



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I – CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MARIA IANE DE ARAÚJO GONÇALVES

DECISÕES DIDÁTICAS E O CÁLCULO DIFERENCIAL: UMA CATEGORIZAÇÃO
DAS ATIVIDADES DE UM PROFESSOR

CAMPINA GRANDE

2024

MARIA IANE DE ARAÚJO GONÇALVES

**DECISÕES DIDÁTICAS E O CÁLCULO DIFERENCIAL: UMA CATEGORIZAÇÃO
DAS ATIVIDADES DE UM PROFESSOR**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes

CAMPINA GRANDE

2024

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

G635d Gonçalves, Maria lane de Araújo.
Decisões didáticas e o cálculo diferencial [manuscrito] :
uma categorização das atividades de um professor / Maria
lane de Araújo Gonçalves. - 2024.
113 p.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências
e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
Ciências e Tecnologia, 2024.

"Orientação : Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes,
Coordenação do Curso de Matemática - CCT. "

1. Ensino de matemática. 2. Cálculo diferencial. 3.
Decisões didáticas. 4. Teoria das situações didáticas. I. Título
21. ed. CDD 510

MARIA IANE DE ARAÚJO GONÇALVES

DECISÕES DIDÁTICAS E O CÁLCULO DIFERENCIAL: UMA CATEGORIZAÇÃO
DAS ATIVIDADES DE UM PROFESSOR

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

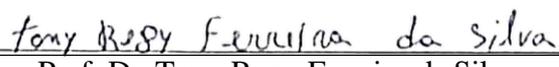
Área de concentração: Educação Matemática

Aprovada em: 29/02/2024.

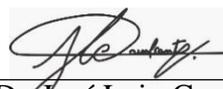
BANCA EXAMINADORA



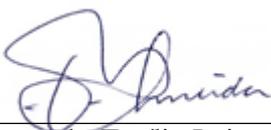
Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE); PPGCEM – UEPB



Prof. Dr. Tony Regy Ferreira da Silva
PPGCEM – UEPB



Prof. Dr. José Luiz Cavalcante
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Fernando Emílio Leite de Almeida
Instituto Federal de Pernambuco (IFPE)

A minha mãe, Lucineide Ribeiro, pelo apoio,
companheirismo, incentivo e inspiração de
sempre.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por toda força, discernimento e sabedoria dadas até aqui, pois, sem Ele, nada conseguiria. Foi a Ele que sempre pedi a fidelidade para concretizar esse sonho que tanto lutei para dar o primeiro passo. E hoje, mesmo com tantos entraves e enfrentamentos, consigo encerrar esse ciclo pela vontade e mimo d'Ele.

Ao meu orientador, Marcus Bessa de Menezes, por todo zelo, carinho e compreensão. Com ele não aprendi somente sobre academia, mas também sobre acolher o próximo com todas as suas dificuldades e enfrentamentos emocionais. Ele me ensinou a ser resiliente, corajosa e seguir no meu tempo, ensinou que preciso cuidar de mim, da minha mente e da saúde para conseguir produzir academicamente. Obrigada por tudo e por tanto, meu querido professor!

Aos meus pais, Francisco Gonçalves e Lucineide Ribeiro, que sempre apoiaram suas filhas enquanto seguiam seus sonhos, seus estudos e prestavam serviço para o bem comum de todos. Em se orgulhar da gente, meu pai é mestre, e por isso sempre me incentivou a não ter medo de buscar a Licenciatura em Matemática; sonho esse que sempre teve minha mãe como a primeira e maior inspiração viva, pela sua caminhada árdua na carreira docente, aquela que acredita que a Educação pode mudar rumos e transformar vidas.

Às minhas irmãs, pela compreensão nas vezes em que fui ausente na colaboração para a organização das festividades familiares. Gratidão também pela confiança e pelos abraços calorosos de “estamos aqui com você!” no período do processo seletivo. Elas confiaram em mim até mais do que eu mesma e enfrentamos essa batalha juntas.

Gratidão a todos os meus familiares, primas, tias, avós, cunhados e sobrinhos, em especial à minha tia Maria Ivonete, que sonhou esse sonho comigo. Foi fortaleza e afago, desde o processo seletivo, até qualificação e defesa. Agradeço, de maneira especial também, a minha prima/irmã, Rosilene Araújo, que sempre esteve presente. Até nas horas em que não me abria com ninguém, só chorava, ela estava lá derramando lágrimas comigo e sendo meu ombro amigo. Obrigada por tanto e por sempre estar comigo, você é minha alma gêmea!

Aos meus amigos, em especial, ao compadre Guttenberg Sergistótanis, que foi meu primeiro orientador e me incentivou a continuar nossos sonhos no âmbito da Educação Matemática. Agradeço também a minha amiga, Sabrina Lima, que viveu esse processo de perto, entendia minhas dores e angústias causadas pelo mundo acadêmico. Amiga, você foi peça fundamental desse quebra-cabeça.

Agradeço a todos os colegas de curso, em especial a Thales Pessoa, que dividiu comigo dores, entaves, dificuldades e angústias relacionadas ao Referencial Teórico escolhido. Meu amigo, sem você eu não teria nem qualificado, pois nossas conversas, risadas, diálogos e várias reuniões via *google meet* me ajudaram a destravar, engatinhar, caminhar e depois correr atrás para fechar este ciclo. Obrigada por tudo, por tanto e por esse coração paciente, bondoso e acolhedor.

Gratidão também aos meus colegas de profissão, trabalho e companheiros de vida, meus amigos e “xodós”, Julianna Gregório e Victor Bastos, que me encorajavam dizendo que estava perto, que daria certo e dando abraços que acalmavam a alma. Obrigada por serem a alegria das minhas manhãs e ombro amigo fora dos muros da escola.

Agradeço ainda ao meu companheiro Odiney Carvalho, conhecido como professor Ney, e que divide comigo as dificuldades de ensinar e aprender matemática. Ele que sempre me incentivou, ofereceu ajuda desde que nos conhecemos, quando éramos apenas amigos, colegas de trabalho e professores da mesma disciplina. Você, meu amor, foi fundamental nesse processo, sobretudo nessa reta final enquanto ficava pertinho de mim, dando consolo, atenção e energia positiva. Você me inspira a ser melhor!

Obrigada aos professores componentes da banca, prof. Dr. Tony Regy Ferreira da Silva, prof. Dr. José Luiz Cavalcanti e prof. Dr. Fernando Emílio Leite, por todas as contribuições enriquecedoras para esta pesquisa.

E, sem dúvidas, obrigada a todos os professores e à coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) pela contribuição acadêmica, profissional, pessoal e incentivo ao longo de toda essa jornada. Sigo acreditando no ensino PÚBLICO, GRATUITO e de QUALIDADE.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente na concretização deste sonho e caminhada.

A todos meu muito e sincero obrigada!

Eu sou sertaneja e deixei minha terra, meu sertão, meu lugar, por ocasião da seca, mas a seca não é somente a ausência de chuvas, mas também de conhecimentos e todos os dias me sinto como retirante, com saudades e vontade de voltar.

RESUMO

A pesquisa teve como objetivo central analisar as consequências das Decisões Didáticas tomadas pelo professor na construção de um Milieu para o ensino de Cálculo Diferencial. De maneira específica, identificar, a partir de entrevistas, as DD tomadas pelo professor de matemática na construção desse Milieu; em seguida, categorizar os fatores decisoriais tomados pelo professor; e, por fim, discutir os fatores que influenciam nas DD tomadas pelo professor na construção de um projeto de aula para o ensino de Cálculo. Usamos como referencial teórico neste estudo a Teoria das Situações Didáticas e os níveis de atividade propostos por Brousseau (1986) e Margolinas (2002; 2005) e o Modelo dos Fatores Decisoriais proposto por Bessot (2019). A pesquisa aconteceu na Universidade Regional do Cariri (URCA), *campus* Crajubar, na cidade de Juazeiro do Norte, e o participante deste estudo foi um professor de matemática que atua na disciplina de Cálculo I. Utilizamos, para coleta de dados, uma entrevista semiestruturada com o participante da pesquisa, diário de bordo preenchido pelo professor no planejamento de uma aula específica e o acompanhamento das aulas ao longo do semestre. A partir dos dados coletados e de seu tratamento seguindo os pressupostos do referencial escolhido, percebemos que as atividades do professor sofreram influência predominantemente do fator epistêmico, aquelas decisões que estão relacionadas à forma como ele percebe a disciplina, métodos de ensino e o objeto matemático.

Palavras-chave: decisões didáticas; teoria das situações didáticas; cálculo diferencial; ensino de Matemática.

ABSTRACT

The research's central objective was to analyze the consequences of the Didactic Decisions made by the teacher in the construction of a Milieu for teaching Differential Calculus. Specifically, identify, from interviews, the DD taken by the mathematics teacher in the construction of this Milieu; then, categorize the decisional factors taken by the teacher; and, finally, discuss the factors that influence the DD taken by the teacher when building a class project for teaching Calculus. We used as a theoretical reference in this study the Theory of Didactic Situations and the levels of activity proposed by Brousseau (1986) and Margolinas (2002; 2005) and the Model of Decisional Factors proposed by Bessot (2019). The research took place at the Universidade Regional do Cariri (URCA), Crajubar campus, in the city of Juazeiro do Norte, and the participant in this study was a mathematics teacher who works in the Calculus I discipline. For data collection, we used a semi-structured interview with the research participant, logbook filled out by the teacher when planning a specific class and monitoring classes throughout the semester. From the data collected and its treatment following the assumptions of the chosen framework, we realized that the teacher's activities were predominantly influenced by the epistemic factor, those decisions that are related to the way he perceives the subject, teaching methods and the mathematical object.

keywords: didactic decisions; theory of didactic situations; differential calculation; Mathematics teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo dos fatores decisoriais	40
Figura 2 – Visualização da derivada como reta tangente	43
Figura 3 – Taxa de variação entre dois pontos	44
Figura 4 – Exercício da aula do dia 12 de junho 2023	61

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Trabalhos selecionados para compor a base teórica da pesquisa	19
Quadro 2 – Estrutura do Milieu	29
Quadro 3 – Níveis da Atividade do Professor	32
Quadro 4 – Diário de bordo para coleta de dados	50
Quadro 5 – Diário de bordo 17: Registros da atividade do professor	54
Quadro 6 – Diário de bordo 06: Registros da atividade do professor	59
Quadro 7 – Diário de Bordo: Registros da professora sobre a aula do dia 24/05/23	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Apresentação da Dissertação	16
2	JUSTIFICATIVA	18
2.1	Aspectos Acadêmicos	18
3	HIPÓTESES E OBJETIVOS	24
3.1	Objetivos	24
3.1.1	<i>Objetivo Geral</i>	24
3.1.2	<i>Objetivos Específicos</i>	24
4	REFERENCIAL TEÓRICO	26
4.1	Teoria das Situações Didáticas	26
4.2	O Milieu e suas significações: um olhar para a atividade do professor ...	29
4.3	Decisões Didáticas	32
4.3.1	<i>Aspectos Gerais</i>	32
4.3.2	<i>A atividade do professor e os fatores decisoriais</i>	35
4.3.2.1	<i>Fatores do tipo externo</i>	36
4.3.2.2	<i>Fatores do tipo epistêmicos</i>	37
4.3.2.3	<i>Fatores do tipo história didática</i>	39
4.4	Cálculo Diferencial (CD)	40
4.4.1	<i>Abordagem histórica</i>	41
4.4.2	<i>Derivadas</i>	42
5	METODOLOGIA	46
5.1	Abordagem qualitativa	46
5.2	Ambiente da pesquisa	47
5.3	Sujeito da pesquisa	48
5.4	Etapas da pesquisa	49
5.4.1	<i>Construção dos dados e os instrumentos utilizados</i>	49

5.4.2	<i>Análise de dados</i>	52
6	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	53
6.1	Fatores do tipo Externo	53
6.2	Fatores do tipo Epistêmico	57
6.3	Fatores do tipo História Didática	62
6.4	Aspectos gerais dos resultados	65
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
	REFERÊNCIAS	74
	APÊNDICE A – ENTREVISTA REALIZADA COM O PROFESSOR PARTICIPANTE DA PESQUISA	77
	APÊNDICE B – DIÁRIOS DE BORDO RESPONDIDOS PELO PROFESSOR	79
	APÊNDICE C – DIÁRIO DE BORDO PREENCHIDO PELA PESQUISADORA EM CADA AULA	91
	APÊNDICE D – CÁLCULO DIFERENCIAL: UMA DISCUSSÃO A PARTIR DE SITUAÇÕES-PROBLEMA	108

1 INTRODUÇÃO

Durante a práxis pedagógica, o professor de matemática precisa analisar, ainda em seu planejamento, as possíveis dificuldades dos estudantes durante uma situação didática, como a assimilação dos conteúdos trabalhados em sala de aula, interpretação, discussão e reprodução de conceitos matemáticos, entre outros. E, a fim de entender essas várias demandas que estão atreladas ao fazer docente, Margolinas (2004) acrescenta em seus estudos os níveis de atuação do professor e suas interações em um meio didático construído por ele.

Ao construir e interagir com o meio, o professor precisa tomar decisões que por sua vez são influenciadas pelas experiências já vividas, pela forma como ele enxerga a pedagogia e o saber em jogo. Nesse campo, Bessot (2018) concorda dizendo que o professor é um ser epistêmico, e assim suas decisões são orientadas também pela dimensão cognitiva. Ou seja, o fazer pedagógico do professor quando amparado nos fatores epistêmicos, tem a ver com suas relações pessoais sobre o saber ensinar e a ciência (Silva, 2020).

Em detrimento disso, muitas vezes o processo de ensino e aprendizagem em matemática fica refém de métodos majoritariamente “técnicos” e baseados em repetições. Isso é facilmente percebido nos cursos de Licenciatura em Matemática, pois os professores estão preocupados com a reprodução de métodos e esquecem de discutir significativamente os conteúdos. Bertolazi (2017) complementa afirmando que um dos maiores enfrentamentos dos estudantes de matemática, sobretudo na disciplina de Cálculo, está na forma como veem esse saber, apresentado, em massa, para os estudantes apenas com foco em resoluções de listas de exercícios e pouco se discute sobre sua utilidade.

Ainda sobre os processos do ensino de matemática, as decisões que os professores tomam na situação didática e na sua construção sofrem influências de vários fatores externos à sala de aula, como também daquelas experiências vividas em outro momento. Segundo Bessot (2019), em seus níveis de categorização, as decisões dos professores podem ser classificadas como dos tipos: epistêmicas, externas e história didática. Sendo assim, entendemos que a forma como o ensino de cálculo é conduzido tem a ver com as concepções gerais e históricas do ensino do professor, além disso, a forma como ensinamos é também uma propagação dos modos como aprendemos.

Segundo Moreira e David (2018), Chevallard contribuiu para essa discussão entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar com a teoria da Transposição Didática em que discutiu a passagem do saber científico para o saber ensinado e, além disso, esclarece que mesmo um saber a ser ensinado, sendo extraído ou não da matemática científica, precisa

passar por transformações adaptativas que são características e essenciais na prática docente. Corroborando com a ideia, Pais (2018) afirma que grande parte da prática pedagógica é um conjunto de influências e manifestações trazidas do saber científico, ou seja, a matemática escolar se apoia no trabalho desenvolvido pelo matemático.

Dessa maneira, precisa-se conciliar o trabalho do matemático com a práxis pedagógica – tendo em vista que ambos exercem funções antagônicas: enquanto o matemático exerce a função de pesquisador e para isso precisa discutir a generalidade da ciência a partir de provas e demonstrações, o professor de matemática, em sua prática de ensino, busca aproximar o saber científico da linguagem dos estudantes a partir de contextualizações, aproximando o mundo abstrato do concreto (Pais, 2018). Todavia, segundo Moreira e David (2018), essas transformações adaptativas da matemática escolar precisam ter relação com o saber científico para que não se desvincule da epistemologia produzida pelo matemático.

Além disso, as escolhas que fazemos ao ministrar uma aula de matemática influenciam desde discussões até a aprendizagem, o envolvimento e as interações dos alunos. Com isso, Fernandes, Souza e Alves (2020) afirmam que as ferramentas utilizadas numa sequência de ensino impactam diretamente na percepção e no desenvolvimento do estudante. Todavia, devemos lembrar que os recursos utilizados pelos professores numa atividade didática são escolhas feitas dentro daquelas que estão à disposição. Corroborando com Espíndola, Brito Jr. e Silva (2018), as atividades de um professor são determinadas a partir de suas interações com o meio e conseqüentemente os “recursos” à disposição de uma situação planejada por ele.

Além de tudo que foi citado anteriormente, a motivação para esse estudo veio também do desejo de seguir a carreira de professora, pois, nascida no “interior do interior” de Pernambuco, filha de uma grande mulher, professora e a minha primeira e maior inspiração, sonhava, ainda aos sete (7) anos de idade, em seguir a docência como profissão, mas a área de conhecimento não sabia ao certo e naquele tempo era distante o desejo de ser professora de matemática. Afinal, na educação básica, as discussões matemáticas no Ensino Fundamental, anos finais, e suas referências não eram boas.

Ainda nesse escopo, entendo que, assim como várias coisas da vida, gostar de matemática pode ser também uma construção social e no Ensino Fundamental (Anos iniciais e Finais) não passei por professores que gostassem de lecionar a disciplina, em sua maioria, lecionavam por obrigação de ofício, ou ainda, por condições necessárias para se manter no cargo de Servidor Público. Mas, a partir das aulas de matemática no Ensino Médio, das Decisões Didáticas tomadas pelo professor (em aulas empíricas ou não) e do encorajamento

que ele nos dava, tornando-nos agentes ativos da nossa aprendizagem, descobri habilidades nessa área de conhecimento e, por conseguinte, foi despertado o desejo de seguir meus estudos acadêmicos na matemática. Juntando o amor e o encanto pela docência que vieram de berço ao acompanhar as aulas de minha mãe com essa nova habilidade de conhecimento descoberta, decidi que queria ser professora de matemática.

Dessa forma, ingressei na Licenciatura em Matemática em 2015, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologias do Ceará (IFCE) em Juazeiro do Norte. Dentro da graduação, foi preciso viver um recomeço e a aceitação de novos hábitos, dentre eles, que verdades pessoais não seriam argumentos suficientes para debater, discutir e analisar processos de ensino e de aprendizagem. Quanto a isso, refiro-me desde minha aprendizagem matemática no Ensino Superior até a forma como a interpretava para em seguida lecionar.

Sem delongas, na graduação, tive os meus primeiros contatos com leituras e discussões acerca da Educação Matemática na bolsa de iniciação científica. Nossas primeiras discussões e escritos eram sobre metodologias aplicadas ao ensino de matemática, com objetos matemáticos do Ensino Médio e, por conseguinte, do Ensino Superior, como Cálculo Diferencial e Integral. Sendo assim, nas primeiras pesquisas e estudos da iniciação científica, com foco em metodologias de ensino e formação de professores, já era perceptível a forte influência da Didática da Matemática Francesa em nossos trabalhos e propostas.

Fatores como estes, fomentaram a necessidade de aprofundamento, participação em eventos acadêmicos, leituras e debates nos grupos de estudos – e não muito distantes –, decisivos na minha Formação Docente Continuada. Daí, a motivação para continuar no campo da Didática da Matemática que busca não só discutir os processos de ensino e de aprendizagem, como também formação de professores e, segundo Pais (2018), elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático.

Destarte, entendendo as experiências vivenciadas como professora de Cálculo I recém-formada na Universidade Federal do Cariri (UFCA), ainda em 2019, percebi que carregava comigo experiências vivenciadas na graduação como estudante e representações dos professores pelos quais passei. Segundo Bessot (2019), as experiências vivenciadas em situações anteriores, a forma como os alunos reagem a determinadas abordagens influenciam na nossa tomada de decisão quando docente. E esses fatores, caracterizados como do tipo epistêmico e História Didática, foram predominantes na minha atuação dentro da sala de aula, despertando a necessidade de investigar quais as consequências das nossas tomadas de decisão na construção de um projeto de aula para o Ensino de Cálculo Diferencial, uma vez

que somos todos carregados de influências, epistemologias, vivências/experiências e histórias diferentes.

Sendo assim, a partir dessas vivências e inquietações, definimos como problemática norteadora deste estudo: Quais são as Decisões Didáticas tomadas pelo professor durante o Ensino de Cálculo Diferencial? Entendemos que, assim como afirma Bessot (2019), essas Decisões Didáticas sofrerão influências de fatores dos tipos externo, epistêmico e história didática que pretendemos, neste estudo, categorizar, analisar e discutir. A seguir faremos uma breve apresentação de como a dissertação foi estruturada e os apontamentos de cada seção.

1.1 Apresentação da Dissertação

A dissertação está dividida em sete seções, as quais serão aqui apresentadas com seus respectivos título e função. A primeira, intitulada *Introdução*, traz os aspectos gerais da pesquisa que influenciaram na delimitação de tema, problemática e conseqüentemente objetivos.

A *Justificativa*, aqui como segunda seção, apresenta a singularidade do trabalho e os fatores que nortearam a escolha do tema, ademais como andam as discussões e a produção no âmbito acadêmico e as contribuições destas para essa pesquisa. Além disso, ainda apontamos os avanços da nossa investigação e suas contribuições para pesquisas futuras.

Na seqüência, na terceira seção, temos as *Hipóteses e Objetivos*, na qual apontamos as possíveis dificuldades enfrentadas neste estudo e as hipóteses de dados que poderão ser recoletados durante a pesquisa de campo (análise das aulas de Cálculo Diferencial I). Além disso, trazemos as limitações e as possibilidades da investigação.

O *Referencial Teórico*, nossa quarta seção, discute os pontos que consideramos necessários para o andamento de toda a nossa pesquisa. De maneira específica, aprofundamos nossas discussões em Teoria das Situações Didáticas, Decisões Didáticas e um aporte teórico sobre o Cálculo Diferencial I, com foco nas discussões das tomadas de decisões do professor numa situação de ensino.

