



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

Valdemir Manoel da Silva Júnior

**Momento Angular no Ensino: Uma Proposta Baseada na
Resolução de Problemas**

Campina Grande/PB

2025



MOMENTO ANGULAR NO ENSINO: UMA PROPOSTA BASEADA NA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Valdemir Manoel da Silva Júnior

Produto Educacional submetido ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF), da Universidade Estadual da Paraíba para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos

Campina Grande/PB

2025

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto em versão impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que, na reprodução, figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586r Silva Júnior, Valdemir Manoel da.
Momento Angular no Ensino: [manuscrito] : Uma Proposta Baseada na Resolução de Problemas / Valdemir Manoel da Silva Júnior. - 2025.
105 f. : il. color.

Digitado.

Produto Educacional apresentado ao Mestrado Profissional em Ensino de Física/UEPB

"Orientação : Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos, Coordenação do Curso de Física - CCTS".

1. Resolução de Problemas. 2. Momento Angular. 3. Conservação do momento Angular. 4. Ensino em física. I. Título

21. ed. CDD 530.7

Sumário

| | | |
|------------|---|------------|
| 1 | SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL | 4 |
| 2 | ASPECTOS TEÓRICOS E A SEQUÊNCIA DE ENSINO - PARA O PROFESSOR | 6 |
| 2.1 | Aporte teórico da Sequência de Ensino | 8 |
| 2.2 | BNCC e planejamento anual | 13 |
| 2.3 | Descrição dos encontros | 15 |
| 2.3.1 | Encontro 01 - Apresentação da dinâmica do bimestre e revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência) | 15 |
| 2.3.2 | Encontro 02 - Introdução ao conceito de Momento Angular | 20 |
| 2.3.3 | Encontro 03 - Momento angular de um sistema de partículas | 25 |
| 2.3.4 | Encontro 04 - Momento de inércia de um corpo rígido | 25 |
| 2.3.5 | Encontro 05 - Momento angular dos corpos rígidos e sua conservação | 30 |
| 2.3.6 | Encontro 06 - Conservação do Momento Angular | 31 |
| 2.3.7 | Encontro 07 - Revisão e resolução de problemas | 35 |
| 2.3.8 | Encontro 08 - Culminância/Avaliação Bimestral | 35 |
| 2.3.9 | Encontro 09 - Recuperação da Aprendizagem | 35 |
| 2.3.10 | Encontro extra - Conservação do momento angular | 36 |
| 3 | AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO E MATERIAIS DE SUPORTE DA SEQUÊNCIA DE ENSINO | 40 |
| 3.1 | Ficha de Hipóteses - FH | 41 |
| 3.2 | Ficha de Análise - FA | 42 |
| 3.3 | Fichas de Problemas - FP | 44 |
| 3.3.1 | Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 01 | 44 |
| 3.3.2 | Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 02 | 46 |
| 3.3.3 | Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 03 | 48 |
| 3.3.4 | Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 04 | 49 |
| 3.3.5 | Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 05 | 51 |
| 3.3.6 | Problemas adicionais | 54 |
| 3.4 | Lista de possíveis aplicações para explorar | 73 |
| 3.5 | Fichas de Ferramentas - FF | 76 |
| 3.6 | Fichas de Hipóteses - FH e Fichas de Análises - FA | 87 |
| | REFERÊNCIAS | 104 |

1 Sobre o Produto Educacional

Caro professor,

Este Produto Educacional contém uma sequência de ensino utilizando a Resolução de Problemas de lápis e papel numa abordagem investigativa para explorar o conceito de Momento Angular e sua conservação. Nesta sequência, o estudante é desafiado a resolver problemas contextualizados a partir de um conjunto de etapas que o conduzem a uma formação sólida, que não envolva apenas aplicação direta de fórmulas.

Nos problemas propostos neste produto educacional são trabalhados os seguintes conceitos: movimento circular, momento angular de uma partícula, momento angular de sistema de partículas, momento de inércia, momento angular de corpos rígidos e conservação do momento angular. Diferentemente das abordagens mais usuais, em que o conceito de torque e de momento de inércia são o ponto principal, o foco desse material está na conservação do momento angular, discutindo aspectos teóricos e práticos, enriquecendo o repertório científico e acadêmico do estudante.

Ao participar da sequência de ensino, espera-se que o estudante tenha oportunidades de desenvolver habilidades relacionadas ao conceito de momento angular e de resolver problemas de uma forma geral, buscando compreender o processo de organização das ideias. A partir da resolução dos problemas, é incentivada a compreensão do ato de aprender como um processo de adquirir repertório que dê suporte para lidar com problemas teóricos ou práticos do cotidiano.

A sequência de ensino tem duração de nove semanas, correspondendo a um bimestre letivo, levando em consideração duas semanas para aplicação de uma avaliação bimestral e de uma reposição/recuperação bimestral.

O método de Resolução de Problemas foi utilizado por enfatizar o aspecto prático do aprendizado, bem como por possuir etapas definidas que se permitem um acompanhamento detalhado dos passos dados pelo estudante, facilitando o diagnóstico dos motivos e circunstâncias que estejam impedindo o desenvolvimento do mesmo. Adicionalmente, esse método permite um melhor equilíbrio entre problemas e exercícios, de modo que a Física no ensino médio não se resume a decorar e aplicar fórmulas sem um contexto relevante para o estudante, sendo útil também no desenvolvimento da autonomia e na capacidade de trabalhar em grupo para resolver problemas, situação que será comum em sua vida acadêmica/profissional.

Este Produto Educacional foi desenvolvido como parte integrante da Dissertação de Mestrado intitulada A Resolução de Problemas Aplicada ao Ensino do Momento Angular,

no âmbito do programa da Sociedade Brasileira de Física (SBF), denominado Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), no campus de Campina Grande - Polo 48. Visando qualificar o professor para atuar principalmente na rede pública do ensino médio, o programa exige a produção de uma dissertação e um produto educacional aplicável de qualidade. No caso deste produto, apesar de elaborado objetivando potencializar o ensino de Física no médio noturno da rede pública de pequenas escolas do campo, pode ser útil para diversos contextos escolares e acadêmicos.

2 Aspectos Teóricos e a Sequência de Ensino

- *Para o professor*

Neste tópico, há a descrição detalhada das ações indicadas ao professor para cada momento da sequência de ensino. É indicado que esta sequência seja aplicada para turmas de 1º ano do ensino médio que já tenham estudado conceitos da Cinemática e da Dinâmica (Leis de Newton). Para cada encontro, são descritos: o objetivo, os conteúdos trabalhados, a sequência de aplicação e as conexões com o método da Resolução de Problemas são apresentadas e discutidas.

Uma breve descrição dos encontros que serão detalhados na sequência e o tempo de cada momento é feita a seguir:

1. Apresentação da dinâmica do bimestre e revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência)
 - 15 min: Explicação da dinâmica de funcionamento do bimestre e entrega das instruções.
 - 35 min: Retomada de alguns conceitos da cinemática e da dinâmica que serão necessários para melhor compreensão do conceito de Momento Angular.
 - 10 min: Separação das equipes, leitura das Fichas de Ferramentas e da Ficha de Instruções.
2. Revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência) e Momento angular de partículas
 - 20 min: Retomada de alguns conceitos da cinemática e da dinâmica que serão necessários para melhor compreensão do conceito de Momento Angular.
 - 20 min: Apresentação do conceito de momento angular, definições e unidades.
 - 20 min: Resolução de problema envolvendo a definição de momento angular.
3. Momento angular de partículas (Resolução de Problemas) e Momento de Inércia
 - 20 min: Explicação sobre momento angular de um sistema de partículas.
 - 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
 - 20 min: Exposição sobre momento de inércia de corpos rígidos.
4. Momento de inércia dos corpos rígidos – Problema Experimental 1

- 05 min: Apresentação do problema experimental 1.
- 20 min: Debate em grupo para elaboração das hipóteses para o problema experimental 1 (Preenchimento da Ficha de Hipóteses).
- 10 min: Exploração do problema experimental 1.
- 20 min: Debate em grupo para contrastar as hipóteses e o observado (Preenchimento da Ficha de Análise).

5. Momento angular dos corpos rígidos

- 15 min: Comentários acerca das soluções sobre o problema experimental 1.
- 25 min: Explicação acerca do momento angular dos corpos rígidos.
- 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.

6. A cadeira giratória - Problema Experimental 2

- 05 min: Apresentação do problema experimental 2.
- 20 min: Debate em grupo para elaboração das hipóteses para o problema experimental 2 (Preenchimento da Ficha de Hipóteses).
- 10 min: Exploração do problema experimental 2.
- 20 min: Debate em grupo para contrastar as hipóteses e o observado (Preenchimento da Ficha de Análise).

7. Revisão e Resolução de Problemas

- 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
- 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.
- 20 min: Momento em grupo para resolução de problemas.

8. Avaliação bimestral

- 05 min: Entrega da lista de exercícios (problemas fechados) feitos em casa durante o bimestre.
- 55 min: Avaliação com problemas fechados que remetam aos assuntos vistos em sala, com enfoque na resolução de problemas.

9. Atividade de reposição e recuperação

- 55 min: Avaliação com problemas fechados que remetam aos assuntos vistos em sala, com enfoque nos fundamentos do assunto.

A sequência de ensino foi moldada de forma que o estudante se depare com situações em que os conceitos de momento angular são úteis. Ao todo, cinco fichas com problemas teóricos e dois problemas experimentais são apresentados. O Quadro 1 apresenta os temas, objetivos e títulos de cada problema experimental, juntamente com o encontro em que é indicada a aplicação.

Quadro 1 – Tema abordado e objetivo de cada problema experimental.

| Problema | Aula | Tema abordado | Objetivo |
|-----------------------------|------|----------------------------------|--|
| PE 1 - A borracha giratória | 04 | Momento de inércia de partículas | Discutir qualitativamente o conceito de momento de inércia. |
| PE 2 - A cadeira giratória | 06 | Conservação do momento angular | Demonstrar qualitativamente a conservação do momento angular |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

2.1 Aporte teórico da Sequência de Ensino

É relevante reforçar ao professor que esta sequência de ensino foi elaborada através da Resolução de Problemas de lápis e papel numa abordagem investigativa, especificamente com base no modelo proposto por Clement e Terrazzan (Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A., 2012; Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte, 2003). Para isso, esta Seção tem por objetivo trazer as bases teóricas que fundamentam a sequência proposta neste produto educacional.

Além de ter sido proposto recentemente buscando atualizar os modelos anteriores existentes na literatura, outro motivo para ter selecionado o modelo proposto por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012) é por ser baseado no ensino por investigação, sendo um método que estimula a reflexão, o debate e a formulação de questionamentos acerca de hipóteses, justificativas e ideias, favorecendo a aplicação desses conhecimentos em situações novas.

As etapas para resolução de problemas propostas por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012) são descritas a seguir:

1. Análise qualitativa do problema: realizar uma análise qualitativa antes de qualquer planejamento quantitativo é fundamental para a compreensão da situação-problema que se apresenta, bem como, para evitar um "operativismo cego".
2. Emissão de hipóteses e estabelecimento de estimativas das grandezas físicas: a partir de considerações de ordem qualitativa sobre a situação-problema em estudo, é possível passar para a formulação de hipóteses sobre ela.

3. Elaboração de estratégia(s) de resolução: supõe a explicitação de uma visão global do problema, ou seja, a sua elaboração não derivará unicamente dos princípios teóricos, mas também, da análise qualitativa e das hipóteses emitidas, bem como, da experiência e dos conhecimentos particulares. Espera-se que os alunos elaborem diferentes formas de resolução que possibilitem um contraste entre os processos de resolução a serem praticados e assim, explicitem a coerência do conjunto de conhecimentos que eles dispõem. Isso é possibilitado pelo tipo de enunciado proposto, uma vez que este não permite um simples manejo operativo de dados e incógnitas, graças a ausência explícita dos primeiros.
4. Aplicação da(s) estratégia(s) de resolução: esta é a etapa em que se efetua a resolução propriamente dita da situação-problema. A solução é buscada de acordo com a estratégia estabelecida na etapa anterior, chegando-se assim a um "resultado", ou seja, a uma das respostas possíveis para a situação-problema em questão.
5. Análise do(s) resultado(s): a etapa de análise do(s) resultado(s) tem por objetivo contrastar e verificar as hipóteses emitidas, permitindo averiguar até que ponto a avaliação qualitativa da situação (origem de todo o desenvolvimento) estava correta e/ou a estratégia seguida era adequada.
6. Elaboração de síntese explicativa do processo de resolução praticado e sinalização de novas situações-problema: nesta última etapa do processo, espera-se que os alunos elaborem uma síntese da resolução do problema, ou seja, façam uma recapitulação dos aspectos mais importantes da resolução praticada. Também se espera que sinalizem novas situações-problema que possam surgir a partir do estudo investigativo realizado ou que sejam de seu interesse.

Assim, os encontros, os critérios e problemas fechados propostos na sequência visam atender a essas orientações, em que cada problema a ser resolvido deve seguir essas etapas, bem como deve ser avaliado de acordo com os critérios abaixo.

Na Resolução de Problemas proposta por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012), os problemas preferencialmente devem ser abertos, definidos como "autênticos problemas". Para isso, não é necessário criar novos problemas, necessariamente, adaptar o enunciado é suficiente. Para exemplificar, Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte (2003) apresenta o seguinte exemplo:

- Enunciado tradicional: Um trem de 90 m de comprimento que anda a uma velocidade de 70 km/h, atravessa um túnel em 40 s. Qual é o comprimento do túnel?
- Enunciado transformado: Quanto tempo levará um trem para atravessar um túnel?

- Enunciado que permite um caráter investigativo: Um turista estava olhando para o mar, da beira da praia, e percebeu que um jet ski passava de uma extremidade da praia para a outra, no intervalo entre as ondas. Qual a velocidade de propagação das ondas?

Assim, o problema deve ser elaborado de forma que o estudante tenha abertura para investigar a partir de seu repertório de conhecimentos e que, na medida em que resolve o problema, sinta a necessidade de adquirir mais conhecimentos e que esses novos conhecimentos sejam os que se pretende ensinar.

Acerca da ação do professor durante a implementação, Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte (2003) apresentam algumas orientações para uma melhor aplicação da sequência de etapas para implementação da Resolução de Problemas numa perspectiva investigativa. Inicialmente, o professor deve abster-se de fornecer explicações detalhadas de uma só vez sobre os problemas apresentados, devendo estas serem reservadas para a análise final de todo o processo de resolução. Assim, o professor deve agir como “diretor de investigação” durante o processo de resolução, coordenando o processo.

Desse modo, o trabalho do professor começa com a elaboração do problema aberto ou com a transformação do enunciado de problemas fechados/tradicionais em situações-problema reais, com enunciados abertos, planejando as atividades, utilizando a sequência de etapas proposta (Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A., 2012).

Em termos de dinâmica e sala de aula, o professor deverá organizar a turma em pequenos grupos que passarão a resolver os problemas orientando-se nas etapas de resolução (Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte, 2003). No caso específico do contexto de aplicação da sequência de ensino que gerou este produto educacional, a turma era composta de poucos estudantes (menos de vinte), no entanto, para turmas de muitos estudantes, Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012) propõem uma parada para discussão coletiva após o fim de cada etapa. Apesar de indicada para turmas com muitos alunos, a indicação de usar pequenos grupos é útil pois os estudantes normalmente possuem diferentes níveis de desempenho em vários aspectos, como na leitura, na aplicação matemática e no próprio entendimento da Física, de modo que a interação estudante-estudante pode potencializar os resultados, já que um estudante mais avançado pode agir como especialista, auxiliando o professor no atendimento aos estudantes, dando um caráter de atendimento específico para cada grupo.

Para averiguar o aprendizado e a eficácia da sequência de etapas para resolução do problema, Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012) propõem identificar se cada estudante e/ou grupo de estudantes atingiu os objetivos em cada etapa a partir dos seguintes aspectos:

1. Seguiu as etapas de resolução propostas no modelo;
2. Realizou uma análise preliminar da situação-problema proposta;
 - Registrou esta análise
 - Realizou esquemas/desenhos para esclarecer o problema;
3. Formulou hipóteses;
 - Estabeleceu as variáveis relevantes, necessárias e suficientes para resolver o problema;
 - Realizou estimativas das grandezas envolvidas caracterizando uma situação em particular que é o próprio problema;
4. Estabeleceu estratégias de resolução;
 - Estabeleceu relações entre as variáveis propostas;
 - Propôs formas alternativas de resolução;
5. Realizou análise do resultado obtido;
 - Justificou e argumentou a favor de sua resolução e de seu resultado;
 - Expressou-se claramente/adequadamente;
 - Cometeu erros conceituais;
 - Verificou ou refutou hipóteses;
6. Realizou uma síntese da resolução praticada;
7. Indicou novas situações-problemas a serem estudados;
8. Realizou uma apresentação coerente da resolução propriamente dita;
9. Apresentou perguntas durante o processo de resolução;
10. Demonstrou interesse na atividade;
11. Aceitou e/ou argumentou as colocações/propostas dos colegas;

Buscando seguir essas indicações, a nota do estudante pode ser calculada através do uso de rubricas, que avaliam o estudante de forma somativa e formativa/processual (Lucchese, M. M. and Britto Corrêa de Oliveira, M. and Salomão de Freitas, D. P., 2023).

O Quadro 2 apresenta os critérios e as rubricas, que foram reduzidas para se adequar à realidade de aplicação. Similar aos critérios adotados por apur, Manjula and Kinzer, Charles K. (2007), os conceitos A, B, C e D são utilizados. Assim, o conceito D corresponde

a ausência de argumentos e uma solução limitada tanto em argumentos qualitativos quanto quantitativos; o conceito C corresponde a solução parcialmente sustentada por um misto de argumentos qualitativos e quantitativos; o conceito B corresponde a solução apresenta argumentos qualitativos, com suposições não discutidas ou justificadas; e o conceito A corresponde a solução com argumentos qualitativos e quantitativos, com suposições adequadamente discutidas e justificadas. A rubrica também se assemelha à apresentada por Corrêa, E. R. (2017), com conceitos divididos em quatro: insatisfatório, bom, muito bom e excelente.

Quadro 2 – Avaliação por rubrica para avaliar o desempenho do estudante.

| Critério | A (80% a 100%) | B (50% a 80%) | C (20% a 50%) | D (0% a 20%) |
|---|-------------------|------------------|------------------|-----------------|
| Seguiu as etapas de resolução propostas no modelo. | Excelente | Satisfatório | Razoável | Insuficiente |
| Formulou hipóteses | Excelente | Satisfatório | Razoável | Insuficiente |
| Realizou análise do resultado e síntese da resolução praticada | Excelente | Satisfatório | Razoável | Insuficiente |
| Indicou novos problemas a serem estudados | Excelente | Satisfatório | Razoável | Insuficiente |
| Realizou apresentação coerente da resolução | Excelente | Satisfatório | Razoável | Insuficiente |
| Esteve engajado e interessado | Excelente | Satisfatório | Razoável | Insuficiente |
| Possui domínio do conceito físico envolvendo o problema parcial | Excelente | Satisfatório | Razoável | Insuficiente |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Durante a aplicação da sequência de ensino, indica-se que o professor adote um formato de avaliação que seja processual e privilegie a evolução e desempenho do estudante na resolução dos problemas. Assim, propõe-se que a média bimestral se dê com base nas Fichas de Problemas, Fichas de Hipóteses e Fichas de Análise que serão utilizadas e na observação do engajamento do estudante. A seguir, uma descrição de cada ficha é apresentada:

- Ficha de Hipóteses: Ficha com questionamentos para compreender o nível de entendimento do estudante acerca do problema experimental. Preenchida antes da exploração experimental;

- Ficha de Hipóteses: Ficha com questionamentos para contrastar o que foi observado pelos estudantes com as hipóteses dos mesmos. Preenchida após a exploração experimental;
- Ficha de Problemas: Problemas contextualizados sobre os conteúdos trabalhados para serem realizados em casa/em sala.
- Ficha de Ferramentas: Idealizada para auxiliar os estudantes a construírem as soluções para os problemas, contendo resumo dos conceitos apresentados nos encontros, para que o estudante possa explorar e praticar a Física envolvida no problema.

2.2 BNCC e planejamento anual

Em muitos locais, o planejamento de uma unidade temática exige que os objetivos estejam conectados com as habilidades e competências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para que esteja alinhado com os objetivos e diretrizes locais (Brasil, 2018). Pensando nisso, uma lista de habilidades da BNCC que são trabalhadas durante a aplicação deste produto educacional são apresentadas a seguir:

- EM13MAT401: Resolver situações-problema que envolvem conhecimentos matemáticos e físicos, escolhendo procedimentos e argumentando sobre suas escolhas.
- EM13MAT406: Analisar informações envolvendo a variação de grandezas, como taxas e razões, e elaborar e interpretar gráficos que expressem essas informações.
- EM13CNT101: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus significados e suas relações com a cultura, e elaborar propostas de intervenção que evidenciem a compreensão de questões científicas, tecnológicas, ou de saúde.
- EM13CNT201: Analisar e utilizar processos, métodos, técnicas, estratégias e tecnologias da ciência no seu campo de atuação (incluindo ferramentas computacionais e digitais, quando couber).
- EM13CNT203: Construir argumentação consistente e utilizar diferentes linguagens para expressar e comunicar conclusões obtidas com a realização de experimentos e com a análise de resultados.
- EM13CNT204: Interpretar textos de divulgação científica que tratem de temáticas das Ciências da Natureza, relacionando diferentes fontes e conhecimentos científicos e culturais para construir argumentação consistente.

- EM13CNT301: Avaliar a qualidade das informações obtidas por meio de experimentação, da análise de relatos de experimentos, de textos científicos e/ou de notícias científicas, em fontes confiáveis, divulgadas na mídia.
- EM13CNT303: Utilizar argumentação científica para defender ideias e pontos de vista sobre questões de Ciências da Natureza, considerando evidências empíricas e conhecimentos de outras áreas, quando for o caso, em contextos públicos e privados, comuns na vida cotidiana e na esfera midiática.

Essas habilidades e competências citadas da BNCC são desejadas há mais tempo, sendo identificadas em vários pontos dos PCN+ (Parâmetros Curriculares Nacionais) para a Física (Brasil, 2006).

Como esta sequência exige certos conhecimentos que normalmente não são vistos e considerando a baixa carga horária da disciplina de Física, abaixo segue a proposta de um planejamento anual do produto educacional, dando ao estudante um maior contato com os temas que são pré-requisitos do tema que é trabalhado neste produto.

1. 1º bimestre

- a) Unidades de medida e conversão de unidades - 3 semanas
 - Sistema internacional de unidades (SI) e notação científica
 - Conversão de unidades utilizando “fator 1”
- b) Introdução aos movimentos translacionais - 5 semanas
 - Deslocamento escalar
 - Velocidade média
 - Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) e Função horária da posição no MRU
 - Exercícios/Problemas fechados sobre MRU
- c) Avaliação e recuperação bimestral - 2 semanas

2. 2º bimestre

- a) Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) - 8 semanas
 - Aceleração média
 - Função horária da velocidade no MRUV
 - Velocidade média no MRUV
 - Função horária da posição no MRUV
 - Equação de Torricelli
 - Queda livre

- Lançamento vertical
 - Exercícios/Problemas fechados sobre MRUV
- b) Avaliação e recuperação bimestral - 2 semanas
3. 3º bimestre
- a) Leis de Newton - 5 semanas
- 1ª Lei de Newton (Lei da Inércia)
 - 2ª Lei de Newton (Lei das forças)
 - 3ª Lei de Newton (Lei da ação e reação)
 - Tipos de forças (normal, tração, peso, etc)
 - Exercícios/Problemas fechados sobre as Leis de Newton
- b) Introdução aos movimentos rotacionais - 3 semanas
- Deslocamento angular
 - Velocidade angular
 - Aceleração angular
- c) Avaliação e recuperação bimestral - 2 semanas
4. 4º bimestre
- a) Aplicação da sequência de ensino proposta - 10 semanas

2.3 Descrição dos encontros

Nas sub-seções a seguir, uma descrição detalhada de cada encontro é apresentada, juntamente com instruções e orientações para aplicação deste produto educacional.

2.3.1 Encontro 01 - Apresentação da dinâmica do bimestre e revisão de conceitos do movimento circular (velocidade angular, período e frequência)

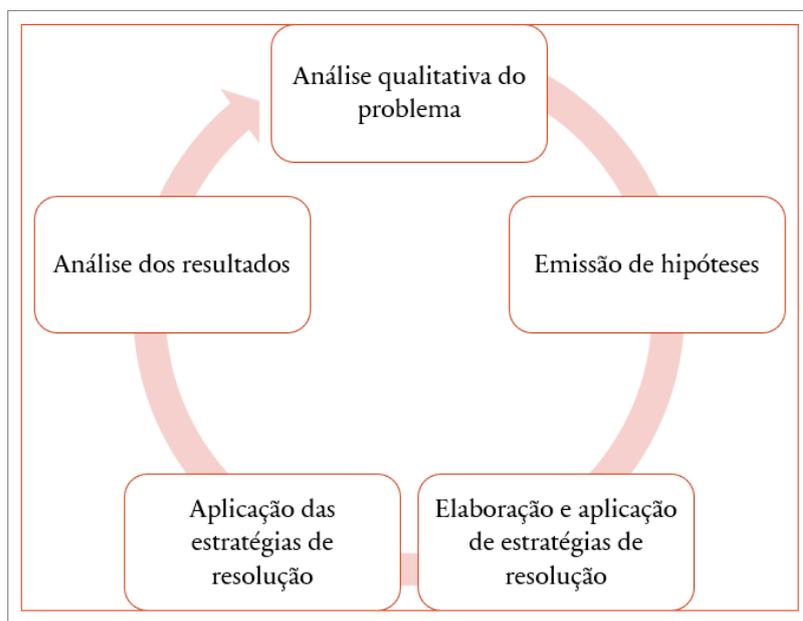
No primeiro encontro, a dinâmica de funcionamento das atividades propostas deve ser apresentada, informando aos estudantes sobre as datas, temas a serem trabalhados e formato de avaliação. O ciclo de resolução de problemas apresentado na Figura 1 pode ser exposto e rapidamente explicado, ficando claro para o estudante que cada solução dos problemas será particionada nessas etapas. Também deve ser reforçado que a avaliação acontecerá de forma processual e que o sucesso/êxito não é apenas atribuído ao final do processo. Essa sequência de instruções deve durar os primeiros 15 minutos do encontro.

