UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

YARA DE FÁTIMA NASCIMENTO ANDRADE

EXPLORANDO O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

CAMPINA GRANDE – PB
2023

YARA DE FÁTIMA NASCIMENTO ANDRADE

EXPLORANDO O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Maria Alves de Azeredo

CAMPINA GRANDE – PB
2023

A554e Andrade, Yara de Fátima Nascimento.

Explorando o pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental na perspectiva da resolução de problemas [manuscrito] / Yara de Fátima Nascimento Andrade. - 2023.

116 p.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2024.

"Orientação : Profa. Dra. Maria Alves de Azeredo, Especialização em Educação Matemática. "

1. Resolução de problemas. 2. Álgebra. 3. Anos iniciais. 4. Sequências repetitivas. I. Título

21. ed. CDD 372.7

Elaborada por Geovani S. de Oliveira - CRB - 15/1009

Biblioteca Central BC/UEPB

YARA DE FÁTIMA NASCIMENTO ANDRADE

EXPLORANDO O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Aprovada em: 01/12/2023

BANCA EXAMINADORA

____

Profa. Dra. Maria Alves de Azerêdo (Orientadora)

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

____

Profa. Dra. Cristiane Borges Angelo

Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

____

Prof. Dr. Silvanio de Andrade

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

AGRADECIMENTOS

À Deus em primeiro lugar por guiar meus passos e me ajudar a chegar até aqui.

À minha filha, que está comigo nessa jornada desde o início de sua vida, trazendo ainda mais força que eu possa continuar superando os obstáculos.

Ao meu esposo, Cleiton, que me deu suporte em todas as etapas desse curso, sendo meu principal incentivador.

À minha família e meus amigos por me incentivar e acreditar que sou capaz.

À minha orientadora, profª. Drª. Maria Alves de Azerêdo por sua paciência, dedicação, amizade e empatia. Seus ensinamentos vão além dos muros da universidade, sendo fundamental para a concretização deste trabalho.

Aos membros dessa banca Profª. Drª Cristiane de Angelo e Prof. Dr. Silvanio de Andrade por aceitarem participar e contribuir com minha formação acadêmica através de suas relevantes observações e contribuições.

A todos que fazem parte do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba.

Aos colegas do curso que estiveram partilhando experiências e mesmo a distância, sendo companheiros.

Aos membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática nos Anos Iniciais-GPEMAIS/UFPB que me acolheram e vibraram com cada nova vitória durante a realização do curso, com os quais tive o privilégio de aprender mais sobre Matemática nos Anos Iniciais.

À direção da escola, em especial a diretora, coordenadora e professora que participaram da pesquisa.

E aos estudantes por todo empenho e dedicação nos momentos vivenciados durante esta pesquisa. Vocês foram essenciais para a realização deste trabalho.

A todos que contribuíram de forma direta ou indireta com a realização deste sonho. Meu Muito obrigada!

É justo que muito custe o que muito vale.
Santa Tereza d'Ávila

RESUMO

Este estudo busca analisar as contribuições da metodologia de Resolução de Problemas no contexto do ensino de Álgebra, especificamente, por meio de sequências repetitivas. Para tanto, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa e do tipo pedagógica, uma vez que tivemos a sala de aula como campo de investigação. Discutimos a metodologia de RP fazendo um resgate histórico e considerando diferentes concepções e abordagens, enfatizando-a como metodologia para o ensino de Álgebra. Sobre Álgebra nos anos iniciais discutimos as principais ideias das orientações curriculares, assumindo o foco do trabalho investigativo com sequências repetitivas. A pesquisa foi desenvolvida em uma sala de aula do 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública do munícipio de Camutanga - PE. Baseando-se em Onuchic e Allevato (2011) e outros autores, foi planejada e vivenciada uma Sequência de atividades organizada em 7 momentos, nos quais, os estudantes tiveram que resolver situações-problema envolvendo o conteúdo de sequências repetitivas. Após a análise de todo material, consideramos que os estudantes envolvidos na pesquisa apresentaram bons resultados. Os dados foram organizados em tabelas de acordo com categorias de análise. Destacamos ainda, que a metodologia adotada para realização deste estudo foi relevante, pois os estudantes estiveram ativos em todo processo de construção do conhecimento, sendo sujeitos autônomos e motivados a buscar soluções para as situações apresentadas. A metodologia de RP contribuiu para que os estudantes desenvolvessem habilidades de escuta, concentração, formulação e validação de hipóteses, bem como, a apropriação de ideias e conceitos matemáticos.

Palavras-chave: resolução de problemas; álgebra; anos iniciais; sequências repetitivas.

ABSTRACT

This study aims to analyze the contributions of the Problem Solving methodology in the context of teaching Algebra, specifically, through repetitive sequences. To this end, we developed a qualitative and pedagogical research, since we had the classroom as a field of investigation. We discuss the PR methodology by making a historical rescue and considering different conceptions and approaches, emphasizing it as a methodology for teaching Algebra. About Algebra in the early years we discuss the main ideas of the curricular guidelines, taking the focus of the investigative work with repetitive sequences. The research was carried out in a classroom of the 5th year of the Initial Years of Elementary School of a public school in the municipality of Camutanga - PE. Based on Onuchic (2017), a sequence of activities was planned and experienced organized in 7 moments, in which students had to solve problem situations involving the content of repetitive sequences. After analyzing all the material, we considered that the students involved in the research presented good results. The data were organized in tables according to categories of analysis. We also highlight that the methodology adopted to carry out this study was relevant, as the students were active in the entire process of knowledge construction, being autonomous subjects and motivated to seek solutions to the situations presented. The PR methodology contributed to the development of skills of listening, concentration, formulation and validation of hypotheses, as well as the appropriation of mathematical ideas and concepts.

Keywords: problem solving; algebra; early years; repetitive sequences.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada trajetória acadêmica e profissional da pesquisadora, as motivações para o desenvolvimento dessa pesquisa e os desafios impostos pela Pandemia de Covid – 19. Destacamos de modo introdutório, conceitos-chave sobre a Resolução de Pesquisa como Metodologia e o Pensamento Algébrico, problemática da pesquisa, os objetivos, suas contribuições e metodologia desenvolvida.

1.1 CONHECENDO A PESQUISADORA

A experiência enquanto docente e pesquisadora no campo da educação matemática nos impulsiona a questionar e buscar por aspectos que possam contribuir com nossa prática e, consequentemente, com a aprendizagem dos estudantes. A área de Educação Matemática tem questões que nos inquietam a tentar contribuir com os desafios dentro da sala de aula, sendo a Metodologia da Resolução de Problemas, um desses aspectos.

As discussões a respeito do ensino de Álgebra no Brasil não são recentes, por outro lado, a inserção da mesma no currículo dos Anos Iniciais só se efetivou a partir da aprovação da Base Comum Curricular – BNCC, em 2017, levando os professores e professoras a pesquisar e estudar mais sobre a temática. Assim, o assunto começa a ganhar notoriedade, mesmo que de forma tímida, gerando a necessidade de compreensão do currículo por parte dos professores. É nesse contexto, de "novidade" que buscamos, através da pesquisa, contribuir com a discussão.

A pesquisa de mestrado intitulada "Explorando o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na Perspectiva da Resolução de Problemas" surge da inquietação enquanto professora de crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e das discussões sobre Álgebra nos Anos Iniciais com o Grupo GPEMAIS da Universidade Federal da Paraíba. O Grupo de Pesquisas e Estudos em Educação Matemática nos Anos Iniciais tem realizado encontros quinzenais desde o ano de 2019 para dialogar sobre Álgebra nos Anos Iniciais e, especialmente, sobre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

As experiências acadêmicas em que estive envolvida desde que ingressei no curso de Pedagogia na Universidade Federal da Paraíba, no ano de 2011 sempre me levaram para o lugar da reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática. A começar pela carga horária extremamente reduzida para a discussão sobre Matemática no curso de formação de professores que irão atuar na educação infantil, anos iniciais e EJA. Considerando que existe uma lacuna no campo da formação docente nessa área, a curiosidade me moveu na busca por aprender mais sobre a Matemática. Durante a licenciatura em Pedagogia, dei meus primeiros passos enquanto pesquisadora na área de Educação Matemática, desenvolvendo o Trabalho de Conclusão de Curso – TCC “Educação Matemática de Jovens e Adultos: os Diferentes Significados das Situações-Problema do Campo Aditivo na EJA”.

Tendo a necessidade de aprender mais sobre Educação Matemática busquei no Grupo de Estudos GPEMAIS uma fonte de aprendizagem das questões que envolvem a Matemática dos Anos Iniciais. Foi nesse espaço de diálogo, de reflexão e estudo que me interessei pela temática relativamente “nova” em nosso currículo: o pensamento algébrico.

Enquanto professora dos Anos Iniciais sempre busquei em minha prática compreender como se dava a aprendizagem dos meus alunos com o objetivo de poder ensinar de modo mais eficiente, atrativo e que gerasse de fato uma aprendizagem com sentido. Minha trajetória docente começou quando cursava Pedagogia, em uma turma com crianças com distorção idade-série, que não conseguiam aprender o que era direito, culminando em uma autoestima fragilizada.

Concluí o curso de Pedagogia em 2016 e fiz alguns concursos públicos, iniciando como professora efetiva com uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental em 2017 no município de Camutanga-PE. Os obstáculos foram intensos em relação à aprendizagem dos alunos. A maioria dos alunos da turma ainda não era alfabetizada e tinha uma relação muito difícil com a Matemática. As vivências com esses alunos me faziam questionar como estávamos ensinando matemática às crianças para causar tamanho desinteresse em aprender.

Em março de 2020 tivemos as aulas suspensas por ocasião da Pandemia de Covid – 19 que veio como um furacão avassalador e fez com que precisássemos mudar nosso modo de vida radicalmente. Alunos e professores em casa, isolados, contando apenas com o apoio tecnológico, quando possível. Muitos alunos não tiveram acesso às aulas remotas mesmo com todo esforço das secretarias de educação, das escolas e dos professores. Aos poucos, a vida foi sendo retomada, mas é verdade que muitas sequelas foram deixadas.

Na escola, os efeitos da Pandemia serão sentidos por algum tempo ainda. Temos hoje, turmas inteiras de estudantes que não conseguiram aprender muitos conteúdos em diversas áreas e, na Matemática, não foi diferente. As dificuldades referentes à conexão de internet, a falta de estrutura nas escolas, a ausência de formação para os professores desenvolverem aulas remotas e as questões emocionais de professores e alunos afetaram nitidamente o processo de ensino e aprendizagem.

Diante de tantos desafios continuei buscando melhorar, enquanto profissional docente, estudando e refletindo sobre como conseguir mudar a realidade em minha sala de aula. Assim, surge a professora-pesquisadora que se interessou por fazer da metodologia de Resolução de Problemas uma alternativa para desenvolver em seus alunos o pensamento algébrico.

1.2 APRESENTANDO A PESQUISA

Partimos da compreensão de que no contexto do desenvolvimento do pensamento algébrico, a resolução de problemas deve estar presente, pois sem o processo de construção e checagem de hipóteses, dificilmente chegarão às generalizações, aspecto fundamental do pensamento algébrico. Essa pesquisa é uma tentativa de compreender como a metodologia de Resolução de Problemas pode ajudar no processo de ensino e aprendizagem de conceitos algébricos com crianças, como por exemplo, as sequências de padrões.

Apesar de existir uma vasta produção textual de resultado de pesquisas no campo de Resolução de Problemas, percebemos que ainda há muitos aspectos para discutir dentro dessa temática. Quando falamos em Álgebra, sentimos o estranhamento dos estudantes e até de professores, visto que, é um conteúdo carregado de abstração e demanda o envolvimento de muitas habilidades cognitivas. Esse estranhamento com os conteúdos de Álgebra se dá pelo fato da supervalorização existente de procedimentos envolvendo símbolos e letras, causando em muitos estudantes, uma aversão à Matemática por não conseguirem compreender e lidar com os conceitos envolvidos.

Van de Walle (2009, p. 288) destaca que o Pensamento algébrico, por exemplo, “deve ser incorporado em todas as áreas da matemática”, por se constituir em uma ‘forma de pensar, facilitando a aprendizagem de muitos conceitos e procedimentos como argumentar, conjecturar e generalizar ideias. Assim, se espera que quanto antes os alunos forem apresentados a essa “forma de pensar”, mais facilidade terão de desenvolver conceitos e ideias.

Ainda é muito forte a ideia de que a Matemática é uma disciplina pouco acessível, devido à crença que se criou sobre a dificuldade de compreender conceitos matemáticos. Muitos professores e alunos veem a Matemática como uma disciplina para poucos e, assim, o mito mais popular sobre a Matemática vai sendo perpassado dentro e fora das salas de aula.

A visão destorcida que se disseminou sobre à Álgebra e, consequentemente, a Matemática, traz diversas implicações negativas para dentro das salas de aula. Pensar na Matemática como uma disciplina, na qual são trabalhados de forma desconectada conceitos, fórmulas e procedimentos de cálculo, torna o processo de aprendizagem mais difícil e não dá conta de explorar mais possibilidades dessa área. Essa é uma visão mecânica do processo de ensino e aprendizagem e não possibilita a expansão dos conhecimentos matemáticos.

É preciso desenvolver nos estudantes habilidades e capacidades que os levem a compreender conceitos matemáticos, de modo que, percebam conexões entre esses conceitos, mas também vejam sua utilidade na vida cotidiana. O objetivo é fazer com que os alunos possam, através de sua aprendizagem, se tornar sujeitos críticos e reflexivos, capazes de intervir na realidade a sua volta. Para a formação de sujeitos críticos e reflexivos é preciso avançar para além da prática alicerçada no uso de exercícios.

A educação matemática, sobretudo, nas escolas públicas, deve proporcionar desde os primeiros anos de escolarização, a possibilidade de construção de conceitos matemáticos que ampliem as habilidades, como por exemplo, resolver problemas, analisar e entender informações, perceber e compreender padrões e capacidades como, compreender relações e utilizar o conhecimento escolar para na vida social. Acreditamos que combinar a metodologia de Resolução de Problemas com o Pensamento Algébrico é necessário para proporcionarmos aos nossos alunos uma educação matemática que contribuirá com a formação de sujeitos capazes de pensar, de argumentar, de testar hipóteses e realizar conjecturas. Criar um ambiente favorável à problematização pode levar as crianças a desenvolverem ferramentas cognitivas importantes para solucionar situações escolares, mas também cotidianas

A realidade que encontramos na educação brasileira, atualmente, nos leva a um movimento de inquietação diante dos problemas enfrentados por professores e alunos. Em pleno século XXI, ainda nos deparamos com uma metodologia pautada na aplicação e resolução de exercícios, com ênfase no aperfeiçoamento de técnicas para resolver algoritmos, deixando em segundo plano, o desenvolvimento de habilidades cognitivas que levem os alunos a pensar. O ensino de conteúdos matemáticos ainda é feito de modo tradicional e engessado, faltando muitas vezes, estímulos para que os alunos precisam para se engajarem nas atividades.

Os resultados de avaliações em larga escala (SAEB, Prova Brasil, ENEM), bem como, as avaliações realizadas pelos municípios e escolas, também apontam para resultados insatisfatórios. Esse fato deve ser encarado como um sinal de alerta para o modo como estamos ensinando e aprendendo Matemática em nossas escolas (Cardoso; Oliveira, 2020). Além disso, é preciso rever conceitos e concepções pedagógicas que podem contribuir para uma visão equivocada sobre a Matemática, contribuindo para que muitos alunos não sintam prazer em aprender.

Diante dessa problemática, realizamos um mapeamento nas dissertações do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM, da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, com o objetivo de conhecer pesquisas sobre Resolução de Problemas. Realizamos uma consulta à página do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECEM, observando dissertações de Mestrado Acadêmico no período de 2015 a 2022 e Mestrado Profissional entre os anos 2010 a 2022. Apesar da vasta produção cientifica, com 41 dissertações sobre a metodologia de RP, não encontramos trabalhos que enfatizassem a perspectiva da Resolução de Problemas para a exploração da Álgebra, mesmo para os Anos Finais do Ensino Fundamental.

Em nível de Brasil, são poucas pesquisas realizadas envolvendo a metodologia de Resolução de Problemas e Pensamento Algébrico, simultaneamente, e supomos ser pelo fato de a Álgebra ter chegado ao currículo nos Anos Iniciais, somente há pouco tempo.

Assim, acreditamos na contribuição dessa pesquisa que tratará da Resolução de Problemas articulada ao ensino da Álgebra (Pensamento Algébrico) nos Anos Iniciais. Compreendemos que os Anos Iniciais do Ensino Fundamental são a base para a formação das crianças, visto que, a construção e compreensão de conceitos matemáticos básicos são inicialmente aprendidos durante esta fase escolar. Muitos conceitos matemáticos aprendidos nos Anos Iniciais serão aprofundados posteriormente, como por exemplo, os conceitos algébricos.

Mas, para que a metodologia de RP possa contribuir com o processo de aprendizagem significativa para os alunos, é necessário que se estabeleça um ambiente próprio para a resolução de problemas. Esse ambiente deve fomentar nos alunos a curiosidade, a criatividade e o desejo de resolver situações. Nessa perspectiva, acreditamos que a metodologia de RP é uma ferramenta capaz de contribuir com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos primeiros anos de escolaridade, visto que, através da problematização, os alunos podem perceber padrões envolvidos na situação, formular hipóteses, testá-las e, assim, conseguir estabelecer uma generalização.

Desta forma, iremos buscar responder a Problemática da Pesquisa, com a seguinte pergunta: Como a Metodologia de Resolução de Problemas pode contribuir com a exploração do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental?

A partir dessa problemática, assumimos como objetivo geral analisar as potencialidades da metodologia de Resolução de Problemas no ensino de Álgebra, especificamente no tópico de sequências repetitivas. Como objetivos específicos, propor uma sequência de atividades baseada na resolução de problemas com a temática de sequências; vivenciar a sequência de atividades envolvendo a álgebra em turma do 5º ano (sequências numéricas e figurais repetitivas), apoiados na metodologia da resolução de problemas; identificar as estratégias dos estudantes no processo de Resolução de Problemas envolvendo o pensamento algébrico; avaliar as facilidades e dificuldades apresentadas pelos estudantes, a partir da sequência de atividades vivenciada; elaborar um produto educacional.

A abordagem metodológica que utilizamos nesta pesquisa foi qualitativa, tendo em vista que realizamos uma análise pautada no significado que os resultados da pesquisa podem nos apresentar, levando a uma reflexão sobre nossos dados. Minayo (2002, p. 23) ressalta que "o significado é o conceito central de investigação" na pesquisa qualitativa. O enfoque qualitativo nos permite "desenvolver perguntas e hipóteses antes, durante e depois da coleta e da análise dos dados" (Sampieri; Collado; Lúcio, 2013, p. 33).

A estrutura do trabalho é composta de seis capítulos. O primeiro, se constitui desta introdução que apresenta ao leitor, a pesquisa realizada, destacando sua importância, objetivos pretendidos, problemática e metodologia adotada.

No segundo capítulo discutimos Resolução de Problemas, abordando aspectos históricos e teóricos, desdobrando para a RP enquanto metodologia para o ensino de matemática nos Anos Iniciais.

No terceiro capítulo trazemos a discussão sobre a Álgebra, destacando aspectos históricos e a construção desse conhecimento ao longo dos anos, por meio do Pensamento Algébrico, com suas características e dificuldades relacionadas a aprendizagem.

No quarto capítulo discorremos sobre as questões metodológicas da pesquisa e como se dará o processo de coleta de dados, assim como, todo o percurso metodológico adotado para esse estudo.

Finalizamos com o 5º capítulo que descreve a pesquisa de campo, discute e analisa os dados obtidos a partir do referencial teórico adotado. As considerações finais vêm em seguida, pontuando os principais resultados da pesquisa,

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Serão apresentados neste capítulo, aspectos históricos da Resolução de Problemas e suas transformações no currículo, levando a ser compreendida como uma área da Educação Matemática. Trazemos a discussão sobre compreensão da Resolução de Problemas enquanto metodologia, as diferenças entre problema e situação-problema. Neste capítulo destacamos a metodologia de RP e as concepções e abordagens existentes para resolver problemas, bem como, o roteiro proposto pelas professoras Onuchic e Allevato (2011) para resolução de situações-problema, os desafios vivenciados nas salas de aula que impactam no ensino e pesquisas relevantes na perspectiva avaliativa e didática da RP.

2.1 SITUANDO HISTORICAMENTE

A humanidade é movida pela busca constante de soluções para os problemas cotidianos, sejam eles simples ou complexos que possam pôr em risco sua sobrevivência (Câmara, 2016). Diante das demandas de organização das sociedades, aumento populacional, domínio de técnicas para o desenvolvimento da agricultura e, consequentemente, da economia, a necessidade de resolver problemas foi tornando-se vital para os seres humanos.

Segundo D'Ambrósio (2017), os primeiros registros sobre a Resolução de Problemas são das civilizações da Antiguidade, seguindo para Idade Média e Renascença, onde René Descartes fez suas considerações no livro Discurso do Método. Durante muito tempo, a Resolução de Problemas foi vista apenas como uma técnica para aplicar a problemas, mas com a evolução da espécie humana, a resolução de problemas "vai além de uma ferramenta prática, para lidar com questões materiais, e adquirir características de um exercício sofisticado exercício intelectual" (D'Ambrosio, 2017, p. 11).

Por volta de 1945, George Polya coloca a temática em evidência quando começa a destacar em suas palestras, a importância de passos para resolver situações-problema. De acordo com Polya (1995), para resolver um problema, devemos considerar a existência de quatro fases: compreender o problema, elaborar um plano, executar um plano e refletir sobre o trabalho realizado.

> Primeiro, temos de *compreender* o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executamos* nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (Polya, 1995, p. 03-04).

Essas fases são necessárias para o sucesso da resolução do problema, pois garantem que o indivíduo conheça o problema, realize conjecturas, estabeleça relações e seja capaz de solucionar usando os métodos mais apropriados. Mas, ainda de acordo com Polya (1995) se não for oportunizado para o aluno a formulação de novos problemas, essa atividade não terá cumprido com seu propósito e não poderá ser considerada completa.

Conforme Morais (2015), a Resolução de Problemas passou a ser considerada como uma teoria dentro do contexto do Movimento da Nova Matemática ou, Matemática Moderna que começou a vigorar nos Estados Unidos por volta dos anos 1950. Assim, as ideias de Polya ganharam alcance dentro da comunidade de professores de matemática e tiveram sua disseminação através da publicação do livro *How to solve it: a new aspect of mathematical method,* como um marco dessa teoria. No Brasil foi publicado em português, em 1975, com o título "A Arte de Resolver Problemas" (Morais, 2015).

A partir dos trabalhos realizados e publicados por Polya, sobre resolução de problemas, houve um engajamento por parte de educadores matemáticos que começaram a perceber a importância de trabalhar com problemas que façam sentido na vida dos seus alunos e, como consequência, pudessem construir uma aprendizagem mais consistente (Morais, 2015).

Durante a década de 1970, nos Estados Unidos, teve um volume considerável de publicações referente à resolução de problemas, levando a temática à categoria de área de pesquisa em Educação Matemática (Morais, 2015). A autora menciona que o Movimento da Matemática Moderna não estava dando conta de ensinar aos alunos, que por serem muito jovens ainda, não eram capazes de compreender certas teorias. Segundo ela, tal situação se deu ao fato das crianças "se perderem" na pressa de ensinar que os professores tinham, assim como, no despreparo dos professores em compreender e ensinar. Dessa forma, foi nesse contexto de crítica à Matemática Moderna que a Resolução de Problemas começa a ganhar espaço no currículo nos Estados Unidos.

Assim, a década de 80 foi um momento de efervescência para a resolução de problemas em vários países. Nos Estados Unidos, a NCTM – National Council Teachers of Mathematics (Conselho Nacional de Professores de Matemática) publicou a "Agenda for Action" com recomendações para o ensino de Matemática. Dentre as recomendações, a NCTM sugeriu que a resolução de problemas deveria ser o foco da Matemática nos anos 80 (Morais, 2015).

Em Portugal, em 1998, a Associação de Professores de Matemática – APM, buscava a renovação do currículo de Matemática e foi fortemente influenciada pela Agenda for Action (Serrazina, 2017). Nesse ano, a APM realizou um seminário para discutir e renovar o currículo de Matemática. Desse seminário, teve como resultado um documento, no qual se afirmou que a Matemática é uma atividade criativa, tendo a formulação e resolução de problemas como fundamento. Afirmou também que a resolução de problemas deve ser "elemento integrador e gerador de significados" (Serrazina, 2017, p. 66).

No Japão, as pesquisas relacionadas à resolução de problemas vinham sendo investigadas desde meados dos anos 1970 com o grupo do professor Shigeru Shimada. Na década seguinte, os estudos centraram-se, por um lado, nos conteúdos e por outro em situações-problema para serem abordadas nas aulas (Morais, 2015).

Na Inglaterra, a Association of Teachers of Mathematics (ATM) estabeleceu que a habilidade em resolução de problemas fosse o centro do ensino da Matemática para a década de 1980 e que deveria substituir a aritmética elementar como tema principal nas classes primárias (Andrade, 1997).

Na China, no final da década de 1970, tinha-se a orientação curricular para escolas elementar e secundária de exigir que os alunos aplicassem o que aprenderam de matemática para resolver problemas da vida real (Morais, 2015).

O Brasil da década de 1980 vivia muitos desafios políticos, sociais, econômicos e educacionais. Nesse cenário, de acordo com Fiorentini (1994), a resolução de problemas começou efetivamente a ser pesquisada em meados dos anos 1980. Ainda que as pesquisas fossem concentradas nas pós-graduações, a discussão sobre resolução de problemas vinha crescendo e tomando corpo junto aos educadores brasileiros.

O NCTM teve grande influência na disseminação da resolução de problemas como teoria, área de pesquisa em Educação Matemática e finalmente, como metodologia de ensino. As inúmeras publicações do NCTM na década de 1980, principalmente no ano de 1989, contribuíram para que a resolução de problemas fosse percebida como um novo modelo de ensino, o qual atenderia as necessidades educacionais e sociais que estavam surgindo. A exemplo de algumas publicações, podemos destacar os livros: Curriculum and Evalution Standards for School Mathematics (1989), New Directions for Elementary School Mathematics (1989) e a pesquisa The Reserch Agenda Project, que culminou na publicação de cinco livros (Morais, 2015).

De acordo com Andrade e Onuchic (2017), publicações importantes do NCTM no fim da década de 1980 tiveram grande relevância e influenciaram aqui no Brasil a criação dos

Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Além do livro Curriculum and Evalution Standards for School Mathematics (1989), outros como: Professional Standards for Teaching Mathematics (1991) e Assessment Standards for School Mathematics (1995) foram referência nos estudos no Brasil.

> Esses Standards não pretendiam dizer, passo a passo, como trabalhar esses documentos. Ao contrário, queriam apresentar objetivos e princípios em defesa de que práticas curriculares, de ensino e de avaliação, pudessem ser examinadas. Queriam estimular políticos educacionais, pais, professores, administradores, comunidades locais e conselhos escolares a melhorar programas de matemática em todos os níveis educacionais (ANDRADE; ONUCHIC, 2017, p. 436).

A resolução de problemas ganhou uma nova roupagem a partir da abordagem proposta por Schroeder e Lester, que segundo Onuchic (2011) destacavam três modos diferentes para desenvolver o trabalho com resolução de problemas: (1) ensinar ***sobre*** resolução de problemas; (2) ensinar matemática ***para*** resolver problemas; e (3) ensinar matemática ***através*** da resolução de problemas.

Sob uma perspectiva didático-pedagógica, a resolução de problemas passou a ser vista como uma metodologia de ensino. Morais (2015) destaca que

> [A] perspectiva didático-pedagógica da Resolução de Problemas passa a ser o cerne de discussões nos Estados Unidos e vê-se que a Resolução de Problemas deve ser pensada como metodologia de ensino, conferindo-lhe mais sentido e maior significado – em concordância com o que apregoavam documentos oficiais – naquele cenário, depois de quase uma década ensinando sobre resolução de problemas e ensinando matemática para resolver problemas (Morais, 2015, p. 56).

