UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NAIARA ALVES DE SOUSA

O USO DO JOGO MATEMÁTICO: A QUINA DAS REPRESENTAÇÕES FRACIONÁRIAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

CAMPINA GRANDE - PB
2024

NAIARA ALVES DE SOUSA

O USO DO JOGO MATEMÁTICO: A QUINA DAS REPRESENTAÇÕES FRACIONÁRIAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel.

CAMPINA GRANDE - PB
2024

S725u Sousa, Naiara Alves de.
O uso do jogo matemático [manuscrito] : A quina das representações fracionárias na formação de professores / Naiara Alves de Sousa. - 2024.
146 p. : il. colorido.

Digitado.
Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2024.
"Orientação : Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel, Coordenação do Curso de Matemática - CCT. "

1. Educação Matemática. 2. Fração. 3. Jogo Matemático. 4. Ensino de matemática. I. Título

21. ed. CDD 331.337

Elaborada por Camile de A. Gomes - CRB - 15/559 BC/UEPB

NAIARA ALVES DE SOUSA

O USO DO JOGO MATEMÁTICO: A QUINA DAS REPRESENTAÇÕES FRACIONÁRIAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em: 25 / 03 / 2024 .

BANCA EXAMINADORA

Aníbal de Menezes Maciel

Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Emmanuel de S. F. Falcão

Prof. Dr. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

A mim, por decidir constantemente seguir com esse sonho, mesmo diante das adversidades.

AGRADECIMENTOS

Muitas são as experiências vivenciadas e sinto-me cheia de contentamento ao refletir sobre cada uma delas. Durante minha jornada de estudo tive o privilégio de ter pessoas ao meu lado que serviram como pilares de apoio inabaláveis. Eles me guiaram em momentos desafiadores, como verdadeiros amigos e motivaram a lutar pelos meus sonhos, celebrando com alegria cada meta atingida. São pessoas que desempenham um papel significativo na formação de quem somos, como nos forjamos e navegamos neste mundo. Assim, expresso minha gratidão a todos/as que colaboraram, diretamente ou indiretamente, para que esse momento fosse possível.

A começar com Deus, pela sua graça e misericórdia infinita que tem me sustentado em todo o tempo. Ele realmente realiza sonhos, lembro-me de apresentar em oração o meu desejo de fazer o mestrado em Educação Matemática, mencionando cada detalhe (lugar, instituição e orientador) e Ele cuidou de cada detalhe, realizando-o quando eu ainda estava concluindo a graduação. E por isso adoto as palavras do Salmista como minhas: "*Grandes coisas fez o Senhor por nós, pelas quais estamos alegres*".

Aos meus pais, em especial a minha mãe, Francisca Rosa. Muito cedo teve que trabalhar na roça, em casa de família e muitas foram as dificuldades que a impossibilitaram de dar continuidade aos seus estudos, mas prometeu que suas filhas teriam a chance de estudar. Mãe, obrigada por todo esforço e dedicação que a senhora teve para que eu tivesse a oportunidade de me desenvolver e crescer ainda mais através dos estudos. Hoje me torno mestra!

A minha irmã, Suzana Alves. Estamos juntas nesse mundo acadêmico desde sempre, sonhando e conquistando nossas metas. Nunca poderei esquecer-me do seu sacrifício. No início do meu mestrado, ela abdicou de usufruir da sua bolsa da faculdade para me ajudar com as despesas de estar estudando em outra cidade. Dadas as infinitas possibilidades e a vastidão do tempo é um prazer dividir uma época com você, como irmãs. Frequentemente juntas, eu amo isso!

Quero estender meu sincero agradecimento ao restante da minha família que estiveram presentes, prestando assistência de diversas maneiras. E deixo aqui uma menção especial à Maria, minha querida avó, que, apesar de não saber ler nem escrever, em geral incentivou e apoiou os netos na sua trajetória educacional. Aos meus tios e tias que não mediram esforços e quando precisavam deles estavam presentes. O apoio de vocês não passou despercebido!

Também a querida Socorro, não posso mensurar, mas lembro de tudo o que fizeste por mim, sem sua ajuda minha chegada até aqui teria sido mais árdua. Não poderia esquecer-me do falecido João, sempre incentivava a seguir o caminho do estudo, queria que você estivesse aqui para contemplar essa conquista. De forma geral, durante toda a minha trajetória estudantil essas pessoas acreditaram no meu potencial e estiveram presente. Com vocês eu estive rodeada de bons exemplos e incentivos. Vocês são demais!

Aos meus primos: Arleson, Aline, Eduardo, Emerson e Maria Ermilia. Vocês foram um refúgio de alguns momentos tensos durante a escrita, me ajudando a desopilar. Com vocês a alegria é garantida, fazemos a festa em todo e qualquer lugar. Estar perto de vocês é desfrutar de uma experiência alegre. De fato, vocês são excepcionais!

A todas as minhas amigas e de modo específico a: Nívea, Jéssica, Fabrícia, Fernanda, Jully, Kelly, Renata, Rayanne e Raissa. Ao refletir sobre minha trajetória acadêmica, percebo a importância de termos bons amigos. Vocês são partes essenciais, compartilharam comigo as apreensões, realizações e alegrias em todo esse longo percurso acadêmico. Espero que esse sentimento que nos une nunca se desvaneça, mesmo que o tempo, a distância ou as circunstâncias nos separem. E no mais, que possamos continuar assim, queridas amigas, uma frequentemente ajudando a outra. Nunca me esquecerei das nossas aventuras. Vocês são fonte de conforto e apoio!

Ao meu professor e orientador Dr. Aníbal de Menezes Maciel, que durante esse período sempre foi paciente, atento, amigável e prestativo. Quando era aluna especial (antes de entrar de fato no mestrado) eu desejei que ele fosse meu orientador e fiquei muito contente ao descobrir que seria sua orientanda. Muito obrigada, de verdade, por todo conhecimento compartilhado, pelo profissionalismo e relacionamento amigável que construímos.

Aos membros da banca, que gentilmente aceitaram o convite para avaliar, sugerir e contribuir com esta pesquisa. Vocês foram de suma importância para a continuidade e melhor direcionamento deste trabalho.

A Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, em especial ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECM. Obrigada pela oportunidade de aprofundar meus conhecimentos na área que continuamente me despertaram interesses, bem como pela possibilidade de conhecer e morar na cidade de Campina Grande, a qual possui uma atmosfera acolhedora e vibrante.

A todos os professores que contribuíram com a minha formação, a saber, do Ensino Fundamental até a Pós-Graduação. Em especial aos meus ex-professores: Ivan, Francisco

Andrade e Rosinângela. Eles comumente me incentivaram a continuar prosseguindo e acreditaram que eu poderia ir mais longe. Precisamos de mais professores como vocês!

A escola, as professoras e os alunos que me aceitaram para fazer a pesquisa e por disponibilizar um pouco do tempo de vocês. Muito obrigada pela confiança, recepção, respeito e carinho que nos transmitiram.

A FAPESQ, pelo apoio financeiro. De fato, essa bolsa me proporcionou uma maior dedicação e foco exclusivo na minha pesquisa.

E por fim, a você leitor. Talvez não te conheça, mas desde já agradeço por ler essa dissertação e espero ajudá-lo(a) de alguma forma.

“O professor é uma espécie de ator. Atua segundo um texto escrito e outro contexto e segundo determinada tradição. O professor necessita de liberdade e criatividade em sua ação. Um professor que simplesmente recita, não pode comunicar o essencial, e se quisermos fazê-lo apresentar uma situação sem margem para recriá-la, o ensino fracassaria”

(Brousseau, 1996, p. 71).

RESUMO

As dificuldades enfrentadas no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais, especialmente na forma fracionária, foram os principais fatores que influenciaram a decisão de escolha deste tema. Dentro dessa perspectiva, e com o intuito de contribuir para o ensino desse objeto matemático e para o aprimoramento da prática docente, desenvolvemos um jogo inédito destinado a qualquer indivíduo interessado em aprender ou que já possua conhecimento sobre o conceito de fração. Este estudo concentra-se na identificação das dificuldades enfrentadas no ensino desse tema e nas abordagens adotadas. Para isso, debruçamo-nos na compreensão dos obstáculos epistemológicos e didáticos, representações semióticas, o ensino de fração e a utilização de jogos como ferramenta educacional. Com base nos fundamentos teóricos, conduzimos uma atividade de formação com professores de Matemática e implementamos o jogo *Quina das Representações Fracionárias*. O presente trabalho é de caráter qualitativo e trata-se de uma pesquisa de campo com análise de caso. A coleta dos dados ocorreu por meio de entrevista e de um encontro formativo com professores de Matemática, que lecionam ou lecionaram no Ensino Fundamental II, de uma determinada instituição escolar encontrada na região do sertão da Paraíba (PB). A análise revelou que a formação interativa promoveu uma compreensão mais aprofundada e conceitual da teoria, enquanto o jogo demonstrou potencial para despertar o interesse e a curiosidade dos participantes. Isso contribui para uma abordagem educacional que visa superar desafios epistemológicos comuns no ensino de fração, permitindo a exploração de diversas representações desse objeto matemático. Almejamos contribuir com a formação de professores e com a superação de dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem do conceito de fração.

Palavras-Chaves: educação matemática; fração; obstáculos epistemológicos; jogo matemático.

ABSTRACT

The difficulties faced in the teaching and learning process of rational numbers, especially in fractional form, were the main factors that influenced the decision to choose this topic. Within this perspective, and aiming to contribute to the teaching of this mathematical object and to the improvement of teaching practice, we developed an innovative game aimed at anyone interested in learning or already possessing knowledge about the concept of fraction. This study focuses on identifying the difficulties encountered in teaching this topic and the approaches adopted. To do this, we delve into the understanding of epistemological and didactic obstacles, semiotic representations, fraction teaching, and the use of games as an educational tool. Based on theoretical foundations, we conducted a training activity with Mathematics teachers and implemented the game "Quina das Representações Fracionárias" (Fraction Representations Quina). This work is qualitative in nature and is a field research with a case analysis. Data collection occurred through interviews and a training session with Mathematics teachers, who teach or have taught in the Lower Secondary School level, from a specific school institution located in the hinterland region of Paraíba (PB), Brazil. The analysis revealed that interactive training promoted a deeper and more conceptual understanding of the theory, while the game demonstrated potential to arouse the interest and curiosity of the participants. This contributes to an educational approach that aims to overcome common epistemological challenges in fraction teaching, allowing the exploration of various representations of this mathematical object. We aim to contribute to teacher training and overcoming difficulties in the teaching and learning process of the fraction concept.

Keywords: mathematics education; fraction; epistemological obstacles; mathematical game.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
Irem	Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática
LEM	Laboratório de Ensino de Matemática
MMC	Mínimo Múltiplo Comum
OEEC	*Organization for European Economic Cooperation*
OECD	*Organization for European Economic Cooperation and Development*
PB	Paraíba
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pibid	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Saeb	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande
Unesco	*United Nations Educational, Social and Cultural Organization*

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Matemática está marcada em nossas ações, ela encontra-se representada em todas as épocas, lugares e em inúmeras situações da vida. Na contagem do tempo (seja de segundos a séculos), de dinheiro, nos cálculos de medidas (que envolvem peso ou comprimento), na linguagem de programação (é apresentada em jogos eletrônicos, sites, redes sociais, dentre outras ferramentas). De maneira geral ela é base para o desenvolvimento de todas as ciências, dentre tantas outras aplicações[1].

É notório que a Matemática está evidenciada no desenvolvimento das pessoas, sendo um fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas que está entrelaçada à realidade humana. E que ao longo da história, diferentes situações levaram os seres humanos a criar instrumentos matemáticos cada vez mais eficientes que pudessem responder às necessidades que se apresentavam, da mais simples a mais elaborada/moderna[2] situação ou ferramenta.

Contudo, mesmo diante de tantos benefícios que são proporcionados e da sua importância para o processo de desenvolvimento da sociedade, muitas das vezes esse conteúdo é discriminado pelos estudantes, em função dos bloqueios que persistem no estudo e na compreensão dessa área das ciências exatas.

A Matemática tem uma linguagem própria e possui especificidades que não encontramos em outras disciplinas mais práticas. Quando o seu nome é mencionado, a maioria dos discentes apresentam sentimentos de animosidade e medo[3], alegando não serem capazes de compreendê-la, entre outras desculpas.

Essas situações/discussões são longas e tem muitos aspectos envolvidos, dentre eles existe uma questão cultural, a maioria dos familiares desses alunos apresentam uma antipatia quando o assunto é Matemática, e olham para ela de forma pejorativa.

Inês Guimarães (2024), também conhecida como MathGurl no *YouTube*, ao participar de um *podcast* e ser questionada se os pais têm influência no interesse de seus filhos pela Matemática, responde:

> Sim, [...] eu não peço para os pais incentivarem os filhos a gostarem de matemática, porque eu não acho que as pessoas tenham que gostar da matemática. As pessoas tem que gostar de alguma coisa e lutar por isso.

---

[1] Como ilustra Wilmer (2020) e Camacho (2011).
[2] Conforme instrui Boyer e Merzbach (2019).
[3] A exemplo do que registra Silveira (2013).

> Portanto tá tudo bem se não gostarem de matemática. Agora o que eu acho é que não devem fazer o contrário, ou seja, eu sinto que há muitos pais que eles próprios têm a aversão à matemática e depois acabam por contaminar os filhos com isso [...]. (A Minha Geração [...], 2024, 8 min e 33 s).

Consequentemente, se em casa não houver bons exemplos e os pais encaram a Matemática de forma negativa, isso dificulta que os filhos adotem uma perspectiva positiva em relação a esta disciplina. E assim esse preconceito, tende a persistir, repassando de pais para filhos e com isso a Matemática tem sido depredada de geração a geração.

Existem inúmeros estudos produzidos por teóricos que mencionam as lacunas e dificuldades que os alunos têm na aprendizagem da Matemática. Uma matéria publicada no Portal G1, que exibe os resultados de uma pesquisa, realizada antes da pandemia, mostra que "[...] de cada 100 estudantes que concluíram o Ensino Médio em escolas públicas brasileiras em 2019, apenas 5 alcançaram o nível esperado de conhecimentos em matemática" (Apenas 5% [...], 2021) e dos que concluíram o 9º ano do Ensino Fundamental II, somente 18% dos discentes apresentaram conhecimento adequado em Matemática.

Ademais:

> O nível de aprendizagem dos estudantes brasileiros de todo o ensino básico, é generalizadamente insatisfatório em todas as disciplinas. Essa afirmação é corroborada pelos instrumentos avaliativos de desempenho dos alunos, seja em âmbitos nacionais como: o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) e a Provinha Brasil, ou internacionais como o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA). Ao compararmos o desempenho de nossos estudantes com os de outros países, evidenciamos que as metas referentes ao aprendizado em geral estão aquém do mínimo desejado. As estatísticas referentes exclusivamente ao ensino fundamental, cujos dados são coletados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), também apontam para uma diminuição dos índices de aprendizagem satisfatória à medida que os educandos vão sendo promovidos para os anos posteriores; em particular no que diz respeito aos conhecimentos de Matemática, como se pode constatar pelos dados fornecidos pelo INEP, por meio da divulgação dos resultados do SAEB, do IDEB e da Provinha Brasil. (Miranda *et al*., 2020, p. 74).

Ao nos depararmos com essa situação, por meio de diversos estudos e pesquisas previamente realizados, constatamos uma triste realidade que assola há anos as instituições de ensino do Ensino Básico: um histórico marcado por altos índices negativos, com a Matemática destacando-se nesses dados.

As razões por trás dessas taxas negativas em Matemática são diversas, havendo múltiplos fatores que contribuem para esse cenário. Uma causa recorrente é a complexidade inerente à disciplina, conhecida por sua natureza desafiadora e abstrata, o que torna seus conceitos de difícil compreensão para muitos estudantes. Mas também devemos reconhecer outros fatores significativos que contribuem para essas taxas negativas, tais como o fato de ser uma disciplina abstrata, a escassez de recursos financeiros para um ensino adequado, a falta de interesse dos alunos, dos pais e da instituição, bem como a adoção de estratégias ou metodologias ineficazes[4].

Além de sua natureza imaginária, é comum encontrar a disciplina de Matemática sendo abordada de forma descontextualizada, muitas vezes apresentada a partir de conceitos abstratos[5], o que reflete um modelo de ensino tradicionalista, no qual a ênfase recai principalmente sobre a álgebra. Frequentemente, o método adotado é unidimensional, deixando de explorar outras representações viáveis. Além disso, nota-se uma escassez de estímulo à criatividade e uma falta de compreensão do significado do que está sendo trabalhado.

Inegavelmente, ensinar os estudantes por meio de regras mecanizadas é mais prático, contudo, torná-los bons manipuladores de algoritmo não possibilita a compreensão de conceitos matemáticos, ou seja, não há uma aprendizagem efetiva sendo desenvolvida. Esse processo pode ter sido útil no período da Sociedade Industrial e por mais que as nossas escolas atuais ainda insistem nesses métodos, percebemos necessidades de mudanças no ensino para acompanhar essa Sociedade da Informação ou Sociedade Digital[6].

Não somente para acompanhar o mercado de trabalho, mas a escola também necessita estar em consonância com a cultura contemporânea[7]. Pois, por mais que as habilidades manipulativas e as técnicas sejam importantes, é preciso que outras habilidades sejam desenvolvidas, principalmente o desenvolvimento do raciocínio lógico, caso contrário formaremos apenas bons fazedores de contas.

Os benefícios de uma boa compreensão dessa disciplina estão para além das habilidades em fazer conta, ou da manipulação cega de fórmulas. É notório que os estudantes precisam dessas competências técnicas operacionais, para auxiliar no processo de solucionar os problemas e desenvolver a rapidez do raciocínio para encontrar soluções. No entanto, essas

---

[4] Inês Guimarães (2024) comenta algumas possíveis causas das taxas negativas na disciplina de Matemática em um *Podcast* (A Minha Geração com Diana Duarte). Para mais informações sobre a professora, acesse o link: https://www.linkedin.com/pulse/mulheres-fora-da-curva-open-innovation-br-3f/?originalSubdomain=pt.

[5] A exemplo do que expõe o estudo de Costa, Reginato, Amaral-Rosa (2021).

[6] Como explica Rodrigues (2021).

[7] As práticas de trabalho, os desenvolvimentos tecnológicos, a ciência, arte, moda, estética, comunicação, política, economia e os métodos de produção-distribuição-consumo, fazem parte desta cultura.

competências técnicas precisam ser bem trabalhadas com os discentes, não se prendendo apenas no desenvolvimento de habilidades em fazer contas, sendo essa uma característica do ensino mecanizado, que ainda é muito presente nas instituições escolares.

A propósito, por mais que a disciplina em questão seja uma ciência expressamente abstrata e se encontre no mundo das ideias[8], é viável, por meio das aplicações Matemática, torná-la mais acessível para melhor compreensão dos discentes, facilitando o acesso ao conhecimento matemático e possibilitando experiências no seu ensino.

As diretrizes curriculares oficiais mais recentes reconhecem essa importância.

> Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática. (Brasil, 2018, p. 265).

Nesses termos, “[...] a busca por alternativas que complementem os estudos mediados em sala de aula é uma atividade de extrema importância à prática docente, pois tem como objetivo um considerável avanço no processo de ensino-aprendizagem da disciplina” (Sousa; Almeida; Andrade, 2021, p. 188). Dito isso, a presença de alternativas metodológicas pode ser significativa para minimizar problemas de compreensão, com foco na contribuição para desenvolvimento nos alunos a aptidão por essa disciplina e o aperfeiçoamento da capacidade de raciocínio.

Sabemos que “[...] a matemática tem um aspecto *normativo* e um aspecto *descritivo*, na medida em que ela tanto serve como norma, quanto serve para descrever os fatos do mundo” (Oliveira, 2019, p. 89). Assim, os alunos precisam ter domínio razoável dos conceitos e procedimentos matemáticos, articulando-os para agir sobre os fatos no mundo.

A prática de ensino pode ser diversificada ou articulada para atender à heterogeneidade encontrada nas salas de aula. Nesse sentido, pesquisadores e educadores têm a capacidade de oferecer alternativas ao modelo de Ensino de Matemática que ainda prevalece nas instituições educacionais, caracterizado pela abordagem tradicional.

Todavia, também é necessário ponderarmos sobre o atual mundo contemporâneo, caracterizado pela rapidez e intensa competição, no qual a importância do conhecimento prático se tornou mais relevante do que nunca. Diante de inúmeras demandas que competem

[8] Duval (2003) afirma que os objetos matemáticos estão no mundo das ideias, isto é, são objetos abstratos, os quais não são acessíveis pela percepção.

por nosso tempo e recursos, optamos por uma abordagem de aprendizado que se concentre na aquisição de habilidades diretamente pertinentes aos nossos objetivos pessoais e profissionais.

No entanto, a noção de que apenas o conhecimento imediatamente útil deve ser buscado parece advir de um pensamento reducionista. Isto é, a necessidade de um conhecimento utilitário faz com que qualquer coisa que se faça ou aprenda sem uma utilidade imediata seja descartada. Todavia, e principalmente na Matemática, “[...] o conhecimento não é para ser adquirido para ter uma aplicação imediata, mas sim para te dar ferramentas mentais para tu seres capazes de desenvolver problemas ao longo da vida” (A Minha Geração [...], 2024, 11 min e 05 s).

Na perspectiva de repensar o Ensino de Matemática[9], Soares (2008) aponta que em 1955 ocorreu um dos primeiros congressos a promover discussão de novas direções e propostas relacionadas à metodologia, treinamento e formação de docentes dentre outras abordagens referente ao Ensino de Matemática, o *I Congresso Nacional de Ensino da Matemática*, em Salvador, Bahia. Nesse evento “[...] os professores tiveram espaço para divulgar suas experiências e para propor novas atividades que pudessem ajudar os alunos a entender melhor a Matemática, o que contribuiria também para o trabalho do professor.” (Soares, 2008, p. 735).

A professora Eleonora Lôbo Ribeiro, participou deste congresso e através da publicação da sua tese, *A escola secundária e a Matemática,* abordou as finalidades e os objetivos da escola secundária, bem como a incumbência da disciplina de Matemática, elucidando as razões por trás do fracasso de seu papel na educação. Em seu discurso, enfatizou a importância do Ensino da Matemática que “[...] por seu caráter abstrato, tem sofrido grandes deformações, pois mais frequentemente é desvirtuado do seu verdadeiro sentido” (Ribeiro, 1957, p. 50).

A referida autora ainda ressalta:

> Urge, portanto, que os educadores se libertem da preocupação exagerada e, por vezes, a única de que estão possuídos, pelo conteúdo da matéria, tendo como objetivo apenas habilitar o aluno nas demonstrações dos teoremas, sem explorar algo mais elevado, sem fazer com que o aluno “viva” o ensino; isto resulta em desilusão e descrédito do adolescente por não assimilar os conhecimentos ministrados e fracassar na vida prática, o que é uma consequência do caráter formal imprimido à matemática. Os professores se deixam levar, entusiasmados, pela beleza da matéria que já tiveram a facilidade de sentir e querem que os alunos tenham maturação para os

[9] D'Ambrósio (1999) faz um percurso histórico sobre o desenvolvimento do movimento de Educação Matemática desde o início do século XX.

> acompanhar. Daí decorre a aversão por parte dos educandos pela Matemática (Ribeiro, 1957, p. 52).

É essencial que os alunos não apenas dominem a demonstração dos teoremas, mas também vivenciem o real aprendizado matemático. Observe que uma "[...] prática metodológica voltada à compreensão e não à memorização, a aplicabilidade e não repetição, em conexão com a realidade e não dissociada da mesma, faz com que o ensino da Matemática possa ser percebido pelos alunos como agradável, factível e interessante" (Papert, 1988, p. 76 *apud* Fonseca; Santos, 2019, p. 53).

Diante disso, nosso intuito nesse trabalho científico é apresentar um material didático inédito, auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem, no contexto de uma pesquisa de mestrado, como proposta alternativa ao ensino tradicional, na contribuindo para a formação de professores e possível diminuição da aversão aos estudos da Matemática. Nesses termos, segue a apresentação da temática escolhida e a delimitação da investigação.

1.1 Apresentação da Temática

O movimento internacional de Educação Matemática busca contribuir na direção de oferecer metodologias de ensino e linhas de pesquisas que promovam alternativas a um ensino engessado que prioriza a memorização de fórmulas e procedimentos[10]. Essas estratégias incluem resolução de problemas, modelagem, novas tecnologias, etnomatemática e materiais didáticos. Para tal, dispomos de materiais manipulativos e jogos matemáticos que podem auxiliar as aulas e promover o processo de compreensão na transição entre a prática e a teoria, ou entre a aplicação e a abstração.

Tendo em conta os fatores mencionados até aqui, com relação a alguns problemas que levam à defasagem na aprendizagem da Matemática, propomos um estudo que possa investigar possibilidades de trazer melhorias no ensino da disciplina em questão.

Sendo assim, o presente trabalho de pesquisa aborda a temática: o uso de materiais didáticos como recursos para Ensino de Matemática, mais precisamente com foco nos jogos matemáticos, na formação continuada de professores voltados para o conteúdo de fração, tendo em vista a necessidade de introduzir metodologias que possibilitem a melhoria do ensino e aprendizagem de frações nos anos finais do Ensino Fundamental. Entendemos que [...] se for utilizado pelo professor uma metodologia sem significado para o aluno, as

---

[10] Como esclarece Valente (2023).

dificuldades aumentam e dessa forma a resistência na aprendizagem é ainda mais intensificada sobre a disciplina de Matemática [...]" (Fonseca; Santos, 2019, p. 53).

Esperamos que esse estudo seja capaz de disponibilizar reflexões e estratégias que promovam formação de docentes e dinamização na prática de ensino, a partir da inovação nas suas metodologias e na busca de alternativas para atender às necessidades de aprendizagem dos seus alunos.

Assim, na próxima seção apresentamos argumentos a favor das metodologias alternativas aos modelos tradicionais de ensino[11] considerando os aspectos pessoal, sócio/político, pedagógico, matemático e acadêmico do contexto atual, para a realização do presente trabalho de pesquisa.

1.2 Justificativa

Inicialmente, a decisão de trabalharmos com esse tema destaca-se sob o ponto de vista *pessoal*, devido a minha[12] trajetória como estudante. Em nenhum momento entre o Ensino Fundamental (Escola Municipal) e Ensino Médio (Escola Estadual), nas aulas de Matemática, ocorreu algum contato com jogos, materiais manipulativos ou ao menos tive conhecimento sobre a existência de laboratórios matemáticos.

As poucas aulas que me recordo sobre o trabalho com atividades experimentais, sejam em sala, campo, laboratórios ou utilizando recursos diferenciados, foram nas disciplinas de: Ciência, Biologia, Química e Física. Tais práticas e experimentos desenvolvidos permanecem em minhas memórias até os dias atuais. Sendo notória, ao longo da minha trajetória acadêmica, a importância da presença do tátil-visual nessas aprendizagens, que foram conservadas mediante a exploração dos sentidos e ações refletidas nessas práticas, as quais proporcionaram a persistência de lembranças das associações que foram trabalhadas.

Posteriormente, na Graduação de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), campus de Cajazeiras - PB, aconteceu o primeiro contato com o ambiente do Laboratório de Matemática. Desse modo, por intermédio da cadeira de *Instrumentação para Ensino de Matemática* e posteriormente o trabalho desenvolvido como monitora desta disciplina, a curiosidade por essa alternativa de ensino foi

[11] Nesse contexto, modelos tradicionais de ensino 'bancário', aos termos de Freire (2017), no qual o aluno é visto como mero repositório de conteúdo.

[12] Na justificativa pessoal, para apresentar a relevância da escolha da temática em tela será utilizado a primeira pessoa do singular. Enquanto no restante do texto, a primeira pessoa do plural.

crescendo gradativamente. Tornou-se possível, assim, explorar cada vez mais esse espaço, seja utilizando os materiais existentes ou mesmo construindo materiais que seriam utilizados futuramente em aulas. Passei a atentar-me cada vez mais para o potencial pedagógico desses recursos, como alternativas metodológicas viáveis para abordar diversos conteúdos matemáticos.

Assim, aquele era o ambiente em que me sentia motivada para conhecer as possibilidades de construção de meios que facilitassem a compreensão dos alunos em relação aos conceitos matemáticos, utilizando Material Didático para promover representações e aplicações de ideias matemáticas.

No decorrer de todo o curso superior, com participação nos estágios, Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) e realização de aulas práticas, foi possível fazer a construção de vários recursos didáticos como jogos, materiais concretos e utilizá-los nas práticas pedagógicas. Ademais, produzi e publiquei artigos que questionavam e refletiam as práticas desenvolvidas por meio dessa metodologia, seja no sentido de amenizar barreiras presentes no processo de ensino e de aprendizagem ou na construção de novos conceitos.

Registro que ainda na graduação, quando tive meus primeiros contatos com a instituição escolar, como futura professora, percebi que o cenário não havia mudado, a maioria das escolas não tinham laboratório e as que possuíam, mantinham o ambiente fechado e todos os materiais lacrados (ainda na embalagem) e isto gerava, em mim, preocupação e ao mesmo tempo me instigava a explorar tal realidade na perspectiva de pesquisa acadêmica.[13]

Acrescento ainda que enquanto estava concluindo o curso de Licenciatura, tive a oportunidade de cursar duas disciplinas no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM), na condição de aluna especial: *Laboratório de Matemática na Formação de Professores* e *Ensino-Aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental e Médio*, ambas ministradas pelo orientador deste trabalho, o Professor Dr. Aníbal de Menezes Maciel.

A partir dessas experiências produzi o jogo *Quadra das Frações*, na disciplina de laboratório, que será objeto de estudo neste trabalho. Contudo, nesse trabalho ele receberá o nome de *Quina das Representações Fracionárias*, tendo em vista as novas modificações feitas nele. Continuando, destaco também, a disciplina de Estágio de Docência, a qual foi

[13] No capítulo 4, especificamente na seção 4.1, fazemos uma breve reflexão sobre a não utilização do laboratório nas instituições escolares.

realizada na disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática na graduação com o professor anteriormente citado, já na condição de aluna efetiva do mestrado.

Mediante toda essa vivência com o laboratório e consequentemente o contato com os materiais que o compõem, apresentei um projeto para ingressar no mestrado nessa perspectiva. Posteriormente, juntamente com o meu orientador, decidimos aprofundar os estudos, agora direcionados mais para os jogos matemáticos, para efeito de investigar potencialidades e limites na utilização desses recursos como alternativa metodológica facilitadora que consiga servir como apoio no processo de ensino e de aprendizagem em Matemática, especificamente no conteúdo de fração.

Sob outra perspectiva, também é importante trabalharmos com os jogos tendo em vista o aspecto *sociopolítico*. Sabemos que a Matemática tem fortes potencialidades na formação de cidadãos, sendo viável a articulação de vários conceitos matemáticos com temas transversais da ética e da cidadania. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) registram que essa área possibilita "[...] a inserção dos alunos como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura" (Brasil, 1998, p. 59). E que os jogos podem ser úteis para explorar e desenvolver vários conceitos matemáticos.

Desse modo, o ensino por meio de jogos, além de ser essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas, são capazes também de viabilizar uma melhor construção de regras em suas relações culturais, em que os alunos cumprem-nas durante os jogos, aceitando-as ou não. Criando indiretamente suas próprias concepções de 'direitos e deveres', contribuindo para o seu desenvolvimento crítico e autônomo, bem como cooperando para uma melhor participação na sociedade[14], portanto na construção da cidadania.

Os jogos encontram-se entranhados no ambiente sociocultural dos alunos. E "[...] ao jogar passam a lidar com regras que lhes permitem a compreensão do conjunto de conhecimentos veiculados socialmente, permitindo-lhes novos elementos para apreender os conceitos futuros" (Kishimoto, 2007, p. 79-80). Ao lidarmos com as regras dos jogos educativos, estamos exercitando nossa capacidade de compreensão, interpretação e aplicação de conceitos. Estamos aprendendo a seguir instruções, a raciocinar estrategicamente, a tomar decisões rápidas e a lidar com situações imprevistas. Logo, bem como Grando (2004) defende, o jogo incentiva a interação social e o senso de trabalho em equipe entre os alunos.

Em síntese, o jogo pode oferecer determinadas competências que preparam o aluno a

[14] Bem como argumenta Bacury (2009).

exercer a cidadania[15], facilitando a conscientização da relevância da socialização, o trabalho em equipe com alunos, dentre outras contribuições. Portanto, o Ensino de Matemática por meio de jogos igualmente contribui para a educação cívica, quando há um direcionamento a isto.

É necessário destacar, que o simples fato de utilizar o jogo não irá conceder um melhor entendimento para o aluno[16], inclusive o seu mau uso pode até mesmo prejudicar a compreensão dos discentes, favorecendo para o surgimento de obstáculos epistemológicos ou didáticos. Ressaltamos, mais uma vez, que nosso intuito não é apresentar o jogo como a solução para os problemas da aprendizagem, mas sim como uma ferramenta que venha agir como um colaborador na educação.

Por um prisma *pedagógico*, acentuamos a importância do trabalho com jogos matemáticos no que concerne a melhoria do ensino dessa disciplina, com intuito de contribuir com as diversidades de propostas, que possam auxiliar os professores no processo de ensino. É perceptível nas experiências e em relatos a falta de compreensão dos alunos, no qual é manifestado um tipo de aversão a essa disciplina, tendo em vista que se trata de uma ciência abstrata, contudo muitas das vezes é um pavor desnecessário. Sendo assim, didaticamente falando, a abordagem por meio do jogo, cujos seus procedimentos já são amplamente aceitos por pesquisadores e professores, poderão auxiliá-los para uma melhor compreensão da Matemática, o que é referendado pela psicologia da aprendizagem.

Do ponto de vista *matemático*, focamos em trabalhar com a fração que está presente desde o ensino básico e infelizmente apresenta muitos obstáculos inseridos na sua aprendizagem, os quais serão expostos com mais detalhes ao longo deste trabalho. Ademais, esse conteúdo é necessário não só para o desenvolvimento da estrutura Matemática, ou para a realização de contas mais elaboradas, mas é essencial mediante a outros aspectos como o cultural, o formativo (de natureza cognitiva), além de algumas situações que podem ser aplicadas no cotidiano das pessoas, como o exemplo do cálculo de medidas.

A fração, enquanto entidade abstrata, constitui uma das representações de um número racional, introduzindo conceitualmente os alunos ao universo das quantidades não inteiras. O esquema de inferência usado para compreender as representações fracionárias é diferente daquele necessário para lidar com números naturais. Este conteúdo contribui para a formação do raciocínio matemático do indivíduo para que ele possa compreender as complexidades de conteúdos futuros que são incrementados com o assunto de fração, de forma intrínseca, sendo

---

[15] Conforme explica Souza, Cunha, Andrade (2019).
[16] Fiorentini e Miorim (1990) afirmam isso.

alguns desses: Razão, Proporção, Regra de Três, Porcentagem, Matemática Financeira, dentre outros. Quer isto dizer que várias temáticas dependem da compreensão do estudo de fração.

Ressaltamos, com base em relatos descritos e em experiência própria, que o ensino de fração é um dos conteúdos matemáticos que apresenta grandes dificuldades de compreensão, desde o seu ensino inicial até a parte mais avançada. Valera (2003), em seu trabalho, afirma que impedimentos à aprendizagem estão relacionados a pouca relação entre o uso social dos números racionais e a forma como eles são ensinados na escola.

> Os números racionais apresentam-se como conteúdo que os alunos do Ensino Fundamental e Médio têm dificuldades para aprender. Parte dessas dificuldades decorre da diferença instituída entre o uso cotidiano dos números racionais pelo aluno e a maneira como são ensinados na escola e, também pelo desconhecimento, por parte da escola, da multiplicidade dos significados dos racionais. (Valera, 2003, p. 6).

Além do mais, na história da Matemática o conjunto dos números racionais é apresentado como um dos *obstáculos epistemológicos* (Kikuchi, 2012). Na qual, esses obstáculos são hábitos intelectuais estagnado, resíduos de conceitos anteriores ou conhecimentos antigos cristalizados pelo tempo, que impedem a mudança de velhos conceitos importantes do passado para novos conhecimentos (Pais, 2008).

Não é a falta de conhecimento que gera esses obstáculos, mas sim a persistência de saberes antigos que foram mantidos por muito tempo e resistem a instalação de novas concepções. Especificamente porque ameaçam a instabilidade intelectual de quem já detém esses saberes prévios.

Por fim, considerando o aspecto *acadêmico*, este trabalho é relevante para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECM da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, tendo em vista que possibilita o diálogo entre o pesquisador e os locais de atuação dos protagonistas dos projetos desenvolvidos, professores e alunos. Também viabiliza uma transposição de conhecimentos e propicia uma articulação integrada da formação profissional com as redes e instituições de pesquisa e ensino. Além de contribuir com material de pesquisa para o acervo de estudos que entrelaçam os jogos e o conteúdo de fração.

1.3 Questão Norteadora e os Objetivos

1.3.1 Questão Norteadora

Quais são as potencialidades do jogo matemático *Quina das Representações Fracionárias* na formação de professores?

1.3.2 Objetivo Geral

Analisar uma atividade formativa de professores de Matemática utilizando o jogo *Quina das Representações Fracionárias* e seus pressupostos teóricos.

1.3.3 Objetivos Específicos

- Contribuir com a formação de professores;
- Promover o uso de jogos no Ensino de Matemática;
- Colaborar para a superação de dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem de fração.

2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA VISÃO DA DIDÁTICA FRANCESA E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Neste capítulo, estaremos dialogando com alguns teóricos, incluindo Pais (2008), Fiorentini e Lorenzato (2007) e D'Amore (2007) sobre, em linhas gerais, o ensino da Matemática, expondo as perspectivas e distinções entre Educação Matemática e Didática da Matemática.