Para demonstrar a relevância do conceito de momento angular, aplicações devem ser apresentadas. O vídeo 01, com duração de 01 minuto, pode ser apresentado como

situação simples da vivência do estudante em que o Momento Angular é útil. No vídeo 01, há uma rápida explicação sobre a estabilidade da bicicleta quando está em alta velocidade. Nesse momento, o professor dar espaço para ouvir dos estudantes sobre alguma situação que eles percebem como semelhante, verificando se conseguem fazer a correlação com outras experiências diárias.

O vídeo 02, com duração de 02 minutos, pode ser apresentado para trazer uma situação em que o conceito de momento angular é relevante em um fenômeno de escala planetária. No vídeo 02, o afastamento da Lua em relação a Terra é discutido, questionando linhas de pensamento que afirmam que a Terra está girando mais rápida, enquanto outras linhas de pensamento afirmam que a Terra está girando mais lentamente, indicando que, a partir de 2020, a duração dos dias na Terra têm sido mais longos. Com isso, tem-se uma introdução ao tema e ao método científico, uma vez que o vídeo defende o método científico como sendo um ciclo indefinido de obtenção de dados, estudos, hipóteses, verificação e validação (ou não) das hipóteses, obtenção de novos dados e reinício do ciclo, aprofundando e melhorando as hipóteses e métodos.

Figura 1 – Processo cíclico de resolução de problemas propostas ao estudante.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Até esse momento, o estudante se depara com as duas principais informações que o norteará durante o bimestre: um conceito que é relevante para os movimentos rotacionais e uma metodologia de resolução de problemas para responder os problemas durante o bimestre. Abaixo, seguem os links de referências para obtenção dos arquivos necessários para esta introdução:

- [Link de acesso à notícia 01](#) (Universo Narrado Militares, 2024)

- [Link de acesso à notícia 01](#) (Olhar Digital, 2022)
- [Link de acesso ao vídeo 01](#) (The News Channel, 2020)
- [Link de acesso ao material editado e selecionado](https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir) (https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)

Os links dão acesso ao material editado e selecionado em uma pasta na nuvem, contendo todos os arquivos editados e preparados para a aplicação da sequência de ensino, ou que levam às fontes originais. A Figura 2 pode ser apresentada na sequência do vídeo, de forma recreativa, abrindo o espaço para os estudantes refletirem e esboçarem as primeiras impressões e hipóteses acerca do problema. Para estimar um tempo razoável, pode-se atribuir um tempo de 30 s para cada estudante, de modo que em uma turma de cerca de 20 estudantes, esse momento das primeiras impressões deve durar cerca de 9 min, até o minuto 25 do encontro.

Figura 2 – Esfera e eixo de rotação.



Fonte: (Wikipedia, 2023).

Nos próximos 05 minutos (do minuto 25 ao minuto 30 do encontro), alguns questionamentos com base nos vídeos podem ser feitos, tanto para orientar os estudantes para o que virá em seguida quanto para indicar o que se espera no momento de resolver problemas. Alguns questionamentos são propostos abaixo:

- Qual linha de pensamento você acha que está correta: a que diz que a Terra está mais rápida ou a que diz que está mais lenta?
- Como você acha que é medida a distância da Terra até a Lua?
- Em 29 de junho de 2022, o dia mais curto teve duração de 1,59 milissegundos (0,00159 s) a menos que 24 horas. Você acha que essa é uma diferença considerável? Para ter uma noção comparativa, um piscar de olhos dura 300 milissegundos (0,30000 s).
- A tecnologia funciona de modo tão exata que alterações dessa escala na rotação da Terra é considerada um risco que pode desencadear dificuldades comparadas até com o “bug do milênio”. Que dificuldades você acha que atrasos desse tipo podem gerar?
- A Terra acelerou, mas ainda estamos tendo dias mais longos. Do que você acha que depende a duração de um dia?
- Você provavelmente deve lembrar que rotação é o movimento que a Terra faz em torno do próprio eixo, certo? Agora, o que seria taxa de rotação?

As perguntas acima servem para o estudante perceber que há algo que afeta o tempo de rotação da Terra e que isso tem consequências reais e relevantes para o funcionamento da tecnologia digital e, conseqüentemente, de tudo que está relacionado a ela. É esperado que surja no estudante uma motivação natural para descobrir o que está acontecendo e como justificar isso, principalmente por ser algo que “a própria Ciência ainda não descobriu”, sendo um problema genuíno sem respostas tabeladas no fim do livro, diferente dos exercícios, que está acostumado a resolver.

A pergunta “Qual linha de pensamento você acha que está correta: a que diz que a Terra está mais rápida ou a que diz que está mais lenta?” dará um caráter de competição ao estudante, sendo necessário refletir sobre o problema para “escolher o lado certo”.

A resposta da pergunta “Como você acha que é medida a distância da Terra até a Lua?” deve indicar ao estudante que existe uma relação entre o método de medir a distância da Terra até a Lua e o tempo de rotação da Terra. Para que essa pergunta não despenda tempo demasiado, o professor pode responder esta pergunta e utilizar a explicação para reforçar a importância do sistema Terra-Lua. A explicação está disponível nos links abaixo. Neles, a medição da distância Terra-Lua através da medição do tempo de um pulso de LASER é apresentada de forma razoável, sem explorar cálculos rigorosos que não serão relevantes para o problema central apresentado.

- [Link de acesso à notícia 02](#) (Super Interessante, 2022)
- [Link de acesso ao vídeo 02](#) (Física do Cotidiano, 2020)
- [Link de acesso ao material editado e selecionado](https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir) (https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)

A pergunta “em 29 de junho de 2022, o dia mais curto teve duração de 1,59 milissegundos (0,00159 s) a menos que 24 horas. Você acha que essa é uma diferença considerável? Para ter uma noção comparativa, um piscar de olhos dura 300 milissegundos (0,30000 s).” indicará ao estudante o nível de precisão que é necessário ter para que a tecnologia funcione, de modo que seja necessário encontrar uma solução mais detalhada possível.

Seguindo nesse sentido, a pergunta “A Terra acelerou, mas ainda estamos tendo dias mais longos. Do que você acha que depende a duração de um dia?” traz, pela primeira vez, um termo físico que deve ser conhecido do estudante: a aceleração. No entanto, como pretende-se trabalhar o conceito de momento angular, o professor deve tratar o aspecto conceitual de aceleração e de rotação da Terra para um aspecto relacionado à taxa de rotação, que usará o conceito de velocidade e aceleração angulares. Para isso, a pergunta “Você provavelmente deve lembrar que rotação é o movimento que a Terra faz em torno do próprio eixo, certo? Agora, o que seria taxa de rotação?” deve direcionar o estudante nesse sentido.

Após isso, o professor deve usar 20 minutos do encontro (do minuto 30 até o minuto 50 do encontro) para retomar alguns conceitos da Cinemática e Dinâmica que serão importantes para compreender o tema. Nesses minutos, a tabela de equivalência entre as equações dos movimentos de translação e os movimentos de rotação pode ser apresentadas e discutidas rapidamente, dando o indicativo que o estudante trabalhará com conceitos conhecidos, mesmo que se apresentem com definições utilizando termos novos.

Na Tabela 1, temos r sendo a distância entre o ponto do corpo e o eixo de rotação, θ sendo o ângulo de giro de uma reta de referência do corpo rígido, descrevendo um arco de circunferência s e I é o momento de inércia do corpo. Não são apresentados na Tabela 1 todas as igualdades, apenas algumas que são essenciais para o estudo do problema central. Por exemplo, não há enfoque no cálculo do momento de inércia de corpos rígidos nem do teorema dos Eixos Paralelos, pois não são o enfoque dessa sequência.

É esse o primeiro momento em que o aluno irá se deparar com conceitos como momento de inércia e de eixo de rotação. Independente do estudante não ter contato com o conceito de momento linear anteriormente, como a proposta está centrada na conservação do momento angular, é indicado que o professor foque nesses conceitos e na equivalência entre eles. Idealmente, o conceito de momento linear deve ter sido inserido durante os

estudos das Leis de Newton. Destaca-se na Tabela 1 o caráter vetorial dado às grandezas, sendo uma escolha do professor utilizar a versão com vetores, caso haja tempo ou um conhecimento prévio dos estudantes acerca de vetores, ou não, adaptando a tabela para uma versão sem notação vetorial.

Tabela 1 – Algumas correspondências entre a Translação pura (direção fixa) e a Rotação Pura (eixo fixo).

| Conceito | Equivalente Linear (Translação) | Equivalente Angular (Rotação) |
|---|---|--|
| Posição | \vec{r} | $\theta r \hat{\theta}$ (θ_r em rad) |
| Velocidade | $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r} \times \vec{\omega}$ | $\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \hat{k} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{r^2}$ (ângulo em rad) |
| Aceleração | \vec{a} | $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \hat{k}$ (ângulo em rad) |
| Aceleração tangencial | a_t | $\omega^2 r$ |
| Energia cinética de translação/rotação | $K_t = \frac{1}{2} m v^2$ | $K_r = \frac{1}{2} I \omega^2$ |
| Massa/Momento de inércia | m | I |
| Momento linear/angular | $\vec{p} = m\vec{v}$ | $\vec{L} = I\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$ |
| Força/Torque | $\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$ | $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$ |
| Força/Torque | $\vec{F} = m\vec{a}$ ($m = cte$) | $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ ($I = cte$) |

Fonte: Elaborado pelo autor, adaptada de (Halliday, D. and Resnick, R. and Walker, J., 2009).

Nos últimos 10 minutos do encontro (do minuto 50 ao minuto 60 do encontro), o professor deixa a turma livre para formar pequenos grupos (de no máximo cinco estudantes) para que leiam e discutam entre si os conceitos de frequência, período e velocidade angular apresentados na revisão e presentes nas Fichas de Ferramentas 01, 02 e 03.

2.3.2 Encontro 02 - Introdução ao conceito de Momento Angular

No segundo encontro, tem-se uma aula expositiva dialogada em que, nos primeiros 20 minutos, retoma-se a revisão dos conceitos de período, frequência, velocidade angular e eixo de rotação. É sugerido que o foco esteja centrado no conceito de velocidade angular ω . É importante que o estudante conclua esse momento entendendo a necessidade de compreender bem esses conceitos. A equação e definição de velocidade angular sugerida para ser apresentada é

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.1)$$

em que T é o período de rotação, tempo necessário para completar um ciclo (volta completa), e ω é a velocidade angular do corpo, dadas em s e em rad/s no SI (sistema internacional de unidades), respectivamente.

Antes de iniciar qualquer análise, é preciso definir o conceito eixo de rotação do sistema em que vai avaliar. É sugerido que o professor utilize a seguinte definição (Wikipedia, 2023):

- Eixo de rotação é o eixo (material ou não) em volta do qual se realiza um movimento de um corpo, o qual tem em cada ponto seu a mesma velocidade angular. O eixo é geralmente representado por uma reta espacial.

Para exemplificar a importância da definição do eixo de rotação, o professor pode utilizar uma barra reta com peso em uma de suas pontas e pedir para o aluno rotacionar a barra em duas situações: (a) em torno de um eixo que passa pelo eixo central da barra, (b) em torno de um eixo qualquer. Pode-se utilizar uma vassoura (corpo rígido cilíndrico). Caso o professor tenha acesso a data show ou TV com cabo HDMI, pode apresentar o quadro de momentos de inércia dos corpos que está presente na Ficha de Ferramentas 06. Nesse momento é esperado que o estudante perceba a relação entre o eixo de rotação e conceito de momento de inércia. Como o objetivo não está no cálculo do momento de inércia, nem no aspecto vetorial, é suficiente o estudante entender que, para rotações, o momento de inércia é uma quantidade análoga à massa para translações, com o adicional de ser dependente da definição do eixo de rotação e da distribuição de massa, no caso de um corpo extenso.

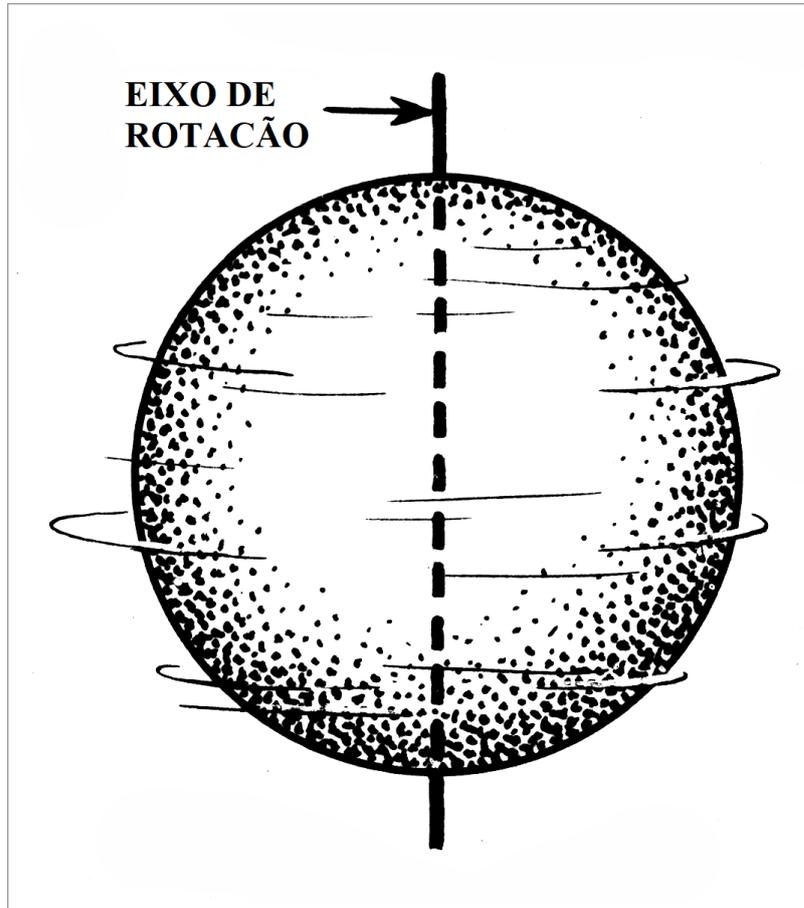
A Figura 3 mostra uma esfera com um determinado eixo de rotação e pode ser apresentada para o estudante perceber que, para as devidas circunstâncias, a rotação da Terra se assemelha à rotação de uma esfera, enquanto a Figura 4 pode ser apresentada para mostrar que a Terra gira com inclinação (como um pião bambeando) em relação ao eixo de rotação perpendicular ao plano no qual ela se movimenta ao redor do Sol.

Feito isso, nos últimos 20 minutos de aula (minuto 40 ao minuto 60), deve ser feita a apresentação do conceito de momento angular de partículas como um análogo do momento linear, mas para rotações, e apresentar a definição de momento angular para uma partícula, explorando qualitativamente o caráter vetorial, de modo que a equação apresentada já leve em consideração que o vetor velocidade da partícula e o vetor posição em relação ao eixo de direção são ortogonais ($\theta = 90^\circ$), de modo que $|\vec{r} \times \vec{v}| = rv \sin \theta = rv$, resultando na equação

$$L = rp \Rightarrow L = r(mv) \Rightarrow L = rm(\omega r) \Rightarrow L = m\omega r^2 \quad (2.2)$$

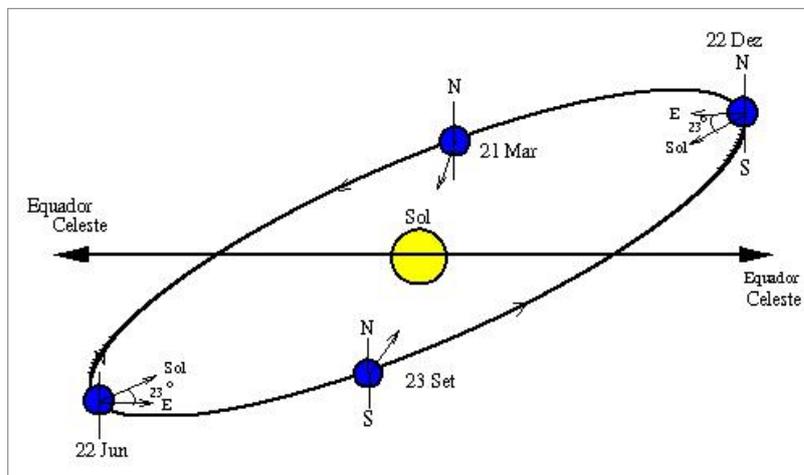
em que L é o momento angular da partícula, r é o módulo do vetor posição em relação ao eixo de rotação, v é a velocidade da partícula, ω é a velocidade angular da partícula. É importante mostrar essas formas de expressar o momento angular para que o estudante associe variações do momento angular a variações da velocidade angular, portanto, estará

Figura 3 – Esquema do experimento da cadeira giratória - 2 com uso de uma roda de bicicleta.



Fonte: Elaborado pelo autor, adaptado de (CESAD-UFS, 2012).

Figura 4 – Esquema para observar as inclinações do movimento de precessão da Terra em relação ao Sol.

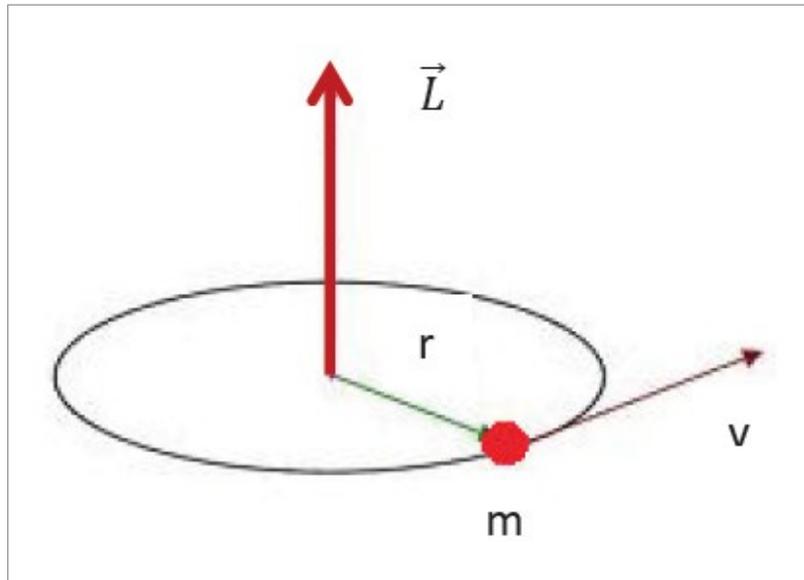


Fonte: (Angelisa Menezes, 2016).

associando variações do momento angular a variações do período. Essas associações podem ser reforçadas com comentários durante a explanação. A Figura 05 pode ser

apresentada ou desenhada no quadro, para que o caráter vetorial do momento angular não seja ignorado. É importante que o estudante compreenda o momento angular como uma grandeza perpendicular ao plano formado pelos vetores velocidade e posição em relação ao eixo de rotação.

Figura 5 – Esquema vetorial do momento angular de uma partícula.



Fonte: (InfoEscola, 2024).

Para finalizar a aula, o professor pode apresentar um problema-exemplo e discutir a Ficha de Instruções. Propomos o seguinte problema-exemplo e solução:

Problema fechado/Exemplo:

Considere uma criança de massa $m = 30 \text{ kg}$ sentada em um cavalo de um carrossel. O cavalo está a uma distância $r = 2 \text{ m}$ do centro do carrossel. O carrossel gira com uma velocidade angular constante, e a velocidade tangencial da criança é $v = 2 \text{ m/s}$.

Utilizando essas informações, calcule o momento angular da criança em relação ao centro do carrossel, considerando a criança como uma partícula.

Dados:

- Massa da criança: $m = 30 \text{ kg}$
- Raio da órbita da criança no carrossel: $r = 2 \text{ m}$
- Velocidade tangencial da criança: $v = 2 \text{ m/s}$
- Análise qualitativa do problema:
 - Nesta etapa, analisamos qualitativamente a situação do problema, identificando que envolve uma criança em movimento circular em um carrossel. A criança

pode ser tratada como uma partícula, por simplicidade, e precisamos calcular o momento angular em relação ao centro do carrossel. O movimento circular se relaciona com o uso de grandezas como massa, raio e velocidade tangencial.

- Emissão de hipóteses e estabelecimento de estimativas das grandezas físicas:
 - Hipótese principal: Por ser considerada uma partícula em relação ao eixo de rotação, o momento angular da criança pode ser determinado utilizando a fórmula $L = mrv$ para o cálculo do momento angular.
- Estimativas:
 - Massa da criança (m): 30 kg (dado)
 - Raio da órbita (r): 2 m (dado)
 - Velocidade tangencial (v): 2 m/s (dado)
- Elaboração de estratégia(s) de resolução:
 - A estratégia de resolução envolve aplicar a fórmula do momento angular para uma partícula em movimento circular: $L = mrv$
 - Os valores fornecidos serão substituídos diretamente na fórmula para calcular o momento angular.
- Aplicação da(s) estratégia(s) de resolução:
 - Substituindo os valores na fórmula do momento angular: $L = (30\text{kg})(2\text{m})(2\text{m/s})$
- Análise do(s) resultado(s):
 - Realizando os cálculos: $L = 30 \cdot 2 \cdot 2 = 120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
 - Analisamos o resultado para garantir que é consistente com a situação e verificamos que a unidade está correta.
- Elaboração de síntese explicativa do processo de resolução praticado e sinalização de novas situações-problema:
 - Através do processo, determinamos que o momento angular da criança no carrossel é $120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Este cálculo demonstra a aplicação prática dos conceitos de física em um contexto cotidiano. Esta metodologia pode ser aplicada a outras situações envolvendo movimento circular, como brinquedos similares, discos de patinação, ou objetos giratórios no dia a dia.

2.3.3 Encontro 03 - Momento angular de um sistema de partículas

No terceiro encontro, o momento angular de um sistema de partículas é apresentado. Nos 20 primeiros, além de organizar a turma, o professor irá fazer a exposição de como calcular o momento angular de um sistema de partículas, simplificando para o caso em que todas as partículas giram em torno do mesmo eixo, em um mesmo plano de rotação. Adotando o sinal positivo para rotações no sentido horário e sinal negativo para rotações no sentido anti-horário (como presente na Ficha de Ferramentas 04), o momento angular de um sistema de partículas torna-se a soma/subtração do momento angular de cada partícula.

Os 20 minutos intermediários do encontro (do minuto 40 ao minuto 60) devem ser utilizados para solucionar problemas da Ficha de Problemas 03, sobre momento angular de sistema de partículas. O professor pode permitir que o problema seja solucionado em grupo, de modo que a interação entre os estudantes potencialize o aprendizado.

Para finalizar o encontro, nos últimos 20 minutos (do minuto 40 ao minuto 60), o professor deve apresentar o conceito de momento de inércia. Para tanto, indica-se a utilização do vídeo 05, com duração de 07 minutos, que fala sobre a importância do momento de inércia para as rotações, e a apresentação do infográfico desenvolvido para trabalhar o conceito de momento de inércia. Os links dessas mídias são apresentadas abaixo:

- [Link do vídeo 05](#) (Verve Científica, 2024b)
- [Link de acesso ao infográfico elaborado pelo autor.](#)
- [Link de acesso ao material editado e selecionado](https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir) (https://l1nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)

2.3.4 Encontro 04 - Momento de inércia de um corpo rígido

O encontro é destinado a trabalhar o problema experimental 1, envolvendo o conceito de momento de inércia dos corpos rígidos. Desse modo, no início do encontro, o problema experimental deve ser apresentado, bem como as Fichas de Hipóteses. A apresentação, instruções e acolhimento dos estudantes deve durar cerca de 10 minutos.

O problema experimental 1 utiliza três barras cilíndricas de mesma dimensão, feitas de canos, em que uma delas está oca, uma está preenchida com grãos de arroz e a outra com areia e pequenas pedras, conforme indica a Figura 6. Os estudantes têm 15 minutos para preencherem a Ficha de Hipóteses, sobre o que acontecerá quando tentarem girar a barra com a mão. O eixo de rotação (local e forma como vão tentar girar) não é especificado, cabendo aos estudantes dos grupos tomarem nota de que escolher um eixo de rotação diferente muda a facilidade/dificuldade de rotacionar algo.

Figura 6 – Esfera e eixo de rotação.



Fonte: (CESAD-UFS, 2012).

Nos próximos 15 minutos de encontro, os estudantes fazem a exploração experimental e investigam as barras. Na sequência, preenchem a Ficha de Análises sobre a exploração experimental. Caso o professor queira enriquecer a atividade experimental investigativa, pode utilizar outras formas e um plano inclinado para colocar corpos de mesmo material rolem até chegar ao solo. Uma possibilidade é a de utilizar cilindros de PVC ocos e preenchidos, cascas esféricas de isopor ocas e preenchidas de um modo que a diferença do momento de inércia dos corpos seja significativa o suficiente para alterar o tempo de descida. Pode-se preencher as esferas/canos com grãos, papel, massa de modelar.

Apesar de feitos de mesma superfície (para que o coeficiente de atrito entre as superfícies seja o mesmo), quando colocados simultaneamente para rolar sobre um plano inclinado, o tempo de descida dos corpos será diferente, de acordo com o momento de inércia de cada corpo. Assim, o estudante será desafiado a refletir sobre qual motivo para corpos idênticos terem tempos distintos. Se possível, o professor pode construir os cilindros e esferas de modo que tenham a mesma massa. Usar corpos de mesma massa porém de diferentes momentos de inércia pode direcionar mais efetivamente os estudantes para o pensamento de que há uma relevância na forma com que a massa é distribuída em um corpo e suas grandezas rotacionais.

