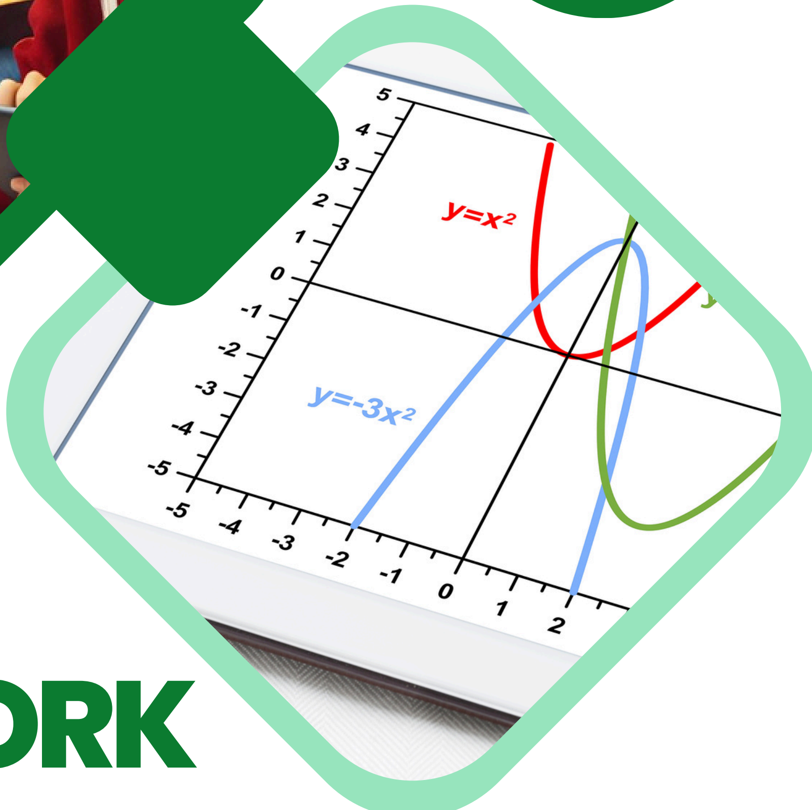


FRAMEWORK EDUCACIONAL:

Possibilidades da prática docente com o uso didático da calculadora gráfica Desmos via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas

Jair Dias de Abreu
Silvanio de Andrade

PRODUTO EDUCACIONAL
2024

PPGECEM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UEPB
UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

PPGECEM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Jair Dias de Abreu

Framework Educacional: Possibilidades da prática docente com o uso didático da calculadora gráfica Desmos via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Cultura Científica, Tecnologia, Informação e Comunicação.

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade (UEPB)

Campina Grande
2024

A162u Abreu, Jair Dias de.
Framework Educacional [manuscrito] : Possibilidades da prática docente [...] Desmos via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas / Jair Dias de Abreu. - 2024.
26 f. : il. color.

Digitado.

Produto Educacional apresentado ao /UEPB

"Orientação : Prof. Dr. SILVANIO DE ANDRADE, Departamento de Matemática - CCT".

1. Proposição de Problemas. 2. Tecnologias Digitais. 3. Coerência Didática. 4. Desmos. 5. Ensino de Matemática. I. Título

21. ed. CDD 371.33

Elaborada por Lêda Cristina Diniz Andrade - CRB - 15/1032 BC

JAIR DIAS DE ABREU

***FRAMEWORK* EDUCACIONAL:**
POSSIBILIDADES DA PRÁTICA DOCENTE COM O USO DIDÁTICO DA CALCULADORA GRÁFICA DESMOS VIA EXPLORAÇÃO-PROPOSIÇÃO-RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Produto Educacional vinculado: *Framework Educacional: Possibilidades da prática docente com o uso didático da calculadora gráfica Desmos via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas*

Área de concentração: Cultura Científica, Tecnologia, Informação e Comunicação.

Aprovado em 04/11/2024

Documento assinado digitalmente
SILVANIO DE ANDRADE
Data: 18/12/2024 11:17:44-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Silvanio de Andrade
PPGECEM – UEPB

Documento assinado digitalmente
ROGERIA GAUDENCIO DO REGO
Data: 18/12/2024 13:36:01-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo
UFPB e PPGECEM – UEPB

Documento assinado digitalmente
FLAVIA SUELI FABIANI MARCATTO
Data: 18/12/2024 11:35:55-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Flávia Sueli Fabiani Marcatto
IMC-UNIFEI

Documento assinado digitalmente
YURIKO YAMAMOTO BALDIN
Data: 18/12/2024 16:51:41-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Yuriko Yamamoto Baldin
UFSCar

Documento assinado digitalmente
ANDRE PEREIRA DA COSTA
Data: 18/12/2024 12:49:56-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. André Pereira da Costa
UFCG

Apresentação

RESUMO

Intitulado de "*Framework* Educacional: possibilidades da prática docente com o uso didático da calculadora gráfica Desmos via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas", este trabalho é resultado de uma pesquisa de doutorado e se configura como um Produto Educacional. Seu objetivo é apresentar resultados teóricos e práticos de uma experiência com a calculadora gráfica Desmos integrada à metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas na licenciarura em matemática, levando professores a refletirem sobre sua própria prática pedagógica a partir da exploração das ideias desse recurso didático. O *Framework* proposto consiste em apresentar ideias, diretrizes, procedimentos e estratégias capazes de ajudar professores a planejar e executar atividades de maneira eficaz, mantendo padrões de ensino e aprendizagem que qualificam o uso didático da calculadora gráfica Desmos via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas. Ele permite flexibilidade para adaptações conforme a multicontextualidade da sala de aula e o currículo, promovendo uniformidade na prática pedagógica sem perder a capacidade de ajuste conforme necessário. Inicialmente, traz elementos que permitem uma aproximação com a metodologia em destaque, seguido de discussões teóricas e atividades práticas. Por fim, apresenta funcionalidades, formas de compartilhamento e propostas de atividades de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas integrada à calculadora gráfica Desmos, capazes de estimular a replicabilidade desse material didático.

Palavras-chave: Exploração de Problemas; Proposição de Problemas; Resolução de Problemas; Condutor de Partida; Coerência Didática.

Presentation
ABSTRACT

Entitled “Educational Framework: Possibilities of Teaching Practice with the Didactic Use of the Desmos Graphing Calculator via Problem Exploration-Posing-Solving”, this work is the result of doctoral research and constitutes an Educational Product. Its aim is to present theoretical and practical results of an experience involving the Desmos graphing calculator integrated into the Mathematics Teaching-Learning methodology through Problem Exploration-Posing-Solving in mathematics teacher training. It encourages teachers to reflect on their pedagogical practices by exploring the ideas of this didactic resource. The proposed Framework consists of presenting ideas, guidelines, procedures, and strategies to assist teachers in planning and executing activities effectively while maintaining teaching and learning standards that qualify the didactic use of the Desmos graphing calculator via Problem Exploration-Posing-Solving. It allows flexibility for adaptations based on the multicontextual nature of classrooms and curricula, promoting uniformity in pedagogical practice without losing the capacity for necessary adjustments. Initially, the Framework introduces elements to familiarize users with the highlighted methodology, followed by theoretical discussions and practical activities. Finally, it presents functionalities, sharing methods, and proposed activities for Problem Exploration-Posing-Solving integrated with the Desmos graphing calculator, designed to stimulate the replicability of this didactic material.