A quinta seção destinou-se aos aspectos metodológicos e nela apontamos a abordagem qualitativa e as estratégias utilizadas para coleta de dados no ambiente da pesquisa para que os objetivos fossem alcançados e a problemática da pesquisa respondida.

Na seqüência, temos a *Análise e Discussões dos Dados*, destinada a apontar todas as vivências ao longo da coleta de dados, os desafios enfrentados e consigo as nossas

tomadas de decisões como pesquisadora, ademais, as decisões tomadas pelo professor na aula de Cálculo Diferencial.

E, por fim, na sétima e última seção, as *Considerações Finais* retomam todas as discussões, os objetivos, validando-os ou não, apontando os aspectos pessoais observados ao longo da pesquisa e as influências na tomada de decisão do professor.

2 JUSTIFICATIVA

A seguir apresentaremos as motivações para essa pesquisa e as influências para a delimitação do problema norteador, assim como apontamos outras literaturas que discutem o tema e, conseqüentemente, pontos distintos da nossa pesquisa. Seguindo Borba, Almeida e Gracias (2020), numa pesquisa, além da forte presença da voz do autor, as discussões que se propõem a justificá-la devem apresentar literaturas que a corroborem e sirvam como fontes para apresentar os pontos em que ela avança.

2.1 Aspectos Acadêmicos

Após definir o objeto matemático da pesquisa – determinado pela influência de experiências vivenciadas como estudante, bolsista de pesquisa e professora de Cálculo Diferencial e Integral I – e com intuito de analisar, categorizar e discutir as Decisões Didáticas (DD) tomadas pelo professor na construção de uma aula de Cálculo Diferencial (CD), começamos a buscar trabalhos que envolvessem simultaneamente o ensino de CD, DD e TSD.

Destaco aqui a dificuldade e primeiro anseio enfrentado nesta pesquisa: nos repositórios das universidades onde havia os cursos de Ensino de Matemática, Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências e Matemática, todos cursos *stricto sensu* em que o foco era ensino de matemática, não tivemos resultados para as pesquisas Cálculo Diferencial “AND” Decisões Didáticas e, na mesma linhagem, Cálculo Diferencial “AND” Teoria das Situações Didáticas.

Na sequência, continuamos as buscas e, dessa vez usando o critério de exclusão “BUT NOT”, apareceram alguns trabalhos quando buscamos filtrar apenas os que já apontavam, nos títulos ou em suas palavras-chave, Cálculo Diferencial, Teoria das Situações Didáticas, Decisões Didáticas e situações de ensino, ou seja, palavras que apontassem para uma análise do ensino de Cálculo Diferencial, ou ainda, situações de ensino construídas pelo professor de matemática e suas respectivas decisões tomadas durante sua construção.

Dessa forma, no início do mestrado em 2021, não foram bem-sucedidas as buscas nos bancos de teses e dissertações, uma vez que os trabalhos encontrados ou abordavam a Teoria das Situações Didáticas aplicada ao ensino de um objeto matemático que não fosse Cálculo Diferencial, ou discutiam apenas a atividade do aluno, o que não era o nosso foco. Quanto às Decisões Didáticas, foi encontrada apenas uma tese, defendida em 2020.

Continuamos nossas buscas e, em 2022, encontramos trabalhos defendidos naquele ano sobre Decisões Didáticas do professor e suas influências, mas nenhum relacionado ao ensino do Cálculo Diferencial e aqui apontamos o primeiro avanço da nossa pesquisa.

Embora tenha sido uma tarefa nada fácil com um acervo limitado, apontamos aqui os trabalhos selecionados no Banco de Teses e Dissertações da Capes (BDTD) após os critérios de refinamento separação por títulos e palavras-chave utilizados pelos pesquisadores. Fizemos a leitura do resumo, dos objetivos (Geral e Específicos) e da problemática para selecionar aqueles trabalhos que abordassem o ensino do Cálculo Diferencial; as Decisões Didáticas tomadas pelo professor na construção de uma situação de ensino; ou as influências da Teoria das Situações Didáticas na atividade do ensino de matemática. As pesquisas que nortearam a construção teórica e a análise de dados desta investigação, estão descritas no quadro abaixo com Título, Autor, modalidade, instituição e ano de defesa. (Quadro 1).

Quadro 1 – Trabalhos selecionados para compor a base teórica da pesquisa

TÍTULO	AUTOR	MODALIDADE	INSTITUIÇÃO	ANO
<i>Decisões Didáticas e Contrato Didático: Inter-relações no Ensino de um saber Algébrico</i>	SILVA, T. R. F.	TESE	UFRPE	2020
<i>ÁREA DE FIGURAS PLANAS: decisões didáticas de um professor nas aulas de Matemática</i>	SILVA, T. P. S.	DISSERTAÇÃO	UEPB	2022
<i>Um estudo com uma professora da Educação Básica e os fatores que interferem na prática de Ensinar Matemática</i>	NEVES, T. G.	TESE	UFMS	2022
<i>Contribuições da teoria das situações didáticas para o desenvolvimento profissional de professores de matemática</i>	MEIER, W. M. B.	DISSERTAÇÃO	UNIOESTE	2022

Fonte: Elaborado pela autora, 2019.

A Tese “Decisões Didáticas e Contrato Didático: Inter-relações no Ensino de um saber Algébrico” de autoria de Silva (2020) teve como objetivo desenvolver um esquema teórico para análise das inter-relações entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático no ensino de um saber matemático pertencente ao saber algébrico. Os envolvidos na pesquisa foram um professor de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental e os alunos dessa turma, o pesquisador fundamenta suas análises com Decisões Didáticas e o Contrato Didático.

Em suas discussões, buscou mostrar as inter-relações das decisões tomadas pelo professor e o contrato didático desde a construção do projeto de aula até a execução. Dessa forma, as discussões eram quanto à atividade do professor, com ênfase nos níveis +1, 0 e -1. Percebeu-se, a partir de falas do participante da pesquisa em suas aulas, entrevista e preenchimento do diário de bordo, que os fatores do tipo história didática influenciam bastante nas tomadas de decisões e acontecem de forma predominante na situação didática (S0).

A dissertação “ÁREA DE FIGURAS PLANAS: decisões didáticas de um professor nas aulas de Matemática” teve como objetivo analisar as decisões didáticas tomadas por um professor de Matemática no contexto do Ensino do conteúdo área de figuras planas. Para alcançar o objetivo, o pesquisador escolheu como participante da pesquisa um professor de Matemática que atua nas turmas de ensino fundamental anos finais, especificamente, uma turma do 7º ano. O autor fundamenta suas análises nas Decisões Didáticas e na Teoria Antropológica do Didático (TAD), uma vez que ele acredita que as análises do seu estudo estão ligadas às praxeologias matemáticas levantadas pela TAD, servindo-lhe como subsídio nessas análises quanto às tomadas de decisões do professor, em relação a seleção de atividades, como abordar o conteúdo matemático, os saberes a serem aprendidos, entre outros.

Nas discussões de resultados foi possível perceber a predominância dos fatores em cada um dos níveis analisados: no nível + 3, percebeu-se que os fatores que influenciaram predominantemente foram os do tipo externo e epistêmico, o primeiro deles com maior foco nos fatores circunstanciais; no nível +2, há predominância dos fatores do tipo externo e história didática; e no nível +1, os três fatores decisórios.

Tendo como público-alvo uma professora do 6º ano do ensino fundamental, a tese “Um estudo com uma professora da Educação Básica e os fatores que interferem na prática de Ensinar Matemática” teve como objetivo analisar os fatores que intervêm na tomada de decisões no trabalho de uma professora de matemática no contexto escolar. No tratamento de dados, foi perceptível que fatores do tipo externo influenciavam de forma predominante a tomada de decisões da professora no processo de construção nos níveis +2 e +1, uma vez que ela tinha domínio dos parâmetros curriculares e resgatava vivências em situações anteriores.

Ademais, no acompanhamento das aulas, era perceptível o quanto os fatores do tipo história didática complementavam a construção, a execução e a reflexão das tomadas de decisão da professora. Carregada de experiências com estagiários, PIBIDIANOS e formações, foi bastante receptiva à pesquisa, entendendo que as análises e as observações não eram feitas

com intuito de categorizar métodos de ensino, mas sim acompanhar os fatores que influenciam a tomada de decisão de um professor de matemática.

A dissertação “Contribuições da teoria das situações didáticas para o desenvolvimento profissional de professores de matemática” teve como objetivo investigar como um ambiente de ação e reflexão (envolvendo pré-análise, reflexões sobre a pré-análise, experimentação com alunos do Ensino Fundamental II, pós-análise e reflexões sobre a pós-análise relacionadas a uma sequência didática sobre simetria ortogonal) interfere nos saberes docentes de professores de Matemática desse mesmo nível de ensino. Os envolvidos na pesquisa foram professores de matemática que atuam na Educação Básica, especificamente no ensino fundamental anos finais e médio.

Na discussão dos resultados, percebemos que os professores envolvidos nas observações das aulas na pré-análise apresentavam, em alguns momentos, aspectos das dialéticas da TSD, de maneira empírica, em suas aulas, planejamentos e reflexões, e essas foram debatidas e refletidas nas discussões da formação. Dessa maneira, percebeu-se que muitas vezes aspectos da Teoria das Situações Didáticas estão presentes nas ações docentes, mesmo que de maneira tímida, informal e sem a teorização, mas que podem e devem ser melhoradas a partir de estudos e discussões. Daí, a partir das formações, os professores participantes da pesquisa conseguiam apontar intersecções de suas ações com as dialéticas da TSD e começaram a ter novas visões sobre o projeto de aula a partir das novas construções na pós-análise.

Sendo assim, embora os trabalhos supracitados não tenham relações diretas com nosso objeto matemático, trazem subsídios teóricos para prosseguir nas nossas análises e proposta de pesquisa, uma vez que cada um deles aborda construção, reflexão e atuação do professor em uma situação de ensino de matemática.

Daí, podemos apontar como um avanço da nossa pesquisa, levando em consideração as buscas realizadas até o momento no repositório de Teses e Dissertações da Capes, o pioneirismo na análise das Decisões Didáticas tomadas pelo professor na construção de um projeto de aula para o Ensino de Cálculo Diferencial. Mas não a torna pioneira o objeto matemático escolhido, e sim suas reflexões sobre a tomada de Decisão do professor que atua no Magistério Superior.

Ainda na busca de justificar nossa pesquisa e suas contribuições para as discussões acerca da Educação Matemática, após a experiência com a limitação nas buscas realizadas no BDTD, pesquisamos trabalhos científicos também em bancos de dados acadêmicos, como o *Scielo* e o *Google Acadêmico*, por entender que muitos artigos são

recortados da pesquisa de Mestrado e Doutorado. Então delimitamos um intervalo de trabalhos publicados no período de 2015-2020, no âmbito nacional e internacional.

Dentre os trabalhos selecionados, temos o de Espíndola e Trgalová (2015), que buscou determinar os níveis de atividade do professor na construção de um projeto de aula para o ensino de Função Exponencial no Ensino Médio. Para tanto, apoiaram-se nos níveis de atividade do professor de Margolinas (2002) e relacionaram com a abordagem documental do didático. E assim concluíram que a atividade do professor é influenciada pelas condições da instituição de ensino, suas “decisões” são direcionadas a partir das “escolhas”, além disso, que os níveis das atividades do professor eram direcionados pelas concepções quanto ao saber a ser ensinado e em experiências vivenciadas ao longo dos anos de atuação no Magistério, respectivamente, decisões do tipo epistêmicas e história didática. Nesse escopo, temos ainda o estudo de Espíndola, Luberiaga e Trgalová (2018), que também buscou analisar os níveis de atividade de uma professora, no momento do planejamento de um projeto de aula para o ensino de razões trigonométricas.

Ainda sobre os trabalhos selecionados e discussões acerca dos Níveis de atividade do professor, definidos e discutidos por Margolinas (2002), encontrou-se vários trabalhos com foco em discutir, analisar e categorizar as DD tomadas pelo professor de matemática em diversos níveis de atividade e objetos matemáticos. Na sequência, temos também o artigo de Bessot (2019), que é um modelo de Análise das Decisões Didáticas, um trabalho em que os professores tomavam decisões sobre suas atividades e, a partir daí, a autora conseguiu categorizar os tipos de decisões tomadas pelos docentes como: relacionadas à forma como professor vê o ensino; baseadas nos seus conhecimentos sobre os documentos oficiais; aquelas tomadas com relação às experiências vivenciadas; e ainda, a forma como professor vê o objeto matemático e suas concepções gerais de ensino. E, dessa forma, o estudo supracitado nos ajudou na construção de nossas análises nos níveis +3, +2, +1.

Portanto, nossa pesquisa avança em relação às apresentadas por analisar as atividades do professor nos Níveis macrodidático e microdidático, dessa forma, busca analisar, categorizar e discutir as decisões do professor na construção de situação de ensino para Cálculo Diferencial. Sendo assim, nossas análises acontecerão com o professor que atua no Magistério Superior e acreditamos que trará contribuições para outras investigações, uma vez que, no campo das Decisões Didáticas, os professores, ao construírem seus projetos de aula, trazem influências de fatores dos tipos história didática, epistêmica e externa; e as duas primeiras são também um conjunto erguido na formação docente inicial e assim esses “novos” professores sofrerão influências das decisões dos que atuam na graduação.

Em contrapartida, apontamos aqui os anseios pessoais desta pesquisa por acreditar que poderá haver uma resistência dos participantes, em partilhar seu planejamento para possível categorização de suas tomadas de decisões. Na próxima seção, apresentamos, de forma detalhada, as hipóteses levantadas neste estudo e os objetivos (primário e específicos) norteadores para o levantamento de dados.

3 HIPÓTESES E OBJETIVOS

As hipóteses do estudo estão relacionadas com as decisões tomadas pelos professores de matemática na construção de um Meio Didático para o Ensino de Cálculo Diferencial. Dessa forma, espera-se que:

1. O turno em que ocorre a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I pode vir a influenciar, uma vez que, normalmente, as turmas noturnas têm horários reduzidos devido ao aspecto de segurança dos alunos e dos docentes nas diferentes instituições e regiões do país; e
2. O tempo de atuação do professor, especificamente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, pode vir a determinar como ele irá atuar em sala de aula desde o planejamento até a execução de uma situação de ensino.

Fatores como os citados e outros ainda não percebidos pelos pesquisadores são responsáveis por uma série de tomadas de decisões antes, durante e após a execução de uma aula de matemática. De maneira singular, observa-se que o segundo ponto levantado nas hipóteses pode vir a ser um dos fatores que mais influenciam de diversas maneiras na atuação do professor, uma vez que, para muitos, a repetição (lecionar a disciplina de forma corriqueira) pode ser vista como possibilidade de avaliação e reavaliação constante das suas ações, permitindo traçar possibilidades de melhorias para situações de ensino que não foram bem-sucedidas, enquanto para outros pode “soar” como um planejamento único, acabado e aplicável em qualquer turma independente dos alunos envolvidos nessa situação de ensino.

3.1 Objetivos

3.1.1 *Objetivo Geral*

Analisar as consequências das Decisões Didáticas tomadas pelo professor na construção de um meio didático para o Ensino de Cálculo Diferencial.

3.1.2 *Objetivos Específicos*

- Identificar através de entrevistas as Decisões Didáticas tomadas pelo professor de Matemática na construção de um meio didático;

- Categorizar os fatores decisoriais tomados pelo professor em uma aula de Cálculo Diferencial;
- Discutir os fatores que influenciam as DD tomadas pelo professor na construção de uma situação didática para o ensino de Cálculo Diferencial.

Na próxima seção, apresentaremos de maneira mais clara a construção de um Meio Didático e a ação do professor, as Decisões Didáticas em seus aspectos gerais e categorização dos fatores decisoriais e um aporte histórico e teórico do ensino do Cálculo Diferencial.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

A seguir, apresentaremos alguns aspectos da Teoria das Situações Didáticas, Decisões Didáticas e o Ensino de Cálculo Diferencial a fim de tornar mais claros alguns conceitos e melhorar a compreensão do referencial teórico que norteará a pesquisa.

4.1 Teoria das Situações Didáticas

A TSD é uma metodologia de ensino em que a aprendizagem matemática acontece a partir das interações sociais e epistemológicas que ocorrem na sala de aula, além disso, ao estudante não é revelada a situação didática e ele tem papel fundamental no processo de aprendizagem; enquanto o professor age como mediador da situação (Silva; Almouloud, 2018). Dessa forma, a TSD segue um modelo teórico em que ao estudante é conferido o papel de pesquisador do seu conhecimento e, para isso, sustenta-se nos conhecimentos internalizados levantando hipóteses que, a partir da interação e da mediação do professor, serão discutidas e provadas.

A priori, precisamos entender o que é uma “situação” e, nesse sentido, Brousseau (2008) a define como a determinação de um conhecimento a partir de um modelo de interação existente entre um meio específico e um sujeito. Em outras palavras, são aqueles conhecimentos conjecturados a partir de interações e em que o sujeito precisa atuar em um meio específico para a construção desse novo saber. De maneira específica, as situações didáticas, segundo Pais (2018), são aquelas atividades com intuito de determinar o ensino e a aprendizagem de um dado saber, baseadas nas diversas relações pedagógicas entre o aluno, o professor e o saber. Sendo assim, a construção de um novo conhecimento está associada às “situações-didáticas” e, para que elas aconteçam, o aluno precisa aceitar e interagir com o meio didático (Meier, 2022). Portanto, na TSD, o estudante tem papel de protagonista da sua aprendizagem, uma vez que ele precisa interagir e aceitar as atividades existentes no meio proposto e construído pelo professor que atua mediando todo o processo.

Nesse escopo, quando as literaturas apontam que o estudante precisa se envolver na situação didática proposta, interagir com o meio, aceitá-lo, estamos nos referindo ao que a TSD chama de situação de devolução e essa acontece quando o professor passa para o aluno e o instiga a aceitar a responsabilidade de uma aprendizagem. Para Brousseau (2008), isso se caracteriza por uma situação de aprendizagem em que o conhecimento é tido como uma “produção livre” do aluno com suas relações na situação didática. Mas, e o que caracteriza

uma situação adidática? Para melhor entendimento da situação de formulação e da TSD como um todo, precisamos compreender a situação aqui questionada e, por isso, será descrita a seguir de forma breve segundo a literatura.

Entendendo que a situação didática é construída a partir das relações pedagógicas entre o professor, o aluno e o saber, então, na ausência de um desses pilares dessa tríade, teríamos situações de estudo sem a participação docente, ou ainda, uma reunião entre aluno e professor (Pais, 2018). Nesse sentido, a situação adidática é o momento em que o aluno age de forma autônoma nas decisões de resolução de um problema, ele protagoniza sua aprendizagem através de fatores que não dependem somente das ocorrências em sala de aula. Para Brousseau (1986 *apud* Pais, 2018), essas são as interações entre o ambiente escolar e as ocorrências num espaço maior da vida, incluindo também as imaginações do sujeito cognitivo. Segundo as palavras de Brousseau (2008):

[...] O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. Não só pode como deve, pois não terá adquirido, de fato, esse saber até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional. Tal situação denomina-se adidática (Brousseau, 2008, p. 35).

Dessa maneira, as situações “adidáticas” são todas as ações que o estudante realiza de forma independente, sua adesão e adaptações às atividades sugeridas no meio didático construído para a discussão e a aprendizagem de um saber específico. Para Pais (2018), são as situações de aprendizagem que não apresentam uma intencionalidade pedagógica, ou ainda, interferência do professor.

Sendo assim, no campo da Teoria das Situações Didáticas (TSD), em uma atividade de ensino que se baseia nos seus pressupostos, precisa-se seguir as dialéticas de Ação, Formulação, Validação e Institucionalização que serão brevemente descritas a seguir. Segundo Silva e Almouloud (2018), na fase de *Ação*, o estudante é colocado em situação de reflexão a partir da interação dele com o meio e sob mediação do professor, para que assim consiga propor soluções a partir dos conhecimentos internalizados em situações anteriores, estimulando-o a organizar todo o método resolutivo do problema proposto. Nessa fase, o estudante preocupa-se apenas em dar respostas imediatas para a situação-problema sem considerar a veracidade da solução e por isso é caracterizada como uma fase experimental. Meier (2022) complementa apontando-a como a fase em que os estudantes elaboram

estratégias que venham a auxiliar na construção resolutiva das situações (problemas) que lhes foram propostas.

A situação de *Formulação*, para Brousseau (2008), corresponde à fase em que o sujeito consegue reconhecer a situação, identificar, decompor e reconstruí-la a partir de linguagens. O meio exige do estudante participante da ação uma formulação das situações, deve-se, então, proporcionar a participação de outro sujeito para que o primeiro comunique suas informações. E assim o emissor e o receptor conseguem, a partir das comunicações, apresentarem conjecturas e suposições construídas ao longo das resoluções das situações que lhes foram propostas (Meier, 2022). Ainda sobre essa fase dialética, Silva e Almouloud (2018) afirmam que é o momento em que o aluno envolvido interage com outro estudante, ou um grupo de estudantes, e as informações são trocadas a partir de comunicações escritas e orais, ou seja, é o momento em que o estudante tenta justificar as suas ações e escolhas ao longo da resolução e decisões na fase de ação.

A fase de *Validação* caracteriza-se pela necessidade de uma comprovação com linguagens demonstrativas das decisões tomadas ao longo do processo resolutivo. Para Brousseau (2008), é o momento em que os estudantes colaboram em busca da verdade, ou seja, buscam discutir um saber de forma consolidada e entram em discussões quando aparecem dúvidas. Meier (2022) complementa afirmando ser a situação em que o objetivo é trazer provas e demonstrações das respostas que foram dadas nas interações com o meio. Nessa fase, há a presença da linguagem matemática nas discussões.