Foi a partir de 1990 que houve uma mudança na perspectiva do trabalho com resolução de problemas. As pesquisas desenvolvidas nessa década voltaram-se para o trabalho “através de” resolução de problemas. De acordo com Onuchic (1999), ensinar “através de” resolução de problemas favorece a aprendizagem matemática dos alunos e partindo do concreto para o abstrato, sendo a situação-problema uma oportunidade didática para que o aluno compreenda conceitos.

No Brasil, o GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – da UNESP, Campus de Rio Claro – SP, realiza estudos voltados para Resolução de Problemas desde o início dos anos 90, focando no desenvolvimento de trabalhos relacionados a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (Justilin; Noguti, 2017).

2.2 PROBLEMA E SITUAÇÃO-PROBLEMA: PERSPECTIVAS DISTINTAS

Estamos falando o tempo todo em Resolução de Problemas, mas o que será um problema? Diante dessa dúvida, traremos as ideias e conceituação de alguns teóricos para contribuir com o entendimento do que é um problema.

A definição de problema proposta por Kantowski (1980 apud Serrazina, 2017, p. 58) diz que um "problema é uma situação com que uma pessoa se depara e para a realização da qual não tem um procedimento ou algoritmo que conduza à solução".

Na proposta de Andrade (2017, p. 364), o problema é visto como um projeto, uma questão, uma tarefa, uma situação em que:

> a) O aluno não tem ou não conhece nenhum processo que lhe permita encontrar de imediato a solução;
> b) O aluno deseja resolver, explorar ou realizar algum trabalho efetivo;
> c) Introduz-se e/ou leva o aluno à realização de algum trabalho efetivo.

Segundo Serrazina (2017, p. 60) "um problema é uma situação a qual se procura uma solução, não existindo à partida um procedimento que conduza a essa solução, havendo uma fronteira tênue entre problema e tarefa de investigação". De acordo com Serrazina *et al*. (2002), um problema tem normalmente um objetivo bem definido, embora possa não ser tão rápido o seu alcance.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCNs - destacam que a "Resolução de problemas é um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos" (Brasil, 1997, p. 32). De acordo com o documento, "um problema é uma situação que demanda uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la" (Brasil, 1997, p. 33).

Muitas definições são encontradas acerca do que seria um problema. Mas, segundo Andrade (2017, p. 363) há um consenso de que "um problema é uma situação na qual um indivíduo ou grupo de indivíduos é chamado a solucionar uma tarefa, mas que o mesmo não tem uma resposta e nem procedimento disponível de imediato".

Polya (1995) destacou a existência de questões denominadas "rotineiras" e "não -rotineiras". Segundo o autor, as questões rotineiras exigem apenas a aplicação de uma regra já conhecida para chegar ao resultado. Tais questões são na verdade, exercícios que não contribuem com o desenvolvimento intelectual, mas podem contribuir para que os estudantes aprimorem suas habilidades matemáticas. Por outro lado, as questões não-rotineiras são aquelas que exigem criatividade na resolução e, consequentemente, desenvolvimento intelectual. Essas questões são consideradas situações-problemas. É importante salientar que, as questões rotineiras podem contribuir com a aprendizagem dos estudantes, no entanto, não exploram tanto os aspectos cognitivo, emocional e criativo dos estudantes, como as questões não-rotineiras.

Echeverria e Pozo (1998) trazem outros aspectos para esta discussão, afirmando que uma situação pode ser considerada como problema ou exercício a depender da forma como o sujeito a reconhece. Para os autores, a diferença entre problema e exercício está relacionada aos mecanismos que utilizamos para resolução. Existem situações que não serão consideradas como problemas, pois o sujeito que irá resolver não necessitará de recorrer a muitos recursos cognitivos. Nesse caso, a situação será apenas um exercício, visto que, para sua resolução, as estratégias utilizadas já são conhecidas pelo sujeito.

Por outro lado, uma situação é considerada como problema, quando o sujeito sente a necessidade de buscar por novos mecanismos cognitivos e estratégias novas para resolução. Assim, uma tarefa será entendida como problema ou não, dependendo das experiências já vivenciadas, do contexto proposto na tarefa, bem como, dos objetivos estabelecidos.

É importante compreender que a relação entre exercícios e problemas é estreita e nem sempre fácil de identificar suas diferenças. Echeverria e Pozo (1998) salientam que “os exercícios e os problemas exigem dos alunos a ativação de diversos tipos de conhecimento, não só de diferentes procedimentos, mas também de diferentes atitudes, motivações e conceitos” e por isso, o professor precisa compreender as diferenças para que possa estimular em seus alunos a aprendizagem consistente.

Outra classificação realizada pela literatura na área é a diferença entre problemas e situações-problema. Embora esses termos possam ser usados como sinônimos, existem diferenças substanciais entre eles. A primeira diferença é que uma situação-problema mobiliza conceitos e procedimentos na sua resolução e o conteúdo escolar não é o ponto de partida. Além disso, destacamos o papel da escrita no processo de resolução. Enquanto um problema é apresentado por meio de texto, uma situação-problema não apresenta essa obrigatoriedade. Nessa proposta, a resolução de uma situação-problema engloba.

> a discussão do que escrever, a coleta de dados, a organização de informações, a utilização de recursos de novas tecnologias (calculadoras, planilhas, softwares), a construção de maquetes e de protótipos, de tabelas e de gráficos; a concepção de diagramas e de esquemas, desenhos, o uso de textos argumentativos escritos” (Brasil, 2012, p. 64).

O texto tem sua importância para a construção do conhecimento matemático, porém, nessa perspectiva de situação-problema, ele não é elemento central na aprendizagem.

A segunda diferença entre situação-problema e problema está no fato da primeira ser considerada "como geradora de atividades de troca, de confronto, de experimentação, de validação, de discórdias e de argumentação" (Brasil, 2012, p. 65). Considerando que a atividade matemática tem um caráter solitário em sua realização, as situações-problema são importantes pois promovem a interação e trocas sociais entre os grupos ao partilharem ideias ao resolver a atividade matemática.

Um terceiro ponto de diferenciação diz respeito ao "fato de que cada situação acaba por eclodir em grande número de questões que leva a uma visão mais dinâmica dos diversos conteúdos matemáticos" (Brasil, 2012, p. 65). O documento "Elementos Conceituais e Metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental" ainda afirma que

> mais que responder uma questão, a situação-problema acaba por gerar outros questionamentos, não pensados anteriormente por quem a propôs, os quais permitem articular dois ou mais conteúdos, tradicionalmente, tratados de forma separada pela escola. Um elemento diferenciador importante é promover a seleção de dados relevantes, sem modelagem prévia ou caminhos com indicativos operacionais a serem percorridos (Brasil, 2012, p. 65).

A quarta característica que diferencia uma situação-problema de um problema está relacionada ao seu objetivo. Na situação-problema, a busca por sua resolução, está atrelada a importância da "construção de ferramentas ao longo do processo, que deve ser a oportunidade de a criança compreender os conteúdos matemáticos previstos no currículo considerando seu valor social" (Brasil, 2012, p. 65).

Ao longo dessa discussão, identificamos diferentes classificações para definir o que é um problema ou uma situação que desafie a solução, possibilitando ao sujeito, o desenvolvimento de habilidades. Resumindo, podemos dizer que os problemas propostos precisam apresentar algumas características, como afirma Serrazina (2017):

> i – ser desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática;
> ii – ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas;
> iii- ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para solução não está completamente visível (Serrazina, 2017, p. 60).

Por fim, destacamos a contextualização e a relevância cognitiva para o desenvolvimento de habilidades matemáticas, considerando-se os diversos contextos aos quais os “problemas” se referem e o grau de dificuldade que este possui para quem o analisa. É comum encontrarmos situações em que o professor apresente “problemas” descontextualizados e desconectados com a realidade do aluno. Qual a lógica de buscar resolver uma situação, na qual o aluno não vê sentido, como por exemplo: “Maria possui 100 bonecas e deu 35 para sua prima. Com quantas bonecas Maria ficou?” Ou ainda: João comprou duas caixas contendo cada uma 20 kiwis. Quantos kiwis João comprou?”. Na vida real, na realidade de nossos alunos, em muitos casos, dificilmente “Maria” terá tantas bonecas como no problema ou talvez o “João” nem conheça a fruta kiwi.

Adotamos como perspectiva pedagógica para trabalhar com a metodologia de resolução de problemas a ideia de situação-problema, uma vez que, as características apresentadas atendem melhor aos objetivos da pesquisa.

2.3 A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Branca (1997) nos apresenta três concepções para a resolução de problemas no contexto da escola. Segundo esse autor, a resolução de problemas pode ser vista como: habilidade básica, processo e meta. A resolução de problemas como uma meta “independe de problemas específicos, de procedimentos ou métodos e do conteúdo” (Branca, 1997, p. 5), uma vez que, nessa concepção, a resolução de problemas é o principal objetivo do ensino de matemática. O autor destaca que a resolução de problemas vista como um processo considera importante “os métodos, os procedimentos, as estratégias e as heurísticas que os alunos usam na resolução de problemas” (Branca, 1997, p. 05).

Temos ainda, a visão de resolução de problema como uma habilidade básica. Branca (1997) discute que existe dois tipos de habilidades básicas: uma voltada para os aspectos necessários para avaliação e outra para os aspectos necessários para atuar na sociedade. Nessa concepção, segundo o autor, há uma tendência de considerar habilidades básicas como algo “que pode ser facilmente avaliada por testes escritos”, mas a resolução de problema não se encaixa nessa visão (Branca, 1997, p. 07).

Neste trabalho, adotamos a concepção de ensino para resolução de problemas como um processo, pois nos interessa compreender como os estudantes resolvem as situações-problema, sendo necessário considerar os métodos, os procedimentos, as estratégias e a compreensão dos estudantes de todo processo de resolução.

Andrade e Onuchic (2017) destacam três abordagens para Resolução de Problemas. Segundo as autoras, temos o ensino *sobre* resolução de problemas, ensinar *a* resolver problemas e ensinar *através* da resolução de problemas. Tais abordagens merecem ser analisadas para que possamos compreender as diferenças existentes entre elas, principalmente, dentro da sala de aula.

A primeira abordagem remete ao modelo de resolução de problemas proposto por Polya, o qual descreveu fases necessárias para a solução do problema. “O professor que ensina sobre resolução de problemas procura ressaltar o modelo de resolução de problemas de Polya ou alguma variação dele” (Andrade; Onuchic, 2017, p. 437).

A segunda abordagem diz respeito ao ensino de resolução de problemas. Aqui, o foco do professor está no modo como a matemática é ensinada e o que poderá ser utilizado para resolver problemas. “Ao ensinar a resolver problemas, o professor se concentra na maneira como a matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicado na resolução de problemas rotineiros ou não rotineiros” (Andrade e Onuchic, 2017, p. 437). Nessa abordagem, o professor preocupa-se em repassar para seus alunos muitos exemplos de conceitos e estruturas matemáticas com o objetivo de que os alunos possam utilizar esse conhecimento na resolução de problemas.

A terceira abordagem é a que deveria ser utilizada nas salas de aula, visto que segue as recomendações do NCTM e dos PCN de Matemática. Para Andrade e Onuchic (2017), o ensino através da resolução de problemas é capaz de contribuir com o desenvolvimento de processos cognitivos de alto nível. Considerando que essa abordagem pode trazer mais benefícios aos estudantes, adotamos o ensino através da resolução de situações-problema.

De acordo com Onuchic, Leal Júnior e Pironel (2017) a Resolução de Problemas é uma metodologia alternativa ao ensino tradicional, importante para a aprendizagem de conteúdos, mas sobretudo, o desenvolvimento das habilidades e capacidades cognitivas dos educandos, fazendo-os pensar.

No que se refere à Resolução de Problemas como metodologia, Andrade (2017) destaca que esta atividade deveria estar pautada na proposta de “Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas” visando uma compreensão mais aprofundada.

Andrade (2017) destaca que um problema deve ser visto como um projeto, no qual o aluno deseja resolver o problema, embora ainda não conheça o caminho para solução.
Assim, a trajetória para solucionar o problema parte do desconhecimento do procedimento que será usado para solução e necessita que o educando tenha interesse por realizar tal tarefa.

Resolver um problema é uma atividade complexa que exige do sujeito uma demanda cognitiva, podendo despertar o "prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe" (Andrade, 2017, p. 366).

Onuchic e Allevato (2011) destacam o desenvolvimento de uma metodologia que considera o ensino, a aprendizagem e avaliação como elementos que podem e devem ser trabalhados simultaneamente.

> Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos (Onuchic; Allevato, 2011, p. 81).

Ainda considerando a avaliação como fundamental no processo de ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas, as autoras descrevem a dinâmica que se dá ao usar essa metodologia.

> O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário (Onuchic; Allevato, 2011, p. 81).

De acordo com Onuchic e Allevato (2011, p. 81), essa metodologia de ensino é extremamente importante para que os alunos possam "fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos".

As autoras destacam ainda a importância de compreender a avaliação em seu caráter contínuo e formativo, sendo "incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos" (Onuchic; Allevato, 2011, p. 80).

Na perspectiva adotada por Onuchic e Allevato (2011) a metodologia de Resolução de Problemas se utiliza da avaliação para compreender os processos de ensino-aprendizagem na Matemática.

Com o intuito de ajudar a professores desenvolver o trabalho através da resolução de problemas, com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, Onuchic (1999) criou um Roteiro de Atividades com 7 etapas:

(1) Formar grupos e entregar uma atividade; (2) O papel do professor; (3) Registrar os resultados na lousa;(4) Realizar uma plenária;(5) Analisar os resultados; (6) Buscar um consenso;(7) Fazer a formalização.

Após a aplicação deste roteiro de atividades foi possível perceber que ainda existiam dificuldades para o trabalho com resolução de problemas, e assim, um segundo roteiro foi proposto. De acordo com Onuchic e Allevato (2011), as etapas do novo roteiro foram embasadas nos resultados obtidos por meio das experiências com formação de professores. Assim, as novas etapas foram:

(1) Formar grupos.

(2) Preparação do problema – A seleção de um problema deve levar em consideração à construção da aprendizagem de algum “conceito, princípio ou procedimento” (Onuchic; Andrade, 2017, p. 439), sendo este problema denominado de problema gerador.

(3) Leitura individual – A leitura deve ser realizada por cada aluno em primeiro momento.

(4) Leitura em conjunto – A leitura em conjunto pode gerar dificuldades, mas o professor pode intervir e ajudar aos alunos a chegarem na interpretação do texto matemático. Além disso, podem surgir problemas secundários, mediante ao desconhecimento de uma palavra ou expressão, gerando novas demandas. O professor pode também propor o uso do dicionário.

(5) Resolução do problema – Após sanar as dúvidas relacionadas ao enunciado do problema, os alunos devem resolver o problema de modo cooperativo e colaborativo. O problema gerador será o fio condutor para o processo de aprendizagem através da resolução de problemas.

(6) Observar e incentivar – O professor assume um papel de observação e incentivador da construção do conhecimento dos alunos. Através da mediação, o professor conduz seus alunos a pensar sobre o problema, acolhendo as dificuldades, valorizando os conhecimentos prévios e incentivando as diversas estratégias de resolução.

(7) Registro das resoluções na lousa – Os registros são uma etapa importante e devem ser valorizados, sem exceção. Os alunos devem ser encorajados a registrar suas resoluções para que seja realizada a discussão.

(8) Plenária – Os alunos discutem as estratégias que foram registradas na lousa, defendendo suas ideias e tirando dúvidas de seus colegas. O professor terá o papel de mediar as discussões.

(9) Busca do consenso – Nessa etapa, os alunos devem chegar a um consenso sobre qual ou quais estratégias estão corretas.

(10) Formalização do conteúdo – Cabe ao professor realizar o registro formal na lousa.

(11) Proposição de problemas – Essa etapa é essencial para o ensino e aprendizagem matemática. Para os professores a proposição de problemas é fundamental para aprendizagem dos alunos. Já para os alunos, a proposição irá aprofundar e ampliar as habilidades referentes a resolução de problemas (Onuchic; Andrade, 2017).

Onuchic e Allevato (2011, p. 82) destacam que "não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula Matemática", porém o Roteiro de Atividades ajuda o professor a compreender a metodologia e consequentemente, auxiliar os alunos no processo de construção do conhecimento matemático.

Atualmente, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) aponta a Resolução de Problemas como metodologia importante para o desenvolvimento de habilidades matemáticas necessárias ao letramento matemático. A proposta da BNCC é trabalhar a metodologia de Resolução de Problemas articulando as unidades temáticas de Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Dada sua importância, a Resolução de Problemas é apresentada como uma das macro-competências necessárias ao letramento matemático.

A BNCC reforça que essa metodologia é um importante processo e necessário para desenvolver o Letramento Matemático, assim como, a investigação, o desenvolvimento de projetos e a modelagem.

> Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (Brasil, 2018, p. 264).

Outro ponto que merece ser destacado é a importância de explicar/verbalizar os procedimentos realizados durante a resolução de problemas. Apesar da dificuldade em verbalizar o conhecimento procedimental, se faz necessário compreender o passo a passo utilizado na resolução de problemas para que as estratégias dos alunos sejam aprimoradas, assim como, o professor também pode se beneficiar melhorando o ensino.

Segundo Baqueiro, Carvalho e Cruz (2019, p. 02) a matemática é uma ciência cujo ensino "não deve ter como foco aplicações teóricas dessa ciência, mas sim a compreensão, a construção de significados e a argumentação consistente". Para as autoras, através da metodologia de Resolução de Problemas é possível fazer a articulação entre as áreas de Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, contribuindo para o Letramento Matemático.

Devemos ainda destacar a importância do professor com a metodologia da Resolução de problemas, sendo necessário experimentar durante sua formação acadêmica atividades embasadas nessa perspectiva, tendo propriedade e segurança para ensinar possibilitar em sala de aula, com seus estudantes. Do contrário, como exigir que o professor ensine algo que ele não aprendeu?

A metodologia de RP proporciona ao professor a possibilidade de mediar o processo de aprendizagem dos estudantes durante todas as etapas da resolução, uma vez que, o professor tem o papel de mediador, sendo um observador capaz de detectar as fragilidades dos estudantes e realizar intervenções imediatas ou posteriores.

2.4 DESAFIOS E POSSIBILIDADES COM A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino de Matemática através da resolução de problemas é desafiador para professores e estudantes, uma vez que, precisa estar mais focado no desenvolvimento de habilidades cognitivas, mas procedimentais, atitudinais ao invés de focar no treino de exercícios.

A metodologia de RP impulsiona o professor a pesquisar, estudar, planejar, avaliar e olhar para seu aluno como sujeito capaz de aprender através de situações-problema. Dessa forma, ao utilizar a metodologia de RP, o professor estará contribuindo para que seus alunos possam avançar no desenvolvimento de habilidades e estratégias, mas também levando seus alunos a um modo de aprender mais desafiador.

Pozo (1998, p. 14) considera que

> [E]nsinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como problema para o qual deve ser encontrada uma resposta (Pozo, 1998, p. 14).

O ensino através da resolução de problemas não pode desconsiderar o nível cognitivo dos alunos ou então, a situação-problema não poderá ser um desafio, visto que não haverá condições para a solução. Assim, Van de Walle (2009) destaca a importância de conhecer aquilo que o aluno já sabe, o que ele já é capaz de fazer e a partir disso, explorar por meio de resolução de problemas e avançar na construção da aprendizagem.

Ensinar nessa perspectiva exige do professor um olhar atento e reflexivo para ajustar a rota sempre que os alunos precisarem de novos estímulos para aprendizagem. A metodologia de RP é um caminho que permite ao ensino uma dinamicidade maior, permitindo que o processo de ensino e aprendizagem seja mais atrativo para os alunos.

Segundo Andrade (2017, p. 355), era comum os professores explorarem a teoria e só depois de muitos exercícios para "treinar" um conteúdo, os alunos eram apresentados a situações-problema envolvendo tal conteúdo, "caracterizando-o como aplicação da teoria". Talvez muitos professores reproduzam um modelo de educação ao qual foram expostos durante sua trajetória escolar ou, simplesmente, por não compreender a importância de oportunizar aos seus alunos situações que os façam pensar, questionar, propor hipóteses, testar e encontrar soluções. Para Andrade (2017) essa concepção de ensino de Matemática não é capaz de contribuir para uma aprendizagem libertadora, na qual o estudante seja um sujeito crítico, que reflete e faz relações entre sua aprendizagem escolar e a realidade fora da escola.

Por outro lado, alguns livros didáticos apresentam os conteúdos sem contextualização, sem situações em que os alunos precisem fazer análises. Cardoso e Oliveira (2020, p. 10) destacam que a "concepção de Resolução de Problemas presente nos livros de Matemática não é a de metodologia de ensino", ou seja, os livros didáticos trazem uma proposta diferente do que preconiza as orientações dos PCN de Matemática, por exemplo. Por outro lado, a partir de nossa experiência, reconhecemos que há professores que não se baseiam pelos livros didáticos e, sim, por suas concepções sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Para Vale (2017), a educação do século XXI deve contribuir para formação de sujeitos criativos. Nessa direção, a resolução de problemas seria capaz de contribuir com o desenvolvimento dessa criatividade que se faz necessária em uma sociedade que está em constante transformação.

Envolver os alunos na resolução de problemas pode levar a resultados positivos, considerando que serão explorados meios para encontrar soluções, buscando estratégias criativas que possam de fato responder ao problema. Mas, não podemos negar que, para uma prática pedagógica que valorize essa interação e movimento em sala de aula, o professor deve compreender tal perspectiva para planejar suas aulas e isso, demanda formação e tempo.

Outro desafio ao ensino nessa direção é que muitos alunos não conseguem ler e interpretar situações-problema devido às dificuldades relacionadas à Língua Portuguesa. Se os alunos não são capazes de ler e interpretar textos, o trabalho com situações-problema pode ter mais um obstáculo. Quando a dificuldade com leitura e interpretação passa a comprometer a aprendizagem matemática, é preciso que o professor apresente maneiras alternativas para realização de atividades de resolução de problemas. Para Smole e Diniz (2021), essa dificuldade pode estar

> ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela – total, diferença, ímpar, média, volume, produto – podem construir um obstáculo para que ocorra a compreensão (Smole; Diniz, 2001, p. 72).

Smole e Diniz (2001) chamam atenção para a necessidade de trabalhar com os textos dos enunciados dos problemas nas aulas de matemática. Para as autoras, é evidente que essa dificuldade apresentada por tantos alunos é o reflexo da ausência de um trabalho sólido com leitura e escrita.

Trabalhar a partir dos enunciados das situações-problema, destacando o texto ao realizar a leitura e interpretação pode ser um caminho possível para desenvolver habilidades de leitura nas aulas de matemática.

Segundo as autoras, se os alunos ainda não forem leitores, o professor pode realizar uma leitura para que compreendam o problema e, se já forem leitores, o papel do professor será de auxiliar nessa leitura. De acordo com Smole e Diniz (2001, p. 73), o professor pode escrever o texto do problema no quadro e ler cuidadosamente para que os alunos "percebam as palavras do texto, sua grafia e seu significado". Realizar questionamentos orais com os alunos também auxilia nesse processo inicial de compreensão do problema.

Nesse sentido, Cândido (2001) destaca a importância de desenvolver a oralidade das crianças no processo de aprendizagem, enfatizando os pontos positivos que tal habilidade pode promover. Através da oralidade, os alunos podem expressar suas ideias e, assim, resolver situações-problema, mesmo que ainda não sejam capazes de registrar de modo "-formal" suas respostas.

> A oralidade é o recurso de comunicação mais acessível, que todos os alunos podem utilizar, seja em matemática ou em qualquer outra área do conhecimento. Ela é um recurso de comunicação simples, ágil e direto que permite revisões praticamente instantâneas, podendo ser truncada e reiniciada assim que se percebe uma falha ou inadequação. Independentemente da idade e da série escolar, a oralidade é o único recurso quando a escrita e as representações gráficas ainda não são dominadas ou não permitem demonstrar toda a complexidade do que foi pensado (Cândido, 2001, p. 17).

Por meio desse recurso, os alunos podem explorar de forma mais ampla uma situação-problema, favorecendo a compreensão de conceitos e procedimentos. Cândido (2001) reforça a ideia de que através da oralização os

> alunos refletem sobre os conceitos e os procedimentos envolvidos na atividade proposta, apropriam-se deles, revisam o que não entenderam, ampliam o que compreenderam e, ainda, explicitam suas dúvidas e dificuldades (Cândido, 2001, p. 17).

Além da oralização nas aulas de matemática, outro recurso que pode contribuir para o desenvolvimento de atividades de resolução de problemas é o registro pictórico. No início da escolarização, os registros pictóricos são as principais formas de representação escrita das crianças e através deles, as crianças conseguem expressar o que entenderam em determinada atividade ou mesmo compreender o que o enunciado pede através dos desenhos.

De acordo com Cândido (2001, p. 19), para crianças que ainda não escrevem, que não conseguem expressar-se oralmente, ou que já escrevem, mas ainda não dominam a linguagem matemática, o desenho pode ser uma alternativa para que elas comuniquem o que pensam.

Assim, os registros pictóricos podem trazer para a atividade matemática a possibilidade de refletir sobre a situação-problema, levando a criança a construir significado para novos conceitos e ideias, podendo ser ampliado a medida que a criança for sendo escolarizada (Cândido, 2001).

2.5 PESQUISAS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: OLHARES DIVERSOS

A Resolução de Problemas envolve diversas áreas da matemática, tais como, aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidade visto que através dessa metodologia é possível perpassar por diversos campos. Além disso, o volume extenso de pesquisas sobre Resolução de Problemas torna a pesquisa um desafio ainda maior, visto que, são inúmeras as contribuições já apresentadas até o momento para o campo da Resolução de Problemas.

Os desafios para o ensino e aprendizagem na perspectiva da Resolução de Problemas fazem com que seja necessário investigar a formação de professores, tendo em vista as dificuldades do ensino; os processos de aprendizagem envolvidos na Resolução de Problemas; as metodologias e ferramentas usadas para desenvolver o trabalho com situações-problema.

Apresentaremos aqui, algumas pesquisas que julgamos importante para compreensão da temática em questão.

Com o objetivo de comprovar a relevância da Metodologia de Resolução de Problemas, realizamos um levantamento de dissertações envolvendo a temática e os resultados demonstraram o interesse de pesquisadores de áreas diversas em optar pela Resolução de Problemas para dar embasamento as suas pesquisas.

No Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática PPGECEM – UEPB, foram elaboradas 27 dissertações no mestrado profissional envolvendo a temática de resolução de problemas no período de 2010 a 2022. Dentre essas, 11, enfatizaram a Resolução de Problemas como metodologia principal de seus estudos, as quais: Cavalcante (2011), Silva (2013), Brandão (2014), Fonseca (2014), Freitas (2015), Meira (2015), Araújo (2016), Silva (2016), Assis (2018), Costa (2019), e Silva (2020) que enfatizaram a Resolução de Problemas como metodologia principal de seus estudos.

No mestrado acadêmico deste mesmo programa foram produzidas 19 dissertações envolvendo a temática de resolução de problemas no período de 2015 a 2022, sendo que tantas foram relativas à RP como metodologia de ensino. Dentre elas, temos as pesquisas de Santana (2015), Domingos (2016), Rocha (2016), Silva (2016), Brasil (2017), Gomes (2017), Véras (2019), Silva (2019), Araújo (2021), Silva (2021), e Silva (2022) exploraram a Resolução de Problemas como metodologia para o ensino de diversos conteúdos.