Keywords: Problem Exploration; Problem Posing; Problem Solving; Starting Conductor; Didactic Coherence.

SUMÁRIO

Durante todo o itinerário da pesquisa, o Produto Educacional (PE) foi sofrendo alterações até se constituir nesta proposta de *Framework* Educacional. A priori, acreditávamos que apresentar um material pedagógico pronto a partir dos resultados de nossa pesquisa seria uma proposta interessante. Porém, com o amadurecimento da pesquisa, refletimos sobre os pressupostos teórico-práticos da metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas (Andrade, 1998; 2017) e percebemos que seria mais viável levar professores, pesquisadores e alunos a refletirem/planejarem sua prática a partir dos dados da nossa investigação.

Sendo a EPRP uma proposta aberta, mas não fechada, ilimitada, mas com contorno, não solta, não linear, mas guiada, com intencionalidade, singular, mas com caminhos plurais, buscamos identificar, durante a construção dos resultados de nossa pesquisa elementos importantes que possibilitem a replicabilidade desse PE em outros espaços, levando em consideração a multicontextualidade da sala de aula de Matemática e os diferentes fatores que influenciam direta e indiretamente o planejamento pedagógico dos professores.

Mesmo que se altere o objeto matemático, o nível de aprofundamento o público-alvo, ao se fazer uso da CGD via EPRP, alguns elementos precisam ser considerados para que se obtenham resultados plausíveis. Os problemas propostos pelos licenciandos durante a nossa pesquisa não serão propostos e explorados da mesma forma em outra realidade de sala de aula.

Pensando nessa flexibilidade e, ao mesmo tempo, na essência dessa proposta metodológica, passamos a elaborar um *Framework* Educacional como um conjunto de ideias, diretrizes, procedimentos e estratégias embasados nas discussões teóricos e práticas da nossa pesquisa, capaz de orientar professores na integração da CGD via EPRP. Esse material didático descreve ações e atividades que devem ser realizadas para desenvolver a EPRP integrada à CGD, contendo métodos e abordagens de ensino que devem ser usadas para alcançar os objetivos esperados, trazendo orientações sobre como adaptar-se à multicontextualidade.

O *Framework* Educacional busca garantir aos professores orientações a partir dessas diretrizes, promovendo uma uniformidade na prática pedagógica, mas permitindo ajustes e adaptações conforme necessário, respondendo às necessidades dos alunos e às demandas do currículo, contribuindo para uma prática pedagógica que qualifique o uso didático da calculadora gráfica Desmos via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas. Com isso, auxilia os professores a planejar, organizar e executar suas atividades pedagógicas de maneira eficaz.

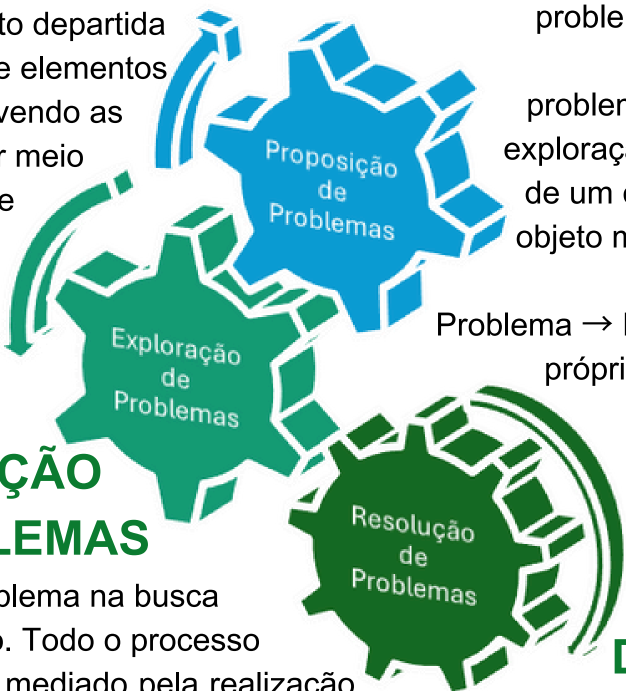
ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. 1998. 325f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-396.

2

EXPLORAÇÃO-PROPOSIÇÃO-RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Vista como uma caixa de ferramentas, a EP é uma engrenagem que move simultaneamente a PP e a RP em suas diferentes intencionalidades na prática de sala de aula. Ao tomarmos a PP como ponto de partida, a movimentação em torna da EP exige um trabalho inicial a partir de um ponto departida e da presença de elementos mediadores, movendo as engrenagens por meio dos processos de Codificação, Descodificação, Reflexões e Sínteses.



EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS

Parte de um problema na busca por um resultado. Todo o processo de exploração é mediado pela realização de um intenso trabalho, reflexões e sínteses. A PP também pode ser tomada como ponto de partida na EP. A RP é vista como uma forma de potencializar a PP, que ora é tomada como ponto de partida, mas que pode ser retomada como resultado da EP. Quanto aos resultados gerados na EP, podemos ter problemas gerados a partir do problema inicial, solução dos problemas, novos problemas... O trabalho estimulado pela EP pode partir, inclusive, de um erro ou dificuldade do aluno.

PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

Na PP, o ponto de partida é uma situação-problema. No momento, o que temos são motivações, inquietações, reflexões e sínteses sobre esse problema, que também pode ser motivada por alguma problematização advinda de uma exploração anterior, como também de um contexto, imagem, gráfico, objeto matemático etc. Ao final da exploração, espera-se um Problema → Resultado, que pode ser o próprio problema que se espera propor, a solução desse problema, novos problemas etc.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Caracteriza-se pelo trabalho inicial e contínuo com o problema, onde o aluno e/ou professor não busca imediatamente a solução, mas explora diferentes aspectos e contextos do problema. Durante esse processo, é realizado um intenso trabalho, precedido de reflexões e sinteses na busca de um resultado, que pode ser a solução do problema. Vale ressaltar que a exploração não necessariamente acaba ao encontrar a solução. É possível que novas problematizações surjam, motivando novas explorações.

A CALCULADORA GRÁFICA DESMOS

Para trabalhar a CGD via EPRP, é necessário compreendermos os principais pressupostos teóricos e práticos dessa metodologia de sala de aula para que consigamos promover novas possibilidades de aprendizagem com o uso desse recurso didático. Nessa direção, buscamos, a partir da nossa experiência de pesquisa, identificar características importantes que devem ser levadas em consideração ao se planejar e desenvolver uma prática de EPRP.

