrário, possuíam elementos que posicionavam cada personagem em sua realidade. Ademais, há três pontos que devemos destacar. Questionamos ao grande grupo da turma qual seria a visão deles sobre a Matemática. Infelizmente, não detectamos indícios em falas nem atitudes que pudessem nos levar a inferir, neste ponto, que os alunos evoluíram nesse sentido. Porém, podemos lembrar que, nas outras fases, alguns indícios foram percebidos, mas, nesta, a conversa não convergiu para gerar dados que pudéssemos relatar aqui.

Outro ponto a destacar é sobre o costureiro pesquisado. Ele foi o terceiro profissional a ser contatado. Entendemos que, apesar de ele ter recebido a filha de forma propícia para uma conversa e mostrado cortesia em responder as perguntas, talvez toda essa confusão sobre o profissional em si tenha gerado certos obstáculos para que, nesta fase, pudéssemos depreender impressões melhores dessa turma. Por fim, aspectos emocionais pareciam dominar mais a atenção dos alunos nesse momento das aulas. Isso foi desencadeado por alguns problemas pessoais vivenciados por um aluno, que, ao serem de conhecimento da turma, fizeram com que o foco dos alunos, por dias, se mantivesse nessa problemática, dificultando nossa interação.

Os alunos do 9º E, por sua vez, não tiveram muita dificuldade em contactar o pedreiro da pesquisa inicial, em virtude de ele ser pai da aluna D. Ele não permitiu ser gravado nem fotografado, mas conversou com a filha sobre o novo procedimento proposto pelos alunos. Na opinião dele, o procedimento era muito bom, tinha lógica no contexto em estudo, era possível de ser aplicado, mas preferia manter sua maneira, por estar acostumado assim. A filha imediatamente explicou que não se tratava de substituir a maneira de fazer, mas apenas de propor outra forma, e questionou se o pai sabia que existia outra maneira de posicionar o eixo do espigão.

Ele disse que não sabia e que, de fato, ao olhar bem a sugestão, ficou surpreso, considerando que poderia ser alvo de testes no futuro. A aluna D também explicou que o pai achou muito interessante o fato de a escola querer saber sobre sua profissão e disse que isso era muito importante, tanto por se sentir valorizado quanto por poder contribuir com a aprendizagem da filha e dos colegas. Quando essa experiência foi socializada em sala de aula, parte dos alunos mostrou, por fim, interesse em saber sobre futuros testes quanto ao etnomodelo dialógico, tecendo comentários sobre a certeza de que daria certo, pois as propriedades geométricas também são válidas.

Também questionamos mais uma vez sobre como eles enxergavam a Matemática naquele momento. Semelhante às turmas dos 8º anos, a conversa iniciou sem muita interação, mas foi evoluindo no sentido de alguns alunos começarem a fazer referência ao procedimento utilizado pelos pedreiros, que, mesmo sem alguns conceitos estudados na escola, conseguiam posicionar o eixo do espigão de forma correta. Perguntamos quais seriam esses “conceitos”. Após outro momento de silêncio, olhares para o livro e caderno, os alunos participantes da conversa (pois também não obtivemos unanimidade na participação dos alunos nesse momento) começaram a citar diagonais, planos cartesianos, ponto médio e paralelismo, por exemplo.

Ademais, falas com expressões como “*método diferente da escola*” ou “*passo a passo sem alguns conteúdos escolares*” também começaram a emergir. Essa interação também nos leva a inferir que havia, em parte dos alunos, visões sobre as peculiaridades matemáticas em cada universo cultural.

Assim, ao analisarmos de forma geral o que foi debatido em sala de aula na fase de adequação da solução, podemos resumir o processo: todos os profissionais mostraram satisfação em perceber que a escola abriu as portas para estudar outras formas de pensar matematicamente; os profissionais ficaram surpresos ao perceber que a Matemática da escola poderia ser estudada a partir do universo cultural; os etnomodelos dialógicos foram bem aceitos pelo vendedor de acerola, pelo costureiro e pelo pedreiro; no caso do profissional vendedor de água, em razão da sua dificuldade em ler e escrever, não ficou muito claro se a proposta dos alunos foi bem aceita. Quanto ao uso dos etnomodelos dialógicos, o costureiro destacou que este melhor traduzia a situação do ponto de vista prático, o pedreiro afirmou que poderia testá-los no futuro e o vendedor de acerola disse haver similaridade com sua maneira de calcular.

Em suma, os debates em sala de aula foram enriquecedores, pois nem os alunos esperavam que a reação dos profissionais fosse positiva, levando-os a perceber que a atividade não teve apenas efeito positivo nos alunos, mas também nos profissionais e, consequentemente, nos universos culturais em estudo.

Sobre as análises que discorreremos na próxima subseção, queremos voltar nossos olhos para o ato precípuo de comunicar os etnomodelos dialógicos e comparar maneiras diferentes de matematizar. Essas duas ações ocorreram dentro das ações cognitivas de argumentação e comunicação, destacando do fenômeno aspectos políticos e sociais.

6.5.1 Análise da fase à luz da teoria

Podemos afirmar que a fase em análise teve como principal foco a comunicação entre ambientes distintos (escola e ambiente cultural) e os aspectos políticos e sociais (inclusão e equidade). Pelo menos, foi o que a análise semiótica nos fez enxergar. Como primeira análise, vamos voltar nosso olhar para a tradução do etnomodelo ético para o etnomodelo dialógico. Os alunos fizeram uso de ícones metafóricos de forma exaustiva: "*sabendo quantas latas a galeia de acerola gera, multiplique essa quantidade pelo valor que pretende estipular para vender e subtraia desse total o custo da galeia*" (etnomodelo do 8º ano H); "*primeiro, anote o custo para encher o tanque. Depois, consciente da quantidade de latas que esse tanque enche, multiplique...*" (etnomodelo do 8º I); "[...] *divida a medida da cintura em centímetros pelo resultado da multiplicação acima*; [...] *por fim*, *divida a cintura em centímetros* pelo resultado da multiplicação acima" (etnomodelo do 9º ano D); "[...] *a partir do encontro das diagonais"* (etnomodelo do 9º E).

Destacamos em todos os modelos elementos que compõem o que chamamos semioticamente de ícones metafóricos. Noth (2005, p. 80) lembra que "[i]conicidade, como vimos, inclui 'similaridade' entre relações abstratas e homologias estruturais". Assim, o que os alunos fizeram, ao preferirem o uso de ícones metafóricos em lugar de equações (ícones diagramáticos), foi tentar aproximar a ideia matemática percebida por eles da linguagem cultural, com o intuito de facilitar a compreensão entre similaridades. Essa atitude mostra o desejo dos alunos em comunicar de forma compreensível suas conclusões, apontando para equidade (ato de promover justiça no trato entre as pessoas, criando oportunidades iguais para todos) e igualdade (criar as condições necessárias para que os profissionais pudessem entender a proposta).

Outro ponto a considerar, semioticamente, foi a reação dos alunos à entrega dos etnomodelos dialógicos. A mesma possui elementos que mostraram uma maior amplitude quanto à visão dos alunos sobre a Matemática, inclusive em sua aplicabilidade, isto é, detectar elementos que estão presentes em um universo cultural e não no outro (alunos dos 8º anos H e I e 9º ano E), e interesse quanto aos testes futuros do etnomodelo dialógico, deixando claro que possuíam convicção quanto ao seu sucesso (alunos do 9º ano E).

Já relativo ao 9º ano D, pudemos depreender que havia uma conscientização quanto ao modo de trabalhar a Matemática na sala de aula, no qual referências sobre trabalhar a Matemática relacionando-a à cultura eram mais eficazes do que de forma mais tradicional. Assim, dentro da tríade ícone, índice e símbolo, vemos índices da ampliação da visão de mundo quanto à Matemática nos alunos dos 8º anos H, I e 9º ano E, e quanto ao modo de ensinar e aprender Matemática nos alunos do 9º ano D.

É importante embasar nossa conclusão quanto à característica indicial do fenômeno, porque, primeiro, “[o] índice participa da categoria de secundidade, pois é um signo que estabelece relações diádicas entre representamen e objeto” (NOTH, 2005, p. 82). Ou seja, a reação dos alunos é um *representamen* do objeto semiótico concepção holística da matemática.

Em segundo lugar, conscientes de que “[...] o signo deve ser considerado no seu aspecto existencial como parte de um outro existente para o qual o índice aponta e de que o índice é uma parte” (Santaella, 2018, p. 20), os discursos em sala de aula são reflexos existenciais de um processo de semiose, apontando para uma evolução nesse sentido. Em outras palavras, o que queremos dizer é que a argumentação como fato concreto aponta para indícios de uma cosmovisão mais ampla quanto à Matemática e seu ensino

Não menos importante, podemos ainda destacar como os alunos captaram aspectos fenomenológicos nessa fase. Vejamos que o discurso dos alunos em sala de aula evidenciou características que mostram a primeiridade em ação no ato da devolução dos etnomodelos dialógicos, quando esboçaram receio e constrangimento quanto à tarefa de propor sugestões de novos meios de matematizar aos profissionais pesquisados, próximos aos depreendidos dos etnomodelos êmicos. Em secundidade, os alunos reagiram ao espaço aberto pelos insiders contra-argumentando, quando era necessário, para deixar mais claro o propósito daquela conversa. Em terceiridade, os alunos mostraram indícios de estarem construindo conclusões sobre a possibilidade do diálogo entre os saberes ser possível e que a Matemática, de fato, pode se movimentar de várias formas (alunos dos 8º anos H e I e 9º ano E). Sendo a conclusão de parte dos alunos do 9º ano D mais próxima, em terceiridade, da ideia de que ensinar Matemática pela cultura é mais eficaz do que pelo método tradicional.

Finalizamos esta subseção apontando para o fato de que a argumentação e comunicação ocorreram em todo o processo. Porém, nesta fase, parte dos alunos se apropriaram da ação cognitiva argumentação para promover a comunicação de forma mais próxima, por contiguidade, do próprio ambiente cultural. Isto é, uma atmosfera de equidade permeou a finalização do processo, mostrando indícios de compreensão quanto aos aspectos sociais e políticos que foram sendo percebidos durante toda a aplicação do delineamento em tela.

6.5.2 Validação das impressões por parte dos alunos

Apresentamos aos alunos nossas impressões quanto à fase em tela. Inicialmente, fizemos menção aos etnomodelos dialógicos, explicando que estes propõem uma versão retórica da forma de desenvolver o cálculo a partir do etnomodelo êmico depreendido e que essa versão retórica continha figuras de linguagem (metáforas) para fazer os *insiders* entenderem melhor a ideia proposta. Afirmamos, posteriormente, que a forma como os alunos reagiram em sala de aula ao narrar como foi a experiência mostrou várias questões, mas que gostaríamos de citar apenas algumas.

Primeiro, o sentimento inicial de constrangimento e receio por parte dos alunos, em ter que voltar ao ambiente cultural para dialogar mostrando outra sugestão para que os profissionais pudessem realizar a mesma atividade, foi substituído pela liberdade em argumentar, explicando melhor a proposta e o objetivo da visita. Destarte, as conversas realizadas com os profissionais, as provocações em sala de aula e as reflexões geradas por todo o delineamento contribuíram para que o modo como os alunos enxergam a Matemática fosse, de certa forma, modificado, não a enxergando apenas como uma disciplina, mas como algo que pertence ao raciocínio lógico das pessoas, fazendo-as aplicá-la para solucionar seus problemas diários.

Relativo aos alunos do 9º ano D, nos quais não conseguimos os mesmos resultados quanto à conclusão citada, explicamos que o fato de eles não terem conseguido sistematizar melhor a entrevista com um profissional, inicialmente, para poderem devolver o etnomodelo dialógico, dificultou um pouco a proposta do projeto. Somado a isso, houve certa resistência de quase 50% da turma em participar, argumentar e responder às nossas provocações, além do problema vivenciado pelo colega que capturou, de certa forma, a atenção e sensibilidade dos alunos na fase final. Contudo, mesmo com as dificuldades vivenciadas, ainda conseguimos inferir que eles esboçaram conclusões sobre a forma de trabalhar o ensino de Matemática na escola, fazendo menção a ser melhor aprender essa disciplina pelo viés de sua relação com a cultura do que pela forma mais tradicional.

