



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

ANA BEATRIZ AFONSO DE SOUSA

**PESQUISAS EM PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS: CONVERGÊNCIAS E
POTENCIALIDADES**

**CAMPINA GRANDE – PB
2022**

ANA BEATRIZ AFONSO DE SOUSA

**PESQUISAS EM PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS: CONVERGÊNCIAS E
POTENCIALIDADES**

Trabalho de dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade

**CAMPINA GRANDE – PB
2022**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586p Sousa, Ana Beatriz Afonso de.
Pesquisas em proposição de problemas [manuscrito] :
convergências e potencialidades / Ana Beatriz Afonso de
Sousa. - 2021.
88 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de
Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da
Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2022.

"Orientação : Prof. Dr. Silvanio de Andrade , UEPB -
Universidade Estadual da Paraíba ."

1. Ensino de Matemática. 2. Proposição de problemas. 3.
Grupo de estudos. 4. Produção científica. 5. Produção
acadêmica. 6. UEPB. I. Título

21. ed. CDD 510.1

ANA BEATRIZ AFONSO DE SOUSA

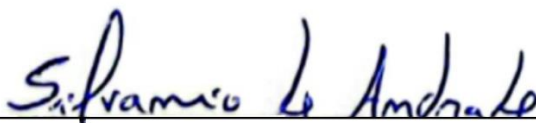
**PESQUISAS EM PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS: CONVERGÊNCIAS E
POTENCIALIDADES**

Trabalho de dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

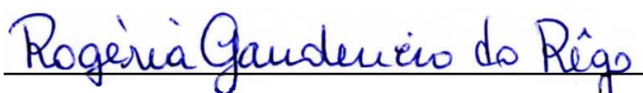
Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em: 21 / 12 / 2021.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Silvanio de Andrade (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Profª. Drª. Rogéria Gaudêncio do Rego (Examinador Interno)
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)



Prof. Dr. Tiêgo dos Santos Freitas (Examinador Externo)
SEECT - PB

Dedico este trabalho aos meus pais e ao meu esposo, pelo apoio e compreensão, e por terem embarcado em mais um sonho junto comigo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu Deus, Jeová, por permitir a concretização de mais um sonho. Ele me fez entender que é necessário abrir mão de algumas coisas para alcançar feitos maiores. Ele me amparou nos momentos de desânimo e ansiedade. Tudo que é possível só é possível graças a Ele.

Aos meus pais e ao meu irmão, por sempre acreditarem em mim e por me incentivarem não só por meio de palavras, mas, também, por ações. Vocês são meu alicerce, reflexo do amor de Deus em minha vida.

Ao meu esposo, companheiro e amigo, pela paciência, por compreender minha ausência, em alguns momentos, pelo incentivo, por todo o carinho e apoio. Ele esteve ao meu lado nas preocupações e em cada uma das pequenas vitórias que fizeram parte desta jornada.

Ao meu orientador, professor Dr. Silvanio de Andrade, pelo respeito às minhas ideias, pela autonomia a mim dada e pelas contribuições e direcionamentos valiosos para a construção deste trabalho.

Aos membros da Banca examinadora, Profa. Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo e Prof. Dr. Tiêgo dos Santos Freitas, por aceitarem o convite e terem colaborado, de forma tão cuidadosa e séria, com excelentes contributos, para a produção desta pesquisa.

Aos meus amigos Jéssica, Cícero, Denis, Saul e Igor, com os quais dividi momentos de preocupações e alegrias, dúvidas e conhecimentos, e dos quais recebi grande apoio e incentivo.

Aos membros do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Educação e Pós-Modernidade (GEPEP) e aos demais colegas de mestrado, pelas trocas de conhecimento e ricas contribuições tanto à minha pesquisa quanto ao meu eu pesquisador.

Aos amigos e familiares, pela torcida.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Agradeço imensamente!

RESUMO

O trabalho, a seguir, teve como objetivo identificar pontos de encontro e contribuições da Proposição de Problemas no ensino-aprendizagem de matemática, a partir de sete dissertações de mestrado desenvolvidas no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM), concentradas no período de 2013 a 2019. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica, de cunho qualitativo. O questionamento que norteou este estudo foi: Quais as convergências e as contribuições da Proposição de Problemas observadas nas dissertações de mestrado, realizadas no PPGECM, no ensino-aprendizagem de matemática? Com isso, no levantamento de dados, consideramos dissertações acerca da Proposição de Problemas (BEZERRA, 2017; MARTINS, 2019; SANTOS, 2019; SILVA, L. 2013; SILVA, S. 2016; SILVA, V. 2015; SILVEIRA, 2016), no âmbito do PPGECM, mais especificamente, aquelas realizadas pelo Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Educação e Pós-Modernidade (GEPEP) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Esses trabalhos foram descritos e analisados ao longo deste estudo, agregados a materiais relevantes da literatura nacional e internacional, constituindo o referencial teórico sobre os quais apoiamo-nos. Nas análises, consideramos aspectos acerca de como as atividades de Proposição de Problemas vêm sendo desenvolvidas pelos pesquisadores. Constatamos que são inúmeras as possibilidades para o trabalho com a Proposição nas aulas de matemática, também percebemos o desconforto que os participantes sentem, inicialmente. No entanto, ao longo das atividades, observamos a tendência de desenvolverem criatividade, autonomia e melhor compreensão do tópico matemático estudado. Destacamos, ainda, a importância da ocorrência das reformulações dos problemas e das discussões coletivas para a aprendizagem matemática. Por fim, acreditamos que nossa pesquisa se propõe, em linhas gerais, a colaborar para a compreensão e incorporação da Proposição de Problemas, além de instigar novas perspectivas e direcionamentos para pesquisas futuras.

Palavras-chave: Proposição de Problemas. Matemática. Dissertações. GEPEP.

ABSTRACT

The current research aims at the objective of identifying meeting points and contributions of Problem-Posing on the teaching-learning of mathematics considering seven master's dissertations developed in the Graduate Program of Science Teaching and Mathematics Education (PPGECM), written between 2013 and 2019. It carries out a bibliographic research with qualitative perspective, having as guide the following question: What is the convergence and contributions of Problem-Posing observed in the master's dissertations of PPGECM on the teaching-learning of mathematics? Concerning this context, it points out a data gathering from Problem-Posing (BEZERRA, 2017; MARTINS, 2019; SANTOS, 2019; SILVA, L., 2013; SILVA, V., 2015; SILVA, S. 2016; SILVEIRA, 2016) on the PPGECM, specifically from those written in the perspective of the Study and Research Group on Education and Postmodernity (GEPEP) by the State University of Paraíba (UEPB). These researches were written and analyzed along this study, together with relevant content from national and international literature, structuring a theoretical approach in which it considers as essential. In the analysis process, it ponders aspects such as Problem-Posing activities developed by researchers. It concludes as countless the possibilities of working with Posing on mathematic classes, as well as it realizes the discomfort participants feel initially. Furthermore, during the activities, it observes the trend of developing creativity, autonomy, and better comprehension of the mathematic topic studied. It highlights, on the other hand, the relevance of the occurrence of reformulations of problems and collective discussions in order to learn mathematics. Moreover, it believes the present research proposes, in a general perspective, the collaboration for the comprehension and implementation of Problem-Posing, leading new perspectives and directions for future researches.

Keywords: Problem-Posing. Mathematics. Dissertations. GEPEP.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Situação livre.....	27
Figura 2 - Problema com uma resposta determinada.....	27
Figura 3 - Proposição de Problemas a partir de uma informação - imagem.....	28
Figura 4 - Proposição de Problemas a partir de um tema.	28
Figura 5 - Proposição de Problemas a partir de uma palavra.....	28
Figura 6 - Proposição de Problemas a partir de uma situação problema.	29
Figura 7 - Proposição de Problemas baseada em um cálculo.....	29
Figura 8 - Processo de Resolução, Exploração e Proposição de Problemas.....	38
Figura 9 - Atividade de Proposição de Problemas: função exponencial.....	48
Figura 10 - Problema elaborado pelos alunos: função exponencial.	49
Figura 11 - Atividade de Proposição de Problemas: função.....	51
Figura 12 - Proposição de Problemas dos grupos envolvendo função.....	52
Figura 13 - Proposição de Problemas sobre funções modulares.	53
Figura 14 - Problema elaborado pelos alunos: análise combinatória.	56
Figura 15 - Situação envolvendo a Proposição de Problemas.	58
Figura 16 - Problema elaborado pelo aluno.....	58
Figura 17 - Tarefa de Proposição de Problemas.....	59
Figura 18 - Problema elaborado por um grupo.....	59
Figura 19 - Problema elaborado por aluno.	60
Figura 20 - Tarefa de Exploração de problemas.	62
Figura 21 - Diálogo referente ao problema 8.	63
Figura 22 - Resolução de problema proposto: Sistemas Lineares.	65
Figura 23 - Problema proposto por grupo de alunos.	66
Figura 24 - Problema sobre produto cartesiano.	68
Figura 25 - Problema proposto por uma dupla.	68

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Comparativo entre as possibilidades para a Proposição de Problemas.	30
Quadro 2 - Pesquisas no contexto da Proposição/Formulação de Problemas.	43
Quadro 3 - Síntese da dissertação 1.	50
Quadro 4 - Síntese da dissertação 2.	54
Quadro 5 - Síntese da dissertação 3.	56
Quadro 6 - Síntese da dissertação 4.	61
Quadro 7 - Síntese da dissertação 5.	64
Quadro 8 - Síntese da dissertação 6.	67
Quadro 9 - Síntese da dissertação 6.	70

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	22
2.1. Concepções acerca da Proposição de Problemas	23
2.2. Como usar a Proposição de Problemas nas aulas de Matemática?	24
2.3. Proposição de Problemas pelos Professores	32
2.4. Proposição de Problemas pelos alunos	35
2.5. Conexões entre a Resolução e Proposição de Problemas	36
2.6. A Proposição de Problemas no contexto da Exploração de Problemas e outras perspectivas	37
3 UM OLHAR PARA AS PESQUISAS BRASILEIRAS EM PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS	42
3.1 Escolha e apresentação dos materiais	42
3.2. Descrição e análise das pesquisas	46
3.3 Análise geral das dissertações	70
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	78
REFERÊNCIAS.....	84

1 INTRODUÇÃO

Desde os tempos antigos, o ser humano é movido por questionamentos fundamentais à evolução do pensamento e para a modernização da vida, o que torna perceptível que problematizar seja a motivação primária, o desafio impulsor para a busca por soluções e para o constante ciclo de novas perguntas e respostas que surgem a partir de uma única indagação inicial.

Os questionamentos e problemas advindos do cotidiano, como de contagem, divisão de terras e de relações comerciais, podem ser facilmente identificados na História da Matemática, destacando as contribuições das necessidades do dia a dia para a evolução de conceitos matemáticos.

As problematizações são responsáveis por gerar avanços no pensamento, na matemática, no ensino, na aprendizagem e na vida. O ensino de Matemática, em particular, tem passado por diversas mudanças ao longo do tempo, tanto no currículo quanto nas práticas pedagógicas, no intuito de potencializar a aprendizagem e possibilitar a construção dos conceitos matemáticos que se revelam essenciais para a formação do pensamento matemático dos alunos, refletindo nas tomadas de decisões, no desenvolvimento da criticidade e da autonomia.

Nesse contexto, a presente pesquisa trata-se de um estudo bibliográfico acerca da Proposição de Problemas em Educação Matemática, os avanços dentro desse campo observados em trabalhos nacionais e internacionais e suas contribuições no processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Inicialmente, sentimos a necessidade de deixar claro, aqui, o que entendemos por problema. Concordamos com Andrade (2017), uma vez que o autor entende um problema como situação que não possui resposta nem procedimento disponível instantaneamente e que o indivíduo ou grupo ao qual o problema foi proposto deseje realizá-lo. Isso significa que o foco principal não está em resolver, mas, sim, em provocar no aluno a realização de algum trabalho efetivo.

Uma das características de um problema é a superação de obstáculos, e o aluno, ao se deparar com tal situação, é desafiado a prever resultados, elaborar estratégias para a solução e, essencialmente, refletir sobre a ação realizada ao longo do processo. A reflexão faz com que a atividade de Resolução de Problemas contribua, efetivamente, para a formação do discente, não apenas em termos de conceitos matemáticos, mas também na sua postura frente às situações do

cotidiano. Nesse sentido, a Resolução de Problemas é “um meio eficaz para fazer matemática, para desenvolver a construção do pensamento matemático-reflexivo levando tal ensino a um sentido claro e objetivo, produzindo significado para quem estude” (ANDRADE; NASCIMENTO, 2017, p. 4).

Muitas vezes, os docentes acabam subestimando, direta ou indiretamente, a capacidade dele e dos discentes, buscando exercícios semelhantes aos que foram feitos anteriormente, nos quais, na maioria das vezes, são feitas alterações mínimas para que não acabe fugindo do padrão de resolução em que o aluno só precisa repetir o processo realizado outrora para chegar ao resultado. O que deve ser considerado é que:

Certamente, os problemas devem ter sido criados antes para resolvê-los, mas a criação de problemas não deve ser vista como uma tarefa árdua exclusivamente de especialistas, nem considerar que os problemas a serem trabalhados nas aulas devem ser apenas aqueles que aparecem nos livros ou na internet.¹(JURADO, 2014, p.8, tradução nossa).

É necessária a tomada de consciência de que os problemas podem ser criados tanto por professores quanto por alunos, não se restringindo apenas à resolução de problemas prontos. Essa prática, apesar de comum, é falha e faz com que os educandos não vejam sentido nenhum em estudar matemática.

Esse fato reflete, ainda, em impactos negativos ao processo de ensino-aprendizagem, no qual o conhecimento é obtido através de repetições e não por compreensão de conceitos, ideias e significados, em que estudantes conseguem adaptar o que aprenderam a novos contextos e, assim, ampliar o repertório, não se limitando a uma única situação e, conseqüentemente, dificultando a aquisição de habilidades matemáticas importantes, conforme Brasil (2018), tais como: raciocinar, comunicar-se, representar e argumentar matematicamente.

É necessário, nesse sentido, que os professores possam compreender a importância do seu papel na aprendizagem de seus alunos, tendo a oportunidade, durante a sua formação e/ou durante a sua prática docente, de ter experiências que lhes possibilitem compreender a matemática e, a partir daí, diversificar sua prática

¹ Ciertamente, los problemas tienen que haberse creado antes para poder resolverlos, pero la creación de problemas no debe verse como una tarea exclusiva de expertos, ni considerar que los problemas a trabajar en clases deben ser únicamente aquellos que figuran en los libros o en internet.

pedagógica, reconhecendo-se professor-pesquisador por toda a sua trajetória em sala de aula.

Obviamente, ser um professor que reconhece o seu papel na sociedade não é simples, exige esforço, dedicação e estudo aprofundado, para que possa estar sempre atualizado e desenvolvendo um trabalho de qualidade. E trabalhar a Proposição de Problemas em sala de aula requer um professor que domine o conteúdo, tenha objetivos definidos e claros, saiba ouvir e esteja disposto a auxiliar o estudante a ajustar suas compreensões.

Na estrutura de aprendizagem ativa proposta por Ellerton (2013), quando a Proposição de Problemas não está incluída nas aulas de matemática e os problemas limitam-se a sua resolução, as experiências matemáticas dos alunos acabam sendo interrompidas, privando-os da oportunidade de refletir, questionar, criticar.

Nesse sentido, é inegável que a Resolução de Problemas vem se mostrando potencializadora na aprendizagem matemática, tanto para alunos quanto para professores em formação (ENGLISH, 1997; LOWRIE, 2002; ROSLI *et al.*, 2015; LEIKIN, 2015; MARTINS, 2019). Mas como seria se, ao invés de apenas resolver, os alunos experimentassem elaborar seus próprios problemas? Esse questionamento não tem a pretensão de depreciar a Resolução de Problemas e os avanços decorrentes das pesquisas até o presente momento e as que estão por vir, mas ampliar a visão para além dela, mostrando a possibilidade de propor problemas seja antes, durante e/ou depois da resolução (SILVER, 1995) e da exploração de problemas (ANDRADE, 2017).

Em sua proposta de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, Andrade (1998, 2017) considera a Exploração como impulsionadora da Resolução e da Proposição de Problemas, como fazendo parte de todo o processo. De fato, ao explorarmos um problema, temos acesso a novas extensões que poderiam não ser alcançadas somente no processo de resolução, processo esse que pode também dar origem a novos problemas.

Em vista dessas conspirações, é válido ressaltar que o foco deste trabalho está na Proposição de Problemas e na forma como esses processos ocorrem na prática de sala de aula. Assim, percebemos que, para um trabalho baseado na Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, há a necessidade da compreensão de cada um dos processos. Pelo que temos notado ao longo da leitura

de trabalhos nesta temática, a Proposição de Problemas se encontra ainda muito tímida, e este fato nos causou bastante interesse.

Vejamos, a seguir, alguns materiais que têm nos ajudado na compreensão do nosso objeto de estudo e eventos importantes que têm evidenciado a importância de sua inserção na matemática escolar.

Após a Resolução de Problemas ter sido considerada o centro da aprendizagem Matemática, Brown e Walter (1983) lançaram a primeira edição do livro *A Arte de Propor Problemas*², voltando a atenção para a Proposição de Problemas em Matemática e suas conexões com a Resolução de Problemas, tendo o objetivo de ajudar os leitores a entenderem o que é e como usar a Proposição de Problemas, fornecendo uma visão mais ampla do que pode ser feito com os problemas. Esse livro culminou no interesse de vários pesquisadores ao longo dos anos seguintes e, hoje, a Proposição de Problemas, ainda que não tenha o devido reconhecimento e mesmo sendo considerada uma tendência na Matemática escolar, tem sido visível o crescente interesse nos últimos anos, mostrando-se uma temática forte que oferece muitos aspectos a serem discutidos e aprofundados, como os abordados no livro citado acima, dentre outros mencionados em materiais usados ao longo do estudo.

Em 1989, o Conselho Nacional de Professores de Matemática³ (NCTM) considerou a Proposição de Problemas favorecendo sua expansão e notoriedade em estudos e eventos importantes. No Brasil, o tema foi considerado como parte da temática de uma mesa redonda no XIII Encontro Nacional De Educação Matemática (ENEM), que aconteceu em Cuiabá, no Mato Grosso, em 2019. Neste mesmo evento, destacam-se as apresentações e publicações de artigos relacionados ao tema, cujas pesquisas foram realizadas por membros do Grupo de Estudos e Pesquisa de Educação e Pós-Modernidade (GEPEP), o qual é composto por alunos e ex-alunos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e coordenado pelo Professor Dr. Silvanio de Andrade, também orientador deste estudo. Estes pesquisadores têm se concentrado, em sua maioria, em desenvolver estudos acerca da Resolução, Exploração e Proposição de Problemas, motivados

² The Art of Problem Posing

³ National Council of Teachers of Mathematics

por entender as contribuições dessa metodologia no ensino-aprendizagem de matemática.

A Proposição de Problemas recebeu, ainda, destaque no 17º Grupo de Estudos de tópicos⁴ da 14ª edição do Congresso Internacional de Educação Matemática⁵ (ICME), sediado por Xangai – China – previsto, inicialmente, para ocorrer em 2020, mas, devido à pandemia causada pelo novo coronavírus, foi realizado somente em julho de 2021.

Nesse mesmo evento, destacam-se as apresentações e publicações de trabalhos relacionados à temática, dentre os quais ressaltamos o trabalho apresentado por Silvanio de Andrade, intitulado por *Exploração, Resolução e Proposição de Problemas na multicontextualidade da sala de aula de Matemática e na Educação de Professores: uma perspectiva na Educação Crítica*⁶. Esse envolvimento em um evento tão reconhecido, como o ICME, mostra o vigor das pesquisas do GEPEP em Proposição de Problemas, fortalecendo a preocupação com a multicontextualidade da sala de aula e a Educação Crítica.

Ao longo das pesquisas sobre nosso objeto de estudo, podemos perceber que elas estavam voltadas, inicialmente, à Proposição de Problemas pelos alunos e às relações existentes entre as habilidades de resolver e propor problemas. Posteriormente, surgiram estudos voltados para a Proposição de Problemas na formação do professor, especialmente professores em formação e a busca pela compreensão acerca da forma que a Proposição de Problemas oportuniza ou não a aprendizagem dos alunos, e o modo com que esses tipos de tarefas eram abordados no currículo da matemática escolar, bem como sua associação aos recursos tecnológicos.

Dentre os avanços nas pesquisas sobre essa temática em âmbito internacional, destacamos trabalhos como o livro *Proposição de Problemas Matemáticos: da Pesquisa à Prática Efetiva*⁷, editado por Singer, Ellerton e Cai (2015), que sintetiza o estado atual das pesquisas sobre Proposição de Problemas em Educação Matemática, por meio de uma coleção de artigos que abordam fatos históricos, a importância do tema, a facilidade e dificuldade na Proposição de

⁴ Topic Study Groups (TSG).