NA EPRP a sala de aula é concebida como um espaço aberto e dinâmico, que possui contorno, mas que não é fechado, é uma ideia ilimitada e intencional, onde o processo de ensino e aprendizagem é visto como uma "viagem aberta", mediada pelo professor. Em seu contorno estão aspectos que ajudam a pensar e aprofundar a EPRP, como, por exemplo, a Coerência Didática, o uso da CGD, entre outros. O rigor matemático é balanceado com a relevância social, política e cultural. O processo é contínuo e não linear, proporcionando oportunidades para que alunos e professores avancem no aprendizado, desenvolvam novas habilidades cognitivas e gerem novas inquietações e reflexões ao longo do caminho. Ela permite a criação de links entre diferentes conteúdos, proporcionando um aprofundamento da temática. Você vai aprendendo com o desenvolvimento da atividade a partir de todo o trablho realizado, que pode partir, inclusive, do erro do aluno. Assim, pode ser considerada uma metodologia que possibilita discussões além da interdisciplinaridade. Além disso, visa desmistificar a neutralidade da matemática, incentivando a proposição e resolução de problemas significativos que transcendam o mero exercício técnico.

A EPRP promove um ambiente de aprendizagem ativo, crítico e reflexivo, onde todos os participantes estão constantemente envolvidos com o problema na buca pela construção de algum conhecimento. A EPRP foi revelando algumas dificuldades pedagógicas e matemáticas dos licenciandos durante as atividades de pesquisa, nos levando a refletir como a CGD poderia contribuir para o desenvolvimento cognitivo e superação dessas limitações. Dentre elas destacamos:

- dificuldades em resolver problemas através da representação algébrica;
- coerência numérica e maior dificuldade algébrica;
- dificuldade em visualizar a relação entre grandezas;
- dificuldade em resolver problemas através da representação algébrica;
- preocupação maior com a solução do problema;
- falta de atenção na veracidade dos dados usados no contexto dos problemas;
- dificuldades com a linguagem verbal e matemática durante a redação da proposição dos problemas;
- domínio de conteúdo matemático limitado;
- dificuldade de refletir e se expressar criticamente.

IDEIAS ESSENCIAIS

A EPRP envolve a realizar um intenso trabalho capaz de gerar hipóteses, fazer perguntas, observar padrões e formular conjecturas. Exige a critividade dos alunos, encorajando-os a propor problemas originais, serem autônomos e se expressarem de diferentes maneiras através de múltiplos caminhos. Os problemas propostos devem ser relevantes para o contexto dos alunos e significativos em termos de conteúdo matemáticos. Porém, nem sempre o problema proposto estará enviezado por um contexto social, político e cultural. Mesmo assim, precisam ser desafiadores, mas, ao mesmo tempo, acessíveis, permitindo o desenvolvimento de diferentes estratégias de exploração.

Todo o itinenário da EPRP deve ser valorizado, não apenas o resultado. As dificuldades e limitações apresentadas pelos alunos durante esse processo podem ser tomadas como um novo ponto de partida para a realização de um novo trabalho. Os momentos de reflexões e sínteses são fundamentais para promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, levando ao resultado da atividade de EPRP que pode ser a solução de um problema, um novo problema... A mediação do professor e a interação entre os alunos proporciona um *feedback* importante, muitas das vezes devolvidos na forma de novas problematizações, orientando para a revisão de estratégias e soluções, corrigindo possíveis erros e apromorando o entendimento, ao mesmo tempo em que se autoavaliam. Desta forma, evita-se a antecipação de respostas e não compromento a construção do conhecimento autônoma por parte dos alunos.

Com a EPRP, os alunos passam a perceber diferentes formas de ler e interpretar situações do cotidiano a partir da Matemática, vislumbrando um ensino de matemática que não a vê como um fim, mas sim como um meio. Mesmo quando o ponto de partida da EPRP apresenta apenas dados numéricos, é possível propor problemas com um contexto real, desencadeando diversos momentos de reflexão e leitura critica desses dados. O uso da CGD nesses contextos aplia a exploração e interpertação dos dados, tendo em vista que os dados numéricos de situações reais nem sempre estão condicionados dentro do conjunto dos números inteiros e a representação gráfica desses dados proporciona uma visão do geral para o específico e vice-versa, bem como o reconhecimento de padrões, generalizações e formulação de conjecturas matemáticas.

É importante considerar a liberdade de tempo inicial, para que os alunos possam se familiarizar com a EPRP em sala de aula, considerando os diferentes tempos de aprendizagem dos alunos. Porém, é necessário que essa prática seja intencionada pelo professor, e mediador, reconhecendo os limites de tempo para os diferentes momentos da EPRP.

IDEIAS ESSENCIAIS

Na perspectiva da EPRP, a Proposição de Problemas ocupa um papel central, contribuindo significativamente para o processo de ensino e aprendizagem.

A PP incentiva os alunos um intenso trabalho na criação de novos problemas. Em vez de apenas resolverem problemas pré-determinados, os alunos são encorajados a propor problemas que emergem de suas experiências e conhecimentos, ampliando sua compreensão matemática, desenvolvendo habilidades de autonomia, pensamento crítico e criatividade.

Ao trabalhar com a PP, tanto os professores quanto os alunos são desafiados a pensar de forma mais abrangente sobre os conceitos matemáticos, exigindo conexões entre o que já conhecem e o que ainda precisam aprender, promovendo uma aprendizagem mais profunda e integrada.

A PP complemente e enrique a PP, gerando um ciclo contínuo de exploração e aprendizagem. Ao propor novos problemas a partir da resolução de problemas anteriores, os alunos têm a oportunidade de revisitar conceitos, explorar novas estratégias e aprofundar seu entedimento, fortalecendo sua capacidade de resolução de problemas. Ambos os processos são potencializados pela Exploração de Problemas.

A metodologia EPRP, ao enfatizar a PP, promove uma abordagem aberta, mas não fechada e flexível para o ensino de matemática. Tem um contorno no planjamento do professor. Essa metodologia não segue uma sequência linear rígida, mas sim um processo dinâmico e interativo, onde a proposição, exploração e resolução de problemas se entrelaçam de forma contínua, exigindo que uma certa inteligência dos professores para fazer interferências no contexto do aluno.