Como resposta, as turmas do 8º ano H e I se mostraram satisfeitas quanto ao que foi falado, argumentando que o projeto contribuiu de forma relevante para que esse "novo modo" de enxergar a Matemática fosse construído, destacando que estamos nos referindo a parte das turmas que participaram do projeto. Os alunos do 9º D pontuaram que, de forma geral, reconheciam que durante todo o trabalho e não só nesse ano, pois são colegas a certo tempo, a turma tinha como característica certas dificuldades nos assuntos e em interagir em sala de aula, desfocando sempre para outros assuntos menos relevantes.

Os alunos do 9 º E só acrescentaram que as impressões estão bem explicitadas quanto a experiência realizada, e que gostariam de ter outras experiências como esta, para saber se de fato, em outros contextos, as experiências seriam similares. Porém, destacaram que, apesar dos pontos positivos do projeto, trabalhar sempre com esse modelo, poderia não ser viável, pois ele exige muito esforço dos alunos em pesquisas, atividades em grupo, entre outros.

Argumentamos que, de fato, o delineamento não deveria ser usado sempre, pois a ideia é que seja utilizado como mais um recurso pelo professor e não como o único. Sobre a justificativa deles, essa deve ser sempre a ideia de quem ensina: levar os alunos a participar do processo de forma ativa e não passiva. Para nós, indícios de confirmação quanto às impressões postas em relevo puderam ser depreendidos, sempre acompanhados de novas pontuações feitas pelos alunos.

6.6 Avaliação pelos alunos da atividade desenvolvida

Achamos por bem, ao término do desenvolvimento das atividades, realizar uma avaliação para depreender mais informações quanto às impressões dos alunos no que tange à atividade desenvolvida. Para tal, decidimos realizar uma entrevista com os alunos de forma leve e aberta. Organizamos os alunos em círculo, explicamos que se tratava de uma avaliação da atividade e que contávamos com a sinceridade e participação deles de forma autônoma. As perguntas que emergiram foram: a) A experiência de conectar a Matemática à cultura te deixou mais interessado pela disciplina? b) Estudar Matemática de forma mais tradicional, apenas com o livro, caderno e apostilas, é suficiente para você construir seu conhecimento? c) Quais eram suas primeiras impressões sobre a Matemática antes de iniciar este projeto? d) As atividades lhe ajudaram a compreender os assuntos de Matemática? e) Quais são os pontos positivos e negativos quanto à forma como as atividades foram desenvolvidas? f) Qual o principal sentimento de vocês após essas atividades?

De forma geral, participaram das entrevistas 25 alunos no 8º ano H, 20 alunos no 8º ano I, 16 alunos no 9º ano D e 16 também no 9º ano E. A primeira e segunda perguntas tinham como objetivo levar os alunos a diferenciar métodos de ensino. Nas quatro turmas, os alunos afirmaram, conforme gravação em áudio, que aprender Matemática associando os assuntos ao cotidiano, em detrimento do uso apenas do livro e caderno, foi profícuo em razão de alguns motivos, a saber: conhecer a forma como a Matemática acontece na realidade (aluna M do 8º I); mostrar associação dos conteúdos com a realidade local (aluno G do 9º D); mostrar a importância da Matemática para a sociedade (alunos de todas as turmas). Entretanto, alunos das quatro turmas fizeram referência ao fato de também ser importante os estudos com caderno e livro, sendo consenso que os dois métodos devem estar atrelados.

No que tange à pergunta c, o objetivo foi verificar quais signos interpretantes eram construídos pelos alunos quando ouviam falar a palavra Matemática antes da aplicação da atividade. Em todas as turmas, confirmou-se o que o questionário inicial mostrou, a saber: a palavra estava relacionada apenas a uma disciplina que causava medo, raiva, dor de cabeça e desestímulo, entre outros, para a maioria dos alunos. Contudo, para um número pequeno, essa disciplina estava atrelada à satisfação e destaque, pois são aqueles alunos que geralmente conseguem aprender Matemática facilmente.

Questionados sobre a contribuição da atividade na construção de significados matemáticos dentro do conteúdo escolar (pergunta d), parte dos alunos do 8º H afirmou que as letras, os gráficos, as tabelas e as fórmulas só foram bem compreendidas, mesmo com dificuldades, a partir do contexto, ou seja, do que eles representavam na realidade.

Os alunos do 8º I continuaram a destacar dificuldades com a aprendizagem de álgebra, mas relataram que, quando as representações (tabelas, gráficos, fórmulas) eram associadas ao cotidiano, havia mais facilidade para compreensão. Os alunos dos 9º anos seguiram a mesma linha dos 8º anos, ou seja, a associação das representações semióticas com a realidade nos parece ser um dos pontos principais quando se fala na construção de significados dentro dos conteúdos explicitados em sala.

Ao questionarmos sobre os pontos positivos e negativos que a atividade fez surgir, podemos pontuar os seguintes: contribuição social ao vendedor e consumidor de acerola (aluno C do 8º H), contribuição para aprender os conteúdos de Matemática (aluna I do 8º H), reflexão quanto à dinâmica da Matemática no cotidiano (aluna M do 8º I), um questionamento gerar outro (aluno D do 8º I), aprender mais os assuntos (aluno M do 9º D), aprender outras formas de Matemática (aluna S do 9º D), a atividade trabalhou a motivação em sala de aula (aluno JV do 9º D), conhecer outras experiências (aluno P do 9º E), deixou a aula de Matemática menos entediante (aluno R do 9º E), olhar para outras Matemáticas e fazer os alunos pensarem (alunos das quatro turmas).

Quanto aos pontos negativos, também tivemos algumas referências, como por exemplo: muita dificuldade em conciliar diferentes assuntos (alunos das quatro turmas), dificuldades em entrevistar os profissionais (alunos das quatro turmas) e cálculos extensos para responder às problemáticas (alunos do 9º D). Foi destaque ainda o fato de, nas quatro turmas, alunos que não participaram das atividades manterem o silêncio ou pontuarem que o projeto não os atraiu.

Na última pergunta, tínhamos como objetivo perceber algo voltado para as emoções dos alunos quanto à atividade implementada. Depreendemos a surpresa como a emoção mais falada pelos alunos, acompanhada de constrangimento. Nesse ponto, cabe ainda destacar que, em todas as turmas, foi possível registrar afirmações comparando os modos de matematizar e que alguns consideravam que, em certos aspectos, seria possível afirmar que a forma como os profissionais pensam matematicamente é mais fácil do que a forma como a escola requisita que os alunos pensem. Falas que mostram isso aconteceram em diferentes momentos da atividade nas quatro turmas.

No momento da avaliação, os alunos rememoraram as discussões nesse sentido, e a aluna D (9º E) ainda destacou que, na visão dela, essa comparação acontecia porque, no caso dos profissionais, parecia ser algo natural, sem regras ou ninguém dizendo que estavam errados, o que não acontecia na escola, pois, nesse contexto, sempre se estava preso às regras. Tudo isso embasou a surpresa como ponto emocional principal, pois, segundo falas de alunos como o aluno K (8º I), a forma como as pessoas pensam matematicamente nem era considerada Matemática por eles.

Outro fator emocional depreendido foi quando os alunos relataram que os profissionais ficaram felizes em ter sua profissão e forma de pensar valorizadas pela escola. Aqui, os alunos pesquisadores relataram sentir que estavam, de certo modo, sendo úteis por poderem mostrar a esses profissionais que, primeiro, são úteis à sociedade; segundo, sua forma de pensar tem sentido e deve ser valorizada; e, terceiro, a escola abriu suas portas para que os universos em estudo entrassem e dialogassem com o universo escolar. Assim, tanto a surpresa quanto o sentimento de utilidade, para nós, se justificam pelo rompimento do etnocentrismo ocorrido tanto na concepção dos alunos quanto na Matemática, como na forma de enxergar sua cultura como algo importante. Fato esse ocorrido quando a concepção de uma Matemática holística começou a se desenhar na mente dos discentes.

6.7 Validação das impressões frente à literatura: um olhar comparativo buscando limitações e potencialidade

Tínhamos como hipótese inicial que a etnomodelagem, quando implementada em sala de aula a partir do delineamento pedagógico proposto nessa pesquisa, influencia de forma peculiar as ações cognitivas dos alunos. Tal hipótese está vinculada à questão norteadora: "Quais são os impactos da ação pedagógica da Etnomodelagem em Matemática no âmbito cognitivo, social e político, considerando a semiótica de Peirce?" Antes, porém, de tecermos considerações finais a título de validação das impressões depreendidas frente à literatura, cabe-nos destacar alguns pontos.

Em primeiro lugar, percebemos que, ao levantarmos tal hipótese, não tínhamos como meta promover um litígio entre a Modelagem e a Etnomodelagem; muito pelo contrário, percebemos que esta última poderia fornecer caminhos para, fazendo uso da Modelagem e do diálogo entre saberes, contribuir de forma peculiar para levar o aluno a construir uma visão holística da Matemática. Em segundo lugar, para que tal hipótese fosse confirmada, precisaríamos responder de forma equânime à questão norteadora que aponta para a maneira como as ações cognitivas poderiam ser influenciadas de forma peculiar nesse caso. E, em terceiro lugar, como dar corpo aos argumentos nesse sentido? Nesse âmbito, entraria a semiótica de Peirce.

Dito isso, na busca de concluir nossa validação, agora confrontando nossos resultados com algumas pesquisas, inicialmente destacamos um resumo das impressões extraídas por nós e validadas pelos alunos, para melhor sintetizar as informações e facilitar interpretações. Considerando o Quadro 6 como base, evidenciamos no Quadro 17 apenas o resultado das análises semióticas em relação às ações cognitivas postas em relevo nas análises.

Quadro 17 - Resumo das análises semióticas relacionadas às ações cognitivas

FASES	AÇÕES COGNITIVAS	AÇÕES IMPLEMENTADAS PELOS ALUNOS	ANÁLISES DESTACADAS
Inteiração etnográfica	- Análise cultural;	- Perceber aspectos culturais; - Diferenciar modos de matematizar; - Nomear diferentes modos de matematizar;	- Primeiridade: pertencimento - Secundidade: surpresa e curiosidade; - Terceiridade: generalização quanto à possível existência de outras matemáticas.
		Depreender Etnomodelos êmicos;	- Primeiridade: surpresa na percepção dos etnomodelos; - Secundidade: conflito e curiosidade como reação; - Terceiridade: reconhecimento quanto a validade dos etnomodelos
Identificação de uma problemática	- Estruturação da situação; - Compreensão associativa;	- Levantar duas problemáticas;	- Secundidade: Reação materializada em curiosidade;
		- Percepção de diálogo entre escola e cotidiano; - Dar corpo às problemáticas;	- Primeiridade: Nostalgia; - Secundidade: Reagir com desejo de descoberta; - Terceiridade: tomada de decisão a partir das primeiridade e secundidade / Compreenção quanto à possibilidade de diálogo entre escola e cotidiano / Formalização das problemáticas;

			- Objeto: Interface pensamento matemático dos profissionais e aspectos sociais; - *Representamen:* Problematizações levantadas; - Objeto Imediato: Problematizações formalizadas;
Modelagem	- Interpretação -Análise - Compreensão associativa; - Abstração	- Monitoramento da quantidade de assuntos estudados;	- Existência de dois objetos (tempo de assimilação dos conteúdos e tempo para associação dos conteúdos aos elementos culturais); - *Representamen:* percepção da necessidade de combinar diferentes conteúdos matemáticos. - Interpretante dinâmico: autoavaliação;
		- Associação dos elementos matemáticos ao universo cultural;	- Objeto dinâmico: Pensamento matemático dos profissionais; artefatos culturais (eixo do espigão); - Objeto imediato: tabelas e cálculos aritméticos; - Interpretante dinâmico: generalizações algébricas.
Resolução	- Interpretação; - Compreensão; - Síntese; -Matematização; - Reflexão; - Abstração - Validação	-Trabalhar na evolução dos modelos; - Evidenciar a importância dos símbolos matemáticos	- Índice de ampliação do pensamento algébrico: Adequar o modelo matemático; - Índice de ampliação de visão de mundo: conclusões escritas nos cadernos. - Ícone: Representações algébricas; -Metáforas: Termos linguísticos
	- Abstração, - Interpretação; Argumentação; - Validação	- Resolver problemas; - Validar modelos, - Pensar matematicamente; - Monitorar os assuntos estudados	- Ícones: expressões algébricas; - Símbolo: Evolução na interpretação de significados matemáticos; - Signo: modelos como representações de fenômenos no ato de validação destes.
Adequação da Solução	Argumentação e comunicação	- Comunicar e diferenciar diferentes modos de matematizar;	- Ícones metafóricos: termos linguísticos; - Índices: atitudes que mostram ampliação da visão de mundo; -Primeiridade: receio ou constrangimento; - Secundidade: argumentar; - Terceiridade: Conclusão que a Matemática escolar pode dialogar com ambientes culturais;

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Assim, quando comparamos a aplicação do presente delineamento com relatos da aplicação de Modelagem Matemática em outros trabalhos, inicialmente podemos encontrar pontos comuns: uso de recursos semióticos como maquetes, softwares, artefatos culturais, problemas extraídos da realidade, ocorrência de semiose, certas dificuldades de compreensão por parte dos alunos, certas limitações quanto à implementação em sala de aula, elaboração de modelos matemáticos, validação de modelos, entre muitos outros.