⁵ International Congress on Mathematical Education (ICME).

⁶ Mathematics Problem Multicontextual Exploration, Solving and Posing in the Classroom and Teacher Education: A Perspective in Critical Education

⁷ Mathematical problem posing: from research to effective practice.

Problemas de alta qualidade, os tipos de problemas (no que tange à sua estrutura), além de direcionar para as principais pesquisas que destacam os avanços, a forma como a Proposição de Problemas é trabalhada com alunos no currículo da matemática escolar, nos programas de formação de professores de matemática, no desenvolvimento profissional de professores, e as conexões existentes entre a Resolução e Proposição de Problemas, tendo suas ramificações compreendidas dentre esses eixos.

O livro *Perspectivas para Resolução de Problemas*, organizado por Onuchic, Leal Junior e Pironel (2017), reúne trabalhos de diversos autores de destaque com enfoque na Resolução de Problemas, sob diferentes perspectivas e sintetiza os avanços mais recentes até sua publicação. Diante do nosso objeto de estudo, destacamos o capítulo 12, com o tema *Um caminhar crítico reflexivo sobre a Resolução, Exploração e Proposição de Problemas no cotidiano da Sala de aula* (ANDRADE, 2017), no qual o autor afirma ter voltado a atenção à temática de Resolução, Exploração e Proposição de Problemas e entende que o trabalho com a Exploração de Problemas sempre compreende tanto a Resolução quanto a Proposição de Problemas, além disso, a temática é abordada conforme a perspectiva da Educação crítica em que o estudante explora o problema não só no sentido da compreensão matemática, mas diante de um contexto sócio-político-cultural.

Os esforços diante da busca por melhorias no ensino-aprendizagem da matemática refletem em mudanças no currículo, nos materiais didáticos e na prática docente. Com isso, selecionamos também o livro *Proposição e Resolução de Problemas Matemáticos: avanços e novas perspectivas*⁸, de Felmer, Pehkonen e Kilpatrick (2016), que apresenta uma edição especial abordando aspectos e avanços tanto da Resolução quanto da Proposição de Problemas Matemáticos. O livro baseia-se em publicações consideradas influentes (MASON *et al.*, 1985; SCHOENFELD, 1985; KILPATRICK, 1987) e seus capítulos são frutos de apresentações decorrentes de um Workshop ocorrido ao final de um projeto, com o intuito de discutir os principais resultados das pesquisas realizadas pela Universidade do Chile e a Universidade de Helsinque, com duração de três anos

⁸ Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and new perspectives.

(2010 a 2013), tendo como foco os Problemas Abertos, envolvendo diferentes especialistas de todo o mundo.

O material divide-se em três capítulos:

- i) Proposição e Resolução de Problemas hoje;
- ii) Alunos, Proposição e Resolução de Problemas;
- iii) Professores, Proposição e Resolução de Problemas.

Esses capítulos apontam para as reformas curriculares como causa do crescente reconhecimento da Proposição de Problemas Matemáticos, que tem provocado reflexos tanto na matemática escolar quanto na Educação Matemática, em todos os níveis escolares, de todo o mundo.

Destacamos, aqui, o primeiro capítulo que teve por objetivo compreender como a Proposição de Problemas matemáticos é incorporada ao currículo e aos livros didáticos. Para isso, foi feito um comparativo entre livros didáticos adotados pela China e pelos Estados Unidos, uma vez que, nesses países, a Proposição de Problemas é tida com um elemento importante na Matemática escolar e na Educação Matemática, as pesquisas são crescentes nessa temática e, como mostrado acima, vem sendo cada vez mais fortemente implantada na matemática curricular. Como resultados, observou-se que os livros didáticos da China apresentam uma porcentagem maior de tarefas de Proposição de Problemas comparado aos livros dos Estados Unidos, por outro lado, estes incluíam mais informações na forma de fotos, figuras e tabelas, no entanto, a quantidade de tarefas de Proposição de Problemas é considerada muito pequena em ambos os materiais, e essas tarefas, em sua maioria, são sobre números e operações, dificilmente sobre geometria, por exemplo, além disso, não houve o uso de ferramentas tecnológicas para promover a Proposição de Problemas.

É notório o esforço para incorporar a Proposição de Problemas na matemática curricular, contudo, é possível observar que há grande dificuldade em incorporá-la aos livros didáticos e, mais ainda, nas aulas, uma vez que a percepção sobre ela influencia a forma como será tratada nas orientações curriculares, abordada nos livros didáticos e trabalhada em sala de aula.

Mesmo que de forma muito discreta, os PCN do Ensino Fundamental I (BRASIL, 1997) e Fundamental II (BRASIL, 1998), há mais de duas décadas, já pontuavam, dentre os objetivos para a aprendizagem de Matemática, a capacidade dos alunos em “questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de

resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (BRASIL, 1997,1998, np). Entretanto, na prática, pouco se ouve falar da Proposição de Problemas nas aulas de Matemática.

Os PCN do Ensino Médio destacam habilidades e competências em Matemática, como as selecionadas, a seguir:

- Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Produzir textos matemáticos adequados. [...]
- Formular hipóteses e prever resultados. [...]
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes [...] (BRASIL, 2000, p. 46)

Analisando a terceira habilidade citada acima, podemos entender a importância do contato dos alunos com a Proposição de Problemas durante as aulas de Matemática, pois, com a elaboração de um problema a partir de uma informação, tema, conteúdo ou situações norteadoras é que os alunos poderão formular hipóteses e prever resultados, contribuindo, conseqüentemente, para o alcance das demais habilidades mencionadas, estendendo-se para além delas. Nesta mesma linha de pensamento, a BNCC (2021) destaca como uma das competências gerais imprescindíveis da Educação Básica:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BRASIL, 2021, online).

As ações mencionadas acima de formular, resolver problemas e criar soluções são inerentes às atividades de Proposição de Problemas e levam os estudantes a investigar, refletir e analisar criticamente.

Como pudemos perceber, as orientações curriculares não mencionam a implementação da Proposição de Problemas em sala de aula, mas entendemos que esta possibilita que os estudantes se expressem com clareza, tenham uma postura investigativa, formulem hipóteses, prevejam resultados, entre outras habilidades e competências que mencionamos acima. Deste modo, a Proposição de Problemas pode ser um meio de alcançar tais objetivos da aprendizagem matemática e formação social.

O NCTM⁹ (2000, p. 258, tradução nossa) incentiva os alunos a “formular problemas interessantes, baseados numa ampla variedade de situações, tanto dentro como fora da matemática”¹⁰. Essa ampla variedade de situações é apontada por Doyle (1983) como diferentes demandas que são capazes de propiciar ricos contextos para o desenvolvimento matemático dos alunos.

Após as discussões aqui feitas, cabe destacarmos que o interesse pela temática surgiu durante o curso de mestrado no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), na disciplina de Resolução de Problemas e Construtivismo Social, ministrada pelo Professor Dr. Silvanio de Andrade, também orientador deste trabalho. Durante as atividades realizadas na disciplina, foi possível perceber a importância de utilizar tarefas de Proposição de Problemas em sala de aula e a forma positiva como elas influenciam a compreensão do conteúdo, possibilitando novas oportunidades de aprendizagem.

Antes disso, a ideia era trabalhar com a temática da Resolução de Problemas, no entanto, após a experiência com a Proposição de Problemas, o olhar à sala de aula ganhou uma nova configuração e sempre que se pensava em algum conteúdo de matemática, de modo natural, emergiam questionamentos e ideias acerca de como trabalhar a Proposição de Problemas com determinado conteúdo, despertando o interesse em entender o tema, incorporá-lo à prática de sala de aula e compreender os desdobramentos das pesquisas neste campo, contribuindo, conseqüentemente, com os que tenham motivações similares.

A ideia do projeto de pesquisa foi uma novidade, pois, diante dos estudos desenvolvidos em Educação Matemática no Brasil, até o momento, ainda se encontravam bastante limitadas as pesquisas acadêmicas dentro do campo da Proposição de Problemas.

Na busca por materiais acerca do tema, foi possível perceber uma certa limitação nas produções no Brasil e a escassez de materiais na língua materna tornando a Proposição de Problemas algo ainda muito discreto e distante da prática escolar. Tendo em vista que Getzels (1979), naquela época, considerava a Proposição de problemas negligenciada se comparado a Resolução de Problemas,

⁹ National Council of Teachers of Mathematics.

¹⁰ formulate interesting problems based on a wide variety of situations, both within and outside of mathematics.

percebemos que, ainda hoje, a Proposição de Problemas não tem o reconhecimento devido, especialmente no Brasil.

Outro fato que nos chamou atenção ao longo da participação de alguns eventos na área de Educação Matemática é que professores da área e/ou pesquisadores ainda demonstram conhecer pouco ou nada sobre a Proposição de Problemas e, dentre os que conhecem, poucos sabem da quantidade de trabalhos produzidos acerca desse tema. Além disso, pudemos perceber, diante das falas de alguns participantes, que as pesquisas brasileiras em Proposição de Problemas ainda passam despercebidas, apesar de tantos esforços.

Esse contexto nos motivou a contribuir, por meio deste estudo, para a ampliação do conhecimento acerca da Proposição de Problemas, gerando o seguinte questionamento: Quais as convergências e contribuições da Proposição de Problemas observadas nas dissertações de mestrado, realizadas no PPGECM, no ensino-aprendizagem de matemática?

Com base no problema de pesquisa, foram alinhados os objetivos a seguir:

Objetivo Geral:

- Identificar pontos de encontro e contribuições da Proposição de Problemas no ensino-aprendizagem de matemática.

Objetivos específicos:

- Analisar a literatura em Proposição de Problemas, a fim de mapear as pesquisas e compreender como as de âmbito nacional têm avançado nessa temática;
- Refletir acerca das possibilidades do uso da Proposição de Problemas em sala de aula;
- Colaborar para a compreensão e incorporação da Proposição de Problemas em sala de aula.

A pesquisa é de caráter qualitativo por acreditar que o objeto de estudo, de acordo com Godoy (1995, p. 21), “pode ser melhor compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte, devendo ser analisado numa perspectiva integrada” e permitindo, assim, uma investigação que direcione e aclare os questionamentos levantados, possibilitando deduções e inferências com respaldo em estudos.

Trata-se, ainda, de um estudo bibliográfico, que pode ser entendido como um “procedimento metodológico importante na produção do conhecimento científico capaz de gerar, especialmente em temas pouco explorados, a postulação de

hipóteses ou interpretações que servirão de ponto de partida para outras pesquisas” (ibidem, p. 44), o que se faz totalmente oportuno neste contexto.

A pesquisa está dividida em quatro capítulos:

No capítulo 1, com esta introdução, expomos o objeto de estudo, um breve recorte histórico, além de apresentar a questão que norteou este estudo, os objetivos e procedimentos metodológicos utilizados para a construção deste trabalho, bem como a justificativa e uma visão geral da forma como a pesquisa está estruturada.

No capítulo 2, fizemos uma revisão bibliográfica, de modo que o leitor possa ter uma melhor compreensão do que é a Proposição de Problemas, as possibilidades de uso em sala de aula, o trabalho baseado nessas tarefas na construção do conhecimento de educandos e educadores, os links existentes entre a Resolução e a Proposição de Problemas, as relações entre as habilidades de resolver e propor, bem como a Proposição de Problemas na perspectiva da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas. Todos esses pontos serão abordados a posteriori, baseando-se em pesquisas desenvolvidas, reunindo os apontamentos feitos por elas.

No capítulo 3, realizamos uma análise de pesquisas brasileiras, considerando como são abordados aspectos importantes da Proposição de Problemas em cada trabalho. Para isso, fizemos um levantamento de dissertações sobre a Proposição de Problemas que nos serviram como parâmetros, de modo que pudéssemos ter uma melhor compreensão dos dados obtidos, favorecendo um melhor direcionamento de nossas reflexões e conclusões.

No capítulo 4, último deste trabalho, apresentamos uma visão geral do que foi abordado ao longo deste estudo, fazendo uma conexão entre os materiais citados, de modo a tecer as contribuições da Proposição de Problemas para o ensino-aprendizagem de Matemática através das dissertações sobre a temática desenvolvidas pelo PPGECM.

Assim, realizamos uma cautelosa revisão bibliográfica acerca do nosso objeto de estudo, tendo em vista entender, a partir de pesquisas desenvolvidas nesse contexto, como os estudos têm avançado e quais os pontos de encontros observados ao longo das análises. Para isso, pautamo-nos em bibliografias de amplo reconhecimento, como e-books de importância internacional, dissertações

brasileiras e artigos, materiais estes que se mostraram essenciais para contribuir com a nossa pesquisa.

A escolha das dissertações brasileiras justifica-se pelo fato de alguns pesquisadores do grupo GEPEP virem se debruçando sobre o tema e novas pesquisas estarem surgindo em relação à temática, estando entre as primeiras produções no Brasil. Diante de todos esses materiais mencionados, bem como outros citados ao longo deste estudo, serão considerados aspectos relevantes, em busca de pontos de encontro entre eles, a fim de fornecer ao leitor o entendimento acerca da Proposição de Problemas e também de responder à questão levantada inicialmente com base nas reflexões feitas.

Diante de tudo isso, é notório os esforços para inserção da Proposição de Problemas no currículo de matemática, contudo, é possível observar que há uma grande dificuldade em incorporá-la aos livros didáticos e, mais ainda, na prática de sala de aula, uma vez que está envolvido nisso muito mais do que um desejo de inserção, há a preocupação sobre a forma como a Proposição de Problemas será abordada nas orientações curriculares, nos livros didáticos e nas salas de aula.

2 PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Os avanços nas pesquisas e as inúmeras inovações metodológicas na Educação Matemática podem ser observados ao longo da história e entendidos como um caminhar constante em que não se tem um ponto de chegada, apenas de partida. Atualmente, existem inúmeras formas de ensino que buscam potencializar e tornar mais acessível a aprendizagem e uma delas, até então pouco conhecida e investigada, é a Proposição de Problemas. Ela surgiu no campo da Resolução de Problemas, quando o foco ia além de incentivar os alunos a resolverem problemas, isto é, incentivá-los a proporem seus próprios problemas. A partir daí, vários estudos têm sido desenvolvidos acerca desse tema, com maior repercussão a nível internacional, em especial, em países como China e Estados Unidos.

No capítulo anterior, apresentamos, de forma sucinta, nosso objeto de estudo, elencamos eventos importantes relacionados à temática, destacamos algumas publicações relevantes e a forma como elas tratam diferentes aspectos da Proposição de Problemas, observamos como os Parâmetros Curriculares incentivam o desenvolvimento de habilidades e competências que podem ser alcançado com o uso da Proposição de Problemas, expomos a pergunta que impulsionou nosso estudo, bem como nossas motivações e objetivos diante desta pesquisa, mas deixamos para este momento apresentar o que, de fato, é a Proposição Problemas com base na concepção de alguns autores e como ela pode ser trabalhada no contexto da sala de aula.

O termo *Problem Posing* pode ser traduzido como *Proposição de Problemas* ou como *Formulação de Problemas*. Ambos representam termos de mesma ordem e significado, a colocação é pertinente, já que alguns autores optam por usar o termo *Proposição* e outros o termo *Formulação*, como será notado posteriormente. Isso decorre da tradução e familiarização do termo diante do contexto de estudo do pesquisador.

A *Proposição de Problemas* foi o termo com o qual tivemos o primeiro contato, por ser, atualmente, mais utilizado nas pesquisas, então, consideramos esta tradução para nos referirmos ao objeto de estudo, salvo quando forem mencionadas falas ou ideias de outros autores que optaram pela tradução *Formulação de Problemas*. Além disso, podemos nos referir ao ato de propor usando termos sinônimos como elaborar, criar, formular ou apresentar.

Recentemente, Cai e Huang (2020) têm considerado três aspectos importantes de como a Proposição de Problemas vem sendo abordada nas pesquisas, sendo elas como:

- I) **Construto** – consiste no aprofundamento da compreensão acerca da natureza da Proposição de Problemas e do pensamento que professores e alunos têm durante essas tarefas;
- II) **Variável** – busca relacionar a Proposição de Problemas a características mensuráveis, como criatividade, habilidades, entre outros, que são consideradas enquanto variáveis;
- III) **Intervenção** – forma de viabilizar diferentes oportunidades de aprendizagem e resultados, ou, ainda, ampliar o ensino por meio da incorporação de tarefas de Proposição de Problemas.

Entendemos que há forte necessidade de pesquisas que corroborem para a compreensão dos processos cognitivos ao longo das tarefas de Proposição de Problemas, das relações entre as variáveis presentes nesse contexto e de suas contribuições e potencialidades à prática pedagógica. No nosso estudo, focamos em pesquisas voltadas para o aspecto da intervenção, a partir das quais nos preocupamos em entender como a Proposição ocorre, quando, e quem propõe, dentre outros pontos. Mas, antes disso, vamos entender, com base na literatura, o que é a Proposição de Problemas e algumas possibilidades para sua inserção nas aulas de matemática.

2.1. Concepções acerca da Proposição de Problemas

A fim de entender o que, de fato, é a Proposição de Problemas, consideramos as concepções adotadas por alguns autores e alguns aspectos relacionados (CAI *et al.*, 2015; ELLERTON, 2013; ROSLI *et al.*, 2015; SPINILLO *et al.*, 2017; CAI; HWANG, 2020), que serão apresentadas nos parágrafos seguintes.

Ellerton (2013) refere-se à Proposição de Problemas em sala de aula como uma atividade indispensável que possibilita aos alunos pensar criticamente sobre o conhecimento adquirido.

Cai *et al.* (2015, p. 5, tradução nossa) afirmam que a “proposição de Problemas tem sido reconhecida como uma importante atividade crítica intelectual na investigação científica”¹¹.

Rosli *et al.* (2015, p. 335, tradução nossa) entendem que “quando observada do ponto de vista da resolução de Problemas, a Proposição de Problemas é reconhecida como uma atividade cognitiva vantajosa centrada numa perspectiva construtivista”¹².

Spinillo *et al.* (2017, p. 932) percebem que “na realidade, aquele que elabora o problema precisa realizar ações intelectuais importantes como antecipar resultados, procedimentos de resolução e, ainda, dominar os conceitos matemáticos envolvidos na situação”.

Cai e Hwang (2020, p. 2, tradução nossa) definem a Proposição de Problemas Matemáticos como sendo um “processo de formular e expressar um problema dentro do domínio da matemática”¹³.

Vale ressaltar que essas são algumas dentre as inúmeras concepções adotadas na literatura.

Com base nos autores acima, observamos uma convergência entre concepções e aspectos postos, por isso, podemos reunir essas compreensões e concluir que a Proposição de Problemas pode ser entendida como um processo intelectual crítico importante de formular e expressar um problema matemático, que permite prever resultados, procedimentos de resolução e mobilizar ideias/conceitos matemáticos envolvidos numa situação direcionada, não determinada, mas variável e relativa às compreensões daquele que propõe.

2.2. Como usar a Proposição de Problemas nas aulas de Matemática?

Há uma grande dificuldade em incorporar a Proposição de Problemas nas aulas de matemática, uma vez que muitos docentes não tiveram contato com esse tipo de tarefa (LEUNG; SILVER, 1997; MARTINS, 2019) e, até mesmo, por não terem domínio suficiente de determinado tópico matemático. A fim de agregar, nesse

¹¹ Problem posing has long been recognized as a critically important intellectual activity in scientific investigation.

¹² When viewed from the process of problem solving, it is generally recognized that problem posing is a useful cognitive activity centering on a constructivist perspective.

¹³ is the process of formulating and expressing a problem within the domain of mathematics.

sentido, trouxemos, nesta seção, alguns aspectos da Proposição de Problemas que precisam ser compreendidos, com o intuito de mostrar possibilidades para seu uso nas aulas de matemática.

De acordo com Silver (1994), a Proposição de Problemas refere-se tanto à **elaboração de novos problemas** quanto à **reformulação** de um problema dado. Há, assim, uma classificação da Proposição de novos problemas quanto ao momento em que ela acontece diante das tarefas de Resolução de Problemas, podendo ocorrer de três formas: antes, durante e após:

- I) **Antes da Resolução de Problemas** – Quando os problemas são elaborados a partir de uma situação ou experiência, como história, uma imagem, um diagrama, outras formas de representações etc. Nesse caso, o foco está na elaboração do problema e não na sua solução;
- II) **Durante a Resolução de Problemas** – Quando se pode analisar as condições do problema a ser resolvido e alterá-lo, a fim de produzir outros problemas que ajudarão na resolução do problema. Nesse caso, os problemas gerados permitem o alcance de submetas do problema inicial;
- III) **Após a Resolução de Problemas** – Quando já houve a resolução do problema e são propostos problemas alternativos que requerem novas soluções.