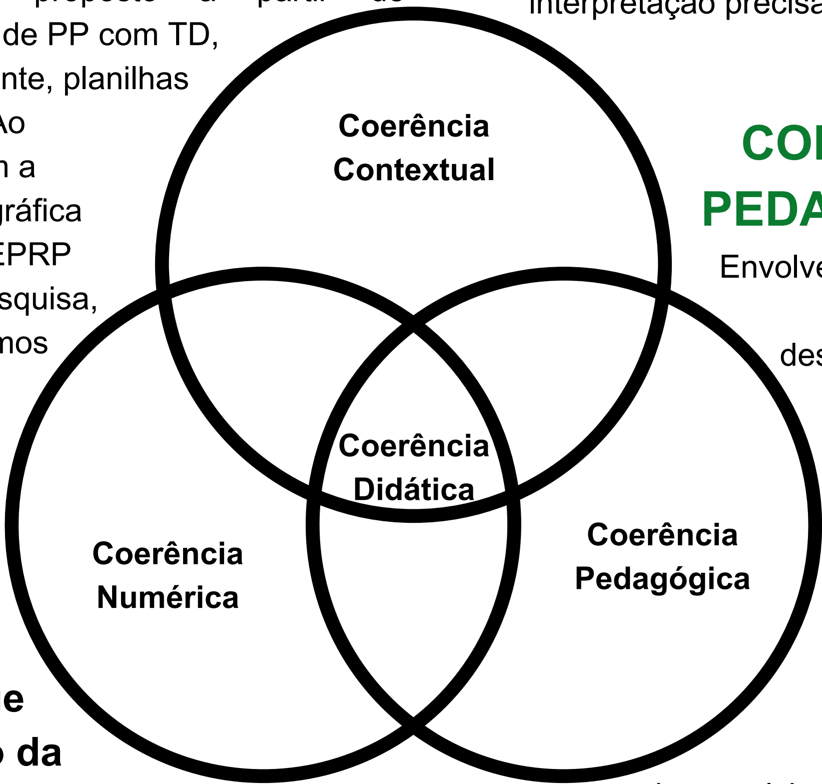
A PP torna os professores mais ativos/preparados, revelando seu domínio de conteúdos matemáticos, seu conhecimento de mundo e suas habilidades pedagógicas. Proporciona uma autoavaliação desses aspectos e uma metacognição a partir dos erros e dificuldades identificadas.

Desenvolver a consciência de um ensino de matemática centrado na PP e não mais apenas na RP, faz os professores perceberem que essa também é uma tarefa sua. Essa observação também se estende para os alunos. Além disso, pensar a PP como um mecanismo de avaliação.

Na PP o ponto de partida (Situação-Problema) pode ser uma tabela, um gráfico, uma imagem, uma expressão matemática, um problema, um recurso didático físico ou digital, uma informação verbal, uma situação do livro didático, uma sentença matemática, uma situação real, um fenômeno... que promoverá um ambiente onde os alunos são estimulados a observar, questionar, modificar, explorar e conduzir o caminhar da EPRP cada vez mais longe.

COERÊNCIA DIDÁTICA

De acordo com Abramovich e Cho (2015), os problemas propostos precisam ter Coerência Didática (CD). O modelo de CD é proposto a partir de experiências de PP com TD, especificamente, planilhas eletrônicas. Ao trabalhar com a calculadora gráfica Desmos na EPRP em nossa pesquisa, também fizemos uso dessa abordagem para qualificar a PP.



A CD exige o domínio da inter-relação de subconceitos:

COERÊNCIA CONTEXTUAL

Significa a consistência do problema com o contexto sociocultural e histórico dos alunos, destacando a importância da interpretação precisa dos dados de modelagem.

COERÊNCIA PEDAGÓGICA

Envolver considerar o nível de desenvolvimento, interesses e capacidades dos alunos para despertar seu interesse, facilitar o raciocínio e promover o desenvolvimento cognitivo.

COERÊNCIA NUMÉRICA

Consulta-se a solubilidade formal do problema dentro de um sistema numérico específico, relacionando a PP à RP.

**O MODELO DE COERÊNCIA TAMBÉM É APLICÁVEL PARA A PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS SEM O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS.
A COERÊNCIA DIDÁTICA É UM ELEMENTO IMPORTANTE PARA SE PENSAR A EPRP.**

Durante o desenvolvimento da pesquisa, foram propostos vários problemas. Nas primeiras experiências, percebemos um certo grau de dificuldade dos licenciandos em atingir a Coerência Didática. Esses problemas serão apresentados a seguir para que possam explorá-los e identificar as incoerências como forma de desenvolver a EPRP.

ABRAMOVICH, S.; CHO, E. L. Using Digital Technology for Mathematical Problem Posing. In: SINGER, F. M.; ELERTON, N. F.; CAI, J. (Orgs.). **Mathematical Problem Posing: from Research to Effective Practice**. New York: Springer, 2015. p. 71-102.

PRATICANDO

- Explore os problemas a seguir, identificando a incoerência e justificando-a a partir dos subconceitos da CD.
- Explore o problema buscando a Coerência Didática.
- Faça uso da calculadora gráfica Desmos via EPRP.
- Utilize esses problemas como ponto de partida de uma EPRP.
- Reflita sobre a importância dessa prática para professores e alunos.

PROBLEMA 01 – Sabemos que, no Brasil, há um considerável aumento no índice de crianças diagnosticadas com autismo nos últimos anos. De acordo com os dados coletados pelo Ministério da Saúde, em 2018, 2019, 2020, 2021 e 2022 foram diagnosticados, respectivamente, 8090, 9340, 10590, 11840 e 13090 crianças com autismo.

De acordo com os dados apresentados, podemos estimar quantas crianças seriam diagnosticadas no ano de 2030? Se sim, quantas seriam e qual o padrão de aumento de diagnósticos a cada ano?

PROBLEMA 02 - Tabela

2018	2019	2020	2021
11670	11715	11500	11612

Referente aos dados da tabela acima, responda:

Qual o percentual (%) de crescimento populacional da cidade de Lagoa Seca no período anual abaixo?

a) De 2018 a 2019?

b) De 2019 a 2020?

c) De 2020 a 2021?

PROBLEMA 03 – Uma dada empresa de calçados teve as seguintes quantidades de vendas:

2018	2019	2020	2021	2022
1100	1180	1340	1420	1580

Descreva a lógica de crescimento dessa empresa, formule o gráfico para esse crescimento e mostre quanto será a venda no ano de 2023.

PROBLEMA 04 – De acordo com os dados apresentados na tabela a seguir, sobre o número de habitantes de uma determinada cidade X, faça um comparativo entre a taxa de nascidos-vivos e a taxa de mortalidade desta localidade, ano após ano, iniciando no ano de 2018 e indo até 2021. Em seguida, construa o gráfico.

Tabela - população da cidade X

2018	2019	2020	2021
11670	11715	11500	11612

Após discussão em sala de aula, para complementar a questão acima, será adicionada a seguinte informação:

Sabendo que a cada ano morre pelo menos um cidadão desta cidade.

PROBLEMA 05 – A produtora de um evento geek registrou a quantidade de pessoas que compareceram ao evento ao longo dos anos, sendo 11.670 em 2018, 12.500 em 2019, 7.500 em 2020 e 11.700 em 2021, a fim de realizar um controle e possível crescimento.