Destarte, iniciamos nossas comparações destacando pontos peculiares que notamos relacionados à Modelagem e à Etnomodelagem; isto é, essa será nossa análise macro. Posteriormente, cabe destacar uma análise específica relativa ao que se mostrou na aplicação da Etnomodelagem.

Nesse âmbito, é fato que a Modelagem Matemática vem se constituindo em uma importante ferramenta para o ensino de Matemática. Uma de suas características peculiares é a vastidão de possibilidades que a Modelagem consegue abarcar para relacionar conteúdos matemáticos à realidade. Em Almeida, Silva e Vertuan (2020), por exemplo, encontramos dezesseis capítulos contendo exemplos de temas e problemas extraídos da realidade, com respectivos modelos e discussões, que fornecem ao professor da Educação Básica possibilidades de aplicação da Modelagem em sala de aula.

Assim, sua amplitude engloba temas que estão obrigatoriamente relacionados à vida real ou ao cotidiano. Essa premissa não garante, contudo, que a Modelagem esteja sempre relacionada à cultura dos agentes que estão construindo conhecimentos matemáticos, isto é, os temas que fazem emergir as problematizações podem ou não estar ligados à cultura, mas necessariamente estarão relacionados à realidade ou ao cotidiano. Isso ocorre também porque o uso da Modelagem não se aplica apenas à Educação Básica ou Superior no sentido de formação, mas também à formação continuada de professores, em cursos técnicos, de forma interdisciplinar, em cursos de engenharia, química, entre outros. Além disso, a cultura é algo que está inserido dentro da realidade das pessoas, e, em termos matemáticos, é como se esta fosse um subconjunto do conjunto universo realidade.

Para referendar o que estamos dizendo, tomemos como base Soares (2017), que fez um levantamento tipo estado da arte sobre as pesquisas acadêmicas com foco na Modelagem. Em 261 trabalhos analisados no intervalo de tempo que vai de 1979 a 2015, encontramos alguns dados interessantes, a saber: a palavra “etnomatemática” só foi encontrada nas palavras-chave de seis pesquisas, enquanto a expressão “ensino-aprendizagem” aparece em quatorze trabalhos; “cultura” e “cultura local” só aparecem em um.

Já em relação aos resumos das pesquisas, a palavra "cultura" aparece em várias, inclusive como composição da palavra "sociocultural". Porém, podemos notar que, a partir de uma leitura desses resumos catalogados pela autora, encontramos aproximadamente dez pesquisas nas quais a palavra se aplica ao uso da cultura como fonte de informações para o desenvolvimento da Modelagem. Isto é, Soares (2017) mostra que o foco dos temas usados nas pesquisas de Modelagem Matemática está na realidade ou no cotidiano, mas não necessariamente na cultura. Como exemplo de pesquisas catalogadas por Soares (2017) que se utilizaram da cultura para aplicar a Modelagem, temos Borba (1987), que deu foco à etnomatemática dos moradores de favela; Sonego (2009), com foco na plantação de arroz; e Madruga (2012), com foco na criação de alegorias carnavalescas, entre outros.

Além dos catalogados pela autora, podemos ainda citar Jesus, Santos e Grilo (2019), que realizaram uma pesquisa com 30 alunos do 2º ano do Ensino Médio (faixa etária de 17 a 20 anos), oriundos do campo, na qual a situação-problema utilizada enfocou a "palma forrageira". Nesse caso, como principal resultado, foram explicitadas discussões sobre a realidade dos povos do campo e a construção do conhecimento a partir de conhecimentos prévios.

Mendonça (2012), trabalhando com alunos do 9º ano (faixa etária de 14 e 15 anos), com foco na produção de leite, conclui a pesquisa destacando, entre outras coisas, que a Modelagem contribuiu também para relacionar a realidade com a Matemática e para tornar os conhecimentos adquiridos úteis para aprender essa disciplina. Como exemplo de uma pesquisa que se utiliza da Modelagem, mas não necessariamente da cultura, temos Tortola (2012), que aponta para a constituição de inúmeros jogos de linguagem que serviram para a emersão de registros de representações semióticas, destacando ainda a importância da linguagem em atividades de Modelagem, por estas subsidiarem os modelos.

Já como exemplos de temas que podem estar relacionados à realidade e não necessariamente à cultura, temos: *"Na hora de apagar a luz"*, *"A matemática do vai e vem das marés"*, *"Cuidado, não deixe a depressão te pegar"*, *"Idade de gestante e síndrome de Down: qual a relação?"* (Almeida; Silva; Vertuan, 2020), entre muitos outros. Há ainda o fator em que um tema pode estar relacionado a um universo cultural, como confecção de roupas, produção de móveis ou venda de água doce, por exemplo, e ser aplicado a grupos de alunos que não estão necessariamente imersos nessas culturas. Assim, temas oriundos da cultura para uns podem estar apenas atrelados à realidade para outros.

Outro ponto que merece destaque é que resgatar um tema de um universo cultural para trabalhar a Modelagem Matemática também não garante que a cultura será o foco em toda a atividade. Quando atrelamos o tema à cultura, não será apenas o tema o diferencial, mas a forma como se trabalha com esse tema. Em atividades de Modelagem Matemática, a depender da concepção do professor, o foco poderá continuar sobre os modelos em si, e não sobre os aspectos culturais. Ou seja, estamos falando não só de qual tema poderá ser trabalhado, mas de como será trabalhado. E a Modelagem também contempla todas essas possibilidades, nesse caso.

A Etnomodelagem, por sua vez, convida seus praticantes a afunilar os temas oriundos da realidade, dando foco exclusivamente a aspectos culturais. Ademais, convida-nos a olhar para a cultura e matematizar conhecimentos êmicos não de forma mecânica, mas com uma postura etnográfica, isto é, adentrando a cultura e conhecendo-a mais profundamente, valorizando seres humanos e seus conhecimentos. Foi o que a primeira fase do delineamento em tela (interação etnográfica) forneceu aos alunos pesquisadores. Estes, conforme relatamos, voltaram algumas vezes ao ambiente cultural para colher mais informações, o que não acontece quando o foco está apenas em modelos matemáticos construídos a partir da etnomatemática, por exemplo.

Assim, a Etnomodelagem levou os alunos a observar conhecimentos, costumes, artefatos culturais, expressões verbalizadas culturalmente, entre outros. Portanto, podemos concluir que, em todas as pesquisas sobre Etnomodelagem, inversamente ao que acontece na Modelagem, aspectos culturais necessariamente deverão estar presentes. Para referendar essas informações, basta olhar o levantamento que fizemos sobre pesquisas em Etnomodelagem que constam na introdução deste trabalho.

É importante, por outro lado, observar que, independentemente da origem dos temas, as potencialidades da aplicação da Modelagem geralmente compõem as conclusões das pesquisas. São potencialidades como: dar significado aos assuntos matemáticos, promover diálogo entre escola e cotidiano, fomentar a problematização e reflexão, e levar o aluno a pensar sobre sua realidade, pois

> [...] especialmente na educação básica, pode favorecer: a ativação de aspectos motivacionais e relações com a vida fora da escola ou com as aplicações da Matemática; a viabilização ou a solicitação do uso do computador nas aulas de Matemática; a realização de trabalhos cooperativos; o desenvolvimento do conhecimento crítico e reflexivo; o uso de diferentes registros de representação; a ocorrência da aprendizagem significativa (Almeida; Silva; Vertuan, 2020, p. 29 - 30).

Já na Etnomodelagem, é possível que todas essas potencialidades estejam relacionadas a aspectos culturais, como refletir sobre sua cultura, promover o diálogo entre conhecimentos êmicos e éticos, problematizar temas culturais, comparar aspectos culturais por meio da glocalização, superando a enculturação, entre outros.

Nessa busca por potencialidades, é possível ainda lançar um olhar semiótico sobre as atividades nos moldes da Modelagem e da Etnomodelagem, por exemplo. Relativo a trabalhos que tenham essas características atreladas à Modelagem, podemos citar alguns exemplos. Araki (2021) propôs, por meio da Modelagem, investigar a proporção dos reagentes usados para confeccionar slimes. Em atividade desenvolvida com seus alunos, concluiu que esta promoveu a produção de signos interpretantes, atribuição de significados a objetos matemáticos e manipulação de recursos semióticos.

Rocha (2021), trabalhando com alunos do 2º ano do Ensino Médio, buscou propor uma investigação comparativa do comportamento da água e da mistura de água e sal sob resfriamento. Sua conclusão foi que a Modelagem permitiu alinhar teoria e prática, e que conhecimentos prévios sobre função afim conduziram à produção de signos interpretantes. Mendes (2021), a partir do tema da perda de água na cidade de Uraí, concluiu que os licenciandos em Matemática produziram, no envolvimento com a atividade, interpretantes imediatos, dinâmicos e finais, presentes sobretudo nos registros elaborados pelos alunos.

Chulck (2021), tendo como sujeitos da sua pesquisa alunos do 1º ano do Ensino Médio, trabalhou o tema placas de trânsito e concluiu que signos interpretantes — imediato, dinâmico e final — foram produzidos, e que atividades de Modelagem requisitam tal produção de signos em todas as fases.

Assim, até aqui argumentamos que as pesquisas em Modelagem Matemática podem captar temas oriundos da realidade e que, sendo assim, podem ou não considerar a cultura como origem desses temas; que tanto as pesquisas com enfoque cultural quanto as que não possuem esse enfoque apresentam potencialidades do uso da Modelagem em suas conclusões; que a semiótica pode evidenciar outras potencialidades do uso da Modelagem; que o nosso delineamento apresentou pontos em comum com as atividades de Modelagem Matemática; que a Etnomodelagem leva seus praticantes a focar em aspectos culturais de forma etnográfica; e que as potencialidades da Etnomodelagem descritas nas pesquisas estão atreladas a aspectos culturais. Porém, o que podemos observar de peculiar nos dados que emergiram da aplicação do nosso delineamento em comparação com a Modelagem, além das peculiaridades já citadas?

As análises semióticas evidenciaram alguns elementos que nos permitem conjecturar algumas questões. Primeiro, o movimento da Etnomodelagem proposto levou os alunos a mergulhar em ambientes culturais de outra forma, ou seja, como pesquisadores. Isso permitiu que os alunos percebessem características do seu ambiente cultural que, em razão da familiaridade, poderiam passar despercebidas. Essa imersão possibilitou aos alunos pesquisadores, mesmo envoltos em receio e constrangimento, receberem um impacto em primeiridade, secundidade e terceiridade, em uma atmosfera de pertencimento e de identidade cultural, influenciando todas as demais ações dos alunos, tanto dentro como fora da sala de aula. Isso pode não ocorrer quando modelamos problemas oriundos da realidade apenas sem conexão com fios de uma tessitura cultural. Em nosso caso, esse impacto ocorreu a partir da ação cognitiva de análise cultural.

Outro ponto percebido foi a curiosidade que, ao ser despertada, fomentou as problemáticas. O delineamento em tela mostrou que, de forma análoga, todas as turmas decidiram pesquisar e modelar não só o pensamento matemático dos *insiders*, mas também investigar questões sociais sob o ponto de vista da possibilidade de haver prejuízos ou não quando apenas o pensamento matemático cultural estava em voga. Isso resultou em duas problemáticas, aumentando a gama de hipóteses, sendo este um desdobramento social e político provocado pelo delineamento. Esse movimento ocorreu no aspecto fenomenológico da secundidade.