Por fim, na *Institucionalização*, o professor apresenta o saber estudado de forma convencional. Aqui o professor retoma a responsabilidade que inicialmente foi conferida aos estudantes e, então, apresenta o conteúdo de maneira formal e generalizada. Meier (2022) relembra que essa fase surgiu, após as demais dialéticas, a partir da necessidade que os professores tinham de rever as discussões realizadas pelos estudantes no meio didático, nas fases anteriores que se caracterizam por situações adidáticas, uma vez que não há participação do professor. Dessa maneira, a institucionalização, segundo Brousseau (2008), é o momento em que o professor consegue garantir a consistência dos fatos e argumentações, eliminando equívocos e transformando a situação em um trabalho mais teórico. E assim, “Depois da institucionalização feita pelo professor, o saber torna-se disponível para sua utilização na resolução de problemas matemáticos” (Silva e Almouloud, 2018, p. 119).

Embora, a tríade professor, aluno e saber seja fundamental na preparação, discussões e interações com o meio, Pais (2018) aponta que não é suficiente para abraçar todo o sistema de ensino, então precisamos também levar em consideração todo o sistema didático,

como, por exemplo, os recursos didáticos utilizados para as discussões, os objetivos a serem alcançados na situação de ensino e de aprendizagem, entre outros. Sendo assim, na próxima seção iremos discutir a construção do meio didático (Milieu) e suas especificidades a partir da percepção da atividade do professor segundo os estudos de Margolinas (2004).

4.2 O Milieu¹ e suas significações: um olhar para a atividade do professor

E para que seja vivenciada cada uma dessas fases com êxito, é necessária a construção de um meio e, conseqüentemente, as análises e as reflexões daquele que o constrói – o professor. Para Brousseau (2008), existem dois papéis que o professor assume, são eles: o daquele que planeja e o daquele que leciona. Aqui trazemos a reflexão de que o professor não só assume o papel de planejar a situação de ensino, como também o de executar ações no ambiente de ensino que envolvam a participação do estudante e proporcionem a aprendizagem de um novo saber.

Dessa forma, para representar a construção do meio, optamos pelo proposto por Margolinas (2004), que segue o modelo de Brousseau considerando os três subsistemas fundamentais – professor, aluno e meio, mais suas interações. As construções propostas pela autora analisam não só a situação do aluno, como também a do professor (Quadro 2).

Quadro 2 – Estrutura do Milieu

M+3 M: Construção		P + 3 P: Noosférico	S+3 Situação noosférica	Níveis Sobredidáticos
M+2 M: Projeto		P + 2 P: Construtor	S+2 Situação de construção	
M+1 M: Didático	E+1 E: Reflexivo	P+1 P: Projetista	S+1 Situação de Projeto	
M0 M: Aprendizagem	E0 E: Aluno	P0 P: Professor	S0 Situação didática	
M-1 M: Referência	E-1 E: Aprendiz	P-1 P: Observador	S-1 Situação adidática de aprendizagem	Níveis Subdidáticos

¹ *Milieu* é uma palavra de origem francesa traduzida para o português como *meio*, citada por Brousseau com fins pedagógicos para descrever as interações entre professor, aluno e saber em uma situação de ensino. Usamos o conceito com os mesmos fins, mas optamos pela escrita/pronúncia em português.

M-2 M: Objetivo	E-2 E: Agindo		S-2 Situação de referência	
M-3 M: Material	E-3 E: Objetivo		S-3 Situação objetiva	

Fonte: Margolinas (2004, com adaptações).

O quadro acima mostra os níveis + 3, + 2 e + 1, que são as discussões acerca das interferências do professor sobre o meio didático que construiu, além de nos relembrar que as vivências dos professores afetam diretamente as decisões que serão tomadas. Margolinas (2004) assim explica:

O nível do projeto corresponde à situação do professor que constrói o projeto de sessão para aula, o de construção corresponde à situação do professor que desenha uma sequência em que serão inseridas em sessões singulares, o nível Noosférico é o das concepções do ensino da matemática ou mesmo do ensino-aprendizagem em geral (Margolinas, p. 74, 2004).

Sendo assim, nossa intenção é discutir também os níveis em que se analisa a situação do professor na construção de uma sequência de ensino e seu papel no meio didático, para isso, descreveremos de maneira mais específica cada um desses níveis.

O *nível +3* é a dimensão noosférica da atividade do professor, a esfera ideológica com as concepções de ensino de maneira mais ampla, a forma como enxerga o ensino de matemática em larga escala. Margolinas (2004) entende-o como o nível de generalidade sobre o saber a ser ensinado, ou seja, valores e concepções sobre o sistema de ensino.

Por sua vez, o *nível +2*, considerado como nível construtor, é um momento em que o professor organiza a sua atividade, o ensino de um saber matemático, a partir de seus conhecimentos e concepções. Especificamente neste estudo, podemos comparar esse nível ao “*plano de ensino*” do professor de Cálculo Diferencial I e, conseqüentemente, à separação dos tópicos que ele considera essenciais para as discussões em sala, além disso, a organização cronológica dessas discussões que se fundamenta em documentos oficiais disponibilizados (ementa do curso) no nível +3.

O *nível +1* é a fase de planejamento do professor e, dessa forma, a construção de uma aula de matemática em específico. Nesse nível estão as decisões didáticas que o professor toma analisando a turma, quais objetivos deseja alcançar, de que forma irá abordar o saber em jogo, ou seja, toda a situação que acontecerá no nível seguinte. Ainda segundo Margolinas (2004), é o momento em que o professor toma decisões, no planejamento,

baseado em situações didáticas vividas em outro momento com essa turma em vista, ou ainda, em situações didáticas semelhantes com turmas anteriores.

Ainda sobre os níveis de atividade do professor, o *nível 0*, também conhecido como a situação didática, é, portanto, a vivência das construções nos níveis anteriores. É o momento em que o professor executa o seu projeto e, assim, toma decisões que foram previstas ou não na construção da situação didática. Aqui acontece a interação do docente com os seus alunos em sala de aula e, sendo assim, essas decisões citadas anteriormente são tomadas de forma instantânea e sem muitas reflexões, apenas com segurança sobre a visão que o professor tem dos alunos e de suas relações com o saber.

Comiti, Grenier e Margolinas (1995 *apud* Silva, 2022) entendem que as decisões tomadas nesse momento, por serem de forma imediata, são frutos das interpretações do professor quanto às dificuldades dos seus alunos e os motivos que as causam. Sendo assim, embora as decisões sejam tomadas em situação de ação, no *nível 0*, as experiências anteriores do professor com a turma em específico servem de apoio para guiá-los dentro da situação didática. E com isso entendemos que um professor recém-formado possui maiores dificuldades nessas tomadas de decisões, uma vez que está em início de carreira e com pouca experiência na diversidade de situações que ocorrem dentro da sala de aula.

O *nível -1* é considerado o momento em que o professor é agente reflexivo da situação didática, ou seja, observa a participação do estudante ao longo das atividades propostas em sala e que são realizadas sem a interferência docente. Segundo Comiti, Grenier e Margolinas (1995 *apud* Silva, 2022), nesse nível, o professor consegue identificar e distinguir, a partir de suas experiências e conhecimentos, as dificuldades dos estudantes quando estão em atividade.

A fim de melhor justificar os níveis de atividade do professor descritos acima, apresentaremos um quadro (Quadro 3), proposto por Margolinas (2004), da análise descendente, com a intenção de apresentar de forma breve e clara a intenção do docente em cada um dos níveis.

Quadro 3 – Níveis da Atividade do Professor

<p>Nível +3: Valores e concepções sobre o ensino e a aprendizagem</p> <p>Projeto educativo: valores educativos, concepções de aprendizagem e de ensino.</p> <p>Nível +2: Construção do tema</p> <p>Construção didática global na qual se inscreve a aula: noções para estudar e aprendizagem para realizar.</p> <p>Nível +1: Planejamento da aula</p> <p>Projeto didático específico para uma aula: objetivos, planejamento do trabalho.</p> <p>Nível 0: Situação didática</p> <p>Realização da aula, interação com os alunos, tomada de decisões na ação.</p> <p>Nível -1: Observação do aluno em atividade</p> <p>Percepção da atividade dos alunos, regulação do trabalho destinado aos alunos.</p>

Fonte: Margolinas (2004, com adaptações).

Destacamos aqui que, embora os níveis sejam descritos de forma independente e decrescente, não acontecem necessariamente de forma isolada ou seguindo uma sequência temporal. Trata-se de um modelo estrutural no qual cada um dos níveis tem a sua finalidade própria, todavia interage de maneira não linear em determinadas situações da atividade do professor.

“Didatizando” esse contexto, imaginemos a situação em que o professor de Cálculo Diferencial, ao planejar uma aula (nível +1), reflete sobre as experiências vivenciadas em situações anteriores com a mesma turma ou uma turma específica (nível 0) e planeja, replaneja e desenvolve suas ações. Dessa maneira, as novas vivências adquiridas da situação didática específica interferem na visão e na construção de um novo projeto de ensino (nível +2) para servir de guia nas aulas posteriores.

4.3 Decisões Didáticas

Entendendo que o professor possui um papel intencional no meio didático (*Milieu*) e é responsável por suas construção e execução, esse tópico se destina a falar sobre as Decisões Didáticas (DD) do professor na construção de uma situação de ensino para uma aula de Matemática.

4.3.1 Aspectos Gerais

Ao dar continuidade aos estudos em que Brousseau (1986) expõe a Teoria das Situações Didáticas, Margolinas (2002) buscou se aprofundar focando na complexidade e influência do professor na situação de ensino em sua interação com o meio didático desde a construção até a execução de uma situação didática e, conseqüentemente, na tomada de decisões ao longo desse processo. Segundo Brousseau (1990 *apud* Neves, 2022), no âmbito da Didática da Matemática, quanto à atuação do professor no planejamento e na execução de um projeto de aula, uma situação didática é organizada, planejada e pensada pelo docente que deseja ensinar um saber ao estudante. Sendo assim, o professor, quando deseja ensinar um determinado assunto, organiza estratégias que alcancem seus objetivos e, nesse momento, ele carrega consigo reflexos de situações vividas anteriormente, com alunos de uma sala específica ou como estudante que um dia foi.

Entendemos ainda que o professor, ao organizar, planejar e construir uma aula, reflete sobre as concepções de ensino que adquiriu ao longo de sua formação docente inicial e continuada, mas também sobre recursos, instrumentos e condições que o ambiente de ensino disponibiliza para as discussões do saber em sala de aula. Dessa maneira, além das concepções de ensino, experiências com alunos e nível de ensino em que atua, o sistema educativo também influencia nas decisões tomadas ao longo de uma situação didática.

Para Brousseau (2008 *apud* Silva, 2022), o professor é um sujeito que pode ser enxergado como aquele que prepara a aula e aquele que leciona. Em outras palavras, inicialmente, o professor pensa na ação didática, na interação dos estudantes com o saber em jogo, todavia, na execução desse planejamento, dentro da sala de aula acontecem situações em que o professor precisa refletir, repensar, construir e fazer novas escolhas.

Ainda sobre as tomadas de decisões do professor, entende-se que esta só acontece quando existem “escolhas” que possibilitem o docente optar por uma delas, dado que, se não houver possibilidades de escolhas, então, não foi preciso decidir por nada. Esse fato é mais bem representado por Margolinas (2002) e Lima (2011 *apud* Silva, 2020), que consideram haver uma decisão tomada pelo professor quando este consegue identificar um conjunto de possibilidades plausíveis de escolhas as quais acontecem em momentos distintos da situação didática, ou seja, podem acontecer antes, durante e após a execução do projeto de aula. Pois, ao planejar uma aula para uma turma específica, determinamos objetivos a serem alcançados e criamos estratégias para isso dentro das possibilidades oferecidas pelo sistema de ensino.

Ademais, não é apenas na construção de uma atividade que o professor precisa tomar decisões, quando em sala de aula na execução do plano, ele pode passar por situações que não foram previstas e nesse momento precisa tomar decisões imediatas. Nesse momento, o professor pode lembrar de uma experiência vivida no passado, seus efeitos e contribuições, e optar pelas mesmas ações, como também pode ser um professor recém-formado, não ter vivido algo parecido em turmas anteriores e assim tomar as decisões instantaneamente, sem muitas ou nenhuma reflexão. Então, percebemos que as decisões tomadas pelo professor são norteadas pelas seguintes categorias: *pré-ativas* e *interativas*, que acontecem antes e durante a execução de um projeto de aula (Gun, 2014 *apud* Silva, 2020).

Ainda neste escopo, para Margolinas (2005), as decisões *pré-ativas* e *interativas* são chamadas respectivamente por decisões Macrodidáticas e Microdidáticas. A primeira são as decisões relacionadas a todo o projeto de ensino, projeto de aula e decisões tomadas nos níveis (+3, +2, +1), que são antecedentes à situação de ensino; e a segunda, relativa às decisões tomadas na execução da situação didática (nos níveis 0 e -1), são as imediatas e de pensamento rápido.

A primeira categoria, *pré-ativas*, conhecida também como macrodecisões, são todas as decisões tomadas pelo professor ao longo da construção de uma situação de ensino, aqui referidos os níveis sobredidáticos (+3, +2, +1), nos quais estão as concepções de ensino do professor, sua relação, visão e entendimento quanto ao objeto matemático em discussão e as noções pedagógicas de ensino.

Segundo Espíndola, Brito Jr. e Silva (2018), os níveis da atividade do professor não acontecem isolados e sim interagem entre si, por exemplo, quando o professor planeja uma aula (nível +1), ele interage com os níveis (+3, +2 e 0), uma vez que constrói a situação diante das possibilidades em que acredita ser possível (nível 0) desenvolver o trabalho, alinhando com a construção geral do tema ou disciplina (nível +2) e apoiando-se nas suas concepções de ensino e aprendizagem (nível +3).

A segunda categoria, as *interativas*, também conhecida como microdecisões, são aquelas ações instantâneas, as decisões que são tomadas ao longo da execução de uma aula, as metodologias utilizadas para abordar um saber, a forma como espera que os alunos desenvolvam as atividades e as ações que são decididas para mediar esse processo de aprendizagem do estudante.

Salientamos ainda que não necessariamente as decisões *interativas* seguem um padrão de acontecimentos e sejam previsíveis, uma vez que o professor, às vezes, consegue refletir sobre os resultados obtidos pelas suas ações e decisões passadas, enquanto outras são

tomadas instantaneamente sem reflexões, de forma imediata e diante das possibilidades disponíveis para aquela situação (Silva, 2022). Dessa forma, as decisões do professor também são reflexos de suas experiências, tendo em vista que as situações que acontecem dentro da sala de aula o preparam para acontecimentos futuros, mesmo que não previstos e que necessitem de escolhas instantâneas.

Portanto, a ação do professor acontece em mais de um momento da atividade didática, acontece desde a construção, passa pela execução e se estende até as reflexões sobre os resultados que interferem em ações futuras. Ademais, o ato decisório do professor tem relação com sua formação, suas perspectivas sobre o ensino e a aprendizagem, com suas experiências dentro da sala de aula, além da sua relação com o saber em jogo. A seguir, discutiremos os fatores que influenciam a atividade do professor antes, durante e após a situação didática.

4.3.2 A atividade do professor e os fatores decisórios

Entendendo que o professor é responsável pela construção de um meio didático e toma decisões ao longo dessa construção, bem como de sua execução, que é o momento com os alunos e o saber. Aqui, nesta seção, discutiremos a categorização dos fatores que influenciam a atividade do professor. Segundo Bloch (2005 *apud* Lima, 2011), a forma como o professor entende o que é ensinar matemática tem relação com as experiências vividas quando ele ainda era estudante.

Ademais, Shulman (1986 *apud* Neves, 2022) divide a atividade do professor, ao longo do planejamento de uma aula, em três categorias, sendo elas: o conhecimento específico do conteúdo; o conhecimento pedagógico do conteúdo; e o conhecimento curricular. O primeiro é todo o conhecimento que o professor tem quanto aos conteúdos que deverão ser ensinados, ele é construído ao longo da graduação, como também, da experiência profissional. Segundo Neves (2022), essa categoria não deve resumir a atividade do professor apenas ao domínio sobre a disciplina que leciona ou à capacidade de distinguir os tópicos centrais a serem discutidos no ensino daqueles que não são essenciais.

A segunda categoria, o conhecimento pedagógico sobre o conteúdo, por sua vez, é construído ao longo da formação acadêmica do professor, relaciona-se à forma como ele interpreta a maneira de ensinar um determinado conteúdo, os recursos utilizados, quais as melhores formas de abordagem. E, por fim, a terceira categoria, que é o conhecimento do currículo, são as concepções gerais de ensino e que se baseiam nos documentos oficiais que

orientam cada nível de ensino quanto aos conteúdos a serem ensinados, guias para os professores, as competências e habilidades a serem trabalhadas a partir de um saber.

Ainda sobre os fatores que influenciam a atividade de um professor, entendemos que não só os conhecimentos empíricos são determinantes nesse processo, mas também, as experiências vivenciadas por ele. Dessa forma, foram categorizados por Bessot (2019) fatores que influenciam a atividade do professor desde a construção de um projeto até a execução. Para a autora, esses fatores são divididos em: do *tipo externo*, subdivididos em *genéricos* ou *circunstanciais*; fatores do tipo *epistêmicos*, que são as relações pessoais do professor com a pedagogia, disciplina e conhecimento a ser ensinado; e, por fim, as do tipo *história didática*, que são as experiências do professor com a história entre alunos de uma aula genérica, dos alunos de uma classe alvo e as intra-alunos.

A seguir, descrevemos de maneira detalhada como cada um dos fatores influenciam a atividade docente ao longo de uma situação didática e sua construção.

4.3.2.1 Fatores do tipo externo

Ao construir uma situação de ensino, o professor precisa tomar decisões diante de situações sobre as quais não tem domínio, mas que influenciam diretamente a execução do seu projeto e esses são chamados de fatores do tipo externo. Para Bessot (2019), esses fatores são classificados em dois tipos, sendo eles: as restrições *Genéricas* e as restrições *Circunstanciais*. O primeiro deles refere-se àquelas restrições que são previsíveis na atividade do professor, definidas a partir de estudos e em escala mais abrangente; o segundo tipo é imprevisível e trata-se do que modifica o acontecimento de uma situação didática.

As restrições *Genéricas*, como fatores que influenciam na atividade docente de modo previsível pelo sistema de ensino, podem ser, por exemplo, a divisão temporal do acontecimento das aulas, um fator externo que influencia na atividade do professor, uma vez que as turmas matinal e vespertina têm duração maior em relação às turmas de turno noturno. Além disso, feriados municipais, estaduais e federais são restrições genéricas (são previsíveis no calendário) e influenciam a atividade do professor exigindo que se programe sem aqueles dias específicos para desenvolver o projeto de ensino da disciplina, entre outros.

Segundo Bessot (2019 *apud* Silva, 2022), quando o professor precisa desenvolver uma situação de ensino em uma data específica, determinada pela instituição por fatores sociais e locais, então esse professor está sendo submetido a uma situação de restrição genérica. Silva (2020) complementa dizendo que essas restrições, aqui no Brasil, podem ser

percebidas na determinação temporal da semana de avaliação em cada um dos bimestres, assim como na solicitação da construção de abordagens do conteúdo programático com datas comemorativas e culturais da região local.

Ainda sobre os fatores do tipo externo, as restrições *circunstanciais* são aquelas que acontecem sem previsibilidade e afetam a situação de ensino do professor, modificando o tempo didático do professor de modo imprevisível, como, por exemplo, uma inundação que impossibilita o acontecimento da situação didática (Bessot, 2019).

Não muito distante, um fato de restrição circunstancial foi a pandemia da COVID-19, que nos impossibilitou de dar continuidade às atividades docentes presenciais e exigiu a tomada de medidas e decisões diante das possibilidades possíveis. Para melhor entendimento, Silva (2022) exemplifica com a situação a seguir: no decorrer de uma aula de matemática, o diretor solicita a participação para dar uma informação e, nesse momento, o planejado pelo professor é interrompido e precisa passar por adaptações. Dessa forma, entendemos, assim como Silva (2020), que os fatores decisoriais do tipo externo, tanto *Genéricas* como *Circunstanciais*, estão relacionados a fatores como Humanidade, Civilização, Sociedade e Escola.

4.3.2.2 Fatores do tipo epistêmico

Ainda na categorização dos fatores decisoriais na atividade do professor, temos os fatores do tipo Epistêmico, que, por sua vez, estão relacionados à forma como o docente enxerga a disciplina, suas concepções de ensino, a sua relação com o objeto matemático específico e até mesmo a bagagem de como aprendeu e como acredita ser ensinar um determinado saber.

Segundo Espíndola e Trgalová (2015), são fatores que apontam para a relação que o professor tem com um saber a ser ensinado, ademais, existe também a forma como estes veem e conhecem em termos institucionais (que são os currículos que regem as concepções de ensino, neste estudo específico como ele percebe o ensino de Cálculo Diferencial), são a forma como o professor conhece, domina, discute e internalizou o objeto matemático; didaticamente, são as visões do professor sobre o ensino do saber em jogo (as concepções de aprendizagem); e, por fim, pedagogicamente, relaciona-se ao domínio dos métodos de ensino.

Sendo assim, o fator do tipo epistêmico, segundo Silva (2022), é a forma como o professor organiza sua atividade na perspectiva de uma aprendizagem eficaz, tendo em vista, sua forte influência na sala de aula. E, diante das influências que o professor tem sobre as

atividades desenvolvidas em sala de aula nos processos de ensino e de aprendizagem, os fatores do tipo *Epistêmico* são divididos em três aspectos, sendo eles: Relação pessoal do professor com a pedagogia; Relação pessoal do professor com a disciplina; Relação pessoal do professor com o saber a ser ensinado.

Quanto à *relação pessoal do professor com a pedagogia*, segundo Bessot (2019), é a forma como o professor compreende a disciplina, neste caso, a Matemática, e também como os estudantes aprendem um determinado saber diante das suas especificidades. Dessa forma, para a autora, quanto ao fator epistêmico, existem dois aspectos fundamentais, que são: “*Como aprendemos*” e “*Como ensinamos*”.

