UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I – CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

LUANNA BARBARA APOLINARIO RIBEIRO

PENSAMENTO COMPUTACIONAL E MATEMÁTICA: UM ESTUDO DO CONHECIMENTO DE FUTUROS PROFESSORES PARA O TRABALHO COM SEQUÊNCIAS

CAMPINA GRANDE
2022

LUANNA BARBARA APOLINARIO RIBEIRO

PENSAMENTO COMPUTACIONAL E MATEMÁTICA: UM ESTUDO DO CONHECIMENTO DE FUTUROS PROFESSORES PARA O TRABALHO COM SEQUÊNCIAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM), da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática.

Linha de Pesquisa: Cultura Científica, Tecnologia, Informação e Comunicação.

Orientadora: Prof.ª Dra. Rogéria Gaudencio do Rego

CAMPINA GRANDE
2022

R484p Ribeiro, Luanna Barbara Apolinario.
Pensamento Computacional e Matemática [manuscrito] : um estudo do conhecimento de futuros professores para o trabalho com sequências / Luanna Barbara Apolinario Ribeiro. - 2022.
120 p. : il. colorido.

Digitado.
Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.
"Orientação : Profa. Dra. Rogéria Gaudencio do Rego , UFPB - Universidade Federal da Paraíba."

1. Pensamento Computacional. 2. BNCC. 3. Formação docente. I. Título

21. ed. CDD 510.7

Elaborada por Camile de A. Gomes - CRB - 15/559 BC/UEPB

PENSAMENTO COMPUTACIONAL E MATEMÁTICA: UM ESTUDO DO CONHECIMENTO DE FUTUROS PROFESSORES PARA O TRABALHO COM SEQUÊNCIAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM), da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática.

Linha de Pesquisa: Cultura Científica, Tecnologia, Informação e Comunicação.

Aprovada em: 15/ 12/ 2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof.ª Dra. Rogéria Gaudencio do Rego **(Orientadora)**
Universidade Federal da Paraíba (DM/UFPB)

Prof.ª Dra. Maria Alves de Azêredo **(Examinadora Interna)**
Universidade Federal da Paraíba (DME/UFPB)

Prof.ª Dra. Cristiane Azevedo dos Santos Pessoa **(Examinadora Externa)**
Universidade Federal de Pernambuco (DEC/UFPE)

A Deus. Aos meus pais, Leonildo e Edilene; e aos meus irmãos, João Lucas (in memoriam) e Luiza, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

A Deus pai e todo poderoso, por guiar os meus passos e me conceder a sabedoria necessária para chegar até aqui.

À Virgem Maria e Nossa Senhora da Conceição por toda intercessão para que eu conseguisse essa benção

Ao meu pai Leonildo, à minha mãe Edilene, e minha irmã Luiza, por todo apoio dado.

Ao meu irmão João Lucas (*in memoriam)*, embora fisicamente ausente, sempre presente em meu coração e pensamentos.

À minha orientadora Prof.ª Dra. Rogéria, por ter sido luz em meu caminho, por todos os ensinamentos, paciência, compreensão, contribuições e amizade.

Aos professores que tive o prazer de conhecer/rever e aprender mais no decorrer do curso.

Aos grandes amigos que fiz e que me ajudaram a tornar esse caminho mais leve.

Aos grandes amigos que tenho e que me apoiaram e torceram por mim.

À Prof.ª Dra. Maria Azeredo e a Prof.ª Dra. Cristiane Pessoa, pelas preciosas contribuições dadas à nossa pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

O presente trabalho de pesquisa de Mestrado teve como principal objetivo investigar o conhecimento de licenciandos em Matemática para o trabalho com análise de padrões e sequencias com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. Participaram da pesquisa, de caráter qualitativo e de cunho exploratório, 22 licenciandos em Matemática de uma Instituição Pública do Estado da Paraíba. Em nossa seção teórica explanamos acerca do Pensamento Computacional (PC), dando ênfase a uma de suas bases, o reconhecimento de padrões, e sua relação com o conteúdo de sequências, além de discutirmos sobre o conhecimento inicial docente relativo ao trabalho com esses temas. Para geração e coleta de dados fizemos uso de um questionário dividido em duas partes envolvendo sequências e PC. Os critérios de análise relativos aos conhecimentos de futuros professores de Matemática foram sustentados nas ideias de Ball, Thames e Phelps (2008), levando em consideração as bases do PC e as habilidades relativas à análise de padrões na BNCC (BRASIL, 2018). Os resultados obtidos indicaram que apenas alguns participantes possuem os conhecimentos necessários para o trabalho com o conteúdo de análise de padrões e sequência com estudantes do Ensino Fundamental. Nosso estudo apontou a necessidade de se tomar os conteúdos citados como objetos próprios de estudo ao longo da Licenciatura em Matemática, considerando sua importância para o desenvolvimento do Pensamento Computacional e do pensamento algébrico de seus futuros estudantes. Além disso, pretendemos que nosso estudo contribua com o campo de pesquisas envolvendo a relação do Pensamento Computacional com a Matemática, em particular com foco no conteúdo de sequências, suscitando novas ideias de pesquisas nessa linha.

Palavras-Chave: pensamento computacional; BNCC; formação docente.

ABSTRACT

The present Master's research work had as its main objective to investigate the knowledge of Mathematics undergraduates for working with pattern analysis and sequences with students in the final years of elementary school. Participated in this research, of qualitative and exploratory nature, 22 undergraduates in Mathematics of a Public Institution of the State of Paraíba. In our theoretical section we explain about Computational Thinking (CP), emphasizing one of its bases, pattern recognition, and its relationship with the content of sequences, besides discussing the initial teacher knowledge related to working with these issues. For data generation and collection we made use of a questionnaire divided into two parts involving sequences and PC. The analysis criteria regarding the knowledge of future mathematics teachers were supported in the ideas of Ball, Thames and Phelps (2008), taking into account the foundations of the PC and the skills related to the analysis of patterns in the BNCC (BRASIL, 2018). The results obtained indicated that only a few participants have the necessary knowledge to work with the content of pattern analysis and sequence with elementary school students. Our study pointed out the need to take the contents mentioned above as proper objects of study throughout the Undergraduate Mathematics course, considering their importance for the development of Computational Thinking and Algebraic Thinking of its future students. Furthermore, we intend our study to contribute to the field of research involving the relationship of Computational Thinking with Mathematics, in particular with a focus on the content of sequences, raising new research ideas in this line.

Keywords: computational thinking; BNCC. teacher training.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Uma breve introdução ao tema de nossa pesquisa

Em minha trajetória acadêmica sempre tive apreço pelo uso de tecnologias e no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, buscando aprofundar os meus conhecimentos sobre essa relação. Durante a Graduação, tive a possibilidade de desenvolver trabalhos que envolveram o uso de tecnologias no estudo da Matemática, como, por exemplo, no estudo da Geometria Espacial e da geometria Plana, além de, paralelamente, estudar programação em um curso técnico.

No momento de escrita de meu projeto de Mestrado, almejando buscar desenvolver algo que não fugisse a tudo que já havia feito, recebi a indicação de um material que versava sobre o termo Pensamento Computacional, que chamou minha atenção pelo fato de envolver algoritmos, conceito muito usado na área da programação, além de poder ser abordado em sala de aula em conteúdos matemáticos e sem a obrigatoriedade do uso de computadores, *smartphones* ou outros recursos tecnológicos.

Considerando que os estudantes que estão ingressando na Educação Básica ou já cursam o Ensino Fundamental, entrarão no mercado de trabalho apenas daqui a alguns anos, eles irão se deparar com uma realidade bastante diferente da atual. De acordo com o estudo financiado pela empresa Dell Technologies ao *Institute For The Future* (IFTF), intitulado “Projetando 2030: uma visão dividida do futuro”, 85% das profissões que existirão no ano 2030 ainda não foram criadas[1].

De modo geral, os participantes do estudo citado argumentam que praticamente todos os setores de atuação humana utilizam tecnologias digitais de comunicação e informação até o final da presente década, o que implica em novas demandas de formação para nossos estudantes. Nessa direção, uma competência/habilidade que tem sido discutida em trabalhos como o de Schneider (2020), Mestre (2017), Santos *et al.* (2016), Barcelos e Silveira (2012), Barcelos *et al.* (2015), e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), é o Pensamento Computacional (PC).

---

[1] (Relatório disponível no seguinte endereço: https://www.delltechnologies.com/content/dam/delltechnologies/assets/perspectives/2030/pdf/Realizing-2030-A-Divided-Vision-of-the-Future-Summary.pdf - Acesso em 17 de out 2022)

O Pensamento Computacional (PC) compreende uma habilidade/competência direcionada à resolução de problemas com base nas Ciências da Computação (WING, 2006; 2010; SANTOS *et al.*, 2016; BRACKMANN, 2017), mas, apesar da ligação com as Ciências da Computação, estende-se às mais diversas áreas de conhecimento. Como ressalta Wing (2006, p. 33, tradução nossa), o “Pensamento Computacional é uma ferramenta fundamental a todos, não apenas para cientistas da computação”.

O PC se baseia em princípios gerais de resolução de problemas complexos, denominados de bases ou pilares, que são: a abstração; a decomposição; o reconhecimento de padrões; e os algoritmos. A abstração diz respeito ao fato de se considerar no problema/situação o que é mais relevante para a sua resolução; a decomposição consiste em subdividir o problema em partes menores, para que ele seja melhor gerenciado. O reconhecimento de padrões corresponde à identificação de procedimentos já utilizados na resolução de problemas similares e que poderão auxiliar a solucionar o problema em foco; e os algoritmos são conjuntos de instruções desenvolvidas para a solução do problema e que podem ser seguidas, por exemplo, por uma máquina.

O PC vem se destacando no âmbito educacional, em virtude das contribuições que pode trazer para a formação de nossos estudantes para atuarem no mundo do século XXI, mas o destaque também decorre do fato de a BNCC (BRASIL, 2018) dar ênfase ao PC na área de Matemática, defendendo a necessidade de seu desenvolvimento desde o Ensino Fundamental, devendo essa habilidade ser ampliada no Ensino Médio. Entendemos a importância dada ao PC na BNCC, especialmente na área de Matemática, pois nela a resolução de problemas já evidencia a necessidade de se trabalhar com elementos das bases anteriormente mencionadas, em especial na Unidade Temática de Álgebra.

Em nosso trabalho, levando em consideração o que está presente na BNCC sobre o tema e as bases do PC, focamos no reconhecimento de padrões aliado ao conteúdo de sequências, da Unidade Temática de Álgebra. Ou seja, fazemos uma adequação da concepção mais ampla (WING, 2006) de PC, situando suas bases em um contexto mais específico de problemas, relacionados à análise de padrões e sequências.

Nesse cenário, para fins de análise dos dados produzidos e coletados, levamos em consideração as categorias do conhecimento propostas por Ball, Thames e Phelps (2008). Os autores apresentam, com base na teoria do conhecimento pedagógico de Shulman (1986), categorias do conhecimento que estão relacionadas ao exercício docente. São consideradas duas grandes categorias: a do conhecimento especifico do conteúdo e a do conhecimento pedagógico do conteúdo, às quais estão associadas subcategorias.

Na categoria do conhecimento específico do conteúdo estão as categorias do conhecimento comum do conteúdo; do conhecimento especializado do conteúdo e horizonte de conteúdo. Na categoria do conhecimento pedagógico do conteúdo estão situadas as categorias do conhecimento do conteúdo e dos estudantes; o conhecimento do conteúdo e do currículo; e o conhecimento do conteúdo e do ensino. As categorias aqui destacadas serão tratadas com detalhes nos próximos Capítulos.

Considerando o que aqui foi brevemente exposto, delimitamos como questão norteadora de nossa pesquisa, o que segue: o conhecimento de licenciandos em Matemática é adequado para o trabalho com análise de padrões e sequências com estudantes do Ensino Fundamental?. Nesse contexto, a nossa hipótese inicial era de que o conhecimento dos estudantes de licenciatura seria suficiente e adequado para o trabalho com esses conteúdos matemáticos com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.

Considerando a questão que estabelecemos como norte para nossa pesquisa, para respondê-la, a presente pesquisa teve como objetivo central estudar o conhecimento de futuros docentes relacionados ao ensino de análise de padrões e sequências para alunos do Ensino Fundamental.

Visando concretizar o objetivo geral exposto, traçamos como objetivos específicos da pesquisa:

1. Levantar as habilidades relativas à análise de padrões e sequências na Base Nacional Comum Curricular;
2. Estabelecer critérios para a análise do conhecimento dos licenciandos relativos ao item anterior, fincadas nas bases do Pensamento Computacional e nas categorias do conhecimento apresentadas por Ball, Thames e Phelps (2008);
3. Estabelecer a triangulação entre as respostas obtidas pelos participantes através de um questionário, os critérios estabelecidos envolvendo o conhecimento dos professores e o Pensamento Computacional e as habilidades levantadas na BNCC.

1.2 Metodologia da Pesquisa

O nosso trabalho se encaixa na perspectiva de uma pesquisa qualitativa, “[...] utilizada para investigar um determinado problema de pesquisa, cujos procedimentos estatísticos não podem alcançar [...]” (RODRIGUES *et al*., 2010, p. 56). Ainda, entendemos que nosso trabalho é de caráter exploratório. Conforme o autor supracitado a pesquisa exploratória envolve o estudo de uma temática da qual se deseja investigar e que serve de base para outras pesquisas na mesma vertente. De acordo com Rodrigues *et al*. (2010, p. 55), “Através da pesquisa exploratória podemos, também, delimitar um tema, definir os objetivos ou formular as hipóteses de uma pesquisa. Ela é considerada por alguns autores como um estudo inicial para realização de outro tipo de pesquisa;”.

No nosso trabalho, para além de uma discussão sobre o PC, exploramos com ênfase uma de suas bases, o reconhecimento de padrões, de modo a explorar também um dos conteúdos matemáticos dos quais trabalhamos explicitamente com essa base, o conteúdo de sequencias numéricas. Nesse cenário, inicialmente ampliamos e aprofundamos nossos estudos sobre o Pensamento Computacional, em especial em sua relação com a Matemática da Educação Básica, utilizando como referência a produção de autores que discutem o tema. Discutimos o processo de reconhecimento e análise de padrões e sequências, levando em consideração, em especial, estudiosos da formação do pensamento algébrico e a BNCC (BRASIL, 2018). E, também tratamos da formação inicial do professor de Matemática e sua relação com o conteúdo em tela.

Além das discussões teóricas, foi feito um levantamento das habilidades relativas à análise de padrões na BNCC (BRASIL, 2018), bem como foram estabelecidos critérios, a partir das categorias do conhecimento propostas por Ball, Thames e Phelps (2008), para analisar o conhecimento de licenciandos em Matemática no tocante ao trabalho com o ensino de padrões e sequências, levando em consideração elementos das bases do PC.

A produção e o levantamento de dados se deram por meio da aplicação de um Questionário aplicado a 22 (vinte e dois) alunos licenciandos em Matemática de uma Instituição Pública de Ensino Superior do Estado da Paraíba. Dos 22 participantes, sete eram matriculados no horário diurno e 15 no horário noturno. As suas identidades foram preservadas na discussão dos dados, sendo eles identificados nessa pesquisa como E1 (Estudante 1), E2 (Estudante 2) e, assim, sucessivamente.

O Questionário foi enviado para os participantes através de um sistema acadêmico utilizado pela instituição de ensino à qual estão vinculados, no início do mês de fevereiro de 2022, e a devolução do instrumento, com as respostas, se deu por meio do mesmo sistema. Os licenciandos tiveram uma semana para responder as questões, tendo sido solicitado que as respondessem sem fazer consultas a textos ou aos colegas, fazendo uso unicamente do conhecimento que possuíam. Essa estratégia de produção e coleta de dados decorreu do fato de a instituição se encontrar, no período de aplicação do Questionário, com todas as suas atividades sendo realizadas de forma remota, em razão da pandemia da Covid 19.

Após o recolhimento dos dados relativos à aplicação do Questionário, para atingirmos nosso objetivo central, fizemos um agrupamento das questões propostas considerando as bases do Pensamento Computacional, para efetivar a triangulação das respostas dos participantes com os critérios estabelecidos, relativos ao conhecimento do professor de Matemática envolvendo o PC, com base nas categorias do conhecimento propostas por Ball, Thames e Phelps e as habilidades levantadas na BNCC (BRASIL, 2018) acerca do tema análise de padrões e sequências.

1.3 Apresentação e discussão do instrumento de pesquisa

Embora o trabalho com análise de padrões e sequências, em particular numéricas, seja indicado ao longo de toda a Educação Básica, como veremos adiante, focamos nossa pesquisa nos anos finais do Ensino Fundamental (6º Ano ao 9º Ano), em razão de nossos participantes serem estudantes da Licenciatura em Matemática. Não estendemos o estudo para o Ensino Médio por entendermos que esse nível de escolaridade demandaria o aprofundamento das discussões sobre relações funcionais, que não eram foco de nosso interesse investigativo, naquele momento, embora tenhamos proposto questões que envolvem a generalização de elementos nessa direção.

O Questionário aplicado aos estudantes da Licenciatura em Matemática (Apêndice 01) era dividido em duas partes, nas quais constavam perguntas fechadas e abertas. A partir dessas questões buscávamos investigar o conhecimento comum do conteúdo, o conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento do conteúdo e dos estudantes de acordo com Ball, Thames e Phelps (2008).

A primeira parte, com 16 questões, apresentava indagações voltadas a conhecimentos gerais acerca da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), na seção do documento relacionado à Matemática, sobre elementos relativos ao Pensamento Computacional e o estudo de padrões e análise de sequências.

As questões buscaram levantar informações acerca do conhecimento dos alunos sobre o que é colocado na BNCC (BRASIL, 2018) na área da Matemática e suas tecnologias e em especial sobre o que o documento traz sobre o Pensamento Computacional (PC). Especificamente sobre o PC, buscamos estudar a compreensão que os licenciandos tinham sobre esse tema, mesmo que ainda não tivessem feito estudos específicos sobre ele. As demais questões da primeira parte do instrumento visaram coletar dados acerca das experiências dos licenciandos com sequências matemáticas enquanto alunos da Educação Básica e em componentes curriculares regulares da Graduação.

Já a segunda parte do Questionário era composta de 10 questões abertas relacionados ao estudo de sequências, análise de padrões e generalização. Três das questões foram adaptadas de propostas apresentadas no livro de Small e Lin (2010). Esse livro se direciona a professores dos níveis K6 a K9, dos Estados Unidos da América (EUA) e que correspondem ao período entre o 6º e 9º anos do Ensino Fundamental aqui no Brasil, bem como para docentes do K10 ao K12, período equivalente ao nosso Ensino Médio.

Na obra, as autoras discutem ideias centrais relacionadas ao ensino de conteúdos que são abordadas na Educação Básica nos EUA e que estão organizados em torno dos seguintes eixos: Álgebra; Números e operações; Geometria; Medidas; e Análise de dados e probabilidade, seguindo as orientações presentes no documento *Principle sand Standards for School Matematics* do *Nacional Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), que baliza o ensino de Matemática naquele país.

Small e Lin (2010) discutem as propostas para cada tópico considerando um conjunto do que denominam de *Big Idea*, que traduzimos como Grandes Ideias, e em relação às quais fazem orientações de atividades e questões a serem propostas aos estudantes, trazendo discussões complementares para o professor acerca das respostas esperadas e orientações de natureza metodológica sobre o item tratado.

Nosso foco se assenta no tópico de Álgebra, considerando o que as autoras propõem para o período de escolaridade correspondente aos graus K6 - K8, o que equivale no Brasil ao período compreendido do 6º Ano ao 8º Ano do Ensino Fundamental. A sequência dos itens de nosso instrumento não segue, necessariamente, a mesma ordem da proposta das autoras. Além disso, itens complementares, de nossa autoria, foram nele incluídos.

Tratamos, em seguida, da apresentação e discussão de cada item da segunda parte do Questionário, tendo a primeira questão o seguinte enunciado: “Quais são as duas sequências mais parecidas entre si, dentre as seguintes? Indique em que você se baseou para fazer sua escolha. Sequência 1: 2, 5, 8, 11, 14...; Sequência 2: 2, 7, 12, 17, 22, 27, ...; Sequência 3: 3, 6, 9, 12, 15, ...”. (adaptado de: SMALL, LIN, 2010, p. 21).

A questão está relacionada à seguinte Grande Ideia apresentada por Small e Lin (2010, p. 21 – Tradução nossa): “Comparar algebricamente ou graficamente padrões ou relações matemáticos ajuda-nos a ver que existem classes de padrões ou relações que têm características comuns e ajuda-nos a descrever cada membro da classe.”

As autoras destacam que as respostas dos estudantes para a atividade podem ser variadas. Alguns alunos poderiam enxergar semelhança entre as duas primeiras sequências, justificando que ambas iniciavam pelo número 2, enquanto outros poderiam ver como mais parecidas as sequências 1 e 3, já que ambas têm seus elementos crescentes pela adição de três unidades.

Vale ressaltar que não há uma resposta certa para a questão. Neste caso, o mais importante é a adequação da justificativa apresentada para a similaridade entre duas sequências. Ponte (2009) ressalta que o professor deve estar atento à diversidade de possibilidades de soluções, a depender de como a atividade envolvendo sequências é proposta. Afirma ser igualmente importante evitar explorar atividades que envolvam sempre um mesmo padrão, para que os estudantes não as tratem de modo mecânico, como “[...] certo tipo de exercício”, em que o objectivo é determinar “o termo seguinte” ou o “termo geral” e mecanizam estratégias para responderem sem ter muito que pensar” (PONTE, 2009, p. 170).

Uma possível resposta poderia se basear na percepção de que a sequência 1 e 3 são sequências parecidas, pois acrescentam sempre 3 ao próximo termo (ambas são recursivas), enquanto a sequência 2 repete o algarismo da unidade alternando-o entre 2 e 7. Small e Lin (2010) defendem ser importante propor aos estudantes que procurem verificar, no caso da questão aqui em discussão, se é possível justificar de alguma maneira que há semelhanças entre as sequências 2 e 3, caso nenhum estudante tenha citado esta possibilidade. As autoras apresentam no texto uma variante da atividade, envolvendo sequências figurativas no lugar das numéricas, e que pode ser explorada com os estudantes da Educação Básica em sala de aula.

A Questão 2 do nosso instrumento teve o seguinte enunciado: “Que resposta você esperaria que os estudantes dessem para os dois próximos termos da seguinte sequência numérica: 2, 5, 11...? Justifique sua resposta” (autoria própria). Nesse item buscamos entender a ideia que o futuro professor teve a partir da sequência apresentada e se ele esperaria que seus alunos a seguissem ou procurariam outra forma de resolução.

Podemos considerar, por exemplo, que a sequência é repetitiva, com núcleo de repetição dado pelos três números apresentados, logo, os dois próximos números da sequência seriam 2 e 5. Pensando na sequência como sendo recursiva crescente, um padrão possível que podemos enxergar é que a sequência cresce a partir do produto do termo anterior por 2, somado a 1, logo, os próximos dois termos seriam 23 e 47. A sequência admite outras soluções. A diferença entre o primeiro e o segundo termos é igual a três unidades e entre o segundo e o terceiro é de seis unidades. Assim, podemos pensar que a diferença do terceiro para o quarto seria igual a nove unidades, logo, este último seria igual a 20 e o seguinte igual a 32 (diferença de 12 unidades), depois dele seria 47 (diferença de 15 unidades) e assim por diante.

A Questão 3 do instrumento, também de autoria própria, trazia em seu enunciado o que segue: “Crie uma sequência que tenha semelhança(s) com a sequência dada em seguida, explicando porque entende que a sequência que você criou é semelhante à sequência dada. Sequência A: 3, 4, 6, 9, 13, 18...”. Essa questão também admite diversas soluções. Cada estudante poderá enxergar a sequência de uma forma e isso contribuirá para diversas criações de sequências semelhantes.

Para que o aluno possa construir essa nova sequência, é preciso que ele entenda o padrão que a rege, pois, além de representar uma sequência semelhante, ele terá que explicar como procedeu. A partir das explicações dadas e das sequências criadas poderemos analisar seu entendimento acerca da sequência, bem como poderemos conhecer sequências distintas que seguem o padrão. Uma possível resposta para tal questão seria a sequência B: 1, 3, 6, 10, 15, ..., na qual a diferença de um termo para o outro é crescente, a partir de 2, 3, 4, ... unidades, assim como a sequência A.

Na mesma linha de raciocínio a questão 4 do nosso instrumento enunciava: “Crie uma sequência que tenha semelhança(s) com a sequência dada em seguida, explicando porque entende que a sequência que você criou é semelhante à sequência dada. Sequência B: 3, 7, 11, 15, 19...”, que tem o mesmo objetivo da questão 3. Uma possível resposta seria a sequência C: 1, 5, 9, 13, ..., obtida pela adição de 4 unidades ao termo anterior, assim como a sequência B.

A Questão 5 envolvia a representação de elementos de uma sequência, considerando as representações figural, numérica, algébrica ou por meio de descrição na língua materna: “Represente os elementos da sequência numérica dada em seguida por meio de figuras, indicando (por meio de uma expressão algébrica; descrição informal; ou figura) como seria o 100° elemento da sequência: 4, 7, 10, 13, 16...” (adaptada de: SMALL, LIN, 2010, p. 24).

A questão original tem o seguinte enunciado: “Um padrão começa assim: 4, 7 10, 13, ... Como você poderia representar o padrão com uma imagem para ajudar alguém a ver por que os próximos números podem ser 16 e 19” (SMALL e LIN, 2010, p. 24, tradução nossa). Essa questão está associada à grande ideia:

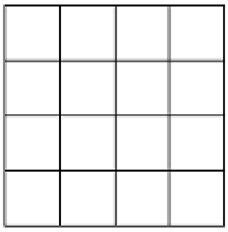
> Muitas representações equivalentes podem descrever o mesmo padrão ou generalizações. Cada representação pode fornecer mais informações sobre certas características da situação ou generalização. (SMALL e LIN, 2010, p. 24, tradução nossa).

As autoras deixam clara a possibilidade de as diferentes representações de uma sequência oportunizarem ao estudante uma percepção mais clara e rápida de qual é o padrão. Nessa sequência, em específico, podemos observar que cada termo pode ser definido é pelo anterior mais três unidades. A questão original pede uma comprovação de que os próximos termos são 16 e 19, ou seja, pede que o estudante demonstre esse fato recorrendo à representação visual, podendo ser ela, por exemplo, o agrupamento de vários quadrados ou círculos.

Na Questão proposta em nosso instrumento, além de pedirmos para o estudante representar a sequência numérica dada como uma sequência figurativa, pedimos que ele encontre o seu centésimo termo, ou seja, ampliamos o objetivo da questão com as possibilidades de representação da sequência e trabalhando com termos distantes. Logo, há uma necessidade de generalização da situação para que, a partir desse processo, ele encontre o que é pedido.

Essa mesma atividade poderia ser proposta a um estudante do Ensino Médio, que poderia descrever a sequência com vários quadrados ou outra figura e usar a fórmula que possibilita a obtenção de um termo geral de uma Progressão Aritmética, para indicar que o centésimo termo seria 301, pois a sequência representa uma Progressão Aritmética de razão 3 e $a_1 = 4$. Logo, o A_{100} seria $A_{100} = 4 + 99.3 = 301$.

Na 6ª Questão do instrumento (autoria própria) temos o seguinte enunciado: “O quinto termo de uma sequência figural tem a forma indicada em seguida. Qual você imagina que seja a forma dos três primeiros elementos da sequência? Represente-os e descreva o padrão da sequência que você imaginou, usando a estratégia que quiser”.



Para essa questão, ao invés de fornecer os termos de uma sequência numérica, é dado um termo de uma sequência figurativa e pede-se que sejam identificados seus três primeiros termos. O apelo visual usado nessa questão abre espaço para que os estudantes concebam diferentes figuras que representem os termos anteriores. Uma solução, por exemplo, seria o primeiro termo com um quadrado; o segundo termo com dois quadrados; o terceiro termo com quatro quadrados; o quarto termo com oito quadrados; e o quinto termo com 16 quadrados. Assim, os três primeiros termos seriam quadrados e retângulos não quadrados, com a quantidade de quadradinhos indicadas.

Neste caso, o estudante precisaria abstrair a forma, centrando-se na quantidade de unidades de cada termo. Ou seja, poderíamos pensar que os termos da sequência possuem a quantidade de quadradinhos definida pela expressão 2^{n-1}, onde n é o índice do termo. Outra solução seria pensar que como a figura apresentada é a quarta figura da sequência e ela tem 4^2 quadradinhos, a anterior teria 3^2 quadradinhos, um quadrado maior composto de 9 quadradinhos; a segunda teria 2^2 quadradinhos, um quadrado maior com 4 quadradinhos e a primeira teria 1^2 = 1 quadradinho.

A Questão 7 tinha o seguinte enunciado: “Uma determinada sequência numérica contém os números 3 e 13 como elementos. Qual pode ser a forma do termo geral dessa sequência?” (SMALL e LIN, 2010, p. 19). A essa questão está associada à seguinte grande ideia: “Raciocínio algébrico é um processo de descrever e analisar relações matemáticas generalizadas e mudar usando palavras e símbolos”. (SMALL e LIN, 2010, p.19, tradução nossa)

As autoras comentam as várias possibilidades que os alunos têm de montar a sequência e que podem ter o 3 e 13 como os primeiros termos ou seguir outro padrão. Além disso, ao pensar nas sequências, eles estão também trabalhando no processo de generalização para encontrar o termo geral. Nesse processo o professor pode desempenhar o papel de mediador, uma vez que podem surgir dúvidas quanto à posição desses dois termos na sequência. Uma possível solução para essa questão seria dada pela fórmula $A_n = A_{n-1} + 2$, sendo $A_1 = 1$.

As autoras sugerem uma forma de o professor auxiliar o aluno a encontrar o termo geral da sequência recorrendo a uma sequência figurativa, tendo um dos termos três quadrados e outro termo com 13 quadrados. Assim, poderíamos indagar ao estudante quantos quadrados teria a centésima figura. Essa abordagem faria com que ele recorresse à abordagem algébrica, visando calcular a quantidade de quadrados pertencentes ao centésimo termo. Em nosso capítulo teórico trazemos as orientações sugeridas por Van de Walle (2009) para o trabalho com sequências figurais, focando-se não na quantidade de elementos de cada termo, mas em sua configuração espacial, o que, em muitos casos, facilita a generalização da sequência.

A 8ª Questão do instrumento foi adaptada de uma questão proposta por Small e Lin (2010, p. 26, tradução nossa) e envolvia a representação algébrica de um termo geral de uma sequência: “O oitavo elemento de uma sequência é 20. Qual poderia ser a expressão algébrica para o termo geral?”. Essa questão é uma variação de outra questão colocada pelas autoras e que está associada a grande ideia: “Informações limitadas sobre um padrão ou relacionamento matemático podem às vezes, mas nem sempre, nos permitir prever outras informações sobre esse padrão ou relação” (SMALL e LIN, 2010, p. 25, tradução nossa).

As autoras destacam que para essa questão, os estudantes têm liberdade de criação, contudo, devendo se atentar às restrições impostas. Uma forma distinta de abordar essa situação é recorrendo novamente às sequências figurativas ou retirando a restrição de ser uma sequência linear. Uma expressão que poderia representar o termo geral de uma sequência com o oitavo elemento sendo 20 é $A_n = A_{n-1} + 3$, sendo $a_1 = -1$.