Já a percepção sobre a possibilidade de diálogo entre escola e ambiente cultural ocorreu nos três aspectos fenomenológicos. Tanto a curiosidade quanto essa percepção de diálogo, atrelada à formalização das problemáticas, estiveram relacionadas às ações cognitivas de estruturação da situação e compreensão associativa.

Em terceiro plano, percebemos que as ações cognitivas dos alunos, como compreensão, interpretação, validação, estruturação da situação, argumentação e comunicação, sempre estavam impregnadas por uma associação entre elementos estruturais pertencentes à Matemática formal (etnomodelos éticos e símbolos) e elementos pertencentes ao universo cultural. Até mesmo os obstáculos cognitivos que surgiram foram superados quando os alunos focavam seu raciocínio na associação com a cultura. Logo, todas as ações cognitivas ocorreram dentro de uma teia dialógica, onde cada elemento matemático era significado culturalmente e não apenas vinculado à realidade. Assim, esses elementos eram significados também a partir da ideia de pertencimento e de visão de mundo.

Nossa inferência quanto a isso repousa nos signos, objetos imediatos e dinâmicos e interpretantes gerados. Esses elementos emergiram associados a aspectos culturais, influenciados pela primeira fase. Isso só foi possível graças à imersão cultural mencionada anteriormente. Não bastava apenas visitar o ambiente uma vez e colher informações; era necessário, de fato, considerar etnograficamente esse ambiente.

O delineamento explicitou ainda que a abstração matemática ocorreu de forma curiosa. Vejamos que os alunos, ao generalizarem o pensamento matemático cultural por meio de algumas funções, enxergavam nelas a representação do pensamento matemático dos profissionais. Independentemente de possuírem equívocos ou não, esses eram pensamentos valiosos por representarem o movimento matemático da cultura dos alunos. Ou seja, era necessário atribuir a esses pensamentos consideração e respeito. Em outras palavras, quando os alunos abstraíram o pensamento dos *insiders* por meio de etnomodelos éticos, tais etnomodelos estavam representando toda uma cultura, e não apenas os profissionais. Dessa forma, ocorreu tanto uma abstração matemática quanto uma abstração no sentido de sua representatividade cultural. Foi como se as funções representassem os universos culturais dos alunos.

Por fim, cabe destacar que, ao nos referirmos à expressão "alunos", não estamos tentando causar uma impressão de perfeição quanto à aplicação do delineamento, nem a ideia de generalização, como se todos os sujeitos da pesquisa tivessem sido atingidos pelos impactos positivos. Pelo contrário, tentamos ao máximo repassar como os fatos ocorreram. Semelhantemente à Modelagem, obstáculos emergiram, como tempo para aplicação das atividades, desinteresse, desmotivação e participação parcial dos alunos. Ou seja, não conseguimos envolver todos nas atividades, entre outros pontos. Sendo, portanto, tal delineamento mais uma opção para uso do professor, com potencialidades e também limitações.

Portanto, comparando tais impressões ao que a literatura nos fornece, podemos, de forma incipiente, detectar indícios de que as ações cognitivas dos alunos participantes foram influenciadas com certa peculiaridade. Isto é, a Etnomodelagem fornece à Modelagem caminhos para ampliar ainda mais suas virtuais potencialidades. Tais peculiaridades repousam no fato de que as ações cognitivas inerentes ao processo de Modelagem, ao ocorrerem na aplicação da Etnomodelagem, sempre são caracterizadas por aspectos culturais. Essa é a principal influência que detectamos. Isso, por sua vez, não pode ser visto como irrelevante, pois foram exatamente as associações à cultura que contribuíram para construir conceitos matemáticos, fomentar a valorização da cultura, promover um diálogo mais profundo entre escola e ambiente cultural e ampliar a visão sobre a Matemática como produto humano.

7 CONCLUSÃO

Iniciamos o presente trabalho discutindo a dinâmica do conhecimento, enfatizando sua relação inerente com a realidade na qual estamos inseridos, destacando como ambos (conhecimento e realidade) se influenciam mutuamente. Abordamos a dinâmica dos conhecimentos tácito e explícito como elementos basilares dessa influência e, também, como formas de o ser humano se posicionar no mundo. Ademais, demos ênfase ao conhecimento matemático seguindo um raciocínio que destaca a concepção desse conhecimento como um produto humano, permeado de falibilismo, apresentando-se em múltiplas formas ao longo da história, enraizado nas culturas subjacentes. Por isso, sua relação com outras áreas do conhecimento também se mostrou ser algo natural.

Por conseguinte, voltando nossos olhos para o ensino de Matemática, pautar-se em sua relação com a cultura, de acordo com as pesquisas atuais no âmbito da Etnomatemática e da Etnomodelagem tem mostrado que tal relação está fazendo emergir potencialidades no que tange à formação de sujeitos críticos e problematizadores. Nesse contexto, surgiu a necessidade de demarcarmos as fronteiras atuais da Etnomodelagem para posicionar nossa pesquisa.

Com uma pesquisa de Estado da Arte sobre Etnomodelagem e, aprofundada por uma busca sobre trabalhos que fizessem menção à Etnomatemática e Modelagem, pudemos depreender que existe um avanço quantitativo e qualitativo significativo nesses trabalhos, nos quais são considerados diferentes etnomatemáticas, ambientes culturais, profissionais, a cultura e a escola. Não detectamos, contudo, um olhar sobre os impactos da Etnomodelagem nas ações cognitivas dos alunos, quando postos em um ambiente de aprendizagem que tenha esta tendência como ferramenta de ensino.

Assim, nossas inquietações nesse sentido se mostraram um campo inédito a ser pesquisado. De posse da problemática explicitada, dos objetivos, das hipóteses, da justificativa, e da delimitação do objeto de estudo, deixando evidente os sujeitos da pesquisa, buscamos dar corpo ao quadro teórico, universo que fez emergir as categorias e unidades de análise. Nesse sentido, propusemos explicitar alguns elementos quanto à Etnomatemática, Modelagem Matemática e Etnomodelagem, apresentando seus objetivos e fundamentos teóricos. A Etnomatemática como programa de pesquisa e a Modelagem como metodologia, ferramenta de ensino, ambiente de aprendizagem, entre outras definições apresentadas pela literatura, mostraram pontos de confluência que tornam possível seu diálogo científico e metodológico como uma ferramenta para o ensino de Matemática, dando corpo à Etnomodelagem.

Nesse ponto, observamos que a Etnomodelagem busca promover o diálogo entre a Matemática oriunda dos ambientes culturais e a Matemática escolar. A partir desse pressuposto basilar, entendemos ser necessário propor um delineamento pedagógico para a Etnomodelagem, visando sua aplicação em sala de aula, não de forma cartesiana, mas criativa, e fazendo o currículo acontecer de forma dinâmica, com vistas à valorização da cultura dentro do processo de ensino e aprendizagem. Conjugando as ideias de Rosa (2005) e Almeida, Silva e Vertuan (2020), elaboramos uma proposta, atendendo ao primeiro objetivo específico da pesquisa, e a explicitamos no capítulo dois (item 2.4). Seguindo a construção do nosso quadro teórico, percebemos ser necessário, antes de destacar a teoria de Peirce, costurar uma relação entre Semiótica, Educação Matemática e Etnomodelagem.

Buscando demarcar as áreas da Educação Matemática e a Semiótica, verificamos nelas pontos de confluência que repousam, entre outros pontos, na epistemologia da Matemática. Embasados em Hoffmann (2006), Duval (2011) e Otte (2011) destacamos que as representações dos objetos matemáticos são a única forma de que dispomos para acessar tais objetos. Isso aponta diretamente para a relação objeto/representação, ponto estudado tanto no âmbito da Educação Matemática como na Semiótica de Peirce quando este destaca a composição do signo (objeto, *representamen* e interpretante).

Como nossas inquietações abordam principalmente a cognição, apresentamos ainda pontos de diálogo entre as Ciências Cognitivas e a Semiótica, sedimentando assim, a possibilidade científica de termos a Semiótica de Peirce como lente teórica para estudos em Educação Matemática voltados a aspectos cognitivos. Pois, conforme mostramos, Peirce, por meio de sua visão de mundo a partir da Semiótica, tinha uma ideia bastante atual quanto ao ensino de Matemática, justificando exatamente por meio da dinâmica do signo, a necessidade de propor um ensino de Matemática focado em questões culturais e com o uso de materiais manipuláveis entre outros (Garnica, 2001), contribuindo para a construção do conhecimento.

Dando seguimento ao quadro teórico, apontamos parte das ideias de Peirce com base em Santaella (2004; 2018; 2021), focando nos modos de Percepção (primeira categoria de análise), na composição triádica do signo (segunda categoria de análise) e nos tipos de signos (terceira categoria de análise). Sendo esta pesquisa qualitativa, descritiva quanto aos objetivos e uma pesquisa pedagógica quanto ao procedimento técnico, buscamos observar o fenômeno estudado (influência da Etnomodelagem sobre as ações cognitivas dos alunos) por meio das categorias aludidas.

Como a aplicação do delineamento ocorreu com quatro turmas, duas do 8º ano e duas do 9º do Ensino Fundamental Anos Finais, as categorias foram analisadas de forma paralela em cada turma. Na primeira fase do delineamento, inteiração etnográfica, com foco em questões emocionais e em uma análise cultural, os modos de percepção se mostraram ser a categoria mais evidente, pois os alunos tinham como objetivo realizar uma pesquisa de campo com as características de uma pesquisa etnográfica. Nesse ponto, como primeiridade, detectamos a surpresa atrelada à curiosidade e a familiaridade como emoções iniciais explicitadas pelos alunos. Estas, já em secundidade, se materializaram no surgimento da ideia de pertencimento cultural ao mostrarem-se identificados com o ambiente pesquisado, nos conflitos e curiosidades como reação. Isso, por sua vez, aponta para a terceiridade no quesito conclusão, na qual os alunos destacaram que sua cultura era rica em elementos, não devendo ser menosprezada, valorizando os etnomodelos êmicos destacados, por exemplo.

Na segunda fase, a identificação de uma problemática, os modos de percepção continuaram a ser evidentes, mas desta vez com foco na curiosidade, na compreensão associativa da etnomatemática e da Matemática escolar e na influência da primeira fase sobre a segunda. As ações cognitivas observadas giraram em torno da compreensão, em que a associação entre fatores etnomatemáticos e a Matemática escolar foram destacados. Assim, denominamos essa compreensão de “compreensão associativa”, atrelada à análise e estruturação da situação, quando os alunos levantaram duas problemáticas com aspectos social e etnomatemático. Como principal resultado tivemos que a curiosidade, que aumentou à medida que os alunos se aprofundavam na elaboração das problemáticas, pode ser classificada como aspecto de secundidade, pois se trata de uma reação deles dentro do processo.

A compreensão associativa que falamos aponta para um aspecto de terceiridade e, quando os alunos revisitaram memórias, artefatos culturais (semióticos) e diálogos relativos à primeira fase, ocorreu um verdadeiro resgate cultural em que se evidenciam aspectos de primeiridade no surgimento de nostalgias, de secundidade no aspecto de reação a estas, sendo a terceiridade a mediação entre ambos, principalmente quando os estudantes revisitaram memórias, gerando ações como a tomada de decisão e compreensão quanto à existência da possibilidade de diálogo entre escola e ambiente cultural.

Por fim, a composição triádica do signo foi observada quando os alunos, a partir do objeto dinâmico “interface pensamento matemático dos profissionais e aspectos sociais” evidenciaram como *representamen,* as problematizações levantadas e, como objetos imediatos as problematizações formalizadas.

Na terceira fase, de modelagem, tivemos como unidades de análise a estrutura triádica do signo, pois o foco esteve sobre a interpretação e análise cultural dialógica, e sobre as conexões culturais significativas. Pelo menos dois pontos destacamos como resultados: a metacognição e a abstração. Quanto à metacognição, observou-se que os alunos perceberam a necessidade de conjugar vários assuntos matemáticos, tanto estudados quanto não estudados, resultando na necessidade de um tempo diferente para cada aluno assimilar conceitos e que tais assuntos foram melhor compreendidos a partir da associação cultural que fizeram. Isso aponta para um interpretante virtual no que tange aos objetos estudados a partir da cultura, relativo à confecção dos modelos matemáticos. A abstração observada ocorreu pela tríade compreensão associativa, interpretação e análise cultural dialógica. Essa abstração foi o substrato do processo de semiose ocorrido.