O primeiro deles, *como aprendemos*, está relacionado à forma como o professor compreende um determinado saber, assim como suas concepções quanto a ideologias e teorias que sustentam o seu modo de ensinar. Retomando Bessot (2019 *apud* Silva, 2022), a forma como aprendemos um determinado conteúdo, seja por métodos mais investigativos e reflexivos, como a resolução de problemas, ou mais técnico e enraizado nas repetições, é fruto de uma ideologia social e as concepções de ensino de um momento específico.

Trazendo para nosso objeto matemático em estudo – o Cálculo Diferencial –, as discussões do professor sofrerão influências das concepções que aprendeu e como percebe o ensino atualmente. E, por sua vez, as discussões podem variar desde repetições de “técnicas” de derivação ou simplesmente a sugestão de variadas situações problemas de aplicações após as discussões teóricas (definições, teoremas e demonstrações), como Taxas Relacionadas, e dentro deles usar as técnicas resolutivas estudadas e demonstradas anteriormente.

O segundo aspecto dos fatores do tipo Epistêmico é a *relação pessoal do professor com a disciplina*, aqui entendida como a forma que o professor visualiza o saber a ser ensinado. Neste estudo, especificamente, as concepções individuais do professor em relação ao ensino de Cálculo Diferencial e as formas que ele julga plausíveis para discussão desse saber. E essa relação do professor com a disciplina é também reflexo das experiências vivenciadas em turmas anteriores ou vivências no âmbito acadêmico.

Para Bessot (2019), essa relação sofre influências da civilização de que o professor faz parte, a exemplo disso, a autora cita a situação em que o boletim Francês prevê que os alunos se tornem conscientes da matemática quando ensinados através da Resolução de Problemas e Modelização. Perceba que no currículo está inserido a concepção dessas teorias para o ensino de matemática.

E, por fim, a *relação pessoal do professor com o saber a ser ensinado* diz respeito às orientações curriculares de um determinado saber, à ementa da disciplina de Cálculo

Diferencial I, que apresenta os objetos específicos que devem ser abordados ao longo dessa disciplina. Em outras palavras, é a visão do professor dos pontos que devem ser discutidos no curso específico e que devem estar previstos na ementa que orienta a atividade pedagógica. Sendo assim, os fatores decisórios do tipo epistêmico estão relacionados a todas as concepções dos saberes dos docentes e das suas respectivas visões quanto às práticas de ensino.

4.3.2.3 Fatores do tipo história didática

No que diz respeito aos fatores do tipo História Didática, esses estão relacionados com as decisões que o professor toma baseado em experiências passadas de interações com os alunos e as relações professor-aluno nos processos de ensino e de aprendizagem. Espíndola e Trgalová (2015) justificam que essas influências são trazidas de experiências com um aluno, uma turma específica ou ainda sobre as vivências com um nível de ensino. Desse modo, esse fator decisório é subdividido em três categorias, sendo elas: história interaluno de uma turma genérica; história interaluno de uma turma alvo; história intra-aluno.

A primeira delas, *história interaluno de uma turma genérica*, são as memórias de uma situação vivida pelo professor em uma turma num passado pouco ou muito distante. E, sendo assim, suas decisões são reflexos das tomadas de decisões em situações passadas que podem ser reconsideradas diante dos resultados obtidos ou, ainda, simplesmente repetidas instantaneamente sem reflexões.

Quanto à *história interaluno de uma turma alvo*, são as decisões que o professor toma baseado nas percepções e experiências que ele tem das interações entre seus alunos, como estes reagiram às situações propostas, como eles se comportam ao longo das aulas. Para Bessot (2019), são as situações que fazem o professor lembrar-se das vivências no nível (S-1 ou S0), ou seja, da situação didática ou na situação adidática de aprendizagem, momento este em que o professor atua como observador da situação.

Por fim, a *história intra-aluno*, segundo Neves (2022), são as percepções do professor em relação a um aluno específico. Aqui o professor toma decisões em atividades com esse aluno, observando quais os impactos delas na situação didática e toma-as como base para futuras decisões com esse aluno no decorrer do processo.

Para melhor descrever a categorização dos fatores decisórios na atividade do professor, Bessot (2019) resumiu em um quadro os fatores do tipo Externo, Epistêmico e História Didática que está apresentado na Figura 1 abaixo. A partir desse quadro, percebemos

que a atividade do professor e suas decisões vão além da execução de uma situação didática, mas também das conjecturas ao longo da construção de um projeto. E essas decisões sofrem influências de vivências com turmas específicas, conhecimento geral sobre os níveis de ensino e sobre as relações, interações e comportamento de um aluno específico dentro de uma atividade em sala de aula. Ademais, segundo Bessot (2019), a partir desse quadro podemos perceber que, na construção de um novo planejamento de aula, as decisões do tipo História Didática em suas três categorias possibilitam ao professor projeções de suas ações futuras nos níveis S+2, S+1 ou S0.

Figura 1 – Modelo dos fatores decisoriais



Fonte: Bessot (2019, com adaptações; tradução nossa).

Para dar continuidade ao nosso estudo, a seguir discutiremos o objeto matemático escolhido para essa pesquisa, o Cálculo Diferencial, logo, faremos uma breve discussão do contexto histórico e sua definição.

4.4 Cálculo Diferencial (CD)

Esta sessão será dedicada ao Cálculo Diferencial, desde uma breve abordagem histórica até como o objeto matemático é conceitualmente apresentado nos livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral I.

4.4.1 Abordagem histórica

No tocante à história do Cálculo Diferencial e Integral, inicialmente precisamos lembrar do período em que aparecem as primeiras discussões sobre o tema, que foi no século V a.C., na Grécia Antiga. Aqui, destacamos que muito se deve às contribuições de Newton e Leibniz com as discussões sobre infinitésimos que, logo à frente, elucidam a definição de Limites. Ademais, segundo Eckl (2020), mesmo sem um claro entendimento sobre o que estavam fazendo, os estudos de ambos já apontaram aplicabilidades do CDI a partir de suas demonstrações ilustrativas e métodos desenvolvidos. Não distante, destacamos também que as discussões deles serviram de base teórica para os avanços e discussões de sucessores até a forma consolidada com que os conceitos são abordados hoje em dia.

Posto isso, Leibniz, em suas discussões sobre infinitesimais, aponta uma primeira discussão de números ideais que são considerados infinitamente pequenos se comparados aos reais, mas não deu prosseguimento a essas ideias, assim como seus sucessores e estudantes. Discussões essas que já traziam apontamentos sobre a tendência ao zero nas discussões atuais de Limites, para Kline (1972 *apud* Mota, 2017), “Se Cada quantidade pode ser reduzida até que se torne zero e ela desaparece completamente, então, uma quantidade infinitamente pequena é uma quantidade temporária e, portanto, a própria coisa é igual a zero” (Kline, 1972 *apud* Mota, 2017, p. 20). Mas essa ideia não foi muito aceita por Euler, que entendia a importância da ideia de quantidade temporária, mas objetava que esta não pode ser vista como uma quantidade diferente daquela numérica (Mckinzie; Tuckey, 2001 *apud* Mota, 2017).

Na Antiguidade grega, Zenão tateou as discussões sobre infinitesimais através de seus paradoxos e aqui especificamente apontamos o de *Aquiles*, remetendo à ideia de que mesmo que Aquiles se esforce muito para acompanhar a tartaruga, não o conseguirá, pois esta já terá percorrido um espaço dado em um intervalo de tempo ainda não percorrido por ele. Zenão entendia que “[...] se acrescentar ou retirar parte de algo não torna esse algo maior ou menor do que o original, então, o que se tentou acrescentar ou retirar não é coisa alguma, ou seja, simplesmente não existe” (ECKL, 2020, p. 19). E esse método não foi muito aceito nas discussões da Grécia antiga, que questionava a exatidão matemática.

Em seguida, segundo Boyer (1974), a partir do método da exaustão de Eudoxo, têm-se germinado as primeiras discussões acerca do Cálculo Integral com a proposta do cálculo de áreas a partir da soma de n polígonos nelas inscritos e que a soma das áreas desses convergiam para a área da figura inicial. Ademais, Arquimedes conseguiu calcular a área de

um círculo a partir de triângulos inscritos e o conjecturou como uma função que varia o número de lados do polígono.

Além disso, Wallis e Barrow também contribuíram nas discussões históricas do Cálculo Diferencial e Integral. Damos destaque especificamente ao seu estudo da derivada sob a ótica do método de determinação da tangente de uma curva. Estudos esses que foram melhorados a partir das notações e discussões de outros estudiosos, como, por exemplo, as “quantidades fluentes” de Newton e os “infinitésimos” de Leibniz.

Neste escopo, percebemos que historicamente o cálculo surgiu a partir da necessidade de resolver problemas que envolvessem área, volumes e comprimentos naqueles que eram ligados diretamente ao cálculo integral que conhecemos atualmente, e ainda, aquelas situações relacionadas à determinação de reta tangente a uma curva, máximos e mínimos que estão ligadas a diferenciabilidade (Eves, 1995). E nesta pesquisa de mestrado, especificamente, estamos interessados nas discussões acerca do ensino de Cálculo Diferencial e as influências trazidas nesse processo pelas decisões tomadas pelo professor.

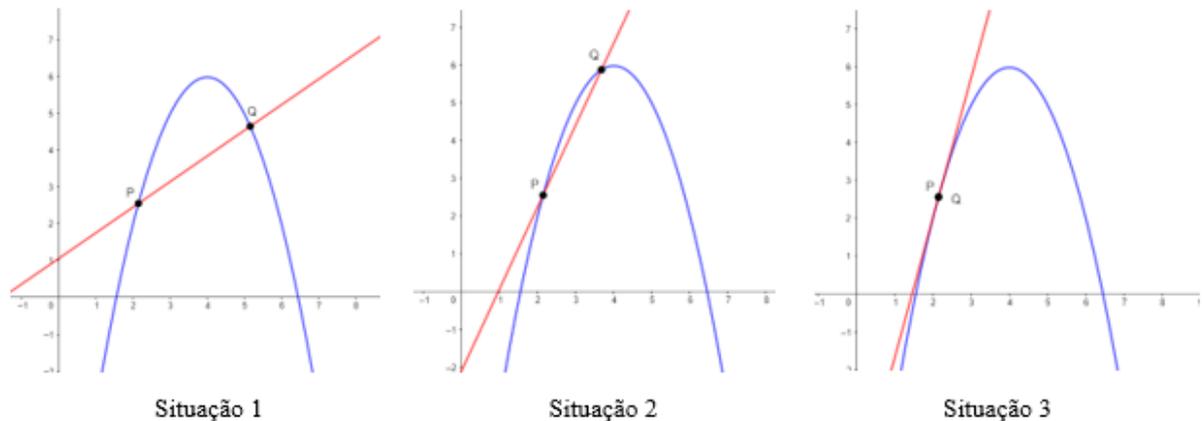
Após essa breve discussão histórica sobre o Cálculo Diferencial e Integral, apresentaremos o objeto matemático escolhido para as discussões deste estudo: derivadas, segundo as abordagens atuais utilizadas nos livros.

4.4.2 Derivadas

Inicialmente para entender os conceitos de derivada, Stewart (2013) aponta que, nas situações-problemas em que o foco é descobrir a reta tangente ou velocidade, estamos discutindo um caso especial de limite que à frente será conceituado como derivadas. Logo, no livro aqui citado, antes das definições formais de derivada, o autor já traz informações sobre o novo objeto matemático a ser discutido, refletindo sobre as aplicabilidades desse novo estudo e suas relações com as discussões anteriores. Stewart (2013) corrobora Guidorizzi (2008), que inicia o tópico de Derivadas apontando sua relação com o limite e conseqüentemente com a reta tangente.

Na primeira consideração aqui levantada, derivada como reta tangente, Stewart (2013) sugere, a partir da construção gráfica (Figura 2), que, dada uma curva, se quisermos calcular a reta tangente em um ponto $P(a, f(a))$, devemos considerar um ponto próximo ao citado anteriormente, que podemos chamar de $Q(x, f(x))$, onde $a \neq x$, segue a construção.

Figura 2 – Visualização da derivada como reta tangente



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Observe que a taxa de variação interpretada como uma reta tangente reflete sobre a distância entre dois pontos tender a zero e assim a reta, que anteriormente era secante a uma curva qualquer, passa a ser tangente em um dado ponto. Na figura acima, temos a construção gráfica do comportamento da reta secante à curva, nos pontos P e Q, de tal maneira que a inclinação da reta é dada por: $m_{PQ} = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}$. Nas três situações colocadas nos gráficos da Figura 2, o ponto Q se aproxima cada vez mais do ponto P, por exemplo, na situação 2 a distância entre P e Q é menor que na situação 1.

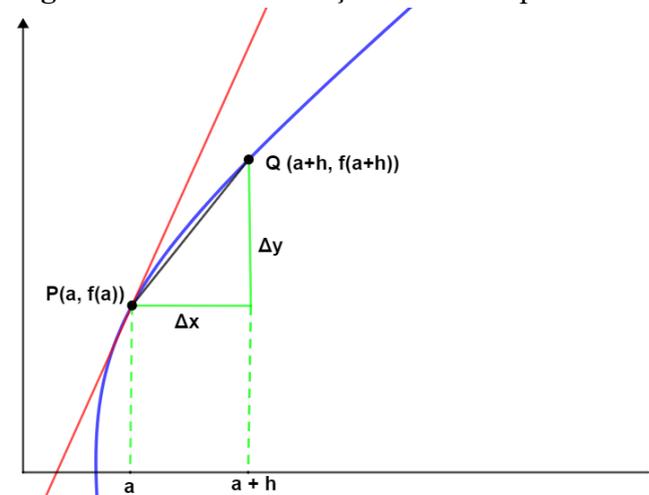
De maneira análoga, na situação 3, o ponto Q está ainda mais próximo do ponto P do que naquela construção da situação 2, de tal maneira que as coordenadas de P ($a, f(a)$) são praticamente as mesmas de Q ($x, f(x)$), ou seja, $x \rightarrow a$ e graficamente a distância entre esses pontos da reta secante aproxima-se de zero. Sendo assim, em outras palavras e de maneira mais formal, Stewart (2013) conceitua a reta tangente como: “A reta tangente à curva $y = f(x)$ em um ponto $P(a, f(a))$ é a reta passando por P com inclinação $m = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$, desde que esse limite exista” (STEWART, 2013, p. 131).

Ainda sobre o estudo de derivadas, os livros aqui citados propõem a discussão desta como os problemas especiais de limites relacionados a velocidade ou velocidade instantânea. Stewart (2013) sugere que o leitor (estudante) suponha que um objeto desliza sobre uma reta num determinado intervalo, onde s é o deslocamento, representado pela função $s = f(t)$, em que t é o instante que varia do intervalo $[a, a + h]$. De maneira intuitiva, a partir da física, temos que velocidade média é dada por $v = \frac{\text{deslocamento}}{\text{tempo}}$, aqui o s

representando o deslocamento. No intervalo supracitado, teríamos a seguinte variação da posição $f(a + h) - f(a)$ e assim, $v = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

Dessa maneira, a situação acima descrita nos faz perceber uma relação existente entre os eixos coordenados. Quando construída graficamente, basta entendermos o deslocamento que é representado pelo eixo ordenado, uma vez que depende da variação do tempo (domínio) no eixo das abscissas. Entendamos y como uma função dependente de x , de tal forma que $y = f(x)$ e assim, quando x variar de x_1 até x_2 , o incremento dessa variação seria dada por $\Delta x = x_2 - x_1$ e, conseqüentemente, no eixo das ordenadas, a variável dependente teria comportamento análogo com variação de $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Taxa de variação entre dois pontos



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Na situação descrita no gráfico da Figura 3, temos a representação da variação entre os eixos que foi associada à situação da velocidade de um objeto que deslizava sob a curva em um intervalo de tempo, em outras palavras, à medida que os valores de Δy e Δx vão ficando cada vez menores, com tendência a zero, teremos a taxa de variação instantânea ou ainda a velocidade instantânea, como iniciamos essa discussão. Daí, para Stewart (2013, p. 135), “[...] a taxa de variação instantânea é dada por $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$.”

Neste escopo, a derivada, vista como velocidade instantânea (taxa de variação) e inclinação da reta tangente, tem por definição, segundo Guidorizzi (2008):

Sejam f uma função e p um ponto de seu domínio. O limite $\frac{f(x)-f(p)}{x-p}$ quando existe e é finito, denomina-se *derivada* de f em p e indica-se por $f'(p)$ (leia-se: f linha de p). Assim $f'(p) = \frac{f(x)-f(p)}{x-p}$. Se f admite derivada em p , então diremos que f é derivável ou diferenciável em p (Guidorizzi, 2008, p. 137).

No estudo de derivada, podem ser discutidas outras situações que não se limitem somente àquelas sugeridas pela taxa de variação instantânea e reta tangente a uma curva em um dado ponto, temos também aquelas discussões sugeridas nos livros de Cálculo Diferencial e Integral I, sendo elas: o estudo do comportamento gráfico e suas construções, o estudo dos máximos e mínimos, as taxas relacionadas que envolvem a terceira variável, a derivada como função ou ainda como limite.

Cabe a nós, professores, tornar as discussões mais amplas e significativas sem abdicar de apresentações formais e com fins demonstrativos. Pais (2018) complementa trazendo a reflexão, acerca da TSD, de que a questão em jogo é a forma como o conteúdo é apresentado aos estudantes, buscando um campo de significações para o saber.

À luz das pesquisas sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, Bertolazi (2017) nos aponta que a prática de ensino sem contextualizações e arraigada no ensino baseado em técnicas e repetições, sem deixar que o aluno participe do processo inserindo-o nas discussões, pode vir a ser um dos pontos que dificultam os processos de ensino e aprendizagem. Portanto, este estudo tem a preocupação de discutir a atividade do professor na disciplina de Cálculo Diferencial e as consequências das decisões tomadas por ele na construção e execução de um projeto de aula. A seguir, apontamos o percurso metodológico para coleta e análise de dados.

5 METODOLOGIA

Este capítulo é destinado à metodologia da pesquisa e nele buscaremos discutir desde abordagem qualitativa até ambiente de pesquisa, definição dos sujeitos para o estudo, além de descrever todo o percurso metodológico necessário para sua realização.

5.1 Abordagem qualitativa

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal [...]; 2. A investigação qualitativa é descritiva [...]; 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos [...]; 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva [...]; 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa [...] (Bogdan; Biklen, 1994, p. 47-50).

Tendo em vista a natureza do nosso trabalho e os objetivos traçados para investigação que busca analisar acontecimentos reais a partir de teorias e estudos preexistentes, entendemos ter o ambiente natural e os sujeitos envolvidos na investigação como fonte direta para coleta de dados; além disso, estamos preocupados com o processo da investigação, que é analisar as decisões tomadas pelo professor no planejamento de uma aula didática. Além disso, faremos também uma análise indutiva e, assim, não buscamos confirmar ou refutar objetivos, mas sim levantar pontos importantes a partir da investigação; e, nesse caminhar, levaremos em consideração as experiências de cada um dos participantes da pesquisa para então descrever todo o processo investigativo.

Então, este estudo se caracteriza como uma investigação qualitativa e concordamos com Bogdan e Biklen (1994) que uma pesquisa qualitativa pode ser classificada a partir dessas cinco características específicas citadas anteriormente e que não necessariamente acontecem na mesma intensidade, pois o que se busca não é uma categorização sobre o tipo de pesquisa, e sim como se delineia todo o processo.

Ainda sobre o tipo de pesquisa, Borba, Almeida e Gracias (2020) complementam a discussão entendendo que “[...] em uma pesquisa qualitativa a teoria emerge da prática, porém temos lentes teóricas e filosóficas em constante movimento que devem ser apresentadas e é uma poderosa e necessária voz na pesquisa” (Borba; Almeida; Gracias, p. 75, 2020). Sendo assim, devemos nos debruçar na voz teórica a fim de conhecer e justificar os objetivos e a problemática levantados em uma pesquisa, mas sem deixar de corroborar e aproximar esses estudos a outras fontes que tratam da mesma natureza investigativa, porém com objetivos e problemas distintos.

Dessa forma, as características de uma pesquisa qualitativa a tornam relevante por trazerem ao investigador a responsabilidade de interagir com o ambiente e os sujeitos da pesquisa a fim de coletar dados importantes para investigação, além de tratar os dados como descoberta durante o processo, e não resultados previstos e imutáveis. Para dar seguimento ao nosso estudo, precisamos delimitar as ferramentas utilizadas e necessárias para tornar exequível nossa pesquisa e encontrar respostas para nossa problemática na tentativa de atender aos objetivos levantados.

5.2 Ambiente da pesquisa

A pesquisa foi realizada na Universidade Regional do Cariri (URCA), *Campus* Juazeiro do Norte, situado na Avenida Leão Sampaio, nº 107, no bairro Triângulo. A URCA é uma das primeiras Universidades da região do Cariri a ter, na sua estruturação de ofertas de cursos, o de Licenciatura em Matemática, que, em 1993, já era uma formação plena na área de conhecimento, mas que ainda era conhecida por Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática.

A mesma Universidade conta com cinco *campi* distribuídos nas cidades de Crato e Juazeiro do Norte, sendo denominados, *campus* Pimenta I, *campus* Pimenta II, *campus* São Miguel, *campus* Crajubar e *campus* Violeta Arraes, sendo cada um deles separados por departamentos e conseqüentemente áreas de conhecimento. O ambiente desta pesquisa é, especificamente, o Centro de Ciências e Tecnologia (CCT) – *campus* Crajubar. Ademais, a URCA tem as “Unidades Avançadas” que são os *campi* distribuídos em outras cidades da região do Cariri Cearense: Campos Sales, Iguatu, Missão Velha e Mauriti.

A escolha pelo ambiente de pesquisa ter sido a URCA (*Campus* Juazeiro do Norte) se deu primeiramente pela localidade, tendo em vista que, por motivos de locomoção, seria mais acessível e, segundo, por ser uma das instituições pioneiras na formação de professores em Matemática e, conseqüentemente, responsável pela formação docente inicial de boa parte dos professores da região e cidades circunvizinhas de outros estados. Este último consideramos importante e ainda aumenta o desejo de buscar dados quanto às Decisões Didáticas tomadas pelos professores na construção de uma aula de Cálculo Diferencial I, pois são professores carregados de experiências dos tipos epistêmica e história didática influenciando na tomada de decisão das suas aulas, o que passa a fazer parte da história didática dos estudantes em formação docente inicial.