Além disso, com base nos fenômenos identificados na Didática Francesa, concentramos nossa discussão nos obstáculos epistemológicos e didáticos, que se trata de uma noção que é de grande interesse para a didática e para esse momento mencionamos os teóricos Bachelard (1996) e Brousseau (1989; 1998). Por último, encerramos esta seção explorando as representações semióticas de Duval (2003; 2009).

2.1 Educação Matemática e Didática da Matemática: Reflexões sobre o ensino

A consolidação da Educação Matemática como uma área de pesquisa educacional é relativamente recente se compararmos com a história milenar da Matemática. Ela surgiu por volta do século XX, culminando no início do Movimento da Matemática Moderna, quando docentes de Matemática se reuniram para refletir sobre o ensino dessa disciplina nas instituições escolares.

> A partir de 1950, novamente começam a surgir iniciativas em prol da melhoria do currículo e do ensino de Matemática. Nesta época já havia consenso por parte de matemáticos, professores e educadores de vários países de que o ensino de Matemática não ia bem. Pretendia-se modernizar o currículo e o ensino de Matemática para adequar a formação dos estudantes ao desenvolvimento científico e tecnológico que as nações ocidentais testemunhavam. (Soares, 2008, p. 731).

A Unesco (*United Nations Educational, Social and Cultural Organization*) e OEEC (*Organization for European Economic Cooperation*) – mais tarde a OECD (*Organization for European Economic Cooperation and Development*) desempenharam um papel significativo ao marcar o começo de uma era de maior cooperação e integração entre os países do mundo, após o período das guerras. “[...] Em 1959, com o apoio da OEEC, pôde ser realizada a *Conferência de Royaumont*, na França. A conferência foi um estímulo importante para o início de muitas atividades ligadas à reforma do currículo e do Ensino de Matemática em geral” (Soares, 2008, p. 731).

Outros estudos[17] destacam que foi a partir da década de 70 que surge inicialmente, na França, a Didática da Matemática enquanto área para a sistematização dos estudos acerca do ensino da Matemática. Por conseguinte, a Didática da Matemática no Brasil foi fortemente influenciada por autores franceses, e suas teorias são amplamente utilizadas como base em vários trabalhos matemáticos acadêmicos brasileiros.

Alguns pesquisadores manifestam entendimento de que a Didática da Matemática e Educação Matemática são a mesma coisa, mudando apenas o seu nome em algumas regiões, tais como:

> Em alguns países, como a França e a Alemanha, é chamada simplesmente de "didática da matemática". Em outros, como Holanda, é denominada "metodologia do ensino da matemática". No Brasil e nos Estados Unidos, assim como na grande maioria de países, ela é denominada "educação matemática". (Fiorentini; Lorenzato, 2007, p. 12).

Já o professor Bruno D'Amore (2007), pesquisador da Universidade Italiana de Bolonha, define a Didática da Matemática como a disciplina científica voltada para a identificação, caracterização e compreensão dos fenômenos e processos que impactam o ensino e a aprendizagem de Matemática. Na qual, "[...] o principal assunto estudado pela Didática da Matemática encontra-se constituído pelos diferentes tipos de sistemas didáticos (professor, estudante e saber)" (D'Amore, 2007, p. 84).

Esta disciplina orienta o professor a desenvolver percepções e a reconhecer a importância de elementos como o conhecimento matemático, a transposição didática, os obstáculos epistemológicos e a formação de conceitos, fundamentais na estruturação do Ensino de Matemática. Em outras palavras, visa preparar o futuro docente de forma profissional, equipando-o com as ferramentas necessárias para interpretar o ambiente da sala de aula.

Por outro lado, afirma ainda esse autor, a Educação Matemática constitui um sistema social abrangente e diversificado que engloba teoria, desenvolvimento e prática relacionados ao ensino e aprendizagem da Matemática, incluindo a Didática da Matemática como subsistema.

Nesse contexto, a Didática da Matemática desempenha um papel fundamental na formação de professores e na melhoria dos métodos de ensino dessa disciplina. Ao compreender os diferentes aspectos que influenciam a maneira como os alunos aprendem

[17] A exemplo de Pais (2008).

Matemática, os educadores podem adaptar suas estratégias de ensino, tornando o processo de aprendizagem mais eficaz e significativo.

Fiorentini e Lorenzato (2007) destacam três fatos determinantes para o surgimento desta Educação Matemática.

> O primeiro é atribuído à preocupação dos próprios matemáticos e de professores de matemática sobre a qualidade da divulgação/socialização das ideias matemáticas às novas gerações. [...] O segundo fato é atribuído à iniciativa das universidades europeias, no final do século XIX, em promover institucionalmente a formação de professores secundários. Isso contribuiu para o surgimento de especialistas universitários em ensino de matemática. O terceiro fato diz respeito aos estudos experimentais realizados por psicólogos americanos e europeus, desde o início do século XX, sobre o modo como as crianças aprendiam a matemática. (Fiorentini; Lorenzato, 2007, p. 6).

A Educação Matemática é muito ampla para ser delimitada sucintamente, mas ela se apresenta como uma maneira específica de descrever e compreender os fenômenos da prática educativa, se dedicando ao estudo das relações de ensino e aprendizagem de Matemática. Estando na fronteira entre a Matemática, a Pedagogia e a Psicologia.

A interação entre a Didática da Matemática e a Educação Matemática proporciona uma base sólida para a construção de práticas pedagógicas inovadoras e inclusivas, que visam não apenas o desenvolvimento do conhecimento matemático, mas também o estímulo ao pensamento crítico, criativo e colaborativo dos estudantes.

As principais correntes da Didática da Matemática estiveram diretamente relacionadas às diferentes tendências da Psicologia e esse campo do conhecimento científico, contribui bastante ao oferecer ferramentas para o entendimento do processo educacional.

Perceba que enquanto a Matemática está bem estruturada e com bases lógicas bem definidas, a Educação Matemática “[...] é uma área emergente de estudos, recém-nascida, não possuindo uma metodologia única de investigação nem uma teoria claramente configurada” (Fiorentini; Lorenzato, 2007, p. 4). Ela está ligada aos educadores matemáticos, os quais:

> [...] tende a conceber a matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos e também do professor de matemática do ensino fundamental e médio e, por isso, tenta promover uma educação pela matemática. Ou seja, o educador matemático, na relação entre educação e matemática, tende a colocar a matemática a serviço da educação, priorizando, portanto, esta última, mas sem estabelecer uma dicotomia entre elas. (Fiorentini; Lorenzato, 2007, p. 3-4).

A organização de congressos sobre Educação Matemática, a criação de cursos de licenciatura em Ciências e Matemática, além de programas de Pós-Graduação, dentre outras propostas, foram fundamentais para contribuir com a constituição dessa área no Brasil. Com esses estímulos, deu-se origem a várias tendências teóricas, na busca de se valorizar o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática. Dentre elas, destacamos a Didática da Matemática, a qual já citamos anteriormente e que tem uma boa aceitação por pesquisadores brasileiros, influenciada por autores franceses, posteriormente ficando conhecida como *Didática Francesa*.

Nisso, a educação está evoluindo em direção a uma abordagem mais dialógica, “[...] as dificuldades encontradas no ato de ensinar Matemática e a necessidade social da busca de caminhos que possam diminuí-las é um incentivo para o desenvolvimento da pesquisa em Educação Matemática” (Igliori, 1999, p. 90).

Nesses termos, Pais (2008) se utiliza da seguinte argumentação:

> A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica. (Pais, 2008, p. 11).

Ou seja, são os elos entre teoria e a prática, na qual a Didática da Matemática vai ter um foco em estudar a elaboração de conceitos e teorias relacionados ao saber escolar matemático. De modo que essas elaborações de conceitos e teorias estejam vinculadas tanto ao campo experimental da prática pedagógica quanto ao território da teoria, isto é, da pesquisa acadêmica.

Para certos tipos de problemas na aprendizagem, não é seu objetivo recomendar modelos ou receitas prontas de solução. A *Didática Francesa* auxilia na difícil tarefa de assimilar as transformações dos conteúdos de Matemática ensinados na escola, com intuito de descrever e explicar os fenômenos presentes na relação ensino e aprendizagem.

Entende-se a dimensão teórica como ideário resultante da pesquisa e a experiência sendo a condução da prática pedagógica. E com isso faz-se necessário que os elementos do sistema didático estejam fortemente integrados entre si.

E quem integra esse sistema didático?

> Entendemos o sistema didático como uma estrutura composta de nove elementos principais: professor, aluno, conhecimento, planejamento, objetivos, recursos didáticos, instrumentos de avaliação, uma concepção de aprendizagem e metodologia de ensino. A interação entre esses elementos sintetiza a essência da disciplina didática, entendida como indispensável para a condução da prática pedagógica. (Pais, 2008, p. 117).

Existem várias teorias de autores franceses, sendo algumas delas a: *Transposição Didática* de Chevallard; *Engenharia Didática* de Artigue; *Obstáculos epistemológicos* de Bachelard; *Situações Didáticas* e o *Contrato Didático* de Brousseau. Dentre esses e outros fenômenos focaremos nos *Obstáculos epistemológicos*, os quais apresentaremos no subtópico a seguir.

2.2 Obstáculos Epistemológicos e Didáticos

No processo de ensino, em geral, é possível identificar dificuldades que interferem na aprendizagem dos discentes. Gaston Bachelard, em 1938, em sua obra, *A Formação do Espírito Científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento,* formulou a teoria sobre obstáculos epistemológicos, *s*endo esta considerada uma de suas principais produções.

Ao pesquisarmos sobre a biografia de Gaston Bachelard (1884-1962), encontramos diversas informações sobre a trajetória desse francês. Mas de forma sucinta, ele foi professor de Química, Física, Filosofia, além de poeta. Vindo de origem humilde, cujos pais eram vendedores de jornais e tabaco. Ele trabalhou na agência de correios (pesagem das cartas e encomendas). Foi licenciado em Matemática e seu plano era se tornar engenheiro de telegrafia. Todavia, foi convocado para defender seu país na Primeira Guerra Mundial e, com isso, o objetivo de ser engenheiro não deu certo, mas posteriormente foi professor universitário e dentre várias contribuições também se especializou em epistemologia e poesia, tendo vários livros publicados versando sobre essas duas temáticas[18].

Cumpre ressaltarmos que Bachelard tangencia, mas não trata especificamente sobre questões pedagógicas. Contudo, podemos verificar em suas obras contribuições para essa área, pois “[...] do ponto de vista pedagógico, a visão epistemológica de Bachelard implica a análise crítica do processo de aprendizagem, considerando as dificuldades, erros e falhas como parte deste processo” (Bittencourt, 1998, p. 13).

---

[18] Outras informações podem ser acessadas por meio dos estudos de Zorzan (2005), Andrade e Smolka (2009).

Mesmo que o seu foco principal seja com a construção do conhecimento científico (epistemologia), do estudo crítico dos princípios, das hipóteses e dos resultados, não se exclui a visão epistemológica do território da filosofia das ciências no ponto de vista pedagógico.

Logo no primeiro capítulo do citado livro, Bachelard apresenta o que seria obstáculo epistemológico:

> Quando se procuram as condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega à convicção de que *é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado*. E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos. (Bachelard, 1996, p. 17).

O obstáculo epistemológico trata-se de uma ideia que impede ou bloqueia outras ideias, como; hábitos intelectuais estagnados, teorias científicas dogmáticas, dogmas ideológicos, entre outros. A epistemologia de Gaston Bachelard postula que a edificação do conhecimento vai ocorrer por meio de um rompimento com o saber previamente aceito, com uma resistência à racionalização desse conhecimento.

Assim, trata-se de uma resistência oferecida por conceitos que se acredita serem verídicos, por um determinado período, mas o fato é que impedem a formação de novos conhecimentos. Em outros termos, “[...] aquilo que cremos saber com clareza ofusca o que deveríamos saber” (Bachelard, 1996, p. 18).

O Bachelard (1996) vai trata de diversos obstáculos epistemológicos, como: a primeira experiência, o conhecimento geral, obstáculo verbal, conhecimento unitário e pragmático, obstáculo substancialista, obstáculo realista, obstáculo animista, o mito da digestão, libido e conhecimento objetivo e os obstáculos do conhecimento quantitativo.

Segundo Pais (2008):

> É importante destacar que os obstáculos epistemológicos, como foram propostos, não estavam isolados no território da filosofia das ciências. A intenção pedagógica já está posta no contexto de sua síntese inicial e por isso pode fornecer à didática o direito de se inspirar na fonte histórica e evolutiva das ciências. (Pais, 2008, p. 40).

Para Bachelard toda análise teórica deve passar por uma verificação experimental submetendo-se a uma posição racional, e sendo assim a integração entre a dimensão da razão e a projeção no plano prático, formam polos complementares de um pensamento científico (Pais, 2008).

No campo da Matemática, a análise dos obstáculos deve ser feita com atenção particular, pois, o filósofo Bachelard (1996) defendia que nela não havia obstáculos. Assim, ele afirmava: "[...] com efeito, a história da matemática é maravilhosamente regular. Conhece períodos de pausa. Mas não conhece períodos de erro. Logo, nenhuma das teses que sustentamos neste livro se refere ao conhecimento matemático" (Bachelard, 1996, p. 28).

Contudo, posteriormente surgiram diversos trabalhos que exploram as noções bachelardianas para o ensino das ciências, incluindo o da Matemática. Ou seja, a partir da obra desse filósofo e poeta Bachelard, outros estudiosos deram continuidade na pesquisa sobre obstáculos epistemológicos, alguns mais direcionados a determinadas áreas/disciplinas, incluindo a Matemática. Ao aludirmos a essa intenção pedagógica, é possível estabelecer uma relação entre os obstáculos epistemológicos e a Didática Matemática, proporcionando esse paralelo e mostrando ser possível essa relação. Neste trabalho vamos nos ater a esse vínculo.

Quanto à suposta maravilhosa regularidade apresentada por Bachelard, em relação à Matemática, é apenas aparente. Pois o fato das rupturas que percebemos nas ciências experimentais, não aparecerem com clareza no registro histórico da Matemática, não é garantia da linearidade absoluta nos processos de descobertas de conhecimento matemático.

Isto é:

> Essa regularidade só existe na fase final da formulação do texto matemático. Os historiadores afirmam que na fase inicial da produção do conhecimento matemático não há linearidade e sim conflitos intensos na construção do conhecimento. Os obstáculos aparecem na fase de criação, descoberta e síntese, não estão expostos na formalização e, portanto, não aparecem no registro histórico. Todos os avanços, retrocessos, dúvidas e erros cometidos ao estabelecer conjecturas, não aparecem no texto científico final. (Costa, 2009).

Normalmente temos a descoberta/criação do conhecimento matemático e a sistematização por meio de uma demonstração, sendo essa um registro formal que não vai explicitar os conflitos existentes no início da descoberta das ideias. Ou seja, "[...] na fase inicial das ideias, pelo contrário, não há nenhum predomínio da linearidade, revelando os intensos conflitos da criação do saber" (Pais, 2008, p. 41).

Ademais, Pais (2008) aborda uma reflexão sobre obstáculos epistemológicos e os conceitos matemáticos, orientando que é preciso distinguir os conflitos que surgem na fase inicial do registro formal.

> Assim, para estudar o conceito de obstáculo epistemológico, com referência à formação dos conceitos matemáticos, é preciso distinguir o processo primário de descoberta das ideias com a sua apresentação formalizada por um texto. Por certo, os obstáculos que aparecem no momento da criação dos conceitos não estão normalmente expostos na redação do saber, estão presentes nos labirintos que o matemático mergulha durante a criação. (Pais, 2008, p. 41).

Nesse sentido, na Matemática, os obstáculos se manifestam mais fortemente no momento da aprendizagem e na síntese do conhecimento do que em seu registro histórico, tendo em vista que ao entrarmos em contato com o conhecimento, ele já está formalizado. E na Educação Matemática, eles têm grande impacto na fase inicial da formação das primeiras ideias. Neste trabalho vamos dar maior enfoque aos obstáculos epistemológicos presentes nos conceitos e Ensino de Matemática, especificamente no conteúdo de frações, os quais já estão devidamente registrados na literatura especializada.

Os obstáculos epistemológicos emergem intrinsecamente da essência do conhecimento. Na disciplina de Matemática, é viável identificar alguns desses obstáculos. Um dos exemplos pode ser observado no contexto do conjunto dos números reais. É difícil assimilar a existência do “0” (zero) e ao mesmo tempo a ideia de que o “0” não possui valor (conjuntos dos números naturais). Outro exemplo está na ideia de identificação de antecessor e sucessor de números negativos em que, respectivamente, sempre teremos uma unidade a menos e a mais (conjuntos dos números inteiros). Ou até mesmo compreender o fato de um número inteiro se apresentar ‘pronto’ enquanto outros possuem algum símbolo em sua representação, por exemplo, números obtidos por raízes quadradas (conjunto dos números irracionais) (Costa, 2009).

Certamente:

> Podemos considerar *epistemológico* um obstáculo como o conjunto dos números racionais, porque, na história da Matemática, ele também aparece como um obstáculo. Os gregos, até cinco séculos antes de Cristo, desenvolviam a Matemática sem aceitar a existência de segmentos incomensuráveis. Quando o aluno não compreende o conjunto dos números irracionais, como o número π (pi), torna-se difícil aceitar a relação existente, por exemplo, entre as medidas do diâmetro e do perímetro de uma

> circunferência, cujo cálculo somente é possível adotando um número aproximado. (Kikuchi, 2012, 54).

No conjunto dos racionais temos uma variedade de exemplos de obstáculos epistemológicos. A seguir temos uma parte de um quadro em que Costa (2009) separa exemplos de obstáculos epistemológicos presentes nos números racionais.

Quadro 1 - Obstáculos epistemológicos relativos aos conjuntos dos números reais.

<table>
<tr><td rowspan="6">NÚMEROS RACIONAIS</td><td rowspan="2">SOBRE O RECONHECIMENTO DAS REPRESENTAÇÕES DECIMAIS DOS NÚMEROS RACIONAIS COMO UMA EXTENSÃO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL</td><td>O fato dos conjuntos dos números naturais e dos números inteiros serem conjuntos discretos pode aparecer como obstáculo epistemológico para a compreensão de que entre quaisquer dois números racionais existem infinitos números racionais.</td></tr>
<tr><td>As ideias de sucessor e antecessor no conjunto dos números naturais (e inteiros) podem aparecer como obstáculo epistemológico na concepção dos números racionais, e futuramente nos reais, no que diz respeito à impossibilidade de definir o número racional ou real que vem “logo a seguir” de outro número.</td></tr>
<tr><td>SOBRE A IDENTIFICAÇÃO DE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DE UM MESMO NÚMERO RACIONAL</td><td>O fato do número natural (e de um inteiro) se apresentarem “prontos” pode ser um obstáculo epistemológico na apropriação de números que possuem símbolo em sua representação, como no caso a divisão em uma fração.</td></tr>
<tr><td>SOBRE A IDENTIFICAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS NA RETA NUMÉRICA</td><td>O fato de um natural (e um inteiro) normalmente, utilizando apenas algarismos, ser escrito de uma única maneira pode ser um obstáculo epistemológico para a aceitação de que um número racional pode admitir mais de uma representação.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SOBRE A COMPARAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS</td><td>A ideia de que podemos comparar dois números naturais pela quantidade de algarismos que eles possuem pode se constituir um obstáculo epistemológico na comparação de números racionais escritos na forma decimal que apresente diferentes algarismos após a vírgula.</td></tr>
<tr><td>A ideia de que a comparação entre números naturais é realizada levando-se em consideração apenas o seu valor absoluto pode se constituir em um obstáculo epistemológico na comparação entre frações que apresentam o mesmo numerador e denominadores diferentes.</td></tr>
</table>

Fonte: Costa (2009).

Em sua dissertação, ela buscou “[...] identificar alguns exemplos de obstáculos epistemológicos matemáticos nas salas de aula do Ensino Fundamental no ensino/aprendizagem dos números naturais, inteiros, racionais e irracionais a fim de ampliar a discussão visando a concepção dos números reais” (Costa, 2009, p. 21).

A noção de obstáculo epistemológico tem sido predominantemente adotada pelos didatas franceses em suas pesquisas em Educação Matemática. Sendo introduzida na Didática da Matemática por Guy Brousseau em 1976 e foi inspirada nas ideias de Bachelard em 1938. Ele elaborou uma teoria abrangente que explora a interação entre os conteúdos de ensino, o aluno e as estratégias pedagógicas empregadas pelo educador para promover a aprendizagem. Ele foi:

> Um dos pioneiros no tratamento dessa questão foi Brousseau. Em 1976, ele expõe pela primeira vez, numa conferência no XXVIII encontro do Cieaem: “Os obstáculos epistemológicos e os problemas em Matemática”, conferência essa que resulta em seu artigo com mesmo título publicado em 1983. Ele introduz, neste momento, a noção de obstáculo epistemológico como sendo aquele obstáculo ligado à resistência de um saber mal-adaptado, no sentido de Bachelard, e o vê como um meio de interpretar alguns dos erros recorrentes e não aleatórios cometidos pelos estudantes, quando lhes são ensinados alguns tópicos Matemática. (Igliori, 1999, p. 99).

Guy Brousseau aborda três tipos de obstáculos: “Ontogenéticos, decorrentes do desenvolvimento cognitivo; didáticos, decorrentes de situações didáticas, e epistemológicos, decorrentes da resistência ao próprio conhecimento, no sentido considerado por Bachelard” (Bittencourt, 1998, p. 14). Estes foram organizados em categorias conforme a origem, tendo como referência as obras de Bachelard e Piaget.

Os obstáculos ontogenéticos referem-se a desafios que surgem para além das barreiras impostas pela maturidade conceitual e pela aprendizagem adquirida ao longo do desenvolvimento psíquico do indivíduo, conforme definido por D'Amore (2007): “[...] obstáculos ontogenéticos, propriamente ditos, são aqueles mais ligados ao desenvolvimento da inteligência, dos sentidos e dos sistemas perceptivos” (D'Amore, 2007, p. 212).

Segundo Glorian (1995), Brousseau retoma as ideias de Duroux para caracterizar o obstáculo que é assim apresentado:

> a) Um obstáculo será um conhecimento, uma concepção; não uma dificuldade ou uma falta de conhecimento;

> b) Este conhecimento produz respostas adaptadas num certo contexto, frequentemente encontrado;
> c) Mas ele produz respostas falsas fora desse contexto. Uma reposta correta e universal exige um ponto de vista notavelmente diferente;
> d) Além disso, esse conhecimento resiste às contradições com as quais ele é confrontado e ao estabelecimento de um conhecimento melhor. Não basta possuir um conhecimento melhor para que o precedente desapareça (...). É então indispensável identificá-lo e incorporar a sua rejeição no novo saber;
> e) Depois da tomada de consciência de sua inexatidão, ele continua a manifestar-se de modo intempestivo e obstinado. (Glorian, 1995, p. 84).

A contribuição para as aulas vem justamente da análise dessas dificuldades históricas e dos alunos na construção do conhecimento, fazendo o professor ter consciência sobre o mesmo e refletir sobre de que maneira é possível transpor esses obstáculos.

Essa noção de obstáculo é uma maneira de olhar de outra forma para os erros cometidos pelos nossos alunos, pois Brousseau (1998) evidenciou que:

> O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do azar [...], mas efeito de um conhecimento anterior, que mobilizava seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadequado. Os erros desse tipo não são vagos ou imprevisíveis, mas se constituem em obstáculos. (Brousseau, 1998, p. 119)

De acordo com Pais (2008):

> Durante a aprendizagem, ao iniciar o contato com um conceito inovador, pode ocorrer uma revolução interna entre o equilíbrio aparente do velho conhecimento e o saber que se encontra em fase de elaboração. Isso faz com que a noção seja de interesse para a didática, pois, para a aprendizagem escolar, por vezes, é preciso que haja fortes rupturas com o saber cotidiano, caracterizando a ocorrência de uma revolução interna, o que leva o sujeito a vivenciar a passagem do seu mundo particular a um quadro mais vasto de idéias (sic), às vezes, incomensuráveis através do antigo conhecimento. (Pais, 2008, p. 43).

Isto é, o saber ainda em fase de elaboração aparentemente encontra-se em equilíbrio. Contudo, no processo de aprendizagem, ao fazer contato com um novo conceito, ocorre uma revolução nessa suposta estabilidade, entre o velho conhecimento e o saber em fase de concepção. Para a aprendizagem escolar, às vezes, é necessário um forte rompimento com conhecimentos cotidianos, conduzindo o sujeito a sair de seu mundo particular e ingressar em um quadro mais amplo de ideias. E sendo assim, a didática se interessa por esse procedimento.

Dessa maneira, a realização de uma nova aprendizagem pode ser obstaculizada pelo conhecimento antigo, que atua como uma força contrária. É necessário romper com os saberes que predominaram durante certo período, a fim de viabilizar o progresso do conhecimento. Da mesma forma, é preciso compreender como ocorre a reorganização intelectual, de modo que o novo conhecimento se alinhe com o que já se tem, sendo esse o momento em que os obstáculos se manifestam. (Pais, 2008).

D'Amore (2007) também contribui para a definição de obstáculo epistemológico, afirmando que:

> Pode-se dizer que um obstáculo é uma ideia que, no momento de formação do conceito, foi eficaz para enfrentar os problemas anteriores, mas que se revela um fracasso quando se tenta aplica-la a um novo problema. Dado o êxito obtido (aliás, com maior razão, por causa disso) tende-se a conservar a ideia já adquirida e comprovada e, apesar do fracasso, busca-se salvá-la; mas esse fato acaba sendo uma barreira para a aprendizagens sucessivas. (D'Amore, 2007, p. 211).

A partir dos trabalhos desse epistemólogo, Guy Brousseau, as pesquisas acadêmicas voltadas para os obstáculos presentes no Ensino de Matemática e na construção de seus conceitos ganharam visibilidade.

> Nos anos 70, a partir de Brousseau e de sua concepção de "*salto informacional*" salto entre dois estágios de conhecimento, necessário para a superação de dificuldades, - noção de obstáculo epistemológico começa a ser utilizada nas pesquisas em didática da matemática numa tentativa de melhor compreender as dificuldades dos alunos e construir instrumentos didáticos que permitam facilitar as rupturas necessárias durante a aprendizagem. (Bittencourt, 1998, p. 14).

Tais estudos, baseados em Brousseau, visam promover a compreensão, construção/descoberta das ideias matemáticas e uma aprendizagem relevante. Para que isso ocorra se faz necessário refletir sobre a maneira que trabalhamos os conceitos matemáticos com os alunos, tendo em vista o desafio mediante a especificidade do saber matemático.

Na visão de Pais (2008), em virtude do caráter específico do contexto histórico das ciências, em que surgiu a noção de obstáculo epistemológico, no âmbito pedagógico, é mais recorrente mencionar-se a existência de obstáculos didáticos.

> Os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar. [...] Portanto, sua gênese está localizada na

> fronteira da filosofia das ciências e da didática, se constituindo em uma referência também para o ensino da matemática. (Pais, 2008, p. 44).

Além do mais, “[...] os obstáculos de origem didática estão diretamente envolvidos com as escolhas metodológicas feitas pelos professores, em função do modelo de ensino adotado/construído” (Pinto; Fiorentini, 1997, p. 63).

Portanto, o professor (em sua grande maioria, com intenções positivas) no processo de tentar tornar um determinado tema muito abstrato ou complexo em algo mais compreensível, usa restrições, excessos de simplificações (Efeito Topázio[19]) e criação abusiva de metáforas (Efeito Jourdain[20]) como uma forma exclusiva de assimilar um conceito (Kikuchi, 2012). Os quais resultam no surgimento desses obstáculos de origem didática, dificultando a compreensão de conceitos matemáticos.

Esses obstáculos são bastantes presentes nas aulas de Matemática e muitas das vezes passam despercebidos no primeiro momento. Logo, se a visão do discente sobre determinado conteúdo não está consolidada, pode haver obstáculos no ensino que atrapalhem o desenvolvimento do aluno na construção/descoberta de conceitos. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007):

> Por exemplo: quando o professor insiste em afirmar que multiplicar significa aumentar, esse procedimento faz com que o aluno não entenda por que 5 multiplicado por 1/3 resulta em um número menor que 5. Como podemos observar, os obstáculos de origem didática dependem fundamentalmente das opções e dos procedimentos didáticos utilizados pelo professor para facilitar o ensino. (Fiorentini; Lorenzato, 2007, p. 48).

Pais (2008) relaciona alguns exemplos de obstáculos didáticos. Um primeiro caso apontado pelo autor, reafirma o exemplo anterior:

> Um primeiro exemplo de obstáculo didático, no estudo da aritmética, está relacionado ao caso da aprendizagem do produto de dois números inteiros positivos que é sempre maior do que cada parcela. Esse conhecimento pode ser um obstáculo à aprendizagem das propriedades do produto de dois números racionais, para os quais tal proposição nem sempre é verdadeira, como é o caso do produto de duas frações unitárias que é menor do que cada parcela. (Pais, 2008, p. 46).

[19] Uma situação em que o professor tenta antecipar a resposta no momento que a dificuldade do aluno é identificada. É uma tentativa de facilitar a tarefa disponibilizando indicações, de forma que os alunos sejam conduzidos quase que de imediato a participarem. Incidência de um efeito do Contrato Didático, denominado por Brousseau (2008).

[20] O professor valoriza, de forma indevida, uma resposta ingênua manifestada pelo aluno como um conhecimento científico. Segundo Brousseau (2008), um dos possíveis efeitos do Contrato Didático.

Um segundo exemplo de obstáculo didático, também está ligado às operações com números racionais:

> [...] no caso da divisão de um número inteiro positivo por um número racional menor do que um, cujo resultado é um número maior do que o dividendo. Nesse caso, o aspecto inerente à estrutura lógica da matemática entra em conflito direto com o conhecimento que o aluno traz de sua vivência não escolar. No cotidiano não refletido, normalmente se conclui, intuitivamente, que o resultado da divisão é sempre menor do que o dividendo, contrariando o caso da divisão de frações acima mencionada. (Pais, 2008, p. 46).

O aluno traz consigo conhecimentos prévios adquiridos fora do ambiente escolar, bem como experiências que podem entrar em conflito com os conceitos matemáticos abordados na instituição de ensino, conforme mencionado anteriormente. Em algumas situações, a abordagem correta para um conhecimento anterior pode não ser aplicável a um novo aprendizado. “No plano escolar, o risco de ocorrer uma generalização precipitada reside na tentativa de transformar o saber cotidiano em saber científico” (Pais, 2008, p. 48-49). Esses erros podem não ser óbvios, sendo necessário que os professores estejam atentos para que sejam identificados.

Nesses termos, essas dificuldades são recorrentes no ensino de fração, pois, apesar delas serem uma ampliação dos números naturais e de manter suas propriedades, os números racionais apresentam novas particularidades que geram muitos empecilhos, além dos casos já citados. Ou seja, compreender esse conteúdo apresenta diversos desafios, incluindo a dificuldade de enxergá-lo como um número.

A aprendizagem de fração pode ser um processo desafiador, já que são necessárias as construções de novas ideias em relação aos números naturais, como apontados pelos PCN (Brasil, 1998), que também lista os seguintes obstáculos, figura 1:

Figura 1 - Obstáculos listados pelos PCN.

- cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{12}$,... são diferentes representações de um mesmo número;
- a comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$;
- se o "tamanho" da escrita numérica, no caso dos naturais, é um bom indicador da ordem de grandeza ($8345 > 83$), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;
- se, ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;
- se a seqüência dos números naturais permite estabelecer sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87.

Fonte: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf

Lopes (2008) também destacar que "[...] os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas. A começar pelo fato de que a palavra fração estar relacionada a muitas idéias (sic) e constructos" (Lopes, 2008, p. 7). Isto é, nos diversos contextos, as frações apresentam significados diversos: relação parte/todo, divisão, operador, medida e razão. O que pode gerar um obstáculo.

Ademais, como descrito por esse mesmo autor, "[...] o estatuto epistemológico das frações, não é o único obstáculo à sua aprendizagem, também a notação das frações constitui num obstáculo, não é tão trivial a associação de uma parte através de dois números inteiros separados por um tracinho" (Lopes, 2008, p. 9).

José e Vizolli (2022) ao fazerem uma detalhada análise em trabalhos que abordaram os obstáculos inerentes ao conceito de fração, concluíram que:

> Baseado nas teorias de Gaston Bachelard e de Guy Brousseau, compreendeu-se que, na construção do conceito de fração, o principal obstáculo é o conhecimento dos naturais. O fato de os números naturais estarem associados a processos de contagem e de medição os tornaram conhecidos e aceitos, além de apresentarem uma leitura e interpretação simples. A fração tem origem numa ideia mais complexa, a leitura de um número fracionário implica numa interpretação ligada a um processo de partição. Essa característica induziu outros obstáculos, inclusive quanto à maneira de representá-la. (José; Vizolli, 2022, p. 64).

Portanto, como foram argumentadas, até aqui, as competências adquiridas anteriormente podem vir a dificultar a assimilação de novos aprendizados, assim é necessário superar a familiaridade com os saberes estabelecidos, inclusive não só os produzidos na escola, como na sua vida social, em particular a familiar.

> A criança em seu convívio familiar e social aprende noções de quantidade, e é apresentada a ela a ideia dos números naturais de maneira não formal, na escola vai sistematizando esse conhecimento. Ao estudar o conteúdo de fração na escola, o estudante tende a utilizar o conhecimento que possui do conjunto dos números naturais nesse novo contexto, e esse conhecimento anterior não é capaz de atender com eficiência as novas necessidades. (José; Vizolli, 2022, p. 49).

Posto isto, “[...] verifica-se uma dicotomia entre o conhecimento da experiência adquirida fora do ambiente escolar e o conhecimento ensinado em sala de aula. Tal situação favorece o surgimento de obstáculos e fragiliza a construção do conhecimento científico” (José; Vizolli, 2022, p. 49). De fato, os discentes possuem uma série de saberes empíricos, os quais precisam ser considerados pelos professores ao organizarem sua prática educativa.

Uma vez que os discentes trazem consigo entendimentos prévios, sejam do cotidiano ou de conteúdos anteriores em que foram trabalhados como regras gerais ou apresentados muitas das vezes de forma vaga, é preciso que esses conhecimentos sejam expostos, refletidos e debatidos para diminuir possíveis obstáculos epistemológicos que podem surgir na transição de velhos conhecimentos importantes no passado para novos saberes relevantes na aprendizagem Matemática.

Neste sentido, os obstáculos epistemológicos presentes no processo de desenvolvimento do espírito científico, abordado no início deste tópico, também estão relacionados aos obstáculos didáticos. E dessa forma, a ideia de obstáculo não deve ser vista de forma restrita ao território da epistemologia, assim como não é uma concepção isolada no plano pedagógico. “Se por um lado, os obstáculos epistemológicos têm raízes históricas e culturais, por outro, estão relacionados também à dimensão social da aprendizagem” (Pais, 2008, p. 44).

Decerto, os obstáculos são fontes de pesquisa para muitos matemáticos. Barroso e Franco (2011), por meio de uma oficina, identificaram e classificaram em obstáculos epistemológicos e didáticos os erros dos professores de acordo com as suas falas, ao desenvolverem algumas atividades relativas ao LEM (Laboratório de Ensino de Matemática).

Os obstáculos epistemológicos classificaram como:

> - obstáculo do conhecimento geral ou da opinião: quando o professor usou ideias baseadas em sua opinião sobre questões que não compreende;
> - obstáculo da experiência primeira: quando o professor pensou ter compreendido um conceito, usando, principalmente, os materiais do Laboratório;
> - obstáculo verbal: quando o professor usou uma falsa explicação, apoiada

> em uma palavra explicativa. (Barroso; Franco, 2011, p. 207).

E os obstáculos didáticos foram categorizam em:

> - obstáculos didáticos de origem didática: quando o professor fundamentou a concepção na mecanização, concepção esta que era válida em um determinado contexto e inapropriada em outro;
> - obstáculos didáticos de origem cultural: quando o professor reagiu a determinadas situações, usando suas crenças, respostas do senso comum, simplistas, baseadas em experiências não científicas;
> - obstáculos didáticos de origem ontogênica: quando os professores demonstraram memorização e domínio de uma técnica, desprovidos de compreensão, por não terem as estruturas (no sentido piagetiano) plenamente construídas, no momento em que aprenderam determinado conteúdo. (Barroso; Franco, 2011, p. 208).

No caso citado, os autores ao promoverem uma oficina, buscaram: “[...] reverter opiniões incorretas a respeito do uso de jogos e materiais manipuláveis nas aulas de matemática, por entender que o trabalho realizado em um Laboratório pode contribuir, e muito, para a construção do conhecimento matemático nos alunos” (Barroso; Franco, 2011, p. 232).

Neste contexto, de acordo com esses autores, os “[...] obstáculos podem se manifestar no momento em que professores com conhecimentos consolidados pelo tempo, porém errôneos, têm contato direto com um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)” (Barroso; Franco, 2011, p. 206).

Os professores devem estar atentos nessa transição de um conhecimento para outro, para que possam identificar e superar os obstáculos, contribuindo para que os alunos reflitam sobre o que estão aprendendo e que pensem cientificamente. Ou seja, é um processo de reorganização de saberes, de ideias. Como descrito por Bachelard, “[...] o espírito científico deve formar-se enquanto se reforma” (Bachelard, 1996, p. 29).