Tamanha é a diversidade de títulos produzidos nas pesquisas apresentadas ao referido programa de Pós-Graduação, que podemos afirmar a versatilidade da Metodologia de Resolução de Problemas, conseguindo transitar e dar contribuições em áreas como o Letramento Matemático, Educação Financeira, Formação de Professores, Ensino de Matemática, Ensino de Física, Linguagem Matemática, Aplicativos e Tecnologias, Operações Aritméticas, Uso de Calculadoras e Construção de Conceitos Matemáticos.

Assim, compreendemos que a Resolução de Problemas é uma área da educação matemática que impacta diretamente o ensino e aprendizagem dos estudantes e possibilita a ampliação da visão de mundo enquanto sujeitos. Vimos nas pesquisas aqui apresentadas que, através da Metodologia de Resolução de Problemas foi possível desenvolver diversos temas em sala de aula e, sobretudo, contribuir para que os estudantes pudessem desenvolver sua autonomia e criticidade por meio das oportunidades de pensar sobre o problema, questionar, refletir, argumentar, propor soluções, realizar hipóteses e testar estratégias.

Para este trabalho, destacamos especificamente a pesquisa intitulada “Ensino – Aprendizagem de Álgebra através da Resolução e Exploração de Problemas” de Araújo (2016) que dialoga com o nosso objeto de investigação – Metodologia da Resolução de Problemas e a Álgebra.

Araújo (2016) realizou uma pesquisa no 7º ano dos anos finais do Ensino Fundamental voltada para o ensino-aprendizagem de Álgebra através da Resolução e Exploração de problemas. A autora destaca a importância da resolução de problemas para o ensino e aprendizagem algébrica, mas enfatiza que além de resolver problemas, é preciso explorá-los. Nas palavras de Araújo (2016, p.21) "fornecer problemas para que os alunos solucionem não é mais suficiente: é preciso explorá-lo, compreendê-lo, ressignificá-lo".

Um dos grandes desafios da atualidade é fazer com que os estudantes demonstrem e mantenham o interesse por suas atividades escolares. Dessa forma, a metodologia de resolução de problemas pode contribuir para esse engajamento na sala de aula, explorando diferentes estratégias de resolução, possibilitando melhor compreensão do conteúdo. Nessa perspectiva de exploração, a medida que os estudantes criam seus próprios meios e expõem como realizaram a resolução de determinado problema, principalmente quando fazem aos seus pares, vão se apropriando de maneira significativa do conteúdo (Araújo,2016).

Em sua pesquisa, Araújo (2016) relata a dificuldade dos alunos em compreender conceitos algébricos e tem como objetivo identificar como a metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução e Exploração de Problemas possibilita o entendimento de tais conceitos.

De acordo com Araújo (2016, p. 23) "as diferentes Representações podem enriquecer o processo de Resolução e Exploração de problemas", pois é uma necessidade dos alunos se expressar de diversas formas, podendo utilizar a representação verbal, algébrica e pictórica.

Araújo (2016) destaca vantagens e desvantagens de trabalhar com essas Representações. A autora traz quatro categorias, segundo Friedlander & Tabach (2001): representação verbal, numérica, gráfica e algébrica.

> A representação verbal tem a vantagem da interpretação, na colocação de problemas, na expressão do resultado final. E tem a desvantagem de que ela pode ser ambígua e é pouco universal com relação a outras representações, podendo, assim, gerar diferentes entendimentos, de forma a acarretar obstáculo à compreensão (Friedlander & Tabach, 2001 *apud* Araujo, 2016, p. 23).
>
> A representação numérica sendo vantajosa por ser mais familiar aos estudantes do estágio inicial da álgebra e por ser uma abordagem que oferece uma ponte com a Álgebra. Considerando que o uso dos números é importante para adquirir um primeiro entendimento do problema e investigar casos particulares. Suas desvantagens podem estar na falta de generalidade, de forma a não ser muito efetiva para dar uma visão geral do problema, ou seja, seu potencial como ferramenta para resolver problemas pode ser, algumas vezes, bem limitado (Friedlander & Tabach, 2001 *apud* Araujo, 2016, p.).

> A representação gráfica é efetiva em promover um design mais objetivo e claro do valor real de uma variável de uma função. Os gráficos são intuitivos e, particularmente, apelam para os estudantes que gostam de uma abordagem visual. Entretanto, nas representações gráficas podem faltar a curacidade exigida, ela pode não ser tão precisa, podendo ser influenciada por fatores externos, tais como a escala. Frequentemente, apresenta apenas uma secção do domínio do problema; sua utilidade como uma ferramenta matemática varia de acordo com a tarefa em mãos, se em uma tarefa se quer enaltecer o visual, ele vai ser muito bom (Friedlander & Tabach, 2001 *apud* Araujo, 2016, p. 23-24).

> Representação algébrica é concisa, geral e efetiva na apresentação de modelos matemáticos. Por sua vez, a manipulação dos objetos algébricos é, algumas vezes, o único método de justificar ou provocar declarações gerais. Contudo, o uso exclusivo dos símbolos algébricos em qualquer estágio da aprendizagem pode burlar ou obstruir o significado matemático da natureza dos objetos apresentados e causar dificuldades na interpretação dos estudantes em alguns resultados (Friedlander & Tabach, 2001 *apud* Araujo, 2016, p. 24).

Segundo Araújo (2016) utilizar essas representações pode ajudar na compreensão do problema, uma vez que, através de tais representações, o aluno e o professor estarão explorando mais a fundo a situação, gerando mais aprendizagem.

Guérios e Júnior (2016) fazem importante destaque para Resolução de Problemas na perspectiva didática. Os autores chamam atenção para o contexto na resolução de problemas, questionando a crença que apresentar aos alunos enunciados longos os tornará contextualizado. Para que não se incorra ao equívoco de achar todo enunciado longo "contextualizado", é imprescindível que se tenha clareza e compreensão dos termos "realidade-cotidiano-contextualização", que por vezes são utilizados como sinônimos.

> Tanto é que para alguns se as situações do cotidiano forem utilizadas para desencadear situações didáticas estarão automaticamente contextualizadas e que tais contextos devem estar inseridos nas atividades didáticas com resolução de problemas (Guèiros; Júnior, 2016, p. 211 – 212).

Acreditar que uma situação-problema está contextualizada apenas porque apresenta um enunciado longo é um erro, já que "cotidiano diz respeito à circunstância de vida de cada um e aos significados que cada qual estabelece" (Guèiros e Júnior, 2016, p. 212). A incoerência entre o contexto apresentado no enunciado do problema e o contexto matemático contribui para que a situação didática não tenha sucesso. É preciso reavaliar o que entendemos por contexto afim de que se possa apresentar aos alunos situações realmente contextualizadas.

Em relação à didática para resolução de problemas, Guèiros e Júnior (2016) trazem a perspectiva apresentada por Brousseau, na qual existe a necessidade de compreender as interações entre professor-aluno-conhecimento. A partir dessa tríade professor-aluno-conhecimento surgem questões como a existência de "situações didáticas" e "situações a-didáticas".

De acordo com Guèiros e Júnior (2016), nas situações didáticas é preciso considerar que a relação entre o aluno-meio e aluno-professor podem interferir na construção do conhecimento por meio da resolução de problemas. Na relação entre aluno-professor há uma "regulação da produção de conhecimento", visto que o professor lida didaticamente com o aluno, tendo assim, como interferir e legitimar situações de aprendizagem.

Por outro lado, as situações a-didáticas favorecem a autonomia do aluno, visto que, nesse tipo de situação o aluno não tem a interferência do professor na produção do conhecimento. A atividade de resolução de problemas é beneficiada quando ocorre através de situações a-didáticas, pois o aluno consegue caminhar sozinho na construção do seu conhecimento. Para Guèiros e Júnior (2016), as situações a-didáticas têm como ponto positivo para aprendizagem do aluno o fato de que "possibilita que construa conceitos pela experimentação e pelas relações que estabelece com os saberes e os conhecimentos que subsidiam um processo de aprendizagem" (p. 218).

Nesse processo de construção de saberes e conhecimentos, o aluno é levado a aprendizagem através da experimentação, da ação de testar e comprovar suas hipóteses em uma resolução de problemas, explorando o aspecto criativo. Entretanto, Guèiros e Júnior (2016) indicam que existe grande contradição entre aquilo que os professores prezam no ensino de resolução de problemas e aquilo que realmente é praticado. Apesar de ser discutido e defendido que os problemas devem ser compostos de enunciados contextualizados, para o melhor entendimento dos alunos, o que se encontra na prática são situações-problemas que levam o aluno a pensar quase que mecanicamente, por meio de palavras-chave, para identificar como resolver tal situação.

2.5.1 A avaliação na perspectiva da metodologia de RP

Onuchic, Leal Júnior e Pironel (2017) trazem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como uma possibilidade real de construção do conhecimento a partir do problema, considerando que assim, seja possível "realizar conexões entre diferentes ramos da Matemática, permitindo a produção de conceitos e conteúdos novos" (2017, p. 15).

É preciso compreender as maneiras de trabalhar a Resolução de Problemas na formação docente, pois este modo implicará nas concepções que os futuros professores formarão e levarão para suas salas de aula. Mais do que apenas ensinar os professores-alunos a ensinar a resolver problemas, deve-se problematizar com estes, o porquê e para quê ensinar a resolver problemas.

Pironel e Vallilo (2017) nos apresentam aspectos importantes da avaliação na metodologia de resolução de problemas. De acordo com os autores, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação tem se esforçado para que ocorra uma integração entre a avaliação e o ensino-aprendizagem, visando o melhor desenvolvimento dos alunos. Nessa perspectiva, a avaliação pode ocorrer durante todo o processo de ensino-aprendizagem, garantindo que o professor seja capaz de conduzir as atividades propostas e possibilite que ele consiga rever e modificar o que julgar pertinente. Assim, os autores destacam processos avaliativos que contribuem para o desenvolvimento das atividades pautadas na resolução de problemas: 1 – Avaliar o problema; 2 – A avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem; 3 – A avaliação do sentido atribuído pelo aluno; 4 – A meta-avaliação.

Segundo Pironel e Vallilo (2017, p. 293) é extremamente importante que os professores avaliem os problemas propostos aos alunos e considerem nesse processo quais conteúdos querem trabalhar e quais os alunos já dominam para resolver o problema. Sendo a avaliação um processo marcado de intencionalidade, os autores apontam para a importância de o aluno estar ciente do que conseguiu avançar em sua aprendizagem, participando ativamente do processo, no que os autores chamam de "avaliação do sentido atribuído pelo aluno".

A observação é um instrumento avaliativo potente nas aulas de matemática e está a disposição do professor em todo o processo. A partir dessa observação o professor pode realizar os registros e intervenções imediatas. Por meio da observação com registro o professor pode conseguir dados que contribuam com sua reflexão, gerando melhorias em sua prática e na aprendizagem dos alunos. Já as observações com intervenções ocorrem por meio de questionamentos, dicas ou mesmo a resolução de problemas. (Pironel; Valillo, 2017).

De acordo com Pironel e Vallilo (2017) todo processo avaliativo traz suas contribuições para quem está avaliando, mesmo que esse processo não seja tão adequado e justo. Dessa forma, para o trabalho do professor (avaliador) é extremamente importante que seja feita uma reflexão sobre a avaliação em si. Para garantir essa "reflexão" sobre o processo avaliativo e da própria avaliação, os autores sugerem que

> o professor leia os resultados da avaliação à luz dos objetivos propostos e avalie os resultados da avaliação, refletindo sobre as principais dificuldades encontradas pelos alunos e a relevância dos instrumentos de coleta de dados para a compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem (Pironel; Valillo, p. 301, 2017).

Dentro dessa perspectiva de reflexão sobre o processo avaliativo, o professor deve avaliar sua prática docente, tendo a oportunidade de descobrir fragilidades, assim como, pontos fortes em seu trabalho docente. Os autores chamam esse processo de meta-avaliação.

3 ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS

Neste capítulo será apresentado a conceituação de Álgebra e aspectos históricos, assim como, uma contextualização de como a Álgebra passa a fazer parte do currículo escolar. Trataremos sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e a inserção dessa área no currículo de Matemática para os Anos Iniciais.

3. 1 O QUE É ÁLGEBRA?

Ao longo dos tempos buscamos por ferramentas que possam ajudar a resolver situações práticas. A Álgebra surge nesse contexto, fazendo parte do desenvolvimento humano, pois está presente em diversas situações em que se exige uma solução, sendo- "ferramenta do pensamento" que pode nos auxiliar na vida prática, mas é na escola, o lugar onde se formaliza os processos de seu ensino e sua aprendizagem.

A conceituação da Álgebra não é uma tarefa fácil, sendo importante refletir sobre o que é e quais são as suas implicações no cotidiano escolar. Podemos iniciar fazendo uma distinção entre a Álgebra e a Aritmética. De acordo com Booth (1995) uma das diferenças mais marcantes e popularizada entre "a aritmética e a álgebra é, obviamente, a utilização, nessa última, de letras para indicar valores" (Booth, 1995, p. 30).

Mas, essa não é a única característica da álgebra, visto que em outras áreas, como por exemplo, em grandezas e medidas, também utilizamos as letras para representar unidades de medidas. É comum utilizarmos letras como o "h" para representar as horas ou a letra "g" para gramas. Entretanto, em álgebra, o uso das letras tem outra conotação. Ao usar letras em álgebra, estamos representando valores por meio de símbolos. Assim, definir a Álgebra apenas como uma área na qual se utiliza letras para representar valores, não traduz o que realmente a Álgebra é capaz de expressar.

A álgebra é uma ferramenta importante para que habilidades como perceber padrões e regularidades e a capacidade de generalizar sejam desenvolvidas. Para isso, é importante e necessário que os estudantes tenham contato com as noções de álgebra desde os primeiros anos escolares.

Booth (1995) também destaca a diferença entre aritmética e álgebra observando o foco da atividade. Segundo a autora, "em aritmética o foco da atividade é encontrar determinadas respostas numéricas particulares. Na álgebra, porém, é diferente. Na álgebra o foco é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada geral" (Booth, 1995, p. 24).

Leitzel (2014) define a álgebra como "uma extensão e uma generalização da aritmética". Segundo a autora, a álgebra fornece ferramentas para resolver problemas que a aritmética não consegue responder. No entanto, acreditando que a álgebra é mais do que uma extensão da aritmética, Kieran (2007) diz que "a álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas" (Kieran, 2007, p. 5). Considerar a álgebra como uma "forma de pensar" faz com que percebamos a necessidade de compreender as representações do pensamento por meio da Matemática.

Kieran (2007) enfatiza que a álgebra é mais do que procedimentos envolvendo símbolos. Para a autora. Esta área

> não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na actividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (e.g. Mason, 2005). Assim, a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas (Kieran, 2007, p. 5).

A álgebra enquanto área do conhecimento passou por uma longa construção de conceitos abstratos, apropriação de uma linguagem específica e simbólica. Assim, ela é um conhecimento histórico que foi se desenvolvendo ao longo dos anos e se estabelecendo enquanto conhecimento. De acordo com Coelho e Aguiar (2018, p. 171), "o conhecimento da álgebra precisa do meio social para ser aprendido e assimilado pelo indivíduo".

3.2 BREVE HISTÓRICO DA ÁLGEBRA

Desde a Antiguidade já se utilizavam técnicas para resolução de problemas matemáticos que remetiam à Álgebra. O famoso papiro de Amhes/Rhind traz sua natureza algébrica nos problemas apresentados (Ponte, Branco; Matos, 2009).

Diofanto (c. 200 – c 284) é considerado por muitos como o fundador da Álgebra por ter desenvolvido métodos para resolver equações e sistemas de equações. Mas só alguns séculos mais tarde, num trabalho de al – Khwarizmi (790 – 840) o termo "Álgebra" passa a ser utilizado para designar a operação de "transposição de termos". (Ponte, Branco; Matos, 2009).

No século XVI, com François Viète (1540 – 1603) teve início uma grande transformação no campo da Álgebra, sendo considerada uma nova etapa: “Álgebra Clássica”. Nesse mesmo período, outros grandes estudiosos deram suas valorosas contribuições para resolução de equações (Ponte, Branco; Matos, 2009).

A partir de meados do século XIX a Álgebra passa por intensa transformação, levando ao fechamento de uma etapa e iniciando-se o que chamamos de “Álgebra Moderna”, a qual desenvolve um aspecto mais abstrato da Álgebra. (Ponte, Branco, Matos, 2009).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) destacam que a história da Álgebra passa por uma ruptura na forma como se compreende o conhecimento algébrico por volta da primeira metade do século XIX. Segundo esses autores, duas concepções de Álgebra se evidenciavam nessa época. De um lado, temos uma tendência mais tradicional, a qual via a Álgebra como uma Aritmética Generalizada e de outro lado, uma visão mais moderna, que percebia a Álgebra como “um sistema simbólico cujos símbolos e regras operatórias sobre eles são de natureza essencialmente arbitrária” (Fiorentini; Miorim; Miguel p. 79). Os autores apresentam leituras sobre um repensar a educação algébrica elementar.

No desenvolvimento da história da Álgebra, os autores chamam atenção para uma segunda leitura desse momento. A Álgebra teve contribuições culturais de vários povos, podendo citar a existência de uma “álgebra egípcia, de uma álgebra babilônica, de uma álgebra grega pré-diofantina, de uma álgebra diofantina, de uma álgebra chinesa, de uma álgebra hindu, de uma álgebra arábica, de uma álgebra da cultura europeia renascentista” (Fiorentini, Miorm, Miguel, 1993, p. 79).

Em uma terceira leitura desse desenvolvimento histórico, a mais apresentada por diversas pesquisas, destaca que houve um desenvolvimento da linguagem algébrica: linguagem retórica ou verbal, a sincopada e a simbólica. De acordo com Almeida (2017), a história da Álgebra, especificamente, da linguagem algébrica, se desenrola a partir de três grandes estágios: retórico, sincopado e simbólico.

Segundo Almeida (2017) o primeiro estágio nomeado de “retórico” tem por característica a expressão do pensamento algébrico através da linguagem natural, ou seja, neste estágio, utilizava-se apenas palavras. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 80) complementam essa descrição destacando que esta teria sido a Álgebra “dos egípcios, babilônicos e gregos pré-diofantinos”.

Para Almeida (2017), o segundo estágio chamado de “sincopado” avança na sua forma de expressão do pensamento algébrico, já que agora são incorporadas abreviações e letras para representar algebricamente.

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), essa fase sincopada teria surgido com Diofanto, pois foi o primeiro a usar um símbolo para representar uma incógnita, a letra “sigma” do alfabeto grego. Mais tarde, os hindus desenvolveram uma álgebra similar a forma de Diofanto. Os autores ressaltam ainda que, os árabes não utilizaram essa forma de expressar, porém sua contribuição foi no que se refere ao vocabulário, que teria o termo “al-gabr” introduzido por al-Khwarizmi. Os italianos, por sua vez, utilizaram esse estilo sincopado até o século XVI.

No terceiro estágio conhecido como “simbólico” são utilizados vogais e consoantes para representar termos desconhecidos (Almeida, 2017). A fase simbólica, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) foi quando o uso de palavras deu lugar a representação apenas por símbolos. Apesar de Viète ainda fazer uso do estilo sincopado, foi o principal responsável por introduzir a representação simbólica algébrica.

Uma quarta leitura aponta para uma relevante compreensão dos aspectos relativos à linguagem algébrica, “isto é, no seu maior e menor grau de concisão, mas na significação que é atribuída aos símbolos desta linguagem” (Fiorentini, Miorim, Miguel, 1993, p. 80).

Os autores destacam, ainda, que existe uma diferença a respeito das concepções de símbolos, considerando antes de Viète e depois de Viète.

> Até Viète, o símbolo é utilizado apenas para representar quantidades desconhecidas em uma equação... A novidade introduzida por Viète foi não apenas representar simbolicamente, de maneira distinta, quantidades conhecidas (coeficientes de equações) e desconhecidas (incógnitas das equações), mas sobretudo, atribuir papeis diferenciados aos símbolos representativos dessas quantidades” (Fiorentini, Miorin, Miguel, 1993, p. 81).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apresentam outro momento, cuja leitura da Álgebra é baseada na resolução de equações. Segundo esses autores, na obra *Psicogênese e História das Ciências* Piaget e Garcia (1987) dividiam o desenvolvimento da Álgebra em três períodos: intra-operacional, interoperacional e transopracional.

O método utilizado período intra-opracional, se caracterizava pela busca de uma resolução particular para cada problema. O período interoperacional, buscava fórmulas para resolver as equações gerais. E por fim, o período transoperacional, contou com um método que permitiu um avanço qualitativo no que se refere a Álgebra, onde se percebeu relações que permanecem invariantes.

Segundo Almeida (2017), no Brasil, o ensino de Álgebra tem três momentos distintos em sua trajetória. Podemos relacionar esses momentos às concepções de ensino da Álgebra escolar. O primeiro momento da Álgebra foi antes do Movimento da Matemática Moderna (MMM), o qual tinha uma concepção "linguístico-pragmática". Nesse período a organização do ensino de Matemática era dividida por campos de conhecimento, diferente do que temos atualmente.

> Essa forma de se trabalhar a matemática na escola prevalece durante muito tempo, pois, mesmo com a Reforma Francisco Campos, em 1931, a qual assume pela primeira vez a denominação "matemática" para designar o ensino de aritmética, álgebra, geometria e trigonometria, o ensino da matemática permanecia em compartimentos estanques, nos quais se trabalhavam os campos da matemática de forma isolada (Almeida, 2017, p. 8).

A concepção "linguístico-pragmática" enfatiza o ensino da Álgebra através de técnicas, considerando que a aquisição de tais técnicas seria suficiente para que os alunos pudessem adquirir a capacidade de resolver problemas.

No segundo momento, ocorrido durante o Movimento da Matemática Moderna, desenvolvia-se a concepção "fundamentalista-estrutural". Durante esse período, o ensino de Álgebra dá ênfase aos aspectos "lógico-estruturais dos conteúdos e a precisão da linguagem", como destaca Almeida (2017, p. 9).

De acordo com Almeida (2017, p. 9), a principal mudança entre a primeira e segunda fase está no fato de que esta última perde seu caráter pragmático, ou seja, deixa de ser "útil para resolver problemas, passando a ter como foco a resolução de equações e a simplificação de expressões algébricas".

Já o terceiro momento foi após o Movimento da Matemática Moderna, cuja concepção adotada foi a "fundamentalista-cronológica". Almeida (2017) destaca que esse momento foi marcado pelo declínio do MMM e pelo esforço em conciliar o aspecto instrumental da álgebra, mas não deixar de lado o caráter fundamentalista. Essa concepção de ensino da Álgebra agrega o uso de materiais concretos para trabalhar as transformações algébricas.

Mesmo com a utilização de materiais concretos deixando o ensino mais didático, enfatizando mais o aspecto visual como ferramenta que auxilie na compreensão,

> essa ideia não deixaria de lado a abordagem simbólico-formal das outras concepções, acreditava-se simplesmente que essa etapa, geométrico-visual, poderia compor um estágio intermediário e/ou paralelo à abordagem simbólico-formal (Almeida, 2017, p. 10).

Percebemos que a evolução da Álgebra passou por mudanças relacionadas a linguagem, mas também às suas concepções. Apesar disso, as três concepções ainda estavam muito focadas em desenvolver a linguagem simbólica, o transformismo algébrico em situações descontextualizadas (Almeida, 2017).

Foi a partir da década de 1990 que uma nova visão sobre a forma de ensinar Álgebra começa a ser investigada. Estudos de autores como Kieran (1992) e Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) passaram a se preocupar com “a construção do significado para os objetos algébricos estudados por meio do desenvolvimento do pensamento algébrico” (Almeida, 2017, p. 10).

O interesse por estudos voltados para a Álgebra teve seu ápice nos Estados Unidos em 2006 por ocasião da Conferência promovida pela National Academy of Sciences (NAS). Participaram dessa Conferência 50 especialistas com o objetivo de pensar questões relacionadas à ciência e tecnologia. Surge nesse momento o termo “Early Algebra” que quer dizer Álgebra Inicial. A “Early Algebra” teria como foco desenvolver as ideias algébricas desde os primeiros anos de escolarização (Bitencourt; Merlini, 2020).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientavam que o conteúdo de álgebra fosse explorado com mais ênfase nos Anos Finais, mesmo que, “nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra” (Brasil, 1997, p. 39).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz a Álgebra como uma das Unidades Temáticas desde os Anos Iniciais. Isso demonstra uma mudança de paradigmas na educação brasileira, que a partir das discussões para elaboração de uma nova orientação curricular, entende que o desenvolvimento do pensamento algébrico é necessário desde os primeiros anos de escolarização.

3.3 O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Compreendemos que é difícil romper com concepções de ensino pautadas nas práticas arcaicas que valorizam a memorização e domínio de técnicas operatórias, em detrimento da compreensão. No entanto, é preciso olhar para as necessidades da sociedade atual e das mudanças colocadas ao currículo, e buscar atualização e adequação. Lins e Gimenez (2001) discutem que existe uma tendência “letrista” de perceber a álgebra, sendo uma visão simplista da álgebra que não favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico. Vivemos com intensas transformações sociais que nos empurram para um novo modo de pensar e agir, assim como, de ensinar e aprender.

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10), o grande objetivo do estudo da álgebra é “desenvolver o pensamento algébrico nos alunos”. Essa visão fortalece nossa compreensão acerca da importância de ensinar álgebra como forma de pensar, explorando situações e conceitos e contribuindo para que os alunos possam chegar ao domínio desse pensamento, utilizando-se de regras e técnicas operatórias envolvidas em problemas.

Entretanto, Coelho e Aguiar (2018, p. 171) destacam que a deficiência percebida no ensino – aprendizagem da álgebra ocorre pela "ênfase que se dá a seus aspectos técnicos, deixando de lado, muitas vezes, o desenvolvimento de conceitos". O ensino que priorize o desenvolvimento de conceitos estaria contribuindo para desenvolver o pensamento algébrico tão necessário para que os sujeitos possam resolver situações em seu cotidiano.

Segundo os autores (2018, p. 177) o pensamento algébrico amplia o olhar sobre a própria Matemática, ou seja, "é algo que nos auxilia no desenvolvimento do ato de raciocinar e, por não ser uma característica inerente ao ser humano, ele pode ser desenvolvido com o meio social em que vivemos". Dessa forma, o papel da escola é extremamente importante e nos convida e refletir que tipo de ensino (educação) estamos oferecendo aos nossos alunos, visto que, é nesse lugar privilegiado que o incentivo ao desenvolvimento do pensamento abstrato deve ocorrer.

Diante disso, o que seria o pensamento algébrico? Coelho e Aguiar (2018) afirmam que não existe um consenso a respeito do que significa o pensamento algébrico. Mas, destacaremos a visão de alguns autores acerca do tema com o intuito de facilitar nosso entendimento.

Em Álgebra, existe uma prevalência dos aspectos simbólicos para expressar as ideias e generalizações. No entanto, o pensamento algébrico amplia esse domínio, pois envolve não só símbolos, mas faz uso de outros artefatos para expressar a generalização, como por exemplo, admite-se o uso de diagramas, tabelas, expressões numéricas, gráficos (Canavarro, 2007).

Para Van de Walle (2009) o pensamento algébrico tem que ser desenvolvido para que seja ferramenta útil na vida cotidiana dos alunos. Desta forma, o

> pensamento algébrico ou raciocínio algébrico envolve formar generalização a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativos e explorar os conceitos de padrão e de função. Longe de ser um tópico de pouco uso no mundo real, o pensamento algébrico penetra toda matemática e é essencial para torná-la útil na vida cotidiana" (Van de Walle, 2009, p. 287).