A Questão 9 do instrumento apresentava o seguinte enunciado: “Pedro listou os cinco primeiros elementos de uma sequência numérica que cresce rapidamente, enquanto Maria listou os cinco primeiros termos de uma sequência numérica que cresce lentamente. a) Dê exemplo das possíveis listas de elementos das sequências de Pedro e de Maria; b) Como cada sequência numérica seria representada graficamente?” (autoria própria).

Podemos perceber que essa situação deixa o estudante livre para criar uma sequência, desde que essa cresça rapidamente e outra que cresça lentamente. Além disso, ele deve perceber se é possível representar graficamente a sequência por ele criada. Graficamente elas poderiam ser representadas por meio de figuras compostas por círculos ou quadrados, nas quantidades indicadas em cada caso.

E, por fim, a Questão 10, (adaptada de Small e Lin, 2010, p.30 – tradução nossa), tinha como enunciado: “Considere a seguinte sequência numérica: 5, 7, 9, 11, 13... Zeca afirmou que a forma do termo geral da sequência, considerando que $t_1 = 5$, é: $t_n = t_{n-1} + 2$. Erik afirmou que a melhor forma de representar o termo geral é: $t_n = 2n + 3$. Você concorda ou discorda de Erik? Justifique sua resposta.”

Nessa sequência, duas expressões matemáticas são indicadas pelos personagens do enunciado como representantes do termo geral, considerando-se os elementos da sequência numérica dada. Logo, espera-se que os licenciandos analisem as proposições apresentadas e avaliem se ambas podem representar algebricamente o termo geral da sequência ou se apenas uma delas estaria correta.

Além de informar se concordam ou discordam com Erick ou Zeca, é necessário que os participantes da pesquisa justifiquem sua resposta. Por exemplo, eles podem concordar com Erick e Zeca, por constatarem que as duas expressões propostas geram a mesma sequência, mas precisam evidenciar o raciocínio usado.

Como podemos observar, a partir da apresentação dos itens do questionário, o instrumento envolve elementos do Pensamento Computacional (análise de padrões; abstração e generalização) que também estão relacionados ao campo da Álgebra, como veremos em detalhes no Capítulo que segue.

2 O PENSAMENTO COMPUTACIONAL E O CONHECIMENTO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA O ESTUDO DE SEQUÊNCIAS

Este Capítulo é dedicado à apresentação de nossas bases teóricas, as quais guiaram o percurso de nossa pesquisa. Nele tratamos, inicialmente, do Pensamento Computacional (PC) – definição; características e investigações -, concluindo com uma seção que apresenta uma discussão sobre o PC na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O próximo item do Capítulo é dedicado ao recorte de uma das bases do PC e sua relação com o ensino de Álgebra, bem como sobre a indicação de sua exploração no Ensino Fundamental na BNCC. Finalmente, tratamos de elementos relativos à formação docente para o ensino de sequências, pela via da exploração de padrões e sequências matemáticas, na Educação Básica.

2.1 O Pensamento Computacional: definição e características centrais

Em uma sociedade cada vez mais digital, ter habilidades para lidar com as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) é indispensável e até considerado requisito básico em algumas situações. Entretanto, essas habilidades precisam ser expandidas de modo a potencializar o pleno desenvolvimento das habilidades cognitivas do indivíduo e não apenas serem aplicadas na execução de tarefas, sejam pessoais ou profissionais.

Tratamos em nosso trabalho do Pensamento Computacional e de suas potencialidades na direção destacada, mas refletir sobre o conceito de Pensamento Computacional (PC) pode nos levar a relacioná-lo apenas à forma de pensar usada por estudiosos da computação interessados, por exemplo, em compreender a forma como computadores, smartphones, robôs e outros equipamentos digitais operam.

O PC, porém, é definido em uma perspectiva muito mais ampla: “[...] baseia-se no poder e limites dos processos da computação, sejam eles executados por humanos ou por máquinas” (WING, 2006, p. 33, tradução nossa). Para Wing (2006, p. 33 - tradução nossa), o Pensamento Computacional consiste em “[...] usar abstração e decomposição ao atacar uma tarefa grande e complexa ou projetar um sistema grande e complexo”.

O Pensamento Computacional abrange, portanto, uma esfera mais ampla de inserção que aquela que poderíamos imaginar ao ter contato inicial com essa expressão. Não há, no entanto, consenso em relação à sua definição (VALENTE, 2016). Assim, apresentaremos a visão de alguns autores que discutem sobre o tema, indicando qual a abordagem que adotamos em nossa investigação.

A autora Janete Wing, em seu artigo publicado no ano de 2006, apresenta o PC da seguinte maneira: “Informalmente, o pensamento computacional descreve a atividade mental na formulação de um problema para admitir uma solução computacional” (WING, 2010, p. 1, tradução nossa). Aho (2012, p. 832) afirma, na mesma direção, que o PC “[...] é o processo de pensamento envolvido na formulação de problemas para que suas soluções possam ser representadas como etapas e algoritmos computacionais”.

Para Brackmann (2017),

> O pensamento computacional é uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os fundamentos da Computação, nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de identificar e resolver problemas, de maneira individual ou colaborativa, através de passos claros, de tal forma que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los eficazmente. (BRACKMANN, 2017, p. 29)

Diante das definições até aqui apresentadas, podemos entender o PC como sendo uma forma de raciocinar diante de situações problemas, fundamentada em princípios das Ciências da Computação. Assim, conforme Grover e Pea (2013), o PC permite a qualquer pessoa atuar como um cientista da Computação diante de situações-problema complexas.

Em um mundo em que as tecnologias digitais estão cada vez mais presentes, as discussões sobre como definir o PC evoluíram, envolvendo a questão de como ele poderia ser ensinado e inserido no currículo escolar, a partir da Educação Básica (SELBY, WOOLARD, 2010). Selby e Woolard afirmam que mesmo sem um consenso sobre a natureza conceitual do PC, vários currículos começaram a incluir “[...] conceitos e técnicas da ciência da computação. Ao apresentar esses conceitos e técnicas, os currículos incluem terminologia frequentemente encontrada em descrições de pensamento computacional” (SELBY, WOOLARD, 2010, p.2 – tradução nossa).

Selby e Woolard (2010) argumentam, entretanto, que na medida em que é feita essa inclusão nos currículos, exige-se algum nível de definição, para que se possa avaliar se os objetivos educacionais traçados foram alcançados. Para delimitar os elementos que possibilitam a implementação curricular de elementos do

PC, os autores destacam que parece haver o consenso de que sua definição deve incluir três elementos fundamentais: processos de pensamento; e os conceitos de abstração e de decomposição.

Para Selby e Woolard, o PC seria, então, um processo cognitivo dirigido para a resolução de problemas, que reflete:

> • a capacidade de pensar em abstrações,
> • a capacidade de pensar em termos de decomposição,
> • a capacidade de pensar algoritmicamente,
> • a capacidade de pensar em termos de avaliações, e
> • a capacidade de pensar em generalizações. (SELBY, WOOLARD, 2010, p. 5 – tradução nossa).

Fernández *et al.* (2018) sintetizam os elementos envolvidos nesse processo cognitivo em quatro princípios gerais do PC: decomposição; abstração; reconhecimento de padrões; e algoritmos. Esses princípios são utilizados por nós quando estamos resolvendo problemas e são denominados de bases ou pilares do PC.

A decomposição diz respeito ao particionamento de um problema grande ou complexo em problemas mais simples e menores, sendo eles mais fáceis de serem gerenciados e solucionados, sendo suas soluções usadas para compor a solução do problema inicial. Se o mesmo problema é tratado como um todo, e não como passível de decomposição em problemas menos complexos, a sua solução exigirá um tempo maior, bem como será mais difícil de gerenciar as etapas que levarão ao resultado procurado (BRACKMANN, 2017; SCHNEIDER, 2020).

O processo de gerenciamento das soluções das partes geradas no processo de decomposição busca otimizar a solução do problema, considerando, por exemplo, as variáveis tempo e memória computacional demandadas. Nas Ciências da Computação esse procedimento é largamente usado e é conhecido como Algoritmo da Divisão-e-Conquista (“Dividir para conquistar”) (RITT, 2019).

O reconhecimento de padrões se direciona à identificação de padrões existentes nas partes geradas após a etapa da decomposição ou até mesmo entre distintos problemas (FERNÁNDEZ *ET AL*. 2018; SCHNEIDER, 2020). Para Brackmann (2017, p. 35), “Padrões são similaridades ou características que alguns dos problemas compartilhem e que podem ser explorados para que sejam solucionados de forma mais eficiente.”

Brackmann (2017, p. 36) menciona perguntas importantes e constituintes do processo de reconhecimento de padrões: Esse problema é similar a outro problema que já tenhamos resolvido? Em que ele é diferente? Podemos empregar uma estratégia que já conhecemos ou adaptá-la para facilitar a determinação da solução? Essas perguntas podem favorecer o processo de resolução do problema, na medida em que nos remete a procedimentos anteriormente utilizados em problemas similares.

Em relação à abstração, Mestre (2019, p. 37) afirma que esse é o momento que "[...] envolve a capacidade de interpretar um problema proposto e, extrair suas premissas, variáveis e restrições". Wing (2010), considera que esse é o pilar mais importante do PC. É nesse processo que as partes principais do problema são levadas em consideração e compreendidas para a solução do problema, ou seja, há uma busca apenas pelo que é de fato relevante para o processo de resolução. Os demais elementos são temporariamente desconsiderados.

Por fim, os algoritmos são instruções ou passos que são delimitados no procedimento de resolução do problema inicial. É nesse momento que se sistematiza a busca de solução do problema, depois de passado pelas etapas anteriormente mencionadas, podendo ser colocada em prática, inclusive por uma máquina (BRACKMANN, 2017; FERNÁNDEZ *et al.*, 2018; MESTRE, 2019). O algoritmo sintetiza o processo de resolução do problema, em uma estrutura do tipo passo-a-passo.

Apesar de o PC se estender a diversos contextos de atuação humana, envolvendo a resolução de problemas complexos, como defende Wing (2006), tem-se argumentado em favor de seu desenvolvimento na escola de educação básica. Nesse contexto, segundo França e Tedesco (2015, p. 1465), "O interesse pela disseminação do pensamento computacional no ambiente escolar é crescente tendo envolvido a participação de pesquisadores e educadores de diferentes países, incluindo o Brasil".

Sendo o ambiente escolar um espaço de desenvolvimento integral do estudante, assim como é um espaço de construção individual e coletiva do conhecimento, é de suma importância que competências e habilidades demandadas na sociedade atual sejam abordadas nesse espaço, como é o caso do PC.

A realização de trabalhos de investigação voltados à abordagem de elementos das bases do PC ao longo da Educação Básica está aumentando, e muitos deles estão de alguma forma correlacionados com a Matemática. Como exemplos podemos mencionar os trabalhos de Barcelos e Silveira (2012), França e Tedesco (2015), Santos *et al.* (2016), Mestre (2017), Schneider (2020), Kaminski e Boscarioli (2020).

Barcelos e Silveira (2012) relacionam, em seu trabalho, competências voltadas ao ensino de Matemática mapeadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), confrontando-as com pesquisas encontradas na literatura direcionadas ao trabalho com o Pensamento Computacional. Eles apontam algumas dificuldades de ordem estrutural inerentes ao trabalho com a computação na Educação Básica e, por esta razão, postulam a necessidade de um olhar mais cuidadoso no tocante à inserção do PC na Educação Básica.

França e Tedesco (2015) discorrem sobre possibilidades e dificuldades encontradas na abordagem do PC na Educação Básica e apresentam uma proposta didática direcionada à aprendizagem do PC, denominada de *penC,* baseada na criação de jogos digitais com estudantes iniciantes de programação. Como resultado as autoras destacam as contribuições do uso da proposta na aprendizagem dos alunos.

Santos *et al.* (2016) expõem os dados de uma pesquisa realizada com professores da Educação Infantil, que teve foco na apresentação de atividades visando abordar o PC através da Computação Desplugada, ou seja, sem o uso de computadores ou equipamentos similares, haja vista os problemas ainda existentes no tocante a utilização de TDIC em muitas escolas de Educação Básica do Brasil.

Os resultados obtidos mencionam o pouco ou quase nenhum conhecimento dos participantes acerca do PC, bem como apresentam dados estatísticos relacionados à opinião dos professores quanto à inserção da proposta envolvendo o PC, entendendo sua importância para a realidade formativa atual de nossos estudantes. Os autores concluem considerando que, como os elementos que constituem os pilares do Pensamento Computacional são fundamentais para o cidadão que vive em uma sociedade cada vez mais impregnada de recursos da informática, é fundamental que os cursos de formação inicial e continuada de professores da Educação Básica, contemplem essa demanda.

A dissertação elaborada por Mestre (2017) discute a relação existente entre competências matemáticas fundamentais apontadas pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) e os nove conceitos do PC que são elencados pela

Computer Science Teachers Association (CSTA) e a *Internacional Society for Technology in Education* (ISTE). Esses conceitos são: a coleta de dados; a análise de dados; a representação de dados; a decomposição de problemas; a abstração; o algoritmo e procedimentos; a automação; a paralelização e a simulação[2].

Dentre os conceitos mencionados pela CSTA e a ISTE quatro deles são comuns às bases do PC que mencionamos anteriormente (FERNÁNDEZ *et al*., 2018) e que foram considerados como referências para nosso trabalho. Os nove conceitos mencionados denotam um detalhamento maior do processo de resolução de um problema, inclusive envolvendo o uso de computadores/máquinas.

A relação proposta no trabalho de Mestre (2017), realizada a partir de um mapeamento relacionando os nove conceitos do PC a conteúdos matemáticos direcionados a estudantes da Educação Básica e a resolução de problemas relativos a esses conteúdos, foi avaliada por profissionais das Ciências da Computação por meio de um questionário.

Os dados coletados apontaram que, de acordo com os participantes do estudo, os nove conceitos possuem diferentes relações com a Matemática: a decomposição de problemas; a abstração; os algoritmos e procedimentos de análise de dados teriam forte relação com a Matemática, enquanto a coleta e representação de dados teriam uma relação razoável. Já os conceitos de automação; paralelização e simulação estariam "[...] relacionados à automação dos processos matemáticos por meio da Utilização de Ferramentas Matemáticas" (MESTRE, 2017, p. 60).

Por fim, Mestre discorre sobre um banco de questões envolvendo Matemática e PC constituído após análise dos dados obtidos em seu trabalho, denominado *Plataforma Contribua*. Apesar de a autora ter considerado em sua pesquisa nove conceitos relacionados ao PC, mais do que os quatro pilares que adotamos como referência em nosso trabalho, os resultados de sua pesquisa evidenciam a relação do PC e a Matemática escolar. Além disso, a plataforma mencionada por ela pode auxiliar diversos professores no trabalho com o PC em sala de aula, aliado à resolução de problemas matemáticos.

Schneider (2020) investigou como o ensino de Álgebra pode contribuir para o desenvolvimento do PC, em uma pesquisa realizada com estudantes do 8° ano do Ensino Fundamental, na qual foram abordadas situações problemas envolvendo a

---

[2] Esses conceitos são explicados e exemplificados no trabalho de Mestre (2017).

média anual dos estudantes. Eles deveriam desenvolver inicialmente uma planilha de forma manual, com base na qual calculariam as suas médias em todas as disciplinas e, posteriormente, estes mesmos cálculos deveriam ser realizados com o uso da planilha Excel.

De acordo com Schneider (2020), os resultados evidenciaram a compreensão da relação entre Álgebra e PC pelos estudantes, através da associação entre expressões algébricas e algoritmos elaborados por eles. A autora aponta, ainda, que parte dos estudantes entendeu a conexão entre os quatro pilares do Pensamento Computacional e os elementos de Álgebra explorados na investigação.

Schneider (2020) argumenta sobre como é possível abordar o PC em problemas matemáticos simples, em sala de aula, e como podemos estudar Matemática em situações para além da resolução de exercícios do tipo padrão. Além disso, seu estudo ressalta a forte relação entre Matemática e PC. Uma planilha para calcular a média anual dos alunos se configurou como um recurso eficiente para se estudar Matemática, em especial o conteúdo expressões algébricas, despertando o interesse dos estudantes sobre o PC, que lhes será útil em outros contextos.

A pesquisa de Kaminski e Boscarioli (2020) teve como objetivo principal abordar atividades referentes ao PC com alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, através da computação desplugada. Essas atividades visaram também agregar as práticas propostas ao uso de TDIC, visando o desenvolvimento de elementos do PC. As atividades foram realizadas com alunos do 3° Ano ao 5° Ano do Ensino Fundamental e os resultados evidenciaram que as atividades contribuíram para a abordagem do PC já na Educação Básica.

A pesquisa traz relevantes contribuições para os anos iniciais do Ensino Fundamental, sugerindo atividades que estimulam a abordagem do PC de maneira lúdica e envolvendo a participação dos alunos de maneira efetiva. Vale ressaltar também a importância de o trabalho ter sido desenvolvido no âmbito da computação desplugada, facilitando o uso da proposta por outros professores, adequando-se a diversas realidades.

A computação desplugada amplia as possibilidades de trabalho com o PC na Educação Básica, uma vez que ela “[...] visa disseminar os conhecimentos acerca da Ciência da Computação sem o uso de hardwares e softwares [...]” (SANTOS *et al.*, 2016 p. 103). Essa perspectiva permite que se realize o trabalho com elementos das bases do PC mesmo em ambientes nos quais não haja estrutura equipada com computadores ou outros recursos similares, como *smartphones.*

Por exemplo, os alunos podem trabalhar com o reconhecimento e a geração de sequências a partir da análise de padrões a partir de atividades propostas pelo professor, explorando-se o uso materiais manipulativos, como Blocos Lógicos, fichas de contagem, dentre outras possibilidades, ou resolvendo problemas sem o uso de ferramentas tecnológicas.

Os trabalhos aqui brevemente apresentados ressaltam a importância da abordagem de elementos das bases do PC na Educação Básica, para além de domínios de conceitos das Ciências da Computação, em um mundo cada vez mais digital e que exige cada vez mais das pessoas habilidades computacionais não restritas apenas ao conhecimento básico das funções de computadores. As pesquisas de Schneider (2020) e Kaminski e Boscarioli (2020) foram dirigidas diretamente à Educação Básica, enquanto a de Mestre (2017) foi desenvolvida podendo ter direcionamento para a Educação Básica.

Nosso trabalho, portanto, vai na mesma direção das pesquisas dirigidas diretamente à Educação Básica, no nosso caso, particularmente ao período de escolaridade compreendido entre o 6º e 8º Anos do Ensino Fundamental, e se diferencia dos aqui destacados ao analisar o conhecimento dos futuros professores de Matemática da Educação Básica sobre elementos do PC em conexão com o ensino dessa disciplina.

Pelo exposto, embora entendendo que a proposta original de Wing (2006) estava voltada para uma vinculação do PC à resolução de problemas muito complexos para serem resolvidos de maneira usual, nossa perspectiva vai na mesma direção dos trabalhos direcionados ao desenvolvimento dos pilares do Pensamento Computacional na Educação Básica, que destacamos nessa seção.

Partimos do pressuposto de que devemos preparar nossas crianças e jovens para lidarem com problemas complexos, em qualquer âmbito em que atuarem no futuro, lançando mão de elementos que constituem o PC, em uma perspectiva macro, tendo desenvolvido as habilidades pertinentes em uma dimensão passível de compreensão por estudantes da Educação Básica.

Para isso, não é necessário pleitear, pelo menos no momento, a criação de novas disciplinas nesse nível de escolaridade, mas trabalhar as habilidades em questão, relacionadas aos pilares do PC, nas disciplinas que hoje fazem parte do currículo escolar, em especial na Matemática, que é nosso foco de interesse neste trabalho de investigação.

Essa perspectiva tem sua justificativa ampliada, na medida em que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), documento oficial normativo voltado para a Educação Básica no Brasil, que define competências e habilidades mínimas a serem desenvolvidas pelos estudantes desse nível de escolaridade, nas diversas áreas de conhecimento, faz referências ao Pensamento Computacional. Na próxima seção destacaremos trechos do documento relacionados ao PC e os discutiremos, ressaltando relações com nossos objetivos de pesquisa.

2.2 O Pensamento Computacional e a Base Nacional Comum Curricular

A inserção de uma abordagem que contemple o desenvolvimento do Pensamento Computacional na Educação Básica aflora preocupações e estimula discussões acerca de como esse processo pode ser realizado. Nesse sentido, duas opções são discutidas: a criação de uma disciplina específica voltada ao seu desenvolvimento, o que ocasionaria um impacto direto na estrutura do currículo escolar, ou sua incorporação às disciplinas curriculares já existentes, como a Matemática (BARCELOS E SILVEIRA, 2012; FRANÇA E TEDESCO, 2015).

Fazendo-se a busca no texto da BNCC para o termo “Pensamento Computacional”, constata-se sua indicação dezoito vezes na parte do documento que trata da Matemática. Conforme texto da apresentação da área, para o Ensino Fundamental,

> [...] Os **processos matemáticos** de resolução de problemas [...] são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018, p. 266, grifo do texto original).

No documento argumenta-se que a aprendizagem não apenas de Álgebra, mas também de Geometria, de Números, da Probabilidade e estatística podem contribuir para o desenvolvimento do PC ao longo do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018), porém, destaca-se sua estreita relação com a linguagem algébrica:

> Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. [...]. A linguagem algorítmica tem pontos

> em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos. (BRASIL, 2018, p. 271).

Com base na última citação, destaca-se a relevância dada, no documento, ao desenvolvimento do PC para além da ampliação das habilidades/competências computacionais dos estudantes. A partir de um trabalho explícito com elementos das bases do PC no processo de resolução/formulação de problemas, em específico no campo da Álgebra, os alunos potencializam o pensamento algébrico por meio, por exemplo, de generalizações e da identificação de padrões e regularidades, em contextos variados.

Cabe ressaltar que o PC pode ser explorado em associação com as diversas áreas do conhecimento, no entanto, é na área de Matemática que o trabalho com as bases do PC se evidencia de forma mais direta, em especial se considerarmos as orientações da BNCC (BRASIL, 2018). O trabalho com problemas matemáticos pode potencializar a capacidade de o estudante pensar computacionalmente, em especial os problemas que envolvem o pensamento algébrico.

Em outras referências ao PC, a BNCC (BRASIL, 2018) enfatiza a necessidade de seu desenvolvimento começar ainda no Ensino Fundamental, por meio da resolução e formulação de problemas diversos, processo que deve ter continuidade no Ensino Médio, onde os problemas abordados podem ser mais complexos. Ademais, para as duas etapas de escolaridade é recomendado o uso de TDIC, tanto para estimular o PC quanto para auxiliar as situações problemas que exigem um esforço cognitivo maior, envolvendo elementos das bases do PC (BRASIL, 2018).

Ao tratar da progressão das aprendizagens essenciais entre os dois níveis de escolaridade, o documento ressalta que no Ensino Fundamental a área de Matemática, “[...] centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos”. (BRASIL, 2018, p. 471). No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os conhecimentos elaborados na etapa anterior devem ser consolidados e ampliados, de modo que os estudantes possam resolver problemas mais complexos e que demandam maior capacidade de abstração.

Ao dar destaque às tecnologias digitais e à computação na Educação Básica, o documento argumenta que as “[...] Diferentes dimensões que caracterizam a computação e as tecnologias digitais são tematizadas, tanto no que diz respeito a conhecimentos e habilidades quanto a atitudes e valores” (BRASIL, 2018, p. 473).

A BNCC define o Pensamento Computacional a partir dos elementos que o constituiriam: “[...] envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos” (BRASIL, 2018, p.474). No mesmo item o documento ressalta, dentre outras competências e habilidades a serem desenvolvidas nas diferentes áreas,

> [...] utilizar, propor e/ou implementar soluções (processos e produtos) envolvendo diferentes tecnologias, para identificar, analisar, modelar e solucionar problemas complexos em diversas áreas da vida cotidiana, explorando de forma efetiva o raciocínio lógico, o pensamento computacional, o espírito de investigação e a criatividade. (BRASIL, 2018, p.474)

Barcelos e Silveira (2012) comentam acerca da importância da explicitação dos momentos em que o trabalho concomitante entre Matemática e PC podem acontecer na estrutura curricular educacional. Após a aprovação da BNCC (BRASIL, 2018) as considerações presentes no documento podem auxiliar no planejamento de atividades que possam articular conteúdos matemáticos às habilidades computacionais desejadas.

Em Matemática, a resolução de situações problemas envolvendo qualquer conteúdo, de maneira geral envolve, implícita ou explicitamente, o uso de elementos que constituem as bases do PC, guardadas as devidas proporções, considerando-se a concepção mais geral de Wing (2006). Além disso, muitos problemas propostos nas aulas de Matemática podem ser resolvidos com o auxílio do computador ou outra TDIC, ou simplesmente recorrendo-se ao uso de material que remete à computação desplugada.

Em nossa pesquisa focamos na relação entre elementos das bases do Pensamento Computacional e o ensino de análise de padrões e sequências, explorado na Unidade temática de Álgebra, de acordo com indicações da BNCC (BRASIL, 2018). Na próxima seção nos aprofundamos na discussão acerca do reconhecimento de padrões, uma das bases do PC, e foco do nosso trabalho.

2.3 A Análise de Padrões e Sequências: Um recorte do PC em nosso estudo

Uma das bases do Pensamento Computacional, como mencionado anteriormente, é o reconhecimento de padrões. Nesse contexto, o processo de reconhecer padrões está vinculado à apuração de repetições e regularidades em procedimentos de resolução de problemas anteriores. Esse processo tem como objetivo favorecer a resolução de um problema a partir do uso de estratégias já adotadas.

Em nossa pesquisa, focaremos o reconhecimento de padrões em problemas que envolvem análise de padrões e sequências, em uma perspectiva que leva em conta o nível de escolaridade que tomamos como recorte: o período compreendido entre o 6º Ano e o 8º Ano do Ensino Fundamental. Neste cenário, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) ressalta que "[...] outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos" (BRASIL, 2018, p. 271).

Na apresentação da Unidade Temática de Álgebra, o documento destaca que ela

> [...] tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento- pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2018, p. 270).

Reconhecendo a importância do tema para a formação dos estudantes, Ponte (2009) lembra a falta de consenso acerca do conceito de padrão e a atribui à transversalidade do termo no campo da Matemática e sua presença em outras áreas de conhecimento. Para o autor, "[...] a noção de padrão não é uma noção matemática propriamente dita, inserida num campo da Matemática bem definido, mas sim uma noção 'meta-matemática', transversal aos mais diversos campos" (PONTE, 2009, p. 169).

De acordo com Ponte (2009), como o estudo de padrões se insere em diversos ramos da Matemática, como a Geometria e a Álgebra, assumindo diferentes características e abordagens diversificadas, isso de certa forma contribui para que associemos o estudo de padrões quase que unicamente à Matemática.

Apesar do estudo de padrões ser mais explícito na Matemática, como ressalta Ponte (2009), a presença de padrões se expande para as demais áreas do conhecimento. Na área das Ciências da Natureza, por exemplo, como destaca o próprio documento da BNCC (2018), os padrões podem ser relacionados a eventos de causas naturais, como os padrões de circulação atmosférica e oceânica, padrões climáticos, espaciais e econômicos, dentre outros.

Na área de Linguagens e suas tecnologias, os padrões de beleza e de saúde são mencionados correlacionados à Educação Física, assim como padrões técnicos-combinatórios e de desempenho físico. Os padrões de beleza e de saúde devem ser foco de discussão em sala de aula, para que os estudantes entendam que eles são construções sociais e históricas e que, portanto, variam de sociedade para sociedade e em uma mesma sociedade mudam com o tempo.

Os dois temas são estreitamente relacionados, uma vez que muitas vezes a pressão social para se ter um determinado padrão físico de beleza pode comprometer a saúde das pessoas, em especial de crianças e adolescentes, que ainda estão em fase de desenvolvimento. Esses temas podem e devem ser discutidos em diversas disciplinas da Educação Básica, quando pensamos na formação integral de nossos estudantes.

Pimentel e Vale (2012) argumentam, como Ponte (2009), que o termo “padrão” não apresenta uma definição consensual, contudo, há uma relação com outros conceitos próximos, como regularidade, sequência e modelo. Ao discorrerem sobre a proximidade entre o conceito de padrão e sequências, as autoras atentam para a diferença residir no fato de que nem toda sequência possui um padrão. Como exemplo, elas mencionam as casas decimais do número π que, apesar de formarem uma sequência, não seguem um padrão.

Em termos de aproximações conceituais, outro termo que se associa ao de padrão é o de regularidade. Pimentel e Vale (2012) os consideram como sinônimos, o que podemos constatar na seguinte afirmação: “Padrão ou regularidade é uma relação discernível, apreendida de modo pessoal, num arranjo de qualquer natureza, através de um processo mental que pode ser partilhado, e que corresponde a uma estrutura traduzível por uma lei matemática” (PIMENTEL e VALE, 2012, p. 33).

Para Ponte (2009), porém, os termos são distintos e complementares, argumentando este autor que

> [A]o passo que 'padrão' aponta sobretudo para a unidade de base que eventualmente se replica, de forma exactamente igual ou de acordo com alguma lei de transformação; 'regularidade' remete sobretudo para a relação que existe entre os diversos objectos, aquilo que é comum a todos eles ou que de algum modo os liga. Padrões e regularidades são, por isso, dois pontos de vista complementares. (PONTE, 2009, p. 170).

Na visão de Ponte (2009), a regularidade está definida em uma perspectiva mais ampla, na direção da identificação de elementos invariantes, não em um objeto, mas entre objetos diversos – entendendo-se objeto, incluindo os elementos abstratos estudados na Matemática. Embora as duas abordagens para o termo sejam diferentes, em ambos os casos entendemos que o reconhecimento de padrões e regularidades em determinado objeto ou em uma situação que envolve objetos diversos, pode ser traduzido em linguagem matemática e potencializar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Van de Walle (2009, p. 296) afirma que "[O]s padrões são encontrados em todas as áreas da matemática. Aprender a procurar por padrões e como descrever, traduzir e ampliá-los é parte do fazer matemática e do pensar algebricamente". O autor sugere que a exploração de padrões tenha início na Educação Infantil, envolvendo, por exemplo, padrões orais envolvendo escalas musicais, ou posições diferentes dos braços, que incluiriam elementos relativos à lateralidade, ou sentar e levantar das carteiras de forma ritmada.

Quando voltamos nosso olhar para a dimensão escolar, um elemento que entendemos que deva ser consensual é que as atividades que visam contemplar o trabalho com padrões e regularidades, na Matemática ou em qualquer disciplina da Educação Básica, devem ser cuidadosamente planejadas pelo professor, a partir de objetivos educacionais claros e bem definidos.

Para Ponte (2009), atividades que se inserem nesse contexto devem permitir ao aluno descobertas cada vez mais instigantes. Desse modo, as situações devem gradativamente ir aumentando o seu grau de dificuldade, para que não se tornem atividades nas quais estratégias mecânicas de resolução sejam utilizadas. Uma das formas para proporcionar um trabalho cada vez mais rico nesse contexto é estimular a argumentação por meio de explicações orais ou escritas e/ou demonstrações das soluções encontradas pelos estudantes.