Sabendo-se que no ano de 2020 passamos por uma pandemia, analise a tabela e monte um gráfico. Após isso, analise o gráfico e diga se é possível determinar a linha de crescimento com apenas esses dados fornecidos.

OBSERVAÇÕES

PROBLEMA 06 – Em uma pesquisa realizada, foi detectado que, em uma cidade, foram encontrados os seguintes dados de pessoas infectadas com o vírus da dengue: 2018 – 3.000 pessoas, 2019 – 4.200 pessoas, 2020 – 5.400 pessoas, 2021 – 6.600 pessoas. Com base nessas informações, é possível determinar quantas pessoas serão infectadas com o vírus da dengue no ano de 2022?

PROBLEMA 07 – Um grupo de biólogos resolveu estudar uma criação de peixes de uma determinada cidade da Paraíba, no ano de 2018, e, através de estudos, registraram 11.670 peixes. Durante o estudo, eles perceberam que, depois de um ano, a população de peixes aumentou, com 45 peixes a mais; no ano seguinte, diminuiu 215, e, entre os anos de 2020 e 2021, aumentou 112. Demonstre em uma tabela a quantidade de peixes durante os anos estudados.

PROBLEMA 08 – Uma dada empresa de calçados teve as seguintes quantidades de vendas:

2018	2019	2020	2021	2022
1100	1180	1340	1420	1580

Descreva a lógica de crescimento dessa empresa, formule o gráfico para esse crescimento e estime quanto serão as vendas no ano de 2023.

PROBLEMA 09 - Para ajudar em casa, André resolveu vender alguns doces em seu colégio. Primeiramente, ele montou uma tabela com os doces que iria vender e os preços de cada um. Veja a seguir:

Doces	*Brigadeiro*	*Trufas*	*Beijinhos*
Preços	R$ 1,50	R$ 2,50	R$ 2,00

No primeiro mês de vendas, em abril, André produziu 25 brigadeiros, 15 trufas e 15 beijinhos. No mês seguinte, ele produziu 50 brigadeiros, 30 trufas e 20 beijinhos. Por fim, no último mês, a produção foi de 55 brigadeiros, 35 trufas e 25 beijinhos.
Qual é a média ponderada de produção de cada tipo de doce ao longo dos meses?

PROBLEMA 10 – Em dados obtidos por uma pesquisa do IBGE sobre o percentual do índice de fome no Nordeste, observou-se que, em anos eleitorais, o índice de fome tende a apresentar uma baixa no percentual. É possível determinar o percentual de fome no ano de 2022, levando em consideração os dados dos anos anteriores?

2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
29%	46%	40%	34%	27%	45%	39%	33%	?

PROBLEMA 11 – Um agricultor, no ano de 2018, plantou 80 pés de pimentões e lucrou R$ 150,00. No ano seguinte (2019), plantou 100 pés de pimentões e teve um lucro de R$ 200,00. Em 2020, plantou 130 pés de pimentões e teve um lucro de R$ 286,00. Porém, no ano de 2021, ele teve uma perda de plantação devido a uma praga em sua lavoura, onde havia plantado 170 pés de pimentões, mas perdeu 50% de sua plantação. Qual foi o lucro no ano de 2021? E, com base nos anos anteriores, qual será seu lucro em 2022, sabendo que ele vende os pimentões em pacotes de 10 pimentões e que cada pé produz exatamente 10 pimentões?

Ano	2018	2019	2020	2021	2022
Quant. de pés	80	100	130	170	220
Quant. de pacotes	8	10	13	17	? (22)
Valor da unidade	1,8 $	2,0 $	2,2 $	(2,4 $)	? (2,6)
Bruto	150 $	200 $	286 $	(240 $)	?
Valor do pacote	18 $	20 $	22 $	24 $	26 $

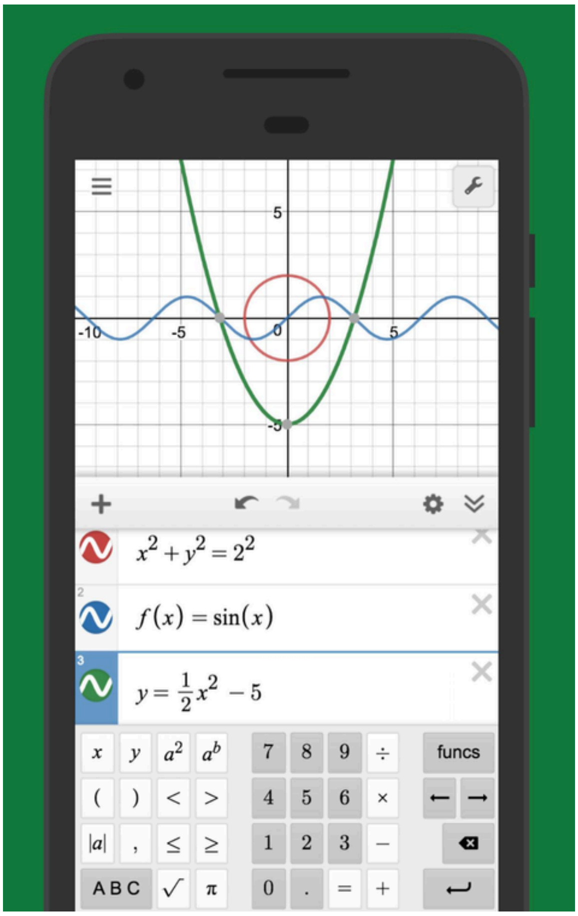
OBSERVAÇÕES

4
A CALCULADORA GRÁFICA DESMOS

DESMOS

Todos os elementos já discutidos anteriormente são vitais para a compreensão da EPRP. Assim como no itinerário de pesquisa, eles foram precursores para que passássemos a discutir a integração da calculadora gráfica Desmos à EPRP.

O uso de TD, especificamente a CGD, via EPRP pode proporcionar novas oportunidades de aprendizagem, desafiando os paradigmas tradicionais e estimulando o desenvolvimento de habilidades críticas e criativas nos alunos. É essencial que os professores estejam abertos a explorar essas possibilidades e integrem as TD de forma significativa em sua prática pedagógica. Com isso, passamos a refletir como a EPRP qualifica o uso didático da CGD.



A integração da CGD tem transformado significativamente a prática pedagógica de professores e o processo de aprendizagem dos alunos no ensino de matemática, porém, é preciso pensar o seu uso didático. Através da EPRP, utilizando visualização de objetos matemáticos e identificação de padrões, os alunos são capacitados a desenvolver um pensamento matemático mais profundo e criterioso. É provável que cheguemos a um ponto em que o ensino sem o uso de TD se torne inviável. Em um futuro próximo, será difícil imaginar um ambiente de ensino que não faça uso dessas ferramentas, uma vez que elas não apenas facilitam o processo educacional, mas também o torna mais atrativo e eficaz. Nesse sentido, o papel do professor também evolui, deixando de ser um mero transmissor de conhecimento para se tornar um mediador.