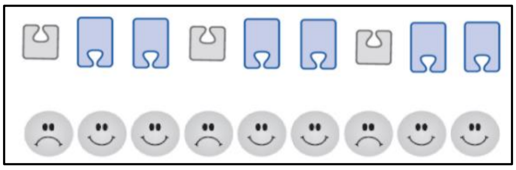
De acordo com Blanton e Kaput (2005) o pensamento algébrico é "um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade" (p. 413). A partir dessas citações, vemos que no desenvolvimento do Pensamento Algébrico, a atividade de generalizar é extremamente importante. Kaput (1999) descreve a generalização como uma atividade que

> envolve a extensão deliberada do leque de raciocínio ou comunicação para além do caso ou casos considerados, identificando e expondo explicitamente o que é comum entre os casos, ou elevando o raciocínio ou comunicação a um nível onde o foco já não são os casos ou situações em si mesmas, mas antes os padrões, procedimentos, estruturas, e as relações através de e entre eles (que por sua vez se tornam novos objetos de nível superior para o raciocínio ou comunicação) (Kaput, 1999, p. 6).

Para entender melhor, imaginemos a seguinte situação: *"Júlio e Carlos estão jogando dados e somando o resultado obtido nas faces dos dados. Em uma das rodadas, os meninos obtiveram os números 2 e 3. Júlio e Carlos, então, realizaram a soma dos números e obtiveram 5"*. Nessa situação, o professor pode contribuir fazendo questionamentos aos alunos para que cheguem a generalizações sobre essa situação. Por exemplo, o professor pode questionar se o resultado será o mesmo caso as parcelas sejam trocadas de lugar: 2+3 = 5 e 3+2 =5. Por quê? E se adicionarmos o número 1 a cada uma das parcelas, o que irá acontecer? Essas questões irão ajudar o aluno a perceber que "regras" se mantiveram mesmo que algumas mudanças ocorressem.

Podemos imaginar uma outra situação, envolvendo uma sequência pictórica, conforme indica a figura 1.

Figura 01: Sequência pictórica



Fonte: Van de Walle, 2009.

Nessa situação, o professor pode chamar atenção dos alunos para uma análise da imagem e, em seguida, questionar: O que essas duas sequências tem em comum? Observe atentamente o fim da sequência com rostinhos. Qual será o próximo rostinho? E por quê? Qual seria o termo 15 dessas sequências? E o termo 28? Através desses e de outros questionamentos os alunos podem chegar a uma conclusão, a uma generalização da situação. Nesse sentido, pensar algebricamente é importante para o desenvolvimento cognitivo dos alunos e para a construção de sujeitos capazes de enfrentar situações diversas buscando sempre soluções eficientes e coerentes.

3.4 O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS E O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Nos últimos anos tem crescido o debate acerca da importância da álgebra desde os primeiros anos escolares, a partir de situações que promovam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Essa necessidade tem surgido a partir de estudos e pesquisas feitas sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao se depararem com um conteúdo abstrato e carregado de técnicas, e da possibilidade de sua inserção em turmas com crianças menores.

Importante o destaque que a preocupação com o pensamento algébrico deve também se estender para os anos finais do ensino fundamental que historicamente tem centrado o ensino em utilizações técnicas com os símbolos, sem significado, contribuindo para reforçar as dificuldades e o distanciamento dos alunos perante a Matemática escolar.

Desta forma, estudiosos e pesquisadores do tema iniciaram um movimento para sensibilizar e conscientizar acerca da urgência de modificar o currículo. No final da década de 1980 e início dos anos 1990, Miguel, Fiorentini e Miorin (1992) já denunciavam que a Álgebra deveria ser estudada, com a finalidade de refletir sobre o que se ensinava sobre Álgebra na Educação Básica. Os autores chamam atenção para o ensino mecânico e vazio de significado para os alunos.

Lins e Gimenez (2001) discutem a respeito das consequências da inserção tardia da álgebra no currículo. Os autores destacam o estudo de Küchemann, o qual sugeria que os resultados apresentados em um teste estariam relacionados ao desenvolvimento intelectual das crianças. Assim, os acertos e erros estariam ligados à idade das crianças. Outro ponto sugerido por Küchemann, seria "que desenvolvimento intelectual depende de um processo de maturação (eminentemente biológico)", indicando assim, a necessidade de não "apressar" o ensino de álgebra, considerando que as crianças não estariam preparadas (Lins; Gimenez, 2001, p. 94).

Essas colocações trouxeram implicações que, segundo os autores, repercutiram no déficit de aprendizagem algébrica dos alunos ingleses e gerando críticas a esse modelo de currículo. Diante desses resultados, a pesquisadora Lesley Booth questionou se os acertos e erros das crianças estariam realmente relacionados a questão da idade e desenvolvimento intelectual. Segundo Lins e Gimenez (2001), Booth resolveu aplicar as questões que tiveram mais erros do teste de Küchemann e em seguida trabalhar com sequências didáticas com o objetivo de proporcionar aos alunos uma oportunidade de construir o conhecimento. A pesquisadora percebeu que ao reaplicar o teste, boa parte dos alunos conseguiram obter acertos onde antes tinham errado, comprovando então, que os erros não eram resistentes à instrução.

Autores como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Canavarro (2007), Kieran et al. (2016), Mason (2018) e Lins e Gimenez (2001) destacam a importância de trabalhar a álgebra desde os primeiros anos de escolaridade, considerando que os estudantes terão mais facilidade para desenvolver habilidades matemáticas a partir do desenvolvimento do pensamento algébrico.

De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) as noções de álgebra devem ser iniciadas nos primeiros anos de escolaridade, pois é neste momento que os alunos começam a identificar regularidades e estabelecer generalizações a partir de situações-problemas.

De acordo com Canavarro (2007), a importância da inserção da álgebra já nos anos iniciais se dá pela necessidade de desenvolver nos alunos a capacidade de pensar a matemática e compreender conceitos de modo que se façam conexões entre os seus conceitos. Diante dessa necessidade, e também pela dificuldade que os alunos apresentam na aquisição de conhecimentos algébricos nos anos finais do ensino fundamental, a autora enfatiza que a abordagem da "algebrização" do currículo é uma alternativa relevante para o processo de aprendizagem.

O termo "algebrização" está relacionado ao movimento internacional conhecido como *"Early Algebra",* o qual tem se preocupado discutir maneiras de inserir no currículo de matemática para crianças, aspectos ligados ao conhecimento algébrico.

Articulando a aritmética com a álgebra, já nos anos iniciais, os alunos terão uma aproximação com os conceitos, tornando o processo de aprendizagem de conteúdos envolvendo álgebra mais familiar nos anos seguintes. A "algebrização" do currículo é necessária e fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, considerando, no entanto, os níveis cognitivos e linguagem apropriada para os anos iniciais.

Com essa "algebrização" do currículo, o ensino de matemática passaria a envolver mais aspectos da álgebra, contribuindo para que os estudantes tivessem a oportunidade de lidar com conceitos e situações que os levassem a desenvolver um jeito de pensar mais refinado, mais completo e complexo. Tarefas de aritmética podem ser revistas e o seu foco ser o desenvolvimento do pensamento algébrico através dessa "algebrização" dos conteúdos.

Blanton e Kaput (2008) sugerem que se faça uma "algebrização" dos problemas aritméticos visando a possibilidade de construção do conhecimento algébrico por meio da observação de regularidades, conjecturas, generalizações, justificação e explicitação. Para os autores, é possível que essas atividades desenvolvam o pensamento algébrico.

Canavarro (2007) destaca que "atividades de natureza problemática e de investigação" são importantes para desenvolver o pensamento algébrico. A autora destaca ainda o trabalho com a "tabuada". Rotineiramente, o trabalho com tabuada é realizado nas salas de aula na perspectiva da compreensão do cálculo e memorização. Mas, é possível apresentar essa atividade de modo que seja valorizada a perspectiva algébrica.

Trabalhar com atividades algebrizadas constitui-se em mais um desafio para os professores, visto que, os materiais que se tem disponível, geralmente estão organizados na perspectiva do ensino da aritmética e não contemplam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Diante disso, resta ao professor adaptar atividades para oportunizar aos seus alunos o contato com situações que envolvam conceitos algébricos. Para tanto, os professores precisam ter conhecimento para propor atividades que desenvolvam o pensamento algébrico, além de adaptar atividades, quando não houver disponível em seus materiais didáticos.

Devido sua relevância para a aprendizagem matemática, o NCTM aponta a "álgebra como um tema transversal" mediante ao seu caráter fluido em diversas áreas, como por exemplo, Números, Medidas ou Geometria (Canavarro, 2007, p. 92).

Van de Walle (2009, p. 287) afirma que o pensamento algébrico "envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativos e explorar os conceitos de padrão e de função". Segundo esse autor, o pensamento algébrico perpassa pela matemática de modo que fazemos uso deste em situações do nosso cotidiano. Tal afirmação de Van de Walle (2009) reforça o caráter transversal conferido ao pensamento algébrico.

Ao desenvolver atividades que envolvam aspectos algébricos dentro dessa diversidade de conteúdos, o ensino torna-se mais completo e significativo para professores e alunos e consequentemente, o desenvolvimento do pensamento algébrico fará com que essa aprendizagem seja mais robusta, visto que, através dessa abordagem "algebrizada" os alunos terão contato cada vez mais cedo com conceitos que poderão contribuir com capacidades e habilidades matemáticas importantes.

Silva e Ciríaco (2021) destacam que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido aos poucos, visto que é um processo que envolve a apropriação de uma linguagem mais abstrata.

> [...] pensamento ir se desenvolvendo de forma gradativa, pois nessa construção o aluno irá apropriar-se de uma linguagem adequada ao nível de seu conhecimento, ou seja, se a linguagem algébrica é introduzida precocemente sem um suporte concreto, esta terá um efeito reverso, causando um impedimento para o desenvolvimento do raciocínio algébrico (Silva; Ciríaco, 2021, p. 21).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática não trazem explicitamente o conteúdo de álgebra para as séries iniciais do Ensino Fundamental e destaca que uma "pré-álgebra" pode ser iniciada, mas que só deverá ser efetivado o ensino de álgebra nas séries finais.

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados;

> trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação (Brasil,1997, p, 39).

Considerando que essa "pré-algebra" está ligada ao desenvolvimento do pensamento algébrico, embora não seja obrigatória nos anos iniciais, podemos destacar como possibilidade para o trabalho nessa fase, atividades.

Por iniciativa do Governo Federal, no ano de 2012, o Pacto pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC, propôs a inserção da álgebra no currículo de matemática dos anos iniciais constando no documento orientador - "Elementos Conceituais e Metodológicos para definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental", o Eixo de Pensamento Algébrico (Brasil, 2012). O documento orientava que fossem trabalhadas capacidades como:

> compreensão e reconhecimento dos padrões – em sequências numéricas, de imagens e de sons ou em sequências numéricas simples, – o estabelecimento de critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos e a produção de padrões, fazem parte de todos os eixos estruturantes. (BRASIL, 2012, p. 76).

Com essa orientação, o currículo de matemática no Brasil entra em consonância com o movimento internacional *Early Algebra* que se preocupa em inserir a álgebra já nos anos iniciais, considerando que as habilidades desenvolvidas por meio da exploração do pensar algebricamente podem contribuir para o desenvolvimento de sujeitos capazes de generalizar. Autores como Fiorentini, Miorin e Miguel (1993), Lins e Gimenez (2001), Canavarro (2007) defendem a inserção da álgebra nos primeiros anos escolares, enfatizando que proporcionar atividades algebrizadas levará os estudantes a desenvolver o pensamento algébrico com mais facilidade.

O currículo educacional brasileiro com a homologação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, trouxe de forma incisiva a Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Conforme sua orientação, nessa fase de escolaridade, a preocupação deve ser "o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – o pensamento algébrico" (BRASIL, p. 270). O ensino deve proporcionar aos alunos situações para que possam construir ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade.

Partindo dessas ideias, a BNCC destaca quais objetos do conhecimento devem ser explorados em cada ano de escolaridade, apresentando, ainda as habilidades específicas para cada ano.

No 1º ano do ensino fundamental, recomenda-se o trabalho com padrões figurais e numéricos, bem como, com as sequências recursivas. Ao 2º. ano cabe desenvolver atividades que explorem sequências repetitivas e recursivas e identificação de regularidades. Chegando ao 3º ano, os alunos devem identificar e descrever regularidades em sequências numéricas recursivas e compreender a relação de igualdade. O 4º ano irá aprofundar o estudo com sequência numérica recursiva, explorar relações entre adição e subtração e multiplicação e divisão, assim como, as propriedades da igualdade. Ao chegar ao 5º ano, os alunos irão trabalhar com propriedades da igualdade e noção de equivalência e grandezas diretamente proporcionais (Brasil, 2017).

3.5 CONCEITOS ALGÉBRICOS NOS ANOS INICIAIS

Conforme já indicamos, para os anos iniciais, as ideias prioritárias para o trabalho com a Álgebra são os conceitos de regularidade em padrões, generalização de padrões e relações e propriedades da igualdade. Para este trabalho, exploraremos os conceitos de padrões em sequências e a generalização de padrões.

3.5.1 Padrões em Sequências nos Anos Iniciais

A necessidade de trabalhar com padrões nos anos iniciais surge mediante a compreensão de que eles são fundamentais para desenvolver capacidades matemáticas, como estabelecimento de relações, inferência, abstração e generalização.

De acordo com Vale *et al.*, (2011, p. 9) o estudo de padrões é necessário no ensino e aprendizagem matemática, pois favorece "a aprendizagem dos estudantes para descobrirem relações, encontrarem conexões, fazerem conjecturas, previsões e generalizações" e esse processo está ligado intimamente ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Ainda conforme os autores, "padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades" (p. 9).

Segundo Vale e Pimentel (2011, p.1), o desenvolvimento de atividades com padrões poderia auxiliar os alunos em todas as aulas, já que, segundo as autoras,

> [...] muito do insucesso em Matemática deve-se ao fato de os alunos recorrerem apenas à memorização e não à compreensão. O primeiro passo para aprender a pensar matematicamente é aprender a descobrir padrões e estabelecer conexões. A procura de padrões deve constituir o núcleo das aulas em todos os temas, já que eles surgem nas fórmulas que descobrimos, nas formas que investigamos e nas experiências que fazemos (Vale; Pimentel, 2011, p. 1).

Por isso é necessário que o trabalho com padrões seja inserido desde os primeiros anos escolares, com o objetivo promover o estabelecimento de relações e de conexões entre diferentes objetos e situações.

Vale *et al*., (2006) destacam um estudo realizado por Hebert e Brown (1997) no qual o processo investigativo apresenta três fases: "(1) Procura de padrões — extrair a informação relevante; (2) Reconhecimento do padrão, descrevendo-o através de métodos diferentes — a análise dos aspectos matemáticos; e (3) Generalização do padrão – a interpretação e aplicação do que se aprendeu" (Vale *et al*., 2006, p. 9).

Nesse estudo, os alunos eram levados a resolver problemas do contexto cotidiano e orientados a identificar os padrões existentes em determinada atividade. As estratégias dos alunos para a investigação eram diversas, envolvendo desde dramatização até o uso de desenhos. O importante na realização da atividade era que os alunos conseguissem identificar os padrões e generalizar.

Importante destacar que o processo de generalização não ocorre de forma rápida, mas a partir de mediações feitas pelo professor. Antes da generalização, é preciso explorar com os estudantes a investigação de padrões e identificação de padrões. Em alguns anos/turmas é possível que não se atinja a generalização, ficando nas etapas de exploração de padrões.

Os padrões podem ser observados em atividades de sequências numéricas ou figurativas (figural), podendo ser repetitivas recursivas e não – recursivas. Podemos explorar atividades que tragam os padrões repetitivos através de números, assim como, com outros símbolos pictóricos. Fazer com que o aluno perceba esses padrões mesmo com materiais diferentes é extremamente importante para estabelecer uma generalização.

Uma sequência repetitiva é aquela em que um padrão se repete de forma cíclica. Segundo Van de Walle (2009, p. 296) podemos considerar uma sequência repetitiva quando for possível identificar "a menor cadeia de elementos que se repete".

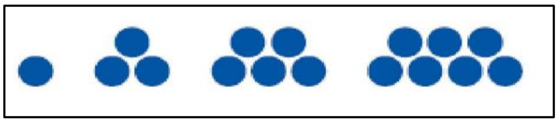
Figura 02: Sequência repetitiva

Fonte: Ribeiro, 2022

Ao analisar essa sequência, os alunos deverão observar os elementos que a compõem, ou seja, seu núcleo ou unidade de repetição. Na sequência proposta por Ribeiro (2022), o núcleo ou unidade de repetição é formado por coração vermelho e estrela dourada. Diante dessa sequência, os alunos devem perceber quais elementos estão se repetindo e qual o padrão se estabeleceu.

A sequência recursiva "permite estabelecer as mudanças de um termo para o outro e, portanto, calcular termos próximos dentro de uma sequência" (Jungluth; Silveira; Grando, 2019, p.108). De acordo com Van de Walle (2009), um padrão recursivo, é aquele padrão que sofre modificação de um passo ao passo seguinte. O exemplo a seguir é uma sequência recursiva, na qual é possível perceber uma mudança de um termo para o outro.

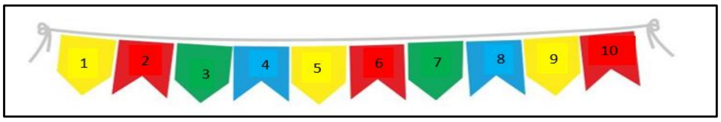
Figura 03: Sequência recursiva



Fonte: Van de Walle, 2009

De acordo com Ribeiro (2022, p. 40), uma sequência não-recursiva caracteriza-se pelo fato de que "cada novo elemento independe de algum elemento anterior". A autora destaca que "a identificação do próximo termo não tem relação com o termo anterior ou termos anteriores".

Figura 04: Sequência não-recursiva



Fonte: Elaborada pela autora, 2023

A sequência numérica, como o próprio nome sugere, é formada por números, podendo ser crescente ou decrescente. Como exemplo de sequência numérica, podemos apresentar a seguinte situação envolvendo números naturais pares: 2, 4, 6, 8, 10 .... Nesse exemplo, podemos destacar que as sequências numéricas repetitivas são aquelas "caracterizadas pela repetição de um elemento ou um conjunto de elementos, que constituem o núcleo ou unidade de repetição da sequência" (Ribeiro, 2022, p. 39). Walle (2009), destaca que "o desafio nesses padrões ou sequências numéricas não é apenas encontrar e expandir o padrão, mas também fazer generalizações" (p. 298). A sequência figural pode ser repetitiva ou recursiva, sendo formada por diferentes tipos de figuras.

De acordo com Vale *et al.*, (2006) o estudo de padrões é uma poderosa estratégia para resolução de problemas, visto que, a atividade de resolução de problemas permite a investigação, contribuindo para a exploração e análise de padrões. Por meio da metodologia de RP os estudantes podem investigar os padrões existentes em sequências repetitivas através da observação, análise e problematização de situações-problema envolvendo padrões. Esse movimento permite que os estudantes criem, testem e validem suas hipóteses, argumentem e cheguem ao resultado.

3.5.2 Generalização

Outro aspecto fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico é a generalização. Nas palavras de Nacarato e Custódio (2018, p. 16) “pela generalização podemos estender o alcance do raciocínio ou da comunicação para além dos casos particulares, identificando o que há de comum entre eles”.

De acordo com Moretti, Virgens e Romeiro (2021, p. 1463), autores como Kaput (2008) e Radford (2014) entendem a generalização como um processo amplo que envolve a representação através de “gestos, linguagem escrita ou falada, ou outras representações semióticas” podendo levar os estudantes, através do trabalho coletivo na sala de aula, ao desenvolvimento de uma linguagem simbólica e sua representação.

A generalização é uma ferramenta fundamental no processo de desenvolvimento do Pensamento Algébrico. De acordo com Pereira e Fernandez (2012 *apud* Stacey 1989, p. 150) existe dois tipos de generalização usados na resolução de uma situação-problema: “a generalização próxima é utilizada para designar uma questão que pode ser resolvida passo-a-passo com um desenho ou através de contagem e a generalização distante designa uma questão que vai além de limites razoáveis da prática de abordagens passo-a-passo”.

Atividades que conduzem o estudante à observação de padrões e o estabelecimento de relações entre eles são importantes para que ocorra a generalização de determinada ideia ou conceito. Ao desenvolver atividades com padrões, os alunos podem ser instigados a continuar procurando por uma sequência que tenha lógica e previsibilidade. Assim, ao perceber e compreender determinado padrão em uma atividade, o aluno pode conseguir realizar o que chamamos de generalização.

Quando o estudante faz uso de materiais que o auxiliem no processo de generalização, como por exemplo, tabelas, desenhos, contagens, entre outros recursos, dizemos que é uma “generalização próxima”. Por outro lado, quando o aluno já consegue utilizar regras que o ajude a calcular termos dentro de uma sequência, então dizemos que essa é uma “generalização distante”. Nas palavras de com Moretti, Virgens e Romeiro (2021, p. 1467) a “generalização distante, ou seja, aquela que se dá quando há o registro de uma expressão algébrica que remete à lei geral de uma função e permite o cálculo de quaisquer outros termos, o que caracterizaria o pensamento algébrico”.

É importante que o estudante tenha oportunidade de explorar materiais concretos em uma primeira situação problematizadora para que perceba os padrões envolvidos e possa generalizar uma ideia ou conceito. Essa é uma atividade que demanda tempo para que através das tentativas o aluno consiga compreender de fato o que está buscando.

As generalizações podem ser aritméticas e algébricas. De acordo com Radford (2006) quando o aluno consegue perceber uma regularidade, compreendendo uma sequência, mas não consegue elaborar uma regra para explicar o padrão descoberto, então é uma generalização aritmética. Nas palavras de Moretti, Virgens e Romeiro (2021) a generalização aritmética envolve estratégias do pensamento que utilizam recursos como “tentativa e erro” ou a indução aritmética para chegar a uma regra geral, mas não ocorre o processo analítico da situação.

Já a generalização algébrica, é aquela que além de descobrir um determinado padrão, o aluno consegue elaborar uma regra para lidar com qualquer situação. Moretti, Virgens e Romeiro (2021) destacam que uma diferença fundamental entre a generalização aritmética e a generalização algébrica é a analiticidade que ocorre especificamente no processo de generalização algébrica.

A capacidade de generalizar é extremamente importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico apresenta características diferentes como podemos observar ao longo desta sessão. Para conseguir generalizar uma ideia ou conceito, o estudante precisa observar e perceber um padrão, identificando uma semelhança ao longo de todo processo e expressar essa generalidade usando diversos tipos de representação, como por exemplo, através de gestos, linguagem aritmética ou algébrica.

Diante das discussões apresentadas nesse capítulo, compreendemos que existe um grande desafio no ensino de álgebra nos anos iniciais – o da formação docente. Os professores e professoras dos anos iniciais não tiveram em seu processo formativo, o estudo de Álgebra voltado ao ensino para esse segmento. É necessária a compreensão da álgebra, incluindo o desenvolvimento do pensamento algébrico para as crianças de anos iniciais, alinhada a uma concepção de ensino que priorize a resolução de problemas, com o desenvolvimento das habilidades. Por meio da metodologia de RP é possível explorar situações em que os estudantes sejam levados a pensar, planejar, criar e testar hipóteses, argumentar e chegar a conclusões, podendo generalizar ou não os conceitos matemáticos.

Para Fiorentini a formação inicial é o momento mais oportuno para problematizar e por isso, defende “a intencionalidade explicita de problematizar e teorizar a vivência, na formação inicial, de práticas com/através ou via resolução de problemas” (Fiorentini, 2011, p.70).

É preciso discutir e analisar como se dá a formação inicial desses professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais, nos cursos de Pedagogia. Assim,

> [...] é fundamental que os futuros professores, na sua formação inicial, reconheçam a importância do pensamento algébrico neste nível de escolaridade, valorizando a generalização, as relações e o uso de símbolos. A formação inicial deve ter ainda em conta que estes formandos, quando forem lecionar, serão colocados perante desafios relativos ao pensamento algébrico que, na sua maioria, nunca experimentaram enquanto alunos (Ponte; Branco, 2013, p. 137).

Então, como esperar que o ensino de álgebra nos Anos Iniciais aconteça de forma que desenvolva o pensamento abstrato através de atividades com significado para os alunos, se na realidade do cotidiano escolar este desafio está presente? Sem dúvida alguma, o caminho para responder essa questão está no espaço da formação inicial e continuada, baseada no diálogo, na resolução de problemas como metodologia e em reflexões que possibilitem construir novas práticas e concepções de ensino.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada nesta pesquisa, desde sua natureza até os procedimentos utilizados para coletar os dados que analisamos e discutimos a luz das teorias estudadas. Trazemos características da pesquisa qualitativa, do tipo pedagógica, uma vez que, para o estudo realizado, se dá na sala de aula. Situamos o local da pesquisa, os sujeitos envolvidos, o instrumento de coleta de dados e a análise dos dados.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Diante dessa orientação metodológica que optamos por desenvolver na sala de aula, acreditamos que a pesquisa de natureza qualitativa possa contribuir com uma análise mais profunda sobre os resultados obtidos. Sendo assim, o enfoque qualitativo nos permite “desenvolver perguntas e hipóteses antes, durante e depois da coleta e da análise dos dados” (Sampieri; Collado; Lúcio, 2013, p. 33).

Com o enfoque qualitativo é possível contemplarmos o nosso objetivo de analisar os dados produzidos durante a pesquisa, uma vez que, o processo de coleta de dados será realizado em diferentes momentos. A análise qualitativa possibilita que esses dados sejam observados em uma perspectiva mais ampla e que reflexões sejam incorporadas ao trabalho analítico em todo percurso da pesquisa.

Minayo (2002) descreve a pesquisa qualitativa destacando a natureza subjetiva dos dados na pesquisa. Para essa autora,

> a pesquisa qualitativa trabalha com o universo dos significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (Minayo, 2002, p. 21-22).

Para Minayo (2002), a diferença entre uma pesquisa qualitativa e quantitativa está na natureza dos dados produzidos. A pesquisa qualitativa preocupa-se, principalmente, em compreender os dados, considerando que o centro da investigação é o significado.

De acordo com Sampieri, Collado e Lúcio (2013, p. 34), a pesquisa qualitativa não se utiliza de dados padronizados e nem totalmente predeterminados. Outro aspecto da coleta de dados nesse enfoque é que nele “não efetuamos uma medição numérica, portanto, a análise não é estatística. A coleta dos dados consiste em obter as perspectivas e os pontos de vista dos participantes (suas emoções, prioridades, experiências, significados e outros aspectos subjetivos)".

Em nosso estudo, os dados foram obtidos a partir da observação, aplicação de uma sequência de atividades, com 7 momentos, incluindo uma Roda de Conversa (entrevista) e um questionário para que pudéssemos coletar dados.

Em se tratando de uma pesquisa realizada na sala de aula, acreditamos que a modalidade Pedagógica pode contribuir para um melhor entendimento do estudo realizado. Nessa direção, Lankshear e Knobel (2008) apontam que um dos ideais da pesquisa pedagógica é a possibilidade melhorar a qualidade do ensino e aprendizagem nas salas de aula.

De acordo com Lankshear e Knobel (2008), a pesquisa pedagógica pode ser realizada em ambientes além da sala de aula. No entanto, em nossa pesquisa, a sala de aula será o palco central para as observações, aplicação de instrumentos de coleta de dados e reflexões sobre o ensino e aprendizagem. Segundo os autores, "a pesquisa pedagógica pode envolver a observação empírica da sala de aula (a própria ou de colegas)" (Lankshear; Knobel, 2008, p. 18).

Martineau e Gauthier (1999) destacam duas finalidades para a pesquisa pedagógica:

> 1 – Ser um motivo para que cada ator presente explicite sua posição e que esta seja reconhecida (dessa maneira, o discurso dos professores sobre sua própria prática pode eventualmente adquirir uma legitimidade que às vezes lhe falta);
> 2 – Servir de instrumento para a tomada de decisão, permitindo que seja reconhecida a legitimidade dos saberes oriundos da prática, os quais seriam colocados em comum com os outros saberes: curriculares, disciplinares, de formação profissional (Martineau; Gauthier, 1999, p. 41-42).

Nesse sentido, a pesquisa pedagógica contribui para uma visão mais reflexiva das ações desenvolvidas pelo professor-pesquisador.