O mesmo autor defende o uso de atividades envolvendo padrões e regularidades que potencializem a construção de leis de formação, ou seja, a generalização de descobertas. Para Pimentel e Vale (2012, p. 42), o processo de generalização ganha força com essas atividades, pois “[...] embora possa aplicar-se a toda a produção de conhecimento matemático, está em forte ligação com as tarefas de exploração de padrões usadas como veículo para o pensamento algébrico”.

O Pensamento Algébrico, conforme Blanton e Kaput (2005, p. 413), é o “[...] processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de forma progressivamente mais formais e adequadas à sua idade” (BLANTON, KAPUT apud CANAVARRO, 2007, p. 87).

Jungbluth, Silveira e Grando (2019) comentam sobre a ênfase dada ao Pensamento Algébrico atualmente e isso se deve, dentre outros fatores, à inserção da Unidade Temática de Álgebra na BNCC (BRASIL, 2018), desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. A Álgebra da Educação Básica tem como foco principal o desenvolvimento desse tipo particular de pensamento, que pode ser potencializado através dos processos de generalização e abstração.

Os processos de generalização, por sua vez, podem e devem ser estimulados nas atividades envolvendo análise de padrões e regularidades em sequências matemáticas. A BNCC (BRASIL, 2018) defende que as atividades voltadas à exploração de padrões e regularidades em sequências são potenciais para atingir o Pensamento Algébrico:

> Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráfica e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2018, p. 270).

Atividades envolvendo o reconhecimento de padrões e regularidades contribuem para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática de modo geral e, de modo específico, para o desenvolvimento dos conceitos do campo da Álgebra, como podemos observar nos argumentos dos autores que tratam especificamente desse tipo de pensamento. A exploração de padrões e regularidades facilitaria o trabalho com um ramo da Matemática tido como essencialmente abstrato.

Para Jungbluth, Silveira e Grando (2019, p. 99), “O estudo com padrões tem por finalidade envolver o aluno com a disciplina de Matemática, tornando a aprendizagem mais significativa porque está associada a experiências e realidades vivenciadas pelos estudantes”. Em razão da diversidade de situações envolvendo a presença explícita de padrões no cotidiano, trazer essa realidade para o contexto da sala de aula pode contribuir para melhorar a relação dos alunos com a Matemática.

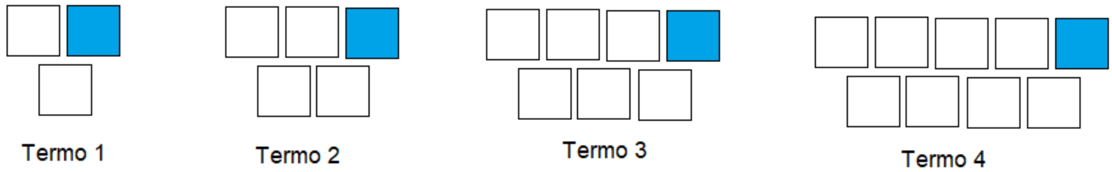
Vale *et al.* (2007) argumentam que

> [Q]uando apelamos aos padrões no ensino da matemática é normalmente porque queremos ajudar os alunos a aprender uma matemática significativa e/ou a envolver-se na sua aprendizagem facultando-lhes um ambiente de aprendizagem que tenha algo a ver com a sua realidade e experiências. O estudo de padrões vai de encontro a este aspecto, apoiando a aprendizagem dos estudantes para descobrirem relações, encontrarem conexões, fazerem generalizações e também previsões. (VALE *et al.,* 2007, p. 5).

Radford (2008) menciona o estudo de padrões para a introdução à Álgebra, lembrando que “[N]as salas de aula com as quais estava trabalhando, a generalização de padrões era (e ainda é) usada como caminho para a álgebra.” (RADFORD, 2008, p. 85, tradução nossa). O autor afirma que “[A] generalização de sequências é um dos contextos que tem sido mais cuidadosamente explorados nas investigações do campo da álgebra inicial” (RADFORD, 2021, p. 176), em geral por meio da apresentação de uma sequência de figuras ou de números, solicitando-se que o estudante identifique os termos seguintes, algum termo remoto (mais distante) ou mesmo o termo geral.

O autor alerta para o cuidado que precisamos ter ao lidar com esse tipo de atividade e não termos expectativas que não necessariamente correspondem à forma como os estudantes raciocinam. Por exemplo, ao descrever uma atividade envolvendo uma sequência figural aplicada a estudantes de 7 e 8 anos (Figura 1), o autor se surpreendeu com o fato de que, ao desenharem os dois próximos elementos da sequência, os estudantes não consideraram sua estrutura espacial.

Figura 1 - Sequência figural proposta aos estudantes.



Fonte: (RADFORD, 2021, p.177)

As figuras seguintes da sequência, desenhadas pelos estudantes participantes do estudo, tinham como foco o aspecto numérico, ou seja, a quantidade de quadrados de cada termo. Os estudantes colocavam as duas filas de quadrados em uma única fila, colorindo o último quadrado, ou simplesmente desenhavam a quantidade total de quadrados dos dois termos seguintes, sem qualquer preocupação com sua organização espacial e sem indicação de que havia quadrados de duas cores.

A mesma sequência proposta por Radford (2021) foi aplicada a parte dos estudantes de Licenciatura que participaram de nossa pesquisa (doze do total de 22) em uma aula ministrada pela professora orientadora desse trabalho, e o mesmo resultado foi observado. De acordo com seu relato informal, ao conduzir a atividade e solicitar que os licenciandos descrevessem o 100º termo ou o termo geral da sequência dada, todos se ativeram ao número total de quadrados de cada termo, sem entender como pode ser relevante para o processo de generalização a forma como eles estão organizados espacialmente.

Quando solicitados que descrevessem como orientariam oralmente um estudante do 6º Ano do Ensino Fundamental a produzirem os quatro primeiros termos da sequência, exatamente como indicado na Figura 1, sem lhes mostrar qualquer desenho, todos os licenciandos tiveram dificuldade para executar a tarefa, em especial pelo fato de não terem levado em conta a organização dos elementos que compõem cada termo (duas filas horizontais de quadrados de mesmo tamanho, sendo a inferior com tantos quadrados brancos quanto indica a posição do termo e a superior com essa mesma quantidade e mais um quadrado azul posicionado na extremidade direita da fila).

As atividades que exploram padrões e regularidades são, especialmente, as sequências matemáticas. Essas sequências são de diversos tipos (repetitivas, recursivas, e não recursivas), podendo ser numéricas, figurativas ou de outras naturezas (sons, movimentos, dentre outras possibilidades). A partir do trabalho com essas sequências, o professor pode explorar os tipos de generalização da qual Radford (2006, 2008, 2021) trata.

Ele subdividiu a generalização de padrões em duas categorias: a generalização de padrões algébricos e a generalização de padrões aritméticos. A generalização de padrões algébricos se baseia na percepção de uma característica inerente aos elementos de uma sequência. Para o autor,

> [G]eneralizar um padrão algebricamente baseia-se na capacidade de apreender uma semelhança observada em alguns elementos de uma sequência S, sabendo que essa semelhança se aplica a todos os termos de S e sendo capaz de usá-la para fornecer uma expressão direta de qualquer termo de S. (RADFORD, 2006, p. 5, tradução nossa)

Assim, além da percepção do padrão inerente, há a elaboração de uma sentença algébrica que permite descobrir como será qualquer termo da sequência, sem precisar representá-lo numérica ou figuralmente. No caso da generalização aritmética, Radford (2006, 2008) explica que a percepção da característica central da sequência é indicada na descrição aritmética dos padrões encontrados, contudo, o estudante não consegue elaborar uma expressão algébrica que possibilite identificar um termo qualquer da sequência, considerando-se apenas sua posição na sequência.

Carmo (2014), além de acreditar na contribuição de atividades envolvendo padrões e regularidades para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, considera que o contato dos alunos com a Álgebra na Educação básica, especialmente no Ensino Fundamental, sendo iniciado com atividades dessa natureza, pode minimizar dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de Matemática de maneira geral.

O objetivo central do trabalho de pesquisa de Carmo foi “[...] analisar se os livros didáticos de Matemática dos 6° e 7° anos do EF escolhidos no PNLD/2011 introduzem a linguagem algébrica por meio de atividades de generalizações de padrões e como isso ocorre.” (CARMO, 2014, p. 19). Foram selecionados para análise quatro coleções de livros didáticos de Matemática para o 6° Ano e7° Ano do Ensino Fundamental, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), e presentes no Guia do ano 2011.

A análise dos livros foi dividida em duas etapas. Na primeira etapa Carmo (2014) buscou identificar em que ano se iniciava o trabalho com a linguagem algébrica nesses livros e foram identificadas duas coleções nas quais isso ocorria a partir do livro do 6° Ano, enquanto nas outras duas, apenas a partir do 7° Ano. Na segunda fase da análise, ocorreu a busca, no Sumários e nos capítulos relacionados a Álgebra, de atividades que estavam sendo propostas para o trabalho com a linguagem algébrica.

Como resultado da segunda etapa de análise, Carmo (2014) constatou que não são todos os livros avaliados que introduzem a Álgebra através de questões envolvendo generalização de padrões. Após a avaliação das atividades propostas nos livros envolvendo generalização de padrões, apoiando-se nos indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico, o autor encontrou 85 questões no contexto do trabalho com padrões. Por fim, concluiu que, apesar de haver indicação nos livros de uma abordagem para a aprendizagem da Álgebra, através da generalização de padrões, ela era pouco presente, considerando o que recomendavam os autores que Carmo tomou por base para sua investigação.

Na BNCC (BRASIL, 2018), o trabalho com padrões e generalização em sequências é defendido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, no entanto, o uso da notação algébrica não é indicado nesse momento. O texto da Base recomenda a abordagem de “[...] sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma regra determinada regra de formação” (BRASIL, 2018, p. 270). Na etapa do Ensino Fundamental anos finais, o trabalho com padrões e generalização deve ser aprofundado, recorrendo-se ao uso da linguagem algébrica, nessa direção.

A próxima seção apresenta considerações mais detalhadas a respeito do estudo de sequências e da análise de padrões e nela tratamos da generalização e do desenvolvimento do pensamento algébrico nesse processo.

2.4 Sequências: Tipos e Características

As sequências matemáticas podem ser numéricas, figurativas (ou figurais) ou de outras naturezas e, além disso, podem ser repetitivas, recursivas e não recursivas. As sequências matemáticas numéricas, como o próprio nome sugere, são sequências que envolvem números, como na sequência crescente e infinita dos números naturais pares: 2, 4, 6, 8, 10, ... As sequências numéricas repetitivas são caracterizadas pela repetição de um elemento ou um conjunto de elementos, que constituem o núcleo ou unidade de repetição da sequência. Por exemplo, nas sequências 1, 1, 1, 1, 1, ... e 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3 ..., os núcleos de repetição são, respectivamente, 1 e 1, 2, 3.

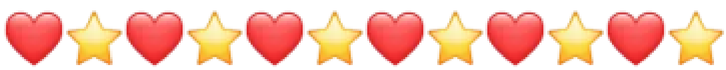
Nas sequências numéricas recursivas cada termo é resultado de uma operação realizada tomando como referência um ou mais termos anteriores. Como exemplo nós temos uma das sequências numéricas mais conhecidas na Matemática, a Sequência de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... Cada termo dessa sequência é gerado, a partir do terceiro, pela adição dos dois termos imediatamente anteriores, ou seja, o próximo termo da Sequência seria 8 + 13 = 21, e assim por diante.

Outro exemplo de sequência recursiva é a dos múltiplos do número 3, dada por: 3, 6, 9, 12, 15, 18, ..., que é crescente e cada novo termo é definido pelo termo imediatamente anterior somado a três unidades. Podemos ainda citar, como exemplo, a sequência recursiva decrescente: 85, 80, 75, 70, 65, 60, ..., na qual cada novo termo é definido pela subtração de cinco unidades ao termo imediatamente anterior.

Nas sequências numéricas não recursivas a estrutura de cada novo elemento independe de algum elemento anterior. Por exemplo, na sequência de números primos 2, 3, 5, 7, 11, ..., a identificação do próximo termo não tem relação com o termo anterior ou termos anteriores. Veremos, adiante, que em alguns casos é possível definir uma sequência tanto como recursiva como não-recursiva, dependendo da natureza de seus termos.

As sequências figurativas repetitivas, recursivas e não recursivas são definidas do mesmo modo que as sequências numéricas, com a diferença de que seus termos são diferentes tipos de figuras. Um exemplo de sequência figurativa repetitiva é apresentado na Figura 2.

Figura 2 - Sequência figurativa repetitiva



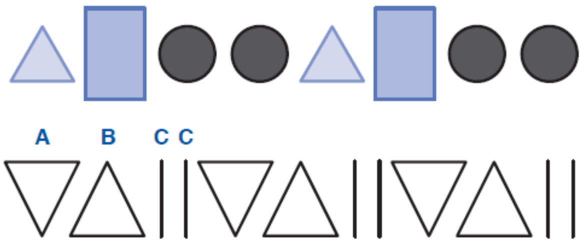
Fonte: Elaborada pela autora, 2002.

A partir dos elementos dados na Figura 2 podemos solicitar que o estudante identifique o núcleo de repetição da sequência. Para isto ele precisa fazer sua decomposição da sequência em partes menores e identificar qual ou quais partes estão sendo repetidas. Na sequência dada o núcleo de repetição é o par formado por um coração vermelho e uma estrela dourada.

Para Ponte, Branco e Matos (2009), embora possa parecer simples, atividades como a presente na Figura 2 não são fáceis para os estudantes que estão começando a trabalhar com análise de sequências, sendo indicado, nesse caso, iniciar explorando sequências repetitivas que tenham o núcleo constituído por apenas um elemento, variando sua natureza.

Van de Walle (2009) defende que "[U]m avanço matematicamente significativo é perceber que dois padrões construídos com materiais diferentes são realmente o mesmo padrão". Como exemplo o autor apresenta as duas sequências da Figura 3 que poderiam ambas serem "lidas" (aspas presentes no texto do autor) como A-B-C-C-A-B-C-C.

Figura 3 - Padrões semelhantes elaborados com elementos distintos



Fonte: (VAN DE WALLE, 2009, p. 296)

O autor destaca em seu texto uma recomendação do documento produzido pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) referente ao tema, fazendo referência a uma sequência figural apresentada por ele no texto, anteriormente, com núcleo de repetição constituído por três unidades (do tipo AAB):

> [...] Os estudantes devem reconhecer que o padrão decores "azul, azul, vermelho, azul, azul, vermelho" tem a mesma forma que "palmas, palmas, pare, palmas, palmas, pare". Esse reconhecimento estabelece a base para a ideia de que duas situações muito diferentes podem ter as mesmas características matemáticas e desse modo são idênticas de alguns modos importantes. Saber que cada padrão acima pode ser descrito como tendo a forma AABAAB é, para os estudantes, uma primeira introdução ao potencial da álgebra" (p. 91-92). (VAN DE WALLE, 2009, p. 296 – aspas do autor).

No trabalho com sequências repetitivas podemos solicitar que os estudantes indiquem o próximo ou os dois ou três próximos elementos da sequência e essa atividade pode variar de nível de complexidade, a depender na natureza do núcleo de repetição da sequência, assim como do último elemento dado. Com base na mesma sequência apresentada na Figura 2 podemos propor uma atividade que envolva a identificação de termos faltantes, no início ou entre termos que podem ser visualizados, a exemplo da atividade apresentada na Figura 4, na qual se solicita que os espaços vazios sejam preenchidos pelas figuras corretas.

Figura 4 - Identificação de elementos faltantes em uma sequência repetitiva

Fonte: Elaborada pela autora, 2022r.

Atividades posteriores e mais complexas poderiam envolver a identificação de termos distantes na mesma sequência. Por exemplo, considerando-se a mesma sequência, quem seria seu 20º elemento, um coração ou uma estrela? Como você pensou para chegar a essa conclusão? Para o trabalho com termos distantes, mas ainda sem envolver a identificação de uma forma algébrica geral, recomenda-se a associação de índices deposição do termo na sequência.

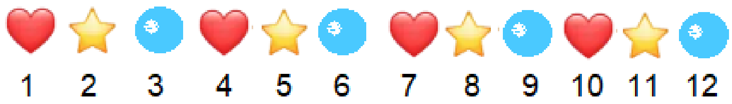
Analisando a sequência dada, os estudantes podem fazer a seguinte generalização: os corações ocupam posições ímpares na sequência, ou seja, os índices de posição dos corações são números ímpares; enquanto as estrelas ocupam posições indicadas por números pares. Observando essa relação, os estudantes podem concluir que o 20º elemento da sequência da Figura 2 será uma estrela dourada, pois 20 é um número par.

Van de Walle (2009) sugere que o trabalho inicial com a determinação de termos distantes envolva a estimativa, a partir da expansão de uma sequência dada, prevendo qual seria a forma do termo que ficaria situado em uma determinada posição.

> Os estudantes devem ser desafiados a apresentar uma razão para sua predição, de preferência por escrito. Um desafio ligeiramente diferente inverte a tarefa: Em que posição estará o décimo terceiro bloco azul? Os estudantes podem expandir seus padrões, se necessário, para verificar seu raciocínio. (VAN DE WALLE, 2009, p. 297)

O nível de dificuldade da atividade dependerá da dimensão e natureza do núcleo de repetição da sequência e este deve ser aumentado gradualmente. Por exemplo, na sequência repetitiva apresentada na Figura 5, temos um núcleo constituído por três elementos. Quando associamos índices aos termos da sequência estamos inserindo na análise uma nova sequência, a de números que indicam a posição de cada termo.

Figura 5 - Sequência figurativa repetitiva



Fonte: Elaborada pela autora, 2022.

Para identificar, nesse caso, quem seria, por exemplo, o 27º elemento da sequência, os estudantes precisariam concluir que as esferas azuis ocupam posições que são múltiplos do número três (3, 6, 9, 12, ...), assim, como 27 é múltiplo de três, o elemento que ocuparia essa posição seria uma esfera azul. Essa relação não é fácil de ser deduzida e pode ser necessária a intermediação do processo.

A identificação da natureza de elementos da mesma sequência que não ocupassem uma posição que não fosse dada por um múltiplo do número três seria ainda mais complexa. Qual seria a 32ª figura da sequência? Neste caso, a mediação pode envolver o preenchimento de uma tabela de dupla entrada na qual o estudante registrasse o ciclo de posições que a mesma figura ocupa na sequência (Quadro 1).

Quadro 1 - Indicação de posição das figuras na sequência.

Figura	Posição na sequência				
	1	4	7	10	...
	2	5	8	11	...
	3	6	9	12	...

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Observando-se os valores da tabela vemos que em cada linha da coluna a sequência numérica aumenta de três em três unidades, mas como identificar em qual linha (do coração, da estrela, ou da esfera) determinado número estaria situado? Por exemplo, em qual linha estaria posicionado o número 32 nessa sequência, já que ele não é múltiplo de três? Como o número 33 é múltiplo de três, essa posição seria ocupada por uma esfera azul, logo, como 32 é o número que vem imediatamente antes, o elemento procurado seria a estrela dourada.

Como podemos constatar, o simples acréscimo de um elemento no núcleo da sequência provocou um aumento expressivo na complexidade da atividade que envolve a determinação de um termo mais distante, ainda que sem considerar sua generalização algébrica. Ou seja, mesmo mudanças simples na estrutura da sequência podem levar a um aumento no nível de complexidade que precisa ser observado em termos de adequação para a turma na qual a atividade será desenvolvida e os objetivos de ensino perseguidos.

A Figura 6, apresentada em seguida, é um exemplo de sequência figurativa que pode ser definida tanto como recursiva quanto como não recursiva.

Figura 6 - Sequência figurativa recursiva e não recursiva

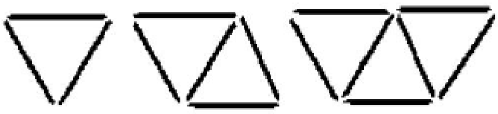


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

Fonte: (Radford, 2008, p. 5)

Essa sequência figurativa foi discutida por Radford (2008) em uma das questões propostas em uma sequência de ensino trabalhada com alunos do 7° Ano e que tinha por objetivo fazer com que eles descobrissem a quantidade de palitos da centésima figura. A fórmula obtida pelos alunos, com o auxílio da professora, que possibilitaria encontrar o termo pedido foi (1 + 2s), onde s era a posição da figura solicitada.

Nesse contexto a sequência proposta se caracteriza como uma sequência figurativa não recursiva. A fórmula foi gerada após a percepção do seguinte padrão para os três primeiros triângulos formados:

1. Primeiro triângulo (quantidade de palitos): 1 + 2
2. Segundo triângulo (quantidade de palitos): 1 + 2 + 2
3. Terceiro triângulo (quantidade de palitos): 1 + 2 + 2 + 2

Contudo, a mesma sequência pode ter mais interpretações, em uma perspectiva recursiva ou não recursiva. O primeiro padrão tem foco na quantidade de palitos representada e identifica como primeiro termo uma quantidade de três palitos e, para o próximo termo, são adicionados mais dois palitos ao total anterior, de modo a formar triângulos. Na segunda direção considera-se para cada posição uma quantidade de triângulos: para a primeira posição, um triângulo; para a segunda posição, dois triângulos; e assim sucessivamente, gerando um padrão recursivo.

As atividades escolares envolvendo análise de padrões em sequências têm uma estrutura básica geral, como apontam Jungbluth, Silveira e Grando (2019, p. 100):

> As atividades que envolvem a observação e a generalização de padrões em sequências, geralmente, solicitam ao aluno que descubra o padrão da sequência para continuá-la; que indique um termo faltante da sequência, que pode começar pela posição mais próxima da última figura da sequência e ir se distanciando; ou que procure um termo numa posição qualquer; distante dentro da sequência.

As autoras supracitadas também mencionam a generalização próxima e a generalização distante como sendo alvos de uma abordagem com padrões seguindo o roteiro mencionado. A generalização próxima se dá no momento de continuação da sequência, na identificação de um termo subsequente. Por exemplo, dada a sequência 2, 4, 6, 8, 10, 12... pede-se que se identifique quem é o próximo ou quem são os próximos elementos da sequência. A generalização distante envolve a descoberta de uma expressão aritmética ou algébrica que possa auxiliar a identificar qualquer termo da sequência.

Ponte (2009) argumenta que o trabalho com padrões, quando ocorre de modo repetitivo e pouco criativo pode não proporcionar os resultados almejados, em termos de desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, na medida em que eles resolvam as situações propostas de modo mecânico, seguindo sempre o mesmo procedimento.

Em nossa visão as duas abordagens, seja em uma perspectiva mais tradicional, seja em uma direção mais investigativa, são importantes e complementares. No primeiro caso os estudantes se familiarizariam com a natureza das atividades e, no segundo caso, teriam espaço para levantar e testar hipóteses e expor seus diferentes pontos de vista, de maneira mais criativa.

Em nosso instrumento de pesquisa, na seção voltada especificamente para questões sobre sequências, nós fazemos uso de questões abertas, que admitem várias soluções e permitem ao estudante usar sua criatividade, com base na investigação, justificativa e demonstração de como raciocinou para solucionar as questões propostas.

Por exemplo, a questão 09 de nosso instrumento apresenta o seguinte enunciado: “Pedro listou os cinco primeiros elementos de uma sequência numérica que cresce rapidamente, enquanto Maria listou os cinco primeiros termos de uma sequência numérica que cresce lentamente. a) Dê exemplo das possíveis listas de elementos das sequências de Pedro e de Maria; b) Como cada sequência numérica seria representada graficamente?".

Essa questão abre possibilidades de criação de diversas configurações de sequências, sejam elas recursivas, não recursivas, numéricas ou figurativas. Questões como essa permitem ao estudante usar sua imaginação, sem que todos tenham que apresentar uma resposta única para o problema. Duas outras questões propostas em nosso instrumento, as de número 01 e 02, exigem do estudante a apresentação de uma justificativa:

> 01. Quais são as duas sequências mais parecidas entre si, dentre as seguintes? Indique em que você se baseou para fazer sua escolha.
> Sequência 1: 2, 5, 8, 11, 14...
> Sequência 2: 2, 7, 12, 17, 22, 27, ...
> Sequência 3: 3, 6, 9, 12, 15, ...
> 02. Que resposta você esperaria que os estudantes dessem para os dois próximos termos da seguinte sequência numérica: 2, 5, 11...? Justifique sua resposta.

Essas questões abrem margem para a explicitação dos diferentes entendimentos dos estudantes acerca das sequências propostas. Na questão 01 é possível que os padrões percebidos por eles sejam distintos, o mesmo acontecendo em relação à questão 02. As questões exploram a observação de diferentes padrões que podem ser considerados como sendo os que regem as sequências.

O professor pode explorá-las em sala de aula tendo como foco a apresentação de justificativa, permitindo ao aluno dissertar sobre suas respostas, entendendo que podemos ter mais de uma considerada correta. Para Ponte (2009), tão importante quanto descobrir o padrão ou regularidade, é ser capaz de fazer demonstrações das generalizações relacionadas aos padrões e regularidades analisados.

Também abordamos em nosso instrumento questões com estrutura que poderia ser denominada de tradicional, de acordo com as discussões até aqui apresentadas, voltadas ao trabalho com generalização de padrões, a exemplo da questão 05 ("Represente os elementos da sequência numérica dada em seguida por meio de figuras, indicando (por meio de uma expressão algébrica; descrição informal; ou figura) como seria o 100º elemento da sequência: 4, 7, 10, 13, 16...").

Apesar de ter uma estrutura mais convencional, a questão envolve múltiplas respostas, destacando a possibilidade de representação do termo geral de uma sequência, de diferentes maneiras. A gradação entre a forma de representação mais simples, até a forma mais elaborada, como a representação algébrica, pode variar de uma turma para outra, demandando a exploração de mais ou menos sequências relacionadas a uma forma de representação.

Para Ponte (2009, p. 171), "É preciso perceber melhor quais são as estratégias de raciocínio dos alunos no trabalho com diversos tipos de padrões e regularidades e também como este trabalho pode promover todas as outras aprendizagens". O trabalho com padrões e regularidades, como lembra Van de Walle (2009) pode usado como "porta de entrada" para a exploração de um importante elemento matemático que é o conceito de função.

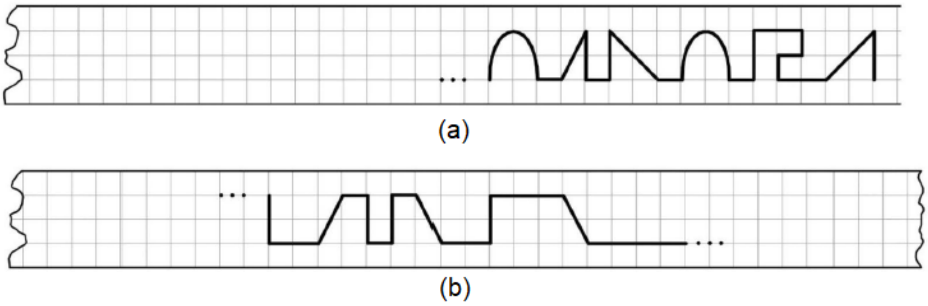
A sistematização do trabalho, nessa direção, pode envolver o preenchimento de Quadros ou Tabelas, estabelecendo relação entre os indicadores de posição dos elementos da sequência e as unidades repetidas no padrão com material concreto, representações pictóricas ou números. Como ressalta o autor,

> Não há método único "melhor" para determinar essa relação entre o valor do elemento e a posição do elemento na sequência. Alguns alunos podem obter algum *insight* simplesmente "sondando" os números e perguntando, "O que eu posso fazer no número do elemento (ordem) para obter o valor correspondente na tabela?" A maioria se beneficiará ao examinar o padrão concreto buscando regularidades. (VAN DE WALLE, 2009, p. 300).

Do exposto em nosso texto em relação ao trabalho com padrões e regularidades por meio da análise de sequências, ressaltamos a necessidade de diversificar a natureza dos elementos das sequências (figurais, numéricas, usando materiais concretos, de sons, de movimentos, dentre muitas outras possibilidades); seu comportamento em termos de desenvolvimento (crescente ou decrescente); e o que é solicitado ao estudante em diferentes níveis de escolaridade, visando o desenvolvimento do pensamento algébrico em conexão com o Pensamento Computacional.

As sequências recursivas que comumente encontramos nos Livros Didáticos (LD) de Matemática para a Educação Básica têm padrão de crescimento que Singer e Volca (2022) denominam de "padrão R", pois os novos termos são acrescentados à direita dos termos que foram dados na sequência. Já o "padrão L", cujos novos termos são adicionados à esquerda dos termos dados inicialmente, não é comumente explorado, assim como o padrão “L e R”, que caracterizam sequências que se desenvolvem em ambas as direções. Exemplos desses dois últimos tipos de sequências estão presentes na Figura 7.

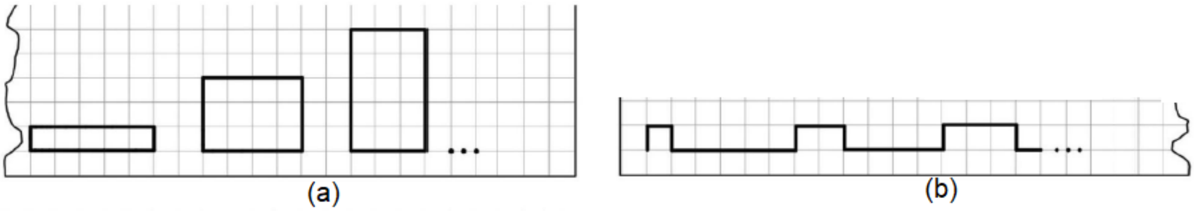
Figura 7 - Sequências recursivas figurais de padrão “L” (a) e de padrão “L e R” (b).



Fonte: (SINGER; VOLCA, 2022, p.225).

Pelas respostas apresentadas pelos estudantes que participaram do estudo conduzido pelos autores e expostas em seu artigo, foi comum o uso da translação horizontal do padrão na(s) direção(ões) indicada(s), considerando-se a sequência como sendo repetitiva. Além desses tipos de sequência, os autores ainda propõem o trabalho com o que denominam de sequências geométricas com itens discretos e sequências geométricas com itens contínuos (Figura 8). Acreditamos que estas últimas sejam pouco exploradas em nossos Livros Didáticos de Matemática para a Educação básica.

Figura 8 - Sequências recursivas figurais de padrão “L” (a) e de padrão “L e R” (b).



Fonte: (SINGER; VOLCA, 2022, p. 224).

Os retângulos da sequência (a) da Figura 8 diminuem sua largura em uma unidade e aumentam sua altura em duas unidades, de um termo para o próximo, logo, a próxima figura seria um retângulo com duas unidades de largura e sete unidades de altura. No caso da sequência (b) da mesma Figura, a distância entre as estruturas “dentadas” diminui uma unidade de um termo para o seguinte, enquanto sua largura aumenta uma unidade.