Na Ficha de Ferramentas 06, há indicações de como calcular o momento de inércia de um corpo. É incentivado que o professor seja breve ao mencionar as relações matemáticas entre o momento de inércia, velocidade, energia cinética e outras variáveis, visando o menor uso de equações possível em sala de aula, deixando a cargo do estudante/grupo, na medida em que constrói suas hipóteses, decidir investigar utilizando as equações adicionais ou não. É suficiente o estudante sair dessa atividade compreendendo que existe uma

grandeza chamada momento de inércia que une a massa e a distribuição de um corpo em relação ao eixo de rotação, e que isso influencia na rotação dos corpos. É sugerido que o professor utilize a seguinte definição para momento de inércia (Wikipedia, 2024):

- Em mecânica, o momento de inércia, ou momento de inércia de massa, expressa o grau de dificuldade em se alterar o estado de movimento de um corpo em rotação. Diferentemente da massa inercial (que é um escalar), o momento de inércia ou Tensor de Inércia também depende da distribuição da massa em torno de um eixo de rotação escolhido arbitrariamente.

Na apresentação do problema, o professor pode incentivar a curiosidade do estudante criando uma competição sobre qual corpo rígido chegará primeiro ao solo. Nos 15 minutos finais do encontro, uma reflexão em grupo e socialização das opiniões dos estudantes pode ser feita. É válido deixar o material livre para que os estudantes analisem de perto os corpos utilizados. Mais uma vez, é importante a utilização de corpos com a mesma massa. Caso não seja possível, o professor deve auxiliar com indicações de que há algo que vai além da massa em si. A Figura 7 apresenta um exemplo de plano inclinado com vários corpos rígidos. O ideal é utilizar uma angulação que resulte em diferenças de tempo relevantes no tempo dos corpos. A Figura 8 mostra o momento de inércia de alguns corpos de acordo com o eixo de rotação.

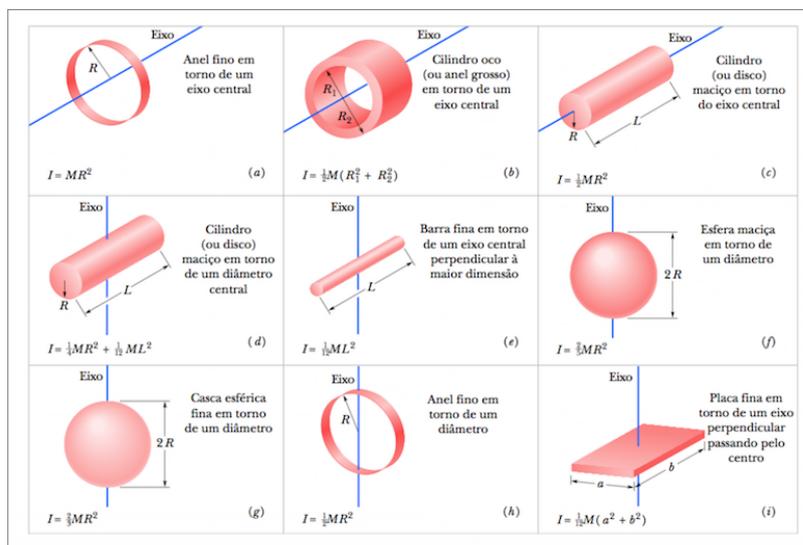
Figura 7 – Esquema de um plano inclinado com corpos de vários momentos de inércia para reprodução no experimento do problema parcial 03.



Fonte: (UFPA, 2024).

O problema experimental 1 é um problema delicado pois dá possibilidades a utilização de muitas equações, sendo necessário atenção e esforço do professor para que os estudantes não divaguem nas possibilidades. Para isso, o professor pode fazer menção aos problemas fechados e problemas trabalhados anteriormente, reforçando que há uma conexão entre “mudar o raio/mudar a massa de uma partícula” e “mudar o momento

Figura 8 – Momentos de inércia de alguns corpos.



Fonte: (Ronaí Araújo de Almeida, 2015).

de inércia de um corpo rígido”. Pode-se ainda usar o exemplo da vassoura/barra longa, mostrando que uma mudança do eixo de rotação muda o momento de inércia, mesmo que mantendo a massa constante.

Durante a socialização feita após o preenchimento das Fichas de Análises, o professor deve explicar o que é momento de inércia e como isso influencia na rotação de um corpo.

Caso haja tempo disponível no final do encontro, o professor pode resolver problemas de outras Fichas de Problemas ou tirar dúvidas que os estudantes tiveram sobre em algum encontro anterior.

A seguir, segue a descrição detalhada do **Problema Experimental 01**.

- **Objetivo:** Investigar como a distribuição de massa e a geometria de objetos afetam o momento de inércia ao comparar esferas e cilindros sólidos e ocos, utilizando materiais acessíveis como canos de PVC e esferas de isopor.
- **Recursos/Materiais**
 - Cano de PVC vazio (cilindro oco)
 - Cano de PVC preenchido com papel ou grãos (cilindro preenchido)
 - Esferas de isopor vazias (casca esférica)
 - Esferas de isopor preenchidas com grãos (esfera maciça)
 - Plano inclinado
 - Cronômetro
 - Fita métrica

- Balança para medir a massa dos objetos
- Grãos (arroz ou outro similar) para preencher as esferas e cilindros
- Funil para encher os objetos com grãos
- **Instruções - para o professor:**
 - Separe os canos de PVC e as esferas de isopor.
 - Preencha um dos canos de PVC com papel ou grãos e feche as extremidades.
 - Preencha uma das esferas de isopor com grãos e feche-a.
 - Preferencialmente, cubra as esferas e cilindros com papel, de modo que se tenha o mesmo material e, portanto, o mesmo coeficiente de atrito.
- **Introdução ao Conceito - para o professor:** Explique o conceito de momento de inércia (I) e como ele depende da distribuição de massa e da geometria do objeto, apresentando a tabela de momentos de inércia e suas equações.
- **Atividade Experimental**
 - Oriente os estudantes a medir e anotar a massa de cada objeto usando a balança.
 - Cada grupo deve escolher um objeto de cada tipo: esfera maciça, casca esférica, cilindro oco e cilindro preenchido.
 - Soltar os objetos de um mesmo ponto no plano inclinado e medir o tempo que cada um leva para chegar ao final usando o cronômetro.
 - Coletar os dados de tempo e calcular a velocidade média de cada objeto.
 - Analisar como a distribuição de massa e a geometria afetam o movimento dos objetos.
- **Análise dos Dados:**
 - Comparar os tempos de descida dos diferentes objetos para entender como o momento de inércia influencia a aceleração.
 - Relacionar os resultados experimentais com as fórmulas teóricas do momento de inércia.
- **Questionamentos Exploratórios e Respostas:**
 - **Pergunta:** Como a distribuição de massa afeta o momento de inércia de um objeto?
 - **Resposta:** O momento de inércia depende da distribuição de massa em relação ao eixo de rotação. Objetos com massa mais distante do eixo têm maior momento de inércia.

- **Pergunta:** Por que a esfera maciça desce mais rápido que a casca esférica?
Resposta: A esfera maciça tem um momento de inércia menor ($I = \frac{2}{5}mr^2$) comparado à casca esférica ($I = \frac{2}{3}mr^2$), resultando em maior aceleração, já que o torque é o mesmo.
- **Pergunta:** Como a geometria afeta a velocidade de descida dos cilindros?
Resposta: O cilindro oco tem um momento de inércia maior ($I = mr^2$) comparado ao cilindro preenchido ($I = \frac{1}{2}mr^2$), resultando em menor aceleração.
- **Pergunta:** O que acontece com o momento de inércia se aumentarmos a massa dos objetos?
Resposta: O momento de inércia aumenta com o aumento da massa, mas a relação I/m permanece constante para uma dada geometria.
- **Pergunta:** Como o raio dos objetos influencia o momento de inércia?
Resposta: O momento de inércia aumenta com o quadrado do raio ($I \propto r^2$). Objetos com maior raio têm maior momento de inércia.
- **Pergunta:** Qual objeto desce mais rápido no plano inclinado, e por quê?
Resposta: O objeto com o menor momento de inércia desce mais rápido, pois tem maior aceleração. Tipicamente, a esfera maciça desce mais rápido que os outros objetos.

- **A Metodologia de Resolução de Problemas - para o professor:**

- Compreensão do Problema: Introduzir o conceito de momento de inércia e identificar as variáveis envolvidas (massa, raio, geometria do objeto).
- Planejamento: Organizar os recursos e definir o procedimento experimental.
- Execução: Realizar a atividade experimental conforme as instruções e coletar os dados.
- Análise: Comparar os tempos de descida dos diferentes objetos e relacionar com o momento de inércia teórico.
- Reflexão: Discutir os resultados, responder aos questionamentos exploratórios e relacionar as observações ao conceito teórico.
- Aplicação: Considerar como os conceitos de momento de inércia podem ser aplicados em outros contextos e problemas físicos.

2.3.5 Encontro 05 - Momento angular dos corpos rígidos e sua conservação

O encontro 05 é dividido em três partes. A primeira parte deve ser uma recapitulação do conceito de momento de inércia e dos temas trabalhados nos encontros anteriores. Essa recapitulação deve durar cerca de 15 minutos, para rerepresentar as equações para o

momento angular de partículas e indicar que é preciso alterar as equações para tratar de corpos rígidos.

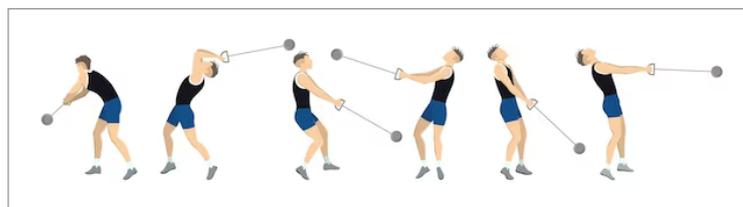
A segunda parte deve ser uma explicação sobre o conceito de momento angular dos corpos rígidos e sua conservação, a partir do que está exposto na última Ficha de Ferramentas, a 07. Uma vez expostas e discutidas as equações, um enfoque às aplicações da conservação do momento angular deve ser feito, reforçando a importância deste conceito. Essa parte do encontro deve durar cerca de 20 minutos.

Finalizando o encontro, deve-se resolver um problema-exemplo sobre conservação do momento angular, e dar o restante do tempo para os estudantes discutirem e trabalhem nas Fichas de Problemas. Nos 10 minutos finais do encontro, o professor pode exibir o vídeo do Verve Científica, falando sobre momento angular. O link do vídeo e da pasta na nuvem com todo material da sequência é apresentado a seguir:

- [Link do vídeo 06](#) (Verve Científica, 2024a)
- [Link de acesso ao material editado e selecionado](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>)

Caso haja espaço e tempo hábil, o professor pode levar os estudantes para uma área aberta e prender uma pedra numa corda para que os estudantes façam o teste de girar e lançar a pedra, como é exposto na Figura 9 e discutido no final do vídeo. A percepção de que a Terra faz parte do sistema é um ponto importante para compreender os diversos fenômenos de rotação envolvendo momento angular.

Figura 9 – Ilustração de lançamento de martelo.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

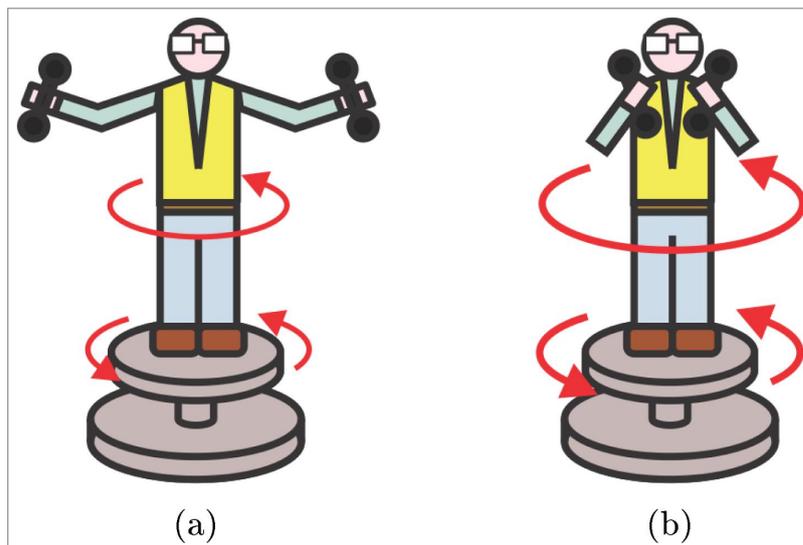
2.3.6 Encontro 06 - Conservação do Momento Angular

O encontro 06 é o encontro em que o estudante explora experimentalmente a conservação do momento angular. Similar ao encontro 04, o problema experimental deve ser apresentado rapidamente para que os estudantes possam preencher a Ficha de Hipóteses. Essa parte inicial do encontro deve durar cerca de 20 minutos. O problema experimental 2 utiliza dois halteres de 2 kg (ou mais, dependendo do estudante) e uma cadeira giratória, para que quem estiver sentado seja girado, de modo que fique abrindo/fechando os braços,

distanciando os pesos. A conservação do momento angular irá fazer com que a velocidade angular do sistema cadeira-estudante-halteres seja alterada.

Nos 20 minutos intermediários, os estudantes farão a exploração experimental. O ideal é que todos façam individualmente, para que “sintam” o que acontece com a pessoa girando na cadeira. A Figura 10 apresenta o esquema do experimento que o estudante irá explorar em que, com os braços abertos, o estudante é posto a girar em torno da direção vertical (10a). Enquanto está girando, o estudante fecha os braços, aproximando os halteres ao próprio corpo (10b), alterando o momento de inércia e a velocidade angular e, portanto, alterando o período. Em (Gomes, André H, 2018) há uma valiosa discussão teórica sobre a conservação do momento angular nesses experimentos, em que não há torques externos. Esse experimento traz muitas discussões valiosas, relacionadas a momento de inércia, eixo de rotação e momento angular.

Figura 10 – Esquema do experimento da cadeira giratória.



Fonte: (Gomes, André H, 2018).

Por fim, nos 20 minutos finais, os estudantes devem preencher a Ficha de Análise. Nesse encontro, é desejável que o estudante se sinta livre para explorar situações diferentes, como movimentar os braços na vertical (no sentido do eixo de rotação), de modo que ele se questione por que não há mudança significativa na velocidade angular quando a mudança do peso é na mesma linha do eixo de rotação; dentre outras questões que podem surgir.

A seguir, segue a descrição detalhada do **problema experimental 02 - A cadeira giratória**.

- **Objetivo:** Demonstrar a conservação do momento angular ao observar como a redistribuição de massa afeta a velocidade angular.
- **Recursos/Materiais:**

- Cadeira de escritório giratória
- Dois halteres (pesos ajustáveis)
- Cronômetro
- Fita métrica

- **Instruções - para o professor:**

- Certifique-se de que a cadeira de escritório esteja em uma superfície plana e possa girar livremente.
- Separe dois halteres de peso ajustável para cada grupo de alunos.

- **Introdução ao Conceito - para o professor:** Explique o conceito de momento angular ($L = I\omega$), onde L é o momento angular, I é o momento de inércia e ω é a velocidade angular.

- Discuta como o momento angular é conservado em um sistema isolado, na ausência de torques externos.

- **Atividade Experimental:**

- Oriente o estudante a sentar na cadeira de escritório, segurando um halter em cada mão, com os braços estendidos lateralmente.
- Outro aluno deve girar a cadeira a uma velocidade moderada.
- O aluno sentado na cadeira deve então puxar os halteres para perto do corpo e observar o aumento na velocidade angular.
- Repetir o experimento várias vezes, variando a posição inicial dos halteres (mais próximo ou mais distante do corpo).

- **Análise dos Dados:**

- Medir o tempo que a cadeira leva para completar um número específico de rotações antes e depois de os halteres serem puxados para perto do corpo.
- Calcular a velocidade angular (ω) antes e depois da mudança de posição dos halteres.
- Discutir como a redistribuição de massa afeta o momento de inércia e, consequentemente, a velocidade angular, mantendo o momento angular constante.

- **Questionamentos Exploratórios e Respostas:**

- **Pergunta:** O que acontece com a velocidade angular quando os halteres são puxados para perto do corpo?
Resposta: A velocidade angular aumenta porque o momento de inércia diminui, mantendo o momento angular constante.

– **Pergunta:** Por que o momento de inércia diminui quando os halteres são puxados para perto do corpo?

Resposta: O momento de inércia depende da distribuição de massa em relação ao eixo de rotação. Quando os halteres são puxados para perto do corpo, a massa está mais próxima do eixo, diminuindo o momento de inércia.

– **Pergunta:** Como a conservação do momento angular se aplica neste experimento?

Resposta: A conservação do momento angular indica que, na ausência de torques externos, o momento angular total do sistema permanece constante. Assim, quando o momento de inércia diminui, a velocidade angular aumenta para conservar o momento angular.

– **Pergunta:** Se o aluno estender os halteres novamente após puxá-los para perto do corpo, o que você espera que aconteça com a velocidade angular?

Resposta: A velocidade angular diminuirá, pois o momento de inércia aumentará, mantendo o momento angular constante.

– **Pergunta:** Quais fatores podem afetar a precisão dos resultados deste experimento?

Resposta: A precisão pode ser afetada por fatores como fricção na base da cadeira, resistência do ar, variações na força aplicada para girar a cadeira, e a habilidade do aluno de mover os halteres de maneira consistente.

– **Pergunta:** Como este experimento pode ser aplicado para entender movimentos em outros sistemas físicos?

Resposta: Este experimento pode ser aplicado para entender movimentos em sistemas físicos onde a redistribuição de massa é relevante, como patinadores girando, astronautas movendo ferramentas no espaço, e engenheiros projetando giroscópios.

• **A Metodologia de Resolução de Problemas - para o professor:**

– **Compreensão do Problema:** Introduzir o conceito de conservação do momento angular e identificar as variáveis envolvidas (momento de inércia, velocidade angular, distribuição de massa).

– **Planejamento:** Organizar os recursos e definir o procedimento experimental.

– **Execução:** Realizar a atividade experimental conforme as instruções e coletar os dados.

– **Análise:** Comparar as velocidades angulares antes e depois da mudança na distribuição de massa e relacionar com a conservação do momento angular.

– **Reflexão:** Discutir os resultados, responder aos questionamentos exploratórios e relacionar as observações ao conceito teórico.

- Aplicação: Considerar como os conceitos de conservação do momento angular podem ser aplicados em outros contextos e problemas físicos.

2.3.7 Encontro 07 - Revisão e resolução de problemas

Este é o último encontro antes das avaliações bimestrais. Esse encontro deve ser destinado ao professor apresentar e discutir a solução de três ou quatro problemas das Fichas de Problemas, de modo que ao menos um problema de cada ficha seja resolvido pelo professor em sala durante o bimestre. Deve-se investir um bom tempo mostrando a importância de seguir as etapas de resolução, enfatizando as etapas de análise qualitativa do problema e análise do resultado, normalmente ignoradas pelos estudantes.

2.3.8 Encontro 08 - Culminância/Avaliação Bimestral

Esse encontro finaliza a sequência de ensino com três momentos importantes. Os primeiros cinco minutos do encontro são designados para acomodação dos estudantes e para a entrega das Fichas de Problemas, que devem ser feitas individualmente, para facilitar a avaliação do desempenho dos estudantes. Essas fichas devem ser avaliadas na mesma semana, seguindo as rubricas apresentadas no Quadro 2. Em seguida, deve-se aplicar uma avaliação composta de três ou quatro problemas envolvendo os principais conceitos apresentados na sequência, priorizando os conceitos de momento angular e sua conservação. Ao final da sequência, são disponibilizados problemas propostos para serem utilizados na avaliação bimestral.

2.3.9 Encontro 09 - Recuperação da Aprendizagem

Esse encontro é destinado a recuperar a nota bimestral, caso o estudante não tenha alcançado uma nota acima da média. É proposto que o professor construa uma avaliação composta por um problema no mesmo perfil das Fichas de Problemas, questões conceituais de verdadeiro/falso e questões de aplicação direta de fórmulas, que são mais simples de resolver.

Caso haja tempo hábil, é sugerido que o professor personalize essa reposição ou recuperação, priorizando os temas em que o estudante não conseguiu o conceito de para aprovação. Isso faz com que o estudante consiga ser melhor avaliado onde não foi bem, de modo que tenha outra oportunidade de refletir especificamente sobre os conceitos que não atingiu o conceito/a nota mínima.

Se muitos estudantes necessitarem dessa recuperação da aprendizagem, esta pode ser feita em dupla, de modo que os estudantes tenham suporte dos colegas. Também é interessante que o estudante tenha acesso às Fichas de Ferramentas para poder pesquisar

e refletir sobre as questões. Quanto às questões teóricas, sugere-se que tenham o mesmo caráter exploratório dos questionamentos feitos sobre os problemas introdutórios.

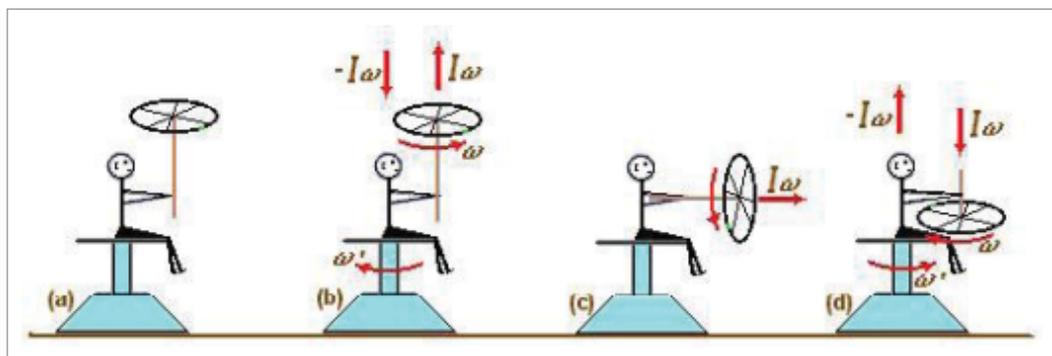
Por fim, o tempo do encontro 09 deve ser direcionado apenas a recuperar e reavaliar os estudantes que não alcançaram o desempenho mínimo esperado, finalizando a sequência de ensino, o bimestre letivo e o ano letivo, conseqüentemente.

2.3.10 Encontro extra - Conservação do momento angular

Um bimestre tradicional possui dez semanas letiva. No entanto, eventos escolares ou feriados fazem com que o número de semanas úteis seja menor. Nesse sentido, o encontro abaixo é mencionado como extra para o caso em que exista a data no calendário. Nesse encontro extra, um segundo problema experimental é investigado pelo estudante, também demonstrando a conservação do momento angular.

A dinâmica desse encontro se dá no reforço na conservação do momento angular através do problema experimental extra, que consiste em utilizar a mesma cadeira giratória, porém com uma roda de bicicleta no lugar dos halteres. Como pretende-se que todos os estudantes participem e tenham a experiência de tentar alternar a posição da roda de bicicleta girando, o tempo indicado para apresentar esse problema é de cinco minutos. A Figura 11 apresenta o que acontece no experimento, em que, uma alteração no momento angular da roda da bicicleta exige uma alteração do momento angular do restante do sistema estudante-cadeira-roda.

Figura 11 – Esfera e eixo de rotação.



Fonte: (CESAD-UFS, 2012).

Nos 15 minutos subsequentes, os estudantes vão preencher suas Fichas de Hipóteses e discutir sobre a conexão entre os problemas introdutórios e os conceitos. Nesse encontro, é fundamental que o professor esteja atento ao nível de discussão dos grupos para que estejam convergindo para o esperado. A exploração experimental deve durar cerca de 10 minutos, fechando a primeira metade do encontro.

Nos primeiros 20 minutos da segunda metade do encontro, propõe-se que a Ficha de Análise seja discutida oralmente com a turma, de modo a pegar concepções espontâneas

e individuais de cada estudante. Por fim, nos 15 minutos finais do encontro, o professor pode apresentar dois vídeos, feitos pela Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP) e discutir a Física dos experimentos. Cada vídeo, tem duração de 2 minutos e 30 segundos, sendo disponibilizado 10 minutos para a discussão. É sugerido que o professor inicialmente apresente os dois vídeos e explique sobre a conservação do momento angular após os vídeos. Os vídeos são encontrados na pasta na [nuvem disponível aqui](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir) (<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>), mas também podem ser encontrados aqui ([vídeo que utiliza halteres](#)) e aqui ([vídeo que utiliza rodas de bicicleta](#)).

A seguir, segue a descrição detalhada do **problema experimental extra - Cadeira giratória 2**.

- **Objetivo:** Demonstrar a conservação do momento angular ao observar como a rotação de uma roda de bicicleta afeta o movimento de uma cadeira giratória.
- **Recursos/Materiais:**
 - Cadeira de escritório giratória
 - Roda de bicicleta com eixo (sem a bicicleta)
 - Suporte para segurar a roda de bicicleta pelo eixo
 - Cronômetro
 - Fita métrica

Instruções - para o Professor:

- Certifique-se de que a cadeira de escritório esteja em uma superfície plana e possa girar livremente.
- Prepare a roda de bicicleta com um suporte para que os alunos possam segurá-la pelo eixo e girá-la facilmente.
- **Introdução ao Conceito - para o professor:** Explique o conceito de momento angular ($L = I\omega$), onde L é o momento angular, I é o momento de inércia e ω é a velocidade angular. Por fim, Discuta a conservação do momento angular em um sistema isolado, na ausência de torques externos.
- **Atividade Experimental**
 - Instrua um aluno a sentar na cadeira de escritório, segurando a roda de bicicleta pelo eixo com a ajuda do suporte.
 - Outro aluno deve girar a roda de bicicleta para atingir uma velocidade angular significativa.