Em relação ao papel da pesquisa pedagógica, Martineau e Gauthier (1999) explicam que existem três níveis diferentes no que diz respeito a qualificação e as competências, que legitimam as práticas e os discursos dos professores.

> 1 – A pesquisa postula, desde o início, a coexistência de várias racionalidades;
> 2 – Ela desestabiliza a posição dos atores;
> 3 – Finalmente, ela afirma a necessidade de recorrer ao trabalho de campo a fim de validar as representações (Martineau; Gauthier, 1999, p. 41-42).

Resumidamente, podemos destacar que o primeiro nível, refere-se à necessidade do professor de afastar-se de suas crenças, possibilitando uma visão crítica de suas próprias concepções. Nesse nível, destacamos também a importância de compreender o ensino como uma atividade criativa, ressaltado nas palavras de Martineau e Gauthier (1999, p. 42): "a pesquisa pedagógica serve, portanto, aqui, como reveladora das racionalidades que se manifestam na prática. Por isso mesmo, a pesquisa permite evitar toda posição hegemônica no que diz respeito às representações da prática pedagógica".

No segundo nível, os autores acreditam que a pesquisa pedagógica serve como uma "desestabilização" das visões dos professores, permitindo assim, a reflexão sobre diversas situações de ensino, possibilitando uma mudança no sentido de melhorias para a prática pedagógica.

E o terceiro nível está relacionado ao trabalho de campo. Martineau e Gauthier (1999) destacam que o trabalho de campo é importante para que os professores possam validar suas representações. Para Martineau e Gauthier (1999, p.42), "fazer o trabalho de campo significa, para o pesquisador, recusar-se a adotar uma posição predeterminada. É também recusar-se a considerar *a priori* a posição de um ator como sendo mais legítima do que a de outro".

A coleta de dados foi feita por meio de uma sequência de atividades. Em uma primeira aproximação com os envolvidos na pesquisa, ou seja, os estudantes, realizamos uma atividade prática com o objetivo de introduzir o conhecimento de sequências de forma lúdica.

No segundo momento, fizemos uma sequência de atividades envolvendo a temática Álgebra, por meio de sequências figurais repetitivas e recursivas. Optamos por desenvolver o trabalho com sequências e padrões, visto que, diante das dificuldades de ensino e aprendizagem enfrentadas nos últimos anos com a Pandemia de Covid -19, os estudantes do 5º ano, não tiveram a oportunidade de desenvolver suas habilidades devido às condições difíceis impostas pelo ensino remoto. Assim, reforçamos o trabalho que foi desenvolvido no 4º ano, visando ampliar as possibilidades de compreensão de padrões e regularidades, levando ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

O terceiro e último passo da nossa sequência ocorreu por meio de uma roda de conversa e questionário que os estudantes responderam. Nesse momento, gravamos as impressões dos estudantes sobre as atividades realizadas através da sequência de atividades.

A sequência de atividades é baseada na metodologia de Resolução de Problemas proposta por Onuchic (2017) que apresenta um roteiro com etapas para desenvolver o trabalho na sala de aula. Segundo a autora, os passos a serem seguidos são: (1) Formar grupos, (2) preparação do problema, (3) leitura individual, (4) leitura em conjunto, (5) resolução do problema, (6) observar e incentivar, (7) registro das resoluções na lousa, (8) plenária, (9) busca do consenso, (10) formalização do conteúdo, (11) proposição e resolução de novos problemas. A sequência de atividades não inclui a etapa 11.

4.2 LOCAL DA PESQUISA

O local escolhido para realização da pesquisa foi uma escola municipal situada no município de Camutanga – PE em uma turma do 5º ano do ensino fundamental. Atualmente, a escola tem turmas de Educação Infantil, Ensino Fundamental Anos Iniciais e Educação de Jovens e Adultos – EJA.

4.3 SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos participantes dessa pesquisa são alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental do 5º ano da rede pública.

Os alunos envolvidos nessa pesquisa, cursando o 5º ano, tiveram dois anos de ensino remoto devido a Pandemia de Covid-19 (de maio de 2020 a agosto de 2021). Devido às dificuldades enfrentadas no ensino remoto, muitos conteúdos não tiveram a atenção que seria necessária, caso fosse no ensino presencial.

Diante dessa especificidade pedagógica, os alunos do 5º ano, mesmo não tendo em seu currículo a orientação de desenvolver atividades com sequências e padrões, foram contemplados com esses conteúdos.

4.4 A PROPOSTA DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

A proposta da Sequência de Atividades será o principal instrumento para coleta de dados neste estudo. Fizemos atividades com sequências repetitivas (figurais) e recursivas - numéricas, apoiados na metodologia de RP. Como fechamento da Sequência de Atividades, foi proposto uma Roda de Conversa (entrevista) e um questionário com os estudantes para identificar as impressões que tiveram dessas atividades.]

4. 5 ANÁLISE DOS DADOS

No que se refere à análise dos dados, ocorrerá simultaneamente ao processo de coleta, uma vez que, o próprio pesquisador é tido como um "instrumento de coleta de dados" e vai interagindo com o objeto de estudo durante o processo de coleta (Sampieri, Collado; Lúcio, 2013, p.38).

Em relação ao tratamento dos dados obtidos com a Sequência de Atividades, utilizaremos as categorias apontadas por Pironel e Vallilo (2017) que destacam a avaliação no processo de ensino-aprendizagem através da metodologia de RP. Os autores colocam que alguns processos são necessários dentro dessa metodologia, como por exemplo: (1) avaliar o problema; (2) avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem; (3) avaliação do sentido atribuído pelo aluno; (4) a meta-avaliação. Diante desses processos, faremos as análises dos dados obtidos a partir da Sequência de Atividades.

Discutiremos os dados analisados a partir da perspectiva da avaliação na metodologia de resolução de problemas, considerando a avaliação como parte fundamental aos processos de ensino e aprendizagem.

5 ANÁLISES E DISCUSSÕES

Neste capítulo apresentaremos as análises e discussões realizadas a partir da aplicação da Sequência de Atividades, envolvendo a metodologia de resolução de problemas e pensamento algébrico, por meio de sequências repetitivas. Aqui, discutimos os dados organizando as análises por etapas e categorias. Com o objetivo de proteger a identidade dos estudantes envolvidos na pesquisa, mudamos seus nomes reais e usamos siglas**: (D)** para dupla e trio e **(E)** para estudante, seguido da numeração.

5.1 DESCREVENDO A SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Apresentamos o quadro abaixo para ilustrar a disposição das atividades realizadas em cada dia, assim como, o quantitativo de estudantes que participaram.

Quadro 01: Atividades realizadas por dia

1º dia (12/09/2023)	2º dia (13/09/2023)	3º dia (14/09/2023)	4º dia (18/09/2023)	5º dia (19/09/2023)
Sequência Viva e atividade - Construindo sequências coloridas.	Apresentação de slides e atividade – Faça você mesmo.	Atividade – Minhas descobertas	Resolução de situação-problema: Casas	Resolução de situação-problema: Horário de ônibus. Roda de Conversa.

Fonte: Elaborado pela autora.

As atividades desenvolvidas nos dois primeiros dias tiveram um caráter mais introdutório ao conteúdo de sequências e foram realizadas em grupos e duplas. A atividade do terceiro dia – ‘Minhas descobertas” foi coletiva, na qual os estudantes participaram da investigação de elementos faltantes, observando como podemos formar sequências repetitivas. No quarto e quinto dias, os estudantes em duplas, resolveram situações-problema envolvendo sequências.

O planejamento da sequência previa 7 aulas para realização das atividades. Mas, o fator tempo acabou interferindo e precisamos reorganizar as atividades realizar duas atividades no 1º e no 5º dia.

Iniciamos o processo avaliativo dentro da metodologia de RP no momento em que escolhemos as situações-problema que estariam presentes em nosso planejamento. Pironel e Vallilo (2017, p. 281) destacam que a avaliação “é intrínseca aos atos de ensinar e aprender, uma vez que deve favorecer a compreensão do desenvolvimento do aluno e permite que o professor trace estratégias para o planejamento de suas aulas”. Nesse sentido, entendemos que o momento da escolha das situações-problemas que serão trabalhadas com os estudantes já é uma etapa da avaliação e, para tanto, os objetivos pretendidos devem estar ajustados aos objetivos do currículo.

Pironel e Vallilo (2017) colocam a importância dos professores ao escolher determinada situação-problema levar em consideração o que os estudantes já sabem e realizar alguns questionamentos, como por exemplo: “isso é um problema? Para que séries é adequado? Quais conteúdos estão envolvidos? É possível que a resolução desse problema nos leve à formalização do conteúdo pretendido?” (Pironel; Vallilo, 2017, p. 287).

Ao realizar o planejamento e selecionar quais situações-problema fariam parte da Sequência de Atividades, tivemos o cuidado de observar os objetivos almejados e resolvemos as situações-problema com o intuito de conhecer quais caminhos e procedimentos os estudantes poderiam realizar, podendo assim, antecipar possíveis dúvidas e necessidades a serem mediadas.

A seguir, detalharemos a vivência com a Sequência de Atividades.

1º Momento – Sequência Viva

Iniciamos a sequência de atividades com apresentação à turma, explicando que se tratava de uma pesquisa e indagando se os estudantes gostariam de participar. Foi explicado que eles tinham a opção de não participar, caso fosse a vontade deles. Para nossa surpresa, todos os estudantes presentes aceitaram participar da atividade e assinaram o termo de assentimento.

Convidamos os estudantes para participar de uma atividade chamada de Sequência Viva, na qual os estudantes formaram uma sequência com os próprios corpos. Alguns voluntários foram ao centro da sala que estava organizada com formato de U e ficaram posicionados de acordo com os comandos dados pela pesquisadora. O restante da turma e a professora estavam observando, atentamente, a formação da sequência.

Fizemos perguntas para que os estudantes percebessem o padrão/regularidade da sequência. Além de perceberem o padrão, os estudantes puderam continuar a sequência, após terem descoberto o “segredo”. De acordo com Vale *et al.,* (2011, p. 9) um “padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades”. Durante essa atividade, os estudantes estiveram em contato com a formação de um padrão/regularidade e puderam identificar os elementos e continuar a sequência.

Nessa etapa das atividades, os elementos considerados na sequência eram meninos e meninas da própria turma. A primeira situação com a Sequência Viva foi formada por: 1 menino, 1 menina, 1 menino, 1 menina... A figura 05 está representando este momento:

Figura 05: Sequência Viva 1

Fonte: Arquivo pessoal, 2023

De acordo com Van de Walle (2009, p. 296) “os padrões são encontrados em todas as áreas da matemática. Aprender a procurar por padrões e como descrever, traduzir e ampliá-los é parte do fazer matemática e do pensar algebricamente”. Com a atividade Sequência Viva foi possível os estudantes procurarem por padrões envolvendo seus próprios corpos, tornando a atividade dinâmica e os estudantes sujeitos autônomos e participativos no processo de aprendizagem.

A segunda situação com a Sequência Viva foi formada por: 1 menino de frente, 1 menina de costas, 1 menino de frente, 1 menina de costas... Vejamos a Figura 06, com o registro desse momento.

Figura 06: Sequência Viva 2

Fonte: Arquivo pessoal, 2023

A terceira situação com a Sequência Viva foi formada por: 1 menino em pé, 2 meninas sentadas no chão, 1 menino em pé, 2 meninas sentadas no chão..., conforme indica a figura 07.

Figura 07: Sequência Viva 3

Fonte: Arquivo pessoal, 2023

Os estudantes foram questionados se perceberam o "segredo" que existia na formação da sequência e a maioria da turma respondeu o "segredo" das respectivas situações.

Durante esta atividade, os estudantes foram indagados de como poderíamos continuar as sequências, quais os "elementos" seriam necessários e apresentamos exemplos com outro padrão que não o que estávamos estabelecendo para que pudessem perceber o "erro" nas sequências.

Os estudantes estavam tímidos em princípio, mas participaram da Sequência Viva com entusiasmo e aqueles que observavam as formações das sequências estavam atentos às mudanças e respondiam conforme eram feitas perguntas. Apesar de ser uma turma numerosa, foi uma experiência agradável.

De acordo com Vale *et al.,* (2006), trabalhar com padrões é essencial para que os estudantes possam desenvolver a capacidade de generalizar, levando ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Desta forma, podemos destacar o trabalho com sequências como um aliado ao processo de resolução de problemas que é uma atividade investigativa.

A atividade Sequência Viva foi importante para que os estudantes pudessem perceber a existência de padrões de modo prático. "Os alunos devem começar a aprendizagem da álgebra de modo intuitivo e motivador com o estudo dos padrões no mundo que nos rodeia e o esforço de analisar e descrever esses padrões" (VALE *et al*., 2006. p. 07).

Essa atividade possibilitou aos estudantes procurar por padrões ao assumirem a posição de investigadores durante a atividade. Os estudantes observaram a sequência, descreveram os elementos que a formavam e continuaram a sequência quando solicitados. Segundo Vale *et al*.,

(2006) essa atividade teve duas etapas importantes na busca pela exploração do pensamento algébrico: a procura por padrões e o reconhecimento desse padrão.

2º Momento - Atividade prática – Construindo sequências coloridas

No segundo momento, ainda no dia 13/09, os estudantes foram organizados em grupos com 4 componentes. Estavam presentes 23 alunos, sendo possível formar 6 grupos: 5 grupos com 4 estudantes e 1 grupo com 3 estudantes.

Após a divisão dos grupos, foram distribuídos os materiais para atividade. Os grupos receberam pacotinhos com formas geométricas coloridas para formar sequências a partir dos comandos dados em uma folha A4. Os grupos demonstraram interesse na atividade e formaram algumas sequências com padrão repetitivo. Em primeiro momento, os estudantes puderam manusear o material e construir as sequências, observando como as sequências poderiam ser formadas.

Ao passar pelos grupos para observar como estavam fazendo as sequências, os estudantes foram indagados de como estavam fazendo a atividade. Quais elementos formam essa sequência? Os estudantes explicaram a sequência lembrando da formação da Sequência Viva que vivenciaram no 1º momento.

Depois de explorar a construção das sequências, os grupos registraram as sequências que conseguiram construir com as formas geométricas desenhando e pintando na folha A4.

Perguntamos aos estudantes se sabiam qual a disciplina estávamos trabalhando com aquelas atividades e os estudantes ficaram em silêncio. Essas atividades são de Matemática. Alguém gosta de Matemática? A maioria respondeu que sim. E o estudante **"E 14"** disse que 'a Matemática não tinha aquelas tarefas. Tinha contas'.

Então, expliquei que além das contas, a Matemática também tinha outras atividades bem diferentes e que nem sempre nós iriamos usar números para estudar Matemática, como por exemplo, as atividades que estávamos realizando.

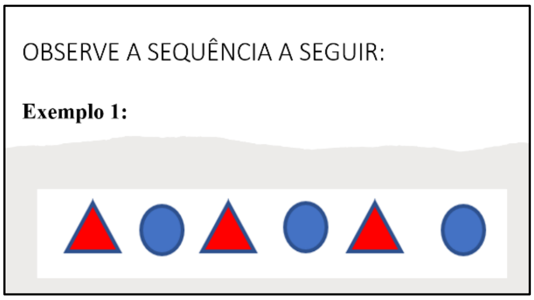
Finalizamos o primeiro dia da sequência didática e os estudantes perguntaram se iriam ter outras atividades. Aproveitei a pergunta e expliquei que teríamos outras atividades e que como num jogo de vídeo game, as próximas fases poderiam ser mais difíceis e quem conseguiu passar por essa primeira fase não teria dificuldade para realizar as outras atividades. Os estudantes ficaram empolgados. Não tivemos registros fotográficos dessa atividade devido às demandas dos estudantes e a necessidade de atendê-los.

Segundo dia (DATA: 13/09)

3º Momento - Apresentação de slides e Atividade – Faça você mesmo

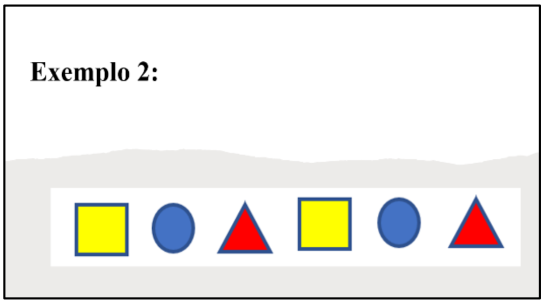
O terceiro momento (13/09) da Sequência de Atividades foi com a apresentação de slides. Exploramos através dos slides sequências com 2 elementos, com 3 elementos e 4 elementos. Pedimos que os grupos observassem as sequências, destacando quais elementos foram utilizados e suas características. Os estudantes destacaram as cores e as formas que apareciam nas sequências. Os estudantes foram questionados sobre qual "segredo" era necessário descobrir para continuar as sequências.

Figura 08: Slide da sequência 2 elementos



Fonte: Elaborado pela autora, 2023

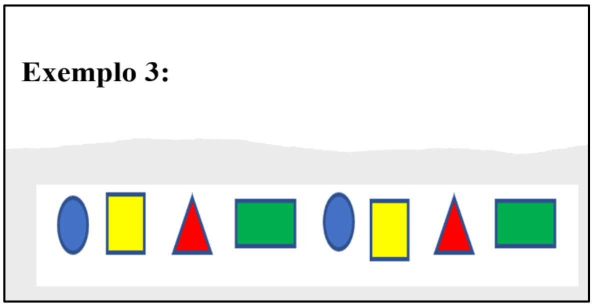
Figura 09: Slide da sequência 3 elementos



Fonte: Elaborado pela autora, 2023

Na figura 08, os estudantes logo perceberam que a sequência repetia de dois em dois elementos, conseguindo completar a sequência oralmente. Durante a exploração da sequência da figura 09, os estudantes foram indagados sobre qual "segredo" da sequência observada e responderam que seria uma sequência de 3 em 3 elementos. No exemplo da figura 10, os estudantes disseram que as figuras geométricas iam se repetindo de 4 em 4.

Figura 10: Slide da sequência 4 elementos



Fonte: Elaborado pela autora, 2023

Nessa atividade, estavam presentes 31 estudantes, os grupos foram divididos em duplas, sendo possível formar 14 duplas e 1 trio. Após a exploração dos slides e os estudantes terem descoberto o “segredo” das sequências, as duplas receberam pacotinhos com formas geométricas (círculo verde, quadrado amarelo, retângulo vermelho e triângulo azul).

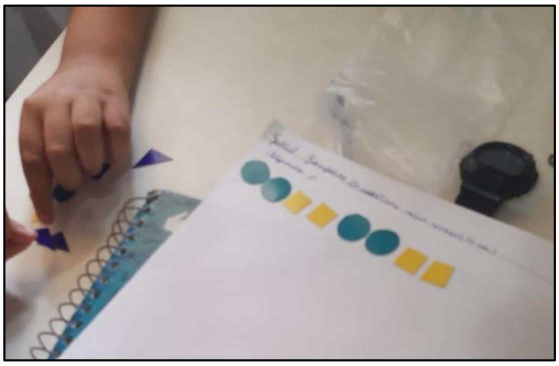
Anteriormente estávamos trabalhando com a turma dividida em grupos de 4 estudantes. Os grupos de subdividiram em duplas. As duplas receberam os seguintes comandos: 1 sequência com 2 elementos; 1 sequência com 3 elementos; e 1 sequência com 4 elementos. Os comandos foram dados um por vez, ao passo que as duplas iam construindo as sequências.

A dupla **“D7”** construiu a última sequência antes do comando e perguntaram se tinham “acertado” a sequência. Os estudantes notaram que a sequência tinha um padrão na sua formação, indicando que eram 4 elementos na sequência, repetindo de 4 em 4. Podemos dizer que a dupla antecipou o comando da atividade quando se antecipou realizando a sequência, percebendo o padrão que estava sendo usado na formação das sequências. Ou seja, se a primeira teve 2 elementos, a segunda teve 3 elementos, então a terceira terá 4 elementos. Nesse momento, os estudantes tiveram uma percepção atenta ao padrão que se estava buscando.

As duplas usaram o material concreto para construir os exemplos de sequência que foram solicitados e registraram na folha A4 com lápis grafite e colorindo para ficar com as mesmas cores das formas geométricas.

A dupla **“D2”** construiu a sequência de 2 elementos da seguinte forma: 2 círculos verdes e 2 quadrados amarelos, repetindo-se. Ver Figura 11:

Figura 11: Sequência com 2 elementos “1”

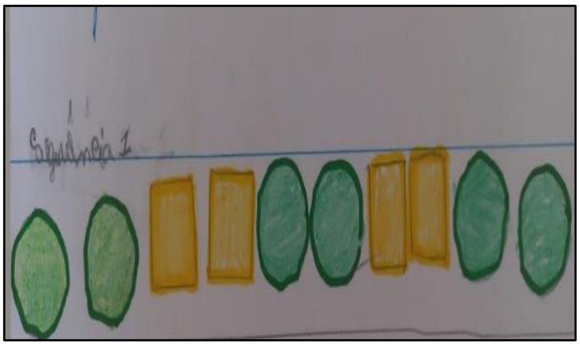


Fonte: Arquivo pessoal, 2023

Os estudantes foram questionados sobre a construção da sequência e a resposta foi que haviam feito a sequência de 2 em 2. Retomamos o exemplo dado no slide, pois apesar dos estudantes terem feito uma sequência repetitiva, o padrão que estávamos explorando na atividade era outro. Os estudantes compreenderam que a sequência seria construída com 2 elementos e a fizeram. É preciso, enquanto, professor, estar atento para as produções dos estudantes, pois eles podem surpreender. A dupla não fez uma sequência seguindo o exemplo dado no slide, mas usou o material para construir uma sequência com dois elementos de uma maneira diferente. Notamos aqui, a liberdade e a criatividade dos estudantes ao realizar essa atividade de maneira autônoma. É isso que esperamos com o trabalho baseado na metodologia de RP, possibilitar aos estudantes motivação e desafio para construírem o conhecimento matemático. É importante valorizar o que os estudantes O material concreto foi um recurso que trouxe a possibilidade de fazer sequências de forma lúdica, assim como, ajudou no interesse dos estudantes.

A dupla **"D1"** também fez a sequência dessa forma (Figura 12). Pedimos que eles usassem as formas geométricas para formar as sequências e fomos intervindo para que compreendessem o padrão necessário. Os estudantes usaram exatamente as mesmas cores que as formas tinham no material concreto que receberam na atividade.

Figura 12: Sequência com 2 elementos "2"



Fonte: Arquivo pessoal, 2023

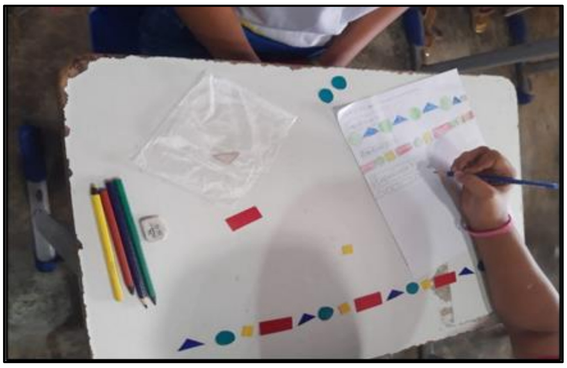
A dupla fez: na primeira sequência 2 círculos e 2 quadrados, como vemos na Foto 12. E, em seguida, na segunda sequência 3 círculos, 3 triângulos e 3 quadrados; na terceira sequência 4 retângulos, 4 círculos, 4 triângulos e 4 quadrados. Então, explicamos novamente que as sequências deveriam ser formadas por elementos diferentes e lembramos da Sequência Viva e dos slides. A dupla refez a primeira sequência usando as formas círculo e quadrado e dessa vez um elemento de cada.

Após todas as duplas terem realizado a atividade, foi solicitado que apresentassem o trabalho para os colegas. Algumas duplas não quiseram ir até a frente do quadro para apresentar por vergonha e medo de ter errado. Das 14 duplas e 1 trio formados, somente 12 duplas quiseram falar sobre suas construções.

Das duplas que apresentaram os resultados de suas construções, 10 mostraram que fizeram as sequências, tomando como exemplo os slides e 2 duplas apresentaram as sequências que fizeram segundo a sua própria interpretação, como descrito acima.

As duplas falaram que usaram as formas geométricas na banca, fazendo e mostrando para professora (pesquisadora) e só depois desenharam na folha A4. Destacaram também as formas que usaram e as cores, conforme a Figura 13.

Figura 13: Sequência com 4 elementos



Fonte: Arquivo pessoal, 2023.

Vale *et al.,* (2006), nos alerta que o estudo de padrões deve ser iniciado de maneira “intuitiva” levando os estudantes a perceber os padrões, descrevê-los e analisar a sua formação. Essa atividade permitiu aos estudantes perceber, descrever e analisar os padrões presentes em suas sequências de maneira leve.

Podemos destacar que o estudo de padrões, da maneira como propomos aos estudantes, trouxe motivação e entusiasmo para realização da atividade. Os estudantes precisam se sentir motivados para realizar as atividades e o fato dessa ser uma construção deles, na qual estiveram livres para explorar o material e criar suas próprias sequências foi importante para o engajamento da turma.

Percebemos que a motivação para realizar a atividade e a valorização das produções foram pontos importantes. Os estudantes apresentaram suas sequências ao final da atividade, explicando como fizeram, demonstrando todo cuidado que tiveram na formação das sequências ao desenhar e colorir. Ao solicitar que os estudantes apresentem suas produções, assim como indica a etapa 7 do roteiro de Onuchic e Allevato (2011), valorizamos o trabalho dos estudantes e contribuímos para que seja feito um momento de análise coletiva das produções e explanação de suas estratégias para resolução da atividade como indica a etapa 8 do roteiro.

DATA: 14/09

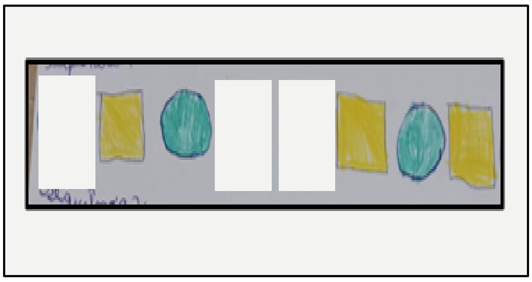
4º Momento: Atividade – Minhas descobertas

Retomamos a atividade anterior apresentando algumas construções feitas em um slide. Escolhemos 3 sequências construídas pelos estudantes e colocamos em um slide. Nas sequências, cobrimos alguns dos elementos para que os estudantes descobrissem qual o elemento estava ausente. Foram feitos questionamentos a partir das respostas dadas pelas duplas. Jungbluth, Silveira e Grando (2019) explicam que as atividades escolares com sequências apresentam uma estrutura básica, como na atividade proposta para observar e identificar um termo/elemento faltante e, assim, continuar a sequência, objetivando o estudante chegar à generalização. De acordo com esses autores, a

> ideia subjacente a esse tipo de atividade é que o estudante comece fazendo uma generalização próxima e, na continuação dos itens, chegue à generalização distante, que permite calcular o número de elementos de qualquer termo da sequência. (Jungluth; Silveira; Grando, 2019, p. 100).

A primeira sequência era formada por 2 elementos, sendo um círculo verde e um quadrado amarelo. Os estudantes observaram o slide e responderam que o primeiro elemento ausente seria um círculo. Questionados de como sabiam que era um círculo, então responderam que 'se o próximo era um quadrado e depois um círculo, então só poderia ser um círculo'. Os estudantes ainda continuaram a sequência oralmente, confirmando a hipótese. Vejamos a imagem da figura 14, a seguir:

Figura 14: Sequência 1 com 2 elementos construída pelos estudantes

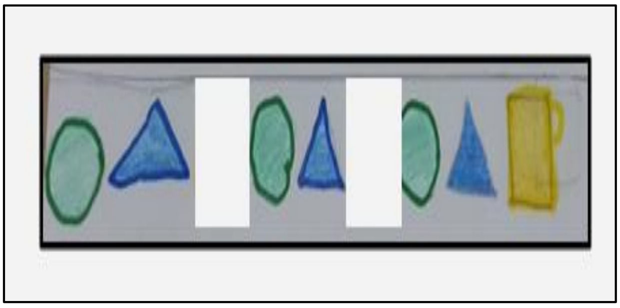


Fonte: Arquivo pessoal, 2023

A partir dessa sequência com elementos faltantes problematizamos quais elementos estavam ausentes e os estudantes identificaram.

