



**UEPB**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO  
MATEMÁTICA**

**DIOGO CABRAL DE SOUSA**

**TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: ESTUDO DE CASO A  
PARTIR DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

**CAMPINA GRANDE  
2020**

DIOGO CABRAL DE SOUSA

**TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: ESTUDO DE CASO A  
PARTIR DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

**Área de concentração:** Educação Matemática

**Orientador:** Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes

**CAMPINA GRANDE  
2020**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S725t Sousa, Diogo Cabral de.  
Tecnologias digitais no ensino de Função afim [manuscrito]  
: estudo de caso a partir da teoria antropológica do didático /  
Diogo Cabral de Sousa. - 2020.  
150 p. : il. colorido.  
Digitado.  
Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de  
Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da  
Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2020.  
"Orientação : Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes ,  
Coordenação do Curso de Matemática - CCT."  
1. Função Afim. 2. Tecnologias digitais. 3. Praxeologias. 4.  
Recursos didáticos. I. Título  
21. ed. CDD 510.7

DIOGO CABRAL DE SOUSA


TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: ESTUDO DE CASO A  
PARTIR DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

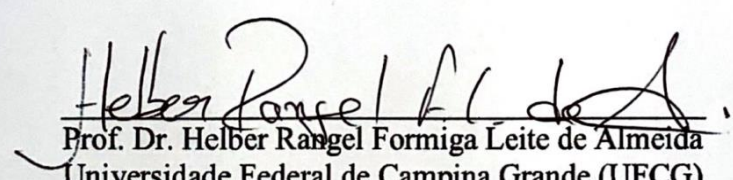
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

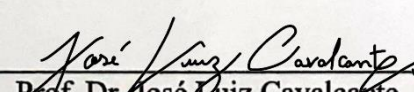
**Área de concentração:** Educação Matemática

Aprovada em: 25 / 06 / 2020.

**BANCA EXAMINADORA**

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes (Orientador)  
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida  
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. José Luiz Cavalcante  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico este trabalho:

A todas as pessoas que fazem parte de minorias, que quebram estatísticas e rompem os padrões impostos por uma sociedade excludente, e cujas histórias são veladas ou interrompidas. A tantos que não tiveram oportunidade de viver, que ficaram excluídos ou enjaulados, tendo uma vida aprisionada e/ou condicionada por pressões, preconceitos e outras violências. Às pessoas que são vítimas e linha de frente na luta contra o preconceito – negros, LGBTQIA+, pobres, dentre outros. Seremos resistência!

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de dirigir minhas palavras de agradecimento, em especial:

A Deus, primeiramente, a quem particularmente chamo assim. Que é a força motriz e criador deste universo, mas não me faz excluir ou negar outras divindades de outras crenças.

À UEPB, em especial, ao PPGECEM, a todo o corpo docente, à direção (Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida) e aos servidores, que me oportunizaram lutar por esse objetivo e que estavam dispostos a ajudar durante essa caminhada formativa.

Ao meu orientador, o Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes, pelas contribuições e orientações, por acreditar nesta pesquisa, pela abnegação, pela amizade, pelos ensinamentos e partilha e pelo respeito e compreensão ao meu tempo, para que tudo fluísse normalmente e sem atropelos. Muito obrigado mesmo, meu respeito, carinho e admiração!

À banca examinadora, ao Prof. Dr. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida, pela disponibilidade e pelas contribuições relevantes para nossa pesquisa. Seu olhar foi de extrema importância; ao meu querido amigo, o Prof. Dr. José Luiz Cavalcante, pela disponibilidade, pela amizade, pelas conversas, pelas orientações de meus primeiros trabalhos e por tantas vezes me inspirar como profissional e, principalmente, como pessoa. Muito obrigado pelas grandes contribuições para nosso trabalho e por todo o carinho!

À minha família, base de minha educação e da construção de meus valores – Maria de Lourdes e Manoel (meus pais); Milene e Douglas (irmãos), Pedro, Lino e Lis (sobrinhos); tios e tias, primos e primas; e a minha cunhada, a quem também dedico essa conquista.

Aos amigos Sílvio, Isabele, Daniel, Rayna, Gustavo, Carol, Hugo, Natália, Yuri, Cíntia, Claudeci, ao BDG (Erika, Kássia, M<sup>a</sup> Lacerda, Pamella, Heráclito, Rodolpho, Artur, Mayara e Irene) e Ana. Obrigado pela parceria, pelas conversas e por vários momentos especiais!

Aos amigos que a vida acadêmica me deu, em especial, a Aparecida, Fabiana, Nahum e Thais. Obrigado pelo incentivo e por momentos de partilha!

A todos os meus colegas do Curso de Mestrado, de forma especial, a Jorge, Lucas, Paulo e Tayná, a quem agradeço muito pelas ajudas, pela paciência, pelos momentos de “surtos” e de alegrias... enfim, muito obrigado mesmo! Vocês fizeram esse caminho se tornar mais leve e mais agradável. A vocês, meu apreço, carinho e minha amizade. Como já diria a música temática da melhor série de todos os tempos: “I’ll be there for you!”

Por fim, a todas as pessoas que contribuíram, direta e indiretamente, para a realização deste trabalho e de mais uma conquista em minha vida. Peço desculpas pelas falhas, pelos choros, pelos dramas e pelos leves desesperos (rsrs...). Obrigado!

O melhor software em educação continua sendo, disparado, o cérebro de um bom professor. (Gustavo Ioschpe)

## RESUMO

A tecnologia digital está cada vez mais presente na vida do ser humano e vem gerando impactos nos seus diversos setores de atividade, como é o caso da educação. Esses impactos vêm desafiando os professores e a comunidade escolar como um todo a reinventarem suas formas de atuação, sendo assim, nosso estudo buscou refletir essa influência no ensino de Matemática. Para isso, traçamos como objetivo analisar o conjunto de condições e restrições que atuam na difusão de saberes matemáticos, na instituição escolar, com uso de ferramentas digitais para o ensino de Funções Polinomial do 1º Grau. Esta pesquisa assume uma natureza qualitativa, do tipo exploratória e descritiva, e em forma de estudo de caso. Traz como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD), do francês Yves Chevallard, e algumas reflexões sobre a Tecnologia Digital no Ensino, com Borba e outros. Identificamos, como limitações e restrições para o uso de recursos digitais na construção e na comunicação do saber matemático, aspectos como: a infraestrutura física; o livro didático; a formação inicial e continuada do professor, bem como sua concepção acerca do uso de recursos tecnológicos; o calendário escolar; e até o fato da escolar ser em tempo integral. Quanto às possibilidades, podemos apontar aspectos como: as explorações dinâmicas das representações da função afim, a interatividade, a otimização do tempo e as conexões das construções gráficas e dos conceitos – numa dialética do objetos ostensivos e não-ostensivos. Concluímos que as atividades matemáticas, a partir das praxeologias desenvolvidas sem a presença da tecnologia ou quando ela foi simplesmente justaposta à prática, estavam ligadas a técnicas sem muita complexidade, através de fórmulas e a algoritmos de cálculos. Já as praxeologias das atividades com o uso de tecnologias ganham, além da otimização de tempo nas construções gráficas, uma dinamicidade por meio da técnica ‘arrastar e observar’. Esta possui um aspecto empírico e assume um sentido diferente proposto pela TAD, surge como um conceito alternativo. O ‘arrastar e observar’ pode mediar a relação teórico-perceptual (na dialética ostensiva dos objetos) e trazer uma nova perspectiva nas praxeologias das atividades matemáticas, nas conexões entre as representações matemáticas, nas construções de conjecturas e de inferências, o que leva a compreender propriedades e a formalizar conceitos da função afim num ensino por meio da investigação.

**Palavras-chave:** Função Afim. Tecnologia Digital. TAD. Praxeologias.



## ABSTRACT

Digital Technology is increasingly present in the life of the human being and has been generating impacts in its various sectors of activity, as is the case of education. These impacts have been challenging teachers and the school community as a whole to reinvent their ways of acting, thus, our study intended to reflect this influence in the Mathematics teaching. For this purpose, we have set as an objective to analyse the set of conditions and restrictions which act on Mathematics knowledge diffusion, at the school institution, with the use of digital tools for the teaching of First Degree Polynomial Functions. This research assumes a qualitative nature, with an exploratory and descriptive characteristic, and in a case study format. It brings, as theoretic contribution, the Anthropological Theory of the Didactic (ATD), from the French Yves Chevallard, and some reflections about the digital technology in teaching, with Borba and others. We have identified, as limitations and restrictions on the use of digital resources in the construction and in the communication of mathematical knowledge, aspects like: the physical infrastructure; the didactic book; the initial and continued formation of the teacher, as well as its conception about the use of technological resources; the school calendar; and even the fact that the school is full-time. Regarding the possibilities, we can mention aspects like: the dynamic explorations of linear function representation, the interactivity, the time optimization and the connections of graphic constructions and concepts - in a dialectic of the ostensive and non-ostensive objects. We conclude that the mathematical activities, from the praxeologies developed without the presence of the technology or when it was simply juxtaposed to the practice, were connected to techniques without a lot of complexity, through formulas and calculations algorithms. Whereas the praxeologies of the activities with the use of technologies gain, in addition to the optimization of time in the graphic constructions, a dynamism by means of the technique 'drag and observe'. This has an empirical aspect and assumes a different meaning proposed by the ATD, appears as an alternative concept. The 'drag and observe' can mediate the relation theoretic-perceptual (in the ostensible dialectic of objects) and bring a new perspective in the praxeologies of mathematical activities, in the connections between mathematical representations, in the constructions of conjectures and inferences, which allow to understand properties and formalize concepts of linear function in a teaching through research.

**Keywords:** Linear Function. Digital Technology. ATD. Praxeologies.

## RESUMEN

La tecnología digital está cada vez más presente en la vida del ser humano y viene generando impactos en sus diversos sectores de actividad, como es el caso de la educación. Estos impactos vienen desafiando los profesores y la comunidad escolar como un todo a reinventaren sus formas de actuación, por lo tanto, nuestro estudio ha buscado reflexionar esa influencia en la enseñanza de Matemática. Para eso, fijamos como objetivo hacer el análisis del conjunto de condiciones y restricciones que actúan en la difusión de saberes matemáticos, en la institución escolar, con el uso de herramientas digitales para la enseñanza de Funciones Polinomiales del 1° Grado. Esta pesquisa asume una naturaleza cualitativa, del tipo exploratoria y descriptiva, y en forma de estudio de caso. Trae como aporte teórico la Teoría Antropológica del Didáctico (TAD), del francés Yves Chevallard, y algunas reflexiones sobre la Tecnología Digital en la Enseñanza, con Borba y otros. Identificamos, como limitaciones y restricciones para el uso de recursos digitales en la construcción y en la comunicación del saber matemático, aspectos como: la infraestructura física; el libro didáctico; la formación inicial y continuada del profesor, así como su concepción acerca del uso de recursos tecnológicos; el calendario escolar; y hasta el facto de la escuela cumplir tiempo integral. Cuanto a las posibilidades, podemos apuntar aspectos como: las exploraciones dinámicas de las representaciones de la función afín, la interactividad, la optimización del tiempo y las conexiones de las construcciones gráficas y de los conceptos – en una dialéctica de los objetos ostensivos y no-ostensivos. Concluimos que las actividades matemáticas, a partir de las praxeologías desarrolladas sin la presencia de la tecnología o cuando ella fue simplemente superpuesta a la práctica, estaban ligadas a las técnicas sin mucha complejidad, por medio de fórmulas y algoritmos de cálculos. Por su vez, las praxeologías de las actividades con el uso de tecnologías ganan, además de la optimización del tiempo en las construcciones gráficas, un dinamismo por medio de la técnica ‘arrastrar y observar’. Esta posee un aspecto empírico y asume un sentido distinto propuesto por la TAD, surge como un concepto alternativo. El ‘arrastrar y observar’ puede mediar la relación teórico-perceptual (en la dialéctica ostensiva de los objetos) y traer una nueva perspectiva en las praxeologías de las actividades matemáticas, en las conexiones entre las representaciones matemáticas, en las construcciones de conjeturas y de inferencias, lo que lleva a comprender propiedades y a formalizar conceptos de la función afín en una enseñanza por medio de la investigación.

**Palabras clave:** Función Afín. Tecnología Digital. TAD. Praxeologías.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Apresentação do trabalho.....	19
Figura 2 – Representação da justificativa.....	19
Figura 3 - Representação dos objetivos da pesquisa .....	25
Figura 4 – Representação dos recursos tecnológicos .....	28
Figura 5 – Representação da TAD .....	43
Figura 6 - Antropologia Didática.....	46
Figura 7 - Processo de Transposição Didática.....	50
Figura 8 - Etapas da Transposição Didática .....	52
Figura 9 - Modelo da transposição didática para Chevallard, segundo Bordet .....	54
Figura 10 - Função afim: $f(x)=2x-1$ .....	64
Figura 11 - Interface do Geogebra.....	66
Figura 12 – Representação da metodologia.....	68
Figura 13 – Local da pesquisa .....	71
Figura 14 – Diagrama da categorização das tecnologias digitais no ensino .....	74
Figura 15 – Representação da descrição dos dados.....	77
Figura 16 - Exemplo de localização de pontos.....	82
Figura 17 - Atividade 01.....	83
Figura 18 - Atividade 02.....	84
Figura 19 - Exemplos de identificação de coeficientes .....	86
Figura 20 - Exemplo da construção do gráfico de função afim.....	87
Figura 21 - Atividade 03.....	89
Figura 22 - Atividade 04.....	90
Figura 23 - Atividade 05.....	91
Figura 24 - Exemplo do estudo do sinal da função afim.....	93
Figura 25 - Atividade 06.....	94
Figura 26 - Atividade 07.....	95
Figura 27 - Atividade 08.....	97
Figura 28 - Atividade 09.....	99
Figura 29 - Atividade 10.....	100
Figura 30 - Atividade 11.....	101
Figura 31 - Atividade 12.....	101
Figura 32 - Atividade 13.....	103
Figura 33 - Presença da tecnologia digital nos encontros .....	116

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Resumo das quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.....	37
Quadro 2 - Tecnologias digitais no ensino de funções (Parte 1) .....	40
Quadro 3 - Tecnologias digitais no ensino de funções (Parte 2) .....	41
Quadro 4 - Tecnologias digitais no ensino de funções (Parte 3) .....	42
Quadro 5 - Exemplo de uma Praxeologia.....	47
Quadro 6 – Praxeologia do exemplo 01 .....	81
Quadro 7 - Praxeologia da localização de pontos.....	82
Quadro 8 - Praxeologias da atividade 01 .....	83
Quadro 9 - Praxeologias da atividade 02.....	85
Quadro 10 - Praxeologia da identificação de coeficientes .....	86
Quadro 11 - Praxeologia da construção do gráfico da Função Afim .....	87
Quadro 12 - Praxeologia do exercício de revisão .....	87
Quadro 13 - Praxeologia da construção do gráfico da Função Afim (p. 79 e 80).....	88
Quadro 14 - Praxeologia da atividade 03 .....	89
Quadro 15 - Praxeologia da atividade 04 .....	90
Quadro 16 – Praxeologia da atividade 05.....	91
Quadro 17 – Praxeologia do exemplo criado pelo docente .....	92
Quadro 18 – Praxeologia do estudo do sinal da Função Afim .....	93
Quadro 19 - Praxeologia da atividade 06 .....	94
Quadro 20 - Praxeologia da atividade 07 .....	95
Quadro 21 - Praxeologia do gráfico de $f(x) = 8x+6$ pelo Geogebra.....	96
Quadro 22 - Praxeologia da atividade 08 (Parte 1) .....	97
Quadro 23 - Praxeologia da atividade 08 (Parte 2) .....	98
Quadro 24 - Praxeologia da atividade 09 .....	99
Quadro 25 - Praxeologia do exemplo do estudo dos coeficientes da Função Afim .....	100
Quadro 26 – Praxeologia da atividade 10.....	101
Quadro 27 - Praxeologia da atividade 11 .....	101
Quadro 28 - Praxeologia da atividade 12 (Parte 1) .....	102
Quadro 29 – Praxeologia da atividade 12 (Parte 2).....	102
Quadro 30 – Praxeologia da atividade 12 (Parte 3).....	103
Quadro 31 - Praxeologia da atividade 13 .....	103
Quadro 32 – Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 1) .....	104
Quadro 33 - Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 2).....	105

Quadro 34 - Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 3).....	106
Quadro 35 - Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 4).....	107
Quadro 36 - Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 5).....	108

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
<b>1.1</b>	<b>Justificativa .....</b>	<b>19</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos .....</b>	<b>25</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>28</b>
<b>2.1</b>	<b>Recursos tecnológicos na Educação .....</b>	<b>28</b>
<b>2.1.1</b>	<i>Os recursos tecnológicos e a formação docente .....</i>	<i>32</i>
<b>2.1.2</b>	<i>As tecnologias digitais no ensino de Matemática .....</i>	<i>35</i>
<b>2.1.2.1</b>	<i>As tecnologias digitais no ensino de funções .....</i>	<i>40</i>
<b>2.2</b>	<b>Teoria Antropológica do Didático .....</b>	<b>43</b>
<b>2.2.1</b>	<i>Transposição Didática .....</i>	<i>49</i>
<b>2.2.1.1</b>	<i>Saberes de referência .....</i>	<i>50</i>
<b>2.2.1.2</b>	<i>Transposição Didática Externa .....</i>	<i>52</i>
<b>2.2.1.3</b>	<i>Transposição Didática Interna .....</i>	<i>55</i>
<b>2.2.2</b>	<i>Objetos ostensivos e não-ostensivos .....</i>	<i>58</i>
<b>2.2.3</b>	<i>O saber em jogo: função afim .....</i>	<i>60</i>
<b>2.2.4</b>	<i>O Geogebra .....</i>	<i>64</i>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>68</b>
<b>3.1</b>	<b>Características da pesquisa .....</b>	<b>68</b>
<b>3.1.1</b>	<i>Instrumento de coleta dos dados .....</i>	<i>70</i>
<b>3.1.2</b>	<i>Lócus da pesquisa .....</i>	<i>71</i>
<b>3.1.3</b>	<i>Sujeito da pesquisa .....</i>	<i>72</i>
<b>3.2</b>	<b>Categorização e processo de análise .....</b>	<b>73</b>
<b>4</b>	<b>DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS .....</b>	<b>77</b>
<b>4.1</b>	<b>Pré-aula: o planejamento e as orientações do livro didático .....</b>	<b>77</b>
<b>4.2</b>	<b>Prática docente: atividades matemáticas e praxeologias .....</b>	<b>80</b>
<b>4.3</b>	<b>Entrevista .....</b>	<b>109</b>
<b>4.4</b>	<b>A tecnologia em sala de aula .....</b>	<b>115</b>
<b>4.5</b>	<b>Objetos ostensivos explorados .....</b>	<b>120</b>
<b>4.6</b>	<b>Limitações e possibilidades .....</b>	<b>122</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>127</b>
<b>5.1</b>	<b>O que conseguimos identificar? .....</b>	<b>127</b>
<b>5.2</b>	<b>Para além da finalização: propondo novos caminhos .....</b>	<b>133</b>

<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>137</b>
<b>APÊNDICE A- Roteiro e descrição da entrevista .....</b>	<b>145</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o mundo tem passado por grandes transformações. Com o advento das tecnologias, essas mudanças podem ter sido intensificadas graças às grandes contribuições que esses recursos trouxeram para a vida humana, como o acesso rápido à informação e a simplificação de atividades mais complexas, por exemplo.

Essas ferramentas estão cada vez mais presentes em nosso cotidiano, nas atividades rotineiras, como a comunicação e o acesso à informação de maneira rápida. O rápido acesso à extensa quantidade de informações e o crescimento acelerado do número de softwares vão tornando o homem cada vez mais dependente das novas tecnologias, já que elas vêm facilitando suas atividades e as ações do cotidiano.

Essa crescente expansão dos recursos digitais, a ampliação do acesso à internet e as mudanças sociais causam certa pressão no cenário educacional, tendo em vista as potencialidades que essas ferramentas dispõem. Mas vale ressaltar que a educação tem a finalidade de preparar os sujeitos para novos desafios do cotidiano, para o mercado de trabalho e, conseqüentemente, para a inclusão digital.

É um desafio para a educação acompanhar as mudanças ocorridas na sociedade, uma vez que as tecnologias exigem novos métodos, novas dinâmicas e novas organizações até na própria sala de aula. O acesso às informações está cada vez mais rápido e o contato com algumas informações, inclusive com os saberes escolares, não ficou apenas nos intramuros escolares, pois estes podem ser pesquisados e estudados por meio das tecnologias digitais<sup>1</sup>, que, muitas vezes, podem tornar esse acesso e a aquisição de conhecimentos mais dinâmicos.

Tem crescido o acesso aos aparatos tecnológicos e isso não é diferente no cenário educacional. Celulares, *tablets* e notebooks por vez têm chegado à sala de aula e tirado a atenção dos alunos durante a aula, devido alguns aplicativos e jogos. É preciso usar esses aparatos nas situações didáticas e aproveitar suas ferramentas para favorecer a aprendizagem, uma vez que, quanto ao uso, inúmeras pesquisas já são destacam várias potencialidades. Vale destacar que nem todos os alunos possuem esses recursos e para a exploração dessas ferramentas é necessário que o Estado ofereça condições mínimas de acesso a essas tecnologias.

Se, de um lado, há indícios dos possíveis benefícios das ferramentas tecnológicas, sabe-se que sua integração à sala de aula de matemática ainda é um desafio, mesmo que estejamos inseridos em uma sociedade altamente influenciada pela cultura digital. Há algum tempo, já se

---

<sup>1</sup> Quando falamos em tecnologias digitais ou recursos digitais, queremos fazer referência ao uso de computadores, *tablets*, smartphones, projetores, softwares, dentre outros, que podem ser integrados ao ensino, a fim de facilitar o processo de ensino e aprendizagem, por meio da visualização, da manipulação e da interação.



tem a preocupação de implementar recursos tecnológicos nas salas de aula. Isso pode ser comprovado no desenvolvimento de políticas públicas, como o Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO), o Programa Um Computador por Aluno (PROUCA) e o Programa Banda Larga nas Escolas (PBLE), por exemplo.

Em âmbito estadual, o Governo do estado da Paraíba, em 2013, distribuiu *tablets* na rede estadual de ensino para professores e alunos da 1ª série do ensino médio. Para Oliveira (2015), essa medida tinham o objetivo além de distribuir os recursos multimídias e digitais, visava à interação entre as disciplinas, validando o seu uso como facilitador da construção do conhecimento e do processo de ensino e aprendizagem.

Com a inserção dos *tablets* nas escolas estaduais, o governo mostrou a preocupação em trazer alternativas não só para a inclusão digital, mas também para propor um ensino mais atual e com meios que já são comuns em nosso cotidiano.

Documentos oficiais, como a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), apontam que compreender e utilizar as tecnologias digitais, de forma crítica e reflexiva, pode ajudar a produção de conhecimento e a acessar e disseminar informações e resolver problemas, suscitando protagonismo na vida pessoal e coletiva.

As mudanças sociais têm se intensificado devido ao aumento do acesso rápido as informações e a agilidade nas comunicações, nessa era cibernética. Os jovens têm se engajado nessa fase cultural do mundo como protagonistas e se envolvido diretamente em novas formas de interagir nesse meio cibernético. E como esse cenário é desafiador para a escola formar as novas gerações, é necessário acompanhar as mudanças ocorridas na sociedade e aproveitar o potencial desse universo digital para promover novas formas de pesquisar, de investigar e de aprender, bem como a interação/comunicação entre professor e aluno.

Devido às tantas formas de interação que as tecnologias digitais proporcionam, as aulas “tradicionais” vêm gerando descontentamento e desinteresse nos alunos. Nesse contexto, o professor se sente desafiado a usar essas ferramentas nas situações didáticas, a fim de mudar sua prática, motivar bem mais os discentes. E, ainda, forçar os docentes que ainda não usam esses recursos a fazê-lo.

Nesse novo cenário de mundo cibernético, em que as tecnologias digitais já fazem parte da vida dos indivíduos, não podemos admitir um ensino baseado na memorização de conceitos ou na reprodução de exemplos. É preciso fazer com que os sujeitos se sintam motivados e curiosos para aprender. Aplicar o conhecimento formal corretamente e com uma gama de conteúdo, ao longo de toda a jornada escolar, exige do aluno um bom domínio dos saberes. Por isso, a memorização e a reprodução de algoritmos podem não ser suficientes.

Devido à facilidade que os jovens comumente apresentam para manusear os recursos digitais, que usados no ensino de matemática pode criar um ambiente propício para o ensino e a aprendizagem. E levando isso em consideração que realizamos nossa investigação, em que a tecnologia faz parte da situação didática como auxiliadora da apropriação de saber, desde a visualização de objetos matemáticos até o seu manuseio.

As tecnologias digitais proporcionam várias estratégias didáticas que podem ser implementadas a fim de ultrapassar alguns obstáculos presentes no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos e de tornar esse processo mais dinâmico e prazeroso. Exemplo disso é a construção dos gráficos que deixam de ser estáticos (a construção feita em lápis e papel) e passam a ser dinâmicos por meio de alguns softwares que possibilitam a manipulação das variáveis e otimizam o tempo para construí-los. Assim, acreditando nas contribuições dessas ferramentas, propusemo-nos a observar uma sala de aula – que as tivessem integradas ao seu processo de ensino e aprendizagem – para investigar o docente em sua prática e saber como elas estavam presente em sua práxis.

O saber envolvido relacionava-se ao calendário já estabelecido assim como os recursos a serem explorados. O assunto proposto pelo professor foi Função Polinomial do Primeiro Grau. O conteúdo sobre funções possibilita conexões com outras áreas do conhecimento e situações do cotidiano. É um conteúdo rico para contextualizar e explorar vários aspectos dinâmicos que pode proporcionar, seja nos aspectos gráficos, tabulares ou até algébricos.

O interesse em investigar o uso das tecnologias digitais em sala de aula se justifica devido à minha trajetória acadêmica. Na graduação, ao constatar os potenciais desses recursos aplicados ao ensino de matemática, desenvolvemos um trabalho de conclusão de curso<sup>2</sup>, visando construir objetos de ensino relacionados aos conteúdos de função do 1º e do 2º grau, com o uso de linguagem de programação. Com o anseio de atrelar o ensino de matemática com a tecnologia, obtivemos como resultados atividades em que se trabalham as funções afins e quadráticas com a linguagem Scratch. Praticando essas atividades, o aluno pode aprender importantes conceitos de funções e desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e a fluência tecnomatemática<sup>3</sup>.

Na Pós-graduação (*lato sensu*), com o intuito de compreender a diversidade e o pluralismo de nossa região semiárida, como proposto pelo curso, buscamos entender as

---

<sup>2</sup> Ver Sousa (2016).

<sup>3</sup> É a capacidade de produzir o pensamento matemático por meio de ferramentas digitais, reformulando ou gerando novos conhecimentos, e expressar isso tecnologicamente. Ou seja, é a associação de habilidades e conhecimentos matemáticos e tecnológicos para resolver algum problema (JACINTO; CARREIRA, 2016).

transformações por que passam os saberes até se tornarem saberes a ensinar, refletindo sobre as potencialidades da caprinocultura como tema para contextualizar o saber matemático<sup>4</sup>. E como a caprinocultura é uma das principais fontes de renda do povo que vive no semiárido brasileiro, questionamos: como esse tema pode gerar problematização do saber matemático? Os resultados indicaram que esse tema pode contribuir para contextualizar o ensino de matemática, fazendo com que os saberes fiquem mais próximos dos alunos e que cause uma identificação com a realidade local, assim desenvolvendo um aprendizado eficaz e significativo.

Essa última investigação nos levou a conhecer a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e, conseqüentemente, a Transposição Didática. Depois de ter contato com a TAD e de estudar sobre o processo de transposição didática, surgiu a curiosidade de investigar as aulas com o uso de tecnologias digitais, por acreditar que estas podem trazer mudanças significativas para o ensino e a aprendizagem. Assim, relacionar aspectos que foram estudados nas duas primeiras etapas da formação acadêmica (os recursos tecnológicos com a TAD), o que nos inquietou a fazer essa nova investigação.

Reconhecendo as potencialidades das tecnologias digitais na difusão de saberes, no auxílio da exploração e na realização das atividades matemáticas, e, ainda, por entender que a TAD dá suporte para a descrição e a análise de atividades matemáticas que abordamos nesta investigação, acreditamos que a relação com o saber pode ser alterada e influenciada a partir da utilização desses recursos, uma vez entra em jogo um novo elemento no sistema didático. Com isso, podendo mudar talvez as relações entre aluno-professor, aluno-saber e professor-saber, com a tecnologia digital fazendo parte dessas relações.

O aluno pode adquirir novos conhecimentos e sentir-se motivado e curioso, e o professor assume o papel de mediador (conduzindo processos de investigação, elaboração de conjecturas, simulações, entre outros aspectos que a tecnologia digital pode oferecer). Desse modo, o sistema didático ganha um novo elemento que pode ajudar a relação entre o aluno e o saber (como objeto de aprendizagem e exploração), o professor e o aluno (interação e comunicação do saber) e o professor e o saber (objeto de ensino, visualização e construção das atividades).

Acreditamos que há uma possível alteração no processo de transposição didática, uma vez que pode mudar o processo de ensino e aprendizagem quando aparece um novo elemento no sistema didático. Nesse contexto, o uso dos recursos tecnológicos pode provocar uma reflexão sobre as possíveis alterações no andamento e/ou na metodologia da prática, em termos

---

<sup>4</sup> Ver Sousa, D. (2018).

de objetos ostensivos<sup>5</sup>, no que diz respeito à manipulação, à visualização e à comunicação, e alterar a formação de objetos não-ostensivos, com conceitos alternativos (não científicos) que poderão interferir na apropriação do saber, ou no domínio da próprio recurso.

O objeto de estudo desta pesquisa foi o ensino de Matemática em que se usa as tecnologias digitais como ferramentas para o processo de ensino e aprendizagem, porquanto esse é um tema pertinente considerando o cenário atual da educação e as exigências por inovar com um ensino mais flexível e uma aprendizagem mais dinâmica e divertida.

A pergunta que norteou nossa pesquisa foi: Quais as condições e as restrições que emergem no cenário institucional escolar para o uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática? Para responder a essa inquietação, optamos por uma pesquisa de natureza qualitativa, já que esse tipo de pesquisa nos possibilita compreender bem mais o fenômeno que pretendíamos investigar, e de natureza descritiva, em forma de estudo de caso. Assim, nosso objetivo primeiro foi de analisar o conjunto de condições e restrições que atuam na difusão de saberes matemáticos, na instituição escolar, com uso de ferramentas digitais para o ensino de Funções Polinomial do 1º Grau.

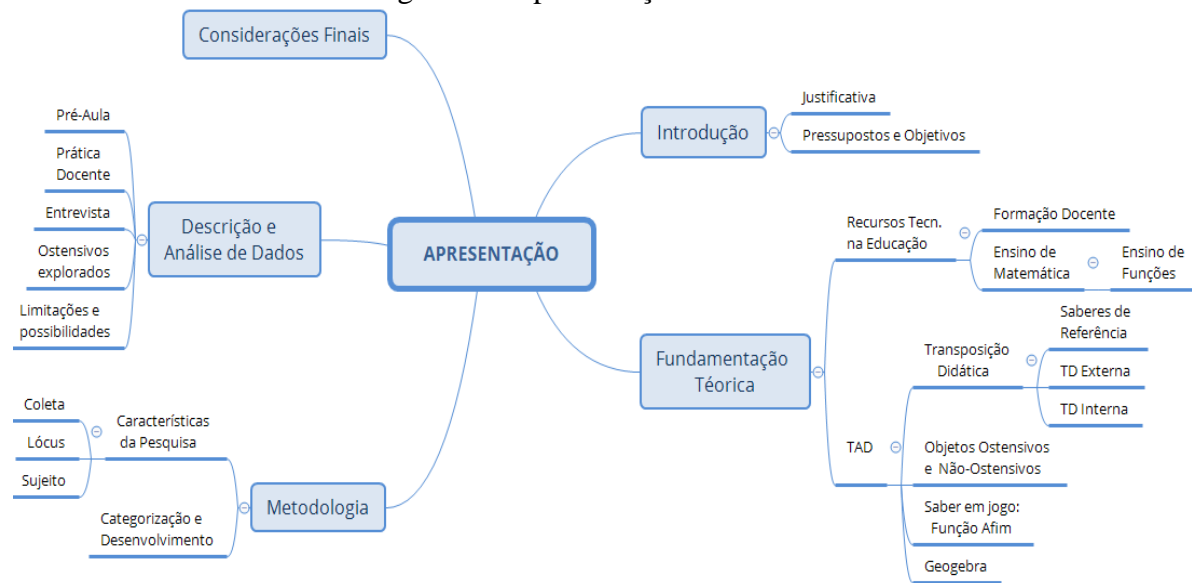
No que diz respeito à estrutura, o trabalho foi organizado em cinco capítulos, incluindo esta introdução. No Capítulo 2 – o da fundamentação teórica - apresentamos os pressupostos teóricos sobre as tecnologias digitais na Educação, com foco na formação docente, no ensino de matemática e no ensino de funções afins, e, ainda, mostraremos aspectos sobre a Teoria Antropológica do Didático, referente ao processo de transposição didática, à ostensividade dos objetos, ao saber (Função Afim) e ao Geogebra; no Capítulo 3, trazemos uma abordagem sobre a metodologia empregada na pesquisa, suas características, o lugar onde foi realizada, o perfil do sujeito, o instrumento de coleta dos dados, as categorias e o processo de análise; no Capítulo 4, apresentamos a descrição e a análise dos dados (entrevista, praxeologias e as reflexões durante as observações); e no Capítulo 5 – o das considerações finais – tecemos algumas considerações a respeito da investigação e algumas perguntas ainda em aberto.

Na Figura 1, apresentamos a organização deste trabalho. Em cada início de capítulo, trazemos uma figura que mostra como ele foi organizado.

---

<sup>5</sup> Para Bosch e Chevallard (1999), os objetos ostensivos são os que têm certa materialidade e podem ser manipulados; já os não-ostensivos não podem ser manipulados, pois são ideias, conceitos, noções, dentre outros. Com a manipulação dos objetos ostensivos é que se podem criar e/ou entender os objetos não-ostensivos.

Figura 1 – Apresentação do trabalho

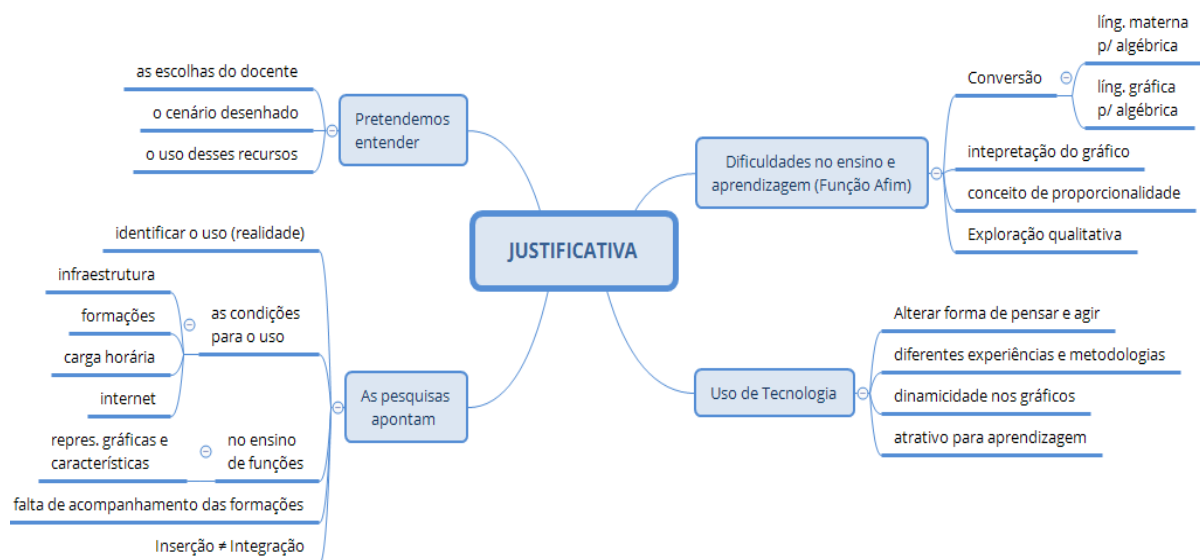


Fonte: Elaborado pelo autor.

## 1.1 Justificativa

De início, apresentaremos uma figura que guiará o que foi expresso nesta seção. Em seguida, traremos o texto referente a nossa justificativa.

Figura 2 – Representação da justificativa



Fonte: Elaborado pelo autor.

Pinto (2014), ao fazer um levantamento bibliográfico de dissertações e teses (que apresentavam sequências didáticas) relativas ao ensino e ao aprendizado de função afim, destaca algumas dificuldades encontradas pelos alunos, como: a conversão da língua materna para a linguagem algébrica; a interpretação do gráfico de uma função; a construção do gráfico

(problemas com escalas e pontos); a conversão da linguagem gráfica para a linguagem algébrica e a compreensão do conceito de proporcionalidade (resolução de problemas).

Uma das recomendações para superar alguns obstáculos no processo de ensino e aprendizagem de funções é iniciar o conteúdo propondo uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas e usando conexões entre as diferentes representações de uma mesma função (gráficos, tabelas, expressão algébrica, dentre outros) (BRASIL, 2002). O uso de tecnologias digitais é outro caminho que pode ser adotado. Alguns recursos possibilitam a dinamicidade, a manipulação dos objetos, a construção de várias representações de um mesmo objeto matemático e a visualização das conexões entre eles. O uso de tecnologias digitais não é a solução para os problemas encontrados no processo de ensino e aprendizagem de função afim, mas é um caminho que pode ser explorado devido às potencialidades que oferecem.

Os docentes apresentam dificuldades de fazer com que o conteúdo se torne atraente e de trabalhar atividades que motivem os alunos a encontrarem a solução, para não desviar as competências a serem trabalhadas relativas ao assunto. Logo, tem-se como grande desafio a busca de uma harmonização do formalismo conceitual matemático e da ludicidade, explorando as conjecturas e as soluções apresentadas pelos alunos no desenvolvimento das atividades, a fim de demonstrar ou encontrar padrões e generalizações referentes à função afim, com as construções digitais dessa temática (SOUSA, 2014).

O uso das tecnologias na educação pode alterar a forma de pensar e de agir, que possibilita diferentes experiências e aplicações metodológicas na sala de aula, portanto, é um bom recurso para construir conhecimentos. Para Lopes, Costa e Oliveira (2016) no ensino de funções afins não é comum mostrar a dinamicidade dos gráficos, a partir das variações dos coeficientes da função, o que torna o ensino abstrato e sem interatividade. Também pode haver mudanças nas tecnologias digitais, para entender essas variações a partir de simulações e de movimentações nas próprias representações da função, para que o aprendizado se torne mais fácil, e o ensino seja mais eficaz.

Os recursos digitais têm algo bastante positivo e atrativo para os alunos, já que eles já estão imersos nesse mundo digital. Assim, a sugestão é de que seu uso seja focado nas construções conceituais, e não, somente como um simples instrumento de correção de exercício ou construção de gráficos. Blogs, sites e até os softwares – que oferecem ferramentas intuitivas e facilitam a aprendizagem – podem ajudar a construir conhecimentos sobre o conceito de função. No entanto, o uso das tecnologias, por si só, não garante a eficácia do processo de ensino e aprendizagem, se os objetivos para seu uso não forem claros e com uma metodologia

que facilite a exploração do conteúdo, pois a integração permite a apropriação do conteúdo de maneira mais dinâmica, prazerosa e rápida (PINTO, 2014).