É fundamental compreendermos que qualquer dificuldade não se constitui um obstáculo, existe uma diferenciação, a dificuldade se mostra menos resistente e de mais fácil superação. Brousseau estabelece algumas ações necessárias para identificar e qualificar os obstáculos:

> a) achar erros recorrentes e mostrar que se agrupam em torno de concepções;
> b) encontrar os obstáculos históricos na história da matemática;
> c) confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos de aprendizado para estabelecer seu caráter epistemológico. (Almouloud, 2007, p. 146).

Ao analisar esses momentos em pesquisas feitas, constata-se que, “[...] esses trabalhos deixam poucas dúvidas: os obstáculos existem, embora distingui-los, reconhecê-los, repertoriá-los e examinar suas relações e causas exige ainda muitas discussões e pesquisas” (Brousseau, 1989, p. 44).

Indubitavelmente, entender os tipos de obstáculos não é uma tarefa fácil, a conexão entre o histórico e o didático suscitou muitas reflexões devido à sua complexidade, visto que nem toda dificuldade histórica vem a ser necessariamente um obstáculo para a aprendizagem e, por outro lado, existem outros fatores na situação didática que podem ser fontes de obstáculos que interferem no processo individual de construção do saber (Bittencourt, 1998). E diferente dos didáticos, os “[...] obstáculos de origem estritamente epistemológica são aqueles dos quais não se pode e não se deve escapar, pelo próprio fato de seu papel constitutivo no conhecimento. Eles podem ser encontrados na história dos próprios conceitos” (Brousseau, 1998, p. 108). Podemos perceber isso mediante os exemplos que foram apresentados no início deste capítulo. E sendo assim, é necessário conhecê-los para superá-los.

A propósito:

> Um obstáculo pode ter tanto natureza psicológica quanto epistemológica ou didática e muitas vezes um obstáculo epistemológico é reforçado pelo obstáculo didático. Se é relativamente simples identificar um erro, já a análise de sua estrutura, revelando a rede de concepções ao qual ele está relacionado, assim como reagrupar essas concepções de modo a criar bons instrumentos didáticos são tarefas extremamente complexas. (Bittencourt, 1998, p. 16).

Mediante as pesquisas e análises de estudos, notamos que não há um tratamento universal para solução dos obstáculos, contudo o docente, ao identificar um obstáculo pode usá-lo como uma oportunidade para o estudante refletir formas de corrigir o erro cometido.

Isto é, o professor é capaz de provocar e acompanhar uma aproximação de algum tipo de obstáculo para suscitar essa percepção do erro. E em seguida é possível aproveitar e usufruir de recursos didáticos que venham auxiliar a compreensão desse novo saber e minimizar problemas que poderiam ser causados por esses obstáculos.

As investigações em Educação Matemática, progressivamente, enfatizam a relevância de um ensino que forme os estudantes a estabelecerem conexões mais eficazes e significativas com o conhecimento matemático. A seguir destacamos alguns elementos ressaltados por Raymond Duval em sua teoria sobre as dificuldades de aprendizagem em Matemática.

2.3 A Importância dos Registros de Representações Semióticas na Aprendizagem Matemática

Durante o período de 1970 a 1995, Raymond Duval exerceu a função de pesquisador no Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática - Irem de Estrasburgo, França. No decorrer da sua estadia no instituto, Duval interessou-se por duas linhas de pesquisa, a primeira tratava-se sobre a compreensão de demonstrações por aluno e a segunda, completamente diferente da anterior, enfatizava a importância e a variedade das formas de linguagem nas atividades matemáticas (Freitas; Rezende, 2013).

As duas linhas de pesquisa e os questionários do tipo "[...] será que os alunos reconhecem o que é matematicamente preservado quando se passa de um tipo de representação para outra? Será que os alunos reconhecem, no conteúdo de uma representação, o que é matematicamente pertinente e o que não é?" (Freitas; Rezende, 2013, p. 14). Foram primordiais para o desenvolvimento da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

E no ano de 1995, esse pesquisador francês, Raymond Duval, lançou sua obra intitulada *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellecttuels*. Sendo essa obra:

> [...] um marco em suas produções, por tratar-se da primeira apresentação sistematizada de sua teoria. De lá para cá, sua teoria dos Registros de Representação Semiótica tem sido divulgada em diversos países e publicada em várias línguas. No Brasil é explícito o crescimento do número de pesquisas em Educação Matemática que se fundamentam nos trabalhos de Duval. (Freitas; Rezende, 2013, p. 10).

Filósofo, psicólogo e pesquisador francês Raymond Duval, oferece importantes contribuições para a área de Educação Matemática. Essa teoria situa que na atividade Matemática, na mobilização de seus objetos, só ocorre a acessibilidade através de representações.

Ao buscar um termo para designar esse objeto e distinguir os sistemas semióticos utilizados em Matemática de outros empregados fora dela, Raymond Duval nomeia como 'registro' todos os sistemas semióticos empregados na Matemática. O termo foi escolhido, em primeiro lugar visto que essa é a palavra que Renè Descartes utiliza quando começa a desenvolver a Geometria Analítica e também porque refere-se à extensão dos recursos disponíveis em domínios como a voz, os instrumentos musicais, expressões e jogos (Freitas; Rezende, 2013).

Esse filósofo argumenta que o funcionamento cognitivo do pensamento humano não se separa da diversidade de registros de representação. Não existe compreensão sem significação, "[...] não há noésis sem semiósis" (Duval, 2009, p. 9) elas coexistem no processo de compreensão na Matemática. A *'semiosis'* (do grego), é a construção ou assimilação de uma representação semiótica, já a '*noesis'* são as ações cognitivas que tendem a apreender o objeto, como o pensamento, a percepção, a imaginação, dentre outras maneiras.

E mais, para ele, "[...] a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas" (Duval, 2003, p. 15). Ou seja, a produção do conhecimento surge após a análise de um objeto a partir de diferentes tipos de registro. Sendo assim, o pensamento matemático surge a partir dessa consonância, possibilitando a condição para ocorrer a aprendizagem Matemática. Isso pressupõe que as representações semióticas estão correlacionadas à epistemologia do objeto e ao funcionamento do pensamento.

Ademais, na visão de Duval (2003), de forma comumente ao se analisar do que consiste a compreensão Matemática e a razão dos bloqueios de compreensão de muitos alunos, apontam-se os conceitos matemáticos e as suas complexidades epistemológicas. Contudo, para ele "[...] tal abordagem não é suficiente para caracterizar aquilo que faz a originalidade e a especificidade do funcionamento do pensamento em matemática em relação aos outros domínios do conhecimento científico como a astronomia, a biologia etc" (Duval, 2003, p. 13).

E logo em sequência ele lista duas características, na qual a atividade cognitiva requerida pela Matemática e a requerida em outros domínios do conhecimento devem ser procuradas na 'A importância primordial das representações semióticas' que vai depender das representações utilizadas e 'A grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática'.

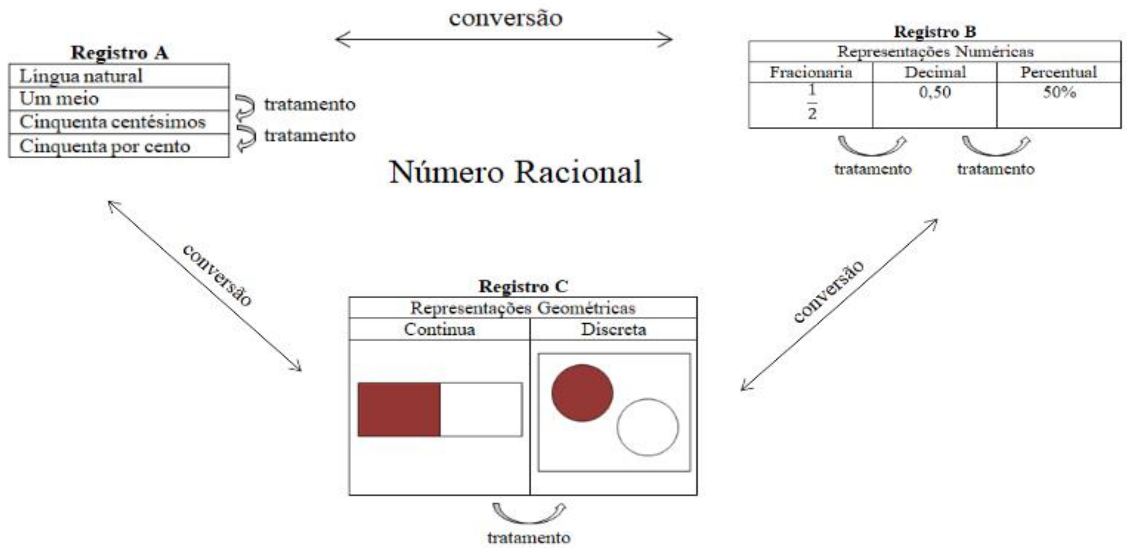
O desenvolvimento das representações mentais, "[...] efetua-se como uma interiorização das representações semióticas da mesma maneira que as imagens mentais são uma interiorização das percepções" (Duval, 2009, p. 17). Acerca das diferentes funções cognitivas é importante frisarmos que a pluralidade dos sistemas semióticos permite o aumento da capacidade cognitiva, e suas representações mentais.

Em seu texto ele evidencia uma diversificada variedade de representações semióticas presentes na Matemática, observe que de acordo com esse filósofo, “[...] além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas, algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é utilizada de outra maneira que não a da linguagem corrente” (Duval, 2003, p. 14). As quais denominam de Registro de Representação Semiótica.

Esses registros estão associados a três questões principais: a formação, o tratamento e a conversão. A formação refere-se às regras e características do objeto estudado, o tratamento são transformações de representações sem mudar de registro, permanecendo no mesmo sistema, já a conversão “[...] é uma transformação que faz passar de um registro a um outro” (Duval, 2009, p. 29), isto é, muda o sistema, porém conserva a referência aos mesmos objetos.

A seguir, na figura 2, fizemos um esquema com os registros mediante os argumentos de Duval, nesse exemplo trabalhamos com o número racional e suas diversas representações.

Figura 2 - Esquema com os tipos de registro presentes no número racional.



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

O esquema acima apresenta três registros de representação: A, B e C. Ademais podemos perceber as transformações externas de conversões entre eles e o tratamento que ocorre em cada registro, indicando a possibilidades de permuta de posição entre eles.

Os registros semióticos como a língua materna, figuras geométricas, os registros algébricos, gráfico, numérico, dentre outros, irão se relacionar por meio de uma coordenação, que servirá para produzir uma correlação entre os registros, sem causar confusão entre as representações de cada registro. (Duval, 2009).

Para guiar um aluno na construção de um conceito matemático, é essencial empregar uma variedade abrangente de representações desse conceito e realizar múltiplas conversões entre elas. Só a partir da correspondência entre os diferentes registros semióticos, a coordenação acontece. Assim, essa é a condição fundamental para o surgimento da aprendizagem Matemática, ou seja, o reconhecimento de um dado objeto em diferentes registros, através de suas representações.

Essas diferentes perspectivas oferecem ao aluno a oportunidade de explorar o objeto de estudo de maneira mais abrangente e profunda. Ao analisar as múltiplas representações, ele é capaz de compreender não somente a sua forma e função, mas também a sua essência e significado. Dessa forma, ao construir seu conhecimento a partir dessas diversas visões, o aluno se apropria do objeto e é capaz de utilizá-lo de maneira mais eficaz em seu aprendizado. O processo de conversão, portanto, não apenas enriquece a compreensão do aluno, mas também promove o desenvolvimento de uma relação mais significativa e produtiva com o conhecimento.

Mas, infelizmente,

> Numerosas observações nos permitiram colocar em evidência que os fracassos ou os bloqueios dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam consideravelmente cada vez que uma mudança de registro é necessária ou que a mobilização simultânea de dois registros é requerida. (Duval, 2003, p. 21).

Ou seja,

> Existe como que um “enclausuramento” de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizado. (Duval, 2003, p. 21)

No entanto há essa necessidade da compreensão Matemática que implica diretamente na capacidade de mudar de registro, pois não se deve de forma alguma confundir um objeto com a sua representação. (Duval, 2003). E diferentemente dos outros domínios de conhecimento, na Matemática os seus objetos não são acessíveis perceptivelmente ou instrumentalmente. De modo que, “[...] o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas” (Duval, 2003, p. 21).

A partir dessa discussão podemos apreender que a Matemática deve ser ensinada considerando a variedade de registros de representação, e "[...] a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão da matemática, embora várias abordagens didáticas não levem em conta esse fato" (Duval, 2003, p. 31). E muitas vezes preferem enclausurar cada registro ao invés de associar/vincular cada registro.

Cada abordagem traz consigo uma nova perspectiva, enriquecendo nossa compreensão e permitindo uma visão mais ampla e completa do objeto em questão. Ao invés de nos limitar a uma única forma de representação, devemos explorar e valorizar a variedade de maneiras de expressar e compreender os conceitos matemáticos. Dessa forma, estaremos contribuindo para um aprendizado mais rico e significativo, que nos levará a uma apreciação mais profunda e abrangente da Matemática e suas aplicações. Pois, privar alguém de uma determinada representação é ofuscar uma forma desse objeto matemático se fazer presente através dela.

É fundamental ressaltarmos que articular um registro ao outro não se trata apenas de uma mudança do modo de tratamento, é preciso haver uma explicação das propriedades ou aspectos diferentes de um mesmo objeto.

Além do mais, ao considerar as contribuições das representações semióticas para o desenvolvimento do ser humano, e no que se refere à Matemática, esse mesmo autor enfatiza o desenvolvimento das representações mentais, a realização de diferentes funções cognitivas e a produção de conhecimento.

O ensino a partir das representações semióticas se justifica por dois motivos principais. Primeiramente, a realização de um tratamento matemático depende do sistema de representação usado. E o segundo motivo é pelo fato de que os objetos matemáticos, desde os números, não são objetos diretamente observáveis, é preciso ter a ajuda de instrumentos.

Com isso, o objetivo do Ensino da Matemática, na formação inicial, deve ser o de proporcionar aos alunos o desenvolvimento do raciocínio, da análise e visualização de objetos matemáticos. O progresso dessas competências está estreitamente ligado à construção do pensamento matemático.

3 O ENSINO DE FRAÇÃO E SUAS PARTICULARIDADES

Neste capítulo, foram abordados diversos aspectos relacionados ao ensino de fração, contemplando reflexões sobre as abordagens desse conteúdo e as ocorrências no mundo onde a relação fracionária é exibida (perspectiva situacional).

Foram expostos os tipos de representações fracionárias (numérica, língua natural, geométrica e algorítmica) e as especificações acerca dos tipos de frações (unitárias, próprias, impróprias, mistas e aparentes) e as diversidades de contextos em que as frações podem ser empregadas, como: parte/todo, quociente, medida, razão e operador.

Além disso, as quatro operações fundamentais com frações – adição, subtração, multiplicação e divisão – foram detalhadas, uma vez que são habilidades essenciais que os estudantes devem dominar para resolver problemas matemáticos de maneira eficaz.

3.1 Refletindo o Ensino de Fração

No começo, a compreensão dos números racionais pode ser desafiadora para os alunos, pois estão acostumados a associar os números a objetos tangíveis, vinculando-os à noção de quantidade e contagem. Contudo, posteriormente é introduzido o conceito de fração, nos quais um número específico representa um ou mais pedaços do todo. Quando abordado pela primeira vez, este pode ser considerado um conceito complexo de internalizar.

No âmbito do Ensino de Matemática, de modo sucinto, a fração é uma das representações dos números racionais que principia os estudantes no entendimento desse conceito, permitindo-lhes representar quantidades que não são inteiras. É um percurso em que primeiro são apresentados os números na forma fracionária, para posteriormente serem introduzidos os números na forma decimal.

Ao pesquisarmos alguns sinônimos para a palavra *fração*, encontramos: parte, parcela, pedaço, porção (de alguma coisa), divisão, separação, quebra, dentre outras. Ou seja, em suma, a fração é uma parte de algo.

É pouco provável que seja na escola a primeira vez que o aluno se depare com o referido termo. No dia a dia, é presumível que o estudante já tenha escutado frases do tipo *foi por uma fração de segundos* ou *meio copo*, dentre outras orações que remetem ao conceito de fração, sendo essas por intermédio de conversas casuais ou em receitas contendo instruções de medidas.

Ao iniciar o ensino desse conteúdo matemático, o professor pode instigar os alunos a buscarem termos que possuem a ideia de parte: meio, metade, terço (da reza), quinto (dos quintos dos infernos), novena (da reza), dízimo (ofertório), entre outras. Utilizados no cotidiano das crianças ou "[...] as idéias (sic) e o sentido de palavras que tenham a mesma raiz etimológica que 'fração': fratura, fraco, frágil, fragmento, fracasso, fracionar, fracionado" (Lopes, 2008, p. 12).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (Brasil, 1997), encontramos que:

> [...] na vida cotidiana o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações *[de outros tipos]*[21]. A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. (Brasil, 1997, p. 68).

Apesar das representações fracionárias, no cotidiano, serem mais frequentes na linguagem oral ou limitada a algumas frações como metades, terços, quartos e doze avos (geralmente as mais usadas), existe a possibilidade de que o estudante traga consigo alguma razoável noção prévia.

Entendemos que o Ensino da Matemática, na educação básica, dentro do possível, deve partir de manipulações de materiais concretos e/ou de situações contextualizadas/problematizadas, propiciando significados para os conceitos trabalhados, conectando situações vivenciadas na escola com outras fora do ambiente escolar.

Júnior (2020) destaca algumas das situações cotidianas em que deparamos com uma noção prévia de fração:

> No esporte temos: *as frações de segundos* que um piloto de "Fórmula Um" perde uma corrida; que um nadador é desclassificado por não atingir o tempo olímpico ou um jogador de basquete pode empatar ou ganhar uma partida nos segundos finais de uma disputa. Uma receita culinária, por exemplo, ¼ de xícara ou ½ xícara de algum ingrediente para compor uma massa. Numa construção, onde a ferragem é conhecida pelos operários como ferro de meia (meia polegada), ferro de um quarto ou três quartos (também em polegadas), além das tubulações hidráulicas e as bitolas de fios no campo elétrico. Na medição de tempo em horas e minutos, quatro horas e meia (meia hora), cinco e quinze (ou cinco horas e um quarto de hora como dito nos USA). Nos preços de uma mercadoria, como R$ 4,25 (cabe aqui realçar para o aluno que a parte decimal, os centavos 0,25 não deixa de ser a quarta parte de um real). Este exemplo é uma boa oportunidade de mostrar que ¼ é um número racional representado na forma de fração e 0,25 também é um

[21] A linguagem também é uma representação.

> número racional representado na forma decimal, e ambos são iguais. (Júnior, 2020, p. 17)

Fonseca e Santos (2019) também corroboram essa concepção em relação ao conteúdo de fração, ao afirmar que:

> [...] o conteúdo de frações na matemática é fácil de ser empregado nas mais diversas situações do nosso cotidiano como, por exemplo, na separação de ingredientes para receitas de bolo, na divisão de uma pizza, no sistema monetário etc. E esse fato pode ser utilizado em sala de aula, pois pode servir como ponte entre a realidade do aluno e o conteúdo de fração, fazendo com que tenha significado para o aluno. (Fonseca; Santos, 2019, p. 54).

Por outro lado, Lopes (2008) atenta para o uso de situações, no ensino de fração, que ele denomina de forçadas, pois "[...] Professores e matemáticos, que apreciam uma cozinha, sabem muito bem que há certa distância entre a matemática formal e a dos livros de receita" (Lopes, 2008, p. 6). Realmente, existe uma diferença entre uma Matemática usual na vida e a da escola, e certamente a busca por contextos realistas a qualquer custo podem mais atrapalhar do que ajudar.

Esse mesmo autor relata uma experiência:

> Certa vez propus uma atividade de redução de receita colocando uma restrição para a quantidade de ovos. O objetivo era que os alunos diminuíssem a quantidade de ingredientes na mesma proporção que a diminuição dos ovos. Comecei a receber e-mails de alunos (de 11/12 anos) questionando como poderiam calcular a terça parte de uma pitada de sal. Outros questionaram o formato das xícaras (não cilíndricas), que não tem marcas de divisão. (Lopes, 2008, p. 6-7).

Para ele:

> A preocupação pela busca de contextos realistas a qualquer custo, leva alguns professores e autores a propor enunciados com referência a frações de polegadas, associadas à medida de parafusos e canos. Reconheço a boa intenção, mas discordo da eficácia nestes casos. A contextualização é inadequada, crianças deste início de século estão distantes de atividades técnicas específicas. Foi-se o tempo em que os filhos acompanhavam os pais em seu ofício, na oficina ou em casa. (Lopes, 2008, p. 7).

Neste contexto, seria aconselhável evitar o uso de quaisquer receitas como modelo de atividade para ensinar o conceito de frações, bem como os casos de exemplos que não refletem mais a realidade contemporânea dos alunos.

Existem outros casos que podem ser explorados, como a manipulação de algumas situações cotidianas que envolvem medição, divisão em partes, aplicação direta ou indireta (por exemplo a música). É necessário utilizar o conceito de uma forma não absurda ou forçada, e podem ser necessários ajustes nas aplicações para que haja um desenvolvimento com os alunos. É interessante utilizar uma variedade de representações, especialmente visuais, uma vez que os processos visuais se tornam mais intuitivos para os alunos.

Observa-se que Júnior (2020), juntamente com Fonseca e Santos (2019), dão exemplos da fácil aplicação do conceito de fração na vida cotidiana. Já em contrapartida, Lopes (2008) afirma que a utilização direta das frações tende a se tornar cada vez menos frequente. Em seu texto ele escreve que:

> Representações analógicas cedem lugar às digitais. Já não se encontram com facilidade balanças e instrumentos de medida com ponteiros, como é o caso dos hidrômetros antigos. O visor do odômetro dos automóveis resiste como um dos últimos mecanismos do gênero onde se lê frações, pelo posicionamento dos ponteiros numa escala, para saber se o tanque tem cerca de ¼, ½ ou ¾ de combustível. (Lopes, 2008, p. 5).

Ele também afirma que, "[...] a notação decimal ganhou a guerra da comunicação e da usabilidade para representar números 'quebrados', não inteiros" (Lopes, 2008, p. 5). Isso estaria acontecendo em função de que, "[...] as regras do sistema de numeração decimal, utilizadas para representar os números naturais, podem ser estendidas para os números racionais na forma decimal" (Brasil, 1998, p. 103).

Dada a conveniência do acesso fácil a calculadoras em smartphones, é frequente que muitos estudantes optem por trabalhar com números racionais por meio de representações decimais em detrimento das frações. Além disso, a familiaridade com operações que envolvem números naturais e a extensão das regras das quatro operações para números decimais, são fatores que contribuem para essa escolha.

Entendemos que a abordagem da porcentagem também, em função do apelo social, vem ganhando uma proporção cada vez maior. Por exemplo, "[...] Numa situação em que se deve comunicar um aumento de salário é mais frequente dizer, por exemplo, que o acréscimo no salário foi de 12%, do que de 12/100 ou de 3/25" (Brasil, 1998, p. 103), dentre outras situações em que o uso de porcentagem é mais recomendado e visualmente mais impactante.

Contudo, o ensino de fração é fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos, tais como: razão, proporções, equações, cálculo algébrico. Além de serem necessárias nos casos de cálculos em que os números tratam de dízimas periódicas, pois

“[...] a representação na forma fracionária favorece a obtenção dos resultados com maior precisão, uma vez que na forma decimal é preciso fazer aproximações” (Brasil, 1998, p. 103).

Júnior (2020) elucida alguns dos exemplos em que o uso da fração é mais vantajoso:

> Faz-se necessário mostrar para os alunos que as operações com decimais esbarram em algumas dificuldades, como, por exemplo, as dízimas que, muitas vezes, nos obrigam a transformá-las em frações geratrizes para podermos dar sequência em determinadas operações. A simplificação, potenciação, radiciação e divisão com frações são muito mais precisas, rápidas e convenientes do que com os decimais. (Júnior, 2020, p. 17).

Isto é, também precisamos das representações dos números racionais como fração. E embora sua aplicabilidade prática no dia a dia possa estar em declínio, ainda desempenha um papel significativo, mesmo que em contextos mais específicos, como evidenciado por Júnior (2020), Fonseca e Santos (2019) e nos PCN (Brasil, 1997). Contudo, é crucial que os educadores estejam atentos ao empregar tais exemplos, uma vez que a compreensão efetiva de frações não se dará simplesmente através de “[...] pseudo-problemas sobre pizzas e barras de chocolates” (Lopes, 2008, p. 7).

Uma vez que a aversão dos alunos pela Matemática, que frequentemente surge devido às dificuldades de compreensão, pode ser atribuída a pseudo-problemas ou a métodos educacionais ultrapassados que enfatizam a memorização de regras.

> O ensino de frações tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo. Esta fixação pelo adestramento empobrece as aulas de matemática, toma o lugar de atividades instigantes e com potencial para introduzir e aprofundar idéias (sic) fortes da matemática. (Lopes, 2008, p. 20-21).

Consequentemente, o estudante passa a “[...] entendê-la como uma simples obrigatoriedade curricular, que só servirá especialmente na escola e sendo assim é necessário tirar nota para conseguir ‘passar’ na disciplina” (Fonseca; Santos, 2019, p. 51). E quando o troféu (boa nota) não é alcançado, há uma reafirmação entre os estudantes que aprender Matemática é somente para os *iluminados/gênios* que gostam dos números e fórmulas.

Como destacamos anteriormente, são inúmeras as dificuldades de compreensão em relação à aprendizagem em Matemática, incluindo o conteúdo de fração, as definições mal explicadas/construídas e aplicações enganosas/forçadas, o que torna o ensino inadequado e insuficiente, prejudicando a aprendizagem de muitos alunos. Decerto, “[...] os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas” (Lopes, 2008, p. 7).

O estudo de fração é constituído de muitas ideias conexas, as quais também podem se tornar obstáculos (como já abordado no tópico 2.2). A noção de fração pode assumir diversos significados: relação parte/todo, divisão, operador, medida, razões (escala, porcentagem, entre outras). Sendo assim, “[...] confinar o tema frações em algumas séries do currículo é um erro grave, desconsidera o fato de que o desenvolvimento do pensamento proporcional se estende por um longo período que vai dos 7/8 anos aos 14/15 anos, em níveis distintos de complexidade” (Lopes, 2008, p. 11).

Trazemos aqui algumas reflexões sobre o ensino dos números racionais com representações fracionárias, envolvendo suas operações e particularidades, tendo por finalidade contribuir para ampliar o conceito numérico do aluno, tomando como base os documentos oficiais, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), cuja implantação se deu em 1998, são diretrizes elaboradas pelo Governo Federal que passou a nortear a educação no Brasil. Nela a escolaridade é organizada em ciclos, tendo como função orientar e garantir a coerência das políticas de melhoria da qualidade de ensino.

Os PCN não impõem um modelo curricular, seu intuito inicial é ajudar a acabar com as chagas da educação no Brasil ou o fracasso escolar, que na época a alta repetição dos estudantes gerava uma evasão escolar o que estava aumentando o analfabetismo. Ademais, mesmo após a implantação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o PCN não é um documento inválido e permanece como um guia.

Ao longo de muito tempo a unidade do ensino brasileiro foi buscada mediante as diretrizes, contudo foi considerada insatisfatória por muitas razões, dentre elas por se tratar de um país grande e diverso, dificultando uma uniformidade apenas com uma orientação genérica. Nos anos de 2013 e 2014 houve um empenho na área da educação para repensar que além de diretrizes houvesse também uma listagem, um levantamento geral nacional de tudo que é fundamental para que os alunos aprendam.

Daí entra a BNCC, um documento de caráter normativo que estabelece todas as aprendizagens fundamentais que os discentes precisam desenvolver ao decorrer da Educação Básica, e isso independe das instituições que frequentam dos municípios ou estados em que estejam, ou seja, é um marco na educação brasileira. A BNCC foi homologada pelo Conselho Nacional.

No mais,

> [...] este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). (Brasil, 2018, p. 7).

É relevante frisar que a BNCC não entrega uma receita pronta sobre como fazer o caminho para chegar ao ponto de chegada, não se trata de currículo. Ou seja, esse caminho é decidido pela escola, Secretaria Estadual, Secretaria Municipal e os educadores locais.

Há uma orientação, uma relação de complementaridade, entre BNCC e currículo e as propostas pedagógicas a serem decididas. E “[...] são essas decisões que vão adequar as proposições da BNCC à realidade local, considerando a autonomia dos sistemas ou das redes de ensino e das instituições escolares, como também o contexto e as características dos alunos” (Brasil, 2018, p. 16). É perceptível que, por si só, o PCN ou a BNCC não melhoram a qualidade, contudo é um guia que mostra a direção a qual a educação deve seguir para que de fato ocorra uma aprendizagem.

De forma concita, a BNCC organiza os conteúdos conforme o ano escolar, isto é, para cada ano da vida escolar existe uma enumeração de saberes a serem abordados e assimilados pelos estudantes, por sua vez o PCN é organizado em ciclos, em que cada ciclo do PCN corresponde a dois anos letivos da BNCC.

Segundo esses documentos, é no 4º e 5º ano (segundo ciclo) do Ensino Fundamental, que o ensino com os números fracionários é iniciado, de forma sucinta, sem se ater às funcionalidades dos termos numerador e denominador, ou seja, é um conceito abordado de maneira elementar.

De acordo com os PCN, nesse segundo ciclo, o ensino dos números racionais deve levar o aluno a “[...] construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social” (Brasil, 1997, p. 55). Ou seja, fazendo a leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente. Além de fazer com que os estudantes percebam a existência de problemas que não podem ser resolvidos utilizando apenas os números naturais que já conhecem.

Com relação aos primeiros contatos do aluno com os números racionais no Ensino Fundamental inicial, a BNCC exemplifica que:

> Na perspectiva de que os alunos aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de tarefas, como as que envolvem medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária. (Brasil, 2018, p. 269).

Nesse primeiro momento “[...] a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com idéias (sic) construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada” (Brasil, 1997, p. 67).

Sendo assim:

> O segundo ciclo tem como característica geral o trabalho com atividades que permitem ao aluno progredir na construção de conceitos e procedimentos matemáticos. No entanto, esse ciclo não constitui um marco de terminalidade da aprendizagem desses conteúdos, o que significa que o trabalho com números naturais e racionais, operações, medidas, espaço e forma e o tratamento da informação deverá ter continuidade, para que o aluno alcance novos patamares de conhecimento. (Brasil, 1997, p. 58).

E aí que entra o 6º e o 7º ano (terceiro ciclo) do Ensino Fundamental, na qual a fração é trabalhada mais sistematicamente, abordando e explorando os seus significados de; parte/todo, quociente, medida, equivalência, comparação, operações (soma subtração, multiplicação e divisão), leituras de frações, representações, equivalência, construções de regras, além de ampliar o sentido operacional e atribuir novos significados para os números.

Neste ciclo, os discentes têm boas condições para perceber as múltiplas representações que os números racionais têm. Exploraram as frações equivalentes, escritas porcentuais e até a notação científica. Sendo assim, constate que “[...] nos terceiro e quarto ciclos alguns conceitos serão consolidados, uma vez que eles já vêm sendo trabalhados desde os ciclos anteriores, como o conceito de número racional” (Brasil, 1998, p. 49).

De todo modo, perceba que no Brasil o ensino desse conceito ocorre já nos ciclos iniciais, contudo, mesmo mediante a isso documentos como o PCN relatam que “[...] o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número [...]” (Brasil, 1998, p. 100).

Outras pesquisas revelam “[...] que mesmo alunos de nível médio ou superior apresentam dificuldades no trato com as frações e demonstram não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos" (Campos e Rodrigues, 2007, p. 70).

Uma realidade não muito diferente dos nossos dias, estudos mais recentes enfatizam também que "[...] é comum que professores das séries finais do ensino fundamental e mesmo do ensino médio, exponham sua incredulidade pelo fato de seus alunos não responderem a atividades que envolvem frações com o desempenho esperado" (Lopes, 2008, p. 10-11).

Das incursões sobre a temática, inferimos que são inúmeros fatores que causam a falta de compressão do conteúdo de fração, incluindo o próprio assunto que causa rupturas das ideias já construídas e o surgimento dos obstáculos mencionados no capítulo anterior[22].

Entres tantos outros aspectos que prejudicam a aprendizagem da Matemática, destacamos também: o professor, tipo de metodologias abordadas, desinteresse dos alunos, o conhecimento lógico-matemático anterior necessário, escassez de recursos, ambiente (pais, administração escolar, colegas e espaço físico), o próprio conteúdo em si, dentre tantos outros[23].

Percebe-se que as dificuldades também vão depender do contexto que diferencia de sala para sala e de escola para escola. Diversos fatores, internos e externos, podem influenciar o andamento da aula ou a assimilação de conceitos, por isso é fundamental refletir constantemente sobre as aulas ministradas e buscar alternativas que possam contribuir para a sua melhoria.

É necessário destacarmos, que no presente estudo quando mencionamos a escola referimos a um modelo que serve para uma representação, o qual não traduz necessariamente ao pé da letra as diferentes realidades da escola. O mesmo se aplica ao aluno, muitas das vezes mencionados nos textos, refere-se a um estudante epistêmico, genérico que representa um conjunto de alunos. Portanto, as dificuldades e soluções variam de situação para situação e para tanto os estudos e análises teóricas a priori devem ser ajustados considerando as limitações e especificidades apresentadas em cada circunstância.

3.2 As Múltiplas Representações da Fração e seus Contextos

A fração pode ter várias representações: numérica, língua natural (português), geométrica (figuras contínuas e discretas) e algorítmica. Diferente dos outros números, a representação fracionária tem algumas particularidades como a presença de um denominador

[22] A exemplo do que registra Magina e Campos (2008).
[23] Como ensina Etcheverria (2019).

(quantidade de partes em que o inteiro é dividido) e o numerador (as partes consideradas do inteiro dividido).

Com relação a sua nomenclatura, repare que "[...] o próprio termo já mostra sua função, o denominador denomina, dá nome às partes em que o inteiro foi dividido" (Silva; Almouloud, 2008, p. 59). E o numerador é o que enumera.

> Comumente, o ensino utiliza e prioriza o trabalho com a concepção parte-todo baseado, principalmente, em figuras que representam grandezas contínuas, tais como segmentos, polígonos e círculos, sendo, por isso, natural o uso dessas figuras para a compreensão das regras operatórias com números fracionários. (Silva; Almouloud, 2008, p. 59).

O fato é que sem a existência de frações não seria possível determinar algumas medidas. O estudo da fração é essencial e se faz necessário em diversos casos, abordagens e contextos. Vejamos algumas especificações dos tipos de frações existentes e suas abordagens em contextos variados.

Por exemplo, *frações unitárias* são quando seu numerador é sempre um (1). Perceba que ao dividirmos algo em partes iguais, cada parte representa uma fração unitária do todo. As *frações próprias*, de forma direta, são quando o numerador (seja qual for esse número) é menor que o denominador.

Já as *frações impróprias* são aquelas em que seu numerador é maior que o denominador. Acresce também que essas frações impróprias representam um valor numérico maior que um inteiro, isso ocorre porque elas são formadas pela soma entre uma parte inteira e uma fração própria. Nesse formato recebem o nome de *frações mistas* também conhecidas como números mistos, ou seja, ela é uma forma de representação das frações impróprias.

Nesses casos os alunos podem se questionar sobre sua representação visual "como explicar a fração 5/3? Como obter cinco partes se o inteiro foi dividido em três?" (Silva; Almouloud, 2008, p. 59). Na metodologia (quadro 5) estaremos trabalhando e apresentando um caso desse em que o resultado de uma operação será uma fração imprópria.

E por fim, as *frações aparentes* são frações impróprias que representam um número inteiro. Nelas o numerador é múltiplo do denominador.

Para além desses casos, existe uma diversidade de contextos na qual as frações podem aparecer, de forma particular ou não particular. Kieren (1991) elenca cinco elementos como cruciais no processo de compreensão dos números racionais, os construtos (ou significados) dos números racionais considerados pelo autor são: relação parte/todo, quociente, medida, razão e operador. Esses conhecimentos são necessários para que os alunos do Ensino Fundamental possam desenvolver as habilidades necessárias.

A fração no contexto relação *parte/todo*

> se apresenta quando um todo (unidade) se divide em partes equivalentes. A fração, por exemplo, indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes, é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais. (Brasil, 1998, p. 102).

Essa compreensão da fração como relação parte/todo requer que o aluno consiga identificar a unidade que simboliza o todo e que saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas. (Brasil, 1998).

A fração no contexto *quociente* o numerador pode ser chamado de dividendo e o denominador de divisor.

> Uma outra interpretação do número racional como quociente de um inteiro por outro ($a: b = \frac{a}{b}; b \neq 0$). Para o aluno, ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir uma unidade em 3 partes e tomar 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 unidades em 3 partes iguais. No entanto, nos dois casos, o resultado é dado pelo mesmo número: $\frac{2}{3}$. (Brasil, 1998, p. 102).

Na utilização da fração como *medida*, uma determinada parte é especificada como referência para medir as demais. Na reta numérica o registro fracionário quantifica certas distâncias a partir do ponto zero, em termos de uma unidade de medida selecionada. Geralmente essas atividades na reta numérica são exploradas, promovendo a discussão sobre a existência de infinitas grandezas entre duas representações fracionárias e a possibilidade de mensurá-las efetuando quantas divisões forem requeridas para as devidas aproximações.

A fração como *razão*, trata-se de uma relação existente entre dois valores de uma mesma grandeza que geralmente são apresentados no estudo de escalas ou porcentagem. Já quando a fração atua como *operador* (ou fração de uma quantidade) sua função é alterar o valor de um número ou quantidade por meio de um processo. Exemplo: quanto é $\frac{1}{3}$ de 90? Isso sendo aplicado em um contexto.