5.3 Sujeito da pesquisa

Entendendo que a pesquisa busca discutir as Decisões Didáticas (DD) dos professores na construção de um Meio Didático para uma aula de Cálculo Diferencial (CD), delimitamos como público-alvo da pesquisa um professor de Matemática da Universidade Regional do Cariri (URCA) – *Campus Juazeiro do Norte*, que atua no curso de Licenciatura em Matemática e afirma já ter lecionado a disciplina de Cálculo Diferencial mais de 10 vezes. Destacamos que buscaremos não o identificar nas discussões dos resultados para preservar a sua imagem, uma vez que nosso intuito não é criticar ou comparar métodos de ensino, mas sim perceber as influências das DD tomadas pelo professor ao longo da construção de um projeto de aula, seguindo a categorização dessas decisões segundo Bessot (2019).

Entendendo que precisamos analisar cuidadosamente os níveis macrodidáticos (+3, +2 e +1) e o nível microdidático (0), especialmente no segundo caso, precisaremos acompanhar as aulas de CD. Salientamos ainda que ficou pré-determinado *um* professor como o sujeito participante da pesquisa para que seja exequível em um curto prazo do curso de mestrado. Além disso, para que fossem possíveis as análises microdidáticas, não bastava que o professor atuasse apenas no Magistério Superior, mas também na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, que possui a área do conhecimento em estudo: Cálculo Diferencial (CD) com uma variável (Cálculo I).

Ainda sobre o sujeito da pesquisa, destacamos aqui como foi feita a escolha do participante e na tentativa de não tomar decisões precipitadas. Sendo assim, buscamos anteriormente à execução da coleta de dados em campo apresentar o projeto para os professores do curso de matemática presentes e que atuavam na disciplina de cálculo I. Nessa conversa informal todos tiveram acesso ao “*diário de bordo*” que deveria ser preenchido por eles ao longo da coleta. Então, neste momento deixamos todos cientes do que aconteceria na coleta de dados desta pesquisa e dos compromissos ao longo da atividade de cada uma das partes envolvidas.

Após esse momento, alguns dos professores presentes mostraram não satisfação em participar e insegurança para se comprometer em aceitar a presença nas aulas, como também, em entregar o diário de bordo preenchido. Apenas um professor apontou estar ciente de todos os compromissos e execução do projeto, mostrou estar curioso pela forma com que ele iria prosseguir e disse que estava de portas abertas. E assim, definimos quem seria o professor que participaria da nossa pesquisa e colaboraria na coleta de dados.

5.4 Etapas da pesquisa

O percurso metodológico visa descrever as etapas que foram seguidas a fim de coletar, analisar e discutir os dados da pesquisa e assim responder à problemática atendendo aos objetivos propostos neste estudo. Portanto, a seguir apontaremos as etapas da pesquisa e os instrumentos utilizados em cada uma delas.

5.4.1 Construção dos dados e os instrumentos utilizados

A fim de coletar dados que respondam a nossa problemática, precisamos seguir sequencialmente algumas etapas, sendo elas: entrevistas; preenchimento de tabelas pelos sujeitos da pesquisa e pesquisador (diário de bordo) em fases distintas; e acompanhamento das aulas de Cálculo Diferencial para observar e coletar ações no nível S0.

Então, uma das ferramentas utilizadas para coleta de dados será a entrevista semiestruturada, que, segundo Bogdan e Biklen (1994), é uma técnica dominante na coleta de dados de um estudo, que também pode ser utilizada como uma técnica que auxilia no levantamento de dados quando usada em conjunto com outros métodos ao longo de uma pesquisa qualitativa. A sua utilização pode acontecer no ambiente de estudo a partir de conversas informais e não planejadas que fornecem dados importantes para uma investigação, mas também há uma necessidade por vezes de recorrer a perguntas mais direcionadas e pontuais para que seja possível uma análise mais determinante do seu plano de investigação.

Por vezes, a entrevista não tem uma introdução; o investigador transforma simplesmente aquela situação numa entrevista. Contudo, especialmente no final do estudo, quando se procura informação específica, o observador participante determina momentos para se encontrar com sujeitos, com vista a conduzir uma entrevista mais formal (Bogdan; Biklen, 1994, p. 134).

Sendo assim, a fim de coletar informações que contribuam para entender, categorizar e analisar as Decisões Didáticas do professor de Matemática participante deste estudo nas aulas de Cálculo Diferencial, utilizamos, como primeira etapa, uma entrevista semiestruturada que buscou recolher dados como: Formação Acadêmica, tempo de atuação no Magistério Superior, a recorrência com que leciona a disciplina de cálculo diferencial, quais os recursos didáticos adotados e como se dá a utilização destes em suas aulas de matemática e, por fim, qual a sua relação com o saber matemático em estudo.

Portanto, através da entrevista, tivemos subsídios para análise das macrodecisões (níveis + 3, + 2 e + 1) e, dentre as informações coletadas, temos que o professor participante desta pesquisa tem formação em Ciências com habilitação em Matemática pela URCA, mestrado acadêmico em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e atuou durante 10 anos no Ensino Básico antes de entrar no Ensino Superior. E, tratando-se do objeto matemático desta pesquisa, o participante e entrevistado afirmou ter lecionado a disciplina de Cálculo Diferencial mais de 10 vezes.

Para realização da entrevista pensamos, inicialmente, em definir, em conjunto com o participante, um dia em que estivesse disponível para conversarmos sobre o objeto de investigação, nesse momento os áudios seriam gravados para garantir uma transcrição fiel do que foi falado. No entanto, salientamos que a entrevista não aconteceu facilmente nem em um momento reservado para esta, pois o professor sempre alegava não ter tempo para se sentar e conversar. Então, ele sugeriu que entregasse as perguntas e ele traria respondido de casa em momento propício, no momento de observação das aulas.

Na segunda etapa da coleta de dados, utilizamos um diário de bordo em formato de tabela (Quadro 4) que viria a ser preenchido pelo professor no momento de planejamento das suas ações para a situação didática (Nível +1) na disciplina de CD, no qual deveria informar as estratégias de ensino adotadas, listando desde “exercícios selecionados”, referenciais utilizados ou recursos pedagógicos até as limitações do sistema e ambiente da S0 (Situação Didática). A seguir apresentaremos detalhadamente como acontece o preenchimento do diário:

Quadro 4 – Diário de bordo para coleta de dados

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
O dia em que foi realizada a atividade docente.	Todas as atividades que foram realizadas pelo professor.	Sala de aula, laboratório, sala dos professores, em casa...	Indicar as fontes que foram utilizadas e se foram modificadas; também indicar quando não for utilizada nenhuma fonte.	Explicitar o porquê da (as) escolha (as).	Inserir outras informações que achar pertinente.

Fonte: Bessot (2019, com adaptações).

Salientamos que essa tabela estruturada será preenchida em duas etapas diferentes, a primeira foi exposta anteriormente e a segunda preenchida pela professora pesquisadora. Dessa maneira, a *terceira etapa* da pesquisa foi o acompanhamento das aulas de Cálculo Diferencial e, a partir das observações/acompanhamento, coletar informações das DD tomadas na vivência da construção (*nível + 1*) e execução do projeto de aula (*nível 0*). As informações coletadas foram descritas no Diário de Bordo adaptado por nós, em vez de “data do planejamento” colocamos “data da aula” já que era preenchido no *nível 0* e em “justificativa” colocamos “diálogo com o professor”, o restante permaneceu igual ao modelo do Quadro 4.

A escolha pelas duas etapas de preenchimento do Diário de Bordo, aconteceu por entendermos que, a partir do preenchimento *nonível + 1* feita pelo professor, é possível perceber suas concepções de ensino, visão da disciplina de Cálculo e relação com o objeto matemático em estudo (Cálculo Diferencial). E quando preenchido no momento da situação didática (*nível 0*), dá margem para uma análise sobre como foi adaptado o plano diante dos fatores circunstanciais que interferem na sua execução. Nesse momento, conseguiremos identificar fatores das macrodecisões e microdecisões tomadas por ele nos processos de ensino e aprendizagem de CD.

Essas adaptações, em especial trocar “justificativa” por “diálogo com o professor”, se deram por percebermos a resistência oferecida à marcação de um encontro presencial ou virtualmente para discutir questões com relação à situação didática ou elementos da nossa pesquisa. Ainda, ao perceber, nas aulas de Limites e Continuidades, que o professor se aproximava da pesquisadora nos intervalos da aula para conversar, então decidimos que, ao observar a aula e fazer anotações sobre as DD tomadas por ele nesse *nível (S0)*, seria o momento ideal para fazer alguns questionamentos sobre as ações realizadas em sala.

Após o acompanhamento das aulas de derivadas, foi possível fazer um comparativo e análise dos dados presentes no diário de bordo preenchido pelo sujeito da pesquisa e os coletados e preenchidos no momento das Decisões Didáticas tomadas em sala de aula no *nível S0* preenchido pela pesquisadora. Essa atividade substituiu a *quarta etapa*, que seria uma entrevista com o professor para discutir situações pontuais da pesquisa, desde preenchimento do diário de bordo no *nível + 1* até as DD tomadas no *nível 0*. Porém, desde a entrevista inicial, o professor já apontou que não aceitaria e nem teria tempo, logo, fizemos isso ao longo da coleta de dados e nas pequenas conversas que tínhamos em sala de aula.

5.4.2 Análise de dados

A análise de dados é um dos capítulos em que se deve ter o cuidado de tratar com fidelidade as informações coletadas, prevalecendo a voz dos participantes dessa investigação, e fazer discussões apoiadas na revisão de literatura do Referencial Teórico escolhido. Esse pensamento corrobora com Borba, Almeida e Gracias (2020) quando afirmam que: “O importante é que na análise apareça a criatividade e a voz do autor, que estará dialogando com as lentes da voz teórica e com a literatura analisada” (Borba; Almeida; Gracias, 2020, p. 85).

Ainda sobre a análise dos resultados, categorizamos as consequências das Decisões Didáticas (DD) na construção de um meio para uma aula de Cálculo Diferencial e, para isso, as análises e discussões dos resultados acontecerão à luz das DD e TSD a fim de identificar as diferentes decisões tomadas por cada professor ao construir um meio didático para uma aula de matemática.

Dessa forma, buscamos, a partir dos dados coletados, discutir e categorizar os fatores decisoriais do professor que, segundo Bessot (2019), são classificados em três categorias, sendo elas: Fatores do tipo *externo*, os fatores do tipo *epistêmico* e os fatores do tipo *história didática*. Esses fatores foram identificados e serão discutidos em cada uma das etapas da pesquisa, desde a entrevista até a forma como o professor pesquisado planeja, executa e justifica suas ações.

- Identificamos a relação do professor com a disciplina de cálculo, especificamente, o ensino de derivadas e os recursos didáticos escolhidos por ele, esses dados foram evidentes a partir das entrevistas, diálogos e atividades que propôs na construção e na execução do seu projeto de ensino (+1 e 0).
- Verificamos e categorizamos as Decisões Didáticas tomadas pelo professor no momento da situação didática a partir do acompanhamento e anotações no diário de bordo respondido pela pesquisadora. Nesse momento, foi possível perceber que os fatores externos e circunstanciais influenciaram na atividade, assim como uma grande evidência dos fatores do tipo epistêmico nas atividades do professor e, mesmo que de forma não predominante, algumas situações em que os fatores do tipo história didática se fizeram presentes nas suas decisões.

Ou seja, a análise de dados foi feita a partir da verificação dos objetivos que foram inicialmente levantados na pesquisa, articulando-os com o Referencial Teórico escolhido para assim buscar responder à problemática norteadora deste estudo.

6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, discutimos os resultados que foram coletados ao longo da nossa pesquisa de campo e, assim, apontaremos também desafios enfrentados e limitações para obtenção dos dados no momento de coleta. Apoiados nos critérios de categorização de Bessot (2019), buscaremos categorizar, a partir das observações e entrevistas, as decisões tomadas pelo professor ao longo dos níveis + 3, + 2 e + 1.

Dessa maneira, no nível + 3, discutiremos as concepções mais gerais sobre Ensino do cálculo na percepção do professor; em seguida, as decisões pautadas na construção do ensino do objeto matemático (nível + 2) citado anteriormente; e, por fim, as reflexões acerca das decisões tomadas pelo professor ao longo do planejamento de uma aula específica (nível + 1). Além disso, após acompanhar as aulas de Cálculo Diferencial, apontaremos as DD que foram tomadas ao longo da situação didática no *nível 0*, enquanto que aquelas que estão relacionadas ao *nível - 1*, não tivemos dados e materiais que dessem subsídios para gerar discussões e, por isso no que tange as decisões no nível microdidático, esta pesquisa permeou apenas no nível 0.

Como apontado ainda na metodologia, diante das dificuldades enfrentadas na coleta de dados e pela forma como o professor preencheu o diário de bordo, nossas discussões de resultados serão divididas nos três fatores de categorização da atividade do professor, sendo eles: Fatores do tipo Externo, Fatores do típico Epistêmico e Fatores do tipo História Didática. E, em cada um desses fatores, apontaremos os *níveis* da atividade do professor em que se fez presente, a fim de evitar repetições nas discussões.

6.1 Fatores do tipo Externo

Diante das discussões acima, segundo Bessot (2019), os fatores do tipo externo são aqueles que influenciam a atividade do professor e que não podem ser modificados, sendo eles divididos em circunstanciais e genéricos; os primeiros são imprevisíveis e os segundos já são previstos antes da situação didática.

Dessa maneira, observou-se ao longo da pesquisa de campo que, em situações pontuais, a atividade do professor foi influenciada pelos fatores do tipo externo, de maneira específica, uma situação genérica e outras circunstanciais. A exemplo disso, temos o festival Expocrato, que acontece todo mês de julho, na cidade de Crato, Ceará, vizinha de Juazeiro do Norte e sede da reitoria da universidade em que esta pesquisa foi aplicada. Por receber muita

gente de fora que deseja participar do festival, as cidades circunvizinhas, como Juazeiro do Norte, ficam com o trânsito ainda mais congestionado e a Universidade Regional do Cariri coloca estande com os fósseis do Geopark, então as aulas, nesse período, acontecem de maneira remota.

Em anos anteriores, em que o semestre estava em andamento no mês de julho, as aulas eram interrompidas por uma semana pelos fatores supracitados. Todavia, após a pandemia e aulas remotas emergenciais a partir do ano de 2023 (momento da coleta de dados), as aulas do *campus* Crajubar, onde realizamos nossa pesquisa, aconteceram de forma remota dos dias 09 a 16 de julho.

Sendo assim, aqui tivemos a primeira situação em que os fatores que não estão sob o controle do professor influenciaram de maneira direta na sua atividade didática e, conseqüentemente, nas suas decisões, pois precisou planejar e organizar aulas remotas para dar continuidade ao curso da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Abaixo, no quadro 5, apresentamos o diário de bordo preenchido pelo participante desta pesquisa para nos guiar ao longo das observações e coleta de dados no nível 0.

Quadro 5 – Diário de bordo 17: Registros da atividade do professor

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
10/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula virtual (Google meet)	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	As aulas remotas são decorrentes do Festival ExpoCrato, que acontece na cidade vizinha, gerando congestionamento no trânsito do CRAJUBAR.	

Fonte: Elaborado pela autora a partir das respostas registradas pelo professor participante.

Na situação apresentada acima, temos uma decisão do tipo externo e genérica, uma vez que o festival já era previsto e as aulas remotas nesse período foram uma

condicionante colocada no início do semestre. Dessa maneira, nos níveis macrodidáticos (+2 e +1) essa situação, que era prevista pelo professor, influenciou na sua atividade, pois ele precisou contar com uma semana remota já na construção do plano de curso, e, conseqüentemente, a participação, a presença e a aula sofreram impactos ocasionados nesse modelo de ensino. Logo, as aulas que aconteceram nos dias 10, 12 e 14 de julho precisaram ser pensadas e adaptadas para o ambiente virtual e todas as suas imprevisibilidades; situações imprevisíveis que logo à frente classificamos como fatores do tipo externo e circunstancial.

De maneira específica, no *nível 0*, na semana da Expocrato, quando as aulas na URCA aconteceram de maneira remota, tivemos como consequência a ausência de alguns estudantes. Uns alegaram a conectividade ruim da rede de internet, outros não deram justificativa e apenas uma minoria participou dessas aulas. Além disso, ao longo das discussões que o professor fazia usando a lousa digital do *Google meet*, a videochamada caiu inesperadamente por chegar no tempo limite de reunião e, para dar continuidade, o professor precisou criar uma nova chamada e, mais uma vez, entrar em contato com todos os estudantes que ali estavam presentes.

Aqui retomemos as reflexões do professor com o ocorrido na sua aula e sua visão para proposição das aulas seguintes. Segundo Neves (2022), na observação, não significa que o professor observe em silêncio, mas sim que ele percebe os conhecimentos sendo mobilizados pelos estudantes e, quando necessário, interfere nas discussões e percurso para atingir o objetivo da situação didática. Além disso, a partir dessas observações, o professor pode fazer ajustes no seu plano para melhorar a interação dos estudantes com o meio.

Diante disso, entendendo que, na atividade do professor, é possível a interação entre os diferentes níveis, imaginamos que, com a falta de interação dos estudantes nas discussões do professor ao longo das aulas remotas, além da queda inesperada da videochamada, o docente, a partir das suas percepções, formularia novas situações ou adaptaria a atividade ao construir (no *nível +1*) a aula seguinte.

Com relação a isso, Silva (2020) dá ênfase à existência da interação entre esses níveis ao longo de uma atividade didática, mas alerta para que não necessariamente aconteça a passagem por todos os momentos decisivos. E, para entender essas interações, tomemos um exemplo de Lima (2011), que diz:

[...] consideramos um professor que está em sala de aula e observa o aluno resolvendo um problema dado. Dependendo da resposta do aluno, ele pode rever o seu planejamento, propor uma nova atividade ou fazer uma nova intervenção e voltar a observar o aluno. (LIMA, 2011, p. 364).

Observe que houve interação dos *níveis* – 1, 0 e 1, ou seja, o professor retoma seu projeto de aula (nível + 1) após as reflexões e observações (nível – 1) com relação a respostas e interações dos estudantes na situação didática (nível 0). Retomando a nossa pesquisa, o professor participante, após as vivências citadas acima com relação ao ensino remoto, deu prosseguimento ao plano e, mais uma vez, na aula do dia 12 de julho, os acontecimentos se repetiram, mas dessa vez já era algo previsível, uma vez que viveu as mesmas coisas na aula anterior. Além dessas percepções gerais e a partir do que era vivido dentro da sala de aula, o diálogo descrito abaixo deixa claro que o professor não retoma a atividade e faz modificações se necessário.

Pesquisadora: Professor, diante das experiências vivenciadas na aula passada, você acha que impactou no seu planejamento para a aula de hoje?

Professor participante: Não, apenas vim dar minha aula e dar continuidade ao assunto de ontem.

Pesquisadora: Qual critério de seleção das questões o senhor utilizou para essas aulas remotas? O que poderia ser feito para envolver os alunos nas discussões?

Professor Participante: Eu não tenho critério para separar, chego e dou minha aula a partir de onde parei. E quanto à não interação dos alunos, é comum nas aulas de Cálculo e curso de matemática.

Nessa situação descrita, fica ainda mais claro que o professor não planeja as situações e não tem momento de observação, ou ainda, percebe a falta de interatividade ao longo das aulas, mas não busca estratégias para aulas posteriores e escolhe, de maneira aleatória, as situações-problemas que serão debatidas em sala de aula.

Todavia, no dia 14 de julho (terceira aula de cálculo I remota), com receio de mandar o link do segundo momento para os estudantes e porventura esquecer de algum ou mesmo de perder alguns minutos gerando link e enviando para cada um dos participantes da aula, então, com 10 min de antecedência, o professor gerou novo link e compartilhou pelo próprio chat do *Google Meet*. Todavia, as aulas permaneceram com o mesmo estilo de abordagem e sem interação do grupo de estudantes da disciplina.

Dando sequência às DD do tipo Externo, temos ainda a seguinte situação: ao longo do semestre, houve três paralisações na universidade como forma de luta para a negociação do reajuste salarial dos docentes e, sendo assim, três aulas daquela turma foram postergadas para frente de maneira inesperada. Portanto, temos um fator do tipo externo e circunstancial na atividade do professor que influenciou diretamente no planejamento no nível + 2; pois, quando o professor planeja o curso de cálculo no nível supracitado, determina quais são os pontos importantes para discussão ao longo do semestre e se programa para a quantidade de horas ofertadas.

Para Margolinas (2005), o *nível + 2* é o planejamento mais amplo do objeto matemático, a construção global do tema e as noções de ensino e aprendizagem deste. Em outras palavras, usando nosso objeto matemático, é a visão panorâmica que temos dos pontos importantes da disciplina de Cálculo Diferencial que deverá ser abordada ao longo do semestre. E, com essa paralisação, aulas que aconteceriam nesses dias foram prorrogadas para datas futuras, quando seriam feitas outras discussões e, nesse efeito dominó, alguns pontos que o professor julgasse importante debater perderiam espaço no cronograma semestral.

6.2 Fatores do tipo Epistêmico

Para entendermos como as decisões do professor são categorizadas como do tipo epistêmico, trazemos aqui uma breve conceituação de Margolinas (2002) apontadas por Neves (2022), conceituando-os como as decisões nos níveis sobredidáticos (S+3, S+2 e S+1); pois são os níveis que apontam para as concepções mais gerais do professor com relação ao objeto matemático. Sendo assim, são as relações do professor com a disciplina, a pedagogia e o saber a ensinar e, nesta pesquisa de campo, percebemos uma predominância desse fator decisional na atividade do professor.