O segundo item ao qual nos referimos trata da Proposição de Problemas ao longo do processo de resolução. Neste caso, acreditamos que:

Nós frequentemente temos que tentar várias modificações do problema. Nós temos que variar, que reafirmar, que transformá-lo repetidas vezes até que finalmente sejamos bem-sucedidos em encontrar algo útil. Nós podemos aprender com o fracasso: pode haver alguma boa ideia numa tentativa malsucedida, e nós podemos chegar a uma tentativa mais bem-sucedida modificando uma malsucedida. (KILPATRICK, 2017 *apud* PÓLYA, 1945, p. 182)

Essas modificações são denominadas de reformulação, embora entendamos que esse processo é ainda mais abrangente e está presente também nas tarefas com foco na Proposição de Problemas, uma vez que, dificilmente, pensamos num problema de imediato que não necessite de uma reorganização das ideias, dos conceitos, do contexto, da escrita. Neste sentido, a reformulação de problemas pode ocorrer tanto durante a resolução de problemas quanto durante a proposição.

As tarefas de Proposição de Problemas podem ter outras características, como quão restritos ou não serão esses problemas, isto é, quanto mais especificidades forem atribuídas, mais restritas/menos livres serão as tarefas de Proposição de Problemas. Bonotto (2013 *apud* Stoyanova e Ellerton, 1996) destaca as três categorias da Proposição de Problemas:

- I) **Problemas livres** – são problemas sem restrições, nos quais apenas é dado algum direcionamento de modo que os problemas tendam a ser variados quanto ao contexto, conteúdo, entre outros;
- II) **Problemas Semiestruturados** – Tem-se uma situação que precisa ser completada, para isso, usa-se habilidades, conhecimentos, conceitos e relações advindas de experiências matemáticas anteriores. Nesse caso, pode-se fornecer um enunciado ou uma imagem, por exemplo;
- III) **Problemas Estruturados** - São situações nas quais são propostos problemas a partir de reformulações do problema resolvido ou variando as condições do problema.

Segundo Jurado (2013a), é necessário que os problemas propostos tenham quatro elementos:

Informação – dados quantitativos;

Requerimento – o que se deve descobrir;

Contexto – relação com uma situação real (extra matemático), formal ou estritamente matemática (intra matemático);

Entorno matemático – conceitos matemáticos envolvidos.

Tendo em vista esses elementos, a autor entende que a Proposição de Problemas pode ocorrer de duas formas:

Variação de um problema dado – processo no qual se constrói um novo problema a partir da variação de um ou mais dos quatro elementos;

Elaboração de um problema – processo no qual se elabora um problema a partir de uma situação dada.

Percebemos, com isso, que a autora considerou as formas mais restritas da Proposição de Problemas. Podemos, desta forma, comparar a **variação de um problema** aos **problemas semiestruturados** e a **elaboração de problemas** aos **problemas estruturados**, de acordo com as categorias de Stoyanova e Ellerton (1996), que mencionamos anteriormente.

Nesse sentido, Silver (1995) e Stoyanova (1998) pontuam cinco categorias das tarefas de Proposição de Problemas, nas quais se propõem:

- **Um problema em geral (situações livres)** – em que há maior liberdade na elaboração do problema:

Figura 1 - Situação livre.

Proponha um problema que possa ser resolvido pelo seu professor.

Fonte: Stoyanova (1998).

- **Um problema com uma resposta determinada** – nesse caso, a resposta é ponto de partida para a elaboração do problema, sendo necessária a elaboração de uma situação que se ajuste à resposta:

Figura 2 - Problema com uma resposta determinada.

Escreva um problema apropriado para o seguinte¹⁴:
 $(2300 + 1100) - 790 = n$

Fonte: Klaassen e Doorman (2015).

- **Um problema que contenha informações específicas** – essas informações podem ser palavras, contextos, conteúdos, imagens, entre outros, que devem ser levados em consideração no momento da formulação do problema. Vejamos alguns exemplos:

Informação específica – imagem:

¹⁴ Write na appropriate problem for the following.

Figura 3 - Proposição de Problemas a partir de uma informação - imagem.

			1					
			3		5			
		7		9		11		
	13		15		17		19	
21		23		25		27		29

O padrão continua. Eu queria resolver alguns problemas que usem esse padrão, para um grupo de alunos do ensino médio. Ajude-me escrevendo quantos problemas puder no espaço abaixo¹⁵.

Fonte: Cai (2012, tradução nossa).

Informação específica – tema:

Figura 4 - Proposição de Problemas a partir de um tema.

Conteúdo de matemática: equação linear com um valor desconhecido¹⁶.

Fonte: Lu e Wang (2016, tradução nossa).

Informação específica – palavra:

Figura 5 - Proposição de Problemas a partir de uma palavra.

A partir de uma das palavras sorteadas, elaborar um problema.
 BARALHO – MENINAS OU MENINOS – CIDADE – SENHAS – LETRAS – LIVRO –
 NÚMEROS – FILAS – CADEIRAS – FUTSAL – SORTEIO

Fonte: Silveira (2016).

- **Perguntas para uma situação problema** – trata-se, por sua vez, de completar o enunciado ou texto, com a elaboração de perguntas. Neste caso, os questionamentos precisam ter conexão com o enunciado/texto base:

¹⁵ The pattern continues. I wanted to make up some problems that used this pattern for a group of high students/college freshmen. Help me by writing as many problems as you can in the space below.

¹⁶ Linear equation with one unknown.

Figura 6 - Proposição de Problemas a partir de uma situação problema.

Escreva três questões que podem ser respondidas com as informações abaixo:

Jerome, Elliot e Arturo se revezavam voltando de uma viagem para casa. Arturo dirigiu 80 milhas a mais do que Elliot. Elliot dirigiu duas vezes a quantidade de milhas de Jerome. Jerome dirigiu 50 milhas.¹⁷

Fonte: Silver e Cai (1996, tradução nossa).

- **Um problema baseado num cálculo dado** – nestes tipos de tarefas, a expressão ou operação matemática direciona o tipo de problema que será proposto.

Figura 7 - Proposição de Problemas baseada em um cálculo.

O que você diria que seria uma boa história ou modelo para $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$?¹⁸ (L. Ma, 1999, tradução nossa)

Fonte: Ma, Liping (1999, tradução nossa).

Apresentamos essas categorias como sugestões para mostrarmos como a Proposição de Problemas pode ocorrer na prática de sala de aula, contudo, ela vai muito além desses exemplos. Outro aspecto importante é que ela pode ocorrer diante das situações apresentadas: antes, durante, depois da Resolução de Problemas. O momento em que ela ocorrerá depende dos objetivos da atividade e, conseqüentemente, essa ordem irá influenciar os resultados, discussões, produções e compreensões, de modo geral.

A Proposição de Problemas matemáticos pode ser, a princípio, algo complexo ou irrealizável para o aluno e não é surpreendente que ele sinta dificuldade em propor problemas, pois, dificilmente, os estudantes têm, em algum momento, oportunidade para formular seus próprios problemas. Segundo Chica (2001, p. 151):

dar oportunidade para que os alunos formulem problemas é uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação; que relação há entre os dados

¹⁷ Write three different questions that can be answered from the information below. Jerome, Elliot, and Arturo took turns driving home from a trip. Arturo drove 80 miles more than Elliot. Elliot drove twice as many miles as Jerome. Jerome drove 50 miles.

¹⁸ What would you say would be a good story or model for $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$?

apresentados, a pergunta a ser respondida e a resposta; como articular o texto, os dados e a operação a ser usada [...] os alunos sentem que têm controle sobre o fazer matemático e que podem participar desse fazer, desenvolvendo interesse e confiança diante de situações-problemas.

A autora traz, ainda, diversas propostas de abordagem da Proposição de Problemas em sala de aula:

- A partir de um problema dado, criar uma pergunta que possa ser respondida a partir dele;
- A partir de uma figura dada, criar uma pergunta;
- A partir de um início dado, continuar o problema;
- A partir de um problema dado, propor um semelhante.

Avançando nessa perspectiva, ela apresenta ainda a proposição:

- A partir de uma pergunta;
- A partir de uma palavra;
- A partir de uma resposta dada;
- A partir de uma operação;
- A partir de um tema;
- A partir de um determinado tipo de texto.

As propostas de abordagem acima podem ser relacionadas às categorias propostas por Silver (1995) e Stoyanova (1998). Para uma melhor visão dessa relação, construímos o quadro a seguir:

Quadro 1 - Comparativo entre as possibilidades para a Proposição de Problemas.

CATEGORIAS (SILVER, 1995; STOYANOVA, 1998)	PROPOSTAS (CHICA, 2001)
Problema geral (situações livres)	
Problema com uma resposta determinada	- A partir de uma resposta dada
Problema que contenha informações específicas	- A partir de uma figura - A partir de uma pergunta - A partir de uma palavra - A partir de um tema - A partir de um determinado tipo de texto
Perguntas para uma situação Problema	- A partir de um problema dado,

	criar uma pergunta que possa ser respondida a partir dele - A partir de um início dado, continuar o problema
Problema baseado num cálculo dado	- A partir de uma operação
	- A partir de um problema dado, propor um semelhante

Fonte: Organizado pela pesquisadora.

As propostas de Chica (2001) se enquadram em algumas categorias. Podemos perceber que nenhuma dessas propostas está relacionada às situações livres, enquanto a última proposta não está inclusa dentro das categorias mencionadas, no entanto, podemos considerá-la como uma reformulação, seguindo a ideia de Silver (1994), uma vez que, ao propor um problema semelhante, mantém-se algumas das condições/características admitidas no problema dado inicialmente.

Podemos compreender que as propostas de Chica (2001) são algumas possibilidades para a incorporação da Proposição de Problemas nas aulas de matemática, no entanto, as categorias conseguem fornecer uma amplitude maior, mesmo que ainda não sejam suficientes para determinar todas as possibilidades do trabalho com a Proposição de Problemas. Por exemplo, na segunda categoria apresentada no quadro acima, percebemos que as informações específicas mencionadas envolvem muito mais possibilidades que figura, pergunta, palavra, tema ou texto.

Nosso intuito, ao fazer essa comparação, é de mostrar algumas convergências existentes entre as pesquisas, até porque os trabalhos são conduzidos pelos artigos de Silver (1994,1995), que foram pesquisas mais iniciais acerca de como inserir a Proposição de Problemas nas aulas de matemática.

Podemos observar que, na maioria das possibilidades acima, apontadas pela pesquisadora, a Proposição de Problemas ocorre após a resolução, no entanto, como mencionamos anteriormente, ela pode ocorrer antes, durante ou após a Resolução de Problemas.

Atualmente, as discussões têm dado pouca ou nenhuma atenção a esse tipo de categorizações e propostas, tal fato pode revelar-se como indicativo de que as pesquisas não devem se restringir apenas a alguns tipos de tarefas de Proposição

de Problemas ou a determinadas abordagens, ainda assim elas são importantes, pois norteiam a prática pedagógica.

Nesse sentido, é importante que tenhamos ciência de como as pesquisas vêm sendo desenvolvidas. Sabemos que os três aspectos são de grande importância para o trabalho com a Proposição de Problemas e cada um tem papel fundamental, considerando que uma pesquisa pode abordar um ou mais desses aspectos.

Por fim, as categorias e propostas de abordagem da Proposição de Problemas, nas aulas de matemática, foram apresentadas como forma de destacar possibilidades para esse trabalho, seja por meio de atividades mais ou menos livres, e até mesmo antes, durante ou depois da Resolução de Problemas. Para isso, trouxemos algumas situações selecionadas de trabalhos importantes a fim de auxiliar na incorporação de tais tarefas na prática de sala de aula pelo professor. Em síntese, buscamos contribuir para a compreensão da Proposição de Problemas tanto no contexto de inserção em sala de aula quanto como campo de pesquisa.

2.3. Proposição de Problemas pelos Professores

Diante da necessidade de integrar a Proposição de Problemas à Matemática Escolar, faz-se necessário ao docente estar familiarizado com tarefas de Proposição de Problemas, uma vez que estas oportunidades levam o professor a compreender o processo envolvido nesse ínterim. Além disso, associar a Proposição de Problemas à prática escolar exige do professor uma mediação adequada, de modo a regular a ação do discente e direcioná-lo, com base nos objetivos de aula, sendo necessário dominar conceitos matemáticos para captar as possibilidades existentes nas falas ou registros escritos dos estudantes.

Com base nesses fatos, pesquisadores (LEIKIN, 2015; MARTINS, 2019; ROSLI *et al.* 2015) têm se preocupado em como ensinar através da Proposição de Problemas, bem como analisar a performance dos professores diante de atividades de Proposição de Problemas e a qualidade dos seus problemas.

Nessas condições, Rosli *et al.* (2015) realizou uma pesquisa com 51 professores do ensino médio em fase de formação, esses professores foram divididos em dois grupos e cada um realizou duas tarefas, só que em ordens distintas. Elas consistiam em uma mesma situação, no entanto, uma sob a

perspectiva da Resolução de Problemas e outra sob a perspectiva da Proposição de Problemas.

Os resultados apontaram que os professores foram capazes de propor Problemas básicos de aritmética, apresentando algumas dificuldades na compreensão de alguns conceitos, o que influenciou o processo de generalização e constatou-se, ainda, que os que resolveram o problema primeiro tiveram mais facilidade em elaborar um problema em seguida, devido a terem em mente um modelo apropriado, já os que elaboraram os problemas primeiro tiveram mais facilidade na resolução, pois é provável que tenham elaborado o problema prevendo a resposta.

Leikin (2015) aprofundou o campo das pesquisas em Proposição de Problemas com docentes, partindo para o campo das demonstrações/provas matemáticas. O estudo foi desenvolvido a longo prazo, com 22 professores, através de um curso de geometria voltado para o avanço da experiência tanto na Resolução de Problemas quanto na Proposição de Problemas, através da utilização de múltiplas tarefas de demonstrações e investigações matemáticas no Ambiente da Geometria Dinâmica. O estudo aponta esses ambientes como ferramentas eficazes de Proposição de Problemas e a destaca como uma importante habilidade para os professores, que favorece a prática docente e a torna mais flexível, possibilitando descobertas matemáticas condizentes às suas habilidades.

Martins (2019) realizou uma pesquisa de mestrado com professores em formação do curso de licenciatura em matemática e teve como objetivo analisar as contribuições da metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução, Exploração e Proposição de Problemas associada às Representações Múltiplas de Álgebra no Ensino de Sistemas Lineares. O trabalho foi desenvolvido em duas etapas: a primeira por meio de uma oficina direcionada pela pesquisadora e a segunda parte se deu por meio de seminários apresentados pelos licenciandos.

Como resultado, com ênfase na Proposição de Problemas, foi possível notar uma certa dificuldade por parte dos alunos, por ser algo novo para eles, ainda assim, com a mediação da professora-pesquisadora foram propostos bons problemas. Os licenciandos puderam refletir sobre o processo de ensino-aprendizagem, compreender e aprofundar ideias e conceitos referentes a Sistemas Lineares e suas múltiplas representações, além de incorporar a Proposição de Problemas, o que se revelou pela nova postura frente às tarefas desenvolvidas e à condução dos

seminários. Além disso, o trabalho com a Resolução de Problemas, no primeiro momento, e a exploração deles, posteriormente, colaborou para nortear os futuros professores nas atividades de Proposição de Problemas.

Jurado (2013b) destaca razões didáticas para o trabalho com a Proposição de Problemas nas aulas de matemáticas, a saber:

- Propor problemas que estejam relacionados às motivações e ao contexto em que vivem os alunos;
- Elaboração de problemas sequenciados, cuja dificuldade seja gradativa e que, ao todo, culminem para um problema particularmente importante;
- Criar problemas baseados em indagações, percepções e iniciativas dos estudantes, que permitam elucidar e ampliar suas concepções;
- Propor problemas e atividades pautadas nas orientações curriculares educacionais;
- Preencher lacunas acerca da maioria dos textos matemáticos, em todos os níveis de ensino;
- Ter problemas apropriados para aplicação de teorias sobre Educação Matemática pautada na Resolução de Problemas;
- Produzir avaliações com melhor qualidade;
- Fortalecer a formação matemática dos educadores.

Diante dessas razões didáticas, conseguimos perceber as contribuições que a proposição de problemas, feita pelos professores, têm para a aprendizagem matemática, pois, ao aclarar as compreensões do próprio docente, têm-se uma melhor desenvoltura na condução de tarefas de Proposição de Problemas pelos alunos.

Queremos destacar, aqui, a importância de a Proposição de Problemas fazer parte da formação do professor de Matemática, uma vez que, para trabalhar essa abordagem em sala de aula, é necessário ao professor, segundo Leikin (2008, p. 80), estar convicto de sua adequação no trabalho com os alunos, a fim de implementá-las na escola. E, diante desses estudos mencionados sobre a Proposição de Problemas pelos Professores, podemos destacar que ela favorece a prática docente, ajuda-os a incorporar a abordagem em sala de aula, possibilita novas descobertas matemáticas e ainda reflexões quanto ao processo de ensino-aprendizagem.

2.4. Proposição de Problemas pelos alunos

Desde o início dos estudos desenvolvidos acerca da Proposição de Problemas, uma grande preocupação era compreender como essas tarefas poderiam contribuir para a compreensão matemática dos alunos, quais habilidades poderiam ser desenvolvidas por eles e de que forma ela poderia ser usada em sala de aula.

English (1997) desenvolveu um estudo com alunos da quinta série, que consistia, inicialmente, em investigar até que ponto o senso numérico das crianças e as novas habilidades de Resolução de Problemas norteavam suas habilidades de Proposição de Problemas em situações cotidianas ou não. A partir daí, os alunos que apresentaram padrões de desempenhos diferentes foram selecionados para participar de um programa contendo 10 atividades de Proposição de Problemas que se baseava em três componentes principais: reconhecimento e uso de estruturas e problemas pelas crianças, suas preferências e percepções por diferentes tipos de problemas e o desenvolvimento de vários pensamentos matemáticos.

Os resultados apontam para o alcance dos componentes do programa pelas crianças em comparação com as que não participaram. Além disso, após a intervenção, elas passaram a propor situações mais variadas e sofisticadas, diferentemente dos problemas propostos inicialmente, que tendiam a ser a reprodução de tarefas aos quais tinham sido expostos em sala de aula.

Lowrie (2002) analisou os problemas elaborados por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, a partir de intervenções pautadas no modelo de *scaffolding*, que consiste na interação do professor com cada aluno para orientá-los nas tarefas de Resolução e Proposição de Problemas, monitorando o modo de raciocinar e impulsionando-os a verbalizar seu pensamento.

A princípio, os alunos tendiam a elaborar problemas semelhantes aos que eram apresentados em sala de aula e, ao longo do estudo, passaram a propor problemas mais sofisticados, o que resultou em certa dificuldade de buscar as estratégias adequadas de resolução. Constatou-se o quão rapidamente eles passam a criar problemas mais complexos, diferente dos propostos nos livros didáticos.

Jurado (2013a) aponta as contribuições da Proposição de Problemas pelos alunos, sendo elas:

- Desenvolvimento da criatividade;

- Motivar os estudantes;
- Consolidar a capacidade de investigar, resolver, propor e identificar problemas;
- Perceber aspectos matemáticos ao seu redor;
- Fazer conexões entre a matemática e outras áreas de conhecimento;
- Ampliar a visão acerca da matemática;
- Obter uma compreensão matemática mais consistente;
- Fortalecer a autoestima dos alunos.

Diante do exposto, corroboramos com Cai e Huang (2020), uma vez que consideram uma das vantagens potenciais da inserção da Proposição de Problemas nas aulas de matemática a possibilidade de os problemas elaborados revelarem ideias úteis sobre o pensamento do aluno, as quais norteiam os esforços dos professores em criar oportunidades de aprendizagem para os estudantes.

Retornaremos com esse tópico, adiante, a partir de algumas dissertações desenvolvidas nos últimos anos, que nos serviram como base para a compreensão de diversos aspectos sobre a Proposição de Problemas no contexto da sala de aula de matemática.

2.5. Conexões entre a Resolução e Proposição de Problemas

Muitas pesquisas, como as citadas anteriormente (LEIKIN, 2015; LOWRIE, 2002; ROSLI *et al.*, 2015), e outras que veremos adiante, apontam para as conexões entre a Proposição e Resolução de Problemas. A preocupação era entender as conexões existentes entre elas, bem como a relação entre suas respectivas habilidades.

“O processo de resolver problemas naturalmente dá origem a novos problemas. Em outras palavras, no processo de resolver, é necessário formular problemas” ¹⁹(CRESPO, 2015, p. 495, tradução nossa). Diante disso, é possível notar alguns indícios de conexões entre a resolução e a Proposição de Problemas. Esses estudos foram motivados pela inquietação de que as habilidades de resolver problemas poderiam estar relacionadas às habilidades de propor problemas.