Na quarta fase, de resolução, tivemos como unidades de análise os tipos de signos, ícone, índice e símbolo, com foco na reflexão cultural dialógica, movendo as ações cognitivas de argumentação, resolução, validação e abstração, entre outras. Nessa subseção relatamos duas vertentes da resolução. A primeira, relacionada à resolução das problemáticas voltadas para o pensamento matemático dos profissionais pesquisados, isto é, com aspectos etnomatemáticos, e a segunda, como desdobramento, estava relacionada às problematizações relacionadas aos aspectos sociais. No que tange à primeira vertente, foi detectado que nessa fase as notações algébricas dentro dos etnomodelos éticos foram alterados pelos alunos, evoluindo de L para L(p) por exemplo, indiciando a compreensão quanto a dependência entre grandezas dependentes e independentes, sendo índice do desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno.

Na teoria de Peirce, os modelos gerados são ícones diagramáticos, que nesse caso, estavam imbuídos de elementos associados à cultura. Toda produção dos etnomodelos éticos ocorreu como desdobramento mais uma vez da compreensão associativa, interpretação e reflexão cultural dialógica e abstração. Ademais, aspectos metafóricos ainda foram exaustivamente usados pelos alunos para explicitar o que estavam generalizando.

No segundo aspecto, o social, os modelos matemáticos foram gerados também como ícones diagramáticos e estavam estruturados fazendo referência também aos elementos culturais. Outro ponto ainda a se destacar foi o uso do simbolismo como o π e o f(x) pelos alunos, nos quais, conforme explica Peirce, por força de lei, estavam atrelados de forma natural aos aspectos culturais. Por fim, foi detectado que para validar os modelos os alunos fizeram uso claro da ideia de representação. Ou seja, para validar tais modelos, os alunos construíram a compreensão de que estes representavam um fenômeno da realidade. Fato crucial no caso em estudo por mostrar como, por meio da abstração, os alunos estavam dominando a ideia de representação.

Na quinta fase, de adequação da solução, com foco na comunicação entre ambientes culturais, os alunos ao voltarem ao local da ocorrência cultural, visando compartilhar os etnomodelos dialógicos para serem apreciados pelos *insiders,* inicialmente ficaram receosos quanto à reação destes. Porém, com a aceitação dos profissionais, logo esse sentimento foi substituído pelo sentimento de pertencimento, outra vez, culminando em um espaço para diálogo entre *insiders e outsiders* e na conclusão de que é possível promover o diálogo entre saberes e ambientes culturais distintos. Esses aspectos demonstram características de primeiridade, secundidade e terceiridade em Peirce. Acerca dos etnomodelos dialógicos propostos pelos alunos, o ícone metafórico foi o fator mais evidente observado, pois, sendo os etnomodelos dialógicos no formato retórico, os alunos buscaram ao máximo aproximar a linguagem da Matemática escolar à linguagem cultural.

Por fim, ao promovermos uma avaliação de toda a atividade desenvolvida, os alunos foram questionados por meio de seis perguntas, tendo como participantes setenta e sete alunos. De acordo com as respostas obtidas, a atividade teve boa aceitação, pois, segundo relatos, propiciou associação entre Matemática e cotidiano, melhor compreensão do que é, de fato, Matemática, e ampliação da concepção desta. A Matemática foi percebida como mais do que apenas uma disciplina escolar que gera desmotivação, dor de cabeça e medo, mas sim, uma ferramenta útil e uma forma de expressar criatividade, entre outras questões. Todavia, os alunos apontaram também pontos negativos, como a necessidade de conciliar muitos assuntos matemáticos em um mesmo momento e das dificuldades que, algumas vezes encontraram, quando precisaram conversar com os profissionais.

Outro ponto a destacar é que todo o processo transcorreu dentro da normalidade da sala de aula. Alguns estudantes não se interessaram pela proposta, já outros se envolveram bastante. Ou seja, não nos deparamos com turmas perfeitas, mas comuns dentro da vivência escolar. Nesse contexto, percebemos uma evolução no que tange à construção do conhecimento matemático e na participação das atividades, bem como a necessidade de inúmeras revisões e explicações para dar corpo aos modelos matemáticos.

Assim, desde o início sabíamos que nossa proposta demandaria intenso trabalho e estudo, pois realizar uma pesquisa nesses moldes faz emergir inúmeros obstáculos. Também tivemos dificuldades quanto à desenvoltura dos estudantes na realização das entrevistas, pois em todas as turmas registramos relatos nesse sentido, sendo os alunos do 9º ano D aqueles que encontraram mais dificuldade para realizá-las. Desmotivação, dificuldades e problemas emocionais também foram detectados, tornando a continuação da proposta muito difícil. Porém, com esforço e paciência, fomos conduzindo o delineamento até o final.

Ademais, tínhamos como hipótese inicial que a Etnomodelagem, quando implementada em sala de aula, a partir do delineamento pedagógico proposto nessa pesquisa, influencia de forma peculiar as ações cognitivas dos alunos. Tal hipótese está vinculada à questão norteadora: quais são os impactos da ação pedagógica da Etnomodelagem em Matemática no âmbito cognitivo, social e político, considerando a Semiótica de Peirce? Assim, cabe-nos, a fim de propor uma conclusão parcial, realizar alguns comentários quanto a isso.

Nesse sentido, nossos dados foram coletados mediante observação participante, produção dos alunos, questionários, entrevistas e conversas. Por meio da Análise Textual Discursiva, buscamos teorizar o que se mostrou dos dados por meio das categorias de análise. Tais teorizações foram validadas de duas maneiras complementares: concordância dos alunos ao tomarem conhecimento das nossas interpretações e a comparação dos resultados com a literatura.

Assim, ao final de cada fase, submetíamos aos alunos nossas interpretações de forma coerente para que eles pudessem validar o que observamos. Sabemos que são os alunos tinham faixa etária escolar de 13 a 16 anos, e, portanto, implementamos nessa fase todo cuidado para tentar tornar possível nossa validação. Dentro das circunstâncias relatadas, percebemos uma tendência em todas as turmas de concordância com as interpretações resumidas no Quadro 17. Porém, pontuações quase sempre eram feitas para melhor esclarecimento.

Fazendo um contraponto entre Etnomodelagem e Modelagem por meio da literatura, buscamos apresentar um comparativo entre a abrangência da Modelagem e da Etnomodelagem, observando uma comparação macro e micro entre ambas. Não detectamos litígio entre elas, mas percebemos que a Etnomodelagem potencializa a Modelagem, no sentido de que lança um olhar específico para a cultura, buscando modelar, a partir de temas oriundos dessa parte da realidade, soluções matemáticas subjacentes ao processo.

As ações cognitivas que ocorrem espontaneamente em todas as atividades de Modelagem, ocorreram de forma peculiar na aplicação do delineamento proposto, pois os objetos semióticos que surgiram, seus *representamens* e interpretantes, bem como os modos de percepção de Peirce, se manifestaram dentro de uma proposta etnográfica, considerando artefatos culturais na semiose que emergiu. Esses elementos, portanto, são indícios, de uma influência específica da Etnomodelagem sobre as ações cognitivas postas em relevo, atendendo nossa hipótese e respondendo nossa questão norteadora.

Por fim, visualizamos na proposta aplicada que a Etnomodelagem possui um diferencial, ao agregar aspectos culturais aos processos de ensino e aprendizagem, promovendo por meio do diálogo a imersão dos alunos em diferentes ambientes, despertando associações culturais dentro do estudo de Matemática. Nesse movimento, a dualidade entre objeto e representação ganha protagonismo dentro da epistemologia dessa disciplina, emergindo a partir de artefatos culturais e apontando para o ciclo do conhecimento d'ambrosiano como um movimento cíclico e contínuo, para a glocalização e para a manifestação de ações cognitivas repletas de aspectos culturais. Essas ações cognitivas embasaram ações políticas e sociais, promovendo respeito mútuo, rompimento do etnocentrismo, inclusão e equidade.

Não obstante, ao finalizarmos nossas reflexões, cabe-nos ainda propor sugestões para futuras pesquisas, haja vista que é impossível contemplar todas as possibilidades em um só trabalho. Gostaríamos de fazer isso a partir da Etnomodelagem, da Semiótica e do delineamento proposto, visando despertar em outros pesquisadores curiosidade nessa região de inquérito. Quanto à Etnomodelagem, o levantamento proposto por Madruga (2022) mostrou que os trabalhos catalogados por ela seguiram a ideia de que, no âmbito do diálogo entre saberes, o ponto de partida seria o conhecimento êmico e o de chegada, o ético. Isso também aconteceu em nossa pesquisa. Assim, como possibilidade de estudo para futuras investigações, considerar como as ações cognitivas dos alunos poderiam ser influenciadas se o conhecimento ético fosse o ponto de partida e o êmico o de chegada parece-nos bastante interessante, por ampliar ainda mais as compreensões nesse sentido.

Relativo à Semiótica de Peirce, outras categorias de análise poderiam ser utilizadas, como, por exemplo, os modos de inferência — dedução, abdução e indução — para analisar a dinâmica do diálogo entre os saberes. Já quanto ao delineamento pedagógico apresentado no trabalho, a primeira fase versa sobre a interação etnográfica. Contudo, conforme relatamos, os alunos do 9º ano D tiveram dificuldades em interagir com costureiras locais, recorrendo à internet, entre outros recursos, para levantar informações quanto à problemática posta em relevo. Assim, surge mais uma proposta para futuras pesquisas: pensar sobre a possibilidade de essa interação etnográfica poder ocorrer também com o uso das tecnologias, por exemplo.

Sabemos, contudo, que um mergulho etnográfico requer presença física e envolvimento real com a cultura, para que o pesquisador possa depreender características do ambiente pesquisado. Isso é uma condição *sine qua non* da etnografia. Entretanto, pensar sobre as possibilidades do uso de tecnologias não para substituir a presença física, mas para ampliar as formas de análise, mesmo em atividades como as realizadas neste trabalho, dentro da sala de aula, poderia ser um bom caminho a trilhar para futuras investigações.

Nesse direcionamento, o diálogo entre saberes, fomentando o rompimento do etnocentrismo, a busca pela justiça social e pela valorização cultural e do ser humano de forma holística, são, na prática, objetivos que não podem estar fora do radar do ensino de Matemática e da Educação Matemática como área de pesquisa. Esses objetivos devem ser considerados parte integrante do planejamento e da execução de atividades pedagógicas e também da pesquisa em todas as áreas, promovendo a construção de uma cosmovisão mais ampla quanto ao nosso papel como educadores, estudantes e pesquisadores. Foi o que este trabalho buscou destacar em todas as suas fases. Que futuras pesquisas venham a somar nesse sentido, pois a luta por um mundo melhor depende dos esforços que podemos implementar hoje.

REFERÊNCIAS

AQUINO, Denis dos Santos. **O ensino de Matemática com auxílio de aplicações práticas dos conteúdos**. 2016. 62f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Instituto de Ciências Exatas e Naturais. Universidade Federal do Pará. Belém. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3657603. Acesso em 30 mar. 2022.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática: Um olhar sobre os modos de inferências. **Ciência e Educação,** Bauru, v. 18, n. 3, p. 623 – 642. 2012. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ciedu/a/v4qMkLjq9MFHmddXVmSJ7nh/abstract/?lang=pt. Acesso em 30 mar. 2022.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. ed. 1. reimp. 2º. São Paulo: Contexto, 2020.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERONEZ, Michele Regiane Dias. **Elementos Semióticos em atividades de Modelagem Matemática**. ed. 1. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

ALTENBURG, Gerson Scherdien. **Contextualizando Cultura e Tecnologias**: Um Estudo Etnomatemático Articulado ao Ensino de Geometria. 2017. 102f. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas/RS

ALVES, Rubem. **Filosofia da Ciência**: Introdução ao jogo e suas regras. São Paulo: Editora Brasiliense, 1981.