3.3 As Quatro Operações Fracionárias

Com relação às operações, “[...] todas as ações correspondentes às idéias (sic) da adição ou subtração fazem sentido também no universo das frações. Aqui, portanto, a dificuldade é técnica, não é conceitual” (Druck, 2006, p. 8). Isto é, geralmente, as crianças somam ou subtraem numeradores com numeradores e denominadores com denominadores, o que está completamente equivocado e incorreto. Além dessa, outra dificuldade recorrente entre os alunos é quando os denominadores das frações são diferentes.

> No caso em que as frações têm denominadores diferentes é comum utilizar o mínimo múltiplo comum (mmc) para transformar as frações em outras equivalentes e de mesmo denominador. No entanto, acreditamos que tal procedimento prejudica a compreensão da definição da operação de adição. (Silva; Almouloud, 2008, p. 61).

Assim, como esses autores, entendemos que esse procedimento não é o mais adequado para o trabalho inicial com frações em que seus denominadores são diferentes. Pois, inserir o mínimo múltiplo comum (MMC), como uma regra ou macete, acaba prejudicando a compreensão dos alunos.

Neste contexto, a abordagem mais indicada seria priorizar a exploração das transformações em frações equivalentes antes de recorrer ao MMC como uma solução simplificada. Pois, “[...] se os alunos dominam a equivalência entre frações, serão capazes de desenvolver estratégias próprias para resolver problemas que envolvam adições ou subtrações de frações” (Druck, 2006, p. 8).

Desse modo,

> Um aluno que tenha incorporado o significado do denominador, não terá dúvidas sobre o resultado da adição ou subtração de frações com um mesmo denominador. Os exemplos falam por si só. “Se a dois quintos junto mais um quinto, é claro que fico com três quintos – os pedaços são todos do mesmo tamanho, têm inclusive o mesmo ‘nome’, é só contar com quantos pedaços fico ao final da operação”. O mesmo ocorre com a subtração de frações com o mesmo denominador. (Druck, 2006, p. 8).

Já na multiplicação e divisão teremos dificuldades técnicas e conceituais. As conceituais se apresentam logo de início, visto que:

> [...] os significados que os alunos já trazem, associados a tais operações, não mais fazem sentido no contexto das frações. Seria absurdo perguntar, por exemplo, qual é o valor da soma de 7/9 consigo próprio 2/3 de vezes. Não existe coleção com quantidade fracionária (fração própria) de elementos entre os quais seja viável estabelecer combinações. Ou seja, o produto como soma de parcelas iguais ou como número de combinações entre elementos de dois conjuntos perde tipicamente o sentido no campo das frações. O mesmo se passa com a idéia de repartição eqüitativa para a divisão (sic): o que significaria, por exemplo, repartir 1/2 banana por 1/3 de pessoas? (Druck, 2006, p. 9)

É preciso ter cuidados nos exemplos mencionados para as operações de frações. No exemplo mencionado acima teríamos um problema, o que seria ⅓ de pessoa? A divisão envolvendo números fracionários pode estar relacionada à ideia de verificar, por exemplo, "quantas partes cabem". E nessa situação o processo visual se torna mais intuitivo para o estudante, facilitando a compreensão desse conceito.

Mediante essa breve explanação, podemos notar que os "[...] números racionais constituem-se em um dos temas de construção mais difícil, pois sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio" (Campos; Rodrigues, 2007, p. 69).

A complexidade desse conceito matemático aliada a uma abordagem inadequada pode desfavorecer o entendimento dos estudantes.

> Parece haver, então, a necessidade de se explorar formas alternativas de ensino que considerem uma visão mais ampla da fração (tanto em termos de representação como de significado), que encorajem o aluno a adotar seu conhecimento informal sobre frações e que o auxiliem na superação das dificuldades encontradas em relação a esse conceito. (Magina; Bezerra; Spinillo, 2009, p. 415).

E lamentavelmente, em sua maioria, o ensino de fração é por meio da prescrição de regras e macetes para realização das operações. O que acaba afastando o aluno de obter um entendimento mais claro deste conceito. Eles (alunos) aplicam-nas sem terem uma compreensão ou explicação do "por que é preciso seguir essa regra?". Geralmente as respostas são "porque sim", "aprendi desse jeito" ou "é uma regra". Os recursos visuais podem favorecer o processo da explicação de certos conceitos matemáticos.

Tendo em vista, que:

> [...] é necessário descontextualizar as situações para que as habilidades com o cálculo se desenvolvam independente de representações figurais, pois o

> aluno deve aprender significativamente tais regras e não memorizá-las. Atualmente, o que se observa é a impotência do aluno frente a cálculos simples com números fracionários, mostrando que não entende o assunto e não domina as regras. (Silva; Almouloud, 2008, p. 76).

Reconhecemos a importância da parte algébrica e não desmerecemos o seu uso. E destacamos que é preciso haver a transição da parte visual (geométrica) para o entendimento algébrico. Entendemos que a parte visual geométrica é uma opção que promove a compreensão e noção por meio da visualização do procedimento que será posteriormente desenvolvido pela álgebra. Pois, operações com mais de duas frações ou frações contendo numeradores e denominadores grandes necessitam da álgebra, a representação geométrica tem suas limitações.

4 A CONTRIBUIÇÃO DO LABORATÓRIO E DOS JOGOS MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

No presente capítulo, discutimos o Laboratório de Ensino de Matemática e a integração de jogos no âmbito da Educação Matemática. Reconhecemos a relevância dos jogos no processo de ensino e aprendizagem, ressaltando sua inclusão como um recurso essencial no acervo do laboratório. Além disso, para uma utilização adequada desses recursos e a elaboração de um planejamento eficiente, é fundamental que os educadores estejam bem familiarizados com os materiais, sendo que a formação dos professores representa um meio viável para viabilizar essa integração.

4.1 Laboratório de Ensino de Matemática

A Matemática, enquanto disciplina, desempenha um papel fundamental no aprimoramento das habilidades cognitivas, na resolução de problemas e na tomada de decisões em diversas esferas da vida do estudante. É uma ferramenta poderosa que contribui significativamente para o progresso de uma sociedade, justificando-se por meio de vários aspectos, tais como: científico, tecnológico, econômico, profissional, raciocínio lógico, ludicidade, entre outros.

Assim sendo, a Matemática deve ser uma disciplina inclusiva, acessível a todos os indivíduos, independentemente de sua origem ou nível socioeconômico. Portanto, é fundamental que a Matemática seja valorizada e incentivada em todos os níveis educacionais, proporcionando oportunidades iguais para que todos os estudantes possam desenvolver seu potencial e se tornarem cidadãos críticos e ativos em uma sociedade cada vez mais baseada no conhecimento e na tecnologia.

A crítica ao modelo educacional tradicional evidencia que a maioria dos estudantes encontram dificuldades em compreender a Matemática, que é considerada pelos alunos como uma disciplina complexa, levando a um sentimento de aversão em relação a ela. A introdução de jogos matemáticos na educação pode representar uma abordagem eficaz para tornar a disciplina mais atrativa e prazerosa, fomentando a aprendizagem e o aprimoramento das competências matemáticas de maneira lúdica e interativa.

Dentro do âmbito de um ensino que frequentemente gera desafios na compreensão de conteúdos matemáticos, os laboratórios de Matemática emergem como uma ferramenta fundamental no movimento de Educação Matemática. Estes laboratórios visam apoiar tanto os professores quanto os alunos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, possibilitando uma ligação entre teoria e prática.

As experiências compartilhadas por Gonçalves e Silva (2007), em ambiente escolar, observam uma lacuna entre a teoria ministrada e sua aplicabilidade. Além disso, eles registram a importância do laboratório como recurso essencial para o ensino da disciplina em questão, enfatizando a necessidade de haver um espaço próprio voltado para a realização de experiências.

Para os autores mencionados anteriormente, o principal objetivo do laboratório é ser um elo entre teoria e prática, pois "[...] é nesse momento que o aluno pode ver onde e como são aplicados os conceitos que ele adquiriu em sala de aula; é ensinar de uma maneira que o aluno seja levado a usar as mãos, ou melhor, ainda, a sujar as mãos" (Gonçalves; Silva, 2007, p. 8).

As ideias de Aguiar (1999) sugerem o mesmo ao afirmar: "Não se pode negar que o laboratório surgiu para complementar a teoria ou dar sentido à mesma e que a teoria não pode estar distante da prática, precisa haver uma união entre as duas" (Aguiar, 1999, p. 55). A interação entre teoria e prática é essencial para o progresso e desenvolvimento dos conhecimentos. Enquanto a teoria fornece os fundamentos e princípios, o laboratório de Matemática oferece a oportunidade de representar, visualizar e aplicar esses conceitos. É através dessa simbiose que se constrói o caminho para a excelência e a descoberta de novos horizontes.

O documento que guia a elaboração dos currículos escolares em todo o país, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), define diversas competências que os alunos devem adquirir ao longo da educação básica, dentre elas temos que:

> Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. (Brasil, 2018, p. 9).

Lorenzato (2006) justifica a relevância do uso de materiais manipuláveis no Ensino de Matemática, além do aspecto lúdico para promover o aprendizado, afirmando que as "[...] palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimentos. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar" (Lorenzato, 2006, p.

17).

Nesses termos, é imprescindível a presença do tátil-visual, pois somente palavras são insuficientes para propiciar um aprendizado. Lorenzato (2012) também vai advertir que é preciso: “[...] termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno” (Lorenzato, 2012, p. 21). Ou seja, precisamos estabelecer uma conexão sólida entre a teoria e a prática, garantindo assim um processo de aprendizado significativo. Pois somente a ação manual ou visual sobre o material manipulável apenas permitirá que o aluno adquira os primeiros contatos com o saber, a partir do qual é preciso fazer generalizações contendo reflexões.

Compreendemos que só o aspecto teórico distancia o estudante da compreensão, quando trabalhamos apenas números, símbolos matemáticos, fórmulas e equações. Se o professor não utilizar outras abordagens, experimentos ou representações, o processo de compressão acaba se tornando mais difícil para o aluno.

Note que o modelo de ensino matemático que encontramos na atualidade, ainda é uma realidade que foi relatada por D'Ambrósio (1989), em que:

> Primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Segundo, os alunos entendem que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, dos quais não se dúvida ou questiona, e nem mesmo se preocupam em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios. (D'Ambrósio, 1989, p. 16).

Assim, ressalta-se a significância da interligação entre teoria e prática para uma aprendizagem substancial. O aprendizado embasado em significados tem o poder de enriquecer as bases para que os conhecimentos conceituais, procedimentais e atitudinais possam fomentar o aprimoramento de competências, habilidades, valores e princípios éticos necessários para que o discente exerça seu papel de forma eficaz na sociedade.

Sendo assim, através da integração entre teoria e prática, os discentes podem executar o fazer matemático, construindo as abstrações a partir de aplicações dos conceitos matemáticos, considerando atividades e recursos diversificados, envolvendo processos de ensino aprendizagem da Matemática. Mas, cientes de que o recurso por si só, sem discussão ou reflexão sobre ele, dificilmente irá auxiliar na construção de conhecimento.

Conforme Lorenzato (2006), o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) desempenha um papel central nas instituições educacionais, proporcionando aos professores a capacidade de tornar a Matemática mais acessível por meio da estruturação, organização, planejamento e estímulo ao pensamento matemático. Esse mesmo autor ainda enfatiza sobre esse laboratório atuar como um facilitador no desenvolvimento do pensamento dos alunos e na promoção de sua formação cívica, integrando esses estudantes no mundo do trabalho, na cultura e nas interações sociais.

Para Lorenzato (2012), o laboratório vai além de um espaço físico, em sua definição mais ampla, o qual se utiliza da sigla LEM (Laboratório de Ensino de Matemática), ele defende que "[...] o LEM deve ser o centro da vida matemática da escola, mais que um depósito de materiais, sala de aula, biblioteca ou museu de matemática, o LEM é o lugar da escola onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos" (Lorenzato, 2012, p. 6-7).

Ou seja, o LEM é uma estratégia metodológica diferenciada de ensinar e aprender Matemática, que estar para além de um espaço físico, ajudando docentes e discentes a "[...] questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender" (Lorenzato, 2012, p. 7).

E esse aprender Matemática envolve essencialmente a aplicação da capacidade distintiva do ser humano: o pensamento crítico. Refletir sobre experiências concretas e abstratas, transformar essas vivências e empregar o conhecimento adquirido de forma ativa e adaptativa em resposta às demandas presentes no momento e contexto atual. Nesse sentido, o laboratório é um espaço acolhedor e enriquecedor que favorece a realização dessas atividades.

Entretanto, conforme Gonçalves e Silva (2007), as escolas demoraram muito para implantar os laboratórios de Matemática nas suas dependências. Eles afirmam que:

> No decorrer dos anos, as escolas foram equipadas com laboratórios de Física, Química, Biologia e, por último, foram equipadas com laboratórios de Informática, enquanto que para o restante das disciplinas como Português, Matemática, Geografia, etc. foram mantidas as salas "normais" equipadas apenas com carteiras, quadro, giz, mesa do professor e, dificilmente, um retroprojetor, o que é inconcebível nos dias de hoje. Essas disciplinas dispõem de poucos materiais didáticos, geralmente guardados em armários e gavetas, longe da sala de aula. A matemática ensinada nos dias de hoje é, exatamente, como se ensinou para nossos pais ou avós, na base do "guspe e giz", com raras exceções. (Gonçalves; Silva, 2007, p. 5).

O que de fato acabou prejudicando a compreensão dos conteúdos desta disciplina por parte de muitos estudantes, pois o seu ensino perdurou por muito tempo na forma tradicionalista.

Ao longo do tempo, o método de ensino tradicional promoveu um ensino baseado na memorização de procedimentos e regras, fazendo com que os alunos apenas reproduzissem o que o estava sendo transmitido. No entanto, decorar ou copiar não equivale a aprender.

Partimos do princípio que o ensino tradicionalista forma pessoas presas a fórmulas e ao método de memorização, que ao final do ano letivo a maioria acaba esquecendo os conteúdos que foram abordados, é preciso que nas aulas de Matemática haja um trabalho com investigação, experimentos e exploração de conceitos, contribuindo com os discentes na construção de um pensamento abstrato, crítico e consequentemente mais profundo.

Comparativamente a décadas passadas, é notável o aumento de instituições educacionais que reservam um espaço dedicado ao laboratório de Matemática. Diversos tipos de laboratórios podem ser encontrados, cada um com objetivos e abordagens distintas. Esses ambientes são equipados com uma variedade de recursos, como descrito por Lorenzato (2006), que incluem livros abordando temas matemáticos, calculadoras, instrumentos de medição, sólidos geométricos, jogos, ilusões de ótica, sofismas, bem como materiais e instrumentos essenciais para a produção de conhecimento, entre outras ferramentas.

Apesar de não ser o foco, como pesquisadores e educadores do Ensino de Matemática, frequentemente encontramos algumas instituições educacionais que contam com laboratórios de Matemática, contudo, é comum encontrá-los fechados e inativos, com os materiais devidamente guardados. O que intriga e suscita uma reflexão das potenciais razões pelas quais os professores optam por não utilizar os laboratórios de Matemática que estão disponíveis.

Talvez seja necessário um maior apoio e incentivo por parte da gestão escolar para promover a integração desses espaços no cotidiano educacional. Além disso, investir em formação continuada para os docentes, mostrando a importância e os benefícios do uso desses recursos, pode ser uma estratégia eficaz para estimular sua utilização. Trata-se de um cenário que demanda uma investigação mais aprofundada para compreender as razões pelas quais os professores optam por não utilizar os recursos disponíveis nesse ambiente.

A colaboração entre os professores, compartilhando ideias e práticas pedagógicas inovadoras, também pode contribuir para tornar os laboratórios de Matemática ambientes mais atrativos e dinâmicos para o ensino e aprendizagem. Juntos, podemos explorar todo o potencial desses espaços e enriquecer a experiência educativa dos estudantes.

Outra realidade consiste nas escolas que não têm possibilidade de oferecer um laboratório em suas instalações. Considerando essa situação financeira das escolas, os professores podem construir o laboratório com materiais reciclados ou de baixo custo, através de um esforço conjunto. Os educadores podem usar ideias criativas na construção dos materiais ou buscar sugestões disponíveis na internet.

Lorenzato (2012) concorda com essa abordagem e destaca em sua obra que a construção do laboratório é altamente benéfica para o processo educativo dos alunos, contribuindo significativamente para a aprendizagem, pois é praticando que se aprende. Além disso, a turma poderá explorar de forma mais aprofundada as características dos instrumentos a serem construídos, permitindo que o professor se torne mais familiarizado com tais recursos.

No entanto, ao considerarmos a agitada rotina e o incentivo financeiro aos professores, muitas das vezes fica inviável para os educadores estarem construindo recursos didáticos como jogos educativos e laboratórios matemáticos, para enriquecer suas aulas. Nesse contexto, o professor acaba se tornando vítima de um sistema educacional deficiente em estrutura. Embora a proposta de incentivo de Lorenzato seja louvável, a implementação dessas práticas torna-se muitas vezes inviável para os educadores devido a diversos obstáculos externos.

No mais, é necessário que cada instituição possa estar investindo e escolhendo um projeto de acordo com suas necessidades e realidades estruturais específicas, mantendo a premissa de converter o laboratório de matemática em uma extensão da sala de aula. Ou seja, embora não deva haver um modelo único de laboratório para todas as escolas, a essência desse conceito deve ser preservada.

Assim:

> O importante no uso do laboratório não é criar grandes obras, nem apelar para as salas-ambientes como um recurso para resolver todos os problemas, mas é, de acordo com as possibilidades de cada escola, favorecer as condições de trabalho para o professor, para que o mesmo possa ter uma estrutura que facilite a construção do conhecimento. (Aguiar, 1999, p. 146).

Além do mais, a interação entre os alunos e o professor no laboratório de matemática pode proporcionar experiências enriquecedoras, promovendo o trabalho em equipe e a troca de conhecimentos. Ao explorar conceitos matemáticos de forma prática e aplicada, os estudantes podem aprimorar sua compreensão e se sentirem mais motivados em relação à disciplina.

Por fim, o laboratório de Matemática deve ser entendido como:

> [...] uma das alternativas para mudança no sistema tradicional de ensino, pois, ao fazer uso do laboratório, o professor desperta no aluno o prazer em aprender matemática, assegura o interesse e a sua participação. Além disso, o LEM proporciona ao docente uma abordagem mais flexível e interativa, criando situações pedagógicas desafiadoras que estimulam os alunos a aprender e instigar sua criatividade, raciocínio lógico e dedutivo. (Sousa; Almeida; Andrade, 2021, p. 197).

A vista disso, a Matemática pode ser mais valorizada/aceita pelos alunos, trazendo vantagens para o ensino e aprendizagem, instigando nos discentes a capacidade de desenvolvimento do raciocínio, de análise e de visualização por meio da utilização do laboratório. Ou seja, promover uma aprendizagem através dos sentidos e ação (o pensar ou o manipular) que é refletida nesses objetos.

Tal procedimento contribui para o que preconizam os PCN na área de Matemática no Ensino Fundamental, os quais pauta como um dos princípios norteadores que "[...] a atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade" (Brasil, 1998, p. 56).

Dessa maneira:

> Se, em nossas ações profissionais, priorizarmos uma abordagem apenas técnica, comum a perspectiva que restringe a Matemática a si mesma, poderemos apenas adestrar a pessoa em habilidades de cálculo e no uso de algoritmos, negando-lhe o conhecimento matemático necessário para a leitura de mundo a que ela tem direito. (D'Ambrósio; Lopes, 2015, p. 12).

É preciso que as aulas da disciplina em questão sejam mais interessantes e que ajude os discentes a alcançarem as próximas fases, ensinando-os a enfrentar os problemas de um modo mais ativo e autônomo, desenvolvendo a cognição e incentivando-os a levantar hipóteses. Nesses termos, "[...] é possível adotarmos alternativas, tais como: a utilização de materiais manipuláveis e jogos matemáticos, cujo uso tem como um dos princípios a interação professor-alunos, e alunos-alunos" (Araújo; Maciel, 2022, p. 128). Consequentemente, recai nas instituições formadoras a necessidade de uma melhor formação geral do professor de Matemática e especificamente no trato com o Laboratório de Matemática.

4.2 O Uso de Jogos no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Ao decorrer da história encontramos uma diversidade infinita de jogos. Os quais estão inseridos em diferentes contextos culturais, viabilizando o envolvimento do ser humano com jogos desde muito cedo.

Ao pesquisarmos a definição da palavra jogo, encontraremos uma variedade de concepções e designação. Conceituá-lo tem suas dificuldades e particularidades.

> Etimologicamente a palavra JOGO vem do latim locu, que significa gracejo, zombaria e que foi empregada no lugar de ludu: brinquedo, jogo, divertimento, passatempo. Mas não é em todas as civilizações que esta palavra é utilizada com o mesmo significado. Da mesma forma que os idiomas alemão, espanhol e muitos outros, a língua francesa tem apenas uma palavra - jeu - para designar jogo e brincadeira (game e play, em inglês). Isto gera confusão, na medida em que jogo e brincadeira passam a ser sinônimos, desconsiderando as diferenças existentes entre eles. (Grando, 1995, p. 35).

Também pode ser um recurso didático utilizado no ensino, esses tipos de jogos são caracterizados como educativos ou pedagógicos. Pois, referem-se a jogos produzidos especificamente com intuito de ensinar as pessoas sobre determinado assunto ou para ampliar conceitos. Uma atividade lúdica, que procura ir além de simplesmente divertir os seus participantes.

Os jogos e as brincadeiras foram amplamente adotados nas civilizações antigas, sem preconceitos ou exclusões, visto que eram reconhecidos como ferramentas valiosas no ensino da aprendizagem da leitura, do cálculo e da educação pessoal em geral. No entanto, existia um ponto de vista divergente defendido por um grupo pequeno, mas influente, que considerava os jogos sacrilégios, antiéticos e desprovidos de valor (inútil)[24].

> O interesse pelo jogo decresce com o advento do Cristianismo, a poderosa sociedade cristã que toma posse do Império desorganizado e impõe uma educação disciplinadora Escolas episcopais e anexas a mosteiros impõem dogmas e distanciam-se do desenvolvimento da inteligência. Os mestres recitam lições e lêem (sic) cadernos. Aos alunos resta a memorização e a obediência. Neste clima não há condições para a expansão dos jogos, considerados delituosos, à semelhança da prostituição e embriaguez. (Kishimoto, 1994, p. 15).

Com isso, infelizmente, o Cristianismo introduz uma noção distorcida do uso de jogos e uma ideia pedagógica de repreensão e controle, o que acaba por reduzir os ideais lúdicos. Mas, felizmente, os jogos retornam no período dos ideais do Renascimento, como uma

[24] Como relata Alves (2001).

atividade ligada ao cotidiano escolar, benéfica à aprendizagem e promotora do processo de aprendizagem, auxiliando no desenvolvimento do entendimento dos conceitos de diversos conteúdos. (Kishimoto, 1994). E é "[...] este o momento apontado como início efetivo e expansão do jogo educativo" (Schwartz, 1998, p. 68).

Posteriormente, no século XVI, um padre franciscano usou o jogo de cartas como um recurso de jogo educativo:

> O baralho adquire nessa época o estatuto de jogo educativo pelas mãos do padre franciscano, Thomas Murner. Percebendo que seus estudantes não entendem a dialética apresentada por textos espanhóis, edita uma nova dialética em imagens, sob forma de jogo de cartas, engajando os alunos em um aprendizado mais dinâmico. (Kishimoto, 1994, p. 16).

Os jogos têm sido utilizados como ferramentas educacionais há algumas décadas e a eficácia desta abordagem tem sido extensivamente estudada e expandida até os dias atuais. Ao utilizarmos os termos "Jogos Educativos" e "Jogos Matemáticos" encontramos 310 trabalhos acadêmicos na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), dos quais 275 eram Dissertações e 35 Teses[25]. Existe uma variedade de trabalhos em demais bancos de dados e em outros tipos de produções, que respaldam esse aumento na busca pela análise do uso dos jogos educacionais no ambiente escolar e no Ensino de Matemática.

Um jogo será considerado educacional, quando além de envolver competição, regras e restrições, apresentar objetivos educacionais bem definidos. Assim, "[...] o equilíbrio entre as duas funções, lúdica e pedagógica, caracteriza o que se convencionou denominar de jogo educativo, e o desequilíbrio entre elas estabeleceria a predominância do jogo sobre o ensino ou do ensino sobre o hedonismo [...]" (Schwartz, 1998, p. 67).

Uma atividade com jogo pedagógico é aquela que estimula a aprendizagem, promove a competição, além de ser organizada por regras e restrições, tendo como finalidade alcançar um determinado objetivo educacional.

São jogos planejados particularmente para ensinar conteúdos específicos ou para reforçar a aprendizagem de determinadas habilidades. Compostos por objetivos, para guiar e orientar o jogador durante as jogadas, interações, que ocorre entre os participantes para desenrolar as jogadas, regras e restrições, que auxiliam os jogadores determinando o que é permitido dentro do jogo. Tais elementos potencializam o seu uso como estratégia de ensino.

Bem como Emerique (1999) aponta, também acreditamos, que o jogo exigirá uma

[25] Até a data de publicação dessa dissertação.

posição do professor que lhe permita abrir mão do controle autoritário. E adotar uma postura mais democrática nem sempre é bem aceita. Isso implica reconhecer que o conhecimento é construído de forma colaborativa, e que o professor não detém o saber de forma absoluta, mas atua como mediador entre os alunos e o conteúdo a ser estudado. E quanto a isso, ainda existe uma relutância.

Assim, o jogo é uma atividade que

> [...] não tem se revelado de fácil consecução, sobretudo porque somos, desde os primeiros anos de vida, imersos numa cultura anti-lúdica que exige: "deixe de brincadeira!", que afirma: "brincadeira tem hora!", que culmina com a fala dos professores: "vamos parar de brincar que vai começar a aula!". (Emerique, 1999, p. 189).

É necessário que as escolas se empenhem em resgatar brincadeiras e instrumentos que contribuam para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. E que possam promover momentos lúdicos em aulas, nos eventos escolares ou até por meio das atividades extraclasse que viabilizem a execução dessas atividades em tempos livres (por exemplo: nas aulas vagas). Essas iniciativas permitem que os alunos desfrutem de seu tempo de forma saudável, utilizando jogos que estimulem suas habilidades cognitivas. Além de auxiliar no desenvolvimento cognitivo, promovendo a socialização, estimulando a criatividade e desenvolvendo habilidades motoras.

Cabe às instituições de ensino entenderem a importância desse resgate e investirem em ações que promovam um ambiente escolar mais diversificado e estimulante. Em 1999, Emerique já estava preocupado em a escola ser o único lugar onde os adolescentes e crianças possam brincar, ele relata: "Pessoalmente, considero mais grave ainda a perspectiva de que a escola venha a ser um dos últimos lugares a valorizar e a utilizar o lúdico (o jogar e o brincar) como recurso privilegiado para a motivação e o comprometimento com o processo de 'ensinagem'" (Emerique, 1999, p. 196). Os anos passaram e agora estamos almejando que ao menos as escolas conservem esse lugar e que venha fomentar vivências lúdicas e educativas.

Não desmerecendo os jogos digitais, cada um contribui com sua maneira para os processos de educação, integrando o aspecto lúdico e divertido à assimilação de conhecimento e ao aprimoramento de habilidades e atitudes[26]. Mas acreditamos que os analógicos propiciam uma interação mais direta e íntima entre indivíduos, o olho no olho, colaboração e senso de

[26] As autoras Ramos; Knaul; Rocha (2020) descrevem algumas contribuições no uso de jogos digitais e analógicos na escola.

equipe, além de trabalhar o sentido do tato por meio das peças e objetos palpáveis.

Embora os jogos possam certamente ser uma forma divertida e envolvente de aprender, eles não são uma panaceia[27]. Ao invés disso, é importante enxergá-los como um recurso que auxilia e motiva tanto professores quanto alunos durante o processo de ensino e de aprendizagem.

Entre os vários benefícios que podem ser explorados através de sua aplicação, Pereira (2013) destaca outros aspectos:

> O jogo é uma forma "inteligente" de criar nos alunos uma autodisciplina e sentido de cumprimento das regras propostas. Os alunos têm uma perfeita noção de que se infringirem as regras, poderão ser penalizadas no jogo. Têm a liberdade de o fazer, mas, se o fizerem, terão de se responsabilizar pelos seus atos. O respeito e empenho na atividade de jogo é inclusivamente, um exercício de cidadania porque também na sociedade em que vivemos, temos regras de conduta e leis que se não as cumprirmos, teremos de ser responsabilizados pelos nossos atos. (Pereira, 2013, p. 22).

São as competências que prepara o aluno, muitas vezes, de forma indireta a desempenhar a cidadania. Possibilitando o aprimoramento da sensibilidade, da estima e da amizade. Uma ampliação social e uma concepção sociointeracionista.

> [...] a criança aprende ao lidar com o jogo de regra e também desenvolve suas estruturas cognitivas ao lidar com os mesmos. Nessa concepção, o jogo promove o desenvolvimento, porque está impregnado de aprendizagem. E isto ocorre porque os sujeitos, ao jogarem, passam a lidar com regras que lhes permitem a compreensão do conjunto de conhecimentos veiculados socialmente, permitindo-lhes novos elementos para apreenderem os conhecimentos futuros. (Moura, 1994, p. 21).

Evidenciamos que no contexto desta pesquisa, o enfoque será o jogo pedagógico, mais especificamente, o jogo no ensino da Matemática. E estaremos abordando as vantagens, desvantagens e suas aplicabilidades, de tal modo a delimitar o tipo de intervenção pedagógica com jogo a ser estudada e apresentada.

A seguir, apresentamos alguns pontos essenciais a considerar na utilização de jogos.

> O jogo é uma situação privilegiada afetiva, social e cognitiva; não pode ser imposto nem dele se exigir resultados; no entanto, é ordem e cria ordem, pois rompe com a rigidez, com o autoritarismo, o controle e o mando, democratizando as relações; não se confunde com fetiches metodológicos, fórmulas mágicas ou modismos; exige uma postura consistente e uma

[27] Em sentido figurado, uma solução para um problema complexo.

> abertura para o risco, a ambivalência e o incerto; ao mesmo tempo, pode tornar reais o prazer da descoberta, o encantamento que seduz, a entrega ao novo. (Emerique, 1999, p. 195).

A essência do jogo está justamente na liberdade e na espontaneidade. No entanto, é interessante notar que, mesmo sem imposições ou exigências, o jogo consegue criar ordem e estrutura. Isso acontece porque o jogo rompe com a rigidez, com o autoritarismo, o controle e a ordenança, permitindo que as relações sejam democráticas e igualitárias.

A abordagem de jogos no ensino é também motivada pelos PCN, que afirmam:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (Brasil, 1998, p. 46).

E as atividades com jogos concedem ao professor analisar e avaliar os seguintes aspectos:

> Compreensão: facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio;
> Facilidade: possibilidade de construir uma estratégia vencedora;
> Possibilidade de descrição: capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar;
> Estratégia utilizada: capacidade de comparar com as previsões ou hipóteses. (Brasil, 1998, p. 47).

Ou seja, "[...] para o professor, é uma atividade provida de um interesse didático-pedagógico, visando um 'ganho' em termos de motivação do aluno à ação, à exploração e construção de conceitos matemáticos" (Grando, 1995, p. 35). Assim, ao utilizar jogos como estratégias de ensino, o professor pode criar um ambiente mais descontraído e divertido, viabilizando uma experiência lúdica aos estudantes. E isso pode fazer com que eles se envolvam de maneira mais ativa na aquisição de habilidades e conhecimentos matemáticos.

E a BNCC reforça essa importância dos jogos na aprendizagem da Matemática, ao afirmar que:

> [...] a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos,

> sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, [...] têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (Brasil, 2018, p. 276).

Existe uma variedade de aspectos que o docente responsável pode usufruir ao utilizar esse recurso no ensino. Pois, a utilização de jogos viabilizam exercitar a habilidade mental e a imaginação dos alunos, por meio de atividades lúdicas ocorre uma brincadeira educativa, prendendo a atenção e promovendo entusiasmo[28].

Ou seja,

> [...] É pelo fato do jogo ser um meio tão poderoso para a aprendizagem das crianças, que em todo lugar onde se consegue transformar em jogo a iniciação à leitura, ao cálculo, ou à ortografia, observa-se que as crianças se apaixonam por essas ocupações comumente tidas como maçantes. (Piaget, 2006, p. 158).

Além de ensinar com maior eficiência, trabalhando as informações de formas variadas, estimulando diversos sentidos, gerando uma competição saudável entre os participantes, prendendo a atenção e o interesse do aluno, promovendo a retenção da informação e facilitando o acesso à compensação de determinados conceitos.

O jogo é, sem dúvida, uma ferramenta de grande relevância, no entanto, é fundamental estar consciente que:

> Os conceitos matemáticos que se deve construir, com ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam. (Passos, 2009, p. 81)

A atividade que incorpora a ludicidade tem potencial para ser um recurso facilitador do processo de ensino e aprendizagem. Porém, bem como destacado anteriormente, reforçamos que o uso pelo uso desse recurso ou qualquer outro não é garantia de uma aprendizagem, se faz necessário haver um planejamento dessas ferramentas instrucionais eficientes.

---

[28] Como explica Teixeira e Apresentação (2014).

É essencial que sua aplicação esteja vinculada a metas claramente definidas para promover a aprendizagem da Matemática, assim:

> O importante da ação é que ela seja reflexiva e que o aluno aprenda de modo significativo, desenvolvendo atividades nas quais raciocine, compreenda, elabore e reelabore seu conhecimento, sendo que o uso de materiais pode trazer uma grande contribuição nesse sentido. Afinal, o aluno é um sujeito ativo na construção do seu conhecimento; ele aprende a partir de suas experiências e ações, sejam elas individuais ou compartilhadas com o outro. (Fiorentini; Miorim, 1990, p. 6).

E como qualquer outro método adotado ou recursos utilizados, teremos pontos positivos e negativos. O professor quando for utilizar jogos como estratégia de ensino deve refletir com antecedência esses pontos. Segundo Grando (1995), a inserção de jogos implica em vantagens e desvantagens, como podemos ver no quadro abaixo.

Quadro 2 - Vantagens e desvantagens do jogo no contexto de ensino e de aprendizagem.

VANTAGENS	DESVANTAGENS
- (re) significação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; **- introdução e desenvolvimento de conceitos** de difícil compreensão; - desenvolvimento de **estratégias de resolução de problemas** (desafio dos jogos); - aprender a **tomar decisões** e saber **avaliá-las**; **- significação** para conceitos aparentemente incompreensíveis; - propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (**interdisciplinaridade**); - o jogo requer **a participação ativa do aluno** na **construção** do seu próprio **conhecimento**; - o jogo favorece a **interação social** entre os alunos e a conscientização do **trabalho em grupo**; - a utilização dos jogos é um fator de **interesse** para os alunos; - dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da **criatividade**, do **senso crítico**, da **participação**, da **competição** "sadia", da **observação**, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do **prazer em aprender**; - as atividades com jogos podem ser utilizadas	- quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um **caráter puramente aleatório**, tornando-se um **"apêndice" em sala de aula.** Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, **sem saber porque jogam**; - o **tempo gasto** com as atividades de jogo em sala de aula **é maior** e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; - as **falsas concepções** de que se devem **ensinar todos os conceitos através de jogos**. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; **- a perda da "ludicidade" do jogo** pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - a **coerção do professor**, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, **destruindo a voluntariedade** pertencente à natureza do jogo; - a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho

para desenvolver habilidades de que os alunos necessitam. É útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - as atividades com jogos permitem ao professor identificar e diagnosticar algumas dificuldades dos alunos.	docente.

Fonte: Grando (2004).

A utilização de jogos pedagógicos no processo de ensino e de aprendizagem sem um bom planejamento é capaz de acarretar as desvantagens destacadas acima, além de tudo tal ação pode ser tão frustrante quanto decorar fórmulas sem sentido. Desse modo, a ação pedagógica acaba sendo ruim para os alunos e professores também. É necessário e ideal que se ofereça condições para que os participantes possam aproveitar o jogo e aprender com ele.

Ao utilizar os jogos interativos para fins educacionais, no Ensino de Matemática, podemos estar desmistificando essa ideia. Contudo, o seu funcionamento dependerá de variáveis internas (planejamento) e externas (alunos, ambiente, vontade, entre outras variáveis) para um bom aproveitamento e funcionamento. Mas, defendemos que o jogo pedagógico bem selecionado, mediante a um planejamento e contendo os objetivos bem estabelecidos, pode contribuir com a melhoria do desenvolvimento das capacidades/habilidades de ensino, colaborando para uma aprendizagem com significado.

Ademais, é válido salientar que se o docente não gosta de jogos talvez utilizar esse tipo de recurso não seja tão favorável em sua aula, assim outras ferramentas de ensino podem estar sendo usufruídas por esse professor para se obter melhores resultados.

Todavia, a nossa convicção é que a incorporação de jogos educativos na escola, sobretudo nas aulas de Matemática, pode efetivamente enriquecer a formação afetiva, física, social e moral, inserindo-se de forma harmoniosa no ambiente escolar como um recurso pedagógico fundamental para a construção de conceitos. Pois, talvez ao utilizar os métodos usuais no ensino eles acabam sendo negligenciados pelos alunos, enquanto que o jogo pode trazer outra proposta de abordagem positiva.

4.3 Formação de Professores

A falta de uma formação adequada, seja pontual ou contínua, que passa pelo domínio dos conteúdos matemáticos, da história e da didática dessa disciplina, pode gerar no professor dificuldades para o desenvolvimento de um bom planejamento e da identificação de obstáculos na aprendizagem dos alunos.