¹⁹ The process of solving problems naturally gives rise to new problems. In other words, in the process of solving, problem reformulations are necessary

Numa pesquisa desenvolvida por Silver e Cai (1996) com mais de 500 estudantes de Ensino Médio, foram utilizadas atividades de Resolução e Proposição de Problemas. No primeiro momento, os alunos foram incentivados a propor problemas baseados em situações sugeridas. Estas foram analisadas de acordo com seu tipo, resolubilidade e complexidade e, num segundo momento, os pesquisadores usaram oito questões abertas, a fim de medir a performance de resolver problemas. O resultado da pesquisa mostrou que as performances de resolver e propor estavam intrinsecamente relacionadas, o que deixa evidente essa conexão existente entre resolver e propor problemas matemáticos.

De fato, usando tarefas abertas de resolução de problemas, Silver e Cai (1996) encontraram uma alta correlação entre o desempenho dos alunos na Proposição de Problemas Matemáticos e seu desempenho na Resolução de problemas.

Cai e Hwang (2002), por outro lado, encontraram relações entre as estratégias dos alunos nas resoluções e nos tipos de problemas elaborados, isto é, as estratégias utilizadas na solução de uma situação tendem a nortear as estratégias de Proposição de Problemas.

Cai (1998), por exemplo, observou uma forte relação entre a Proposição e Resolução de Problemas. Analogamente, Silver e Cai (1996) mostraram que o desempenho dos alunos na Resolução de Problemas foi altamente correlacionado com o desempenho na elaboração de problemas.

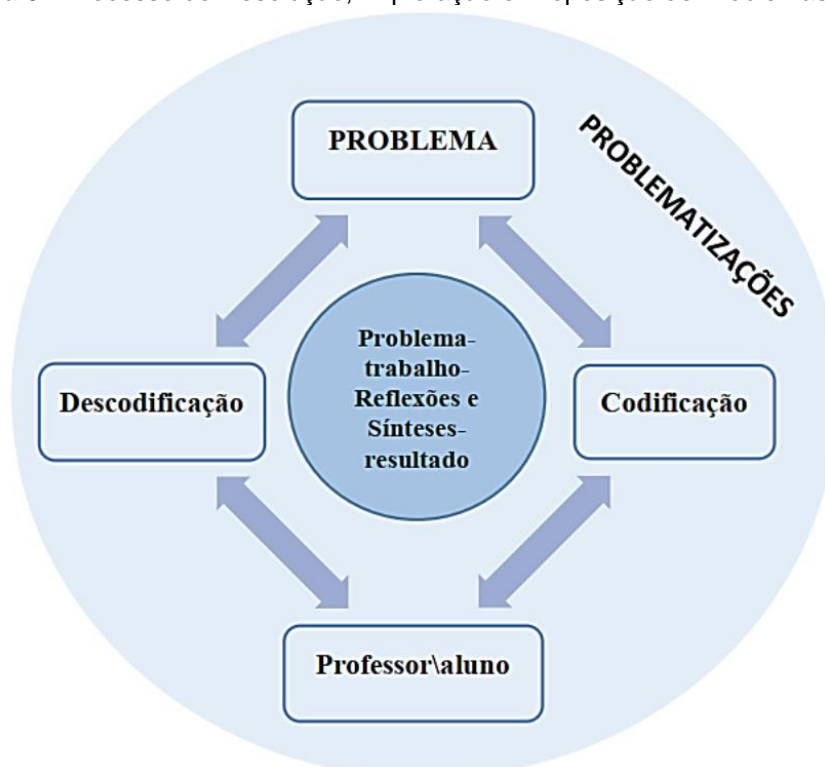
Em síntese, tem-se percebido as relações existentes entre a Resolução e Proposição de Problemas e, até então, por meio das pesquisas citadas neste tópico, constatamos que os alunos que possuem melhores habilidades e estratégias e que demonstram melhor desempenho/performance diante das atividades de resolução de Problemas tendem a apresentar essas mesmas características ao criarem problemas, e vice-versa.

2.6. A Proposição de Problemas no contexto da Exploração de Problemas e outras perspectivas

A perspectiva da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas parte da proposta do Ensino-aprendizagem de Matemática via Resolução, Exploração, Proposição, Codificação e Descodificação de Problemas discutida por Andrade

(1998), num contexto sócio-político-cultural. Nesse processo, representado na figura abaixo, o ensino-aprendizagem parte sempre de um problema que deve ser codificado e decodificado, o que significa, respectivamente, representar uma situação de uma forma mais simples/conveniente e buscar entendê-la de forma crítica, a partir do movimento Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses-Resultados (P-T-RS-R), sucedendo uma experiência de Exploração de Problemas, que não está limitada apenas à busca da solução da tarefa proposta, podendo ir muito além dela (ANDRADE, 1998, 2017).

Figura 8 - Processo de Resolução, Exploração e Proposição de Problemas.



Fonte: Santos e Andrade (2020).

Durante a exploração de um problema, tanto professores quanto alunos podem fazer codificações e decodificações apoiadas no movimento de Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses-Resultados, e chegar a diferentes formas de resolução. Assim, a partir de um trabalho em conjunto, aluno-aluno e professor-aluno colaboram para novas compreensões e caminhos de resoluções.

A problematização, por sua vez, é apontada por Andrade (1998) como necessária para que o aluno se envolva com novos problemas, como também para a construção de novos conhecimentos matemáticos. Essa importância dada às problematizações evidenciam a Proposição de Problemas que ainda estava implícita

ao processo, nos primeiros estudos, mas que, ao longo do tempo, veio sendo aperfeiçoada. Esse processo de problematização/Proposição pode ocorrer antes, durante, depois e, até mesmo, de forma simultânea à resolução.

Nos últimos anos, notamos a importância que tem sido dada à Proposição de Problemas, no contexto da proposta citada acima, refletida nas dissertações de mestrado (SILVA, L., 2013; SILVA, V., 2015; SILVA, S., 2016; SILVEIRA, 2016; BEZERRA, 2017; MARTINS, 2019; SANTOS; 2019) que constituem nosso material de análise e mostram como ocorrem as atividades de Resolução, Proposição e Exploração de problemas no cotidiano da sala de aula.

Apesar de voltarmos nossa atenção à Proposição de Problemas, mostramos forte interesse pela Resolução e Exploração, já que cada uma delas intensifica as outras duas. Nossa preocupação em dar ênfase à Proposição de Problemas ocorre por entendermos que esta temática não recebe devido reconhecimento e que uma melhor compreensão desta, possivelmente, refletiria num trabalho de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas ainda mais pautado na criação de problemas.

Nesse ínterim, a Proposição de Problemas é entendida como “uma ferramenta de problematização consciente que tanto impulsiona o problema ou situação-problema como avança o processo de resolução e exploração” (ANDRADE, 2017, p. 371).

Retomando a concepção acerca da Proposição de Problemas, mencionada anteriormente por Cai e Hwang (2020, p. 2, tradução nossa) que a percebem como um “processo de formular e expressar um problema dentro do domínio da matemática”²⁰, compreendemos que, para executar a ação de formular e expressar um problema, é necessário, no mínimo, uma reflexão sobre como elaborar tal problema, qual conteúdo será abordado e/ou de que forma será abordado, e como proceder na resolução deste problema (caso se pense em solucioná-lo).

Nesse sentido, podemos entender que, nesses questionamentos, há imbricado dúvidas, planejamento de ações, reflexões, avaliação, replanejamento, até que se elabore um problema. No trabalho de resolução do problema, por sua vez, ocorre a tomada de decisões, levantamento de hipóteses, questionamentos (novos

²⁰ Is the process of formulating and expressing a problem within the domain of mathematics.

problemas), entre outros, o que nos leva a perceber que tanto a Resolução quanto a Proposição de Problemas envolvem a Exploração.

Com isso, Andrade (1998) destaca que:

No trabalho de exploração de problemas, há um prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada vez mais curioso, há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre ir, um ir que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática, da escola ... e por isso pode ir outra vez e mais outra vez. (ANDRADE, 1998, p. 24).

Como o processo de Exploração perpassa por todas as etapas, após um longo caminhar, Andrade (2017) apresenta uma nova denominação à sua proposta inicial, ligeiramente modificada, a qual chama de Exploração, Resolução Exploração, Proposição Exploração e Codificação - Descodificação de Problemas (ERPCD), sendo a codificação e descodificação, e a Proposição de Problemas ferramentas fundamentais durante todo o processo educativo (SANTOS, ANDRADE, 2020).

Ainda nesse sentido, na abordagem em sala de aula feita por Andrade (1998) esses processos eram vistos numa perspectiva sócio-político-cultural, cuja sala de aula era observada em sua multicontextualidade, com viés na Educação Crítica. Nesse sentido, os trabalhos têm avançado pouco, já que o trabalho com a Resolução, Exploração e Proposição de Problemas não é algo simples e requer bastante cautela, ainda mais, ao agregar-se ao caráter crítico que requer um cuidado ainda maior.

Destacamos, aqui, o trabalho desenvolvido por Santos, R. (2019) com alunos da 7ª série dos anos finais, no qual abordou a Educação Fiscal nas aulas de matemática a partir da exploração de problemas, sob a ótica da matemática Crítica. Nesse trabalho, notamos que a aprendizagem ocorre de forma reflexiva e que os problemas trabalhados em sala de aula permeiam a realidade dos estudantes, levando-os a pensar, comunicar e questionar com base no seu cotidiano.

Temos notado também a Exploração de Problemas aliada ao uso das tecnologias, como é o caso dos trabalhos de Bezerra (2017), Silva V. (2015) e Abreu (2018) que associa a essa metodologia softwares como Geogebra, Wolfran Alpha, Desmos, entre outros, apontando inúmeras contribuições ao processo de ensino-aprendizagem.

Até aqui, pudemos compreender acerca das possibilidades de se trabalhar a Proposição de Problemas, seja com professores ou alunos, sob a perspectiva da

Exploração de Problemas, num contexto sócio-político-cultural e ainda aliada às tecnologias, visto que é uma temática que oferece uma gama de opções e que muito tem a contribuir para a aprendizagem matemática, diante das possibilidades e perspectivas com as quais se pode trabalhar.

3 UM OLHAR PARA AS PESQUISAS BRASILEIRAS EM PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

Mesmo com a notoriedade que a Proposição de Problemas vem ganhando nas pesquisas em Educação Matemática, no Brasil, esta questão ainda é um assunto relativamente novo e, até mesmo, desconhecido para muitos pesquisadores e/ou professores de Matemática. Ao refletir acerca das desigualdades sociais e sobre as condições mínimas para o ensino-aprendizagem, observadas em alguns contextos, é possível perceber que grande parte das instituições de ensino não possuem recursos que possibilitem uma maior gama de possibilidades para as aulas de Matemática e das disciplinas em geral.

A Proposição de Problemas, por se tratar de uma atividade intelectual crítica, pode contribuir para a compreensão matemática, seja diante da indisponibilidade de recursos e outras metodologias adicionais ou não. Diante do exposto, nesta seção, buscamos compreender o estado atual das pesquisas Brasileiras em Proposição de Problemas, identificando suas contribuições para aprendizagem matemática, bem como as possibilidades de uso da Proposição de Problemas em sala de aula.

3.1 Escolha e apresentação dos materiais

Para esta investigação, optamos por buscar trabalhos brasileiros com temas relacionados ao nosso objeto de estudo, por reconhecermos a necessidade de analisar e entender como as pesquisas vêm sendo desenvolvidas neste campo e quais as contribuições e possibilidades da Proposição de Problemas nas aulas de Matemática.

A seleção das pesquisas foi feita por meio de uma busca avançada sobre a temática na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) do Instituto Brasileiro de Informação em Ciências e Tecnologia (IBICT), na qual foi realizada uma busca pelo termo *Proposição de Problemas* (atualização feita em 6 de setembro de 2021) e selecionado o campo *resumo*, pois, certamente, seria o local em que o termo apareceria, no caso de a pesquisa estar relacionada à temática. Com isso, obtivemos 1.447 resultados. A quantidade elevada pode ser explicada pelo fato dos trabalhos que continham os termos *Proposição*, *Problemas* ou *Proposição de Problemas* terem sido apresentados como resultado, o que não dá

uma precisão considerável, já que tanto o termo *Proposição* quanto o termo *Problema* podem estar relacionados a inúmeros contextos quando usados de forma isolada, como, por exemplo, a Proposição de modelos e/ou métodos no campo da engenharia mecânica e computacional.

Para obtermos resultados mais apropriados, acrescentamos outro campo de busca com o termo *matemática* (que poderia aparecer em qualquer parte da pesquisa), dessa forma, obtivemos 145 resultados. Ao fazermos a leitura dos títulos, a fim de identificar as pesquisas que se vinculavam ao tema, percebemos que muitos trabalhos não se relacionavam com o contexto da pesquisa e aqueles que se relacionavam tinham o termo explícito em seu título. Com isso, constatamos que seria mais apropriado fazer uma busca por trabalhos que apresentassem o termo *Proposição de Problemas* explícitos no título, a partir daí, encontramos 16 resultados, somente dissertações. Dentre esse número, 7 trabalhos não se relacionavam com o contexto desejado, já que os termos *Proposição* e *Problemas* apareceram isoladamente e, 1 dos trabalhos, aparecia duas vezes, com isso, oito trabalhos foram descartados e os outros 8 seguem listados no quadro 2, seguidos do respectivo autor e ano de publicação, na mesma ordem em que apareceram no site, como resultado da busca 1.

Tendo em vista que a tradução *Formulação de Problemas* também é utilizada por alguns autores, fizemos uma pesquisa por este termo que deveria aparecer no campo título, assim como fizemos na busca mencionada anteriormente. Como resultado, obtivemos 75 trabalhos, dos quais apenas 5 estavam vinculados ao tema de interesse, como pudemos listar no quadro 2, nas pesquisas resultantes da busca 2.

Quadro 2 - Pesquisas no contexto da Proposição/Formulação de Problemas.

Busca	Dissertação	Autor	Ano
1	Proposição e exploração de problemas no cotidiano da sala de aula de Matemática	Silva, V.	2015
	A proposição de problemas como estratégia de aprendizagem: uma ênfase sobre efetividade, colaboração e criatividade	Teixeira	2019
	Conceito e representações de função via resolução, proposição e exploração de problemas: Um trabalho com alunos de graduação	Bezerra	2017
	Ideias/significados da multiplicação e divisão: O processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental	Silva, S.	2016
	Análise combinatória em sala de aula: Uma proposta de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas	Silveira	2016
	Ensino-aprendizagem de sistemas lineares na formação do	Martins	2019

	professor de Matemática via exploração, resolução e proposição de problemas		
	Contribuições da resolução, exploração e proposição de problemas ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino fundamental	Santos	2019
	Compreensão de ideias essenciais ao ensino-aprendizagem de funções via resolução, proposição e exploração de problemas	Silva, L.	2013
2	Refletindo a partir da prática: Contribuições da formulação e resolução de problemas matemáticos no Estágio Supervisionado	Silva, M.	2015
	Problemas matemáticos com cálculos algébricos: da resolução a formulação no 8º ano do ensino fundamental	Silva, S.L.	2019
	A criatividade na formulação de problemas de alunos do ensino fundamental I e II: um olhar metodológico em sala de aula	Fontique	2019
	A matemática e o consumo consciente de água na escola: Formulação e resolução de problemas no contexto do Projeto Agente Jovem	Pereira	2018
	A formulação e resolução de problemas geométricos com base em sólidos geométricos	Souza	2016

Fonte: site BDTD.

No quadro 2, destacamos, com base nas duas etapas da busca realizadas no BDTD, 13 pesquisas que apresentaram, em seu título, os termos Proposição de Problemas ou Formulação de Problemas, sendo 8 resultados da primeira busca e 5 resultados da segunda. Observando as pesquisas selecionadas na busca 1, notamos que se trata de trabalhos desenvolvidos por estudantes do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática PPGECEM da UEPB, orientados pelo professor Dr. Silvanio de Andrade e membros do Grupo de pesquisa GEPEP, que vêm dando ênfase à Proposição de Problemas nas pesquisas desenvolvidas.

Por reconhecermos os esforços do grupo e pelo fato dos trabalhos terem explícitos, nos seus títulos, o termo *Proposição de Problemas*, nos limitamos a escolher sete dissertações que acreditamos ser suficientes para analisar e fazer reflexões pertinentes ao contexto da pesquisa. Ressaltamos que todas as dissertações analisadas trabalharam com foco na exploração de Problemas.

Desta forma, a pesquisa foi desenvolvida com base na leitura completa das sete dissertações de Mestrado que tratam da Proposição de Problemas, a saber:

1. Autor: Ledevande Martins da Silva (2013)

Título: COMPREENSÃO DE IDEIAS ESSENCIAIS AO ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES VIA RESOLUÇÃO, PROPOSIÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS.

2. Autor: Veralúcia Severina da Silva (2015)

Título: PROPOSIÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS NO COTIDIANO DA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA.

3. Autor: Adriano Alves da Silveira (2016)

Título: ANÁLISE COMBINATÓRIA EM SALA DE AULA: UMA PROPOSTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM VIA RESOLUÇÃO, EXPLORAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS.

4. Autor: Sheila Valéria Pereira da Silva (2016)

Título: IDEIAS/SIGNIFICADOS DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO: O PROCESSO DE APRENDIZAGEM VIA RESOLUÇÃO, EXPLORAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

5. Autor: Adriana da Silva Velozo Bezerra (2017)

Título: CONCEITO E REPRESENTAÇÕES DE FUNÇÃO VIA RESOLUÇÃO, PROPOSIÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS: UM TRABALHO COM ALUNOS DE GRADUAÇÃO.

6. Autor: Fabíola da Cruz Martins (2019)

Título: ENSINO-APRENDIZAGEM DE SISTEMAS LINEARES NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA VIA EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS.

7. Autor: Emily de Vasconcelos Santos (2019)

Título: CONTRIBUIÇÕES DA RESOLUÇÃO, EXPLORAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS AO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Diante do exposto, apresentamos, na próxima seção, a descrição e análise das pesquisas relativas à primeira busca que realizamos no BDTD, deixando claro que as pesquisas que foram apresentadas no quadro 2 e não foram selecionadas para análise são de grande importância, no entanto, como justificamos acima, pela importância dada à temática pelo grupo GEPEP, optamos pelas dissertações desenvolvidas pelo grupo.

3.2. Descrição e análise das pesquisas

Nesta seção, as pesquisas serão apresentadas na mesma ordem em que foram citadas acima. Faremos uma explanação de cada uma delas para situar o leitor acerca de cada trabalho. Com o intuito de melhor direcionar as análises, com foco na Proposição de Problemas, propusemos uma apresentação de cada pesquisa, e, em seguida, dispomos de um quadro referente a cada uma delas, de modo a elencar, de forma simplificada, os principais pontos da Proposição de Problemas destacados nestes trabalhos.

Para nossa análise, usaremos:

- Os **aspectos** da Proposição de Problemas considerados por Silver (1994) que indicam a forma como as tarefas de Proposição podem ocorrer, seja mediante a **elaboração** ou **reformulação** de um problema;

- A **classificação** feita por Silver (1994) quanto ao momento em que a Proposição ocorre, seja **antes**, **durante** ou **depois** da resolução do problema;

- As **categorias** propostas por Silver (1995) e Stoyanova (1998), que indicam, de modo abrangente, algumas formas de usar a Proposição de Problemas nas aulas de matemática, sendo elas a Proposição de um **problema geral (situações livres)**, de um **problema com uma resposta determinada**, de um **problema que contenha informações específicas**, de **perguntas para uma situação problema** e de um **problema baseado num cálculo dado**.

- E os **elementos** dos problemas propostos, segundo Jurado (2013a), que são: **Informação**; **requerimento**; **contexto** e **entorno matemático**.

Além desses enfoques, daremos atenção aos **níveis de ensino**, sejam eles ensino básico ou superior, aos **sujeitos** que elaboraram os problemas, aos **conteúdos** abordados diante das tarefas de Proposição de Problemas, bem como **obstáculos**, **potencialidades** e outros pontos importantes observados.

Vale ressaltar que para cada um dos trabalhos selecionados teremos a seguinte sequência para apresentação e análise:

- Apresentação e descrição do trabalho – Título, autor, ano, objetivos, metodologia, análise e resultados, como forma de fornecermos uma visão geral;

- Análise de quando e como a Proposição de Problemas ocorre – a partir de recortes do trabalho destacaremos as formas e os momentos em que a Proposição de Problemas ocorre, levando em consideração os aspectos destacados, anteriormente, para nossa análise individual;

- Quadro síntese – Ao final será apresentado um quadro destacando o título, autor/ano, conteúdo, níveis de ensino/sujeitos, momentos em que a Proposição de Problemas foi utilizada e a forma como foi trabalhada, com intuito de sintetizar os principais aspectos da Proposição de Problemas destacados nos trabalhos.