- O aluno sentado na cadeira deve então inclinar a roda de bicicleta, tentando mudar sua orientação.
- Observar como a cadeira começa a girar para conservar o momento angular.

- **Análise dos Dados:**

- Medir a velocidade angular da cadeira antes e depois de inclinar a roda de bicicleta.
- Discutir como a mudança na orientação da roda afeta o movimento da cadeira e a conservação do momento angular.

- **Questionamentos Exploratórios e Respostas:**

- **Pergunta:** O que acontece com a cadeira quando a roda de bicicleta é inclinada?
Resposta: A cadeira começa a girar para conservar o momento angular do sistema.
- **Pergunta:** Por que a inclinação da roda de bicicleta faz a cadeira girar?
Resposta: A inclinação da roda de bicicleta cria um torque que é transferido para a cadeira, fazendo-a girar para conservar o momento angular total do sistema.
- **Pergunta:** Como a conservação do momento angular se aplica neste experimento?
Resposta: Quando a roda de bicicleta é inclinada, o sistema precisa conservar o momento angular total, resultando em um movimento compensatório da cadeira.
- **Pergunta:** O que acontece se a roda de bicicleta for inclinada para o lado oposto?
Resposta: A cadeira girará na direção oposta para conservar o momento angular.
- **Pergunta:** Quais fatores podem afetar a precisão dos resultados deste experimento?
Resposta: A precisão pode ser afetada por fatores como fricção na base da cadeira, resistência do ar, e a habilidade do aluno de inclinar a roda de maneira consistente.
- **Pergunta:** Como este experimento pode ser aplicado para entender movimentos em outros sistemas físicos?
Resposta: Este experimento pode ser aplicado para entender movimentos em sistemas físicos onde a redistribuição de massa e torques internos são relevantes, como a orientação de satélites no espaço.

- **A Metodologia de Resolução de Problemas:**

- Compreensão do Problema: Introduzir o conceito de conservação do momento angular e identificar as variáveis envolvidas (momento de inércia, velocidade angular, distribuição de massa).
- Planejamento: Organizar os recursos e definir o procedimento experimental.
- Execução: Organizar os recursos e definir o procedimento experimental.
- Análise: Realizar a atividade experimental conforme as instruções e coletar os dados.
- Análise: Realizar a atividade experimental conforme as instruções e coletar os dados.
- Reflexão: Discutir os resultados, responder aos questionamentos exploratórios e relacionar as observações ao conceito teórico.
- Aplicação: Considerar como os conceitos de conservação do momento angular podem ser aplicados em outros contextos e problemas físicos.

3 Avaliação do Desempenho e Materiais de Suporte da Sequência de Ensino

Durante a aplicação da sequência, é indicado ao professor adotar um formato de avaliação que seja processual e privilegie a evolução e desempenho do estudante nos momentos de resolver os problemas. Assim, propõe-se que a média bimestral se dê com base nas fichas que serão utilizadas e na observação do engajamento do estudante. As fichas a serem preenchidas e avaliadas são:

- Ficha de Hipóteses: Ficha com questionamentos para compreender o nível de entendimento do estudante acerca do problema. Preenchida após a análise qualitativa do problema, na etapa de emissão de hipóteses e elaboração de estratégias de resolução.
- Ficha de Problemas: Problemas fechados/exercícios de fixação dos conteúdos trabalhados para serem realizados em casa, nos momentos de estudo dos estudantes.
- Ficha de Análise: Preenchida em grupo, contendo informações da aplicação das estratégias de resolução e análise dos resultados. Assim como a ficha de problemas, essa ficha é preenchida em casa para ser entregue no final da sequência.

Para cada Ficha, são atribuídos conceitos correspondentes ao desempenho do estudante/grupo, conforme consta no Quadro 2. Desse modo, o professor pode avaliar a desenvoltura em cada problema parcial, tendo um panorama global e local do desempenho do estudante. Para avaliar a sequência de ensino, deve-se considerar as observações realizadas pelo professor aplicador da sequência de ensino durante a execução da mesma, bem como os relatos escritos e orais dos estudantes acerca da sequência, além da análise dos registros escritos obtidos do preenchimento das Fichas de Análise e de Hipóteses produzidas. Também deve ser considerado o desempenho dos estudantes nos momentos de exposição e debate sobre as resoluções propostas pelos colegas.

A nota final é, portanto, uma média aritmética do desempenho do estudante nos cinco problemas parciais e no problema central. Caso o estudante fique em recuperação, ou seja, caso o estudante tenha conceito final abaixo de 70% após o nono encontro, para a recuperação bimestral do décimo encontro, indica-se ao professor a utilização de problemas fechados que envolvam apenas os problemas parciais em que o estudante obteve baixo desempenho. Assim, o estudante possuirá a oportunidade de concentrar seus esforços para o entendimento dos conteúdos dos quais não conseguiu obter um desempenho suficiente/razoável.

É proposto que essa recuperação seja composta de um ou dois problemas fechados para cada problema parcial em que o estudante não desempenhou bem, limitado a cinco problemas, todos baseados nas Fichas de Exercícios que foram propostas no decorrer da aplicação da sequência de ensino.

3.1 Ficha de Hipóteses - FH

A estrutura da Ficha de Hipóteses utilizada e proposta é disponibilizada abaixo:

- Informações Iniciais
 - Nome(s) do(s) estudante(s)
 - Identificação do grupo
 - Data de preenchimento
- Descrição do problema
 - Título do problema
 - Descrição do problema (com as palavras do estudante/grupo)
- Análise qualitativa do problema
 - Esquema/desenho explicativo (espaço para esquemas ou diagramas que ajudem o estudante/grupo a compreender o problema)
- Emissão de hipóteses
 - Hipótese principal
 - Hipótese secundária (é incentivado ao estudante/grupo a produção de pelo menos duas hipóteses possíveis já que não necessariamente há concordância plena entre as possíveis soluções para o problema)
- Grandezas e variáveis
 - Grandeza 1 (O estudante/grupo pode utilizar a Ficha de ferramentas para preencher essa área, de modo que o estudante/grupo é levado a usar argumentos da Física)
 - Grandeza 2
 - Grandeza 3
 - Variável 1
 - Variável 2

- Variável 3
- Principais dúvidas e questionamentos
 - Dúvida/Questionamento 1 (O estudante/grupo informa quais os principais questionamentos e dúvidas que tiveram no decorrer do processo de executar as etapas anteriores)
 - Dúvida/Questionamento 2
 - Dúvida/Questionamento 3
- Elaboração de estratégias de resolução
 - Descrição da estratégia (O estudante/grupo só precisa preencher esse item para a hipótese principal. Caso após a verificação da hipótese seja constatado que não é satisfatória, deve ser preenchido este item para a hipótese secundária 2, caso haja tempo hábil)
 - Forma de verificação

A estrutura da Ficha de Hipóteses está de acordo com os aspectos avaliativos propostos por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012): garantir que os estudantes sigam todas as etapas do modelo de resolução de problemas proposto, promovendo uma abordagem investigativa e reflexiva. A versão editável das fichas encontra-se na pasta na nuvem composta por todos arquivos editados e preparados já para a aplicação da sequência de ensino [disponível aqui](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>).

A organização das seções facilita o registro e a avaliação do progresso dos estudantes em cada uma das etapas, conforme recomendado no modelo teórico, atendendo aos seguintes critérios:

1. Análise Qualitativa do Problema
2. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas
3. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

3.2 Ficha de Análise - FA

De forma similar à Ficha de Hipóteses, a Ficha de Análise serve para o estudante/grupo sistematizar suas observações e considerações na execução da estratégia de resolução e durante a análise dos resultados. Sua versão editável e encontra-se na pasta na nuvem composta por todos arquivos editados e preparados já para a aplicação da sequência de ensino [disponível aqui](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>). A seguir, a estrutura da Ficha de Análise:

- Informações Iniciais
 - Nome(s) do(s) estudante(s)
 - Identificação do grupo
 - Data de preenchimento
- Análise do Resultado
 - Descreva o resultado final alcançado com a resolução do problema
 - Registre observações relevantes durante a resolução
- Justificativa e Argumentação
 - Justifique o resultado obtido com base nos conceitos físicos utilizados e indicados na Ficha de Hipóteses.
 - As hipóteses formuladas foram confirmadas? Explique por quê:
- Reflexão sobre o Processo de Resolução
 - A estratégia de resolução foi eficiente? () Sim () Não Justifique sua resposta.
 - Quais foram as principais dificuldades enfrentadas durante a resolução?
 - Sugira melhorias ou alternativas para a estratégia utilizada:
- Aspectos Físicos e Teóricos
 - Liste e explique os conceitos de física aplicados na resolução do problema:
 - Relacione os conceitos teóricos com os resultados práticos obtidos:
- Síntese Explicativa do Processo
 - Faça uma síntese do processo de resolução e dos resultados alcançados:
 - Sugira novas situações-problema que podem ser exploradas a partir dos resultados:
- Observações finais
 - Registre comentários ou reflexões finais sobre a atividade:

A estrutura da Ficha de Análise também foi elaborada de modo a atender aos aspectos avaliativos propostos por Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012). Nesse caso, os seguintes aspectos avaliativos são atendidos:

- Análise do resultado

- Justificativa e Argumentação
- Reflexão sobre o Processo de Resolução
- Aspectos Físicos e Teóricos
- Síntese Explicativa do Processo

3.3 Fichas de Problemas - FP

Ao todo, são propostas cinco Fichas de Problemas, cada uma com quatro problemas fechados/exercícios sobre os temas trabalhados. O estudante/grupo terá a Ficha de ferramentas como suporte para responder os problemas propostos. Ao fim da sequência, é esperado que o estudante tenha domínio teórico dos conceitos trabalhados e utilize a combinação de problemas fechados/exercícios e estudado com os problemas parciais para desenvolver aptidão e expandir seu repertório intelectual em novas situações-problemas que envolvam os mesmos conceitos. É esperado também que o professor torne disponível pelo a solução de pelo menos 50% dos problemas a título de exemplo para o estudante revisar sua própria atividade individualmente.

Assim como as fichas anteriores, as Fichas de Problemas editáveis e as soluções estão [disponíveis aqui](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>). A seguir, um compilado de problemas fechados/exercícios são apresentados, formando as Fichas de Problemas - Tipo A. Na pasta dos materiais editáveis, há outras opções de problemas indicados, de modo que o professor tenha variedade de opções, destacando que, como defende Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. (2012), não é necessário criar novos problemas, sendo suficiente a adaptação dos mesmos. Os problemas fechados propostos originalmente são apresentados abaixo.

3.3.1 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 01

1. Problema 1: Roda de um Trator em Movimento

Um trator se move em linha reta em uma estrada de terra. As rodas do trator têm um raio de 1 metro e estão girando a uma velocidade angular de 2 rad/s. Qual é a velocidade linear do trator em relação ao solo?

Etapas de Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O problema envolve a relação entre a velocidade angular das rodas e a velocidade linear do trator.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que a velocidade linear do trator seja diretamente proporcional à velocidade angular das rodas e ao raio das mesmas.

- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $v = \omega r$ para encontrar a velocidade linear.
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $\omega = 2 \text{ rad/s}$ e $r = 1 \text{ m}$ na fórmula.
- e) **Análise dos resultados:** O resultado é $v = 2 \text{ m/s}$, que é a velocidade linear do trator.

2. Problema 2: Roda Gigante em um Parque de Diversões

Uma roda gigante em um parque de diversões tem um raio de 15 metros e completa uma revolução a cada 2 minutos. Qual é a velocidade linear de uma cadeira na borda da roda gigante?

Etapas de Solução:

- a) **Análise qualitativa:** A velocidade linear das cadeiras depende da velocidade angular da roda gigante e do seu raio.
- b) **Emissão de hipóteses:** A velocidade linear das cadeiras pode ser calculada a partir da velocidade angular da roda e do raio da roda.
- c) **Elaboração de estratégias:** Calcule primeiro a velocidade angular ω e, em seguida, use $v = \omega r$ para encontrar a velocidade linear.
- d) **Aplicação das estratégias:** $\omega = \frac{2\pi}{120} \text{ rad/s}$, então $v = \left(\frac{2\pi}{120} \text{ rad/s}\right) \cdot 15 \text{ m}$.
- e) **Análise dos resultados:** O resultado é $v \approx 0,785 \text{ m/s}$, que é a velocidade linear da cadeira.

3. Problema 3: Moinho de Vento

Um moinho de vento em uma fazenda tem lâminas com 5 metros de comprimento. As lâminas giram de modo que a extremidade das mesmas se move a uma velocidade de 10 metros por segundo. Qual é a velocidade angular das lâminas?

Etapas de Solução:

- a) **Análise qualitativa:** A velocidade angular das lâminas pode ser determinada a partir da velocidade linear na extremidade e do comprimento da lâmina.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que a velocidade angular seja diretamente proporcional à velocidade linear e inversamente proporcional ao comprimento da lâmina.
- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $\omega = \frac{v}{r}$ para encontrar a velocidade angular.
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $v = 10 \text{ m/s}$ e $r = 5 \text{ m}$ na fórmula.
- e) **Análise dos resultados:** O resultado é $\omega = 2 \text{ rad/s}$, que é a velocidade angular das lâminas.

4. Problema 4: Bicicleta na Estrada

Um ciclista anda em linha reta a uma velocidade de 6 metros por segundo. A roda da bicicleta gira a uma velocidade angular de 3 radianos por segundo. Qual é o raio da roda?

Etapas de Solução:

- Análise qualitativa:** O raio da roda pode ser determinado a partir da velocidade linear do ciclista e da velocidade angular da roda.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que o raio seja calculado pela razão entre a velocidade linear e a velocidade angular.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $r = \frac{v}{\omega}$ para determinar o raio.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $v = 6 \text{ m/s}$ e $\omega = 3 \text{ rad/s}$ na fórmula.
- Análise dos resultados:** O resultado é $r = 2 \text{ m}$, que é o raio da roda da bicicleta.

3.3.2 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 02

1. Problema 1: Momento Angular de uma Partícula em um Anel

Enunciado: Uma partícula de massa $m = 0,2 \text{ kg}$ está presa em um anel que gira com uma velocidade angular $\omega = 5 \text{ rad/s}$. O raio do anel é $r = 0,3 \text{ m}$. Determine o momento angular L da partícula.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L depende da massa da partícula, da velocidade angular e da distância ao centro de rotação.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que a partícula está presa ao anel e gira com ele.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m \cdot r^2 \cdot \omega$.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $m = 0,2 \text{ kg}$, $r = 0,3 \text{ m}$ e $\omega = 5 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular da partícula é $L = 0,09 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

2. Problema 2: Momento Angular de um Planeta em Órbita

Enunciado: Um planeta com massa $m = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ orbita sua estrela com uma velocidade linear $v = 30 \text{ km/s}$ a uma distância $r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Qual é o momento angular L do planeta?

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular L do planeta depende de sua massa, velocidade linear e distância ao centro da órbita.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que a órbita é circular e a velocidade é constante.
- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m \cdot v \cdot r$.
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $m = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $v = 30$ km/s e $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ m.
- e) **Análise dos resultados:** O momento angular do planeta é $L = 2,7 \cdot 10^{37}$ kg · m²/s.

3. Problema 3: Determinação do Raio de uma Partícula em Movimento Circular

Enunciado: Uma partícula tem um momento angular $L = 0,5$ kg · m²/s e uma velocidade angular $\omega = 20$ rad/s. Determine o raio r de sua trajetória.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O raio da trajetória pode ser determinado usando o momento angular e a velocidade angular da partícula.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que a partícula se move em uma trajetória circular.
- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m \cdot r^2 \cdot \omega$ e resolva para r .
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $L = 0,5$ kg · m²/s, $m = 1$ kg e $\omega = 20$ rad/s.
- e) **Análise dos resultados:** O raio da trajetória é $r \approx 0,16$ m.

4. Problema 4: Determinação do Raio de um Elétron em Movimento Circular

Enunciado: Um elétron em um átomo possui um momento angular de $L = 1,05 \cdot 10^{-34}$ kg · m²/s e uma velocidade angular de $4 \cdot 10^{15}$ rad/s. Qual é o raio r de sua órbita?

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O raio da órbita pode ser determinado conhecendo-se o momento angular e a velocidade angular do elétron.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que o elétron se move em uma órbita circular ao redor do núcleo.
- c) **Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m \cdot r^2 \cdot \omega$ e resolva para r .
- d) **Aplicação das estratégias:** Substitua $L = 1,05 \cdot 10^{-34}$ kg · m²/s e $\omega = 4 \cdot 10^{15}$ rad/s.
- e) **Análise dos resultados:** O raio da órbita do elétron é $r \approx 4,08 \cdot 10^{-10}$ m.

3.3.3 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 03

1. Problema 1: Momento Angular de um Sistema de Partículas Binário

Enunciado: Considere um sistema binário de partículas A e B com massas $m_A = 3 \text{ kg}$ e $m_B = 4 \text{ kg}$. A partícula A está a uma distância $r_A = 0,6 \text{ m}$ do centro de massa, e a partícula B está a uma distância $r_B = 0,4 \text{ m}$. A velocidade angular do sistema é $\omega = 5 \text{ rad/s}$. Determine o momento angular L do sistema.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular total L do sistema é a soma dos momentos angulares das partículas A e B .
- Emissão de hipóteses:** Suponha que o sistema é estável e que as partículas giram no mesmo plano.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m_A \cdot r_A^2 \cdot \omega + m_B \cdot r_B^2 \cdot \omega$.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $m_A = 3 \text{ kg}$, $r_A = 0,6 \text{ m}$, $m_B = 4 \text{ kg}$, $r_B = 0,4 \text{ m}$, e $\omega = 5 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular total do sistema é $L = 4,68 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

2. Problema 2: Momento Angular de um Sistema Binário de Partículas

Enunciado: Um sistema binário é composto por duas partículas com massas $m_1 = 2 \text{ kg}$ e $m_2 = 3 \text{ kg}$, ambas orbitando o centro de massa do sistema. A partícula m_1 está a $0,4 \text{ m}$ do centro de massa e a partícula m_2 está a $0,6 \text{ m}$ do centro de massa. Se a velocidade angular do sistema é 7 rad/s , determine o momento angular L do sistema.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L é a soma dos momentos angulares das duas partículas.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que as partículas mantêm uma órbita circular uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega$.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $m_1 = 2 \text{ kg}$, $r_1 = 0,4 \text{ m}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$, $r_2 = 0,6 \text{ m}$, e $\omega = 7 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular total do sistema é $L = 9,52 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

3. Problema 3: Determinação do Raio de um Sistema Binário

Enunciado: Em um sistema binário de partículas A e B , ambas as partículas têm a mesma massa $m = 1 \text{ kg}$ e estão girando em torno de um ponto central. O momento angular do sistema é $L = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ e a velocidade angular é $\omega = 2 \text{ rad/s}$. Determine a distância r de cada partícula ao centro de massa.

Solução:

- Análise qualitativa:** O raio r pode ser determinado a partir do momento angular e da velocidade angular conhecendo-se a massa das partículas.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que as partículas se movem em órbita circular uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = 2 \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega$ e resolva para r .
- Aplicação das estratégias:** Substitua $L = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, $m = 1 \text{ kg}$ e $\omega = 2 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O raio da trajetória de cada partícula é $r \approx 1 \text{ m}$.

4. Problema 4: Determinação do Raio em um Sistema de Estrelas Binárias

Enunciado: Em um sistema binário de estrelas, cada estrela tem uma massa $m = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ e o momento angular do sistema é $L = 4 \times 10^{40} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Se a velocidade angular do sistema é $\omega = 1 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$, determine a distância r de cada estrela ao centro de massa do sistema.

Solução:

- Análise qualitativa:** O raio r pode ser encontrado a partir do momento angular, da velocidade angular e da massa conhecida das estrelas.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que as estrelas se movem de forma uniforme em órbita circular.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = 2 \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega$ e resolva para r .
- Aplicação das estratégias:** Substitua $L = 4 \times 10^{40} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, $m = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$, e $\omega = 1 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** A distância de cada estrela ao centro de massa é $r \approx 7,07 \times 10^{10} \text{ m}$.

3.3.4 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 04

1. Problema 1: Esfera Sólida Girando

Enunciado: Uma esfera sólida com raio $R = 0,5 \text{ m}$ e massa $M = 10 \text{ kg}$ gira em torno de um eixo que passa pelo seu centro com uma velocidade angular $\omega = 2 \text{ rad/s}$. O momento de inércia da esfera em relação ao eixo de rotação é $I = \frac{2}{5}MR^2$. Determine o momento angular da esfera.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L pode ser encontrado a partir da velocidade angular e do momento de inércia do corpo.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que a esfera gira de forma uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = I \cdot \omega$ para calcular o momento angular.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $I = \frac{2}{5}MR^2$ e $\omega = 2 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular da esfera é $L = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

2. Problema 2: Cilindro Girando em Torno de seu Eixo Longitudinal

Enunciado: Um cilindro de massa $M = 15 \text{ kg}$ e raio $R = 0,3 \text{ m}$ gira em torno de seu eixo longitudinal com uma velocidade angular $\omega = 4 \text{ rad/s}$. O momento de inércia do cilindro em relação ao eixo de rotação é $I = \frac{1}{2}MR^2$. Determine o momento angular do cilindro.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L pode ser encontrado a partir do momento de inércia e da velocidade angular.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que o cilindro gira uniformemente.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = I \cdot \omega$ para calcular o momento angular.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $I = \frac{1}{2}MR^2$ e $\omega = 4 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular do cilindro é $L = 2,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

3. Problema 3: Barra Girando em Torno de seu Centro

Enunciado: Uma barra uniforme de comprimento $L = 2 \text{ m}$ e massa $M = 5 \text{ kg}$ gira em torno de um eixo que passa pelo seu centro com uma velocidade angular $\omega = 3 \text{ rad/s}$. O momento de inércia da barra em relação ao eixo de rotação é $I = \frac{1}{12}ML^2$. Determine o momento angular da barra.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L pode ser encontrado a partir do momento de inércia e da velocidade angular.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que a barra gira de forma uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = I \cdot \omega$ para calcular o momento angular.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $I = \frac{1}{12}ML^2$ e $\omega = 3 \text{ rad/s}$.

e) **Análise dos resultados:** O momento angular da barra é $L = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

4. Problema 4: Esfera Oca Girando

Enunciado: Uma esfera oca de raio $R = 1,2 \text{ m}$ e massa $M = 8 \text{ kg}$ gira em torno de um eixo que passa pelo seu centro com uma velocidade angular $\omega = 1,5 \text{ rad/s}$. O momento de inércia da esfera oca em relação ao eixo de rotação é $I = \frac{2}{3}MR^2$. Determine o momento angular da esfera.

Solução:

- Análise qualitativa:** O momento angular L pode ser encontrado a partir do momento de inércia e da velocidade angular.
- Emissão de hipóteses:** Suponha que a esfera oca gira de forma uniforme.
- Elaboração de estratégias:** Use a fórmula $L = I \cdot \omega$ para calcular o momento angular.
- Aplicação das estratégias:** Substitua $I = \frac{2}{3}MR^2$ e $\omega = 1,5 \text{ rad/s}$.
- Análise dos resultados:** O momento angular da esfera oca é $L = 4,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

3.3.5 Problemas sugeridos para a Ficha de Problemas 05

1. Problema 1: Satélite em Órbita

Enunciado: Um satélite artificial esférico com raio de 1 m e massa de 500 kg está em órbita circular ao redor da Terra. Inicialmente, o satélite gira com uma velocidade angular de $0,1 \text{ rad/s}$. Durante a operação, o satélite ativa um sistema de propulsão que diminui seu raio de rotação para $0,8 \text{ m}$ sem alterar sua massa. Considerando a conservação do momento angular, determine a nova velocidade angular do satélite após a redução do raio.

Solução:

- Análise Qualitativa:** Como a mudança no raio de rotação afeta a velocidade angular do satélite?
- Hipótese:** A velocidade angular aumentará com a diminuição do raio para conservar o momento angular.
- Estratégia:** Usar a conservação do momento angular $L = I \cdot \omega$ e o momento de inércia para um corpo esférico $I = \frac{2}{5}mr^2$.
- Aplicação:**

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}} = \frac{2}{5} \cdot 500 \cdot (1)^2 \cdot 0,1 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{final}} = I_{\text{final}} \cdot \omega_{\text{final}} = \frac{2}{5} \cdot 500 \cdot (0,8)^2 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$20 = \frac{2}{5} \cdot 500 \cdot 0,64 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\omega_{\text{final}} \approx 0,156 \text{ rad/s}$$

- e) **Análise dos Resultados:** A velocidade angular aumentou para 0,156 rad/s, confirmando a conservação do momento angular.

2. Problema 2: Planeta Encolhendo

Enunciado: Um planeta esférico com massa de $5 \cdot 10^{24}$ kg e raio de $6 \cdot 10^6$ metros está girando com uma velocidade angular de $7,27 \cdot 10^{-5}$ rad/s. Devido a um processo astrofísico, o planeta encolhe, e seu raio é reduzido pela metade.

Solução:

- a) **Análise Qualitativa:** Como a velocidade angular do planeta será afetada pela redução do raio?
- b) **Hipótese:** A velocidade angular aumentará significativamente.
- c) **Estratégia:** Aplicar a conservação do momento angular, usando $I = \frac{2}{5}mr^2$.
- d) **Aplicação:**

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}} = \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 10^{24} \cdot (6 \cdot 10^6)^2 \cdot 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

$$L_{\text{inicial}} \approx 1,57 \cdot 10^{34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{final}} = I_{\text{final}} \cdot \omega_{\text{final}} = \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 10^{24} \cdot (3 \cdot 10^6)^2 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\omega_{\text{final}} = \frac{1,57 \cdot 10^{34}}{\frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 10^{24} \cdot 9 \cdot 10^{12}}$$

$$\omega_{\text{final}} \approx 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$$

- e) **Análise dos Resultados:** A velocidade angular aumentou para $2,9 \cdot 10^{-4}$ rad/s, demonstrando a conservação do momento angular.