Sobre as potencialidades desses recursos, a BNCC expressa:

Todo esse quadro impõe à escola desafios ao cumprimento do seu papel em relação à formação das novas gerações. É importante que a instituição escolar preserve seu compromisso de estimular a reflexão e a análise aprofundada e contribua para o desenvolvimento, no estudante, de uma atitude crítica em relação ao conteúdo e à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais. Contudo, também é imprescindível que a escola compreenda e incorpore mais as novas linguagens e seus modos de funcionamento, desvendando possibilidades de comunicação (e também de manipulação), e que eduque para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital. Ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e estudantes. (BRASIL, 2017, p. 61).

É importante que a escola se adapte aos tempos atuais, porque, como previsto na Lei de Diretrizes e Bases (LDB), o professor deve preparar o aluno para a sociedade (para exercer sua cidadania e ingressar no mercado de trabalho). Para isso, deve repensar sua estrutura e as situações didáticas propostas. Nesse contexto, entram em questão as discussões sobre os fenômenos envolvidos na situação didática, as possibilidades, as limitações e as ferramentas que podem interferir nessa conjuntura (BRASIL, 1996).

Várias pesquisas já vêm discutindo sobre a importância das tecnologias digitais na sala de aula de matemática, como a de Paula (2014), que investigou como os docentes da Educação Básica que adotam esses recursos em sua prática. Para isso, a pesquisadora observou a prática dos professores numa escola do Rio Grande do Sul, a fim de verificar como esses recursos eram utilizados, como as aulas eram planejadas, se eles incluíam essas ferramentas em seu planejamento, para identificar alguns aspectos com base teórica na TAD (especificamente, na transposição didática) e quais as estratégias que deveriam permanecer para o uso das tecnologias digitais. A autora concluiu que elas foram apenas justapostas à sala de aula, mas não integraram o processo de ensino e aprendizagem como se esperava.

Esse cenário é um pouco comum na realidade educacional, em que as tecnologias são apenas justapostas às situações didáticas, como, por exemplo, o uso do projetor (*Datashow*) somente para substituir a lousa. Mas, há uma otimização do tempo e até pode melhorar a visualização das representações de objetos matemáticos. Porém, espera-se que as tecnologias digitais sejam integradas à situação didática e, quiçá, provoquem alterações no processo de Transposição Didática. O processo de integração das ferramentas digitais em sala de aula é lento, devido a ser um terreno novo, ou seja, uma zona de risco.

Quanto ao ensino sobre funções, Dantas (2015) diz que o emprego de tecnologias digitais (notebook, projetor de vídeo e *softwares* – como, o *Grapher*, *Office Excel*, *Winplot*) contribui com o ensino e a aprendizagem, pois favorece a visualização e o entendimento das representações gráficas e a compreensão das características das funções. Assim, o professor sistematiza os conceitos que objetiva ensinar.

A integração desses recursos no ensino abre um leque de possibilidades para o professor explorar o conteúdo, possibilitando o estudo de várias representações de um mesmo objeto matemático em curto período de tempo ou simultaneamente, que, com lápis e papel é mais lento, não possibilita a manipulação e, nem sempre, é uma construção fácil e simples. Para entender bem mais a integração das ferramentas digitais em sala de aula, é preciso entender como os docentes veem o uso dessas ferramentas, pois suas percepções podem nos ajudar a compreender as limitações e as resistências no desenvolvimento da situação didática em si e na criação das praxeologias que façam uso desses recursos.

Hoje em dia, apesar de muitos professores perceberem os potenciais das tecnologias digitais para o ensino de matemática, há alguns pontos de limitação para integrá-las a sala de aula. Sobre isso, Andrade (2016) destaca alguns fatores que inviabilizam o uso desses recursos em sala de aula: a carga horária; pouco tempo para planejar essas situações didáticas; a falta de experiência; a falta de um espaço adequado; pouco tempo disponível para usar o laboratório de informática (se a escola dispor desse espaço); e a baixa velocidade ou a má conexão da internet.

Percebemos que a formação do professor é outro ponto que ajuda a integração tecnológica a sala de aula. Os cursos de formação continuada podem suprir lacunas da graduação, com novos conhecimentos sobre o uso dessas ferramentas. Mas, nem sempre, os cursos de formação de docentes têm propostas voltadas para o uso efetivo de tecnologia em sala de aula, embora dê alguns subsídios para a aplicação de algumas atividades.

Há alguns programas de formação continuada para professores ofertados pelo Ministério da Educação (MEC), que pretendem fomentar algumas técnicas e aplicações para a prática docente. Dessa forma, podemos destacar que é perceptível a preocupação com esse novo caminho que está sendo traçado no cenário educacional de integração ao ensino.

Porém, mesmo com essas formações e reconhecendo as ricas possibilidades do uso dos recursos tecnológicos no ensino de matemática, os docentes ainda não se sentem preparados para integrá-las a sua prática. Isso pode ser um indício de que os cursos para o uso de tecnologias na sala de aula não conseguem capacitar os professores para atender ao real objetivo da formação ou essas formações não condizem com a realidade educacional. É preciso criar uma política que vá além da formação, acompanhar as aplicações, ver a realidade em que está



inserido o contexto dos professores, identificar as principais dificuldades e refletir sobre o processo de integração no ensino (SANTOS, J., 2018).

Considerando esses cenários já citados, podemos refletir, com base em alguns aspectos, que podem ser limitações ou condições (caso se encontra de forma adequada) para integrar as tecnologias digitais em sala de aula, como: a formação dos professores, a concepção dos docentes sobre esse recurso, a infraestrutura da escola, entre outros. Assim, esta investigação é importante pois busca entender as escolhas do professor, as atividades desenvolvidas, o cenário em que se encontra e as reflexões a partir do uso de ferramentas digitais. Com isso, pretendemos avançar nessas reflexões com as descrições de atividades, perceber como os recursos digitais se apresentam na situação didática e entender as condições e as restrições para seu uso.

Nos mais variados campos do contexto escolar, pesquisas apresentam que a tecnologias digitais podem ser uma importante ferramenta para que os alunos adquiram conhecimentos, mas a maioria das circunstâncias elas são apenas inseridas na sala de aula, e não, integradas ao processo de ensino e aprendizagem, como um elemento de uso e/ou manipulação.

Quando há uma verdadeira integração tecnológica, o professor as torna presente no processo de ensino e aprendizagem, ou seja, provoca mudanças nesse processo, como um novo elemento no sistema didático, em que os sujeitos podem estabelecer uma relação com ela, seja com a visualização para explorar o conteúdo ou com a manipulação para construir representações de objetos matemáticos. Já quando é uma inserção, o recurso tecnológico é apenas introduzido na aula, e os professores o usam sem provocar grandes mudanças no que já se fazia, tornando o computador um instrumento estranho à prática ou que apenas substitui a lousa, usado em situações incomuns, sem objetivos claros e que não pesam na avaliação e no processo de aquisição do conhecimento (BITTAR; GUIMARÃES; VASCONCELLOS, 2008).

Motivados a investigar esse novo momento na educação, buscamos entender essa situação com base na didática da matemática francesa, mais especificamente, a Teoria Antropológica do Didático, que possibilita estudar o homem perante o saber matemático, o processo de difusão de saberes e os obstáculos que surgem. Também estuda os fenômenos didáticos, as noções de ecologia dos saberes, processos de transposição didática, análise de organizações praxeológicas, níveis de codeterminação, dentre outros (CHEVALLARD, 1996).

No estudo de Bittar, Freitas e Pais (2014), foi feita uma investigação acerca de 15 produções que eles orientaram, tendo como suporte a TAD. Esses trabalhos são apenas uma parte das orientações realizadas pelos autores no período de 2002 a 2012. Essas pesquisas convergem por envolver práticas e saberes relacionados à atividade matemática da educação

básica. Apesar de considerar alguns avanços nas investigações com a TAD de suporte teórico e as diversas temáticas trabalhadas, há alguns caminhos a serem traçados:

[...] um dos desafios atuais na realização de novas pesquisas, usando o mesmo referencial, consiste em tentar estruturá-la para envolver não somente os aspectos diagnósticos de praxeologias existentes nos diferentes domínios institucionais, mas, sobretudo, a proposição de métodos e recursos inovadores para a educação matemática escolar. Essa perspectiva idealizada decorre ainda da potencialidade que atribuímos ao referencial destacado nesse artigo no sentido de viabilizar uma educação matemática mais significativa e em sintonia com os desafios da atual sociedade, caracterizada pela presença cada vez mais marcante das tecnologias digitais, bem como das diferentes mídias de comunicação e de informação. (BITTAR; FREITAS; PAIS, 2014, p. 402-403).

Um dos possíveis motivos dos poucos trabalhos com a TAD, acerca das tecnologias digitais, é que o ensino com o uso delas ainda é um terreno inseguro, porque o domínio de suas ferramentas por parte dos professores não é tão amplo para fazer uma intervenção com elas. Isso dificulta a construção de praxeologias e o estabelecimento de relações (institucionais e com o saber) com esses recursos integrados à prática docente. Prensky (2001) chama esses professores de imigrantes digitais, já que não cresceram imersos nessa cultura digital e no meio tecnológico e têm que se adaptar a esse meio e às novas formas de comunicação e ações, como um imigrante a se acostumar em uma nova terra, uma nova cultura e novas relações.

Para Moita e Silva (2015), professor é cobrado pelo uso de recursos tecnológicos, porque eles podem aprofundar e potencializar novas aprendizagens e criar metodologias adequadas e, quiçá, mais eficientes na sala de aula. No entanto, o trabalho com esse meio de ensino ainda não tem sido bem explorado e sofre resistência não só por parte dos professores, mas também, muitas vezes, até da própria escola.

Observamos que a quantidade de pesquisas sobre as tecnologias digitais é numerosa, porque as discussões sobre a implementação de seus recursos em sala de aula vêm crescendo, já que ela é uma tendência que tem sido valorizada pela própria Educação Matemática. E isso suscita algumas inquietações a respeito desse problema, como: será que os professores e as instituições estão conseguindo se adaptar a esses processos de inserção dos recursos digitais? Como a formação dos docentes contribui para o uso das tecnologias digitais em sala de aula e o planejamento de atividades com essas ferramentas? Que condições ou limites operam nesse cenário institucional perante o uso das ferramentas digitais?

Feita a exploração de pesquisas correlatas, entendemos que esta investigação poderá auxiliar o professor a integrar o uso de recursos digitais no ensino de matemática, uma vez que muitas investigações encontradas trazem essas ferramentas justapostas à prática docente, mas não a integram de fato, e as propostas de atividades aplicadas que não trazem grandes reflexões

no processo didático, apenas com foco nos resultados. Assim, procuramos entender como a integração das tecnologias digitais pode ajudar o professor a explorar suas potencialidades e as principais limitações encontradas ao ensinar funções afins.

Acreditamos que o tema é relevante porque as tecnologias digitais podem suscitar a construção de novas atividades e novas praxeologias, que possibilitam tornar o ensino mais interativo e estimulador. Ou seja, procuramos refletir sobre as mudanças e as contribuições dos recursos tecnológicos nas situações didáticas, nas propostas metodológicas, nas modificações e no funcionamento das práticas pedagógicas e suscitar reflexões a respeito da formação dos professores a fim de integrar efetivamente esse novo elemento às suas práticas educativas.

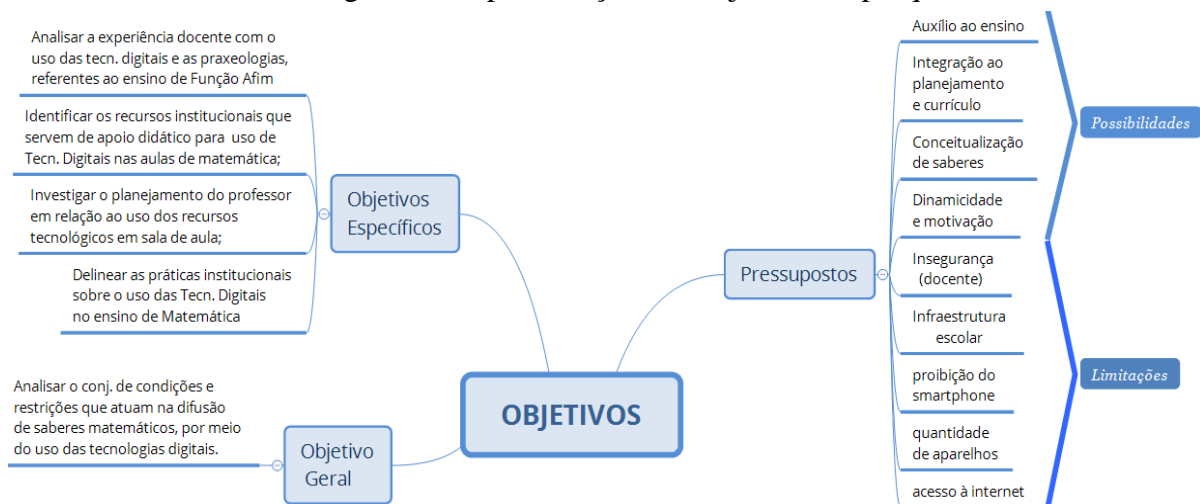
Nesse sentido, pretendemos avançar, em relação a outras pesquisas, na análise das atividades desenvolvidas referentes ao processo didático, nas estratégias, nos planejamentos e não só nos resultados obtidos. Pois uma experiência ou atividade desenvolvida nem sempre dará certo em outro momento, não há um manual/método correto que irá servir para todas as turmas ou para todos os conteúdos.

Escolhemos a TAD porque propicia reflexões sobre os fenômenos didáticos, a importância do planejamento para um bom processo de transposição didática e para o desenvolvimento de praxeologias adequadas, entre outros aspectos. A escolha teórica está assentada na tentativa de levantar elementos ligados ao ensino de matemática e à difusão de seus saberes acerca do uso de ferramentas tecnológicas, de modo a promover reflexões para delinear outras práticas, a fim de tornar o ensino mais dinâmico e significativo.

## 1.2 Objetivos

A figura 3 apresentada a seguir norteia leitura dessa seção.

Figura 3 - Representação dos objetivos da pesquisa



Fonte: Elaborado pelo autor.

A tecnologia deveria auxiliar o ensino e a descoberta de algo que não se faz tão bem por meios convencionais, dinamizando o ensino e propiciando ir mais além. Essa prática deve ser pensada com urgência, porque essas ferramentas estão cada vez mais presentes nas situações cotidianas. Por isso é importante que, ao envolver professores e alunos nessas situações desafiadoras, eles possam ser aprendizes constantes e críticos das próprias descobertas, aprimorando-as e entendendo suas utilidades.

As pesquisas realizadas sobre as tecnologias digitais no ensino de matemática são um compartilhamento de experiências que deveriam retornar à escola como conhecimento construído e com possibilidade de se efetivar pelas práticas cotidianas. Então, como lidar com esses conhecimentos que surgem a partir do seu uso? Como integrá-las nas situações didáticas? Quais reflexões são necessárias para ter um uso adequado dessas ferramentas em sala?

É preciso confrontar o que é dito sobre o uso de tecnologias digitais em sala de aula, a partir do discurso institucional escolar sobre a importância dessas ferramentas, e o que está sendo executado de fato (o contrato pedagógico). Isso se justifica porque o uso dessas ferramentas pode favorecer o ensino-aprendizado, e como estamos imersos numa cultura digital, é questionável pensar que esses recursos não contribuam para as práticas pedagógicas.

Assim, partimos do pressuposto de que o uso de recursos tecnológicos pode auxiliar a prática pedagógica docente. Porém não basta apenas inseri-las nas situações didáticas, é necessário incorporá-las e integrá-las ao planejamento e ao currículo, com a tecnologia a serviço da construção de conhecimentos e a formalização de saberes, uma vez que ela oferece um leque de possibilidades para o processo de ensino e aprendizagem. A inserção dos recursos digitais por se só não garantem eficácia, como aponta Bairral (2013, p. 17-18):

Nunca é tarde lembrar que toda atividade humana é mediada por alguma tecnologia. E, sabemos que, a tecnologia, por si, só não muda a natureza do aprendizado. Tampouco, da formação profissional do professor. Não será apenas inserindo as TIC nos currículos das Licenciaturas que a qualidade da formação estará garantida. É preciso que os formadores também desenvolvam um conhecimento crítico para incorporá-las em seu cotidiano.

Alguns aspectos podem ser limitações para integrar as tecnologias digitais no ensino de matemática. São eles: a insegurança do professor em relação à inserção dessas ferramentas em sua prática (influência da formação profissional); a escola não dispor de laboratório de informática ou a insuficiência de computadores, *tablets* ou outros meios que possibilitem o seu uso em sala; a proibição do uso dos *smartphones* dos próprios alunos que podem ser utilizados para a realizações de atividades (com medo da dispersão e do não controle da realização da proposta sugerida) e o uso restrito da internet, devido à baixa velocidade.

Nessa mesma linha, de maneira reversa, também podem ser condições para o uso de tecnologias digitais no ensino, desde a infraestrutura da escola até o uso dos *smartphones* dos próprios alunos. Todos esses aspectos são os pressupostos de nossa investigação, que podem ser as limitações para explorar as atividades com os recursos tecnológicos ou até as possibilidades e condições caso se tenha suporte e um bom planejamento para implementar essas ferramentas. Esses pontos vêm influenciar a construção de nossos objetivos.

Ao repensar as práticas educativas na sala de aula de matemática, a partir desse cenário, é necessário um denso estudo sobre como elas podem facilitar o processo de ensino e aprendizagem e suas limitações. Para isso, é preciso ter uma nova visão para as alterações do movimento “natural” da sala de aula nos fenômenos didáticos, no contrato didático e nas alterações das participações dos atores da situação didática, o que pode mudar a relação no sistema didático.

Ao nos perguntar quais condições e as restrições que emergem no cenário institucional escolar para o uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática, traçamos como objetivo analisar o conjunto de condições e restrições que atuam na difusão de saberes matemáticos, na instituição escolar, com uso de ferramentas digitais para o ensino de Funções Polinomial do 1º Grau. Para conseguir atingi-lo, organizamo-lo e o subdividimos nestes objetivos específicos:

- Analisar a experiência docente com o uso das tecnologias digitais e as praxeologias, que emergem nas aulas de matemática da Educação Básica, referentes ao ensino de função afim;
- Identificar os recursos institucionais que servem de apoio didático para o uso de tecnologias digitais nas aulas de matemática;
- Investigar o planejamento do professor em relação ao uso dos recursos tecnológicos em sala de aula;
- Delinear as práticas institucionais sobre o uso das tecnologias digitais no ensino de matemática.

Pretendemos, com esta pesquisa, suscitar reflexões sobre o ensino de matemática e as possibilidades de usar as tecnologias digitais em sala de aula, apontando caminhos e um novo olhar para as ações didáticas no cotidiano escolar. Desse modo, propusemo-nos a pesquisar como esses recursos tecnológicos podem favorecer o debate sobre esse novo cenário educacional, buscando refletir sobre as possibilidades, as condições e as restrições do processo de ensino e aprendizagem.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

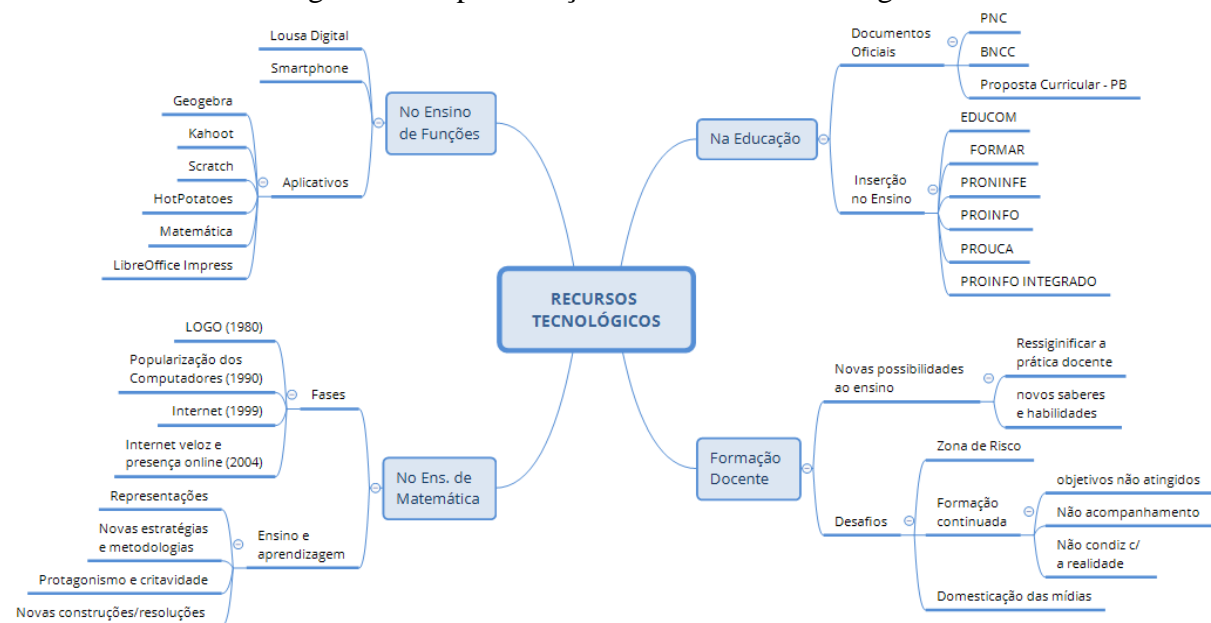
O referencial teórico desta pesquisa foi dividido em duas partes. A primeira – Recursos Tecnológicos na Educação – abordamos os temas: aspectos históricos (inserção no cenário educacional); apontamentos de documentos oficiais; formação docente (o papel do professor, a insegurança desse novo cenário e os cursos de formação); tecnologias digitais no ensino de matemática; e algumas pesquisas que trazem experiências com o uso desses recursos em sala de aula. Dividimos essa primeira parte em três subseções: a tecnologia e a formação docente, tecnologias digitais no ensino e experiências do seu uso na sala de aula de matemática.

Na segunda parte, tecemos breves considerações sobre a TAD, os elementos da teoria (conceitos primitivos, praxeologia, transposição didática e ostensividade dos objetos – por exemplo), o saber envolvido e a tecnologia digital envolvida no processo de ensino e aprendizagem durante as observações das situações didáticas. A função afim foi o conteúdo definido pelo professor (sujeito da pesquisa) que compôs a descrição das atividades apresentadas na análise e na discussão dos dados. Essa parte foi dividida em quatro subseções: Transposição Didática (saberes de referência, transposição didática externa e transposição didática interna); objetos ostensivos e não-ostensivos; o saber em jogo: a função afim; e o Geogebra (recurso explorado pelo sujeito da pesquisa).

### 2.1 Recursos tecnológicos na Educação

A princípio, trazemos a figura 4, que norteia a leitura desta seção.

Figura 4 – Representação dos recursos tecnológicos



Fonte: Elaborado pelo autor.

É inegável reconhecer que o uso das tecnologias digitais é imprescindível para diversas atividades da vida humana. Isso revolucionou a vida humana e facilitou situações rotineiras, que vão desde a redução do tempo de realização das atividades até a simplificação de ações complexas que antes o homem tinha muita dificuldade de realizar. Assim, mudando as relações sociais, conforme aponta Andrade (2016, p. 13), “a TIC muda a maneira das pessoas se inter-relacionarem, comunicarem, pensarem, trabalharem e agirem”.

A educação procura acompanhar as mudanças ocorridas na sociedade a fim de ter um ensino que se relacione com o cotidiano dos alunos e os anseios da sociedade. Embora, nem sempre, tenha conseguido esse objetivo, há essa preocupação de propor um ensino que condiga com a realidade, para que o currículo não fique obsoleto e o ensino contribua com as atividades da sociedade, porque seu principal papel é de fomentar as atividades humanas (a organização, a produção, a vida, os deveres e os direitos dos cidadãos).

Alguns documentos oficiais relatam sobre a importância das tecnologias digitais na sala de aula. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), consta que:

As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas. Estudiosos do tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são influenciados, cada vez mais, pelos recursos da informática. Nesse cenário, insere-se mais um desafio para a escola, ou seja, o de como incorporar ao seu trabalho, tradicionalmente apoiado na oralidade e na escrita, novas formas de comunicar e conhecer. (BRASIL, 2001, p. 43).

Já a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), um documento mais recente, apresenta, como uma das competências gerais, em seu documento, o seguinte:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2017 p. 09).

De acordo com a Proposta Curricular do estado da Paraíba, aos poucos, o uso das tecnologias digitais vem se caracterizando como potencializador dos processos de ensino e aprendizagem. Elas preenchem algumas lacunas deixadas pelos livros didáticos e o que o professor já trabalha na lousa. Esses recursos facilitam a aprendizagem por meio de vídeos, imagens, gráficos, fotografias, dentre outros, contextualizando o ensino (GOVERNO DO ESTADO PARAÍBA, 2019).

A busca por inserir as ferramentas tecnológicas no ensino vem ganhando cada vez mais corpo, e seu uso na sala de aula é sugerido pelos documentos oficiais que tratam da Educação em nosso país, como os já referidos nos parágrafos acima. Podemos perceber o avanço desses

recursos na educação, nas próprias mudanças educacionais que ocorrem motivadas pelos aspectos sociais e culturais.

Oliveira (2015) destaca que a inclusão dos computadores nas escolas do nosso país vem ocorrendo desde meados dos anos 80, por meio de projetos públicos de informática, que, por sua vez, proporcionavam às escolas públicas laboratórios de informática e formações continuadas aos professores a respeito dos recursos tecnológicos.

Em 1997, foi instituído, também pelo MEC, o Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO), cujo propósito era de incentivar e ajudar a introduzir a tecnologia informática no ensino fundamental e no ensino médio das escolas brasileiras. Foram implantados 244 Núcleos de Tecnologia Educacional, para dar suporte à formação de mais de 20 mil professores do país. Esse programa ainda se encontra em plena atividade e se articula com mais dois programas desenvolvidos posteriormente: o Programa Um Computador por Aluno (PROUCA), criado em 2007, e o PROINFO Integrado (de 2008), ambos com o objetivo de promover a inclusão digital e de distribuir um computador portátil para os alunos das escolas públicas da educação básica (BORBA; PENTEADO, 2016).

Esses projetos e programas educacionais que se preocupam em inserir a tecnologia no âmbito escolar contribuíram para a realidade da educação atualmente. Mesmo que essas ferramentas não façam parte dos processos educacionais da maioria das escolas do Brasil, a influência dessas propostas possibilitou o desenvolvimento de cursos à distância, de softwares, programas e ambientes virtuais de aprendizagem que fossem se adequando à realidade de nossa sociedade até se configurar numa importante linha de pesquisa. Isso contribuiu não só para aperfeiçoar e formar professores, mas também para promover a aprendizagem dos alunos.

A cultura digital vem causando mudanças significativas em nossa sociedade. E com o avanço e o desenvolvimento das tecnologias, os alunos ficam envolvidos na dinamicidade e no entretenimento que elas oferecem. Isso é perceptível nas interações por meio dessas mídias, no imediatismo das respostas e na quantidade de informações acessadas com rapidez.

E esse é um desafio para a escola no que diz respeito à formação dos sujeitos, porquanto é preciso considerar essas movimentações sociais e culturais e proporcionar reflexões e análises a fim de contribuir para o desenvolvimento do senso crítico do aluno, em sua capacidade de escolher e em seu protagonismo perante as situações e as vivências diárias (BRASIL, 2017).

É de fundamental importância renovar as relações e as situações do ambiente escolar, entrar em sintonia com o tempo contemporâneo e facilitar o processo de integração dos recursos digitais. A integração desses recursos na educação caracteriza a inserção tecnológica na escola. Entendemos que é importante acompanhar as mudanças na sociedade, não só para não deixar a



escola fora de seu próprio tempo, como também para inseri-la no âmbito social e na cultura digital, que deve ser trabalhada de maneira consciente para seu bom proveito e ajudar o aluno a ter cada vez mais autonomia.

Borba, Almeida e Chiari (2015) enunciam que as tecnologias, da maneira como são utilizadas, podem ser importantes para minimizar os problemas na disciplina em jogo, mostrando possibilidades de serem utilizadas, já que oferecem dinamicidade, feedback e visualização ampla dos conceitos e das conexões entre eles. Elorza (2012, p. 3) destaca que:

A escola não é mais o único espaço onde se aprende. O computador e a web possibilitam que todas as pessoas, independentemente de onde estejam de onde estejam, acessem qualquer informação. A internet não restringe o acesso a informação, possibilita uma organização de ideias que antes não era possível e promove o surgimento de cenários educacionais que não existiam, como é o caso dos espaços virtuais.

É necessário um planejamento com objetivos claros, metodologia simples e de fácil aplicação, para que as ferramentas digitais sejam integradas de forma efetiva às aulas. Podemos afirmar que não é em todas as aulas que se devem usá-las e que o uso dessas ferramentas não garante uma aula inovadora ou com uma nova metodologia. Além disso, os conteúdos poderão ser ensinados por meio de outras estratégias. Sobre isso, Silva (2014, p. 40-41) diz:

Não estamos afirmando que a tecnologia é um milagre, que vai resolver todos os problemas relacionados à aprendizagem do estudante. Podemos nos beneficiar se ao usá-la, adotarmos uma atitude reflexiva, fundamentada em uma abordagem pedagógica, que respalde o seu uso, como instrumento no processo de produção do conhecimento do estudante, instigando-o à pesquisa, ao exercício da cidadania, à cooperação, à autoria e, conseqüentemente, à sua autonomia.

O uso desses recursos, por si só, não garante a eficácia no ensino nem para todos os desafios no processo de ensino e aprendizagem, assim como qualquer outra ferramenta para as situações didáticas. As mudanças têm que agregar as questões didáticas e pedagógicas, visando, principalmente o protagonismo e desenvolvimento do aluno. Assim, as tecnologias digitais têm que estimular o aluno a pensar, a resolver problemas e ajudá-lo na tomada de decisões.

Almeida (2019) refere que usar esses recursos em sala de aula é importante, porque, além de possibilitar o acesso, deve proporcionar condições (numa perspectiva crítica) para os sujeitos se expressarem por meio de múltiplas linguagens, utilizar todas as operações e funcionalidades das tecnologias e compreender suas propriedades e potencialidades para adquirir conhecimentos e desenvolvimento pessoal e cultural.

Esse recorte histórico, os apontamentos de documentos oficiais referentes ao uso desses recursos e as potencialidades destacadas contextualizam esta investigação evidenciando a importância dessas ferramentas para o ensino de Matemática. Desse modo, a formação docente deve (ou pelo menos deveria) contribuir para implementar essas alternativas em sala de aula.

### **2.1.1 Os recursos tecnológicos e a formação docente**

Apesar das potencialidades e das possibilidades que as tecnologias oferecem ao ensino, nem sempre elas foram bem vistas. Muitos professores e gestores das escolas resistiram a elas, porque achavam que iriam atrapalhar a aprendizagem do aluno.

No início das discussões sobre a introdução dos computadores na escola, muitos professores mostravam resistência porque pensavam que, assim como em outros ramos de atividade, seriam substituídos por essas máquinas. Contudo, estudos apontaram que, ao contrário, o papel do professor nesse ambiente é de fundamental importância, porque somente a introdução dos computadores nas escolas não provoca mudanças nas práticas docentes enraizadas e no processo de ensino e de aprendizagem. (CARNEIRO; PASSOS, 2014, p. 102).

Contudo, começou-se a perceber que as tecnologias digitais, integrada às práticas pedagógicas, podem contribuir efetivamente com o processo de ensino e aprendizagem, dado que várias pesquisas têm apontado as suas potencialidades. Isso pode ser perceptível pela busca de novas metodologias para o ensino, numa busca de melhoria e de um ensino mais atrativo, já que os educadores estão “perdendo” seus alunos para outras novidades externas à sala de aula (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018).

A inserção das ferramentas tecnológicas em sala de aula propõe novos saberes e habilidades que os professores devem dominar. Por isso devem conhecer todo o aparato tecnológico que usa e entender suas possibilidades e limitações para uma aplicação adequada, porque, quando empregadas, proporcionam um enriquecimento educacional. Certamente elas podem amenizar dificuldades encontradas na construção do conhecimento.

Para Elorza (2012), o uso de recursos tecnológicos nas salas de aula, na maioria das vezes, ainda apresenta características do ensino tradicional, em que o professor comunica as informações, e os alunos ouvem e tentam reproduzi-las. Isso mostra que não são exploradas as potencialidades e a integração desses recursos. Nesse caso, há uma domesticação das mídias, conforme apontam Borba, Almeida e Gracias (2018), que asseveram que, ao utilizar uma nova mídia reproduzindo práticas antigas de uma mídia antiga, o professor mantém práticas de forma acrítica, por exemplo, quando usa a lousa digital simplesmente como utilizava o quadro branco, sem explorar outras alternativas que a nova mídia pode oferecer.

Com o uso das ferramentas digitais, o professor dá um novo significado e transforma sua prática com base em três aspectos: o tecnológico – de acordo com as potencialidades que são oferecidas pelos recursos a serem utilizados; o pedagógico – como as atividades serão desenvolvidas e os objetivos almejados a partir da situação a ser vivenciada; e o formativo – pensando no desenvolvimento da atividade e nos movimentos de criação e recriação dos procedimentos de uso das ferramentas utilizadas (ELORZA, 2012).

Esses três processos devem estar interligados, sempre numa prática reflexiva, com o fim de alterar a prática docente e de propor novas situações em sala de aula que desafiem o aluno a descobrir e a construir conhecimentos e a auxiliar o processo de ensino.

Apesar de saber das potencialidades do uso das tecnologias digitais, os Cursos de Licenciatura, embora ressaltem sua importância, em sua base curricular, apresenta poucas disciplinas que trabalhem os conhecimentos específicos sobre essas ferramentas digitais e o processo de integração no processo de ensino e aprendizagem. Isso corrobora o pensamento de Schuhmacher, de Alves Filho e de Schuhmacher (2017, p. 570) de que

[...] não existe a promoção de ações por parte dos cursos e das Instituições, que propiciem ou até instiguem as TIC como recurso de mediação ou objeto de estudo entre os docentes. Essa vulnerabilidade é vista como um obstáculo estrutural de gestão, pois, apesar da preocupação existente para que as TIC sejam oportunizadas no curso que tenha essa competência, de forma a apoiar o ensino e formar novos licenciados, os formadores, que promovem a inserção, encontram-se sozinhos, não contando com uma estrutura organizacional que provoque o tema junto aos demais professores do curso.

A resistência dos professores pode ser explicada por porque esse é um novo cenário, um terreno inseguro e pouco explorado pela maioria dos professores. Apesar disso, a formação continuada poderá auxiliar esse processo de introdução dos recursos tecnológicos na sala de aula, seja nas reflexões, no acompanhamento das ações ou nos possíveis cursos que possibilitem explorar esses instrumentos em determinadas situações (como um pontapé inicial para uma exploração maior). Carneiro e Passos (2014, p. 112) asseveram que

[...] a introdução da TIC e de tarefas de caráter exploratório-investigativas será mais um desafio para o professor: ele terá que aprender a realizar tarefas abertas, não diretivas, a levantar hipóteses e a discutir e a argumentar com seus alunos. [...] Assim, o professor precisa estar em constante formação para caminhar pela zona de risco, pois as tecnologias e as tarefas exploratório/investigativas podem promover novas formas de abordar os conteúdos e fazem com que a imprevisibilidade, a insegurança e as dúvidas apareçam com maior frequência.

Um dos motivos para essa insegurança quanto ao uso de tecnologias digitais no processo educativo é a falta de capacitação dos educadores para aplicarem os recursos tecnológicos no ambiente educacional. Embora seja perceptível a busca pela mudança nesse cenário, a formação inicial não tem preparado a contento os profissionais para isso. A formação insuficiente de docentes para o uso das ferramentas tecnológicas reflete diretamente nas salas de aula, nas próprias práticas pedagógicas, pois a pouca integração das tecnologias em sala, assim como a reflexão dela, não causa impactos na produção e na construção dos saberes didático-pedagógicos (SCHUHMACHER; ALVES FILHO; SCHUHMACHER, 2017).

Quando o professor sai de sua zona de conforto e cria hábitos na educação, ao propor novas metodologias, enfrenta alguns desafios. Porém isso é importante para que possa, além de

ter contato com os recursos tecnológicos digitais, desenvolver atividades que apontem novos caminhos e que capacitem o aluno para dominar as ferramentas disponíveis para aprender e para usar em seu cotidiano (TORRES; BERBET, 2011).

Para Borba e Zulatto (2010), a zona de conforto é o espaço onde o professor é capaz de prever e de controlar quase tudo e está relacionada aos tipos de aula tradicionais/convencionais; já a zona de risco é aquela em que ele enfrenta desafios e situações que nem sempre são comuns em sua prática, incluindo perguntas e dúvidas além do saber estudado, outros caminhos para se resolver uma atividade e até imprevistos e problemas técnicos.

E ainda, de acordo com esses autores, quando desenvolvimento da atividade se torna conhecido e repetido, essa zona de risco passa a ser uma zona de conforto. Com isso, o professor que usa os recursos digitais passa ter um padrão para explorá-los e a controlar a situação, já que as inquietações e as dúvidas podem ser previstas.

Sair a zona de conforto é um desafio. E

[...] o professor precisa vencer o receio de usar as tecnologias em seu trabalho docente e terá que ser responsável por essa ruptura paradigmática a partir da mudança do próprio comportamento. Pois, somente mediante essa mudança as dificuldades aqui apresentadas e muitas outras que possam surgir serão superadas permitindo a utilização dos potenciais educativos das TIC. (ROSA, 2013, p. 225).

Uma das preocupações com a formação do professor (seja inicial ou continuada), no que diz respeito ao uso de ferramentas tecnológicas – uma vez que já estamos imersos nesse mundo e na cultura digital – é de que não podemos nos isentar desse trabalho e dificultar ou não usar esses recursos nas práticas pedagógicas.

Com a chegada dessas novas tecnologias no ambiente escolar, os docentes precisam assumir uma nova postura em relação à prática pedagógica e conhecer novas formas de aprender, de ensinar, de produzir, de comunicar e de reconstruir o conhecimento. Assim, poderá formar profissionais mais qualificados para o mercado de trabalho, o que, hoje em dia, exige certo conhecimento tecnológico.

Quando falamos em formação continuada, também queremos dizer que, mesmo com os cursos oferecidos, é preciso um acompanhamento para saber o que ocorre na prática, se estão sendo efetivados, quais as dificuldades encontradas e se os resultados têm sido satisfatórios.

Para Santos, J. (2018), o fato de os professores participarem de formações para usar as tecnologias em suas aulas e de reconhecerem que esses recursos são importantes na educação não os ajuda a integrá-las às suas práticas porque não se sentem preparados para isso. E, devido às mudanças e aos avanços das próprias ferramentas digitais que acontecem com rapidez, o processo de formação do docente deve ser contínuo.

“Os cursos de formação continuada, cuja propositura é de capacitar os professores para que possam adotar as TIC como instrumento pedagógico na organização de suas aulas, não têm conseguido alcançar seu objetivo proposto.” (SANTOS, J., 2018, p. 94). Por essa razão, é necessário um olhar especial não só para a formação inicial como também para as formações continuadas, porque as tecnologias são muito importantes e não é à toa que constituem uma linha de pesquisa específica na Educação Matemática.

Essas novas ferramentas tecnológicas podem auxiliar a contento o processo de ensino-aprendizagem quando o professor dispõe de um bom planejamento e tem objetivos claros. Mas, quando as coisas não saem conforme o planejado, é possível que a prática seja repensada e reformulada, porque podem acontecer imprevistos.

Borba e Penteado (2016, p. 66) afirmam que “aspectos como incertezas e imprevisibilidade, geradas num ambiente informatizado, podem ser vistos como possibilidades para o desenvolvimento do aluno, o desenvolvimento do professor e o desenvolvimento das situações de ensino e aprendizagem”. Isso quer dizer que, como o uso dos recursos tecnológicos ainda é um terreno inseguro, deve-se refletir sobre como isso pode ser feito, para que se caminhe rumo a uma prática cada vez mais adequada.