A partir da entrevista que realizamos em período anterior às aulas de Cálculo, pudemos perceber algumas concepções epistêmicas do professor com relação à pedagogia que estão descritas abaixo:

Pesquisador: Como o professor realiza os planejamentos da aula de Cálculo Diferencial? Quais os critérios utilizados para seleção de pontos que serão abordados ao longo do curso?

Professor participante: Consulto o livro base (Guidorizzi) e sigo o plano de curso da disciplina.

Pesquisador: Em relação aos exercícios escolhidos, quais os critérios utilizados para a seleção dos mesmos?

Professor participante: Uso exercícios relativamente fáceis para satisfazer a maioria dos alunos, mas também alguns desafiadores para poder analisar melhor o nível da turma.

Pesquisador: Você utiliza algum livro específico corriqueiramente? Se sim, qual(is) e por quê?

Professor participante: Uso corriqueiramente no curso o livro de Guidorizzi, mas também, em algumas vezes, o livro de *Calculus*, de M. Spivak. O segundo uso apenas para escolher alguns exercícios com teor mais avançado e o primeiro foi meu livro base na época de estudante, acredito que ele norteia para uma aprendizagem em cálculo.

Entendendo que a relação do professor com a pedagogia tem a ver com as suas concepções quanto aos métodos de ensino e, conseqüentemente, em como aprendemos e

ensinamos (Silva, 2020), percebe-se como todo o contexto de pesquisa – no nosso ambiente de fala do professor, ao longo da pesquisa, na entrevista – aponta, nas entrelinhas, de maneira breve e direta, que a forma como ele aprendeu cálculo e a forma como ele ensina são influências trazidas do fator epistêmico.

No *nível + 3*, o professor deixa claro que suas concepções de ensino estão alinhadas aos currículos quando ele diz: “*sigo o plano de curso da disciplina*”. Então, a sua visão sobre o ensino do cálculo é amparada pelos documentos oficiais, como a ementa do curso, que são concepções gerais referenciadas em discussões mais amplas, gerais e debatidas na *noosfera* de ensino de Cálculo. Cabe a nós professores, então, a partir desse plano que já foi discutido, debatido e estruturado para o ensino do objeto matemático em jogo, delimitar os pontos mais necessários para a discussão, aqueles a que será dada mais ênfase e estruturar a logística de abordagem na turma específica.

Ainda sobre as DD do tipo Epistêmicas, segundo Bessot (2019), a relação do professor com a pedagogia são todas as suas concepções quanto à disciplina, saber em jogo e a forma como o estudante aprende. E ainda subdivide em duas situações específicas que são “*como aprendemos*” e “*como ensinamos*”, a primeira delas está relacionada a como o professor compreende o saber em questão e conseqüentemente às maneiras como ensina; a segunda, são as concepções de ensino em um determinado tempo que influenciam as decisões do professor quanto a ideologia e didática escolhidas pelo professor para amparar suas discussões.

Dessa maneira, neste estudo, percebemos que o professor participante tem uma relação com a pedagogia amparada no “*como aprendemos*”, pois sua fala: “*Uso exercícios relativamente fáceis para satisfazer a maioria dos alunos, mas também alguns desafiadores para poder analisar melhor o nível da turma*” nos faz perceber que a concepção de uma repetição de técnicas resolutivas ainda é o caminho mais utilizado para as discussões de Cálculo Diferencial e a matemática como um todo. Ademais, o participante desta pesquisa esclarece ainda mais, que a forma como ensina cálculo é reflexo de como ele aprendeu. Na sua resposta quanto à escolha dos livros adotados para o curso de cálculo, diz: “[...] uso apenas para escolher alguns exercícios com teor mais avançado e o primeiro foi meu livro base na época de estudante, acredito que ele norteia para uma aprendizagem em cálculo.”

Nessa situação, ele afirma que o livro de *Calculus*, de M. Spivak, é apenas um apoio para avançar nas discussões com exercícios de nível mais alto e, conseqüentemente, identificar como a turma reage diante dessas situações, quais as dificuldades encontradas e o “nível da turma”. Mas também, o professor deixa claro que todo o curso é seguido dos

pressupostos e exercícios sugeridos pelo livro de Guidorizzi. Além disso, esclarece que essa decisão de escolha é devida a sua vivência prática como estudante (como aprendeu) e acredita que o livro supracitado é um ótimo guia no curso básico de Cálculo Diferencial.

Aqui não buscamos discutir análise de livros didáticos ou, ainda, fazer comparações entre um e outro, mas sim mostrar que fatores do tipo epistêmico influenciam nas decisões de um professor em exercício, pois tendemos a carregar nas nossas práticas aquilo que já vivemos e essas experiências podem nos tornar seletivos a partir das reflexões de atividades já executadas no passado e assim ponderar aquelas que foram plausíveis e aquelas que precisa de uma reconstrução.

No *nível + 2*, que é o planejamento mais geral do curso, o professor delimita um plano de ensino, amparado nos currículos, na sua concepção de ensino e conhecimento pedagógico deste saber, como também nas experiências e histórias vividas com a disciplina em jogo. O professor pesquisado, na apresentação da disciplina, disse o que aconteceria ao longo do curso, discussão sobre limites e continuidade, derivadas, construção gráfica e as aplicações de derivadas em geral.

Dando continuidade às nossas discussões, no *nível + 1*, que é caracterizado como o momento em que o docente constrói o planejamento de uma aula específica, percebemos, a partir do preenchimento do diário de bordo, que o professor participante da pesquisa conduz grande parte de suas aulas com decisões do tipo epistêmico. A seguir, no Quadro 6, apresentamos um dos diários de Bordo preenchido pelo professor.

Quadro 6 – Diário de bordo 06: Registros da atividade do professor

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
09/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 – Guidorizzi		

Fonte: Elaborado pela autora a partir das respostas registradas pelo professor participante.

No Quadro 6, o professor não define que atividades serão realizadas, conseqüentemente não justifica a escolha e muito menos faz comentários sobre a situação

didática que pretende realizar. Mas, ainda que o plano apresentado seja sem detalhamento, o professor participante da pesquisa aponta que seu método de ensino está alinhado com a concepção que propõe a apresentação de teoremas seguida resolução de exercícios. Para Bertolazi (2017), o ensino de cálculo acompanha o modelo de ensino enraizado no rigor de provas e demonstrações e que, aqui no Brasil, a predominância do ensino desse saber é “técnica”.

Em termos de DD no ensino de Cálculo, acreditamos que esse modelo é trazido de há muito tempo e, por isso, reflete uma reprodução do ensino baseado na maneira como aprendemos e como nos foi apresentado. Ainda sobre as percepções da maneira como o professor pesquisado quanto à pedagogia do ensino de CD, seu planejamento para as aulas dos dias 24/05/23; 21/06/23; 23/06/23; 26/06/23; 28/06/23; 03/07/23; 05/07/23; 07/07/23 seguiram o mesmo padrão que, segundo sua descrição no diário de Bordo, são “Demonstrações e exercícios”. Além das discussões feitas até aqui sobre as aulas assistidas e a partir do preenchimento do diário de Bordo disponibilizado pelo professor pesquisado, temos também considerações de um diálogo que aconteceu em uma aula específica, como mostra no Quadro 7.

Quadro 7 – Diário de Bordo: Registros da professora sobre a aula do dia 24/05/23

Data da aula	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Diálogo	Comentários
24/05/23	<ul style="list-style-type: none"> - O professor apresentou a definição de derivadas, casos 1 e 2 do livro de Guidorizzi; - Respondeu exercícios do tipo “calcule a derivada” (e calculou pela definição); - Apresentou a derivada da constante e outros casos. 	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 – Guidorizzi	<p>Professora pesquisadora: Qual a motivação para a escolha dos exemplos?</p> <p>Professor pesquisado: Professora, eu não escolho. Apenas apresento o primeiro que aparece. Eu não sou da Educação, então, não sei responder essas perguntas de vocês. Meu negócio é pura!</p>	Nesta aula não houve critérios de seleção para as questões que seriam apresentadas, uma vez que o professor escolhia aleatoriamente e propunha aos estudantes; em seguida respondia no quadro.

Fonte: Elaborado pela autora a partir da aula assistida e diálogo com o professor pesquisado.

A partir do Quadro 7, conseguimos perceber as concepções do tipo epistêmicas até no diálogo do professor quando afirma: “Professora, eu não escolho. Apenas apresento o primeiro que aparece. Eu não sou da Educação, então, não sei responder essas perguntas de vocês. Meu negócio é pura!” – pois a concepção que perdura por muito tempo é essa divisão entre as áreas e, para muitos “professores de matemática”, quem ensina matemática não deve analisar, discutir e aplicar métodos de ensino.

Dando continuidade, no nível 0, momento em que acontece a situação didática, percebeu-se a predominância de decisões do tipo Epistêmicas, desde aquelas relacionadas a “como aprendemos” e “como ensinamos” até as concepções do professor com relação à disciplina e ao saber. Para melhor compreender, trouxemos uma das situações que aconteceram neste estudo, um dos exercícios usados na aula Cálculo Diferencial, após as abordagens do professor sobre a regra da cadeia:

Figura 4 – Exercício da aula do dia 12 de junho 2023

Handwritten work showing the chain rule for differentiating $y = (x^2 + 3x)^2$. The student sets $u = x^2 + 3x$, finds $\frac{du}{dx} = 2x + 3$, and then calculates $\frac{dy}{dx} = 2u \frac{du}{dx} = 2(x^2 + 3x)(2x + 3)$.

Fonte: Caderno de um aluno do curso.

Observe que, na situação apresentada da Figura 4, temos um exercício técnico que usa como método de derivação a “Regra da Cadeia”, reafirmando assim o que o professor coloca na entrevista feita antes das aulas de Cálculo Diferencial, que usa exercícios do livro base para discussão do assunto trabalhado na aula. Nas aulas ao longo do curso, anteriores e posteriores a este dia aqui discutido, as aulas seguiam esse padrão, abordagem matemática rica em demonstrações e resolução de “exercícios” para prática da técnica estudada. Segundo Bertolazi (2017), uma das queixas quanto às dificuldades enfrentadas no ensino e na aprendizagem de cálculo são práticas desconexas de contextualizações e enraizadas nas técnicas de repetições e excesso de formalizações algébricas.

Todavia, abrimos uma discussão especial sobre o dia 23 de junho de 2023, em que o professor realizou uma aula de exercícios, aquela “aula” em reservada para discutir, a partir das questões escolhidas, os pontos de CD abordados em aulas anteriores. E, nesse dia especificamente, o professor participante da pesquisa saiu das questões com apenas “calcule” e levou para discussão também algumas situações em que o foco era determinar a reta

tangente da função. Por mais que não fossem questões de alto grau de interpretação, essa passagem do simples “calcule” para “encontre a reta tangente” faz o estudante perceber alguma utilidade no que está fazendo.

Nessas aulas reservadas para a discussão de exercícios, o professor destinou um momento específico para os estudantes tentarem resolvê-los e, em seguida, assumir a situação e os respondeu na lousa. Nesse dia e nas aulas destinadas à resolução de exercícios, notou-se que o professor tentou fazer com que a turma interagisse, além de buscar promover um momento em que os estudantes fossem os protagonistas da situação, todavia eles não interagiram e ficaram esperando que o professor respondesse às questões. Nessa situação específica, percebemos que, embora existisse a intenção de uma situação em que os alunos participassem ativamente do processo de aprendizagem, o docente da disciplina não conseguiu êxito. Essa situação pode ser vista como uma possível falta de contato teórico sobre metodologias que ampliassem sua visão e o ajudassem na construção de uma situação didática mais sólida, estruturada, intencional e com objetivos pré-determinados.

Para Meier (2022), alguns professores em sua prática apontam de maneira intuitiva para uma perspectiva baseada nos pressupostos da TSD e, assim, buscam colocar o estudante como o principal responsável pela construção de um novo conhecimento a partir das interações ocasionadas em sala de aula. O autor ainda complementa que, pela falta de conhecimento ou aprofundamento da literatura, a situação de ensino não acontece como o esperado, as interações são limitadas ou ainda o estudante não toma conhecimento do seu papel. Aqui, entendemos que o professor de matemática busca, a partir das aulas de exercícios, promover interações, ver como o estudante age e as dificuldades da turma ao longo da situação de ensino, assim como o poder argumentativo do estudante para justificar suas escolhas resolutivas; mas se este não tem entendimento de como fazer isso, torna a aula monótona e sem alcançar os objetivos.

6.3 Fatores do tipo História Didática

São os fatores que influenciam as decisões do professor a partir de experiências vivenciadas anteriormente, sejam elas de uma turma passada, uma turma atual ou ainda um aluno específico. Para Neves (2022), são as decisões que têm relação com as situações $S + 1$, S_0 e $S - 1$, que alimentam as reflexões desde histórias retidas pelo professor sobre um determinado saber e as relações com os alunos na situação de ensino. Dessa maneira, são as decisões que o professor toma quando ele é professor-planejador ($P + 1$), professor (P_0) e

professor-observador ($P - 1$). Todavia, sabemos que, embora cada um dos níveis tenha uma finalidade específica, estes interagem entre si. Em outras palavras, mesmo os níveis + 1, 0 e - 1 sendo os que têm relação com o fator do tipo História Didática, as experiências vividas em cada um deles interfere nos demais.

Buscamos aqui mostrar as DD do professor pesquisado que têm relação com o fator do tipo *História Didática* e, para começo de conversa, destacamos uma característica desse tipo de DD na entrevista realizada na coleta de dados. Ao longo da entrevista, na pergunta sete, a professora pesquisadora questionou: “Qual a sua visão com relação à interação da turma quanto às propostas dos exercícios adotados na situação de ensino e ao longo do curso?”, com o intuito de fazer o professor refletir sobre situações de ensino vividas no passado, desde a escolha didática até as percepções a respeito da interação dos estudantes na situação de ensino. Uma vez que, segundo Espíndola e Trgalová (2015), são as ações ligadas ao conhecimento do professor com relação a um aluno específico, alunos de uma classe, ou ainda, do entendimento com relação ao comportamento dos alunos em geral com um determinado saber.

Dessa maneira, Silva (2020) complementa que fatores da *História Didática* estão relacionados com as interações do professor e do aluno no jogo didático de um determinado saber. Essas experiências servem de reflexo na tomada de decisão em situações de ensino futuras e, neste estudo, após ver a resposta do professor pesquisado, percebemos que, ao longo de sua trajetória no curso de matemática, houve repetições de comportamento e que este já o espera nas turmas seguintes, segundo o entrevistado: “A turma se comporta como as turmas do curso de matemática e também de Cálculo I, sempre caladas, sem interação e muitos não verbalizam suas dúvidas.” Observe que o professor em sua fala já confirma sua concepção do comportamento que espera da turma, baseado nas experiências anteriores ao longo dos seus mais de 10 anos lecionando a disciplina de Cálculo e sempre encontrando turmas com perfis mais calados, alunos com pouca interação e receio de expor suas dificuldades.

Para Barbosa (1994 *apud* Bertolazi, 2017), as práticas de ensino de cálculo continuam no mesmo modelo, aquele em que as discussões são feitas sem “entusiasmo”, sem significados e uma prática sem objetivos. Caracteriza-se esse modelo, então, por um ensino centralizado no professor e com a velha ideia de repetição de técnicas sem intentar o entendimento útil do saber em jogo por parte dos alunos. Além disso, Bonomi, Druck e Jahn (2016) nos fazem refletir que boa parte da matemática básica, senão toda, vem a ser um pré-requisito para as discussões na disciplina de Cálculo e os universitários, por sua vez, ao se

esforçarem para os exames de ingresso na universidade, estão apenas preocupados com a resolução de diversos exercícios com repetição de procedimentos, sem a preocupação com os significados dos conteúdos.

Ainda sobre o fator *História Didática*, ao acompanhar as aulas de Cálculo, a professora pesquisadora entrou em um diálogo com o professor participante da pesquisa a fim de entender se alguma situação já vivida pelo professor influenciava naquela aula assistida ou em alguma outra situação didática, como mostra a seguir:

Professora pesquisadora: Professor, qual sua estratégia para organização das aulas e separação de temas abordados em aula? Alguma situação vivida em turmas anteriores influencia no planejamento dessa aula?

Professor Participante: Professora, não tem estratégia. Chego aqui, abro o livro e faço o que achar interessante.

A pergunta feita ao professor participante tinha como intuito resgatar memórias sobre situações vividas ao longo de sua jornada com ensino de Cálculo e matemática como um todo e assim refletir sobre a situação didática daquele dia. Mas o professor, neste momento, quis deixar claro que apenas tinha a preocupação em discutir o teorema, demonstrar e resolver o exercício que aparecesse e chamasse sua atenção.

Embora, no diálogo descrito acima, não tenha trazido as informações que esperávamos, o professor nos ajudou a perceber como enxerga o curso de matemática, especificamente Cálculo Diferencial e, por isso, suas estratégias já são mecanizadas até mesmo pelo tempo que leciona a disciplina. Sem delongas, em uma aula seguinte essas conclusões que tivemos ficam claras, pois, ao ver o professor discutindo determinadas situações-problemas/exercícios padronizados que se repetiam desde as aulas anteriores, foi feita uma nova pergunta como mostra a seguir:

Professora Pesquisadora: Professor, o que levou o senhor a separar esses exercícios específicos para essa aula?

Professor participante: Acho esse tipo de exercício ideal para ajudar os estudantes a memorizarem as técnicas de derivação discutidas nas aulas.

Aqui, nesse diálogo, confirma a forma como percebe o ensino de Cálculo Diferencial e o ensino de matemática, assunto esse que já foi debatido no fator *Epistêmico* acima e, embora o professor não perceba, dentro de suas ações antes, durante e posterior à sala de aula, fatores já vividos influenciam a sua atividade. Pois, dizer que os “exercícios” usados para discussão daquela aula ajudam a memorizar as técnicas de derivação são conclusões que tirou a partir de outras experiências com a mesma disciplina em turmas anteriores.

A partir do fator *História Didática*, foi percebido que, nas ações do professor na situação no nível 0, houve mais relação com a *história interaluno de uma turma genérica* (quando recorda memórias vividas em outras turmas em que lecionou no passado) (Neves, 2020), uma vez que, em suas falas, se referia a um padrão específico para as turmas de matemática, sobretudo do curso em estudo. Pois o professor pesquisado afirma que os estudantes das turmas de Cálculo são mais calados e que as dúvidas geralmente se repetem em sucessivos semestres.

Ainda foi possível perceber, ao longo da nossa pesquisa de campo, as influências do fator *História Didática* do tipo interaluno de uma turma alvo, que, para Neves (2020), são aquelas situações em que o professor, ao tomar decisões, se baseia nas suas percepções e interações de seus alunos. Aqui, o professor, nas suas aulas, já tinha em mente que aquela turma seguia um padrão das anteriores de matemática, as quais, em geral, tiravam poucas dúvidas, sempre calados e com pouca interação. Além disso, o professor pesquisado, antes do início do curso de Cálculo Diferencial, especificamente na entrevista semiestruturada, afirmou que sempre nas aulas de exercícios buscava intercalar as questões entre dois livros e assim descobrir o nível da turma para conseguir conduzir melhor o restante do curso.

6.4 Aspectos gerais dos resultados

Diante dos objetivos traçados para esta pesquisa, buscamos “identificar, através de entrevistas, as Decisões Didáticas tomadas pelo professor de Matemática na construção de um meio didático”; “categorizar os fatores decisoriais tomados pelo professor em uma aula de Cálculo Diferencial”; e, por fim, “discutir os fatores que influenciam as DD tomadas pelo professor na construção de uma situação didática para o ensino de Cálculo Diferencial”.

Dessa maneira, a partir da entrevista, já conseguimos perceber que a maior parte das DD tomadas pelo professor sofriam influências do fator *epistêmico* nos níveis macrodidáticos e microdidáticos. Para Silva (2020), o fator do tipo *epistêmico* é aquele em que associa toda a relação que o professor tem com o saber em jogo e a disciplina que ensina. Ou seja, as suas concepções e relação com a matemática e o ensino de Cálculo Diferencial especificamente. Bessot (2018) complementa que as decisões do professor também são frutos da relação pessoal deste com a pedagogia, ou seja, estão relacionadas a experiências de *como ensinamos* e *como aprendemos*. Então, são todas as relações do professor com o objeto matemática, desde suas concepções de ensino, da ciência e de como ensiná-la.

Diante disso, ao longo dos níveis (+ 1 e 0) também se percebeu a predominância do fator *epistêmico* na forma como o professor considera o ensino de matemática e Cálculo Diferencial, como também a forma de conduzir a situação de ensino. Pois, ao longo de suas aulas, buscava discutir o objeto matemático e, em seguida, resolver variados “exercícios” que ajudassem a memorizar a técnica ou assunto discutido anteriormente. Nos planejamentos, mesmo que bem vazios, sem comentários, justificativas e apontamento das atividades, o participante da pesquisa deixa claro que esse é seu método de ensino e como aprendeu – “Teoremas e exercícios”. Portanto, dá aulas em que ele discute os teoremas e definições, apresenta alguns exemplos do assunto explicado e em seguida passa vários “exercícios” que tenham relação com as discussões anteriores.

Ainda na categorização DD do professor, tivemos também muitas situações em que os fatores decisoriais eram do tipo *Externos*, tanto *circunstanciais* como *genéricos*, pois as situações didáticas precisaram ser interrompidas por paralisações de estado de greve na luta dos docentes da universidade em busca de melhorias para a classe trabalhadora. Ainda contamos com situações genéricas que eram previstas desde o início do semestre, uma delas foi contar com uma semana de aula remota por causa do Festival Expocrato.

E, por fim, as DD do tipo *História Didática*, nesta pesquisa, foram uma das menos evidentes nas ações do professor. Desde a entrevista, o participante aponta não refletir sobre as experiências já vividas em uma turma *genérica*, turma *alvo* ou ainda com um aluno específico. Isso foi percebido quando perguntamos na entrevista:

Professora pesquisadora: Alguma situação vivenciada em semestres anteriores influenciou/influencia nas escolhas da abordagem, exercícios propostos para sala e decisões tomadas ao longo do percurso da disciplina? Caso sim, falar sobre algumas delas.