Vejamos, a seguir:

1. A dissertação de Mestrado do autor Ledevande Martins da Silva (SILVA L., 2013), intitulada *Compreensão de Ideias Essenciais ao Ensino-Aprendizagem de Funções via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas*, teve como objetivo investigar as compreensões de ideias essenciais de funções por alunos e analisar as contribuições da metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas, aliadas ao uso das representações múltiplas. O trabalho de campo foi desenvolvido com alunos do 1º ano do ensino médio, em uma escola pública do Estado de Pernambuco, na cidade de Recife, por meio da aplicação de um conjunto de atividades. Elas foram realizadas com base em um trabalho de ação/interação, dividido em quatro unidades didáticas:

- i) Conceito de Função;
- ii) Função Afim;
- iii) Função Quadrática
- iv) Função Exponencial.

Tais atividades foram apoiadas na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) dos alunos, sob a perspectiva Vygotskyana e focadas nas quatro representações essenciais à compreensão no ensino da Álgebra que para Friedlander e Tabach (2001), a saber: verbais, numéricas, gráficas e algébricas.

As atividades foram realizadas por meio da formação de grupos, a fim de promover a interação, cooperação e compartilhamento de ideias entre os alunos e grupos, com a mediação do professor. Os dados coletados foram baseados nas atividades desenvolvidas, das quais foram extraídas notas de aula, falas, informações e comentários, que foram escritos durante as aulas, juntamente com as produções dos estudantes referentes às atividades desenvolvidas nos encontros.

Diante da escolha da metodologia, o autor se preocupou em ir além da Resolução de Problemas, por este motivo, trabalhou também com a Exploração e Proposição de Problemas, o que permitiu aos alunos tratarem de temas de natureza sócio-político-cultural ao longo dos encontros. Na maior parte da intervenção, o pesquisador usou a Resolução e Exploração de Problemas e, ao final, instigou os alunos a elaborarem seus próprios problemas, deixando claro, ao longo das descrições dos encontros, que tanto a Resolução quanto a Proposição de Problemas tinham foco na Exploração de problemas, possibilitando passear durante as aulas pelas múltiplas representações de funções, com base na metodologia adotada.

No último encontro, em que os alunos já haviam visto o conteúdo de Função Exponencial, o professor/pesquisador apresentou à turma a atividade de Proposição de Problemas a seguir, que foi realizada mediante a formação de duplas:

Figura 9 - Atividade de Proposição de Problemas: função exponencial.

- 1) Criem e resolvam um problema envolvendo o raciocínio exponencial.
- 2) Formulem e resolvam um problema com porcentagem.

Fonte: Silva (2013).

Este tipo de atividade consiste em Propor **um problema com informações específicas**, no caso, um **conteúdo** matemático: raciocínio exponencial e porcentagem. Neste momento, os alunos apresentaram dificuldade, uma vez que não haviam realizado atividades envolvendo a Proposição de Problemas antes. Mesmo assim, foram produzidos bons problemas, como o mostrado a seguir.

Figura 10 - Problema elaborado pelos alunos: função exponencial.

Resposta

1- Em uma festa na piscina foi encontrado um fungo alienígena que duplicava sua quantidade a cada hora. Em 10 horas qual a quantidade do fungo que haverá na piscina?

$h=0 \rightarrow b=1$	$h=5 \rightarrow b=64$	$h=10 \rightarrow b=2048$
$h=1 \rightarrow b=2$	$h=6 \rightarrow b=128$	
$h=2 \rightarrow b=4$	$h=7 \rightarrow b=256$	
$h=3 \rightarrow b=8$	$h=8 \rightarrow b=512$	
$h=4 \rightarrow b=16$	$h=9 \rightarrow b=1024$	

Fonte: Silva (2013).

Na figura 10, podemos observar um problema envolvendo raciocínio Exponencial, em que o grupo criou uma situação fictícia para contextualizar o problema, o que entendemos como uma demonstração de criatividade. Além disso, podemos observar que o problema possui os elementos necessários segundo Jurado (2013b), haja vista que possui as **informações** necessárias, faz-se um **requerimento** do que se deseja encontrar, possui um **contexto**, que, nesse caso, é *extra matemático*, já que consiste numa situação real, no sentido do crescimento da população de fungos, apesar desse fato estar dentro de um contexto fictício, e o **entorno matemático**.

Os problemas elaborados pelas duplas foram apresentados à turma e essa ação permitiu o ajuste e, até mesmo, a reformulação dos problemas, contribuindo para uma melhor compreensão do raciocínio exponencial e para a produção de problemas mais apropriados, bem como para repensar as resoluções de problemas nos casos em que estas não foram feitas de modo pertinente ao enunciado apresentado.

Isso mostra uma dificuldade enfrentada no trabalho com a Proposição de Problemas, o professor pode não se sentir devidamente preparado, uma vez que existem infinitas possibilidades de elaboração de problemas pelos alunos e a insegurança pode surgir devido ao confronto com o desconhecido que será apresentado pelos alunos. Atrelado a isto está a sensação de não se sentir preparado para fazer as devidas observações e correções da melhor maneira possível.

Nesse sentido, trabalhar com a Proposição de Problemas exige do professor uma compreensão aprofundada das ideias matemáticas abordadas e, obviamente, além delas, requer também um docente destemido, que se sinta fascinado por ir de encontro com o desconhecido e que anseie na expectativa do que virá. De fato, propor problemas não é uma tarefa simples, mas com preparação, ousadia e cautela o professor poderá levar os alunos a alcançar conceitos que, muitas vezes, são considerados inalcançáveis e extrapolar a fronteira do inacessível. No quadro 3, podemos observar a síntese da dissertação 1:

Quadro 3 - Síntese da dissertação 1.

Título: Compreensão de ideias essenciais ao ensino-aprendizagem de funções via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas	
Autor / Ano	Silva L. (2013)
Conteúdo	Funções
Nível de ensino / Sujeitos	Alunos do 1º ano do ensino Médio
Momentos em que a Proposição de Problemas foi utilizada	Durante e Após a Resolução
Forma como a Proposição de Problemas foi trabalhada	Consistia em elaborar um problema a partir de um tema, sendo desenvolvida após um conjunto de atividades de Resolução e Exploração de Problemas.

Fonte: Organizado pela pesquisadora.

2. A dissertação de Mestrado da autora Veralúcia Severino da Silva (SILVA V., 2015), com o título *Proposição e Exploração de Problemas no Cotidiano da Sala de aula de Matemática*, buscou averiguar a colaboração de uma metodologia problematizadora baseada na Resolução, Exploração e Proposição de Problemas no estudo de funções associada à utilização do software educacional Wolfram Alpha, em que os participantes eram alunos repetentes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola Pública no Estado do Pernambuco.

A intervenção ocorreu mediante 22 encontros com a turma, nos quais foi abordado o conteúdo de função por meio de atividades em grupo, com o uso da metodologia de Proposição e Exploração de Problemas aliado ao uso de um software educacional. Esses encontros foram divididos em seis unidades didáticas, sendo elas:

- i) Exposição da Proposta e pré-teste / Análise de gráficos e funções;

- ii) Funções Polinomiais de 1º grau;
- iii) Funções Polinomiais de 2º grau;
- iv) Funções modulares;
- v) Funções exponenciais;
- vi) Funções logarítmicas /Desafio geral.

Os dados produzidos nos encontros foram coletados por meio do pré-teste realizado inicialmente, além de gravações em áudio e vídeo, registros de forma escrita e representações gráficas com o uso do software.

Por se tratar de uma turma repetente que já havia tido contato anteriormente com o conteúdo de funções, a autora pôde trabalhar já no segundo encontro com a Proposição de Problemas, que consistia em propor uma **pergunta para um enunciado**, como podemos observar a seguir:

Figura 11 - Atividade de Proposição de Problemas: função.

Problema 1: Um motorista de táxi cobra R\$ 3,50 de bandeirada (valor fixo) mais R\$ 0,70 por quilômetro rodado (valor variável).

Fonte: Silva V. (2015).

A apresentação do enunciado gerou inquietação nos estudantes por não saberem o que fazer diante da situação, até que, com a discussão sobre a necessidade de um complemento para o enunciado apresentado, os grupos puderam propor alguns problemas. Essa inquietação é o que podemos chamar de estado de dúvida, que, segundo Domite (2020), estimula o indivíduo a pensar de forma precisa.

Podemos observar um enunciado bastante comum em livros didáticos que vem, geralmente, seguidos de alguns questionamentos habituais, no entanto, a professora/pesquisadora solicitou criatividade e as situações propostas pelos alunos podem ser observadas na Figura 12.

Figura 12 - Proposição de Problemas dos grupos envolvendo função.

Equipe 1 - Jennifer gostaria de conhecer a cidade, mas possui apenas R\$ 58,80 na carteira. Quantos quilômetros ela poderá percorrer, sabendo que deve guardar R\$ 12,80 para o almoço?

Equipe 2 - Um cliente pagou R\$ 72,00. Quantos km ele percorreu?

Equipe 3 - Quanto pagará por 174 km percorridos?

Equipe 4 - Durante os finais de semanas e feriados, o valor da bandeirada reduz em 50% e a quilometragem tem um acréscimo de R\$ 0,30. Quatro amigos pegam um táxi e percorrem 10 km. Qual o valor pago por cada?

Equipe 5 - Durante uma corrida, o taxista apresenta para um cliente as seguintes opções de trajetória:

- Perímetro urbano (12 km) com trânsito lento;
- Perímetro residencial (19 km), trânsito livre.

Como estava apressado, o cliente optou pela 2ª opção. Quanto pagou pelo percurso?

Fonte: Silva V. (2015).

É possível observarmos problemas mais diretos, como também outros mais criativos e é notável que a ação de elaborar um problema faz com que o aluno consiga regular o seu pensamento, através do processo chamado de metacognição. O cuidado com o enunciado norteou os problemas, fazendo com que a ideia de função permanecesse presente nos questionamentos produzidos e estes, por sua vez, foram resolvidos e explorados nas aulas seguintes, no entanto, os alunos mostraram bastante dificuldade em resolver os problemas propostos, já que a maioria havia se concentrado apenas em propor, sem se preocupar com a resolução, mas, posteriormente, os problemas foram resolvidos e explorados em conjunto com a mediação da professora.

Na figura 12, podemos observar que os problemas dos grupos, mediante o enunciado apresentado, apresentam os quatro **elementos** necessários à proposição de Problemas.

Os alunos se sentiram tão atraídos pela Proposição de Problemas que chegaram a pedir à professora para elaborarem problemas sobre funções modulares. Apesar de ser um desafio, a pesquisadora concordou por notar o

interesse e empolgação dos alunos, principalmente por ser um conteúdo em que se vê pouca ou nenhuma situação-problema formulada. E, desse modo, com a mediação e algumas reformulações necessárias, destacamos, na figura 13, um dos problemas apresentados e, assim como ele, os demais também apresentaram a expressão pronta no enunciado. De acordo com a autora, isso pode ter acontecido devido à ausência de situações envolvendo funções modulares.

Figura 13 - Proposição de Problemas sobre funções modulares.

Problema 6: Em determinado mês, foi verificado que o número n de clientes que compravam na casa de bolo Bom Sucesso era dado pela lei: $n(x) = 20|x - 15| + 20$, onde $x = 1, 2, 3, \dots, 30$ representa cada dia do mês.

- a) Quantos clientes compraram bolo no 5º dia?
- b) Em qual dia o número de clientes foi 500?
- c) Em qual dia o número de clientes foi o mínimo?
- d) Em qual dia foi o máximo?

Fonte: Silva V. (2015).

Diante dos problemas propostos pelos alunos, tanto na figura 12 quanto na figura 13, podemos perceber que ambas apresentam os **elementos** necessários para um problema ser considerado adequado. No caso do Problema da figura 13, o contexto poderia ser caracterizado como extra matemático, já que houve uma relação a uma situação real, no entanto, como é dada a lei de formação, poderíamos entendê-lo também como intra matemático.

De forma geral, a Proposição de Problemas ocorreu antes, durante e depois da Proposição de Problemas. Ocorreu antes nas duas situações apresentadas, de modo que, primeiro, criaram os problemas, para, então, poderem resolvê-los. Ao mesmo tempo, também consideramos como ocorrendo depois da Resolução de Problemas, pois antes dessas proposições os estudantes já haviam resolvido problemas envolvendo funções. Pontuamos ainda que a Proposição ocorreu durante as resoluções, pois os estudantes conseguiram chegar a outros questionamentos ao longo do processo de resolução tanto de problemas fornecidos pela professora quanto de problemas que eles mesmos elaboraram.

Contudo, os resultados evidenciaram a forma positiva com que os alunos se mostraram interessados, entusiasmados e cada vez mais desenvolvidos com as

atividades de Proposição e Exploração de Problemas. Além disso, o uso do software favoreceu os procedimentos de resolução dos problemas propostos tanto pela professora quanto pelos estudantes.

A experiência evidenciou a importância de acreditar no potencial dos estudantes e podemos ressaltar que o trabalho com a Proposição de Problemas foi considerado o ponto máximo da intervenção em que os participantes conseguiram expressar seus conhecimentos prévios, aguçar a criatividade e resolver problemas de várias maneiras. Tudo isso impactou positivamente, refletindo no interesse dos alunos em Matemática e, também, em outras disciplinas. A seguir, apresentamos a síntese da dissertação 2:

Quadro 4 - Síntese da dissertação 2.

Título: Proposição e Exploração de Problemas no cotidiano da sala de aula de Matemática	
Autor / Ano	Silva V. (2015)
Conteúdo	Funções
Nível de ensino / sujeitos	Alunos repetentes do 1º ano do Ensino Médio
Momentos em que a Proposição de Problemas foi utilizada	Antes, durante e após as resoluções. Especialmente, antes.
Forma como a Proposição de Problemas foi trabalhada	Houve dois momentos de Proposição de Problemas: o primeiro foi a partir de um enunciado e o segundo foi a partir de um conteúdo.

Fonte: Organizado pela pesquisadora.

3. A dissertação de mestrado do autor Adriano Alves da Silveira (SILVEIRA, 2016), com o título *Análise Combinatória em Sala de Aula: Uma Proposta de Ensino-Aprendizagem via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas*, teve como objetivo analisar de que forma uma abordagem em sala de aula via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas pode contribuir/potencializar com o ensino-aprendizagem de análise combinatória. O trabalho de campo foi desenvolvido com alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública na cidade de Alagoinha, no estado da Paraíba, com base nas observações e registros de materiais utilizados pelos alunos, bem como por meio de gravação sonora decorrentes dos 21 encontros realizados com a turma.

Antes do contato inicial com os alunos, foi realizada uma entrevista com os professores de Matemática da referida escola a fim de compreender as ideias

quanto ao processo de ensino-aprendizagem do tópico matemático supracitado, bem como o planejamento colaborativo de uma sequência de atividades desenvolvidas pelo professor-pesquisador juntamente com os professores de matemática da instituição. As entrevistas mostraram que os professores reconhecem a importância da Análise Combinatória na formação do discente. Foram relatadas estratégias utilizadas pelos alunos na Resolução de Problemas de Combinatória, além das dificuldades encontradas pelos alunos no estudo deste tópico, como reconhecer a necessidade do uso do princípio aditivo ou multiplicativo na Resolução dos Problemas.

No decorrer da ação do pesquisador, foi dada importância à utilização de problemas do cotidiano e do uso de materiais concretos para auxiliar na compreensão dos problemas sugeridos. A pesquisa revelou que a abordagem utilizada para o ensino de Análise combinatória permitiu aos alunos a criação de ideias de resolução de problemas, a habilidade de justificar suas soluções, participarem ativamente da construção do conhecimento, apreender ideias essenciais de análise combinatória e ampliarem o foco dos problemas para além da sua resolução, permitindo a Exploração e a Proposição de Problemas, recorrendo à construção da árvore de possibilidades, utilização de tabelas, listagem das possibilidades e o Princípio fundamental da contagem até chegar à generalização do problema.

Após a Resolução e Exploração de problemas envolvendo diferentes ideias de Combinatória, foi proposto aos alunos, no 11º encontro, um trabalho em trios e duplas. Assim, envolvendo a **Proposição de Problemas com uma informação específica**, no caso, com base no sorteio das seguintes palavras: **baralho; meninas ou meninos; cidade; senhas; letras; livro; números; filas; cadeiras; futsal; sorteio**. Muitos grupos tiveram dificuldade para elaborar os problemas, mas, com a mediação do professor, eles puderam organizar e reorganizar suas ideias, formular e reformular os problemas até chegarem a bons problemas de combinatória. Vejamos a Proposição, a seguir, com base no sorteio da palavra **senhas**:

Figura 14 - Problema elaborado pelos alunos: análise combinatória.

Se Diego tiver em seu disquete os números 1, 2 e 3 e as letras A, B, C. Quantas as possíveis senhas ele pode criar, sabendo que a senha deve ser composta inicialmente por 2 números distintos seguidos de 2 letras diferentes?

Fonte: Dissertação Silveira (2016).

Na figura 14, o problema trabalha com o Princípio Fundamental da Contagem. Podemos observar a organização nas ideias dos alunos, vemos que o problema tem sentido, clareza naquilo que solicita como resposta, atende à proposta de um problema envolvendo a palavra **senhas** e contém **informações, requerimento, contexto** (extra matemático) e **entorno matemático, elementos** necessários para um problema apropriado. Isso foi possível pelo trabalho com situações envolvendo contextos semelhantes e devido à apropriação das ideias de combinatória pelos alunos, bem como a mediação do professor na formulação e reformulação do problema. Nos encontros seguintes, os problemas foram apresentados à turma e, assim, foram resolvidos, valorizando as produções deles.

O pesquisador notou nos discentes ao longo dos encontros: entusiasmo, autonomia, engajamento, criatividade, aprofundamento de ideias matemáticas relativas à combinatória e a condição de investigador por eles assumida. Notou-se, ainda, a importância da mediação por parte do docente, uma vez que tal ação permite aos estudantes ter mais clareza dos objetivos do problema, por meio de reflexões baseadas nos diálogos com os colegas e o mediador. A seguir, observamos a síntese da dissertação 3:

Quadro 5 - Síntese da dissertação 3.

Título: Análise Combinatória em sala de aula: uma proposta de ensino-aprendizagem via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas.	
Autor / Ano	Silveira (2016)
Conteúdo	Análise Combinatória
Nível de ensino / sujeitos	Alunos do 2º ano do Ensino Médio
Momentos em que a Proposição de Problemas foi utilizada	Antes, durante e depois da Resolução de Problemas.
Forma como a Proposição de Problemas foi trabalhada	A Proposição de Problemas consistia em elaborar um problema a partir de uma palavra, considerando que os contextos relacionados às palavras haviam sido

	abordados por meio de problemas de combinatória resolvidos anteriormente.
--	---

Fonte: Organizado pela pesquisadora.

4. A dissertação de mestrado da autora Sheila Valéria Pereira da Silva (SILVA, V. 2016), intitulada *Ideias/Significados da Multiplicação e Divisão: o Processo de Aprendizagem via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas por Alunos do 5º ano do Ensino Fundamental*, teve como objetivo investigar as potencialidades e o processo de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e Proposição de Problemas com ideias/significados e propriedades da multiplicação e divisão.

A pesquisa foi desenvolvida com alunos de uma turma do 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Campina Grande no Estado da Paraíba - PB, com os quais desenvolveu o trabalho de campo, cujos dados foram obtidos por meio de anotações da pesquisadora, registros produzidos pelos alunos, e diálogos diante das discussões levantadas ao longo dos quinze encontros, que possibilitaram reflexões e análises da investigação em sala.

A pesquisa foi desenvolvida por meio do trabalho com a Resolução, Exploração e Proposição de Problemas com variadas ideias/significados da multiplicação e divisão, sendo as atividades realizadas tanto de forma individual como também coletiva, por meio de duplas e grupos, juntamente com a mediação do professor, sempre promovendo a socialização das resoluções e a oportunidade de diálogo, seguindo a ideia Vygotskyana. Além disso, os problemas trabalhados basearam-se nas ideias/significados essenciais: comparação multiplicativa, comparação entre razões, divisão por distribuição, divisão envolvendo formação de grupo, configuração retangular, raciocínio combinatório, grupos e medidas iguais, sendo que a mais trabalhada foi a de raciocínio combinatório, pois foi a que os alunos apresentaram maior dificuldade.