Com acesso gratuito e disponibilidade em dispositivos de baixa potência, a CGD se destaca como uma ferramenta versátil que facilita a representação gráfica e algébrica de funções matemáticas, além de proporcionar simulações e representações conectadas que enriquecem o processo de aprendizagem.

IDEIAS ESSENCIAIS

A CGD via EPRP desperta maior interesse e engajamento dos alunos nas atividades, tornando as aulas mais atraentes e motivadoras. Permite um trânsito fluido entre representações algébricas, numéricas, gráficas e verbais, o que facilita a compreensão de conceitos matemáticos complexos e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Além disso, amplia o campo numérico dos inteiros para os reais e favorece o desenvolvimento da linguagem matemática, promovendo uma maior profundidade na EPRP.

Na EPRP, a CGD direciona o foco para a generalização e formulação de conjecturas sem a necessidade de manipulação numérica e algébrica intensa, o que permite que os alunos avancem no entendimento matemático de forma mais eficaz. A funcionalidade de tabela na CGD auxilia na discriminação numérica e na identificação de padrões, apoiando a transição do pensamento numérico para o algébrico, o que ajuda a superar dificuldades comuns na aprendizagem de matemática.

A CGD via EPRP possibilita novas explorações durante a proposição e resolução de problemas, permitindo a criação e valorização de novos caminhos e estratégias, promovendo um aprendizado mais exploratório e menos focado em resultados finais. Além disso, promove a colaboração e a reflexão crítica entre os alunos, incentivando a discussão e a síntese de ideias matemáticas durante as atividades de EPRP. Com isso, permite trabalhar conteúdos matemáticos em diferentes níveis de complexidade, adaptando o nível de desafio às capacidades e necessidades dos alunos, o que é essencial para a diversidade de níveis de conhecimento na sala de aula.

O trabalho com a CGD via EPRP exige um planejamento pedagógico para maximizar seus benefícios, ao mesmo tempo em que oferece aos educadores uma ferramenta poderosa para inovar e enriquecer suas práticas pedagógicas. Esse recurso é visto como fundamental para a formação de professores, permitindo uma abordagem mais interativa e digital no ensino de matemática. Além de funções, a CGD é eficaz na exploração de outros conteúdos matemáticos, como geometria analítica e estatística, destacando-se como uma ferramenta versátil no ensino de matemática.

É preciso saber o momento certo para fazer uso da CGD via EPRP de forma a não inibir o desenvolvimento de habilidades importantes por parte dos alunos, como,por exemplo, determinar pontos no plano cartesiano e esboçar o gráfico de funções.

A CGD permite a inserção de informações verbais, numéricas, algébricas e gráficas, com interações concomitantes. De forma fácil e interativa, essas funcionalidades na EPRP proporcionam um trânsito fluido entre elas, resultando em problemas ricos em informações e potencialmente desenvolvidos.

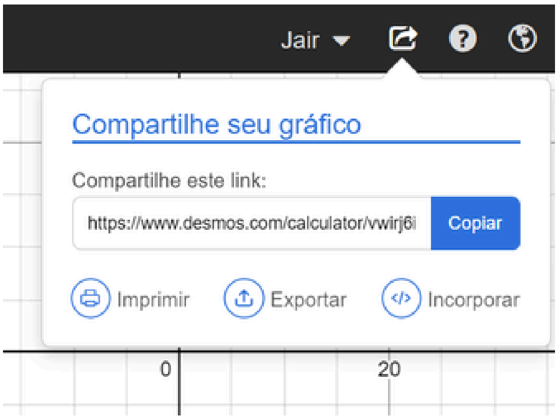
IDEIAS ESSENCIAIS

A CGD oferece vários pontos de partida para a PP, em que muitos deles surgem no caminhar da EPRP por meio do uso de uma tabela, da representação gráfica, da manipulação algénrica... Com a CGD, o processo de codificação e descodificação não fica mais limitado à linguagem verbal, mas a toda a interação e visualização porporcionada pela CGD, levando o aluno a questionar e compreender suas inquietações. Entre as múltiplas representações proporcionadas pela CGD, é importante analisar qual delas será mais útila para determinado momento da EPRP.

O uso da CGD via EPRP promove motivação e engajamento, facilitação do pensamento algébrico, desenvolvimento de conjectura e explorações dinâmicas, envolvimento e reflexão crítica, integração de contextos reais e multidisciplinares, desafios e superações, autonomia na resolução e proposição de problemas, validação e correção, progresso da EPRP, avanço na linguagem matemática, visualização gráfica, integração de múltiplas representações, análise numérica e algébrica, e construção colaborativa.

Com o auxílio da CGD via EPRP, é possível que os alunos passem a enxergar na visualização gráfica um mecanismo de (re)avaliar a representação algébrica. Desse modo, percebemos que a representação/visualização gráfica pode ser mais eficaz, como foi o caso da representação gráfica para identificar incoerências algébricas e o uso da tabela para desenvolver o raciocínio e o pensamento algébrico.

COMPARTILHAMENTO



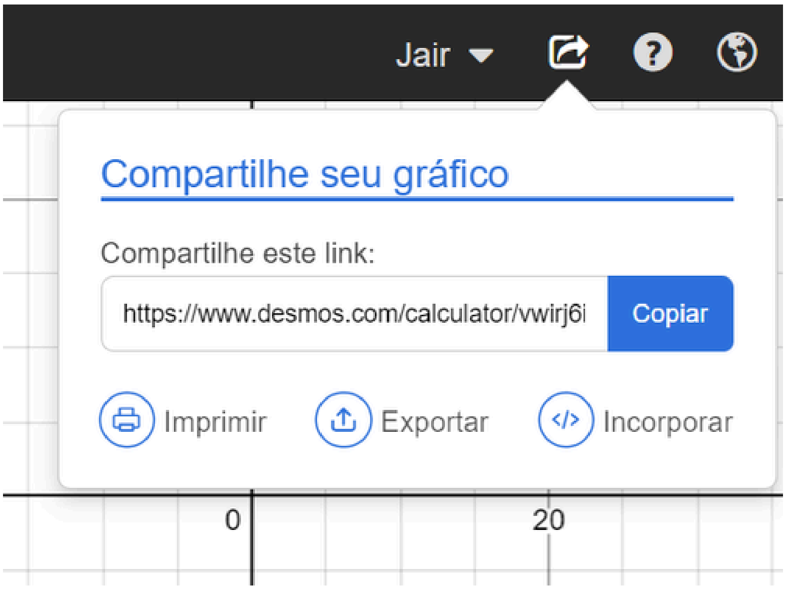
CADA COMPARTILHAMENTO CARREGA CONSIGO TODAS AS ALTERAÇÕES FEITAS ANTERIORMENTE E PERMITE QUE NOVAS CONTRIBUIÇÕES POSSAM SER FEITAS NO TRABALHO..