3. Problema 3: Cometa Aproximando-se do Sol

Enunciado: Um cometa esférico com massa de 1×10^{13} kg e raio de 1 km se aproxima do Sol, mudando de uma órbita a 5 UA para uma órbita circular a 1 UA. Inicialmente, sua velocidade angular era 2×10^{-7} rad/s. Supondo que o momento angular do cometa se conserve durante essa aproximação, qual será sua nova velocidade angular na órbita mais próxima do Sol?

Solução:

- a) **Análise Qualitativa:** Como a velocidade angular do cometa será alterada pela mudança de órbita?

- b) **Hipótese:** A velocidade angular aumentará ao diminuir a distância ao Sol.
 c) **Estratégia:** Usar a conservação do momento angular.
 d) **Aplicação:**

$$L_{\text{inicial}} = mr_{\text{inicial}}v_{\text{inicial}} = 1 \cdot 10^{13} \cdot 5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-7}$$

$$L_{\text{inicial}} \approx 1,5 \cdot 10^{18} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{final}} = mr_{\text{final}}v_{\text{final}} = 1 \cdot 10^{13} \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\omega_{\text{final}} \approx 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$$

- e) **Análise dos Resultados:** A velocidade angular do cometa aumentou para $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$.

4. Problema 4: Estrela Colapsando

Uma estrela com massa de $1,2 \times 10^{30} \text{ kg}$ e raio de $7 \times 10^8 \text{ m}$ está girando com uma velocidade angular de 2 rad/s . Devido a um colapso gravitacional, o raio da estrela reduz para $7 \times 10^6 \text{ m}$. Assumindo que o momento angular seja conservado, determine a nova velocidade angular da estrela após o colapso.

Solução:

- a) **Análise Qualitativa:** Como a velocidade angular da estrela será afetada pelo colapso?
 b) **Hipótese:** A velocidade angular aumentará drasticamente.
 c) **Estratégia:** Usar a conservação do momento angular e o momento de inércia para uma esfera.
 d) **Aplicação:**

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}} = \frac{2}{5} \cdot 1,2 \cdot 10^{30} \cdot (7 \cdot 10^8)^2 \cdot 2$$

$$L_{\text{inicial}} \approx 2,35 \cdot 10^{49} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{final}} = I_{\text{final}} \cdot \omega_{\text{final}} = \frac{2}{5} \cdot 1,2 \cdot 10^{30} \cdot (7 \cdot 10^6)^2 \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\omega_{\text{final}} \approx 2 \cdot 10^2 \text{ rad/s}$$

- e) **Análise dos Resultados:** A velocidade angular aumentou para 200 rad/s , um aumento significativo devido ao colapso da estrela.

3.3.6 Problemas adicionais

1. Problema 1: Lançamento de um Satélite

Enunciado: Um satélite artificial é lançado para orbitar a Terra em uma trajetória circular a uma altitude de 500 km acima da superfície. A massa da Terra é $5,97 \cdot 10^{24}$ kg, e o raio da Terra é 6,371 km. Qual é o momento angular do satélite em relação ao centro da Terra, sabendo que ele orbita a uma velocidade de 7,5 km/s e que sua massa é de 1000 kg?

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular do satélite depende de três fatores principais: sua massa, sua velocidade linear ao longo da órbita e sua distância ao centro da Terra. Assumimos que a trajetória é circular e que o movimento é uniforme, o que simplifica o problema ao permitir o uso direto da fórmula do momento angular para translações circulares. A análise qualitativa considera a dependência direta do momento angular em relação ao aumento de cada um desses fatores.
- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:
- A órbita do satélite seja perfeitamente circular.
 - A velocidade orbital seja constante.
 - A influência de outras forças, como a resistência do ar, seja negligenciada devido ao vácuo no espaço.
- c) **Elaboração de estratégias:** Para calcular o momento angular L , utilizamos a fórmula:

$$L = mvr$$

onde:

- $m = 1000$ kg é a massa do satélite;
- $v = 7,5$ km/s = $7,5 \cdot 10^3$ m/s é a velocidade orbital;
- r é a distância do satélite ao centro da Terra, calculada como:

$$r = R_{\text{Terra}} + h = 6,371 + 0,500 = 6,871 \text{ km} = 6,871 \cdot 10^3 \text{ m.}$$

d) **Aplicação das estratégias:**

- Substitua os valores na fórmula do momento angular:

$$L = 1000 \cdot 7,5 \cdot 10^3 \cdot 6,871 \cdot 10^3.$$

- Efetue os cálculos:

$$L = 1000 \cdot 7,5 \cdot 6,871 \cdot 10^6.$$

$$L = 5,15325 \cdot 10^{10} \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular do satélite é:

$$L = 5,15325 \cdot 10^{10} \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Esse valor demonstra a grande magnitude do momento angular para um satélite em órbita, devido às altas velocidades e distâncias envolvidas. Contextualizando, tal grandeza é essencial para determinar a estabilidade orbital e os efeitos de perturbações externas. Qualquer alteração na velocidade ou na distância ao centro da Terra impactaria significativamente o momento angular, podendo levar a variações na órbita do satélite.

2. Problema 2: Braço Robótico em uma Linha de Montagem

Enunciado: Em uma linha de montagem industrial, um braço robótico movimentava uma peça com uma massa de 2 kg. O braço possui comprimento 1,5 m e gira em torno de um eixo fixo com uma velocidade angular constante de 1 rad/s. Considerando que o braço é rígido e a peça está presa firmemente na sua extremidade, determine o momento angular da peça em relação ao eixo de rotação do braço.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular da peça em relação ao eixo de rotação depende de:

- A massa da peça (m): um aumento na massa resultaria em um momento angular maior, já que há mais inércia associada ao movimento.
- O comprimento do braço (r): quanto maior a distância do eixo de rotação, maior será o momento angular, pois a inércia rotacional cresce proporcionalmente ao quadrado da distância.
- A velocidade angular (ω): um aumento na velocidade angular aumentará o momento angular linearmente.

O problema considera um movimento circular uniforme, implicando que ω é constante e que forças externas como atrito ou resistência do ar são desprezíveis. Além disso, a peça é tratada como uma massa pontual presa na extremidade do braço.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- O braço robótico é perfeitamente rígido, sem deformações.
- A peça está fixada firmemente na extremidade do braço.
- O sistema opera em condições ideais, sem forças dissipativas.

c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular L para o sistema pode ser determinado pela relação:

$$L = I\omega$$

onde I é o momento de inércia da peça em relação ao eixo de rotação. Para uma massa pontual, o momento de inércia é dado por:

$$I = mr^2$$

Assim, substituímos I na fórmula para obter:

$$L = mr^2\omega$$

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

- $m = 2 \text{ kg}$ (massa da peça);
- $r = 1,5 \text{ m}$ (comprimento do braço);
- $\omega = 1 \text{ rad/s}$ (velocidade angular).

Calculamos I :

$$I = mr^2 = 2 \cdot (1,5)^2 = 2 \cdot 2,25 = 4,5 \text{ kg m}^2$$

Substituímos em L :

$$L = I\omega = 4,5 \cdot 1 = 4,5 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular da peça é:

$$L = 4,5 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Esse valor é consistente com as variáveis fornecidas e confirma que o sistema opera dentro do esperado. Ele ilustra como o momento angular é influenciado pelo comprimento do braço e pela massa da peça. Em aplicações práticas, como controle de robôs industriais, ajustes na velocidade angular ou no comprimento do braço podem alterar o momento angular, impactando diretamente a dinâmica do sistema. Além disso, o valor do momento angular reflete a necessidade de precisão no design para evitar esforços excessivos no motor que controla o braço.

3. Problema 3: Giroscópio em um Satélite

Enunciado: Um satélite utiliza um giroscópio para estabilização, que possui um momento de inércia de $0,05 \text{ kg m}^2$ e gira a $10,000 \text{ rpm}$. Qual é o momento angular do giroscópio em relação ao seu eixo de rotação?

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular L depende de dois fatores principais:

- O momento de inércia I : que reflete como a massa está distribuída em relação ao eixo de rotação.

- A velocidade angular ω : que indica a rapidez com que o giroscópio está girando.

O problema considera o giroscópio girando a uma velocidade constante e sem perdas de energia, permitindo o uso direto da fórmula $L = I\omega$.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- A rotação do giroscópio seja uniforme e sem variações.
- Não há influência de forças dissipativas, como atrito ou resistência interna.

c) **Elaboração de estratégias:** Para calcular o momento angular L , utilizamos a fórmula:

$$L = I\omega$$

onde:

- $I = 0,05 \text{ kg m}^2$ é o momento de inércia do giroscópio;
- ω é a velocidade angular, que deve ser convertida de rotações por minuto (rpm) para radianos por segundo (rad/s).

A relação para converter rpm para rad/s é:

$$\omega = \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60}$$

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

- Converta 10,000 rpm para rad/s:

$$\omega = 10,000 \cdot \frac{2\pi}{60} = 10,000 \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{10,000\pi}{30} \text{ rad/s.}$$

- Simplifique:

$$\omega = 1,047.2 \text{ rad/s.}$$

- Calcule o momento angular:

$$L = I\omega = 0,05 \cdot 1,047.2 = 52,36 \text{ kg m}^2/\text{s.}$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular do giroscópio é:

$$L = 52,36 \text{ kg m}^2/\text{s.}$$

Este valor é significativo para a estabilização do satélite, pois o giroscópio armazena momento angular para resistir a mudanças na orientação do satélite. Esse efeito é importante em aplicações espaciais, onde pequenos ajustes de rotação são necessários para manter a posição do satélite. Além disso, o valor mostra como a alta velocidade de rotação amplifica a capacidade do giroscópio de influenciar a estabilidade do sistema.

4. Problema 4: Roda de um Automóvel

Enunciado: As rodas de um automóvel têm um raio de 0,3 m e giram a uma velocidade angular de 50 rad/s. Cada roda possui um momento de inércia de $0,8 \text{ kg m}^2$. Qual é o momento angular de uma das rodas em relação ao eixo de rotação?

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular L de uma roda automotiva depende de dois fatores principais:

- O momento de inércia (I): que reflete como a massa da roda está distribuída em relação ao eixo de rotação.
- A velocidade angular (ω): que mede a rapidez com que a roda está girando ao redor do eixo.

Assumimos que a roda está girando uniformemente, sem deslizamento e com uma velocidade angular constante. Isso permite aplicar diretamente a fórmula $L = I\omega$.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- O automóvel esteja se deslocando sem derrapagens, de forma que a rotação da roda seja puramente uniforme.
- Não há forças dissipativas, como atrito significativo no eixo de rotação.

c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular L pode ser calculado usando:

$$L = I\omega$$

onde:

- $I = 0,8 \text{ kg m}^2$ é o momento de inércia da roda;
- $\omega = 50 \text{ rad/s}$ é a velocidade angular da roda.

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos na fórmula:

- Calcule L :

$$L = 0,8 \cdot 50 = 40 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular de uma única roda é:

$$L = 40 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Esse valor demonstra a quantidade de movimento de rotação armazenada na roda, que é importante para a dinâmica do automóvel. Em velocidades mais altas, o momento angular aumenta proporcionalmente à velocidade angular, o que pode impactar o desempenho do veículo em curvas ou frenagens. Além disso, esse momento angular reflete a estabilidade que a roda fornece ao veículo, ajudando a manter a trajetória e a reduzir vibrações.

5. Problema 5: Patinadores Artísticos

Enunciado: Dois patinadores, cada um com massa de 60 kg, giram em torno de um ponto central segurando uma corda de 2 m de comprimento. Eles giram a uma velocidade angular de 3 rad/s. Qual é o momento angular do sistema formado pelos dois patinadores em relação ao ponto central?

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular do sistema é influenciado por:

- A massa de cada patinador ($m = 60$ kg): patinadores mais pesados geram maior momento angular.
- A distância ao ponto central ($r = 1$ m): o momento de inércia aumenta com o quadrado da distância ao eixo de rotação.
- A velocidade angular ($\omega = 3$ rad/s): um aumento na velocidade angular resulta em um momento angular maior.

Assumimos que os patinadores estão girando uniformemente, que a corda é ideal (inextensível e sem massa) e que ambos contribuem igualmente para o momento angular do sistema.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- A distribuição de massa dos patinadores é uniforme.
- A corda permanece tensa e cada patinador mantém uma distância fixa ao ponto central durante a rotação.
- Não há forças dissipativas (como atrito com o ar).

c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular total L do sistema é dado por:

$$L = 2I\omega$$

onde I é o momento de inércia de um único patinador, dado por:

$$I = mr^2$$

Substituímos I na equação de L :

$$L = 2mr^2\omega$$

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

- $m = 60$ kg (massa de cada patinador);
- $r = 1$ m (metade do comprimento da corda);
- $\omega = 3$ rad/s (velocidade angular).

Calcule o momento angular:

$$L = 2 \cdot 60 \cdot (1)^2 \cdot 3 = 2 \cdot 60 \cdot 3 = 360 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise dos resultados:** O momento angular total do sistema formado pelos dois patinadores é:

$$L = 360 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Este valor reflete a contribuição conjunta dos dois patinadores. O momento angular indica a resistência do sistema a mudanças em sua rotação. Este conceito é aplicável em diversas situações práticas, como em esportes de gelo ou manobras em satélites, onde o controle do momento angular desempenha um papel essencial para manter a estabilidade. Qualquer alteração na velocidade angular, massa ou distância dos patinadores ao ponto central alteraria significativamente o valor do momento angular.

6. Problema 6: Armazenamento de Energia em um Volante

Enunciado: Em um motor industrial, um volante com momento de inércia de 5 kg m^2 gira a 300 rpm. Por questões de segurança, o momento angular máximo permitido para este volante é de $160 \text{ kg m}^2/\text{s}$.

Determine o momento angular do volante e analise se ele está dentro do limite de segurança. Considere que o volante gira de forma uniforme e que a velocidade angular é constante.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular L é uma medida da inércia rotacional do volante em movimento. É diretamente proporcional ao momento de inércia (I) e à velocidade angular (ω). Para determinar se o volante está operando de forma segura, devemos calcular L e compará-lo ao limite de segurança fornecido ($L_{\text{máx}} = 160 \text{ kg m}^2/\text{s}$).

Um valor de L acima do limite implica que o volante pode gerar forças excessivas durante sua operação, representando um risco de falha mecânica ou sobrecarga do motor.

- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- A velocidade angular do volante é uniforme e não há variações repentinas.
- Não há perdas de energia significativas, como atrito nos rolamentos.
- O limite de segurança é um valor crítico e não deve ser excedido.

- c) **Elaboração de estratégias:** Para calcular o momento angular, utilizamos:

$$L = I\omega$$

onde:

- $I = 5 \text{ kg m}^2$ (momento de inércia);
- ω (velocidade angular), que deve ser convertida de rpm para rad/s.

A conversão é feita utilizando:

$$\omega = \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60}.$$

Após calcular L , devemos compará-lo ao limite $L_{\text{máx}} = 160 \text{ kg m}^2/\text{s}$ para avaliar a segurança.

d) **Aplicação das estratégias:**

- Converta 300 rpm para rad/s:

$$\omega = 300 \cdot \frac{2\pi}{60} = 300 \cdot \frac{\pi}{30} = 10\pi \text{ rad/s}.$$

- Substitua os valores na fórmula do momento angular:

$$L = I\omega = 5 \cdot 10\pi = 50\pi \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

- Aproximando $\pi \approx 3,1416$:

$$L \approx 50 \cdot 3,1416 = 157,08 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular calculado do volante é:

$$L \approx 157,08 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Comparando com o limite de segurança:

$$L_{\text{máx}} = 160 \text{ kg m}^2/\text{s},$$

observamos que o valor está abaixo do limite permitido. Isso indica que o volante opera dentro de condições seguras. No entanto, é importante notar que o valor calculado está muito próximo do limite de segurança, o que pode requerer atenção adicional para evitar flutuações na velocidade angular ou desgaste do sistema, que poderiam levar a situações de risco.

Em aplicações práticas, é recomendável operar com uma margem de segurança maior para compensar eventuais imprecisões nos cálculos ou variações nas condições operacionais.

7. Problema 7: Disco em uma Plataforma Giratória

Enunciado: Um disco de massa $0,5 \text{ kg}$ é colocado a $0,2 \text{ m}$ do centro de uma plataforma giratória. A plataforma gira a 10 rad/s . Sabendo que o limite máximo permitido para o momento angular da plataforma e do disco juntos é $0,25 \text{ kg m}^2/\text{s}$, determine o momento angular do disco. Verifique se o sistema opera dentro dos limites de segurança.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento angular L do disco em relação ao centro de rotação depende de:

- A massa do disco ($m = 0,5 \text{ kg}$), que define a quantidade de matéria em movimento.
- A distância ao centro de rotação ($r = 0,2 \text{ m}$), que afeta diretamente o momento de inércia.
- A velocidade angular da plataforma ($\omega = 10 \text{ rad/s}$), que indica a rapidez do movimento rotacional.

O problema considera que o disco está firmemente acoplado à plataforma, girando na mesma velocidade angular, e que as condições são ideais, sem forças dissipativas.

b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:

- O disco não deslize em relação à plataforma.
- A plataforma gire com velocidade angular constante.
- O limite de segurança para o momento angular é absoluto e não deve ser ultrapassado.

c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular do disco L é dado por:

$$L = I\omega,$$

onde o momento de inércia I para o disco é calculado como:

$$I = mr^2.$$

Substituimos I na equação para obter:

$$L = mr^2\omega.$$

Após calcular L , devemos compará-lo ao limite de segurança ($L_{\text{máx}} = 0,25 \text{ kg m}^2/\text{s}$) para verificar a segurança do sistema.

d) **Aplicação das estratégias:** Substituimos os valores fornecidos:

- Calcule o momento de inércia do disco:

$$I = mr^2 = 0,5 \cdot (0,2)^2 = 0,5 \cdot 0,04 = 0,02 \text{ kg m}^2.$$

- Calcule o momento angular:

$$L = I\omega = 0,02 \cdot 10 = 0,2 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular do disco é:

$$L = 0,2 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Comparando com o limite de segurança fornecido:

$$L_{\text{máx}} = 0,25 \text{ kg m}^2/\text{s},$$

verificamos que o valor calculado está abaixo do limite permitido. Isso indica que o sistema opera dentro dos parâmetros de segurança. No entanto, a proximidade do limite sugere que ajustes futuros, como reduzir a velocidade angular da plataforma ou diminuir a massa do disco, poderiam aumentar a margem de segurança.

Em situações práticas, operar próximo ao limite pode representar riscos, especialmente em sistemas onde as condições podem variar, como em casos de vibração ou desacoplamento parcial. Assim, recomenda-se uma análise mais detalhada para aplicações críticas.

8. Problema 8: Ferramenta Giratória

Enunciado: Uma ferramenta rotativa utilizada para esculpir madeira possui um momento de inércia de $0,01 \text{ kg m}^2$ e gira a 5000 rpm . O fabricante informa que o limite de segurança operacional para o momento angular da ferramenta é $5,5 \text{ kg m}^2/\text{s}$. Determine o momento angular da ferramenta e analise se ela está operando dentro do limite seguro.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular L da ferramenta reflete a resistência do sistema a mudanças na rotação. Ele depende de:
- O momento de inércia ($I = 0,01 \text{ kg m}^2$): que caracteriza como a massa da ferramenta está distribuída em relação ao eixo de rotação.
 - A velocidade angular (ω): que mede a rapidez do movimento rotacional em rad/s .

O limite de segurança operacional indica o valor máximo de L que a ferramenta pode suportar sem risco de falha mecânica. A proximidade do valor calculado com esse limite é um indicador da segurança do sistema.

- b) **Emissão de hipóteses:** Suponha que:
- A velocidade angular da ferramenta é constante.
 - Não há perdas de energia significativas por atrito ou vibração.
 - O limite de segurança fornecido pelo fabricante é absoluto e não deve ser excedido.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular L é dado por:

$$L = I\omega,$$

onde a velocidade angular ω precisa ser convertida de rotações por minuto (rpm) para radianos por segundo (rad/s). A conversão é feita por:

$$\omega = \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60}.$$

Após calcular L , o valor deve ser comparado ao limite de segurança fornecido.

d) **Aplicação das estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

- Converta 5000 rpm para rad/s:

$$\omega = 5000 \cdot \frac{2\pi}{60} = 5000 \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{5000\pi}{30} \text{ rad/s}.$$

- Simplifique:

$$\omega = 500 \cdot \pi \approx 1570,8 \text{ rad/s}.$$

- Substitua na fórmula do momento angular:

$$L = I\omega = 0,01 \cdot 1570,8 = 15,708 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise dos resultados:** O momento angular da ferramenta é:

$$L \approx 15,71 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Comparando com o limite de segurança informado pelo fabricante:

$$L_{\text{máx}} = 5,5 \text{ kg m}^2/\text{s},$$

observamos que o momento angular calculado excede significativamente o limite permitido. Isso indica que a ferramenta está operando fora dos parâmetros seguros, o que pode levar a falhas mecânicas, superaquecimento ou até mesmo acidentes graves durante o uso.

Para corrigir a situação, seria necessário reduzir a velocidade angular da ferramenta ou alterar o design para diminuir o momento de inércia. Este resultado ressalta a importância de respeitar os limites de segurança especificados para evitar danos ao equipamento e riscos ao operador.

9. Problema 9: Estabilidade Rotacional de uma Turbina de Avião

Enunciado: Uma turbina de avião tem momento de inércia $I = 1500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e gira com velocidade angular de $\omega = 50 \text{ rad/s}$. O limite operacional seguro para o momento angular é $80,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Determine o momento angular da turbina e avalie se está dentro do limite seguro. Explique a importância desse cálculo para a estabilidade do motor.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular reflete a resistência do sistema a variações na rotação. Ele depende do momento de inércia (I) e da velocidade angular (ω).
- b) **Emissão de hipóteses:**
- A turbina gira uniformemente e sem variações bruscas de velocidade.
 - O limite operacional é absoluto e não deve ser excedido.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é calculado por $L = I \cdot \omega$. O valor será comparado ao limite fornecido.
- d) **Aplicação de estratégias:** Substituímos os valores:

$$L = 1500 \cdot 50 = 75,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular calculado ($75,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$) está abaixo do limite seguro ($80,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$), indicando que a turbina opera de forma estável. Isso evita vibrações excessivas e garante segurança em voo.

10. Problema 10: Momento Angular em um Disco Rígido

Enunciado: Um disco rígido de computador, com momento de inércia $I = 0,02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, gira a 7200 rpm. Determine o momento angular do disco e analise como ele influencia a estabilidade do sistema durante a operação.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular do disco garante estabilidade, mas valores elevados podem aumentar desgaste e consumo de energia.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- A rotação é uniforme e sem forças externas significativas.
 - O sistema está ideal para os cálculos.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é dado por $L = I \cdot \omega$, sendo ω convertido de rpm para rad/s:

$$\omega = \text{rpm} \cdot \frac{2\pi}{60}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:**

$$\omega = 7200 \cdot \frac{2\pi}{60} = 754 \text{ rad/s}.$$

$$L = 0,02 \cdot 754 = 15,08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular elevado ($15,08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$) garante estabilidade, mas exige balanceamento adequado para evitar vibrações excessivas.

11. Problema 11: Controle de Estabilidade em Drones

Enunciado: Um drone possui quatro hélices, cada uma com momento de inércia $I = 0,05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, girando a $\omega = 400 \text{ rad/s}$. Determine o momento angular de cada hélice e o momento angular total do drone. Discuta a influência desse controle na estabilidade do drone.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** Cada hélice contribui para o momento angular total. O equilíbrio entre os momentos angulares garante estabilidade e controle.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- As hélices giram de forma uniforme e na mesma velocidade angular.
 - Não há perturbações externas significativas.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular de cada hélice é:

$$L_{\text{hélice}} = I \cdot \omega.$$

O total é:

$$L_{\text{total}} = 4 \cdot L_{\text{hélice}}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:**

$$L_{\text{hélice}} = 0,05 \cdot 400 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

$$L_{\text{total}} = 4 \cdot 20 = 80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular total ($80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$) permite que o drone mantenha estabilidade e realize manobras ajustando os momentos angulares individuais.

12. Problema 12: Momento Angular em Duas Rodas de Bicicleta

Enunciado: Duas rodas de bicicleta possuem o mesmo momento angular de $L = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. A primeira roda tem um raio de $r_1 = 0,3 \text{ m}$ e a segunda, $r_2 = 0,5 \text{ m}$. Determine o momento de inércia de cada roda e discuta como a distribuição da massa influencia o momento de inércia, considerando que ambas têm o mesmo momento angular.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular de cada roda (L) depende de seu momento de inércia (I) e da velocidade angular (ω). Rodas com maior raio precisam de menor velocidade angular para manter o mesmo momento angular, devido ao maior momento de inércia.

b) **Emissão de hipóteses:**

- As rodas giram sem deslizamento e sem forças dissipativas.
- A distribuição de massa é uniforme em ambas as rodas.
- O momento angular é constante.

c) **Elaboração de estratégias:** A relação entre momento angular, momento de inércia e velocidade angular é:

$$L = I \cdot \omega.$$

Sabemos que $\omega = v/r$, então:

$$I = \frac{L}{\omega}.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Para $r_1 = 0,3 \text{ m}$:

$$I_1 = \frac{5}{\omega_1} = \frac{5 \cdot 0,3}{v}.$$

Para $r_2 = 0,5 \text{ m}$:

$$I_2 = \frac{5}{\omega_2} = \frac{5 \cdot 0,5}{v}.$$

e) **Análise do resultado:** Rodas maiores têm maior momento de inércia devido à distribuição da massa mais afastada do eixo. Isso torna rodas maiores mais resistentes a variações de velocidade angular, proporcionando maior estabilidade.