Embora as tecnologias digitais não sejam a solução para todos os problemas do professor nos desafios com que se depara no processo de ensino, elas são um instrumento rico de possibilidades se seu uso for bem planejado e seus objetivos bem definidos. Porém o contrário poderá acontecer se não forem empregadas convenientemente ou se o professor não um mínimo domínio sobre elas.

As experiências docentes também são frutos da caminhada formativa. Com o intuito de analisar a experiência docente e entender como funcionam os planejamentos didáticos para o uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática, a formação poderá ser uma das limitações ou uma das potencialidades para o uso de recursos tecnológicos em sala de aula.

### ***2.1.2 As tecnologias digitais no ensino de Matemática***

A Matemática sempre carregou um estigma de ser difícil, complexa e que nem todos têm habilidade/aptidão para estudá-la. Existem diversos fatores que levam à “matematicafobia” – a aversão à Matemática. Em nossa investigação, não entramos no mérito de apontar os principais fatores que dificultam o processo de ensino e aprendizagem dessa ciência.

No entanto, sabemos que seu ensino tem suas raízes fincadas nas abstrações, na mecanicidade e sem contextualização. E apesar dos muitos avanços e da vontade de superar essa visão equivocada, esses julgamentos ainda estão presentes nos dias de hoje. O fato de a

disciplina estar ligada a aspectos negativos vem de toda uma estrutura pedagógica tradicional, que envolve fatores como estrutura escolar, recursos didáticos, carga horária elevada, questões salariais, cultura, entre outros. Oliveira (2015, p. 37) diz que:

É de senso comum saber que, muitas vezes, a Matemática proporciona bloqueios na aprendizagem de seus conteúdos. Nesse sentido, a metodologia a ser aplicada no ensino dessa disciplina deve ter o intuito de diminuir tais dificuldades, a fim de tornar o aprendizado mais prazeroso e os alunos mais estimulados a aprender.

Há algum tempo, professores e pesquisadores do ensino de matemática, ou seja, os educadores matemáticos, têm se preocupado com o processo de ensino e aprendizagem, a fim de fazer com que seja mais harmonioso, mais interessante e que todos tenham acesso aos saberes de maneira mais simples e entendível. Para Santos, K. (2018, p. 54), “o ensino da Matemática avançou muito nos últimos anos, e o professor precisa acompanhar tais mudanças para contribuir com as demandas da sociedade contemporânea enfatizando a importância da Matemática na formação do indivíduo”.

Devido a isso, foram sendo criados mecanismos pedagógicos, novas técnicas, novas metodologias e novas formas de ensinar matemática – como a resolução de problemas, a etnomatemática e a modelagem – e o ensino começou a passar por mudanças com o advento das tecnologias, o que resultou em uma grande linha de pesquisa, que traz discussões, reflexões e bons materiais para o ensino de matemática.

Apesar de essas mudanças influenciarem diretamente o ensino, o uso das tecnologias digitais na educação ainda não atingiu a maioria das salas da educação básica, razão por que há uma preocupação para que isso ocorra, já que esse recurso é um importante instrumento para o processo de ensino e aprendizagem. Mas, nem sempre foi assim, pois, no início, alguns professores resistiram a usar as tecnologias em sala, porque acreditavam que elas iriam colaborar com o desenvolvimento cognitivo do aluno e que as “máquinas” iriam acomodar os alunos e impedir que eles pensassem ou fizessem atividades mais complexas e, conseqüentemente, ficassem dependentes dessas alternativas.

Com o passar do tempo, esse pensamento foi ficando ameno devido às experiências positivas do ensino. Esses recursos foram sendo introduzidos na educação gradativamente, por causa de algumas resistências e limitações encontradas no início de sua implementação, o que é natural, já que se tratava de um novo paradigma educacional com situações desconhecidas e pouco exploradas.

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) destacam quatro fases do uso de tecnologias na Educação Matemática. Essas fases marcam o desenvolvimento do trabalho, que contribuiu para o processo educativo e as intervenções que hoje em dia acontecem com o uso de ferramentas

tecnológicas digitais no ensino de matemática. Alguns recursos e perspectivas teóricas caracterizam algumas etapas, como demonstrado no Quadro 1.

Quadro 1 - Resumo das quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática

	<b>Tecnologias</b>	<b>Natureza ou base tecnológica das atividades</b>	<b>Perspectivas ou noções teóricas</b>	<b>Terminologia</b>
<b>Primeira fase (1985)</b>	Computadores; calculadoras simples e científicas	LOGO Programação	Construcionismo; Micromundo	Tecnologias informáticas (TI)
<b>Segunda fase (início dos anos 1990)</b>	Computadores (popularização); calculadoras gráficas	Geometria dinâmica (Cabri Géomètre, Geometriks); múltiplas representações de funções (Winplot, Fun, Mathematica); CAS (Maples); jogos	Experimentação, visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem construcionista; seres humanos-com-mídias	TI; software educacional; tecnologia educativa
<b>Terceira fase (1999)</b>	Computadores, laptops e internet	Teleduz; e-mail; chat; fórum; google.	Educação a distância online; interação e colaboração online; comunidades de aprendizagem	Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC)
<b>Quarta fase (2004)</b>	Computadores; laptops; <i>tablets</i> ; telefones; celulares; internet rápida	GeoGebra; objetos virtuais de aprendizagem; Applets; vídeos; YouTube; Wolfram Alpha; Wikipédia; Facebook; ICZ; Second Life; Moodle.	Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento online de vídeos; performance matemática digital	Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis ou portáteis

Fonte: Borba, Scocuglia e Gadanidis (2014, p. 39).

O início de uma etapa não quer dizer que a outra foi encerrada, já que muitos momentos ocorreram simultaneamente. Além disso, alguns recursos tecnológicos foram desenvolvidos em fases anteriores, porém foram mais aprimorados e utilizados em etapas posteriores, devido as atualizações e ganho de novas funções e ferramentas. E, apesar da forte influência da terceira fase, nossa investigação se encontra na quarta fase, uma vez que, trouxemos análises de atividades com o Geogebra através de tecnologias portáteis (*tablets*).

Para Oliveira (2015), as tecnologias têm estado cada vez mais presentes nas salas de aula (infelizmente, na maioria das vezes, não são utilizadas), uma vez que os alunos têm adquirido smartphones, tablets, dentre outros aparatos, que podem contribuir para o acesso às

informações através da internet e possibilitar a problematização, a observação, o estímulo, a visão crítica e a construção do conhecimento. Então, “a tecnologia disponibiliza as mais diversas alternativas de comunicação, permitindo a interação, por exemplo, com diversos modos de representação simbólica (gráficos, textos, imagens), o que poderá vir a se constituir em notáveis fontes de informação e interação.” (Santos, J., 2018, p. 39).

Quando essas ferramentas são utilizadas de maneira adequada no ensino de matemática, podem despertar o interesse dos estudantes, estimulá-los, tornar a aprendizagem mais satisfatória e possibilitar várias alternativas para o processo de ensino, com interatividade e dinamicidade. As tecnologias digitais podem ajudar a estimular o protagonismo e a criatividade no aluno para construir e/ou resolver situações matemáticas.

Além disso, com o uso delas surgem novas técnicas e novos conhecimentos, que têm desafiado e trazido novas perspectivas para o professor ensinar matemática. Assim, o uso de métodos e de meios adequados possibilita um ambiente de interação e apreensão do conteúdo, onde o professor se torna mediador nessa proposta de construção de conhecimento.

A atuação docente no ensino da Matemática exige o repensar da prática docente, uma ressignificação de seus saberes, um novo olhar na forma de ensinar conteúdos matemáticos, possibilitando ao aluno se apropriar de novas formas de aprender Matemática a partir do uso das TIC, sendo importante o tempo que o professor disponibiliza para se dedicar as novas tecnologias. (SANTOS, K., 2018, p. 53).

A preocupação com o ensino por meio das tecnologias digitais revela que a pesquisa em Educação Matemática tem apontado que esses recursos têm influenciado a atuação dos docentes (na preparação e no desenvolvimento de atividades, assim como na busca de formação continuada). Houve evidentes alterações na didática e na metodologia de ensino, devido à implantação e ao uso das ferramentas tecnológicas nas aulas de Matemática, em que a busca por respostas imediatas e prontas suscita um desafio para a construção do conhecimento, em que a situação/vivência proposta pelo professor tem que trazer certa interatividade para manter o aluno concentrado e envolvido com o que lhe é proposto.

Essas mudanças são perceptíveis na dinâmica da sala de aula e nas formas de ensinar e de aprender os conteúdos, o que influencia os professores a compreenderem as possibilidades e os limites das tecnologias. Além disso, “as TIC permitem que os conteúdos matemáticos sejam abordados de outras formas, fazendo com que os alunos deixem de ver a matemática como uma disciplina em que é preciso apenas memorizar fórmulas, procedimentos e algoritmos e tenham uma visão diferente.” (CARNEIRO; PASSOS, 2014, p. 116).

Os próprios conteúdos matemáticos são abordados e estudados de maneira diferente com o uso de tecnologias, que amplia as análises com visualizações, simulações e dinâmicas



feitas digitalmente. Segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), esses aspectos interferem no pensamento matemático, que desenvolve um esquema mental (a cognição) que representa a informação visual ou espacial, que possibilita conexões entre diversas representações. Ainda, sobre isso, Santos J. (2018, p. 40) assevera:

A criação dos vídeos educativos matemáticos oportuniza que conceitos, figuras e gráficos, dentre outros, sejam mostrados de uma forma atrativa e dinâmica. Nos vídeos, com o objetivo de atrair a atenção dos sujeitos, são significativos o ritmo e a cor. Desse modo, esse recurso torna possível a observação mais completa e minuciosa, considerando-se que se têm a opção de pausar ou parar a imagem, avançar ou retroceder, estando atento a detalhes e permitindo novas compreensões à medida que a percepção vai sendo ampliada.

Não só nos conteúdos de Geometria, mas também em vários outros conteúdos, existe uma variedade de softwares disponíveis para o ensino de Matemática livremente na web, uma quantidade consideravelmente alta, com muitas possibilidades de exploração. As tecnologias digitais, atreladas ao ensino de Matemática, ajudam o processo de ensino e aprendizagem como um componente agregador e facilitador desse processo, motivando o aluno e proporcionando novas formas de interagir com o saber proposto. Diante disso,

[...] uma das implicações para o uso de *software* ou qualquer outro objeto de aprendizagem no ensino de Matemática seja a aprendizagem dos alunos, é importante que o professor planeje e medie situações em que o aluno, a partir do uso da tecnologia integrado ao conteúdo, construa seu conhecimento. Com essa ação, o professor estará colocando em prática uma abordagem mais voltada para o uso pedagógico (com ênfase na reflexão do conteúdo matemático) do que para o uso instrumental (com ênfase na tecnologia). (SANTOS, J., 2018, p. 63).

Assim, o ensino por meio dessas ferramentas pode se atrelar a outras estratégias de ensino, facilitar o processo de ensino e aprendizagem, possibilitar novas formas de construir conhecimentos e tornar a apropriação de saberes matemáticos mais leve, dinâmica e eficaz. Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 46) afirmam que:

Parece haver uma crença, entre alguns responsáveis pelas políticas educacionais, de que as novas tecnologias são uma panacéia para solucionar os males da educação atual. Essa é mais uma razão pela qual a comunidade de EM deve investigar seriamente a implementação e utilização das TICs, pois, se, de um lado, pode ser considerado relativamente simples equipar as escolas com essas tecnologias, de outro, isso exige profissionais que saibam utilizá-las com eficácia na prática escolar.

As estratégias e as metodologias devem ser bem pensadas e estruturadas para não prejudicar o processo de ensino e aprendizagem nem o uso das tecnologias, desenvolvendo práticas reflexivas e passíveis de recomeçar. Usar os recursos tecnológicos não significa, simplesmente, fugir do ensino tradicional, mas também explorar potencialidades, que estão cada vez mais abrangentes com as atualizações e o aparecimento de novas funções, ferramentas, dinamicidade, dentre outros. Isso nos ajuda a perceber que os recursos digitais ajudam a promover a situação didática e a transportar e comunicar o saber.

### 2.1.2.1 As tecnologias digitais no ensino de funções

Nesta seção, relatamos algumas investigações sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de funções. Sabendo que são inúmeras as pesquisas sobre esse tema, buscamos trabalhos com recursos distintos, como computadores, celulares, softwares e aplicativos.

Elaboramos um quadro que traz com investigações para se ter um panorama sobre o uso das tecnologias digitais no ensino de função. Essa busca não se encaixa numa revisão sistemática de literatura, porquanto usamos como base de pesquisa o Google Acadêmico e outras pesquisas acadêmicas.

Quadro 2 - Tecnologias digitais no ensino de funções (Parte 1)

<b>O ensino de funções na lousa digital a partir do uso de um objeto de aprendizagem construído com vídeos (CAPPELIN, 2015).</b>	
<b>Objetivo</b>	Verificar quais as compreensões sobre as funções de 1º e 2º graus que a aplicação de um objeto de aprendizagem pode proporcionar a alunos do 2º ano do ensino médio.
<b>Descrição</b>	Construção e aplicação de um objeto de aprendizagem. Passos: exploração de vídeos (sobre: a velocidade e tempo; a altura em relação ao deslocamento; o percurso de uma bola de golfe depois de arremessada): no final de cada vídeo, os alunos deveriam identificar as possibilidades de representar as funções de 1º e 2º graus, identificar o comportamento das funções, desenvolver novas atividades e utilizar as ferramentas disponíveis no software da lousa digital.
<b>Tecnologia</b>	Lousa digital, vídeos e App.: GeoGebra, Hot Potatoes e LibreOffice Impress.
<b>Resultados</b>	Compreensão das representações gráficas das funções de 1º e 2º graus (com situações exibidas em vídeos) e do comportamento das funções quando alterados os valores dos coeficientes. Foi detectada a falta de compreensão do símbolo de desigualdade, o que deu indícios de que essa dificuldade está relacionada à compreensão simbólica, que pode dificultar não só a aprendizagem de função, mas também outros assuntos matemáticos.
<b>Construções de relações funcionais através do software Scratch (VENTORINI, 2015).</b>	
<b>Objetivo</b>	Investigar as potencialidades do <i>software</i> de programação Scratch no processo de construção de relações funcionais que envolvem funções.
<b>Descrição</b>	As atividades desenvolvidas ocorreram em duas etapas. A primeira consistiu em conhecer (programação orientada) e explorar (c/ criações dos próprios alunos) a linguagem de programação Scratch; e a segunda, em desenvolver quatro atividades diferentes em que foram trabalhadas: a ideia de função, função inversa, caso particular de domínio da função e plano cartesiano.
<b>Tecnologia</b>	Computador; Scratch
<b>Resultado</b>	Constatou-se que a utilização do Scratch no estudo das relações funcionais é válida e que a mediação do professor-pesquisador ajudou a construir as relações funcionais, no sentido de incentivar os alunos nas produções através de questionamentos, como auxiliar a compreender, a escolher e a encaixar certos comandos. Destacaram-se como potencialidades do Scratch: o envolvimento dos alunos na resolução das atividades; ajuda para compreender os conceitos da função, estímulo na formalização e abstração (numa estratégia de resolução de problemas e investigação da atividade).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 3 - Tecnologias digitais no ensino de funções (Parte 2)

<b>Aprendizagem de função: uma intervenção de ensino por meio do Quiz Game Online (MARTINS, 2016).</b>	
<b>Objetivo</b>	Identificar as contribuições apresentadas a partir de um quiz game online (o Kahoot) para elaborar o conceito de função no 1º ano do Ensino Médio.
<b>Descrição</b>	Aplicação de atividade com o Kahoot. Passos: apresentação do Kahoot e do seu funcionamento; resolução do quiz; apresentação do ranking geral e dos resultados individuais; aplicação de questionário para averiguar as contribuições na formação do conceito de função.
<b>Tecnologia</b>	Computadores; Datashow; smartphones e Kahoot.
<b>Resultado</b>	Gerou entusiasmo, concentração e motivação e possibilitou inserir o celular em sala de aula como um recurso para fins educativos (resolução de problemas).
<b>Potencialidades do uso do celular na sala de aula: atividades investigativas para o ensino de função (ROMANELLO, 2016).</b>	
<b>Objetivo</b>	Investigar o uso do aplicativo de Matemática para celulares inteligentes no desenvolvimento de conceitos de função em sala de aula.
<b>Descrição</b>	Atividades referente ao conteúdo de função com o uso do App. Matemática. Exploração de gráficos a fim de entender as relações de cada parâmetro das funções com o seu gráfico e explorar as diferenças entre os gráficos. Passos: compreender o conceito de função a partir do gráfico de $f(x)=x+2$ ; compreender o conceito de função com base no gráfico de $f(x)=x^2-4$ ; Atividade com funções do 1º e do 2º grau.
<b>Tecnologia</b>	Smartphone e o app. Matemática
<b>Resultado</b>	Os alunos puderam explorar diversos gráficos, elaborando e testando suas conjecturas, levando-os a generalizar as propriedades de funções. Também se percebeu que o papel do professor nas aulas foi de fundamental importância, ao conduzir as investigações sem dar a resposta imediata. Por fim, foram evidenciadas algumas potencialidades do uso do smartphone na sala de aula, tais como: proporcionar discussões matemáticas acerca do conteúdo de função, dar voz à curiosidade dos alunos, possibilitar a generalização de resultados com a exploração de gráficos e tabelas das funções.
<b>Estudo de função afim utilizando o software Geogebra como ferramenta interativa (LOPES; COSTA; OLIVEIRA, 2016).</b>	
<b>Objetivo</b>	Apresentar possibilidades didáticas para o ensino de função afim com o <i>software</i> GeoGebra.
<b>Descrição</b>	Atividades com o Geogebra para investigar o gráfico da função afim. Passos: Foi ministrada uma aula sobre o plano cartesiano, o zero da função e a classificação da função (crescente, decrescente e constante); Apresentação das ferramentas do Geogebra; construção de gráficos livres (no Geogebra); experimentação das variações dos coeficientes da função afim (por $f(x)=ax+b$ , utilizando barras deslizantes); aplicação de questionário.
<b>Tecnologia</b>	Computadores; Geogebra
<b>Resultado</b>	Foi destacada a importância de ministrar aulas que inovem o método convencional de se ensinar. A novidade, com o uso do Geogebra, despertou a curiosidade e a interatividade e motivou a aprendizagem. Por fim, foi relatado que os aspectos positivos têm relação com a interação entre o aluno e a interface do <i>software</i> GeoGebra, o que possibilitou especular e experimentar. Assim, o aluno foi autônomo do seu estudo e da construção do saber.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 4 - Tecnologias digitais no ensino de funções (Parte 3)

<b>Usando o software Microsoft Office Excel na abordagem dos conceitos iniciais das funções de 1° e 2° graus (SILVA, 2019).</b>	
<b>Objetivo</b>	Utilizar o software Microsoft Excel na abordagem dos conceitos iniciais de funções de 1° e 2° graus.
<b>Descrição</b>	Criação de uma sequência didática. Etapas da sequência: apresentação do Excel e exploração do software (familiarização); discussão sobre a lei de formação de uma função; construção de gráfico de uma função de 1° grau no Excel; construção de gráfico de uma função de 2° grau no Excel; resolução de exercícios.
<b>Tecnologia</b>	Computadores, Excel
<b>Resultado</b>	O uso dos recursos tecnológicos é uma forma de atrair o aluno, despertando o interesse para o ensino de matemática (em especial, para o ensino das funções de 1° e 2° graus).

Fonte: Elaborado pelo autor.

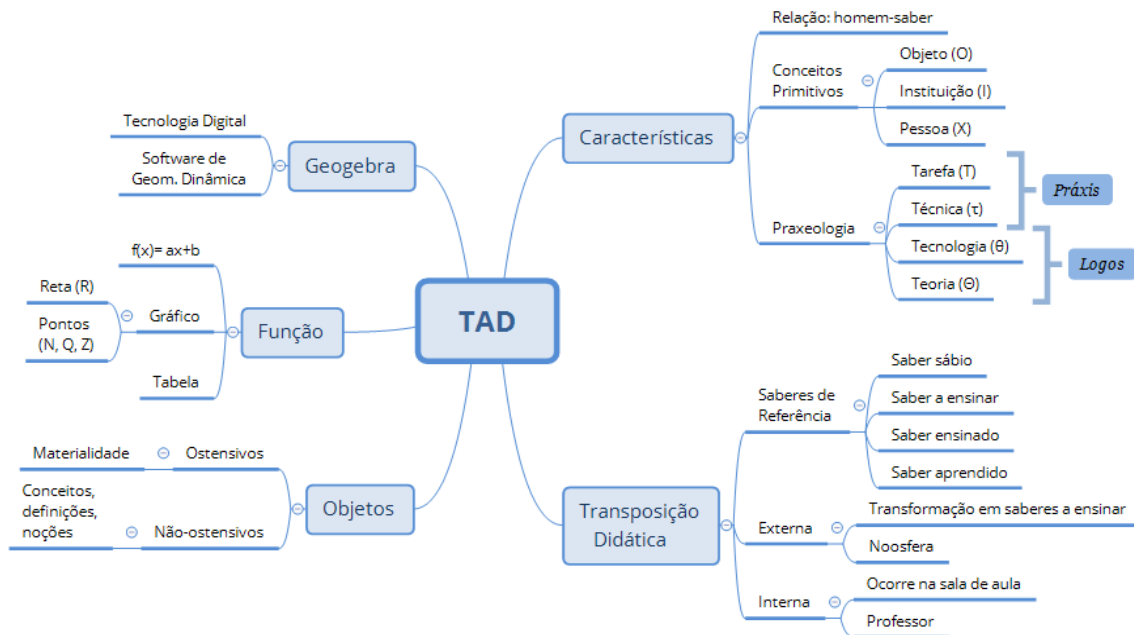
As tecnologias foram integradas ao processo de ensino como uma alternativa para motivar os alunos a resolverem questões. Isso favorece a aprendizagem, pois, se os alunos estiverem entusiasmados, o professor pode explorar outros desafios e avançar nos conteúdos explorados. Essa alternativa, atrelada ao método de resolver problemas, pode ser um caminho rico para se aprender matemática.

Existem outras experiências que podem ser citadas sobre o uso de tecnologias em sala de aula, com descrições das situações didáticas e apontando os resultados na exploração de conceitos matemáticos por meio desses instrumentos. No entanto, nosso objetivo principal não foi o de relatar essas experiências, e isso serve de base para se compreender como os recursos tecnológicos podem ser integrados às práticas pedagógicas.

## 2.2 Teoria Antropológica do Didático

Inicialmente, apresentamos a figura 5, que guiará a leitura desta seção, e em seguida, as reflexões sobre essa teoria e seus aspectos.

Figura 5 – Representação da TAD



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) tem sua gênese por volta dos anos de 1980, pelo pesquisador matemático francês Yves Chevallard. E com ela investiga-se questões e problemas que o professor enfrenta ao preparar suas aulas e a executar o planejamento e estuda as condições, as possibilidades, as limitações e o funcionamento do sistema didático, analisando o homem em relação ao saber e às atividades matemáticas.

Podemos perceber a importância dessa teoria, porquanto estuda os fenômenos presentes nas práticas pedagógicas, favorecendo uma melhor elaboração das próprias situações didáticas, a fim de amenizar os obstáculos encontrados nessas situações e apresentar elementos que esclarecem as discussões sobre o ensino e a aprendizagem.

Para Araújo (2009), o sentido antropológico presente nessa teoria leva em consideração o aspecto humano e social das atividades matemáticas. Assim, propõe um estudo da atividade matemática em um conjunto de atividades humanas e de instituições sociais. O enfoque está em estudar e ampliar o campo de análise da didática da Matemática, buscando entender as relações mantidas entre objetos, pessoas e instituições com o saber de forma sistemática e dinâmica.

De acordo com Cavalcante e Rodrigues (2017), as potencialidades dos fundamentos da Teoria Antropológica do Didático motivam pesquisadores ao redor do mundo, inclusive encontrados fora do próprio berço da teoria (França), como a Argentina, o Brasil, a Espanha,

dentre outros. Vale ressaltar, também, o crescente número de pesquisas no Brasil que abordam essa teoria, com foco na Educação Básica, principalmente no ensino de Matemática.

Esse crescente interesse pela TAD se deve à nova perspectiva de compreender e explicar a realidade dos fenômenos didáticos, as práticas do professor, a ecologia dos saberes<sup>6</sup> e outros, oferecendo ferramentas teóricas que revelam as práticas didáticas, produzindo descrições de coisas já conhecidas ou que pensamos conhecer bem, ampliando possibilidades de análise da complexidade da atividade matemática. A TAD é uma extensão da Teoria da Transposição Didática<sup>7</sup>. E, de um modo geral, abre-se um leque no campo da análise e possibilita abordar os problemas relativos aos objetos do saber a ensinar. Assim, esses objetos têm inter-relações que possibilitam estudar e ver as próprias estruturas (ALMOULOU, 2019).

Santos e Bessa de Menezes (2015) entendem que as relações entre os objetos de ensino vão além da sala de aula e dão meios para a descrição e a análise de atividades matemáticas. Os objetos matemáticos não existem em si, nem no vácuo nem em um vazio social, pois todo saber, em determinado momento, apresenta-se em uma sociedade apoiado em uma ou mais instituições. Assim, a TAD amplia esse estudo, ao buscar entender o homem perante o saber matemático, e é uma importante ferramenta para analisar os fenômenos didáticos e as práticas docentes e refletir sobre eles, desenvolvendo o estudo sobre os processos e as relações que ocorrem nas instituições (CHEVALLARD, 1999).

Para entender essa teorização é necessário conhecer três elementos/conceitos primitivos que fazem parte dessa teoria: objeto (O), instituição (I) e pessoa (X). Para Bessa de Menezes (2010, p. 71), o objeto é o “material base da construção da teoria. Tudo é objeto”.

Chevallard (2003, p. 1, tradução nossa<sup>8</sup>), diz que “qualquer produto intencional de atividade humana é um objeto”. Os objetos são dotados de materialidade ou não e eles só existem quando são reconhecidos por pelo menos uma pessoa ou uma instituição, com a qual estabelece uma relação pessoal  $R(X,O)$  e/ou institucional  $R(I,O)$ . As pessoas e as instituições também são objetos.

A instituição (I) pode ser uma organização de caráter social, de ensino, ONGs, entre outras, à qual pode haver outras agregadas (por exemplo, uma escola que agrega a sala de aula, o professor, o livro didático e os alunos que também são instituições). Tudo isso faz parte de um sistema que passa a existir, a funcionar e a se manter como uma série de relações ecológicas.

---

<sup>6</sup> A ecologia dos saberes se interessa pelas condições e limitações que determinado saber vive em uma instituição. E identifica o ecossistema didático escolar, os objetos matemáticos e os objetos didáticos e suas relações dentro de uma instituição.

<sup>7</sup> Abordaremos a discussão sobre a Transposição Didática na próxima seção.

<sup>8</sup> “[...] tout produit intentionnel de l’activité humaine, est un objet.”

De acordo com Chevallard (2013), a instituição é um “dispositivo social” em que pessoas, ao se assujeitarem, vivem e ocupam diferentes posições nela. As instituições permitem ao sujeito experiências que moldem e influenciem suas formas de pensar e agir, que são próprias da instituição. Assim, pode-se perceber que toda instituição tem uma dimensão didática, mesmo que seu objetivo explicitamente não seja de ensinar.

O último conceito é a pessoa (X) – existe o indivíduo (primitivo), o sujeito que se sujeita a uma instituição (I), e a pessoa – que é proveniente do conjunto de relações e sujeições com instituições diferentes. Então, a pessoa muda pelas sujeições e experiências com o tempo nas instituições e nas relações com os objetos (BESSA DE MENEZES, 2010).

As pessoas fundam as instituições e garantem seu funcionamento. Além disso, uma pessoa pode se assujeitar a muitas instituições e não exclusivamente a uma instituição. De acordo com Chevallard (2009), estar assujeitado a instituição indica a condição de participação e não de passividade ou submissão. Quando uma pessoa X entra para uma instituição I, sujeita-se a um contrato institucional (dinâmica de relações de uma instituição), por meio de uma relação institucional R(I,O) que propõe a relação do sujeito com o objeto R(X,O).

Para exemplificar esses três conceitos primitivos e essas relações, tomemos o seguinte exemplo, embasado em Bessa de Menezes (2010): a porcentagem é um tipo de objeto que pode assumir diferentes significados, de acordo com as regras de uma instituição. Assim, em bancos pode ser considerada como taxas e lucros; já na engenharia pode ser uma proporção, a parte de uma mistura. Com isso, a pessoa, ao se assujeitar a instituição, se relaciona com esse objeto (porcentagem) a partir do significado que a instituição impõe sobre ele.

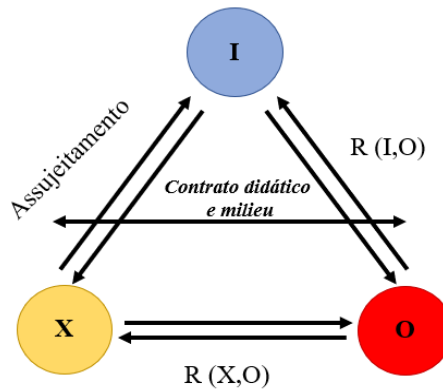
A apropriação de saberes (objetos) é proveniente das relações geradas em sala de aula (pessoa-instituição, instituição-objeto e pessoa-objeto) no *milieu*<sup>9</sup> e permeadas pelo contrato didático<sup>10</sup>. Ou seja, a aprendizagem pode ser percebida quando há alteração na R(X, O), caso contrário, não há aprendizagem. A partir dessa descrição, podemos entender que o processo de ensino e aprendizagem é resultado das relações entre esses elementos (O, I, X) abordados nessa teoria (SANTOS; BESSA DE MENEZES, 2015).

---

<sup>9</sup> Meio (tradução nossa). Tudo o que interage com o aluno de forma a desafiá-lo encontrar respostas perante a situações propostas, ou seja, um ambiente com situações com contradições e desequilíbrios e de aprendizagem por adaptação do sujeito (ALMOULOU, 2019).

<sup>10</sup> Um fenômeno didático das relações entre o professor e o aluno, que se estabelece nas expectativas e intenções existentes nessas relações. São “regras que determinam quais as responsabilidades de ambos os parceiros na relação didática. Essas responsabilidades irão gerenciar a negociação de significados e, conseqüentemente, a apropriação do saber.” (MENEZES, 2010, p. 49).

Figura 6 - Antropologia Didática



Fonte: Adaptado de Cavalcante (2018, p. 125).

Araújo (2009) afirma que a compreensão de aprendizagem está relacionada à compreensão das aprendizagens institucionais, em que a instituição impõe as maneiras de fazer e de pensar, e a pessoa relaciona com o objeto do saber. O autor acrescenta que:

Para Chevallard, o saber matemático é, por conseguinte, fruto da ação humana institucional, isto é, é algo que é produzido, utilizado, ensinado ou, mais geralmente, transposto em instituições, o que torna necessária a elaboração de um método de análise que permita a descrição e o estudo das condições de realização das práticas institucionais. (ARAÚJO, 2009, p. 36).

A TAD também apresenta, em sua teoria, a “modelização” das práticas sociais, e Chevallard (1999) diz que toda atividade humana regularmente realizada pode ser considerada um modelo único, chamado de praxeologia ou organização praxeológica. Ela descreve as atividades humanas e refere-se ao discurso sobre como essas práticas são propostas e como são efetivadas. Ou seja, esse modelo nos fornece um método de análise as práticas que ocorrem nas instituições e as justificações dessas práticas.

A praxeologia é formada por quatro componentes [T,  $\tau$ ,  $\theta$ ,  $\Theta$ ]: tipos de tarefa (T), técnica ( $\tau$ ), tecnologia ( $\theta$ ) e teoria ( $\Theta$ ). Assim, podemos entender a praxeologia como a realização de certo tipo de tarefas, onde é preciso haver a técnica, que é um modo de fazer, ou seja, uma maneira de realizar a tarefa. Daí, surge a tecnologia que explica, valida, justifica esse modo de fazer. Já a teoria que ampara e fundamenta a tecnologia, como uma abstração ou um plano teórico (com definições, teoremas e noções) que explica, justifica e produz novas técnicas (CHEVALLARD, 1999; BESSA DE MENEZES, 2010).

Almouloud (2019) destaca que a praxeologia se organiza em dois blocos: o saber-fazer (T- $\tau$ ) e o tecnológico-teórico ( $\theta$ - $\Theta$ ). Estes dois blocos são interdependentes e inseparáveis, onde o primeiro bloco está relacionado a *práxis* e o segundo a *logos*, daí surge a palavra praxeologia.

Antes de um exemplo de uma organização praxeológica, devemos entender a diferenciação de gênero de tarefa, tarefa e tipo de tarefa. O gênero de tarefa pode ser



apresentado por um verbo, como pintar, construir, calcular, etc. A tarefa pode ser expressa por um verbo e um objeto definido, como calcular o zero de uma função afim, somar os números inteiros determinados, e outros. Já o tipo de tarefa é o agrupamento de tarefas semelhantes.

Para entender o que é uma praxeologia, vejamos o seguinte exemplo: Resolva a equação  $3x + 5 = 2x$ . Na resolução temos:  $3x + 5 = 2x \rightarrow 3x - 2x = -5 \rightarrow x = -5$ .

Quadro 5 - Exemplo de uma Praxeologia

Gênero	Tarefa	Tipo de Tarefa	Técnica	Tecnologia-teoria
Resolver	Resolver uma equação do 1º grau	Resolver uma equação do 1º grau do tipo $a_1x + b = a_2x$	Transpor termos invertendo as operações	Propriedade das operações inversas nos Reais

Fonte: Elaborado pelo autor.

Vale destacar que há mais de uma maneira de se resolver essa equação, logo, nesse tipo de tarefa há mais de uma técnica. Não foi separado a tecnologia e nem a teoria, pois a teoria vai mais para um campo abstrato, da matemática pura, o que talvez traria uma maior complexidade para entender a praxeologia. Como nosso trabalho abordou esse bloco do *logos* a partir dos elementos tecnológicos-teóricos, ou seja, com a justificativa para a realização da técnica, referente a propriedades e conceitos paramos por aqui.

A TAD, possibilita-nos entender as relações entre as práticas (tarefas e técnicas), o discurso sobre elas (o que podemos entender como tecnologia) e a teorização desse discurso, ou seja, o discurso sobre o discurso da prática (que entendemos como teoria). Nesse aspecto, a relação entre a linguagem e a ação é um ponto crucial de qualquer teoria antropológica. A partir disso, constrói-se um modelo válido para várias esferas de prática e as relações entre entidades de um empreendimento, como, por exemplo, professor, aluno e saber (SENSEVY, 2010).

Pode-se dizer que a praxeologia é o estudo das atividades matemáticas, analisando o discurso, isto é, aquilo que é sugerido/proposto em relação à prática, o que é feito em sala de aula, num movimento que possa ajudar o ensino a não perder o foco/objetivo do saber, numa vigilância epistemológica<sup>11</sup>. Para entender o estudo de determinado tema matemático, precisamos considerar a realidade matemática (construída em uma aula de matemática) e o modo como ela é construída (a maneira como realiza o estudo).

Nesse movimento de compreender as práticas ocorridas numa instituição, um dos focos principais da TAD é a investigação das práticas docentes. Assim, é necessário observar, descrever e analisar os aspectos didáticos e matemáticos, com o objetivo de entender a

<sup>11</sup> É a preocupação de que as deformações e adaptações feitas sobre um saber não percam a ligação com o saber original, ou seja, deixe de ser fiel a suas raízes, talvez levando a obstáculos para a aprendizagem (MENEZES, 2010).

matemática que é realizada em sala de aula. Isso pode ser feito por meio da Organização Matemática (Praxeologia Matemática), que é relativa à praxeologia dos objetos matemáticos de uma instituição e ao primeiro aspecto de um tema matemático (CHEVALLARD, 1999).

O estudo de um conteúdo matemático pode ser descrito por meio de uma análise da Organização Matemática (OM) ou praxeologia matemática, ao identificar e descrever cada componente dessa organização. Chama-se organização matemática ou praxeologia matemática

[...] toda realidade matemática que está envolvida na resolução de um tipo de tarefa matemática T. Para isso, serão exigidas técnicas t, amparadas por um conjunto teórico-tecnológico [ $\theta$ ;  $\Theta$ ]. A organização matemática tem sua origem nas análises, efetuadas pelos professores, dos documentos oficiais existentes (tais como programas e manuais escolares, além do livro didático), dos quais saem os *saberes matemáticos escolhidos a serem ensinados*. A partir daí, o professor começa a determinar quais os tipos de tarefa que serão os “condutores” para o processo de “aquisição” desses saberes escolhidos, trazendo com eles os demais componentes praxeológicos (técnica, tecnologia e teoria). (SANTOS; BESSA DE MENEZES, 2015, p. 661, destaque do autor).

As OM são usadas pelo pesquisador para entender e realizar uma atividade matemática. Nesta pesquisa, tentamos compreender a atividade e qual o papel da tecnologia digital nessa situação. Então, a partir dos elementos teóricos, evidenciamos o modelo praxeológico proposto por Chevallard para analisar a atividade matemática.

Os saberes a ser ensinados são determinados pelo professor, que também define os conteúdos que devem ser valorizados e propostos para a assimilação desses saberes, que podem ser entendidos como Organizações Didáticas (Praxeologia didática), as quais estão ligadas ao segundo aspecto de um tema matemático. As organizações didáticas (OD) revelam as escolhas feitas pelo professor para o processo de ensino e aprendizagem.

Santos e Bessa de Menezes (2015, p. 663) dizem que a OD “surge na intenção de pôr em prática ou de conduzir uma organização matemática qualquer. Será ela, a OD, que irá dar conta da (re)construção ou transposição de uma determinada OM<sup>12</sup>”. Logo, as OM são voltadas para a realidade matemática (a realizar um tipo de tarefa), e as OD trazem um olhar para a didática, isto é, como a atividade matemática é encarada, as escolhas e como conduzir o estudo.

A TAD fornece meios para compreender a didática com um novo olhar e o anseio de analisar e entender os processos ocorridos nas instituições em relação ao saber. Além disso, busca facilitar o entendimento dos fenômenos didáticos, a fim de favorecer o processo de ensino que instiga que o saber seja abordado completamente e sem perder de vista sua própria utilidade e seu significado, tornando o saber mais tácito, tendo em conta que é uma invenção humana e

---

<sup>12</sup> Nessas reconstruções, aparecem as situações de momentos didáticos, referentes a alguns gestos didáticos que serão realizados. O conjunto dessas situações é definido como praxeologia didática. Para mais informações, consultar Chevallard (1999).

passível de erros e questionamentos. Como aponta Cavalcante (2018, p. 101): “visa aperfeiçoar dispositivos didáticos que buscam romper com lógica vigente, em que as obras humanas são tomadas como inquestionáveis, e o papel dos sujeitos diante delas é o de observador.”

Visando compreender os aspectos aqui trazidos, ou seja, os fenômenos de que a TAD trata, a realidade matemática e o modo como a atividade matemática é desenvolvida numa situação didática ao se estudar um tema, propusemos analisar as aulas observadas, a prática docente e como os recursos tecnológicos favoreceram a atividade matemática.

### 2.2.1 *Transposição Didática*

O estudo de um processo didático requer muito cuidado e atenção aos seus detalhes para mudar de perspectiva e de atitudes nas situações em sala de aula. O processo didático não envolve somente o professor e o aluno, mas também sujeitos que, direta ou indiretamente, influenciam as escolhas pedagógicas das situações didáticas. Assim, a sistematização das especificidades do conhecimento afeta a seleção dos objetivos, dos conteúdos, das metodologias, dos recursos, entre outros.

De acordo com Chevallard (2013, p. 09), “a transição do conhecimento considerado como uma ferramenta a ser posta em prática, para o conhecimento como algo a ser ensinado e aprendido, é precisamente o que eu tenho chamado de *transposição didática* do conhecimento”. Ou seja, é o processo de transformações, adaptações e supressões que sofrem os saberes.