Professor participante: Não houve influência.

Aqui o professor expressa não refletir sobre as experiências já vividas em turmas anteriores na hora de planejar suas aulas (*nível + 1*), ou ainda, caso perceba, não quis adentrar essas situações na entrevista. Destaco ainda que houve uma resistência do professor em relação à entrevista, por dizer que não era da “educação” e por isso dizia não saber responder às perguntas, tanto na entrevista semiestruturada como também nas perguntas/diálogos feitas durante e após as situações didáticas.

Sendo assim, entendemos que o ensino de Cálculo Diferencial dessa turma que foi acompanhada na nossa coleta de dados estrutura-se a partir das influências das decisões do professor, que toma DD de forma predominantemente do tipo *Epistêmicas*, algumas com

bastante destaque para o fator do tipo *Externas* e poucas relacionadas ao fator do tipo *História Didática*. O ensino da disciplina tinha o foco em discussões de reprodução de técnicas, resolução de exercícios e demonstrações, sem a preocupação de entender fielmente aquele saber em jogo, mas sim se tornar hábil nos seus cálculos algébricos.

Quando apontamos como objetivo “discutir os fatores que influenciam as DD tomadas pelo professor na construção de uma situação didática para o ensino de Cálculo Diferencial”, buscamos entender o que os leva a tomar determinadas decisões e, nesse estudo, a maioria das DD tomadas pelo professor refletiam como aprendeu e seu entendimento do ensino de Cálculo Diferencial. Isso influenciou até na escolha dos livros e discussões em sala de aula, assim como também as DD sofriam influência do que estava previsto no documento oficial (ementa do curso) da disciplina e fatores circunstanciais que não eram previstos, mas influenciavam diretamente a aula específica e o decorrer da disciplina.

Diante disso, conseguimos atingir nosso objetivo primário que era “Analisar as consequências das Decisões Didáticas tomadas pelo professor na construção de um meio didático para o ensino de Cálculo Diferencial”, percebemos que majoritariamente são reflexos do modelo de ensino de matemática adotado por muitos anos nos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática. Seguindo assim um modelo magistral dessa disciplina no ambiente universitário, ou seja, o professor assume o papel central da situação, preocupado com as discussões do objeto matemático e com a resolução de variados exercícios (Moreno; Azcárate, 2003).

Daí, quando levantamos o problema norteador desta pesquisa: Quais são as Decisões Didáticas tomadas pelo professor durante o Ensino de Cálculo Diferencial?, entendemos que essas decisões refletem diretamente na forma como “novos” professores de matemática enxergam a disciplina e o ensino de matemática em geral. Pois podemos observar que boa parte da prática do professor participante desta pesquisa é carregada de influências decorrentes de como ele vê o ensino da matemática, baseado em como ele aprendeu e como a disciplina vem sendo ensinada desde os primeiros cursos de matemática. Pode-se dizer que, cada vez mais, a matemática tem se distanciado da ideia de que o estudante, em sua formação docente inicial, precisa aprofundar seus conhecimentos sobre a ciência que escolheu, como também, amenizar as dúvidas com relação à matemática básica e desenvolver habilidades para o ensino desta.

Segundo o prof. Ávila na entrevista de Reis (2001 *apud* Bertolazi, 2017), as práticas de ensino de matemática no ensino superior estão cada vez mais distantes daquelas

que buscam ver as dificuldades trazidas pelos estudantes. Com relação ao Ensino Básico, então, já queremos que eles acompanhem as discussões de Cálculos mais avançados desde o primeiro momento. Todavia, não adianta identificar, perceber e trabalhar essas dificuldades, mas manter as discussões do ensino predominantemente técnicas e repetitivas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa de mestrado teve como objetivo analisar as consequências das Decisões Didáticas tomadas por um professor na construção de um meio didático para o ensino de Cálculo Diferencial. Para isso, precisamos realizar entrevistas semiestruturadas a fim de coletar informações quanto a formação acadêmica, tempo de atuação e concepções do professor com relação à disciplina. Além disso, precisamos da colaboração do professor com a entrega dos diários de bordo preenchidos anteriormente a cada aula e essas foram acompanhadas até o fim do curso pela professora pesquisadora.

Esse foi o percurso metodológico que seguimos a fim de coletar dados para as discussões feitas nesta pesquisa e que foram pertinentes ao âmbito acadêmico, contribuindo para estudos futuros baseados no nosso objeto de pesquisa. Buscamos apresentar elementos que influenciam a atividade de um professor desde suas concepções sobre o saber em jogo até a forma como interpreta o ensino do saber em jogo e como o executa na situação didática.

Para nos apoiar nas discussões deste estudo, recorreremos a literaturas no âmbito da Didática da Matemática que dessem subsídios ao nosso objeto de pesquisa. Dessa maneira, escolhemos como quadro teórico a Teoria das Situações Didáticas, com foco nos níveis de atividade do professor proposto por Margolinas (2002; 2005) e o modelo de categorização dos fatores decisoriais proposto por Bessot (2019). E como objeto matemático, recorreremos ao Cálculo Diferencial a partir das influências trazidas de experiências pessoais na época da graduação, como também ter uma disciplina que lecionei na minha experiência como professora substituta da Universidade Federal do Cariri (UFCA).

Buscamos refletir sobre as macrodecisões (+ 3, + 2e + 1) do professor, a forma como ele enxerga o ensino de cálculo, seus conhecimentos com relação a este saber e suas concepções com relação à pedagogia. Além disso, preocupamo-nos também com aquelas decisões tomadas no momento da ação, na situação didática (S_0) e o momento em que o professor observa a interação dos estudantes, ou seja, aquelas decisões também conhecidas como microdecisões (0 e - 1). Todavia, não conseguimos estruturar um ambiente que fosse favorável para a coleta do nível - 1 e, por isso não houve discussão da mesma na nossa pesquisa.

Além disso, as decisões tomadas pelo professor nos níveis +1 e 0 foram mais limitadas em termos de dados, sobretudo aquelas relacionadas ao primeiro nível citado, pois o professor envolvido na pesquisa preencheu os diários de bordo de maneira técnica, sem

descrições de atividades e justificativas. Dessa maneira, nossas concepções com relação ao nível + 1 foram limitadas e sofreram impactos, sobretudo no tratamento dos dados e discussões.

Salientamos ainda que, para a coleta de dados, tivemos dificuldade na *primeira etapa*, ainda na entrevista com o professor, o qual foi resistente e isso afetou nossa pesquisa diretamente, tendo em vista que algumas perguntas poderiam ser mais bem dialogadas e, pela resistência dele, não conseguimos aprofundá-las. Para que fosse possível a conclusão dessa etapa, o participante da pesquisa levou as perguntas para casa e as trouxe respondidas no início do semestre.

Na *segunda etapa*, que era o preenchimento do “diário de bordo” pelo professor no nível + 1, momento em que constrói uma aula específica, tivemos retorno de atividades sem muita descrição, visto que o professor preencheu quase todos os dias no tópico “atividades” com “Teoremas e exercícios”. Essa situação, inicialmente, dificultou a categorização dos fatores que influenciaram as decisões do professor, mas aos poucos entendemos, categorizamos e discutimos a partir de diálogos realizados com professor e observações das aulas na etapa seguinte.

Na *terceira etapa*, o momento mais decisivo para nossa coleta de dados, foi quando conseguimos perceber mais as decisões do professor, suas concepções de ensino e ainda, nos intervalos das aulas, conseguimos conversar com o participante da pesquisa para fazer alguns questionamentos com relação às decisões tomadas nos níveis + 1 e 0.

Após o seguimento de todas as etapas previstas no percurso metodológico deste trabalho, partimos para as discussões dos resultados e de imediato ficamos preocupados com as limitações enfrentadas ao longo do estudo. Antes de qualquer coisa, precisamos do comprometimento do sujeito envolvido na pesquisa e, como a nossa era diretamente ligada às ações do professor e suas decisões, era necessário acompanhar cada planejamento e ação sua. Por isso, nossas discussões aconteceram a partir dos fatores decisoriais, dentro deles discutimos os níveis de atividade que foram contemplados.

Dessa maneira, no nível + 3, que são as concepções mais gerais do professor sobre saber, ensino e pedagogia, percebemos já na entrevista que as DD do sujeito da pesquisa são predominantemente *epistêmicas*, com relação à pedagogia, como aprendemos e como ensinamos, assim como percebemos também com relação à disciplina.

O professor pesquisado mostrou que as concepções sobre o ensino de matemática são aquelas já debatidas nas discussões de resultados, com abordagens em que predomina a repetição de técnicas e resolução de exercícios parecidos com os abordados

pelo docente na aula. Essas visões sobre o ensino de matemática, sobretudo de Cálculo Diferencial no ensino superior, são trazidas da herança de como aprendemos e vai sendo repetido nas turmas atuais de formação de professores de matemática.

No nível + 2, o professor buscou priorizar os pontos que ele considerava mais importantes, sendo eles: limites e continuidade, derivadas, construção gráfica e as aplicações de derivadas em geral. Todavia, por causa de implicações dos fatores externos, alguns desses pontos não foram discutidos como planejado e houve comprometimento especificamente nas discussões das aplicações de derivadas. Essas situações externas foram tanto genéricas, como também circunstanciais, ambas caracterizadas pela semana de aulas remotas e as paralisações de estado de greve, respectivamente; essas situações específicas afetaram o decorrer do plano de curso do professor, pois as paralisações foram repostas através de listas de exercícios e as aulas remotas passam por uma série de agravantes já citados na discussão de resultados.

Com relação às atividades do professor desenvolvidas no nível + 1, embora tenham sido dados limitados com relação às descrições das atividades no diário de bordo, percebeu-se que o professor buscava discutir suas aulas no padrão vivido por ele e enraizado nas disciplinas de Cálculo, ou na matemática em geral. Em todo seu planejamento ficou claro que o foco era discutir definições, teoremas e demonstrações na sequência do livro e buscar “exercícios” parecidos com aqueles já discutidos por ele.

Na situação didática nível 0, percebemos que as decisões do professor eram orientadas, sobretudo, pela forma como ele aprendeu, levando à reflexão de que o fator epistêmico predomina nas concepções de ensino sobre o saber em estudo. E destacamos que essa relação com a pedagogia não diz respeito apenas à maneira de ensinar o objeto matemático escolhido para este estudo, como também a matemática em toda sua amplitude.

No que tange à observação sobre a situação de ensino construída, o professor percebia a falta de interação da turma e expôs em entrevista que isso seria uma espécie de padrão nos cursos de Cálculo. Era perceptível o seu incômodo com isso, pois ficava tentando trazer os estudantes para dentro das discussões propostas em sala, sempre questionando: E agora? Como faz? Isso é verdade? E trazendo sempre em seguida soluções e respostas para seus próprios questionamentos.

Embora tenhamos enfrentado muitos desafios no que diz respeito à coleta de dados e seu tratamento, entendemos que nosso trabalho contribui para o entendimento e discussões de novas pesquisas que buscam categorizar e discutir as decisões da atividade do professor. E respondendo nossa pergunta inicial, norteadora, deste estudo: Quais são as

Decisões Didáticas tomadas pelo professor durante o Ensino de Cálculo Diferencial? Percebemos ao longo do nosso estudo que as decisões do professor permeiam sobre todas aquelas categorias já apontadas por Bessot (2019) e suas decisões são reflexos de experiências já vividas em turmas de cálculo, são também reflexo de como enxergam o ensino de matemática e como aprenderam cálculo diferencial. Além disso, os recursos dispostos pelo sistema são também influenciadores das DD tomadas ao longo da atividade docente, pois precisamos escolher diante das possibilidades existentes a fim de tornar uma atividade exequível naquela instituição.

Ademais, assim como proposto nos objetivos, conseguimos identificar as decisões que foram tomadas pelo professor ao longo das aulas do seu curso, mesmo que com muita dificuldade e com os diários de bordo preenchidos de maneira técnica, foi possível a partir de diálogos e conversas perceber essas decisões e assim categorizar em epistêmicas externas e história didáticas, as mesmas discutidas em tópicos na discussão de resultado desta pesquisa.

E diante dessas dificuldades para identificar e categorizar as DD do professor, apontamos aqui, umas das angústias pessoais ao realizar essa pesquisa, pois na coleta de dados percebemos que de nada adiantaria saber e dominar todos os níveis de atividade do professor para discutir os resultados, sem ter os meios que garantem esses dados, o professor. O seu não envolvimento pode vir a ser um obstáculo que podemos enfrentar nesse percurso, interferindo na discussão de resultados e no seu aprofundamento. E não basta ter um professor, precisamos da sua colaboração, envolvimento e comprometimento ao longo da coleta, sobretudo na liberdade em compartilhar seus planejamentos.

No ensino superior é muito comum a resistência dos professores em querer planejar, falar sobre ensino de matemática ou passar por entrevistas relacionadas a prática pedagógica e sala de aula. Ainda é muito comum na comunidade acadêmica e universitária, a separação entre “professores de pura” e “professores da educação”, além de cada vez mais haver um fechar os olhos para a ideia de que somos todos professores de matemática.

Discussões como essas pode vir a ser um problema de pesquisas futuras para entender os desafios encontrados na categorização da atividade do professor que atua no ensino superior, mas que não foi o nosso foco nesta pesquisa. Porém, diante dos dados coletados e do aprofundamento no referencial escolhido, cresceu o desejo de levar nosso estudo para outros níveis, agora não só preocupado com a atividade do professor, mas também com as relações do estudante e o meio construído pelo docente para o ensino de Cálculo Diferencial.

Portanto, no que diz respeito às nossas concepções de ensino e aos fatores que influenciam nossas atividades, sejam elas do tipo *Epistêmicas*, *Externas* ou *História Didática*, buscamos dar continuidade a esse estudo aplicando nossa sequência de ensino numa turma de cálculo diferencial a fim de analisar os níveis da atividade do professor e as interações dos estudantes nesse meio construído por nós. E assim, conseguir discutir quais as consequências de nossas escolhas para então apontar no sentido da necessidade de “reconstrução” de atividades e quais os impactos positivos e negativos dessa ação.

REFERÊNCIAS

- BESSOT, A. Les décisions didactiques de l'enseignant: un modèle pour tenter de les comprendre. **Educação Matemática e Pesquisa**. São Paulo, v. 21, n. 5, p. 001-020, 2019.
- BESSOT, A. Modelo para compreensão de decisões didáticas do professor: fatores de decisão. **Atas do 2º LADIMA**, 03 a 08 de dezembro de 2018. Jarinu-SP, 2018.
- BERTOLAZI, K. S. **Proposta didático-pedagógica para a Formação Docente em Matemática**: investigações de noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com adoção do Vê Epistemológico de Gowin. 2017. 480 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto (Portugal): Porto Editora, 1994.
- BONOMI, M. C.; DRUCK, I. de F.; JAHN, A. P. Prática como componente curricular no curso de licenciatura em matemática do IME-USP. **Educação Matemática em Revista**, v. 49A, p. 17-25, 2016. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/601/pdf>. Acesso em: 14 dez. 2023.
- BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em Ensino e Sala de Aula**: diferentes vozes em uma investigação. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica editora, 2020.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgar Blücher; Ed. Universidade de São Paulo, 1974.
- BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.
- BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, n. 7, v. 2, p. 33-115, 1986.
- EVES, H. W. **Introdução à história da matemática**. 1. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 1995.
- ECKL, W. C. **Ensino do conceito de Limite**: aplicação de UEPS para identificar indícios de aprendizagem significativa com estudantes de ciências contábeis. 2020. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2020.
- ESPÍNDOLA, E. B. M., BRITO Júnior, J. J. R. T., SILVA, M. Recursos para o ensino de Volume em Níveis de Atividade do professor de Matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática – BOCEHM**, v. 5, n. 15, 2018.
- ESPÍNDOLA, E.; TRGALOVÁ, J. Trabalho documental e Decisões Didáticas do Professor de Matemática: um estudo de caso. **EmTeia**: Revista de Educação Matemática e Tecnológica

Ibero-americana, Recife, v. 6, n. 3, p. 1-25, 2015. Disponível em:

<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2251>. Acesso em: 18 set. 2021.

ESPÍNDOLA, E. B. de M.; LUBERIAGA, E.; TRGALOVÁ, J. Decisões didáticas e fatores que as influenciam no ensino de razões trigonométricas. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 20, n. 3, p. 263-279, 2018. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/39192>. Acesso em: 15 set. 2023.

FERNANDES, C.; SOUSA, R. C.; ALVES, F. R. V. Uma proposta de análise da Engenharia Didática de 1º e 2º geração aliada às Situações Didáticas. *In: Congresso Internacional de Ensino e Formação Docente. Anais... Redenção (CE), UNILAB, 2020.* Disponível em:

<https://www.even3.com.br/anais/cief2020/236780-uma-proposta-de-analise-da-engenharia-didatica-de-1%b0-e-2%b0-geracao-aliada-as-situacoes-didaticas>. Acesso em: 01 ago. 2020.

GUIDORIZZI, H. L. **Um curso de Cálculo**. v. 1. 5. ed. 6. Reimp. Rio de Janeiro: Livros técnicos e Científicos Editora S.A., 2008.

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica**. v. 1. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994.

LIMA, I. Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de

sequências didáticas. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 13, n. 2, p.359-385, 2011.

Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/6347/4984/16675>. Acesso em: 03 mar. 2023.

MARGOLINAS, C. La situation du professeur eu les connaissances en jeu au de l'activité mathématique en cours. *In: SIMMIT, E.; DAVIS, B. (org.). Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique en mathématique.* Edmonton: CMESCG/GCEDM, 2005.

MARGOLINAS, C. **Points de vue de l'élève et du professeur: essai de développement de la théorie des situations didactiques.** Education. Marseille: Université de Provence; Aix-Marseille I, 2004. Disponível em: <https://theses.hal.science/tel-00429580v2>. Acesso em: 14 nov. 2023.

MARGOLINAS, C. Situation, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur.

In: DORIER, J.-L. et al. (org.). Acte de la 11e École d'Été de didactique de mathématique – Courpes, août, 2001. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002.

MEIER, W. M. B. **Contribuições da Teoria das Situações Didáticas para o**

desenvolvimento profissional de professores de Matemática. 2022. 195 f. Tese

(Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECM, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, Cascavel, 2022.

Disponível em: <https://tede.unioeste.br/handle/tede/5989>. Acesso em: 17 fev. 2023.

MOTA, W. da S. **O ensino de Limite de Funções por atividade.** 2017. 166 f. Dissertação

(Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor:**

licenciatura e prática docente escolar. 2. ed. 3. reimp. Belo Horizonte: Autêntica

Editora, 2018.

MORENO, M.; AZCÁRATE, C. Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. **Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas**, v. 21, n. 2, p. 265-280, 2003. Disponível em: <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21935>. Acesso em: 12 out. 2023.

NEVES, T. G. **Um estudo com uma professora da educação básica e os fatores que interferem na prática de ensinar matemática**. 2022. 200 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande – MS, 2022.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 3. ed. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

SILVA, C. V.; ALMOULOUD, S. A. Uma articulação entre o quadro dos Paradigmas Geométricos e a Teoria das Situações Didáticas. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 20, n. 1, p.111-129, 2018. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/3503>. Acesso em: 03 ago. 2020.

SILVA, T. P. S. **Áreas de figuras planas: decisões didáticas de um professor nas aulas de matemática**. 2022. 104 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande – PB, 2022.

SILVA, T. R. F. **Decisões Didáticas e Contrato Didático: inter-relações no ensino de um saber algébrico**. 2020. 206 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife – PE, 2020.

STEWART, J. **Cálculo**. v. 1. 7. ed. São Paulo: Thompson Learning, 2013.

APÊNDICE A – ENTREVISTA REALIZADA COM O PROFESSOR PARTICIPANTE DA PESQUISA

Pesquisador: Qual a sua formação acadêmica (saber se o professor é bacharel, licenciado e suas pós-graduações lato e stricto sensu)? Qual o seu tempo de atuação, teve ou não, experiência no Magistério antes do Magistério Superior?

Professor participante: Sou licenciado em Ciências com habilitação em Matemática pela Universidade Regional do Cariri, mestrado acadêmico em Matemática pela Universidade Federal do Ceará. Trabalhei mais de 10 anos no Ensino Médio.

Pesquisador: Quantas vezes ou quanto tempo leciona a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I? (Caso seja a primeira vez também destacar).

Professor participante: Já ministrei a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I mais de 10 vezes.

Pesquisador: Como o professor realiza os planejamentos da aula de Cálculo Diferencial? Quais os critérios utilizados para a seleção de pontos que serão abordados ao longo do curso?

Professor participante: Consulto o livro base (GUIDORIZZI) e sigo plano de curso da disciplina.

Pesquisador: Qual importância você dá ao Cálculo Diferencial e suas aplicações?

Professor participante: A importância do cálculo é imensa com aplicações em muitas áreas, como física, engenharia, medicina e entre outros.

Pesquisador: Em relação aos exercícios escolhidos, quais os critérios utilizados para seleção dos mesmos?

Professor participante: Uso exercícios relativamente fáceis para satisfazer a maioria dos alunos, mas também, alguns desafiadores para poder analisar melhor o nível da turma.

Pesquisador: Você utiliza algum livro específico corriqueiramente? Se sim, qual (ais) e porquê?

Professor participante: Uso corriqueiramente no curso o livro de Guidorizzi, mas também, em algumas vezes o livro de Calculus de M. Spivak. O segundo uso apenas para escolher alguns exercícios com teor mais avançado.

Pesquisador: Qual sua visão da interação da turma quanto as propostas dos exercícios adotados na situação de ensino e ao longo da situação didática?

Professor participante: A turma se comporta como as turmas do curso de matemática e também de Cálculo I, sempre caladas, sem interação e muitos não verbaliza dúvidas.

Pesquisador: Alguma situação vivenciada em semestres anteriores influenciou/influencia nas escolhas da abordagem, exercícios propostos para sala e decisões tomadas ao longo do percurso da disciplina? Caso sim, falar sobre algumas delas.