Para os professores em formação inicial, uma abordagem apropriada seria a inclusão de disciplinas que ampliem o entendimento dos processos envolvidos na utilização de materiais manipuláveis e jogos matemáticos. Visto que "[...] a formação clássica desse profissional, inicial e continuada, necessita ser transformada e concebida na perspectiva do desenvolvimento profissional" (Perez, 1999, p. 269), promovendo assim uma interação entre domínio de conteúdos e metodologia de ensino destes.

Do ponto de vista da formação contínua, esta não deve ser ater a encontros isolados, pois "[...] não é suficiente que o professor de Matemática participe esporadicamente em grupos de reflexão sobre a prática, ou elaboração e participação em projetos em colaboração com outros professores, mas que interiorize o trabalho colaborativo como forma de atuar no cotidiano" (Imbernón, 1994, p. 98 *apud* Perez, 1999, p. 275).

Precisa ser algo planejado, com metas que venham considerar as dificuldades relacionadas à participação e ao interesse dos professores ou das escolas, uma vez que é crucial estabelecer um vínculo sólido com os participantes que estão promovendo a formação e o corpo escolar, para viabilizar essa colaboração. Como a comunidade acadêmica do ensino superior pode estar se aproximando desses profissionais e lidando com situações em que não estejam receptivos a novas propostas é uma questão a ser cuidadosamente ponderada.

Isto posto, ressaltamos a necessidade do desenvolvimento contínuo de formação para os professores que já atuam nas instituições de ensino. Através de estudos, é possível estabelecer uma troca de conhecimento entre teoria e prática pedagógica, contribuindo para enfrentar desafios e identificar métodos eficazes para superar obstáculos.

Em síntese, a formação continuada é um processo extenso de desenvolvimento profissional, no qual a reflexão, a cooperação, o trabalho colaborativo e a solidariedade são elementos constantes na jornada do professor pesquisador.

Seja por escolha ou por imposição do sistema, é conhecido que muitos professores aderem rigidamente ao conteúdo dos livros didáticos, sem promover intervenções ou avaliar a eficácia da abordagem do livro, só para garantir que os alunos tenham trabalhado/visto o livro didático ao concluir o ano letivo.

A fragilidade na formação de alguns professores e até mesmo de autores de livros didáticos é destacada por Lopes (2008), que ressalta: "A maioria dos professores e autores de materiais didáticos, desconhece a história do conceito de frações, bem como suas componentes, epistemológica e cognitiva" (Lopes, 2008, p. 20-21).

Nesse contexto, destacamos a vulnerabilidade no desenvolvimento de professores em relação ao ensino da Matemática, especialmente no que diz respeito ao tema de frações. Isso nos leva a sustentar a importância não apenas de uma formação inicial sólida, mas também de um desenvolvimento profissional contínuo.

Diante dessa realidade, é fundamental investir em programas de formação dos docentes, proporcionando-lhes ferramentas e estratégias para abordar o ensino/estudo sobre fração de forma mais eficaz e acessível. Além disso, a promoção de espaços de reflexão e troca de experiências entre os professores pode contribuir significativamente para a melhoria do Ensino de Matemática. A valorização do constante aprimoramento profissional reflete diretamente na qualidade da educação oferecida aos estudantes, tornando-se essencial para o desenvolvimento pleno de suas habilidades matemáticas e cognitivas.

Em relação aos materiais didáticos, os educadores devem estar preparados para utilizá-los. Pois, caso os educadores não dominem plenamente o uso dessas ferramentas, é provável que os alunos não os empreguem de forma apropriada. Lorenzato (2006) destaca a necessidade de que as instituições, responsáveis pela formação dos professores de Matemática, estejam guiando os futuros docentes para o uso do laboratório de Matemática, fazendo com que os discursos e estudos sobre o uso do LEM proporcione um ambiente de reflexão e desenvolvimento de novos conhecimentos.

Tendo como base a importância da preparação do docente em utilizar o laboratório, Lorenzato (2006) exemplifica que o grande diferencial vai estar no professor, pois ele precisa mostrar conhecimento sobre o que irá trabalhar, partindo do princípio que ninguém ensina aquilo que não sabe. Desta forma, quando utilizado de maneira correta é possível promover as capacidades cognitivas e habilidades que contribuem na formação de estudantes para o mundo, contribuindo no desenvolvimento integral dos discentes.

Com esta observação, não estamos preconizando a obrigatoriedade do emprego de recursos didáticos em todas as aulas, tampouco estamos defendendo que exclusivamente essa abordagem deva ser adotada ou que somente os tipos de práticas aqui apresentados são suficientes para a total compreensão dos alunos sobre o assunto. Estamos, contudo, ressaltando os pontos pertinentes dessa metodologia.

> Cada aula é uma aula, mas, não necessariamente todas as aulas de Matemática devam acontecer com material que compõem o LEM e o professor não deve se culpar por isso, o que o professor tem que fazer é um bom planejamento. Em se tratando da utilização do material disponível no LEM, o profissional necessita estar seguro do que deseja fazer. (Araújo;

> Maciel, 2022, p. 132-133).

Em outras palavras, o educador não tem obrigatoriedade de empregar alternativas ao ensino tradicional, preconizadas pela Educação Matemática, corporificadas nas novas tendências do Ensino de Matemática. Contudo, é imperativo que ele elabore um planejamento. Pois, restringir-se ao ensino tradicional ou perpetuar práticas já ultrapassadas, na nossa concepção, não representa a abordagem ideal. Não estamos sós neste ponto de vista, pois D'Ambrósio (2012) defende que:

> O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e na crítica de novos conhecimentos [...]. (D'Ambrósio, 2012. p. 73).

Talvez "dispensado" não literalmente no sentido da palavra. Pois o sistema ainda conserva muitos professores que mantêm um ensino nesse estilo. Porém, os alunos evidenciam em suas ações quando a aula é desanimadora.

Esse novo papel do professor, defendido nos estudos e pesquisa dos teóricos, necessita ser internalizado pelos educadores atuantes em sala de aula. Um professor comprometido, entusiasmado e que desempenhe o papel de facilitador no processo educativo pode ter um impacto significativo na vida dos estudantes. De tal modo que, ao fomentar o interesse dos alunos pela disciplina, incentivando a curiosidade e a criatividade, ele contribua para a criação de um ambiente favorável ao aprendizado.

> Quando procuramos formar uma sala de aula que seja um lugar onde os alunos tenham plena liberdade de se expressar, criar, desenvolver seu raciocínio e sua originalidade, de descobrir por eles mesmos caminhos diferentes de chegar às respostas, devemos lembrar de uma pessoa que é fundamental para que isto tudo não seja uma utopia: o Professor, que, para atuar nesta sala de aula, deve ter consciência de que é ele o principal construtor desse ambiente e o aluno, um ser único com características próprias, que devem ser estimuladas. (Perez, 1999, p. 267-268).

O professor desempenha um papel fundamental como o principal arquiteto desse cenário educacional. É essencial que ele reconheça e fomente a criatividade dos alunos, pois essa abordagem é fundamental para criar um ambiente educativo enriquecedor e provocante, ajudando os estudantes a superar os desafios que enfrentarão no futuro. Para que isso seja efetivo, o professor precisa possuir características intrínsecas de criatividade e contar com uma boa formação que possibilite o seu trabalho na perspectiva de guiar esses alunos de maneira eficaz.

O educador precisa desafiar o aluno, problematizando situações e não entregando a resposta de imediato das questões. Deve instigá-lo a buscar a solução, a partir dos instrumentos matemáticos trabalhados, proporcionando assim um aprendizado autônomo em que o professor age como um mediador no processo de construção do conhecimento e o aluno como agente do seu próprio aprendizado.

Como Perez (1999, p. 269), também “[...] consideramos o professor de Matemática o principal mediador entre os conhecimentos matemáticos historicamente produzidos e os alunos, e um dos grandes responsáveis por possíveis transformações tanto na escola, como na sociedade”.

Todavia, sabemos também que existem outros fatores externos e internos que interferem nesse ambiente e dificultam essa sequência, almejada para uma aprendizagem com significados da Matemática. É crucial considerar a influência de elementos psicológicos, socioeconômicos, metodológicos, defasagem no ensino e até mesmo o apoio familiar na jornada educacional dos estudantes.

Face a esta realidade, consideramos os recursos disponíveis, tais como o laboratório de Matemática e os materiais nele contidos, ferramentas que têm o potencial de auxiliar tanto os professores quanto os alunos no processo de ensino e de aprendizagem. Através de aplicações práticas, manipulação de materiais concretos e jogos matemáticos.

Dessa forma, ao incentivar esses trabalhos individualmente ou em grupo, é viável explorar de maneira mais eficaz o desenvolvimento cognitivo dos alunos, levando-os a perceber a relevância e aplicabilidade dos conteúdos matemáticos. Essa abordagem contribui significativamente para a superação de desafios e obstáculos na compreensão dos conceitos, promovendo assim uma aprendizagem mais efetiva e prazerosa.

Diante da vasta gama de materiais encontrados em ambientes laboratoriais, este estudo enfoca a utilização de jogos, seguido por uma análise mais aprofundada desse recurso. O jogo a ser apresentado posteriormente destaca a importância do uso de laboratórios no Ensino de Matemática, tanto na formação inicial quanto na continuada de professores. Além disso, ressalta a relevância dos registros de representações semióticas e aborda a superação de obstáculos no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de frações.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste segmento, delineamos a metodologia adotada para a realização deste estudo. Inicialmente, optou-se por uma abordagem qualitativa de cunho básico, com um propósito descritivo, configurando-se como uma pesquisa de campo com análise de caso. A seguir, destacamos os participantes envolvidos na pesquisa, detalhando o processo de coleta e análise de dados, fundamentando a escolha dos métodos e abordagens empregados.

A fim de alcançar nossos objetivos, de buscar interpretar e analisar os acontecimentos no processo de intervenção, optamos por realizar uma pesquisa do tipo qualitativa. Pois, "[...] No senso comum, o qualitativo é entendido como o oposto ao quantitativo. Um falando de qualidade e tendo a ver com o subjetivo, com o sentimento, com opiniões acerca das coisas do mundo. O outro, quantificando aspectos objetivos sobre essas mesmas coisas" (Bicudo, 2006, p. 101). Sendo assim, "[...] a pesquisa qualitativa não é generalizável, mas *exploratória*, no sentido de buscar conhecimento para uma questão sobre a qual as informações disponíveis são, ainda, insuficientes" (Vieira, 2009, p. 6).

Portanto, "[...] o qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões [...] entende-se que a noção de rigor não seria aplicável a dados qualitativos, uma vez que faltaria precisão e objetividade, dificultando ou impossibilitando a aplicação de quantificadores" (Bicudo, 2006, p. 106). Ou seja, essa abordagem investiga informações baseadas em dados verbais e visuais para compreender um determinado fenômeno em profundidade, analisando a variedade e complexidade das experiências humanas, buscando entender o significado atribuído pelos sujeitos aos fenômenos investigados em seu contexto natural.

Os seus resultados derivam de informações empíricas coletadas de forma estruturada, fazendo uso de registros em formatos variados, como palavras, frases, imagens e áudios. Além disso, recorremos a diferentes instrumentos de pesquisa, como questionários abertos, formação dialogada e aplicação de jogo. Ao lidar com dados representativos, torna-se essencial empregar técnicas específicas para a coleta e análise de dados.

Decidimos realizar uma análise fundamentada nas respostas dos participantes durante a formação dialogada dos professores, nos dados obtidos nos questionários, bem como nas opiniões e contribuições acerca da utilização do jogo.

5.1 Participantes e Local da Pesquisa

Com o intuito de atingir os objetivos estabelecidos, os participantes da pesquisa consistiram em professores de Matemática de uma instituição escolar específica. Esses professores ministram ou ministraram aulas no Ensino Fundamental II, sobretudo no 6º ano, em uma região determinada do sertão da Paraíba (PB).

Optamos por selecionar esta escola devido à sua localização na cidade de residência da pesquisadora deste estudo e aos laços estabelecidos com a instituição. A pesquisadora frequentou a escola durante todo o Ensino Fundamental I e II e, após esse período, almeja contribuir de alguma maneira em reconhecimento ao papel desempenhado pela escola em sua formação.

A abordagem foi por meio de uma pesquisa de campo, na qual pretendemos ter um contato direto com a população pesquisada, com encontros que ocorrerão em datas previamente marcadas em uma instituição escolar, para que possamos reunir um conjunto de informações para serem analisadas.

5.2 Fases da Pesquisa

Quanto aos procedimentos técnicos, optamos por um estudo de caso, uma vez que a pesquisa envolve um restrito grupo de professores com um conteúdo matemático delimitado e por permitir uma minuciosa análise das informações para uma melhor apreensão da problemática em questão. O estudo de caso caracteriza-se "[...] pelo estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira a permitir o seu conhecimento amplo e detalhado, tarefa praticamente impossível mediante os outros tipos de delineamentos considerados" (GIL, 2008, p. 57-58).

Inicialmente, programamos a realização de uma entrevista estruturada com cada professor, através de perguntas abertas e devidamente planejadas referente ao ensino de fração (Apêndice B). Sabe-se que "[...] a entrevista estruturada desenvolve-se a partir de uma relação fixa de perguntas, cuja ordem e redação permanece invariável para todos os entrevistados [...]" (Gil, 2008, p. 113).

Nesses casos "[...] os pesquisadores da área qualitativa preferem as questões abertas. Eles enfatizam a relatividade cultural do sentido das palavras - isto é, as palavras do respondente devem ser entendidas com o significado que o respondente dá a eles" (Vieira, 2009, p. 53).

Isto é, "[...] a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo" (Bogdan; Biklen, 1994, p. 134). Nesta pesquisa, esperamos coletar dados prévios sobre as concepções a respeito dos obstáculos epistemológicos e didáticos, além de informações relevantes sobre o ensino e aprendizagem do conteúdo de frações.

Posteriormente, promovemos encontros presenciais com os professores participantes da referida instituição escolar. Esses encontros serão divididos em duas sessões, contendo uma abordagem teórico/prático. Ademais, realizamos gravação de áudio nesses momentos, pois surgiu alguma informação relevante, as coletamos e analisamos ao decorrer do percurso da organização dos dados obtidos.

Na primeira sessão, compartilhamos as impressões apresentadas na entrevista sobre o assunto abordado e promovemos um estudo que contemplou alguns capítulos dessa dissertação com o foco nos obstáculos epistemológicos e didáticos, de maneira geral e especificamente no ensino de fração. Por meio de exposição dialogada com o uso de slides apresentamos fragmentos dos textos de alguns teóricos que trabalham com exemplos e explicações sobre esses obstáculos para melhor compreensão.

Já no segundo momento, apresentamos um recurso didático do tipo jogo matemático, denominado de "*Quina das Representações Fracionárias*[29]", com o propósito de contribuir com a superação das dificuldades relacionadas. Depois, solicitamos a apreciação, por parte dos participantes da pesquisa, sobre a relevância da proposta apresentada em relação ao objetivo que o jogo se propõe.

Ou seja, a coleta de dados se deu por meio da entrevista estruturada e das sessões que foram gravadas em áudios e posteriormente a análise qualitativa dessas práticas norteou nossos resultados.

As atividades têm potencial de proporcionar reflexões acerca do ensino de fração, de como esse conteúdo é trabalhado em sala, quais metodologias são utilizadas, quais as principais dificuldades encontradas, quais os obstáculos evidenciados durante sua abordagem, o que possibilita as dificuldades ou bloqueios no processo de ensino e de aprendizagem dos alunos destas escolas, entre outras questões. A análise dos dados foi explorada no capítulo seguinte deste trabalho.

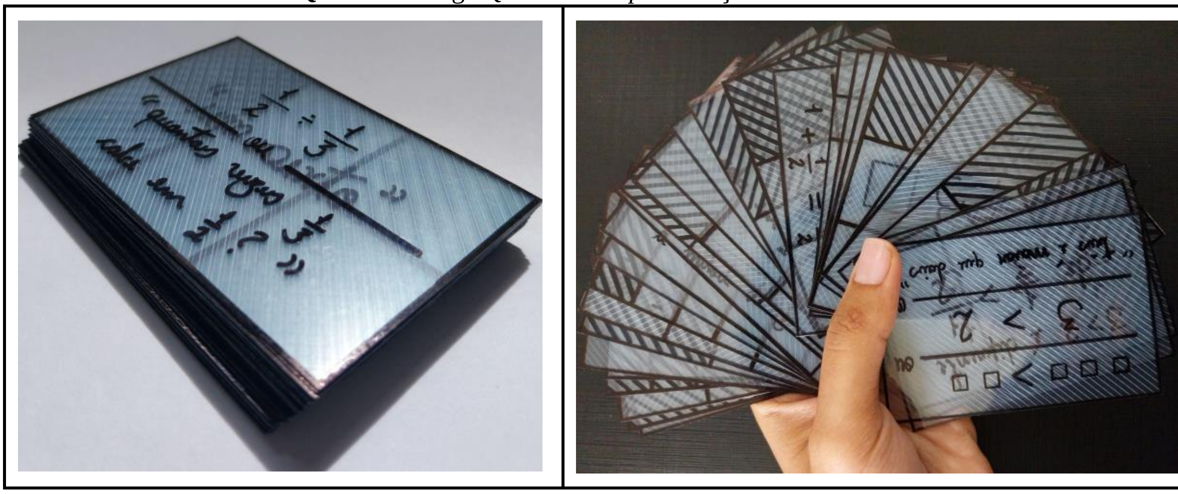
[29] Jogo criado e desenvolvido pelos autores.

Os dados foram tabulados, analisados e serviram de base para produção de um texto que viesse a contribuir com a pesquisa e o Ensino de Matemática, especificamente ao conteúdo de frações. Para que assim possamos explorar os fenômenos em profundidade, obtendo os dados que envolvam a descrição detalhada das situações do ensino de fração mediante as experiências de sala de aula dos professores selecionados.

5.3 Jogo Quina das Representações Fracionárias

Quina das Representações Fracionárias é um jogo inédito, que possui características de um baralho, este foi construído baseando-se no jogo denominado, em algumas regiões, de *Pif, Relanci* ou *Trinca*. De maneira geral, os jogos de cartas são excelentes recursos educacionais para o aprimoramento intelectual. No quadro 3, apresentamos uma imagem das cartas.

Quadro 3 - Jogo *Quina das Representações Fracionárias*.

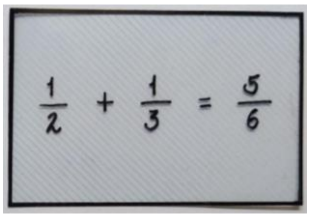
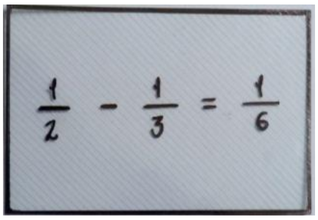
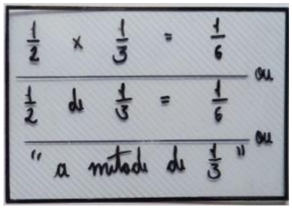
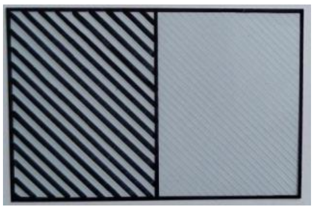
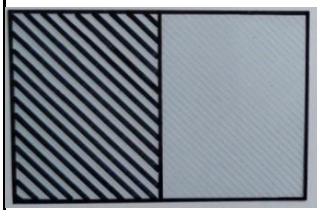
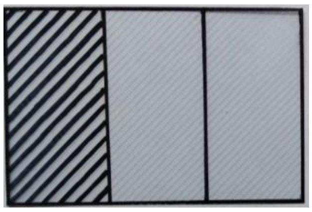
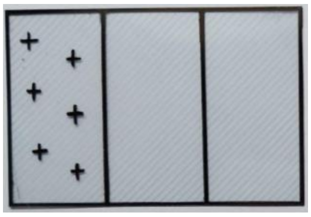
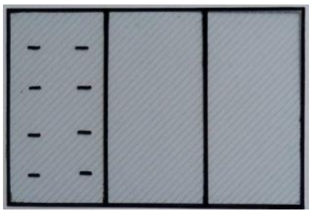
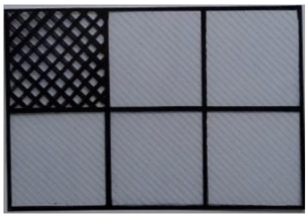
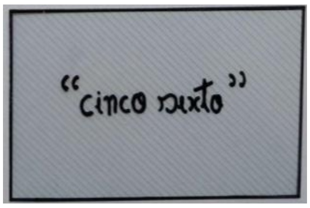
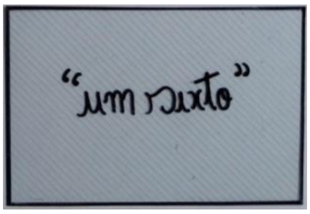
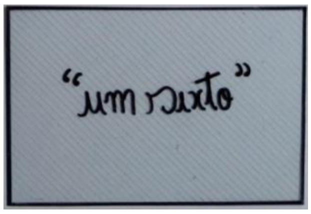


Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

O referido jogo é separado em blocos, cada bloco contém um total de 5 cartas que neste trabalho chamaremos de quinas. Cada bloco está associado às operações (soma, subtração, multiplicação e divisão), as representações e comparações, totalizando um total de 6 blocos.

No quadro 4, a seguir, observamos que as quinas das operações de soma, subtração e multiplicação, apresentaram as seguintes características cartas: Carta na forma algorítmica/descrita; carta normal; carta operadora (evidencia a operação a ser feita); carta resultado e a carta escrita.

Quadro 4 - Quina das operações.

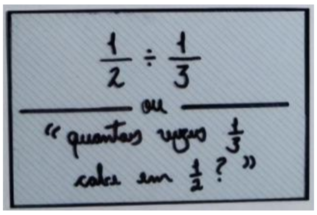
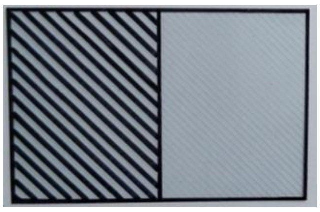
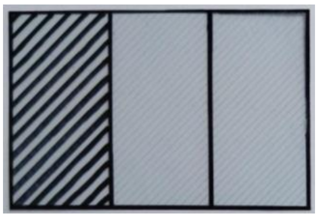
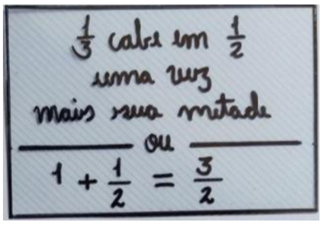
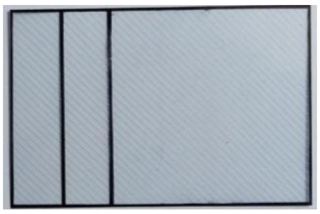
	Quina da Soma	**Quina da Subtração**	**Quina da Multiplicação**
Parte Algorítmica/ Descrita			
Carta Normal			
Cartas Operadoras			
Resultado			
Carta Escrita			

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Observe que a carta operadora da multiplicação será ½ (um meio) é diferente das demais, ela encontra-se na horizontal para haver um contraste com a carta de ⅓ (um terço) ao sobrepô-las.

Na divisão, quadro 5, teremos as mesmas características mencionadas acima, porém ao invés da carta escrita teremos uma carta conferidora, em que o aluno a utilizará para conferir a divisão e argumentar sobre o resultado encontrado. E nesse bloco teremos duas cartas comuns, sem haver uma carta operadora.

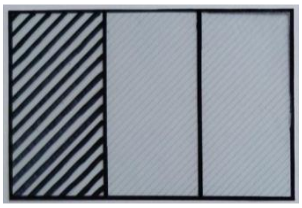
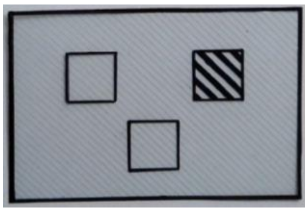
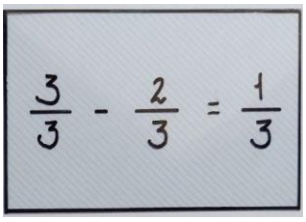
Quadro 5 - Quina da operação divisão.

	Quina da Divisão
Parte Algorítmica ou Descrita	
Carta Normal	
Carta Normal	
Resultado	
Carta Conferidora	

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

A seguir, no quadro 6, teremos as cartas das representações, neste bloco os discentes relacionarão as múltiplas representações que a fração $\frac{1}{3}$ (um terço) pode assumir, sendo essas: numérica, língua natural (português), geométrica (figuras contínuas e discretas) e algorítmica.

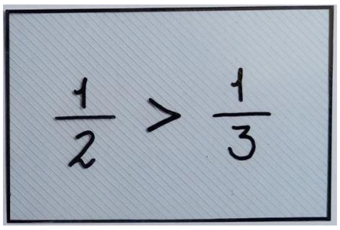
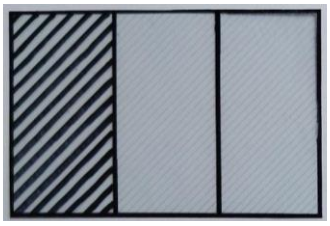
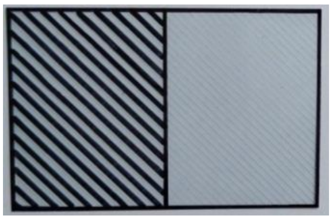
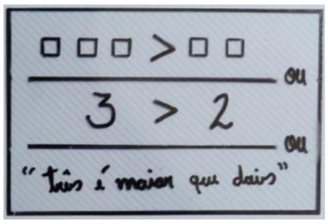
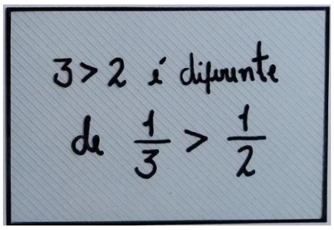
Quadro 6 - Quina das representações.

	Quina das Representações
Numérica	
Escrita	
Figura Contínua	
Figura Discreta	
Algorítmica	

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

No quadro 7, teremos as cartas de comparação entre os racionais. Nesta quina os alunos terão que relacionar as cartas, compreendendo que $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$. A princípio essa relação vai parecer contraditória, tendo em vista que os discentes estão familiarizados com a relação dos números naturais, em que 3 > 2.

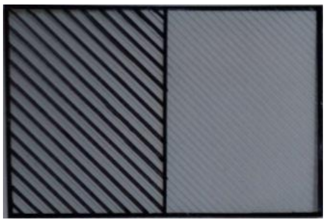
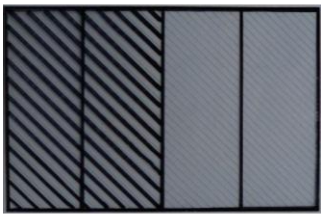
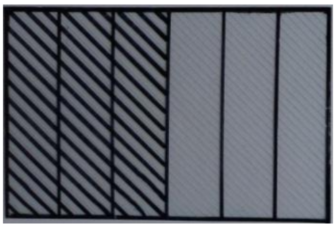
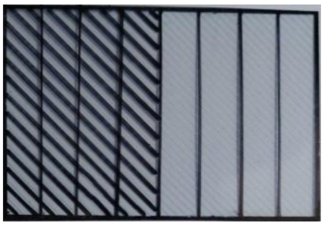
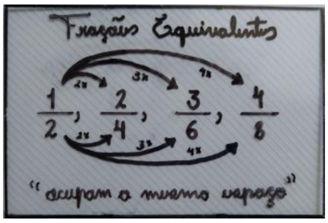
Quadro 7 - Quina das comparações.

Quina das Comparações






Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

No quadro 8, são exibidas as cartas das equivalências em sua representação de figura contínua. Com essa quina os alunos irão relacionar as cartas, compreendendo que as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ são equivalentes, ocupando, assim, o mesmo espaço em sua representação visual.

Quadro 8 - Quina das equivalências.

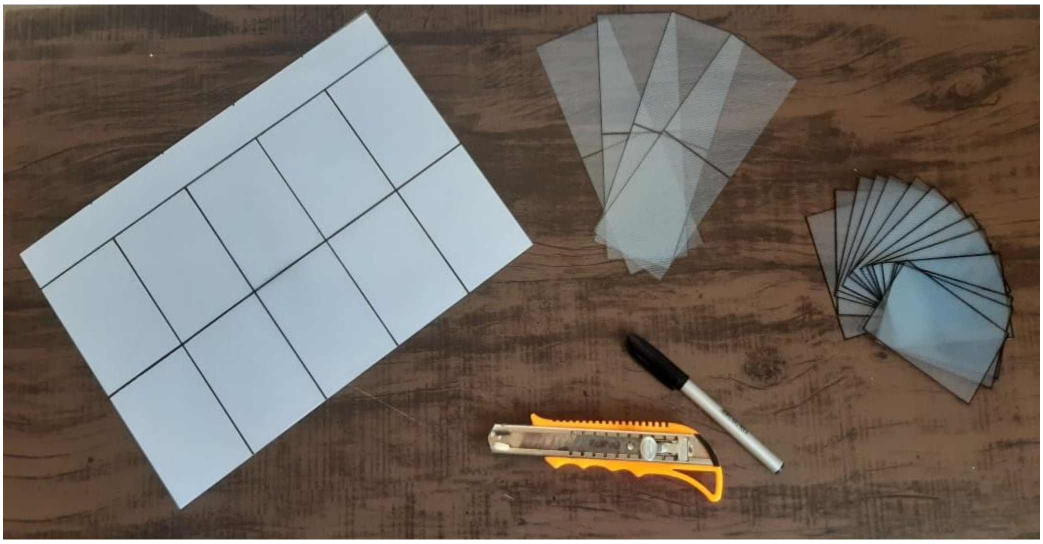
Quina das Equivalências






Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

5.4 Construção e Regras do Jogo

Para a confecção do jogo *Quina das Representações Fracionárias*, utilizamos materiais de baixo custo, sendo estes: capa de encadernação A4 transparente, régua, lápis de tinta permanente e estilete. Foram adotadas as medidas 6 cm x 9 cm, para a construção das cartas, assim sendo em uma folha transparente A4 teremos 10 cartas, ou seja, 2 quinas como é possível ver na imagem a seguir.

Figura 3 - Material para construção do jogo.



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Uma informação relevante é que as representações geométricas (especificamente as figura contínua) de uma das frações (neste kit, a fração ⅓) precisam ficar com as listas no sentido contrário as demais cartas do jogo. Isso é necessário para ocorrer o contraste quando fizer a manipulação das cartas na quina de multiplicação.

Ademais, com um total de 35 cartas, podem jogar de 2 a 4 jogadores. Caso haja interesse em expandir o número de cartas, basta adicionar mais duas novas frações para duplicar as quinas, ampliando, por conseguinte, a capacidade de jogadores envolvidos.

Quando se inicia o jogo, é importante garantir que as cartas estejam bem embaralhadas para que cada jogador possa tirar uma do monte principal. Cada jogador deve ficar com 5 cartas, em mãos, e tentar organizar uma das quinas esperadas, que podem ser de operações, representações, comparações ou equivalência (mostradas nos quadros 4, 5, 6, 7 e 8). No entanto, é necessário observar algumas condições específicas.

Por exemplo, para a sexta carta puxada os jogadores terão que eliminar uma das cartas sempre ficando com a quantidade de 5 cartas em mãos, averiguando a possibilidade de agrupar a carta retirada de maneira que venha compor ou favorecer a formação de uma quina. É importante destacarmos que o descarte começa sempre quando o jogador decide abrir mão de uma das suas 5 cartas para pegar outra. Sempre ficando com uma quina (junção de cinco cartas) consigo. O jogador só não irá descartar se nas primeiras 5 cartas puxadas uma quinta recomendada tenha sido formada, daí será preciso recomeçar o jogo e embaralhar bem essas cartas.

Essas cartas que vão sendo descartadas deverão ir para um novo montante (montante dos descartes), que ficará disponível e a mostra para os participantes comprarem (pegarem) na sua vez de jogar. É importante destacarmos que nos dois montantes, o inicial e o de descarte, somente a carta presente no topo (em cima) do monte de descarte pode ser comprada (pegada). Contudo, se o jogador precisar de apenas uma carta para fechar a quina e ela encontra-se entre as 3 primeiras cartas no topo do montante do descarte, abre-se uma exceção para que o jogador pegue uma das 3 cartas desse montante, que ficarão disponíveis para esse jogador.

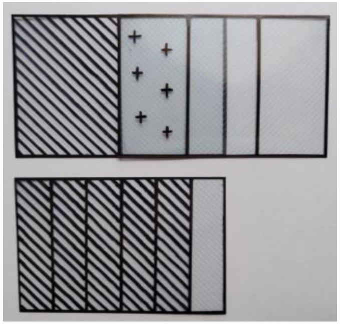
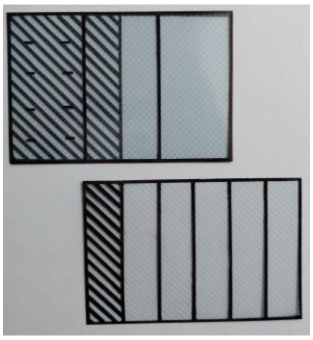
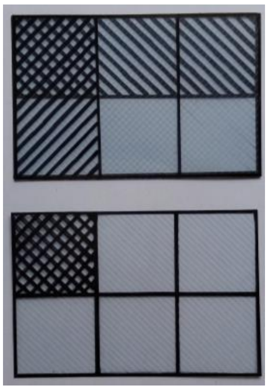
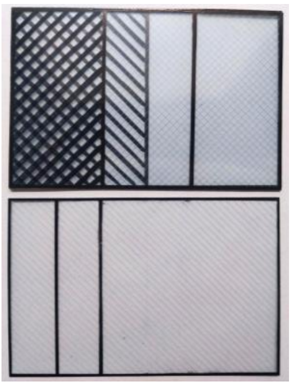
Ganhará o jogo o primeiro participante que conseguir montar uma quina e explicá-la corretamente para o professor responsável, a quina montada. Se preferir, ao jogar com 2 jogadores pode colocar como objetivo final montar mais de uma quina. Se tiver 4 ou mais jogadores fica a critério dos participantes compor a rodada contendo até 3 ganhadores, para isso é só dar continuidade a partida e no final expor a colocação dos vencedores.

Ademais, outras alterações podem estar sendo estabelecidas mediante a dinâmica ou rumo que o jogo for seguindo. Por exemplo, a produção de novas quinas, quantidade de jogadores ou kits de jogos pode contribuir para que ocorram modificações condizentes. Quanto a esconder seu jogo e as cartas, isso vai da estratégia de cada jogador.

5.5 Manipulações das Cartas do Jogo

No quadro 9, mostramos, em detalhes, as manipulações necessárias presentes nas quatro operações (soma, subtração, multiplicação e divisão). Essas manipulações auxiliará o aluno na visualização da resposta correta.

Quadro 9 - Manipulações.

	Manipulações das Cartas	**Descrição**
Manipulação na Soma		Na soma, primeiramente, utilizaremos a carta normal (½) e a carta operadora (⅓). Elas deverão ser sobrepostas de tal modo a evidenciar o acréscimo de espaço. Ou seja, a carta operadora dará uma noção de acréscimo. Em seguida a carta resultado (⅚) será utilizada constatado visualmente a resposta obtida ao se ter esse acréscimo de espaço.
Manipulação na Subtração		Na subtração, a carta normal (½) e a carta operadora (⅓) serão sobrepostas. Nessa ação o aluno pode perceber que o sinal de menos (-), evidenciado na carta operadora, está retirando esse espaço da carta normal. E constata que a única parte sobrando é equivalente a um sexto (⅙), evidenciado na carta resultado.
Manipulação na Multiplicação		Na multiplicação, a carta normal (⅓) e a carta operadora (½) devem ser sobrepostas. O produto desejado (a resposta final) se dá quando sobrepomos as cartas selecionadas. O numerador será a intersecção das partes pintadas, no caso 1, e o denominador será igual à quantidade total das subdivisões (MMC nas operações algébricas), no caso 6.
Manipulação na Divisão		Na divisão, as cartas normais (½ e ⅓) devem estar sobrepostas de tal modo a visualizarmos quantas vezes um terço cabe em um meio. Nesse caso, teremos uma carta conferidora que pode/deve estar sendo movida entre as partes destacadas para constatar que realmente um terço (⅓) cabe uma vez mais a sua metade.

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

5.6 Recomendações para Uso do Jogo

Por necessitar de um conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo de frações, recomendamos que a aplicação do jogo só aconteça após a explicação do conteúdo de frações. E dessa forma a atividade servirá como uma fixação do conteúdo que foi estudado.

As peças do jogo poderão ser utilizadas como Material Didático Manipulável durante a construção dos conceitos do conteúdo de fração. O professor no momento que estiver abordando as quatro operações, as representações e as comparações, no assunto de frações, poderá utilizar as cartas separadamente de acordo com a operação a ser trabalhada viabilizando aos seus alunos uma maior familiaridade com as peças, além de facilitar a construção do conhecimento[30].

Portanto, esse é um recurso que pode ser utilizado tanto como um material manipulável bem como um jogo de cartas. Ele é versátil e fica a critério do professor para adaptá-lo e usá-lo mediante as suas necessidades e objetivos de ensino.

Esse material pode ser aplicado em sala de aula, no momento da prática pedagógica, além de ser exploradas em LEM, salas de jogos, nas atividades de eventos pedagógicos, proporcionando a compreensão desse conteúdo de tal modo a explorar suas particularidades.