Um conteúdo de saber que foi designado como saber à ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo adequado para ocupar um lugar entre os *objetos de ensino*. O “trabalho” que o transforma um objeto de saber em um objeto de ensino é chamado de *transposição didática*. (CHEVALLARD, 1997, p. 45, tradução nossa<sup>13</sup>, destaque do autor).

Para Beltrão (2012), a noção de transposição didática é entendida quando se identificam as diferenças entre as diversas formas de configurar determinado saber, que depende dos fins e do contexto que vai ser utilizado. E isso vai ao encontro do pensamento de Pais (2011, p. 12) de que “a transposição didática permite interpretar as diferenças que ocorrem entre a origem de um conceito da matemática, como ele encontra-se proposto nos livros didáticos, a intenção de ensino do professor e, finalmente, os resultados obtidos em sala de aula”.

Todo projeto social de ensino e de aprendizagem tem, em sua essência, a dialética entre o conteúdo do saber e conteúdo do saber a ensinar, que se materializa nos manuais e nos

---

<sup>13</sup> “Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los *objetos de enseñanza*. El “trabajo” que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la *transposición didáctica*.”

materiais de ensino. Até se tornar um saber a ensinar, os saberes passam por transformações, e é nesse processo que reside a noção de transposição (CHEVALLARD, 1997).

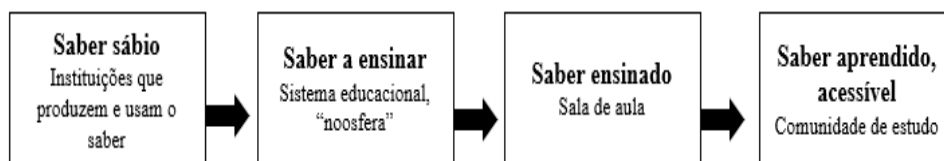
Assim, entendemos que a transposição didática é um fenômeno que permite investigar o percurso traçado das lapidações, das alterações e das deformações pelas quais passa um saber, desde sua produção – pela comunidade científica (e/ou instituição produtora do saber científico) – até sua transformação em um saber ensinado, ou seja, até sua integração na sala de aula – como componente do triângulo da relação didática: professor-aluno-saber.

### 2.2.1.1 Saberes de referência

Para entender a transposição didática é preciso compreender a produção e os tipos de saber de referência. Quanto à relação com a produção de saber, há pressões exercidas pela sociedade e pelo próprio mundo acadêmico/científico para a comunicação das ‘descobertas’ e das ‘teses’, porque é a partir deles que novos saberes serão produzidos. É preciso, ainda, que os saberes da comunidade científica recebam uma nova roupagem e sejam mais deslocados da linguagem acadêmica e científica e para uma linguagem mais entendível para a sociedade, ou seja, há uma primeira ‘transformação’ no saber (BESSA DE MENEZES, 2010).

A seguir, apresentamos as diferenças entre esses saberes no esquema abaixo, que já nos dá uma ideia inicial sobre o processo de Transposição Didática.

Figura 7 - Processo de Transposição Didática



Fonte: Adaptado de Bosch e Gascón (2006, p. 56, tradução nossa).

O saber sábio (saber científico) é produzido pela comunidade científica (produtora do saber) e traz um aspecto mais científico, mais formal e mais deslocado do mundo empírico (o saber cru, despersonalizado, descontextualizado), em que a linguagem é uma das diferenças entre esse e os outros saberes. Portanto, é um saber que atende a um público específico e que serve de parâmetro para os saberes que serão trabalhados no ensino básico, embora não necessariamente esteja ligado a ele (BESSA DE MENEZES, 2010).

Já o saber a ensinar é proposto pela noosfera<sup>14</sup> e já sofreu adaptações e deformações. É julgado importante para o currículo, está presente nos livros e nos materiais didáticos e é mediador das situações de ensino-aprendizagem. Também é conhecido como saber escolar. A

<sup>14</sup> Conjunto de instituições e pessoas responsáveis por decidir os saberes que se transformarão em objetos de saber a ensinar. Na seção seguinte, trataremos dessa questão com mais detalhes.

partir do saber escolar, que compõe a grade curricular de uma disciplina, criam-se recursos didáticos e as criações didáticas, a fim de didatizar o saber e de torná-lo acessível.

Já o saber ensinado faz parte do planejamento do professor, de suas adaptações e das escolhas pedagógicas e metodológicas. É o que percorre a sala de aula, ou seja, o saber transposto em sala. Assim, é produzido para as situações de ensino-aprendizagem e delimitado por tempos didáticos (tempo de ensino, tempo de aprendizagem), a fim de reorganizar internamente o saber, em que o professor procura diminuir a diferença entre esses tempos.

O saber aprendido é próprio dos alunos, já que eles também podem dar uma “cara” nova a esse saber, “impregnado de particularidades que os alunos detêm por meio de relações diárias com diversos universos em que vive, em que aparecem os saberes com características diferentes, ou não, das apresentadas em sala de aula.” (BESSA DE MENEZES, 2010, p. 34).

Dos saberes de referência Ravel (2003) destaca que ainda há um saber intermediário entre o saber a ensinar e o saber ensinado - o saber preparado – e este é relativo às expectativas do professor sobre os alunos e ao saber a ensinar, que tem uma característica subjetiva, pois se apresenta de forma própria para cada professor, porque as expectativas poderão ser diferentes. Podemos dizer que as modificações estão previstas no plano de aula.

[...] quando um professor preparar seu curso, tem como base o programa, os manuais ou os folhetos que ele tem ou sobre o seu conhecimento matemático sobre o assunto. Ele também faz suas escolhas no texto do saber, projetando-se na sala de aula (então intervêm restrições temporais, organização, interação com os alunos, etc.) e contando com o seu conhecimento didático. A partir de todas essas referências, ele construirá seu projeto de curso. (RAVEL, 2003, p. 07, tradução nossa<sup>15</sup>).

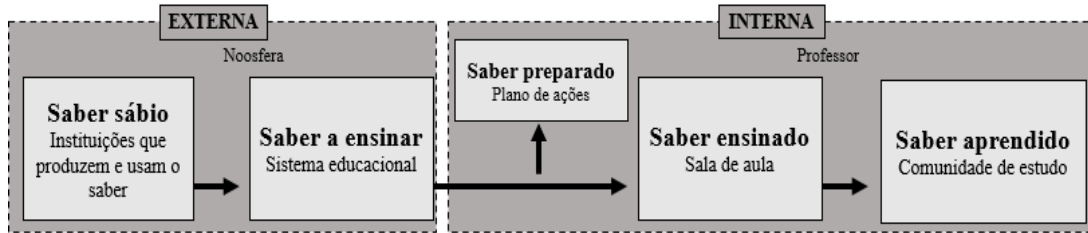
A transposição didática é estruturada sobre a relação entre o sistema de ensino e o sistema didático e leva em consideração a produção do saber científico. E quando chega à escola, vai desde a gestão/coordenação até a sala de aula. O processo de Transposição Didática pode ser dividido em duas partes: a Transposição Didática Externa (TDE) – mais ligada às transformações que ocorrem fora da escola, e a Transposição Didática Interna (TDI), que ocorre nos intramuros escolares.

Levando em consideração as etapas da transposição e com a identificação de mais um saber nesse processo, como proposto por Ravel (2003), o saber preparado que é uma transição da TDE para TDI onde entra as adaptações do docente, conseguimos elaborar o seguinte esquema, presente na figura abaixo:

---

<sup>15</sup> “un professeur qui prépare son cours s’appuie sur le programme, les manuels ou les brochures dont il dispose ou encore sur ses connaissances mathématiques sur le sujet. Il effectue également ses choix dans le texte du savoir en se projetant dans la classe (interviennent alors des contraintes temporelles, d’organisation, d’interaction avec les élèves, etc.) et en s’appuyant sur ses connaissances didactiques. A partir de toutes ces références, il va construire son projet de cours”.

Figura 8 - Etapas da Transposição Didática



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda sobre essas etapas da transposição Bessa de Menezes (2010) fala do aparecimento de uma nova fase da transposição didática, a Transposição Didática Discente, que é quando o saber ensinado se tornar saber aprendido. Isto é, o saber assume significados e relações com o universo em que vivem os alunos, assume aspectos de subjetividade e ganha uma nova cara. Em que o saber sofre adaptações de acordo com as características particulares dos discentes e o aluno tem uma participação fundamental. Contudo, o enfoque de nossa pesquisa não perpassa a ótica específica no aluno, portanto, não nos deteremos a detalhar mais sobre essa fase.

Nas seções a seguir, descreveremos as duas primeiras fases do processo da transposição didática. Não é nossa intenção detalhar minuciosamente esse processo, nem especificar cada fenômeno envolvido, todas suas esferas e particularidades. Assim, trataremos dos aspectos mais fundamentais e gerais dessa teoria, para entender o processo de transposição do saber.

### 2.2.1.2 Transposição Didática Externa

O processo de ensino e aprendizagem carrega uma forte influência de contextos externos, tanto das vivências/experiências diárias quanto das situações que são impostas, cultural, econômica e/ou historicamente. O processo de Transposição Didática começa longe da escola, mais precisamente, em instituições produtoras de saber. Os saberes descobertos passam por transformações e adaptações até chegarem, de fato, à sala de aula. Segundo Beltrão (2012, p. 29), “às transformações pelas quais passam o saber nas instituições que regulamentam e orientam o(s) sistema(s) de ensino”, recebe o nome de Transposição Didática Externa (TDE).

De acordo com Chevallard (2013), os saberes ensinados são derivados dos corpos de saberes científicos (ou acadêmicos) que lhes são correspondentes. Assim, os saberes descobertos vão sofrendo alterações para mudar seu formato original, mas não perdem seus aspectos científicos, mesmo que se aproximem de contextos mais presentes de experiências cotidianas. Bessa de Menezes (2010, p. 29) afirma que

[...] o saber científico, pouco a pouco, perde seu formato original. Isso implica dizer que ele sofre um processo de adaptações, de supressões, de modificações que farão com que alguns elementos originais sejam deixados pelo caminho. No entanto, é preciso considerar que, para Chevallard, o saber torna-se tanto mais legítimo quanto

mais próximo ele for dos saberes de referência, e mais distante dos saberes espontâneos, vulgares, dos saberes dos pais.

Isso quer dizer que o saber é transformado e ganha uma cara nova, para se aproximar de uma linguagem mais acessível para o aluno, que é julgado um ser ensinável pelas instituições produtoras de saberes e pelos responsáveis por decidir quais saberes devem ser incorporados à vida escolar. Para Bosch e Gascón (2006, p. 55, tradução nossa<sup>16</sup>), os saberes científicos

[...] são construídos fora da escola como a resposta para algumas necessidades particulares e formuladas de acordo com algumas condições muito específicas. Existe um processo, uma construção social com múltiplos atores e diferentes temporalidades, através da qual alguns desses corpos de saber devem ser selecionados, delimitados, reorganizados e, assim, redefinidos até chegar à sala de aula. O estudo desse processo é um passo importante para entender o que está sendo feito em sala de aula, mesmo que o ato de ensinar em si tenha que negar a existência desse processo (ou seja, a realidade de todas essas redefinições) e manter a ilusão do processo de singularidade do conhecimento que legitima seu ensino.

A influência nesses corpos de saberes tem relações diretas com instituições, como o Ministério de Educação, as Secretárias de Educação, e outras, que propõem os textos didáticos – encontrados em parâmetros, orientações e currículos – e orientam como serão organizados e sistematizados esses saberes nas escolas, embora ainda sejam adaptados pelos professores.

De acordo com Souza (2013), devemos levar em consideração que, para formar um projeto de ensino e aprendizagem, é necessário escolher os conteúdos e eleger os saberes que serão ensinados e que são sugeridos explicitamente nos programas de ensino, e implicitamente, pela tradição. Isso é apresentado nos parâmetros, nas diretrizes, nos programas e nas propostas curriculares, que influenciam o processo de ensino, porque esses instrumentos norteiam, regulam e “normatizam” o saber a ensinar.

Ressalte-se, porém, que nem todos os saberes descobertos pela comunidade acadêmica chegam de fato à escola. É feito um procedimento de escolhas dos objetos de saberes, que vão ser ensinados e são julgados importantes para a trajetória escolar e a vida dos alunos. Assim, como as transformações e adaptações dos saberes, a escolha dos objetos de saberes é feita numa instituição ‘não visível’ chamada de *noosfera* (BOSCH; GASCÓN, 2006).

A noosfera é o conjunto de instituições e pessoas responsáveis por decidir quais saberes serão transformados em objetos de saber a ensinar (as características, a forma, as conexões, as

---

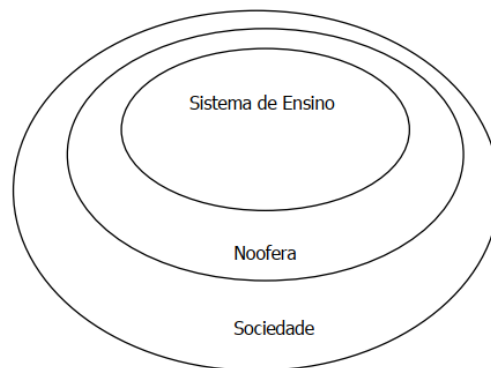
<sup>16</sup> “[...] are constructed outside school as the answer to some particular needs and formulated according to some very specific conditions. There exists a process, a social construction with multiple actors and different temporalities, through which some of these bodies of knowledge have to be selected, delimited, reorganised and, thus, redefined until reaching the classroom. The study of this process is an important step towards understanding what is being done in the classroom, even if the teaching act itself has to deny the existence of this process (that is, the reality of all these redefinitions) and maintain the illusion of the uniqueness of the knowledge that legitimizes its teaching.”

relações, dentre outros). Fazem parte desse conjunto o Ministério da Educação, as Secretarias de Educação, autores de livros didáticos, pesquisadores e outros. Chevallard (1997) diz que a noosfera é a esfera dos que pensam sobre os processos que influenciam o funcionamento didático. Logo, as decisões ali tomadas têm uma relação direta com o processo de ensino.

Segundo Bessa de Menezes (2010), nesse processo de adaptações do saber, surgem as criações didáticas (realizadas pela noosfera), que não existem na produção do saber científico original, mas são inventadas com um fim didático para favorecer a apropriação do saber. Esse autor destaca como exemplo os diagramas de Venn (na organização e nas relações de conjuntos) e o modelo da pizza (para trabalhar o número racional).

Para Bordet (1997, p. 48 apud Brito Menezes, 2006, p. 80), a noosfera também é influenciada pela sociedade, e não, simplesmente, pela comunidade científica, em que os saberes são produzidos. E ilustra a concepção de Chevallard no diagrama a seguir:

Figura 9 - Modelo da transposição didática para Chevallard, segundo Bordet



Fonte: Brito Menezes (2006, p. 80).

Acreditamos que a transformação no saber não é para solucionar problemas decorrentes da própria sociedade, mas também para atender as cobranças que essa mesma sociedade faz sobre a comunidade científica, por resultados e avanços em situações e/ou atividades cotidianas. A chegada das tecnologias digitais é uma prova disso, pois a escola, direta e indiretamente, é cobrada por usar esses recursos. Assim, acreditamos que as pressões sociais podem influenciar a reestruturação dos saberes a ensinar nos textos didáticos.

O docente nem sempre terá acesso ao saber original (o saber científico “cru”, sem alterações), mas à sua adaptação, que é encontrada, principalmente, em manuais de ensino e em livros didáticos. O professor ainda será responsável por mais uma etapa dessa adaptação do saber, que acontece no centro da relação didática chamado de Transposição Didática Interna – um trabalho interno da transposição do saber (BESSA DE MENEZES, 2010).

As diferentes representações que um saber recebe resultam das transformações que vão desde a produção até suas adaptações e contextualizações em sala de aula. E como ele não é



ensinado conforme o contexto científico em que foi descoberto, passa por uma roupagem didática até se tornar um saber ensinado, um objeto de ensino.

Neste tópico, mostramos que o saber foi descoberto, já vem estruturado e adaptado antes de chegar à sala de aula e se torna um saber escolar, que será adaptado pelo professor em seus planejamentos e no ato do ensino. Além disso, o processo de transposição didática chega a acontecer intramuros da sala de aula, e esse processo resulta numa das etapas finais da transposição didática, que relatamos a seguir.

### 2.2.1.3 *Transposição Didática Interna*

Dentro da sala de aula, na maioria das vezes, é necessário fazer ‘adaptações’ para facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Essas adaptações não são somente o percurso metodológico planejado pelo docente, mas também um novo texto e, quiçá, um novo contexto para o saber que será trabalhado. O professor é o responsável por essas interferências. As alterações podem ser planejadas (conforme o plano de aula previsto) até mesmo durante uma situação didática (a partir do próprio diálogo com o aluno, ou questionamento e dúvidas) traçando-se novas estratégias e dando um novo ‘corpo’ ao saber.

Esse processo de alterações e adaptações no saber ocorridos na sala de aula é chamado de Transposição Didática Interna (TDI), que são as transformações sofridas pelo saber a ser ensinado (previsto nos manuais e nas diretrizes de ensino) para o saber ensinado, trabalhado em sala de aula. A transição do saber científico para o saber a ser ensinado é a parte “invisível” do processo (a TDE), que é realizado pela noosfera. Já a transição do saber a ensinar para o saber ensinado (TDI) é "parte visível" da transposição, que ocorre no sistema de ensino - outra transformação/adaptação do saber realizado pelo docente (CHEVALLARD, 1997).

Brito de Menezes (2006, p. 86-87) salienta que

[...] Chevallard quer propor, no nosso entendimento, é que a transposição didática já vem sendo feita desde há muito tempo, quando a *noosfera* – a esfera ‘pensante’ – propõe um tratamento, uma ‘didatização’, uma deformação do saber científico, para torná-lo apto a ser ensinado. Mas se consideramos que a Transposição Didática Interna marca um novo momento, uma nova etapa desse processo, talvez possamos dizer que o professor não apenas *está na* transposição didática, mas que ele, legitimamente, *faz* a transposição didática. (destaque do autor).

Além de o processo de transposição didática ser complexo, é um desenvolvimento amplo, que ocorre extra e intramuros escolares. Isso nos leva a perceber que, de uma maneira ou de outra, o saber traz consigo essas influências, mesmo que não sejam tão perceptíveis.

Na TDI, o professor é o personagem central, porque, em sua prática pedagógica, é ele quem realiza esse processo, ao abordar o conteúdo e/ou propor situações que favoreçam a

construção de conhecimento e ao criar um texto para o saber que favoreça as construções do conhecimento dos alunos. Além disso, o trabalho do docente não é de traduzir fielmente o texto do livro didático, mas de transformá-lo e/ou reescrevê-lo, o que, de fato, caracteriza o processo de TDI (BELTRÃO, 2012).

Bessa de Menezes (2010) afirma que, nesse processo de adaptações, os docentes criam certos artifícios para facilitar a compreensão dos saberes, o que ele chama de ficções didáticas, pois o trabalho desses profissionais – além de simular a descoberta científica na de aula (num caminhar de ‘construção’ do saber) – é de (re)contextualizar e personalizar o saber.

O professor percorre um caminho entre o saber científico e o saber a ensinar. E tanto ele quanto o aluno mantêm relações didáticas com o saber escolar e o científico. No entanto, o saber científico está relacionado à vida acadêmica (voltado para a descoberta da ciência) e é encontrado em teses, artigos, livros e relatórios, com uma linguagem formal, e com o qual o professor teve certo contato. Já no saber escolar, em que a linguagem empregada é mais simples, e encontrado nos livros didáticos, nos programas e nos materiais didáticos, com que ambos (docente e discente) mantêm contato. É nesse tipo de saber que o professor faz adaptações para as situações didáticas dando uma nova cara em sala de aula.

Como o polo central da TDI é o professor, acreditamos que o saber a ser transposto tem influência direta nos aspectos subjetivos do próprio docente em suas escolhas pedagógicas, na metodologia, na relação com o saber, ou seja, interfere diretamente na execução da situação didática a ser vivência em sala de aula. Brito de Menezes (2006, p. 86, destaque do autor) diz:

Quando nos referimos ao *trabalho do professor*, no sentido de estabelecer a transposição didática, e à sua importância na apropriação do saber pelos alunos, é necessário que consideremos alguns aspectos essenciais. Em primeiro lugar, o professor organiza situações de ensino para alunos (elementos igualmente humanos da relação). Em segundo lugar – e não menos importante – o professor organiza situações de ensino sobre um dado saber.

A relação pessoal do professor com o objeto do saber é decisiva quando se trata de construir praxeologias eficazes para a sala de aula. Nesse sentido, vários elementos são necessários para construir e executar boas transposições didáticas, que possam nortear as alterações sofridas pelos saberes desde o saber sábio até o saber a ensinar e, conseqüentemente, o saber ensinado (SOUZA, 2013). Esses elementos são a gestão do tempo, a vigilância didática e o contrato didático, dentre outros, que, quando bem planejados e bem conduzidos, podem facilitar o processo de ensino e aprendizagem e o de TDI.

Sobre a gestão de tempo, o professor tem dois tempos para administrar: o didático e o de aprendizagem. O primeiro é de caráter cumulativo, linear e irreversível, indicado nos programas e nas diretrizes escolares e nos livros didáticos (ou seja, um enquadramento da

aprendizagem em um período determinado). Já o tempo de aprendizagem não é sequencial e nem linear, já que cada sujeito tem o próprio ritmo de aprender (levando em consideração aspectos específicos e particulares do aluno), logo, há idas e vindas para a construção do saber, isto é, conflitos, rupturas e reorganização interna (devido à complexidade do aprender). E ao pensar no planejamento didático e no ato de transpor o conhecimento, deve considerar a condicionante da gestão do tempo, porquanto o papel do professor é de diminuir a diferença entre o tempo didático e o tempo de aprendizagem (PAIS, 2011).

Quanto à vigilância didática, ela objetiva não perder o real sentido do saber, devido às alterações e às adaptações, para que o contexto trabalhado em sala de aula não perca o foco da real utilidade do saber envolvido e para que é destinado, assim como suas conexões. Sobre isso, Pais (2011, p. 23, destaque do autor) enuncia:

A aplicação de uma teoria deslocada de seu território original torna-se estéril, perde seu significado, obscurece sua validade e confunde a solução do problema estudado naquele momento. Assim, é preciso sempre estar atento à eficiência de uma interpretação pedagógica, o que depende fortemente da consciência de quem analisa o fenômeno. Em suma, é necessário o exercício de uma *vigilância didática*. Essa é uma das atribuições do trabalho docente, que deve estar ancorado tanto nos saberes científicos como em uma concepção educacional.

O deslocamento da teoria e a generalização indevida podem causar vários obstáculos para o desenvolvimento do saber, fazendo com que perca seu significado. Isso justifica a importância de se ter a vigilância didática.

O contrato didático é a forma como o docente administra as expectativas e os papéis desempenhados pelos sujeitos na situação proposta, ou seja, as normas que regulam a relação didática. E isso influencia diretamente a sala de aula e o processo de transposição didática. Brito de Menezes (2006, p. 90, destaque do autor) explica que:

É possível refletir, analisando a relação entre os fenômenos *contrato didático x transposição didática*, e tentando compreender de que forma eles se influenciam, que é a forma como o contrato é estabelecido que determinará a maneira como será realizada a transposição didática pelo professor. E, inversamente, as transformações e deformações que o professor faz, relativas ao saber em jogo, quando ele pensa e programa como vai torná-lo 'ensinável', também sugerem que uma determinada forma de contrato seja negociada.

A análise desses elementos que compõem uma situação didática é complexa, e o professor tem que lidar com esses fenômenos e administrá-los para construir saberes, o que não é uma tarefa simples. Embora seja o personagem principal da TDI, o professor não é o único no sistema didático<sup>17</sup>.

<sup>17</sup> “O sistema didático é caracterizado pela relação ternária que envolve dois pólos humanos – o professor e o aluno – e um não humano: o saber.” (BESSA DE MENEZES, 2010, p. 19).

Temos dois elementos humanos nesse sistema, e os alunos também são parceiros nessa transformação. Assim, a transposição didática interna não depende unicamente do professor, já que as escolhas e as adaptações do docente são condicionadas às suas expectativas sobre os alunos. Também é preciso destacar que, na de transposição didática, não se pode ignorar o processo de construção do aluno nem supervalorizar o saber em jogo tampouco descaracterizar o saber construído e aceito historicamente, mas respeitar a instituição produtora do saber.

O uso das tecnologias digitais pode alterar o processo de TDI e contribuir, ou não, para o processo de difusão, as adaptações, a contextualização, a visualização, as praxeologias, dentre outros aspectos do saber. Isso ajudará a entender e a delinear as situações didáticas para se refletir sobre as experiências com os recursos digitais, as praxeologias, as relações entre a prática, o discurso, o que é realizado e a teoria.

Em nossa pesquisa, tratamos da Transposição Didática Interna, já que observamos as vivências do docente e analisamos as praxeologias desenvolvidas e como as tecnologias digitais entram nesse processo (o acesso, as restrições, as escolhas, o planejamento e as atividades).

### **2.2.2 *Objetos ostensivos e não-ostensivos***

A abordagem antropológica modela o saber matemático em termos de objetos, de suas inter-relações, das relações com as instituições e das investigações de suas naturezas. Ao propor um modelo epistemológico, a TAD estabelece uma distinção dos componentes de uma praxeologia que são compostos de dois tipos de objeto: os ostensivos e os não-ostensivos.

Para Bosch e Chevallard (1999), os objetos ostensivos têm materialidade e uma natureza sensível, é aquele que se vê, toca-se, ouve-se, manipula-se e têm outros aspectos perceptíveis (grafismos, fórmulas, gráficos, gestos e outros). Os objetos não-ostensivos são ideias, conceitos e noções – por exemplo. Os objetos não-ostensivos existem institucionalmente, ao lhes ser atribuído uma existência – por exemplo, o conceito de função, a noção de proporcionalidade etc., que não podem ser percebidos ou mostrados por si mesmos nem podem ser vistos, ditos ou tocados, mas podem ser evocados pela manipulação de certos objetos ostensivos.

Ambos objetos são complementares, e de acordo com Cavalcante (2018, p. 139), “a dialética ostensivos/não-ostensivos cumpre o papel de signo/significação. Sobre esse aspecto, embora os ostensivos cumpram a missão de representar e de dar significado aos não-ostensivos, é de fato o que eles comunicam o que realmente importa”. Isso vai ao encontro do que Bosch e Chevallard (1999) declaram: a dialética ostensiva diz respeito aos objetos em si, e não, ao papel desempenhado na prática. Logo, esses objetos andam juntos e a manipulação ostensiva prevê a não-ostensiva.

A relação estabelecida entre esses objetos contribui para o modelo matemático proposto pela praxeologia, a qual favorece a construção do saber matemático. Acreditamos que os objetos ostensivos e os não-ostensivos afetam todos os elementos que compõem as organizações matemáticas (OM).

Bosch e Chevallard (1999, p. 107, tradução nossa<sup>18</sup>, destaque do autor) menciona que:

As organizações praxeológicas se materializam em sistemas de objetos ostensivos que geralmente pertencentes a vários registros ostensivos. O ponto essencial, sobre o qual a teorização aqui proposta se destaca de outras abordagens, é que um objeto ostensivo é primeiro considerado como um possível *instrumento* de atividade humana, isto é, como uma entidade que permite, em associação com outros, para cumprir técnicas, executar certas tarefas e realizar algum trabalho. A partir daí reconhecemos ao objeto ostensivo o que chamaremos de valência instrumental, ou instrumentalidade, uma valência que existe tanto em símbolos escritos (em matemática, por exemplo) quanto nas palavras que proferimos ou em gestos que nós fazemos.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) esclarece a relação dos conceitos matemáticos (não-ostensivos) com os objetos ostensivos, onde trabalho com os ostensivos para realizar tarefas tem como base o bloco tecnológico-teórico. Essa prática, ao ser institucionalizada, cria vínculos entre esses objetos e possibilita a relação entre eles.

A ostensividade é a parte visível de uma atividade, logo, para realizar a tarefa, é preciso usar os sentidos. Assim, o trabalho matemático é uma experiência empírica, a partir de elementos ostensivos que podem ser induzidos por manipulação. Para compreender as definições e a dicotomia entre esses objetos, é preciso entender como são manipulados.

É pelo fato de poderem ser concretamente manipulados que os objetos ostensivos se distinguem dos objetos *não-ostensivos*. A notação de *log* e a palavra "logaritmo" são objetos ostensivos. Por outro lado, a noção de logaritmo é um objeto *não-ostensivo* que não pode ser manipulado no sentido precedente. Só é possível "torná-lo presente" – *representá-lo* – manipulando um certo número de objetos ostensivos associados, como a notação de *log*, por exemplo. Na maioria dos casos, os objetos institucionais serão associados a um objeto ostensivo privilegiado, seu *nome*, que permitirá uma evocação mínima. Observamos, aqui, o jogo metafórico pelo qual os atores são frequentemente conduzidos a utilizar *como* se os objetos não-ostensivos se mostrassem, e pudessem ser efetivamente manipulados. [...] Toda atividade humana pode ser descrita, aparentemente, como uma manipulação de objetos ostensivos. Mas a análise mais básica revela que o operador humano só pode perceber (e possivelmente saber como dar conta disso) evocando ou invocando, com a ajuda de objetos ostensivos apropriados, os objetos *não-ostensivos* que não aparecem necessariamente

<sup>18</sup> “Les organisations praxéologiques se matérialisent en des systèmes d’objets ostensifs relevant généralement de plusieurs registres ostensifs. Le point essentiel sur lequel la théorisation proposée ici se démarque d’autres approches tient en ceci qu’un objet ostensif y est considéré d’abord comme un *instrument* possible de l’activité humaine, c’est-à-dire comme une entité qui permet, en association avec d’autres, de conformer des techniques permettant d’accomplir certaines tâches, de mener à bien un certain travail. De là que nous reconnaissons à l’objet ostensif ce que nous nommerons une *valence instrumentale*, ou *instrumentalité*, valence qui existe aussi bien dans les symboles écrits (en mathématiques, par exemple) que dans les mots que l’on prononce ou dans les gestes que l’on fait.”

específicos para a atividade. (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 91-92, tradução nossa<sup>19</sup>, destaque do autor).

Para Bessa de Menezes (2010, p. 90), “a hipótese de coexistência entre ostensivos e não-ostensivos está vinculada à sua existência em uma instituição dada, em um momento histórico dado”. Embora não haja razão para que um escrito seja associado a um conceito matemático, uma instituição pode assumir e considerar a existência desse escrito como um ostensivo. E um exemplo é o escrito  $f(x)$ , que é associado ao conceito de função. “Podemos dizer que o ostensivo escrito  $f(x)$  e o ostensivo oral ‘efe de xis’ formam parte da OM que se vincula institucionalmente ao não-ostensivo ‘função’, isto é, ao não-ostensivo que invoca a ostensivo oral ‘função’.” (BESSA DE MENEZES, 2010, p. 90).

Ao compreender esses aspectos de ostensividade, é possível analisar a entrada de outros elementos durante o processo de ensino, como o uso das tecnologias digitais, que ajudará a formar objetos não-ostensivos e que podem ter conceitos alternativos (não científicos) que poderão interferir na construção/apropriação do saber e perceber a ostensividade de alguns objetos por meio das tecnologias digitais, ao identificar aspectos dinâmicos de visualização, gráficos, de manipulação, dentre outros.

O funcionamento da atividade matemática envolve um conjunto de práticas que são materializadas por meio da ostensividade dos objetos envolvidos (com uma pluralidade de registros). Com o uso de recursos tecnológicos, o ensino pode sair da abstração, trazer mais dinamicidade para os objetos ostensivos e deixando as manipulações desses objetos mais fáceis e rápidas. Essa dinamicidade pode ajudar a dar sentido aos objetos não-ostensivos através da manipulação ostensiva, por meio das tecnologias digitais. Assim, é possível analisar a atividade matemática trabalhada a partir desses registros.

### 2.2.3 O saber em jogo: função afim

Função é um saber matemático muito presente no nosso dia a dia. Na maioria das vezes, é utilizado de maneira intuitiva, o que possibilita a exploração desse saber envolvendo muitas

---

<sup>19</sup> C’est par le fait qu’ils peuvent être concrètement manipulés que les objets ostensifs se distinguent des objets *non ostensifs*. La notation *log* et le mot « logarithme » sont des objets ostensifs. En revanche, la notion de logarithme est un objet *non ostensif* qu’il n’est pas possible de manipuler au sens précédent. On peut seulement le « rendre présente » – le *re-présenter* – par la manipulation d’un certain nombre d’objets ostensifs associés, telle la notation *log* par exemple. Dans la plupart des cas, les objets institutionnels se verront associés à un objet ostensif privilégié, leur *nom*, qui en permettra une évocation minimale. Soulignons ici le jeu métaphorique par lequel les acteurs sont fréquemment conduits à faire *comme* si les objets non ostensifs se montraient, et pouvaient être effectivement manipulés. [...] Toute activité humaine se laisse décrire en apparence comme une manipulation d’objets ostensifs. Mais l’analyse la plus sommaire révèle que l’opérateur humain ne peut la réaliser (et ne sait éventuellement en rendre compte) qu’en évoquant ou en invoquant, à l’aide d’objets ostensifs appropriés, des objets *non ostensifs* qui n’apparaissent pas forcément spécifiques de l’activité.

situações do cotidiano. Podemos associar uma infinidade de exemplos com esse conteúdo, como: a relação entre o preço e a quantidade de produto, o custo de uma corrida de táxi e os quilômetros rodados, o cálculo de uma área, dentre outras situações.

Para Barreto (2007), o estudo de função, no currículo brasileiro, segue uma perspectiva de ensino ainda tradicional, fortemente ligada ao livro didático e muito presa ao formalismo, conforme aponta Brandão (2014), ao dizer que, além das dificuldades de compreender o conceito de função (em relação à representação gráfica e à conversão para outras representações, a generalização da lei de formação, dentre outros), os alunos apresentam uma visão restrita sobre ele.

Em sua pesquisa, Bezerra (2017, p. 14) assevera que,

[...] mesmo discutindo-se muito sobre o tema “função”, continua havendo uma grande tendência em apresentá-lo aos alunos de modo formal, seguindo sempre a mesma sequência que inicia com a definição formal de função e termina com a lista de exercício, dando sempre mais ênfase à representação algébrica e pouco explorando outras representações.

A autora acrescenta que os alunos mostram que não conseguem compreender os conceitos básicos de função e que isso pode estar ligado ao ensino mecanizado. O formalismo matemático pode prejudicar a aprendizagem por desconectar o conteúdo de uma realidade mais próxima e entendível, causando alguns obstáculos para visualizar ou compreender os conceitos. Brandão (2014, p. 30) entende que

[...] o aluno deve ser colocado em um ambiente que inclua a experiência do dia a dia, exemplos concretos, vários tipos de representação e, em linhas gerais, seguindo o percurso semelhante ao historicamente construído fazendo com que o aluno forme a estrutura conceitual com compreensão.

É preciso contextualizar o saber, em que as conexões dos conceitos matemáticos com a realidade possam, de fato, facilitar o processo de ensino e aprendizagem, e utilizá-lo em outras situações no dia a dia. No entanto, é importante ressaltar que as dificuldades apresentadas no processo de ensino e aprendizagem de função não estão somente ligadas ao professor (ao ensino), mas também a diversos aspectos, como: a simbologia; a compreensão do conceito de variáveis e de função; as generalizações de fórmulas; as construções e as relações entre as diferentes representações da função; a própria organização e apresentação do conteúdo do livro didático, dentre outros (BRANDÃO, 2014).

O ensino de Função deve ter um caráter integrador e possibilitar explorações não só nos contextos matemáticos, mas também em áreas como Biologia, Química, Economia etc. Essa possibilidade de associar esse assunto com outras áreas deve garantir que o educando consiga

lidar com conceitos de funções em situações-problemas fora do contexto da Matemática propriamente dita (ou seja, em aspectos de outras ciências) (BRASIL, 2002).

Para isso, o aluno deve ser incentivado a encontrar soluções para construir um modelo de interpretação e de investigação e a contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem das áreas a que seja relacionado. A variedade de situações e a capacidade de se conectar com outras áreas abre caminhos para que o ensino de funções se estruture com exemplos do cotidiano.

A ideia de função surgiu da necessidade de investigar fenômenos que, de algum modo, evidenciam uma relação de dependência. Por isso foi criado um instrumento matemático que estudasse a variação de quantidades associada à ideia de regularidade, cujo cerne fosse a correspondência entre dois conjuntos.

O conceito de função abrange várias noções e múltiplas representações (tabelas, gráficos e outros). Função é uma relação de variáveis de uma equação, isto é, a relação de dependência de um elemento em relação a outro numa mesma expressão algébrica. Cada valor que uma variável assume tem um correspondente. Como destaca Silveira (2015, p. 71):

Quando relacionamos duas grandezas e para cada medida da primeira grandeza corresponde uma única medida da segunda grandeza, dizemos que a segunda grandeza é **função** da primeira. [...] Quando temos uma relação em que uma grandeza é função de outra, a correspondência entre cada valor de uma grandeza e cada valor da outra é expressa por uma sentença chamada **lei de formação da função** ou **lei da função**. (destaque do autor).

A função do primeiro grau é usada para definir a relação de dependência entre as variáveis  $x$  e  $y$  (ou  $f(x)$ ), em que o valor de  $y$  depende de  $x$ . Com isso, para qualquer valor real atribuído a  $x$  (domínio), tem-se um valor correspondente  $f(x)$  (imagem) nos reais.

Função afim é toda função  $f$  cuja lei pode ser escrita na forma  $f(x) = ax + b$ , em que  $a$  e  $b$  são números reais e  $x$  pode ser qualquer número real [...] Nos casos em que  $a \neq 0$  e  $b = 0$ , chamamos a função afim de **função linear** e pode ser representada por  $f(x) = ax$ . [...] Nos casos em que  $a = 0$ , chamamos a função afim de **função constante** (SILVEIRA, 2015, p. 78, destaque do autor).

E ainda podemos destacar mais um caso particular da função afim que é a função identidade, onde  $f(x) = x$ .

Esse tipo de função contribui para a construção e a resolução de situações-problemas, como, por exemplo, a exploração das relações de grandezas (idade e altura, peso e medida, tempo e distância, dentre outros). Assim, a função afim associará os valores numéricos obtidos de expressões algébricas do tipo  $(ax + b)$ , o que resultará em um valor  $f(x)$ .

A seguir apresentaremos um exemplo que traz uma situação de uma função afim. Para fabricar taças de plástico, uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 200,00 de manutenção e um custo variável de R\$ 1,20 por cada taça produzida. Diante das informações, como podemos



determinar o custo da produção de taças? Qual o custo de produção de 10.000 taças? Quantas taças podem ser produzidas com R\$ 20.000,00?

Para responder ao primeiro questionamento, temos que tomar como base a lei de formação dessa função, o que nos dá a resposta da própria pergunta. Sendo assim, temos que:

- o valor fixo de R\$ 200,00, que podemos chamar de  $b$ ;
- o valor que varia, de acordo com a quantidade de unidades produzidas, é de R\$ 1,20 (ou seja, para 1 taça, temos 1,20; para 2 taças, 2,40; para  $x$  taças,  $1,20 \cdot x$ ).

Daí,  $x$  é a variável que multiplica  $a$  (valor da unidade produzida), então  $a = 1,20$ . E a formação da função é dada por  $y = ax + b$ , tem-se que  $y = 1,2x + 200$ . Assim, o custo para produzir 10.000 de taças é:  $y = 1,2 \cdot 10.000 + 200 = 12.000 + 200 = 12.200$  (reais).

Já o número de taças que podem ser produzidas com R\$ 20.000,00 poderá ser encontrado da seguinte forma:  $20.000 = 1,2x + 200 \rightarrow 1,2x = 20.000 - 200 \rightarrow 1,2x = 19.800 \rightarrow x = \frac{19.800}{1,2} = 16.500$ . Logo, serão produzidas exatamente 16.500 unidades de taças de plástico.