Professor participante: Não houve influência.

Pesquisador: Em relação as dúvidas dos estudantes, o que é levado em consideração no momento de saná-las e quais as reflexões são feitas sobre? Tem histórico de repetição destas, em semestres anteriores?

Professor participante: Apenas faço minhas abordagens afim de esclarecer as dúvidas e enquanto as perguntas, há perguntas que se repetem.

APÊNDICE B – DIÁRIOS DE BORDO RESPONDIDOS PELO PROFESSOR

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
24/05/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	-	-

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
26/05/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
29/05/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
31/05/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
02/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
05/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
07/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V.1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
09/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
12/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
14/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V.1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
16/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
19/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
21/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
23/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
26/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
28/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
30/06/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
03/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
05/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
07/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
10/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula virtual (Google meet)	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	As aulas remotas são decorrentes do Festival ExpoCrato que acontece na cidade vizinha que gera congestionamento no trânsito do CRAJUBAR.	

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
12/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula virtual (Google meet)	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
14/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula virtual (Google meet)	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
17/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
19/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
21/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Justificativa	Comentários
24/07/2023	Teoremas e Exercícios	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi		

**APÊNDICE C – DIÁRIO DE BORDO PREENCHIDO PELA PESQUISADORA EM
CADA AULA**

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
24/05/2023	<ul style="list-style-type: none"> - O professor apresentou a definição de derivadas, caso 1 e 2 do livro de Guidorizzi; - Respondeu exercícios do tipo calcule a derivada (e calcule pela definição); - Apresentou a derivada constante e outros casos. 	Sala de aula	O professor usou fonte única, o livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	<p>Pesquisador: Qual a motivação para a escolha dos exemplos?</p> <p>Professor: Professora, eu não escolho. Apenas apresento o que aparece primeiro. Eu não sou da Educação, então não sei responder essas perguntas de vocês. Meu negócio é pura!</p>	Nesta aula específica, não houve critérios de apresentações, uma vez que o professor escolhia aleatoriamente e propunha aos estudantes, para em seguida resolver.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
26/05/2023	- Professor apresentou a demonstração do teorema apresentado por ele que dar sequência ao conteúdo proposto na aula anterior.	Sala de aula	O professor usou fonte única, o livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	Não houve diálogo neste dia. Apenas observei a aula do professor e interação dos estudantes.	Sem comentários, pois a aula foi uma transcrição da anterior.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
31/05/2023	<p>- Apresentação das derivadas trigonométricas;</p> <p>- Provas de cada caso: ($f(x) = \sin(\sin(x))$), então $\sin(\sin'(x)) = \cos$).</p> <p>- Derivabilidade e continuidade;</p> <p>- Deixou as outras provas para os alunos tentarem em casa.</p>	Sala de aula	O professor usou fonte única, o livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	<p>Pesquisador: Professor é comum as turmas ficarem caladas assim?</p> <p>Professor: Professora, as turmas de cálculo seguem esse padrão: calados, apreensivos e sem participação.</p>	Sem comentários!

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
05/06/2023	<p>- O professor apresentou no quadro algumas regras de derivação, sendo elas: soma, produto e da constante multiplicada a uma função;</p> <p>- Demonstrou cada uma e em seguida apresentou Teorema do quociente.</p> <p>- Resolveu exercícios.</p>	Sala de aula	O professor usou fonte única, o livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	Não houve diálogo!	Destaco que os exemplos apresentados de fato são “exercícios”, pois não exige uma reflexão é apenas calcule para memorizar cada uma das regras de derivação apresentadas.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
07/06/2023	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizou a aula para resolução de exercícios; - Ele dar um tempo e em seguida começa a perguntar aos estudantes como resolve para em seguida ele resolver. 	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	<p>Professor pesquisado: Professora, hoje irei fazer uma aula de exercícios para memorizar as abordagens, então se quiser ir para casa fique à vontade.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Nesse momento o professor tenta fazer a turma interagir, mas percebe que não rolou e toma a frente da resolução; - Uma atividade feita sem “interação”.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
12/06/2023	<ul style="list-style-type: none"> - Regra da cadeia; - Apresentou as notações utilizadas; - Começou apresentando exemplos propostos pelo livro (exercícios de derivação por regra da cadeia). 	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	Professor não se abriu ao diálogo.	O professor escolhia aleatoriamente os “exercícios” e propunha aos estudantes, para em seguida resolver.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
14/06/2023	Formalização da regra da cadeia a partir do teorema e sua demonstração.	Sala de aula	Livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	<p>Pesquisadora: Professor, qual sua estratégia para organização das aulas? Separação de temas abordados em aula?</p> <p>Professor Pesquisado: Professora, não tem estratégia. Chego aqui, abro o livro e faço o que achar interessante.</p>	Sem comentários!

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
16/06/2023	- Aula de exercícios!	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	Sem diálogo, apenas observação.	A estratégia seguida é a mesma das aulas anteriores destinada a exercícios.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
19/06/2023	- Aula realizada para responder questões de derivação (mais de uma regra de derivação).	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	<p>Pesquisadora: Professor, porque o senhor separou esses exercícios, qual a estratégia?</p> <p>Professor pesquisado: Acho elas ideais para memorizar as técnicas de derivação.</p>	O professor propunha os exercícios e perguntava aos estudantes como resolver, em seguida começava a responder estes no quadro para ganhar tempo.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
21/06/2023	<ul style="list-style-type: none"> - Derivação implícita; - O professor apresentou a definição e justificou através de exemplos; - Resolveu exemplos variados na turma em que utiliza-se para resolução a derivação implícita. 	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	Não houve diálogo neste dia.	As estratégias utilizadas pelo professor são as mesmas das aulas anteriores.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
23/06/2023	- O professor apresentou situações envolvendo reta tangente e reta normal ao gráfico de uma função.	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	Professor não se abriu ao diálogo.	Aqui, nos problemas apresentados, saiu mais daquela derivação técnica e então, os estudantes começam a perceber que a derivação tem outras utilidades, não se resume a decorar técnicas para reprodução.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
26/06/2023	<p>- Inicialmente, o professor apresentou um problema com reta tangente e em seguida relembrou o conceito de função inversa;</p> <p>- Professor apresentou a derivada de uma função inversa.</p>	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	Sem diálogo!	Sem comentários!

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
28/06/2023	<ul style="list-style-type: none"> - Aula de exercícios; - Apenas resoluções de exercícios. 	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	Professor não se abriu ao diálogo. Pois, o mesmo apenas sugeriu que eu fosse embora, já que a aula era de exercícios.	As estratégias das aulas seguiram o mesmo padrão, ele dava um tempo para os estudantes responder e em seguida já resolvia todas as situações no quadro.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
03/07/2023	<ul style="list-style-type: none"> - Resolução de exercícios variados (em termos de técnicas resolutivas); - Exemplos retirados do livro. 	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	<p>Não houveram conversas, diálogos ou perguntas. Apenas acompanhei a aula e explicação.</p>	-

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
05/07/2023	<ul style="list-style-type: none">- Teorema do valor médio;- Apresentou o teorema e demonstração;- Apresentou exemplos com gráficos.	Sala de aula	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	-	-

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
07/07/2023	- Aula de exercícios sobre situações envolvendo TVM.	Sala de aula virtual – via google meet.	Exercícios retirados do livro de Cálculo V. 1 - Guidorizzi	-	Foi uma aula sem interação, com muita ausência dos estudantes e silêncio total daqueles que participaram.

Data do planejamento	Atividades do professor	Lugar	Fontes utilizadas ou não utilizadas	Conversa entre Professor e Pesquisador	Comentários
10/07/2023	- Aula de construção gráfica, envolvendo derivadas.	Sala de aula virtual – via google meet.	Situações-problemas do livro Cálculo V. 1 - Guidorizzi	-	Aulas remotas devido ao Festival expocrato.

APÊNDICE D – CÁLCULO DIFERENCIAL: UMA DISCUSSÃO A PARTIR DE SITUAÇÕES-PROBLEMA

2 PRODUTO EDUCACIONAL

A partir do nosso estudo sobre a análise das Decisões Didáticas do professor na construção de um meio didático para o ensino de Cálculo Diferencial, surgiu a necessidade de, como produto e resultado desta pesquisa, propor uma sequência didática para uma aula específica de Cálculo Diferencial. Contudo, salientamos que, pelo curto prazo do mestrado, não houve uma aplicação da proposta, ficando para uma pesquisa futura.

2.1 Sequência de Ensino

Amparados nos pressupostos da Teoria das Situações Didática (TSD), trazemos um olhar para o ensino de matemática em que o estudante é responsável pela sua aprendizagem e age ativamente nesse processo. Portanto, buscamos, na nossa proposta de sequência didática, a situação de uma aula de Cálculo Diferencial específica, baseada em discussões segundo situações-problemas de Taxas Relacionadas. E, para isso, seguiremos os pressupostos da TSD por meio das quatro dialéticas, que são as situações de: Ação, Formulação, Validação e Institucionalização.

2.1.1 Situação 1 – Situações-problemas envolvendo Taxas Relacionadas

Nossa situação didática parte de discussões baseadas em situações-problemas de Taxas relacionadas, para, por meio delas, aplicar os conceitos de Cálculo Diferencial com uma variável, objeto matemático que foi escolhido para o nosso estudo. Dessa maneira, o foco da situação didática é discutir “Derivadas” ou melhores “regras de derivação” a partir de problemas Taxas Relacionadas e assim fugir um pouco da prática de “resolva” como é proposto nos “exercícios”. Sendo assim, o objetivo da atividade é: Analisar, propor e discutir regras de derivação a partir de situações-problemas sobre Taxas Relacionadas. Acreditamos, hipoteticamente, que os alunos envolvidos serão capazes de identificar, dentro das situações-problemas, a relação existente entre as variáveis, montar uma função ou equação que as relacione, derivar e por fim substituir dados que lhes foram fornecidos.

Apontamos que nosso objetivo central é atingido a partir do momento em que o aluno deriva a função que montou com as variáveis fornecidas, todavia, com o intuito de

finalizar o proposto nos problemas de Taxas Relacionadas, a última etapa será sempre caracterizada pela substituição dos dados fornecidos na função derivada. A seguir, faremos uma breve contextualização da nossa proposta de situação didática e em seguida apontaremos as dialéticas para essa situação específica.

2.2 Situação Proposta

Entendendo que já aconteceram as primeiras discussões sobre diferenciabilidade – e aqui não nos referimos a todas as provas e demonstrações, mas sim que o estudante participante desta situação já conhece a derivada de uma função –, então, selecionamos uma situação-problema de taxas relacionadas para descrever nossa proposta. A seguir temos o problema selecionado do livro *O cálculo com geometria analítica*, de Leithold (1994).

Uma lâmpada está pendurada a $4,5m$ do piso horizontal. Se um homem com $1,8m$ de altura caminha afastando-se da luz, com uma velocidade de $1,5\frac{m}{s}$, qual a velocidade de crescimento da sombra? (Leithold, 1994, p. 204).

Observe que, ao ler de imediato a situação-problema, o estudante pode vir a não reconhecer a resolução através da derivação quando não se trata de demonstrações, pois está mais habituado com “exercícios” que não exigem uma leitura cuidadosa e reflexiva. Neste caso, parte-se para resoluções de questões e a situação requer do aluno o entendimento de semelhanças de triângulos e regras de derivação. Como a situação é proposta para uma turma de Cálculo I que já tenha visto as regras de derivação, então consideremos aqui que o aluno participante está incluído nessa amostra.

2.2.1 Dialética de Ação

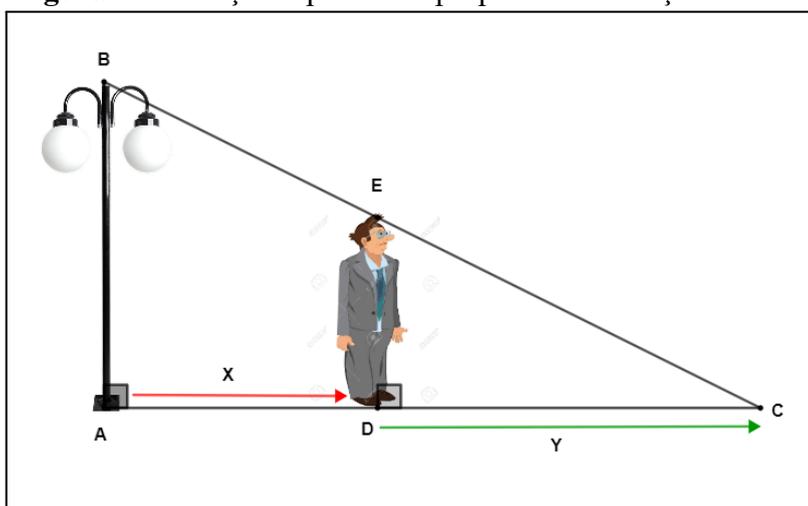
Caracterizado pelo momento em que o aluno assume a responsabilidade de sua aprendizagem e tenta propor, de imediato, resoluções para a situação-problema que lhe foi proposta. Como Meier (2022) diz, na dialética de ação, os estudantes buscam estratégias resolutivas para a situação que lhes foi proposta, mas sem a preocupação com o rigor matemático. Ainda sobre essa dialética, entendemos que é o momento em que acontece a *devolução*, pois o professor passa a responsabilidade da aprendizagem para o estudante. Para Brousseau (1986), nesse processo dialético, o professor propõe situações-problemas e estas originam situações adidáticas, então temos uma situação de devolução. Dessa maneira, ao

serem envolvidos no processo, os alunos tendem a buscar, a partir das leituras, quais elementos já conhecidos por eles podem vir a ajudar na resolução (conhecimentos prévios). Então, na nossa situação-problema, espera-se que, antes das conjecturas matemáticas, nessa fase de ação, o estudante perceba que o afastamento do homem gera duas figuras geométricas semelhantes. Só depois dessa percepção deve começar a conjecturar resoluções algébricas para a situação proposta e encontrar a velocidade do crescimento dessa sombra. Caso o estudante não reaja a essa situação como o esperado, o professor mediador da situação pode intervir e sugerir: E se fizéssemos um esboço para tentar entender o que está acontecendo? Para assim abrir a possibilidade de o estudante construir a situação e começar a refletir sobre o que está acontecendo, reconectando-o assim ao meio didático construído.

2.2.2 Dialética de Formulação

Nesse momento, o estudante já consegue argumentar e fazer afirmações sobre o processo resolutivo, mesmo que ainda não tenha havido a validação da situação. Para Brousseau (2008), também nessa fase o estudante que participa da ação busca formular as situações. Deve-se então levar à participação de outro sujeito para que o estudante comunique as suas percepções. Aqui é o momento em que o estudante constrói a situação para tentar explicar o que acontece com a sombra que é gerada. (Figura 1).

Figura 1 – Esboço do problema proposto na Situação 1



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra, 2024.

Observe que, tendo a construção da situação-problema, é possível despertar nos estudantes conjecturas analíticas e algébricas, pois, com o esboço feito, os discentes tentarão encontrar a relação entre as variáveis, além de ficar explícito que se formam dois triângulos

semelhantes a partir da posição em que o homem se encontra em relação com a lâmpada pendurada. A partir daqui eles poderão criar denominações para as variáveis e suas relações, entendendo que x representa a distância do homem com relação à lâmpada e y a sombra que é gerada. Então, percebida essa semelhança, encontra-se uma relação entre essas variáveis, sendo ela: $\frac{x+y}{4,5} = \frac{y}{1,8} \rightarrow y = \frac{1,8x}{2,7}$. Além disso, ainda nessa dialética, os estudantes se questionam qual a relação de y com a velocidade de crescimento da sombra, aqui eles já percebem que não podem simplesmente usar os valores fornecidos na relação encontrada.

Daí, surge a necessidade de diferenciação e, como citado no início da nossa sequência, os estudantes participantes dessa situação já estão no curso de cálculo e tiveram as primeiras discussões sobre regras de derivação, portanto, o intuito aqui é discutir essas regras sob uma ótica de situações-problemas, valendo-se de uma maior reflexão para resolução e promovendo uma aprendizagem mais significativa dos conteúdos. Então, retornando à nossa proposta, quando o estudante percebe que os dados fornecidos são: velocidade com que o homem se afasta da luz e a velocidade do crescimento da sombra, entende que precisa derivar essa equação em função do tempo, então, teremos: $y = \frac{1,8x}{2,7} \rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{1,8}{2,7} \cdot \frac{dx}{dt}$, onde $\frac{dy}{dt}$ é a velocidade do crescimento da sombra, o que buscamos no problema, e $\frac{dx}{dt}$ a velocidade com que ele se afasta, que é $1,5 \frac{m}{s}$.

Todavia, nessa fase, o estudante pode não ter todas as percepções citadas acima, logo, cabe a nós professores interferirmos nessa situação ou ainda reformular o meio didático construído, identificando quais os obstáculos enfrentados pelos estudantes. Por exemplo, o estudante pode até esboçar a situação, mas ter dúvidas com relação a semelhanças de triângulos e não usar proporção para identificar a relação existente entre as variáveis. Outra situação muito comum é, após encontrar a relação existente entre essas variáveis, o estudante substituir os dados e achar que já foi resolvido.

Então, o professor, que é mediador da situação, nesse momento, pode entrar na situação e fazer questionamentos relacionados ao esboço, como: O que você vê nesse desenho? Você consegue perceber algo em comum entre os triângulos formados? Se fossem dois triângulos separados e um deles eu conhecesse todos os lados, enquanto o segundo tivesse apenas dois conhecidos, o que eu poderia fazer para descobrir o terceiro lado? Essas intervenções podem fazer os estudantes virem a refletir sobre suas próprias construções e pensar mesmo em possibilidades de saídas para resolução da situação-problema, podendo ser em uma linguagem natural e/ou matemática.

2.2.3 Dialética de Validação

Essa fase é caracterizada pelo momento em que o estudante busca comprovar as suas conjecturas a partir de uma linguagem matemática e argumentativa. Levando em consideração a situação da fase anterior, em que “supomos a interação com outros sujeitos”, como proposto por Brousseau (1986), dessa vez é o momento em que eles apresentam as suas resoluções para a turma e esta pode pedir explicações, fazer questionamentos, comparar resultados e até mesmo não concordar com a resolução apresentada. Nesse momento, o estudante se apoia nos conceitos matemáticos usados para resolução, apresenta qual caso de semelhança ocorre na situação, justifica porquê serem semelhantes, usa proporção para relacionar as variáveis fornecidas no problema, deriva para chegar nas velocidades de “afastamento” e “crescimento da sombra” e, por fim, substitui os dados.

2.2.4 Dialética de Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma sua atividade e assume a situação de ensino, aqui ele apresenta o conteúdo formalmente e com um cunho de generalidade matemática. Para Brousseau (2008), é o momento em que o professor consegue garantir a veracidade dos fatos e argumentos dados pelos estudantes e, assim, eliminar os equívocos cometidos ao longo desse processo. Por isso, surgiu a necessidade dessa dialética, uma vez que o professor observava muitos entraves nas fases anteriores, que podiam assim construir conceitos com falhas matemáticas nas situações adidáticas (MEIER, 2022).

2.3 Discussão dos níveis de atividade na construção da Sequência

Este estudo teve a preocupação em analisar, categorizar e discutir os níveis de atividade do professor e quais os fatores que influenciam essa atividade, então, nesta proposta de situação didática para uma aula de Cálculo Diferencial, gostaríamos de discutir os níveis macrodidáticos que influenciaram esta construção. Destacamos que não houve a oportunidade para que os níveis microdidáticos (0 e - 1) aparecessem nesta discussão, uma vez que não aplicamos a sequência, mas a deixamos aqui como sugestão de aula e possibilidade de aplicação em uma pesquisa futura.

Dessa maneira, no nível + 3, caracterizado como o nível sobredidático noosferiano que contém nossas visões gerais em relação ao ensino de matemática, à

pedagogia e ao saber em jogo, como já apontado, têm influências do tipo epistêmicas e história didática. Quanto à primeira, foi a forma como enxerguei o ensino de Cálculo, assim aprendi ainda na graduação, na disciplina de Cálculo I, em que tivemos abordagens corriqueiras, aquelas das aulas de matemática que são necessárias: discussão de teoremas, demonstrações e definições. Todavia, o professor teve o cuidado de trazer situações-problemas em que nos colocasse para refletir durante a resolução. E, por mais que nos sentíssemos desafiados, achamos interessante discutir as regras de derivação a partir de situações significativas, como problemas de taxas relacionadas, máximos e mínimos, problemas de otimização e as aplicações de derivadas.

Já aquelas decisões relacionadas à história didática são trazidas das experiências vividas pela professora a partir da *história interaluno de uma turma genérica*, pois, ao lecionar a disciplina de Cálculo Diferencial na Universidade Regional do Cariri, busquei trabalhar situações-problemas na disciplina a fim de despertar o interesse pela investigação, reflexão das atividades e promover interação na turma para conjecturar soluções para as situações que eram apresentadas. Nessa turma, tivemos um retorno positivo desde as discussões, aprendizagens e até mesmo o interesse em seguir na licenciatura em matemática após finalizar o curso de ciências interdisciplinar.

No nível 2, caracterizado pelo nível construtor, é onde o professor descreve os pontos que julga pertinentes discutir ao longo do curso e constrói a situação didática mais global na qual se inscreve uma aula específica, ou seja, aqui levanta todos os assuntos e abordagens que acha pertinente fazer no curso. (Margolinas, 2004). Aqui apontamos que nosso plano de curso está amparado nos documentos oficiais, como ementa do curso, e buscamos discutir desde limite e continuidade até derivadas e suas aplicações. Um curso também formado por teoremas e demonstrações, mas priorizando também aquelas discussões das aplicabilidades e situações-problemas que promovam reflexão, discussão e aprendizagem significativa.

No nível + 1, caracterizado como projeto de uma aula específica, buscamos colocar o estudante como ser autônomo no processo de ensino e aprendizagem, continuando com a fidelidade na discussão matemática a partir da institucionalização e promovendo interações entre os estudantes nesse processo.