ALVES, Evanilton Rios. **Etnomatemática** - multiculturalismo em sala de aula: a atividade profissional como prática educativa. São Paulo: Porto de Ideias, 2010.

ALVES, Gelindo Martineli; ROSA, Milton; VIANA, Marger da Conceição Ventura. Em Busca de uma Formação Cidadã Fundamentada na Educação Financeira, na Etnomatemática e na Perspectiva Sociocultural da História. In: BANDEIRA, Francisco de Assis; GONÇALVES, Paulo Gonçalo Farias, (Org.) **Etnomatemáticas pelo Brasil**: aspectos teóricos, ticas de matema e práticas escolares. Curitiba: CRV, 2016. p. 187-210.

ARAKI, Paulo Henrique Hideki. A atribuição de significado em uma atividade experimental de modelagem matemática. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERONEZ, Michele Regiane Dias. **Elementos Semióticos em atividades de Modelagem Matemática**. ed. 1. São Paulo: Livraria da Física, 2021. p. 43-60.

AUSUBEL, David Paul; NOVACK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980. 625p.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais** [...] Rio Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf. Acesso em 09 mai. 2024.

BARDIN, Laurence. **Análise do Conteúdo**. Trad. Luíz Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.

BARRETO, Fabrício Mendes. **Um estudo qualitativo para entender a ação pedagógica da etnomodelagem com alunos de comunidades rurais e urbanas**. 2021. 293 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2021. Disponível em: https://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/13249. Acesso em 09 mai. 2024.

BATTALINI, Lucia Inês. **Professores de matemática e os saberes mobilizados em sala de aula**: um estudo de caso. 2008. 223f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciência e o Ensino de Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Paraná, 2008. Disponível em: http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/4487. Acesso em 30 abr. 2024.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em Educação Matemática. **Pró-posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 18-23, mar. 1993. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~dpdias/2016/Pesquisa%20-%20Bicudo.pdf. Acesso em 01 set. 2021.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Filosofia da educação matemática: por quê? **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 22, n. 32, p. 229 - 240, 2009. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2546. Acesso em 16 de maio de 2024.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Concepções e tendências de modelagem matemática na Educação Básica. **Revista Tópicos Educacionais**, Recife, v. 18, n. 1-2, jun/dez de 2012. Disponível em https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/topicoseducacionais/article/view/22334 Acesso em 09 mai. 2024.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Neto. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. 5. reimp. São Paulo: Contexto, 2018.

BISHOP, Alan J. **The relationship between mathematics education and culture**. Opening address delivered at the Iranian Mathematics Education Conference in Kermanshah, Iran, 1997. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/255590052_THE_RELATIONSHIP_BETWEEN_MATHEMATICS_EDUCATION_AND_CULTURE. Acesso em 09 mai de 2024.

BLUM, Werner.; NIS, Mogens. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational studies in mathematics**, [s. l.], v. 22, 1991. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/bf00302716. Acesso em 09 mai. 2024.

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Um estudo de etnomatemática**: sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o “núcleo-escola” da favela da Vila Nogueira - São Quirino. 1987. 276 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação stricto sensu em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” de Rio Claro, UNESP/RC, Rio Claro, 1987. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissertacoes/borba_mc_me_rcla.pdf. Acesso em 17 fev. 2024.

BORGES, Maria Fátima Cursino. **Interdisciplinaridade e modelagem matemática**: saberes docentes em movimento na formação de professores. 2007. 204 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2007. DOI https://doi.org/10.14393/ufu.di.2007.05. Disponível em: https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/13887. Acesso em 30 de abril de 2024.

BREDA, Adriana.; LIMA, Valderez Marina do Rosário. Etnomatemática sob dois pontos de vista: a visão D’ambrosiana e a visão Pós- Estruturalista. **Revista Latino-Americana de Etnomatemática**, [s. l.], v. 4, n. 2, ago.-jan. 2011. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/2740/274019437001.pdf. Acesso em 09 mai. 2024.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática**: ações interações no processo de ensino e aprendizagem. 1992. 460. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 1992. Disponível em: https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/burak_dionisio_d.pdf. Acesso em 09 mai. de 2024.

CAMPOS, Amanda Caroline Fagundes. **Modelagem Matemática**: um olhar sobre textos produzidos por licenciandos após vivências em uma disciplina de conteúdo matemático. 2020. 220f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2020. Acesso em 30 de abril de 2024. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/215282

COSTA, Lucélida de Fátima Maia; LUCENA, Isabel Cristina Rodrigues de. Etnomatemática: cultura e cognição matemática. **REMATEC**, Belém, v. 13, n. 29, 2018. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2018.n29.p%p.id151. Disponível em: http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/203. Acesso em: 12 jul. 2024.

COSTA, Marco Antônio F.; COSTA, Maria de Fática Barrozo da. **Projeto de Pesquisa**: entenda e faça. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

D’AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005. Disppnível em: https://www.scielo.br/j/ep/a/TgJbqssD83ytTNyxnPGBTcw/?format=pdf. Acesso em 09 mai. 2024.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. O Programa Etnomatemática: uma síntese. **Acta Scientiae**: Revista de Ensino de ciências e Educação Matemática, Canoas, v. 10, n. 1, 2008. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/issue/view/9. Acesso em 24 abr. 2008.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria a prática. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan; ROSA, Milton. Um Diálogo Com Ubiratan D'Ambrósio: Uma conversa brasileira sobre etnomatemática. In: BANDEIRA, Francisco de Assis; GONÇALVES, Paulo Gonçalo Farias (Org.) **Etnomatemáticas pelo Brasil**: aspectos teóricos, ticas de matema e práticas escolares. Curitiba: CRV, 2016.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: Elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed. 3. Reim. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2018a.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Como foi gerado o nome Etnomatemática ou alustapasivistykse In: FANTINATO, Maria Cecília de Castello Branco; FREITAS, Adriano Vargas (orgs.). **Etnomatemática**: concepções, dinâmicas e desafios. 1. ed. Jundiaí: Paco, 2018b. p. 13 – 23.

D'AMORE, Bruno; PINILLA, Martha Isabel Fandino; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Trad. Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

DELFIOL, Tatiana de Andrade Aguilar. **Humanizando os Profetas de Aleijadinho**: um estudo qualitativo de suas proporções por meio de Etnomodelagem. 2022. 451 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022. Disponível em: https://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/15783. Acesso em 30 abr. de 2024.

DEMO, Pedro. **Educar pela Pesquisa**. ed. 10. Campinas/SP: Autores Associados, 2015.

DEWEY, Jonh. **Democracia e Educação**: introdução à filosofia da educação. ed. 4. São Paulo: Editora Nacional, 1979.

DIAS, Markus Benedito Santos. **Modelagem com etnomatemática**: uma situação a-didática para o ensino. 2013. 91 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/8564. Acesso em 30 abr. 2024.

DUTRA, Érika Dagnoni Ruggiero. **Etnomodelagem e café**: propondo uma ação pedagógica para a sala de aula. 2020. 319 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020. Disponível em: https://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/12186. Acesso em 9 de maio de 2024.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**. São Paulo: Livraria editora da física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma**: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Org. Tânia M. M. Campos. Trad. Marlene Alves Dias. ed. 1. São Paulo: PROEM, 2011.

EGLASH, Ron.; ODUMOSO, Toluwologo B. **Fractals, Complexity, and Connectivity in Africa**. 2005. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/242428244_Fractals_Complexity_and_Connectivity_in_Africa. Acesso em 09 mai. 2024.

EÇA, José Lucas Matias de. **Formação continuada à luz da etnomodelagem**: implicações para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática. 2020. 210f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - PPGECM. Disponível em: http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/bdtd/201820004D.pdf. Acesso em: 14 mai. 2023.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. 3. reim. Campinas: Editora da Unicamp, 2008.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. Por uma Teoria da Etnomatemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 6, n. 7, 1991. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10706. Acesso em 29 abr. 2024.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. O que é etnomatemática. São Paulo: UNICAMP, 1993. Disponível em: https://www.ime.unicamp.br/lem/publica/e_sebast/etno.pdf Acesso em 09 abr. 2024.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. Desencantamento do mundo: estaria a etnomatemática contribuindo para ele? In: FANTINATO, Maria Cecília de Castello Branco. **Etnomatemática**: novos desafios teóricos e pedagógicos. Niterói: Eduff, 2009. p. 53 - 58.

FIORENTINE, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigações em Educação Matemática**: Percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

FLICK, Uwe. **Desenho da pesquisa qualitativa**. Trad. Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artemed, 2009.

FOSSA, John Andrew. Etnomatemática e cooperativismo. **Journal of Mathematics and Culture**, [s. l.], v. 1, n. 1, p. 32-38, mai. 2006. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/372451448_Ethnomathematics_and_Cooperativism. Acesso em 09 mai. 2024.

FOSSA, John Andrew. **Os primórdios da teoria dos números**: parte A. Natal: Editora da UFRN, 2010.

FOSSA, John Andrew. **Relfections on Ethnomatematics**. Natal: Ed. do autor, 2024. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/John-Fossa. Acesso em 30 jul. 2024.

FRANCO, Maria Laura Puglisi Barbosa. **Análise do Conteúdo**. ed. 5. Campinas: Editora Autores Associados, 2018.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 2018.

FREITAS, José Ricardo Carvalho. A Etnomatemática revela aspectos socioculturais de um instrumento chamado braça na Mata Sul de Pernambuco. In: BANDEIRA, Francisco de Assis; GONÇALVES, Paulo Gonçalo Farias (orgs.). **Etnomatemáticas pelo Brasil**: aspectos teóricos, ticas de matema e práticas escolares. Curitiba: CRV, 2016. p. 119 – 141.

FREITAS, Jeruza Quintana Petrarca de. **Etnomodelos da cultura gaúcha**: para o ensino de ciências da iniciação científica à feira de ciências. 127p. 2022. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, Bagé, 2022. Disponível em: https://dspace.unipampa.edu.br/handle/riu/7822. Acesso em 30 abr. 2024.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35 48, 2001.

GARNICA, Antônio Vicente Marafioti. Peirce's mathematical writings: an essay on primary arithmetic books as it relates to mathematics education. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [s. l.], v. 1, n. 2, p. 37–57, 2020. Disponível em: https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/266. Acesso em 25 mai. 2024.

GHEDIN, Evandro; FRANCO, Maria Amélia Santoro. **Questões de método na construção da pesquisa em educação**. 2. São Paulo: Cortez, 2011.

GERDES, Paulus. Etnomatemática e Educação Matemática um panorama geral. **Quadrante**, Lisboa, v. 5, n. 2, dez. 1996. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/view/22685. Acesso em 09 mai. 2024.

GIL, Antônio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. ed. 4. São Paulo: Atlas, 2002.

GODOY, Elenilton Vieira. **Currículo, cultura e educação matemática**: uma aproximação possivel? 2011. 201f. Tese (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, Faculdade em Educação, 2011. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-20012012-094632/pt-br.php. Acesso em 30 abr. 2024.

HOFFMANN, Michael H. G. What Is a "Semiotic Perspective", and What Could It Be? Some Comments on the Contributions to This Special Issue. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 61, n. 1 – 2, p. 279 – 291, fev. 2006. Disponível em: https://www.jstor.org/stable/25472068. Acesso em 16 mai. 2024.

JESUS, Luana Oliveira Moreira. **Etnomodelagem no contexto da Educação do Campo**: elaboração de etnomodelos êmicos, éticos e dialógicos por estudantes de ensino médio. 2023. 260 f. Dissertação (Mestrado Educação Em Ciências e Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, 2023.

JESUS, Ravelle Souza.; SANTOS, Ivanil Miranda; GRILO, Jaqueline de Souza Pereira. Potencialidades da Modelagem Matemática para o Ensino de Matemática na Educação do Campo. **REMAT**, São Paulo, v. 16, n. 21, jan/abril 2019. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/238. Acesso em 22 ago. 2024.

JOHNSON, Rubert Burke. Examining the validity Structury of Qualitative Research. **Educacion**, Londres, v. 118, n. 2, 1997. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/246126534_Examining_the_Validity_Structure_of_Qualitative_Research. Acesso em 25 de março de 2022

KAISER, Gabriele; LEDERICH, Carl; RAU, Vin. Theoretical Approaches and Examples for Modelling in Mathematical Education. In: BERINDERJEET, Kaur; JAGUTHSING, Dindyal. **Mathematical Applications and Modelling**. Singapore: Word Scientific, 2010. p. 219-246.