Esse exemplo é uma função do primeiro grau, pois o mesmo pode ser modelado por uma lei da função do primeiro grau ( $f(x) = ax + b$ ), onde  $a = 1,20$  é a taxa de produção por taça, e  $b = 200$  é o valor fixo determinado para manter a fabricação.

Das funções afins nós podemos estudar alguns aspectos importantes como a sua variação, de forma que:

- Uma função afim  $y = ax + b$  é **crecente** quando o coeficiente  $a$  é maior que zero ( $a > 0$ ).
- Uma função afim  $y = ax + b$  é **decrescente** quando o coeficiente  $a$  é menor que zero ( $a < 0$ ).

Vimos que quando  $a = 0$  em  $y = ax + b$  a função é **constante**, pois, aumentando o valor de  $x$ , o valor de  $y$  não se altera. (SILVEIRA, 2015, p. 82, destaque do autor).

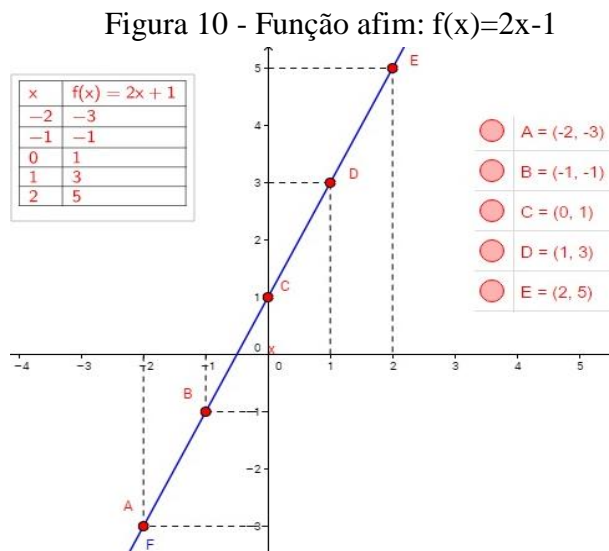
Comumente, os problemas relacionados à função do primeiro grau abordam questões que envolvem linearidade, portanto, podem ser representados por uma reta. Por se tratar de uma variação proporcional, o gráfico é uma reta (com o domínio nos reais), uma vez que todos os pares ordenados de uma função afim são colineares (mas, nem toda reta é uma função. Por exemplo, qualquer reta paralela ao eixo  $y$ , que não seja uma função do primeiro grau, uma vez que não há correspondência unívoca). No entanto, a representação gráfica também pode ser um gráfico de pontos quando o domínio for os inteiros ou parte dele, por exemplo.

Representa-se a variável  $x$  no eixo das abscissas, e os valores correspondentes da variável dependente  $f(x)$  no eixo das ordenadas ( $y$ ). O gráfico da função será dado pelo conjunto de todos os pontos onde a primeira coordenada será em  $x$  e a segunda sempre em  $y$ ,

ou seja,  $(x, y)$ . Sabendo que o gráfico da função afim pode ser representado por uma reta, devemos encontrar apenas dois pontos que já é suficiente para esboçar o seu gráfico.

De acordo com Silveira (2015, p. 79), para construir um gráfico de uma função do primeiro grau, seguimos a seguinte orientação: “Inicialmente escolhemos valores arbitrários para  $x$  e calculamos os valores de  $y$  correspondentes para obter alguns pares ordenados. [...] Representamos no plano cartesiano os pares ordenados encontrados e unimos os pontos.”

O gráfico da função  $y = 2x + 1$ , na figura abaixo, nos mostra a representação gráfica, tabular e os pares ordenados dessa função.



Vamos nos deter somente nessas reflexões e discussões sobre a função afim, porque não é nosso objetivo detalhar esse saber. Mas, na descrição das aulas, esse assunto será mais detalhado nas praxeologias, porém a partir da situação didática observada, do discurso e das escolhas do professor. Esse saber foi escolhido pelo próprio docente, por perceber que esse assunto tem algumas potencialidades de explorar o uso de recursos tecnológicos.

## 2.2.4 O Geogebra

O Geogebra é um software por meio do qual se podem explorar diversos conceitos matemáticos com finalidades educacionais. O intuito é de que seja utilizado como uma ferramenta auxiliadora do processo de ensino-aprendizagem de matemática. É um software livre, criado por Markus Hohenwarter, que iniciou o projeto em 2001 (HOHENWARTER E HOHENWARTER, 2009).

Com as atualizações, o Geogebra passou a ter novas funções e calculadora 3D, e seus recursos de realidade foram aumentados, o que possibilita a exploração de vários conceitos

matemáticos e mais dinamismo no processo de ensino. Usando esse artifício, pode-se trabalhar com múltiplas construções de objetos matemáticos (e suas múltiplas representações), como a criação de pontos, de retas, de polígonos, de cônicas e outros.

Também podem ser trabalhados os quatro grandes blocos da Matemática<sup>20</sup> – Número e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento de Informação, cada qual com suas adaptações e conforme os objetivos almejados. Assim, esse software é um importante instrumento para o ensino de Matemática, porquanto oferece novas possibilidades metodológicas e facilita, na maioria das vezes, a apropriação de saberes.

Nesse recurso, que pode ser usado em todos os níveis de ensino, reúnem-se Geometria, Álgebra, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos (planilhas e simbólicos) em um só software. No Geogebra, é possível construir vários objetos (ou melhor, representações deles) como pontos, retas, vetores, cônicas, gráfico de funções, e outros, que podem ser alterados dinamicamente. Sousa, F. (2018, p. 36) destaca que

Ao observar o software na prática, é possível detectar as suas principais utilidades para o ensino da matemática: (a) o Geogebra é um software multilíngues, gratuito e de fácil acesso, que apresenta uma interface fácil em detrimento de outras tecnologias educacionais como, por exemplo, a calculadora gráfica; (b) é um software que permite aos alunos desenvolver experiências práticas para trabalhar os conteúdos matemáticos; (c) esse programa proporciona aos educandos um forma de manipular variáveis através dos objetos e das ferramentas de controle deslizantes, permitindo uma forma de resolver problemas e assim melhorar o entendimento da matemática.

O Geogebra também possibilita a inserção de equações e coordenadas. Ele apresenta diferentes janelas para mostrar os objetos matemáticos graficamente (pontos, gráficos de funções) e algebricamente (coordenadas de pontos, equações). Com essas duas perspectivas, podemos visualizar uma expressão na janela algébrica que corresponde a um objeto na janela de visualização e vice-versa. Isso mostra uma vantagem didática, já que o professor tem representações diferentes de um mesmo conceito matemático.

As representações do mesmo objeto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente às mudanças realizadas em quaisquer delas, no entanto, algumas podem não ocorrer devido à propriedade do objeto criado e ao seu processo de criação.

A interface do Geogebra contém uma janela dividida em parte gráfica (janela de visualização), barra de ferramentas, janela algébrica, campo de entrada e menu. Na janela gráfica, encontramos um plano cartesiano, em que o usuário faz as construções geométricas com o mouse ao usar a barra de ferramentas. Nessa janela também aparecem os objetos matemáticos de maneira gráfica.

---

<sup>20</sup> Ver PCN (BRASIL, 2001).

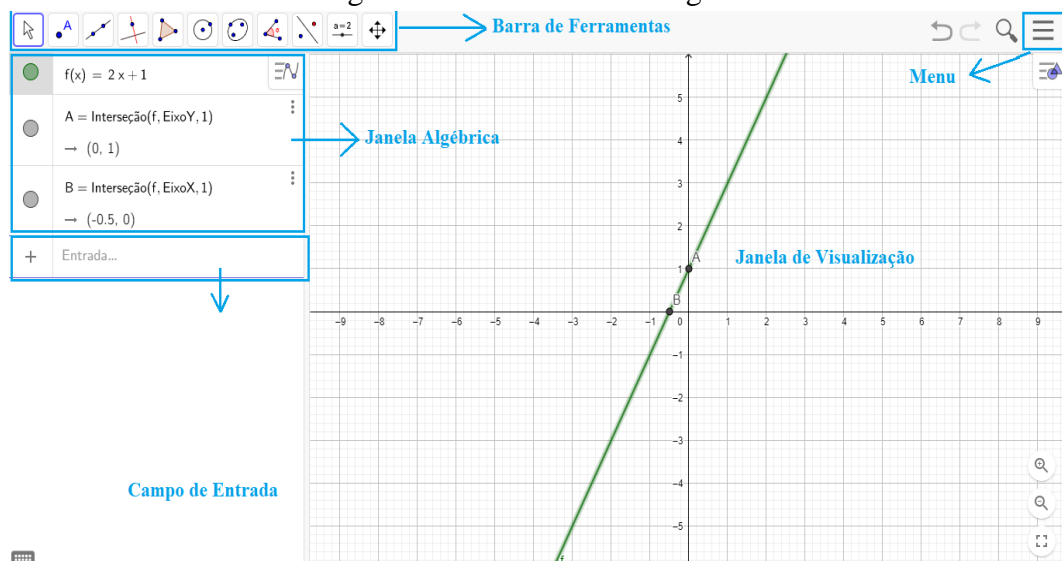
Na barra de ferramentas tem abas que possibilitam as construções geométricas e em cada ícone se abre uma caixa de ferramentas, que contém um conjunto de ferramentas similares. Para abrir uma caixa de ferramentas, clica-se na seção desejada. Com a entrada das construções, teremos, ao mesmo tempo, as coordenadas e as equações correspondentes são exibidas na janela de álgebra (HOHENWARTER E HOHENWARTER, 2009).

E ainda de acordo com Hohenwarter e Hohenwarter (2009), na parte algébrica, podem-se inserir diretamente expressões algébricas por meio de comandos (sintaxe<sup>21</sup> da expressão ou algoritmo). No campo de entrada, a expressão aparecerá na janela algébrica, e a representação gráfica, na janela de visualização. Por exemplo, quando se vai inserir uma função  $f(x) = x^2$ , a sintaxe para a inserção no campo de entrada será “f(x) = x^2”, e ao clicar *enter* aparece essa função na janela algébrica e o respectivo gráfico na janela gráfica.

Há dois tipos de objetos matemáticos: os livres (que são dinâmicos, têm movimentos e modificam o próprio objeto) e os dependentes (com partes fixas que não o alteram). O objeto que é criado sem se usar qualquer objeto existente é chamado de objeto livre; se seu novo objeto for criado com recurso de objetos já existentes, chama-se de objeto dependente.

Já o campo de entrada é usado para escrever coordenadas, equações, funções e outros objetos que são mostrados diretamente na área gráfica e na parte algébrica. Por fim, no menu, temos as opções referentes ao arquivo criado, como, por exemplo, salvar, compartilhar, baixar, editar, dentre outros. Na figura abaixo, podemos ver a interface do Geogebra e suas divisões.

Figura 11 - Interface do Geogebra



Fonte: Elaborado pelo autor.

<sup>21</sup> Escrita para construir representações de objetos matemáticos que se assemelha à linguagem de programação.

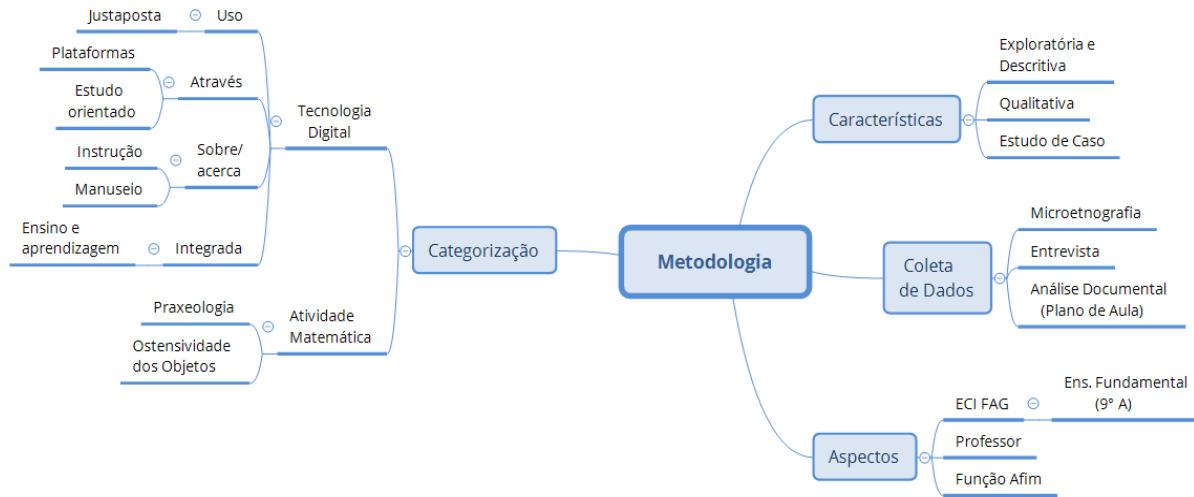
Lopes (2018), Sousa, F. (2018) e Hohenwarter e Hohenwarter (2009) referem que o objetivo do software é de contribuir para que, através dessa ferramenta, os professores melhorem sua prática de ensino com aulas mais interativas e dinâmicas, e os alunos tenham uma aprendizagem significativa. Para isso, devem criar mecanismos para que eles compreendam a Matemática sob diferentes perspectivas, investiguem e descubram, trazendo protagonismo ao aluno, fugindo da modalidade tradicional de ensino.

O Geogebra foi a principal tecnologia digital pela qual o professor optou para ensinar o conteúdo sobre função afim, por ser uma ferramenta com versatilidade e possibilitar a visualização de diferentes representações dessa função (algébrica e geometricamente).

### 3 METODOLOGIA

Na figura 11, mostramos a organização dessa seção e, em seguida, o detalhamento dela.

Figura 12 – Representação da metodologia



Fonte: Elaborado pelo autor.

[...] a pesquisa é um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/metódica de saberes ou compreensões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade ou presente na literatura o qual inquieta/instiga o pesquisador perante o que se sabe ou diz a respeito. (FIORENTINI E LORENZATO, 2007, p. 60).

As tecnologias digitais podem ser importantes ferramentas no ensino de matemática, porque ajuda os envolvidos nesse contexto a superar os obstáculos didáticos. Foi por acreditar nisso que nos motivamos a realizar esta pesquisa, para entender como os recursos tecnológicos podem ajudar no processo de ensino, mais especificamente, a transposição didática interna.

O contexto desta investigação foi a sala de aula, que é rica em muitos fenômenos e elementos geradores de pesquisa. Então, por meio da sistematização da experiência observada, pudemos entender algumas alterações, as contribuições e os conflitos existentes na prática pedagógica do professor quando usa os objetos ostensivos (tecnologias digitais), descrever as situações vivenciadas, entender como a tecnologia estava sendo usada, como as atividades eram planejadas e quais as interferências/mudanças na prática docente.

#### 3.1 Características da pesquisa

Podemos classificar nossa investigação em dois tipos: exploratória e descritiva. Exploratória, porque foi realizada a fim de conhecer bem mais o fenômeno que nos propusemos a abordar para explorar os dados obtidos, e descritiva pelo fato do detalhamento das atividades matemáticas, das praxeologias e do uso das tecnologias digitais.

Para Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 69), “[...] uma pesquisa é exploratória ou diagnóstica quando o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela”. Portanto, imergimos na sala aula para entender como os recursos tecnológicos podem favorecer a comunicação do saber matemático.

É descritiva porque identificamos as condições e as restrições do uso de tecnologias digitais na sala de aula de matemática para ensinar funções afins e descrever e interpretar tal fenômeno. Buscamos descrever as características do processo de ensino de funções com o uso de tecnologias e interpretá-lo sem modificar essa realidade ou interferir nela. Ou seja, é um tipo de pesquisa descritiva, em que o pesquisador descreve ou caracteriza com detalhes uma situação em que, geralmente, usa a observação participante ou aplica questionários ou entrevistas, a partir de categorias previamente definidas (ANDRÉ, 2013).

Esta pesquisa assume uma abordagem qualitativa. Para Bogdan e Biklen (1994), esse tipo de investigação apresenta como fonte de dados o ambiente natural, e o investigador como instrumento principal. E ainda essa investigação tem um aspecto descritivo, ao buscar analisar os dados minuciosamente, respeitando, o quanto possível, a forma mais natural em que foram registrados. Os resultados e os produtos, apesar de muito importantes, não são tão cruciais quanto o processo e/ou caminho metodológico adotado na pesquisa, entre outras características.

A pesquisa qualitativa é fundamental para se compreender a sociedade, porque vai muito além de identificar um fenômeno ou quantas vezes ele ocorre. Ela visa compreender o fenômeno, o motivo de sua ocorrência, como diagnosticá-lo e apresentar caminhos para solucionar o problema. A escolha da abordagem qualitativa se justifica porque possibilita que a pesquisa seja feita numa perspectiva mais naturalista, ou seja, nos locais em que naturalmente ocorrem os fenômenos a serem investigados diante dos comportamentos naturais das pessoas (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

E isso vai ao encontro do pensamento de Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 71) de que “[...] a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste, entre outros”.

Para construir e sistematizar esta investigação, fizemos um levantamento bibliográfico relativo ao objeto de estudo. No entanto, o enfoque da pesquisa foi em forma de um estudo de caso, por isso se limitou a uma instituição (a sala de aula, mais especificamente, o docente) e detalhou sua prática com o uso de tecnologias digitais durante a situação didática para ensinar

funções do primeiro grau, a fim de entender a dinâmica do papel do docente que utiliza ferramentas tecnológicas no processo de ensino e aprendizagem.

O estudo de caso “pode ser qualquer ‘sistema delimitado’ que apresente algumas características singulares e que faça por merecer um investimento investigativo especial por parte do pesquisador.” (FIORENTINI E LORENZATO, 2007, p. 110). O caso pode ser uma instituição, uma comunidade, uma escola, um grupo de sujeitos ou, até mesmo, um sujeito que apresente características distintas. O estudo de caso retrata a realidade de forma minuciosa e aprofundada, interpretando e analisando o objeto de estudo no contexto em que está inserido.

### **3.1.1 Instrumento de coleta dos dados**

Os dados foram coletados por meio da gravação das aulas, a fim de entender não só o que acontece em sala de aula, mas também como acontece. Ou seja, tentando analisar alguns aspectos da TDI no ensino de funções afins com o uso de tecnologias digitais. Além disso, o vídeo tem algumas potencialidades, tais como:

A possibilidade de ver e rever o vídeo, discutir e confrontar diferentes interpretações vai tornando a análise cada vez mais refinada, até atingir uma aproximação mais precisa ao objeto pesquisado. A combinação das tomadas de vídeo com as anotações de campo aperfeiçoa ainda mais o trabalho, favorecendo análises e interpretações mais consistentes. O vídeo por si só é o documento vivo de uma situação e como tal pode ser visto, analisado, discutido, tornando-se mais público que as anotações de campo. (ANDRÉ, 2013, p. 101-102)

Mesmo com as gravações, o pesquisador esteve presente nas aulas observando o ambiente de forma a talvez captar algo que não fosse possível pelo vídeo e que nos ajudasse a formular melhor a entrevista com o docente. Assim, nesta pesquisa, utilizamos também a entrevista para coletar informações que não poderiam ser obtidas com as observações e das gravações em sala de aula, que vai além da situação didática em si, como o planejamento e a escolha do recurso tecnológico, por exemplo.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 120), “a entrevista, além de permitir uma obtenção mais direta e imediata dos dados, serve para aprofundar o estudo”, porquanto busca entender as entrelinhas da situação observada e, com uma ótica mais próxima do observado, ver o outro lado da prática do professor.

A entrevista leva em consideração a formação, a preparação para as situações didáticas, as experiências e os resultados obtidos, referente ao uso de tecnologia digitais. De forma a tentar compreender o que influenciou o desenvolvimento das atividades matemáticas com o uso desses recursos. Dessa forma, objetivo da entrevista foi de compreender como o planejamento e as situações didáticas são construídos, quais as experiências que o professor teve com outros



recursos tecnológicos, as facilidades e as limitações que encontra ao usá-los, identificar as principais condições e restrições para o uso dessas tecnologias e quais os resultados e/ou impacto no ensino e na aprendizagem.

E, por fim, analisamos as praxeologias desenvolvidas e produzidas pelo professor, delineamos as práticas vivenciadas na sala de aula, levando-nos as reflexões sobre a realidade investigada. E analisaríamos os planos de aula, porém não foi possível, uma vez que ele não era documentado. Tomamos como base as gravações de vídeo das aulas.

### 3.1.2 *Lócus da pesquisa*

A instituição observada chama-se Escola Cidadã Integral de Ensino Fundamental e Médio Francisco de Assis Gonzaga, localizada na cidade de Prata, no cariri paraibano.

Sua história iniciou-se no ano de 1967, como Ginásio Comercial Luís Carlos da Silveira, funcionando com turmas de 1ª a 4ª série do ensino fundamental. Mas só em 1972 que se tornou uma instituição pública (de esfera municipal) e com um prédio próprio que se localiza onde até hoje funciona, uma vez que antes a instituição funcionara em diferentes localidades.

Em 1976, ficou dependente do governo do estado da Paraíba e passou a ser chamada de Escola Estadual de Primeiro e Segundo Graus Pedro Alves Filho, agora com turmas de 1ª a 8ª séries. No ano de 1999, a escola passou a ser chamada de Francisco de Assis Gonzaga (*in memoriam*), ex-diretor e ex-professor da escola e, também, ex-prefeito da cidade, e leva esse nome até os dias atuais.

Figura 13 – Local da pesquisa



Fonte: Arquivo do autor.

Nos dias atuais, além do ensino fundamental II (do 7º ao 9º) e do ensino médio regular, com horário integral, a escola oferece a Educação de Jovens e Adultos (EJA) no período noturno. Em 2018, passou a ser uma Escola Cidadã Integral (ECI), que tem uma nova proposta de educação, ao desenvolver uma nova dinâmica, com atividades complementares além das

disciplinas da base curricular comum. Para isso, adota uma metodologia inovadora, visando alcançar melhores resultados e formar cidadãos autônomos, solidários, competentes e protagonistas na sociedade, que lute por seus direitos e pelas conquistas de seus objetivos e busque a formação integral de seus educandos em seus projetos de vida.

Essa escola tem se destacado nessa região devido às notas atingidas no Índice de Desenvolvimento da Educação da Paraíba (IDEPB) e no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), um sistema de avaliação do estado. É uma das melhores escolas não só da 5ª Gerência de Ensino, mas também do estado.

Quanto à infraestrutura, a ECI-FAG dispõe de salas amplas, arejadas e limpas e laboratórios (de Ciência e de Informática). Atende a 298 alunos, distribuídos em quatro turmas do ensino fundamental II; quatro, do ensino médio regular; e três, da EJA (Ciclos IV, V e VI).

A escola dispõe de alguns aparatos que dão suporte ao ensino com vários recursos didáticos, como: laboratório de Matemática (com jogos, sólidos geométricos em acrílico e outros), material de Robótica, projetores (*Datashow*), computadores, kits multimídias, dentre outros. Em 2013, o Governo do estado da Paraíba começou a distribuir tablets para alunos e professores da rede estadual de ensino (especificamente do ensino médio). E, ao concluírem o ensino médio os alunos devolvem os *tablets*, que, quando possível são reaproveitados.

### 3.1.3 *Sujeito da pesquisa*

A pesquisa foi realizada na turma do 9º A<sup>22</sup> do ensino fundamental, no período em que se desenvolveu o conteúdo de funções afins. Apesar de, certa forma, os alunos estarem envolvidos nesse processo didático, eles não são os principais sujeitos da pesquisa.

Com isso, são sujeitos secundários, que poderiam contribuir com as análises dos dados baseados nas participações na aula, com inferências, perguntas e importantes constatações que ajudaram a fazer as atividades e as praxeologias. Portanto, o sujeito principal desta pesquisa é o professor, de quem analisamos o processo de ensino, as estratégias adotadas, as metodologias, as atividades e os recursos utilizados.

Um dos motivos que nos levaram a escolher o local e o sujeito da pesquisa foi o fato de ser próxima de nossa realidade, portanto, mais acessível. No entanto, o principal critério para essa escolha foi que, além de a escola ter um espaço para o uso de computadores, o professor

---

<sup>22</sup> A escola tem duas turmas do 9º ano do ensino fundamental, mas o docente só ensina à turma do 9º A. A outra tem outro professor que leciona essa disciplina.

usa ferramentas tecnológicas em algumas atividades didáticas, como, por exemplo, o *Kahoot*<sup>23</sup> e o *Quizizz*<sup>24</sup>, que são jogos de perguntas e respostas.

Esses foram implementados para serem usados como uma nova forma de exercício/atividade. Há que se ressaltar que, nem sempre, é fácil encontrar escolas que utilizem ferramentas digitais, porque não dispõem de um espaço reservado para usar computadores nem o professor o utiliza.

O professor é licenciado em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba. Concluiu o curso em 2016. Tem três anos de experiência nessa mesma escola onde atua até hoje. O fato de utilizar esses recursos tecnológicos nos chamou à atenção e nos motivou a observar sua prática, a fim de entender como essas ferramentas auxiliam o processo de ensino, e como ele usa essas tecnologias – se estão apenas inseridas e/ou justapostas a sua prática, ou se, de fato, estão integradas ao ensino.

### 3.2 Categorização e processo de análise

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007), a categorização (ou eixo de análise) é um processo de organização das informações coletadas em categorias, em que elas tenham, pelo menos, um aspecto e/ou característica em comum. E para Moraes (2003), a categorização é uma etapa mais criativa da pesquisa e, muitas vezes tende, a ser desafiadora para o pesquisado. O autor refere, ainda, que esse é um procedimento de comparações constantes entre as unidades (categorias) definidas num processo inicial até chegar a um agrupamento de elementos com características comuns.

Nesta pesquisa, discutimos as tecnologias digitais em quatro categorias para o ensino de Matemática, que nos possibilitaram entender como elas se apresentam nas situações didáticas e nas atividades matemáticas. Apesar de essas categorias terem alguns traços de semelhança, podemos entendê-las como parte de um processo de inclusão digital na sala de aula e de integração ao ensino.

Considerando que as tecnologias digitais são objetos/ferramentas que facilitam o processo de ensino e aprendizagem e a partir das leituras e levantamento de outras pesquisas, das observações de sala de aula e dos dados coletados surgem as seguintes categorias, ou seja, categorias após a interpretação de dados (*a posteriori*) de forma exploratória:

- Ensino com o uso de tecnologias – quando são justapostas à prática;

---

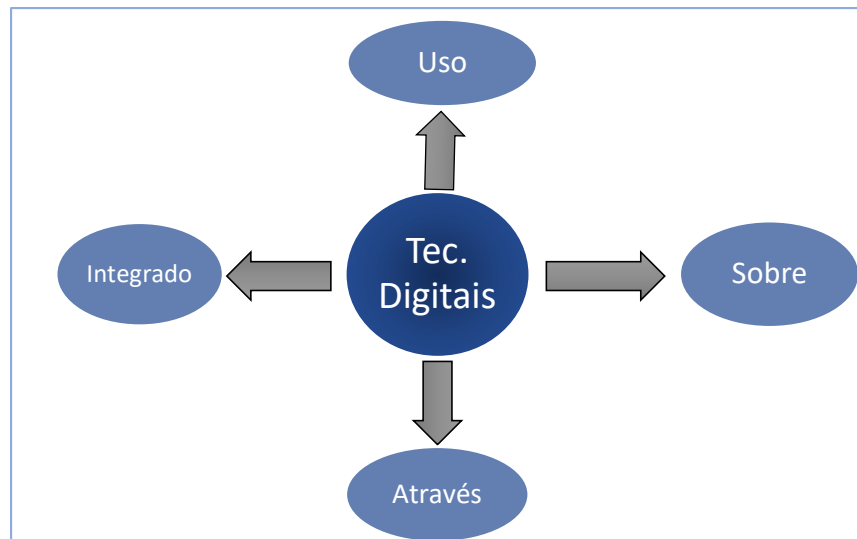
<sup>23</sup> Para mais informação, ver <https://kahoot.com/>

<sup>24</sup> Para mais informação, ver <https://quizizz.com/>

- Ensino através da tecnologia – quando ela é um meio (canal) empregado para o desenvolvimento das atividades;
- Ensino acerca da tecnologia – quando essas são objetos de aprendizagem;
- A tecnologia integrada ao ensino – quando essa ferramenta que auxilia a comunicação e a construção dos saberes.

O diagrama abaixo mostra como enxergamos o uso das tecnologias digitais nas situações pedagógicas, de acordo com as características estabelecidas:

Figura 14 – Diagrama da categorização das tecnologias digitais no ensino



Fonte: Elaborado pelo autor.

A primeira categoria, o uso da tecnologia, surge das reflexões do trabalho de Paula (2014), onde é apontado que as tecnologias foram apenas justapostas. A segunda, o ensino sobre a tecnologia, emerge das reflexões de trabalhos – como a pesquisa de Ventorini (2015) – que relatam o processo de apresentação da tecnologia digital e do estudo sobre ela, já que também favorece a aprendizagem de conceitos matemáticos. Na terceira categoria, ensino através das tecnologias, vem de influência de trabalhos que utilizam plataformas para ensino, como o trabalho de Martins (2016), que usou o Kahoot para aplicar atividades sobre Função Afim.

Já a última categoria, vem das discussões de Bittar, Guimarães e Vasconcellos (2008) que fazem uma diferenciação sobre inserção e integração de tecnologias digitais no ensino. E ainda de trabalhos que trazem a descrição da tecnologia fazendo parte efetivamente do processo de ensino e aprendizagem, onde os alunos e o professor manuseiam tais ferramentas para construir novos saberes, como os trabalhos de Cappelin (2015), Romanello (2016) e outros.

A partir das reflexões sobre a importância dos recursos tecnológicos, das potencialidades, das limitações, da formação docente e das experiências no ensino de matemática, podemos perceber que essas ferramentas são importantes para as situações

didáticas, desde que seu uso esteja adequado aos objetivos almejados e com uma boa conexão para construir o saber. Isso contextualiza nossa pesquisa para ajudar a identificar as limitações, os obstáculos, as aplicações e as possibilidades que as tecnologias digitais ofereceram às situações didáticas observadas.

Depois de entender o papel das tecnologias digitais na situação didática, analisaremos a realização das atividades matemáticas, no enfrentamento de tarefas que são próprias do saber matemático, como: calcular valores de uma função, construir um gráfico, saber se a função é crescente, dentre outras. Isto é, vamos analisar como essas ferramentas se apresentam na praxeologia do professor, na realização das tarefas e nas técnicas aplicadas.

Ao longo do processo de didatização do saber matemático da função afim, em nossa pesquisa, identificamos as praxeologias desenvolvidas, alguns aspectos da TDI, os objetos ostensivos envolvidos nas situações didáticas, se a tecnologia digital esteve ou não presente e em qual categoria se enquadra.

A TAD, como aporte teórico, possibilita o entendimento das relações entre a prática, o discurso e a teoria. Tudo isso faz parte de um sistema de instituições (sala de aula, professor, aluno, livro didático, Geogebra), numa série de relações entre si em prol da atividade matemática. A realização de uma atividade matemática propõe a execução de tarefas próprias do saber matemático, com aplicação de técnicas que são justificadas por uma tecnologia que tem um suporte em uma teoria. E isso leva à análise da situação didática, do processo de Transposição Didática Interna, a partir do material produzido pelo professor (os planejamentos, os slides e a própria comunicação do saber) e das atividades matemáticas desenvolvidas.

Assim, ao analisar as atividades matemáticas desenvolvidas, estamos analisando as praxeologias matemáticas, assim abordando os componentes tarefa, técnica e compilando a tecnologia e a teoria no bloco tecnológico-teórico. Essa compilação se justifica porque a teoria é um plano teórico mais abrangente. E a “teoria é quase sempre obscurecida pela forma *abstrata* como os enunciados teóricos são apresentados frequentemente.” (ARAÚJO, 2009, p. 28).

Os elementos tecnológicos-teóricos que apresentamos foram noções, definições, propriedades, e outros aspectos presentes na explicação de exemplos e na resolução de atividades. Esses elementos estiveram presentes na fala do docente, durante o desenvolvimento da situação didática e nas leituras e explicações com base no livro didático.

Ao analisar a técnica mostramos a maneira de como foi realizado aquela tarefa, porém para realizar uma tarefa nem sempre é com um só passo, necessita-se de outras técnicas como suporte, as subtécnicas. Bessa de Menezes (2010, p. 109, com destaque do autor) enuncia que:

As subtécnicas seriam técnicas que adquirem um *status* de auxiliar ou secundária na resolução de um tipo de tarefa que tenha uma técnica com status de principal ou primária. Ou seja, na resolução de um tipo de tarefa aparecem técnicas que têm um grau maior de hierarquia ou de importância do que outras técnicas que vêm auxiliar na realização dessa técnica principal. As subtécnicas poderão aparecer antes ou depois da técnica, ou seja, podem aparecer como preliminares para preparar a equação a ser resolvida, ou posteriormente, para dar continuidade na resolução do subtipo de tarefa.

No desenvolvimento dessas praxeologias, algumas vezes, foi usado recursos tecnológicos, que adquirem um papel fundamental na manipulação dos objetos do saber. E compreender os aspectos de ostensividade dos objetos é uma forma também de analisar o uso das tecnologias digitais no processo de ensino e na comunicação de objetos não-ostensivos e de conceitos alternativos (como a fluência tecnomatemática).

Assim, pela ostensividade dos recursos tecnológicos ao explorar conceitos matemáticos (por meio de aspectos dinâmicos de visualização, gráficos, de manipulação, da construção de objetos, dentre outros), pode-se caminhar para um domínio dos objetos não-ostensivos, já que esses recursos poderão explorar várias situações de maneira dinâmica e ajudar a dar significado aos conceitos e às definições de função afim.

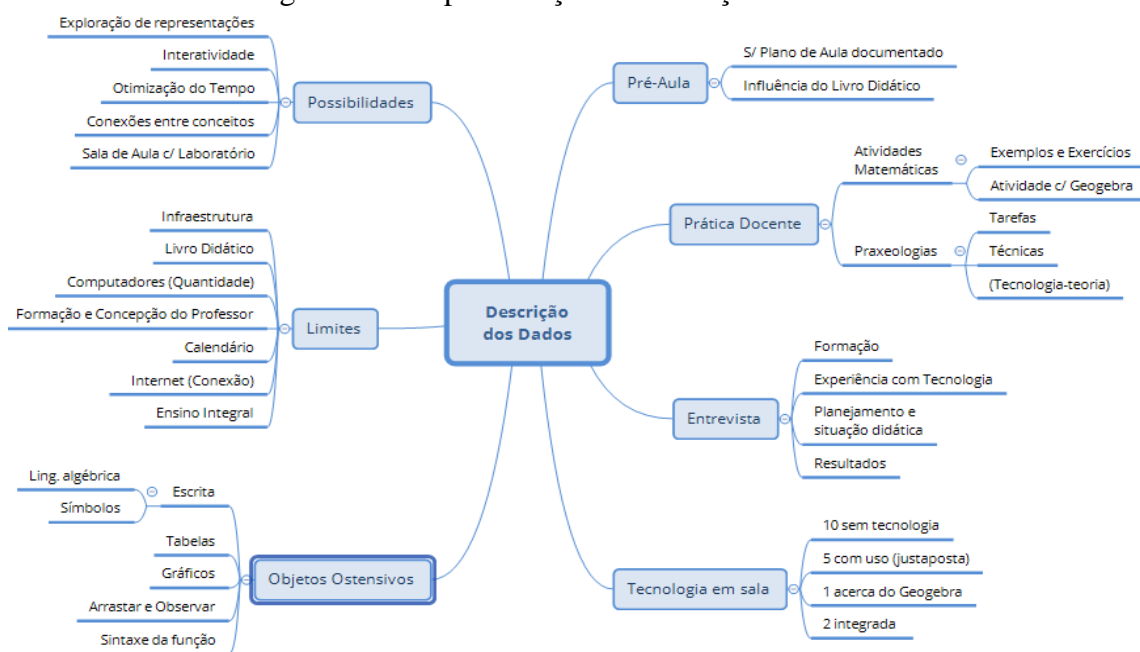
## 4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesta investigação, analisamos as atividades matemáticas realizadas ao longo do desenvolvimento do conteúdo de funções afins, para entender como se organizam as praxeologias, como as tecnologias digitais se apresentam no desdobramento da situação didática e ter uma noção da TDI desde seus planejamentos até a execução na sala de aula.

Sistematizamos a experiência filmada e observada, para identificar as atividades matemáticas realizadas em cada encontro e apontar como as tecnologias digitais estiveram presentes para delinear essas práticas.

Em seguida, procuramos entender como o professor planeja e constrói essas atividades, a partir de seus relatos na entrevista, e ainda identificar o apoio didático na realização de atividades matemáticas com a utilização de tecnologias digitais. Buscamos entender esse processo didático para ver como esses itens tecnológicos auxiliam no desenvolvimento das atividades matemáticas. A figura abaixo mostra como esta seção foi organizada.

Figura 15 – Representação da descrição dos dados



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 4.1 Pré-aula: o planejamento e as orientações do livro didático

O planejamento é uma importante ferramenta para preparar as vivências das situações didáticas. Pensar nos detalhes, nos exemplos, na ordem de execução de etapas, na sequência de conteúdos, dentre outros aspectos, demanda do professor um esforço necessário para minimizar os obstáculos que poderão aparecer durante a aula, além de evitar improvisos e seguir uma lógica que poderá facilitar sua prática pedagógica.

Com a elaboração do planejamento, o professor se relaciona com o saber a partir de suas expectativas em relação aos alunos, de suas concepções acerca do próprio saber e da realidade em que se encontra. Então, antes de ministrar a aula, deve elaborar um plano de aula, ou seja, um plano de ações, a fim de atingir um objetivo, o que se configura como o saber preparado, como aponta Ravel (2003), que é apresentado no plano de aula do docente.

Com a tecnologias digitais, o planejamento ganhou mais um aliado, que facilita não só o ato de planejar, mas também de executar o plano para a situação pensada. Imersos nessa cultura digital, os professores também são influenciados a repensar sua prática, pressionados de maneira indireta pelos próprios alunos, já que eles usam cotidianamente esses recursos, seja em jogos, na comunicação, nas redes sociais etc. Silva *et al.* (2018, p. 136) apontam que

[...] parte dos conhecimentos historicamente construídos pela humanidade estão a cliques de distância dos sujeitos. Nesse contexto, cabe ao professor, ao planejar suas aulas, exercer o papel de curador, aquele que seleciona, organiza e apresenta conteúdos, didaticamente sistematizados, lançando mão das ferramentas que se adequem à cultura digital, em que os atuais estudantes já nascem imersos.

Com a Internet e a digitalização da informação e da comunicação, houve muitas mudanças, e o acesso a várias ferramentas tecnológicas aumentou. Isso exigiu do professor alterações no pensamento e novas relações entre os recursos estáticos e os dinâmicos, do uso e do designer, inclusive no trabalho individual e no coletivo.

Nem sempre as ferramentas disponíveis na Web podem contribuir com o ensino. O professor deve inserir em seu planejamento as tecnologias mais adequadas para explorá-las nas situações didáticas, uma vez que o trabalho do professor de matemática exige que ele estabeleça uma relação direta do currículo com os recursos didáticos para a sua prática. Para isso, precisa selecionar, modificar e, até criar outros recursos (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018).

Com isso, as escolhas das ferramentas digitais adequadas podem ser previstas através da realização de um plano de aula, relacionando-as com o saber escolhido a ser trabalhado. E, assim, ir fazendo as adaptações, criações e ajustes necessário para atingir o objetivo almejado.

Além disso, o conteúdo a ser trabalhado sofre influência da relação do professor com esse saber, que carrega aspectos subjetivos. Isso inclui as adaptações do próprio saber, os exemplos e as tecnologias digitais. O que vai ao encontro com o que diz Bessa de Menezes (2010, p. 32): “a transformação do texto didático em um saber ensinado perpassa a relação que o professor tem com o saber em jogo. As situações de ensino a serem propostas estão, em certa medida, vinculadas a essa relação”. A abordagem adotada para desenvolver as relações e interações com o saber ensinado e o saber pré-existente dos alunos é condicionada às escolhas didáticas do docente, que deve aprofundar as noções, as ideias e os conceitos.