Continuando a observação do slide, os estudantes analisaram a sequência 2, formada por círculo verde, triângulo azul e quadrado amarelo (ver figura 15). Questionamos quais elementos estavam ausentes na sequência e quantos elementos a formavam. Os estudantes, prontamente, responderam que era uma sequência formada por 3 elementos. Sobre o elemento ausente, tivemos duas respostas. Inicialmente, responderam que faltava um círculo logo após o triângulo. Pedi, então, que um estudante viesse ao quadro e desenhasse no espaço branco o elemento que eles achavam que era.

Figura 15: Sequência 2 com 3 elementos construída pelos estudantes



Fonte: Arquivo pessoal, 2023.

Quando o estudante retornou ao seu lugar, a estudante **"E18"** disse que 'não era um círculo, pois logo em seguida tinha outro círculo'. Nesse momento, os outros também concordaram e pediram para apagar o desenho. Questionei qual seria o elemento ausente e o estudante **"E22"** disse que era um quadrado amarelo. Pedi que ele viesse desenhar no espaço vazio para verificarmos se estava correto. Assim que o estudante retornou ao seu lugar, os outros responderam que estava certo e que no outro espaço também era um quadrado amarelo. Questionados de como tinham certeza dessa resposta, **"E18"** respondeu que 'quando eles repetiram os desenhos só daria certo com o quadrado'.

Por fim, observamos a sequência 3, formada por retângulo vermelho, círculo verde, quadrado amarelo e triângulo azul (ver figura 16).

Figura 16: Sequência 3 com 4 elementos construída pelos estudantes

Fonte: Arquivo pessoal, 2023

Novamente os estudantes analisaram a sequência, identificando os elementos presentes, destacando as cores e formas. Questionados sobre quais elementos estavam ausentes, responderam que faltava um círculo verde e depois um quadrado amarelo. Convidei um estudante para verificar se a resposta estava correta desenhando o elemento nos espaços indicados.

Nesse momento, a estudante **“E9”** disse que ‘para descobrir era preciso observar o elemento que vinha antes’. E **“E3”** disse que era mesmo um círculo e um quadrado porque se repetiam esses elementos. Podemos entender que o estudante **“E3”** fez uma observação mais atenta a partir dos elementos presentes na sequência, podendo indicar o processo de generalização, mesmo que não seja a algébrica, visto que, para concluir sua resposta, o estudante precisou recorrer ao desenho em sua análise. O processo de generalização parte do geral para o particular, levando a compreensão de uma estrutura e a possibilidade de análise (Moretti; Virgens; Romeiro, 2021).

Concluímos destacando a importância de promover a observação e a análise de sequências com elementos faltantes. Essa atividade é desafiadora porque leva os estudantes a identificar regularidades, a formular hipóteses e testá-las. Essa é uma atividade em que é possível os estudantes conjecturar e generalizar.

Em seguida, realizamos outra atividade com slides. Apresentamos dois exemplos de sequências repetitivas e fizemos alguns questionamentos. No primeiro exemplo (ver figura 10), pedimos que observassem os elementos, formas e cores, a quantidade que estava presente na sequência e questionamos qual seria o elemento da posição 8. Rapidamente, a turma respondeu que era um círculo.

Figura 17: Analisando Sequência com 2 elementos

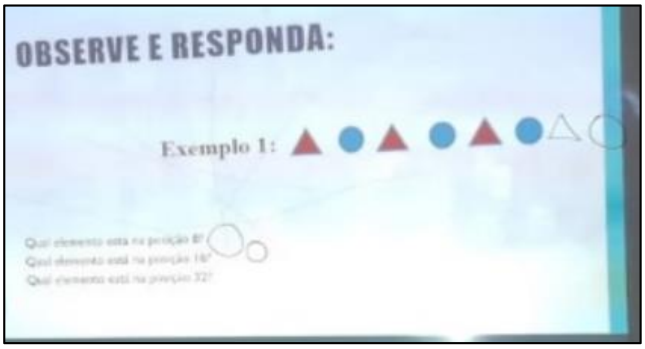
Fonte: Elaborado pela autora, 2023

Em seguida, questionamos: Como vocês sabem que é o círculo? Os estudantes responderam que era fácil, ‘era só continuar a sequência para saber’. Perguntei se precisaram desenhar e os estudantes responderam que ‘não, era de cabeça’. E qual elemento da posição 16? É possível descobrir?

Alguns estudantes pegaram lápis e papel e começaram a desenhar a sequência a fim de chegar na posição 16 e descobrir o elemento. Outros, foram contando nos dedos. E logo chegaram à conclusão que seria novamente um círculo.

Questionamos se poderíamos descobrir o elemento da posição 32 e como faríamos. Os estudantes falaram que ‘era muito, mas que dava para desenhar’. Foi nesse momento que perguntamos se não havia outra forma, além do desenho para descobrir, justificando que se fosse um número ainda maior, demoraríamos para descobrir. E sugerimos que observassem bem a sequência do slide (Figura 18). Para facilitar a análise, colocamos números embaixo de cada elemento e continuamos questionando. Quais figuras aparecem? Quais os números aparecem embaixo dos triângulos? Os estudantes responderam 1, 3 e 5. E embaixo dos círculos? E a resposta foi 2, 4 e 6.

Figura 18: Problematização com slides



Fonte: Arquivo pessoal, 2023.

O que esses números têm de semelhante? Nesse momento, a estudante **"E18"** disse: "tia, os números são par e ímpar". Então questionei: o que isso pode nos mostrar, turma? **"E18"** continuou: "se o triângulo, é 1, 3 e 5, todos os triângulos vão ser ímpar e os círculo par, né?". Questionei a turma se concordavam com a explicação de **"E18"** e a maioria disse que sim. Então perguntei: agora, é possível vocês descobrirem qual elemento da posição 32? E a turma gritou: SIM!

Como vocês podem me dizer essa resposta? Então, a mesma estudante respondeu que 32 é par e, portanto, seria um círculo. A turma descobriu o segredo da sequência e recebeu os parabéns. Continuamos com outros questionamentos: E a posição 37, qual elemento? E se quiser saber a posição 150? Então a resposta foi que os números pares seriam círculo e ímpares triângulos.

Para Vale *et al.,* (2006) o estudo de padrões é uma poderosa estratégia para resolução de problemas, visto que, a atividade de resolução de problemas permite a investigação, contribuindo para a exploração e análise de padrões.

As sequências numéricas e a busca por padrões pode ser uma atividade interessante para introduzir ou revisar números e suas relações, como por exemplo, os números pares e ímpares. Para Vale *et al.,* (2011, p.38) "a procura de padrões em sequências numéricas pode ser uma boa oportunidade para introduzir ou relembrar números e relações numéricas, números pares ou ímpares; múltiplos; potências”. Ainda, segundo os autores, as atividades com sequências numéricas podem favorecer que os estudantes estabeleçam relações entre os números, uma vez que, para descobrir o próximo termo, é preciso que o estudante relacione cada termo ao anterior.

Passamos para outro exemplo de sequência repetitiva, dessa vez com 3 elementos. Solicitamos que observassem os elementos da sequência, formas e cores e a quantidade. Questionamos: Podemos descobrir qual elemento 10 dessa sequência? De que forma?

Figura 19: Analisando Sequência com 3 elementos

Fonte: Elaborado pela autora, 2023

Rapidamente, a turma respondeu que era possível descobrir desenhando e contando, como fizeram antes. E que o elemento 10 seria um quadrado. Questionamos qual elemento da posição 15? E os estudantes responderam que seria um círculo.

Perguntamos se só seria possível descobrir contando nos dedos e desenhando e os estudantes responderam que observando os números pares e ímpares também. Nesse momento, pedimos que os estudantes observassem o slide e desenhamos a sequência colocando os números abaixo de cada elemento (ver figura 20).

Figura 20: Problematização com sequência de 3 elementos

Fonte: Arquivo pessoal, 2023

Convidamos os estudantes a observar cada número e cada elemento. Após uma rápida análise, os estudantes falaram que os elementos se repetiam. Questionamos então, de quanto em quanto estavam se repetindo. Nesse momento, ficaram calados. Então continuamos o desenho da sequência e numerando-a. “E agora, 5º ano, é possível observar mais alguma coisa?”

A estudante **“E10”** disse que o quadrado estava nos números ímpares. Com base nessa resposta, questionamos: se os ímpares são quadrados, podemos dizer que na posição 22 é um quadrado? Rapidamente a turma disse que ‘não, pois 22 era par’. Nesse momento, **“E3”** respondeu que nem todo quadrado estaria no número ímpar, porque 4 é par e tinha um quadrado. A turma validou a resposta do colega **“E3”**.

Continuamos instigando qual seria o mistério daquela sequência e como poderíamos descobrir, por exemplo, qual o elemento da posição 22. Como os estudantes não conseguiram perceber a relação dos elementos se repetindo de 3 em 3, circulamos no quadro os números múltiplos de 3 – 3, 6, 9, 12, 15...e pedimos que observassem. Os estudantes observaram, mas ainda não conseguiram fazer qualquer relação com os múltiplos.

Vale e Pimentel (2011) destacam como é importante que os estudantes aprendam a pensar matematicamente e ressaltam que muito do insucesso escolar relacionado a matemática, se dá pelo fato dos estudantes recorrerem à memorização e não a compreensão dos conceitos, dos conteúdos, das situações. Fazemos aqui um paralelo com a situação proposta aos estudantes, pois foi necessário recorrer a compreensão da formação das sequências, identificar e entender o padrão usado para poder avançar na construção das sequências.

Na parede da sala de aula, havia um cartaz com a tabuada de 1 ao 9. Chamamos a atenção para tabuada de multiplicação do 3. ‘O que podemos ver aqui?’ Os estudantes responderam: ‘é a tabuada do 3, tia’. Pedimos que observassem e tentassem perceber se havia alguma relação com a sequência que estava no slide no quadro. Alguns estudantes começaram a recitar a tabuada do 3 e, depois de um tempo, observando o cartaz, **“E3”** disse que a tabuada e a sequência tinham os mesmos números. Segundo Pironel e Vallilo (2017) a avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem permite que o professor faça intervenções imediatas durante a resolução de uma situação-problema.

Refletimos sobre os resultados presentes no cartaz da tabuada do 3 e perguntamos: ‘esses números têm alguma relação com os números que aparecem na sequência?’ Nesse momento, a estudante **“E18”** olhou e disse: ‘tia, na sequência tá aparecendo esses resultados aí’.

Continuamos: ‘observem, nossa sequência está se repetindo de quanto em quanto? A partir de qual elemento começa a repetir? Quais os números aparecem embaixo desse elemento? Os estudantes observaram atentos e começaram a dar seus palpites.

“E3”: Repete de 3 em 3.

“E9”: É o quadrado que começou repetir.

“E3”: Já sei! O quadrado tá nos números da tabuada.

Pedimos para explicar melhor sua resposta e o estudante continuou: ‘Tia, a gente tava olhando o quadrado, mas o círculo é que tá nos números da tabuada’. Partindo da resposta dada pelo estudante, continuamos a explicação para turma. Então, quer dizer que o círculo está aparecendo nos números dos resultados da tabuada. Se isso for verdade, vocês podem me dizer qual elemento irá aparecer na posição 15?

Prontamente, olharam o cartaz na parede da sala e disseram, ‘é círculo de novo’. Por quê? Perguntamos. Os estudantes responderam que ‘15 era outro resultado da tabuada e por isso seria o círculo’. Continuamos: ‘gente, vocês conseguem me dizer qual elemento aparecerá na posição 22’?

“E3” levantou a mão e disse: eu sei’! Pedimos para ele explicar. “Se a gente disse que o círculo tava no resultado da tabuada do 3, o número 22 é o resultado 21 + 1, então vai ser um quadrado, porque o 21 é círculo, porque é o resultado da tabuada e o 22 é o que vem depois.”

Nas palavras de Moretti, Virgens e Romeiro (2021) a generalização aritmética envolve estratégias do pensamento que utilizam recursos como “tentativa e erro” ou a indução aritmética para chegar a uma regra geral, mas não ocorre o processo analítico da situação. Nessa atividade, os estudantes precisaram testar as hipóteses que iam surgindo durante a mediação até chegarem a resposta correta.

Voltamos para o quadro e comprovamos por meio do desenho da sequência a hipótese de “E3” e todos concordaram com a resposta. Explicamos que aquela situação se tratava de uma sequência repetitiva cujo padrão eram os múltiplos de 3, por isso havia essa relação com a tabuada. Segundo Van de Walle (2009, p. 296) podemos considerar uma sequência repetitiva quando for possível identificar “a menor cadeia de elementos que se repete”.

A metodologia de RP trouxe para os estudantes a possibilidade de conhecer, compreender, formular, testar e validar as hipóteses através da liberdade que existe na resolução de problemas. Acreditamos que a resolução de situações-problema deve considerar “os métodos, os procedimentos, as estratégias e as heurísticas que os alunos usam na resolução de problemas” (Branca, 1997, p. 07). Essa é a concepção que adotamos neste trabalho, a qual acreditamos que é capaz de expressar o que realmente se espera dos processos de ensino e aprendizagem.

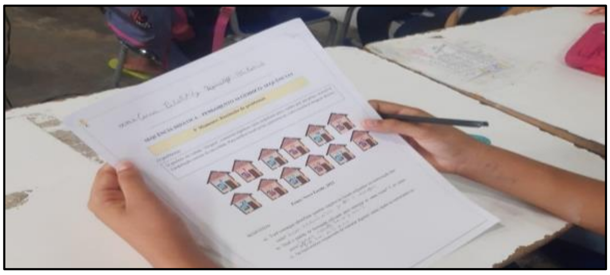
DATA: 18/09

5º Momento: Resolução de problemas

Iniciamos formando as duplas e explicando que se tratava de uma atividade de resolução de problemas. Com base nas etapas propostas pelo Roteiro da professora Onuchic e Allevato

(2011), iniciamos a atividade. Para que todos pudessem acompanhar ao mesmo tempo a leitura e observar a imagem, colocamos um slide com a situação problema. Solicitamos que observassem o slide e fizessem uma leitura individual. Após essa primeira leitura, pedimos para que fizessem uma leitura coletiva e, em seguida, explicamos que deveriam observar atentamente a imagem e responder as perguntas na folha que receberam (Ver figura 21).

Figura 21: Situação-problema das Casas em dupla



Fonte: Arquivo pessoal, 2023

Enquanto os estudantes iam tentando responder, circulamos por entre as duplas para observar e esclarecer dúvidas. Ao chegar na **"D1"** observamos que estavam numerando as casinhas da situação-problema a partir da casa azul (22), seguindo de 1 em 1. Nesse momento, pedimos que voltassem para observar no slide todas as casinhas. Fomos até o quadro e pedimos para que todos olhassem as casinhas. Em seguida: Quais as cores das casas? Quais números aparecem? Existe alguma relação entre essas informações?

As duplas observaram e algumas respostas surgiram. As estudantes da **"D9"** responderam que as casas azuis tinham números par e as rosas eram números ímpares. A turma confirmou a hipótese e então, continuaram com a resolução do problema.

Retomamos as questões que apareciam na situação-problema e realizamos uma leitura em conjunto. "Você consegue identificar quantas sequências foram utilizadas na numeração das casas? Qual o padrão de formação utilizado para numerar as casas rosas? E as casas azuis? Os funcionários esqueceram de numerar algumas casas, ajude-os numerando-as.

Após a leitura, pedimos que tentassem a resolução entre a dupla e continuamos circulando para observar as tentativas de resolução. A etapa de leitura coletiva é importante, pois existem estudantes não alfabetizados. Na turma, existem estudantes não alfabetizados e que geralmente, não realizam as atividades de forma autônoma já que não conseguem ler. Com essa etapa sugerida no Roteiro, todos os estudantes tiveram condições de conhecer a situação-problema e traçar estratégias para resolver.

Ao passar na banca da dupla **“D9”** observamos que as meninas já haviam respondido ao item A) e tentavam numerar as casinhas. Perguntamos o que estavam fazendo e as estudantes responderam: “a gente tá tentando colocar o número que falta nas casas, mas tá complicado.” Pedimos que observassem só os números das casas azuis. As estudantes iniciaram uma contagem nos dedos a partir do número da primeira casa azul, passando para a segunda e, depois, para a terceira. Questionamos se tinham percebido algo e elas falaram ‘que o número das casas ia aumentando’. Perguntamos se dava para saber de quanto foi esse aumento e elas responderam que sim. E continuaram fazendo.

Voltamos à dupla **“D1”** e perguntamos como estavam indo na resolução. **“E2”** disse que não era de 1 em 1 os números que faltavam nas casas e que não sabiam o que fazer. Então, fizemos a mesma orientação, de observarem a numeração das casas azuis. Perguntamos, em seguida, o que vocês percebem agora? **“E1”** respondeu que os números aumentaram e **“E2”** disse que tava aumentando de 5 em 5. Pedimos então para contarmos novamente e iniciamos: 5, 6, 7, 8, 9 ,10. “E2”: ‘não é de 5 em 5, é de 6. A gente contou errado’. Confirmamos a hipótese da dupla e pedimos que continuassem.

O item A da situação-problema das “Casas” (figura 22) pedia que as duplas identificassem quantas sequências apareciam e as duplas responderam que havia **2** sequências de par e ímpar. As duplas acertaram ao identificar 2 sequências, no entanto, foi uma coincidência o fato de termos sequências com par e ímpar.

Figura 22: Casas da situação-problema

Fonte: Arquivo pessoal, 2023

É possível observar que nas casas azuis aparecem números pares (4, 10, 16, 22, 28 e 34) e nas casas rosas aparecem números ímpares (5, 13, 21, 29, 37 e 45). As duplas numeraram as casas, identificando que as casas azuis representavam uma sequência de 6 em 6 e as casas rosas representavam uma sequência de 8 em 8. Portanto, acertaram quando responderam 2 sequências. O item B pedia exatamente que as duplas identificassem qual padrão aparecia nas sequências.

A sequência que aparece na situação-problema das casas é numérica recursiva, pois é formada por números e para determinar o próximo é preciso calcular o termo anterior. No caso da situação-problema proposta, os estudantes precisavam somar 6 ao número da casa azul e somar 8 ao número da casa rosa para determinar o número da próxima casa. Van de Walle (2009) destaca que "o desafio nesses padrões ou sequências numéricas não é apenas encontrar e expandir o padrão, mas também fazer generalizações" (p. 298).

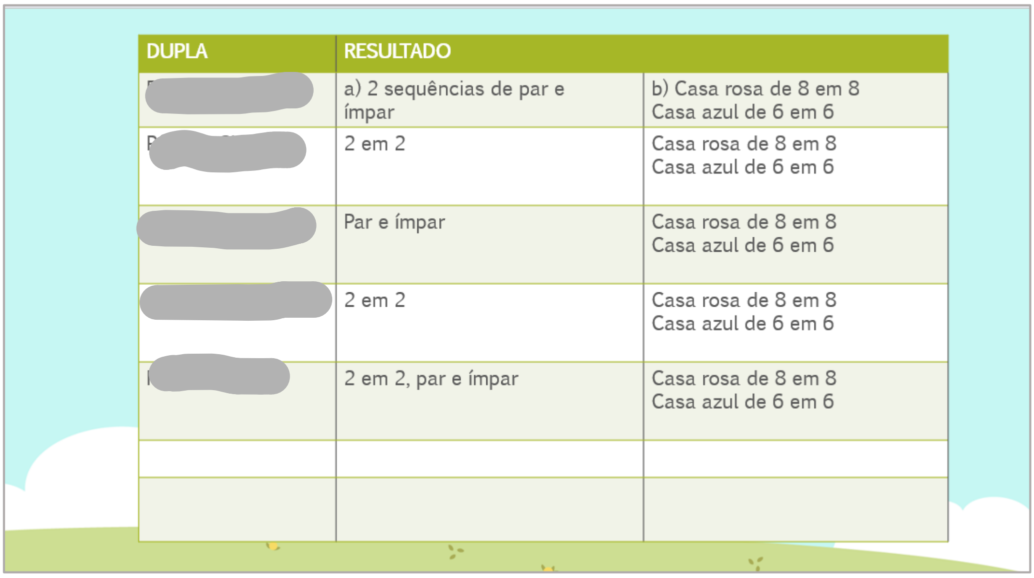
Chegando à dupla **"D2"** perguntamos como estavam fazendo e então a dupla respondeu: "tia, a gente tá contando e viu que os números vão aumentando de 6 em 6." Perguntamos como perceberam esse padrão e os estudantes responderam que foram contando só as casas azuis e viram que de um número para o da próxima casa ia aumentando 6. Questionamos se tinha descoberto o padrão das casas rosas e eles responderam que fizeram do mesmo jeito, e perceberam que aumentava de 8 em 8. Pedimos então, que numerassem as casas que restavam.

Após um tempo de resolução, passamos para próxima etapa e solicitamos que as duplas apresentassem os resultados, checando se acertaram. Esse momento é uma oportunidade de avaliação pelo próprio estudante. Pironel e Vallilo (2017) destacam a avaliação do sentido atribuído pelo estudante com relação ao que estuda dando ênfase ao processo de reflexão que o mesmo deve fazer a respeito dos seus erros e acertos. Nessa avaliação, o estudante "procura um significado sobre o que estuda, de forma consciente, não apenas seguindo regras do professor" (Pironel; Vallilo, 2017, p. 294).

Colocamos uma tabela em um slide com o nome das duplas e começamos a chamar à frente do quadro, para preenchermos com os resultados (etapa 7).

Algumas duplas não quiseram se apresentar os resultados e respeitamos a decisão. Seguimos com as duplas que quiseram. Os estudantes levaram a folha A4 com as respostas que encontraram e leram as respostas para turma, que concordava com a maioria dos resultados apresentados e então, a tabela era preenchida. Ver a Figura 23, a seguir.

Figura 23: Slide usado na sistematização dos resultados



DUPLA	RESULTADO	
[redacted]	a) 2 sequências de par e ímpar	b) Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6
[redacted]	2 em 2	Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6
[redacted]	Par e ímpar	Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6
[redacted]	2 em 2	Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6
[redacted]	2 em 2, par e ímpar	Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6

Fonte: Elaborado pela autora, 2023

Após preenchermos a tabela, pedimos que todos observassem os resultados e verificassem suas respostas. Em seguida, questionamos se alguém tinha feito diferente e responderam que não. Pedimos então, para que explicassem como haviam chegado a esses resultados e os estudantes que preencheram a tabela explicaram. Os nomes dos estudantes foram "cobertos" para preservar a identidade.

O momento da apresentação dos resultados (etapa 8) é importante para que os estudantes possam expor suas hipóteses e toda turma reflete sobre o resultado apresentado, pois nessa etapa, é esperado que se discuta sobre as estratégias usadas na resolução. Pironel e Vallilo (2017) destacam a importância do trabalho colaborativo dentro da metodologia de RP, pois esse tipo de atividade permite que estudantes com maiores dificuldades consigam aprender com seus colegas no momento em que discutem suas dúvidas, contribuindo para que aprendam um novo conteúdo.

Voltamos ao slide com as casinhas rosas e azuis e explicamos com mais detalhes como poderiam ter resolvido o problema, com o objetivo de sanar quaisquer dúvidas que tenham ficado. Essa etapa (10) é caracterizada pela formalização do conteúdo, a qual compete ao professor apresentar formalmente as estratégias e resultados corretos. Assim, concluímos a resolução dessa situação problema, pois não prosseguimos com a proposição de novos problemas por parte dos estudantes.

Entendemos que a proposição é extremamente importante, mas para nosso objetivo nessa pesquisa, focamos na resolução de situações-problema, desenvolvendo apenas 10 etapas do roteiro de Onuchic e Allevato (2011).

O planejamento é um aspecto importante no trabalho com a metodologia de RP, pois é preciso que o professor esteja atento e se antecipe as questões que os estudantes podem colocar durante o processo de resolução. A mediação do professor fará toda diferença para que os estudantes avancem na compreensão de conceitos e construção do seu conhecimento. Além da mediação imediata durante a resolução de um problema, a avaliação alinhada a metodologia de RP contribui para que o professor faça um exercício de reflexão sobre sua prática (Pironel; Vallilo, 2017).

As etapas propostas no roteiro de Onuchic e Allevato (2011) são fundamentais para que os estudantes consigam explorar suas capacidades matemáticas e o professor possa compreender as estratégias e as dificuldades dos estudantes durante a resolução dos problemas e assim realizar a mediação para necessária.

DATA: 19/09

6º Momento: Resolução de problemas

Iniciamos a atividade formando duplas para realizar a resolução da situação-problema proposta. Colocamos um slide com a situação-problema e pedimos que todos fizessem uma leitura individual. A situação-problema foi: “A linha de ônibus “1002” que faz o transporte de passageiros de Camutanga à Itambé tem embarque a cada 3 horas. Considerando que o primeiro ônibus sai às 6 da manhã e o último sai à meia-noite, responda:

a) Construa uma sequência numérica com os horários do embarque do ônibus.
b) Se o primeiro ônibus saí às 06:00 h da manhã e o último à meia noite, quantos ônibus saem por dia?
c) Considerando o número de embarques que o ônibus faz por dia, é possível dizer quantos embarques são feitos em 1 semana?”

Após essa leitura inicial, realizamos uma leitura coletiva para que todos pudessem compreender. Essa etapa da resolução da situação-problema foi extremamente importante, pois, na turma ainda existem estudantes não alfabetizados. Em seguida, entregamos a situação-problema impressa para que as duplas pudessem registrar suas respostas.

Alguns estudantes começaram a resolver a situação após a leitura individual e a maior parte da turma iniciou a resolução após a leitura coletiva. Destacamos a importância de propor situações-problema que representem de fato um problema a ser resolvido pelos estudantes. Observamos que esta situação faz parte da realidade, pois eles se envolveram na busca pela solução e ainda foram capazes de questionar sobre os horários.

Enquanto as duplas tentavam resolver, considerando os horários dos ônibus, observamos que alguns estudantes já haviam terminado de responder (etapa 6). No entanto, outras duplas precisaram de ajuda para ainda, compreender a situação-problema. A observação segundo Pironel e Vallilo (2017) é um instrumento avaliativo potente nas aulas de matemática, uma vez que, por meio da observação é possível o professor fazer registros e intervenções imediatamente.

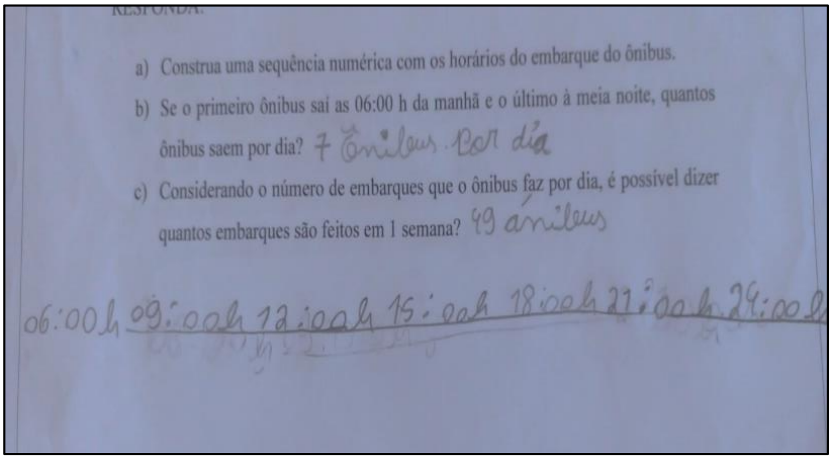
A dupla **"D2"** iniciou a resolução já na primeira leitura. Os estudantes relataram que ao ler, perceberam que se tratava de uma sequência e que os números iam aumentando de 3 em 3. Eles construíram a sequência numérica com os horários dos ônibus e responderam as questões, chegando a generalizar a ideia, pois quando foram questionados sobre outros possíveis horários, os estudantes conseguiram explicar como fariam, seguindo a mesma lógica. Os estudantes fizeram registros da sequência com os horários de desembarque do ônibus, considerando o intervalo de 3 horas. Podemos entender que nessa situação-problema os estudantes chegaram perto da "generalização próxima", pois como apontam Pereira e Fernandez (2012 apud Stacey 1989, p. 150) "a generalização próxima é utilizada para designar uma questão que pode ser resolvida passo-a-passo com um desenho ou através de contagem".