A estrutura pouco usual dos padrões das sequências apresentadas nas duas últimas figuras levou à proposição de continuidade de maneiras bastante diversificadas entre os participantes do estudo conduzido por Singer e Volca (2022), com estudantes de 6 a 12 anos de idade. Em alguns casos os estudantes entendiam que as sequências não eram recursivas, mas repetitivas, e o padrão era replicado na direção indicada. Os autores observaram esse tipo de dificuldade especialmente quando eram apresentados poucos termos da sequência que o estudante precisaria analisar, identificar o padrão e a natureza de sua continuidade, independentemente do tipo de sequência.

De modo geral os autores ressaltaram a motivação dos estudantes para realizarem atividades envolvendo análise de padrões e sequências e defendem em seu artigo que “a prática e desenvolvimento de várias sequências na escola desde uma idade precoce, poderia promover transformações mentais, com potencial para estimular o aprendizado de Matemática” (SINGER; VOLCA, 2022, p.223 – tradução nossa).

Para diversificar a proposta de ensino envolvendo a análise de padrões e sequências na Educação Básica, é fundamental considerarmos os diferentes tipos aqui apresentados, tanto em relação à natureza dos elementos que delas fazem parte (números; figuras; materiais manipulativos; sons; movimentos; dentre muitas outras possibilidades); quanto ao tipo (repetitiva, recursiva e não-recursiva); quanto ao padrão de desenvolvimento (constante; crescente ou decrescente); e a direção desse desenvolvimento (para a direita; para a esquerda; para cima; para baixo; para ambos os lados; dentre outras possibilidades).

Na próxima seção destacamos e comentamos as Habilidades relativas à análise de padrões na BNCC (BRASIL, 2018), na área de Matemática, em todos os níveis de escolaridade da Educação Básica. Embora tenhamos focado nosso estudo no período de escolaridade entre o 6º e 8º Anos do Ensino Fundamental, entendemos ser importante para o professor que ensina Matemática na Educação Básica conhecer e analisar a proposta de trabalho com esse tema aos longos de todo o processo formativo escolar.

2.5 Padrões e Regularidades na BNCC

Nesta seção trazemos um levantamento das habilidades relacionadas à análise de padrões e sequências na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), elencando as habilidades do documento na área de Matemática e suas tecnologias para alunos do Ensino Fundamental - Anos Iniciais; para alunos do Ensino Fundamental - Anos Finais; e para os alunos do Ensino Médio. No entanto, enfatizamos que a nossa pesquisa está voltada para o Ensino Fundamental, no tocante à análise de padrões e sequências, pelas razões já expostas.

Para o Ensino Fundamental Anos Iniciais, 1° ao 5° Ano, destacamos as habilidades relacionadas à análise de padrões que estão dispostas no documento para o período entre o 1° e o 4° Ano, pois não há habilidades dessa natureza explicitadas para o 5° Ano na Base. O Quadro 2 especifica, de acordo com o documento da BNCC (BRASIL, 2018) o ano, os Objetivos do conhecimento e as Habilidades que os alunos devem desenvolver progressivamente. No caso na análise de padrões e sequências, todos os componentes do Quadro estão presentes na Unidade Temática de Álgebra.

Quadro 2 - Habilidades relativas à análise de padrões em Matemática no Ensino Fundamental - Anos Iniciais

Ano	Objetivo do Conhecimento	Habilidades
1°	- Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências; - Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida. (EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
2°	- Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas; - Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida. (EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais,

		objetos ou figuras.
3°	- Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
4°	- Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural; - Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural. (EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

Fonte: (BRASIL, 2018, pp. 279-290)

No Quadro 02 as habilidades são separadas por ano de escolaridade e a proposta é que o trabalho com padrões seja ampliado gradativamente ao longo da Educação Básica. No 1° Ano o foco é a representação de sequências a partir da percepção do padrão, bem como a explicitação do padrão percebido pelos alunos. Essas sequências podem ser figurativas e numéricas, ou de outras naturezas, além disso, os alunos já iniciam o trabalho com sequências recursivas simples.

No 2° Ano, além da descrição dos padrões encontrados nas sequências, os alunos devem construir sequências crescentes e decrescentes seguindo um padrão e devem conseguir explicitar elementos faltantes em sequências recursivas e em sequências repetitivas.

No 3° e 4º Anos o trabalho de identificação de regularidades das sequências continua para sequências com números naturais cujo padrão é obtido por meio de operações matemáticas de adição e subtração, assim como a identificação e determinação dos termos faltantes da sequência, orientando-se ser necessária a descrição de sua lei de formação. Contudo, ressaltamos que o documento deixa claro que a abordagem algébrica deve acontecer apenas nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Ressaltamos, dentre as Habilidades presentes no Quadro 01 a EF04MA12 (“Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades") (BRASIL, 2018, p.291), que envolve a operação de divisão e potencializa a discussão sobre o significado do resto nessa operação.

Bitencourt e Merlini (2020) realizaram a análise de uma coleção de Livros Didáticos de Matemática que constava no Guia do PNLD 2016, dirigida a estudantes do 1º Ano ao 5º Ano do Ensino Fundamental, tendo como parâmetros o total de tarefas de cada livro envolvendo o trabalho com sequências, classificando-as em pictórica ou numérica. Para exemplificar a proposta do autor da coleção, Bitencourt e Merlini (2020) apresentam e discutem a primeira e a última tarefas de cada livro, sobre o tema em questão.

Nos resultados destacam a presença de sequências numéricas nos cinco volumes da coleção, todas na forma crescente, e de sequências pictóricas repetitivas e crescentes em quatro dos cinco volumes analisados. Concluíram que, de modo geral, a coleção convergia para as orientações da BNCC (BRASIL, 2018), quanto ao trabalho com sequências. Em relação à análise da primeira e última atividade sobre o tema em cada volume da coleção, Bitencourt e Merlini (2020) ressaltam:

> Ao analisarmos as tarefas identificamos que elas são, de certa forma, semelhantes. O que distingue uma da outra é o que está sendo solicitado. Enquanto no 1º ano é solicitado que o estudante continue pintando os chapéus seguindo o padrão, no 5º ano o estudante é solicitado que ele responda qual a cor da 28ª bandeirinha. (BITENCOURT E MERLINI, 2020, p. 51)

A sequência de bandeirinhas presente no livro do 5º Ano, e citada pelas autoras no texto que destacamos, pode ser observada na Figura 9 e a orientação dada ao professor é que ele solicite que os estudantes justifiquem sua resposta, sugerindo que eles poderiam fazer essa identificação verificando a cor de cada bandeirinha até chegar à de número 28 ou levá-lo a perceber que as bandeiras verdes ocupam posições que são números múltiplos de três e como 28 não é múltiplo de três, a bandeirinha seria amarela.

Figura 9 - Sequência de bandeirinhas do LD5

Fonte: (BITENCOURT E MERLINI, 2020, p. 49)

Os resultados da análise da primeira e última atividades de cada volume apontaram para um trabalho com a identificação de termos próximos, nas atividades do 1º Ano, e de termos distantes, em atividades dirigidas ao 5º Ano, ainda sem a exigência de representação algébrica do padrão observado pelo estudante.

O fato de as coleções de livros didáticos de Matemática trazerem propostas de trabalho com sequências e análise de padrões, potencializa que esse tipo de atividade seja proposto para os estudantes dos Anos Iniciais, devendo o professor estar atento à necessidade de superar limitações observadas nesse material.

Por exemplo, pode ser necessário complementar o trabalho com sequências numéricas e pictóricas explorando sequências decrescentes, uma vez que esse tipo de sequência não foi observado em nenhum volume da coleção analisada no estudo de Bitencourt e Merlini (2020), evitando-se que o estudante equivocadamente conclua que sequências são sempre crescentes.

Para o Ensino Fundamental Anos Finais, 6° ao 9° Anos, trazemos as habilidades relativas à análise de padrões especificadas no Quadro 3 apenas do 7° e 8° Anos, uma vez que para o 6° e 9° Anos não são mencionadas habilidades relativas a sequências e padrões de maneira explícita. Assim como nos Anos Iniciais, as indicações para o trabalho mencionado estão presentes na Unidade Temática de Álgebra da BNCC (BRASIL, 2018).

Quadro 3 - Habilidades relativas à análise de sequências e padrões no Ensino Fundamental Anos Finais

Ano	**Objetivo do Conhecimento**	**Habilidades**
7°	- Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.	(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. (EF07MA16) Reconhecer as duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
8°	- Sequências recursivas e não recursivas.	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

Fonte: (BRASIL, 2018, pp. 307 – 312).

Apesar de o trabalho com a análise de padrões e sequências não estar presente em todos os anos do Ensino Fundamental Anos Finais, o que é destinado ao 7° e 8° Anos deve se constituir como um aprofundamento do que é abordado nos Anos Iniciais. Nessa etapa, a análise de padrões e sequências nas aulas de Matemática recorre à representação na linguagem algébrica. Os processos de generalização visam permitir ao professor e ao aluno uma exploração maior da sequência dada, seja ela recursiva ou não recursiva, numérica ou figurativa.

Vale destacar nas indicações de trabalho com identificação de padrões e regularidades em sequências, nas Habilidades dirigidas ao 8º Ano, a associação com a construção de algoritmos e fluxogramas, elementos que fazem parte de uma das bases do Pensamento Computacional, como anteriormente discutido em nosso texto.

Small e Lin (2010) destacam a intensificação do trabalho com a Álgebra tradicional com estudantes no período equivalente no Brasil entre o 6º e o 8º Anos do Ensino Fundamental, na medida em que passam a utilizar expressões na linguagem algébrica e a lidar com fórmulas e a resolução de equações. Para as autoras, o raciocínio algébrico caracteriza-se como "[...] um processo de descrição e análise de relações e mudanças matemáticas generalizadas usando-se palavras e símbolos" (SMALL; LIN, 2018, p. 18 – tradução nossa).

Na BNCC (BRASIL, 2018) orienta-se que processo de identificação de padrões não fique restrito ao trabalho com sequências matemáticas, mas também a percepções de padrões no cotidiano e em outras áreas de conhecimento, como Arte e Literatura. Indica-se também que o aluno deve desenvolver a habilidade de identificação de equivalência entre as formas de se representar uma expressão correspondente ao padrão/regularidade das sequências trabalhadas.

Quanto ao Ensino Médio, na BNCC (2018) as habilidades não são separadas por ano de escolaridade, mas dispostas no documento em correlação com Competências Específicas do campo da Matemática. Apresentamos as Habilidades sobre a análise de sequências e padrões, todas situadas na Competência Específica 5 no campo da Matemática e suas Tecnologias.

A Competência citada trata de

> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e

> recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 540).

De acordo com o documento, a Competência Específica aqui destacada envolve habilidades que estão direcionadas ao desenvolvimento da capacidade de investigação e argumentação do estudante, a partir de experiências relacionadas ao uso de novas tecnologias ou de materiais concretos, em situações que envolvam, por exemplo, a análise de padrões, em estruturas mais formais de representação, incluindo o trabalho com demonstrações matemáticas envolvendo o raciocínio dedutivo.

As Habilidades matemáticas relacionadas ao nosso tema, presentes no documento para o Ensino Médio, são:

> (EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
> (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
> (EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
> (EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas. (BRASIL, 2018, p. 541)

Analisando as Habilidades destacadas, relativas à análise de sequências e padrões no Ensino Médio, percebemos que essas se relacionam com outros conteúdos matemáticos, com ênfase em funções. Há, ainda, a indicação de trabalho específico com as sequências numéricas Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas. Assim, no Ensino Médio, a abordagem com padrões se entrelaça ao estudo de gráficos de funções e continua a evidenciar o processo de generalização iniciado no Ensino Fundamental.

Sendo o foco de nossa pesquisa o trabalho com padrões com alunos do Ensino Fundamental (6º ao 8º Anos), as questões propostas em nosso instrumento consideram as Habilidades dirigidas para essa etapa. Desse modo, tratamos em nossa pesquisa da formação de professores de Matemática para o trabalho com padrões e sequências com alunos do Ensino Fundamental, levando em consideração as Habilidades relacionadas ao tema que foram listadas no Quadro 2.

Na próxima seção tratamos de aspectos gerais relativos à formação de professores de Matemática no Brasil, destacando elementos dessa formação para o trabalho com análise de sequências e padrões na Educação Básica, particularmente nos anos finais do Ensino Fundamental, que constituem as categorias de análise dos dados que produzimos e coletamos junto aos licenciandos que participaram de nossa pesquisa.

2.6 A Formação de Professores de Matemática no Brasil: Um breve recorte

Gomes (2016), ao discorrer acerca do aniversário de oitenta anos do primeiro curso de Licenciatura em Matemática do Brasil, da Universidade de São Paulo (USP), enfatiza que esse foi o primeiro curso formal instituído no país, exatamente no ano de 1934. Moreira e Ferreira (2021) tratam da criação de outros cursos de Licenciatura em Matemática, a partir do fim dos anos 1930, os quais se baseavam em um ensino que hoje denominamos de ensino tradicional, no qual o professor atua como transmissor de conhecimento e o aluno como mero receptor.

Segundo Moreira e Ferreira (2021), apesar da corrente pedagógica Escola Nova ter ganhado espaço com o apoio de educadores e demais envolvidos no processo educativo da época, essa não chegou a ter ênfase no tocante à formação de professores nos cursos de Licenciatura. Nesses cursos, seguia-se o modelo denominado de “3+1”, constituído pela junção de boa parte de um curso de Bacharelado em Matemática, ao qual eram adicionados componentes curriculares de didática.

Nas décadas de 1940 e 1950, novas demandas sociais surgiam devido à expansão urbana e industrial, implicando na necessidade de criação de mais cursos de Licenciatura, pois, como explicam os mesmos autores, havia pressão para formação de professores que, por sua vez, pudessem formar profissionais para atuarem em todas as esferas da sociedade.

A partir das décadas posteriores, o desenvolvimento de áreas vinculadas ao estudo do desenvolvimento humano possibilitou novas visões sobre o papel da escola e também sobre o processo de formação de professores.

> As chamadas Teorias da Reprodução, desenvolvidas principalmente por Pierre Bourdieu e outros estudiosos da

> dimensão sociológica da educação escolar, vêm contribuir para uma reflexão sobre o papel social da escola, para a construção de novas visões do papel do professor no processo de escolarização e, em consequência, para a crítica do currículo da formação inicial do professor nas Licenciaturas. (MOREIRA e FERREIRA, 2021, p. 4).

Os autores tratam de contextos de formação distintos, em razão da divisão social observada no país, o que exige do professor um olhar diferenciado para o processo educativo, pensando segundo perspectivas diferentes e isso impacta os currículos de formação de professores. Conforme Moreira e Ferreira (2021, p.5),

> [N]uma escola para as elites, sob a preponderância do paradigma de ensino como transmissão de conhecimento, caberia ao professor de matemática, segundo a prática dominante no início dos cursos de Licenciatura no Brasil, transmitir o conhecimento matemático aos jovens “promissores”, contribuindo para a formação de futuros cientistas. Numa escola em que o acesso se democratiza, caberia agora ao professor levar o conhecimento a todos, ou seja, possibilitar que qualquer pessoa tenha acesso ao conhecimento matemático, visto como valor universal e elevado. Em qualquer desses casos, toma força a ideia de que a função principal do professor na escola é ensinar os conteúdos disciplinares.

Nas décadas seguintes, a configuração dos cursos de Licenciatura começou a ser modificada, haja vista as diversas discussões a respeito do papel da escola (MOREIRA e FERREIRA, 2021). Com isso, as disciplinas pedagógicas começaram a ocupar mais espaço no currículo dos cursos de formação inicial de professores. “As disciplinas do campo didático-pedagógico se ampliam, passando a incluir o estudo dos aspectos históricos, políticos e sociológicos do processo de educação geral [...]” (MOREIRA e FERREIRA, 2021, p. 7).

Na década de 1980 foram incorporadas aos currículos disciplinas denominadas de integradoras e que visavam estabelecer uma relação entre os conteúdos que deveriam ser ensinados na Educação Básica, o contexto pedagógico e o trabalho do professor no âmbito escolar. A partir do final da década de 1990 e início dos anos 2000 novos documentos passaram a influenciar a estruturação das Licenciaturas no país, a exemplo das Diretrizes Curriculares Nacionais de Cursos de Graduação e referenciais como os Parâmetros Curriculares Nacionais para as diferentes áreas de conhecimento do currículo da Educação Básica.

Mais recentemente, a aprovação de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) para a Educação Básica e sua obrigatoriedade como marco definidor dos currículos escolares, levou ao estabelecimento da Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019, que "Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC - Formação)". (BRASIL, 2019, p. 46)

A Resolução citada visa à adequação dos Cursos de Licenciatura do país, tendo como referência a implantação da Base Nacional Comum Curricular da Educação Básica (BNCC) (BRASIL, 2018), definida pelas Resoluções CNE/CP nº 2/2017 e CNE/CP nº 4/2018. Em seu Artigo 2º o documento ressalta que

> A formação docente pressupõe o desenvolvimento, pelo licenciando, das competências gerais previstas na BNCC-Educação Básica, bem como das aprendizagens essenciais a serem garantidas aos estudantes, quanto aos aspectos intelectual, físico, cultural, social e emocional de sua formação, tendo como perspectiva o desenvolvimento pleno das pessoas, visando à Educação Integral. (BRASIL, 2019, p. 47)

Ou seja, de acordo com o que é estabelecido no documento, para possibilitar o desenvolvimento das competências gerais e específicas definidas na BNCC (BRASIL, 2018) para os estudantes da Educação Básica, os futuros professores devem, eles também, desenvolver antes essas mesmas competências ao longo de sua formação inicial, o que implica na necessidade de revisão da estrutura atual dos cursos de Licenciatura de todo o país.

2.6.1 As Licenciaturas em Matemática No Brasil: Reflexões sobre a formação de Professores da área

De acordo com Pavão (2006), alguns aspectos devem ser levados particularmente em consideração nas discussões sobre o processo de formação de professores de Matemática. Conforme a autora, o primeiro aspecto é o tipo de profissional que esses cursos de Licenciatura estão formando. Como afirma Pavão (2006, pp. 165-166), "[...] o professor recebe o diploma que lhe confere a habilitação de Licenciado em Matemática. No entanto, muitas vezes, as habilidades e competências adquiridas durante o curso não correspondem à formação esperada".

Para ela, essa situação está ligada à ênfase atribuída a Matemática avançada dos cursos de Bacharelado, enquanto os cursos de Licenciatura são vistos como extensões dessa formação. Outro aspecto destacado por Pavão (2006) diz respeito à falta de disciplinas da Educação Matemática nos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática. A autora destaca que, além dos conhecimentos específicos e pedagógicos, a formação em Educação Matemática também deve compor a formação do professor.

Disciplinas voltadas à Educação Matemática em geral só são acessíveis aos professores que cursam Pós-Graduação, o que não é possível a todos os concluintes da Licenciatura. Na Graduação é comum os licenciandos de Matemática cursarem disciplinas de Didática ou Avaliação da Aprendizagem em uma perspectiva geral, sem contemplarem as especificidades da área, sendo, em alguns casos, componentes curriculares optativos.

Nessa direção, ganham destaque os componentes curriculares de Estágio Docente Supervisionado, os quais são desenvolvidos nas áreas específicas. Martins e França (2020) enfatizam a importância do Estágio Didático Supervisionado no processo de formação docente, por contribuírem não apenas para uma aproximação da teoria à prática da sala de aula, mas também para a construção da identidade docente e para reflexões que são fundamentais para a formação do professor.

Sobre isso, Albuquerque e Gontijo (2013, p. 81) discorrem que “[O] estágio supervisionado é o espaço em que os estudos teóricos se confrontarão com os aspectos práticos, favorecendo a relação teoria-prática que caracteriza o trabalho pedagógico”. Nesse âmbito, elementos relacionados, por exemplo, à Didática geral, podem ser relativizados para o campo da Matemática.

Além do olhar cuidadoso para a formação docente inicial, a formação continuada também precisa ter papel de destaque. De acordo com Pavão,

> O despertar para a importância da formação continuada dos futuros professores na perspectiva do desenvolvimento profissional, num sentido pessoal e coletivo, de modo que desencadeie um processo reflexivo crítico permanente sobre a prática na busca de sua melhoria qualitativa, deve ser compromisso da universidade. Compromisso que deve ser estendido à formação continuada dos professores em serviço por meio de trabalho colaborativo da universidade com a comunidade em que está inserida e das próprias instituições de ensino nas quais os professores atuam. (PAVÃO, 2006, p. 166).

Entendendo-se que nenhuma formação inicial seria capaz de dar conta de todos os aspectos relativos à prática de um professor que ensina matemática e que, além disso, o conhecimento está sempre em movimento e qualquer profissional precisa estar atualizado em sua área, a formação continuada precisa ser entendida como essencial para o desenvolvimento da educação escolar. A preocupação e reflexão de como está se dando a formação dos professores que irão atuar na educação básica deve ser constante, assim como devem ser promovidas mudanças efetivas, visando favorecer tanto o trabalho do professor, quanto o processo de ensino e aprendizagem dos alunos da Educação Básica.

Moreira e Ferreira (2021) discorrem sobre três correntes teóricas que “[...] oferecem uma contribuição significativa para o debate sobre a estrutura curricular da Licenciatura em Matemática no Brasil, no que diz respeito à autonomia e endogenia da formação matemática dentro dessa estrutura” (MOREIRA e FERREIRA, 2021, p. 8): a teoria da transposição didática, de Yves Chevallard; a ideia de Recontextualização, de Basil Bernstein; e o Conhecimento Pedagógico do conteúdo, de Lee Shulman.

Para os autores supracitados, tanto o conhecimento pedagógico do conteúdo quanto a teoria da transposição didática e a ideia de Recontextualização influenciaram “[...] explícita ou implicitamente, ideias e propostas teóricas que estabelecem, a nosso ver, um novo patamar na crítica da formação matemática em cursos de Licenciatura no Brasil (e, claro, também no plano internacional)” (MOREIRA e FERREIRA, 2021, p. 13).

A ideia de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo – *Pedagogical contente knowledge* (PCK) - apresentada por Shulman (1986) não se relaciona unicamente com o conhecimento da Matemática a ser ensinada, mas se volta, mais especificamente, às formas de trabalho do professor, voltadas para favorecer a aprendizagem dos alunos, que muitas vezes não atribuem significado à Matemática que estudam na escola, nem enxergam sua usabilidade em situações do cotidiano.

Além disso, o autor discute a respeito dos preconceitos que os alunos possuem acerca dessa ciência e que contribuem para dificultar o processo de ensino e aprendizagem. O conhecimento pedagógico do conteúdo, conforme Shulman (1986), direciona seu objetivo para o ensino. Para ele:

> Dentro da categoria de conhecimento pedagógico do conteúdo, incluo, para os tópicos mais regularmente ensinados em uma área de assunto, as formas mais úteis de representação dessas ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações - em uma palavra, as formas de representar e formular o assunto que o tornam compreensível para os outros. Como não existem formas únicas de representação mais poderosas, o professor deve ter à mão um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas das quais derivam

> da pesquisa, enquanto outras se originam na sabedoria da prática (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa).

Considerando o que é defendido pelo autor quanto às formas de explicar um conteúdo buscando-se as melhores formas de fazer com que esse seja compreendido pelo aluno, o papel do professor ganha destaque, pois, além de um conhecimento que é específico da disciplina, há a necessidade também do conhecimento pedagógico, que lhe permitirá tornar a Matemática passível de compreensão. Além disso, Shulman (1986) enfatiza a importância de o professor ter o conhecimento "[...] do que torna a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil [...]" (SHULMAN, 1986, p. 10, tradução nossa).

O conhecimento das dificuldades de aprendizagem dos alunos permite ao professor lançar mão de estratégias que possam contribuir para uma aprendizagem à qual se atribui significado. Nesse contexto, Moreira e Ferreira (2021) apontam para a importância de o conhecimento pedagógico do conteúdo ser fruto da prática docente do professor, destacando duas características inerentes a ideia de Shulman:

> Em primeiro lugar, a ideia de que o profissional docente conhece (ou deveria conhecer) o chamado conteúdo de uma maneira particular e única, própria daquele que ensina. Em segundo lugar, mas tão relevante quanto a primeira, a ideia de que esse olhar profissional específico sobre o saber disciplinar é construído na e para a prática docente. (MOREIRA e FERREIRA, 2021, p. 13).

Para Shulman (1987), além do conhecimento pedagógico do conteúdo, o conhecimento do professor também inclui o conhecimento pedagógico do conteúdo; o conhecimento pedagógico geral; o conhecimento curricular; o conhecimento dos alunos e suas características; e o conhecimento dos fins, propósitos e valores educacionais e seus fundamentos históricos e filosóficos.

Ball, Thames e Phelps (2008) discorrem acerca do interesse e certa incompreensão do entendimento do conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo, de Shulman (1986). Segundo os autores, a proposta de Shulman desperta interesse por se configurar como um elo entre o conhecimento que o professor deve saber pra ensinar e o conhecimento de como ensinar. Mas, apesar disso, a compreensão do que era proposto pelo autor apresentava divergências. Segundo Ferreira (2014, pp. 21-22),

> Para esses autores, sem pesquisas empíricas sobre esse tema, essas ideias continuam sendo hipóteses sobre o que se acredita ser o conhecimento necessário para os professores. O objetivo geral das pesquisas realizadas por Ball e seus colegas tem sido construir, a partir das ideias de Shulman, uma teoria sobre o conhecimento matemático para o ensino (Mathematical Knowledge for Teaching – MKT), tomando por base a prática dos professores.

Desse modo, levamos em consideração as demandas para o ensino de Matemática no tocando ao conhecimento docente, tendo como base as ideias de Shulman, Ball, Thames e Phelps (2008), que categorizaram os conhecimentos necessários à prática docente em dois grupos: Conhecimento do conteúdo; e Conhecimento pedagógico do conteúdo.

O primeiro grupo foi subdivido pelos autores em: Conhecimento comum do conteúdo; Conhecimento especializado do conteúdo; e Conhecimento do horizonte do conteúdo. O segundo grupo foi organizado em: Conhecimento do conteúdo e estudantes; Conhecimento do conteúdo e ensino; e Conhecimento do conteúdo e currículo, dos quais tratamos com mais detalhes adiante no texto. Todas essas categorias compõem, como disserta Ferreira (2014), o conhecimento matemático para o ensino.

Na próxima seção nos aprofundamos nas categorias do conhecimento, propostas por Ball, Thames e Phelps (2008), discorrendo sobre cada uma delas de modo a relacioná-las com os objetivos e desenvolvimento de nossa pesquisa.

2.6.2 O conhecimento docente para o trabalho com Análise de Padrões e Sequências no Ensino Fundamental

O processo de ensino e aprendizagem da Álgebra visa promover o desenvolvimento de um tipo particular de pensamento dos estudantes, denominado de Pensamento Algébrico, cabendo ao professor mediar e favorecer o processo em atividades que planeja e propõe em sala de aula. Borralho e Barbosa (2009) atribuem ao professor a responsabilidade de buscar promover o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, bem como de demais habilidades/competências que são importantes aos estudantes. Para os autores:

> Encontrar estratégias que permitam ao aluno desenvolver o pensamento algébrico, ou seja, pensar genericamente, compreender regularidades e explicitar essa regularidade através de expressões matemáticas, estabelecer relações entre grandezas variáveis, será um dos caminhos a ter em conta no

> desenvolvimento do currículo. (BORRALHO e BARBOSA, 2009, p. 11).

Para Borralho e Barbosa (2009), além de uma abordagem matemática envolvendo a análise de padrões, visando uma melhor compreensão do conceito de variável e consequentemente da Álgebra, o processo de aprendizagem dos alunos deve ser permeado de situações que explorem padrões em diferentes contextos.

No entanto, para que o professor possa alcançar as metas que devem ser atingidas no processo educacional, em termos de colaboração com o desenvolvimento das potencialidades dos estudantes, é necessário que a sua formação contemple os aspectos que dele são exigidos em sala de aula. Conforme argumentam Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017, p. 502),

> [C]onsiderando o contexto do Pensamento Algébrico, não é, portanto, suficiente saber/obter o resultado correto de determinada operação ou identificar uma solução como incorreta, pois é necessário também um conhecimento especializado do conteúdo que é especifico do professor (para o trabalho docente).

Como destacamos no item anterior do presente Capítulo, selecionamos alguns tipos de conhecimento dentre os propostos por Ball, Thames e Phelps (2008) dos dois grandes grupos organizados por esses autores (Conhecimento Específico do Conteúdo; e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo), em consideração na definição de nossas categorias de análise de dados. As subdivisões dos dois grupos de Conhecimento estão indicadas no Quadro 4.

Quadro 4 - Tipos de Conhecimento

<table>
<tr><td colspan="2">Subejct Matter Knowledge (SCK)
Conhecimento Específico do Conteúdo</td><td colspan="2">Pedagogical Content Knowledge (PCK)
Conhecimento Pedagógico do Conteúdo</td></tr>
<tr><td>Common Content Knowledge (CCK)
Conhecimento Comum do Conteúdo</td><td rowspan="2">Specialized Content Knowledge (SCK)
Conhecimento Especializado do Conteúdo</td><td>Knowledge of Content and Students (KCS)
Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes</td><td rowspan="2">Knowledge of Content and Curriculum (KCC)
Conhecimento do Conteúdo e do Currículo</td></tr>
<tr><td>Horizon Content Knowledge (HCK)
Conhecimento de Horizonte do Conteúdo</td><td>Knowledge of Content and Teaching (KCT)
Conhecimento do Conteúdo e do Ensino</td></tr>
</table>

Fonte: (ADAPTADO DE BALL, THAMES E PHELPS, 2008, p. 403)

Ball, Thames e Phelps (2008) definem o Conhecimento Comum do Conteúdo (*Common Contente Knowledge* – CCK) como sendo o conhecimento que o professor deve ter sobre conceitos e a linguagem específica da Matemática relativos ao conteúdo que irá ensinar. No contexto de nossa pesquisa, o conhecimento comum do conteúdo envolve o conhecimento das diferentes sequências matemáticas, sejam elas numéricas ou figurativas, recursivas, não recursivas e repetitivas, assim como o conhecimento de como representá-las de diferentes maneiras (graficamente, aritmeticamente, algebricamente ou em linguagem natural).

Envolve também o conhecimento do processo de escrita de uma expressão algébrica que representa o termo geral de uma sequência. Como exemplo de questão que aborda o conhecimento comum do conteúdo, podemos mencionar a questão 12 da primeira parte do nosso instrumento: “Defina e dê exemplo(s) (numéricos e/ou gráficos) de: a) Sequência repetitiva; b) Sequência recursiva; c) Sequência não-recursiva”. Vale ressaltar que as demais questões também necessitam do conhecimento comum do conteúdo.

Já o Conhecimento de Horizonte do Conteúdo “[...] é uma consciência de como os tópicos matemáticos estão relacionados à extensão da matemática incluída no currículo” (BALL, THAMES, PHELPS, 2008, p. 403, tradução nossa). Em nossa pesquisa, essa categoria do conhecimento se relaciona com o entendimento da relação do conteúdo de sequências com as habilidades matemáticas presentes na BNCC (BRASIL, 2018).

Nessa última categoria estão incluídos os conhecimentos que os professores precisam ter sobre a sequência de apresentação de um conteúdo em diferentes anos de escolaridade da Educação Básica, por exemplo, levando em consideração o que indicam documentos oficiais que são tomados como base para a organização dos currículos.