Feita essa reflexão sobre o planejamento e a influência das ferramentas digitais no ensino de Matemática, procuramos saber como o sujeito de nossa pesquisa construía seus planos de aula, para entender sua práxis, saber como planeja o uso desses recursos, compreender a influências deles em seu trabalho e quais as possibilidades e as limitações encontradas.

No entanto, o docente não costuma montar um plano de aula como um documento, ou seja, algo escrito. Ele seleciona o conteúdo que irá trabalhar a partir do livro didático e faz recortes para serem trabalhados em sala. Ao ler o livro didático, vai marcando o que pode ser explorado e quais os recursos que podem ser utilizados para isso.

Como o professor tem o livro didático como principal base para construir as situações didáticas, é preciso identificar se ele apresenta alguma proposta de atividade com o uso de tecnologias digitais. Especificamente, nas orientações para o desenvolvimento do capítulo sobre funções afins, que coincide com as aulas observadas e objeto de nosso estudo, há um apontamento para o uso do Geogebra que diz:

Se possível, após construírem os gráficos das atividades 4 e 5 da **página 80**, pedir que façam a mesma construção utilizando o *software* Geogebra. Dessa forma os alunos podem conferir se cometeram algum equívoco e estudar algumas características dessas funções, como intervalos de crescimento e decrescimento, pontos de intersecção com os eixos etc. (SILVEIRA, 2015, p. 324, destaque do autor).

Isso não foi seguido rigorosamente pelo professor. Esse modo de aplicar, que foi sugerido para conferir as construções gráficas, deu-se em um momento em que os alunos tiveram o primeiro contato com o Geogebra, mas sem questões específicas. Assim, os discentes ficaram livres para conferir as questões que já foram corrigidas antes.

Na exploração do Geogebra, o docente foi além das recomendações do livro e adotou outra estratégia de aplicação, explorando mais a dinamicidade do software, além de outra atividade. O livro didático apontava uma proposta para o uso de tecnologia digital verificando atividades já realizadas. Essa é uma forma tímida de inserir esse recurso, já que não há integração ao processo de ensino e aprendizagem, o que ocorre comumente nos livros didáticos, conforme destaca Ventorini (2015, p. 67):

[...] não se pode negar a inserção tímida, mas cada vez maior de sugestões de atividades com softwares educacionais na área da matemática presentes nos livros didáticos analisados na medida em que esses apresentam sugestões de atividades envolvendo as funções e programas e/ou aplicativos como Excel, Geogebra e Winplot. Cabe ressaltar que a dimensão tecnológica é apresentada, como atividades complementares, ficando a cargo do professor a exploração, o aprofundamento desses aplicativos na construção de conceitos envolvendo as relações funcionais.

Apesar de o docente ter como base o livro didático e adotar estratégias além das sugestões desse livro, podemos dizer que seu plano de aula é um “plano” mental, uma vez que não o possui de forma explícita e/ou documentada, mas que foca nas definições e vai “direto ao

ponto”, ou seja, apresenta os conceitos de forma direta, com poucas contextualizações. As contextualizações eram apresentadas em alguns exemplos e na tentativa de explicar o conceito numa linguagem “menos formal”.

Não podemos analisar o plano de aula devido à falta desse documento. Só que o livro didático era a base para selecionar o que será trabalhado em sala de aula, desde os exemplos trabalhados até a organização da sequência de conteúdo. Pelo conteúdo da entrevista, subentende-se que, como o professor “domina” o conteúdo e já trabalhou outra vez, ele tem um plano mental para a situação didática. Assim, vai trabalhando no “feeling”, com base no conhecimento que tem da turma e nas atividades e nos conceitos do livro didático, o que é comum e natural entre os professores.

É importante ressaltar que o plano de aula não é um documento obrigatório, mas norteia o trabalho do professor e pode minimizar imprevistos durante a aula, porque dá uma visão ampla do que pode ser feito e quais os objetivos a serem atingidos.

Um dos principais fatores que podem afetar a elaboração de um planejamento mais sólido são outras atividades escolares, como projetos, feiras de ciências, datas comemorativas, dentre outras, que vão sendo incorporadas no decorrer do ano letivo. Contudo, o docente não apontou isso como interferência, porém, durante os encontros observados em que ele desenvolveu o conteúdo previsto, isso foi perceptível.

Acreditamos que as atividades com o uso de tecnologia também demandam de um maior tempo, devido a exploração, a compreensão do recurso utilizado e alguns imprevistos ou falhas da própria tecnologia, que podem aparecer durante o percurso. Assim, podendo alterar o plano de aula em execução sem grandes impactos devido ao bom planejamento, caso se tenha feito.

#### **4.2 Prática docente: atividades matemáticas e praxeologias**

Neste trabalho, as práticas de sala de aula são descritas de acordo com o que acontecia nos encontros realizados, em que eram identificadas as atividades, os exemplos e as praxeologias construídas e como a tecnologia digital estava presente nessas aulas. Por fim, trazemos um quadro geral com a compilação de todas as praxeologias desenvolvidas.

O primeiro encontro foi realizado no dia 11/07/2019, em duas aulas. E abordou, de forma introdutória, a ideia intuitiva de função. O docente adotou uma metodologia expositiva e usou o projetor para apresentar o conteúdo.

Iniciou com um breve relato sobre a história do conceito de função. Depois, apresentou uma situação do cotidiano na relação de duas grandezas (tempo e dinheiro – um acontecimento

no estacionamento de um shopping), fez associação com o abastecimento de um veículo (a relação entre preço e litros) e a distância rodada pela quantidade de gasolina.

A ideia foi ensinar o conceito trazendo uma realidade mais próxima dos alunos, numa rápida contextualização da noção intuitiva de função mostrando que esse conceito é uma relação de duas grandezas. Depois, mostrou a lei de formação de uma função (representação algébrica) e o porquê da notação  $f(x)$  (a relação de dependência). Em seguida, mostrou como se faz a representação gráfica de uma função, o plano cartesiano e a localização dos pontos nele.

Esse foi o primeiro encontro sobre função. A tecnologia digital empregada foi justaposta ao ensino, porque só foi usada para substituir o quadro branco. Essa foi uma forma de otimizar o tempo, porque, ao invés de copiar no quadro e construir o plano cartesiano, o professor levou um material pronto para explicar melhor o assunto. O objetivo dessa aula introdutória foi de apresentar o conteúdo de forma menos abstrata com um contexto do cotidiano dos alunos.

Sobre o processo de Transposição Didática Interna, o professor fez um recorte histórico para situar os alunos sobre o desenvolvimento e a descoberta desse conceito. Porém esse recorte perdeu algumas características que poderiam ser interessantes para os alunos entenderem o conteúdo, como, por exemplo, o objetivo real do estudo desse conceito, as possibilidades encontradas durante o desenvolvimento, dentre outros aspectos.

Porém, o docente contextualizou o assunto levando uma situação do cotidiano que remeteu à relação entre duas grandezas, de forma verbal, em relação à quantidade de gasolina e os quilômetros rodados. E isso pode ter sido interessante na compreensão da ideia de função.

No slide, apresentou uma situação de um estacionamento e relacionou o tempo (variável) com o preço pelo tempo (valor fixo).

Mostrou a forma algébrica, disse que o cálculo era feito relacionando o preço com o tempo e explicou a notação de uma função e como calcular o valor numérico de uma função, ao atribuir valores a  $x$  (da função  $f(x) = 3x + 2$ ) e resolver a expressão numérica que se apresentava. Assim, desenvolveu a seguinte praxeologia:

Quadro 6 – Praxeologia do exemplo 01

<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_1$ : Calcular o valor numérico de uma função	$\tau_1$ : Substituição dos valores em $x$	Valor numérico de uma função afim ( $p/ x = x_0 \rightarrow f(x_0) = ax_0 + b$ ); Expressões numéricas.
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
$T_{1.1}$ : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_2$ : Cálculo de expressões numéricas	

Fonte: Elaborado pelo autor.

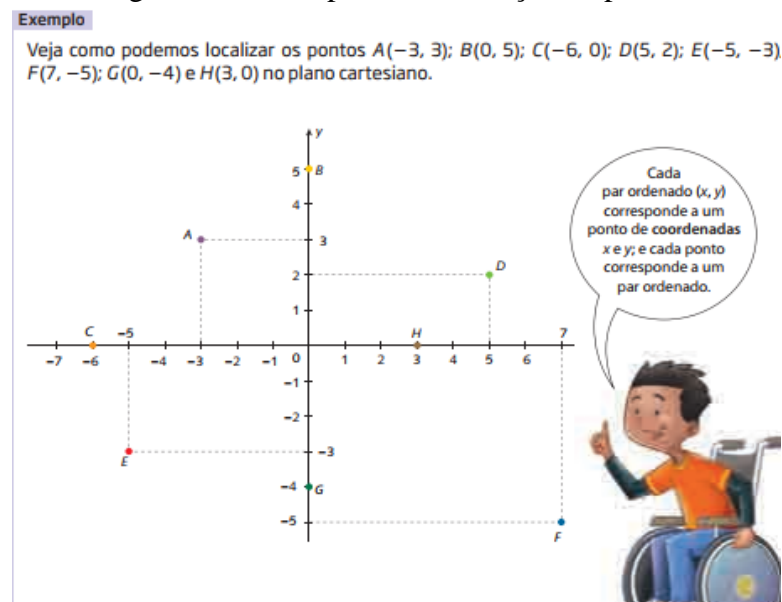
Podemos destacar que os objetos ostensivos envolvidos no desenvolvimento dessa praxeologia estão relacionados à própria tecnologia digital, no uso dos slides, ao mostrar a representação algébrica, os cálculos, o plano cartesiano, a localização de pontos no plano e o cálculo do valor numérico de uma função.

O segundo encontro aconteceu no dia 15/07/19. Apesar de terem sido duas aulas de Matemática, apenas em uma foi trabalhado o conteúdo sobre funções; já outra foi voltada para uma atividade do projeto de ciências, como estava marcado no calendário da própria instituição.

A aula foi proposta com um viés expositiva dialogada, com leitura, explicação do conteúdo e exemplos. Os recursos utilizados foram: quadro, pincel, projetor e notebook.

A tecnologia digital empregada foi o projetor e notebook, para visualizar o plano cartesiano, em que o professor mostrou a orientação das retas, o nome dos eixos e como se localizam os pontos. Em seguida, explicou o seguinte exemplo:

Figura 16 - Exemplo de localização de pontos



Fonte: Silveira (2015, p. 74).

Com isso, realizou a seguinte praxeologia

Quadro 7 - Praxeologia da localização de pontos

<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_3$ : Localizar pontos no plano cartesiano a partir dos pares ordenados $(x, y)$ .	$\tau_5$ : Marcação dos pares ordenados $(x, y)$	Coordenadas cartesianas - pares ordenados nos $\mathbb{R}$ $(x_0, y_0)$ .

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a explicação, foi proposto um exercício com noções introdutórias de funções.

Figura 17 - Atividade 01

- 1** Uma indústria produz embalagens biodegradáveis. Sua produção é de 600 unidades por hora.
- a) Em 10 horas de trabalho, quantas embalagens biodegradáveis são produzidas? 6000 embalagens
- b) Para produzir 4800 unidades de embalagens biodegradáveis, quantas horas são necessárias? 8 horas
- c) Podemos afirmar que o número de embalagens biodegradáveis produzidas é função do tempo de produção? Por quê? Sim, porque cada hora corresponde a uma única quantidade de embalagens produzidas.
- d) Escreva uma lei que relacione o número de embalagens biodegradáveis com o tempo, em hora.  
 $y = 600t$ , onde  $y$  representa a quantidade de embalagens produzidas e  $t$  o tempo (em hora)

Fonte: Silveira (2015, p. 72).

Com base nessa atividade foi realizada a seguinte praxelologia:

Quadro 8 - Praxeologias da atividade 01

Itens a e b		
Práxis (saber-fazer)		Logos (Tecnológico-teórico)
Tarefa	Técnica	
$T_1$ : Calcular o valor numérico de uma função	$\tau_3$ : Regra de 3	Propriedade da proporcionalidade; Operações inversas nos $\mathbb{R}$ (transposição de termos); Expressões numéricas.
Tipo de tarefa	Subtécnica	
$T_{1.2}$ : $f(x) = ax$	$\tau_4$ : Transposição de termos invertendo operações	
Item c		
Práxis (saber-fazer)		Logos (Tecnológico-teórico)
Tarefa	Técnica	
$T_5$ : Justificar a relação de dependência de uma função	$\tau_9$ : Explicação da correspondência: cada hora a uma única quant. de embalagens	Noção intuitiva de função.
Tipo de tarefa		
$T_{5.1}$ : $f(x) = ax$ .		
Item d		
Práxis (saber-fazer)		Logos (Tecnológico-teórico)
Tarefa	Técnica	
$T_6$ : Escrever a lei de formação de uma função	$\tau_{10}$ : Identificação da variável da função.	Definição de função afim $f(x) = ax + b$ , onde $b = 0$ , logo $f(x) = ax$ .
Tipo de tarefa		
$T_{6.1}$ : $f(x) = ax$ .		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na resolução do item *a* o professor optou por usar regra de três, pois pela questão sabia que a cada hora 600 embalagens eram produzidas, no entanto, pelo fato de que se estava trabalhando a função do primeiro grau do tipo  $f(x) = ax$ , seria interessante escrever a função correspondente ao enunciado, que ficaria  $f(x) = 600x$ .

No item *b*, usou a mesma estratégia, em que se 600 embalagens são fabricadas em 1 hora, então usando a regra de três saberia quantas horas fabricariam 4800 peças. Mas sabemos que também poderia ser resolvida da seguinte forma, onde  $4800 = 600x \rightarrow x = \frac{4800}{600} = 8$ .

Essas duas últimas resoluções parecem mais adequadas, pois trabalharia de forma direta com a representação algébrica da função tendo como base o conteúdo de equação que já foi

estudado. Mas a forma que o professor desenvolveu a praxeologia não está errada, contudo deveria explorar a taxa de proporcionalidade da função.

Nenhuma tecnologia digital foi utilizada nessas atividades, e as praxeologias foram desenvolvidas com o pincel e o quadro branco, que ajudaram o professor a ensinar e a aplicar as atividades. Podemos dizer que os objetos ostensivos presentes eram a própria escrita (a construção do plano cartesiano, dos pontos e dos cálculos do exercício), que levou ao entendimento da localização de pontos num plano por meio da construção de uma representação pictórica e na resolução dos problemas.

Na situação didática em si, a tecnologia digital foi usada apenas para ler e explicar o que estava sendo proposto pelo docente e somente para mostrar um exemplo do cartesiano, ou seja, ela apenas foi justaposta à prática docente, sem grandes modificações na situação didática ou propor uma interação e/ou relação específica com o saber.

O terceiro encontro foi realizado no dia 16/07/19 em apenas uma aula, já que a outra era destinada ao projeto da feira de ciências. Foi realizado outro exercício e os alunos tiveram um período para resolver, de forma independente sem auxílio do professor.

Logo depois, o professor fez a correção e foi tirando as dúvidas que surgiram. Enquanto os alunos iam solucionando as questões, o docente os acompanhava a fim de verificar como estava o andamento de esclarecer as dúvidas que iam surgindo.

Foi desenvolvida a seguinte atividade durante essa aula:

Figura 18 - Atividade 02

**1** ▶ A lei de formação de uma função é  $f(x) = 5x + 2$ . Calcule:  
 a)  $f(0)$  <sub>2</sub>    b)  $f(-1)$  <sub>-3</sub>    c)  $f(-2)$  <sub>-8</sub>    d)  $f\left(\frac{3}{4}\right)$   <sub>$\frac{23}{4}$</sub>

**2** ▶ Dada a lei de uma função  $f(x) = 5x - 2$ , determine o valor de  $x$  de modo que:  
 a)  $f(x) = 0$   <sub>$\frac{2}{5}$</sub>     c)  $f(x) = -10$   <sub>$-\frac{8}{5}$</sub>   
 b)  $f(x) = 3$  <sub>1</sub>    d)  $f(x) = 13$  <sub>3</sub>

**3** ▶ A lei de uma função é  $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ . Calcule:  
 a)  $\frac{f(0) - f(1)}{f(2)}$  <sub>-2</sub>    b)  $\frac{f(2) \cdot f(1)}{f(0)}$   <sub>$\frac{1}{12}$</sub>

Fonte: Silveira (2015, p. 73).

Em relação à primeira questão, que foi resolvida pelos alunos, o professor só lhes perguntou o resultado conforme os itens da questão, mas não desenvolveu no quadro. A praxeologia envolveu a tarefa de calcular o valor numérico de uma função e a técnica de substituir os valores por  $x$  na função e resolver a expressão numérica, mas sem nenhuma explicação específica, ou seja, sem explorar o bloco tecnológico-teórico de forma explícita.

Então, dessa atividade, o professor desenvolveu a praxeologia apresentada no quadro 9.

Quadro 9 - Praxeologias da atividade 02

<b>Questão 2</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>7</sub> : Determinar o valor de $x$ da função	$\tau_{15}$ : Substituição de $f(x)$ pelo valor dado	Operações inversas nos $\mathbb{R}$ (transposição de termos); Expressões numéricas.
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>7.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_4$ : Transposição de termos invertendo operações	
<b>Questão 3</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>2</sub> : Calcular as expressões pelos valores numéricos da função	$\tau_1$ : Substituição de valores em $x$	Valor numérico de uma função afim (p/ $x = x_0 \rightarrow f(x_0) = ax_0 + b$ ); Expressões numéricas.
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>2.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_2$ : Cálculo de expressões numéricas	

Fonte: Elaborado pelo autor.

O processo de TDI (o metatexto<sup>25</sup> e a comunicação do saber) foi feito com base na resolução da atividade. E para isso, o professor adotou a interação com os alunos durante a resolução do exercício, num diálogo com perguntas e respostas.

A tecnologia digital não apareceu na situação didática, e o objeto ostensivo explorado nessas atividades foi a escrita dos elementos algébricos e aritméticos. As manipulações se associavam às propriedades das operações numéricas (objetos não-ostensivos).

O quarto encontro, no dia 18/07/19, foi realizado em apenas uma aula, e esta tinha um viés expositivo dialogado, com leitura e explicação do conteúdo e exemplos por meio de slides.

O notebook e o projetor (tecnologias digitais) foram utilizados para mostrar o conteúdo e a situação que o professor utilizou para ensinar função afim. Ele apresentou a definição de função afim e a representação algébrica tabular e gráfica, com intuito de otimizar o tempo.

A tecnologia digital foi justaposta, e não, integrada à prática docente, com o objetivo de amenizar o tempo e aumentar os momentos de explicação do conteúdo. Assim, objeto ostensivo que o professor usou foi a própria escrita da representação de função algébrica, tabular e gráfica.

O professor mostrou um exemplo de vazão da bomba de água, cujo enunciado dizia: “Uma bomba retira água de uma cisterna e lança em uma caixa-d’água com vazão de 20L de água por minuto”. Com esse enunciado, ele apresentou um padrão por meio de uma

<sup>25</sup> Um texto para além do texto. Fundamentando-se no texto do saber, de suas próprias construções e sua relação com o saber, o professor (instituição) influencia os alunos (sujeitos) na forma de fazer e pensar, no qual o docente “cria” um metatexto do saber a ser ensinado para a situação didática (BESSA DE MENEZES, 2010). Trago o metatexto também como o discurso e explicação do professor.

representação tabular (a relação entre o tempo e a quantidade de litros), para refletir sobre o padrão que pode ser encontrado na tabela (a cada minuto, aumentava 20 litros), e chegou à representação algébrica da função  $f(x) = 20x$ . O processo da elaboração dessa situação e a explicação na sala de aula têm alguns aspectos subjetivos do professor quanto ao saber, como a própria escolha do exemplo para mostrar uma aplicação do cotidiano.

Foram trabalhados os exemplos da figura abaixo que são do livro didático, assim como as praxeologias desenvolvidas. O processo de TDI (o metatexto e a comunicação do saber) foi condicionado ao livro didático, o qual está ligado ao processo de TDE.

Figura 19 - Exemplos de identificação de coeficientes

**Exemplos**

- $f(x) = 2x + 5$ , em que  $a = 2$  e  $b = 5$
- $f(x) = -7x$ , em que  $a = -7$  e  $b = 0$  → Nos casos em que  $a \neq 0$  e  $b = 0$ , chamamos a função afim de **função linear** e pode ser representada por  $f(x) = ax$ .
- $f(x) = -5$ , em que  $a = 0$  e  $b = -5$  → Nos casos em que  $a = 0$ , chamamos a função afim de **função constante**.
- $f(x) = \frac{x+1}{3}$  → Essa função também pode ser escrita da seguinte forma:  $f(x) = \frac{1x}{3} + \frac{1}{3}$ . Assim, é fácil perceber que  $a = \frac{1}{3}$  e  $b = \frac{1}{3}$ .

Fonte: Silveira (2015, p. 78).

No quadro abaixo vemos a praxeologia realizada:

Quadro 10 - Praxeologia da identificação de coeficientes

<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>10</sub> : Identificar coeficientes da função	$\tau_{20}$ : Verificação dos coeficientes da função (linear e angular).	Definição de função afim ( $f(x) = ax + b$ , tal que $a, b$ e $x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ ); Definição de função constante ( $f(x) = b$ )
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>10.1</sub> : $f(x) = ax$ ou T <sub>10.2</sub> : $f(x) = ax + b$ ou T <sub>10.3</sub> : $f(x) = b$ .		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Vale ressaltar que a função constante não é uma função afim, uma vez que  $a = 0$  e a definição diz que  $a$  tem que ser diferente de 0. Uma função constante é caracterizada por apresentar uma lei de formação  $f(x) = b$ , na qual  $b$  é um número real, logo é um caso particular comumente trabalhada em conjunto com a função afim. Em alguns momentos o professor relatava, inclusive embasado no livro didático, que a função constante é um tipo de função afim o que contradiz a definição.

Logo após, foi trabalhado a construção gráfica da função afim, com o cálculo do valor numérico da função e a formação dos pares ordenados.



Figura 20 - Exemplo da construção do gráfico de função afim

**Exemplos**

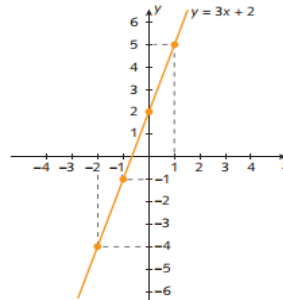
- Construir o gráfico da função  $f(x) = 3x + 2$ , em que  $x$  é qualquer número real.

Inicialmente escolhemos valores arbitrários para  $x$  e calculamos os valores de  $y$  correspondentes para obter alguns pares ordenados.

Representamos no plano cartesiano os pares ordenados encontrados e unimos os pontos.

Para  $x = -2, f(-2) = 3 \cdot (-2) + 2 = -4$   
 Para  $x = -1, f(-1) = 3 \cdot (-1) + 2 = -1$   
 Para  $x = 0, f(0) = 3 \cdot 0 + 2 = 2$   
 Para  $x = 1, f(1) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$

$x$	$f(x) = y$	$(x, y)$
-2	-4	(-2, -4)
-1	-1	(-1, -1)
0	2	(0, 2)
1	5	(1, 5)



Fonte: Silveira (2015, p. 79).

Com base nos exemplos, o professor fez as seguintes praxeologias (do livro didático):

Quadro 11 - Praxeologia da construção do gráfico da Função Afim

<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_{16}$ : Construir o gráfico de uma função	$\tau_{28}$ : Construção da representação tabular e dos pares ordenados	Valor numérico de uma função afim (p/ $x = x_0 \rightarrow f(x_0) = ax_0 + b$ ); Expressões numéricas; Representação gráfica e tabular de uma função afim.
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
$T_{16.1}$ : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_1$ : Substituição dos valores em $x$ ; $\tau_2$ : Cálculo de expressões numéricas; $\tau_5$ : Marcação de pares ordenados; $\tau_{29}$ : Tracejo da reta da função.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quinto encontro: dia 22/07/19. As duas aulas foram destinadas a revisar um simulado que é aplicado rotineiramente na escola. Porém, boa parte do conteúdo foi sobre função, mas problemas sobre equações. Assim, só abordamos a questão referente a função afim. O metatexto do docente teve como base essa questão: “Sendo  $f(x) = 3x + 2$ , calcule: a)  $f(2)$ ; b)  $f(-3)$ ; c)  $f(-5)$ ; d)  $\frac{f(2)+f(3)}{f(4)}$ ; e)  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ”. Assim, realizou a praxeologia:

Quadro 12 - Praxeologia do exercício de revisão

<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_1$ : Calcular o valor numérico de uma função	$\tau_1$ : Substituição dos valores em $x$	Valor numérico da função afim (p/ $x = x_0 \rightarrow f(x_0) = ax_0 + b$ ); Expressões numéricas.
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
$T_{1.1}$ : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_2$ : Cálculo de expressões numéricas	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse encontro não foi usado nenhum tipo de tecnologia digital, e os objetos ostensivos explorados foram a própria escrita e os algoritmos resolutivos, com base na definição de função afim, explorando o conceito do valor numérico de uma função.

O sexto encontro: dia 23/07/19. A situação vivenciada ocorreu em uma aula, com a continuação das construções dos gráficos da aula do dia 18/07/2019, a partir dos exemplos do livro. Ao invés de os alunos acompanharem pelo livro ou slide, foi sugerido que eles construíssem os gráficos com base no que foi visto numa aula anterior. Assim, o processo de TDI (a criação de seu metatexto e a comunicação do saber) esteve condicionada ao livro didático.

Realizou a seguinte atividade: “Construir o gráfico da função  $g(x) = -2x$ , em que  $x$  é qualquer número real; Construir o gráfico da função  $h(x) = -3$ , em que  $x$  é qualquer número real” (são exemplos das páginas 79 e 80 do livro didático). E a praxeologia abaixo:

Quadro 13 - Praxeologia da construção do gráfico da Função Afim (p. 79 e 80)

<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_{16}$ : Construir o gráfico de uma função	$\tau_{28}$ : Construção da representação tabular e dos pares ordenados	Definição da função linear Valor numérico de uma função afim ( $p/x = x_0 \rightarrow f(x_0) = ax_0$ ); Expressões numéricas; Representação gráfica e tabular de uma função afim.
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
$T_{16.1}: f(x) = ax.$	$\tau_1$ : Substituição dos valores em $x$ ; $\tau_2$ : Cálculo de expressões numéricas; $\tau_5$ : Marcação de pares ordenados; $\tau_{29}$ : Tracejo da reta da função.	
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_{16}$ : Construir o gráfico de uma função	$\tau_{28}$ : Construção da representação tabular e dos pares ordenados	Definição da função constante; Representação gráfica e tabular da função constante $(x, b)$ .
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
$T_{16.1}: f(x) = b$	$\tau_5$ : Marcação de pares ordenados; $\tau_{29}$ : Tracejo da reta da função.	

Fonte: Elaborador pelo autor.

Depois da atividade, o docente destacou algumas observações sobre os gráficos das funções afins: 1. ele sempre será uma reta nos reais e só são necessários dois pontos para construí-lo; 2. o gráfico que passa pelo ponto (0,0) ou origem é o da função linear ( $f(x) = ax$ ); o gráfico que é uma reta paralela ao eixo  $y$  é o gráfico da função constante ( $f(x) = b$ ).

A tecnologia digital foi justaposta à prática docente, porquanto apenas projetou o exercício que o professor sugeriu, os gráficos construídos e as observações sobre os gráficos da função afim. A praxeologia do professor foi construída com base nos exemplos do livro, sem alterações ou adaptações notáveis.

Sétimo encontro: dia 25/07/19. Ocorreu em uma das duas aulas previstas no horário. A aula iniciou com os alunos resolvendo o exercício do livro didático (questões 1 e 4). Após esse momento, iniciou-se o processo de correção.

Figura 21 - Atividade 03

**ATIVIDADES**
Faça as atividades no caderno.

**1** Identifique as funções afim. *alternativas a, b, c e e:*

a)  $y = x - 5$       d)  $y = x^2 - 5x + 6$   
 b)  $y = 4 - 2x$     e)  $y = -4 - x$   
 c)  $y = 1$             f)  $y = x^2$

**2** A tabela abaixo relaciona o tempo ( $t$ ), em minuto, que uma válvula de saída de água fica aberta e o volume ( $V$ ), em litro, de água despejada na piscina.

$t$ (min)	$V$ (ℓ)
1	60
2	120
3	180
4	240

De acordo com a tabela, responda às questões.

a) Qual é a lei da função que relaciona o volume ( $V$ ), em litro, de água despejada na piscina com o tempo ( $t$ ), em minuto?

**3** Copie em seu caderno as afirmações verdadeiras. *alternativas a e d*

a) Função afim é toda função cuja lei pode ser escrita na forma  $y = ax + b$ , em que  $a$  e  $b$  são números reais e  $x$  pode ser qualquer número real.

b) A função  $f(x) = \frac{2}{x}$  é linear.

c) A função  $y = x\sqrt{2}$  não é afim.

d) O gráfico da função  $g(x) = 6$  para qualquer  $x$  real é uma reta paralela ao eixo  $x$ .

e) O gráfico da função afim  $r(x) = -x + 2$  é uma reta que passa pela origem.

**4** Construa o gráfico das funções definidas pelas leis abaixo. *Construção de gráfico.*

a)  $y = 2$                       d)  $y = x + 3$   
 b)  $y = 3x$                     e)  $y = 1 - 2x$   
 c)  $y = -\frac{2}{3}x$                 f)  $y = \frac{1}{3}x - 2$

Fonte: Silveira (2015, p. 80).

E o docente desenvolveu a seguinte praxeologia para explicar a resolução das questões:

Quadro 14 - Praxeologia da atividade 03

<b>Questão 1</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>11</sub> : Identificar se é função	τ <sub>21</sub> : análise da lei de formação da função	Definição de função afim ( $f(x) = ax + b$ , tal que $a, b$ e $x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ ); Definição de função constante ( $f(x) = b$ ).
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>11.1</sub> : $f(x) = ax + b$ ou T <sub>11.2</sub> : $f(x) = ax$ ou T <sub>11.3</sub> : $f(x) = x$ ou T <sub>11.4</sub> : $f(x) = b$ .	τ <sub>20</sub> : Verificação dos coeficientes da função (linear e angular).	
<b>Questão 4</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>16</sub> : Construir o gráfico de uma função	τ <sub>28</sub> : Construção da representação tabular e dos pares ordenados	Valor numérico de uma função afim ( $p/x = x_0 \rightarrow f(x_0) = ax_0 + b$ ); Expressões numéricas; Representação gráfica e tabular de uma função afim.
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>16.1</sub> : $f(x) = ax + b$ ou T <sub>16.2</sub> : $f(x) = ax$ ou T <sub>16.3</sub> : $f(x) = b$ .	τ <sub>1</sub> : Substituição dos valores em $x$ . τ <sub>2</sub> : Cálculo das expressões numéricas; τ <sub>5</sub> : Marcação dos pares ordenados; τ <sub>29</sub> : Tracejo da reta da função.	
<b>Questão 4</b>		

Fonte: Elaborado pelo autor.

O professor optou por não usar tecnologias digitais por ser uma resolução de exercício, então os objetos ostensivos explorados foi a escrita e a representação algébrica da função, trabalhando os conceitos e as formas de representar uma função, como a representação tabular e a representação gráfica. Assim, o processo de TDI foi condicionado ao livro didático. A escolha das técnicas para solucionar a tarefa é presente no texto e exemplos do livro didático.

O oitavo encontro, do dia 29/07/19, ocorreu em duas aulas. A aula começou com a resolução da atividade iniciada na aula anterior (a construção de gráficos), e o professor repetiu as praxeologias da atividade 3 (a questão 4), presente no quadro correspondente a ela.

Depois de corrigir o exercício, o professor iniciou a exploração do conteúdo de zero de uma Função Afim, copiou e explicou o conteúdo. O metatexto preparado para esse momento foi retirado do livro didático, mas só foi explorada a representação algébrica do zero da função.

A técnica presente no livro didático dizia que: “O zero de uma função afim  $y = ax + b$ , com o  $a \neq 0$ , será um único número  $x$  tal que  $ax + b = 0$ . Resolvendo essa equação, obtemos  $x = -\frac{b}{a}$ ”. (SILVEIRA, 2015, p. 81). Ou seja, pedia pra igualar a função a zero, o que a transformaria numa equação, no entanto a técnica apresentada pelo docente era a fórmula decorrente dessa equação  $x = -\frac{b}{a}$  e isso em algumas questões específicas podem causar alguns obstáculos. Depois sugeriu a seguinte atividade:

Figura 22 - Atividade 04

1 Determine o zero das funções afim.

a)  $y = -4x + 8$  e)  $y = -4x - 64$   
 b)  $y = -3x - 21$  f)  $y = -6x + 18$   
 c)  $y = 2 - 8x - \frac{1}{4}$  g)  $y = 3x - 9$   
 d)  $y = 7 - x$  h)  $y = 4x - 20$

Fonte: Silveira (2015, p. 81).

Então, com base na atividade acima o professor desenvolveu a seguinte praxeologia:

Quadro 15 - Praxeologia da atividade 04

<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>7</sub> : Determinar o zero da função	$\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$	Zero da função (valor de $x$ para que $f(x) = 0$ ou $x = -\frac{b}{a}$ )
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>7.2</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Não foi usada nenhuma tecnologia digital. Os objetos ostensivos foram a escrita e a representação algébrica da função. As manipulações dessas representações evocavam os objetos não-ostensivos (conceito de Zero da Função). Sobre a TDI, tomou como base o livro

didático na construção de seu metatexto e o docente propôs uma resolução diferente, com uma técnica que não estava explícita nos exemplos do livro. A escolha do professor e essa adaptação foram importantes nesse processo para diferenciar a técnica.

Nono encontro: dia 30/07/19. Ocorreu em apenas uma aula que foi destinada a continuar a resolução do exercício e não foi explorada nenhuma tecnologia digital. Os objetos ostensivos usados foram as representações algébricas. Assim, com as manipulações de seus elementos foi identificado a lei da função (a partir dos pontos) e entender o conceito de zero da função.

O processo de TDI (comunicação do saber e metatexto), tomou base nas aulas anteriores de construção das técnicas e resolução das tarefas que envolviam a definição de Função Afim, o Zero da Função Afim e o Sistema de Equações Lineares. Desenvolveu a atividade abaixo:

Figura 23 - Atividade 05

**2** Descubra o valor de  $m$  para que o zero da função  $f(x) = 3x + m - 2$  seja igual a 4.  $m = -10$

**3** Qual é a lei da função afim cujo zero é 1 e o seu gráfico passa pelo ponto  $(-1, 2)$ ?  
 $y = -x + 1$

Fonte: Silveira (2015, p. 81).

Foram desenvolvidas as seguintes praxeologias:

Quadro 16 – Praxeologia da atividade 05

<b>Questão 2</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_{26}$ : Descobrir o valor de uma incógnita p/ validar o zero da função	$\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$	Zero da função (valor de $x$ para que $f(x) = 0$ ou $x = -\frac{b}{a}$ ); Operações inversas nos $\mathbb{R}$ (transposição de termos).
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
$T_{9,1}$ : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_4$ : Transposição de termos invertendo operações.	
<b>Questão 3</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_6$ : Escrever, a partir do gráfico, a lei de formação de uma função	$\tau_{12}$ : Substituição dos valores das coordenadas em $f(x) = ax + b$ ;	Definição de função afim ( $f(x) = ax + b$ , tal que $a, b$ e $x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ ); Operações inversas nos $\mathbb{R}$ (transposição de termos).
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
$T_{6,2}$ : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_{11}$ : Identificação das coordenadas; $\tau_{13}$ : Resolução de sistema linear de equações; $\tau_4$ : Transposição dos termos invertendo as operações.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Décimo encontro: dia 01/08/19. Houve apenas uma aula sobre ‘Variação de uma Função Afim’, sobre as funções decrescente, crescente e constante, analisando a representação algébrica e a representação gráfica. A aula teve uma metodologia expositiva dialogada, com o uso de slides para a leitura dos conceitos e a exploração de exemplos.

A TDI e o metatexto esteve condicionado ao livro didático. A tecnologia digital foi justaposta à prática, e o projetor foi usado para ler os slides e observar as representações das Funções Afins (algébrica e gráfica). O docente preparou o material não reproduzindo igualmente o conteúdo do livro didático.

Os objetos ostensivos foram as representações algébricas e gráficas, e os não-ostensivos se relacionavam ao entendimento da variação de uma função. Assim, os exemplos explorados foram: “Classificar as funções em crescente, decrescente e constante e construir seus gráficos:  $f(x) = 2x - 4$ ;  $f(x) = -2x - 4$ ”. O docente construiu as seguintes praxeologias:

Quadro 17 – Praxeologia do exemplo criado pelo docente

<b>Classificação da função</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>17</sub> : Classificar a função	τ <sub>6</sub> : Identificação dos coeficientes da função.	Classificação da função afim pelo coeficiente $a$ : decrescente ( $a < 0$ ), crescente ( $a > 0$ ) ou constante ( $a = 0$ ).
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>17.1</sub> : $f(x) = ax + b$		
<b>Construção do gráfico</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>16</sub> : Construir o gráfico de uma função	τ <sub>28</sub> : Construção da representação tabular e dos pares ordenados.	Valor numérico de uma função afim ( $p/ x = x_0 \rightarrow f(x_0) = ax_0 + b$ ); Expressões numéricas; Representação gráfica e tabular de uma função afim.
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>16.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .	τ <sub>1</sub> : Substituição dos valores em $x$ ; τ <sub>2</sub> : Cálculo de expressões numéricas; τ <sub>5</sub> : Marcação de pares ordenados; τ <sub>26</sub> : Tracejo da reta da função.	

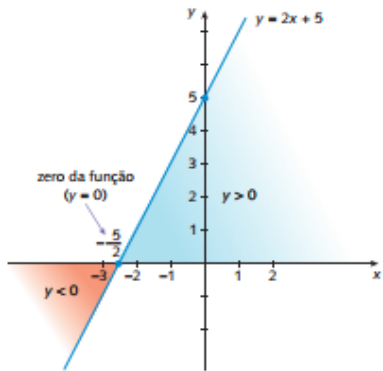
Fonte: Elaborado pelo autor.

Décimo primeiro encontro: dia 06/08/19. A situação didática ocorreu em duas aulas, com interferências para avisos sobre rotinas escolares (projetos, simulados e outros). A aula teve uma metodologia expositiva dialogada, e como não foi utilizada nenhuma tecnologia digital, o professor optou por copiar o conteúdo – ‘Estudo de uma Função Afim’ (quais valores de  $x$  a função é nula, positiva e negativa). O docente trabalhou os exemplos da figura abaixo:

Figura 24 - Exemplo do estudo do sinal da função afim

**Exemplos**

- Estudar o sinal da função afim de lei:  $y = 2x + 5$



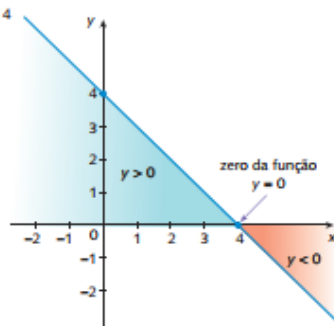
A função é crescente, pois  $a = 2$  ( $2 > 0$ ).  
 O zero da função é  $-\frac{5}{2}$ .  
 Observando o gráfico, verificamos que para:

- $x = -\frac{5}{2}$ , a função é nula ( $y = 0$ ).
- $x > -\frac{5}{2}$ , a função é positiva ( $y > 0$ ).
- $x < -\frac{5}{2}$ , a função é negativa ( $y < 0$ ).

- Estudar o sinal da função afim de lei:  $y = -x + 4$

A função é decrescente, pois  $a = -1$  ( $-1 < 0$ ).  
 O zero da função é 4.  
 Observando o gráfico, verificamos que para:



- $x = 4$ , a função é nula ( $y = 0$ ).
- $x < 4$ , a função é positiva ( $y > 0$ ).
- $x > 4$ , a função é negativa ( $y < 0$ ).