No primeiro encontro, a pesquisadora desenvolveu atividades de Resolução e Exploração de Problemas a fim de sondar a compreensão dos alunos quanto às ideias/significados da multiplicação e da divisão, e, no terceiro encontro, houve a Proposição de Problemas, que partiu da professora/pesquisadora que alterou as informações numéricas de um problema já solucionado pelos alunos, num processo de reformulação. Quanto ao **momento**, podemos considerar que a Proposição de Problemas ocorreu **após a resolução de problemas**. Nesse momento, eles

conseguiram perceber que, ao modificar os dados de um problema, obtemos um novo.

No sétimo encontro, foi solicitada a seguinte atividade:

Figura 15 - Situação envolvendo a Proposição de Problemas.

Elabore uma situação-problema envolvendo a multiplicação e a resposta. (SILVA, S. 2016)

Fonte: Silva S. (2016).

Essa é uma tarefa de Proposição de Problemas que se caracteriza como **elaborar um problema com uma informação específica**, nesse caso, um **conteúdo** matemático, a multiplicação.

Alguns alunos não elaboraram o problema, outros fizeram apenas cálculos sem nenhum contexto e houve aqueles que elaboraram o problema e não conseguiram resolver. Essas situações são muito comuns de acontecer conforme temos observado nas pesquisas analisadas ao longo desse estudo. A seguir, apresentamos um problema elaborado por um dos alunos:

Figura 16 - Problema elaborado pelo aluno.

Handwritten text: "carlos tinha 486 bonecos ganhou o triple. Quantos bonecos ele ficou."

$$\begin{array}{r}
 486 \\
 \times 29 \\
 \hline
 2758
 \end{array}$$

Fonte: Silva S. (2016).

Podemos observar que o problema foi condizente com a tarefa solicitada, como mostrado na Figura 16, e compreendeu os **elementos** necessários: **informações, requerimento, contexto** (extra matemático) e **entorno matemático**. A ausência da interrogação ao final do problema justifica-se pelo nível de escolaridade, uma vez que alguns alunos apresentavam dificuldade na leitura e escrita. Outro ponto importante foi na resolução do problema, em que o aluno desenvolveu bem o cálculo para descobrir quantos bonecos havia ganhado, no entanto, para responder devidamente ao problema formulado, ele precisaria

adicionar a quantidade de bonecos que ele tinha à quantidade que ele ganhou. Situações como essas são comuns no trabalho em sala de aula e podemos vê-las de forma positiva, pois abrem margens para ricas discussões e melhor compreensão matemática.

No oitavo encontro, também foi solicitada a Proposição de Problemas, que consistia em **perguntas para uma situação problema**, como vemos no item b da figura 17. Esse fato ocorreu de forma semelhante também no décimo terceiro encontro.

Figura 17 - Tarefa de Proposição de Problemas.

2. O pai de Marta vende laranjas. As laranjas já são arrumadas em montinhos (em saquinhos de rede). Num quarta-feira o pai de Marta vendeu 36 laranjas em saquinhos. Em cada saquinho foram colocados 4 laranjas.³²

a) Quantos saquinhos de laranjas foram vendidos?

b) Elabore mais um problema ainda sobre a venda de laranjas do pai de Marta.

Fonte: Silva, S. (2016).

A tarefa solicitada envolve tanto a Resolução quanto a Proposição, esta enquadra-se no que entendemos como **reformulação** e ocorre **depois da Resolução** do Problema. Vejamos o problema elaborando por um dos grupos:

Figura 18 - Problema elaborado por um grupo.

b) Elabore mais uma questão problema sobre a venda de laranjas do pai de Marta.

O pai de Marta vender 10 laranjas por 1,50 cada Quanto ele ganhou?

$$\begin{array}{r} 1,50 \\ \times 10 \\ \hline 15,00 \end{array}$$

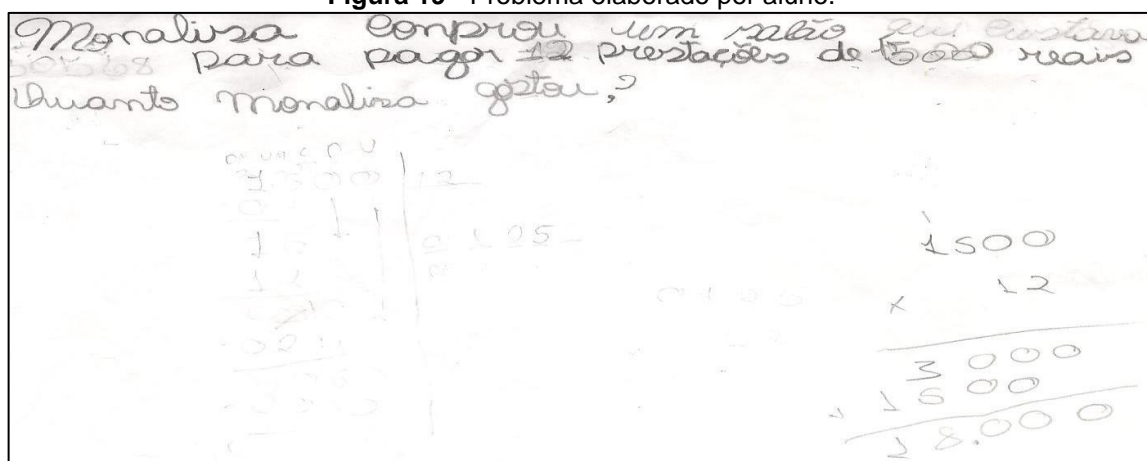
Fonte: Silva, S. (2016).

Podemos observar, quanto aos **elementos** do problema, que o **contexto** permaneceu o mesmo (extra matemático), assim como o **entorno matemático**, mudando apenas as **informações e requerimento**.

No nono encontro, foi solicitado que os alunos elaborassem um problema para que outro grupo resolvesse, nesse caso, destacamos esse problema como

livre, já que os alunos teriam mais possibilidades de conteúdos e contextos abordados, no entanto, devido às resoluções e proposições em torno das operações estudadas, os alunos acabaram sendo influenciados:

Figura 19 - Problema elaborado por aluno.



Fonte: Silva, S. (2016)

Como vemos na imagem figura 19, o problema possui **informações**, **requerimento**, **contexto** (extra matemático) e **entorno matemático**, que foi influenciado pelas atividades anteriores, como mencionamos anteriormente. Salientamos que a elaboração do problema ocorreu **antes da Resolução**.

No décimo primeiro encontro, também houve Proposição de Problemas pela pesquisadora, no entanto, por meio de uma **pergunta para um enunciado**, neste caso, tratando de perguntas adicionais, isto é, **após a Resolução de Problemas**.

Cabe ressaltar que a Proposição de Problemas ocorreu em outros momentos de forma oral, tanto pelos alunos quanto pela pesquisadora, num processo que podemos compreender como Exploração de Problemas. Por fim, percebemos que, inicialmente, os alunos apresentaram dificuldade e mostravam-se inseguros, mas, ao serem incentivados nessas atividades, foram melhorando gradativamente. A pesquisadora relata que, durante as atividades de Proposição de Problemas, os alunos:

Aos poucos foram se desenvolvendo gradativamente, nos primeiros encontros percebemos os equívocos gramaticais e o desagrado de alguns em ter que criar problemas, eles argumentavam ser trabalhoso, ter de pensar na pergunta e na resposta. Com o passar dos encontros começaram a sinalizar autonomia, segurança, criatividade e interesse na proposição dos problemas. (SILVA, S. 2016, p. 154).

Além disso, foram observadas outras potencialidades desenvolvidas pelos alunos ao longo da pesquisa, tais como: criação de estratégias variadas e melhoria na performance de resolver, explorar e propor problemas. Com isso, foi possível notar as contribuições da metodologia usada para o desenvolvimento e formação escolar e social. A seguir, podemos observar a síntese da dissertação 4:

Quadro 6 - Síntese da dissertação 4.

Título: Ideias/Significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.	
Autor / Ano	Silva S. (2016)
Conteúdo	Multiplicação e divisão
Nível de ensino / sujeitos	Alunos do 5º ano do Ensino Fundamental
Momentos em que a Proposição de Problemas foi utilizada	Antes, durante e depois das resoluções.
Forma como a Proposição de Problemas foi trabalhada	Houve vários momentos de Proposição de Problemas, tanto pela professora/pesquisadora quanto pelos alunos. A respeito da Proposição de Problemas pelos alunos, podemos destacar, principalmente, dois momentos: no primeiro foi solicitado a elaboração de um problema para uma situação específica (conteúdo de multiplicação) e o segundo consistia na elaboração de perguntas para uma situação. Além desses, houve outros momentos nos quais ocorreram a Proposição de Problemas tanto pelos alunos quanto pela professora de forma oral.

Fonte: Organizado pela pesquisadora.

5. A dissertação de Mestrado da autora Adriana da Silva Velozo Bezerra (BEZERRA, 2017), intitulada *Conceito e representações de função via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas: um trabalho com alunos de graduação*, teve como objetivo elaborar e aplicar uma sequência didática que contribuísse para um melhor entendimento do conceito e das representações de função via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas para alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, evidenciando as ideias essenciais para o desenvolvimento do conceito de função, com base nas cinco grandes ideias essenciais propostas por Cooney, Beckmann e Lloyd (2010), são elas:

- i) Conceito de função;
- ii) Covariação e taxa de variação;
- iii) Famílias de função;
- iv) Combinação e transformações de funções;

v) Representações de funções.

O levantamento de dados se deu a partir de aulas ministradas aos seis alunos do curso de Licenciatura em Matemática, que cursavam entre o 2º e o 9º período, além de notas de aula, anotações no decorrer dos acontecimentos, descrições escritas e produções dos alunos, a partir dos quais se pôde analisar e refletir acerca do processo de ensino-aprendizagem.

Inicialmente, realizou-se um questionário a fim de identificar as compreensões essenciais e as dificuldades apresentadas pelos professores em formação em relação ao conceito de função, além de investigar o quanto os alunos dominavam ou não alguns conceitos importantes de funções. Em seguida, foi ministrada uma oficina, que foi desenvolvida ao longo de seis etapas, nas quais se propôs uma sequência didática composta por vinte atividades a partir da metodologia de ensino via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas, com o auxílio do software de matemática dinâmica, o GeoGebra, em algumas atividades. Na última etapa, houve uma mesa redonda com a participação do Professor Dr. Silvanio de Andrade sobre a pesquisa em Educação Matemática e o ensino-aprendizagem de função.

A Resolução e exploração de problemas foi o ponto alto da oficina, todos os problemas requeriam forte exploração e essas explorações levaram os alunos a Proposição de novos problemas a partir dos que haviam sido fornecidos pela professora. Um exemplo disso é o problema destacado a seguir:

Figura 20 - Tarefa de Exploração de problemas.

Um determinado tipo de árvore cresce de acordo com a função: $h(t) = \frac{24t+4}{t+2}$ em que h representa a altura da árvore, em metros, e t o tempo, em anos, desde que foi plantada.

- a) Monte uma tabela que relacione a altura da árvore a cada ano.
- b) Esboce o gráfico dessa relação entre altura e anos.
- c) Qual a altura da árvore quando foi plantada?
- d) Quanto tempo leva para a árvore atingir 22 metros de altura?
- e) Calcule o limite da função quando t tende ao infinito.
- f) Qual a altura máxima que essa árvore pode atingir?
- g) Que altura tem uma árvore que foi plantada há 86 anos?

Fonte: Bezerra (2017).

Podemos observar que é um problema que contém muitos itens que exploram o enunciado inicial e que, em sua maioria, um item intensifica a compreensão do outro. Com isso, destacamos o diálogo a seguir, em que a Proposição de Problemas

ocorre de forma não intencional, apesar de que é comum que os participantes elaborem problemas durante atividades de exploração. Vejamos:

Figura 21 - Diálogo referente ao problema 8.

D2: Professora, eu acredito que, por exemplo, esse negócio de altura máxima. Eu substituí aqui no $h(t)$, que é a altura. Fui substituindo de 20 até 25, em termos de altura, para achar os anos. Ai o que ocorre: quando a pessoa substitui a altura 20, o t é 9; quando a pessoa substitui a altura 21, o t é 12,67; e 22 o t é 20; e 23 o t é 42; mas quando chega em 24 fica uma indeterminação. Ai quando você já pula para 25, ai o t vai ser -46. Ai não tem ano negativo!

PP: Com essa sua análise, o que você conclui?

D2: Eu concluo que... Eu acredito que a altura máxima dela é 23. Entre 23 e 24.

Fonte: Bezerra (2017).

Percebemos, na figura 20, que o item f indaga sobre a altura máxima que a árvore pode atingir e, após um longo diálogo entre os estudantes e a professora, uma das duplas acabou por pensar em diversos intervalos de tempo com o intuito de encontrar a resposta, como mostra a figura 21. Com isso, eles acabaram formulando outros problemas ao estipularem intervalos que os ajudaram a solucionar o problema.

Observamos, ao longo da dissertação, que não foram desenvolvidas atividades focadas diretamente na Proposição de Problemas, no entanto, é possível que a Proposição de Problemas ocorra de forma não intencional a partir de atividades de exploração de problemas, nas quais, para resolver um problema, se pode propor questões que facilitem o alcance do resultado. Nesse caso, a Proposição de Problemas ocorreu **durante a Resolução de Problemas**. Dessa forma, a Proposição de Problemas pode ou não acontecer, dependerá de vários fatores como interação, intervenção e abordagem, de modo que um aluno possa usar desse artifício e outro não.

De modo geral, podemos destacar que as respostas obtidas a partir do questionário deixaram claro que eles ainda não haviam se apropriado do conceito e das representações de funções. As oficinas, por meio da metodologia da Resolução, Proposição e Exploração de problemas e com o auxílio do GeoGebra, contribuíram para que os estudantes compreendessem o conceito de funções. Além disso, tais oficinas possibilitaram, ao longo dos encontros, que os alunos mudassem a postura, em especial, na sexta etapa, em que eles fizeram suas próprias intervenções,

demonstrando mais compreensão, autonomia e segurança. A seguir, observamos a síntese da dissertação 5:

Quadro 7 - Síntese da dissertação 5.

Título: Conceito e representações de função via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas: um trabalho com alunos de graduação	
Autor / Ano	Bezerra (2017)
Conteúdo	Funções
Nível de ensino / sujeitos	Licenciatura em Matemática (estudantes que cursavam entre o 2º e 9º período)
Momentos em que a Proposição de Problemas foi utilizada	Durante a resolução de Problemas
Forma como a Proposição de Problemas foi trabalhada	Consistiu na elaboração de um problema, a partir de atividades de exploração.

Fonte: Organizado pela pesquisadora.

6. A dissertação de mestrado da autora Fabíola da Cruz Martins (MARTINS, 2019), com o título *Ensino-aprendizagem de Sistemas Lineares na Formação do Professor de Matemática via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas*, teve como objetivo analisar as contribuições da metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução, Exploração e Proposição de Problemas associada às Representações Múltiplas de Álgebra no Ensino de Sistemas Lineares.

A pesquisa foi desenvolvida na disciplina de *Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas*, da qual a pesquisadora era também professora, com alunos do 5º período do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Federal no Estado da Paraíba. A intervenção dividiu-se em duas etapas que consistiram na realização de uma oficina e na apresentação de seminários pelos discentes, a partir das quais os dados foram coletados, resultando em notas de aulas produzidas pela professora-pesquisadora, atividades impressas, registros dos alunos, imagens capturadas da lousa no momento das resoluções, transcrição das falas (as quais não foram gravadas), além de outras produções dos alunos fornecidas ao longo dos encontros.

A oficina baseou-se em atividades em grupo que atendessem ao objetivo da pesquisa e, ao longo dos encontros, foram realizadas atividades apoiadas na

metodologia de Resolução, Exploração e Proposição de Problemas que pudessem promover:

- i) A transição entre as múltiplas representações;
- ii) A exploração dos métodos de resolução de Sistemas Lineares;
- iii) A discussão, classificação e representação de Sistemas Lineares.

Os seminários, por sua vez, consistiram em intervenções feitas pelos próprios licenciandos, nos quais eles eram responsáveis por planejar e mediar as atividades com a turma sobre o tema “Resolução de Problemas através de Sistemas Lineares”. Tal ação serviu como avaliação da turma, além de possibilitar contribuições para a prática docente.

Foi possível notar, com o desenvolvimento da pesquisa, que os alunos possuíam compreensões teóricas, mas não conseguiam associar a prática de maneira efetiva. Com o passar dos encontros, eles puderam refletir sobre o processo de ensino-aprendizagem, compreender e aprofundar ideias e conceitos referentes a Sistemas Lineares e suas múltiplas representações, além de incorporar a metodologia de Resolução, Exploração e Proposição de Problemas, o que refletiu na prática, como ficou evidente durante os seminários.

Quanto ao trabalho desenvolvido com a Proposição de Problemas, foi possível notar certa dificuldade por parte dos alunos, por ser algo novo para eles. Ainda assim, com a mediação da professora-pesquisadora, foram propostos bons problemas. Notamos, ainda, que o trabalho com a Resolução de Problemas, no primeiro momento, e a exploração deles, posteriormente, colaborou para nortear os futuros professores nas atividades de Proposição de Problemas.

A professora apresentou aos alunos o seguinte problema:

Figura 22 - Resolução de problema proposto: Sistemas Lineares.

A venda de limões e maçãs

O seguinte problema foi inventado na Índia, por Mahavira, há mais de mil anos: “O preço de 9 limões e 7 maçãs é 107. O preço de 7 limões e 9 maçãs é 101. Responda rapidamente qual o preço de um limão e de uma maçã”.

Observação: O valor foi pago em Rupia Indiana (INR).

Fonte: Martins (2019).

Após a discussão do Problema acima e do método mais apropriado e eficiente de resolução, foi solicitado aos alunos a Proposição de novos Problemas com base na situação discutida, que ocorreu **após a resolução**. E, como resultado, eles elaboraram problemas seguindo o contexto de compra e venda de frutas, no entanto, envolveram diferentes tópicos matemáticos, como: frações, raciocínio lógico, sistemas de equações e probabilidade. Destacamos o problema a seguir:

Figura 23 - Problema proposto por grupo de alunos.

2. No final da feira, o vendedor baixou o preço das frutas da seguinte forma: Maçã R\$ 0,80 e Limão R\$ 0,35. Elder fez uma compra de 18 unidades de frutas e pagou R\$ 9,00. Quantas maçãs e quantos limões foram comprados por Elder?

Fonte: Martins (2019).

Podemos notar que é um Problema interessante, bem estruturado, com escrita clara e objetiva, segue a ideia de Sistemas Lineares abordados nas aulas antecedentes e possui os elementos essenciais, que são **informações**, **requerimento**, **contexto** (extra matemático) e **entorno matemático**, os dois últimos elementos foram mantidos pelo participante. O diálogo feito acerca do problema dado ajudou os alunos a ampliar suas experiências de criar problemas, permitindo que eles pensassem além do que eles pensariam se apenas tivessem lido individualmente. Não associamos esse problema a um dos aspectos, pois o entendemos como se tratando de uma **reformulação**.

De modo geral, os participantes apresentaram dificuldades. Inicialmente, foi possível perceber que foi a etapa mais demorada por não estarem habituados a elaborar problemas. Além disso, a pesquisa mostrou que os alunos compreenderam e até mesmo incorporaram a Proposição de Problemas à sua prática, como foi observado por meio dos seminários, contribuindo para a construção de uma nova postura frente ao ensino de Sistemas Lineares, ampliando a visão dos futuros professores e influenciando na prática em sala de aula. A seguir, podemos perceber a síntese da dissertação 6:

Quadro 8 - Síntese da dissertação 6.

Título: Ensino-aprendizagem de sistemas lineares na formação do professor de Matemática via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas.	
Autor / Ano	Martins (2019)
Conteúdo	Sistema Lineares
Nível de ensino / sujeitos	Professores em formação
Momentos em que a Proposição de Problemas foi utilizada	Antes, durante e depois das resoluções.
Forma como a Proposição de Problemas foi trabalhada	Houve dois momentos realizados pela pesquisadora: o primeiro, a partir de um problema (que havia sido resolvido), propor outro semelhante (reformulação) e o segundo, a partir de uma operação matemática, propor um problema. Os professores em formação também sugeriram atividade de Proposição de Problemas durante a apresentação dos seminários.

Fonte: Organizado pela pesquisadora.

7. A dissertação de mestrado da autora Emily de Vasconcelos Santos (SANTOS, 2019), intitulada *Contribuições da Resolução, Exploração e Proposição de Problemas ao Processo de Ensino e Aprendizagem da Combinatória nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*, investigou as contribuições da Resolução, Exploração e Proposição de Problemas ao processo de ensino e aprendizagem da Combinatória com alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Município de Nova Floresta, no estado da Paraíba, a partir do trabalho em grupo durante a realização de encontros.