É um recurso inédito, e suas primeiras aplicações e concepções estão sendo abordadas neste trabalho. O objetivo desse recurso, seja como jogo ou material manipulável, é desenvolver noções de frações, reconhecer suas representações, comparações e efetuar as quatro operações por meio da manipulação das cartas, compreendendo e associando as frações descritas nas formas numéricas, língua natural (português), geométrica (figuras contínuas e discretas) e algorítmica. Além de facilitar o desenvolvimento mental da resolução de operações e potencializar o pensamento lógico, competências e habilidades nos discentes.

Também, esperamos, com esse material, contribuir na superação de alguns obstáculos presentes no conteúdo de fração, a exemplo da equivalência fracionária (superação do obstáculo de que um número racional pode admitir mais de uma representação) ou a comparação entre frações (superação do obstáculo de comparação entre números naturais e os números fracionários que apresentam o mesmo numerador e denominadores diferentes).

O público-alvo deste recurso são alunos do Ensino Fundamental anos finais, Ensino Médio, além do ensino de Jovens e Adultos ou qualquer pessoa que tenha conhecimentos

---

[30] E com a aceitação do jogo, por parte dos alunos, talvez até incentivar os estudantes a confeccionarem suas próprias cartas de baralho para fazerem parte do jogo.

prévios das quatro operações envolvendo as frações. Mas também pode ser adequado para alunos do Fundamental I anos iniciais.

Além disso, este material pode ser incorporado nos programas de desenvolvimento profissional de professores (formação continuada), introduzindo novas abordagens de atividades a serem implementadas. Reconhecemos que ao longo dos anos de atuação como educadores, é comum cairmos na rotina, fazendo com que métodos de ensino rotineiros se estabeleçam como práticas habituais da profissão.

Posteriormente organizamos os dados, categorizamos e estabelecemos parâmetros de análise.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, promovemos uma discussão analítica dos dados apresentados, levando em consideração as questões de investigação e os objetivos definidos. Para melhor compreensão, dividimo-lo em algumas seções.

Na primeira seção (6.1) apresentamos e analisamos o momento de formação com as professoras, incluindo a prática do jogo (6.1.1). Na segunda seção (6.2) expomos e analisamos as respostas das professoras, provocadas por questionário.

Ressaltamos que antes da reunião com as professoras, identificamos a importância de nos encontrarmos com alguns alunos, os quais foram previamente selecionados por uma das docentes, totalizando quatro estudantes do 6º ano. Embora não tenha sido o foco da nossa análise, realizamos uma sessão de teste do jogo com esses alunos para avaliar sua receptividade. Os relatos e resultados desse encontro estão registrados no Apêndice A. Esses achados foram significativos para embasar e fortalecer nossa abordagem durante a formação interativa com as educadoras.

A formação dialogada com as professoras ocorreu no dia 13 de novembro de 2023 enquanto que a interação com os alunos foi no dia 8 do referido mês e ano. As professoras são destacadas pela letra "P" e os alunos pela letra "A" (relato posto no Apêndice A), todos diferenciados por meio de numerações quando estivermos nos referindo a algum deles ou destacando suas falas.

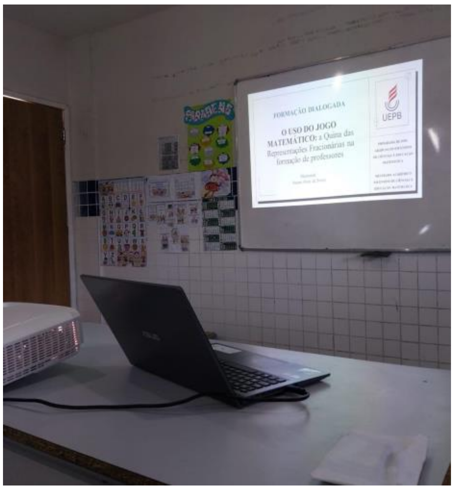
Em todo momento expomos os pontos que consideramos importante para o nosso relato e consequente para a análise, buscando tecer reflexões a partir dos comentários e respostas fornecidos pelas professoras e alunos.

6.1 Momento com as Professoras

Para atender um dos objetivos da nossa pesquisa: *Contribuir com a formação de professores*, promovemos, na tarde do dia 13 de novembro, um encontro com as professoras de Matemática da instituição escolar selecionada. Buscamos, por meio da participação delas, analisar os pontos de vista que consideramos mais relevantes nas suas falas.

Como é possível vermos na figura 4, a seguir, foi-nos disponibilizada uma sala de aula climatizada com um projetor portátil para a apresentação dos slides.

Figura 4 - Imagem fotográfica de parte do ambiente de estudo.



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Para o desenvolvimento das atividades houveram contratempos. Ao invés de serem dois encontros com as professoras nos dias de planejamentos delas, como estava programado, aconteceu apenas um encontro. A diretora informou as mudanças de plano, determinando que o único momento possível, para o encontro com as professoras, seria o dia em que estaria acontecendo o Sistema de Avaliação da Educação Básica - Saeb. Já que elas estariam presentes na escola e sendo assim, poderiam usufruir desse tempo livre.

Nosso momento estava marcado para às 14 horas, mas como era dia do Saeb, elas chegaram após 38 minutos, pois estavam resolvendo questões estruturais relativas à aplicação das provas. Das quatro professoras, apenas três compareceram ao encontro de formação, já que uma delas havia adoecido e não conseguiu estar presente.

No quadro 10, destacamos algumas informações com relação ao tempo de atuação das professoras que compareceram à formação.

Quadro 10 - Informações do tempo de atuação das participantes.

PARTICIPANTES	TEMPO DE ATUAÇÃO DOCENTE NO ENSINO DE MATEMÁTICA
Professora 1 - (P1)	É professora de Matemática há 2 anos e começou a trabalhar esse ano na escola selecionada para a pesquisa.
Professora 2 - (P2)	Há 23 anos é professora e há 16 trabalha nessa instituição escolar.
Professora 3 - (P3)	Trabalha há 34 anos como professora e há 17 anos é docente nesta instituição selecionada

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Infelizmente, nessa mesma tarde, soubemos que as professoras não tinham recebido as perguntas que foram encaminhadas. Por algum motivo, a diretora acabou se esquecendo de entregá-las, algumas semanas antes desse primeiro encontro, como combinado. Teria sido mais vantajoso se tivéssemos recebido acesso às respostas antes da reunião. Mediante contratempos que foram surgindo nesse primeiro momento, fomos reajustando a apresentação que seria desenvolvida.

Das três, (P2) e (P3) foram as professoras da pesquisadora do presente trabalho no Ensino Fundamental, ficamos contentes em nos encontrarmos novamente depois de anos. A outra professora (P1) havia chegado à escola no início deste ano de 2023. Depois desse momento de apresentação, informamos-lhes sobre o que iríamos conversar nas próximas horas, sobre quais conhecimentos estaríamos a compartilhar e refletir naquela tarde.

Daí, fizemos uma fala introdutória ao estudo, com intuito de evidenciar a diversidade de recursos existentes (no nosso caso um jogo matemático), que eles podem ou não ter um bom funcionamento, dependendo de alguns fatores. Decidimos iniciar esse momento refletindo sobre isso acostada ao fato, por experiência própria, de que no decorrer da trajetória acadêmica/docente, escutamos/vemos muitas opiniões/ações a favor/contrárias sobre o uso de materiais didáticos no Ensino de Matemática, por alguns professores da Educação Básica, seja como algo milagroso que resolveria todos os problemas do processo de ensino e aprendizagem ou de que de nada serve.

> Tem vários recursos que vocês podem utilizar, desde um *datashow*, um livro didático, enfim, várias formas de você aplicar. Então, aqui é só mais um recurso que pode estar sendo agregado ou não. E outra, depende da sala que você vai aplicar. Tem sala que vai dar certo, tem sala que não funciona de jeito nenhum, então, não é um remédio nem um santo milagroso, é só, realmente, mais um recurso que pode estar ajudando ou não a vocês no processo de ensino. (Pesquisadora).

Conforme destacado por Emerique (1999), também compartilhamos da opinião de que não devemos confundir o uso do jogo com fetiches metodológicos, fórmulas encantadas ou modismo.

Depois, retomamos para os tópicos da apresentação teórica. Questionamos se elas conheciam ou se já haviam ouvido/lido sobre obstáculos epistemológicos e obstáculos didáticos. Todas responderam que "não". Entretanto, argumentamos a respeito da importância que o professor esteja ciente e familiarizado com essas teorias, uma vez que os obstáculos podem ser a causa de muitas das dificuldades encontradas no ensino da Matemática.

Dando prosseguimento às atividades, apresentamos para elas quem era os teóricos que falavam sobre o referido assunto e por meio de exemplos presentes nos slides fomos explorando o que seriam esses obstáculos.

No decorrer da exposição dialogada sobre os tipos de obstáculos evidenciados por Guy Brousseau, após destacarmos alguns exemplos, (P3) comentou que na tentativa de ajudar os alunos, de fazê-los entender o conteúdo, promovemos obstáculos didáticos. (P1) enfatizou que nesse momento do ensino os professores acabam se contradizendo na fala. Tais participações demonstram que os professores começaram a se envolver com o estudo e que de forma intuitiva elas mostram um certo conhecimento.

Entre os obstáculos iniciais citados, apresentamos também os epistemológicos, a princípio exemplificados pelo caso: menos vezes menos dá mais. (P2) comenta: "Sabe qual o problema aí, ainda existem muitos professores que eles não diferenciam as operações. Só dizem assim, no geral, 'menos com menos dá mais', 'mais com menos dá menos' ou só colocam '- e - = +'". Isto é, apresentam apenas os macetes a serem empregados em casos particulares. Assim, nesses termos, "pode ser que as regras de sinais que são apresentadas para os alunos se tornem mais 'atraentes' do que a compreensão dos significados das operações com números inteiros e acabem por dificultar os cálculos nesse universo numérico" (Costa, 2009, p. 126).

A colocação de (P2) vincula esse obstáculo ao didático. Pois, a tentativa do professor em ajudar por meio de macetes, pode gerar confusão ao aluno sobre qual regra de sinal é necessária usar em uma determinada operação. Porém, segundo José e Vizolli (2022), o referido caso se trata de um obstáculo epistemológico, em que não pode ser evitado, contudo precisamos conhecê-lo para superá-lo, como afirma.

São obstáculos que muitas vezes são inevitáveis pelo fato de serem próprios a esse conceito. Nesse caso o conhecimento gera respostas adequadas em determinados cenários (divisão e multiplicação), no entanto, resulta em respostas incorretas quando aplicado em situações diferentes (soma e subtração).

Foram apresentados e discutidos outros exemplos, como a associação do número zero ao conceito de "nada". Isto é, a complexidade de compreender o valor do zero: numericamente, o zero representa a ausência de valor, no entanto, do ponto de vista semântico, esse dígito possui um valor infinitamente significativo e essencial. Adicionalmente, outras questões epistemológicas foram apresentadas e comentadas.

Uma das professoras pede a fala e comenta que o problema está nos conceitos matemáticos, "eu percebi que são os conceitos matemáticos. A linguagem Matemática em si dos alunos, ele não está vendo isso." (P1). Ela faz um comentário conceitual e logo em seguida faz uma associação referente mais a uma questão didática, isto é, uma situação particular de uma prática pedagógica:

> Porque você põe a questão e às vezes na própria questão você já dá aquela dica de resposta e eles não conseguem enxergar. Não conseguem. Eu coloquei: "gente olha o valor do x, substitui o valor de x". Daí eu vou lá e dou o valor de x, para ele substituir. Duas vezes o valor de x, o dobro de x? [ela pergunta aos alunos] Aí eles ficam: "o dobro?"; "tia eu não sei"; "como é?"; "eu não sei". [...] Essa linguagem eles não tiveram conhecimento. (P1).

No relato da (P1), observamos que a questão já vem acompanhada de dicas de resposta, possivelmente até mesmo com um exemplo de questão já respondida para servir de modelo. Conforme Emerique (1999, p. 194), ele afirma, "[...] na perspectiva do ensino tradicional, a posição da maioria dos alunos é a de esperar, do professor, a solução; o professor, então, é colocado na, ou assume a posição complementar de saber tudo, é o mestre que tudo controla".

Essa mentalidade de receber as respostas prontas restringe o desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade dos alunos, sendo "[...] que a criatividade é um potencial, uma capacidade inata em todo ser humano, resta então, ao ensino, promovê-la" (Perez, 1999, p. 267).

E esta é uma situação que ainda persiste, os alunos estão acostumados a essa realidade, a esperarem que o professor, o *Google* ou até mesmo a Alexa[31] resolvam seus exercícios. O jogo tem o objetivo de incitar o aluno a tentar resolver os problemas por conta própria, ou em interação com os seus pares, estimulando seu raciocínio e a busca por soluções. Isso é extremamente importante, pois é através dessas tentativas e erros que o conhecimento é construído e a aprendizagem acontece de maneira mais efetiva. Inclusive os alunos precisam ser habituados a declarar os erros, pois eles são ricos para promover a discussão e geral um aprendizado.

A outra professora, (P3), também enfatiza uma dificuldade semelhante. Ao aplicar uma prova com o conteúdo de equações e em uma das questões solicita a resolução de "2x =

[31] Assistente virtual desenvolvida pela Amazon.

8”, uma aluna disse que a prova já estava toda respondida, pois depois da igualdade já aparecia um resultado e não havia mais nada a ser feito.

E para essas professoras, a linguagem Matemática em si dificulta a compreensão, ou seja, pela própria natureza dos conceitos ou frente a própria linguagem Matemática o aluno já apresenta dificuldades. Nessa fala, “eu percebi que são os conceitos matemáticos. A linguagem Matemática em si dos alunos [...]”, de forma empírica, mediante aos comentários feitos na formação dialogada, concluímos que (P1) estava destacando que os conceitos matemáticos, por sua natureza intrínseca, apresentam obstáculos que frequentemente são inevitáveis.

Contudo, em outros momentos elas acabam por misturar as dificuldades dos alunos entenderem um enunciado de questão com os obstáculos epistemológicos e como caracteriza Glorian (1995), dificuldade ou falta de conhecimento não se trata de obstáculo. Existe uma distinção entre um obstáculo e simplesmente uma lacuna no conhecimento matemático.

Além disso, inferimos a partir dos comentários das professoras que os erros cometidos pelos alunos, relatados por elas na formação dialogada, não são reconhecidos ou considerados em relação a outros aspectos pedagógicos do erro.

Todavia, como afirma Brousseau (2004), o erro não é apenas resultado da ignorância, da incerteza ou do acaso. Assim, é necessário que o professor investigue a origem desse erro para que possa interferir e ajudar os educandos de maneira produtiva. Pois, às vezes o erro surge de um conhecimento prévio que anteriormente se revelava apropriado e eficaz, mas que, atualmente, se demonstra equivocado ou inadequado, ou até mesmo decorre de uma incompreensão do conceito.

Elas também argumentam que no universo que os alunos têm hoje existem muitas outras coisas que despertam mais interesse nos estudantes e, por isso, eles não se concentram na Matemática. E finalizam dizendo que a Matemática não é difícil, e são os alunos que não dão a atenção necessária para aprender essa disciplina.

Depois, seguimos explorando outros casos de obstáculos epistemológicos presentes no Ensino de Matemática. Incluindo várias situações presentes nos números racionais, os mencionados pelos PCN e pelos teóricos como Lopes (2008) e Costa (2009). A exemplo da inexistência de um antecessor e um sucessor nos números racionais. O que vem antes ou depois da fração $\frac{1}{2}$? ou qual o sucessor de 3,6?

Nesse ínterim, a professora comentou: "Você é obrigado a buscar um novo conceito. A ressignificar o que você conheceu. Porque a sua verdade era aquela, agora você vai reconstruir o novo conhecimento" (P1).

Mesmo que tenha existido uma dificuldade, inicialmente, em compreender o que seria o obstáculo epistemológico, com essa fala de (P1) percebemos o progresso do estudo, que estava ocorrendo um entendimento do que seria e de como ocorre a superação de obstáculos epistemológicos/didáticos.

Posteriormente, passamos a tratarmos das representações semióticas com base na teoria de Raymond Duval. Ao apresentarmos o slide que apresenta a figura 2 (Esquema com tipos de registros de representação semiótica no número racional), abordamos as dificuldades que os alunos muitas vezes têm em compreender o conteúdo de fração, ao passar de um registro para outro. Nessa ocasião, a professora enfatizou:

> Porque você vai alcançar várias pessoas, dependendo se você tem um exemplo, dois, três exemplos de como você vai trabalhar aquele conteúdo na sala de aula, você tem a chance de atingir mais alunos, naquela compreensão. Porque se você falar só de um jeito, só de uma metodologia, talvez a maioria não vai compreender a forma como falou (P1).

(P1) enfatiza a importância de utilizarmos metodologias, exemplos, representações distintas para atingir mais alunos, pois se abordarmos somente de um jeito (se utilizarmos apenas um tipo de representação) ou usarmos sempre e apenas uma metodologia, os resultados estarão fadados ao fracasso ou então um pequeno número de alunos será alcançado.

Essa afirmação, dentre outras, faze-nos inferir que para essa professora devemos usufruir de metodologias diversificadas para explorar as representações e assim atingir mais alunos no momento do ensino. E de fato:

> Considerando o vínculo que abrange o pensar, o sentir e o agir, acreditamos que ao educador está posto o desafio de imaginar novas metodologias e pesquisar estratégias alternativas para uma ensinagem mais abrangente, envolvente, participativa, multidisciplinar e inserida na realidade [quando possível], vendo, no lúdico, uma possibilidade de construir essa ponte entre o real e o imaginário, [...]. (Emerique, 1999, p. 188).

Ademais, como caracteriza o PCN: "[...] para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos" (Brasil, 1998, p. 23).

Nas suas falas, posteriores, notamos que as professoras fazem uso de algumas das representações fracionárias, mas não de todas. Na parte do ensino de fração falamos sobre algumas formas que podemos estar abordando esse conteúdo para nossos alunos, os tipos de representações fracionárias e os diferentes significados que uma fração pode assumir.

E ao comentarmos sobre figuras contínuas e discretas, as professoras (P3) e (P2) dizem respectivamente: "Eu uso muito o exemplo da pizza" e "Às vezes trago [como exemplo] a barra de chocolate". Esses foram os exemplos mencionados por elas, os quais não se enquadram como representações fracionárias, mas como recursos diferentes de ensino.

Nas falas e em um momento (futuro) do jogo (por exemplo) é possível deduzir que somente alguns tipos de representações são explorados, dando-se mais foco as representações numérica, algorítmica da fração e algumas vezes a da escrita. Do ponto de vista de Duval (2003) é preciso que haja ao menos a articulação entre duas representações para que ocorra, de fato, uma compreensão. Também é importante ressaltarmos que essa articulação não é somente uma alteração do modo de abordagem.

Após o comentário do uso de imagens como pizza ou barra de chocolate, chegamos a apresentar os teóricos Fonseca e Santos (2019) os quais vão dizer que o ensino de fração é fácil de ser aplicado, por meio dos exemplos, bem como as professoras deram. Já Lopes (2008)[32], discorda dessa facilidade e destaca os custo que vem com a busca por forçar contextos realistas. Após expô-los, questiono as professoras: O uso de barras e pizza são suficientes? Que outros métodos podem estar sendo utilizados nos dias atuais?

Elas ficam em silêncio, entretanto como se tivesse processando a informação e assentindo com outras formas de expressões corporais. Dando a entender que estavam concordando e refletindo sobre o que foi exposto.

Em dado momento, ao considerarmos o desenvolvimento de instrumentos de medição para possíveis contextualizações do ensino de fração, tomamos como situação a transição das balanças analógicas para as digitais e na adoção de modernos hidrômetros digitais. As professoras (P1) e (P2) comentam, respectivamente, que: "A balança do ponteiro, ela não vai ser precisa. Não vai dar os quebradinhos [números decimais]" e "Você vai ter que gastar mais tempo para fazer a leitura [na balança analógica]".

Essas mudanças exemplificam uma busca por facilidade e eficiência na transmissão de informações, eliminando a necessidade de os indivíduos exercerem esforços excessivos na obtenção de dados prontamente disponíveis. Então, se temos essa transformação de

---

[32] Já mencionamos, em capítulos anteriores, a visão de Fonseca e Santos (2019) e Lopes (2008) sobre o ensino de fração.

instrumentos para novos recursos digitais que estão sendo instalados/empregados e que preferem os números decimais ou em porcentagem, devemos amenizar ou distinguir o ensino de fração? Não! O estudo sobre fração desempenha um papel crucial no avanço de vários conceitos matemáticos, incluindo razões, proporções, equações, cálculos algébricos dentre outras necessidades.

Tudo isso interfere na forma de ensinar e no tipo de exemplos a serem utilizados. Será que ainda não estamos nos prendendo em situações que, para nós, enquanto professores, faz sentido, enquanto que para os nossos alunos não têm esse mesmo significado? O que é preciso ser feito? Como podemos trabalhar ou inovar o ensino de fração?

Nessa oportunidade, argumentamos que o jogo a ser trabalhado contém as representações essenciais para o ensino do conteúdo de fração (numérica, língua natural, geométrica e algorítmica).

Por outro lado, as professoras aproveitaram o espaço para partilharem a frustração com o ensino atual, elas enfatizaram a falta de compromisso dos pais com seus filhos ao não irem para reuniões escolares. Segundo seus relatos, já agendaram encontro à noite na tentativa de facilitar a presença dos pais, e mesmo assim o desfecho é o mesmo. E se fazem alguma reclamação dos filhos, a conclusão dos pais é que os professores sempre são culpados e os alunos tidos por inocentes.

Uma professora chega a relatar o exemplo do seu próprio filho que chegou a dar trabalho, mas ela intervém na situação e cita esse caso como um exemplo a ser seguido. Na ânsia em participar, as professoras traziam para a formação dialogada exemplos como esses, de casos pessoais ou experiências vivenciadas em salas de aula. No entanto, por vezes, estes relatos pessoais desviavam-se do assunto principal em discussão.

Finalizamos este tópico destacando que o ensino é um caminho árduo e que encontraremos dificuldades que podem nos desanimar, no entanto é fundamental que não percamos a esperança e continuemos a estudar maneiras de superar essas dificuldades.

Ao falarmos sobre a importância do laboratório e do jogo, questionamos sobre a existência de laboratórios nessa escola e elas falaram que existiam alguns materiais didáticos, contudo ficavam guardados e ninguém se disponibilizava a utilizá-los. Funcionava, apenas, como um depósito. Quanto a isso, Lorenzato (2012) argumenta que o laboratório deve ser o centro da vida Matemática na escola, mais que um mero depósito. Deve ser um lugar em que os professores estejam empenhados em tornar a Matemática mais compreensível para seus alunos.

Nesse contexto, uma professora diz:

> Essa escola é muito boa de estrutura. Ela é muito boa! E tem como aproveitar os espaços, mas tem toda essa questão de material e de você preparar algo… Porque também não adianta você trazer uma turma com 30 alunos, trabalhosos, que antes eram dois ou três que davam trabalho e hoje são dois ou três que prestam atenção na aula. Então assim, é totalmente diferente a forma como você trabalha hoje em dia em sala de aula (P1).

Ela se utiliza do argumento de que os alunos são trabalhosos e lidar com uma quantidade grande não seria favorável. Recorremos novamente às palavras de Lorenzato (2012), as quais expressam que “[...] em turma de até 30 alunos, é possível distribuí-los em subgrupos, todos estudando o mesmo tema, utilizando-se de materiais idênticos, e com o professor dando atendimento a cada subgrupo” (Lorenzato, 2012, p. 13).

E se por acaso a turma tiver mais do que 30 alunos, ele afirma que “[...] o ‘fazer’ é substituído pelo ‘ver’, e o material individual manipulável é, inevitavelmente, substituído pelo material de observação coletiva, pois a manipulação é realizada pelo professor cabendo aos alunos apenas a observação” (Lorenzato, 2012, p. 13).

Em seguida, abordamos, propriamente dito, sobre o uso de jogos no Ensino de Matemática. Relacionamos possíveis fatores positivos e negativos dessa prática. As professoras, também, refletiram sobre alguns aspectos nesse contexto, incluindo os cuidados e os resultados para uma boa aplicação de jogo.

Nesse momento, a professora (P1) apresentou argumentos favoráveis ao uso de jogos, com base na sua experiência no período de formação inicial e como prática de sala de aula (Ela informou que já utilizou jogo de cartas para desenvolver a fórmula do teorema de Pitágoras). Observamos que essa professora chegou no início do ano de 2023 nessa escola e se formou recentemente.

> O jogo atinge esse objetivo, porque ele chama a atenção do aluno. Aí, você ali, já introduz o conteúdo que você quer dentro do jogo. Ele não percebe, mas ele tá ouvindo, tá atento às regras. [...]. Jogo é atrativo! [...] É outra realidade. Do que você está trabalhando só com o imaginário de um adolescente… (P1).

Como descrito por Grando (2004), o jogo é um fator de interesse para os alunos. E (P1) percebe isso, tanto é que frisa o jogo como um recurso atrativo para o aluno. Contudo, essa professora declara que não tem muita disposição e tempo para utilizar ou construir esses recursos e ainda diz que chegamos à escola com muitas ideias, porém quando vai para a realidade se depara com o mínimo, com um lápis e um livro.

> Pena que a gente não tem muito [material] à disposição. [...], a gente quando sai da faculdade: 'há vou fazer isso e aquilo', mas quando você chega na realidade, você se depara com lápis com o livro e os meninos. E para você desenvolver qualquer coisa… é o seu tempo que você não tem, para desenvolver um jogo, uma atividade diferenciada daquele conteúdo. Que você não tem tempo de fazer em sala de aula e quanto mais uma atividade diferenciada. Então isso empobrece demais o ensino, demais, demais. (P1).

Lamentavelmente existem dois extremos. Às vezes a instituição escolar tem recursos, mas eles não são utilizados por falta de preparo (uma formação continuada) ou a escola não tem materiais que possibilitem a execução de atividades, o que requer do professor tempo para providenciá-los, e como (P1) relata, "é o seu tempo que você não tem".

A professora ainda complementa que "[...] não é para todo dia você fazer aquilo [aplicar jogo]. Por que o tradicional, eu já coloquei na minha cabeça, ele vai ter que existir! Ele [ensino tradicional] é o que ainda a gente tem de recurso, que faz a engrenagem girar" (P1).

De fato, todo dia é quase que impossível utilizarmos um recurso diferente em sua aula, haverá ocasiões em que lápis, quadro e livro são o que teremos para usar. Em outros momentos nem aula será possível acontecer, a sala de aula é um ambiente muito imprevisível. Mas, conforme Emerique (1999) aponta, o uso de jogos requer uma postura firme, uma abertura para o risco, a ambivalência e o incerto. É preciso que ocorra tentativas e isso requer uma iniciativa que vai contra o comodismo de se prender apenas a monotonia das aulas.

No entanto, o ensino a qual criticamos refere-se ao modelo de ensino bancário, o qual, de acordo com Freire (2017), é aquele que os estudantes são vistos como meros depósitos de conteúdo. Essa abordagem não estimula a criatividade, a autonomia e a participação ativa dos alunos. Ao contrário, ela os coloca em uma posição passiva, apenas absorvendo informações sem questionar ou refletir.

Das três professoras, duas delas trabalham há muito tempo como professoras nessa escola e estavam frequentemente a relatar sobre as mudanças que existiam de ensinos anteriores para os atuais. Principalmente no que se refere ao respeito e interesse em estudar, dos alunos. A outra professora, a mais recente das três, estava geralmente anotando as informações tanto do slide quanto das falas, além de compartilhar informações sobre o estudo de jogo que ela fazia na sua época de graduação.

Essas professoras compartilharam suas próprias dificuldades e experiências durante a formação dialogada, expressando preocupações especialmente em relação ao período pós-pandemia, onde muitos desafios surgiram no ensino.

De certo, é um grande desafio para os educadores o processo de Ensino de Matemática, em qualquer etapa da vida escolar, ora pela dificuldade da escolha metodológica, ora pelo desinteresse dos alunos, dentre outros fatores que estão constantemente a interferir nesse processo.

Elas mencionaram casos de crianças no ensino fundamental que ainda não sabem ler, acentuando que esse é um dos exemplos das dificuldades presentes no processo de ensino. Além disso, o cansaço e a exaustão nos olhares dessas professoras foram notáveis, ao confessarem o quão desafiador tem sido o cenário educacional recentemente, particularmente porque a formação se deu no final do ano letivo.

6.1.1 Aplicação do Jogo com as Professoras

Após uma pausa para lanche, demos continuidade ao nosso estudo. Com a finalidade de alcançar os objetivos da nossa pesquisa em *"promover o uso de jogos no Ensino de Matemática"* e *"colaborar para a superação de dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem de fração"*, retomamos com a apresentação e aplicação do jogo *Quina das Representações Fracionárias*.

Mais uma vez, buscamos enfatizar que este recurso não é um recurso miraculoso, mas sim uma ferramenta educacional que os educadores podem optar por utilizar, podendo ou não ser eficaz em suas aulas, porém tem potencial para promover o ensino e a aprendizagem de fração.

Elas questionaram sobre o surgimento e quem/como tinha sido desenvolvido o jogo. E assim, explicitamos algumas características dele. Relatamos que o construímos inspirado no jogo denominado, em algumas regiões, de *Pif*, *Relanci* ou *Trinca*. Perguntamos se elas conheciam algum por esses nomes. Uma professora falou que conhecia o jogo de cartas chamado de *Pif*. Enquanto outra (P3), conhecia o jogo de cartas de nome *Sueca*. Observamos aqui que o jogo de cartas *Sueca* tem regras e objetivos diferentes do *Pif*, *Relanci* ou *Trinca*.

A professora (P3) indagou: "Foi esse jogo que você desenvolveu com os meninos [as 4 crianças[33]]". Ao afirmarmos ela relata a empolgação deles ao voltarem da atividade,

[33] Essa experiência é relatada na próxima seção.

comentando sobre o que haviam aprendido e como tinha sido divertido. Na fala da professora e em seu olhar percebemos a curiosidade em conhecer mais desse material.

Como eram professoras de Matemática, a explicação das regras e funcionamento das cartas não foi demorada. Elas iam compreendendo como funcionava cada quina e seguíamos nas explicações das normas a serem respeitadas durante o jogo e como se tornava ganhador. Nessa partida com as três professoras, fizemos contendo apenas uma vencedora.

Após a explicação das regras, das cartas e da formação das quinas que compõem o jogo, começamos a partida. Durante as jogadas, as professoras mostraram dificuldades em relembrar das possíveis quinas a serem formadas, com isso ficaram expostas no slide as quinas para que elas conferissem quais iriam optar em formar. E assim, as professoras foram utilizando de suas estratégias para alcançar a vitória. Ademais, elas optaram por não esconder as suas cartas e ficaram atentas nas jogadas do próximo.

Das três professoras, (P2) se destacou na rapidez em compreender o jogo, estando constantemente atenta às regras a serem seguidas e ajudando as demais. Como o jogo estava aberto, ela ficava esperta na opção de cartas que cada uma pretendia pegar e assim ia tentando eliminar a chance da próxima pegar a carta e assim essa jogadora não demora muito para formar a quina da multiplicação, torna-se a primeira vencedora.

Pelas falas e comportamento, as outras duas professoras tiveram mais dificuldade, principalmente no início para compreender como o jogo funcionava, ficando um pouco perdidas durante a partida. Após (P2) ganhar, mostramos às outras duas professoras o que elas poderiam ter feito e quais as cartas estavam faltando para completar a quina. Percebemos que talvez elas precisassem de mais tempo para compreender e trabalhar melhor cada quina do jogo.

Depois de concluirmos a partida, comunicamos que o jogo ainda estava em teste e que se tivessem sugestões para acrescentar estaríamos ouvindo. E assim, começamos a refletir como poderíamos melhorá-lo e chegamos a algumas opções.

(P2) disse que para jogar esse jogo, os alunos devem ter estudado o conteúdo de fração por meio das cartas. A outra professora (P1) complementa, dizendo que: “Essas imagens devem estar no centro, expostas para os jogadores, perto do montante”. Referindo-se às imagens das quinas prontas.

De fato, percebemos que se o conteúdo não for dado por meio da exploração das cartas ou se os alunos não conhecerem bem as diversas representações fracionárias, o jogo fica mais difícil de ser entendido. Isto é, ao trabalharmos esse jogo com uma turma, na qual eles não tenham familiarização com as cartas e nem mesmo com as quinas poderíamos estar expondo uma imagem para consulta, no centro dos jogadores, contendo as sete quinas que é possível de se formar para que os alunos possam ter acesso no momento da partida e quando houvesse um vencedor seria solicitada a explicação da quina formada.

A professora afirma: “Este jogo é mais abstrato” (P3). Percebemos que sua observação está centrada na natureza abrangente desse recurso, que engloba diversos aspectos do conteúdo de frações. O jogo transmite essa percepção inicial ao exigir dos alunos uma compreensão aprofundada do conceito, especialmente no que diz respeito às suas representações.

Tendo em vista essa necessidade de conhecimento, uma das professoras sugere colocar uma imagem com todas as quinas viáveis de serem formadas. Isto é, “[...] poderia associar ao quebra-cabeça, quando você compra um quebra-cabeça eles trazem a imagem final na capa. Então, assim, é bom para o aluno pegar e saber também” (P1). A outra professora comenta que “uma aluna que se destaque na partida pode atuar como mediadora” (P3), assim poderá estar auxiliando no desenvolvimento da atividade.

E as sugestões não pararam:

> Poderia trabalhar com kits, para serem distribuídos e trabalhar com mais alunos. E primeiro sendo trabalhado as operações e quando eu visse o nível da turma eu poderia trabalhar misturado com as demais. Por quê o que vai ajudar no desenvolvimento do conhecimento? No caso, a absorção do conhecimento? É primeiro você trabalhar toda a operação e aí você já consolida o conhecimento da operação e depois mistura essas operações. Pois, imagina em uma sala, porque ao meu ver sempre vai ter um aluno que não compreende. (P1).

Outra ideia foi que os alunos poderiam construir as cartas (fabricar o jogo) em uma atividade diferenciada. E no processo da construção o conceito de Matemática estaria sendo explorado e inserido. Neste caso, a professora já levava o molde das cartas cortadas e os alunos pegariam o lápis de tinta permanente para escrever as cartas com outras frações, nesse caso poderia haver divisões de grupos para que cada um deles ficasse responsável pela construção de uma quina.

Muitas foram as sugestões compartilhadas por essas educadoras. Outras ideias surgidas propõem a exposições em feiras (mostra pedagógica) e salas de jogos. Em suma, as professoras propuseram valiosas contribuições para o aprimoramento e a eficácia desse recurso didático.

Já perto de finalizarmos o nosso momento, uma das professoras compartilhou uma experiência que viveu recentemente:

> Para você ter ideia que fração é realmente um conteúdo abstrato. Eu ensinei adição e subtração com denominadores iguais e diferentes. E na prova coloquei esse tipo de fração, com denominadores iguais e diferentes, na mesma questão. Para resolver são duas maneiras diferentes, aí no dia da prova eu dei uma explicadinha a alguém que pediu. Pois a menina fez tudo errado, ela disse 'a senhora fez errado'. Eu expliquei para outra pessoa porque tem gente que faz pelo método da borboleta, quando os denominadores são diferentes. Mas ela fez para todos [os tipos de frações com denominadores iguais e diferentes] usando o método da borboleta. (P3).

Sobre esse assunto enfatizamos que no jogo podemos estar explorando esse conceito, pois nele trabalhamos outros métodos que não dependem da utilização do cálculo do mínimo múltiplo comum (MMC) sem o seu real entendimento, permitindo que o aluno não se prenda à regra. Pois está nítido que no caso apresentado por (P3), essa aluna somente aplicou um macete sem o real entendimento do porquê.

Na fala anterior de (P3), observamos mais um caso em que a professora expõe sua incredulidade por alunos não responderem a atividade com o desempenho que se espera. Lopes (2008) chega a descrever a recorrência desse tipo de comportamento, dos educadores com relação às respostas dos exercícios que envolvem fração, em seu trabalho. Ademais, constatamos, pela fala da professora, que ocorreu um exagero na prescrição de regras e macetes, um cálculo pelo cálculo, pode ter atrapalhado o processo de compreensão do conceito de fração. "Esta fixação pelo adestramento empobrece as aulas de Matemática, toma o lugar de atividades instigantes e com potencial para introduzir e aprofundar idéias (sic) fortes da matemática" (Lopes, 2008, p. 20-21).

A disciplina de Matemática é altamente valiosa, tendo o potencial de desenvolver habilidades de pensamento crítico e habilidades analíticas nos alunos. Conforme apresentamos anteriormente. No entanto, de acordo com Lopes (2008), o ensino de fração tem sido conduzido como se os nossos alunos estivessem vivendo no final do século XIX, caracterizado por um ensino mecânico, com uma ênfase exagerada na imposição de regras e truques.

Isto é, o atual sistema educativo parece minar este potencial, concentrando-se demasiado na prescrição de fórmulas e resolução de exercícios, em vez de explorar outras atividades que possam introduzir e aprofundar ideias matemáticas. Esta fixação da utilização de fórmulas, sem o real entendimento do conceito, poderá ocasionar o empobrecimento das aulas de Matemática, ficando a mercê do emprego de fórmulas sem o real sentido do seu uso, um ensino marcado pelo mecanicismo.

A professora (P3) continuou partilhando a sua indignação, argumentando ter utilizado também desenhos nas aulas de frações, porém de nada adiantou. Nesses termos, Lopes (2008) esclarece que o uso de imagens como pizza ou barras talvez não seja suficiente. Não é fácil a sua aplicação, a busca por contextos realistas, a qualquer custo, pode mais atrapalhar do que ajudar. Devemos nos questionar: Como aplicamos o uso das imagens? Por que o(a) aluno(a) ainda tem dificuldade em compreender? O que poderemos fazer para solucionar essa complexidade?