4. Para uma função afim crescente:      Para uma função afim decrescente:

- Para  $x = -\frac{b}{a}$ , a função é nula.      • Para  $x = -\frac{b}{a}$ , a função é nula.
- Para  $x > -\frac{b}{a}$ , a função é positiva.      • Para  $x > -\frac{b}{a}$ , a função é negativa.
- Para  $x < -\frac{b}{a}$ , a função é negativa.      • Para  $x < -\frac{b}{a}$ , a função é positiva.

Fonte: Silveira (2015, p. 83).

E, com base nisso, foram desenvolvidas as seguintes praxeologias:

Quadro 18 – Praxeologia do estudo do sinal da Função Afim

<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
Tarefa	Técnica	
T <sub>18</sub> : Estudar, a partir dos gráficos, os sinais de uma função	$\tau_{16}$ : Análise a partir do zero da função	Sinal da função, onde $f(x)$ é: <u>positiva</u> quando $a > 0$ e $x > -\frac{b}{a}$ ou se $a < 0$ e $x < \frac{b}{a}$ ; <u>negativa</u> quando $a > 0$ e $x < -\frac{b}{a}$ ou se $a < 0$ e $x > -\frac{b}{a}$ ; <u>nula</u> quando $x = -\frac{b}{a}$ .
Tipo de tarefa	Subtécnica	
T <sub>18.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os objetos ostensivos utilizados para compreender o conteúdo foram as representações algébricas e gráficas. O professor realizou o que estava proposto no livro didático, sem alterações e adaptações no texto do saber. Durante a aula, por meio de representação gráfica, o professor mostrou como identificar o zero da função (a interseção da reta da função com o eixo  $x$ ) e comprovou isso aplicando a fórmula para encontrá-lo.



Décimo segundo encontro: dia 08/08/19. Esse encontro foi realizado em apenas uma aula. Os alunos resolveram uma atividade retirada do livro didático (figura 25), e foram acompanhados pelo professor, que corrigiu alguns itens na mesma aula.

Figura 25 - Atividade 06

**1** Construa o gráfico, localize o zero de cada uma das funções e classifique-as em crescente, decrescente ou constante.

a)  $f(x) = 4x - 20$       c)  $f(x) = -\frac{1}{4}x + 1$   
 $x = 5$ ; crescente       $x = -4$ ; decrescente

b)  $f(x) = 7x - 21$       d)  $f(x) = x - 3$   
 $x = 3$ ; crescente       $x = 3$ ; crescente

Fonte: Silveira (2015, p. 83).

Com base nessa atividade desenvolveu a seguinte praxeologia:

Quadro 19 - Praxeologia da atividade 06

<b>Construção do gráfico</b>		
<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>16</sub> : Construir o gráfico de uma função	$\tau_{28}$ : Construção da representação tabular e dos pares ordenados.	Valor numérico de uma função afim (p/ $x = x_0 \rightarrow f(x_0) = ax_0 + b$ ); Expressões numéricas; Representação gráfica e tabular de uma função afim.
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>16.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_1$ : Substituição dos valores em $x$ . $\tau_2$ : Cálculo de expressões numéricas; $\tau_5$ : Marcação de pares ordenados; $\tau_{26}$ : Tracejo da reta da função.	
<b>Localizar o zero da função</b>		
<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>4</sub> : Localizar o zero de uma função	$\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$	Zero da função afim $f(x) = ax + b$ ; Coordenadas cartesianas – pares ordenados nos $\mathbb{R}$ ( $x_0, y_0$ ).
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>4.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_5$ : Marcação dos pares ordenados.	
<b>Classificar a função</b>		
<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>17</sub> : Classificar a função	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função	Classificação da função afim pelo coeficiente $a$ : decrescente ( $a < 0$ ), crescente ( $a > 0$ ) ou constante ( $a = 0$ ).
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>17.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Não foi usada tecnologia digital. Os objetos ostensivos envolvidos foram as representações algébricas e gráficas. E as escolhas das técnicas para resolver a atividade



mostram um pouco do processo de TDI (do metatexo construído), nas aplicações e no desenvolvimento da questão.

O décimo terceiro encontro, realizado no dia 12/08/19, ocorreu em uma aula (continuação da atividade anterior). O professor não usou tecnologia digital, e a comunicação do saber e as adaptações da TDI esteve ligada ao desenvolvimento de técnicas já estudadas.

Os objetos ostensivos utilizados nessa aula foram as representações algébricas e suas manipulações que evocavam as noções do sinal da função afim. Abaixo temos a questão que foi desenvolvida nesse encontro:

Figura 26 - Atividade 07

**2** Determine os valores reais de  $x$  que tornam a função positiva, negativa ou nula.

a)  $y = 2x - 6$       c)  $y = -x + 11$   
 b)  $y = -8 + x$       d)  $y = -2x - 4$

Fonte: Silveira (2015, p. 83).

Com base nessa atividade desenvolveu a seguinte praxeologia:

Quadro 20 - Praxeologia da atividade 07

<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_7$ : Determinar o valor de $x$ para que seja positiva, negativa ou nula a função	$\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$	Sinal da função, onde $f(x)$ é: positiva quando $a > 0$ e $x > -\frac{b}{a}$ ou se $a < 0$ e $x < \frac{b}{a}$ ; negativa quando $a > 0$ e $x < -\frac{b}{a}$ ou se $a < 0$ e $x > -\frac{b}{a}$ ; nula quando $x = -\frac{b}{a}$ .
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
$T_{7.3}$ : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_{16}$ : Análise a partir do zero da função.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

O décimo quarto encontro, no dia 15/08/19, ocorreu em duas aulas, com a explicação do programa Geogebra e de suas ferramentas, já que o professor o utilizaria para desenvolver uma atividade com esse recurso, a fim de aprimorar e fixar os conceitos já estudados.

Dessa maneira, o docente mostrou como se insere a função (por meio de uma sintaxe, que se relaciona com a representação algébrica) e como se localiza o zero da Função, a partir da função  $f(x) = 8x + 6$ . Para isso, explorou a seguinte praxeologia:

Quadro 21 - Praxeologia do gráfico de  $f(x) = 8x+6$  pelo Geogebra

<b>Construção do gráfico</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	<b>(Tecnológico-teórico)</b>
T <sub>16</sub> : Construir, no Geogebra, o gráfico de uma função	τ <sub>22</sub> : Inserção da função pelo campo de entrada	Definição de função afim ( $f(x) = ax + b$ , tal que $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ ); Representação gráfica de uma função afim
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>16.2</sub> : $f(x) = ax + b$ .		
<b>Localizar o zero da função</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	<b>(Tecnológico-teórico)</b>
T <sub>4</sub> : Localizar, no Geogebra, o zero de uma função	τ <sub>8</sub> : Seleção da ferramenta 'raízes' e clique na função.	Zero da função (valor de $x$ para $f(x) = 0$ ou $x = -\frac{b}{a}$ ); Coordenadas cartesianas – pares ordenados nos $\mathbb{R} (x_0, y_0)$ .
<b>Tipo de Tarefa</b>		
T <sub>4.2</sub> : $f(x) = ax + b$ .		

Fonte: Elaborado pelo autor.

No encontro, o docente falou sobre o Geogebra e sobre os recursos disponíveis para aprofundar o estudo de Função Afim. As tecnologias digitais envolvidas foram notebooks, tablets e um projetor. Essa aula se enquadra na terceira categoria: o ensino sobre a tecnologia.

O objeto ostensivo foi o Geogebra e suas ferramentas, cujo manuseio, com base na representação algébrica de função, possibilitou a visualização de gráficos e a associação mais rápida e dinâmica entre a representação algébrica e a gráfica. O professor explicou sobre o aplicativo fazendo conexão com conceitos de Função Afim, de forma a orientar as ferramentas que seriam utilizadas, assim o seu metatexto (e o processo da TDI) foi voltado para o uso do Geogebra, associado ao assunto de função afim.

Em seguida, a turma foi dividida em grupos, e os alunos compararam e analisaram alguns gráficos que já haviam construído manualmente por meio do Geogebra que estava instalado nos tablets distribuídos para o uso específico dessa atividade e em dois notebooks que também foram utilizados. O objetivo foi de facilitar o contato dos alunos com esse recurso e fazê-los compreender a lei de formação com o gráfico da função.

No décimo quinto encontro, que aconteceu no dia 19/08/19, as duas aulas serviram para os alunos explorarem o Geogebra a partir de uma lista de exercício sugerida pelo professor. De acordo com o enunciado da questão, os alunos deveriam explorar rapidamente a parte gráfica, fazer conexões com a parte algébrica e analisar de maneira mais dinâmica os conceitos.

As tecnologias digitais (notebooks, tablets e projetor) ficaram integradas ao processo de ensino e aprendizagem, por meio do desenvolvimento da atividade proposta, em que os alunos iam buscando as soluções, e o professor ia acompanhando e tentando sanar algumas dúvidas

conceituais que porventura pudessem aparecer. Os discentes puderam usar tablets e notebooks para resolver a atividade, de forma a usar o aplicativo do Geogebra.

O objeto ostensivo foi o próprio Geogebra, com as introduções das funções (por meio da sintaxe da função), das ferramentas para identificar pontos especiais (Zero da função e a interseção do eixo  $y$ ) e na visualização e comparação de gráficos, que possibilitavam explorar as propriedades e os conceitos envolvidos no conteúdo de Função Afim.

O processo de TDI esteve ligado ao ensino do manuseio do Geogebra associando-o às construções das representações gráficas das funções afins. Então, o metatexto do professor consistia em resolver a atividade, embora explorada por meio da tecnologia digital, com um enfoque maior na compreensão do saber, ou seja, explorando os conceitos já trabalhados da função afim. Seguem as questões exploradas nesse encontro:

Figura 27 - Atividade 08

**Atividade – Explorando o Geogebra**

1. Construa o gráfico de  $f(x) = -2x + 5$  e  $g(x) = x - 2$ , com base nessas construções, responda:
  - a. Qual o zero da função?
  - b. A função é crescente, decrescente ou constante?
  - c. Onde o gráfico intersecta o eixo  $y$ ?
  - d. Onde a função é positiva, negativa e nula?
  
2. Faça os gráficos de todas as funções (em uma só tela)  $f(x) = 3x + 1$ ;  $g(x) = 2x$ ;  $h(x) = -x + 2$ ;  $i(x) = -3x - 5$ . A seguir, responda:
  - a. Qual propriedade gráfica do coeficiente  $a$ ?
  - b. Qual propriedade gráfica do coeficiente  $b$ ?

Fonte: Material do professor.

Assim, foram desenvolvidas as seguintes praxeologias:

Quadro 22 - Praxeologia da atividade 08 (Parte 1)

<b>Construção dos gráficos 1 e 2</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_{16}$ : Construir, no Geogebra o gráfico da função	$\tau_{22}$ : Inserção da função pelo campo de entrada.	Definição de função afim ( $f(x) = ax + b$ , tal que $a, b$ e $x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ ); Representação gráfica de uma função afim
<b>Tipo de tarefa</b>		
$T_{16.1}$ : $f(x) = ax + b$ ou $T_{16.2}$ $f(x) = ax$		
<b>Questão 1 – item a</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
$T_{12}$ : Identificar, no Geogebra o zero da função	$\tau_8$ : Seleção da ferramenta ‘raízes’ e clique na função.	Zero da função (valor de $x$ para $f(x) = 0$ ou $x = -\frac{b}{a}$ ); Coordenadas cartesianas – pares ordenados nos $\mathbb{R}$ ( $x_0, y_0$ ).
<b>Tipo de tarefa</b>		
$T_{12.1}$ : $f(x) = ax + b$ .		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 23 - Praxeologia da atividade 08 (Parte 2)

<b>Questão 1 – item b</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>17</sub> : Classificar, no Geogebra, a função	τ <sub>17</sub> : Análise da inclinação da reta	Ângulo da reta da função em relação ao eixo $x$ : inclinação para a direita (ângulo agudo) é crescente, inclinação para a esquerda (ângulo obtuso) é decrescente.
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>17.2</sub> : $f(x) = ax + b$ .		
<b>Questão 1 – item c</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>13</sub> : Identificar, no Geogebra, a interseção do eixo $y$ e a reta da função	τ <sub>23</sub> : Seleção da ferramenta ‘Interseção de dois objetos’ (clique na função e no eixo $y$ ).	Definição do coeficiente linear da função afim ( $b = f(0)$ )
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>13.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .		
<b>Questão 1 – item d</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>7</sub> : Determinar, com o Geogebra, o valor de $x$ para que seja positiva, negativa ou nula a função	τ <sub>8</sub> : Seleção da ferramenta ‘raízes’ e clique na função.	Sinal da Função Afim; Ângulo da reta da função em relação ao eixo $x$ : agudo: $\begin{cases} x > -\frac{b}{a} \rightarrow f(x) > 0 \\ x < -\frac{b}{a} \rightarrow f(x) < 0 \end{cases}$ ; obtuso: $\begin{cases} x > -\frac{b}{a} \rightarrow f(x) < 0 \\ x < -\frac{b}{a} \rightarrow f(x) > 0 \end{cases}$ ; caso $x = -\frac{b}{a} \rightarrow f(x) = 0$
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>7.4</sub> : $f(x) = ax + b$ .	τ <sub>17</sub> : Análise da inclinação da reta; τ <sub>18</sub> : Verificação da coordenada $(x, 0)$ – zero da função afim.	
<b>Questão 2 a e b</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>14</sub> : Identificar, com o Geogebra, as propriedades dos coeficientes da função	τ <sub>24</sub> : Análise dos gráficos das funções	Ângulo da reta da função em relação ao eixo $x$ : inclinação p/ a direita (ângulo agudo) é crescente, inclinação para a esquerda (ângulo obtuso) é decrescente. Definição do coeficiente linear da função afim ( $b = f(0)$ ).
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>14.1</sub> : $f(x) = ax + b$ ou T <sub>14.2</sub> : $f(x) = ax$	τ <sub>17</sub> : Análise da inclinação da reta; τ <sub>25</sub> : Verificação da interseção da função com o eixo $y$ .	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Décimo sexto encontro: dia 20/08/19. Ocorreu nas duas aulas, com a continuação da resolução da atividade da aula anterior. Foram utilizados notebooks, *tablets* e projetor, e estes foram integrados ao processo de ensino e aprendizagem. Então, os objetos ostensivos, além do

programa, foram os pontos, as sintaxes das funções e as representações da função na tela, que com a visualização e manuseio das ferramentas auxiliam no processo de ensino e aprendizagem.

O processo de Transposição Didática estava ligado a essa integração da tecnologia digital no ensino do conteúdo de função afim, assim explorando os conceitos pela representação gráfica. Com isso, o metatexto além de tomar base o saber a ser ensinado envolveu os conhecimentos da tecnologia utilizada, ou seja, com a fluência tecnomatemática. Então, foram desenvolvidas a seguinte questão:

Figura 28 - Atividade 09

3. Resolva essa situação-problema analisando os gráficos das três propostas.

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R\$ 35,00	R\$ 0,50
B	R\$ 20,00	R\$ 0,80
C	R\$ 0,00	R\$ 1,20

(UNICAMP) Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela acima. Fazendo a análise dos planos e seus respectivos custos, qual seria o plano mais econômico para uma pessoa que tem em média um consumo de 25 minutos ao mês? Elabore um estudo levando-se em conta o plano mais econômico para um consumo de  $X$  minutos.

Fonte: Material do professor.

E a praxeologia correspondente foi a seguinte:

Quadro 24 - Praxeologia da atividade 09

<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
Tarefa	Técnica	
$T_{19}$ : Analisar, a partir do Geogebra, o gráfico das funções	$\tau_{24}$ : Análise dos gráficos das funções	Definição de função afim ( $f(x) = ax + b$ , tal que $a, b$ e $x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ ); Representação gráfica de uma Função Afim.
Tipo de tarefa	Subtécnica	
$T_{19.1}$ : $f(x) = ax + b$	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_{22}$ : Inserção das funções pelo campo de entrada; $\tau_{31}$ : Localização de $y$ , para $x = 25$ .	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os alunos ficaram confusos com a resolução da segunda questão, e muitos não conseguiram chegar à solução adequada. Boa parte dos alunos não conseguiram entender. Logo, o professor tentou explicar mais detalhadamente, mas ainda não teve êxito. Em seguida, ele optou por explicar por meio da definição (função generalizada  $f(x) = ax + b$ ). Explorou a dinamicidade do Geogebra, mostrou o comportamento da função com a variação dos coeficientes e observou como os coeficientes alteram a representação gráfica. Isso

proporcionou uma visualização e compreensão melhor por parte dos alunos, que mostraram ter entendido a questão devido as mudanças nas representações de forma simultânea, o que pode ter facilitado. Assim, construiu praxeologia apresentada abaixo:

Quadro 25 - Praxeologia do exemplo do estudo dos coeficientes da Função Afim

<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>20</sub> : Analisar, com o Geogebra os coeficientes da função	τ <sub>34</sub> : arrastar o controle deslizante e observar as alterações no gráfico.	Coeficiente angular: $\begin{cases} a > 0 \rightarrow f(x) > 0, \\ a < 0 \rightarrow f(x) < 0, \\ a = 0 \rightarrow f(x) = b; \end{cases}$ Definição do coeficiente linear da função afim ( $b = f(0)$ ).
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>20.1</sub> : $f(x) = ax + b$	τ <sub>32</sub> : Criação dos parâmetros da função, pelos controles deslizantes; τ <sub>33</sub> : Inserção da função generalizada ( $f(x) = ax + b$ ).	

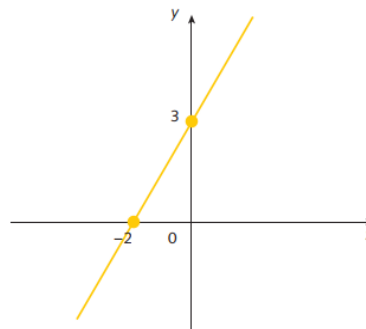
Fonte: Elaborado pelo autor.

Aqui aparece a técnica do ‘arrastar e observar’ na variação dos coeficientes da função afim com os controles deslizantes. Isso dá mais dinamicidade às conexões entre as representações (algébrica e gráfica) da função e ajuda a entender seu comportamento com as alterações dos valores dos coeficientes. Em que o coeficiente  $a$  define e classifica a função (crescente, decrescente ou constante) e  $b$  indica a interseção no eixo  $y$ . Assim, ajuda na construção de conjecturas e noções que podem ser perceptíveis a partir das regularidades que vão sendo encontradas a partir do arrastar e modificar os valores pelos controles deslizantes.

Décimo sétimo encontro: dia 22/08/19. As aulas foram destinadas à resolução e correção de exercícios. Segue a atividade desenvolvida:

Figura 29 - Atividade 10

**Z** Identifique a lei da função correspondente ao gráfico. alternativa c



- a)  $y = 2x - 3$
- b)  $y = -2x + 3$
- c)  $y = 1,5x + 3$
- d)  $3y = -2x$

Fonte: Silveira (2015, p. 86).

A praxeologia que corresponde essa questão está presente no quadro abaixo:

Quadro 26 – Praxeologia da atividade 10

<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>15</sub> : Identificar, a partir de dois pontos, a lei da função	$\tau_{12}$ : Substituição dos valores das coordenadas em $f(x) = ax + b$ ;	Valor numérico de uma função afim (p/ $x = x_0$ , tem-se $f(x_0) = ax_0 + b$ ); Operações inversas nos $\mathbb{R}$ (transposição de termos)
<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Subtécnica</b>	
T <sub>15.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_{13}$ : Resolução de sistema linear de equações $\tau_4$ : Transposição dos termos invertendo as operações.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Das questões 8 e 12 (fig. 30 e fig. 31) e suas praxeologias (quadro 27 e quadro 28) segue:

Figura 30 - Atividade 11

**8** Sem construir o gráfico, determine as coordenadas do ponto em que os gráficos das funções abaixo interceptam o eixo  $y$ .

a)  $y = 3x - 1$  (0, -1)

b)  $y = -5x + 2$  (0, 2)

c)  $y = \frac{x}{5}$  (0, 0)

d)  $y = \frac{3x}{4} - \frac{3}{2}$  (0, - $\frac{3}{2}$ )

Fonte: Silveira (2015, p. 86).

Quadro 27 - Praxeologia da atividade 11

<i>Práxis (saber-fazer)</i>		<i>Logos (Tecnológico-teórico)</i>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>8</sub> : Determinar as coordenadas do ponto que intercepta o eixo $y$ , a partir da função	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função ou $\tau_{19}$ : cálculo de $f(0)$ .	Definição do coeficiente linear da função afim ( $b = f(0)$ ).
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>8.1</sub> : $f(x) = ax + b$ ou T <sub>8.2</sub> : $f(x) = ax$		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 31 - Atividade 12

**12** Analise a tabela usada para a construção do gráfico de uma função afim e responda às questões.

$x$	-2	0	1	$\frac{3}{2}$	2
$p(x)$	7	3	1	0	-1

- a) Qual é o zero da função?  $\frac{3}{2}$   
 b) Em que ponto o gráfico dessa função intercepta o eixo  $y$ ? (0, 3)  
 c) Essa função é crescente ou decrescente? decrescente  
 d) Qual é a lei dessa função?  $p(x) = -2x + 3$

Fonte: Silveira (2015, p. 87).



Quadro 28 - Praxeologia da atividade 12 (Parte 1)

<b>Item a</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>12</sub> : Identificar, a partir de uma tabela, o zero da função	$\tau_{26}$ : Verificação do valor de $x$ , em que $f(x) = 0$ .	Zero da função (valor de $x$ para $f(x) = 0$ ou $x = -\frac{b}{a}$ )
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>12.2</sub> : $f(x) = ax + b$ .		
<b>Item b</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>13</sub> : Identificar, a partir de uma tabela, a interseção do eixo $y$ com a reta da função	$\tau_{27}$ : Verificação, de quando $x = 0$ , qual o valor de $f(x)$	Definição do coeficiente linear da função afim ( $b = f(0)$ ).
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>13.2</sub> : $f(x) = ax + b$ .		

Fonte: Elaborado pelo autor.

O metatexto do docente retomou o que foi proposto em aulas anteriores, inclusive com o Geogebra. Embora a atividade fazer relação com a representação tabular, o estudo por meio do gráfico possibilitou a conexão e o entendimento de tal propriedade. Assim, para resolver a tarefa foi utilizada de técnicas já conhecidas que possibilitaram conexões com a tabela.

Para desenvolver o exercício que possibilitava explorar os conceitos e as propriedades da Função Afim, os objetos ostensivos utilizados foram as representações algébricas, tabulares e gráficas. Nesse encontro, não se usou nenhuma tecnologia digital.

O décimo oitavo encontro: dia 26/08/19. No encontro, só foi utilizada uma aula para continuar a resolução da atividade (Figura 31); a segunda foi destinada a outro conteúdo, conforme o planejamento do docente. No desenvolvimento da atividade foi retomado o que já foi explorado em aulas anteriores, mas grande parte do estudo do sinal da função estava ligada às representações algébricas e gráficas.

Continuando a atividade foi feita a seguinte praxeologia:

Quadro 29 – Praxeologia da atividade 12 (Parte 2)

<b>Item c</b>		
<b>Práxis (saber-fazer)</b>		<b>Logos (Tecnológico-teórico)</b>
<b>Tarefa</b>	<b>Técnica</b>	
T <sub>17</sub> : Classificar a função	$\tau_{30}$ : Análise na tabela: se $x$ aumenta e $y$ também, a função é crescente; se $x$ aumenta e $y$ diminui, a função é decrescente; se $x$ altera e $y$ não muda, a função é constante.	Classificação da função $x_1$ e $x_2 \in \mathbb{R}$ , sendo $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ a função é crescente; se $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ , a função é decrescente; mas se $x_1 < x_2$ ou $x_1 > x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$ , a função é constante.
<b>Tipo de tarefa</b>		
T <sub>17.3</sub> : $f(x) = ax + b$ .		

Fonte: Elaborado pelo autor.



Quadro 30 – Praxeologia da atividade 12 (Parte 3)

Item d		
Práxis (saber-fazer)		Logos (Tecnológico-teórico)
Tarefa	Técnica	
T <sub>6</sub> : Escrever, a partir da tabela, a lei de formação da função	$\tau_{12}$ : Substituição dos valores das coordenadas em $f(x) = ax + b$	Definição de função afim ( $f(x) = ax + b$ , tal que $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ ); Sistema linear de equações; Operações inversas nos $\mathbb{R}$ (transposição de termos).
Tipo de tarefa	Subtécnica	
T <sub>6.3</sub> : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_{11}$ : Resolução de sistema linear de equações; $\tau_4$ : transposição de termos invertendo as operações; $\tau_{14}$ : Montagem dos pares ordenados.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dando continuidade à resolução da atividade, foi resolvida a seguinte questão:

Figura 32 - Atividade 13

- 15** O lucro de uma empresa com a produção de  $x$  televisores é representado pela lei da função  $L(x) = 25x - 5000$ . Determine o número mínimo de peças que essa empresa precisa produzir para obter lucro. 201 peças

Fonte: Silveira (2015, p. 87).

O professor desenvolveu a seguinte praxeologia para solucionar a questão proposta:

Quadro 31 - Praxeologia da atividade 13

Práxis (saber-fazer)		Logos (Tecnológico-teórico)
Tarefa	Técnica	
T <sub>7</sub> : Determinar $x$ p/ que seja positiva, negativa ou nula a função	$\tau_{16}$ : Análise a partir do zero da função	Sinal da função: positiva, se $a > 0$ e $x > -\frac{b}{a}$ ou se $a < 0$ e $x < \frac{b}{a}$ ; negativa se $a > 0$ e $x < -\frac{b}{a}$ ou se $a < 0$ e $x > -\frac{b}{a}$ ; nula, quando $x = -\frac{b}{a}$ .
Tipo de tarefa	Subtécnica	
T <sub>7.3</sub> : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_7$ : Aplicar: $x = -\frac{b}{a}$	

Fonte: Elaborado pelo autor.

O bloco tecnológico-teórico de outras atividades que envolviam o mesmo tipo de tarefa favoreceu o desenvolvimento da tarefa mesmo se aplicando outras técnicas devido à exploração da representação tabular. As praxeologias realizadas durante essas atividades foram desenvolvidas pelo próprio professor. O livro não apresentava técnicas apenas a solução da questão. Já o processo de TDI, em relação ao metatexto (explicação) do docente, relaciona-se

sobre os saberes encontrados nessa atividade que teve como base praxeologias já desenvolvidas anteriormente, assim favoreceu a resolução desse exercício.

Os objetos ostensivos utilizados foram as representações algébricas e tabulares, que possibilitaram analisar a variação do sinal da Função Afim. Na situação didática vivenciada na resolução de exercícios, não foi usada nenhuma tecnologia digital.

O quadro abaixo traz um compilado com um resumo das praxeologias desenvolvidas durante os encontros, vale destacar o GT da primeira da esquerda é o gênero da tarefa (GT):

Quadro 32 – Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 1)

GT	Tarefa	Tipo de tarefas	Técnicas	(Tecnológico-teórico)
CALCULAR	T <sub>1</sub> : Calcular o valor numérico da função	T <sub>1.1</sub> : $f(x) = ax + b.$	$\tau_1$ : Substituição dos valores em $x$ ; $\tau_2$ : Cálculo de expressões numéricas.	Valor numérico da Função Afim; Expressões numéricas.
		T <sub>1.2</sub> : $f(x) = ax.$	$\tau_3$ : Regra de 3; $\tau_4$ : Transposição de termos invertendo as operações.	Propriedade da proporcionalidade; Operações inversas nos $\mathbb{R}$ ; Expressões numéricas.
	T <sub>2</sub> : Calcular as expressões pelos valores numéricos da função	T <sub>2.1</sub> : $f(x) = ax + b.$	$\tau_1$ : Substituição dos valores em $x$ ; $\tau_2$ : Cálculo de expressões numéricas.	Valor numérico de uma função afim; Expressões numéricas.
LOCALIZAR	T <sub>3</sub> : Localizar pontos no plano cartesiano, a partir de pares ordenados $(x, y)$	-----	$\tau_5$ : Marcação dos pares ordenados $(x, y)$	Coordenadas cartesianas – pares ordenados nos $\mathbb{R}$ $(x_0, y_0).$
	T <sub>4</sub> : Localizar o zero da função	T <sub>4.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_5$ : Marcação do par ordenado $(x, y)$ ; $\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$ .	Zero da Função Afim; Coordenadas cartesianas – pares ordenados nos $\mathbb{R}$ $(x_0, y_0).$
	T <sub>5</sub> : Localizar, no Geogebra, o zero da função	T <sub>5.1</sub> : $f(x) = ax + b.$	$\tau_8$ : Seleção da ferramenta ‘raízes’ e clique na função.	
JUSTIFICAR	T <sub>6</sub> : Justificar a relação de dependência da função	T <sub>6.1</sub> : $f(x) = ax.$	$\tau_9$ : Explicação da correspondência: cada hora a uma única quantidade de embalagens.	Noção intuitiva de Função.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 33 - Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 2)

GT	Tarefa	Tipo de tarefa	Técnicas	(Tecnológico-teórico)
ESCREVER	T <sub>7</sub> : Escrever a lei de formação de uma função	T <sub>7.1</sub> : $f(x) = ax$ .	$\tau_{10}$ : Identificação da variável da função.	Definição de Função Afim.
	T <sub>8</sub> : Escrever, a partir do gráfico, a lei de formação de uma função	T <sub>8.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_{11}$ : Identificação das coordenadas; $\tau_4$ : Transposição dos termos invertendo as operações; $\tau_{12}$ : Substituição dos valores das coordenadas em $f(x) = ax + b$ ; $\tau_{13}$ : Resolução de sistema linear de equações.	Definição de Função Afim; Sistema linear de equações; Operações inversas nos $\mathbb{R}$ .
	T <sub>9</sub> : Escrever, a partir da tabela, a lei de formação da função	T <sub>9.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_4$ : Transposição de termos invertendo as operações; $\tau_{12}$ : Substituição dos valores das coordenadas em $f(x) = ax + b$ ; $\tau_{13}$ : Resolução de sistema linear de equações; $\tau_{14}$ : Montagem dos pares ordenados.	Def. de Função Afim; Sistema linear de equações; Operações inversas nos $\mathbb{R}$ (transposição de termos).
DETERMINAR	T <sub>10</sub> : Determinar o valor de $x$ da função	T <sub>10.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_4$ : Transposição de termos invertendo operações; $\tau_{15}$ : Substituição de $f(x)$ pelo valor dado.	Operações inversas nos $\mathbb{R}$ ; Expressões numéricas.
	T <sub>11</sub> : Determinar o zero da função	T <sub>11.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$ .	Zero da Função Afim.
	T <sub>12</sub> : Determinar valor de $x$ que seja positiva, negativa ou nula a função	T <sub>12.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$ ; $\tau_{16}$ : Análise a partir do zero da função.	Sinal da Função Afim.
	T <sub>13</sub> : Determinar, c/ o Geogebra, valor de $x$ que seja positiva, negativa ou nula a função	T <sub>13.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_8$ : Seleção da ferramenta 'raízes' e clique na função; $\tau_{17}$ : Análise da inclinação da reta; $\tau_{18}$ : Verificação da coordenada $(x, 0)$ .	Sinal da Função Afim; Ângulo da reta da função em relação ao eixo $x$ .
	T <sub>14</sub> : Determinar as coordenadas do ponto que intercepta o eixo $y$ , a partir da função	T <sub>14.1</sub> : $f(x) = ax + b$ T <sub>14.2</sub> : $f(x) = ax$ .	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; ou $\tau_{19}$ : cálculo de $f(0)$ .	Coefficiente linear da função afim ( $b = f(0)$ ).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 34 - Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 3)

GT	Tarefa	Tipo de tarefas	Técnicas	(Tecnológico-teórico)
IDENTIFICAR	T <sub>15</sub> : Identificar coeficientes da função	T <sub>15.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_{20}$ : Verificação dos coeficientes da função (linear e angular).	Definição de Função Afim.
		T <sub>15.2</sub> : $f(x) = ax$		
		T <sub>15.3</sub> : $f(x) = x$		
		T <sub>15.4</sub> : $f(x) = b$		
	T <sub>16</sub> : Identificar se é função	T <sub>16.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_{20}$ : Verificação dos coeficientes da função (linear e angular); $\tau_{21}$ : análise da lei de formação da função.	Definição de Função Afim
		T <sub>16.2</sub> : $f(x) = ax$		
		T <sub>16.3</sub> : $f(x) = x$		
		T <sub>16.4</sub> : $f(x) = b$		
	T <sub>17</sub> : Identificar, no Geogebra, o zero da função	T <sub>17.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_{22}$ : Inserção da função pelo campo de entrada; $\tau_8$ : Seleção da ferramenta 'raízes' e clique na função.	Zero da Função Afim; Coordenadas cartesianas nos $\mathbb{R}$ , pares $(x_0, y_0)$ .
T <sub>18</sub> : Identificar, no Geogebra, a interseção do eixo y e a reta da função	T <sub>18.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_{22}$ : Inserção da função pelo campo de entrada; $\tau_{23}$ : Seleção da ferramenta 'Interseção de dois objetos' (clique na função e no eixo y).	Coefficiente linear da função afim $b = f(0)$	
T <sub>19</sub> : Identificar, no Geogebra, as propriedades dos coeficientes da função	T <sub>19.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_{17}$ : Análise da inclinação da reta; $\tau_{24}$ : Análise dos gráficos das funções; $\tau_{25}$ : Verificação da interseção da função com o eixo y.	Coeficientes da Função Afim (angular e linear).	
	T <sub>19.1</sub> : $f(x) = ax$			
T <sub>20</sub> : Identificar, a partir de dois pontos, a lei de formação da função	T <sub>20.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_4$ : Transposição de termos invertendo as operações; $\tau_{12}$ : Substituição dos valores das coordenadas em $f(x) = ax + b$ ; $\tau_{13}$ : Resolução de sist. linear de equações.	Valor numérico de uma Função Afim; Operações inversas nos $\mathbb{R}$ .	
T <sub>21</sub> : Identificar na tabela o zero da função	T <sub>21.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_{26}$ : Verificação do valor de x, em que $f(x) = 0$ .	Zero da Função Afim.	
T <sub>22</sub> : Identificar, na tabela, a interseção do eixo y com o ponto da função	T <sub>22.1</sub> : $f(x) = ax + b$ .	$\tau_{27}$ : Verificação, de quando $x = 0$ , qual o valor de $f(x)$	coeficiente linear da função afim ( $b = f(0)$ ).	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 35 - Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 4)

GT	Tarefa	Tipo de tarefas	Técnicas	(Tecnológico-teórico)
CONSTRUIR	T <sub>23</sub> : Construir o gráfico de uma função	T <sub>23.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_1$ : Substituição dos valores em $x$ . $\tau_2$ : Cálculo de expressões numéricas; $\tau_5$ : Marcação dos pares ordenados $(x, y)$ ; $\tau_{28}$ : Construção da representação tabular e dos pares ordenados. $\tau_{29}$ : Tracejo da reta da função.	Valor numérico de uma Função Afim; Expressões numéricas; Representação gráfica e tabular de uma Função Afim.
		T <sub>23.2</sub> : $f(x) = ax$ .		
		T <sub>24.3</sub> : $f(x) = b$		
	T <sub>24</sub> : Construir, no Geogebra, o gráfico da função	T <sub>24.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_{22}$ : Inserção da função pelo campo de entrada.	Def. de Função Afim $f(x) = ax + b$ Representação gráfica de uma função afim
		T <sub>24.2</sub> : $f(x) = ax$		
DESCOBRIR	T <sub>25</sub> : Descobrir o valor de uma incógnita p/ validar o zero da função	T <sub>26.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_4$ : Transposição de termos invertendo operações; $\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$ .	Zero da Função Afim; Operações inversas nos $\mathbb{R}$ ; Expressões numéricas.
CLASSIFICAR	T <sub>26</sub> : Classificar a função	T <sub>27.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função.	Classificação da Função Afim pelo coeficiente angular.
	T <sub>27</sub> : Classificar a função, no Geogebra	T <sub>28.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_{22}$ : Inserção da função pelo campo de entrada; $\tau_{17}$ : Análise da inclinação da reta.	Def. de Função Afim Ângulo da reta da função em relação ao eixo $x$ .
		T <sub>28.2</sub> : $f(x) = ax$		
T <sub>28</sub> : Classificar a função, a partir da tabela	T <sub>29.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_{30}$ : Análise na tabela: se $x$ aumenta e $y$ também, a função é crescente; se $x$ aumenta e $y$ diminui, a função é decrescente; se $x$ altera e $y$ não muda, a função é constante.	Classificação da Função Afim.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 36 - Compilado das praxeologias desenvolvidas (Parte 5)

GT	Tarefa	Tipo de tarefas	Técnicas	(Tecnológico-teórico)
ESTUDAR	T <sub>29</sub> : Estudar, a partir dos gráficos, dos sinais de uma função	T <sub>32.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_7$ : Cálculo de $x = -\frac{b}{a}$ ; $\tau_{16}$ : Análise a partir do zero da função afim.	Sinal da Função Afim.
	T <sub>30</sub> : Analisar, a partir do Geogebra, o gráfico das funções	T <sub>33.1</sub> : $f(x) = ax + b$	$\tau_6$ : Identificação dos coeficientes da função; $\tau_{22}$ : Inserção das funções pelo campo de entrada; $\tau_{24}$ : Análise dos gráficos das funções; $\tau_{31}$ : Localização de y, para $x = 25$ , nas funções.	Definição de Função Afim $f(x) = ax + b$ ; Representação gráfica de uma Função Afim.
ANALISAR	T <sub>31</sub> : Analisar, com o uso do Geogebra os coeficientes da função	T <sub>34.1</sub> : do tipo $f(x) = ax + b$	$\tau_{32}$ : Criação dos parâmetros da função, pelos controles deslizantes; $\tau_{33}$ : Inserção da função generalizada ( $f(x) = ax + b$ ); $\tau_{34}$ : arrastar o controle deslizante e observar as alterações no gráfico.	Coefficiente angular da função; Coefficiente linear da função afim.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A maioria das atividades eram descontextualizadas, o que não explora as conexões do conteúdo com o cotidiano e com outras áreas. Assim, as técnicas utilizadas estão quase explícitas na própria questão, elas não eram tão complexas e tinham como base aplicações de fórmula ou um algoritmo de resolução. Isso estava ligado às atividades propostas pelo livro didático – para calcular os valores desconhecidos e os valores numéricos das funções afins, para construir os gráficos e identificar o zero da função, por exemplo. O livro não apresentava técnicas apenas a solução da questão, exceto nos exemplos que apresentavam as técnicas de forma detalhada, mas, nem sempre, o professor as adotava, e sim as adaptava.

As praxeologias desenvolvidas com as tecnologias digitais ligavam-se à inserção das funções afins para visualizar e analisar as representações gráficas dessas funções no Geogebra, o que lembra a sugestão do livro didático. As tarefas T<sub>5</sub>, T<sub>13</sub>, T<sub>17</sub>, T<sub>18</sub>, T<sub>19</sub>, T<sub>24</sub>, T<sub>27</sub>, T<sub>30</sub> e T<sub>31</sub> tiveram o uso do Geogebra apresentando algumas particularidades que são diferentes da escrita no papel, o que pode vir a trazer uma cara nova ao processo de TDI.

No entanto, as tarefas  $T_{13}$ ,  $T_{17}$ ,  $T_{18}$ ,  $T_{19}$ ,  $T_{27}$  e  $T_{30}$  mesmo com a tecnologia digital aproximou-se de técnicas já empregadas, como a análise das funções a partir do gráfico ao observar a inclinação da reta e a interseção com o eixo  $x$  (localizando o zero da função). Porém, os recursos tecnológicos facilitavam por ter uma maior precisão na localização dos pontos, já que quando trabalha com pontos de coordenadas que apresentem números racionais pode dificultar a construção de forma escrita (lápiz, régua e papel).