Os trabalhos desenvolvidos na CGD podem ser compartilhados entre alunos e professores como forma de divulgar ideias e/ou receber feedback e/ou avaliação da atividade realizada. **Para compartilhar, você pode seguir os seguintes passos:**

1. Clique no ícone de menu (três linhas horizontais) no canto superior esquerdo da tela.
2. Selecione a opção “Salvar/Compartilhar” no menu.
3. Você terá a opção de copiar o link para o seu trabalho ou gerar um código para incorporá-lo em um site ou blog.
4. Você também pode exportar o trabalho como uma imagem ou gerar um PDF, se desejar.

COMPARTILHAMENTO

Os trabalhos desenvolvidos na CGD podem ser compartilhados entre alunos e professores como forma de divulgar ideias e/ou receber feedback e/ou avaliação da atividade realizada. **Para compartilhar, você pode seguir os seguintes passos:**



1. Clique no ícone de menu (três linhas horizontais) no canto superior esquerdo da tela.
2. Selecione a opção “Salvar/Compartilhar” no menu.
3. Você terá a opção de copiar o link para o seu trabalho ou gerar um código para incorporá-lo em um site ou blog.
4. Você também pode exportar o trabalho como uma imagem ou gerar um PDF, se desejar.

OS PROBLEMAS PROPOSTOS DURANTE A PESQUISA SERÃO AQUI COMPARTILHADOS POR MEIO DESTE RECURSO.
CADA COMPARTILHAMENTO CARREGA CONSIGO TODAS AS ALTERAÇÕES FEITAS ANTERIORMENTE E PERMITE QUE NOVAS CONTRIBUIÇÕES POSSAM SER FEITAS NO TRABALHO..

CGD VIA EPRP

São múltiplas as formas de integrar o uso da CGD na EPRP. Porém, neste material, apresentamos problemas que foram propostos tendo como ponto de partida um problema do livro didático abordando o conteúdo de função afim. Vislumbramos no conteúdo, objetos matemáticos que são amplamente explorados e visualizados a partir da CGD, além de trazer uma abordagem contextual mais próxima da realidade dos alunos. Por fim, consideramos a experiência de reformular problemas do livro didático como uma prática pedagógica de EPRP importante para professores de matemática.

Tomando como ponto de partida o problema do livro didático apresentado abaixo, foi desenvolvido um trabalho de EPRP, tomando como ponto de partida a PP integrada ao uso da CGD.

EXEMPLO 3

Restaurantes *self-service* podem ser encontrados em todas as regiões do Brasil. Em um deles, cobra-se R$ 3,80 por cada 100 g de comida. Dois amigos serviram-se, nesse restaurante, de 620 g e 410 g. Vamos calcular quanto cada um pagou.

Inicialmente, observe que R$ 3,80 por 100 g equivale a R$ 38,00 por quilograma. Assim, podemos calcular quanto cada amigo pagou. Quem se serviu de 620 g = 0,62 kg, pagou $0{,}62 \cdot 38 = 23{,}56$ reais; o outro amigo pagou $0{,}41 \cdot 38 = 15{,}58$ reais.

O valor (**y**) pago, em reais, varia de acordo com a quantidade de comida (**x**), em quilogramas. A lei que relaciona **y** e **x**, nesse caso, é: $y = 38 \cdot x$, que é outro exemplo de função polinomial do 1º grau.

Fonte: Iezzy et al. (2018, p. 71).

Inicialmente, os alunos passaram a explorar o problema, reconhecendo seus elementos numéricos, contextuais e pedagógicos. Em seguida, reformularam o problema (alterando dados e o contexto), propondo um novo problema capaz de explorar diferentes ideias acerca da função a partir do uso da CGD.

A partir da EPRP iniciada com o problema do livro didático, durante o caminhar foram surgindo novas inquietações e novos pontos de partida, motivando o aprofundamento da atividade. Ao final, as ideias foram condensadas, e passamos a ter novos problemas. A EPRP resultou nos problemas apresentados a seguir.

IEZZI, G. et al. **Matemática: ciência e aplicações.** v.1, 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

PROBLEMA(S)

Após toda EPRP em torno do problema inicial do livro didático, as informações foram condesadas verbalmente e visualmente, como podemos ver abaixo, sendo esse enredo responsável pela exploração, proposição e resolução de todos os problemas apresentados a seguir.

Dois amigos, Pedro e Carol, costumam ir almoçar juntos no Restaurante Abreu. O restaurante oferece quatro opções de serviços: self-service sem balança; self-service com balança; self-service vegetariano com balança e suco; e serviço de sorvete como sobremesa.

- **O primeiro serviço, self-service sem balança, tem um preço único de R$ 15,00, independentemente da quantidade de comida.**
- **O segundo serviço cobra R$ 2,10 por cada 100g de comida.**
- **O terceiro serviço cobra R$ 1,50 por cada 100g de comida vegetariana, além de R$ 2,00 pelo suco.**
- **O quarto serviço cobra R$ 1,00 por cada bola de sorvete.**

PRATICANDO

OS PROBLEMAS APRESENTADOS A SEGUIR CONTÊM LINK PARA VISUALIZAÇÃO E EXPLORAÇÃO DIRETAMENTE NA CGD, CLICANDO NO ÍCONE.

PROPORCIONALIDADE

Carol e Pedro estão querendo optar pelo segundo serviço e observaram que no anúncio só há informação para cada 100 gramas. Carol ficou curiosa para saber quanto pagaria por 1 kg de comida, enquanto Pedro questionou quanto pagaria por cada grama de comida. Como você resolveria esse problema para Carol e Pedro?

____

____

____

FUNÇÃO AFIM

Utilizando a CGD, vamos explorar o terceiro serviço.
Identifique as grandezas que estão se relacionando no problema.
Atribua uma incógnita a cada uma das grandezas.

- Utilize a função tabela da CGD. Na primeira coluna, atribua valores referentes à quantidade de comida. Na segunda coluna, descreva como você calcularia o valor a pagar pela quantidade de comida, em gramas, informada na primeira coluna.
- Considerando os valores da segunda coluna da tabela, é possível reconhecer algum padrão? Comente.
- Como representar algebricamente a função que permite calcular o valor a ser pago por qualquer quantidade de comida, em gramas, consumida?
- Crie uma terceira coluna na tabela e atribua a função que você apresentou no item anterior. O que você observa com o preenchimento automático da tabela?
- Explore na CGD o gráfico da função que corresponde ao terceiro serviço e faça suas observações.