Os materiais da análise foram coletados a partir de observações, notas de campo, registros escritos dos alunos e áudios gravados, resultantes dos cinco encontros com duração de 4 horas cada, nos quais foram trabalhados os diferentes tipos de significados e invariantes dos quatro tipos de problemas combinatórios necessários para os anos iniciais do Ensino fundamental, a saber: combinação; arranjo; permutação e produto cartesiano, aliados à metodologia de Resolução, Exploração e Proposição de Problemas, sendo priorizado o trabalho de reflexão através de questionamentos e registros produzidos pelos alunos.

No que tange ao trabalho com a Proposição de Problemas, inicialmente, foi a pesquisadora que levantou questionamentos adicionais durante a exploração dos problemas sugeridos para a resolução, em que a partir das discussões e reflexões

acerca do problema eram apresentados novos questionamentos, permitindo a exploração da situação e adaptação de resoluções anteriores para outras situações (quando possível). Sendo assim, os alunos não propuseram problemas a princípio.

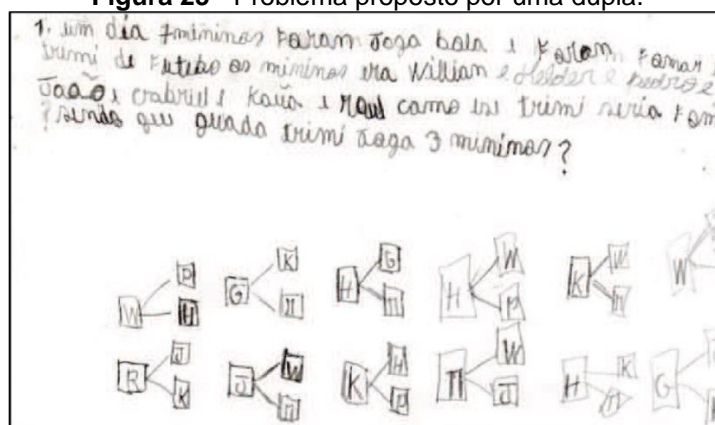
Figura 24 - Problema sobre produto cartesiano.

Para a festa de São João da escola, tem 3 meninos (Pedro, Gabriel e João) e 4 meninas (Maria, Luíza, Clara e Beatriz) que querem dançar quadrilha. Se todos os meninos dançarem com todas as meninas, quantos pares diferentes poderão ser formados?

Fonte: Santos (2019).

Após a Resolução e Exploração do Problema mostrado na Figura 24, a pesquisadora solicitou que os estudantes produzissem um problema semelhante, isto é, a **reformulação** do problema dado:

Figura 25 - Problema proposto por uma dupla.



Fonte: Santos (2019).

Transcrição do texto da figura 25: Um dia 7 meninos foram jogar bola e foram formar um trimi de futebol. Os meninos eram Willian e Helder e Pedro e João e Gabriel e Kauã e Raul. Como esse trimi seria formado sendo que guarda trimi joga 3 meninos?

O que se constatou foi que eles não conseguiram propor problemas sobre as invariantes relacionadas a problemas combinatório do tipo produto cartesiano, ainda que partes das equipes tenham mostrado compreensão no momento da resolução do problema. Este fato evidenciou que tais ideias ainda não haviam sido desenvolvidas completamente.

De acordo com o Problema, notamos que, apesar de possuir os quatro elementos, o **entorno matemático**, que era o principal a ser mantido, não foi. Houve

ainda a presença dos demais elementos: **informações**, **requerimento** e **contexto** (extra matemático). O fato é que os problemas não se caracterizam do tipo produto cartesiano, como esperado pela professora, mas, ao longo de um intenso trabalho com a Resolução, Exploração e Proposição de Problemas, os estudantes foram desenvolvendo a capacidade de explorar diversas dimensões de um problema.

No decorrer dos encontros, a Professora estimulou a reformulação do problema a fim de que, a partir de algumas modificações, fosse necessário mudar a estratégia de Resolução do problema. Neste caso, a Proposição de Problemas ocorreu por parte da Professora, em que, após a apresentação de uma situação problema, mediante a socialização e exploração do problema, novas tarefas de proposição de problemas iam sendo lançadas para os alunos.

Ao longo da pesquisa, os alunos apresentaram bastante dificuldade em propor problemas com ideias semelhantes às aquelas dos problemas primários lançados pela professora, no entanto, foi percebida a evolução dos problemas propostos, que, mesmo não se enquadrando nas invariantes, aos poucos foram trazendo, cada vez mais, ideias combinatórias. Além disso, os argumentos, durante os diálogos, tornaram-se mais consistentes e as resoluções, em sua maioria, eram apropriadas aos problemas.

Contudo, ficou evidente que os dados coletados durante a intervenção permitiram à pesquisadora avaliar a postura dos alunos e perceber as dificuldades apresentadas, identificando as ideias que necessitavam melhorar. Além disso, as atividades pautadas na metodologia de Resolução, Exploração e Proposição de Problemas no ensino-aprendizagem da Combinatória potencializaram o trabalho de reflexão, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia, confiança, raciocínio lógico, combinatório e generalizante, bem como possibilitou explorar diversas dimensões dos problemas trabalhados. A seguir, observemos a síntese da dissertação 6:

Quadro 9 - Síntese da dissertação 6.

Título: Contribuições da Resolução, Exploração e Proposição de Problemas ao processo de Ensino e Aprendizagem da Combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	
Autor / Ano	Santos (2019)
Conteúdo	Análise combinatória
Nível de ensino / sujeitos	Alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental
Momentos em que a Proposição de Problemas foi utilizada	A professora trouxe a Proposição como forma de exploração de problemas durante as resoluções. Os alunos desenvolveram atividades de Proposição de Problemas durante e após as resoluções.
Forma como a Proposição de Problemas foi trabalhada	Foi trabalhada tanto pelos alunos quanto pela professora, sendo que eles, após um problema elaborado, produziram um semelhante. Já a professora, a partir dos enunciados, elaborou problemas. Essa parte ocorria através da exploração dos problemas que resultavam em novos questionamentos.

Fonte: Organizado pela pesquisadora.

Para melhor nortear o leitor na nossa análise, optamos por construir um quadro referente a cada uma das dissertações, que foram apresentados juntamente com os respectivos trabalhos, que consiste em sínteses dos trabalhos descritos com o intuito de pontuar aspectos importantes da Proposição de Problemas e direcionar nossas reflexões com foco no nosso objeto de pesquisa que serão apresentados a seguir.

3.3 Análise geral das dissertações

Com base nos quadros de cada pesquisa, conseguimos destacar possibilidades para o trabalho com a Proposição de Problemas. É notória a variedade de conteúdos e formas de se desenvolver atividades de Proposição de Problemas nas aulas de matemática. Evidentemente, as pesquisas analisadas revelam apenas algumas dentre as inúmeras possibilidades e, dentre elas, podemos destacar alguns pontos importantes.

Quanto aos **conteúdos** abordados nos trabalhos, identificamos:

- Funções;
- Análise Combinatória;

- Multiplicação e divisão;
- Sistemas Lineares.

Quanto aos **níveis de ensino** nos quais se desenvolveram os trabalhos e aos **sujeitos** da investigação, destacamos:

- Ensino Fundamental – 5º ano;
- Ensino Médio – 1º ano (tanto turma regular quanto repetente) e 2º ano;
- Ensino Superior – Entre 2º e 9º período do curso de licenciatura em

Matemática.

Ao analisarmos as dissertações, observamos que algumas delas possuem conteúdos semelhantes e o mesmo acontece com os níveis de ensino e sujeitos, contudo, vale salientar que as pesquisas são variadas, ainda que tenham alguns aspectos em comum. Por exemplo, as pesquisas que envolvem o conteúdo de funções foram realizadas com alunos do 1º ano regular, 1º ano formado por alunos repetentes e também com professores em formação (licenciandos). O mesmo ocorre com as pesquisas de análise combinatória que foram realizadas com alunos do 5º ano do ensino fundamental e também com estudantes do 2º ano do Ensino médio. Nesse sentido, concordamos que:

Nos primeiros anos de escolarização do Ensino Fundamental o que se pretende não é um trabalho pautado na apresentação de definição de termos ou de fórmulas que envolvam tal assunto. Mas sim, a construção de ideias essenciais que estruturam o raciocínio combinatório como os invariantes e significados de cada tipo de problema (SANTOS, 2019, p.100).

A autora se referia ao conteúdo de combinatória, mas podemos estender para outros conteúdos que necessitam de uma abordagem mais simples nas séries iniciais.

O que temos percebido é que as primeiras tarefas que envolvem a criação de problemas, geralmente, são as que os estudantes mais sentem dificuldade. Notamos o mesmo que Silva, S. (2016) percebeu no seu estudo, uma vez que:

nos primeiros encontros percebemos os equívocos gramaticais e o desagrado de alguns em ter que criar problemas, eles argumentavam ser trabalhoso, ter de pensar na pergunta e na resposta. Com o passar dos encontros começaram a sinalizar autonomia, segurança, criatividade e interesse na proposição dos problemas. (SILVA, S. 2016, p. 154).

De fato, com as tarefas de Proposição de Problemas, podemos verificar equívocos matemáticos e gramaticais e, até mesmo, contribuir para o avanço nesses pontos, bem como em outros.

Os sujeitos das pesquisas conseguiram realizar as tarefas propostas, com maior ou menor dificuldade, isso sugere, juntamente a outros trabalhos desenvolvidos, também mencionados nesta pesquisa, que a Proposição de Problemas tem se mostrado cada vez mais vantajosa de se trabalhar, nos mais diversos níveis de ensino, seja com alunos ou mesmo professores em formação inicial ou continuada.

Ao pontuar o **momento** em que a Proposição de Problemas foi utilizada, nos referimos à sua relação com a Resolução de Problemas, podendo acontecer **antes**, **durante** ou **depois**. Por se tratar de trabalhos envolvendo a exploração de Problemas, por parte do professor, as proposições geralmente aconteciam nos três momentos, já por parte dos discentes, na maioria das vezes, ocorria antes da resolução, devido aos tipos de tarefas solicitadas. Identificamos também que as tarefas de Proposição de Problemas geralmente são abordadas em sala de aula após uma longa jornada de resoluções.

Martins (2019) abordou a Proposição de Problemas pelos alunos logo no primeiro encontro, Silva, V. (2015) e Santos (2019) abordaram no segundo encontro, Silva, S. (2016) no terceiro encontro e outros trabalhos, como Silva, L. (2013) e Silveira (2016), optaram por desenvolver tarefas de proposição somente nos últimos encontros. Santos (2019) trabalhou ao longo das suas intervenções dando forte ênfase às tarefas de elaboração de problemas, que ocorreram em vários momentos, já os demais optaram por trabalhar de forma mais pontual.

O trabalho limitado com a Proposição justifica-se pela seguinte fala:

Acabamos deixando as propostas de proposição de problemas por último porque desde o início nos sentíamos receosos e desejávamos planejar com muito cuidado, uma vez que os alunos demonstraram inicialmente muita resistência ao trabalho na perspectiva da resolução e exploração de problemas e no trabalho em equipe e aos poucos foi sendo superado e depois que eles estavam acostumados a resolver problemas antes de começarmos com o trabalho de pesquisa, desejávamos que eles tivessem muito contato com diferentes problemas para resolver antes de pedirmos que eles elaborassem seus próprios problemas (SILVA, L., 2013, p. 285).

A Resolução do Problemas, nesse sentido, precedendo a Proposição de Problemas, acaba auxiliando os alunos na elaboração dos seus próprios problemas

com base na situação resolvida, fato que se confirma no estudo desenvolvido por Rosli *et al.* (2015), que apontam as atividades de Resolução de Problemas como influentes nas tarefas de proposição e vice-versa, no entanto, em alguns trabalhos a Proposição de Problemas acabou sendo pouco abordada e até mesmo deixada de lado, como destacamos ao longo das descrições, apesar dos trabalhos terem sido pautados numa metodologia voltados para a Exploração de Problemas.

No que tange à forma que as tarefas de Proposição de Problemas foram desenvolvidas com os participantes, nos referimos a cinco **categorias** (SILVER, 1995; STOYANOVA, 1998) já mencionadas por nós. Três dos sete trabalhos solicitavam a elaboração de problemas que se caracterizam como Proposição de Problemas com **informações específicas**. Dois dos trabalhos abordaram informações do tipo **conteúdo** e um do tipo **palavra**. Dois trabalhos instigaram **perguntas para um enunciado**, um para a elaboração de um **problema baseado em um cálculo** e um para elaboração de uma **situação livre**. Não notamos o aparecimento de tarefas que envolvessem **problemas com uma resposta determinada**.

Como mencionamos na seção anterior, a Proposição de Problemas refere-se tanto à elaboração de um problema quanto à reformulação de um problema, segundo Silver (1994). Contudo, ao longo das nossas análises, percebemos que houve um outro tipo de reformulação, que ocorreu em seis dos sete trabalhos, diante das tarefas de Proposição de Problemas.

Enquanto os discentes pensavam em um problema apropriado, eles iam fazendo alterações até a construção do problema escrito. Na maioria das vezes, os próprios propositores sentiam a necessidade de reescrever seus problemas e, através da mediação e interação com a turma, os problemas iam passando por novas alterações (reformulações) até chegar na sua versão final.

Assim, notamos que as reformulações podem ocorrer tanto a partir de um problema dado com base no qual se propõe um novo problema, como durante a elaboração de um problema, em que alterações podem ser feitas ao pensar no problema, ao escrevê-lo e ao apresentá-lo ao mediador ou aos outros participantes. Essas alterações são reestruturações do pensamento e o problema está sendo moldado, como a elaboração de um artigo em que primeiro se pensa sobre o que se quer escrever, busca-se reestruturar o pensamento e colocar as ideias no papel e

depois de escritos, muitas vezes, é necessário acrescentar, retirar e/ou até mesmo realocar as informações.

A partir dos problemas produzidos pelos alunos, pudemos identificar **elementos** conforme Jurado (2013a), com exceção do trabalho de Bezerra (2017), no qual não ocorreu a Proposição de Problemas de forma específica e planejada, mas, devido ao trabalho com a Exploração de Problemas, resultou na elaboração de novos problemas ao longo da resolução de um problema abordado. Nos demais trabalhos, identificamos, nos problemas criados pelos participantes, a presença de todos os elementos: **informações; requerimento; contexto e entorno matemático**. Ressaltamos que o contexto pode ser extra matemático quando se trata de uma situação real, como pudemos destacar em todos os sete trabalhos nos quais identificamos os elementos de um problema, ou intra matemático quando possui uma abordagem mais formal ou estritamente matemática. Consideramos, assim, o problema presente no trabalho de Silva, V. (2015) que também se caracterizou como extra matemático, isso ocorreu pelo fato de tanto se referir a uma situação real quanto por ter a presença de uma lei de formação no próprio enunciado, o que proporcionou um teor mais formal ao problema.

Observamos ademais, **obstáculos** presentes nos primeiros momentos das tarefas de proposição de problemas nesses trabalhos, sendo eles:

- Resistência;
- Insegurança;
- Desmotivação;
- Dificuldade em propor um problema;
- Dificuldade em resolver os problemas que eles mesmos formularam;
- Não associação da teoria à prática (nas pesquisas envolvendo professores).

É interessante notar a postura dos alunos frente a tarefas de Proposição de Problemas, pois, na maioria das vezes, a princípio, eles tendem a ficar inseguros e resistentes, e até desmotivados por não saber como elaborar um problema, mas, com a mediação do professor, os alunos desenvolvem autonomia, criatividade, curiosidade e ideias matemáticas relativas ao conteúdo trabalhado.

Vemos que, apesar dos avanços se apresentarem a passos mais lentos nesse campo de pesquisa, concordamos com Andrade (2017) quando afirma que:

em todas as pesquisas realizadas, a partir de um mergulho intenso no cotidiano da sala de aula, temos notado que a Proposição de Problemas

parece ser a ferramenta mais difícil de ser trabalhada e desenvolvida nos alunos. Temos observado que isso advém de uma prática de sala de aula que tem sido concentrada apenas na resolução de problemas oriunda de problemas propostos exclusivamente pelo professor e nunca pelos alunos. (ANDRADE, 2017, p. 388)

Não é surpreendente que os alunos sintam dificuldades frente a desafios como este, pois propor problemas é uma atividade que exige trabalho cognitivo acentuado tanto do professor quanto do aluno.

Apesar de algumas dificuldades observadas com o trabalho de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, identificamos as seguintes **potencialidades**:

- Interesse;
- Desenvoltura;
- Entusiasmo;
- Criatividade;
- Confiança;
- Autonomia;
- Motivação;
- Engajamento;
- Compreensão de conceitos de forma aprofundada;
- Melhoria na elaboração de estratégias de resolver e criar problemas;
- Exploração de diversas situações do problema.

Ao longo dos trabalhos, pode-se observar que:

a notabilidade da proposição de problemas no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos merece destaque, já que a proposição de problemas traz uma compreensão para o problema, que a resolução não traz, visto que esta possibilita uma reorganização do pensamento, ao passo que a resolução de problemas está introduzida na proposição de problemas. (SILVEIRA, 2016, p. 211).

Todo o processo de elaboração e reformulação dos problemas produzem fontes para o professor compreender o pensamento do aluno, realmente “quanto mais informações os professores obtêm sobre o que os alunos sabem e pensam, mais dados eles têm para nortear seus esforços de criar oportunidades de aprendizagem eficazes para todos os seus alunos” (SILVER; HUANG, p. 3)²¹. Nesse

²¹ The more information that teachers obtain about what students know and think, the more data they have to inform their efforts to create effective learning opportunities for all of their students.

caso, a postura de prontidão do mediador é essencialmente importante para melhor conduzir os aprendizes.

Com isso, professores (em serviço ou em formação) “devem ser capazes de propor problemas matemáticos importantes e valiosos, para usar a proposição de problemas matemáticos de forma eficaz, como uma ferramenta pedagógica para compreender o pensamento matemático de seus alunos”²² (CAI; HUANG, 2020, p. 4).

Ainda segundo Bonotto (2013), a Proposição de Problemas, ao ser devidamente inserida na prática de sala de aula, representa uma das formas mais autênticas de investigação e o uso de diferentes tipos de tarefas tende a promover diferentes potencialidades aos estudantes, além de estimular uma maior flexibilidade mental. É o caso dos trabalhos que desenvolveram várias ideias de funções e análise combinatória a partir da Proposição de Problemas, fornecendo uma melhor e mais ampla compreensão conceitual.

Percebemos, assim, que essa inserção pode “permitir que as vozes dos alunos se tornem relevantes no desenvolvimento da matemática que estão aprendendo e fornecer espaços para fomentar a criatividade e o poder matemático”²³ (CAI *et al.*, 2015, p. 22, tradução nossa).

No geral, os pesquisadores trabalham previamente as atividades de Resolução de Problemas para depois trabalhar a Proposição, como forma de desenvolver conceitos matemáticos, para, assim, solicitar a elaboração de novas situações. Isso pode ocorrer tanto pelo fato de as pesquisas relacionarem a Resolução e Proposição como um processo de Exploração de Problemas, como também pelo fato de o trabalho com a Proposição de Problemas ser algo novo no que tange à prática pedagógica e, dessa forma, gerar maior segurança no docente para melhor condução dos estudantes nessas tarefas.

Diante do exposto, podemos entender que a forma de se trabalhar a Proposição de Problemas não se limita, necessariamente, às categorias mencionadas, e é por este motivo que deve haver um planejamento, preparo e uma análise de formas mais apropriadas para se alcançar os objetivos de ensino de

²² Teachers must be able to pose important and worthwhile mathematical problems to use MPP effectively as a pedagogical tool for understanding their students' mathematical thinking.

²³ allow students' voices to become relevant in the development of the mathematics they are learning and provide spaces to foster creativity and mathematical power.

determinado tópico matemático. Um exemplo disso é a escolha feita pelo pesquisador Silveira (2016) em seu trabalho com a análise combinatória: as palavras propostas aos alunos eram relacionadas a situações trabalhadas anteriormente. Dessa forma, o pesquisador conseguiu direcionar os tipos de problemas produzidos pelos alunos, o que não seria possível com palavras que não apresentassem relação clara com o contexto da aula. Destacamos, ainda, a importância da mediação, da interação as atividades, em especial, no processo de reformulação dos problemas.