Além disso, os alunos podem não ter percebido a distinção entre o conhecimento antigo e o conhecimento atual, levando a erros durante a aprendizagem deste novo conceito. As operações envolvendo números racionais são distintas das operações com números anteriores a estes.

Em um determinado momento as professoras começam a comentar que o ensino no 6º ano é difícil. Uma delas chega a compartilhar: “Vou repetir na segunda nota o mesmo assunto. E números decimais eu vou deixar para terceira nota. Por que não vou misturar não. Para ver se eles têm uma ideia de fração, precisam ter uma ideia. Porque eu sei que não aprendem não, mas pelo menos tem uma ideia” (P3).

Averiguando os depoimentos fornecidos pelas professoras, até aqui, notamos que nenhuma delas comentou a respeito da possibilidade de muitas das dificuldades apresentadas pelos alunos estarem ligadas ao conhecimento anterior, tendo em vista que um conhecimento antigo pode se tornar um obstáculo ao novo. Só mencionam que o conteúdo de fração e a linguagem Matemática são difíceis de compreender.

Salientamos que ao analisarmos as falas das professoras, percebemos que em nenhum momento dos exemplos/experiências em salas de aula compartilhados pelas professoras, elas reconheceram que a abordagem do educador poderia potencialmente criar desafios e dificultar a compreensão do conceito de fração. O foco sempre esteve nas lutas dos alunos, sem considerar o impacto dos métodos de ensino do professor. Notamos também que em todos os casos relatados pelas professoras, os alunos foram descritos como tendo dificuldades na compreensão do conceito, seja por ações próprias ou por omissões.

Por fim, as professoras nos parabenizaram pela iniciativa e agradeceram por ter escolhido aquela escola para compartilhar com elas esse momento. A professora afirmou: “A gente precisa disso, de pessoas jovens, que busquem novos conhecimentos. Porque não dá mais para trabalhar com as mentes novas [dos alunos] da mesma forma que a gente aprendeu com nossos professores" (P1).

Mediante a fala de (P1), adotamos as palavras de Perez (1999) como as nossas:

> Uma sala de aula como a que propomos exige que o professor tenha uma fundamentação teórica que lhe dê condições de compreender as razões para a utilização das diversas metodologias, em especial aquelas que envolvem os alunos em atividades abertas, e capacidade de usar efetivamente uma variedade de estratégias de acordo com os objetivos e tendo em conta a idade, a capacidade e as necessidades dos alunos. Somente com esta base teórica, o compromisso de assumir esta autonomia, e muita coragem de enfrentar o "novo", é que o professor conseguirá inovar e escolher a metodologia e os procedimentos que melhor convier. (Perez, 1999, p. 268).

Pois, quando o professor estiver aberto a adaptar suas práticas pedagógicas de acordo com as evoluções da educação e as necessidades dos alunos, proporcionará assim uma experiência educacional mais enriquecedora e significativa. A busca constante por conhecimento e a disposição para experimentar novas abordagens são fundamentais para o desenvolvimento profissional e para o sucesso no processo de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, o professor se torna não apenas um transmissor de conhecimento, mas também um facilitador do crescimento e do desenvolvimento integral dos seus alunos.

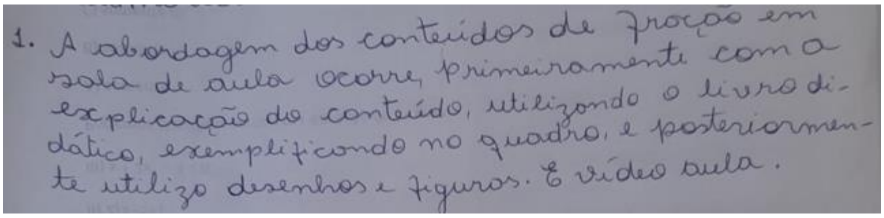
6.2 Quanto às Respostas do Questionário

Ao fim do primeiro encontro foi entregue a cada professora uma folha contendo as perguntas para que elas respondessem e nos encaminhasse posteriormente via *WhatsApp*. Tendo em vista, que não receberam as perguntas antes da formação dialogada.

A professora (P1) entregou o arquivo no formato de foto, (P2) enviou as respostas em formato *word* e (P3) pediu para gravar suas respostas em áudio (sendo esse a única maneira de conseguir sua contribuição, pois a mesma se encontrava muito atarefada). Então, dessa forma os dados foram coletados.

Neste subtópico, apresentamos nos quadros 11 a 17 as perguntas e as respectivas respostas. Em seguida, inferimos nossas apreciações das concepções expostas nas respostas das professoras.

Quadro 11 - Respostas frente à questão 1.

	1. Como você aborda o conteúdo de fração em sala de aula, quanto ao uso de recursos didáticos (livros, materiais concretos, jogos, lápis e quadro)?
Professora 1	 1. A abordagem dos conteúdos de fração em sala de aula ocorre, primeiramente com a explicação do conteúdo, utilizando o livro didático, exemplificando no quadro, e posteriormente utilizo desenhos e figuras. E vídeo aula.
Professora 2	Apesar desse ano não ter ministrado aula nos 6ºs anos (turma que se trabalha mais ativamente com fração), sempre procurei trabalhar com material concreto, pois vejo uma maior aprendizagem quando se tem a prática presente na iniciação ao conteúdo.
Professora 3	O conteúdo de fração é muito complexo. É um dos assuntos que eles têm mais dificuldade, inclusive, eles não entendem as operações, as quatro operações. Por mais que você explique a questão de denominadores iguais e denominadores diferentes, eles não entendem, porque tem a regra. Mesmo você anotando no quadro, mandando eles anotar no papel, abrindo o livro didático, eles não assimilam. Então, realmente, é um assunto que não tem, assim, seria interessante a gente buscar uma prática para eles entenderem. Inclusive, eu desenhei uma pizza para eles entenderem o que era uma fração. Eles entenderam, pelo menos, a ideia de fração, mas quando chegam nas operações é mais complexo. Então, no caso eu uso mais o quadro, livros e figuras.

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

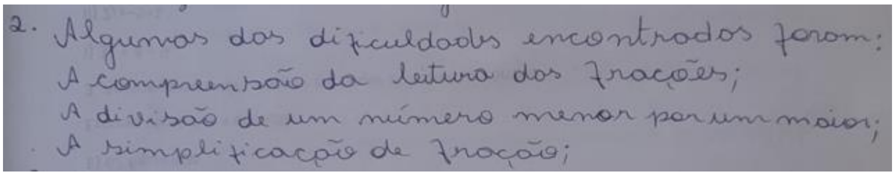
Nesta questão, buscamos simplesmente obter informações sobre os recursos que as educadoras estavam utilizando.

A primeira professora (P1) utiliza o livro e o quadro, no primeiro momento da explicação, chegando a usar também desenhos, figuras e até mesmo vídeo. A segunda professora (P2) já foi mais sucinta em sua descrição e menciona apenas os materiais concretos. A outra professora (P3), começa relatando a dificuldade dos discentes em compreender como devem ocorrer as operações com denominadores iguais e diferentes, e ao decorrer deste relato menciona que se utiliza do quadro, livros didáticos e desenhos de pizza no ensino de fração.

Antecipando a próxima questão, (P3) realça ainda que as dificuldades se encontram nas operações, principalmente quando as frações possuem denominadores iguais ou diferentes, os alunos ficam facilmente confusos na hora de resolver o problema. Essa é uma dificuldade que (P3) comentou durante a formação dialogada e voltou a enfatizá-la ao responder à questão acima.

No que diz respeito aos recursos mencionados, é crucial questionar como estão sendo empregados. (P3) ainda diz que manda os alunos anotarem no papel, todavia, o simples ato de transcrever para o papel o que está sendo escrito no quadro não assegura a efetivação do processo de aprendizagem.

Quadro 12 - Respostas frente à questão 2.

	2. Quais são as dificuldades que os alunos apresentam quando você ensina/ensinou fração? Fale um pouco sobre elas.
Professora 1	 2. Algumas das dificuldades encontradas foram: A compreensão da leitura das frações; A divisão de um número menor por um maior; A simplificação de fração;
Professora 2	Dificuldades em saber diferenciar numerador e denominador, em saber como se representa por meio de desenhos determinadas frações.
Professora 3	As operações e as situações problemas, que é muito difícil.

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Neste contexto, cada professora identifica distintas dificuldades relacionadas ao conceito de fração. Pelas suas respostas verificamos que a grande maioria dos exemplos expostos estão entre os tipos de representações ou nas conversões e tratamentos entre registros.

Dentre as dificuldades citadas pela (P1) temos a compreensão da leitura, em outros termos, a fração na língua natural (português). É válido mencionarmos que esse fato se mostrou presente quando aplicamos o jogo com algumas crianças (seção 6.3 analisamos esse ocorrido), um dos alunos demonstrou ter dificuldades em ler uma fração na sua representação numérica, isto é, fazer a conversão de um registro para o outro, conforme elucidado por Duval (2009).

Outra dificuldade, mencionada por essa professora, é a divisão de um número menor por um número maior, exemplificado pela fração enquanto quociente, onde o numerador pode ser equiparado ao dividendo e o denominador ao divisor. São as diferentes possibilidades em que a fração pode surgir. Kieren (1980) considera o quociente bem como os demais quatro elementos (relação parte/todo, medida, razão e operador) como sendo cruciais no processo de compreensão dos números racionais, intitulado como um dos construtos.

A última dificuldade relatada por (P1) é a simplificação. Nesse caso, as cartas de comparação do jogo *Quina das Representações Fracionárias* podem ser utilizadas (seja no ato de ensino propriamente dito ou na realização do jogo) na tentativa de superar essa dificuldade, tendo em vista que quando simplificamos uma fração, encontramos uma fração equivalente na forma reduzida. Assim o caminho inverso poderia ser explorado por meio das cartas.

Ao analisarmos a teoria de Duval (2009), é possível inferir que a simplificação está sendo relacionada como um tratamento que ocorre entre as representações numéricas, de um número fracionário (exemplo: $\frac{50}{100}$) para um número fracionário simplificado (exemplo: $\frac{1}{2}$).

Ademais, Druck (2006) argumenta que se os alunos dominarem a equivalência entre frações poderão desenvolver estratégias autônomas para solucionar os problemas que envolvem adição ou subtração de frações. Dessa forma, evita a confusão do MMC que em muitos casos é proposto ou mostrado como um tipo de macete ou regra. Como também vai facilitar a aprendizagem de conteúdos posteriores, como o estudo de proporção e de equação.

Já para outra professora (P2), ela expõe a dificuldade de alunos diferenciarem o numerador e o denominador. Entendemos que os alunos enfrentam desafios para identificar esses elementos em representações geométricas. Nessas respostas a essa questão mais um caso de conversão de registro descrito por Duval (2009) é identificado.

E a educadora (P3) reafirma aquilo que já havia comentado na questão anterior, as operações, acrescentando às situações problemas também como uma das dificuldades. Druck (2006) relaciona a dificuldade das operações de soma e subtração como técnicas e não conceituais, pois as ideias dessas operações fazem sentido no universo dos números fracionários.

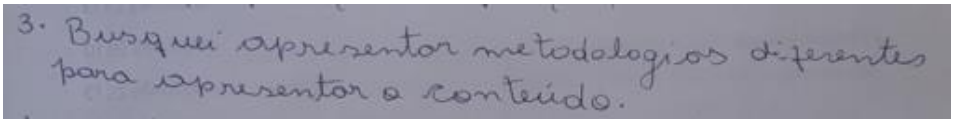
Especificamente:

> Mesmo sobre pedaços (de tecidos, pizzas ou o que for) é fácil conceber que eles sejam juntados ou acrescentados uns aos outros. Também é plausível retirar-se um pedaço de outro ou querer saber “que pedaço faltaria para completar outro”, ou ainda, perguntar sobre o tamanho do pedacinho que corresponde à diferença entre dois outros (e, portanto comparar). (Druck, 2006, p. 8).

Para esse mesmo autor, se o aluno compreendeu como simplificar e consequentemente encontrar frações equivalentes, às operações de soma e subtração não serão um problema para ele. Basta encontrar denominadores iguais, caso ainda não estejam, e executar a operação.

Já as de multiplicação e divisão seriam dificuldades tanto técnicas como conceituais. Conceituais, pois os significados trazidos pelos alunos para essas operações não se aplicam mais de forma adequada ao contexto das frações. (Druck, 2006).

Quadro 13 - Respostas frente à questão 3.

	3. O que você faz para superar as dificuldades que foram por você apontadas (na pergunta anterior)?
Professora 1	 3. Busquei apresentar metodologias diferentes para apresentar o conteúdo.
Professora 2	Procuro sempre trabalhar voltada à realidade deles. Sempre procurando coisas simples para que as dificuldades sejam sanadas.
Professora 3	Eu procuro trazer reforço, trazer outros problemas, trazer uma revisão, trazer outros livros. Quiz, eu fiz até um quiz, eles gostaram, mas assim, eu ainda senti que eles não entenderam o assunto, não foi suficiente.

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

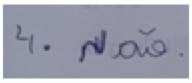
A educadora (P1), de forma bem sucinta, só menciona a tentativa de inserir novas metodologias, no entanto não especifica quais ou como é feito. A outra professora (P2) recorre às aplicações relacionadas à realidade dos alunos, mas também não fornece muitos detalhes de como isso procede. A professora (P3) menciona diversos recursos que emprega para auxiliar os alunos na superação das dificuldades. Destaca que um dos recursos foi o quiz, porém, “não foi suficiente”.

De fato, há metodologias que podem não ser adequadas para determinadas turmas ou momentos específicos em sala de aula. O professor deve estar atento para identificar quando os alunos não compreendem o conteúdo ou quando a metodologia utilizada se mostra insuficiente. É crucial analisar o porquê dessa metodologia não ter surtido efeito para que novas abordagens venham ser exploradas ou melhoradas.

Porquanto, podem surgir mal-entendidos quando os professores não escolhem adequadamente uma abordagem para construir um conceito, resultando num entendimento incompleto do conceito. D'Amore (2007) postula que as concepções científicas e didáticas de um educador influenciam na escolha de um currículo ou método, podendo, no entanto, promover um obstáculo didático.

As respostas destas educadoras, de um modo geral, mostram-nos que elas buscam e se esforçam para intervir de alguma maneira nas dificuldades enfrentadas por seus alunos no processo de aprendizagem.

Quadro 14 - Respostas frente à questão 4.

	4. Você sabe o que são obstáculos epistemológicos e didáticos? Se sim, explique com suas palavras.
Professora 1	
Professora 2	Obstáculos epistemológicos são obstáculos que impedem a formação do espírito científico. Enquanto que o didático, são os que dependem apenas de um único recurso didático.
Professora 3	Não sabia. Inclusive, foi interessantíssimo aquele encontro nosso, se você puder depois passar algo para a gente, assim, de concreto, seria interessante, inclusive aquele jogo.

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

É importante ressaltar que a professora (P1) aborda essa questão com base no período que antecede a formação dialogada. Considerando que as respostas a essas perguntas deveriam ter sido entregues previamente à formação, ela optou por declarar desconhecimento inicialmente, pois só adquiriu o conhecimento dos obstáculos didáticos e epistemológicos durante a formação dialogada.

A professora (P2) responde de maneira formal com base no que tinha visto no nosso encontro, enquanto (P3) acentua que não tinha conhecimento até a nossa discussão em grupo. Além disso, ela expressa o desejo de que futuramente possamos disponibilizar algum material tangível, como possivelmente o jogo *Quina das Representações Fracionárias*, para elas.

Ao analisarmos o comportamento e as falas apresentadas durante a interação, observamos que as professoras demonstravam um entendimento intuitivo acerca da teoria em questão, embora lhes faltasse uma compreensão sistematizada desta. É como se as ações que definem um obstáculo de natureza didática e epistemológica fossem reconhecidas, embora possa não se ter consciência de que são designadas dessa forma.

Outro aspecto interessante que percebemos a partir da fala de (P3), expressada da seguinte forma: “se você puder depois passar algo para a gente, assim, de concreto, seria interessante, inclusive aquele jogo”, diz respeito a importância do pesquisador depois que encerra a sua investigação científica dar um retorno à comunidade da qual ele extraiu os dados da sua pesquisa. Esta é uma crítica recorrente no meio acadêmico, de que muitos pesquisadores depois de realizarem o seu trabalho não dão um retorno dos resultados alcançados.

Quadro 15 - Respostas frente à questão 5.

	5. No Ensino de fração, temos as representações: numérica, língua natural (português), figura contínua, figura discreta e algorítmica. Quais as dificuldades apresentadas, pelos alunos, em transitar entre essas representações?
Professora 1	5. Em todos os representações.
Professora 2	As dificuldades vão desde a leitura de uma fração. Quando não se sabe ler quando a mesma está representada por números, fica difícil entender a escrita.
Professora 3	Eu coloquei situações problemas com o bolo. E realmente, eu percebi que quando eu coloquei figuras no contexto, eles melhoraram. Então, a figura. A figura ajudou mais do que só o número. E a representação da figura foi legal.

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

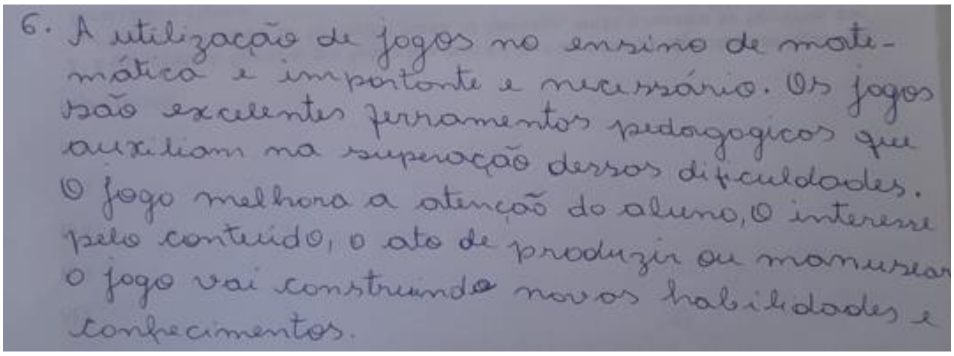
A professora (P1) ressalta que as dificuldades estão presentes em todas as representações, enquanto a professora (P2) destaca que a conversão entre registros da fração numérica para a linguagem natural é apontada como uma das dificuldades encontradas nas representações fracionárias. Por sua vez, a educadora (P3) observa que a transição entre diferentes registros (numérico para figurativo) tem se mostrado benéfica para os alunos na compreensão das frações, uma vez que a apresentação numérica não tem sido suficiente.

Ademais, a partir das respostas e da participação desta professora (P3) na formação dialogada, percebemos que ela está sempre a utilizar exemplos como a pizza e a barra de chocolate para abordar esse conceito matemático. Os PCN registram que recorrer a situações em que estão implícitas à relação parte todo para explorar o conceito de frações é uma prática comum chegando a mencionar até os casos das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. (Brasil, 1997).

Trata-se de uma abordagem significativa no ensino inicial desse conceito, ao conectar conceitos matemáticos a situações do cotidiano. Contudo, é essencial ter consciência da necessidade de abordar essas aplicações com cautela, pois o aprendizado de frações não se dará apenas através da resolução de pseudoproblemas envolvendo pizzas e barras de chocolate, conforme descrito por Lopes (2008).

Por fim, é importante salientar que o jogo proposto visa abordar e superar as dificuldades mencionadas pelas professoras. Esse enfoque foi reconhecido pela professora (P3) durante a formação, ao mencionar que “este jogo é mais abstrato”, referindo-se à natureza abrangente do jogo, que contempla diversos aspectos do conteúdo de fração.

Quadro 16 - Respostas frente à questão 6.

	6. Qual é a sua opinião sobre o uso de jogos no Ensino de Matemática? Você acha que os jogos podem ajudar na identificação e superação dessas dificuldades? Exemplifique.
Professora 1	 6. A utilização de jogos no ensino de matemática é importante e necessário. Os jogos são excelentes ferramentos pedagogicos que auxiliam na superação dessas dificuldades. O jogo melhora a atenção do aluno, o interesse pelo conteúdo, o ato de produzir ou manusear o jogo vai construindo novos habilidades e conhecimentos.
Professora 2	Trabalhar com material concreto é a melhor forma de aprendizagem. O lúdico se torna mais atrativo e os próprios alunos se interessam pelo conteúdo.
Professora 3	Muito bom. Com certeza. Só que a gente, assim, não tem muitos recursos. A escola não tem muito material bom. Está faltando essa parte, trazer novidades. Trazer suporte.

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

A professora (P1) expõe o jogo como uma ferramenta pedagógica importante e necessária, para auxiliar os alunos na superação de desafios educacionais. A atenção, interesse, habilidades e conhecimentos são algumas das exemplificações mencionadas pela mesma.

A outra professora (P2) responde que o uso de material concreto representa a abordagem mais eficaz para o processo de aprendizagem. A interação lúdica proporcionada pelo jogo desperta o interesse dos alunos pelo conteúdo, tornando-o mais atrativo.

A professora (P3) reconhece a eficácia do material, contudo, expressa preocupação com a escassez de recursos na instituição escolar e menciona a ausência de suporte adequado. Ela registra a necessidade de mais recursos e de uma preparação aprimorada para o manejo dos materiais. É essencial que os professores recebam uma formação que os ajude a utilizar os novos recursos com eficácia.

Observa-se que as educadoras reconhecem o jogo como uma ferramenta de grande potencial pedagógico. Conforme descrito por Grando (1995), a utilização de jogos em atividades educativas apresenta um valor didático-pedagógico significativo, com o intuito de fomentar a motivação dos estudantes, bem como a exploração e a construção de conceitos matemáticos.

Enquanto a nós, entendemos que integração de jogos no ensino de Matemática contribui significativamente para a superação de obstáculos nos processos educacionais. Além de fomentar a colaboração entre os estudantes, esses jogos estimulam o raciocínio lógico, o aprimoramento de habilidades cognitivas fundamentais e colaboram para uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

Quadro 17 - Respostas frente à questão 7.

	7. Você já utilizou materiais manipuláveis e/ou jogos em suas aulas de Matemática? Se sim, conte sua experiência.
Professora 1	7. Sim, poucas vezes. Porém é uma (atividade) ou uma prática pedagogica importante que deveria ser utilizada com mais frequência. Quando usei nas minhas aulas gostei do resultado
Professora 2	Sim. Utilizei a construção de jogos, criados pelos próprios alunos como forma de reforçar o que eles aprenderam. Dividi a sala em equipes e pedi para que os mesmos fizessem/criassem os jogos a partir do conteúdo trabalhado em sala de aula. O resultado foi maravilhoso.
Professora 3	Já. Quiz, o dominó e figuras.

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

(P1) expressa sua apreciação pelos resultados do jogo ao empregá-lo em suas aulas. Também destaca a relevância dessa prática pedagógica e a necessidade de sua aplicação mais frequente.

A professora (P2) coloca seus próprios alunos para participar da construção do jogo, foi a referida professora que na formação dialogada sugere que os educandos participem também da construção do material. Ela ainda afirma que divide a turma em equipes e solicita a construção de um jogo a partir do conteúdo trabalhado.

Lorenzato (2012) afirma que a construção do laboratório é importante para o processo educacional dos estudantes, sendo o jogo um dos recursos presentes neste ambiente, podemos concluir que a construção do jogo é algo essencial para o processo de ensino aprendizagem.

Considerando que algumas escolas enfrentam limitações na disponibilidade de recursos didáticos, como já mencionado pela (P3) na questão anterior, é viável que os educadores confeccionem esses materiais em determinadas situações, conforme mencionado pela (P2). Essa abordagem pode enriquecer as práticas pedagógicas, conferindo-lhes maior significância. Por sua vez, o quiz é novamente mencionado pela (P3), sugerindo que seja uma prática habitual para a referida professora. Contudo, aguardávamos mais esclarecimentos por parte dela sobre as referidas atividades (quiz, dominó e figuras) desenvolvidas.

De maneira geral, apesar de tantos aspectos positivos em torno do uso do jogo, precisamos estar atentos. Pois, conforme esclarece Grando (2004), uma desvantagem está quando os jogos são empregados de maneira inadequada, há o risco de conferir-lhes um caráter estritamente aleatório, fazendo com que se tornem um mero “apêndice” na sala de aula.

No desfecho deste momento, é relevante destacar alguns pontos. Primeiramente, a proposta da atividade foi apresentada à instituição escolar, e a diretora solicitou a participação das educadoras. Assim, as participantes não optaram pelo curso de forma voluntária, mas sim atendendo a uma solicitação da diretora.

Ademais, essa prática ocorreu em um contexto desafiador, próximo ao término do ano letivo, período em que as participantes estavam sobrecarregadas com avaliações e a correria do fim de ano. Contudo, observamos que a atividade desenvolvida conseguiu despertar nelas o interesse e engajamento, durante as sessões de formação dialogada e a aplicação do jogo, nas quais colaboraram ativamente para o desenvolvimento das atividades.

Elas reconheceram nossos esforços para enriquecer o processo de ensino, participando ativamente e se envolvendo na proposta prática, contribuindo de forma proativa, em vez de meramente ouvirem passivamente. O nível de participação transcendeu as palavras, abrangendo ações e contribuições para o jogo, sendo perceptível também mediante os relatos, comportamento corporal e expressões faciais, que reafirmaram o engajamento e interesse.

Outro aspecto a ser considerado é que as professoras não possuíam um conhecimento aprofundado da teoria de forma conceitual, mas, de maneira empírica, confirmaram a teoria por meio de práticas, trazendo exemplos de suas experiências nas práticas pedagógicas para embasar as discussões teóricas.

Elas demonstraram satisfação com o trabalho realizado, opinando que o jogo apresenta potencial para enriquecer o ensino de fração de forma envolvente, abrangente e interativa. Solicitaram, por fim, que fornecêssemos *feedback* após a conclusão da pesquisa, demonstrando assim um interesse de continuidade do tema e dos resultados da pesquisa. Em resumo, encerramos as atividades motivados com o retorno dado pelas três professoras e satisfeitos pelo desenvolvimento do trabalho que gerou uma disposição em elas participarem ativamente da prática proposta, mesmo que inicialmente não houvesse motivação para isto.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, dedicamo-nos à reflexão sobre o ensino de fração, abordando os obstáculos inerentes a esse conceito e as diversas representações fracionárias possíveis. Para tanto, com o propósito de analisar uma atividade formativa e implementar o jogo inédito *Quina das Representações Fracionárias*, debruçamo-nos em promover uma sessão de formação interativa com três professoras de Matemática que lecionam ou lecionaram no Ensino Fundamental, especificamente nos anos finais, em uma escola localizada no sertão da Paraíba (PB). Também encaminhamos algumas perguntas para as educadoras e aplicamos o jogo com alguns alunos do 6º ano dessa escola.

Inicialmente, em relação a essa prática pedagógica, as professoras demonstravam hesitação, apresentando certa desmotivação e frustração ao relatarem repetidamente situações de desinteresse observadas em sala de aula. Contudo, à medida que a atividade prática progredia, tornava-se perceptível, por meio dos engajamentos e participações, o crescente interesse delas pelos temas abordados.

Aguardamos com expectativa que as professoras, ao demonstrarem interesse e receptividade, se sintam motivadas a explorar esses recursos e, inclusive, contribuir para a criação de um ambiente propício para a realização de atividades práticas semelhantes.

Além do mais, a realização deste trabalho evidenciou a necessidade de ampliar a divulgação dos estudos acadêmicos em andamento, garantindo que alcancem os educadores que compõem o corpo docente presente nas salas de aula. Embora haja uma produção significativa de trabalhos sobre Educação Matemática, surge a indagação sobre o acesso dos professores atuantes às discussões matemáticas e a natureza da formação continuada oferecida a eles.

Nesse contexto, vislumbramos a importância de elevar o destaque das formações continuadas, permitindo que adentrem as instituições escolares para enriquecer as reflexões, estudos e fomentar a formação continuada de nossos educadores.

Entendemos que é fundamental promover a divulgação das pesquisas já conduzidas, viabilizando o acesso aos professores com vasta experiência institucional às mais recentes pesquisas em andamento. Pois, durante a sessão de formação interativa, a maioria das professoras carecia de conhecimento em uma temática importante para o ensino diário de Matemática. Elas possuíam apenas uma compreensão superficial e intuitiva dos assuntos abordados, a partir da prática de sala de aula.

Já em relação à atividade com os alunos, mesmo que essa não tenha sido foco da nossa pesquisa, podemos registar que eles demonstraram entusiasmo e curiosidade desde o início, engajando-se com a proposta do jogo e mostrando-se receptivos à participação na atividade. Ao retornarem à sala de aula chegaram a compartilhar suas experiências com os colegas, ressaltando o valor do aprendizado prático obtido. Foi gratificante observar o envolvimento dos alunos e suas reações durante a atividade.

Ao abordarmos a questão relativa às potencialidades do jogo matemático *Quina das Representações Fracionárias*, na formação de professores, constatamos que o jogo tem potencial de despertar o interesse e a curiosidade dos participantes. Além de contribuir para uma abordagem didática que busca superar obstáculos epistemológicos frequentemente encontrados no ensino de fração e permite a exploração das diversas representações possíveis da fração.

Também foi possível constatar que fatores internos e externos, de modo geral, exercerão influência sobre cada aplicação do jogo de forma distinta, resultando em êxito ou insucesso. Por isso, é fundamental estar atento às particularidades de cada situação e adaptar estratégias conforme as circunstâncias. Os fatores internos, como habilidades individuais e motivação, se somam aos fatores externos, como condições de jogo e adversários, criando um cenário único a cada partida. É importante estar preparado para lidar com essas variáveis, buscando sempre aprimorar o desempenho e alcançar o sucesso. A capacidade de análise e adaptação será essencial para enfrentar os desafios e superar as dificuldades ao longo do jogo.

Observamos, também, que a prática de jogos requer repetição para aprimorar a habilidade e explorar estratégias de forma mais eficaz. Defendemos que ao possibilitar mais partidas com o mesmo grupo, poderíamos explorar outros elementos relevantes, resultando em diferenças notáveis entre a primeira rodada e as subsequentes.

Assim, lamentamos e consideramos uma desvantagem significativa a restrição de tempo tanto para interagir com os professores quanto com os alunos. Pois a ênfase na exploração dos diálogos e na familiarização mais aprofundada com os recursos poderia ter sido melhor trabalhada.

No mais, é fundamental que as escolas preservem esse recurso, que propicia experiências educativas e lúdicas, garantindo que os estudantes tenham o espaço e o tempo necessários para desfrutá-lo plenamente. O jogo apresentado é adequado para ser utilizado em diversas instâncias, como salas de aula, eventos temáticos, feiras de ciências, salas de jogos, laboratórios de Matemática, entre outros ambientes. Suas cartas são especialmente valiosas para auxiliar os professores na explicação do conceito de fração, transformando-o não apenas em um jogo, mas também em um recurso didático manipulável.

O uso de materiais didáticos permite que os alunos visualizem e construam significados, guiando-os no raciocínio. Através deles, os professores observam, estimam, relacionam informações, buscam soluções para os problemas apresentados, comparam resultados, geram novas ideias e, por fim, chegam à abstração. Assim, ocorre a construção do conhecimento.

O que estamos propondo nesta pesquisa requer a disposição do educador para compreender as razões que justificam a adoção de metodologias distintas das convencionais, como a utilização de jogos no ensino de fração, visando aprimorar a compreensão das representações e superar alguns obstáculos.

Para satisfazer a diversidade dos alunos nas salas de aula, é fundamental que as práticas de ensino sejam variadas e articuladas. As explorações de novos métodos de ensino da Matemática precisam ser um processo contínuo para os professores. As teorias exploradas e os registros das atividades demonstram que a implementação de práticas como essas é valiosa.

Nenhum objeto matemático tem materialidade. Conforme Duval (2003) exemplifica, temos apenas acesso às representações que nos permitem chegar ao objeto matemático que se encontra no mundo das ideias. Assim, a ideia da fração é essencialmente imaterial e invisível, porém é conhecida por meio das manifestações ou pelas suas representações as quais facilitam a compreensão do conceito matemático.

Nem sempre precisamos encontrar uma aplicação ou até mesmo forçarmos uma, mas podemos utilizar de recursos para facilitar o processo de compreensão por parte dos alunos. Logo, recomendamos ao professor de Matemática que considere a utilização de recursos didáticos, especialmente o jogo aqui apresentado, pois, além de não exigirem um investimento alto, podem oferecer diversas vantagens se utilizados e explorados de maneira eficaz em sala de aula.

Ademais, o presente trabalho pode estimular novas pesquisas, tanto pela pesquisadora quanto pelos leitores, dentre as quais destacamos: a criação de um jogo com a introdução de conteúdo inédito (que não seja fração), mantendo as mesmas regras, porém com cartas distintas (considerando que se trata de outro conceito); a exploração de outras questões por meio de análises não apenas das representações e obstáculos, mas incluir outras abordagens ou até mesmo demais teorias presente na Didática Francesa; o desenvolvimento e análise de um trabalho prático com os alunos, utilizando esse jogo na perspectiva do ensino efetivo na sala de aula. E dessa forma essa pesquisa pode ser um ponto de partida para o desenvolvimento de outras investigações, que seguem a mesma abordagem ou exploram temas semelhantes, estimulando reflexões e oferecendo contribuições para a prática.

Por fim, defendemos que a utilização de materiais didáticos merece atenção e a procura por novas maneiras de ensinar Matemática deve ser contínua na carreira dos professores, pois pode de fato facilitar o processo de ensino e de aprendizagem. A profissão do professor está ligada ao estudo contínuo, a busca por novas maneiras de ensinar e promover a aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Marcia. **Uma idéia para o laboratório de Matemática**. Dissertação - Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, 1999. Disponível em: https://repositorio.usp.br/item/001040410. Acesso em: 9 mar. 2024.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática.** 1ª ed. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ALVES, Eva Maria Siqueira. **A ludicidade e o Ensino de Matemática**: uma prática possível. 7ª ed. Campinas (SP): Papirus Editora, 2001.

ANDRADE, Joana de Jesus de; SMOLKA, Ana Luiza Bustamante. A construção do conhecimento em diferentes perspectivas: contribuições de um diálogo entre Bachelard e Vigotski. Ciência e Educação, v. 15, n. 2, p. 245-268, 2009. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S1516-73132009000200002. Acesso em: 17 fev. 2024.

APENAS 5% dos alunos da rede pública terminam o ensino médio com conhecimentos adequados de matemática. **G1**. São Paulo, 2021. Disponível em: https://g1.globo.com/educacao/noticia/2021/02/24/apenas-5percent-dos-alunos-da-rede-publica-terminam-o-ensino-medio-com-conhecimentos-adequados-de-matematica.ghtml. Acesso em: 6 set. 2022.

ARAUJO, Wellson de Azevedo; MACIEL, Aníbal de Menezes. Reflexões sobre o Uso do Laboratório de Ensino de Matemática. *In:* MACIEL, Aníbal de Menezes (Org.). **Laboratório de Matemática**: uma Alternativa para o Ensino de Matemática. 1ª ed. Piracanjuba (GO): Editora Conhecimento Livre, 2022, p. 127-144.

BACHELARD, Gaston. **A formação do Espírito Científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Tradução Esteia dos Santos Abreu. 1ª ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. 316 p. Tradução de: La Formarion de Pesprit scientifique: contribution à une psychanalyse de Ia connaissance. Disponível em: http://astro.if.ufrgs.br/fis2008/Bachelard1996.pdf. Acesso em: 20 abr. 2023.

BACURY, Gerson Ribeiro. **O jogo como ferramenta de aprendizagem da matemática para os alunos do 7° ano**. 116 p Dissertação - Universidade Federal do Amazonas (Ufam), Manaus (AM), 2009. Disponível em: https://www.lajse.org/may15/12097_Bacury.pdf. Acesso em: 2 fev. 2024.

BARROSO, Mariana Moran; FRANCO, Valdeni Soliani. O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática. **Zetetiké**, Campinas (SP), v. 18, n. 2. 205–234 p, jan. 2011. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646684. Acesso em: 6 set. 2023.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. *In:* BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 99-112.

BITTENCOURT, Jane. Obstáculos epistemológicos e a pesquisa em didática da matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 5, n. 6, p. 13-17, 1998.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação Qualitativa em Educação:** Uma introdução à Teoria e aos Métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. Tradução Helena Castro. 3ª ed. São Paulo: Blucher, 2019. Tradução de: A history of mathematics.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF. 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (3º e 4º Ciclo):** Introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 174 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BROUSSEAU, Guy. Les Obstacles épistemologiques et la didactique des mathématiques. *In:* GARNIER, Catherine; GARNIER, Catherine. **Construction des savoirs Obstacles et conflits**: Obstacles & conflits. Les: Agence d'ARC, 1989, p. 41-63.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. *In:* BROUSSEAU, Guy. **Théorie des Situations Didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998, p. 115-160.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas:** Conteúdos e métodos de ensino. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. *In:* PARRA, Cecília (Org.); SAIZ, Irma (Org.). **Didática da Matemática**: Reflexões Psicopedagógicas. 1ª ed. Porto Alegre: Artmed, 1996, p. 48-72.

CAMACHO, Natércia Maria Fernandes Pereira. **A Matemática e as suas conexões com o quotidiano**: À descoberta da Matemática no dia-a-dia. 83 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade da Madeira (UMa), 2011. Disponível em: https://digituma.uma.pt/handle/10400.13/368. Acesso em: 6 jan. 2024.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; RODRIGUES, Wilson Roberto. A idéia de unidade na construção do conceito do número racional. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Santa Catarina, v. 2, n. 1, p. 68-93, jan. 2007. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12992. Acesso em: 12 mai. 2023.