____

____

____

COEFICIENTES

- Represente algebricamente o primeiro serviço na CGD.
- Represente algebricamente o segundo serviço na CGD.
- Represente algebricamente o quarto serviço na CGD.
- Identifique os coeficientes "a" e "b" em cada uma das funções dos serviços do Restaurante Abreu. Comente suas observações.
  - **A função constante é um caso particular da função afim. Isso acontece quando a = 0 e b ≠ 0.**
  - **A função linear é quando o coeficiente a ≠ 0 e b = 0.**
  - **A função identidade é quando o coeficiente a = 1 e b = 0.**
  - **Quando os coeficientes "a" e "b" são diferentes de zero, a função afim é completa.**
  - **Quando um dos coeficientes "a" ou "b" é igual a zero, a função afim é incompleta.**
- Com base nessas informações, classifique as funções de cada um dos serviços.
- Utilizando a CGD, represente cada uma das funções a seguir:
  - **f(x) = x + 1**
  - **g(x) = x + 2**
  - **h(x) = x**
  - **j(x) = 2x + 1**
- Analisando o gráfico das funções f(x), g(x) e h(x), você observa algum padrão? Comente.
- Com relação ao coeficiente "a", o que você observa ao explorar algebricamente e graficamente as funções f(x), g(x), h(x) e j(x)?
- Com relação ao coeficiente "b", o que você observa ao explorar algebricamente e graficamente as funções f(x), g(x), h(x) e j(x)?
- Sendo o "a" chamado de coeficiente angular e o "b" de coeficiente linear, a que característica você atribui essa denominação?
- O que acontece se o coeficiente "a" da função afim for igual a zero? Explore algebricamente e graficamente na CGD.

GRÁFICO

- Explore na CGD o comportamento dos gráficos das funções referentes a cada serviço do Restaurante Abreu. Classifique-os quanto ao comportamento do gráfico.
- Se, por ventura, o coeficiente das funções assumisse um valor negativo, como se comportaria o gráfico?
- Explore algebricamente e graficamente na CGD as funções a seguir:
  - $k(x) = 2x + 2$
  - $l(x) = 2x$
  - $m(x) = -x + 6$
  - $t(x) = -2x + 2$
  - $v(x) = 6$
- O que você observa ao relacionar o comportamento dos gráficos com os coeficientes? É possível reconhecer algum padrão? Comente.
- Proponha um problema que explore ideias referentes ao crescimento e decrescimento do gráfico da função.

DOMÍNIO E IMAGEM

- Levando em consideração o contexto do Restaurante Abreu, explore algebricamente e graficamente na CGD o terceiro serviço, fazendo uso da função tabela.
- Atribua/altere valores reais para a variável “x”. Observe as coordenadas dos pontos e o comportamento do gráfico.
- Todos os pontos do gráfico satisfazem o contexto do problema? Como você justifica?
- Como justificar e representar o domínio da função a partir do contexto do terceiro serviço?

- Sendo as variáveis classificadas em contínuas e discretas, como você justifica o domínio e a imagem do problema, considerando o contexto do terceiro serviço?
- Represente o domínio e a imagem da função do terceiro serviço.

ZERO DA FUNÇÃO

- Na CGD, explore algebricamente e graficamente as funções a seguir:
  - f(x) = x + 1
  - g(x) = 2x + 1
  - h(x) = 3x + 1
  - t(x) = (-3/2)x + 2
  - v(x) = -3x + 6
- Consegue perceber que todos os gráficos tocam o eixo “x”? Identifique o ponto em que o gráfico de cada função toca o eixo “x”. O que esses pontos têm em comum? Comente.
- Com base nas observações anteriores, como você caracterizaria o zero da função?
- Calcule algebricamente o zero das funções anteriores. Em seguida, analise o resultado com base na representação gráfica. Comente.
- Proponha problemas que explorem o significado do zero da função nos serviços do Restaurante Abreu.

ESTUDO DO SINAL

- Para realizar o estudo do sinal da função afim, exploraremos a função que está associada ao terceiro serviço do Restaurante Abreu, sem considerar o contexto.
- Na CGD, explore a função f(x) = 0.015x + 2.
- Identifique graficamente o zero da função f(x) e chame-o de P.
- Qual é o sinal da função f(x) no ponto P?
- Por que o ponto P é chamado de “zero da função”?
- Quais valores de “x” podemos assumir para que a função f(x) tenha valores positivos? Em qual intervalo isso acontece? Explore na CGD.
- Quais valores de “x” podemos assumir para que a função f(x) tenha valores negativos? Em qual intervalo isso acontece? Explore na CGD.
- De acordo com os seus conhecimentos, a função f(x) pode ser classificada como crescente, decrescente ou constante? Justifique sua resposta.
- Represente algebricamente e graficamente na CGD a função g(x) = -2x + 3 e realize o estudo do sinal.
- Em que consiste realizar o estudo do sinal de uma função?
- Proponha problemas que explorem o estudo do sinal nas funções dos serviços do Restaurante Abreu.

INEQUAÇÃO

- Carol e Pedro têm um amigo em comum, João, que costuma frequentar o restaurante Dias, que também fica próximo do trabalho. Os serviços oferecidos por esse restaurante são:
  - **Self-Service sem balança (por pessoa) – o valor pago é independente da quantidade de comida. Durante a semana, o valor fixo é de R$ 14,50, e nos finais de semana, o valor é de R$ 16,00.**
  - **Self-Service com balança (por kg) – o valor pago por 1 quilograma é equivalente a R$ 19,50. Assim, a cada 100 g de comida, paga-se R$ 1,95.**
  - **Self-Service com balança e suco – a cada 100 g de comida, paga-se um valor de R$ 2,00, além de pagar o acréscimo de R$ 1,50 pelo copo de suco**.
- Durante o expediente de trabalho, João, em conversa com seus amigos, comentou que estava em dúvida sobre em qual dos restaurantes, Abreu ou Dias, ele iria almoçar hoje.
- Utilizando a CGD, vamos explorar o problema dos amigos Pedro, Carol e João com os Restaurantes Abreu e Dias.
- Tomando apenas o primeiro serviço de cada restaurante e sabendo que João costuma comer, em média, 568 g de comida no almoço, qual serviço mostra ter o melhor custo-benefício dada a situação de João? Justifique sua resposta.
- Agora, vamos considerar que Carol sempre opta pelo segundo serviço do restaurante. Caso ela queira escolher entre os restaurantes, qual deles ela deve escolher para pagar menos? Explore algebricamente e graficamente o problema.
- Em uma das idas ao Restaurante Abreu, Pedro esqueceu sua carteira no trabalho. Para não perder tempo no horário de almoço, ele decidiu não ir buscá-la e acabou pedindo dinheiro emprestado a João, que lhe repassou R$ 14,00. Sabendo que Pedro costuma comer muito, qual serviço ele poderá escolher para comer mais com os R$ 14,00? Explore algebricamente e graficamente o problema na CGD.
- Analisando os dados dos Restaurantes Abreu e Dias, proponha problemas que explorem ideias de inequações do 1° grau.

OBSERVAÇÕES

COMPARTILHE CONOSCO SUA EXPERIÊNCIA!

jairedmat@gmail.com
asiem@servidor.uepb.edu.br