Temos o cuidado em não afirmar que houve de fato uma generalização, pois acreditamos que esse é um processo que requer mais tempo e mais mediação. Entretanto, através dessa situação-problema podemos perceber indícios de que os estudantes estão compreendendo de forma mais geral os procedimentos utilizados.

Alguns estudantes tiveram dificuldade em relacionar o termo "meia-noite" com o horário "00:00 h" ou "24:00h". Após uma explicação no quadro, boa parte da turma iniciou a construção da sequência e obteve sucesso. Concordamos com Smole e Diniz (2001) quando destacam a necessidade de trabalhar com os textos de enunciados de situações-problema, uma vez que, muitas vezes, os estudantes não conseguem interpretar corretamente o que se está pedindo, devido ao trabalho mecanizado que ocorre nas salas de aula, em que a exploração dos enunciados não é priorizada e, sim, os algoritmos.

O item A pedia que construíssem uma sequência numérica a partir do horário de desembarque do ônibus. Aqui, 7 (sete) duplas responderam o item apresentando uma sequência numérica com os horários corretos. Vejamos alguns registros (figura 24 e 25):

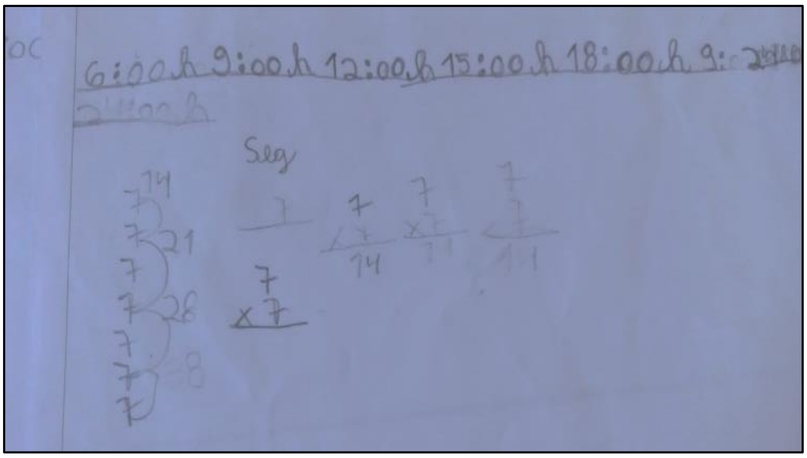
Figura 24: Sequência numérica com os horários de desembarque do ônibus



Fonte: Arquivo pessoal, 2023

A dupla **"D8"** iniciou a resolução desse item usando a estratégia de contagem, diferentemente do restante da turma que fez uma multiplicação. É possível perceber que a dupla recorreu ao algoritmo de multiplicação, entretanto, não conseguiu finalizar a multiplicação. Foi, então, por meio da adição, mas não concluiu o registro do processo de contagem, conforme vemos na figura 25.

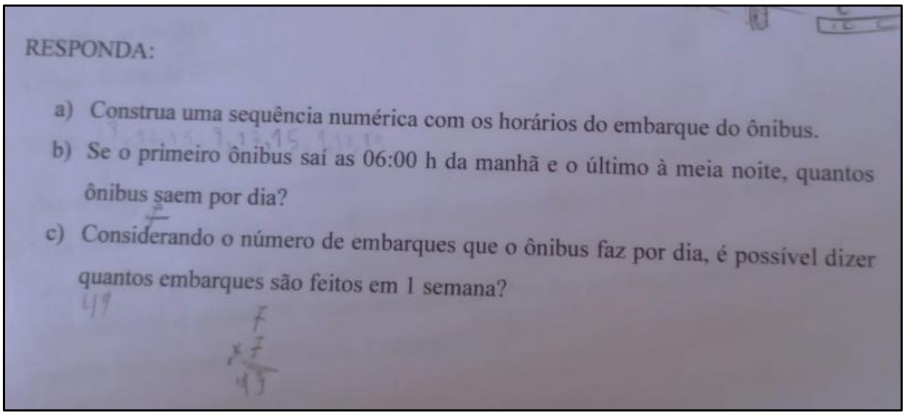
Figura 25: Estratégias para resolução do item C.



Fonte: Arquivo pessoal, 2023

A dupla **“D2”** participou de todos os momentos propostos na sequência de atividade. Observamos suas respostas em relação a construção da sequência numérica e identificamos um erro (figura 26). A sequência numérica apresentada pela dupla foi: 9 - 12- 15 - 9 - 12 -15 - 9 - 12 – 15. Essa formação pode nos indicar a não compreensão da situação-problema, mesmo sendo alfabetizados. Ao ler a situação-problema, os estudantes consideraram que o “embarque a cada 3 horas” seria o padrão/ regularidade da sequência e então repetiram o 2º, 3º e 4º horários de desembarque, transformando em uma sequência repetitiva. Outra observação é que a dupla relacionou essa situação-problema envolvendo horários com as sequências figurais de 3 elementos construídas em outro momento. Por isso, a repetição dos números de 3 em 3.

Figura 26: Situação-problema horário de desembarque do ônibus


RESPONDA:

a) Construa uma sequência numérica com os horários do embarque do ônibus.

b) Se o primeiro ônibus saí as 06:00 h da manhã e o último à meia noite, quantos ônibus saem por dia?

c) Considerando o número de embarques que o ônibus faz por dia, é possível dizer quantos embarques são feitos em 1 semana?

Fonte: Arquivo pessoal, 2023

Essa dupla resolveu essa situação-problema ainda na primeira leitura realizada, não participando da leitura coletiva. É possível que os estudantes não tenham compreendido o enunciado da situação-problema. Essa dificuldade poderia ser relacionada a “ausência de um trabalho específico com texto do problema”, como destacam as autoras Smole e Diniz (2001). Levando em consideração o tempo que se realizou essa atividade, poderíamos considerar que esta afirmação teria relação com o resultado apresentado pelos estudantes. O texto do enunciado da situação-problema pode e deve ser explorado pelos estudantes para que compreendam o que de fato se pede na resolução de determinada situação-problema.

Como é possível observar na Figura 26, as respostas da dupla nos outros itens foram corretas, o que não condiz com a resposta apresentada da sequência. Outros fatores podem ter influenciado como a troca de informações com outra dupla. Infelizmente, não conseguimos mediar esse item, pois não percebemos, no momento.

Assim que todos terminaram de resolver, passamos para a etapa (7) em que os resultados obtidos são expostos e analisados coletivamente. As duplas falaram os números que usaram na construção da sequência e registramos no quadro. Em seguida, retomamos a leitura da situação-problema e conferimos qual construção estava correta. Questionados do porquê de cada construção, os estudantes responderam que era uma sequência de 3 em 3, ou seja, uma sequência crescente.

Depois de analisarmos as construções das sequências, fomos observar e analisar as respostas da letra B e C. O item B perguntava quantos ônibus saiam por dia, levando em consideração a sequência construída. Nem todas as duplas conseguiram acertar a sequência, porém todas as duplas responderam que seriam 7 ônibus.

Se o primeiro ônibus sai às 06:00 h da manhã e o último sai à meia noite, quantos ônibus saem por dia? Solicitamos que as duplas falassem suas respostas para essa questão. E todas as duplas responderam que seriam 7 ônibus por dia. Questionamos como poderiam afirmar e as duplas responderam que seria esse resultado, pois olharam e contaram na sequência (resposta da letra A). Vejamos algumas respostas:

“E18” respondeu: “a gente contou os horários no papel”.
“E9” respondeu: “a gente foi contando do 6 até meia-noite e deu 7 ônibus”.

A próxima questão pedia para calcular quantos embarques eram feitos em 1 semana. A resposta foi imediata com todas as duplas respondendo 49, exceto a dupla **“D9”** que respondeu 71. Perguntamos: ‘vocês acham que o resultado correto é 71 ou 49? As crianças responderam que era 49. Fala da dupla **“D2”**: “é 49 porque é 7x7. Sete ônibus todo dia, se a gente contar, vai dá 49 no último dia da semana”.

Figura 27: Momento de checagem das respostas

Fonte: Arquivo pessoal, 2023

A dupla **"D9"** respondeu que acharam o resultando contando de 7 em 7 até chegar no 71, resultado. Fomos escrever no quadro os 7 dias da semana e ao lado de cada dia desenhamos bolinhas para representar os embarques de ônibus. Após esse registro, pedimos que a **"D9"** contasse as bolinhas, percebendo que a resposta era 49. Então questionamos: por que vocês colocaram 71? A dupla respondeu: "tia, a gente contou demais e se perdeu".

Para Araújo (2016), as diferentes representações podem ajudar os estudantes a compreender uma situação-problema. Considerando que essa atividade foi desenvolvida em uma turma do 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, podemos destacar o fato dos estudantes não realizarem tantos registros gráficos nas estratégias e tentativas de resolução. É como se nessa fase de escolaridade os próprios estudantes não achassem que os desenhos podem ajudar no processo de resolução da situação-problema. Os estudantes tendem a usar algoritmos, mesmo que não saibam como fazê-los.

Cândido (2001) enfatiza a importância dos registros através de desenhos, principalmente, quando os estudantes ainda não são alfabetizados. Os desenhos são uma maneira do estudante representar suas respostas e construir conceitos.

A etapa 8 (plenária) tem por objetivo ajudar os estudantes a discutir os resultados e estratégias utilizadas na resolução da situação-problema, facilitando o entendimento da resposta correta. Sem essa etapa, os estudantes apenas saberiam se a resposta estava certa ou errado, mas não compreenderiam o porquê.

Podemos perceber que durante todo processo de resolução da situação-problema os estudantes se mantiveram motivados a encontrar uma solução. As etapas do roteiro de Onuchic e Allevato (2011) conduzem o trabalho de resolução, facilitando o trabalho do professor.

7º Momento: Roda de Conversa

Organizamos a turma em círculo e pedimos que se sentassem ao chão (Figura 28). Orientamos como seria a atividade e começamos. Apenas uma estudante não quis participar, dizendo que não gostava.

A roda de conversa foi um momento importante para o processo avaliativo da Sequência de Atividades proposta aos estudantes do 5º ano, pois foi possível observar e ouvir as impressões que os estudantes tiveram das situações vivenciadas. A meta-avaliação, ou seja, a avaliação que o professor faz do seu trabalho a partir dos dados coletados com os estudantes, aponta as principais "dificuldades encontradas pelos alunos e a relevância dos instrumentos de coleta de dados para compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem" (Pironel; Vallilo, 2017, p. 301).

A meta-avaliação dá ao professor a possibilidade de avaliar sua prática docente a partir da avaliação feita dos estudantes. Dessa forma, o professor consegue "destacar as potencialidades e as falhas da avaliação em sua prática docente" (Pironel; Vallilo, 2017, p. 301).

Figura 28: Momento da Roda de Conversa

Fonte: Arquivo pessoal, 2023

Cantamos uma cantiga e quando a música parou, o estudante que estava com um dado na mão foi o primeiro a falar sobre as atividades vivenciadas. A Roda de Conversa foi um momento descontraído em que os estudantes puderam dizer como se sentiram em relação as atividades desenvolvidas. Através de uma "brincadeira" conseguimos relaxar e expressar algumas ideias.

Realizamos esse processo 20 vezes para que todos tivessem a oportunidade de dizer o que acharam das atividades. Após esse momento, os estudantes responderam a um questionário.

5.2 ANALISANDO AS RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO

Os estudantes responderam um pequeno questionário a respeito das atividades realizadas. A tabela abaixo mostra o quantitativo de estudantes por resposta. O questionário foi aplicado no último dia, ou seja, mesmo dia da situação-problema Horário de desembarque do ônibus e Roda de Conversa. Neste dia, estavam presentes 23 estudantes, totalizando 10 duplas e 1 trio. No entanto, nem todos responderam ao questionário, pois alguns estudantes participavam no mesmo dia de uma ação de reforço escolar.

Quadro 02: Respostas do questionário

Atividades	Respostas	Número de estudantes
Sequência Viva	Muito difícil	02 estudantes
	Difícil	-
	Fácil	08 estudantes
	Muito fácil	09 estudantes
Construindo sequências	Muito difícil	-
	Difícil	02 estudantes
	Fácil	14 estudantes
	Muito fácil	03 estudantes
Faça você mesmo	Muito difícil	-
	Difícil	03 estudantes
	Fácil	13 estudantes
	Muito fácil	03 estudantes
Minhas descobertas	Muito difícil	02 estudantes
	Difícil	10 estudantes
	Fácil	05 estudantes
	Muito fácil	02 estudantes
Situação-problema (Casas)	Muito difícil	-
	Difícil	07 difícil
	Fácil	10 estudantes
	Muito fácil	02 estudantes
Situação-problema (Ônibus)	Muito difícil	03 estudantes
	Difícil	02 estudantes
	Fácil	04 estudantes
	Muito fácil	10 estudantes

Fonte: Elaborada pela autora, 2023

A tabela apresenta as respostas dos estudantes em relação as atividades de resolução de situação-problema desenvolvidas na turma. Destacamos as respostas de 5 duplas que participaram 3 a 4 momentos de resolução.

As duplas **"D1", "D2", "D3", "D9" e "D10"** estiveram juntas desde a primeira proposta de atividade. Analisando suas respostas, observamos que essas duplas consideraram a situação-problema "Minhas descobertas" como "Muito difícil". Essa foi a percepção de todas as duplas, independentemente, de serem alfabetizados ou não. Acreditamos que essa atividade foi a que mobilizou e exigiu mais dos estudantes, uma vez que, precisaram identificar os elementos que formavam a sequência, descobrir aqueles ausentes, identificar o padrão, formular hipóteses e testar, além de relacionar a sequência figural aos números com números pares e ímpares e aos múltiplos de 3. Van de Walle (2009) sugere que os estudantes devem ser desafiados a reconhecer o padrão e identificar elementos ausentes em uma sequência.

Já a atividade de resolução da situação-problema envolvendo o número das casas foi considerada "difícil" por 3 estudantes, divergindo da resposta dada pelo colega com quem fez dupla. Entretanto, ao analisarmos as atividades das duplas e, observarmos que apesar de ser considerada uma situação-problema "difícil", todas as duplas mencionadas, acertaram o item C, que pedia para numerar as casas.

A situação-problema do horário de desembarque do ônibus não foi mencionada pelos estudantes como "difícil" ou "muito difícil".

A dupla **"D1"** tinha um estudante alfabetizado e outro não alfabetizado. O trio **"D3"** tinha dois estudantes alfabetizados e 1 não alfabetizado. Já a dupla **"D10"** não era alfabetizada. Podemos considerar que a etapa do Roteiro que orienta fazer a leitura coletiva pode ter contribuído para que todas as duplas mencionadas acertassem o item, mesmo com dificuldade da leitura. Smole e Diniz (2001) enfatizam a importância dos professores realizarem uma abordagem metodológica que inclua os estudantes não alfabetizados. Segundo as autoras, ler cuidadosamente a situação-problema pode ajudar os estudantes a entenderem e resolverem a situação-problema.

Três estudantes não responderam ao questionário. Dessa forma não pudemos analisar todos os estudantes através desse instrumento.

5.3 CONVERSAS FINAIS

O percurso metodológico que foi utilizado na Sequência de Atividades possui aspectos relevantes da metodologia de RP que devem ser ressaltados. O planejamento, a metodologia, o papel do estudante e as interações são aspectos que merecem ser analisados e refletidos no processo de ensino e aprendizagem através da resolução de situações-problema.

- **O planejamento**

O planejamento das atividades coletivas teve por objetivo introduzir o conteúdo de sequências repetitivas na turma do 5º ano. Considerando que estes estudantes vieram de um período de aulas remotas devido a Pandemia de Covid -19, julgamos necessário esse momento de aproximação com a temática de forma mais lúdica. A introdução de um novo conteúdo precisa ser feita de modo gradativo para que os estudantes se apropriem. Escolhemos iniciar o estudo de sequências repetitivas por meio de uma atividade prática (Sequência Viva) que mobilizasse a participação e a curiosidade dos estudantes. O manuseio de materiais concretos também serviu de estímulo para engajamento em uma atividade. Dessa forma, unimos a vivência prática com o material concreto para explorar sequências repetitivas e a ideia de regularidade.

Além da organização dos materiais, a sequência de atividades oportunizou aos estudantes a observação, a análise e a construção de sequências repetitivas como forma de aproximação e inserção ao conteúdo. Planejamos dois momentos para resolução de situações-problema envolvendo o conteúdo de sequências repetitivas, ampliando a compreensão sobre o assunto. A primeira situação envolve uma sequência numérica (número das casas) e a segunda traz a ideia de múltiplos (horários de desembarque do ônibus). As atividades desenvolvidas foram em grupo, duplas/trio e coletivas. O planejamento foi extremamente importante para garantir que os direitos de aprendizagem fossem contemplados e garantidos aos estudantes. É preciso um planejamento bem estruturado e objetivo, no qual o professor seja capaz de antecipar questões que poderão surgir para assegurar as mediações necessárias.

- **A metodologia**

Utilizamos a metodologia de RP para desenvolver atividades com sequências repetitivas, considerando a necessidade dos estudantes em buscar pelo processo resolutivo através de investigação, tentativas, da criação de hipóteses e validação de suas proposições. Desenvolvemos a proposta de atividades utilizando recursos diversos como, slides com exemplos de sequências repetitivas para que fosse proposta a análise no coletivo. Utilizamos fichas de papel colorido para os estudantes manipularem e construírem sequências. A ludicidade é uma ferramenta importante não só com crianças pequenas. O fato de os estudantes terem utilizado o material concreto (fichas coloridas) deu à atividade um caráter de brincadeira, chamando a atenção dos envolvidos. A metodologia de RP foi o percurso utilizado para o desenvolvimento das atividades, através do Roteiro de Onuchic e Allevato (2011), o qual aponta algumas etapas para resolução de situações-problema. De modo geral, os estudantes passaram por momentos de leitura individual (dupla) e coletiva (turma e pesquisadora), resolveram, apresentaram resultados, discutiram as estratégias e resultados.

- **Papel do estudante**

As atividades propostas tiveram como foco o estudante e sua autonomia na resolução dos problemas. A metodologia de RP permite que os estudantes sejam sujeitos autônomos no processo resolutivo, uma vez que, considera as estratégias desenvolvidas e as valoriza. Durante as atividades, os estudantes tiveram papel fundamental na construção das sequências repetitivas, pois identificaram elementos, descobriram a regularidade e continuaram a sequência. Através da problematização, puderam apresentar hipóteses e testar através do desenho dos elementos faltantes para validação da hipótese. Apesar de ser uma atividade coletiva, eles demonstraram interesse e participaram de maneira crítica e autônoma, participando das etapas conforme o Roteiro. Fizeram leitura, resolveram, discutiram resultados e estratégias.

- **Interações**

As atividades coletivas foram extremamente importantes, pois as interações entre os estudantes foram essenciais na resolução das atividades. Em uma turma em que 10 estudantes ainda não são alfabetizados, ter o apoio de outro estudante alfabetizado fez diferença nos momentos de leitura, escrita. E além disso, as interações proporcionaram momentos de discussão sobre as estratégias de resolução. Os estudantes realizaram a atividade em duplas, contribuindo para que pudessem dialogar sobre as estratégias escolhidas para resolução. A atividade coletiva proporciona aos estudantes mais tímidos a oportunidade de acompanhar e participar das discussões. A atividade em dupla favoreceu a participação e resolução de todos os estudantes.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A metodologia de Resolução de Problemas tem se mostrado uma alternativa capaz de gerar aprendizagem e desenvolver habilidades importantes para o letramento matemático. A nossa pergunta inicial foi: "Como os aspectos da Metodologia de Resolução de Problemas podem contribuir com a exploração do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental?" e para respondê-la submergimos na literatura sobre a temática de RP e Álgebra e nos lançamos ao campo (sala de aula) para vivenciar e experimentar situações.

Propomos a realização de Atividades de resolução de situações-problema com sequências repetitivas para os estudantes de uma turma do 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e investigamos quais contribuições a metodologia de RP poderia trazer. Assim como Canavarro (2007), acreditamos que as atividades de natureza problemática e de investigação trazem grande contribuição para a exploração do pensamento algébrico.

Tivemos uma experiência em sala de aula que gerou questionamentos sobre o planejamento das atividades, a prática do professor, o papel do estudante e aspectos relacionados a motivação dos estudantes. Por meio da metodologia de RP vimos os estudantes sendo protagonistas e realizando as atividades de forma autônoma. É possível que em alguns momentos as situações didáticas tenham sido conduzidas e direcionadas mais do que fosse preciso, porém, não houve comprometimento do desenvolvimento das atividades de resolução.

Neste estudo, propomos situações que oportunizaram aos estudantes vivenciar de maneira autônoma a construção do conhecimento baseado na metodologia de RP, por meio de uma prática lúdica, com materiais concretos, gerando interação entre os estudantes e motivando-os no processo investigativo.

Destacamos o termo situação-problema, visto que atende melhor aos nossos anseios enquanto proposta de atividade.

Os estudantes que participaram desta pesquisa foram expostos a conceitos algébricos como padrões, regularidades e a ideia de generalização através da metodologia de RP de maneira lúdica e criativa. Consideramos que essa metodologia atendeu aos objetivos propostos neste trabalho, uma vez que, ao analisar os dados obtidos, podemos perceber o aspecto criativo, embora que seguindo uma regularidade, na construção de sequências repetitivas.

Consideramos a atividade de resolução de situações-problema como essencial ao desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que, essa metodologia leva os estudantes a criar um plano de estratégias para solucionar uma situação desconhecida, mobilizando conhecimentos prévios e fomentando a criatividade, assim como, a liberdade para testar procedimentos convencionais e não-convencionais.

Foram realizadas situações de investigação nos 3 primeiros dias. Essas atividades práticas e com um caráter lúdico tiveram grande relevância no processo de compreensão de formação das sequências repetitivas. Através das atividades realizadas, os estudantes buscaram por padrões, identificaram e deram continuidade as sequências. As atividades investigativas deram suporte à metodologia de RP e facilitaram a compreensão das situações-problema nos dias 4 e 5, usando o roteiro de Onuchic e Allevato (2011).

No primeiro dia da nossa Proposta de Atividades solicitamos que os estudantes participassem da formação de uma sequência repetitiva, na qual os próprios estudantes seriam os elementos e os demais colegas estariam investigando o padrão, identificando e continuando a sequência. Em outro momento os estudantes construíram sequências repetitivas usando material concreto (fichas coloridas).

No segundo dia, os estudantes analisaram sequências repetitivas e identificaram elementos e padrões envolvidos nas sequências. Após essa análise, os estudantes em duplas, construíram novas sequências repetitivas.

A atividade do terceiro dia teve um caráter investigativo, pois a proposta sugeria que os estudantes fizessem suas próprias descobertas a partir da análise de sequências repetitivas com elementos faltantes. Consideramos que está atividade foi extremamente potente, no sentido de que, levou os estudantes realmente a pensar sobre hipóteses e testá-las.

No quarto dia, os estudantes passaram a resolver situação-problema mais formais envolvendo o conteúdo de sequências repetitivas, apoiados no Roteiro das professoras Onuchic e Allevato.

O quinto dia teve o momento de resolução de uma situação-problema e seguida realizamos uma “avaliação” através de um questionário e Roda de Conversa. Os estudantes participaram desses momentos e demonstraram satisfação em fazer parte da pesquisa. No fim, cada estudante presente teve sua participação reconhecida com a entrega de um Certificado de Participação, no qual agradecíamos o empenho na realização das atividades.

Consideramos que o fator autoestima é relevante no processo de aprendizagem dos estudantes, pois, cada palavra de incentivo e gesto de afetividade (no sentido de se importar com a aprendizagem) fazem diferença no engajamento dos estudantes nas atividades. Muitos estudantes se sentem incapazes de realizar determinadas atividades devido suas dificuldades de aprendizagem, assim como, a internalização da ideia de incapacidade.

Podemos destacar enquanto dificuldades encontradas ao longo da realização das atividades o fator tempo. A metodologia de resolução de situação-problema demanda tempo para que os estudantes possam desenvolver todas as etapas de maneira eficiente, se apropriando das ideias e conceitos, além de possibilitar um tempo para apresentar as estratégias e ideias com o objetivo de discutir com o grupo quais as estratégias seriam mais eficientes em cada situação-problema.

Percebemos que as estratégias apresentadas, apesar de serem estudantes do 5º ano, ainda são baseadas no desenho ou cálculos aritméticos. Os estudantes não foram capazes de apresentar respostas através de textos com argumentos sólidos para explicar como realizaram determinadas situações. Em alguns momentos pedimos que explicassem oralmente as estratégias usadas ou hipóteses, porém percebemos que as respostas ainda são muito superficiais.

A metodologia de RP contribuiu para que os estudantes desenvolvessem habilidades de escuta, concentração, formulação e validação de hipóteses, bem como, a apropriação de ideias e conceitos matemáticos. Além desses pontos positivos, destacamos a autonomia e autoestima dos estudantes na resolução das situações-problema.

Este trabalho, além de buscar explorar o pensamento algébrico através da metodologia de RP teve a preocupação de olhar para os estudantes enquanto sujeitos que devem ser valorizados e incentivados a aprender matemática. A matemática que acreditamos é aquela capaz de levar os estudantes a pensar, questionar, formular e acreditar que é possível aprender.

Ressaltamos a importância de iniciar o trabalho com álgebra no início da escolarização, visto que, através de atividades envolvendo conceitos algébricos os estudantes são capazes de desenvolver uma forma de pensar que ajudará na compreensão de muitos conceitos matemáticos, colaborando com a aprendizagem matemática, mas também em outras áreas.

Desta forma, este trabalho apresenta como Produto Educacional uma “Proposta de Atividades em Resolução de Situações-problema” que pretende contribuir com o ensino e aprendizagem de estudantes do 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental através de uma coletânea com 09 atividades (momentos) para explorar o pensamento algébrico por meio da metodologia de RP. Nosso objetivo com o Produto Educacional é auxiliar professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais a desenvolver atividades em sala de aula que busque a exploração do pensamento algébrico e aos estudantes, uma proposta de experimentar situações de protagonismo e autonomia por meio da RP.

Esperamos que o Produto Educacional apresentado nesta pesquisa possa contribuir para despertar a curiosidade de outros professores na busca do conhecimento e aprimoramento de suas estratégias para o ensino de conceitos algébricos em prol da aprendizagem dos estudantes.

Assim, esperamos ter contribuído com a pesquisa para a prática docente de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais de forma efetiva, considerando que é possível fazer uma matemática lúdica, investigativa, participativa e sobretudo, que o olhar docente esteja atento e cuidadoso para perceber, acolher e intervir nas potencialidades e dificuldades dentro da sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. Álgebra Escolar na Contemporaneidade: uma discussão necessária. **Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana** – EM TEIA. Vol. 8 – n 1, 2017.

ANDRADE, C.P; ONUCHIC, L. R. **Perspectivas para Resolução de Problemas no GTERP.** *In*: Perspectivas para Resolução de Problemas. Org. Onuchic, Leal Júnior e Pironel. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

______, S. **Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.** 1997. Dissertação de mestrado. Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP). Rio Claro /RC, 1997.