13. Problema 13: Velocidade Angular em Discos Magnéticos

Enunciado: Dois discos magnéticos usados em unidades de armazenamento têm o mesmo momento angular $L = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. O primeiro disco tem momento de inércia $I_1 = 0,002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e o segundo, $I_2 = 0,003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Determine a velocidade angular de cada disco e explique como o momento de inércia afeta a rotação.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** Discos com maior momento de inércia (I) giram mais lentamente (ω) para manter o mesmo momento angular (L).

b) **Emissão de hipóteses:**

- Os discos operam sem forças dissipativas.
- O momento angular é constante.

c) **Elaboração de estratégias:** A relação entre momento angular, momento de inércia e velocidade angular é:

$$\omega = \frac{L}{I}.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Para o primeiro disco:

$$\omega_1 = \frac{0,1}{0,002} = 50 \text{ rad/s.}$$

Para o segundo disco:

$$\omega_2 = \frac{0,1}{0,003} \approx 33,33 \text{ rad/s.}$$

e) **Análise do resultado:** Discos com maior momento de inércia giram mais lentamente, o que pode ser vantajoso para estabilidade, mas exige mais torque para mudanças na rotação.

14. Problema 14: Momento de Inércia em Cilindros

Enunciado: Dois cilindros giram com o mesmo momento angular $L = 8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. O primeiro tem massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ e raio $r_1 = 0,4 \text{ m}$; o segundo, $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ e raio $r_2 = 0,5 \text{ m}$. Determine o momento de inércia de cada cilindro e discuta as diferenças entre eles.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** O momento de inércia depende da distribuição de massa e do raio. Cilindros com maior raio têm maior momento de inércia, dificultando mudanças rápidas na rotação.

b) **Emissão de hipóteses:**

- Os cilindros são homogêneos e maciços.
- Não há dissipação de energia.

c) **Elaboração de estratégias:** O momento de inércia de um cilindro maciço é dado por:

$$I = \frac{1}{2}mr^2.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Para o primeiro cilindro:

$$I_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (0,4)^2 = 0,16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Para o segundo cilindro:

$$I_2 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot (0,5)^2 = 0,1875 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

e) **Análise do resultado:** Cilindros com maior raio têm maior momento de inércia, resistindo mais a mudanças na rotação. Esse fator pode ser explorado em aplicações de estabilidade.

15. Problema 15: Momento Angular em uma Plataforma Giratória

Enunciado: Uma plataforma giratória em um laboratório gira com velocidade angular de $\omega_{\text{inicial}} = 10 \text{ rad/s}$. Após aumentar a massa posicionada na extremidade da plataforma, sua velocidade angular reduz para $\omega_{\text{final}} = 6 \text{ rad/s}$. Sabendo que o momento de inércia inicial era $I_{\text{inicial}} = 4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, determine o momento angular inicial e final da plataforma.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular (L) é uma medida conservada em sistemas sem forças externas. A alteração na velocidade angular está associada ao aumento do momento de inércia da plataforma, mantendo L constante.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- O sistema é isolado, sem forças externas atuando.
 - O aumento na massa só afeta o momento de inércia.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é calculado como:

$$L = I \cdot \omega.$$

Para a etapa inicial:

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}}.$$

Para a etapa final, considerando $L_{\text{final}} = L_{\text{inicial}}$:

$$L_{\text{final}} = I_{\text{final}} \cdot \omega_{\text{final}}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:** Momento angular inicial:

$$L_{\text{inicial}} = 4 \cdot 10 = 40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

Como $L_{\text{final}} = L_{\text{inicial}}$, temos:

$$L_{\text{final}} = 40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular inicial e final é o mesmo ($40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$), comprovando a conservação do momento angular. A redução na velocidade angular ($\omega_{\text{final}} = 6 \text{ rad/s}$) é compensada pelo aumento do momento de inércia devido à maior massa na extremidade.

16. Problema 16: Momento Angular de um Ciclista em Curva

Enunciado: Um ciclista faz uma curva em alta velocidade e posiciona seu corpo de modo a reduzir a rotação das rodas. Inicialmente, as rodas têm uma velocidade angular de $\omega_{\text{inicial}} = 20 \text{ rad/s}$ e momento de inércia $I = 0,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Após reduzir a velocidade para $\omega_{\text{final}} = 12 \text{ rad/s}$, determine o momento angular inicial e final das rodas.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular (L) das rodas diminui proporcionalmente à redução na velocidade angular (ω), já que o momento de inércia (I) permanece constante.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- A distribuição de massa nas rodas não muda durante o movimento.
 - A redução na velocidade angular é uniforme e controlada.
- c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é dado por:

$$L = I \cdot \omega.$$

Para o estado inicial e final:

$$L_{\text{inicial}} = I \cdot \omega_{\text{inicial}},$$

$$L_{\text{final}} = I \cdot \omega_{\text{final}}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:** Momento angular inicial:

$$L_{\text{inicial}} = 0,3 \cdot 20 = 6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

Momento angular final:

$$L_{\text{final}} = 0,3 \cdot 12 = 3,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

- e) **Análise do resultado:** O momento angular diminui de $6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ para $3,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Essa redução melhora o controle do ciclista durante a curva, reduzindo o risco de perda de aderência ou instabilidade.

17. Problema 17: Controle de Momento Angular em um Módulo Espacial

Enunciado: Em uma simulação de pouso em Marte, um módulo rotacional possui velocidade angular inicial de $\omega_{\text{inicial}} = 3 \text{ rad/s}$ e momento de inércia $I_{\text{inicial}} = 50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Quando o módulo reduz sua velocidade angular para $\omega_{\text{final}} = 1,5 \text{ rad/s}$, determine o momento angular inicial e final. Explique a importância de controlar o momento angular em módulos espaciais.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** O momento angular (L) do módulo é importante para manter sua estabilidade durante o pouso. A redução na velocidade angular está diretamente associada ao controle do sistema de estabilização.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- O momento de inércia do módulo não muda durante o processo.
 - A variação na velocidade angular é controlada e uniforme.

c) **Elaboração de estratégias:** O momento angular é dado por:

$$L = I \cdot \omega.$$

Para os estados inicial e final:

$$L_{\text{inicial}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}},$$

$$L_{\text{final}} = I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{final}}.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Momento angular inicial:

$$L_{\text{inicial}} = 50 \cdot 3 = 150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

Momento angular final:

$$L_{\text{final}} = 50 \cdot 1,5 = 75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

e) **Análise do resultado:** O momento angular é reduzido de $150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ para $75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, garantindo maior controle sobre a estabilidade do módulo espacial durante a descida, minimizando oscilações perigosas.

18. Problema 18: Conservação do Momento Angular de uma Bailarina

Enunciado: Uma bailarina faz uma pirueta com os braços abertos e possui momento de inércia inicial $I_{\text{aberto}} = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e gira com velocidade angular inicial $\omega_{\text{inicial}} = 5 \text{ rad/s}$. Quando ela aproxima os braços ao corpo, seu momento de inércia reduz para $I_{\text{fechado}} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Determine a nova velocidade angular ω_{final} , considerando a conservação do momento angular.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** Quando a bailarina reduz seu momento de inércia ao aproximar os braços, sua velocidade angular aumenta para conservar o momento angular, já que não há forças externas atuando.

b) **Emissão de hipóteses:**

- Não há forças externas agindo sobre a bailarina.
- O movimento ocorre de forma suave e sem dissipação de energia.

c) **Elaboração de estratégias:** A conservação do momento angular é expressa como:

$$L_{\text{inicial}} = L_{\text{final}}.$$

Substituímos $L = I \cdot \omega$ para obter:

$$I_{\text{aberto}} \cdot \omega_{\text{inicial}} = I_{\text{fechado}} \cdot \omega_{\text{final}}.$$

Isolamos ω_{final} :

$$\omega_{\text{final}} = \frac{I_{\text{aberto}} \cdot \omega_{\text{inicial}}}{I_{\text{fechado}}}.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

$$\omega_{\text{final}} = \frac{2 \cdot 5}{1} = 10 \text{ rad/s.}$$

e) **Análise do resultado:** A velocidade angular aumenta para $\omega_{\text{final}} = 10 \text{ rad/s}$, evidenciando a conservação do momento angular. Esse aumento permite movimentos mais rápidos e é um recurso explorado em apresentações artísticas para criar efeitos dinâmicos e impactantes.

19. Problema 19: Ajuste do Momento Angular em um Giroscópio

Enunciado: Em uma sala de controle de giroscópios, um operador ativa um giroscópio com momento de inércia inicial $I_{\text{inicial}} = 0,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e velocidade angular inicial $\omega_{\text{inicial}} = 10 \text{ rad/s}$. Ao adicionar uma massa extra, o momento de inércia aumenta para $I_{\text{final}} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Determine a nova velocidade angular ω_{final} e explique a importância de ajustar o momento angular para estabilização de giroscópios.

Solução:

a) **Análise qualitativa:** Quando o momento de inércia aumenta, a velocidade angular diminui para conservar o momento angular, mantendo o sistema estável.

b) **Emissão de hipóteses:**

- Não há forças externas atuando no sistema.
- O aumento do momento de inércia é uniforme e controlado.

c) **Elaboração de estratégias:** Pela conservação do momento angular:

$$L_{\text{inicial}} = L_{\text{final}}.$$

Substituímos $L = I \cdot \omega$ e isolamos ω_{final} :

$$\omega_{\text{final}} = \frac{I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}}}{I_{\text{final}}}.$$

d) **Aplicação de estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

$$\omega_{\text{final}} = \frac{0,6 \cdot 10}{1,2} = 5 \text{ rad/s.}$$

e) **Análise do resultado:** A nova velocidade angular é $\omega_{\text{final}} = 5 \text{ rad/s}$. Esse ajuste garante que o giroscópio opere de forma estável, compensando a adição de massa. O controle do momento angular é essencial em aplicações como navegação e estabilização de satélites.

20. Problema 20: Controle do Momento Angular de um Patinador

Enunciado: Um patinador de gelo faz um giro com velocidade angular inicial $\omega_{\text{inicial}} = 15 \text{ rad/s}$ e momento de inércia inicial $I_{\text{inicial}} = 1,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Após aproximar

os braços do corpo, seu momento de inércia reduz para $I_{\text{final}} = 0,75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Qual será sua nova velocidade angular ω_{final} ? Explique como essa mudança afeta o movimento do patinador.

Solução:

- a) **Análise qualitativa:** Quando o patinador aproxima os braços, seu momento de inércia diminui, e a velocidade angular aumenta para conservar o momento angular, resultando em giros mais rápidos.
- b) **Emissão de hipóteses:**
- Não há forças externas agindo sobre o patinador.
 - O movimento ocorre em um plano horizontal ideal, sem atrito significativo.
- c) **Elaboração de estratégias:** Pela conservação do momento angular:

$$L_{\text{inicial}} = L_{\text{final}}.$$

Substituímos $L = I \cdot \omega$ e isolamos ω_{final} :

$$\omega_{\text{final}} = \frac{I_{\text{inicial}} \cdot \omega_{\text{inicial}}}{I_{\text{final}}}.$$

- d) **Aplicação de estratégias:** Substituímos os valores fornecidos:

$$\omega_{\text{final}} = \frac{1,5 \cdot 15}{0,75} = 30 \text{ rad/s}.$$

- e) **Análise do resultado:** A velocidade angular aumenta para $\omega_{\text{final}} = 30 \text{ rad/s}$, demonstrando como a conservação do momento angular permite que o patinador intensifique seus giros. Esse recurso é amplamente usado em esportes artísticos para criar movimentos impressionantes.

3.4 Lista de possíveis aplicações para explorar

Nesta seção, são apresentadas possíveis aplicações que o professor pode explorar para aprofundar os conteúdos trabalhados, a depender do contexto de aplicação. Adicionalmente, cada aplicação possui uma referência que trata sobre a Física da aplicação.

- Situações do cotidiano/esporte
 - Ginástica artística: Durante uma cambalhota ou um salto, os ginastas manipulam seu momento angular para realizar movimentos precisos e graciosos.
 - Ciclismo: Ao inclinar-se para os lados, um ciclista altera seu momento angular e, assim, controla o equilíbrio e a direção da bicicleta.

- Brincadeira de Pular Corda: A variação do momento angular dos braços e do corpo ao pular corda influencia a cadência e a eficiência do movimento.
 - Arremesso de Baseball: Ao arremessar uma bola, um jogador utiliza o momento angular para gerar a velocidade necessária e a direção desejada.
 - Giro de um pião: O movimento rotacional de um pião exemplifica o conceito de momento angular, especialmente ao variar a velocidade de giro.
 - Abertura de portas: Ao empurrar ou puxar uma porta, os movimentos rotacionais são controlados pelo momento angular aplicado.
 - Movimento de um Carrossel: A rotação controlada de um carrossel envolve manipulação do momento angular para garantir a segurança e o equilíbrio.
 - Saltos em Esportes Aquáticos: Mergulhadores e saltadores sincronizados ajustam seus corpos no ar para controlar o momento angular e atingir uma entrada perfeita na água.
 - Balanço de um Pêndulo: O movimento de um pêndulo é governado pelo momento angular, influenciando a amplitude e o período do balanço.
 - Patinação no gelo: Ao estender ou retrain os braços durante uma pirueta, um patinador altera seu momento angular, controlando sua rotação.
- Aplicações tecnológicas
 - Estabilizadores de Câmera: Sistemas de estabilização em câmeras utilizam giroscópios para controlar o momento angular e reduzir tremores.
 - Controle de Satélites em Órbita: Satélites utilizam momento angular controlado para manter a orientação correta durante a órbita.
 - Controle de Drones: Drones empregam giroscópios para ajustar o momento angular e manter a estabilidade durante o voo.
 - Rodas de Inércia em Motores: Em motores, rodas de inércia são usadas para controlar e manter o momento angular constante, melhorando a eficiência.
 - Gyroboards (Hoverboards): Sensores giroscópicos em hoverboards auxiliam na estabilidade, ajustando o momento angular em tempo real.
 - Rodas de Inércia em Veículos Espaciais: O uso de rodas de inércia em veículos espaciais ajuda a controlar o momento angular, possibilitando ajustes precisos na orientação.
 - Sensores de Jogos: Em dispositivos de realidade virtual e jogos, sensores que medem o momento angular são cruciais para interações precisas.
 - Sistemas de Direção Assistida em Carros: O controle do momento angular é essencial para sistemas de direção assistida, proporcionando uma direção mais estável e segura.

- Rodas de Inércia em Equipamentos de Exercício: Alguns equipamentos de exercício incorporam rodas de inércia para controlar e ajustar o momento angular durante o treino.
- Estabilizadores em Aeronaves: Aeronaves modernas utilizam sistemas de estabilização que ajustam o momento angular para garantir um voo suave e controlado.
- Aplicações em teorias científicas
 - Lei da Conservação do Momento Angular: Essa lei fundamental da física estabelece que o momento angular total de um sistema isolado permanece constante, a menos que atue uma força externa.
 - Estudo de Rotação de Planetas: Astronomia utiliza o momento angular para entender a rotação de planetas e estrelas, influenciando a formação e evolução do universo.
 - Movimento de Galáxias: O estudo do momento angular é crucial para compreender o movimento rotacional de galáxias e a formação de estruturas cósmicas.
 - Mecânica Quântica: Em nível subatômico, o momento angular é uma propriedade fundamental de partículas e é crucial para a descrição quântica dos sistemas.
 - Teoria da Relatividade Geral: A teoria de Einstein incorpora o momento angular na descrição do espaço-tempo e da gravidade.
 - Dinâmica Orbital de Sistemas Estelares: Ao estudar sistemas estelares, o momento angular é essencial para entender as órbitas e as interações gravitacionais.
 - Modelagem de Fenômenos Atmosféricos: A meteorologia utiliza o momento angular para modelar e prever fenômenos atmosféricos, como ciclones e furacões.
 - Eletrodinâmica Quântica: Em física de partículas, o momento angular é um conceito importante na descrição de interações quânticas entre partículas carregadas.
 - Estudo de Estrutura de Moléculas: A química utiliza o momento angular para entender a rotação de moléculas, influenciando propriedades e reatividade química.
 - Dinâmica Estelar em Aglomerados: O momento angular é fundamental para entender a dinâmica estelar em aglomerados galácticos, contribuindo para a compreensão da evolução estelar.

3.5 Fichas de Ferramentas - FF

As Fichas de Ferramentas são compostas por resumos teóricos do conteúdo que foi trabalhado em sala de aula. Ao todo, são propostas sete Fichas de Ferramentas, sendo disponibilizadas ao estudante entre encontros 02 a 08, Os temas que compõem cada ficha são descritas abaixo:

- Ficha de Ferramentas 01 - Período
- Ficha de Ferramentas 02 - Frequência
- Ficha de Ferramentas 03 - Velocidade angular
- Ficha de Ferramentas 04 - Momento angular de partículas
- Ficha de Ferramentas 05 - Momento angular de um sistema de partículas
- Ficha de Ferramentas 06 - Momento de inércia
- Ficha de Ferramentas 07 - Momento angular dos corpos rígidos (e sua conservação)

As Fichas de Ferramentas editáveis também estão [disponíveis na pasta de editáveis desta sequência na nuvem](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>) e a versão original delas são apresentadas abaixo.



Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 01

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome do/a Estudante: | Data: | Nota: |

Ficha de Ferramentas 01 – Período

Período (T): O período é o tempo necessário para que um objeto complete uma volta ou ciclo completo em um movimento circular ou oscilatório.

Em outras palavras, é o tempo que leva para o objeto retornar à mesma posição. No SI, o período é medido em segundos (s). Por exemplo, se uma roda leva 5 segundos para dar uma volta completa, dizemos que o período dela é de 5 segundos ($T = 5\text{ s}$).

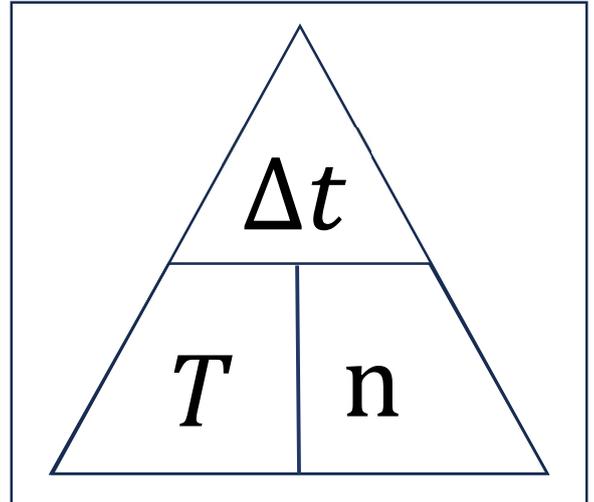
Algebricamente, temos:

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

T: período (s)

n: número de voltas em um intervalo de tempo Δt

Δt : Tempo total/intervalo de tempo (s)



Alguns exemplos relevantes



[Fonte da imagem acima¹](#)

Período da Terra em torno de si mesma (rotação): 24 h



[Fonte da imagem acima²](#)

Período orbital dos planetas do Sistema Solar (translação)

Vale a pena lembrar:

$$1 \text{ ano} = 365 \text{ dias}$$

$$1 \text{ dia} = 24 \text{ h}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

Imagem¹ / Imagem²

¹ <https://olhardigital.com.br/2023/06/19/ciencia-e-espaco/inclinacao-da-terra-e-alterada-por-influencia-humana/>

² https://www.instagram.com/p/CFVdi4_DfU6/?igsh=MW11NGExcTJvdXgyMQ==



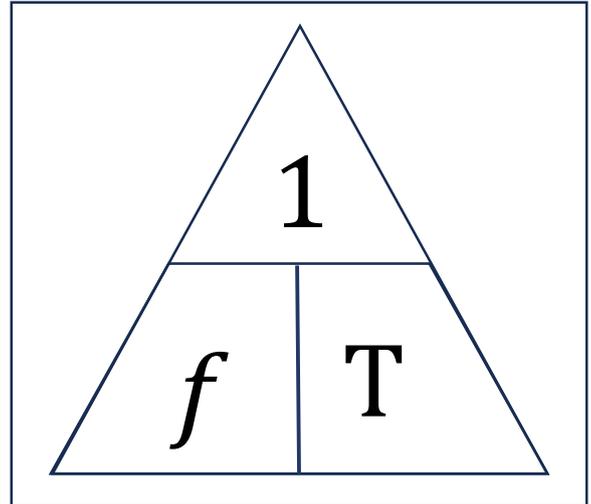
Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 02

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome do/a Estudante: | Data: | Nota: |

Ficha de Ferramentas 02 – Frequência

Frequência (f): A frequência indica quantas voltas ou ciclos completos um objeto realiza por segundo. É o inverso do período, ou seja, quanto menor o período, maior a frequência. No SI, a frequência é medida em hertz (Hz), onde 1 Hz significa uma volta ou ciclo por segundo.

Por exemplo, se uma roda faz 2 voltas por segundo, sua frequência é de 2 Hz. período é o tempo necessário para que um objeto complete uma volta ou ciclo completo em um movimento circular ou oscilatório.



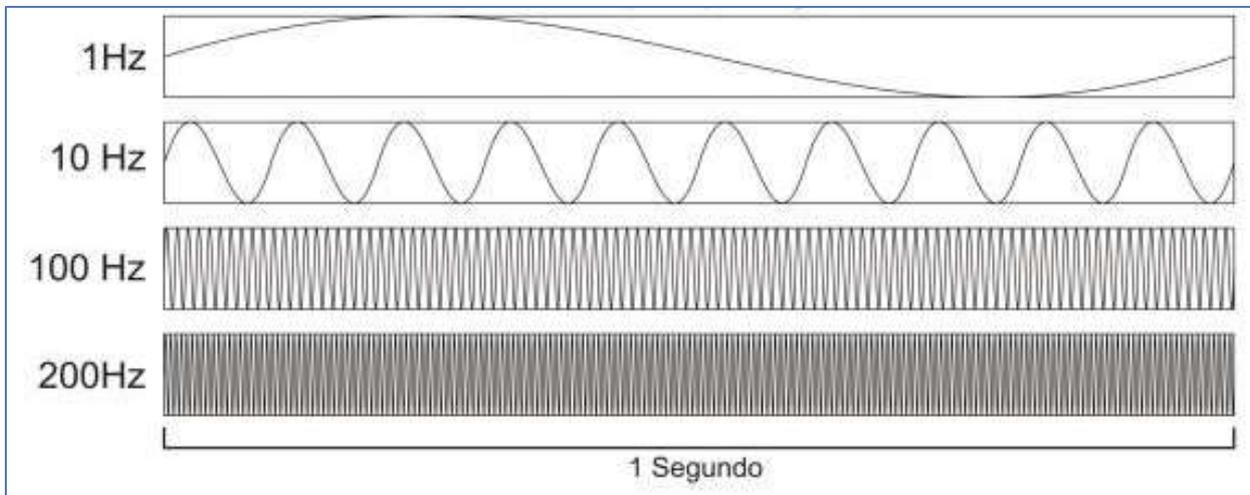
Algebricamente, temos:

$$f = \frac{1}{T}$$

T : período (s)

f : frequência (Hz)

Diferentes frequências representadas graficamente



[Fonte da imagem acima³](#)

Vale a pena lembrar:

Quilohertz: $1 \text{ kHz} = 1 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 1\,000 \text{ Hz}$

Megahertz: $1 \text{ MHz} = 1 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 1\,000\,000 \text{ Hz}$

Gigahertz: $1 \text{ GHz} = 1 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 1\,000\,000\,000 \text{ Hz}$

Terahertz: $1 \text{ THz} = 1 \cdot 10^{12} \text{ Hz} = 1\,000\,000\,000\,000 \text{ Hz}$

Imagem³

³ <http://www.xtreme-dj.com/frequencias-tons/>



Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 03

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome do/a Estudante: | Data: | Nota: |

Ficha de Ferramentas 03 – Velocidade angular

Velocidade angular (ω): A velocidade angular descreve o quão rápido um objeto está girando ou se movendo ao longo de uma trajetória circular. Ela mede o ângulo que o objeto percorre por unidade de tempo. No SI, a unidade de medida da velocidade angular é o radiano por segundo (rad/s). Por exemplo, se uma roda gira a 6 radianos por segundo, sua velocidade angular é 6 rad/s.

Algebricamente, temos: $\omega = 2\pi f$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$

ω : velocidade angular (rad/s)

f : frequência (Hz)

T : período (s)

v : velocidade linear do corpo/da partícula (m/s)

r : raio da trajetória circular (m)

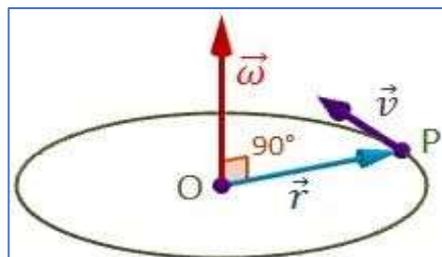
Uma outra relação relevante é a que existe entre a velocidade linear e a velocidade angular de um corpo. Quando um objeto gira em um círculo, ele tem uma velocidade angular e também uma velocidade linear (v), que é a velocidade com que o objeto se move ao longo da borda do círculo.

Algebricamente, v e ω estão relacionadas através da relação:

$$v = \omega r$$

Isso significa que a velocidade linear de um objeto aumenta se a sua velocidade angular aumenta ou se o raio da sua trajetória circular aumenta. Por exemplo, uma partícula que está mais distante do centro de rotação (raio maior) terá uma velocidade linear maior do que uma partícula mais próxima do centro, se ambas tiverem a mesma velocidade angular.