Os autores tratam do Conhecimento Especializado do Conteúdo (*Specialized Contente Knowledge* – SCK) como sendo característico daquilo que é específico para que o professor compreenda o raciocínio de seus estudantes a respeito do que está sendo estudado. O Conhecimento Especializado do Conteúdo é o tipo de conhecimento que é usado “[...] ao procurar padrões nos erros dos alunos ou ao avaliar se uma abordagem não padronizada funcionaria em geral [...]” (BALL, THAMES, PHELPS, 2008, p. 400, tradução nossa). Os autores argumentam que esse é o tipo de conhecimento usado apenas pelos professores para o/no processo de ensino.

Em relação à nossa pesquisa, o Conhecimento Especializado do Conteúdo se relaciona com o conhecimento necessário para o entendimento das sequências e representações propostas pelos alunos, se de fato elas obedecem ao padrão ou condição proposta; se as expressões que representam termos distantes e o termo geral da sequência são funcionais e servem para todos os termos; e se o processo de generalização de uma expressão matemática e as argumentações apresentadas pelos alunos com relação às sequências propostas estão corretas.

Podemos mencionar como exemplo, nesse contexto, a segunda questão da segunda parte do questionário: “Que resposta você esperaria que os estudantes dessem para os dois próximos termos da seguinte sequência numérica: 2, 5, 11...? Justifique sua resposta”. Como a questão possibilita a determinação de várias soluções possíveis, caberia ao professor analisar a validade da justificativa apresentada na solução do estudante.

Como dito anteriormente, o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo é subdividido por Ball, Thames e Phelps (2008) em: Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes; Conhecimento do Conteúdo e do Ensino; e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (BALL, THAMES e PHELPS, 2008, tradução nossa). Segundo os autores:

> O terceiro domínio, conhecimento do conteúdo e dos alunos (KCS), é o conhecimento que combina o conhecimento dos alunos e o conhecimento da matemática. Os professores devem antecipar o que os alunos provavelmente pensarão e o que eles acharão confuso. Ao escolher um exemplo, os professores precisam prever o que os alunos acharão interessante e motivador. [...] conhecimento de conteúdo e ensino (KCT), combina o conhecimento sobre o ensino e o conhecimento sobre a matemática. Muitas das tarefas matemáticas do ensino exigem um conhecimento matemático do projeto de instrução. Os professores sequenciam conteúdo específico para instrução. Eles escolhem com quais exemplos começar e quais exemplos usar para levar os alunos a aprofundar o conteúdo. (BALL, THAMES e PHLEPS, 2008, p. 401 – tradução nossa).

Acerca do conhecimento do conteúdo e dos estudantes, podemos mencionar a questão 6 de nosso instrumento, na medida em que entendemos que muitas vezes o aluno sente dificuldade em resolver questões a partir das restrições nele impostas. Essa categoria do conhecimento permite ao professor identificar as dificuldades dos alunos ao resolverem problemas e, com isso, poder abordar em sala de aula problemas que dão espaço para a criatividade e autonomia do aluno. Na questão 6 de nosso instrumento, na qual era apresentado um quadrado formado por 16 quadradinhos, pedindo-se que se imagine qual seria a forma dos três primeiros elementos da sequência, os alunos têm a possibilidade de criar distintas sequências que obedecem ao que foi imposto, além disso, a questão abre possibilidades de representação que atendam as afinidades dos alunos quanto ao trabalho com sequências.

No tocante ao conhecimento do conteúdo e do ensino, o professor deve ser capaz de identificar a direção pela qual deverá iniciar o trabalho com análise de padrões e sequências em sala de aula, por exemplo, explorando atividades simples com sequências repetitivas, recursivas e não recursivas, envolvendo a identificação de termos próximos; em seguida abordando termos faltantes e como encontrá-los; posteriormente ampliando para a busca do termo geral.

O Conhecimento do Conteúdo e do Currículo envolve, por exemplo, o conhecimento sobre a proposta de evolução do trabalho com um conceito matemático ao longo da Educação Básica, em documentos que estruturam o currículo escolar e da capacidade de análise das propostas com esse conceito em materiais de apoio, como livros didáticos (GRYMUZA, 2020).

Ou seja, o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo se relaciona com o elo entre o conteúdo e as orientações curriculares que os direcionam por níveis de ensino, levando em consideração materiais de apoio, como o Livro Didático. Todos os conhecimentos mencionados, segundo Ball, Thomas e Phelps (2008), são necessários para o fazer docente.

O conhecimento do professor deve ir além do simples domínio do conteúdo que irá ensinar. Como enfatizam Ferreira, Ferreira e Ribeiro (2017), “[P]ara que se possa almejar desenvolver um Pensamento Algébrico com os alunos e nos alunos, torna-se essencial que o próprio professor detenha o conhecimento desse pensamento e sobre ele” (FERREIRA, FERREIRA e RIBEIRO, 2017, p. 501).

Assim, entendemos que os Objetos de Conhecimento, e respectivas Habilidades, apontados na BNCC (BRASIL, 2018), devem ser, além de desenvolvidos adequadamente pelos professores, para que possam fazer o mesmo em sala de aula com seus estudantes, ampliados. Essa ampliação diz respeito à percepção, pelo professor, da forma como tais Objetos de Conhecimento e Habilidades se articulam ao longo da Educação Básica e sobre os diferentes níveis de dificuldade envolvidos nas atividades propostas aos estudantes, por exemplo, bem como em relação às possibilidades de abordagem metodológica de um conteúdo matemático, levando-se em consideração as especificidades de cada sala de aula.

No tocante ao objetivo que traçamos neste trabalho, focamos em elementos do Conhecimento Especifico do Conteúdo e do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, ou seja, entendemos que além do conhecimento do conteúdo de sequências matemáticas, o futuro professor deve ser capaz de refletir sobre a aprendizagem que pretende proporcionar a seus estudantes. Para além de buscar fazer com que o aluno saiba identificar os termos próximos de uma sequência, deve elaborar estratégias que visem à promoção da generalização em expressões matemáticas para a identificação de um termo qualquer das sequências e outras habilidades referentes ao trabalho com esse conteúdo.

Para que o estudante desenvolva o pensamento algébrico, é preciso ir além de trabalhar diretamente com um dos princípios do PC, a análise de padrões e, para isso, apenas o conhecimento do conteúdo não é suficiente, pois o professor precisa compreender que o processo de aprendizagem é permeado por dificuldades e demanda tempo. Para isso, outros tipos de conhecimento, como o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes e o Conhecimento Especializado do Conteúdo, são demandados, podendo favorecer o trabalho do professor e, consequentemente, o desenvolvimento do estudante.

Para alcançar o desenvolvimento das habilidades/competências enfatizadas na BNCC (BRASIL, 2018), no que trata do recorte de nossa investigação, o professor precisa fazer uso de diversas estratégias de ensino. No Ensino Fundamental é comum os estudantes sentirem dificuldade no estudo de elementos de Álgebra, o que ocorre de forma crescente a partir do 7º Ano.

De acordo com Gil (2008), a transição da representação de um problema da linguagem natural para a linguagem algébrica; a diferença entre os procedimentos utilizados do campo aritmético e do campo algébrico; a utilização de símbolos matemáticos como os parênteses; são razões para as dificuldades dos alunos no estudo da Álgebra e, como mencionado anteriormente, uma abordagem com padrões pode contribuir para uma melhor compreensão de conceitos dessa Unidade temática da Matemática.

No próximo capítulo apresentamos e discutimos os resultados obtidos a partir do instrumento que elaboramos e aplicamos aos estudantes de Licenciatura em Matemática participantes de nosso estudo.

3 APRESENTANDO E DISCUTINDO OS RESULTADOS DE NOSSO ESTUDO

Nesta seção faremos a apresentação e discussão dos dados produzidos e coletados com a aplicação do Questionários com 22 licenciandos em Matemática que participaram de nosso estudo. Para isso, inicialmente apresentamos os critérios para a análise do conhecimento dos licenciandos, levando em consideração as Habilidades relativas à análise de padrões e sequências presentes na BNCC (BRASIL, 2018) para os anos finais do Ensino Fundamental; elementos dos pilares do Pensamento Computacional; e as categorias do conhecimento, conforme Ball; Thames e Phelps (2008). A análise das respostas obtidas nos questionários se deu com base nos critérios explicitados nessa seção.

3.1 Critérios para a análise dos dados produzidos e coletados

Os critérios selecionados para analisar os dados relativos ao conhecimento de professores para o trabalho com sequências, levaram em consideração alguns tipos de conhecimentos apresentados por Ball, Thames e Phelps (2008). Do grupo geral Conhecimento Específico do Conteúdo, trazemos como categoria de análise: o Conhecimento Comum do Conteúdo e o Conhecimento Especializado do Conteúdo. Quanto ao grupo geral Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, selecionamos os seguintes conhecimentos como referência de análise: o Conhecimento do conteúdo e dos estudantes; o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo.

Tanto a primeira parte quanto a segunda parte do Questionário aplicado, continham questões que relacionamos de modo direto ou indireto aos quatro tipos de conhecimento destacados, entendendo que uma mesma questão poderia envolver mais de um tipo de conhecimento específico em sua resolução.

Trabalhamos com um recorte de conhecimentos, pois a maioria dos participantes de nossa pesquisa ainda não atua como professor de Matemática da Educação Básica (apenas dois, em um total de 22 já são professores da escola básica) e, portanto, não têm conhecimentos produzidos a partir de suas experiências profissionais. Assim, não consideramos em nossa análise de dados o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, assim como não trabalhamos com o conhecimento do horizonte do conteúdo.

Relacionamos conhecimentos apresentados pelos autores supracitados aos objetos de conhecimentos apresentados na BNCC (BRASIL, 2018) relativos à análise de padrões e sequências para o Ensino Fundamental e aos itens do Questionário proposto relacionados à natureza do Pensamento Computacional. Neste último caso a base central do PC que consideramos em nosso estudo foi a análise de padrões, embora entendamos que elementos das outras bases são demandados quando se resolve um problema que envolve ações sobre sequências matemáticas, como a abstração e a generalização.

Classificamos as Questões 1, 2, 3, 4, 13 e 14 da primeira parte do Questionário como estando relacionadas ao Conhecimento do Conteúdo e do Currículo:

1. Você já leu o(s) documento(s) relacionado(s) à área de Matemática na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)?

(   ) sim   (   ) não   (   ) parcialmente

2. Se sua resposta à questão anterior foi "sim", indique a(s) situação(ões) em que isso se deu.

3. Se sua resposta à questão anterior foi "parcialmente", indique o que você leu.

4. Nos documentos da área de Matemática a BNCC faz várias referências ao "Pensamento Computacional" (PC). Se você já leu a BNCC, como definiria o que é Pensamento Computacional a partir do que é apresentado no documento? Se não leu o documento, passe para o próximo item.

13. Em que ano de escolaridade da Educação Básica - ou a partir de que ano - você entende que esses tipos de sequência são estudados?

14. Qual a importância que você atribui ao trabalho com sequências e análise de padrões para o desenvolvimento do pensamento matemático do estudante da Educação Básica?

A BNCC é o documento que baliza os currículos da Educação Básica atualmente e deve ser objeto de estudo dos licenciandos, em especial em relação à sua área de atuação. Entendemos que novos elementos nele contidos devem fazer parte do conhecimento de egressos do Curso, em especial quando em comparação com documentos que o precederam, como os Parâmetros Curriculares Nacionais - que não tinham força de lei, mas balizaram ações formativas e avaliativas, assim como a produção de recursos didáticos como o Livro Didático.

Dentre esses novos elementos destaca-se a apresentação de uma Unidade Temática de Álgebra a partir do 1º Ano do Ensino Fundamental, assim como a indicação de trabalho com fluxogramas, que tem vinculação direta com a base do

PC que trata de algoritmos. A análise de sequências e regularidades, em particular, presente nas Habilidades de Álgebra a partir dos anos iniciais da Educação Básica, estimula que os estudantes enxerguem a Matemática como a Ciência dos padrões (DEVLIN, 2003), que pode balizar o desenvolvimento de atividades que potencializem a compreensão da relação dessa Ciência com o mundo, ampliando qualitativamente a formação de nossos estudantes.

As Questões 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,12, 15 e 16 foram classificadas como estando associadas ao Conhecimento Comum do Conteúdo:

5. Você já estudou no curso de graduação alguma coisa relacionada ao “Pensamento Computacional”? ( ) sim ( ) não

6. Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, indique a(s) situação(ões) em que isso se deu.

7. Mesmo que ainda não tenha ouvido falar ou lido alguma coisa sobre o tema, o que você imagina que significa a expressão “Pensamento Computacional”?

8. Na Educação Básica você realizou alguma atividade envolvendo a análise de padrões (numéricos, algébricos ou de outra natureza)? ( ) sim ( ) não

9. Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, indique de que forma isso ocorreu (ano de escolaridade; tipo(s) de sequência(s); etc.).

O Conhecimento Comum do Conteúdo, além de essencial ao professor, é essencial ao estudante, para o desenvolvimento de suas capacidades cognitivas, pois é base para o desenvolvimento de outros conceitos e habilidades. No documento da BNCC (BRASIL, 2018), estão colocadas competências e habilidades matemáticas que o estudante deve desenvolver no decorrer da Educação Básica e na Unidade Temática de Álgebra o estudo de sequências e análise de padrões é mencionado em todos os níveis de escolaridade, como discorremos no Capítulo anterior, bem como o desenvolvimento do Pensamento Computacional.

Desse modo, não apenas o conhecimento do conceito, mas da linguagem matemática especifica relativa ao conteúdo, o que caracteriza o conhecimento comum do conteúdo, conforme Ball, Thames e Phelps (2008), são necessários para o desenvolvimento dos objetivos do conhecimento postulados na BNCC (BRASIL, 2018) para os estudantes, no tocante ao tema de nossa investigação.

As Questões 10 a 16 tinham os seguintes enunciados:

10. Na Licenciatura em Matemática você cursou algum componente curricular em que foram exploradas sequências e/ou análise de padrões (numéricos, figurais, algébricos ou de outra natureza)? () sim () não
11. Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, indique o(s) componente(s) curricular(es)e os temas em relação aos quais isso ocorreu.
12. Defina e dê exemplo(s) (numéricos e/ou gráficos) de: a) Sequência repetitiva; b) Sequência recursiva e c) Sequência não-recursiva.
15. Ao resolver um problema matemático, você costuma resgatar procedimentos que utilizou na resolução de problemas que resolveu anteriormente? () sim ( ) não
16. Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, o que você mais leva em consideração nesse processo?

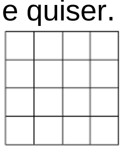
Como postulado por Tardif, ao tratar do que intitula de saberes disciplinares, “Esses saberes integram-se igualmente à prática docente através da formação (inicial e contínua) [..]”. Ou seja, é no processo de formação que o professor tem acesso a boa parte do Conhecimento Comum do Conteúdo para a sua prática docente. Por essa razão, é fundamental avaliar se os conhecimentos adquiridos pelos graduandos, em relação aos conteúdos de recorte de nossa pesquisa, estão sendo objetos próprios de estudo na Graduação.

Além disso, esse conhecimento não se limita a conceitos matemáticos como a definição de uma sequência recursiva, mas se relaciona também com o conhecimento do professor acerca de competências e habilidades, como o processo de generalização e o desenvolvimento do pensamento algébrico, as quais os estudantes devem desenvolver, como apresentado na BNCC.

Em relação à segunda parte do instrumento, considerando que a maioria das questões demandava o Conhecimento Comum do Conteúdo, fizemos a classificação das questões como indicado no Quadro 5, considerando o tipo de conhecimento que entendemos ser predominantemente demandado, e o Objeto de conhecimento da BNCC (BRASIL 2018) relacionado a cada questão.

Quadro 5 - Relação entre o instrumento de pesquisa, os tipos de conhecimentos e os objetivos de conhecimentos da BNCC

Questão	Tipo de Conhecimento	Objetivos de conhecimento da BNCC (BRASIL, 2018)
1. Quais são as duas sequências	Conhecimento	• Equivalência de

mais parecidas entre si, dentre as seguintes? Indique em que você se baseou para fazer sua escolha. Sequência 1: 2, 5, 8, 11, 14... Sequência 2: 2, 7, 12, 17, 22, 27, ... Sequência 3: 3, 6, 9, 12, 15, ...	Especializado do Conteúdo.	expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica; • Sequências recursivas e não recursivas.
2. Que resposta você esperaria que os estudantes dessem para os dois próximos termos da seguinte sequência numérica: 2, 5, 11...? Justifique sua resposta.	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes.	• Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica; • Sequências recursivas e não recursivas.
3. Crie uma sequência que tenha semelhança(s) com a sequência dada em seguida, explicando porque entende que a sequência que você criou é semelhante à sequência dada. Sequência A: 3, 4, 6, 9, 13, 18...	Conhecimento Especializado do Conteúdo.	• Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica; • Sequências recursivas e não recursivas.
4. Crie uma sequência que tenha semelhança(s) com a sequência dada em seguida, explicando porque entende que a sequência que você criou é semelhante à sequência dada. Sequência B: 3, 7, 11, 15, 19...	Conhecimento Especializado do Conteúdo.	• Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica; • Sequências recursivas e não recursivas.
5. Represente os elementos da sequência numérica dada em seguida por meio de figuras, indicando (por meio de uma expressão algébrica; descrição informal; ou figura) como seria o 100º elemento da sequência: 4, 7, 10, 13, 16...	Conhecimento Especializado do Conteúdo.	• Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica; • Sequências recursivas e não recursivas.
6. O quinto termo de uma sequência figural tem a forma indicada em seguida. Qual você imagina que seja a forma dos três primeiros elementos da sequência? Represente-os e descreva o padrão da sequência que você imaginou, usando a estratégia que quiser. 	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes.	• Sequências recursivas e não recursivas.
7. Uma determinada sequência	Conhecimento	• Equivalência de

numérica contém os números 3 e 13 como elementos. Qual pode ser a forma do termo geral dessa sequência?	Especializado do Conteúdo.	expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica. • Sequências recursivas e não recursivas.
8. O oitavo elemento de uma sequência é 20. Qual poderia ser a expressão algébrica para o termo geral?	Conhecimento Especializado do Conteúdo.	• Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica. • Sequências recursivas e não recursivas.
9. Pedro listou os cinco primeiros elementos de uma sequência numérica que cresce rapidamente, enquanto Maria listou os cinco primeiros termos de uma sequência numérica que cresce lentamente. a) Dê exemplo das possíveis listas de elementos das sequências de Pedro e de Maria; b) Como cada sequência numérica seria representada graficamente?	Conhecimento do conteúdo e dos estudantes;	• Sequências recursivas e não recursivas.
10. Considere a seguinte sequência numérica: 5, 7, 9, 11, 13... Zeca afirmou que a forma do termo geral da sequência, considerando que $t_1 = 5$, é: $t_n = t_{n-1} + 2$. Erik afirmou que a melhor forma de representar o termo geral é: $t_n = 2n + 3$. Você concorda ou discorda de Erik? Justifique sua resposta.	Conhecimento especializado do conteúdo.	• Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica. • Sequências recursivas e não recursivas.

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Vale salientar que não explicitamos no Quadro 5 as bases do PC relacionadas a cada questão porque, em nosso entendimento, todas elas demandam um trabalho com a decomposição; abstração; reconhecimento de padrões; e algoritmo. Por exemplo, para responder à questão: “O oitavo elemento de uma sequência é 20. Qual poderia ser a expressão algébrica para o termo geral?”, é preciso pensar na decomposição da sequência, na qual apenas um termo é conhecido, situando o número 20 como seu oitavo elemento. Em seguida, devemos abstrair o fato de que desconhecemos os primeiros termos, focando nossa atenção no termo que conhecemos e sua posição: 20 é o termo que ocupa a 8ª posição.

Depois procuramos estabelecer um padrão de associação entre os dois números que indicam a posição do termo e o próprio termo (8 e 20, respectivamente), generalizando a relação para uma posição n qualquer, por meio de um procedimento algorítmico de geração de termos da sequência. Podemos pensar, por exemplo, em uma sequência em que cada termo fosse gerado pelo anterior somado a 12 unidades

Como a diferença de um termo para o seguinte é igual a 12, o 8º termo da sequência seria dado por 12.8 + x = 20, portanto, x = 20 – 96 = -76. Seus oito primeiros termos seriam: -64; -52; -40; -28, -16, -4, 8, 20 e a regra geral 12n – 76, com n = 1, 2, 3..., definiria um algoritmo que, quando seguido, geraria os termos iniciais da sequência: para n=1, temos a_1 = 12 – 76 = -64; para n=2, temos a_2 = 24 – 76 = -52, e assim por diante.

Raciocínios semelhantes seriam utilizados na resolução das demais questões, fazendo-se uso dos elementos que constituem as bases do Pensamento Computacional - que aqui focamos na análise de padrões e sequências, mas que podem ser extrapolados para procedimentos matemáticos de um modo geral, ou utilizados em outras áreas de conhecimento.

3.2 Sobre a categoria Conhecimento do Conteúdo e Currículo

Apresentamos inicialmente um panorama geral acerca da primeira parte do Questionário, relativa a conhecimentos gerais sobre a BNCC (BRASIL, 2018) e ao Pensamento Computacional e sequências matemáticas. Posteriormente, fazemos um detalhamento maior da discussão sobre as respostas da segunda parte do Questionário, que se direciona a tratar de questões envolvendo análise de padrões e sequências.

Como informamos na apresentação de nossa Metodologia, os participantes da pesquisa estão referenciados no texto como E1, E2, E3 e E4 e assim sucessivamente, até E22. No Quadro 6 trazemos as respostas dos 22 participantes da pesquisa, no tocante a três informações iniciais solicitadas no Questionário.

Quadro 6 - Informações inicialmente solicitadas no questionário

Questão	Respostas obtidas
Antes de responder aos itens solicito que indique qual período do Curso você está realizando este semestre (ou percentual aproximado de disciplinas do Curso que você já cursou).	Período específico: nove deles cursaram até o 5° período e cinco deles cursam o 6° ou 7° períodos. Em valores percentuais: três cursaram mais que 50% da carga horária total do Curso e quatro menos que 50% do total - um deles não respondeu.

Tem alguma experiência de ensino de Matemática?	10 dos participantes responderam que sim, enquanto os outros 12 afirmaram não possuir experiência.
Em caso afirmativo, indique qual a natureza da experiência (Escola regular? Aulas de reforço? Disciplinas de Estágio Supervisionado? Participação em Projeto Institucional de Ensino?):	Dos 10 que informaram ter experiência no ensino de Matemática, seis indicaram aulas de reforço; apenas dois citaram experiência em escola regular; e dois em disciplinas de Estágio Docente Supervisionado ou projetos institucionais de ensino (não foram especificados quais).

Fonte: (Dados da pesquisa, 2022)

A partir dos dados registrados no Quadro 6 destacamos que a maioria já cursou até o quinto período, ou seja, cerca de metade do Curso; a maioria não possui experiência no ensino de Matemática; e a maioria dos que possuíam experiência, atuaram apenas em aulas de reforço. Assim, temos como participantes futuros professores de Matemática com perfis diversificados, a maior parte com pouca ou nenhuma vivência em salas de aula da Educação Básica.

Discutimos, em seguida, as respostas às Questões que consideramos como pertinentes à categoria do Conhecimento do Conteúdo e Currículo, começando pela Questão 1 ("Você já leu o(s) documento(s) relacionado(s) à área de Matemática na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)? () sim () não () parcialmente"), à qual apenas quatro licenciandos responderam sim; oito afirmaram não ter lido o documento citado; e 10 disseram ter feito uma leitura parcial.

Os participantes que responderam sim à Questão 1, afirmaram que a leitura se deu para a elaboração de planos de aula; em atividades de projetos institucionais; para o estudo com foco em concurso público; em aulas da graduação; e para discussões gerais. Dos 10 que responderam terem feito leitura parcial, um não respondeu e outro disse não lembrar o que leu. Quatro responderam que leram sobre os conteúdos matemáticos que devem ser ensinados na Educação Básica, tendo E22 informado que leu especificamente informações sobre a Matemática do 7° Ano; E8 afirmou ter feito leitura sobre as Unidades Temáticas e assuntos do Ensino Fundamental, anos finais, sem especificar quais; e E10 afirmou ter feito leitura sobre as competências específicas da área de Matemática.

O licenciando E17 especificou ter lido sobre competências relativas ao Ensino Fundamental com foco em Números; E13 indicou ter lido sobre a legislação apresentada no início do documento; enquanto E15 informou que leu sobre os componentes curriculares de modo geral. Por fim, E21 indicou que a leitura aconteceu em disciplinas como Estágio Docente Supervisionado e para resolver questões de concurso para professor.

Como podemos observar pelas respostas dos participantes, a maioria afirmou ter lido o documento, ainda que parcialmente, tendo sido o foco da leitura relativa à Matemática, na maior parte dos casos, no contexto de atividades acadêmicas. Por essa razão, ressaltamos a importância de serem realizadas atividades nos componentes curriculares da Licenciatura que remetam à relação do que neles é estudado com o que os futuros professores irão ensinar na Educação Básica, fazendo um paralelo com os documentos que regem essa modalidade de ensino.

Os participantes que afirmaram ter lido o documento parcialmente, o fizeram, em sua grande maioria, com foco em como os assuntos são apresentados, bem como nas Habilidades a serem desenvolvidas. Logo, essas informações indicam conhecimento curricular parcial em relação aos anos de escolaridade e os conteúdos matemáticos específicos da Educação Básica que tomamos como foco em nosso estudo.

Além dos quatro participantes que indicaram ter lido o documento, três dos que afirmaram ter lido parcialmente, responderam à questão de número 4 do instrumento (“Nos documentos da área de Matemática a BNCC faz várias referências ao “Pensamento Computacional” (PC). Se você já leu a BNCC, como definiria o que é Pensamento Computacional a partir do que é apresentado no documento? Se não leu o documento, passe para o próximo item”).

Os participantes E2 e E7 relacionaram o PC com a transição de linguagem, o que, para eles, pode representar um problema, não especificando a quais linguagens se referem. O participante E2 indicou o reconhecimento de padrões como associado ao PC; enquanto E10, E17 e E22 associaram o conceito de PC ao uso de tecnologias; enquanto E8 associou o PC à lógica e a ordem de realização dos passos de uma atividade. As respostas de E8 e E17, especificamente, associaram o PC à capacidade de resolução de problemas tendo como base a tecnologia.

Essa dimensão poderia ser potencializada nas aulas de Matemática, de maneira geral, por meio de atividades desplugadas, ou seja, o desenvolvimento de atividades, habilidades e competências sem o uso de recursos tecnológicos, como mencionam Santos *et al.* (2016), se a escola não contar com computadores ou outros aparelhos digitais.

As definições apresentadas pelos participantes E10 e E17 foram as que mais se aproximaram da definição de PC que adotamos em nosso texto:

> Pensamento computacional pode ser definido como uma estratégia usada para desenhar soluções e solucionar problemas de maneira eficaz tendo a tecnologia como base (E10 - dados da pesquisa); Capacidade de desenvolver determinados raciocínios e apresentar resoluções de problemas, utilizando algoritmos presentes nas tecnologias existentes no mundo digital, como calculadoras, software, geogebra, entre tantos outros. (E17 – dados da pesquisa).

Com base nas respostas dos licenciandos entendemos que, apesar da leitura total ou parcial da BNCC (BRASIL, 2018) – com foco na Matemática, as definições de PC não estão condizentes com o que é apresentado no documento, assim como com o que afirmam autores mencionados em nosso referencial teórico, como Wing (2010), Aho (2012) e Brackmann (2017).

Em resposta à Questão 13, que questionava sobre o ano de escolaridade da Educação Básica - ou a partir de que ano – o participante entendia que esses tipos de sequência deveriam ser estudados, apenas dois deles afirmaram que isso deveria acontecer durante toda a Educação Básica.

Dois participantes mencionaram o 8° Ano, um deles ampliando até o 1° Ano do Ensino Médio; e outros dois mencionaram o 1° Ano, porém, não especificaram de qual nível de escolaridade. Quatro participantes indicaram o 7º Ano, ou a partir dele; dois afirmaram que esse estudo acontece no 6° Ano; e um participante fez referência ao 9° Ano.

Um dos participantes apontou o Ensino Médio como nível para o estudo de sequências, enquanto outro afirmou acreditar que isso acontece no 1° Ano do Ensino Fundamental, especificamente, enquanto outros dois mencionaram os anos iniciais desse nível. Por fim, dois participantes disseram acreditar que o estudo mencionado na Questão acontece nos anos finais do Ensino Fundamental. Dois participantes não responderam à Questão.

A partir dos dados coletados em relação à 13ª questão, destacamos que apenas dois participantes entendem que o estudo com sequências e análise de padrões deve acontecer desde o início da Educação Básica, e não restrito a um ano ou alguns anos de escolaridade. Boa parte dos participantes, apesar da leitura do documento (BNCC) na área de Matemática, não possui o conhecimento do conteúdo e do currículo acerca da temática central de nossa pesquisa.

Na BNCC (BRASIL, 2018) o estudo com sequências e análise de padrões deve acontecer desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, contudo, sem recorrer à linguagem algébrica, e, por conseguinte, esse trabalho deve ter continuidade nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, com o uso, domínio e ampliação gradual dessa linguagem.

Finalmente, quando questionados sobre a importância que atribuíam ao trabalho com sequências e análise de padrões para o desenvolvimento do pensamento matemático do estudante da Educação Básica (Questão 14), quatro participantes não responderam à pergunta. Os 18 participantes que a responderam indicaram que o trabalho com sequências e análise de padrões estimula o PC; está presente nas atividades cotidianas; ajuda no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e no desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas.

Além de colaborar no estudo de outras sequências e analise de padrões; auxiliar na percepção da presença da Matemática nos mais diversos lugares; para o desenvolvimento escolar do aluno; e para o desenvolvimento da curiosidade e imaginação. O participante E20 afirmou já ter trabalhado com sequências numéricas, mas não conseguiu descrever a importância desse conteúdo para o desenvolvimento do estudante da Educação Básica. O participante E2 enfatizou a importância de um trabalho com esse conteúdo nos cursos de nível superior.

Apesar de não possuírem o conhecimento do conteúdo e do currículo acerca do estudo de análise de padrões e sequências presentes na BNCC (BRASIL, 2018), os participantes apontaram as contribuições que esse estudo proporciona para o desenvolvimento do raciocínio lógico e para o desenvolvimento geral do estudante e sua atuação em atividades cotidianas.

Destacamos que, no entanto, nenhum participante fez menção ao desenvolvimento da capacidade de generalização e do pensamento algébrico, em associação com o Pensamento Computacional. Nesse sentido, entendemos ser essencial que o tema seja tratado em algum componente curricular da Licenciatura em Matemática, pela pertinência da relação e por sua importância e atualidade.

A análise das questões relacionadas com a categoria de Conhecimento do Conteúdo e do Currículo, da primeira parte do Questionário, evidenciou que poucos participantes de nossa pesquisa detêm o conhecimento necessário para o trabalho com análise de padrões e sequências na Educação Básica. Além disso, destacou-se a necessidade de estudo dos documentos que norteiam a organização dos currículos da Educação Básica, a exemplo da BNCC (BRASIL, 2018), em especial no tocante à Matemática, ainda na Graduação.