COSTA, Letícia Vieira Oliveira. **Números Reais no Ensino Fundamental**: Alguns Obstáculos Epistemológicos. 368 p Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação) - Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, 2009. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-30082010-085854/. Acesso em: 31 out. 2023.

COSTA, Daniela da; REGINATO, Aline Estivalet; AMARAL-ROSA, Marcelo Prado. Protagonismo, descontextualização e ensino: Dificuldades emergentes em professores de Ciências e Matemática. **Revista Espaço Crítico**, Goiânia, v. 2, n. 1, p. 37-49, mar. 2021. Disponível em: https://revistas.ifg.edu.br/rec/article/view/897. Acesso em: 6 jan. 2024.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva; LOPES, Celi Espasandin. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 1-17, abr. 2015. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/986. Acesso em: 06 set. 2023.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Brasília, Ano II. n. 2, p. 15-19, 1989. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/td/issue/view/172. Acesso em: 23 ago. 2023.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Ubiratan D'Ambrosio. **Educação Matemática em Revista - SBEM**, São Paulo, v. 6, n. 7, p. 5-10, jul. 1999. Entrevista concedida a Célia Carolino Pires.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** da teoria à prática. 23ª ed. Campinas: Papirus, 2012.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de Didática da Matemática**. Tradução Maria Cristina Bonomi. 1ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2007. Tradução de: Elementi di Didattica della Matematica.

DRUCK, Iole de Freitas. **Frações:** uma análise de dificuldades conceituais. Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo - (IME-USP), ago. 2006. Disponível em: https://repositorio.usp.br/directbitstream/f67cbea2-7f25-497b-a248-c46682417d88/1555913.pdf. Acesso em: 21 set. 2023.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Roâni Abreu da Silveira. 1ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009. 120 p. Tradução de: Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. *In:* MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. 8ª ed. Campinas (SP): Papirus, 2003, p. 11- 33.

EMERIQUE, Paulo Sérgio. Isto e Aquilo: Jogo e "Ensinagem" Matemática. *In:* BICUDO, Maria Aparecida Viggiane. **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e perspectivas. 1ª ed. São Paulo: Editora Unesp, 1999.

ETCHEVERRIA, Teresa Cristina *et al*. Reflexões acerca do desempenho e das dificuldades de estudantes da educação básica e superior nas operações com frações. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática - ReviSeM**, Itabaiana (SE), v. 4, n. 2. 71–88 p, out 2019. Disponível em: https://periodicos.ufs.br/ReviSe/article/view/11840. Acesso em: 31 out. 2023.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim SBEM**, São Paulo, v. 4, n. 7, 1990.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática**. 2ª ed. Campinas (SP): Autores Associados, 2007.

FONSECA, Simone Silva da; SANTOS, Renata dos. Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Aprender fração. **Revista Insignare Scientia - RIS**, v. 2, n. 1, p. 50-66, mai. 2019. Disponível em: https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RIS/article/view/10724. Acesso em: 23 ago. 2023.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 64ª ed. Rio de Janeiro: Paz e terra, 2017.

FREITAS, José Luiz Magalhães de; REZENDE, Veridiana. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, v. 2, n. 3. 10-34 p, nov. 2013. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/5946. Acesso em: 04 set. 2023.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GLORIAN, Marie Jeanne Perrin . **Utilização da noção de obstáculo na didática da matemática**. Tradução Vicenzo Bongiovanni e Saddo Ag Almouloud. Caderno de Educação Matemática. v. 2. Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática. PUC-SP, 1995.

GONÇALVES, Antonio Roberto; SILVA, Ana Lúcia. **O uso do laboratório no Ensino da Matemática**. 2007. Disponível em: http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_antonio_roberto_goncalves.pdf. Acesso em: 06 set. 2023.

GRANDO, Regina Célia. **O Jogo suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática**. 175 p Dissertação (Educação) - Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas (SP), 1995. Disponível em: https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/83998. Acesso em: 27 ago. 2023.

GRANDO, Regina Célia. **O Jogo e a Matemática no contexto da sala de aula.** 1ª ed. São Paulo: Paulus, 2004.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A noção de “Obstáculo Epistemológico” e a Educação Matemática. *In:* MACHADO, Silvia Dias Alcântara *et al*. **Educação Matemática**: uma introdução. 1ª ed. São Paulo: EDUC, 1999, p. 89-113.

INÊS GUIMARÃES. [Locução de]: A Minha Geração com Diana Duarte. Portugal: Antena 3, 21 jan. 2024. *Podcast*. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=z0guxVNKu0I. Acesso em: 21 jan. 2024.

JOSÉ, Wander Alberto; VIZOLLI, Idemar. Obstáculos Epistemológicos Inerentes ao Conceito de fração: um estado do conhecimento. **Rematec**, v. 17. 48–66 p, mar 2022.

Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/13. Acesso em: 12 mai. 2023.

JÚNIOR, Wander Moraes da Silva. **Frações e seus Diferentes Significados em Alguns Materiais Didáticos de Matemática**. Dissertação (Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica (PUC), Belo Horizonte (MG), 2020.

KIEREN, Thomas E. Personal Knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. *In:* HIEBERT, James; BEHR, Merlyn. **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. 2ª ed. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates (LEA), 1991, p. 162-180, p. 162-180.

KIKUCHI, Luzia Maya. **Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no ensino fundamental: uma aproximação entre os Obstáculos Epistemológicos e a Teoria dos Campos Conceituais.** 140 p Dissertação (Pós-Graduação da Faculdade de Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-23102012-131046/pt-br.php. Acesso em: 10 jan. 2024.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida (Org.). **O Jogo e a Educação Infantil**. 1ª ed. São Paulo: Pioneira, 1994.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** 10ª ed. São Paulo: Cortez, 2007.

LOPES, Antonio José. O Que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender Sobre Frações, Quando Tentamos lhes Ensinar Frações. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 21, n. 31, p. 1-22, dez 2008. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/756. Acesso em: 23 ago. 2023.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de Ensino de Matemática e Materiais Didáticos Manipuláveis. *In:* LORENZATO, Sergio (Org.). **O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 3ª ed. Campinas (SP): Autores Associados, 2012, p. 1-37.

LORENZATO, Sergio (Org.). **Para Aprender Matemática.** 3ª ed. Campinas (SP): Autores associados, 2006.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. A fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 21, n. 31, p. 23-40, dez 2008. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2104. Acesso em: 2 nov. 2023.

MAGINA, Sandra; BEZERRA, Francisco Brabo; SPINILLO, Alina. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos (RBEP)**, Brasília, v. 90, n. 225, p. 411-432, maio/ago 2009. Disponível em: https://rbep.inep.gov.br/ojs3/index.php/rbep/article/view/1435. Acesso em: 12 mai. 2023.

MIRANDA, Werventon dos Santos *et al*. A noção de obstáculo didático institucional. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 73-102, 13. mai. 2020. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2020v13n1p73. Acesso em: 10 jan. 2024.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. **Educação Matemática Em Revista (SBEM)**, São Paulo (SP), v. 2, n. 3, p. 17-24, 1994. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/27530/. Acesso em: 21 fev. 2024.

OLIVEIRA, Marcelo de Sousa. Uma reflexão sobre a ideia de superação do ensino tradicional na educação matemática: a dicotomia entre a abordagem clássica e abordagens inovadoras em foco. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 7, n. 14. 79-93 p, dez. 2019. Disponível em: https://revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/16816. Acesso em: 21 fev. 2024.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Materiais Manipuláveis como Recursos Didáticos na Formação de Professores de Matemática. In: LORENZATO, Sergio. (Org.). **Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados, 2009, p. 77-92.

PEREIRA, Ana Luísa Lopes. **A Utilização do Jogo como recurso de motivação e aprendizagem**. 132 p. Dissertação (Letras) - Universidade do Porto, 2013. Disponível em: https://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/71590. Acesso em: 21 fev. 2024.

PEREZ, Geraldo. Formação de Professores de Matemática Sob a Perspectiva do Desenvolvimento Profissional. *In:* BICUDO, Maria Aparecida Viggiane. **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e perspectivas. 1ª ed. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 263-282.

PIAGET, Jean. **Psicologia e Pedagogia**: A resposta do grande psicólogo aos problemas do ensino. Tradução Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva. 9 ed. Rio de Janeiro: Editora Forense, 2006. 184 p. Tradução de: Psychologie et Pedagogie.

PINTO, Renata Anastácio; FIORENTINI, Dario. Cenas de uma aula de álgebra: produzindo e negociando significados para a “coisa”. **Zetetiké**, Campinas (SP), v. 5, n. 2, p. 45-72, dez. 1997. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646847. Acesso em: 6 mai. 2023.

RAMOS, Daniela Karine; KNAUL, Ana Paula; ROCHA, Aline. Jogos analógicos e digitais na escola: uma análise comparativa da atenção, interação social e diversão. **Revista Linhas**, Florianópolis, v. 21, n. 47, p. 328-354, set./dez. 2020. Disponível em: https://revistas.udesc.br/index.php/linhas/article/view/13209. Acesso em: 25 fev. 2024.

RIBEIRO, Eleonora Lôbo. A Escola Secundária e a Matemática. *In:* CONGRESSO NACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA NO CURSO SECUNDÁRIO, n. 1. 1955. **Anais [...].** Salvador: Tipografia Beneditina, 1957, p. 46-77.

RODRIGUES, Talissa Cristini Tavares. **Dialógica da Inovação**. Porto Alegre, 2021. 193 p. Tese (Programas de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática e Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Disponível em: https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/10411. Acesso em: 15 jan. 2024.

SCHWARTZ, Gisele Maria. O Processo Educacional em Jogo: Algumas Reflexões Sobre a Sublimação do Lúdico. **LICERE - Revista do Programa de Pós-graduação Interdisciplinar em Estudos do Lazer**, Belo Horizonte, v. 1, n. 1, set. 1998. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/licere/article/view/1557. Acesso em: 20 fev. 2024.

SILVA, Maria José Ferreira da; ALMOULOUD, Saddo Ag. As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 21, n. 31, p. 55-78, dez. 2008. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2105. Acesso em: 23 ago. 2023.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. A interpretação da Matemática na escola, no dizer dos alunos: Ressonâncias do sentido de “dificuldade”. **Revista Liberato**, v. 1, n. 1, jan. 2013. Disponível em: https://revista.liberato.com.br/index.php/revista/article/view/10. Acesso em: 6 jan. 2024.

SOARES, Flávia. Ensino de Matemática e Matemática Moderna em Congressos no Brasil e no Mundo. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 8, n. 25. p. 727–744, set./dez. 2008. Disponível em: https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/3772. Acesso em: 14 abr. 2023.

SOUSA, Naiara Alves de; ALMEIDA, Hianne Maravilha Dantas e Sousa; ANDRADE, Francisco José de. Um estudo reflexivo sobre a utilização do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) como alternativa metodológica. **Revista Educação em Debate**, Fortaleza, v. 43, n. 84, p. 186-200, jan./abr. 2021. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/59015. Acesso em: 6 out. 2023.

SOUZA, Andréa Alves de; CUNHA, Karina Miranda Machado Borges; ANDRADE, Mônica Gonçalves de. O Lúdico na Educação Inclusiva: O Processo de Aprendizagem a Partir dos Jogos e Brincadeiras. **Revista Gestão & Tecnologia**, v. 1, n. 28, p. 125-137, jul 2019. Disponível em: https://www.faculdadedelta.edu.br/revistas3/index.php/gt/issue/view/9. Acesso em: 2 nov. 2023.

TEIXEIRA, Ricardo Roberto Plaza; APRESENTAÇÃO, Katia Regina dos Santos da. Jogos em sala de aula e seus benefícios para a aprendizagem da matemática. **Revista Linhas**, Florianópolis, v. 15, n. 28, p. 302-323, jan./jun. 2014. Disponível em: https://revistas.udesc.br/index.php/linhas/article/view/1984723815282014302. Acesso em: 31 out. 2023.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A matemática do ensino e os documentos curriculares: história da produção de novos saberes. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, São Paulo (SP), v. 20, p. 1-23, set. 2023. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/372. Acesso em: 6 jan. 2024.

VALERA, Alcir Rojas. **Uso social e escolar dos números racionais**: representação fracionária e decimal. 164 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Marilia, 2003. Disponível em: http://acervodigital.unesp.br/handle/11449/90210. Acesso em: 14 abr. 2023.

VIEIRA, Sonia. **Como elaborar questionários**. 1ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.

WILMER, Celso Braga *et al*. **Matemática no dia a dia.** 1ª ed. São Paulo: Senac, 2020.

ZORZAN, Adriana Loss. O conhecimento científico em Bachelard. **Revista de Ciências Humanas**, v. 6, n. 7, p. 85-100, 2005. Disponível em: https://www.revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/270. Acesso em: 17 fev. 2024.

APÊNDICE A - APLICAÇÃO DO JOGO COM OS ALUNOS

Antes do encontro com os professores, no dia 08 de novembro, a diretora selecionou, a nosso pedido, quatro alunos[34] (duas meninas e dois meninos) de uma determinada turma do 6º ano, para jogar a *Quina das Representações Fracionárias.* Posteriormente, informaram-nos que um dos meninos tem um determinado grau de autismo.

Esse momento com eles ocorreu em torno de uma hora, na sala dos professores. Destacamos que esse foi o tempo estabelecido pelos educadores responsáveis, tendo em vista a inviabilidade de ter esses alunos em outros horários que fossem opostos ao da escola ou até mesmo a possibilidade de retirá-los com mais frequência das suas aulas.

Primeiramente, apresentamo-nos de forma breve (nome; de onde era; o que fazia.). Eles também se apresentaram, falaram qual era as suas respectivas idades, a relação deles com a Matemática e principalmente o que achavam do conteúdo de fração. Alguns disseram que a Matemática era a matéria que gostavam, outros gostavam mais ou menos e a fração eles gostavam mais ou menos e não tiveram tanta dificuldade nesse conteúdo. No quadro 11, destacamos algumas dessas informações.

Quadro 11 - Breves informações dos alunos.

PARTICIPANTES	ALGUMAS INFORMAÇÕES
Aluna 1 - (A1)	13 anos (gosta de Matemática)
Aluno 2 - (A2)	13 anos (gosta mais ou menos de Matemática)
Aluna 3 - (A3)	12 anos (gosta mais ou menos de Matemática)
Aluno 4 - (A4)	13 anos (gosta mais ou menos de Matemática)

Fonte**:** Elaborada pela autora, 2024.

Fizemos uma explicação do jogo e do porquê da sua nomenclatura, na sequência apresentamos as cartas. Nesta ocasião, as cartas foram utilizadas como Material Didático Manipulativo para efeito de revisão do conteúdo. A partir de uma exposição dialogada, buscamos informar as regras do jogo, de forma a sondar o conhecimento dos alunos sobre o conteúdo de frações. Ficamos satisfeitos ao ver a participação, atenção e o interesse dos

[34] Esse foi o primeiro contato do jogo com esses alunos dessa escola.

alunos durante a apresentação das regras, demonstrando que eles estavam realmente engajados em aprender de forma lúdica e participativa.

Optamos por utilizar as cartas nesse momento inicial como Material Didático Manipulativo, explicando carta por carta e quina por quina. Essa escolha se deu pelo fato de não termos conhecimento do nível de familiaridade que os alunos tinham em relação às representações fracionárias.

No momento que estávamos apresentando a quina da comparação, uma aluna (A1) argumenta que se a região de ⅓ for maior que a de ½, logo ⅓ seria maior que ½. Daí, a partir da manipulação das cartas, intervimos e evidenciamos que a comparação ocorre quando estou equiparando uma mesma região delimitada. Nesse caso, as figuras precisam ter o mesmo tamanho e a quantidade de divisões das duas cartas é que são diferentes, ou seja, a comparação está sendo dos espaços selecionados da partição do mesmo espaço.

A atividade possibilitou detectar que A1 não tinha bem estabelecida esse tipo de representação e as possibilidades para que ocorra uma comparação (ter a mesma área ou mesmo espaço delimitados), pois ela achava que se a área dividida em 3 for maior que a área dividida em 2 teríamos $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$. Assim que essa dificuldade é detectada, agimos imediatamente utilizando o próprio material para sanar qualquer equívoco.

Depois, iniciaram o jogo propriamente dito, com a nossa mediação. A partida foi feita considerando até 3 ganhadores, os quais iam sendo declarados vencedores conforme montavam e explicavam uma das 6 quinas constantes do jogo.

Considerando o tempo disponibilizado para interagir com os alunos, especialmente por se tratar de seu primeiro contato com o material, e levando em consideração suas observações iniciais, optamos por adotar a estratégia de apresentar a imagem das quinas. Isso permitiu que os alunos identificassem qual quina estava mais propícia para ser montada com base nas cartas distribuídas a cada jogador no início da partida (5 cartas) para dar início ao jogo.

Dos quatro jogadores, uma aluna (A1) conseguiu assimilar as regras com mais facilidade, sempre atenta aos companheiros de jogos e mencionando, quando necessário, as regras a serem cumpridas para que ninguém infringir as normas (o famoso roubar no jogo). Ela formou a quina da equivalência, ocupando o primeiro lugar de vencedores. E após esse momento, ela ficou comigo mediando os demais jogadores que seguiam no jogo.

De acordo com Pereira (2013), no jogo os alunos exercem a responsabilidade pelos seus atos, existe uma autodisciplina e cuidado em cumprir as regras estabelecidas. E presenciamos esse cuidado, quando A1 está comumente a evidenciar as regras do jogo para seus demais colegas. O jogo é identificado como um recurso eficaz para promover o desenvolvimento dessas habilidades nos estudantes.

O respeito e o empenho na atividade de jogo são aspectos fundamentais para o desenvolvimento de uma cidadania. Assim como no jogo, onde existe um conjunto de regras que devem ser seguidas para garantir a igualdade de oportunidades e o bom funcionamento do jogo, na sociedade em geral também existem normas de conduta e leis que devem ser observadas por todos os cidadãos. (Pereira, 2013).

A prática do respeito no jogo, ao reconhecer e considerar as decisões das normas estabelecidas, por exemplo, reflete uma postura de respeito e colaboração que também deve ser aplicada na vida cotidiana. Sendo assim, o apreço e empenho na atividade de jogo contribuem também para um exercício de cidadania, além de possibilitar um momento para se entreter.

Já o jogador A4 demonstrou ter mais dificuldades, ele chegou a montar a quina da soma e ser o segundo vencedor da partida, contudo teve dificuldade de justificar a combinação das cartas. Ele não compreendia a relação de representações entre a carta da figura contínua (figura geométrica) e a carta da língua natural “cinco sexto”. Ademais, notamos que em sua fala ele mencionava a fração $\frac{5}{6}$ como “cinco traço seis”, “cinco tracinho seis” e “cinco tração seis”. Ou seja, existe uma dificuldade de fazer uma conversão entre as cartas de registro numérico, figura continua e língua natural.

Este aluno apresenta dificuldades em fazer uma conversão de um registro (língua natural) para outros registros (figura geométrica e numérica). Conforme explica Duval (2009), esse processo de conversão entre registros trata-se de uma mudança no sistema, mas a sua referência ao mesmo objeto permanece conservada.

A compreensão em Matemática implica a capacidade de mudar de registro. Esse mesmo autor vai afirmar isso, “[...] é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e não o inverso, qual seja, o ‘enclausuramento’ de cada registro” (Duval, 2009, p. 22). Esse “enclausuramento” é o que impede o estudante de identificar o mesmo objeto matemático em duas de suas representações distintas.

Observamos também que o aluno não faz a leitura da fração como “cinco sexto”, ele fala “cinco tração seis” e em outros momentos “cinco tracinho seis”. Do ponto de vista de Lopes (2008), não é tão simples relacionar uma parte através de dois inteiros separados por um tracinho, chegando a conceituar a notação da fração como um dos obstáculos à sua aprendizagem.

Quando percebemos a fala do aluno e a sua dificuldade, fizemos algumas intervenções para promover o momento da aprendizagem, mediante as explicações. Utilizamos de questionamentos e das referidas duas cartas na tentativa de que ele compreendesse que se tratava de uma fração em diferentes representações, em um determinado momento pedi para a primeira ganhadora (A1) (que estava mediando os demais jogadores conosco) que se explica para ele, tanto para valorizá-la, como para ver se ele conseguiria entender melhor com ela intervindo.

Para confirmar a compreensão do aluno, conversamos com ele em particular após o jogo e reiteramos a explicação. Além disso, solicitamos que ele explicasse com suas próprias palavras, percebendo finalmente que realmente havia entendido a explicação.

Ao analisarmos esse momento, notamos que conforme Grando (2004) afirma as atividades com jogos permitem que os professores identifiquem e diagnostiquem algumas dificuldades de seus alunos. Esse aluno, A4, é o estudante que tem diagnosticado um grau de autismo.

Com A1 e A4 fora do jogo (atuando como mediadores) prosseguimos com a partida, contando agora com apenas dois jogadores. É o momento decisivo, pois o terceiro lugar será decidido entre esses dois jogadores. Notamos que A2 ficou esperto em analisar a empolgação e o comportamento da sua adversária A3. Esse toque de alerta foi uma sugestão dada pela primeira campeã (A1) que estava mediando os jogadores comigo.

A jogadora A3 se encontrava eufórica e deixou que o seu adversário percebesse qual carta ela estava de olho. Notando isso, na sua vez de jogar, A2 pega do montante principal a carta tão aguardada de sua oponente, deixando-a sem opção. Na próxima rodada ele (A2) descarta essa carta (que ele não precisava) para pegar a que faltava (pois agora já estava disponível para ele no montante) e assim completar a quina da divisão. Ele age de tal modo a eliminar a carta que A3 queria e monta a sua quina na sequência, tornando-se o terceiro ganhador da rodada.

Neste momento, testemunhamos uma competição saudável, em que os participantes disputam o último lugar do pódio. A observação atenta é crucial neste momento decisivo, exigindo cuidados específicos. Diversas abordagens linguísticas e estratégias comportamentais são empregadas pelos próprios alunos no planejamento das jogadas. Este jogo educacional incorpora um conceito matemático, unindo o prazer à aprendizagem. Além disso, essas são algumas das vantagens apontadas por Grando (2004).

No contexto dos jogos, os alunos são incentivados a seguir as regras estabelecidas, a respeitar os limites do jogo e a controlar seus impulsos. Uma expressão inoportuna pode inadvertidamente revelar suas cartas ao adversário durante o jogo. Ao se depararem com desafios e obstáculos durante uma partida, os estudantes precisam manter o foco e a determinação para alcançar seus objetivos, o que contribui para o desenvolvimento da autodisciplina.

A jogadora A3 não conseguiu manter suas emoções controladas e não utilizou de uma estratégia que a favorecesse. Mas, acreditamos que o jogo pode educar para desenvolver a atenção em próximas brincadeiras e para a vida de maneira geral. Mesmo assim parabenizamos essa aluna, porque ela sabia qual a carta que queria. E ressaltamos que jogo também é uma questão de estratégia, e ela acabou fornecendo informações que comprometeram suas jogadas.

Além disso, a autodisciplina no jogo envolve também a capacidade de lidar com a frustração e o fracasso. Nem sempre é possível vencer em todas as partidas, e os alunos precisam aprender a lidar com a derrota de forma construtiva, buscando identificar seus erros e melhorar seu desempenho nas próximas jogadas. Essa habilidade é essencial não apenas no contexto dos jogos, mas também em diversas situações da vida cotidiana.

Na figura 5, apresentamos os alunos em ação, concentrados em suas jogadas.

Figura 5 - Imagem dos alunos em desenvolvimento no jogo.

Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Sobre a manipulação do material, alguns deles foram estratégicos no decorrer da partida, desenvolvendo a melhor forma de manipular e usufruir do material. Alguns cobriram o seu jogo para os adversários não verem as suas estratégias de jogos (a figura 5 mostra isso).

Também nessa atividade houve divertimento e falas empolgantes ao compreenderem as representações registradas nas cartas. Quando algum professor entrava na sala e paravam para observar, eles falavam bem animados a respeito do desenrolar da partida, atualizando-os de quem estava na frente (ganhando).

Mesmo com todos os desafios e incertezas, o jogo também pode proporcionar momentos de prazer da descoberta. Através do jogo, é possível vivenciar o encantamento que seduz e cativa, permitindo que os jogadores se entreguem totalmente ao novo. É como se, ao participar de um jogo, pudéssemos explorar novas possibilidades, experimentar diferentes papéis e deixar a imaginação fluir. O jogo é, portanto, um espaço de liberdade e expressão, proporcionando a união da diversão com o aprendizado e a construção de relações significativas.

Outras vantagens apontadas por Grando (2004) tornam-se evidentes ao utilizarmos jogos educativos. Essa atividade lúdica promove a interação social entre os alunos e incentiva a conscientização do trabalho em equipe, especialmente quando os mediadores entram em ação. Durante essas atividades lúdicas, os alunos aprendem a tomar decisões e a avaliá-las. A integração de jogos desperta o interesse dos alunos. Desde nossa conversa inicial sobre a atividade com o jogo a ser desenvolvida, ficou evidente que os alunos se mostraram motivados a participar.

APÊNDICE B - PERGUNTAS

	UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA - UEPB **MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

QUESTÕES DA PESQUISA

1. Como você aborda o conteúdo de fração em sala de aula, quanto ao uso de recursos didáticos (livros, materiais concretos, jogos, lápis e quadro)?
2. Quais são as dificuldades que os alunos apresentam quando você ensina/ensinou fração? Fale um pouco sobre elas.
3. O que você faz para superar as dificuldades que foram por você apontadas (na pergunta anterior)?
4. Você sabe o que são obstáculos epistemológicos e didáticos? Se sim, explique com suas palavras.
5. No Ensino de fração, temos as representações: numérica, língua natural (português), figura contínua, figura discreta e algorítmica. Quais as dificuldades apresentadas, pelos alunos, em transitar entre essas representações?
6. Qual é a sua opinião sobre o uso de jogos no Ensino de Matemática? Você acha que os jogos podem ajudar na identificação e superação dessas dificuldades? Exemplifique.
7. Você já utilizou materiais manipuláveis e/ou jogos em suas aulas de Matemática? Se sim, conte sua experiência.

APÊNDICE C - SLIDES

FORMAÇÃO DIALOGADA

O USO DO JOGO MATEMÁTICO: a Quina das Representações Fracionárias na formação de professores

Mestranda:
Naiara Alves de Sousa

UEPB

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Sequencia de Atividades

Primeiro Momento

Segundo Momento

SOUSA - PB
27 | 10 | 2023

1º Momento

Sequência de Apresentação

I — Obstaculos Epistemologico e Didatico

II — Representações Semioticas

III — Ensino de Fração

IV — Laboratório de Ensino de Matemática e Jogos Matemáticos

I
Obstaculos Epistemologico e Didatico

Obstáculos:

Gaston Bachelard
- Formulou a ideia de Obstaculos Epistemologicos;
- Não trata especificamente sobre questões pedagógicas;
- Defendia que na Matemática não havia obstáculos.

Guy Brousseau
- Teórico influente no campo da Didática da Matemática;
- Pioneiros no tratamento de obstáculos presentes no ensino de Matemática e na construção de seus conceitos;
- Aborda três tipos de obstáculos: ontogenéticos, didáticos, e epistemológicos.

O que são Obstáculos Didáticos?

Obstáculo Didático **-** vem da ação didática. Obstáculo causado pela ação do professor que impede o avanço;

Alguns exemplos:

- "multiplicar significa aumentar" (Fiorentini; Lorenzato, 2007, p.48);
  Então, por que 5 multiplicado por 1/3 resulta em um número menor que 5?
- "divisão de um número inteiro positivo por um número racional menor do que um, cujo resultado é um número maior do que o dividendo" (Pais, 2001, p. 46);
  O resultado da divisão não é sempre menor do que o dividendo?

Obstáculo epistemológico **-** vem da natureza do saber.

"os obstáculos epistemológicos não podem ser evitados, uma vez que fazem parte do processo de evolução do espírito científico, ou seja, precisa-se conhecê-los, para superá-los. Esse processo de superação é a trilha que conduz o espírito à cultura científica." (José; Vizolli, 2022, p. 56).

Exemplo:

- menos vezes menos dá mais;
- a associação do número zero com o "nada";
- "identificação de antecessor e sucessor de números negativos" (Costa, 2009, p. 144).

Exemplo de o***bstáculos epistemológico*** nos números racionais:

- "compreensão de que entre quaisquer dois números racionais existem infinitos números racionais" (Costa, 2009, p. 144), diferente dos conjuntos naturais e inteiros que são mais discreto;
- Dado o número 3,6 ou ½, qual é o próximo?
  à impossibilidade de definir o número antecessor ou sucessor nos racionais. (Costa, 2009). Entre dois racionais há sempre outro racional, depois do 3,6 vem o 3,7, mas também vem o 3,61 ou 3,605 e assim por diante.

Alguns exemplos de obstáculos fracionarios:

- $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \ldots$ são diferentes representações de um mesmo número;
  "O fato de um natural (e um inteiro) normalmente, utilizando apenas algarismos, ser escrito de uma única maneira pode ser um obstáculo epistemológico para a aceitação de que um número racional pode admitir mais de uma representação" (Costa, 2009, p. 146).
  Outros exemplos: número misto ou um número inteiro que pode ser escrito como fração.

Alguns exemplos de obstáculos fracionarios:

- Comparação entre os racionais que parece contraditória: $3>2$ vs $\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$;
  "A ideia de que a comparação entre números naturais é realizada levando-se em consideração apenas o seu valor absoluto pode se constituir em um obstáculo epistemológico na comparação entre frações que apresentam o mesmo numerador e denominadores diferentes." (Costa, 2009, p. 146).
- Diferença entre 2×10 vs $\frac{1}{2} \times 10$.

Alguns exemplos de obstáculos fracionários, mencionados por alguns teóricos:

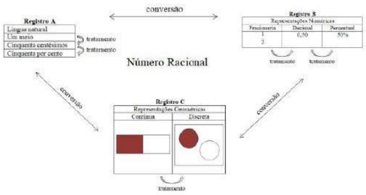
- "os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas. A começar pelo fato de que a palavra fração estar relacionada a muitas idéias e constructos" (Lopes, 2008, p. 7);
  (relação parte/todo, quociente, medida, razão e operador.)
- "não é tão trivial a associação de uma parte através de dois números inteiros separados por um tracinho." (Lopes, 2008, p. 9).
  "O fato do número natural (e de um inteiro) se apresentarem "prontos" pode ser um obstáculo epistemológico na apropriação de números que possuem símbolo em sua representação, como no caso a divisão em uma fração." (Costa, 2009, p. 145)

II
Representações Semioticas

Representação Semióticas:

- Raymond Duval desenvolveu a "Teoria dos Registros de Representações Semióticas";
- Essa teoria situa que na atividade matemática, na mobilização de seus objetos, só ocorre a acessibilidade através de representações;
- Não se deve confundir um objeto com a sua representação;
- Na matemática os seus objetos não são acessíveis perceptivelmente ou instrumentalmente, passa necessariamente por representações semióticas.

Representação Semióticas:



III
Ensino de Fração

Introdução

- O contato com o termo fração;
  "fração de segundos" / "meio copo" / "dizimo"
- Assumir diversos significados;
  relação parte/todo, quociente, medida, razão (escala, porcentagem, etc) e operador.
- Representações fracionárias.
  numérica, língua natural (português), geométrica (figuras contínuas e discretas) e algorítmica.

Fonseca e Santos (2019):

"o conteúdo de frações na matemática é fácil de ser empregado"

Alguns exemplo:

- separação de ingredientes para receitas de bolo;
- divisão de uma pizza;
- sistema monetário.

vs

Lopes (2008):

- a utilização direta das frações tende a se tornar cada vez menos frequente;
- os decimais ganharam a guerra da comunicação e da usabilidade.
- não é fácil a sua aplicação, a busca por contextos realistas a qualquer custo podem mais atrapalhar do que ajudar. (ele cita um exemplo de receita).

Representações analógicas cedem lugar às digitais.

Balanças

Hidrômetros

Representações analógicas cedem lugar às digitais.

O visor do odômetro dos automóveis resiste como um dos últimos mecanismos do gênero onde se lê frações, pelo posicionamento dos ponteiros numa escala, para saber se o tanque tem cerca de ¼, ½ ou ¾ de combustível. (Lopes, 2008, p. 5)

Então por qual motivo devo insistir no ensino de fração, ao invés de focar na forma decimal ou na porcentagem?

O ensino de frações é fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos, tais como: razão, proporções, equações, cálculo algébrico. Além de serem necessárias nos casos de cálculos em que os números tratam de dízimas periódicas, pois "[...] a representação na forma fracionária favorece a obtenção dos resultados com maior precisão, uma vez que na forma decimal é preciso fazer aproximações." (Brasil, 1998, p. 103).

IIV
Laboratório de Ensino de Matemática e Jogos Matemáticos

"palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimentos. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar." (LORENZATO, 2006b, p. 17).

- Importância do Laboratório de Matemática;
- Cuidados em seu uso (o grande diferencial vai estar no professor);
- Elo entre teoria e prática;
- Está para além de um ambiente físico, "deve ser o centro da vida matemática da escola" (LORENZATO, 2006a, p. 6-7);
- Dentro do Laboratorio de Matemática temos diversos recursos, incluindo os jogos.

O Uso de Jogos no Processo de Ensino Aprendizagem de Matemática:

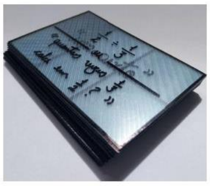
- Intuito de ensinar as pessoas sobre determinado assunto ou para ampliar conceitos;
- "possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros" (BRASIL, 1998, p. 46);
- Grando (2004) enxerga o jogo como uma possibilidade metodológica de aprendizagem. E tece pontos positivos e negativos quanto ao seu uso.

2º Momento

QUINA DAS REPRESENTAÇÕES FRACIONÁRIAS

"foi construído baseando-se no jogo denominado, em algumas regiões, de *Relancí* ou *Trinca*."

QUINA DAS REPRESENTAÇÕES FRACIONÁRIAS

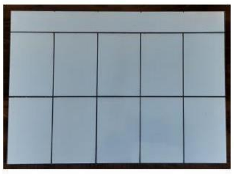


Materiais para sua construção:

- capa de encadernação A4 transparente;
- régua;
- lápis de tinta permanente;
- estilete.

Obs: medidas para a construção das cartas, 6cmx9cm.

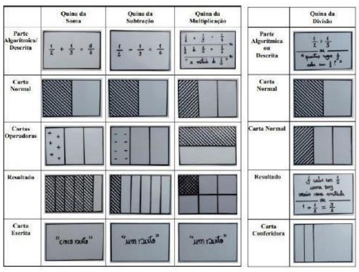
QUINA DAS REPRESENTAÇÕES FRACIONÁRIAS

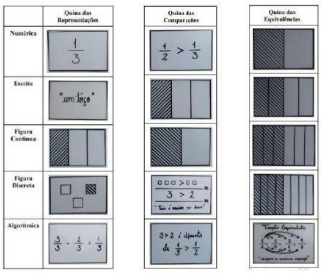


Materiais para sua construção:

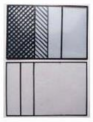
- capa de encadernação A4 transparente;
- régua;
- lápis de tinta permanente;
- estilete.

Obs: medidas para a construção das cartas, 6cmx9cm.





	Manipulações das Cartas	Descrição
Manipulação na Soma		Na soma, primeiramente, utilizaremos a carta normal ($\frac{1}{2}$) e a carta operadora ($\frac{1}{3}$). Elas deverão ser sobrepostas de tal modo a evidenciar o acréscimo de espaço. Ou seja, a carta operadora dará uma noção de acréscimo. Em seguida a carta resultado ($\frac{5}{6}$) será utilizada constatado visualmente a resposta obtida ao termos esse acréscimo de espaço.
Manipulação na Subtração		Na subtração, a carta normal ($\frac{1}{2}$) e a carta operadora ($\frac{1}{3}$) serão sobrepostas. Nessa ação o aluno pode perceber que o sinal de menos (-), evidenciado na carta operadora, está retirando esse espaço da carta normal. E constata que a única parte sobrando é equivalente a um sexto ($\frac{1}{6}$), evidenciado na carta resultado.

Manipulação na Multiplicação		Na multiplicação, a carta normal ($\frac{1}{3}$) e a carta operadora ($\frac{1}{2}$) devem ser sobrepostas. O produto desejado (a resposta final) se dá quando sobrepomos as cartas selecionadas. O numerador será a intersecção das partes pintadas, no caso 1, e o denominador será igual à quantidade total das subdivisões (MMC nas operações algébricas), no caso 6.
Manipulação na Divisão		Na divisão, as cartas normais ($\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$) devem estar sobrepostas de tal modo a visualizarmos quantas vezes um terço cabe em um meio. Nesse caso, teremos uma carta conferidora que pode/deve estar sendo movida entre as partes destacadas para constatar que realmente um terço ($\frac{1}{3}$) cabe uma vez mais a sua metade.

REGRAS

- Cartas devem estar bem embaralhadas;
- O jogo iniciar com cada participante contendo 5 cartas em mãos;
- Para a sexta carta puxada os jogadores terão que eliminar uma das cartas sempre ficando com a quantidade de 5 cartas na mão;
- As cartas que vão sendo descartadas deverão ir para um novo montante (montante dos descartes), que ficará disponível e a mostra para os participantes comprarem (pegarem) na sua vez de jogar;
- Ganhará o jogo o primeiro participante que conseguir montar uma quina e explicá-la corretamente para o professor responsável a quina montada.

Thanks!

Mais informações:
naiara.alves100020@gmail.com
http://lattes.cnpq.br/2266662267984608
+55 83 9304 9911
nai.alves_