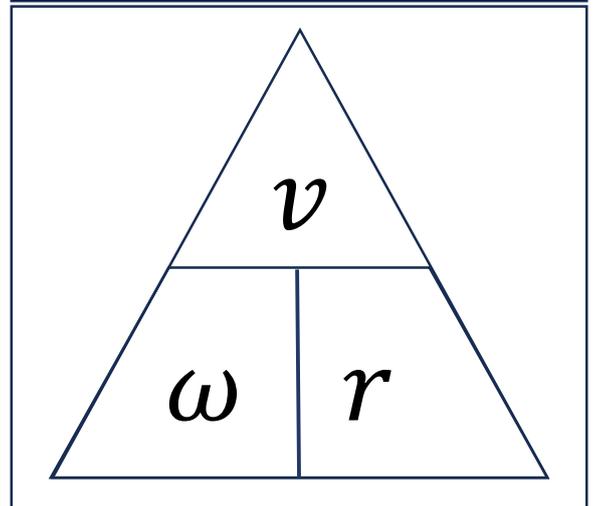
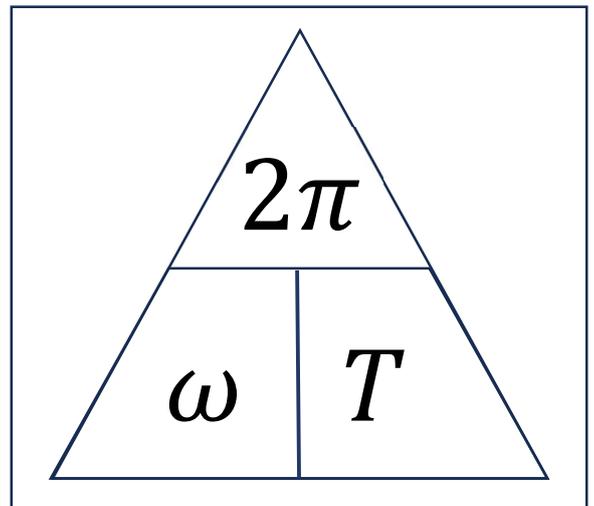
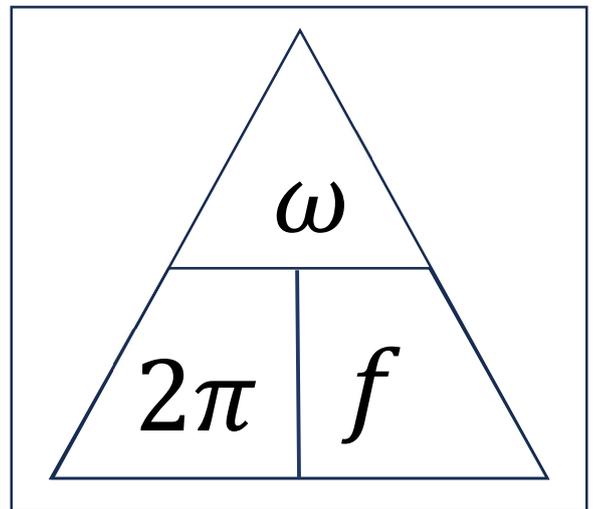
Graficamente, podemos ver a velocidade angular da seguinte forma:



Imagem⁴

[Fonte da imagem acima⁴](#)

⁴ <https://i0.wp.com/www.universoformulas.com/imagens/fisica/cinematica/velocidad-tangencial-velocidad-angular.jpg>





Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 04

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome do/a Estudante: | Data: | Nota: |

Ficha de Ferramentas 04 – Momento angular partículas

Momento angular de partículas (L): O momento angular de uma partícula descreve o "quanto de movimento de rotação" a partícula tem em relação a um ponto ou a um eixo. Ele depende da posição da partícula (o raio r em relação ao eixo de rotação), da sua massa (m) e da sua velocidade linear (v). O momento angular também pode ser expresso em termos do momento linear (p) da partícula.

Algebricamente, temos: $L = rmv$ e $L = rp$

L : Momento angular ($kg \cdot m^2/s$)

p : Momento linear ($kg \cdot m/s$)

m : massa (kg)

v : velocidade linear da partícula (m/s)

r : raio da trajetória circular (m)

A primeira equação mostra que o momento angular é maior quanto maior for a distância da partícula ao eixo (raio), a massa da partícula, ou sua velocidade. Por exemplo, uma partícula que se move mais rápido ou está mais distante do centro terá um momento angular maior.

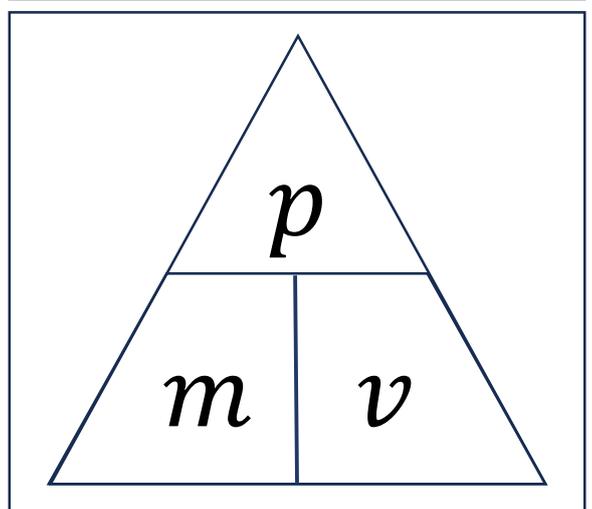
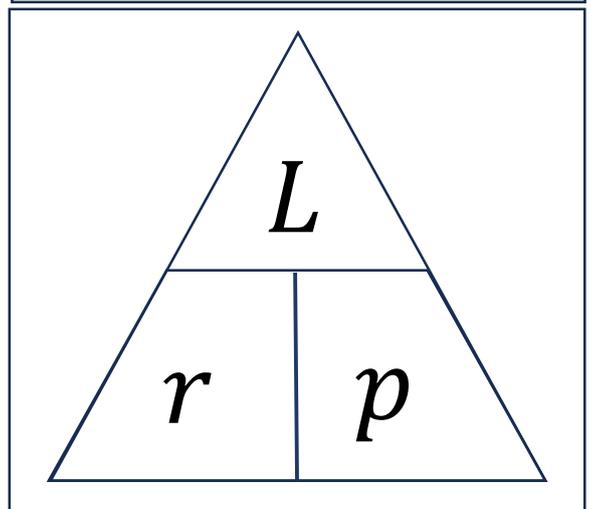
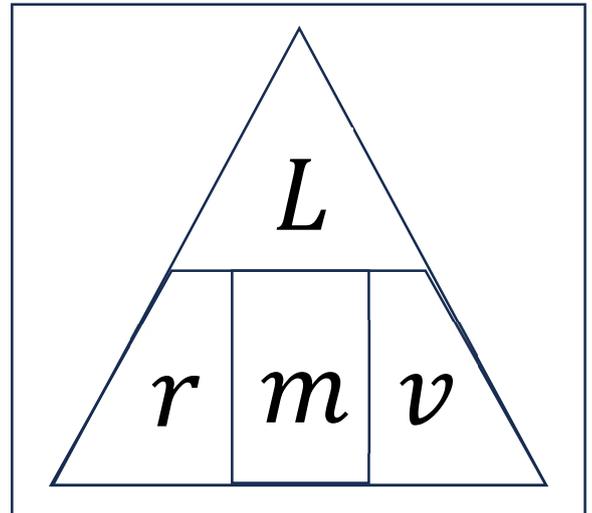
A segunda equação expressa a mesma ideia: quanto mais longe a partícula está do eixo ou quanto maior o seu momento linear, maior será o seu momento angular.

Sinal do Momento Angular

O **sinal** do momento angular é importante para indicar o sentido da rotação da partícula. Por convenção:

- O **momento angular é positivo** ($+L$) quando a partícula gira no **sentido anti-horário**.
- O **momento angular é negativo** ($-L$) quando a partícula gira no **sentido horário**.

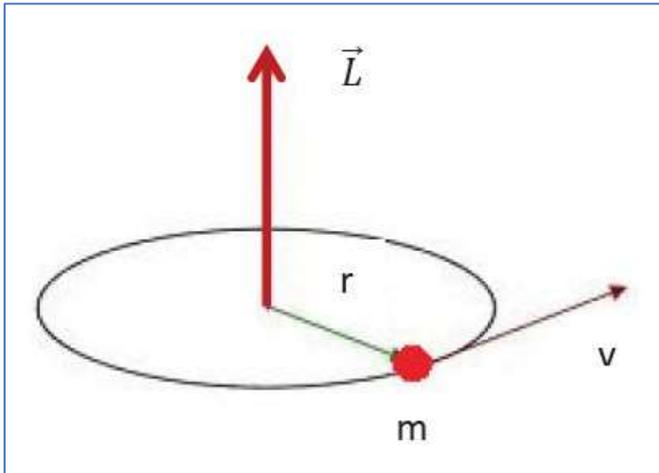
Isso significa que o valor positivo ou negativo de L não indica a "quantidade de rotação", mas sim o **sentido** em que a rotação está acontecendo. Essa convenção segue a **regra da mão direita**: se os dedos da mão direita apontarem na direção da rotação, o polegar indica a direção do momento angular.



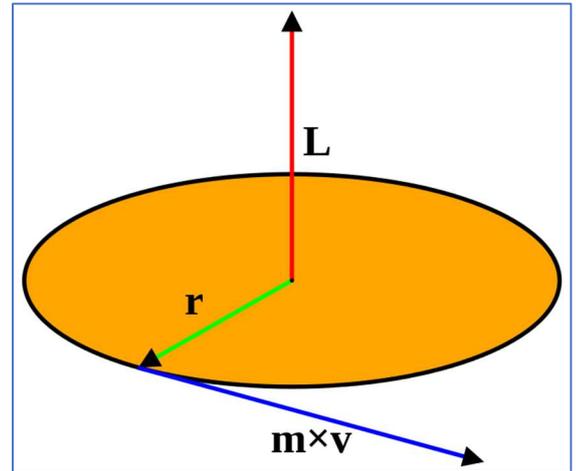
Outras informações relevantes

- O momento angular é uma quantidade vetorial, o que significa que tem **magnitude** (tamanho/intensidade/módulo), **direção** e **sentido**. No entanto, em muitos casos práticos, como em sistemas bidimensionais (2D), lidamos apenas com o valor escalar de L , que nos dá o tamanho do momento angular, enquanto que o sinal de L indica o sentido.
- Assim como o momento linear (p), o **momento angular é conservado** em um sistema isolado onde não há torques externos agindo. Isso significa que, se nenhuma força externa interferir, o momento angular de um objeto ou sistema de partículas permanece constante.

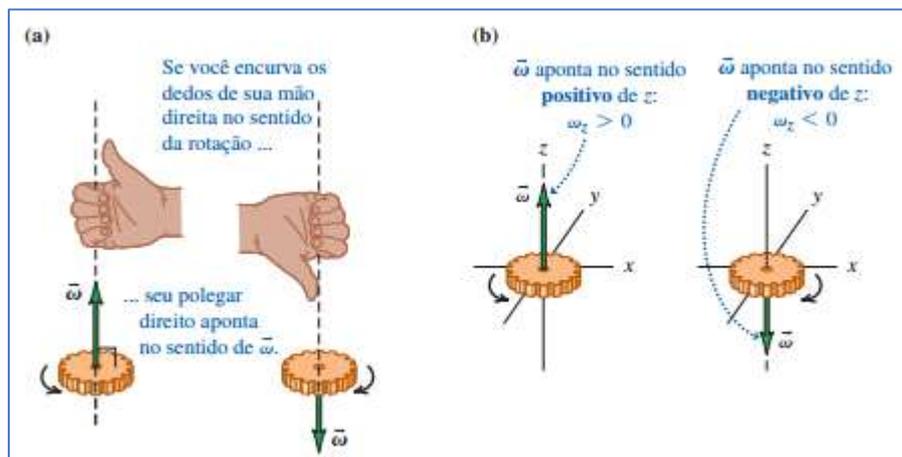
Graficamente, podemos ver o momento angular de partículas da seguinte forma:



[Fonte da imagem acima⁵](#)



[Fonte da imagem acima⁶](#)



[Fonte da imagem acima⁷](#)

Imagem⁵ / Imagem⁶ / Imagem⁷

⁵ <https://www.infoescola.com/wp-content/uploads/2010/01/momento-angular1.jpg>

⁶ <https://www.pngwing.com/pt/free-png-ykgok/download>

⁷ YOUNG, H. D. & FREEDMAN, R. A. 2016. Física I, Mecânica, 14ª ed., Pearson Education do Brasil Ltda

**Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 05**

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome do/a Estudante: | Data: | Nota: |

Ficha de Ferramentas 05 – Momento angular de um sistema de partículas

Momento angular (L): de um sistema de partículas mede o "quantum" de movimento rotacional total do sistema em relação a um ponto ou eixo de rotação. Ele é a soma dos momentos angulares de todas as partículas do sistema. Em outras palavras, para entender o momento angular total do sistema, calculamos o momento angular de cada partícula e somamos os resultados.

Fórmulas do Momento de Inércia

Se temos um sistema de n partículas, onde cada partícula tem seu próprio momento angular, o momento angular total L do sistema é dado pela soma dos momentos angulares de cada partícula separadamente, ou seja, por:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$$

em que:

L_1, L_2, \dots, L_n são os momentos angulares individuais de cada partícula em relação ao eixo de rotação

L é o momento angular total do sistema

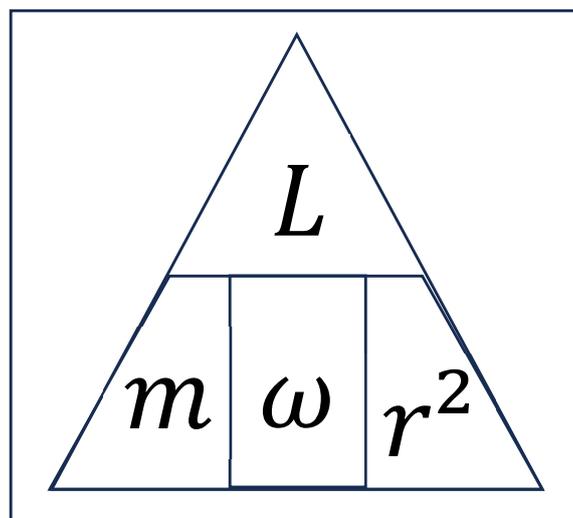
Para cada partícula i , o momento angular L_i pode ser calculado pela fórmula disponível na Ficha de Ferramentas 4, ou pelas fórmulas equivalentes abaixo:

$$L = m \cdot v \cdot r$$

$$L = r \cdot p$$

Mas, $v = \omega \cdot r$, então

$$L = m \cdot (\omega \cdot r) \cdot r \rightarrow L = m \cdot \omega \cdot r^2$$

**Exemplo de momento angular em sistemas de partículas**

Imagine duas bolas de massas diferentes presas a um ponto central por hastes de comprimentos distintos, formando um sistema binário girando em torno do ponto central. Suponha que:

- A bola A, com massa $m_A = 2 \text{ kg}$, está a uma distância $r_A = 0,5 \text{ m}$ do eixo de rotação;
- A bola B, com massa $m_B = 4 \text{ kg}$, está a uma distância $r_B = 0,3 \text{ m}$ do eixo de rotação;
- A velocidade angular ω do sistema é 10 rad/s .

Para calcular o momento angular total L do sistema, calculamos o momento angular de cada bola e somamos:

$$L_A = m_A \cdot \omega \cdot r_A^2 \rightarrow L_B = 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ rad/s} \cdot (0,5 \text{ m})^2 \rightarrow L_B = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L_B = m_B \cdot \omega \cdot r_B^2 \rightarrow L_B = 4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ rad/s} \cdot (0,3 \text{ m})^2 \rightarrow L_B = 3,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$L = L_A + L_B \rightarrow L = 8,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$



SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO E
DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Somos todos
PARAÍBA
Governo do Estado



**EDUCAÇÃO
INOVAÇÃO**
fazem a Paraíba crescer

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 06

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome do/a Estudante: | Data: | Nota: |

Ficha de Ferramentas 06 – Momento de inércia

Momento de inércia (I): é uma grandeza física que quantifica a resistência de um corpo à variação de sua rotação em torno de um eixo. Assim como a massa quantifica a inércia de um corpo em movimento linear, o momento de inércia quantifica a inércia de um corpo em movimento de rotação. Quanto maior o momento de inércia de um corpo em relação a um eixo de rotação, mais difícil será alterar sua velocidade angular (ou seja, fazer o corpo girar mais rápido ou mais devagar).

O momento de inércia depende de dois fatores principais:

1. **Distribuição de massa:** Como a massa do corpo está distribuída em relação ao eixo de rotação.
2. **Eixo de rotação:** O momento de inércia é sempre definido em relação a um eixo específico. Se o eixo mudar, o valor do momento de inércia também muda.

Significado físico do Momento de Inércia

Assim como a massa determina a inércia em movimento linear, o momento de inércia mede a "inércia rotacional". Em resumo:

- Quanto mais distante a massa está do eixo de rotação, maior será o momento de inércia.
- Corpos com maior momento de inércia exigem maior torque para acelerar ou desacelerar sua rotação.

Fórmulas do Momento de Inércia

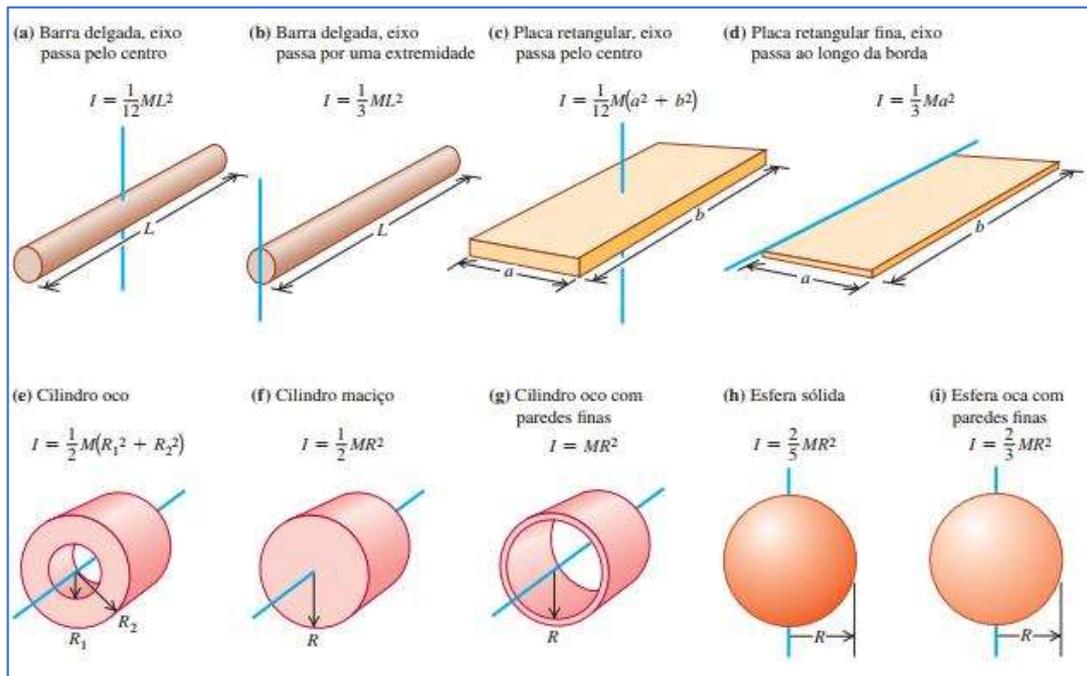
A fórmula do momento de inércia para uma partícula de massa m a uma distância r de um eixo de rotação é:

$$I = mr^2$$

Para corpos rígidos, o momento de inércia depende da forma geométrica do corpo e da maneira como a massa está distribuída. Para diferentes corpos, já foram calculadas expressões específicas do momento de inércia em torno de eixos comuns, conforme mostrado na tabela abaixo:

Tabela de Momentos de Inércia de Corpos rígidos Comuns

| Corpo rígido | Eixo de rotação | Momento de inércia I |
|----------------------------------|---------------------------------|--|
| Barra delgada de comprimento R | Pelo centro, perpendicular | $\frac{1}{12}mR^2$ |
| Barra delgada de comprimento R | Pela extremidade, perpendicular | $\frac{1}{3}mR^2$ |
| Disco o cilindro sólido | Pelo eixo central | $\frac{1}{2}mR^2$ |
| Esfera sólida de raio R | Pelo centro | $\frac{2}{5}mR^2$ |
| Esfera oca de raio R | Pelo centro | $\frac{2}{3}mR^2$ |
| Cilindro oco de raio R | Pelo eixo central | mR^2 |



Imagem⁸

[Fonte da imagem acima⁸](#)

Importância do Eixo de Rotação

O conceito de momento angular em sistemas de partículas e de momento de inércia em corpos rígidos são fundamentais para entender o movimento de rotação. Em sistemas de partículas, o momento angular total é obtido somando-se os momentos angulares de cada partícula. No caso de corpos rígidos, o momento de inércia ajuda a entender a resistência do corpo à variação de sua rotação. Esses conceitos e fórmulas são aplicáveis em diversas situações do cotidiano, como em sistemas de rotação, portas, discos e rodas, proporcionando uma visão mais clara sobre o comportamento rotacional.

Por exemplo, no caso de uma barra delgada (cabo de vassoura, por exemplo) de comprimento R , o momento de inércia será diferente se o eixo passar pelo centro da barra ou por uma das suas extremidades:

- Pelo **centro**, o momento de inércia é menor, $I = \frac{1}{12}mR^2$, indicando que é mais fácil girar a barra.
- Pela **extremidade**, o momento de inércia aumenta para $\frac{1}{3}mR^2$, mostrando que é mais difícil fazê-la girar.

⁸ YOUNG, H. D. & FREEDMAN, R. A. 2016. Física I, Mecânica, 14ª ed., Pearson Education do Brasil Ltda



Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Ferramentas 07

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome do/a Estudante: | Data: | Nota: |

Ficha de Ferramentas 07 – Momento angular de corpos rígidos

Momento angular de corpos rígidos (L): Para um **corpo rígido** em rotação, o **momento angular (L)** pode ser entendido como uma medida de "quanto movimento rotacional" o corpo possui. Para um corpo rígido, o momento angular depende da **distribuição de massa** do corpo em torno do eixo de rotação e de **quão rápido ele está girando**. Ele é o equivalente rotacional do momento linear (p) no movimento translacional e depende de duas grandezas principais:

- O momento de inércia (I), que descreve a distribuição de massa do corpo em relação ao eixo de rotação.
- A velocidade angular (ω), que indica a rapidez com que o corpo está girando.

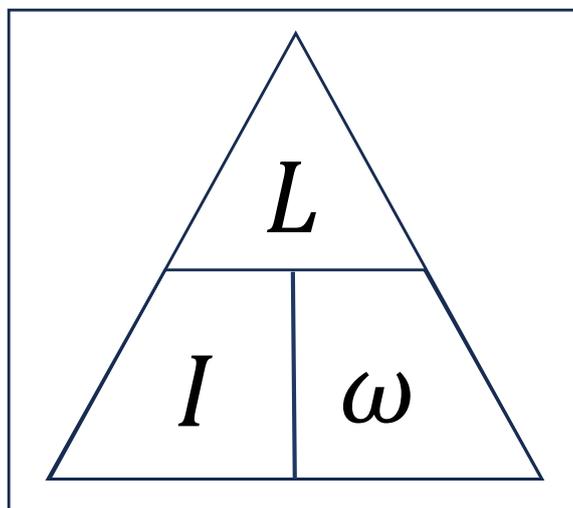
A expressão que relaciona o momento angular de um corpo rígido com essas duas grandezas é:

$$L = I \cdot \omega$$

L : Momento angular ($kg \cdot m^2/s$)

I : Momento de inércia ($kg \cdot m^2$)

ω : Velocidade angular (rad/s)



Importância do Momento de Inércia

Como discutido anteriormente, o momento de inércia I representa a resistência que um corpo oferece à variação de sua rotação. Quanto mais massa o corpo tem e quanto mais distante essa massa está do eixo de rotação, maior será o momento de inércia, e, conseqüentemente, maior será o momento angular para uma dada velocidade angular.

Conservação do Momento Angular

A **conservação do momento angular** é um dos princípios mais importantes da física. Ela afirma que, **na ausência de torques externos**, o momento angular total de um sistema **permanece constante**. Em outras palavras, se um objeto ou sistema não for influenciado por forças externas que gerem torque, o seu momento angular antes e depois de qualquer interação será o mesmo.

Esse princípio é análogo ao da conservação do momento linear para corpos em movimento retilíneo, mas aplicado ao movimento de rotação. Assim como um objeto em linha reta mantém sua velocidade constante se não houver forças atuando sobre ele (1ª lei de Newton – Princípio da inércia), um objeto em rotação manterá seu momento angular constante se não houver um torque externo agindo.