3.3 Sobre a categoria Conhecimento Comum do Conteúdo

Discutiremos agora as respostas às Questões da primeira parte do Questionário que estão situadas na categoria do Conhecimento Comum do Conteúdo. Acerca da Questão 5 (“Você já estudou no curso de graduação alguma coisa relacionada ao “Pensamento Computacional”? () sim () não”), apenas cinco participantes afirmaram ter estudado alguma coisa sobre o PC na graduação. Esses dados evidenciam a importância da abordagem de tópicos relativos ao PC nas Licenciaturas, uma vez não ser possível promover seu desenvolvimento nos estudantes da Educação Básica, como indicado na BNCC (BRASIL, 2018), se não se tem conhecimento a esse respeito.

A Questão 6, que indagava ao estudante em quais situações se deu o estudo do PC na Graduação, dos cinco licenciandos que responderam afirmativamente, três mencionaram a disciplina de Iniciação à Computação, além disso, as disciplinas Funções de uma Variável Real e Argumentação Matemática, também foram citadas.

O participante E1 afirmou, de maneira genérica, que o estudo do PC se deu em “quase todas as situações inerentes ao Curso de Licenciatura em Matemática” (E1 – dados da pesquisa). Já E17 explicitou o PC foi abordado em aulas que envolviam algoritmos e sequências. Por fim, E22 explicou que, ao estudar sobre o PC, foi discutido como usá-lo e desenvolvê-lo com base na tecnologia digital.

O licenciando E13, também mencionou a disciplina de Iniciação à Computação, que cursou no primeiro semestre do Curso. Sobre essa última informação, apesar de termos muitos alunos em períodos posteriores ao primeiro, muitos afirmaram não ter tido a oportunidade de estudar sobre o PC ainda no início da Graduação.

Entendemos ser essencial que o estudo do PC se dê em disciplinas de matemática avançada, nas disciplinas voltadas à computação ou naquelas mais específicas do campo da Educação Matemática, para que o estudante entenda sua amplitude e importância para o desenvolvimento do aluno do século XXI e no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra.

Dois participantes não responderam à Questão 7, que solicitava que informassem o que entendiam por Pensamento Computacional. Dos vinte restantes, oito associaram o PC à resolução de problemas; doze associaram o PC à tecnologia ou uso de computadores; e um citou todos os elementos destacados. As demais respostas associaram o PC à lógica e à linguagem computacional.

Dentre as respostas apresentadas, três delas se destacam como sendo próximas ao que os autores Wing (2008; 2010); Brackmann (2018) apontam:

> Uma maneira de pensar de forma que facilite a identificação e resolução de problemas. (E3 – dados da pesquisa)
> Computacional se refere a computador, portanto tecnologia. Seria a resolução de situações usando uma sequência definida, usando a lógica e não só a matemática. O uso de aparelhos tecnológicos também pode auxiliar no pensamento computacional. (E8 – dados da pesquisa)
> Pensamento computacional pode ser definido como uma estratégia usada para desenhar soluções e solucionar problemas de maneira eficaz tendo a tecnologia como base. (E10 – dados da pesquisa)

As definições destacadas se relacionam com a resolução de problemas, o que foi feito nas definições gerais de PC apresentadas por Wing (2006). A definição de E3 se configura como a mais próxima da apresentada em nosso capitulo teórico, por não apresentar dependência de recursos tecnológicos. Além disso, as respostas obtidas afirmam as diversas ideias que surgem ao ser mencionado o Pensamento Computacional, especialmente a associação com o uso de tecnologias.

Quanto à Questão 8 (“Na Educação Básica você realizou alguma atividade envolvendo a análise de padrões (numéricos, algébricos ou de outra natureza)? () sim () não”), dez participantes responderam que “sim”. Quando a questão era respondida afirmativamente, era solicitado que fosse indicado de que forma isso ocorreu (ano de escolaridade; tipo(s) de sequência(s); etc.).

Os dez licenciandos mencionaram que a realização de atividades voltadas à análise de padrões se deu nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Apenas E1 informou que sua experiência se deu em regências vinculadas a projetos institucionais. O participante E6 afirmou ter feito tais atividades no desenvolvimento de uma pesquisa do Curso de Licenciatura, sem apresentar detalhes sobre essa pesquisa.

Os tipos de sequências mencionados foram as sequências recursivas e não recursivas; as Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas, assim como também afirmaram que a análise de padrões se deu nos conteúdos de equações; expressões numéricas; conjuntos numéricos; no estudo da sequência de Fibonacci e de sequências lógicas. Finalmente, foi citado o contexto do estudo de símbolos e representações numéricas de diferentes povos.

Acerca da Questão 10; (“Na Licenciatura em Matemática você cursou algum componente curricular em que foram exploradas sequências e/ou análise de padrões (numéricos, figurais, algébricos ou de outra natureza)? () sim () não”), treze participantes responderam que sim. Como os participantes estavam em diferentes períodos do Curso, entendemos que os que responderam negativamente ainda poderão cursar disciplinas que abordam os temas citados na questão.

Na Questão 11 (“Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, indique o(s) componente(s) curricular(es)e os temas em relação aos quais isso ocorreu”) a disciplina de Matemática para o Ensino Básico I foi mencionada por cinco dos participantes, mas ela não foi a única. Os demais componentes citados foram: Séries e Equações Diferenciais Ordinárias; Cálculo das Probabilidades e Estatística I; Matemática Discreta e Argumentação Matemática.

Em resposta à questão, E1 afirmou que a exploração aconteceu em vários componentes curriculares, sem especificar quais, e a resposta de E13 foi: “Na maioria das disciplinas existe essa exploração de conteúdos, mas nunca foi explicitado.” (E13 – dados da pesquisa), ou seja, o estudante identifica de modo implícito a presença de sequências e padrões nas diversas disciplinas do Curso.

Com base nas disciplinas mencionadas, percebemos que, na visão dos participantes, o estudo de padrões e sequências não está restrito a uma disciplina do Curso de Licenciatura em Matemática, o que mais uma vez se configura como sendo de grande importância para o processo formativo do futuro professor para que ele disponha do Conhecimento Comum do Conteúdo necessário para promover o desenvolvimento dos alunos da Educação Básica.

Entendemos, porém, ser necessário explicitar a relação do que eles estudam na Graduação com o que irão lecionar a estudantes do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, em especial se considerarmos o novo documento que rege esse nível de escolaridade, a BNCC (BRASIL, 2018), e que define os novos currículos da Educação Básica brasileira desde sua implantação na rede.

A Questão 12 do nosso instrumento solicitava ao participante a definição e exemplos, numéricos ou figurais, de sequências repetitivas, recursivas e não recursivas. Dos 22 participantes de nosso estudo, oito não responderam à pergunta; dos 14 participantes que a responderam, seis não definiram as sequências recursivas e não-recursivas, apenas apresentaram exemplos, e 11 apresentaram uma definição errada de sequência repetitiva.

Ao invés de apresentar uma sequência na qual elementos são repetidos, 8 participantes entendem que esse seria o tipo de sequência na qual o padrão é repetido na construção dos termos, como podemos observar no exemplo apresentado por E2: “Quando tem o mesmo padrão (4 6 8 10 ...)” (E2 – dados da pesquisa). Ou seja, para ele, o padrão de repetição seria a adição de duas unidades ao termo anterior, para gerar o seguinte.

O participante E17 foi o único a apresentar exemplo de sequência repetitiva figural, definindo: “[...] quando os elementos se repetem em determinada ordem. Ex.: □, ○, ◇, □, ○, ◇, □...” (E17 – dados da pesquisa). Apenas três participantes acertaram todas as definições e os exemplos apresentados, como na resposta de E21:

> Sequência repetitiva é aquela que segue um mesmo padrão de repetição. Ex.: (2, 2, 1, 2, 2, 1…) Sequência recursiva os termos são calculados a partir dos antecessores. Ex.: (5, 9, 13, 17…); Sequência não-recursiva são aquelas que não dependem de termos anteriores para encontrarmos o próximo termo. Ex.: (7, 14, 21, 28…) (E21 – dados da pesquisa)

Um dos participantes restringiu as sequências recursivas apenas às Progressões Aritmética e Geométrica; outro participante afirmou não lembrar o que era uma sequência não-recursiva; enquanto outro errou sua definição. O participante E22 apresentou um exemplo de sequência numérica recursiva decrescente: “28, 25, 22,19,16,13,10, ...” (E3 – dados da pesquisa), único que fez menção a essa estrutura.

As conclusões que podemos tirar a partir das respostas a essa questão são diversas. A primeira delas evidencia a necessidade de as sequências serem objeto próprio de estudo na Graduação, em especial os tipos de sequências que irão ser explorados pelos futuros professores de Matemática na Educação Básica. Em perguntas anteriores os licenciandos destacaram uma razoável quantidade de contextos em que estudam esse conteúdo no Curso, mas suas respostas posteriores evidenciam fragilidades, indicando que a maioria não possui o Conhecimento Comum do Conteúdo acerca de sequências, em especial em relação ao tipo mais simples, que são as sequências repetitivas.

Destacamos, também, o fato de apenas um participante ter feito uso de exemplos envolvendo representações figurais, o que nos leva a concluir que, para os participantes de nosso estudo, as sequências estão predominantemente associadas ao campo numérico. Mais um ponto a ser levado em consideração, uma vez que o uso de diferentes representações de uma sequência pode favorecer a visualização do padrão e facilitar sua generalização (VAN DE WALLE, 2009).

Sobre a questão 15 (”Ao resolver um problema matemático, você costuma resgatar procedimentos que utilizou na resolução de problemas que resolveu anteriormente?( ) sim( ) não)”),18 participantes responderam afirmativamente e na questão seguinte, na qual indagávamos o que eles levam em consideração no processo de resolução de um problema matemático, com base em um problema anterior, os participantes mencionaram: o algoritmo; o padrão de montagem e interpretação do problema; o método utilizado; a lógica matemática; os assuntos; a sequência de resolução; e os teoremas usados no processo de resolução.

Destacamos a resposta de E16, que citou implicitamente o uso do reconhecimento de padrões, uma das bases do PC, conforme definição apresentada em nosso Capitulo teórico, com base em Brackmann (2017); Fernández *et al.* (2018) e Schneider (2020): “Levo em consideração todos os aspectos semelhantes entre as questões para que com isso facilitar as resoluções” (E16 – dados da pesquisa).

Não apenas a resposta de E16 remete ao reconhecimento de padrões, mas as dos demais que mencionam os padrões de organização dos dados; as estratégias; e a lógica usada na resolução. As respostas apontam que, para a maioria dos futuros professores participantes de nosso estudo, o reconhecimento de padrões é usado no processo de resolução de problemas. Além disso, os algoritmos, outra base do PC, também foram citados como parte do processo de resolução de problemas.

Desse modo, apesar de não demonstrarem conhecimento acerca do conceito de PC, como evidenciado nas respostas às Questões 4 e 7, as bases do PC são citadas por eles em referência ao processo de resolução de problemas, o que ressalta a proximidade e a importância do trabalho com o PC vinculado à Matemática.

3.4 Sobre a categoria Conhecimento Especializado do Conteúdo

As Questões da segunda parte do Questionário as questões 1; 3; 4; 5; 7; 8 e 10 foram classificadas como pertencentes à categoria do Conhecimento Especializado do Conteúdo, enquanto as questões 2; 6 e 9 foram identificadas como associadas à categoria Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes. Apresentamos e discutimos as respostas dos participantes agrupando-as nas categorias especificas, inicialmente trazendo as Questões relativas à categoria do Conhecimento Especializado do Conteúdo.

Três dos 21 participantes não responderam à Questão 1 (“Quais são as duas sequências mais parecidas entre si, dentre as seguintes? Indique em que você se baseou para fazer sua escolha. Sequência 1: 2, 5, 8, 11, 14...; Sequência 2: 2, 7, 12, 17, 22, 27, ...; Sequência 3: 3, 6, 9, 12, 15, ...”. (adaptado de: SMALL, LIN, 2010, p. 21)”), sendo que um deles apenas identificou as sequências como recursivas e o padrão de cada uma - a primeira e a segunda adicionando 3 e 5 unidades, respectivamente, ao termo seguinte.

Um participante mencionou a sequência 3, porém, não informou com qual sequência ela é parecida, e outros dois apenas indicaram que as sequências parecidas seriam 2 e 3, contudo, não apresentaram uma justificativa para sua resposta. Seis participantes citaram as sequências 1 e 2 como as mais parecidas, porém, dois deles apresentaram uma justificativa errada, afirmando que ambas possuem razão 3, o que seria correto apenas para as sequências 1 e 3.

A resposta de E6 indicou a percepção de que a sequência 3 é a dos múltiplos de 3, por isso justificou que as sequências 1 e 2 eram parecidas, uma vez que a cada termo era adicionada uma razão fixa, no caso, 3 e 5 unidades, respectivamente. O participante E7 também indicou que essa razão fixa era somada ao termo anterior para gerar o seguinte: “A primeira e a segunda; pois as sequências 3 são números múltiplos de 3 e as outras duas são só números que são somados com outros números” (E6 – dados da pesquisa); “A sequências 1 e 2, pois ambas são compostas pelo termo anterior somado a um número que não se altera, para encontrar o termo seguinte.” (E7 – dados da pesquisa).

Os demais participantes afirmaram que as sequências parecidas eram a 1 e a 2, pelo padrão percebido entre os termos - serem números pares e impares: “As sequências 1 e 2, pois ambas iniciam com números pares e segue alternando entre pares e ímpares. De modo que os números que estão nas posições ímpares, são pares, e os números que estão nas posições pares, são ímpares.” (E2 – dados da pesquisa); “A primeira e a segunda, pois elas começam com um número par e adicionando um número ímpar ao termo anterior vai obter um novo termo” (E16 – dados da pesquisa).

Os outros onze participantes afirmaram que as sequências parecidas eram a 1 e a 3, pois em ambas se adicionam três unidades ao termo anterior para obter o próximo. Essa resposta, assim como as demais, são condizentes com o que afirmam Small e Lin (2010), ao destacarem que não há uma única resposta correta para a Questão, sendo esperado, portanto, essa diversidade de soluções para ela.

Ainda encontramos nas respostas a indicação de que as sequências 2 e 3 seriam parecidas, porém, pela falta de justificativa nas respostas, não pudemos aferir qual foi o padrão observado pelos participantes. Esse fato traz à tona a importância do processo de argumentação, defendido por Ponte (2009), como importante para o desenvolvimento do pensamento matemático de nossos estudantes. Levando em consideração o que ele afirma, a variedade de respostas possíveis para essa pergunta enfatiza a importância do Conhecimento especializado do Conteúdo para a compreensão do pensamento do aluno, de sua justificativa, seus erros e acertos.

Por exemplo, dos alunos que identificaram as sequências 1 e 2 como parecidas, mas justificaram que a razão somada ao termo anterior para obter o próximo termo seria de 3 unidades, o professor deve perceber que a justificativa não procede, uma vez que são as sequências 2 e 3 que possuem diferença igual a 3 entre os termos. Não basta o conhecimento comum do conteúdo, mas o conhecimento especializado do conteúdo, fornece ao professor o entendimento do erro do seu aluno e da razão pela qual ele pode ter errado. Esse conhecimento pode auxiliar o professor a mediar a aprendizagem do aluno através do erro. Por exemplo, o professor pode, ao perceber um erro na resposta de seu aluno, ir explorando a questão de modo que o próprio identifique em suas respostas os equívocos.

Com relação à Questão 3 (“Crie uma sequência que tenha semelhança(s) com a sequência dada em seguida, explicando porque entende que a sequência que você criou é semelhante à sequência dada. Sequência A: 3, 4, 6, 9, 13, 18...”), dois participantes não a responderam. O participante E13 não deu exemplo de uma sequência e apenas justificou o que enxergava na sequência A, enquanto E20 não identificou o padrão presente na sequência A: “A sequência A é a soma dos N naturais a cada elemento a partir do número 3 usando o elemento como base e somando ao próximo natural” (E13 – dados da pesquisa).

O participante E20 apresentou como resposta a sequência: 3, 5, 9, 15, 23, 33, ..., justificando: “Na primeira os termos são somados de 1 em 1; na segunda são somados de 2 em 2; e as duas sequências começam pelo número 3” (E20 – dados da pesquisa). Os demais participantes observaram o padrão da sequência A e apresentaram algumas sequências que entendiam serem parecidas com a proposta, como indicado na resposta de E2: “Seja a sequência B: (2, 3, 5, 8, 12, ...). Observa-se que, nesta sequência a diferença entre um termo e outro vai crescendo de 1 em 1 unidade, como na sequência dada na questão” (E2 – dados da pesquisa).

O participante E3 propôs, como resposta a sequência: “7, 9, 12, 16, 21... São sequências semelhantes pois ambas variam n+1 sendo n o número somado anteriormente” (E3 – dados da pesquisa). A resposta de E14 foi: “Sequência: “1, 2, 4, 7, 11, 16, 22… A sequência é dada a partir da soma do primeiro termo com +1, obtendo a resposta do segundo termo. O segundo termo é somado +2, obtendo a resposta do terceiro termo. O terceiro termo é somando +3, obtendo o quarto termo…” (E14 – dados da pesquisa).

Vale salientar que três participantes apresentaram a sequência sem justificá-la; enquanto outros fizeram um detalhamento maior. Por exemplo, considerando a sequência dada na questão, E1 propôs a seguinte sequência: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25... (E1 – dados da pesquisa). O participante E12 descreveu a seguinte lei de formação: “Lei de formação da Sequência: $t_{n+1} = t_n + n$; $t_1 = 3$; $t_2 = 4$; $t_3 = 6$..., n = 1,2,3...; Sequência B: 100, 101, 103, 106, 110, 115...” (E12 – dados da pesquisa). Tanto E1 quanto E2 apresentaram os rascunhos elaborados por eles para identificação do padrão das sequências, bem como para a indicação de seus elementos.

As respostas à Questão apresentam diversas sequências que seguem o padrão estabelecido a partir da sequência dada, sendo todas elas. Da mesma forma, entendemos que isso deverá acontecer em sala de aula: o professor, ao propor um problema como o presente na Questão poderá ter diferentes respostas dos alunos e algumas poderão estar corretas e outras não.

Nesse momento, o Conhecimento Especializado do Conteúdo tem fundamental importância para que o professor entenda os pontos de vistas dos alunos a partir dos padrões apresentados em suas respostas e as justificativas dadas por eles. Essa categoria do conhecimento fornece ao professor subsídios para melhorar a sua pratica, buscando favorecer a aprendizagem de seus estudantes. Por exemplo, pelas respostas de E13 e E20, vemos que a percepção do padrão feita por eles foi equivocada. Na sala de aula, essa percepção equivocada comprometerá a mediação do processo de análise da sequência e construção de uma sequência semelhante.

Em relação à Questão 4 (“Crie uma sequência que tenha semelhança(s) com a sequência dada em seguida, explicando porque entende que a sequência que você criou é semelhante à sequência dada: Sequência B: 3, 7, 11, 15, 19...”), apenas um participante não apresentou resposta. Dos vinte e um que a responderam, 15 deram exemplos de sequência na qual o próximo termo era resultado da soma de quatro unidades ao termo anterior, assim como a sequência B, dada na questão: “Lei de formação da Sequência (P.A.): A_n = a1 + (n-1)r= 3 + (n-1)4, n=1,2,3,...; Sequência B: 5, 9, 13, 17, 21...” (E12 – dados da pesquisa); “Sequência C: 1, 5, 9, 13, 17... É semelhante pois o padrão é 4”. (E20– dados da pesquisa); “A sequência está descrita como: 3,3+4,7+4,11+4,15+4, ... A sequência que eu vou usar é 4,8,12,16,20, ...” (E22– dados da pesquisa).

Percebemos, com base nas respostas destacadas, que dezenove participantes descreveram também o processo de construção da sequência dada, como fez o participante E22. Esse processo fornece contribuições tanto para o processo de resolução do problema quanto para sua compreensão, na medida em que se explicita o padrão, favorecendo as estratégias de criação de uma sequência semelhante. Dos outros seis participantes que responderam à Questão, três apresentaram sequências semelhantes à apresentada no enunciado:

> Sequência C:3,5,7,9 Pois como a primeira sequência que fiz só pega o número e soma com um outro número para achar o próximo da sequência (E6 – dados da pesquisa); Sequência B: 31, 32, 34, 37, 41... Ambas as sequências são semelhantes, pois suas razões são iguais. Razão essa, que é o conjunto dos números naturais (N) (E17 – dados da pesquisa); Sequência: 2, 3, 5, 8, 12, 17… A sequência A segue um padrão de somar números naturais em ordem crescente ao termo antecessor (E21 – dados da pesquisa).

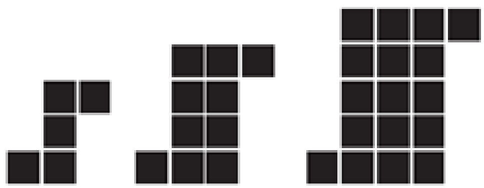
As sequências apresentadas nos exemplos destacados seguem o mesmo padrão da sequência proposta na Questão, logo, não seguem o padrão proposto para a nova sequência a ser construída. Em contrapartida, três participantes apresentaram sequências com padrão de variação fixo, mas não igual a quatro unidades.

Uma delas tem como padrão de variação uma unidade e as outras duas sequências, cinco unidades: “Sequência C: 3, 8, 13, 18, ... Os termos das sequências são somados a um número que não se altera. No primeiro caso somado a 4 e no segundo somado a 5” (E7 – dados da pesquisa); “Seria 1,2,3,4,5 ... pois a sequência tem o crescimento de uma PA semelhante ao exemplo dado” (E17 – dados da pesquisa); “1,6,11,16,21,26 a primeira sequência soma 4 o algarismo anterior, e a segunda sequência soma 5 aos algarismos anteriores para obter novo algarismo” (E20 – dados da pesquisa).

As sequências apresentadas como respostas à Questão evidenciaram que a justificativa desses participantes se baseou na percepção de o padrão da sequência ser sempre um valor fixo a ser adicionado ao termo anterior, por isso, a sequência variaria apenas de modo a adicionar outros valores diferentes de quatro unidades na criação de novas sequências numéricas.

Essa compreensão limitada da recursividade poderá implicar em dificuldades de compreensão do padrão de sequências recursivas crescentes, como no caso da apresentada na Figura 10 (VAN DE WALLE, 2009, p.298), que tem aumentos no número de unidades, tanto horizontal quanto verticalmente.

Figura 10 - Sequência figural recursiva crescente



Fonte:(VAN DE WALLE, 2009, p.298)

O primeiro termo da sequência é composto por cinco unidades; o segundo por 10 unidades; e o terceiro termo é composto por 17 unidades e, como podemos observar, a diferença de um termo para o outro não é constante: o segundo termo é cinco unidades maior que o primeiro e o terceiro é sete unidades maior que o segundo. O quarto termo teria nove unidades a mais que o terceiro, sendo o termo geral da sequência representado pela expressão algébrica de 2º grau: $t_n = n^2 + 2n + 2$, t = 1, 2, 3 ,4 ...

No caso em que a diferença entre os termos da sequência é constante, como a sequência C (3, 8, 13, 18, ...) da Questão proposta aos participantes, a representação do termo geral seria dada por uma expressão algébrica de 1º grau, no caso: t_n = 5n - 2, t = 1, 2, 3 ,4 ..., o que constitui caso particular e não regra geral. Entendemos, portanto, que o Conhecimento Especializado do Conteúdo deve ser apropriado pelo professor, para possibilitar que ele não apenas compreenda a adequação, ou não, das sequências criadas por seus estudantes, mas também possa ampliar o trabalho realizado com elas, ampliando o pensamento algébrico dos estudantes e preparando-os para lidar com o conceito de função.

A apresentação de justificativas, que podem ser orais ou escritas, ainda que não necessariamente algébricas, defendida por Ponte (2009), deve ser estimulada pelo professor, visando favorecer a aprendizagem do aluno, inclusive na análise e superação dos erros cometidos por ele, por exemplo, quando propuser sequências que não seguem corretamente o padrão estabelecido, como nas respostas de E6, E17 e E21.

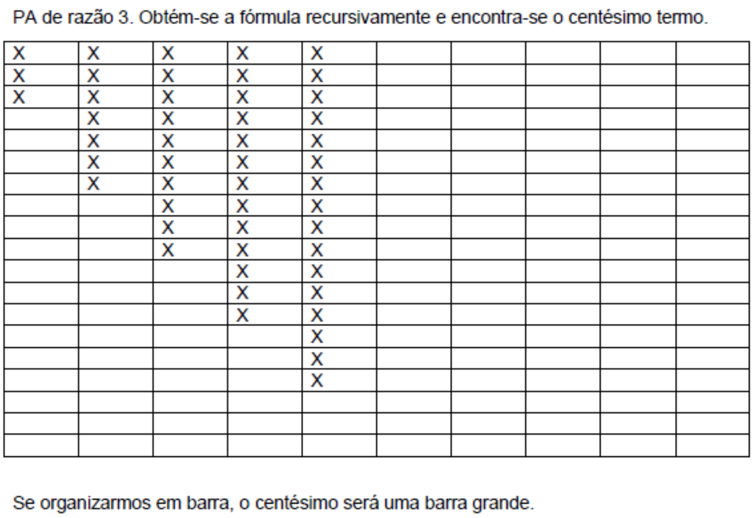
No tocante à Questão 5 (“Represente os elementos da sequência numérica dada em seguida por meio de figuras, indicando (por meio de uma expressão algébrica; descrição informal; ou figura) como seria o 100° elemento da sequência: 4, 7, 10, 13, 16...”), adaptada de Small e Lin (2010), seis dos participantes não a responderam.

Apenas três participantes representaram a sequência por meio de figuras e indicaram o 100° termo da sequência por meio de linguagem algébrica e descrição informal; os demais apenas indicaram, através de uma descrição algébrica, como seria o centésimo termo da sequência. Os treze participantes que fizeram uso da linguagem algébrica para identificar o centésimo termo da sequência chegaram ao resultado 301. Além disso, onze deles fizeram uso direto da fórmula do termo geral de uma Progressão Aritmética (E2): “O centésimo termo seria a_{100} = 4+99x3 = 301. A fórmula poderia ser A_n = 3n +1” (E2 – dados da pesquisa).

Outros participantes, a exemplo de E3, deduziram a fórmula a partir da posição do termo: “O 100° será 301, pois será 4 + (n-1) x 3, logo, 4 + 99 x 3= 301” (E3 – dados da pesquisa). Sua justificativa teve a seguinte estrutura: “para o primeiro termo, ou seja, n =1, obteríamos como resultado o número 4; para n = 2 obteríamos 7 como segundo elemento da sequência, e assim sucessivamente”. Nos dois casos, a justificativa apresentada foi de base algébrica.

Por outro lado, os participantes E1; E8 e E12 representaram a sequência dada de modo figural e indicaram que o centésimo termo da sequência seria 301, considerando o padrão que observaram. O participante E1 fez uma representação da sequência em uma estrutura semelhante à de uma tabela (Figura 11).

Figura 11 - Representação figural da sequência por E1



PA de razão 3. Obtém-se a fórmula recursivamente e encontra-se o centésimo termo.

X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
	X	X	X	X					
	X	X	X	X					
	X	X	X	X					
	X	X	X	X					
		X	X	X					
		X	X	X					
		X	X	X					
			X	X					
			X	X					
			X	X					
				X					
				X					
				X					

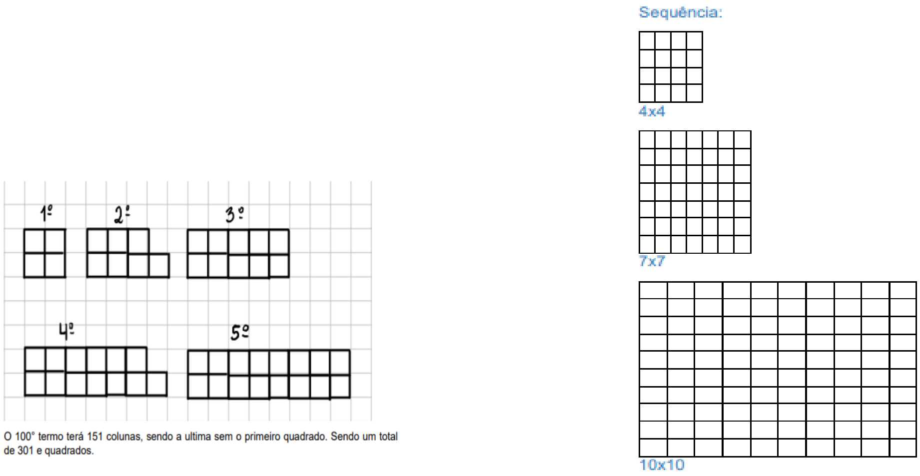
Se organizarmos em barra, o centésimo será uma barra grande.

Fonte:(Dados da pesquisa, 2022)

Como podemos observar na imagem presente na Figura 11, a representação figural de E1 apresenta um erro na passagem do primeiro para o segundo termo, pois a diferença entre eles não é igual a três unidades, como entre os demais termos consecutivos da sequência, mas de cinco unidades, erro que pode ser atribuído à falta de atenção, embora na resposta dada por ele não tenha sido indicado quem seria o centésimo elemento, respondendo apenas que ele seria “[...] uma barra grande” (E1 – dados da pesquisa). O estudante não especificou como seria essa barra e nem de quantos elementos seria constituída.

Na Figura 12 temos as representações figurais da sequência, propostas por E8 e E12, respectivamente.

Figura 12 - Representações figurais da sequência por E8 e E12



Fonte: (Dados da pesquisa, 2022)

Como podemos observar, a representação figural de E8 apresenta o mesmo padrão recursivo de crescimento da sequência numérica dada (4, 7, 10, 13, 16, ...), ou seja, a diferença do número de unidades entre um termo e o seguinte é igual a três e a representação algébrica do termo geral também seria dada por $A_n = 3n + 1$.

O mesmo não acontece no caso da representação figural proposta por E12, que não tem a mesma estrutura da sequência dada e, portanto, estaria errada. A quantidade de elementos de cada termo da representação figural que ele apresentou não é a mesma na sequência original e sua generalização seria dada por $A_n = (3n + 1)^2$ e não por $A_n = 3n + 1$.

As respostas dos participantes que descreveram algebricamente a expressão, para identificar o centésimo termo da sequência, ressaltam o conhecimento do processo de generalização de padrões algébricos, discutido por Radford (2006). Questões como essa, sendo trabalhadas em sala de aula, potencializam o estudo da generalização algébrica, favorecendo, como enfatizam Jungbluth, Silveira e Grando (2019), a proximidade do aluno com a Matemática, em especial com o campo algébrico.

No tocante ao Conhecimento Especializado do Conteúdo para aplicação na resolução da Questão, identificamos diversas lacunas, como evidenciamos na discussão das respostas dos participantes, o que pode comprometer o trabalho com representações de sequências, sejam elas figurais, em linguagem natural ou algébrica, assim como na generalização de padrões. Esses conhecimentos são essenciais para a exploração de questões abertas envolvendo o tema de nosso estudo.

A Questão 7 (“Uma determinada sequência numérica contém os números 3 e 13 como elementos. Qual pode ser a forma do termo geral dessa sequência? Justifique sua resposta.”) não foi respondida por quatro participantes, tendo um enfatizado não saber como fazê-lo. Doze participantes apresentaram uma fórmula para o termo geral, com base na fórmula do termo geral de uma Progressão Aritmética, com razão variando entre 5 e 10.