KANT, Immanuel. **Crítica à Razão Pura**. Trad. Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Morijão. 5. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

KAURK, Fabiana; MANHÃES, Fernanda Castro; SOUZA, Carlos Henrique Medeiros de. **Metodologia da Pesquisa**: um guia prático. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

KILPATRICK, Jeremy. Ficando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional científico. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 4, n. 1, p. 99–120, 1996. DOI: 10.20396/zet.v4i5.8646867. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646867. Acesso em 29 mai. 2024.

KLÜBER, Tiago Emanuel. **Modelagem matemática e etnomatemática no contexto da Educação Matemática**: aspectos filosóficos e epistemológicos. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2007. Disponível em: https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1204. Acesso em 30 abr. 2024.

KLÜBER, Tiago Emanuel. Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (orgs.). **Modelagem matemática**: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [online]. 2nd ed. rev. amp. Ponta Grossa:
Editora UEPG, 2016. P. 41 – 58. Disponível em: https://books.scielo.org/id/b4zpq. Acesso em 09 mai. 2024.

KLUBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1642. Acesso em 30 mar. 2022.

LANKSHER, Colin.; KNOBEL, Michele. **Pesquisa Pedagógica**: do projeto à implementação. Trad. Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LIMA, Gilmar Bezerra. **A Matemática aplicada na confecção de roupas**: Perspectivas e possibilidades do uso na Educação de Jovens e Adultos. 2019. 188f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019. Disponível em: https://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3613. Acesso em 21 jan. 2023.

LIMA, Gilmar Bezerra; FOSSA, John Andrew. Um delineamento pedagógico para a etnomodelagem. **Jornal of mathematics and culture**, [s. l.] v. 17, n. 7, agosto de 2023. Disponível em: https://journalofmathematicsandculture.wordpress.com/wp-content/uploads/2023/11/article-9-177lima-fossa.pdf. Acesso em 09 mai. 2024.

LIMA, Gilmar Bezerra de; MACIEL, Aníbal de Menezes. Etnomatemática e Modelagem na gramatura de tecido como tema gerador na Educação de Jovens e Adultos. **REMATEC**, Belém, v. 19, n. 47, p. e2024003, 2024. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-

3141.2024.n47.e2024003.id561. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/561. Acesso em 21 jun. 2024.

LIMA, Luara Laressa Ferreira dos Santos; ALVARENGA, Karly Barbosa. A etnomatemática em dois eventos brasileiros: mapeando os trabalhos e tecendo compreensões. **Revista Temporis[ação]**, Cidade de Goiás, v. 21, n. 1, jan/jun. 2021. Disponível em: https://www.revista.ueg.br/index.php/temporisacao/article/view/9087. Acesso em 30 mar. 2022.

LURIA, Alexander Romanovich. **A construção da mente**. São Paulo: ícone, 1992.

MADRUGA, Zulma Elizabete de Freitas. **A criação de alegorias de carnaval**: das relações entre modelagem matemática, etnomatemática e cognição. 2012. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3426. Acesso em 30 abr. 2024.

MADRUGA, Zulma Elizabeth de Freitas. Pesquisas em Etnomodelagem no Brasil: um olhar sobre as concepções de Modelagem Matemática. **ReDiPE:** Revista Diálogos e Perspectivas em Educação, Marabá, v. 4, n. 2, p. 17-32, 30 dez. 2022. Disponível em: https://periodicos.unifesspa.edu.br/index.php/ReDiPE/article/view/1915. Acesso em 19 jan. 2024.

MAFRA, José Ricardo e Souza. **Espaços transversais em educação matemática**: uma contribuição para a formação de professores na perspectiva etnomatemática. 2006. 210f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/14258. Acesso em 19 jan. 2024.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 861–882, ago. 2012. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/JbFC9gQyjQxwKG54chyy5Gk/#ModalTutors. Acesso em 14 mar. 2024.

MARTINS, Rafael Bida Guabiraba. **Etnomodelagem**: modelagem matemática no interior de uma comunidade rural sustentável. 2020. 93f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/13901. Acesso em 22 ago. 2024.

MENDES, Thiago Fernando. Signos interpretantes no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERONEZ, Michele Regiane Dias. **Elementos Semióticos em atividades de Modelagem Matemática**. ed. 1. São Paulo: Livraria da Física, 2021. p. 83 – 94.

MENDONÇA, Claudio Martins. **Modelagem matemática no distrito de Mirandópolis em Mossâmedes - GO**. 2012. 55 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Campus Cora Coralina, Universidade Estadual de Goiás, Goiás, GO, 2012. Disponível em: https://repositorio.ueg.br/jspui/handle/riueg/3278. Acesso em 22 ago. 2024.

MESQUITA, Ana Paula Santos de Sousa. **Uma análise sociocrítica da etnomodelagem como uma ação pedagógica para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos em uma comunidade periférica**. 2020. 286 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020. Disponível em: https://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/12358. Acesso em 30 mai. 2023.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. ed. 3. reimp. 2. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2018.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva**. ed. 3. Ijuí: Ed. Inijuí, 2016.

MOREIRA, Plinio Cavalcanti. DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente. ed. 2. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

MOREIRA, Marco Antônio; MASINI, Elsie F. Salzano. **Aprendizagem Significativa**: a teoria de David Ausubel, São Paulo: Moraes, 1982.

NASCIMENTO, Carlos Simão. **Conhecimentos êmicos e éticos de alunos do 9º ano na exploração de atividades pertinentes a cultura da mandioca mediados pela Etnomodelagem**. 2023. 160f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Acre, 2023. Disponível em: http://www2.ufac.br/mpecim/menu/dissertacoes/turma-2021/dissertacao-carlos-simao-do-nascimento.pdf. Acesso em 30 abr. 2024.

LIMA NETA, Maria de Lourdes Pereira.; MADRUGA, Zulma Elizabete de Freitas. Etnomodelagem e a Abordagem Êmica: O Processo da Produção de Farinha de Mandioca por meio das Narrativas de um Produtor rural. **Jornal of mathematics and culture**, [s. l], v. 17, n. 7, ago. 2023. Disponível em: https://journalofmathematicsandculture.wordpress.com/wp-content/uploads/2023/08/article-7-177.pdf . Acesso em 9 mai. 2024.

NETO, Manoel de Souza Lamim; SANTOS, Adriele Ribeiro dos Santos; MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel. Etnomatemática: uma revisão bibliográfica do cenário internacional. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 394-418, 2020. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/43725. Acesso em: 30 mar. 2022.

NOTH, Winfried. **Panorama da semiótica**: de Platão a Peirce. 3. ed. São Paulo: Annablume, 2005.

NOVAK, Franciele Isabelita Lopes; BRANDT, Celia Finck. A semiótica de Peirce e Saussure, contributos e limites para a teoria das representações semióticas de Raymond Duval e a análise da forma e conteúdo em matemática. **REVEMAT**, Florianópolis. v. 12, n. 2, p. 1-15, 2017. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2017v12n2p1. Acesso em 30 mar. 2022.

OTTE, Michael Friedrich. Mathematical epistemology from a semiotic point of view. In: PME International Conference, 25, University of Utrecht, 2001. **Anais [...],** Utrecht: University of Utrecht, 2001.

OTTE, Michael Friedrich. Mathematical Epistemology from a Peircean Semiotic Point of View. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 61, n. 1-2, p. 11-38, fev. 2006. Disponível em https://www.jstor.org/stable/25472059. Acesso em 29 abr. 2024.

OTTE, Michael Friedrich; SANTANA, Geslane Figueiredo da Silva; PAULA, Luciene de; BARROS, Luiz Gonzaga Xavier de. Razões para uma abordagem semiótica na Educação Matemática. **Revista Prática Docente**, [s. l.], v. 4, n. 1, p. 24–43, 2019. DOI: 10.23926/RPD.2526-2149.2019.v4.n1.p24-41.id350. Disponível em: https://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/545. Acesso em: 12 jun. 2024.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica e Filosofia**. Trad. Octanny Silveira da Mota e Leonidas Hegenberg. São Paulo: Editora Cultrix, 1972.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica**. Trad. José Teixeira Coelho Neto. São Paulo: Editora Perspectiva, 1977.

PONTES, Helaine Maria de Souza; BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática na Educação Básica: uma experiência vivida. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (orgs.). **Modelagem matemática**: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [online]. 2nd ed. rev. amp. Ponta Grossa:
Editora UEPG, 2016, pp. 183-200. Disponível em: https://books.scielo.org/id/b4zpq/pdf/brandt-9788577982325-11.pdf. Acesso em 15 abr. 2024.

RADFORD, Luis. **Cognição matemática**: história, antropologia e epistemologia. Trad. Bernadete Moreira e Iram Abreu Mendes. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

RAMOS, Daiany Cristiny; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Interpretações semióticas em atividades de modelagem matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 35, n. 71, p. 1391-1415, dez. 2021. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/rv93pxxmbFRMMskTX4DMhrt/?format=pdf&lang=pt. Acesso em 12 mar. de 2024.

REGES, Adriano Marcos Maia. **O ensino da geometria com enfoque na etnomodelagem**. Dissertação (Matemática). 2013. 115f. Dissertação (Mestrado em Matemática - Programa de Pós-graduação em Matemática, Departamento de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal Rural do Semi-árido, Rio Grande do Norte, 2013. Disponível em: https://ppgmat.ufersa.edu.br/wp-content/uploads/sites/58/2016/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Adriano-Marcos.pdf. Acesso em 9 mai. de 2024.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: RJ: Zahar, 2012.

ROCHA, Kelly Cristina Santos. **Possibilidades de estudo da proporção áurea nos cristos do mestre Aleijadinho na cidade de Congonhas, Minas Gerais**. 2023. 287 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2023. Disponível em:

https://monog.ufop.br/items/32ff580d-7f1d-4612-8f64-f1e59466bb4e. Acesso em 13 jan. 2024.

ROCHA, Robson Aparecido Ramos. Análise semiótica da comunicação em uma atividade de modelagem matemática com experimentação. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERONEZ, Michele Regiane Dias. **Elementos Semióticos em atividades de Modelagem Matemática**. ed. 1. São Paulo: Livraria da Física, 2021. p. 61 – 82.

ROSA, Milton. Currículo e Matemática: Algumas considerações na perspectiva etnomatemática. **PLURES – Humanidades**, Ribeirão Preto, n. 6, p. 81-96, 2005.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Abordagens atuais do programa etnomatemática: delineando um caminho para a ação pedagógica. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 19, n. 26, p. 19-48, 2006. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1851/1612. Acesso em 29 mai. 2024.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. A modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 26, n. 42a, p. 261–290, abr. 2012. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/qgzsCvvGdjSp54nsS3C6TxB/?format=pdf&lang=pt. Acesso em 05 mai. 2024.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Etnomatemática e modelagem: a análise de um problema retórico babilônio. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto, v. 6, n. 3, p. 80-103, out. 2013. Disponível em: http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/51. Acesso em 05 mai. 2024.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Etnomodelagem: a abordagem dialógica na investigação de saberes e técnicas êmicas e éticas. **Revista Contexto & Educação**, [S. l.], v. 29, n. 94, p. 132–152, 2014. DOI: 10.21527/2179-1309.2014.94.132-152. Disponível em: https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/3110. Acesso em 12 jul. 2024.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Etnomodelagem: uma relação dialógica entre a Etnomatemática e a Modelagem. In: BANDEIRA, Francisco de Assis; GONÇALVES, Paulo Gonçalo Farias (orgs.). **Etnomatemáticas pelo Brasil**: aspectos teóricos, ticas de matema e práticas escolares. Curitiba: CRV, 2016.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. **Etnomodelagem**: a arte de traduzir práticas matemáticas locais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Estado da arte da produção científica dos congressos brasileiros em Etnomatemática. **Ensino em Re-Vista**, [S. l.], v. 25, n. 3, p. 543–564, 2018. DOI: 10.14393/ER-v25n3a2018-2. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/45947. Acesso em: 25 set. 2024.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Etnomatemática: investigações em etnomodelagem. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, [S. l.], v. 2, n. 1, 2019. DOI: 10.34019/2594-4673.2018.v2.27368. Disponível em: https://periodicos.ufjf.br/index.php/ridema/article/view/27368. Acesso em 12 jul. 2024.