Algebricamente falando:

$$L_i = L_f$$

ou

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

L_i : Momento angular inicial ($kg \cdot m^2/s$)

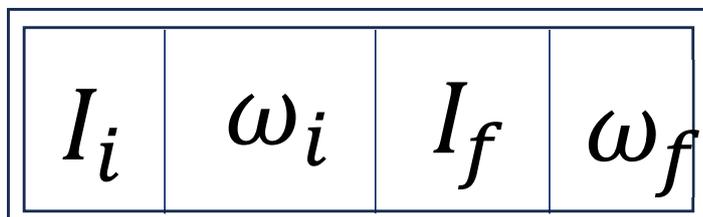
L_f : Momento angular final ($kg \cdot m^2/s$)

I_i : Momento de inércia inicial ($kg \cdot m^2$)

I_f : Momento de inércia final ($kg \cdot m^2$)

ω_i : Velocidade angular inicial (rad/s)

ω_f : Velocidade angular final (rad/s)



Exemplos e aplicações da Conservação do Momento Angular

- **Bailarino Girando:** Quando um bailarino faz piruetas e aproxima os braços ao corpo, ele diminui o momento de inércia, o que aumenta a velocidade angular. Quando ele estende os braços, o momento de inércia aumenta e ele gira mais devagar. Veja mais em:
- **Rodas de Bicicleta/motocicletas:** Ao frear uma das rodas de uma bicicleta, é possível observar como o sistema responde. A bicicleta tenta manter o momento angular e, por isso, se estabiliza mais facilmente enquanto as rodas giram.
- **Furacões e Tornados:** Na natureza, o momento angular da massa de ar aumenta conforme a velocidade angular se intensifica, concentrando energia em um ponto e formando um vórtice.
- **Planetas e Satélites:** Os planetas giram em torno de seus eixos e orbitam ao redor do Sol. Esse movimento é uma consequência direta da conservação do momento angular, que estabiliza suas órbitas.
- **Asteroides Girando em torno de seu Eixo:** Muitos asteroides giram ao redor de seus próprios eixos, mantendo seu momento angular ao longo do tempo. Esse comportamento é resultado da conservação do momento angular desde a formação do sistema solar.
- **Sistemas de Eixos Rotativos em Máquinas:** Máquinas industriais com eixos rotativos (como turbinas) mantêm o momento angular de seus componentes internos, o que estabiliza seu funcionamento.
- **Hélices de Drones:** Em drones, as hélices giram de modo que o momento angular é conservado, mantendo o equilíbrio do aparelho em voo.
- **Giroscópios:** Um giroscópio em rotação mantém sua orientação devido à conservação do momento angular, sendo uma ferramenta importante em instrumentos de navegação e dispositivos de orientação em satélites.
- **Buracos Negros:** Buracos negros rotativos mantêm um enorme momento angular, o qual foi preservado desde o colapso da estrela que o originou. Esse momento angular tem implicações na física dos discos de acreção ao redor dos buracos negros.
- **Navegação Espacial:** Satélites e naves espaciais utilizam rodas de reação para controlar sua orientação. O momento angular é redistribuído entre a nave e as rodas, conservando o momento angular total do sistema e possibilitando manobras precisas no espaço.
- **Distribuição de Momentos Angulares em Nuvens de Gás e Formação Estelar:** Em astrofísica, o momento angular é essencial na formação de estrelas e sistemas planetários. Quando uma nuvem de gás e poeira no espaço começa a se contrair devido à gravidade, ela conserva seu momento angular. À medida que a nuvem contrai, sua velocidade angular aumenta, formando um disco rotacional em torno do centro de colapso. Esse disco rotacional dá origem a uma estrela central e, eventualmente, aos planetas ao seu redor, devido à redistribuição do momento angular dentro da nuvem de gás.
- **Reações Químicas e Configurações Moleculares:** Em química, o momento angular desempenha um papel crucial nas reações de moléculas que rotacionam. Por exemplo, moléculas poliátômicas que giram possuem momentos angulares distintos em relação aos eixos de rotação. A conservação do momento angular influencia as orientações finais dos produtos químicos em reações onde moléculas rotacionais colidem, além de afetar a espectroscopia rotacional usada para estudar moléculas.
- **Controle de Satélites com Rodas de Reação:** Satélites e naves espaciais utilizam rodas de reação (pequenos giroscópios internos) para manobrar e se orientar no espaço. Essas rodas giram em uma direção para alterar o momento angular da nave em sentido oposto, devido à conservação do momento angular. Essa técnica permite manobras precisas e controle da orientação dos satélites sem precisar consumir combustível, sendo fundamental para missões de longa duração.
- **Estabilidade de Lançadores e Foguetes durante o Voo:** Durante o lançamento e voo de foguetes, o controle do momento angular é crucial para manter a estabilidade e a direção desejada. Pequenas variações no eixo de rotação do foguete são corrigidas por sistemas de controle que ajustam o momento angular total, assegurando que o foguete siga a trajetória planejada. A conservação do momento angular é utilizada para manter o foguete estabilizado até que ele chegue ao espaço.

3.6 Fichas de Hipóteses - FH e Fichas de Análises - FA

As Fichas de Hipóteses são compostas por questionamentos sobre o problema experimental para averiguar as previsões e nível de domínio do estudante. Ao todo, são apresentadas quatro fichas de hipóteses e quatro fichas de análise, referentes aos possíveis problemas experimentais aplicados pelo professor. As fichas editáveis também estão [disponíveis na pasta de editáveis desta sequência na nuvem](https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir)(<https://11nk.dev/pe-educacional-mnpef-cg-valdemir>) e a versão original delas são apresentadas abaixo.



SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO E
DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Somos todos
PARAÍBA
Governo do Estado

**EDUCAÇÃO
INOVAÇÃO**
fazem a Paraíba crescer

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Hipóteses 01

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome dos/as Estudantes: | Data: | Nota: |

Ficha de Hipóteses 01 – Explorando o Momento de Inércia de Corpos Rígidos

I. Análise Qualitativa do Problema

- 1) **Descreva as características das três barras que serão analisadas neste experimento que você considera importantes. Quais são as diferenças principais entre as barras?** (Especifique se estão vazias, preenchidas com areia ou preenchidas com grãos e como isso pode influenciar suas características.)

- 2) **O que você espera que aconteça ao tentar girar cada barra em torno de um eixo? Dependendo do eixo, haverá diferença entre os movimentos?** (Preveja se algumas serão mais fáceis ou difíceis de girar e explique por quê.)

- 3) **Que fatores você considera que podem afetar a facilidade ou dificuldade de girar cada barra? Justifique.** (Considere elementos como a distribuição de massa e o momento de inércia.)

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

- 4) **Formule uma hipótese sobre qual barra deve ser a mais fácil de girar e qual será a mais difícil.**

Mais fácil: _____

Moderada: _____

Mais difícil: _____

- 5) **Explique suas estimativas na resposta anterior com base na distribuição de massa das barras.** (Discuta como espera que a distribuição de massa afete a rotação.)

- 6) Qual relação entre a massa, a distribuição de massa e o eixo de rotação você espera observar durante o experimento?

III. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

- 7) **Descreva as etapas que pretende seguir para medir a facilidade ou dificuldade de girar cada barra.** *(Considere aspectos como o ponto de aplicação da força, o eixo de rotação e a comparação entre barras.)*

- 8) **Que instrumentos ou métodos de medição você usará para avaliar a facilidade de rotação?** *(Indique possíveis estratégias para comparar a resistência ao giro entre as barras.)*

- 9) **Que dificuldades ou desafios você acha que encontrará durante o experimento? Como pretende superá-los?** *(Por exemplo, dificuldades na criação de um método de comparação consistente.)*



SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO E
DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Somos todos
PARAÍBA
Governo do Estado



**EDUCAÇÃO
INOVAÇÃO**
fazem a Paraíba crescer

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Hipóteses 02

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome dos/as Estudantes: | Data: | Nota: |

Ficha de Hipóteses 02 – Conservação do Momento Angular com Halteres

I. Análise Qualitativa do Problema

- 1) **O que você espera observar quando estiver segurando os pesos e mover seus braços para dentro e para fora?** *(Descreva o que acha que vai acontecer com a velocidade da cadeira quando você mover os braços)*

- 2) **Qual o papel do momento angular neste experimento? Como você acha que ele interfere no movimento da cadeira?** *(Tente explicar como o momento angular pode afetar a rotação da cadeira)*

- 3) **Por que você acha que o movimento dos braços (para dentro ou para fora) influencia (ou não influencia) na rotação da cadeira?** *(Explique sua ideia sobre como o movimento dos braços muda o que você observa)*

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

- 4) **O que você acha que vai acontecer com a velocidade de rotação da cadeira quando você aproximar os pesos do corpo? E quando afastar?** *(Descreva sua hipótese sobre o que vai acontecer e explique por quê)*

- 5) **Se você começar a girar a cadeira e não mover os braços, o que espera que aconteça com a velocidade de rotação?** *(Explique o que acha que a cadeira vai fazer se você não mudar a posição dos braços)*

- 6) **Qual seria a diferença no movimento da cadeira se você usasse pesos mais leves ou mais pesados?** *(Descreva como acredita que o peso influencia no experimento)*

III. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

- 7) **Como você pretende observar o efeito do momento angular na rotação da cadeira?** *(Descreva quais movimentos ou mudanças você vai prestar atenção)*

- 8) **Quais etapas acha importante seguir para verificar a sua hipótese?** *(Liste as ações que pretende fazer para ter certeza de que sua hipótese será testada)*

- 9) **Quais observações são mais importantes para confirmar ou refutar sua hipótese?** *(Explique o que quer notar no experimento para verificar o conceito de momento angular)*



SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO E
DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Somos todos
PARAÍBA
Governo do Estado



**EDUCAÇÃO
INOVAÇÃO**
fazem a Paraíba crescer

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Hipóteses 03

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome dos/as Estudantes: | Data: | Nota: |

Ficha de Hipóteses 03 – Conservação do Momento Angular com Roda de Bicicleta

I. Análise Qualitativa do Problema

1) **O que você acha que vai acontecer com a cadeira de escritório quando a roda de bicicleta, que está girando, for inclinada para os lados?** *(Escreva o que espera observar no movimento da cadeira e da roda)*

2) **Qual o papel do momento angular neste experimento? Como você acha que ele afeta o movimento da cadeira quando a roda é inclinada?** *(Tente descrever com suas próprias palavras o que o momento angular faz aqui)*

3) **Por que você acha que conseguimos ver o efeito da conservação do momento angular nesse experimento?** *(Explique como acredita que o princípio de conservação se manifesta quando inclinamos a roda)*

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

4) **Qual é a sua hipótese sobre o movimento da cadeira ao inclinar a roda?** *(Escreva o que acha que vai acontecer com a cadeira em resposta ao movimento da roda)*

5) **O que você acha que vai acontecer se girarmos a roda em sentidos diferentes? Como isso deve afetar o movimento da cadeira?** *(Explique se acredita que a direção inicial da roda afeta o movimento)*

- 6) **Se a roda parar de girar, o que você acha que vai acontecer com a cadeira?** *(Tente prever se a cadeira para também e explique sua resposta)*

III. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

- 7) **Como você pretende observar o movimento da cadeira e da roda?** *(Descreva como irá prestar atenção e o que vai medir ou notar)*

- 8) **Quais são as etapas que você acha importantes para garantir que vai ver o efeito da conservação do momento angular?** *(Liste o que vai fazer para que o experimento funcione conforme o esperado)*

- 9) **Quais observações você acha que vão te ajudar a verificar a conservação do momento angular?** *(Indique o que você quer perceber para confirmar a hipótese)*



SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO E
DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Somos todos
PARAÍBA
Governo do Estado

**EDUCAÇÃO
INOVAÇÃO**
fazem a Paraíba crescer

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Hipóteses **XX Template – adicional**

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome dos/as Estudantes: | Data: | Nota: |

Ficha de Hipóteses **XX Template – adicional – Corrida em um Plano Inclinado: Explorando o Momento de Inércia de Corpos Rígidos**

I. Análise Qualitativa do Problema

1) **Quais corpos você está investigando neste experimento? Descreva cada um deles e identifique as suas diferenças principais.** *(ex: sólidos, ocos, distribuição de massa)*

2) **O que você espera observar sobre o movimento dos corpos ao descerem o plano inclinado?** *(Especifique o que imagina em relação à velocidade de descida e ao comportamento de cada tipo de corpo.)*

3) **Quais fatores você considera que influenciam a velocidade com que cada corpo desce o plano inclinado? Justifique.** *(Exemplo: Massa, forma do corpo, distribuição de massa, etc.)*

II. Emissão de Hipóteses e Estabelecimento de Estimativas das Grandezas Físicas

4) **Formule uma hipótese sobre qual corpo deve alcançar a base do plano inclinado primeiro e qual deve ser o último. Justifique sua previsão com base nos conceitos que conhece sobre momento de inércia.**

5) **Faça uma estimativa da ordem de grandeza para as seguintes grandezas físicas de cada corpo:** *(Explique como chegou a essas estimativas e quais fatores considera determinantes.)*

a. Velocidade ao final da rampa:

b. Tempo de descida:

- 6) **Qual(is) diferença(s) entre os corpos e como essa(s) diferença(s) interfere na velocidade de descida desses corpos?** *(Esclareça qual relação espera observar entre momento de inércia e a rapidez com que cada corpo completa a descida.)*

III. Elaboração de Estratégia(s) de Resolução

- 7) **Que etapas você considera importantes para registrar o comportamento de cada corpo ao descer a rampa?** *(Inclua aspectos como medição de tempo, observação de trajetória, e condições iniciais dos corpos.)*

- 8) **Como pretende medir ou calcular as grandezas mencionadas (ex: tempo de descida, velocidade, momento de inércia)?** *(Especifique os procedimentos e instrumentos de medida.)*

- 9) **Quais desafios ou dificuldades antecipa durante o experimento? Como pretende superá-los?** *(Explique a estratégia que usará para garantir a precisão dos dados obtidos.)*



SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO E
DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Somos todos
PARAÍBA
Governo do Estado



**EDUCAÇÃO
INOVAÇÃO**
fazem a Paraíba crescer

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Análises 01

Nome do/a Professor/a: **Valdemir Manoel da Silva Júnior**

Disciplina: **Física**

Turma:

Nome dos/as Estudantes:

Data:

Nota:

Ficha de Análises 01 – Explorando o Momento de Inércia de Corpos Rígidos

I. Análise do Resultado

1. **Descreva o comportamento observado para cada barra ao girá-las em torno de um eixo que passa pela extremidade e de um que passa pelo centro.** *(Indique a facilidade ou dificuldade de girar cada uma e os fatores que podem ter influenciado.)*

2. **Os resultados observados estão de acordo com suas hipóteses? Explique.** *(Comente sobre a precisão de suas hipóteses e sobre os dados observados.)*

II. Justificativa e Argumentação

3. **Explique a relação entre a distribuição de massa e a facilidade de rotação para cada barra.** *(Discuta como a distribuição de massa influenciou o momento de inércia e a resistência ao giro.)*

4. **Por que algumas barras foram mais fáceis de girar do que outras? Baseie-se na teoria do momento de inércia e na distribuição de massa.**

III. Reflexão sobre o Processo de Resolução

5. **Quais etapas da estratégia de resolução foram eficazes? Existem aspectos que você melhoraria?** *(Refleta sobre o processo adotado e possíveis melhorias.)*

6. Durante o experimento, surgiram novos insights (*novas ideias*) ou dúvidas sobre o efeito da distribuição de massa na rotação?

IV. Aspectos Físicos e Teóricos

7. Como o conceito de momento de inércia se relacionou com o movimento das barras neste experimento? (Explique o papel do momento de inércia no movimento observado.)

8. Houve alguma discrepância (*diferença*) entre o comportamento observado e o previsto pela teoria? Justifique.

V. Síntese Explicativa do Processo

9. Elabore uma síntese explicativa que descreva o que aprendeu sobre a influência da distribuição de massa na facilidade de rotação de corpos rígidos. (Resuma os pontos de aprendizagem.)

10. Quais aplicações práticas do conceito de momento de inércia você consegue identificar após este experimento? (*Relacione com situações do cotidiano ou tecnologias que se beneficiem do entendimento do momento de inércia.*)



SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO E
DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Somos todos
PARAÍBA
Governo do Estado



**EDUCAÇÃO
INOVAÇÃO**
fazem a Paraíba crescer

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Análises 02

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome dos/as Estudantes: | Data: | Nota: |

Ficha de Análises 02 – Conservação do Momento Angular com Halteres

I. Análise do Resultado

- 1. O que aconteceu com a velocidade de rotação da cadeira quando você moveu os braços para dentro e para fora? (Descreva como a velocidade mudou em cada movimento)**

- 2. Sua hipótese estava correta? Por quê? (Compare sua previsão com o que realmente aconteceu e explique)**

II. Justificativa e Argumentação

- 3. Por que você acha que a cadeira girou mais rápido quando você aproximou os pesos do corpo? (Tente explicar usando o conceito de momento angular o que causou essa mudança de velocidade)**

- 4. O que aconteceu quando você afastou os pesos? Como isso confirma ou refuta a sua hipótese? (Descreva se a mudança foi a que você esperava e o que isso indica sobre sua hipótese)**

III. Reflexão sobre o Processo de Resolução

- 5. Houve algo no experimento que te surpreendeu ou foi diferente do que você esperava? (Explique se algo aconteceu de forma inesperada e o que você aprendeu com isso)**

6. **O que você faria de diferente na próxima vez para observar melhor o efeito?** *(Escreva o que poderia melhorar para garantir uma observação mais clara)*

IV. Aspectos Físicos e Teóricos

7. **Explique com suas palavras como o momento angular influenciou a rotação da cadeira.** *(Descreva como o movimento dos braços mudou a rotação e o que isso tem a ver com o momento angular)*

8. **Por que o momento angular foi conservado durante o experimento?** *(Escreva como esse princípio explica o que você observou)*

V. Síntese Explicativa do Processo

9. **Resuma o que aprendeu sobre o momento angular e como ele afeta a rotação.** *(Escreva a principal lição que tirou deste experimento)*

10. **Pense em outras situações em que o momento angular é conservado. Consegue imaginar um exemplo do dia a dia?** *(Tente relacionar o que observou com algo que já tenha visto em esportes, brincadeiras, etc.)*



SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO E
DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Somos todos
PARAÍBA
Governo do Estado



**EDUCAÇÃO
INOVAÇÃO**
fazem a Paraíba crescer

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Análises 03

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome dos/as Estudantes: | Data: | Nota: |

Ficha de Análises 03 – Conservação do Momento Angular com Roda de Bicicleta

I. Análise do Resultado

1. **Descreva o que aconteceu com a cadeira quando você inclinou a roda.** *(Conte detalhadamente o movimento da cadeira e da roda, se algo girou ou não)*

2. **A sua hipótese estava certa? Explique por quê.** *(Compare o que você previu com o que realmente aconteceu e explique)*

II. Justificativa e Argumentação

3. **Por que você acha que a cadeira girou quando a roda foi inclinada?** *(Explique com base na conservação do momento angular o que aconteceu)*

4. **Se a roda girar em direção oposta, o que aconteceu com a direção da cadeira? Isso confirma a sua hipótese?** *(Descreva o que viu e se era o que esperava)*

III. Reflexão sobre o Processo de Resolução

5. **Teve algum momento do experimento que te surpreendeu?** *(Escreva se houve algo inesperado e o que você aprendeu com isso)*

6. **O que você acha que faria diferente na próxima vez para observar melhor o efeito?** *(Descreva alguma melhoria para o experimento)*

IV. Aspectos Físicos e Teóricos

7. **Explique como o momento angular da roda está relacionado ao movimento da cadeira.** *(Escreva como o movimento de uma parte (roda) afetou o todo (cadeira e pessoa juntos) pela conservação do momento angular)*

8. **Por que o momento angular foi conservado neste experimento?** *(Explique como esse princípio ajuda a entender o que aconteceu)*

V. Síntese Explicativa do Processo

9. **Resuma o que aprendeu sobre o momento angular e sua conservação.** *(Escreva em suas palavras a principal lição deste experimento)*

10. **Você consegue pensar em outras situações onde a conservação do momento angular também se aplica? Dê um exemplo.** *(Tente relacionar o que viu com algo do cotidiano ou esportes, por exemplo)*



SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO E
DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Somos todos
PARAÍBA
Governo do Estado



**EDUCAÇÃO
e INOVAÇÃO**
fazem a Paraíba crescer

Escola MATILDES DE MELO BURITI – Ficha de Análises **XX Template – adicional**

| | | |
|---|---------------------------|--------|
| Nome do/a Professor/a: Valdemir Manoel da Silva Júnior | Disciplina: Física | Turma: |
| Nome dos/as Estudantes: | Data: | Nota: |

Ficha de Análises **XX Template – adicional** – Corrida em um Plano Inclinado: Explorando o Momento de Inércia de Diferentes Corpos Rígidos

I. Análise do Resultado

1. Qual foi o comportamento observado dos corpos ao descerem a rampa? (Descreva o comportamento, destacando quais corpos chegaram primeiro e por último à base da rampa.)

2. Os resultados observados estão de acordo com suas hipóteses iniciais? Explique. (Comente sobre cada hipótese estabelecida e como o resultado do experimento se alinha ou não a ela.)

II. Justificativa e Argumentação

3. Com base no que você observou, como você explicaria a relação entre o momento de inércia e a velocidade de descida de cada corpo? (Argumente com base na distribuição de massa e no momento de inércia de cada corpo.)

4. Explique por que certos corpos desceram mais rápido que outros, em sua opinião. (Considere os conceitos de momento de inércia e torque, caso os conheça.)

III. Reflexão sobre o Processo de Resolução

5. Quais etapas da estratégia de resolução foram eficazes? Existem aspectos que você melhoraria? (Refleta sobre a estratégia adotada e sugira possíveis melhorias para tornar a coleta de dados mais eficiente.)

6. Durante o experimento, surgiram novos insights (*ideias*) ou dúvidas sobre o comportamento dos corpos rígidos? Explique.

IV. Aspectos Físicos e Teóricos

7. Como o conceito de momento de inércia se relacionou com o movimento dos corpos neste experimento? (*Descreva a importância do momento de inércia para a dinâmica de corpos descendo um plano inclinado.*)

8. Você encontrou alguma discrepância (*diferença*) entre o comportamento observado e o previsto pela teoria? Como poderia justificá-la?

V. Síntese Explicativa do Processo

9. Elabore uma síntese que explique o que aprendeu sobre a influência do momento de inércia no movimento de corpos rígidos. (*Resuma o processo e os resultados obtidos, destacando os principais pontos de aprendizagem.*)

10. Quais aplicações práticas do conceito de momento de inércia você consegue identificar após este experimento? (*Relacione com situações do cotidiano ou tecnologias que se beneficiem da compreensão do momento de inércia.*)

Referências

- Angelisa Menezes. *Translação*. 2016. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://ppgenfis.if.ufrgs.br/mef008/mef008_02/Angelisa/translacao.html>.
- apur, Manjula and Kinzer, Charles K. Examining the effect of problem type in a synchronous computer-supported collaborative learning (cscl) environment. *Education Technology Research and Development*, v. 55, p. 439–459, 2007.
- Brasil. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+): Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação, 2006. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN_FIS.pdf>.
- Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*. 2018. Acesso em: 8 jul. 2024. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>.
- CESAD-UFS. *Instrumentação para o Ensino de Física I - Aula 8*. 2012. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/15304315102012Instrumentacao_para_o_Ensino_de_Fisica_I_Aula_8.pdf>.
- Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo A. Resolução de problemas de lápis e papel numa abordagem investigativa. *Revista Experiências em Ensino de Ciências*, v. 7, n. 2, 2012. Disponível em: <<https://fisica.ufmt.br/eenciojs/index.php/eenci/article/view/424>>.
- Clement, Luiz and Terrazzan, Eduardo Adolfo and Nascimento, Tiago Belmonte. Resolução de problemas no ensino de física baseado numa abordagem investigativa. In: *IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*. [s.n.], 2003. Disponível em: <<https://fep.if.usp.br/~profis%20/arquivo/encontros/enpec/ivenpec/Arquivos/Orais/ORAL159.pdf>>.
- Corrêa, E. R. *O ensino de estequiometria a partir dos pressupostos da teoria histórico cultural*. 217 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências)) — Universidade Federal do Pampa, Bagé, 2017.
- Física do Cotidiano. *Vídeo: A Física do Som*. 2020. <<https://www.youtube.com/watch?v=bdLtRA2SocM>>. Acesso em: 25 jul. 2024.
- Gomes, André H. Forças internas e a conservação do momento angular. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 40, n. 3, p. 4, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2018-0004>>.
- Halliday, D. and Resnick, R. and Walker, J. *Fundamentos de Física*. 8a edição. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.
- InfoEscola. *Momento Angular*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://www.infoescola.com/mecanica/momento-angular/>>.
- Lucchese, M. M. and Britto Corrêa de Oliveira, M. and Salomão de Freitas, D. P. Rubricas pedagógicas analíticas: um instrumento de avaliação continuada no ensino de física. *Caderno Brasileiro De Ensino De Física*, v. 40, n. 3, p. 502–519, 2023.

Olhar Digital. *Dias na Terra estão mais longos que o normal e os cientistas não sabem o motivo*. 2022. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://olhardigital.com.br/2022/08/05/ciencia-e-espaco/dias-na-terra-estao-mais-longos-que-o-normal-e-os-cientistas-nao-sabem-o-motivo/>>.

Ronai Araújo de Almeida. *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado*. 2015. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://pessoal.ect.ufrn.br/~ronai/IFC1-2015-2/A23/3.html>>.

Super Interessante. *Como se mede a distância entre a Terra e outros astros*. 2022. Acesso em: 25 jul. 2024. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/mundo-estranho/como-se-mede-a-distancia-entre-a-terra-e-outros-astros>>.

The News Channel. *Dias na Terra estão mais longos que o normal e os cientistas não sabem o motivo*. 2020. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=MHR41YFnFT8>>.

UFPA, L. de D. *Rolamento no Plano Inclinado*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://labdemon.ufpa.br/mecanica-dos-solidos/rolamento-no-plano-inclinado>>.

Universo Narrado Militares. *Você não pode esquecer da Conservação de Momento Angular!* 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=TiZibGhIJuI>>.

Verve Científica. *Momento Angular: O pesadelo dos terraplanistas e o mais profundo conceito da física das rotações*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=x3b-iWak288>>.

Verve Científica. *Momento de inércia e seus efeitos para o movimento de rotação*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=8UgzPR_u-s4>.

Wikipedia. *Eixo de rotação*. 2023. Accessed: 2024-07-25. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Eixo_de_rota%C3%A7%C3%A3o#:~:text=Eixo%20de%20rota%C3%A7%C3%A3o%20%C3%A9%20o,de%20rota%C3%A7%C3%A3o%20de%20uma%20esfera>.

Wikipedia. *Momento de inércia*. 2024. Accessed: 2024-07-08. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Momento_de_in%C3%A9rcia>.