______, S. **Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula.** *In*: ONUCHIC, L.R; JÚNIOR, L.C. L; PIRONEL, M. (Org.), Perspectivas para Resolução de Problemas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ARAÚJO, A. I. S. de. **Ensino-aprendizagem de álgebra através da resolução e exploração de problemas.** 2016. 126f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

______, J.A. **As operações aritméticas fundamentais na perspectiva da exploração, resolução e proposição de problemas.** 2021. 159 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2021.

ASSIS, M. A. P. de. **Resolução de problemas e grupo de estudos:** possíveis contribuições na formação continuada de professores de Matemática do Ensino Básico. 2018. 250f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018.

BAQUEIRO, G.D.S; CARVALHO, G.S; CRUZ, M.M.B.A. **Resolução de problemas como metodologia de ensino com foco no letramento matemático.** 2019. *In*: Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática. p. 5. Ilhéus, Bahia. XVIII EBEM.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 2011.

BITENCOURT, D. V.; MERLINI, V.L. A Early Algebra nos livros didáticos: um olhar sobre a abordagem de sequências de padrões. RENCIMA: **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. São Paulo, v.11, n. 6, p. 34-54, out./dez.2020.

BLANTON, M.; KAPUT, J. **Building disctrict capacity for teacher development in algebraic reasoning.** *In* J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), Algebra in the Early Grades (pp. 133–160). New York: Lawrence Erlbaum Associates,2008.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, 36(5), 412–446, 2005.

BOOTH, L. R. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra**. *In*: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

BRANCA, N. A. **Resolução de problemas como meta, processos e habilidade básica.** *In*: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução: Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

BRANDÃO, J. D. P. **Função de ensino e aprendizagem através da resolução de problemas e representações múltiplas.** 2014. 211 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.

BRASIL, T. C. **O ensino da Geometria através de resolução de problemas:** Explorando possibilidades na formação inicial de professores de Matemática. 2017. 264f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

______. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017.

______. Elementos Conceituais e Metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2012.

______. Secretária de Educação Fundamental Parâmetros Curriculares Nacionais: **Matemática**. 3ª ed. Brasília: MEC / SEF, 1997.

CÂMARA, R. S. **Resolução de problemas - uma proposta metodológica** (Dissertação de Mestrado). Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2016.

CAMPOS, M. A. **Uma Sequência Didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico no 6º ano do ensino fundamental**. Tese de doutorado. Universidade Federal da Bahia. Salvador, BA, 2019.

CANAVARRO, A. P. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos**. Quadrante, v. XVI, n. 2, p. 81-118, 2007.

CÂNDIDO, P. T. **Comunicação em Matemática.** *In*: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CARDOSO, M. R. G.; OLIVEIRA, G. S. A Resolução de Problemas no Ensino de Matemática no Brasil. **Revista Valores**, Volta Redonda, 5, e-5041, 2020.

CAVALCANTE, J. L. **Resolução de Problemas e Formação de Professores:** saberes e experiências no Curso de Pedagogia. 2011. 215 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.

COELHO, F.U; AGUIAR, M. **A história da álgebra e o pensamento algébrico:** correlações com o ensino. Estudos Avançados 32 (94), 2018.

COSTA, S. M. da. **Tangram e resolução de problemas: Desafios e possibilidades**. 2019. 127f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

D' AMBROSIO, U. **Prefácio.** In: ONUCHIC, L.R; JÚNIOR, L.C. L; PIRONEL, M. (Org) Perspectivas para Resolução de Problemas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

DOMINGOS, R. M. C. **Resolução de problemas e modelagem matemática:** Uma experiência na formação inicial de professores de Física e Matemática. 2016. 193f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

ECHEVERRIA, M.D.P.P; POZO, J. I. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender.** *In*: A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

FIORENTINI, D. **Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática.** *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife: Conferences & Journals As, 2011. Disponível em: <htpp://ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii_ciaem/paper/view/2890>.Acesso em 05 ago.2022.

FIORENTINI, D. **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática:** o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. Tese de Doutorado. Educação. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) – Faculdade de Educação, 1994.

______; MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. Contribuição para um Repensar...a Educação Algébrica Elementar. Pro-Posições, **Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação** – Unicamp. Campinas, v.4, n. 1[10], p.78-91, 1993.

FONCECA, R. C. O. **Uma investigação sobre concepções de professores e uso da calculadora científica em sala de aula para a resolução de problemas matemáticos no Ensino Médio.** 2014. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.

FREITAS, T. dos S. **Língua materna e linguagem matemática:** Influências na resolução de problemas matemáticos. 2015. 162p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

GOMES, G. S. S. **A função afim através da resolução de problemas:** um estudo de caso analisando os registros da representação semiótica. 2017. 143f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

GUÉIROS, E; MEDEIROS JÚNIOR, R.J. **Resolução de problema e matemática no ensino fundamental:** uma perspectiva didática. *In*: BRANDT, C.F; MORETTI, M.T., orgs. Ensinar e aprender matemática: possibilidades para prática educativa [online]. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

JUNGBLUTH, A. SILVEIRA, E. GRANDO, R. C. O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.21, n.3, pp. 96-118, 2019.

JUSTILIN, A. M; NOGUTI, F.C.H. **Formação de Professores e Resolução de Prolemas:** um Estudo a partir de Teses e Dissertações Brasileiras. *In*: Perspectivas para Resolução de Problemas. Org. Onuchic, Leal Júnior e Pironel. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

KAPUT, J. **Teaching and learning a new Algebra.** *In*: FENNEMA, E. ROMBERG, T. A. (Eds.), Mathematics classrooms that promote understanding. Mahwawah, NJ: Lawrence Erlbaum, 1999.

KIERAN, C. **Developing algebraic reasoning:** The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. Quadrante. Portugal, v. XVI, n. 1, 2007.

______. **The Learning and Teaching of school Algebra**. *In*: GROWS, D.A. (ed.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan, 1992.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica:** do projeto à implementação. Tradução Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LEITZEL, J. R. **Considerações críticas para o futuro da instrução de álgebra ou uma reação a:** "Álgebra: o que devemos fazer e como devemos ensinar?". *In*: Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra. Edited by Wagner, S.; Kieran, C. Routledge, Taylor & Francis Group. New York and London, vol. 4, 2014.

LINS, R.C; GIMENES, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas, SP, Papirus, 1997.

MARTINEAU, S.; GAUTHIER, C. **Da utilidade da Pesquisa Pedagógica para o Ensino.** Educação em Debate. Fortaleza. Ano 21. Nº 37.p.37-44.

MEIRA, G. G. **Comunicação e resolução de problemas utilizando o modelo Van Hiele para a exploração geométrica em sala de aula.** 2015. 164f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Álgebra ou Geometria:** para onde pende o pêndulo? Pro-Posições, Campinas, v.3, n.1[7], p.39-54, mar.1992.

MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade**. 21ª ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

MORAIS, R. S. **O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática – um inventário a partir de documentos dos ICMEs.** Tese de doutorado. Universidade Estadual Paulista – UNESP, Rio Claro, 2015.

MORETI, D.V; VIRGENS, P.W; ROMEIRO, O.I. **Generalização teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico:** contribuições para formação de professores dos Anos Iniciais. Bolema, Rio Claro, SP, v.35, n. 71, p. 1457-1477, dez. 2021.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica:** Compartilhando Propostas de Sala de Aula com o Professor que Ensina (Ensinará) Matemática. - Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. - (Coleção SBEM; 12); 20 Mb; PDF

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N.S.G. **Pesquisa em Resolução de Problemas:** caminhos, avanços e novas perspectivas. *In*. Bolema, v. 25, n. 41, Rio Claro: 2011. p. 73-98.

______; LEAL JÚNIOR, L.C; PIRONEL, M. (Orgs) **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física,2017.

PEREIRA, M.S; FERNANDES, J. A**.** Estratégias de generalização de padrões de alunos do 7º ano de escolaridade. *In*: **Revista Iberoamericana de Educácion Matemática**, n. 29, p. 85-108, Marzo, 2012.

PIRONEL, M; VALLILO, S.A.M. **O papel da Avaliação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.** *In*: Perspectivas para Resolução de Problemas. Org. Onuchic, Leal Júnior e Pironel. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. – 2. Reimpr. – Rio de Janeiro: interciência, 1995, p. 196.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico.** Ministério da Educação, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.

______; BRANCO, Neusa. **Pensamento algébrico na formação inicial de professores.** Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. 50, p. 135-155, Editora UFPR. out./dez, 2013.

POZO, Juan Ignacio. **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

RADFORD, L. **Algebraic thinking and the generalization of patterns:** A semiotic perspective. *In*: ALATORRE, S.; CORTINA, J.L.; SÁIZ, M.; MÉNDEZ, A. (eds.). Proceedings... Vol. 1. Mérida: Universidad Pedagógica Nacional, p. 2-21, 2006.

RIBEIRO, L. B. A. **Pensamento Computacional e Matemática:** um estudo do conhecimento de futuros professores para o trabalho com sequências. 2023. 120 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022.

ROCHA, P. M. **A resolução de problemas no ensino de Estatística:** Uma contribuição na formação inicial do professor de Matemática. 2016. 252f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. **Metodologia de pesquisa**. 5ª. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013. 624p. (Série Métodos de Pesquisa).

SANTANA, J. E. B. **O uso da calculadora científica na resolução de problemas matemáticos nas aulas de Matemática do Ensino Médio:** Investigando concepções e explorando potencialidades. 2015. 238f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

SERRAZINA, L. **Resolução de Problemas e Formação de Professores:** um Olhar sobre a Situação em Portugal. *In*: ONUCHIC, L.R; JÚNIOR, L.C. L; PIRONEL, M. (Org) Perspectivas para Resolução de Problemas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

______; VALE, I; FONSECA, H. & PIMENTEL, T. **Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores.** In ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2002, Coimbra. *In* Ponte, J. P., Costa, C., Rosendo, A. I., Maia, E., Figueiredo, N., & Dionísio, A. F. (Org.) Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores, Lisboa: SEM-SPCE.2002, p. 41-58.

SILVA, A. P. **Ensino-Aprendizagem de análise combinatória através da resolução de problemas:** Um olhar para sala de aula. 2013. 92 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

______, C. F**. Ensino aprendizagem de função afim via exploração, resolução e proposição de problemas com o uso do aplicativo Desmos em contexto remoto.** 2021. 149f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande - PB, 2022.

SILVA, E. A. **As potencialidades da resolução de problemas e do GeoGebra em problemas de otimização do cálculo diferencial**. 2020. 157f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2021.

______, J. de A. **Resolução de problemas e representações múltiplas no ensino de sistemas de equações polimoniais do 1º Grau com duas incógnitas.** 2019. 163f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

______, J.M. da S.; CIRÍACO, K.T. Do Oaipoque ao Chuí: um mapeamento de teses e dissertações sobre o "pensamento algébrico" no ciclo de alfabetização (2009 -2019). ReDiPE: **Revista Diálogos e Perspectivas em Educação**. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, 2021.

______, R. G. da. **A resolução de problemas como estratégia didática para a compreensão de conceitos de Física no Ensino Médio**. 2016. 104f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

______, S. V. P. da. **Ideias/significados da multiplicação e divisão:** O processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. 2016. 170f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. L. **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidade básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VALE, I. **Resolução de Problema um Tema em Contínua Discussão:** vantagens das Resoluções Visuais. *In*: ONUCHIC, L.R; JÚNIOR, L. C. L; PIRONEL, M. (Org) Perspectivas para Resolução de Problemas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

______; PALHARES, P.; CABRITA, I.; BORRALHO, A. **Os padrões no ensino e aprendizagem da Álgebra.** 2006.

______; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; PIMENTEL, T., BORRALHO, A.; CABRITA, I.; BARBOSA, E. **Padrões em Matemática:** uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico. Lisboa: Texto, 2011.

VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões e Conexões Matemáticas no Ensino Básico.** Educação Matemática, 110, 33-38. 2011.

VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VÉRAS, M. L. V. **Investigação da compreensão de conceitos de cinemática por estudantes a partir da resolução de problemas.** 2019. 131f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

APÊNDICE A – PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Proposta de sequência de atividades

Temática: Pensamento Algébrico – Sequências

Objetivos específicos:

- Identificar padrões presentes em sequências repetitivas e recursivas;
- Descrever e comentar sobre os padrões das sequências;
- Completar sequências repetitivas com elementos faltantes;
- Construir novas sequências considerando padrões repetitivos;
- Analisar as sequências, observando a regularidade dos elementos;
- Resolver situações-problema envolvendo sequências repetitivas;
- Desenvolver o pensamento algébrico.

Objetos do conhecimento:

- Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas;
- Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência;
- Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.

Habilidades

(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida;

(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos;

(EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras;

(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Turma: 5º ano

Recursos: Slides em PowerPoint, atividades impressas, figuras geométricas impressas, pedacinhos de cartolina guache colorida, cola, papel ofício, bola, gravador (celular).
Tempo estimado: 5 aulas
Avaliação: A avaliação ocorrerá durante todo o processo de ensino, por meio das observações e reflexões, bem como, por meio das atividades realizadas. Seguimos as orientações e processos indicados por Pironel e Vallilo (2017) sobre avaliação na perspectiva da metodologia de Resolução de Problemas.

A seguir, apresentaremos as etapas de forma mais detalhada.

1º Momento: Acolhida e Dinâmica – Sequência "Viva"

Acolhida: Apresentação da pesquisa de forma geral para os estudantes e professora da turma, explicando a importância de cada um nesse estudo. Após essa aproximação inicial, os estudantes serão convidados a participar de uma dinâmica.

- Dinâmica: Sequência "Viva"

Será proposto que os estudantes participem da "investigação" de uma Sequência "Viva". Nessa dinâmica, alguns estudantes farão parte da Sequência "Viva" e os demais tentarão descobrir qual o segredo da sequência.

A pesquisadora irá organizar os estudantes em determinadas sequências e solicitar que os demais *descubram* o segredo da sequência, *descrevam* o padrão/regularidade dos elementos na sequência e *continuem* a sequência. As ações "descobrir", "descrever" e "continuar" serão solicitadas a cada nova sequência proposta pela pesquisadora.

1ª Situação da Sequência "Viva"

Organizar os estudantes na seguinte distribuição: 1 menino, 2 meninas, 1 menino, 2 meninas,...

2ª Situação da Sequência "Viva"

Organizar os estudantes na seguinte distribuição: 2 meninas em pé, 1 menino sentado, 2 meninas em pé, 1 menino sentado,...

3ª Situação da Sequência "Viva"

Organizar os estudantes na seguinte distribuição: 1 menino de frente, 1 menina de costas, 2 cadeiras vazias, 1 menino de frente, 1 menina de costas, 2 cadeiras vazias, ...

Em cada rodada de investigação das Sequências "Vivas", serão feitas perguntas para que os estudantes possam identificar padrões/regularidades nas situações, além de solicitado que os investigadores falem suas conclusões.

Nosso objetivo com essa dinâmica é propor uma atividade de investigação a partir de uma situação concreta e lúdica, assim como, perceber possíveis dificuldades na

2º Momento: Atividade prática – Construindo sequências coloridas

identificação dos padrões/regularidades. Com essa dinâmica podemos realizar uma diagnose inicial da turma.

A turma será organizada em pequenos grupos de 4 estudantes que, posteriormente, serão divididos em duplas. No primeiro momento, os grupos irão receber material concreto (pacotinhos figuras de cartolina guache) e 1 folha A4 para registrar suas construções. A pesquisadora irá solicitar que os grupos construam uma sequência repetitiva, usando o material que receberam e, em seguida, transcrevam na folha como fizeram suas sequências.

Exemplo:

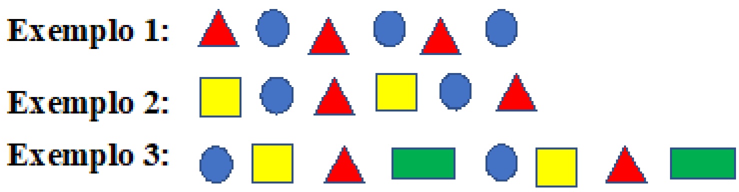
Grupo 1 – Sequência com círculos amarelos e vermelhos
Grupo 2 – Sequência com círculos azuis e laranjas
Grupo 3 – Sequência com quadrados verdes e rosas
Grupo 4 – Sequência com quadrados azuis e amarelos
Grupo 5 – Sequência com triângulos laranjas e verdes
Grupo 6 – Sequência com triângulos rosas e amarelos
Grupo 7 – Sequência com retângulos vermelhos e verdes
Grupo 8 – Sequência com retângulos azuis e rosas
Grupo 9 – Sequência com corações vermelhos e azuis
Grupo 10 – Sequência com corações amarelos e verdes.

A pesquisadora observará as construções dos grupos e pedirá que os estudantes possam criar diferentes sequências usando o material que lhes foi entregue. Com essa atividade, nossa intenção é fazer com que os estudantes percebam as diversas possibilidades na construção das sequências.

Após os grupos realizarem o registro de suas sequências na folha A4, pedir que algumas duplas possam apresentar para turma o seu trabalho final.

3º Momento: Apresentação de slides e Atividade – Faça você mesmo

A pesquisadora irá apresentar um slide com exemplos de sequências repetitivas usando elementos geométricos e solicitará a participação dos estudantes para identificar os elementos, descobrir o padrão/regularidade e continuar a sequência.



Após a exploração do slide, os estudantes irão construir sequências repetitivas com elementos geométricos em uma folha A4. As duplas receberão envelopes contendo os círculos, quadrados, triângulos e retângulos para montar sequências repetitivas de acordo com as orientações dadas pela pesquisadora.

Sequência 1: Construir sequência repetitiva com dois elementos.

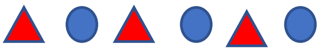
Sequência 2: Construir sequência repetitiva com três elementos.

Sequência 3: Construir sequência repetitiva com quatro elementos.

4º Momento: Atividade – Minhas descobertas

Retomar a atividade anterior em que as duplas construíram sequências repetitivas na folha A4 e apresentar algumas das construções em um slide. As sequências irão aparecer no slide com alguns espaços vazios e então os estudantes serão questionados sobre quais elementos estão ausentes.

Após essa atividade, utilizar o slide com um exemplo de sequência repetitiva com dois elementos e levantar o seguinte questionamento:

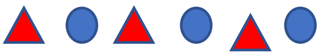
Exemplo 1: 

- É possível dizer qual seria a figura na posição 8ª?
- E na posição 16ª?

É possível que alguns estudantes precisem continuar a sequência desenhando os elementos para responder. Em seguida, perguntar uma posição maior, como por exemplo, a 32ª posição.

- E se quisermos saber a figura da posição 32ª? É possível descobrir sem precisar continuar desenhando?

Caso os estudantes não consigam responder qual seria a figura da posição 32ª, pedir que numerem a sequência e observem os números abaixo de cada figura.

Exemplo 1:  **... ?**

1 2 3 4 5 6 ... 32

Realizar alguns questionamentos:

- O que nós podemos observar nessa sequência? (Números e figuras: triângulos e círculos).
- Vamos observar os triângulos e os números que estão abaixo dessa figura? (1, 3, 5...).
- Agora vamos prestar atenção nos círculos. Quais os números estão abaixo dos círculos? (2, 4, 6 ...).
- O que nós podemos dizer sobre esses números?
- Os números dos triângulos são pares ou ímpares?
- E os números dos círculos?
- Agora respondam: qual posição da figura 20? Como vocês descobriram?

Nesse momento, os estudantes podem ter percebido que existe um padrão e os triângulos se repetem a cada número ímpar, assim como, os círculos se repetem nos números pares. Caso os estudantes consigam responder que a 20ª posição está ocupada por um círculo, questioná-los sobre como chegaram a essa conclusão.

Os estudantes podem dizer que 20 é um número par e na sequência os números pares aparecem com os triângulos. Questionar qual seria a figura da posição 27.

- Então, a figura da posição 27 é um ... (triângulo).
- Como vocês descobriram? (Os estudantes podem dizer que os números ímpares são terminados por 1, 3, 5, 7 e 9. Já os pares são terminados em 0, 2, 4, 6 e 8. Sendo assim possível dizer que a posição 27 é um número ímpar e, portanto, seria um triângulo.

  E agora? Conseguem dizer qual a figura da posição 32? Como podemos concluir isso?

Exemplo 2: 

No exemplo 2, mostrar uma sequência repetitiva formada por três elementos e fazer alguns questionamentos as duplas.

- Quais as figuras podemos observar nessa sequência?
- Podemos descobrir qual seria o 10º elemento dessa sequência? De que forma?
- E qual seria a figura da 15ª posição?
- E da posição 22?

Nessa sequência, os estudantes devem perceber que o padrão é formado pelos múltiplos do número 3. Através de questionamentos, as duplas deverão perceber essa regularidade. Caso os estudantes não identifiquem essa regularidade, solicitar que numerem a sequência de figuras como na atividade anterior.

Exemplo 2: 

1 2 3 4 5 6

- Vamos observar os números que aparecem nessa sequência.
- O que esses números podem nos indicar? (A cada 3 elementos, a figura se repete).
- É possível dizer qual a figura da posição 22ª?

Pode ser que os estudantes recorram ao desenho para descobrir a figura da posição 22. Então, questionar se existe outra forma de descobrir sem ser por desenhos.

- Quais são os números dos quadrados? (1, 5...)
- Quais os números dos triângulos? (3, 6...)
- E os números dos círculos? (4, 7...)

Continuar questionando como podemos descobrir qual figura está na posição 22. Essas perguntas irão levar os estudantes a perceber que o padrão se repete de 3 em 3, ou seja, a ideia de múltiplo. Nesse caso, irão perceber que de 3 em 3 a figura que aparece é um triângulo. Assim, o próximo elemento, será um quadrado na posição 22.

5º Momento: Resolução de problemas

Resolução de problema envolvendo Sequências repetitivas numéricas, seguindo os passos sugeridos pelo roteiro de Onuchic e Allevato (2011). Vale salientar que, essas etapas não são engessadas e podem ser adaptadas de acordo com a necessidade do trabalho a ser desenvolvido. Essa atividade será desenvolvida com as duplas já estabelecidas, anteriormente.

Etapa 1: Formar grupos - Formar duplas. Optamos pelo trabalho em duplas para que seja possível os estudantes se engajarem no processo de resolução da situação-problema.
Etapa 2: Proposição do problema – Será proposta para as duplas a atividade de resolução de situação-problema envolvendo sequências).

O problema:

O prefeito da cidade "Alegria", construiu algumas casas populares para vender por um preço acessível à população carente de sua cidade. Para melhor localizá-las, numerou-as, como mostra a imagem abaixo:

Fonte: Nova Escola, 2022

RESPONDA:

a) Você consegue identificar quantas sequências foram utilizadas na numeração das casas?
b) Qual o padrão de formação utilizado para numerar as casas rosas? E as casas azuis?
c) Os funcionários esqueceram de numerar algumas casas, ajude-os numerando-as.

Etapa 3: Leitura individual - As duplas farão a leitura da situação-problema;

Etapa 4: Leitura em conjunto - Será realizada uma leitura coletiva da situação-problema;
Etapa 5: As duplas irão resolver a situação-problema;

Etapa 6: A pesquisadora irá observar as duplas e incentivar que resolvam a situação-problema. Nesse momento, as duplas podem ter dúvidas e a pesquisadora poderá ajudar na compreensão da situação-problema através de leitura e mesmo perguntas.

Etapa 7: Com a situação-problema resolvida, é hora de expor os resultados encontrados na lousa. Com o objetivo de otimizar tempo, utilizaremos um slide com uma tabela contendo nome das duplas e preencheremos os resultados obtidos por cada dupla.

Dupla	Resultado		
Estudante A e Estudante B	A)	B)	C)

Etapa 8: Solicitar que todas as duplas digam como resolveram a situação-problema, expondo seus pontos de vista.

Etapa 9: Os estudantes devem chegar a um consenso sobre qual ou quais estratégias estão mais adequadas para resolver a situação-problema. Nesse momento, a pesquisadora irá questionar as duplas para que digam qual foi a estratégia mais adequada.

Etapa 10: Considerando que as duplas chegaram a um consenso, a formalização do conteúdo será através do registro formal da estratégia na lousa, tendo como escriba, a pesquisadora.

6º Momento: Resolução de problemas

Etapa 1: Formar duplas. Optamos pelo trabalho em duplas para que seja possível os estudantes se engajarem no processo de resolução da situação-problema.

Etapa 2: Proposição do problema (Será proposta para as duplas a atividade de resolução de situação-problema envolvendo múltiplos de um número);

O problema:

A linha de ônibus “1002” que faz o transporte de passageiros de Camutanga à Itambé tem embarque a cada 3 horas. Considerando que o primeiro ônibus sai às 6 da manhã e o último sai à meia-noite, responda:

Camutanga → **Itambé**

- 1º ônibus às 06:00 h
- Último ônibus às 00:00 h

RESPONDA:

d) Construa uma sequência numérica com os horários do embarque do ônibus.

e) Se o primeiro ônibus sai as 06:00 h da manhã e o último à meia noite, quantos ônibus saem por dia?

f) Considerando o número de embarques que o ônibus faz por dia, é possível dizer quantos embarques são feitos em 1 semana?

Etapa 3: As duplas farão a leitura da situação-problema;

Etapa 4: Será realizada uma leitura coletiva da situação-problema;

Etapa 5: As duplas irão resolver a situação-problema;

Etapa 6: A pesquisadora irá observar as duplas e incentivar que resolvam a situação-problema.

Nesse momento, as duplas podem ter dúvidas e a pesquisadora poderá ajudar na compreensão da situação-problema através de leitura e mesmo perguntas.

Etapa 7: Com a situação-problema resolvida, é hora de expor os resultados encontrados na lousa. Com o objetivo de otimizar tempo, utilizaremos um cartaz com os nomes das duplas registrados previamente para preencher os resultados.

Dupla	Resultado		
Estudante A e Estudante B	A)	B)	C)

Etapa 8: Solicitar que todas as duplas digam como resolveram a situação-problema, expondo seus pontos de vista.

Etapa 9: Os estudantes devem chegar a um consenso sobre qual ou quais estratégias estão mais adequadas para resolver a situação-problema. Nesse momento, a pesquisadora irá questionar as duplas para que digam qual foi a estratégia mais adequada.

Etapa 10: Considerando que as duplas chegaram a um consenso, a formalização do conteúdo será através do registro formal da estratégia na lousa, tendo como escriba, a pesquisadora.

7º Momento: Roda de Conversa

Com os estudantes distribuídos em círculo, sentados no chão, realizaremos uma Roda de Conversa para que possam expor suas impressões sobre as aulas vivenciadas durante a pesquisa. Utilizando uma bola, iremos cantar até que a música acabe e o estudante que estiver com a bola possa dizer o que aprendeu em relação às atividades. Algumas perguntas serão feitas para auxiliar na nossa avaliação

Além da Roda de Conversa, os estudantes serão avaliados através de um questionário com perguntas abertas e fechadas. E socialização das respostas serão gravadas.

Questionário

1 – O que você achou das atividades?

2 – Qual a mais fácil? Por quê?

3 – Qual a mais difícil? Por quê?

4 – Marque X no ( ) que representa sua resposta:

ATIVIDADES	RESPOSTAS
SEQUÊNCIA VIVA	Muito difícil ( ) Difícil ( ) Fácil ( ) Muito fácil ( )
CONSTRUINDO SEQUÊNCIAS	Muito difícil ( ) Difícil ( ) Fácil ( ) Muito fácil ( )
FAÇA VOCÊ MESMO	Muito difícil ( ) Difícil ( ) Fácil ( )

	Muito fácil ( )
MINHAS DESCOBERTAS – SEQUÊNCIAS	Muito difícil ( ) Difícil ( ) Fácil ( ) Muito fácil ( )
SITUAÇÃO-PROBLEMA DAS CASAS	Muito difícil ( ) Difícil ( ) Fácil ( ) Muito fácil ( )
SITUAÇÃO-PROBLEMA DO ÔNIBUS	Muito difícil ( ) Difícil ( ) Fácil ( ) Muito fácil ( )