ROSA, Milton. Etnomodelagem como um movimento de globalização nos contextos da Etnomatemática e da Modelagem. **Com a Palavra, o Professor**, [S. l.], v. 5, n. 11, p. 258–283, 2020. DOI: 10.23864/cpp.v5i11.565. Disponível em: http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/565. Acesso em: 12 mai. 2024.

SALDANHA, Mayara Araújo; KOETZ, Ketlin.; LARA, Isabel Cristina Machado de. Diferentes concepções de etnomatemática: mapeamento das produções brasileiras no século XXI. In: Congresso Internacional de Ensino de Matemática, 6., 2013, Canoas. Anais [...] Canoas: Ulbra, 2013. p. 1 - 14. Disponível em: https://meriva.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/11670/2/Diferentes_concepcoes_de_etnomatematica_mapeamento_das_producoes_brasileiras_no_seculo_XXI.pdf. Acesso em 09 mai. de 2024

SANDE, Renata Bittencourt. **Trançados Amazônicos do Povo Bora e a Etnomatemática no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática**. 2022. 126f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, 2022. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6865&id2=171054191. Acesso em 21 abr. 2024.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é Semiótica?** reimpr. 20. Ed. São Paulo: Brasiliense, 2004. Coleção primeiros passos.

SANTAELLA, Lúcia. **Semiótica Aplicada**. ed. 2. São Paulo/SP: Cengage Learning, 2018.

SANTAELLA, Lúcia. **A Assinatura das Coisas**. ed. 2. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

SELLA, Adilson Antonio. **Modelagem matemática na educação básica**. 2016. 50 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Cuiabá, 2016. Disponível em: https://sucupira.///////.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3641260. Acesso em 12 abr. 2024.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite a Educação Matemática Crítica**. Trad. Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014.

SILVA, Edgar Alves da. **Introdução do pensamento algébrico para alunos do EJA**: uma proposta de ensino. 2007. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: https://repositorio.pucsp.br/handle/handle/11254. Acesso em 30 abr. 2024.

SILVA, João Batista Nunes da. **Trilhas etnomatemáticas e história**: contribuições do conhecimento matemático africano para o desenvolvimento de uma ação pedagógica para a etnomodelagem. 2023. 302 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2023.

Disponível em: https://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/16471. Acesso em 30 abr. 2024.

SILVA, Cecilia Maria Lima. **Uso de etnomodelos sustentáveis de matemática**: um estudo com professores de matemática do ensino fundamental no município de Barreira/CE. 2023. 128 f. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sociobiodiversidade e Tecnologias sustentáveis (MASTS). Instituto de Engenharia e Desenvolvimento Sustentável – IEDS, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira. Redenção, 2023. Disponível em: https://repositorio.unilab.edu.br/jspui/handle/123456789/3630. Acesso em 30 abr. 2024.

SOARES, Maria Rosana. **Um Estado da Arte das Pesquisas Acadêmicas sobre Modelagem em Educação Matemática (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes**: as dimensões fundamentadas e as direções históricas. 598f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados stricto sensu em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/20854. Acesso em 22 ago. 2024.

SONEGO, Giseli Verginia. **As contribuições da Etnomodelagem Matemática no estudo da geometria espacial**. 2009. 142f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física e de Matemática) – Programa de Pós-Graduação stricto sensu em Ensino de Física e de Matemática, Centro Universitário Franciscano, UNIFRA, Santa Maria, 2009. Disponível em: http://tede.unifra.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=89. Acesso em 30 abr. 2024.

SOUZA, Antonio Carlos Carrera de. **Sensos matemáticos**: uma abordagem externalista da matemática. 1992. 291f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: https://hdl.handle.net/20.500.12733/1578481. Acesso em 30 abr. 2024.

SOUZA, Rayane. **Alimentos e TikTok**: uma proposta de aprendizagem significativa e interdisciplinar para o ensino de Ciências da Natureza e Matemática. 2022. 86f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Ensino em Educação Básica) – Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022. Disponível em: https://www.bdtd.uerj.br:8443/handle/1/20396#preview-link0. Acesso em 30 abr. 2024.

STAKE, Robert E. **Pesquisa Qualitativa**: Estudando como as coisas funcionam. Tradução: Karla Reis. São Paulo, SP: Artmed Editora S. A.; 2011.

STEMBER, Robert J. **Psicologia Cognitiva**. ed. 4. Porto Alegre: Artmed, 2008.

TIVANE, Elísio Machikane. **Africanidades no processo formativo de professores de matemática**. 2019. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7562253. Acesso em 30 abr. 2024.

TORTOLA, Emerson. **Os Usos das linguagens em Atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168f. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2012.

Disponível em: https://repositorio.uel.br/items/0592d3dc-8a80-4363-a52f-35c37a9cd39c. Acesso em 22 ago. 2024.

VELHO, Eliane Maria Hoffmann. **Aprendizagem da geometria**: a etnomatemática como método de ensino. 2014. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014. Disponível em: https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3466. Acesso em 30 abr. 2024.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **A formação Social da mente**. 4. ed. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1991.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes Editora, 2000.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL

Nome:____

Ano e turma que estuda: 8º H ( ) 8º I ( ) 9º D ( ) 9º E ( )

DADOS PESSOAIS

1- Qual é a sua idade? ____
2- Mora com seus pais? ____
3- Quantos irmãos você tem? ____
4- No que seus pais trabalham atualmente? _____________________________
5- O que você mais gosta de fazer no tempo livre? _______________________
6- Você se considera uma pessoa que gosta de estudar? ____
7- A casa que você mora é própria, alugada ou pertence a algum parente? ____

DISCIPLINA ESCOLAR COM MAIOR ACEITAÇÃO E REJEIÇÃO

8- Das disciplinas que você estuda na escola, qual é a sua favorita? ____
9- Agora, especifique qual é a disciplina que você menos gosta de estudar na escola: ____

ESTUDAR E APRENDER MATEMÁTICA

10- Você estuda matemática em casa? Justifique: (Se respondeu sim, responda a próxima questão. Se respondeu não, pule a próxima questão). ____
11- Como você estuda matemática em casa? ____
12- Na sua opinião, todos podem aprender matemática? Justifique: ____
13- Você tem dificuldade em aprender matemática? ____

RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM O COTIDIANO

14- Como você enxerga a matemática de forma geral?
 a) Como uma disciplina apenas.
 b) Como algo que só tem utilidade na escola.
 c) Como uma ferramenta utilizada pelo homem para resolver problemas do seu cotidiano.
 d) Como um conjunto de regras, números, gráficos, figuras geométricas, com pouca aplicação no cotidiano.

15- Você entende que a matemática escolar está próxima da realidade, ou seja, ela tem utilidade para sua vida cotidiana?
 a) Sim.
 b) Não.
 c) Alguns conteúdos, sim, possuem utilidade.
 d) A matemática da escola é muito distante da realidade. Por isso, entendo que ela só serve para a escola, tendo pouquíssima aplicação no cotidiano.
 e) Nenhumas das respostas acima me satisfazem, assim, quero me expressar:
 ____
 ____

16- Para você, quantas matemáticas existem? Exemplifique.
____
____

17- Você concorda que alguém que nunca frequentou a escola poderia lhe ensinar um modo diferente de calcular, medir e estimar, distinto das maneiras que você aprendeu na escola?
____
____
____

18- Na sua opinião, para que serve a matemática?
____
____

19- Qual a principal contribuição que o estudo da matemática pode dar a um indivíduo?
____
____

O QUE PENSO SOBRE A ESCOLA

20- Você gosta de estudar nessa escola?
____

21- A quanto tempo estuda nessa escola?
____

22- Na sua opinião, o que poderia melhorar na escola?
____

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DO 8º ANO H

DADOS PESSOAIS

1- Nome: ______________________________

2- Profissão: ______________________________

3- Tempo que mora na comunidade: ______________________________

4- Idade: ______________________________

5- Tem filhos: ______________________________

DADOS RELATIVOS À VIDA ESCOLAR

6- Frequentou à escola? ______________________________

7- Quanto tempo estudou? ______________________________

8- Se estudou, por que deixou os estudos? ______________________________

9- Possui algum conhecimento quanto a leitura, escrita e matemática? ______________________________

DADOS RELATIVOS Á VIDA LABORAL

10- Quais instrumentos você usa em sua profissão? ______________________________

11- Por que escolheu essa profissão? ______________________________

12- Na sua profissão, existe a necessidade de medir, realizar cálculos e contar, ou seja, trabalhar com números? Como? ______________________________

13- Com quem o senhor(a) aprendeu sua profissão? ______________________________

PARTE II

ESPAÇO PARA PERGUNTAS QUE SURGIREM ESPONTANEAMENTE, A DEPENDER DO CONTEXTO

14- Como o senhor faz para medir a quantidade de acerola na hora de vender?

15- Como o senhor calcula o preço da acerola na hora de vender?

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO DO 8º ANO I

PARTE I

DADOS PESSOAIS

16- Nome: ____________________

17- Profissão: ____________________

18- Tempo que mora na comunidade: ____________________

19- Idade: ____________________

20- Tem filhos: ____________________

DADOS RELATIVOS À VIDA ESCOLAR

21- Frequentou à escola? ____________________

22- Quanto tempo estudou? ____________________

23- Se estudou, por que deixou os estudos? ____________________

24- Possui algum conhecimento quanto a leitura, escrita e matemática? ____________________

DADOS RELATIVOS Á VIDA LABORAL

25- Quais instrumentos você usa em sua profissão? ____________________

26- Por que escolheu essa profissão? ____________________

27- Na sua profissão, existe a necessidade de medir, realizar cálculos e contar, ou seja, trabalhar com números? Como? ____________________

28- Com quem o senhor(a) aprendeu sua profissão? ____________________

PARTE II

ESPAÇO PARA PERGUNTAS QUE SURGIREM ESPONTANEAMENTE, A DEPENDER DO CONTEXTO

29- Como o senhor faz para medir a quantidade de água que deseja vender?

30- Como o senhor calcula o preço da lata de água?

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO DO 9º ANO D

DADOS PESSOAIS

1- Nome: ____

2- Profissão:____

3- Tempo que mora na comunidade:

____

4- Idade:____

5- Tem filhos:____

DADOS RELATIVOS À VIDA ESCOLAR

6- Frequentou à escola?

____

7- Quanto tempo estudou?

____

8- Se estudou, por que deixou os estudos?

____

9- Possui algum conhecimento quanto a leitura, escrita e matemática?

____

DADOS RELATIVOS Á VIDA LABORAL

10- Quais instrumentos você usa em sua profissão?

____

11- Por que escolheu essa profissão?

____

12- Na sua profissão, existe a necessidade de medir, realizar cálculos e contar, ou seja, trabalhar com números? Como?

____

13- Com quem o senhor(a) aprendeu sua profissão?

____

PARTE II

ESPAÇO PARA PERGUNTAS QUE SURGIREM EXPONTANEAMENTE A DEPENDER DO CONTEXTO

14- Como determinar a medida do raio usado para confeccionar os tipos de saias godê conhecidos?

APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO DO 9º ANO E

DADOS PESSOAIS

1- Nome: ______________________________

2- Profissão: ______________________________

3- Tempo que mora na comunidade: ______________________________

4- Idade: ______________________________

5- Tem filhos: ______________________________

DADOS RELATIVOS À VIDA ESCOLAR

6- Frequentou à escola? ______________________________

7- Quanto tempo estudou? ______________________________

8- Se estudou, por que deixou os estudos? ______________________________

9- Possui algum conhecimento quanto a leitura, escrita e matemática? ______________________________

DADOS RELATIVOS Á VIDA LABORAL

10- Quais instrumentos você usa em sua profissão? ______________________________

11- Por que escolheu essa profissão? ______________________________

12- Na sua profissão, existe a necessidade de medir, realizar cálculos e contar, ou seja, trabalhar com números? Como? ______________________________

13- Com quem o senhor(a) aprendeu sua profissão? ______________________________

PARTE II

ESPAÇO PARA PERGUNTAS QUE SURGIREM EXPONTANEAMENTE A DEPENDER DO CONTEXTO

14-Como posicionar o eixo do espigão para a correta construção do arcabouço de madeira de um telhado quatro águas?