Para exemplificar, destacamos as respostas de alguns participantes: “$A_n=a_1+(n-1)$. r; $A_1=1$ e r =2. Então, a sequência será (1,3,5,7,9,11, 13, ...). (E6 – dados da pesquisa); “Poderia ser uma Progressão Aritmética de razão 10 e primeiro termo 3. Assim, a sequência seria: 3,13,23,33, ...Termo geral: $A_n = A_1 + (n-1)$ r. Fórmula da Progressão Aritmética onde A_n é termo geral, A_1: primeiro termo; n: número de Termos; e r = razão” (E8 – dados da pesquisa).

Como podemos observar, embora tenha indicado qual seria a fórmula para determinação de um termo geral de uma PA, E8 não indicou em sua resposta quem seriam o primeiro termo e a razão, não representando algebricamente a sequência que ele apresentou. O participante E17 propõe uma terceira solução, argumentando da seguinte forma: “Digamos que exista uma sequência A: 3, 8, 13, 18, 23... Note que a sequência possui os números citados acima como elementos. Podemos considerar que sua forma geral é:$A_n = 3+(n-1)5$” (E17 – dados da pesquisa).

Os participantes E9 e E14 apresentaram as seguintes respostas, respectivamente: “$A_n = 2n – 1$” e “$A_n = n + 10$”, sem especificar a partir de quais valores precisaríamos considerar a variação de n. Na representação do termo geral de uma PA, temos n = 1, 2, 3, 4, 5... e, portanto, neste caso apenas a solução de E9 estaria correta e sua sequência seria: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

O mesmo não acontece com a resposta de E14, já que os termos da sequência que ele propôs seriam: 11, 13, 15, 17, 19, ..., que contém o número 13, mas não o número 3, como solicitado no enunciado da Questão. Para que a fórmula do termo geral proposta por ele funcionasse, e o primeiro termo da sequência fosse 3, seria preciso termos n = -7, -6, -5, -4, ..., o que contradiz o fato de tomarmos sempre n como um número natural na definição do termo geral de uma Progressão Aritmética.

Com base nas repostas dos participantes, percebemos que nenhum deles recorreu à visualização, com base na representação figural da sequência, para o desenvolvimento da fórmula do termo geral, contudo, as soluções foram variadas, tendo eles identificado diferentes regras que representavam a lei de formação da sequência sob diferentes perspectivas. Atividades como essa são de grande importância para favorecer a capacidade de generalização dos alunos, como defendem Pimentel e Vale (2012).

Os demais participantes apresentaram sequências que possuíam como termos os números 3 e 13, mas não descreveram como deveria ser a forma do termo geral: “Pode ser todos os números naturais onde o 3 é representado de alguma forma 3, 13, 23, 30, 31...” (E13 – dados da pesquisa); “Com apenas dois termos, imaginei essa sequência aumentando em 10 – 10” (E16 – dados da pesquisa); “Tanto pode ser sequência de números primos como de números ímpares” (E18 – dados da pesquisa).

Pelo que entendemos da resposta de E13, os termos da sequência que ele gerou seriam os números naturais que contém o algarismo 3, na sequência em que ele aparece, e não seria possível, nesse caso, expressar uma forma do termo geral em relação à posição n ocupada por ele. Desse modo, sua solução não estaria correta, uma vez que a regularidade era exigida no enunciado da Questão e precisava ser representada de modo geral.

Já com base nas respostas dos participantes E16 e E18, ainda que não tenham explicitado os termos das sequências por eles sugeridas, é possível deduzir quais seriam elas, nos dois casos, respectivamente: “Sequência de números começando por 3 e aumentando de 10 em 10)”, a mesma solução apresentada por E8 (3, 13, 23, 33, ...) e “Sequência dos números primos”, dada por 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ....”. No caso da sequência sugerida por E8 e E16, o termo geral seria $A_n = 10n – 7$, $n = 1, 2, 3, 4, ...$ e para a sequência sugerida por E16, não existe uma forma de representação para o termo geral dessa sequência e que seja compatível com o nível de Educação Básica (FONSECA, 2011).

As respostas dos participantes à Questão 7 evidenciam dificuldades no processo de generalização e identificação do termo geral da sequência, ainda que conhecida, como a dos números impares, sugerida por 3 deles, mas sem a fórmula para o termo geral. A importância de o futuro professor dominar processos de generalização de sequências relativamente simples, como as que constavam em nosso instrumento, justifica-se, dentre outros pontos, como defendem Borralho e Barbosa (2009), pela necessidade de mediar o processo de aprendizagem dos alunos em sala de aula.

No desenvolvimento de atividades semelhantes, envolvendo o pensamento algébrico, estreitamente vinculado à capacidade de generalização, é fundamental que o processo formativo inicial ou continuado de professores que ensinam matemática contemple situações que envolvam essa capacidade, defendida na BNCC (BRASIL, 2018) e por pesquisadores do tema. Para Ponte (2009), as atividades que envolvem o estudo de padrões e a determinação de expressões matemáticas que representem regularidades são muito importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

No tocante ao Conhecimento Especifico do Conteúdo, mais uma vez observamos fragilidades no conhecimento dos participantes, quando este deveria fazer parte de seu acervo para propor questões de mesma natureza em sala de aula, envolvendo generalização de padrões. Isso inclui também transitar entre as representações da sequência, de numérica para figural e vice-versa, facilitando o processo de generalização, como defende Van de Walle (2009).

Sete participantes não responderam à Questão 8 do instrumento ("O oitavo elemento de uma sequência é 20. Qual poderia ser a expressão algébrica para o termo geral? Justifique sua resposta."), adaptada de Small e Lin (2010). Dos quinze que apresentaram resposta, apenas dois participantes não apresentaram uma expressão algébrica para o termo geral da sequência criada por eles, E8 e E13, a mesma sequência para os dois, que obedecia à condição imposta de o oitavo elemento ser o número 20: "Sequência: 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20..." (E8 – dados da pesquisa); e "(6),(8),(10),(12),(14),(16),(18),(20) Seria uma sequência que inicia no 6 e soma 2 para cada sucessor" (E13 – dados da pesquisa).

Outros participantes indicaram a mesma sequência proposta por E8 e E13, contudo, apresentaram uma expressão algébrica que indicava a forma geral de seus elementos, como nas respostas de E14 e E16: "6, 8 ,10, 12, 14, 16, 18, 20…; $A_n= a_1 + (n-1). r$; $a_1 = 6$; $r = 2$; $a_8 = 6 + (8-1). 2 = 6+ 14 = 20$". (E14 – dados da pesquisa); e "6+2(x-1) com x sendo o elemento da sequência; tomei uma sequência qualquer" (E16 – dados da pesquisa). O mesmo foi observado na resposta de E17:

> Suponha que exista uma sequência B: 6, 8, 10, 12... Pode-se deduzir, que se prosseguir a sequência, como ela soma dois

> números ao termo anterior, chegará o momento em que atribuirá o valor 20. Portanto, temos como termo geral da sequência: $A_n = 6+(n-1)*2$. Para comprovar, iremos calcular o n =8: $A_8 = 6+(8-1)*2 = 6+7*2 = 6+14 = 20$. (E17 – dados da pesquisa).

O participante E20 apresentou a seguinte representação e justificativa: “$A_n= 6 + (n-1) \times 2$. BASTA UMA SEQUÊNCIA DE RAZÃO 2 COM O PRIMEIRO ELEMENTO SENDO 6” (E20 – dados da pesquisa – destaques em caixa alta do texto original do participante) e não explicitou quem seriam os demais termos da sequência, o que não era solicitado na Questão, e não fez a verificação da validade de sua fórmula para o oitavo termo.

Além das respostas já destacadas, os participantes E6, E9 e E20 indicaram a mesma sequência, tendo o número 6 como primeiro termo e, a partir das respostas obtidas, percebemos que foi comum fazer a determinação da expressão algébrica para o termo geral a partir da fórmula para o termo geral de uma Progressão Aritmética.

O participante E1 apresentou a seguinte sequência: “13 14 15 16 17 18 19 20... 20 é natural, portanto, $A_n = 12+n$” (E1 – dados da pesquisa), enquanto E2 propôs a seguinte expressão algébrica: “Se $a_8 = 20$, temos que $a_8 = a_1 + 7r = 20$” (E2 – dados da pesquisa), sem explicitar quem seria a_1 e qual seria o valor de r, o que faz com que sua resposta não esteja correta, pois nela não se estabelece relação entre a forma do termo geral A_n e o índice n. Ele precisaria reescrever a expressão para a forma $A_n = a_1 + (n -1)\, r$ e explicitar que a_1 seria 6 e r seria 2.

O participante E11 apresentou como resposta: “R: $a_8 = 2,5 + (8 – 1).2,5$” (E11– dados da pesquisa). Neste caso, considerou a fórmula do termo geral de uma PA, entende-se que ele está informando que o termo geral seria dado pela expressão algébrica $A_n = 2,5 + (n – 1).\, 2,5$, que ele não apresentou, como solicitado no enunciado, apenas explicitando o caso do oitavo elemento. Cabe ressaltar que a generalização feita por E11 se configurou, como apresenta Radford (2008), como uma generalização aritmética, pois a expressão apresentada não recorreu a elementos algébricos, e sim, numéricos.

A resposta de E12 apresentava o seguinte argumento: “Vamos supor que a sequência é uma PA com termo geral $A_n = a_1 + (n – 1).\, r$; $a_8 = a_1+ r7$; $a_8 = 20$; $20 = a_1+ r7$, fazendo r = 1 temos $a_1 = 20 – 7 = 13$; $A_n =a_1 + r\,(n – 1)$; $A_n = 13 + (n - 1)$” (E12 – dados da pesquisa). O participante não justificou a razão de considerar r = 1, mas, após essa consideração, voltou à fórmula do termo geral de uma PA e estruturou a forma algébrica do termo geral da sequência, solicitada na questão.

O participante E21 explicitou os oito primeiros termos de uma sequência numérica crescente, que conteria o número 20, seguida da expressão algébrica que representaria seu termo geral: "(11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18…); $A_n = 11 + (n-1) x1$" (E21 – dados da pesquisa). Vale destacar que na sequência apresentada por ele o número 20 não seria o oitavo termo, como indicado no enunciado, mas o décimo termo.

Considerando a fórmula do termo geral de uma PA, a expressão algébrica dada na resposta indicaria que o primeiro termo da sequência seria 11 e sua razão seria 1. Calculando-se a_8, usando-se a expressão algébrica proposta por E21, teríamos: $a_8 = 11 + (8 -1) x 1 = 11 + 7 = 18$, que confere com o oitavo elemento da sequência dada, mas não corresponde ao valor presente no enunciado na Questão, ou seja, o termo a_8 não é igual a 20, portanto, sua resposta está errada. Para que sua expressão fosse correta, o primeiro termo da sequência dada deveria ser 13.

Nenhum participante recorreu à representação figural da sequência, trazendo exemplos apenas de sequências numéricas, coincidentemente, todas elas crescentes, ou seja, ninguém associou sua sequência a uma PA de razão negativa, além disso, a imposição de uma restrição para a sequência (o oitavo termo ser o número 20) e o fato de a questão ser aberta, ou seja, admitir várias respostas diferentes, parece ter sido um fator que dificultou o processo de resolução da questão.

Concluímos, pelo exposto, que diversas fragilidades relativas ao Conhecimento Específico do Conteúdo foram evidenciadas nas respostas dos participantes, o que dificultaria a verificação da validade das sequências e fórmulas propostas por seus futuros alunos, em situações semelhantes, e reduziria sua capacidade de mediação na condução do processo de generalização, por seus estudantes. Entendemos, portanto, ser necessário focar no estudo específico do tema em cursos de formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática.

A décima questão do instrumento ("Considere a seguinte sequência numérica: 5, 7, 9, 11, 13...Zeca afirmou que o termo geral da sequência, considerando que $t_1 = 5$, é: $t_n = t_{n-1} + 2$. Erik afirmou que a melhor forma de representar o termo geral é: $t_n=$

2n + 3. Você concorda ou discorda de Erik? Justifique sua resposta.”) não foi respondida por cinco participantes.

Dentre os que responderam à Questão: um discordou de Erik; um informou que concordava e discordava, ao mesmo tempo; e 15 concordaram com a representação proposta por Erik. Vale destacar que as expressões algébricas propostas pelos dois personagens estavam ambas corretas, porém, a fórmula de Zeca vale para n maior ou igual a 2 e é recursiva, ou seja, faz referência ao termo anterior, enquanto a proposta por Erick depende apenas da posição do termo na sequência, ou seja, é não-recursiva.

O participante E6 discordou da fórmula proposta por Erick, justificando: “Discordo, já que dessa forma não teria como nessa sequência existir o número 5, pois na sequência o primeiro termo seria 7” (E6 – dados da pesquisa). Entendemos que E6 faz referência ao fato de, em geral, tomarmos n = 1, 2, 3, 4..., e, no caso da forma geral dada por Zeca, deveríamos ter n = 2, 3, 4, 5....

Os participantes que concordaram com a justificativa de Erick apresentaram justificativas diversificadas. Como exemplo, destacamos a apresentada por E2:

> Concordo, pois esse termo geral apresentado por Erik descreve exatamente o termo geral da progressão dada, uma vez que se trata de uma Progressão Aritmética, cujo termo geral é $A_n = a_1 + (n -1).\ r$, onde $a_1 = 5$ e $r = 2$. Logo, para algum n natural, temos: $A_n = 5 + (n-1).2 \rightarrow A_n = 5 + 2n – 2 \rightarrow A_n = 2n + 3$, como apresentado por Erik. A fórmula apresentada por Zeca, embora seja correta, mas o termo t_n está em função do termo anterior (E2 – dados da pesquisa).

Pela resposta de E2 podemos observar seu estranhamento à forma recursiva como Zeca expressou seu termo geral, sem que fosse questionada sua validade, considerando-se que não foi explicitada a restrição na variação de n, o que indica pouca familiaridade do participante com expressões algébricas recursivas. Neste caso, para calcularmos o centésimo termo teríamos que primeiro calcular os termos anteriores.

Outros participantes apresentaram justificativas, como: “Concordo, a maneira como Erik observou é mais simples de calcularmos” (E3 – dados da pesquisa); “Eric está correto. Se substituir os valores de n na equação dada, encontramos o termo da sequência esperada. Assim: Erik: t_n=2n+3; t_1= 2+3=5; t_2=4+3=7; t_3=6+3=9; t_4=8+3=11 e t_5=10+3=13, que satisfaz a sequência” (E8 – dados da pesquisa).

Outras justificativas de concordância com Erik, foram: “Concordo devido a rapidez e clareza do processo, pois eu posso descobrir o 100° termo, sem nem ao menos saber o 6° termo” (E9 – dados da pesquisa); “CONCORDO, pois se trata de uma PA e ele usou a forma de função para determinar a sequência” (E10– dados da pesquisa).

O participante E20 apresentou a seguinte resposta: “Concordo, pois a lógica que Zeca usou está errada, veja: para o terceiro termo usando a forma de Zeca ficaria: $t_3 = 3 - 1 + 2 \neq 9$; agora usando a forma de Erik para achar o terceiro termo: $t_3 = 2 \times 3 + 3 = 9$” (E20– dados da pesquisa). Como podemos observar, E20 não entendeu o funcionamento da fórmula de Zeca, que também faria corresponder ao terceiro termo o número 9 ($t_3 = t_{3-1} + 2 = t_2 + 2 = 7 + 2 = 9$), considerando t_{n-1} como sendo n – 1, onde n representaria a posição do enésimo termo.

Podemos observar que as respostas basicamente analisaram a forma geral proposta por Erick, enquanto E20 analisou, ainda que equivocadamente, a forma proposta por Zeca. Nessa direção E22 respondeu:

> Concordo e discordo. Explicando, a forma de representar essa sequência, ambos estão corretos, na de Zeca o próximo termo depende do anterior, já na de Erik não existe essa dependência, dessa forma, a formula de Erik define independente de qualquer termo, já a de Zeca depende sempre do termo anterior (E22 – dados da pesquisa).

E22 indicou a validade das duas formas gerais e destacou as características específicas de cada forma indicada por Zeca e Erick, como recursiva e não recursiva, respectivamente. A análise da efetividade das fórmulas apresentadas no item é importante para a resolução da questão, uma vez que, para além do trabalho com sequências, ela envolve equivalência entre expressões algébricas, como indica a Habilidade EF07MA15 da BNCC (BRASIL; 2018) para o sétimo ano do Ensino Fundamental.

Enfatizamos, em relação às respostas dadas à Questão 10, fragilidades no Conhecimento Especifico do Conteúdo dos participantes, que deveria fazer parte de seu acervo de conhecimentos sobre os elementos que focamos em nossa investigação. O professor precisa ser capaz de avaliar a validade, ou não, da representação algébrica que generaliza uma sequência, para verificar as respostas de seus estudantes em atividades de mesma natureza. Percebemos a importância dessa categoria do conhecimento, em especial a partir das respostas dadas por E6 e E20.

3.5 Sobre a categoria Conhecimento Do Conteúdo E Dos Estudantes

Apresentaremos agora os dados relativos às Questões 2; 6 e 9, situadas na categoria do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes. Todos os participantes responderam à Questão 2; ("Que resposta você esperaria que os estudantes dessem para os dois próximos termos da seguinte sequência numérica: 2, 5, 11...? Justifique sua resposta."), mas três apenas indicaram os dois próximos termos da sequência, enquanto os outros também justificaram suas respostas.

Seis participantes responderam ser 23 o próximo termo, argumentando como E11, E12 e E22: "R: O próximo termo seria 23, já que estamos fazendo (n vezes 2) + 1. Portanto 11 vezes 2 + 1 = 23" (E11– dados da pesquisa); "23 pois 11 que é o número atual, somado com o seu sucessor 12, dá 23, mesma lógica usada nos números anteriores. $t_{n+1} = t_n + (t_n + 1)$; $t_1=2$; $t_2=5$; $t_3=11$, n=1,2, 3, ...; $t_2 = t_1 + (t_1 + 1)$; 5 = 2+ (2 +1) =5" (E12 – dados da pesquisa); "Como a lógica de soma está em uma sequência +3, +6, +9, +12, +15, a resposta seria 20. Se a sequência estiver +3, +6, +12, +24, +48, a resposta seria 23" (E22– dados da pesquisa).

Já os participantes E2, E6 e E16 afirmaram que 23 e 47 seriam os próximos termos da sequência, justificando suas respostas: "A resposta seria 23 e 47, pois o termo seguinte é igual ao dobro da diferença dos dois anteriores somado ao termo anterior" (E2 – dados da pesquisa); "23 e 47, pois eles teriam que identificar que o primeiro termo é somado com ele mesmo mais um como todos os termos depois dele" (E6– dados da pesquisa); "Com apenas esses dois termos fica difícil saber, pois tem duas formas de pensar, a primeira seria: 20, 32 e a segunda seria: 23, 47" (E16– dados da pesquisa).

Para a mesma sequência diferentes interpretações do padrão foram feitas pelos participantes: alguns somaram um termo com seu sucessor; outros somaram um termo com ele mesmo; outros multiplicaram o termo por 2 e somaram uma unidade, para obter o próximo termo; enquanto outros entenderam que o próximo termo seria resultado da diferença de dois termos anteriores, somado ao termo anterior, o que é valido caso seja estabelecido que $a_1 = 2$ e $a_2 = 5$.

Os participantes E16 e E22 indicaram duas opções para os próximos termos da sequência, assim como E7, E8 e E13, que responderam que os próximos termos seriam 20 e 32: "20 e 32, pois eles teriam que identificar que os termos são somados com os múltiplos de 3 seguindo a sequência dos múltiplos" (E7 – dados da pesquisa); “Poderia ser 20, se ele considerar que a razão (3) será acrescida de 3 em cada parcela. Assim: a razão será 3, depois 6, depois 9” (E8 – dados da pesquisa); “20, 32” (E13 – dados da pesquisa).

E18 e E1 compreenderam a sequência como estando relacionada a números primos: “R.: 13,17, pois a sequência numérica seria de números primos” (E18 – dados da pesquisa); “17, 23 (primos alternados)” (E1 – dados da pesquisa). O participante E19 apresentou resposta semelhante à de E18. Sabemos que os primeiros números primos são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, assim a justificativa de E18 não estaria adequada, uma vez que o número 3 não fazia parte da sequência. Já a justificativa dada por E1 é procedente, pois se alternamos a sequência de números primos, começando pelo número 2, os próximos termos da sequência seriam 17 e 23.

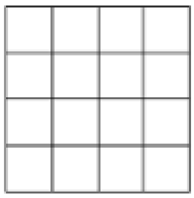
A resposta de E5 foi: “R. já que por ser uma sequência que está aumentando 3 a 3 o aluno entenderia que seria 14” (E5 – dados da pesquisa), que não está correta, pois apenas do primeiro para o segundo termos há uma diferença de três unidades, o que não ocorre com a diferença entre o segundo e o terceiro termos, que é igual a 6.

Finalmente, destacamos a resposta do participante E4, que afirmou que “Esperaria que fosse dito que se trata de uma sequência não recursiva” (E4 – dados da pesquisa). Aparentemente, E4 parece associar as sequências recursivas a sequências que têm variação constante entre seus termos, não conseguindo responder à questão, por haver uma variação crescente na diferença entre os termos apresentados.

Com relação ao Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, entendemos que ele é essencial para a resolução dessa última Questão, para que o professor possa abrir espaço para as diversas estratégias de resolução pelos estudantes, entendendo que as justificativas que apresentarem irão variar de acordo com o nível de dificuldade que eles terão ao resolver a questão, sendo importante observar a validade de sua argumentação (PONTE, 2009).

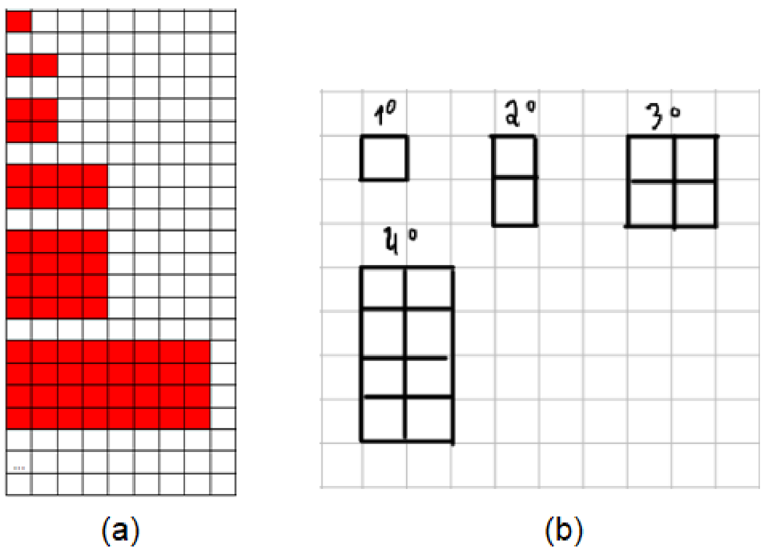
Alguns alunos terão mais dificuldades em encontrar os próximos termos e apresentar uma forma algébrica para o termo geral, por isso, questões mais abertas podem abrir espaços para procedimentos que enriquecerão a discussão e ampliarão o raciocínio dos estudantes ao lidarem com atividades que envolvam análise de padrões. Em questões que demandam justificativa de como se pensou para se obter a solução, o professor tem a possibilidade de trabalhar com a argumentação, como Ponte (2009) defende, levando em consideração as diversas respostas que irão surgir, e esse processo favorecerá não apenas a aprendizagem matemática dos estudantes, mas sua formação de modo geral.

A Questão 6 não foi respondida por oito participantes de nossa pesquisa ("O quinto termo de uma sequência figural tem a forma indicada em seguida. Qual você imagina que seja a forma dos três primeiros elementos da sequência? Represente-os e descreva o padrão da sequência que você imaginou, usando a estratégia que quiser (por meio de uma expressão algébrica; descrição informal; ou figura)"



Dentre os participantes que responderam à questão, apenas um (E3) representou os elementos da sequência, sem descrever o padrão. Ele afirmou que a sequência seria 1, 2, 4, 8, 16, ..., sendo esta a mesma sequência apresentada pelos participantes E1 e E9 e representada figuralmente (Figura 13).

Figura 13 - Resposta de E1(a) e E9(b) para a Questão 6



Fonte: (Dados da pesquisa, 2022)

Como podemos observar pelas imagens presentes na Figura 13, as duas representações figurais dos elementos da sequência, propostas pelos participantes

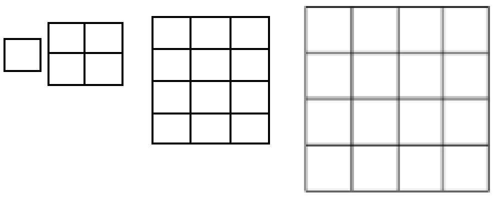
E1 e E9 divergem unicamente em sua posição: enquanto na proposta por E1 os termos são apresentados em um padrão crescente vertical (de cima para baixo), na de E9 o desenvolvimento se dá horizontalmente.

Os participantes E6, E8 e E11 responderam que a sequência seria 0, 1, 4, 9, 16, 25 ..., apresentando as seguintes justificativas: “A_1=0 e daí por diante; a cada um que fosse aumentar iria aumentar uma linha e uma coluna, então A_2 teria um só quadrado ou seja uma linha e uma só coluna; A_3 teria duas linhas e duas colunas” (E6 – dados da pesquisa); “Quinto termo: Matriz (4x4). Assim, o primeiro termo seria 0, o segundo termo uma matriz Matriz (1x1); o terceiro termo uma matriz Matriz (2x2); o segundo termo uma matriz Matriz (3x3)” (E8 – dados da pesquisa). As justificativas apresentadas pelos dois participantes são de difícil compreensão, em especial quando um deles faz referência a Matrizes quadradas.

A mesma sequência foi proposta por E11 e sua justificativa foi feita baseando-se em quadrados perfeitos: “R: Imagino que seja a sequência dos quadrados perfeitos cujos termos seriam (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36...); em relação aos primeiros três termos, em figura, teríamos: P_1 nenhum quadrado; P_2 um quadrado 1x1; e P_3 um quadrado 2x2” (E11 – dados da pesquisa).

Na Figura 14 temos a representação figural feita por E12 para a sequência descrita acima, em que o elemento composto por um único quadrado seria o segundo elemento.

Figura 14 - Reposta de E12 para a questão 6



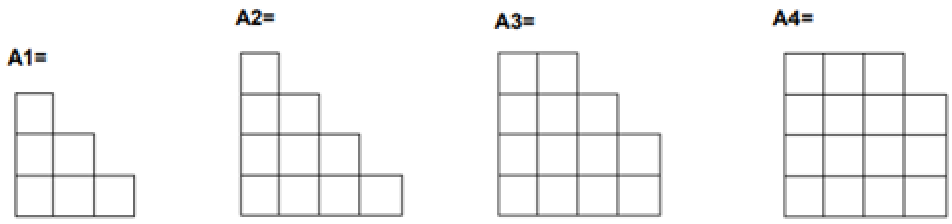
Fonte: (Dados da pesquisa, 2022)

Os participantes E2, E14 e E17 apresentaram a mesma sequência como resposta à Questão: “4, 7, 10, 13, 16, ..., onde o primeiro termo seria representado por quatro quadrados, o segundo termo por sete quadrados, e assim sucessivamente. A fórmula poderia ser A_n = 3n +1” (E2 – dados da pesquisa); “Sequência X: 4, 7, 10, 13.... A_n = 4+(n-1)3; A_5 = 16” (E17 – dados da pesquisa); “A_n= 3n+1; a_1 = 3.1 +1= 4; a_2 = 3.2 +1= 7; a_3= 3.3+1= 10; a_4=3.4 +1=13; a_5= 3.5+1 =

16” (E14 – dados da pesquisa). Os três participantes descreveram o padrão algebricamente, mas não fizeram a representação dos termos.

A resposta de E22 foi: “Uma sequência finita de lógica visual, completando o quadrado, fiz em ordem decrescente porque inicialmente não consegui associar o quadrado de 16 quadradinhos a 5 posição” – (E22 - dados da pesquisa). A representação proposta por ele está presente na Figura 15.

Figura 15 - Resposta de E22 para a questão 6



Fonte: (Dados da pesquisa, 2022)

Sua proposta se baseou no uso da reversibilidade, pensando na retirada de quadrados menores que compõem o quadrado maior, como justificou em sua resposta. Sua sequência figural corresponderia à sequência numérica: 6, 10, 13, 15, ..., entendendo que o termo A5 seria o quadrado composto por 16 quadrados menores, como apresentado no enunciado da Questão.

Destacamos nas respostas apresentadas a diversidade de soluções para a Questão proposta, tanto na representação figural quanto na justificativa do padrão que ligaria os termos da sequência: oito deles fizeram uso da linguagem natural e os demais de expressões algébricas. O recurso visual apresentado como suporte pode ter facilitado o processo de construção da sequência e, consequentemente, o processo de geração dos termos solicitados.

Questões como essa permitem que os alunos usem a criatividade ao fazerem a representação tanto figural quanto numérica da sequência, além de permitir que usem a forma de representação com a qual possuem mais familiaridade ou que compreendem com mais facilidade. Além disso, a diversidade de representações justificaria para o aluno o uso de “letras” em Matemática, como possível forma de representação de dados.

O Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes se faz necessário em questões como a aqui apresentada, ampliando o repertório de justificativas dos estudantes, na medida em que as respostas forem apresentadas e discutidas coletivamente. O fato de escolherem o tipo de representação que utilizarão, faz com que os estudantes se sintam mais seguros ao argumentarem sobre como pensaram.

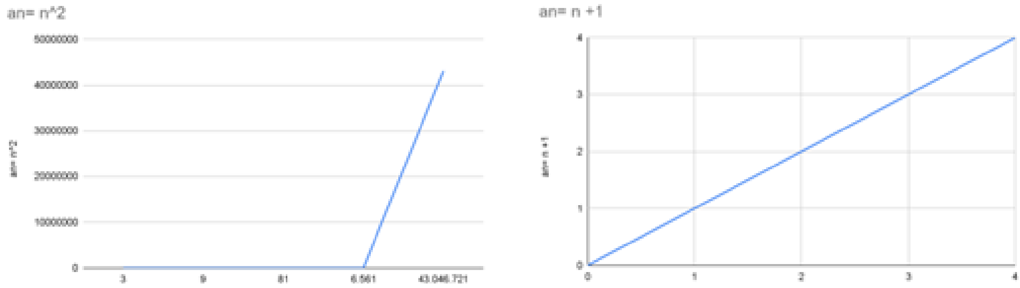
A 9ª Questão de nosso instrumento (“Pedro listou os cinco primeiros elementos de uma sequência numérica que cresce rapidamente, enquanto Maria listou os cinco primeiros termos de uma sequência numérica que cresce lentamente. a) Dê exemplo das possíveis listas de elementos das sequências de Pedro e de Maria. b) Como cada sequência numérica seria representada graficamente?”), não foi respondida por sete participantes de nosso estudo.