De modo geral, as pesquisas analisadas apresentaram enfoques diferentes para a Proposição de Problemas, mostrando algumas possibilidades dessa proposta para o ensino-aprendizagem de matemática. No que diz respeito à gama de conteúdo, aos níveis de ensino, ao momento em que ela pode acontecer, seja antes, durante ou após a Resolução de Problemas, e ainda de forma mais específica, destacamos, nos trabalhos, como os pesquisadores optaram por desenvolver seus estudos seja para solicitar um problema com base numa palavra, num conteúdo, numa operação, para elaborar uma pergunta para um enunciado ou ainda propor um problema a partir de outro. Vale salientar que, em alguns estudos, a Proposição de Problemas ocorreu de várias formas, assim como o processo de reformulações se mostrou essencial para a elaboração de problemas apropriados, associados à mediação e interação. Acreditamos ainda na necessidade de a Proposição de Problemas estar cada vez mais presente nas aulas de matemática e, especialmente, diante de trabalhos pautados numa metodologia de Exploração de Problemas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Trazemos, aqui, as nossas considerações acerca dos resultados deste trabalho. Inicialmente, retomamos ao objetivo de pesquisa que foi identificar pontos de encontro e contribuições da Proposição de Problemas no ensino-aprendizagem de matemática, norteado pelo seguinte questionamento: quais as convergências e contribuições da Proposição de Problemas observadas nas dissertações de mestrado, realizadas no PPGECEM, no ensino-aprendizagem de matemática?

Para isso, fizemos um levantamento de materiais influentes na literatura internacional e nacional. Nesta, consideramos como material de análise, especialmente, sete dissertações do grupo GEPEP que nos ajudaram a entender os pontos de encontros com as pesquisas estrangeiras.

Consideramos importante destacar, inicialmente, não um desencontro, mas um avanço que temos percebido nas dissertações advindas do nosso grupo de estudos (GEPEP) em comparação com a literatura internacional. Percebemos que o GEPEP tem se preocupado em responder a questionamentos importantes das pesquisas internacionais em Proposição de Problemas, porém, com o cuidado de não finalizar o processo na resolução do problema proposto, mas ir além, uma vez que a Proposição de Problemas na perspectiva da Exploração de Problemas não se preocupa apenas com a elaboração de um problema e a sua resolução, pois enquanto ocorre a resolução de um problema proposto, ocorre também o processo de Exploração que dá origem a novos problemas e a novas resoluções, permitindo ampliar a visão de um problema através de extensões do problema, o que representa, para a pesquisa acadêmica brasileira, um avanço significativo.

Para responder ao nosso questionamento inicial, buscamos sintetizar os resultados do nosso estudo através de perguntas levantadas por Cai *et. al.* (2015), as quais responderemos com base nas dissertações analisadas.

1. Por que a Proposição de Problema é importante na Matemática escolar?

Percebemos que, além de apresentar uma gama de possibilidades quanto aos níveis de ensino e de conteúdos a serem trabalhados nas aulas de matemática, essas tarefas permitem aos alunos desenvolver criatividade, autonomia, compreensão de conceitos e melhoria nas estratégias de resolver e propor problemas, fazendo com que os alunos não estejam limitados a resolver apenas problemas prontos, mas que sejam capazes de propor os seus próprios problemas,

expressando neles o contexto em que vive, suas preferências e suas compreensões matemáticas.

2. Professores e estudantes são capazes de propor problemas matemáticos importantes?

Percebemos que tanto professores quanto alunos podem propor problemas matemáticos importantes, no entanto, a forma como as tarefas de Proposição de Problemas serão solicitadas e conduzidas é que dirão se, de fato, será mais ou menos trabalhoso propor um problema adequado. Nos trabalhos analisados, conseguimos notar que, nas primeiras proposições solicitadas, os estudantes conseguiam elaborar problemas, que passavam a ser adequados (possuir informações, requerimento, contexto e entorno matemático) a partir da mediação, interação e reformulações.

3. Professores e estudantes podem ser efetivamente treinados para propor problemas de alta qualidade?

As pesquisas analisadas foram desenvolvidas ao longo de vários encontros. Em algumas delas, a Proposição de Problemas foi trabalhada de forma moderada e, em outras, de forma mais intensa. Percebemos que os alunos tendem a sentir dificuldade na elaboração dos primeiros problemas ou quando é alterada a forma de proposição solicitada, por exemplo: numa primeira tarefa, pedir para o estudante completar um enunciado e, em outra, pedir para ele elaborar um problema, nesse caso, o nível de dificuldade aumenta, pois na última ele precisa também pensar em um contexto para o problema, mas, na medida em que eles vão propondo, tendem a se tornar mais hábeis diante das tarefas de proposição. Os professores, por sua vez, passam a ter uma nova postura durante as aulas, priorizando a fala dos estudantes, compreendendo aspectos matemáticos que antes passavam despercebidos, além de lidar com uma variedade de problemas que podem ser propostos.

4. O que sabemos sobre os processos cognitivos da Proposição de Problemas?

Apesar de não ser o foco das nossas investigações, alguns processos cognitivos podem ser observados durante o desenvolvimento de atividades de Proposição de Problemas, em especial, a metacognição, que diz respeito à autorregulação do pensamento. A ação de elaborar um problema requer do propositor: que ele entenda e reflita sobre as ideias que irão constituir o problema;

que ele elabore estratégias de proposição, como, por exemplo, a ordem em que as informações serão colocadas e o contexto do problema; e que ele avalie suas ideias, estratégias, entre outros.

5. Como as habilidades de Proposição de Problemas estão relacionadas às habilidades de Resolução de Problemas?

Nas primeiras tarefas de Proposição de Problemas, os estudantes se preocupavam tanto em propor que acabavam esquecendo da solução. Em alguns casos, os alunos não conseguiam resolver os problemas que eles haviam elaborado. Nas proposições solicitadas posteriormente, é possível perceber que eles passam a se preocupar com a solução antes mesmo de ser requerer a resposta. Além disso, apesar de não termos dado tanta atenção às resoluções dos problemas, observamos, durante a leitura dos trabalhos, que os alunos que elaboravam bons problemas apresentavam mais facilidade em resolvê-los, assim como aqueles que demonstravam facilidade em resolver problemas costumavam propor problemas mais apropriados e de forma mais ágil. Desse modo, percebemos que insistir em tarefas de Proposição de Problemas, trabalhando também as resoluções, permite que o estudante melhore suas habilidades tanto de resolver quanto de propor.

6. É possível usar a Proposição de Problemas como uma medida de criatividade e resultados de aprendizagem?

Constatamos, nos trabalhos, que os alunos demonstravam mais criatividade quando criavam do que quando resolviam problemas, por exemplo. Durante as elaborações, os estudantes precisam pensar em um contexto e isso faz com que eles revelem quão criativos são. Além disso, as situações propostas podem indicar compreensões e incompreensões apresentadas por eles, permitindo ao professor planejar novas ações, como no caso de Santos (2019), que solicitou a elaboração de um problema semelhante a um problema dado, no intuito de que os problemas elaborados compreendessem os mesmos invariantes presentes no problema base. Todavia, os alunos não conseguiram fazê-lo conforme esperado. Isso mostra que os problemas podem refletir as inconsistências conceituais e dificuldades de compreensão quanto a determinado tipo de problema combinatório, o que pode se estender para outros tópicos matemáticos também.

7. Como as atividades de Proposição de Problemas estão incluídas na Matemática Curricular?

Trazendo essa pergunta para o contexto brasileiro, os materiais curriculares nacionais apontam objetivos, competências e habilidades a serem alcançadas com o ensino de matemática, mas não mencionam a Proposição de Problemas como possibilitadora para alcance destes, por mais que acreditemos fortemente nisso. É necessário, nesse sentido, uma investigação aprofundada dos documentos curriculares, dos livros didáticos e, até mesmo, sobre o que os professores de matemática sabem a respeito da Proposição de Problemas, se sabem, inclusive.

8. Qual a aparência de uma sala de aula quando os alunos se envolvem em atividades de Proposição de Problemas?

Com base nas experiências de Proposição de Problemas observadas nas dissertações, temos percebido três características predominantes nas aulas de matemática diante de tarefas de Proposição de Problemas, sendo elas: interação; mediação e reformulação.

A interação permite aos alunos trocarem ideias, debaterem sobre o que pode ser adequado ou não num problema elaborado e refletirem tanto sobre suas ações e pensamentos quanto sobre as ações de seus colegas.

A mediação faz o professor dar autonomia para que os estudantes tomem decisões e tenham suas próprias reflexões e conclusões, contribuindo para os direcionamentos necessários.

A reformulação é, também, uma característica notável numa sala de aula, na qual os estudantes propõem problemas. Ela é essencial para que os alunos ajustem suas ideias e compreensões e construam bons problemas. Tudo isso é potencializado quando acontece agregado à interação e à mediação, simultaneamente.

9. Como a tecnologia pode ser usada em atividades de Proposição de Problemas?

Duas das pesquisas analisadas usaram a tecnologia, como o GeoGebra e Wolfram Alpha, para as intervenções em sala de aula. Esses recursos foram usados na Resolução de Problemas, mas também permitiram a exploração do problema inicial, que resultou em novos questionamentos/problemas, ampliando a compreensão dos estudantes. Dessa forma, percebemos que a tecnologia pode ser usada durante a resolução dos problemas, à medida em que novos problemas vão sendo propostos, influenciando na exploração da situação inicial e na ampliação da compreensão acerca de determinado tópico matemático.

10. O que sabemos sobre o impacto de se envolver em atividades de Proposição de Problemas nos resultados dos alunos?

Entender o detalhamento de como ocorreram as intervenções nos possibilitou refletir acerca dos impactos de usar tarefas de Proposição de Problemas nas aulas de Matemática e, em especial, suas implicações nos resultados dos alunos. É notório que os problemas propostos pelos estudantes revelam suas compreensões e incompreensões e, à medida que esse tipo de tarefa se torna presente nas aulas de matemática, melhor vai se tornando o desempenho dos alunos. Assim sendo, quanto mais inserimos tarefas de Proposição de Problemas nas aulas de matemática, mais oportunidade daremos para que os estudantes expressem suas compreensões e incompreensões, potencializando sua aprendizagem, colaborando, também, para o desenvolvimento das estratégias necessárias para professor em busca de reparar tais dificuldades e, conseqüentemente, contribuir na aquisição de autonomia; criatividade; compreensão acerca dos tópicos matemáticos trabalhados; melhor performance em atividades de Proposição, Exploração e Resolução de Problemas; dentre outros.

De modo geral, destacamos, a partir da resposta a essas perguntas, algumas possibilidades para a aprendizagem matemática, seja quanto à variedade de conteúdos e níveis de ensino ou como e com quem trabalhar a Proposição de Problemas matemáticos. Pontuamos a influência da Proposição de Problemas com professores para a prática pedagógica e pelo aluno para a compreensão matemática. A mediação do professor e a interação professor-aluno e aluno-aluno contribuíram no processo de reformulação de problemas, o que influenciou a construção de problemas mais consistentes.

Outro aspecto que nos cabe destacar são as atenuadas desigualdades existentes quanto às oportunidades de ensino. Entendemos que a Proposição de Problemas faz parte de uma pedagogia investigadora que pode chegar a todos e com isso “desafiar as hierarquias rígidas associadas às concepções convencionais de matemática, currículo de matemática e habilidades matemáticas”²⁴ (SILVER, 1994, p.21 *apud* ERNEST, 1991, tradução nossa).

Em suma, neste trabalho, temos nos preocupado em fornecer subsídios que direcionem os professores a incorporar a Proposição de Problemas nas aulas de

²⁴ Challenge the rigid hierarchies associated with conventional conceptions of mathematics, mathematics curriculum and mathematical ability.

matemática. Ao sintetizarmos materiais importantes, corroboramos na compreensão de aspectos da Proposição de Problemas. Além disso, com as pesquisas que analisamos, pudemos visualizar possibilidades para o desenvolvimento dessas tarefas em sala de aula e como os estudos têm se encaminhado para o trabalho com a Proposição de Problemas sob a perspectiva da Exploração de Problemas, evidenciando suas contribuições e potencialidades para a aprendizagem matemática.

Por fim, diante do fato de a Proposição de Problemas vir, geralmente, após a Resolução de um Problema, ou após as resoluções de uma variedade de situações-problemas, uma vez que há uma melhor familiarização com a Resolução de Problemas, nos inquietamos com o seguinte questionamento: quais as possibilidades de antecipar, cada vez mais, a Proposição de Problemas ou até mesmo usá-la como ponto de partida nas aulas de Matemática e quais as contribuições dessa antecipação para a aprendizagem Matemática? Além deste, deixamos ainda outros questionamentos como possibilidades para pesquisas futuras, a saber: sabendo que os problemas elaborados pelos alunos possibilitam ao professor a percepção acerca das ideias e conceitos dominados ou não pelos alunos, de que forma a Proposição de Problemas poderia ter potencial como tarefa de avaliação da aprendizagem? Como e quais as contribuições e possibilidades de se trabalhar a Proposição de Problemas em outras disciplinas?

REFERÊNCIAS

- ABREU, J. D. de. **Aprendizagem móvel**: Explorando a Matemática por meio de aplicativos educacionais em smartphones. 2018. 233f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018.
- ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. 1998. 325f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo, 1998.
- ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre resolução, exploração e proposição de problemas matemáticos no cotidiano da sala de aula. *In*: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Orgs.). **Perspectivas para resolução de problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 355-395.
- ANDRADE, S.; NASCIMENTO, M. A. Resolução e exploração de problemas no ensino – aprendizagem de funções e a multicontextualidade da sala de aula. **Anais XV EBRAPEM** [...] Campina Grande: Realize Editora, 2011. Disponível em: <<http://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/1063>>. Acesso em: 21 jun. 2021.
- BEZERRA, A. S. V. **Conceito e representações de função via resolução, proposição e exploração de problemas**: Um trabalho com alunos de graduação. 2017. 319f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.
- BONOTTO, C. Artifacts as sources for problem-posing activities. **Educ Stud Math** 83, 37–55, 2013.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (Matemática). Brasília: MEC, 1997.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (Matemática). Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais. **Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2000.
- BROWN, S. I.; WALTER, M. I. **The art of problem posing**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1983.
- CAI, J. **Problem posing as lenses of improving students' learning in classroom**. Newark, DE: University of Delaware, 2013.

CAI, J.; HWANG, S. **Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing.** *Journal of Mathematical Behavior*, 401–421, 2002.

CAI, J. An investigation of U.S. and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving. **Mathematics Education Research Journal**, 37–50, 1998.

CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through mathematical problem posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. **International Journal of Educational Research**, EUA, v. 102, 2020.
<https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001>. Disponível em:
 <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0883035518318093>>. Acesso em: 21 jun. 2021.

CAI, J.; HWANG, S.; JIANG, C.; SILBER, S. **Problem posing research in mathematics:** Some answered and unanswered questions. *In*: SINGER F. M., N. ELLERTON, J. CAI (Eds.). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. New York: Springer, 2015, p. 3-34.

CHICA, C. Por que formular problemas? *In*: SMOLE, K.; DINIZ, M. (Org). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 151-173.

CRESPO, S. A Collection of Problem-Posing Experiences for Prospective Mathematics Teachers that make a Difference. *In*: SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. (Org.). **Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice**. New York: Springer, 2015. v. 1, p. 493-511.

DOYLE, W. Academic work. **Review of Educational Research**, 1983 53, 159–199, 1983.

ELLERTON, N.F. Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. **Educ Stud Math** 83, 87–101 (2013). <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9449-z>
 English, L.D. The Development of Fifth-Grade Children's Problem-Posing Abilities. *Educational Studies in Mathematics* 34, 183–217 (1997).
<https://doi.org/10.1023/A:1002963618035>

FELMER, P.; PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (Eds.). **Posing and solving mathematical problems:** advances and new perspectives. Switzerland: Springer, 2016.

GETZELS, J. W. **Problem finding:** A theoretical note. *Cognitive Science*, 3, 167–172, 1979.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **RAE-Revista de Administração de Empresas**, [S.l.], v. 35, n. 3, p. 21-44, mai. 1995. ISSN 2178-938X. Disponível em:
 <<http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rae/article/view/38200>>. Acesso em: 16 set. 2020.

JURADO, U. M. El rincón de los problemas: Variaciones de um problema. El caso de um problema de R. Douady. **UNIÓN: Revista Iberoamericano de Educación Matemática**, España, v. 9, n. 34, p. 141 – 149, jun. 2013a.

JURADO, U. M. La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores. *In*: VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM), 7, 2013, Montevideo. **Actas...** Montevideo: Sociedad de Educación Matemática Uruguay Uruguay, 2013b, p. 117 – 128.

JURADO, Uldarico Malaspina; VARGAS, Estela Vallejo. Creación de problemas en la docencia e investigación. *In*: JURADO, Uldarico Malaspina. **Reflexiones y Propuestas en Educación Matemática**. San Martín de Porres: Editorial Moshera S.R.L., 2014.

KILPATRICK, J. Reformulando: Abordando a Resolução de Problemas como Investigaçao. *In*: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Orgs.). **Perspectivas para resolução de problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 163-187.

KLAASSEN, K.; DOORMAN, M. **Problem posing as Providings Students with Content-Specific Motives**. *In*: SINGER F. M., N. ELLERTON, J. CAI (Eds.). **Mathematical problem posing: From research to effective practice**. New York: Springer, 2015, p. 215-240.

LEIKIN, R. Teams of prospective mathematics teachers: Multiple problems and multiple solutions. *In*: WOOD, T.; KRAINER, T. (Org.). **International handbook of mathematics teacher education: Participants in mathematics teacher education: Individuals, teams, communities, and networks**. Rotterdam, The Netherlands: Sense. 2008. v. 3, p. 63–88.

LEIKIN, R. **Problem posing for an Through Investigations in a Dynamic Geometry Environment**. *In*: SINGER F. M., N. ELLERTON, J. CAI (Eds.). **Mathematical problem posing: From research to effective practice**. New York: Springer, 2015, p. 373-391.

LEUNG, S. S.; SILVER, E. A. The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. **Mathematics Education Research Journal**, Springer Netherlands, . 9, n. 1, p. 5-24, 1997.

LOWRIE, T. Young children posing problems: the influence of teacher intervention on the type of problems children pose. **Mathematics Education Research Journal**, Springer Netherlands, v. 14, n. 2, p. 87-98, 2002.

LU, C.; WANG, B. **Research on mathematics teaching through using mathematical situations and posing problem in high school and primary school** [in Chinese]. Guiyang, China: Guizhou People's Publishing House, 2006.

MA, L. **Knowing and teaching elementary mathematics**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 1999.

MARTINS, F. C. **Ensino-aprendizagem de sistemas lineares na formação do professor de Matemática via exploração, resolução e proposição de problemas**. 2019. 139f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: Author, 2000.

ROSLI, R. *et al.* **Middle Grade Preservice Teachers' Mathematical Problem Solving and Problem Posing**. In: SINGER F. M., N. ELLERTON, J. CAI (Eds.). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. New York: Springer, 2015, p. 333-354.

SANTOS, E. V. **Contribuições da resolução, exploração e proposição de problemas ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. 228. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

SANTOS, E. V.; ANDRADE, S. Resolução, Exploração e Proposição de Problemas nos anos iniciais do ensino fundamental: contribuições para o ensino e aprendizagem da combinatória. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. e020030, 2020.

SANTOS, R. O. **Educação fiscal nas aulas de Matemática, cenários para investigação e exploração de problemas**. 2019. 167f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

SILVA, L. M. **Compreensão de ideias essenciais ao ensino-aprendizagem de funções via resolução, proposição e exploração de problemas**. 2013. 307 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

SILVA, V. S. **Proposição e exploração de problemas no cotidiano da sala de aula de Matemática**. 2015. 132f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

SILVA, S. V. P. **Ideias/significados da multiplicação e divisão: O processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental**. 2016. 170f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SILVEIRA, A. A. da. **Análise combinatória em sala de aula**: Uma proposta de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas. 2016. 234f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SILVER, E. A. The nature and use of open problems in mathematics education: Mathematical and pedagogical perspectives. **International Reviews on Mathematics Education** v. 2, p. 67-72, jan.1995.

SILVER, E. A., and Jinfa Cai. "An Analysis of Arithmetic Problem Posing by Middle School Students." **Journal for Research in Mathematics Education**, vol. 27, no. 5, 1996, pp. 521–539. JSTOR, www.jstor.org/stable/749846. Accessed 22 July 2021.

SILVER, E. A. On mathematical problem posing. **For the Learning of Mathematics**. Vancouver/CA, v. 14, n.1, p. 19–28, fev.1994.

SPINILLO, A. G. *et al.* Formulação de Problemas Matemáticos de Estrutura Multiplicativa por Professores do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 928-946, dez. 2017. Disponível em:
<<https://www.scielo.br/j/bolema/a/3xhJw53dwsVyk7wv6Hd84Cc/abstract/?lang=pt#>>
Acesso em: 24 nov. 2020.

STOYANOVA, E. Problem posing in mathematics classrooms. *In*: MCINTOSH, A.; ELLERTON, N. **Research in Mathematics Education: A Contemporary Perspective**. Austrália: Research Online, 1998. v. 1, p. 164-185.