Nove deles responderam tanto a letra a quanto a letra b, porém, alguns não fizeram a representação gráfica, indicando suas respostas na linguagem natural, como nos casos das respostas de E1, E2, E11 e E13:

> Maria = n (pontos de uma reta em 45 graus no primeiro quadrante) Pedro = n² (pontos de meia parábola no primeiro quadrante)” (E1 – dados da pesquisa).
>
> A sequência de Pedro seria (1, 3, 5, 7, 9, ...) e de Maria seria (1, 3, 9, 27, 81, ...). b) As sequências dadas são Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, a primeira seria representada graficamente por uma reta, a segunda por uma curva exponencial. (E2 – dados da pesquisa)
>
> R: Sequência modelo Pedro: 1, 4, 9, 16, 25... onde graficamente teríamos uma exponencial e a Sequência modelo de Maria: 1, 2, 3, 4, 5... onde graficamente teríamos uma função afim. (E11 – dados da pesquisa)
>
> A sequência de Pedro poderia ser uma função do tipo x^10 ou x^a; a≠0 e 1. Já a sequência de Maria poderia ser uma progressão do tipo linear, somando 1 ao sucessor. Graficamente a de Pedro é mais crescente que a de Maria. (E13 – dados da pesquisa)

As respostas foram dadas em associação a funções lineares (as que cresceriam mais lentamente) e polinomiais ou exponenciais (as que cresciam rapidamente), embora o participante E11 tenha invertido as situações indicadas no enunciado para Pedro e Maria. As sequências apresentadas por E14 foram: “Pedro: 3, 9, 81, 6.561, 43.046,721…; An = n^2; e Maria: 2, 3, 4, 5, 6...; An = n+ 1”, e suas representações gráficas estão presentes na Figura 16, geradas por alguma calculadora gráfica, não indicada por ele.

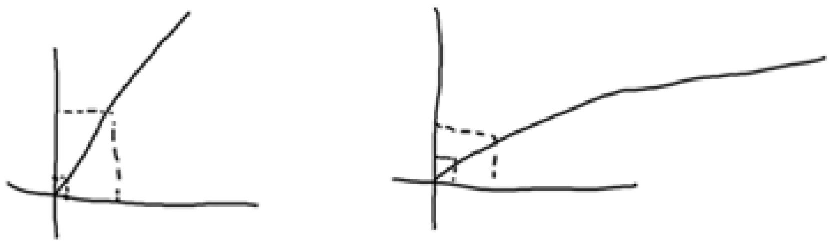
Figura 16 - Representações gráficas de E14 para a questão 9



Fonte: (Dados da pesquisa, 2022)

As sequências apresentadas por E16 foram: “Pedro: 2, 100, 198, 296 ... e Maria: 1, 2, 3, 4, 5 ...”, estando suas representações gráficas presentes na Figura 17, produzidas manualmente por ele.

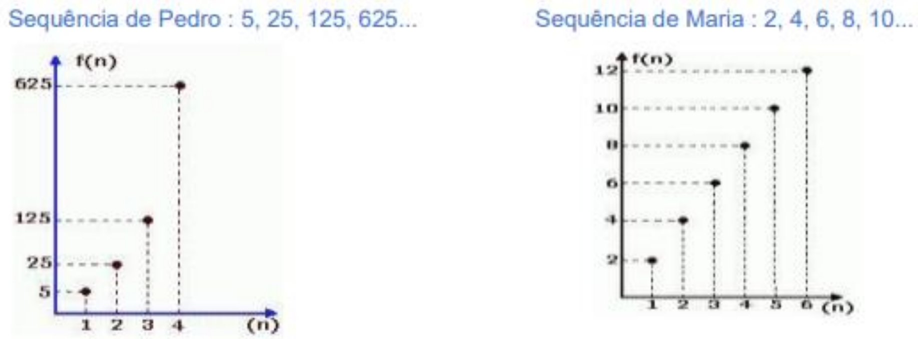
Figura 17 - Representação gráfica de E16 para a questão 9



Fonte: (Dados da pesquisa, 2022)

As sequências apresentadas por E17 foram: “Pedro: 5, 25, 125, 625...; An = 5^n e Maria: 2, 4, 6, 8, 10...; An = 2n”, e as representações gráficas das duas sequências, geradas com o auxílio de alguma calculadora gráfica, não indicada pelo participante, estão presentes na Figura 18.

Figura 18 - Representação gráfica de E17 para a questão 9

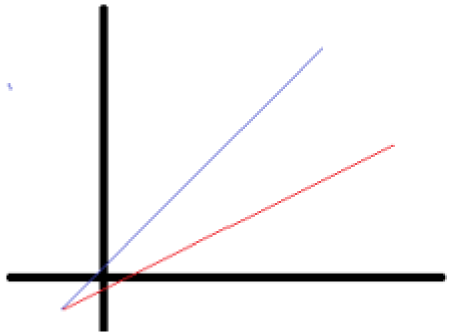


Fonte: (Dados da pesquisa, 2022)

É importante destacar que apenas E17 fez a representação de suas sequências usando gráficos de pontos, o que seria o modo correto de representação, uma vez que os elementos da sequência são valores discretos.

As sequências apresentadas por E22 foram: “Pedro: 3, 6, 12, 24, 48, ... e Maria: 3, 6, 9, 12, 15, ...” (E22 - dados da pesquisa). Na Figura 19 constam suas representações que, como as apresentadas por E14 e E16, foram feitas por meio de gráficos de linha, que não seriam adequados, em virtude da natureza dos valores que estão sendo representados.

Figura 19 - Representação gráfica de E22 para a questão 9



Fonte: (Dados da pesquisa, 2022)

Em relação aos gráficos da Figura 19, E22 informou que a linha vermelha correspondia à representação da sequência que crescia lentamente e a linha azul, à representação da sequência que crescia mais rapidamente. Os demais participantes que responderam a Questão indicaram exemplos de sequências que crescem rapidamente e lentamente, numérica ou algebricamente, sem representá-las graficamente, não justificando esse fato:

> Sequência Pedro: (2, 4, 16, 256...) Sequência Maria: (7, 10, 13, 16...) (E3 – dados da pesquisa)
>
> Pedro poderia estar listando os 5 primeiros números de uma PG onde: $A_n=a_1.q^{n-1}$; $a_1=5$; $q=5$. Já Maria listou os elementos de uma PA onde: $A_n=a_1+(n-1)r$; $A_1=1$; $r=2$(E6 – dados da pesquisa)
>
> Pedro poderia ter uma sequência em progressão geométrica(PG) que cresce rapidamente, e Maria poderia ter uma progressão aritmética(PA) que cresce mais lentamente. Ex: PG: 2,4,8,16,32,... q=2 e PA:2,4,6,8,10... r=2 (E8 – dados da pesquisa)
>
> PEDRO: PG de razão 3 em que o primeiro termo é 2: [,...] $a_1 = 2$; $a_2 = 2.3 = 6$; $a_3 = 6.3 = 18$; $a_4 = 18.3 = 54$; $a_5 = 54.3 = 162$. A PG do exemplo é, portanto, (2,6,18,54,162...).MARIA: PA de razão 3 em que seu primeiro termo é 2: [...]

> a_1 = 2; a_2 = 2+3 = 5; a_3 = 5+3 = 8; a_4 = 8+3 = 11; a_5 = 11+3 = 14. A PA do exemplo é, portanto, (2,5,8,11,14...) (E12 – dados da pesquisa)

O participante E6 enfatizou não poder representar graficamente a sequência em razão da plataforma que estava utilizando para responder o Questionário. Apesar de não ter representado graficamente as sequências que descreveu, as respostas seguem o padrão das demais, sendo distintas umas das outras, com as sequências que crescem rapidamente sendo descritas como Progressões Geométricas e as sequências que crescem lentamente descritas como Progressões Aritméticas.

Apesar da questão não impor muitas restrições acerca dos possíveis termos da sequência, apenas que uma cresceria rapidamente e a outra lentamente, o número de participantes que não a responderam foi expressivo, o que indica limitações no Conhecimento do Conteúdo e do Aluno, uma vez que a questão era aberta e admitia várias respostas corretas distintas.

De maneira geral, chamou nossa atenção a frequente referência aos conhecimentos dos participantes sobre Progressões Aritméticas e Geométricas, o que pode auxiliar na resolução de problemas que envolvem casos particulares de sequências numéricas, mas que podem gerar dificuldades ou induzir o estudante ao erro, em casos gerais ou que envolvem, por exemplo, sequências figurais.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Pensamento Computacional é uma habilidade demandada na resolução de problemas complexos, mas é muito útil em diversos contextos, independentemente da dimensão do problema em foco. Seus pilares estão em consonância com habilidades que podem ser desenvolvidas em articulação com conteúdos matemáticos da Educação Básica, em especial relativos à Álgebra. Dentre os quatro pilares do PC (a abstração, o reconhecimento de padrões, a decomposição e algoritmos), focamos no reconhecimento de padrões, aliado ao estudo de sequências, entendendo também que ao resolver um problema que envolve o tema, os outros pilares do PC são postos em ação.

Como o objetivo geral do nosso trabalho foi estudar o conhecimento dos futuros docentes relacionados à análise de padrões e sequências no ensino de Matemática dirigido a alunos do Ensino Fundamental, particularmente entre o 6º e o 8º Anos, levamos em consideração as categorias do conhecimento relativas ao exercício docente destacadas em nosso referencial teórico; as bases do PC; e Habilidades relacionadas à análise de padrões e sequências presentes no documento que hoje rege a estruturação do currículo da Educação básica.

Para atingirmos esse objetivo, analisamos as respostas de 22 licenciandos de Matemática de uma instituição pública da Paraíba ao Questionário que elaboramos e aplicamos, composto por 26 questões e dividido em duas partes, tendo a primeira parte foco em conhecimentos mais gerais sobre PC, analise de padrões e sequências, bem como sobre e a área de Matemática na BNCC.

A segunda parte continha problemas direcionados à análise de padrões e sequências, com questões autorais e outras adaptadas de um de nossos referenciais teóricos. As respostas foram agrupadas por categoria de conhecimento, de acordo com os autores que discutem sobre formação docente. Nosso foco residiu em alguns tipos particulares de conhecimento, definidos em nosso Capítulo teórico: Conhecimento Comum do Conteúdo; Conhecimento Especializado do Conteúdo; Conhecimento do Conteúdo e Estudantes; e Conhecimento do Conteúdo e Currículo.

Com base da análise das respostas dos participantes de nosso estudo, as Questões propostas em nosso instrumento, concluímos que apenas alguns dos participantes detêm um nível de Conhecimento Comum do Conteúdo a respeito de análise de padrões e sequências, PC e a área da Matemática na BNCC, que entendemos como adequado. Identificamos, ainda, que uma quantidade menor de licenciandos possui Conhecimento do Conteúdo e do Currículo em nível suficiente para o trabalho com os temas que focamos em nossa investigação. Ressaltamos ainda que vários participantes não responderam algumas questões, o que aponta fragilidades nos diversos tipos de conhecimentos que consideramos.

Das Questões do instrumento que estavam relacionadas às categorias do Conhecimento Especializado do Conteúdo e ao Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, apesar da ausência de respostas por parte de alguns participantes, os licenciandos que as responderam evidenciaram ter Conhecimento Comum do Conteúdo ao apresentarem respostas corretas, e isso influencia no Conhecimento Especializado e no Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes.

Entendemos que a capacidade de resolução correta das Questões contribui para a compreensão das diferentes respostas que possam ser apresentadas pelos estudantes da Educação Básica, caso questões semelhantes sejam propostas em sala de aula. Além disso, a partir da resolução correta das questões, o licenciando tem a possibilidade de avaliá-las e adaptá-las para o nível das turmas nas quais irá atuar.

Destacamos que apesar das respostas corretas e argumentações adequadas que obtivemos por parte de alguns participantes, o número de respostas em branco, bem como de respostas incompletas e erradas, evidencia fragilidades na formação inicial dos participantes de nossa investigação, acerca da análise de padrões e sequências, não sendo seu conhecimento suficiente para um trabalho de qualidade em sala de aula, visando o desenvolvimento das habilidades relativas à Matemática da Educação Básica, em particular relativas ao pensamento algébrico.

Além disso, destacamos que os itens propostos na segunda parte de nosso instrumento estão estreitamente relacionados ao desenvolvimento do PC, uma vez que elementos de seus pilares entram em ação quando de sua resolução, a exemplo da abstração, da análise de padrões e, em muitos casos, da generalização. Fragilidades na capacidade de resolução de questões como as que propusemos em nosso Questionário, podem comprometer a capacidade de trabalho com os pilares citados, com estudantes da Educação Básica, pelos futuros professores que participaram de nossa pesquisa.

Assim, entendemos que a hipótese que adotamos para a nossa pesquisa, de que o conhecimento dos estudantes de licenciatura seria suficiente e adequado para o trabalho com esses conteúdos matemáticos com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental não foi totalmente validada devido as vulnerabilidades mencionadas a partir da análise dos dados.

Mesmo tendo feito referência a várias disciplinas da grade curricular do Curso de Licenciatura em Matemática ao qual estão vinculados, que abordariam o tema análise de padrões e sequências, entendemos que essa abordagem precisa ser mais explícita e dirigida ao trabalho que esses futuros professores realizarão com seus estudantes do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Considerando as dificuldades que emergiram quando da resolução de várias questões de nosso instrumento, o estudo que foi realizado nessa etapa de formação inicial não foi adequado nem suficiente para um trabalho futuro de qualidade com o tema.

Assim como os autores que tratam do trabalho com padrões e sequências apontam a importância da necessidade da diversidade de situações a serem exploradas em sala de aula e sua influência na formação e desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes da Educação Básica, é fundamental que essa diversidade esteja igualmente presente em atividades propostas em disciplinas da Graduação.

Entendemos que os resultados de nosso estudo não podem ser generalizados, nem mesmo se considerarmos outros grupos de estudantes do mesmo Curso e instituição ou egressos em períodos distintos. Particularmente, o grupo de licenciandos que participou da investigação estava retornando de um sistema de ensino remoto, que funcionou durante quatro semestres letivos consecutivos, em razão da pandemia da Covid-19.

Apesar de reconhecermos os esforços e compromisso de docentes e discentes, nesse período, para que as atividades de ensino acontecessem da melhor forma possível, sabemos das dificuldades de adaptação de muitas pessoas, bem como de acesso aos recursos adequados para uma melhor condução das atividades, como ter um computador ou acesso à Internet. Desse modo, cogitamos que a formação dos estudantes de todos os níveis de escolaridade tenha sofrido prejuízos.

Ressaltamos, apesar das ressalvas cabíveis, a necessidade de que os temas que foram abordados em nossa pesquisa sejam considerados em processos formativos, iniciais e continuados, de professores que ensinam Matemática na Educação Básica. Como vimos, no principal documento que rege hoje esse nível de escolaridade no Brasil, a área de Álgebra está presente desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com várias Habilidades fazendo referência ao estudo de sequências.

Além disso, com base no referencial teórico que adotamos, fica clara a estreita relação entre o ensino de Matemática e o desenvolvimento de elementos das bases do Pensamento Computacional, particularmente de considerarmos as Habilidades relativas ao pensamento algébrico, embora seja possível explorá-los em vinculação com outras Unidades Temáticas ou outras disciplinas da Educação Básica.

Viver em um mundo no qual a capacidade de acessar, processar e gerenciar informações se torna cada vez mais importante e os problemas que a humanidade enfrenta se tornam mais complexos, ser capaz de realizar abstrações, fazer generalizações e pensar de forma criativa são demandas que contribuirão para que nossos estudantes possam colaborar para a estruturação de uma sociedade mais justa e igualitária.

Como em todo estudo envolvendo elementos tão importantes para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática escolar, as conclusões são sempre parciais e surgem novas perguntam quando buscamos respostas para a questão que delimitamos como ponto de partida, e que podem definir outros trabalhos de investigação sobre os temas que abraçamos.

Entendemos, por exemplo, ser necessário aprofundar o estudo relativo aos conhecimentos de estudantes da Licenciatura em Matemática, assim como da Licenciatura em Pedagogia, necessários para um trabalho adequado com as bases do Pensamento Computacional e do Pensamento Algébrico, tomando como referência a análise de padrões e sequências de diversas naturezas.

Também julgamos ser necessário realizarmos novos estudos acerca da qualidade do trabalho proposto em um importante recurso didático utilizado na Educação Básica, que é o Livro Didático de Matemática, avaliando a natureza das sequências presentes nas coleções (tipos; diversidade; adequação; atividades propostas; dentre outros aspectos), bem como as orientações para o trabalho do professor em sala de aula, nessas obras.

Os estudos já realizados sobre o tema apontam a necessidade de serem feitas complementações às propostas dos autores, uma vez que se observa a exploração de alguns tipos particulares de sequências, como as sequências recursivas numéricas e crescentes, o que pode limitar a capacidade de generalização dos estudantes a partir da análise de padrões e sequências.

REFERÊNCIAS

AHO. Alfred Vaino. Computation and Computational Thinking. **The Computer Journal**, v. 55, n. 7, p. 832- 835, 2012.

ALBUQUERQUE, Leila Cunha de; GONTIJO, Cleyton Hércules. A complexidade da formação do professor de matemática e suasimplicações para a práticadocente. **EspaçoPedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 76-87, jan./jun. 2013.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey Charles. Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? **Journal of teacher education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008

BARCELOS, Thiago Schumacher; SILVEIRA, Ismar Frango. Pensamento Computacional e Educação Matemática: Relações para o Ensino de Computação na Educação Básica. *In*: XX Workshop sobre Educação em Computação, 2012, Curitiba. **Anais do XXXII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação**. Curitiba: SBC, 2012. [10] p.

BARCELOS, Thiago *et al*. Relações entre o Pensamento Computacional e a Matemática: uma Revisão Sistemática da Literatura. *In*:IV Congresso Brasileiro de Informática na Educação e X Conferência Latino-Americana de objetos e Tecnologia de Aprendizagem, IWorkshop de Ensino em Pensamento Computacional, Algoritmos e Programação (WAlgProg), 2015, Maceió. **Anais dos Workshops do IV Congresso Brasileiro de Informática na Educação**, Maceió: SBC, 2015. p. 1369-1378.

BITENCOURT, Daiane Venâncio; MERLINI, Vera Lucia. A Early Álgebra nos livros didáticos: um olhar sobre a abordagem de sequências de padrões. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 6, p. 34-54, out./dez. 2020.

BORRALHO, Antônio; BARBOSA, Elsa. Pensamento Algébrico e exploração de Padrões. **Encontro Nacional de Professores de Matemática** (Conferência com discussão 3), ProfMat, p. 1-13, 2009

BRACKMANN, Christian Puhlmann. **Desenvolvimento do Pensamento Computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. 2017. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 24 set. 2020.

BRASIL, Resolução CNE/CP 2/2019. **Diário Oficial da União**, Brasília, p. 46-49, abr. 2019.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. 16, n. 2, 2007. p. 81-118.

CARMO, Paulo Ferreira. **Um estudo a respeito da generalização de padrões nos livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental**. 2014. Dissertação

(Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

COSTA, Marco Antonio Ferreira da; COSTA, Maria de Fátima Barrozo da. **Projeto de Pesquisa:** entenda e faça. 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

DEVLIN, Keith. **Matemática**: a ciência dos padrões: a procura de uma ordem na vida, na mente e no universo / Keith Devlin ; trad. Alda Maria Durães. – Porto, Portugal: Porto, 2003.

FERNÁNDEZ, Jaqueline M. *et al*. Experiences in Learning Problem-Solving through Computational Thinking. **Journal of Computer Science and Technology**, vol. 18, n. 2, 2018. Disponível em: http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/30/308006/html/index.html. Acesso em 12 de mar. de 2022.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega; RIBEIRO, Miguel; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n.3, p. 496-514, set./dez. 2017.

FONSECA, Rubens Vilhena. **Números Primos**. Belém, PA: UEPA, 2011. Disponível em: https://ccse.uepa.br/downloads/material_2011/NUMEROS_PRIMOS.pdf

FRANÇA, Rozelma Soares de; TEDESCO, Patrícia Cabral de Azevedo Restelli. Desafios e oportunidades ao ensino do pensamento computacional na educação básica. *In*: IV Congresso Brasileiro de Informática na Educação e X Conferência Latino-Americana de objetos e Tecnologia de Aprendizagem, I Workshop de Ensino em Pensamento Computacional, Algoritmos e Programação (WAlgProg), 2015, Maceió. **Anais dos Workshops do IV Congresso Brasileiro de Informática na Educação**, Maceió: SBC, 2015. p. 1464-1473.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem da álgebra.** 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

GRYMUZA, Alissá Mariane Garcia. **O que pode influenciar o currículo moldado pelos professores para ensinar estatística nos anos iniciais?**. 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade federal de Pernambuco, Recife, 2022.

GOMES, Maria Laura Magalhães. Os 80 Anos do Primeiro Curso de Matemática Brasileiro: sentidos possíveis de uma comemoração acerca da formação de professores no Brasil. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 429-438, ago. 2016.

GROVER, Shuchi; PEA, Roy. PensamentoComputacional do pré-escolar aosecundário: umarevisão do estado da área. **Educational Researcher**, v. 42, n. 1, p. 38-43, 2013. Traduzidopor Leonel Morgado, 2019.

JUNGBLUTH, Adriana; SILVEIRA, Everaldo; GRANDO, Regina Célia. O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **EducaçãoMatemáticaPesquisa**, v. 21. n. 3, p. 96-118, 2019

KAMINSKI, Maria Regina; BOSCARIOLI, Clodis. Práticas de computação desplugada como Introdução ao desenvolvimento do pensamento computacional nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, v. 9, n. 2, p. 1 – 21, 2020.

MARTINS, Elcimar Simão; FRANÇA, Tânia Maria Sousa. Os registros da ação docente no período do Estágio Supervisionado: uma experiência formativa. **RevistaPráxisEducacional**, Vitória da Conquista, v. 16, n. 43, p. 51-68, 2020.

MESTRE, Palloma Alencar Alves. **O Uso de pensamento computacional como estratégia para a resolução de problemas matemáticos**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2019.

MOREIRA, Plinio Cavalcante; FERREIRA, Ana Cristina. A Formação Matemática do Professor da Educação Básica: das Concepções Historicamente Dominantes às Possibilidades Alternativas Atuais. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, 2021.

PAVÃO, Zélia Milléo. Formação do professor-educador Matemático em cursos de licenciatura. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n. 18, p. 161-168, maio/ago. 2006.

PIMENTEL, Teresa; VALE, Isabel. Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática. **Quadrante**, v. XXI, n. 2, p. 29-50, 2012.

PONTE, João Pedro da. Uma agenda para investigação sobre padrões e regularidades no ensino-aprendizagem da Matemática e na formação de professor. *In*: VALE, Isabel; BARBOSA Ana (Org.). **Padrões: Múltiplas perspectivas e contexto em educação matemática.** Viana do Castelo: Escola Superior de Educação, 2009. p. 169 – 175.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

RITT, M. Algoritmos e Complexidade. **Notas de Aula**. UFRGS, 2019. Disponível em: https://www.inf.ufrgs.br/~mrpritt/lib/exe/fetch.php?media=cmp155:notas-10619.pdf. Acesso em 20 fev. 2022.

RADFORD, Luis. Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective**. Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional, 2006.

RADFORD, Luis. Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. **ZDM Educação Matemática**, dez. 2008.

RADFORD, Luis. O ensino-aprendizagem da álgebra na teoria da objetivação. *In:* MORETTI, Vanessa Dias; RADFORD, Luis. **Pensamento algébrico nos anos iniciais: diálogos e complementariedades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural**. Livraria da Física, p. 171-195, 2021.

RODRIGUES, Auro de Jesus. *et al*. **Metodologia Científica**. 3° ed. Aracaju: UNIT, 2010.

SANTOS, Elisângela Ribas. *et al.* Estímulo ao Pensamento Computacional a partir da Computação Desplugada: uma proposta para Educação Infantil. **Revista Latinoamericana de Tecnologia Educativa**. v. 15, n. 3, p. 99-112, 2016.

SCHENEIDER, Camila. **O pensamento computacional e as contribuições para o estudo da álgebra no ensino fundamental.** 2020. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

SELBY, Cynthia; WOOLLARD, John. Computacional Thinking: the developing definition. **Conference: Special Interest Groupon Computer Science Education (SIGCSE)**, 2010.

SHULMAN, Lee, S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational research**, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986

SINGER, Florence Michaela; VOICE, Cristian. Playng on patterns: is it a case of analogical transfer? **ZDM Mathematics Education**. N. 54. Springer. 2022. p.211-229.

SMALL, Marian; LIN, Amy. More good questions: Great ways to differentiate secondary mathematics instruction. 1° ed. **Teachers College Press**: Columbia, 2010.

VALE, Isabel *et al.* Os padrões no ensino e aprendizagem de Álgebra. *In:* VALE, Isabel *et al.* **Números e Álgebra**. Lisboa: SEM-SPCE. 2007. p.193-211.

VALENTE, José Armando. Integração do Pensamento Computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **Revista e-Curriculum**, v. 14, n. 3, p. 864-897, jul.-set. 2016.

VAN de WALLE, John A. Pensamento Algébrico: Generalizações, Padrões e Funções. *In*: VAN de WALLE, John A. **Matemática no Ensino fundamental**: Formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre, RS: Penso, 2009. p. 287-321.

WING, Jeannette. Marie. Computational Thinking. **Communications of the ACM**, v. 49, n.3, p. 33-35, mar. 2006.

WING, Jeannette. Marie. **Computational Thinking: What and Why**?, 2010. Disponível em: https://www.cs.cmu.edu/~CompThink/resources/TheLinkWing.pdf. Acesso em: 12 de mar. de 2022.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA (UEPB)
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (PPGECEM)

Olá! Meu nome é Luanna Barbara Apolinário Ribeiro, estou realizando curso de Mestrado no PPGECEM da UEPB e gostaria de solicitar sua colaboração para nossa pesquisa, respondendo de forma mais detalhada possível as questões propostas em seguida. Informamos que sua participação é voluntária e os colaboradores do estudo não serão identificados.

Antecipadamente agradeço sua contribuição para a realização da pesquisa que está em desenvolvimento. Procure responder às questões abertas com o máximo de detalhes possível, o que irá colaborar significativamente para a pesquisa em curso.

Antes de responder aos itens solicito que indique qual período do Curso você está realizando este semestre (ou percentual aproximado de disciplinas do Curso que você já cursou): ____

Tem alguma experiência de ensino de Matemática?

(   ) sim   (   ) não

Em caso afirmativo, indique qual a natureza da experiência (Escola regular? Aulas de reforço? Disciplinas de Estágio Supervisionado? Participação em Projeto Institucional de Ensino?): ___________________________________

PARTE 1. DADOS GERAIS

1. Você já leu o(s) documento(s) relacionado(s) à área de Matemática na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)?

(   ) sim   (   ) não   (   ) parcialmente

2. Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, indique a(s) situação(ões) em que isso se deu.

3. Se sua resposta à questão anterior foi “parcialmente”, indique o que você leu.

4. Nos documentos da área de Matemática a BNCC faz várias referências ao “Pensamento Computacional” (PC). Se você já leu a BNCC, como definiria o que é Pensamento Computacional a partir do que é apresentado no documento? Se não leu o documento, passe para o próximo item.

5. Você já estudou no curso de graduação alguma coisa relacionada ao “Pensamento Computacional”? (   ) sim   (   ) não

6. Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, indique a(s) situação(ões) em que isso se deu.

7. Mesmo que ainda não tenha ouvido falar ou lido alguma coisa sobre o tema, o que você imagina que significa a expressão “Pensamento Computacional”?

8. Na Educação Básica você realizou alguma atividade envolvendo a análise de padrões (numéricos, algébricos ou de outra natureza)? (   ) sim   (   ) não

9. Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, indique de que forma isso ocorreu (ano de escolaridade; tipo(s) de sequência(s); etc).

10. Na Licenciatura em Matemática você cursou algum componente curricular em que foram exploradas sequências e/ou análise de padrões (numéricos, figurais, algébricos ou de outra natureza)? (   ) sim   (   ) não

11. Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, indique o(s) componente(s) curricular(es)e os temas em relação aos quais isso ocorreu.

12. Defina e dê exemplo(s) (numéricos e/ou gráficos) de: a) Sequência repetitiva; b) Sequência recursiva e c) Sequência não-recursiva.

13. Em que ano de escolaridade da Educação Básica - ou a partir de que ano - você entende que esses tipos de sequência são estudados?

14. Qual a importância que você atribui ao trabalho com sequências e análise de padrões para o desenvolvimento do pensamento matemático do estudante da Educação Básica?

15. Ao resolver um problema matemático, você costuma resgatar procedimentos que utilizou na resolução de problemas que resolveu anteriormente? (   ) sim   (   ) não

16. Se sua resposta à questão anterior foi “sim”, o que você mais leva em consideração nesse processo?

PARTE 2. DADOS RELACIONADOS À SEQUÊNCIAS E ANÁLISE DE PADRÕES.

1. Quais são as duas sequências mais parecidas entre si, dentre as seguintes? Indique em que você se baseou para fazer sua escolha.

Sequência 1: 2, 5, 8, 11, 14...

Sequência 2: 2, 7, 12, 17, 22, 27, ...

Sequência 3: 3, 6, 9, 12, 15, ...

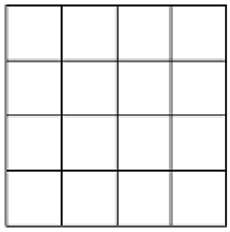
2. Que resposta você esperaria que os estudantes dessem para os dois próximos termos da seguinte sequência numérica: 2, 5, 11...? Justifique sua resposta.

3. Crie uma sequência que tenha semelhança(s) com a sequência dada em seguida, explicando porque entende que a sequência que você criou é semelhante à sequência dada: Sequência A: 3, 4, 6, 9, 13, 18...

4. Crie uma sequência que tenha semelhança(s) com a sequência dada em seguida, explicando porque entende que a sequência que você criou é semelhante à sequência dada: Sequência B: 3, 7, 11, 15, 19...

5. Represente os elementos da sequência numérica dada em seguida por meio de figuras, indicando (por meio de uma expressão algébrica; descrição informal; ou figura) como seria o 100º elemento da sequência: 4, 7, 10, 13, 16...

6. O quinto termo de uma sequência figural tem a forma indicada em seguida. Qual você imagina que seja a forma dos três primeiros elementos da sequência? Represente-os e descreva o padrão da sequência que você imaginou, usando a estratégia que quiser (por meio de uma expressão algébrica; descrição informal; ou figura).



7. Uma determinada sequência numérica contém os números 3 e 13 como elementos. Qual pode ser a forma do termo geral dessa sequência? Justifique sua resposta.

8. O oitavo elemento de uma sequência é 20. Qual poderia ser a expressão algébrica para o termo geral? Justifique sua resposta.

9. Pedro listou os cinco primeiros elementos de uma sequência numérica que cresce rapidamente, enquanto Maria listou os cinco primeiros termos de uma sequência numérica que cresce lentamente. a) Dê exemplo das possíveis listas de elementos das sequências de Pedro e de Maria; b) Como cada sequência numérica seria representada graficamente?

10. Considere a seguinte sequência numérica: 5, 7, 9, 11, 13...

Zeca afirmou que o termo geral da sequência, considerando que $t_1 = 5$, é: $t_n = t_{n-1} + 2$.

Erik afirmou que a melhor forma de representar o termo geral é: $t_n = 2n + 3$.

Você concorda ou discorda de Erik? Justifique sua resposta.