A tarefa  $T_{31}$  tem uma maior complexidade para o detalhamento da descrição do modelo praxeológico, as modificações simultâneas nas representações dos objetos matemáticos permitem conexões com os conceitos de modo a alterar a comunicação do saber, inclusive no metatexto docente. Com isso, a técnica ‘arrastar e observar’ ( $\tau_{32}$ ), para explorar o estudo dos coeficientes da função, nos dá indícios da importância de se trabalhar com esses recursos em sala de aula, visto que a relação dos coeficientes da função com o gráfico pode ser percebida de maneira mais eficaz e dinâmica.

E isso vai ao encontro com o que diz Arzarello (et. al. 2002), o ‘arrastar e observar’ pode mediar a relação teórico-perceptual de uma maneira específica e trazer uma nova perspectiva para resolver tarefas de investigação e dar suporte à criação de conjecturas, de modo a: explorar gráficos e observar suas alterações (ou não) por meio da variação nos coeficientes; possibilitar aos alunos descobrirem propriedades; e oferecer um feedback na fase de descoberta como um suporte para validar ou explicar as conjecturas ou propriedades.

Caso essa atividade fosse proposta para que os alunos pudessem explorar de forma a criar os parâmetros e clicasse e arrastassem eles, tal exploração pudesse ajudar entender os “movimentos”, ou seja, as alterações que a função sofria a partir de cada coeficiente.

Se tomarmos as representações gráficas na tela como objetos ostensivos, essa técnica de ‘arrastar e observar’ pode auxiliar os alunos a criarem conjecturas e ensinar através de demonstrações e provas na comunicação de um saber ou conforme o objetivo que se almeja, trazendo um novo olhar para a Transposição Didática Interna.

### **4.3 Entrevista**

Nosso objetivo ao usar a entrevista foi de entender como funciona o processo de planejamento e de criação das aulas e como o professor entende o uso de tecnologias digitais em sala de aula e as experiências que vivencia. Portanto, procuramos entender o processo de criação e execução na sala de aula.

A entrevista foi organizada em blocos que relacionam o uso das tecnologias digitais à formação, a preparação para as situações didáticas, as experiências e os resultados obtidos.

Buscamos compreender as influências para o desenvolvimento das atividades matemáticas com o uso dos recursos digitais, procurando ir mais além do que as observações da sala de aula.

Quanto à formação para o uso de tecnologias digitais em sala de aula, o docente deixou claro que teve contato com alguns recursos desde sua formação inicial e que já teve algumas vivências em sala de aula usando alguns aplicativos de formações complementares posterior à graduação, quando já estava atuando como docente:

*Tivemos [contato com] alguns aplicativos e softwares na graduação. Acho que foram duas cadeiras, eu acho, falando sobre o Scilab e o kTurtle [linguagem LOGO], a gente utilizava eles [sic]. A experiência (na graduação) que eu tenho só foram esses. Mas, quando foi na sala de aula já teve mais coisas, aplicativos como o Quizziz o Kahoot, Plickers - que é através de perguntas e respostas, com cartões de resposta, ele. Acho que só isso só que é referente ao uso de tecnologia.*

As tecnologias digitais citadas, com os quais o professor teve contato na graduação, eram ligadas à linguagem de programação, que possibilitam construir diversas representações de objetos matemáticos, como gráficos, figuras geométricas e outros.

Os programas utilizados na sala de aula estavam mais voltados para perguntas e respostas (como uma espécie de avaliação e/ou exercício). O Quizzizz e o Kahoot funcionam de forma online. O professor prepara a atividade, cria um ambiente online, e os alunos respondem também utilizando computadores, *tablets* ou celulares. Quanto ao Plickers, o professor tem acesso aos recursos tecnológicos não só para criar a sala virtual, mas também para coletar as respostas (por meio do celular), e os alunos recebem alguns *cards* (cartões) que sinalizam a resposta que julgam correta.

Ainda sobre o processo formativo, quando perguntado sobre formações complementares e/ou cursos realizados, o docente sinalizou que participou de uma formação oferecida pela Secretaria de Educação do Estado e que há possibilidades de implementar esses recursos nas situações didáticas, mas que existem algumas limitações:

*Sim, teve formação. [...] foi o Pratique, que é referente ao Quizizz, o Kahoot, o Plickers e teve outros que agora eu não lembro. E dava pra [sic] implementar sim na sala de aula. A dificuldade que encontrava [sic] era os equipamentos para utilizar, a falta era essa. A dificuldade era essa só, que a quantidade de computadores ou até mesmo a internet para usar e não tinha como trazer o celular para a sala aula, aí tinha que ter uma rede separada para eles, uma rede de internet para eles, para eles utilizarem.*

Quanto à experiência formativa, o docente referiu que já tivera experiências com as tecnologias digitais e usava alguns recursos em sala de aula bem mais específicos (programas, aplicativos ou plataforma digital). Para trabalhar as situações didáticas que envolvem o uso dessas ferramentas, o professor tenta perceber se vai facilitar o aprendizado do conteúdo



almejado, assim realiza pesquisas referente ao recurso a ser utilizado. E quando perguntado sobre como faz o planejamento para usar as tecnologias e como elas ajudam nesse planejamento, o professor respondeu:

*Na hora de planejar, eu tinha que saber se eles iam entender aquele conteúdo através do aplicativo, se aquilo ali facilitava para eles no aprendizado. Não só copiando, com objetivo mais claro para que eles possam entender.*

Sobre os passos metodológicos da aula e a pesquisa com tecnologia para o planejamento, o docente afirmou:

*[...] já vou montando a aula, o plano tá na cabeça, tudo o que eu vou fazer já, já vou fazendo a montagem. [...] Eu pesquiso pra ver se encaixa com aquilo (conteúdo). Eu vejo o conteúdo no livro, aí vou pesquisar. Faço uma pesquisa pra (sic) ver como é que está, e o que eu posso desenvolver lá (sala de aula). Eu uso antes de levar pra [sic] eles [alunos].*

Ou seja, a ‘montagem’ da aula seria a construção dos slides e o recorte nos conteúdos que o professor fazia a partir do livro didático, para ser utilizados na situação didática.

Ao ser perguntado se já havia usado alguma tecnologia para ensinar funções do 1º grau, tanto para planejar quanto para executar as situações didáticas, o professor respondeu:

*Eu já usei o Datashow, mas nunca usei o Geogebra não, essa foi a primeira vez [na situação didática]. [...] eu sempre busco alguma atividade ou algo na internet, então acho que já usei pra [sic] tentar fazer alguma atividade na aula desse conteúdo, agora não lembro.*

O planejamento e a forma como o professor utiliza os recursos digitais vai ao encontro de sua concepção sobre elas no processo de ensino e aprendizagem, a partir das possibilidades e das limitações que podem ser encontradas. E quando perguntado sobre como vê o uso dessas ferramentas em sala de aula, ele referiu:

*A tecnologia em sala de aula ela vem como um suporte, né [sic]? Um suporte para o aprendizado do aluno, mas não se seguir assim como uma regra de tá [sic] usando direto a tecnologia. Tem momentos que o cara [sic] não pode, não tem como usar direto. Você pode usar como um suporte para o ensino. Pode ser que aquela forma que você já realiza a sua aula não tá [sic] chegando ao seu objetivo, ao que você quer, aí quando você usa a tecnologia casa [sic] os dois, né? Até porque nem sempre a aula com tecnologia ela vai dá resultado, né? E nem sempre a aula tradicional vai dar resultado, né [sic]? [...] e quanto ao ensino ela me dá suporte para pesquisar e criar atividades, tentar diferenciar as aulas.*

O professor entende que a tecnologia digital pode ser um suporte para a aprendizagem do aluno, como facilitadora. E quanto ao ensino, ele relata as atividades, mas não, no desenvolvimento do conteúdo, e sim numa explicação de conceitos ou outra situação. Acreditamos que essa concepção se dá com base nas experiências desses jogos com as

perguntas e as respostas. Embora que durante as observações, ele usou o Geogebra para mostrar como cada coeficiente comporta na representação gráfica da função o que foi interessante para entender os conceitos da Função Afim.

Ainda de acordo com o professor, as ferramentas tecnológicas podem ser um novo caminho para atingir o objetivo da aula, para facilitar a aprendizagem e fugir da rotina tradicional da vivência na sala de aula com um novo elemento na situação didática. Porém, alguns fatores podem interferir no planejamento e na execução da aula, como os recursos disponíveis para integrar ao ensino que, nem sempre, são suficientes ou há alguma resistência para o uso. E apesar de a escola ter laboratório, é destacado que

*O que dificulta é a quantidade de computadores que não é suficiente pra [sic] certas turmas, entendeu? Tem o laboratório de informática, mas nem todos os computadores pegam [instalam] os programas, tem uns que são bloqueados [...] a questão da internet, da quantidade de computadores que não é o suficiente, isso é tipo uma restrição a esses recursos.*

Como alguns computadores não aceitam a instalação de alguns softwares, isso interfere na escolha de algumas atividades a serem exploradas e no próprio uso do laboratório de informática. Mas, hoje em dia, é comum alguns alunos possuírem algum dispositivo móvel (*tablets, smartphones e notebooks*). E estes podem ser usados na situação didática, explorando o conteúdo a partir de aplicativos que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem.

Contudo, como eles oferecem outras ferramentas de interatividade (como jogos, redes sociais etc.), podem fazer com que o aluno se distraia e não participe da aula, e isso proporciona uma resistência ao professor e até mesmo ao uso do laboratório de informática, já que os computadores também têm outras ferramentas dinâmicas. Sobre isso, o docente expressou:

*[...] tem vez que o cara tá fazendo [a exploração do] o conteúdo, explicando lá o assunto e tem momentos que eles [alunos] vão tá mexendo em coisas que não tem nada a ver com o que você tá trabalhando. E isso pode tirar um pouco da atenção dele, tirar o foco.*

Esse relato se deu a partir do que o professor falou nas aulas em que usou *tablets*. Como alguns alunos tinham plano de internet por rede de telefonia celular, era fácil explorar essas atividades, e não era necessário ter muita velocidade na internet da escola. Isso causou algumas dispersões nos alunos, o que influencia a sua visão sobre o uso do celular em sala de aula:

*Não, celular não. O uso do celular não é permitido na escola por causa dá bagunça que eles podem causar em sala de aula. Tirando a atenção dos alunos, que ficam dispersos. Porque eles vão querer ficar com eles, mexer neles, entendeu? Tem que ter um controle com isso, com o celular em sala. Á tem outros aplicativos que não precisa utilizar o celular, tem uns, como o Plickers. Eles não precisam estar com o*

*celular, só com o cartão pra responder as perguntas, entendesse? Que no caso, é apenas o meu celular que é usado para a leitura dos cartões.*

A respeito à experiência do professor em sala de aula, buscamos entender as situações didáticas em que ele usa tecnologias digitais para o ensino, quais as facilidades que encontra para usá-las, quais os recursos que mais utiliza e como os alunos reagem à integração desses recursos. O docente disse que não tem muita experiência com as tecnologias digitais em sala de aula, mas que, vez ou outra, usa, principalmente, o projetor para expor o conteúdo que prepara.

*Assim é... a experiência não é muito assim que o cara [sic] tem com esses recursos. Mas sempre eu uso, não é com muita frequência, mas tem certas aulas que dá pra [sic] usar e outras não. Eu uso o Datashow, é a tecnologia que aparece mais vezes desses recursos aí. [sobre uso do projeto, apresentação de slides] [...] faço resumo do conteúdo pra [sic] aula, até porque eu não posso colocar tudo que tá [sic] ali [no livro didático] tento tirar o principal e trabalhar com eles.*

Nesse relato, o docente diz que usa o projetor tentando otimizar o tempo, pois os alunos demoram muito copiando o assunto a ser trabalhado. Vale destacar que não há livros didáticos suficientes para os alunos, pois existem duas turmas de 9º ano do ensino fundamental, e a quantidade não supre a necessidade.

*Tem muitas vezes que eu tô explicando, escrevendo e tem momentos que eles não pegam [compreendem], não entendem. [...] tem momentos que eles demoram muito copiando, têm muitos [alunos que demoram]. Tem momentos que ele (aluno) perde o foco. [...] quando eu termino de copiar, uns [alunos] ainda estão copiando no início. E perder tempo pra [sic] fazer o gráfico, desenhar ele e pra [sic] expor, então [o uso dos recursos tecnológicos] facilita, né? [sic]. [...] Quando eu levo slides eles só prestam atenção, eles ficam só prestando atenção na explicação, aí o exercício sim que eles começam a copiar. Mas, se eu tiver de copiar, eu faço um resumo e eles tomam nota, aí começam os exercícios.*

Quando perguntado sobre os recursos e/ou plataformas digitais que mais usou em sala e sobre o que tem mais facilidade de manusear para ensinar, o professor afirmou:

*O Kahoot, o Plickers, Quizizz e ... eu consigo e tento utilizar mais eles. Já utilizei esses. Esse ano que passou e agora, que foi utilizado nas aulas práticas, que eu utilizava com eles, entendeu? Aí certo conteúdo, que eu começava a dar [trabalhar] ele, pronto. Aí quando eu ia pra [sic] aula prática eu fazia uns quizzes. [...]Essa foi a primeira vez que utilizei o Geogebra, no outro ano [ano passado] eu utilizei a linguagem Logo, programação com o 8º pra [sic] explicar como que era um robô se movimentava, que tinha que ter um comando e... essas coisas, entendesse? Aí falei que eles tinham que saber é... geometria, o que é ângulo, ângulos de 90, menor do que 90, agudo, obtuso, entendesse pra [sic] movimentação, pra [sic] direita, esquerda, pra [sic] movimentação que ele tinha que fazer e construir a figura, esses movimentos. Por aí, sabe?*

O docente mostrou que já utiliza recursos tecnológicos em suas práticas e que eles estiveram ligados à sua formação (inicial e às capacitações) profissional. E quando perguntado sobre se recebia algum apoio para aplicar essas atividades, disse que não. Também afirmou que, na preparação do laboratório, por exemplo, onde há uma pessoa responsável por organizá-lo e conferir se os computadores estão funcionando, não tem nenhum apoio pedagógico ou orientação, a não ser nas capacitações. É no laboratório que ele pretende explorar mais esses recursos na tentativa de integrá-los ao ensino.

O uso dos recursos tecnológicos estimula os alunos nas situações propostas pelo docente, principalmente em relação ao uso das plataformas digitais por meio dos quizzes, pois proporcionam um desafio para o acerto de respostas. Assim, é apontado que:

*Tem muita competitividade eles sempre perguntam quem errou e quem acertou, aí eu sempre mostro no final. Aí eu vou acompanhando [o desenvolvimento] no meu celular, aí [sic] ele mostra tudo o gráfico, mostra tudo. Nesse momento, ele me mostra em forma de porcentagem também, e aí como mostra em forma de porcentagem, aí [sic] dá pra [sic] até criar a nota através dali.*

Quando indagamos ao professor sobre os resultados obtidos, como ele percebe a forma como essas tecnologias digitais estão sendo usadas no desenvolvimento do ensino e da aprendizagem e se as usa como sistema de avaliação – já que as plataformas (Plickers, Quizizz e o Kahoot) são usados como uma espécie de exercício dinâmico – ele respondeu:

*[...] os resultados que vem são positivos, que eu vejo assim, né? Os alunos gostam. Nenhum tem resistência pra [sic] usar. Eles gostam e perguntam: - vai utilizar quando? Eles querem todo dia. Aí eu digo: - todo dia não tem como, vou ajeitar mais vez.*

Sobre a avaliação e como ele acompanha o desenvolvimento das atividades, disse que:

*[...] dá pra [sic] ir acompanhando ao mesmo tempo que eles respondem, eu nunca faço avaliação por ali não, é mais um exercício, uma parte prática, ali eu vou deixando reservando pra [sic] pontuação. Pontuações pra [sic] juntar com avaliação escrita. Pronto e aqui como eu percebo que os alunos aprenderam.*

Referente ao saber investigado, o professor disse que ainda não havia usado nenhum recurso tecnológico, além do projetor, para ensinar Função Afim e que foi a primeira vez que integrou o Geogebra na situação didática. E segundo o próprio docente, o resultado foi positivo, devido à rapidez com que os gráficos foram construídos e a comparação entre as funções. Porém aponta que nem todos conseguiram entender o conteúdo, mas não detalhou esses aspectos:

*No Geogebra teve muitos [alunos] que conseguiram enxergar [entender], mas outros não conseguiram enxergar [entender] através do aplicativo. Então, alguns não viram ali ... mas deu pra perceber e enxergar como é uma função, quais os pontos que tavam ... Ao mexer [os alunos] foram vendo a relação da lei da função*

*com o gráfico, deu pra acompanhar essas construções, inclusive ajudou pra saber quando a função é crescente e decrescente, pelo gráfico.*

O docente acredita que a mescla entre o uso dos recursos tecnológico e a exploração do conteúdo sem o uso deles facilita a aprendizagem do conteúdo. No entanto, a rápida exploração do conteúdo por meio do Geogebra e próprio manuseio do programa podem ter sido um fator importante para que alguns alunos não tivessem facilidade de aprender, o que nos pareceu ser uma limitação para alguns. Mas, conforme o professor, o resultado foi positivo.

#### **4.4 A tecnologia em sala de aula**

Durante as observações das aulas, ficou claro que, de alguma forma, o professor tentou trabalhar o conteúdo de maneira mais dialogada e que, em algumas aulas, ele usou as tecnologias digitais que ele esperava que tornasse a aula mais dinâmica e facilitasse o processo de ensino e aprendizado.

Mesmo não atendendo nossas expectativas quanto a integração das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem, ela esteve presente em algumas situações didáticas e sua exploração ocorreu, mesmo que de forma tímida e introdutória. Algumas considerações trazidas aqui sobre as influências no desenvolvimento do assunto, algumas não foram relatadas pelo professor, mas ficaram explícitas nas nossas observações e acompanhamento das aulas e atividades que foram desenvolvidas durante a investigação.

Ao trabalhar função, o professor precisou de dezoito encontros. Essa quantidade se explica por causa das atividades da instituição escolar, já que as datas escolhidas para trabalhar esse conteúdo coincidiu com o desenvolvimento de um projeto para a Feira de Ciências. Por essa razão, algumas aulas não tiveram seu tempo integral (a maioria das atividades foi feita em apenas uma aula, e não, em duas, como era previsto no horário escolar).

Outra justificativa diz respeito ao desenvolvimento dos exercícios em sala de aula, pois o professor não optou por atividades que fossem feitas em casa, devido ao fato de o ensino ser integral, já que alguns alunos moram na zona rural e até em outras cidades, o que faz com que só cheguem em casa à noite e sobra pouco tempo para estudar e descansar. Além disso, como não há livros didáticos suficientes para os alunos, eles não poderiam fazer as atividades do livro, que são as mais escolhidas pelo docente.

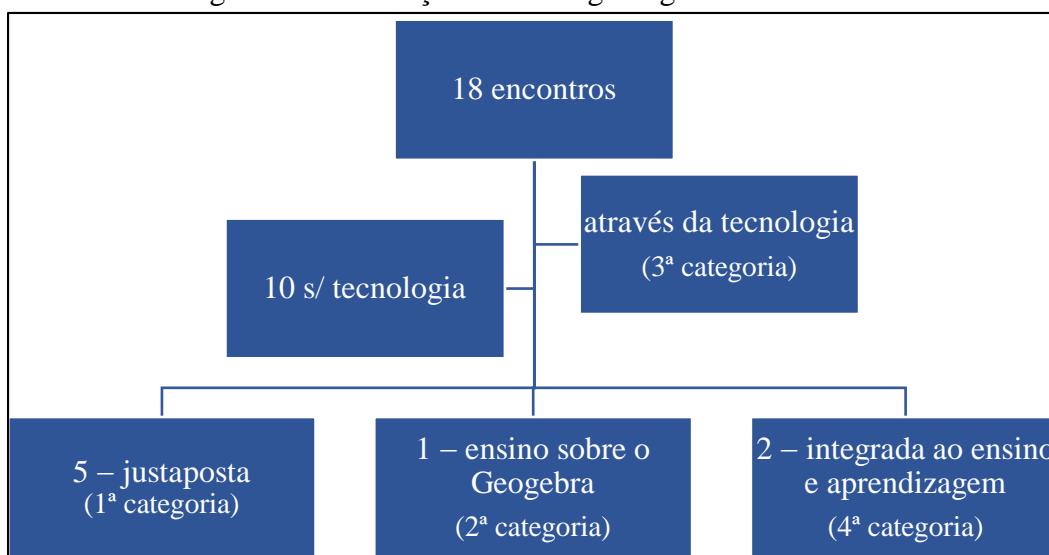
Dos dezoito encontros, em dez não foram usadas tecnologias digitais. Por isso, as atividades matemáticas não exploraram esse recurso, e esse novo elemento não foi integrado às praxeologias desenvolvidas. No dia 22/02, o encontro não foi voltado para a Função Afim, mas para uma revisão de simulado, apenas explorou uma questão abordando função.

Vamos elucidar os encontros com a tecnologia digital presente a partir das quatro categorias já citadas na metodologia dessa pesquisa. Em oito encontros o professor usou tecnologias digitais em suas aulas. Das categorias estabelecidas uma não foi contemplada: o ensino por meio da tecnologia. Sendo assim, não foi abrangida a terceira categoria.

Isso significa que o professor não optou por ensinar função ou fazer atividade por meio de alguma plataforma ou por um estudo orientado que mediasse a pesquisa explorando conceitos matemáticos. Ou seja, criando um ambiente virtual, como uma extensão da sala de aula para resolver atividades, responder quis ou *WebQuest*, participar de fórum de discussões, etc. Como os alunos já usam constantemente smartphones, eles podem ser uma alternativa para reforçar conteúdo, lançar desafios ou explorar o conteúdo de uma forma mais dinâmica e interativa, que transcende os intramuros escolares.

Dos oito encontros onde as tecnologias digitais estiveram presentes, em cinco podemos classificar na primeira categoria (ensino com o uso das tecnologias), em um contempla a segunda categoria (ensino sobre a tecnologia) e em dois encontros pode ser relacionada a terceira (ensino com a tecnologia integrada). A ilustração abaixo mostra a presença da tecnologia ou não nos encontros sobre função afim:

Figura 33 - Presença da tecnologia digital nos encontros



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando contemplou a primeira categoria as tecnologias foram apenas justapostas<sup>26</sup> à situação didática. Nessa categoria, as tecnologias digitais são inseridas na sala de aula sem que haja muitas mudanças no processo de ensino e aprendizagem e elas auxiliam na apresentação do conteúdo (com programas de apresentação gráficas e textos) por meio do projetor

<sup>26</sup> Indo ao encontro com o que Paula (2014) aponta em sua pesquisa.

(*Datashow*). E, em outras palavras, somente para expor o conteúdo a ser estudado ou como base para ler ou visualizar imagens, gráficos, tabelas e outros. Assim, o quadro branco, cartazes e até o livro didático são substituídos pelas tecnologias.

Dessa forma, podemos dizer que a mídia foi domesticada, como afirmam Borba, Almeida e Gracias (2018), e o projetor fez papel de lousa, ou seja, foi usada uma nova mídia, mas com uma prática antiga. Mesmo que a função do *Datashow* seja de expor o conteúdo, quando é utilizado, esperamos que se possa ser explorado simulações, as representações de objetos matemáticos mais detalhadas e outras construções. Ou seja, apresentando um material que proporcionasse uma maior interatividade seja explicação e até na própria visualização, uma vez que as alterações dos objetos, quando ocorrem de forma simultânea (como no caso do estudo das propriedades dos coeficientes da função afim), pode permitir o entendimento dos conceitos devido as conexões entre as representações da mesma função (a tabela, o gráfico, a lei de formação e os coeficientes da função).

No entanto, como visto nas observações, o professor apenas mostrava texto com as definições, os exemplos e as atividades, mas não explorava um aspecto que é interessante – a visualização das representações das funções, como a tabela, o gráfico e as conexões entre elas. Nesse sentido, podem-se detalhar e explicar bem mais alguns padrões que podem ser encontrados nesses tipos de representação, já que elas podem ser a mesma função, apesar de serem diferentes representações.

Há, no entanto, um ponto positivo e essa forma da tecnologias ser justaposta pode ser justificada (nesse caso específico) pela otimização de tempo ao evitar copiar o conteúdo que seria explorado na situação proposta e a visualização das representações das funções (devido à falta de livro didático para todos os alunos). Uma vez que na entrevista com o docente, ficou claro que alguns alunos demoravam a transcrever o conteúdo, e isso atrasava um pouco a aula, pois era preferido que os alunos prestassem mais atenção na explicação a se concentrar em copiar e/ou transcrever os textos. Mas, a exploração do conteúdo poderia ter um outro caminho.

No projetor (em slides), o professor expunha um resumo dos conteúdos que seriam trabalhados com os recortes que julgava necessários para ser mais objetivo e ganhar mais tempo para explorar exercícios. O conteúdo era exposto para leitura e explicação dos conteúdos, e ainda para visualizar o plano cartesiano, localizar os pontos no plano e verificar e corrigir os gráficos traçados pelos alunos. Esses resumos e recortes do conteúdo no livro didático são adaptações feitas pelo professor que fazem parte do passo intermediário entre o saber a ensinar e o saber ensinado, ou seja, é um saber preparado, como prevê Ravel (2013).

Podemos dizer que esse é o início do processo de TDI, já que é a etapa de preparação para a situação didática, porque envolve as escolhas da metodologia, dos recursos mediadores, do conteúdo e do contexto. Logo, o saber preparado é influenciado pelas expectativas do docente em relação aos seus alunos e o saber a ensinar.

Durante a efetivação do processo de TDI (durante a aula), muito do que o professor planejou sofreu alterações, devido às condições de ensino e aprendizagem e às imprevisibilidades, como ocorreu no desenvolvimento das atividades, já que muitas vezes, não dava tempo de serem realizadas no tempo previsto, como em exemplos que viraram exercícios e a resolução da questão de forma oral. E isso se configura no metatexto construído pelo docente que nem sempre é previsto no seu planejamento (quando ocorre) e sim em suas explicações e falas durante o processo de ensino.

A segunda categoria (o ensino sobre a tecnologia digital) que é onde a tecnologia é concebida como o objeto de estudo (ou seja, o ensino de como manusear o recurso tecnológico e como utilizar suas ferramentas) foi contemplada em apenas uma aula. Nessa aula o professor ensinou sobre o Geogebra, como o programa pode ser usado, suas ferramentas, suas possibilidades, as aplicações e como ele iria ajudar no estudo de funções. Ao fazer a explanação sobre as ferramentas e os itens do Geogebra, sempre destacava mais o que seria necessário para construir as funções, como a localização de pontos, a construção de retas, como se insere uma função e a exploração da parte algébrica.

Assim, instruiu sobre as ferramentas que seriam utilizadas posteriormente para complementar a exploração de conceitos já abordados sobre a Função Afim. Mesmo envolvendo alguns conceitos matemáticos, o ensino sobre o uso do Geogebra, não necessariamente favorece a construção do saber matemático, embora envolver alguns conceitos matemáticos e trabalhar mesmo que de forma implícita a fluência tecnomatemática.

Porém, saber usar as ferramentas e fazer uso do programa, de formar a integrá-lo no processo de ensino e aprendizagem pode haver um resultado significativo devido as possibilidades do próprio Geogebra, como a exploração das várias representações de um mesmo objeto matemático.

Depois de mostrar as ferramentas do Geogebra e de explorá-lo de forma introdutória, houveram dois encontros que contempla a quarta categoria – a tecnologia digital integrada ao ensino, ou seja, o uso da tecnologia vai além de expor o conteúdo, ela é usada para manipulação e uso de maneira mais dinâmica.

A tecnologia integrada ao ensino é quando ela auxilia a comunicação e a construção dos saberes, apoiando o processo de reflexão, de conceitualização e de aplicações. Dessa forma,



atuando como parte integrante do processo, não como um adorno, mas como um elemento para ensinar o conteúdo.

Essa categoria tem um aspecto diferencial – é por meio da tecnologia que se explora o saber, ou seja, é utilizada para construir saber. Assim, usando essas ferramentas para explorar situações que possibilitem a integração ao processo de ensino e aprendizagem e com o objetivo claro de se apropriar do saber matemático, o saber poderá ser aplicado em outras situações com ou sem a presença desses recursos tecnológicos, quando bem explorado.

O docente, sujeito da pesquisa, aplicou uma atividade com o Geogebra com a inserção da Função Afim no software (inseriu a sintaxe da função desejada) e a construção de gráficos mais rapidamente, e fez mais de um gráfico na mesma tela de visualização. Assim, explorou, por meio dessa tecnologia digital e a partir da representação gráfica, conceitos como zero da função, classificação da função (crescente, decrescente e constante) e variação da função.

O estudo dos coeficientes no Geogebra explorados pelo professor mostrou um aspecto que vale a pena ser ressaltado: que o ensino com tecnologias, por meio da técnica ‘arrastar e observar’ (controles deslizantes), promove uma dinamicidade no gráfico ao visualizar as mudanças na representação gráfica. E isso tem como base as variações do coeficiente (angular: inclinação da reta de  $f(x)$ ; linear: intersecta o eixo Oy) clicando e arrastando. Talvez fosse interessante o professor deixar que os alunos fizessem essas análises, para que eles formassem conjecturas até conseguir compreender esse saber. Porém o professor já mostrou essa dinamicidade, que pode ter ajudado aos alunos a aprenderem essa situação.

Assim, os recursos tecnológicos foram explorados mais além do que a exposição de conteúdo, sendo manuseados pelos alunos – com o intuito de aprender os conceitos relacionados à Função Afim na resolução da atividade proposta – e também manuseados pelo professor – não só para corrigir a atividade, como também para mostrar o comportamento da função a partir das mudanças dos coeficientes e suas variações. A tecnologia digital possibilitou explorar o conteúdo de um modo diferente, com a visualização e modificações dos gráficos (arrastar, por meio dos controles deslizantes) e de mais de uma função no mesmo plano.

Isso já mostra um indício de saída da zona de conforto para a zona de risco, porque essa foi a primeira vez em que o docente explorou esse tipo de atividade com o Geogebra. Assim, segundo Borba e Zulatto (2010), o professor optou por lidar com possíveis desafios que não são comuns a sua prática e mudou a maneira de desenvolver as atividades, em meio à imprevisibilidade que pode ocorrer. Então, ao propor esse tipo de atividade exploratória, ele encontra novas formas de abordar um conteúdo.

Podemos afirmar que esse já é um passo inicial, mesmo que timidamente, numa experimentação com tecnologias digitais e que, da forma como o docente encara esses desafios, poderá ir avançando no desenvolvimento de novas metodologias e perspectivas de se relacionar com o saber. O que está em concordância com o que aponta Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), experimentar as tecnologias digitais pode promover o uso para investigação matemática, conexões entre representações matemáticas, possibilitar visualizações de vários objetos matemáticos, possibilitar a exploração matemática e elaborar conjecturas. Tudo isso com um caráter e designer experimental.

Diante disso, podemos destacar alguns pontos positivos já destacados, nessa seção, de acordo com as categorias estabelecidas e contempladas:

- da 1ª categoria – exposição do conteúdo otimizando o tempo para copiar;
- da 2ª categoria – aprendizagem do Geogebra, fluência tecnomatemática;
- da 4ª categoria – facilitou o processo de ensino e aprendizagem, dinamicidade, o professor saiu um pouco da zona de conforto (mesmo que de forma tímida).

A proposta para usar tecnologias digitais na sala de aula tinha o objetivo de facilitar o processo de ensino e aprendizagem e de buscar um novo elemento que motivasse os alunos. Isso se justifica porque o professor já havia notado que, com esses recursos, os alunos se engajam bem mais na sala de aula. Contudo, foi a primeira vez que o Geogebra foi explorado pelo docente na sua práxis.

#### **4.5 Objetos ostensivos explorados**

Na realização de uma tarefa matemática, trabalhamos com dois tipos de objeto: os ostensivos e os não-ostensivos. Os objetos ostensivos são os manipuláveis e evocam os objetos não-ostensivos, que são ideias, noções, conceitos, dentre outros. Percebemos que o uso desses objetos é fundamental para formar uma praxeologia, já que eles estão ligados aos seus quatro componentes (FERREIRA; BARROS, 2013).

No estudo das funções afins, os objetos ostensivos mais explorados foram a própria escrita das representações algébricas e as fórmulas variantes dessas manipulações, além das construções das representações tabulares e gráficas das funções afins.

O professor também usou as tecnologias digitais de maneira a possibilitar a visualização das diferentes representações das funções afins de forma mais dinâmica. Podemos dizer que as ferramentas digitais ajudaram a construir os objetos ostensivos (os gráficos, os pontos pertencentes à função, a sintaxe da função, e outros) que possibilitaram entender o conteúdo, os conceitos envolvidos e as definições, ou seja, ajudaram a entender os objetos não-ostensivos.

Quando a tecnologia digital foi integrada com o uso do Geogebra para desenvolver a atividade, o programa também se tornou um objeto ostensivo, pois, com a manipulação de suas ferramentas, foi possível criar várias representações de objetos matemáticos próprios da função afim (representações, gráficas, tabulares, algébricas e pontos), o que auxiliou os discentes a entenderem os conceitos (objetos não-ostensivos) de maneira rápida e dinâmica.

Para construir os gráficos das funções afins no programa, alguns objetos não-ostensivos já estão implícitos na própria inserção da função, já que, para introduzir a função, é necessário ter uma noção da lei de formação de uma função afim. Isso entra em concordância com o que aponta Ferreira e Barros (2013, p. 34): “os conceitos guiam e controlam a manipulação dos ostensivos, mas conceitos também são emergentes da manipulação ostensiva em determinadas organizações didáticas”.

Para construir as representações dos objetos matemáticos no Geogebra, é necessário ter um mínimo de noção dos objetos não-ostensivos. O próprio software, para localizar a ferramenta para inserir um objeto matemático, indica algumas informações para realizar as construções dos objetos matemáticos que estão ligadas a definições e/ou conceitos. Ao explorar essas construções, o uso desses objetos ostensivos pode fortalecer o conhecimento dos objetos não-ostensivos de maneira mais dinâmica e mais perceptível.

Quando o professor explica os coeficientes da função afim e seus comportamentos nos gráficos, ao manipular e alterar os valores desses coeficientes (com a técnica arrasta e observar – controles deslizantes), podem-se ver as mudanças na representação algébrica e gráfica. E isso pode ter facilitado o ensino na comunicação de conteúdos referentes ao estudo geometricamente dos coeficientes da função afim. A partir daí, explorar as variações da função de acordo com os valores dos coeficientes. Assim, o aluno pode associar rapidamente a definição de Função Afim, a classificação da função (decrecente, crescente e constante) e o estudo do sinal da função.

A técnica proposta por Chevallard (1999) resolve um tipo de tarefa, já a técnica ‘arrastar e observar’ vai além e assume um sentido diferente ao resolver vários tipos de tarefas. De acordo com Ferreira (2011) essa é uma técnica nova, um conceito alternativo, por isso ainda não tem um estatuto de técnica científica, apesar de ser uma ferramenta para a exploração matemática, principalmente de cunho geométrico no desenvolvimento de tarefas de investigação.

E, ainda conforme Ferreira (2011), quando se usa a técnica de ‘arrastar e observar’, acontece uma dialética entre os objetos ostensivos e os não-ostensivos, porque dá para perceber as conexões entre as representações matemáticas e ajuda a construir conjecturas e inferências, o que leva à compreensão das propriedades. E isso vai ao encontro do pensamento de Arzarello (et. al. 2002) de que o arrasto (que chamamos de técnica de ‘arrastar e observar’) nos possibilita

fazer conjecturas eficazes e a transcrever do empírico para o teórico da questão. Ou seja, da ostensividade para a não-ostensividade.

As manipulações dos objetos ostensivos nas atividades matemáticas ajudam a desenvolver as praxeologias que vão muito além das técnicas e facilitam a compreensão do bloco tecnológico-teórico na justificativa do porquê dessas manipulações. Cabe ressaltar que os objetos não-ostensivos não podem ser manipulados diretamente e que são manipulados por meio dos ostensivos a eles associados, assim a técnica tem um papel fundamental nesse processo (FERREIRA; BARROS, 2013).

A sintaxe para inserir a Função Afim no programa, a ferramenta para localizar o zero da função, a representação algébrica e a geométrica, os cálculos dos valores numéricos de uma função, as fórmulas, a técnica ‘arrastar e observar’, dentre outros aspectos, foram trabalhados com base no conteúdo proposto, em que o programa possibilitava manipular e visualizar os objetos ostensivos, de formar a evocar os não-ostensivos, ou seja, os saberes, com o entendimento dos conceitos, das noções e das ideias relativos à Função Afim.

#### **4.6 Limitações e possibilidades**

Considerando o problema em questão que estudamos, ao longo das observações e da entrevista, percebemos alguns aspectos que dão indícios de que existem caminhos para tentar superar obstáculos na integração das tecnologias digitais no ensino de matemática.

Constatamos que as restrições para o uso de tecnologias digitais não só estão ligadas à instituição escolar, como também ao professor. Quando a escola dispõe de um laboratório de informática, já propicia um ambiente para o uso dessas ferramentas. Embora, não se tenha a velocidade de internet suficiente para explorar alguns recursos, há softwares voltados para o ensino de matemática podem ser instalados e usados offline (sem precisar de conexão com a internet), assim se desenhando como uma possibilidade de explorar esses recursos no ensino.

Na entrevista, o docente destacou que uma das restrições para o ensino com as tecnologias digitais é a quantidade de aparelhos (tablets<sup>27</sup> e computadores no laboratório). Além disso, em alguns computadores, não é possível instalar alguns softwares, porque o sistema é Linux e existem algumas restrições para download e instalação (embora o Geogebra é compatível com o sistema operacional). Logo, esses problemas estão mais ligados a instituição. Contudo ele explorou atividade em grupo quando o Geogebra foi integrado à situação didática.

---

<sup>27</sup> Os tablets são distribuídos para os alunos do ensino médio, mas há alguns devolvidos por alunos já concluintes, que ainda funcionam e sobraram na redistribuição, porque chegaram novos, pois eles estão desatualizados ou apresentam algum problema.

Isso significa que essa restrição pode ser superada a depender da atividade que se deseja explorar. Vale destacar que o Geogebra possui um site que disponibiliza seu uso de forma online, sem precisar de instalação do programa, mas a velocidade da internet era insuficiente, sendo mais uma limitação, inclusive, para softwares que só funcionam de forma online.

Uma alternativa é o uso do celular, já que grande parte dos alunos possui um smartphone. E se nem todos tiverem, o trabalho em grupo será um caminho a ser explorado. No entanto, é necessário estabelecer algumas regras para o uso do celular em sala, tendo em vista a indisponibilidade da internet. Porém alguns aplicativos funcionam offline e podem ser uma ótima opção. Mas é preciso estabelecer boas regras para evitar transtornos, como os alunos se dispersarem e se distraírem com outras ferramentas e jogos e fugirem da atividade sugerida, como já foi apontado pelo docente durante a entrevista.

Sabemos que a formação do professor influencia a concepção acerca das tecnologias digital atrelada ao ensino. Em sua entrevista, ele disse que, na formação inicial, teve experiência com esses recursos e que já participou de formação continuada para aplicá-los em atividades na sala de aula. Na formação continuada de que participou foram trabalhados alguns softwares que necessitam de internet para usá-los em sala de aula, mas a escola não dispunha de boa conexão.

Isso mostra que, nem sempre, as formações condizem com a realidade escolar. Santos, J. (2018) sugere que é preciso um acompanhamento que vá além das formações e das aplicações para redirecionar as formações, a fim de ultrapassar os obstáculos e ser mais tangível à realidade. Isso corrobora o pensamento de Silva (2014) de que a descontinuidade do processo formativo (aqui incluímos o acompanhamento e a reflexão dos resultados das práticas e das formações envolvidas) dificulta conceber as tecnologias digitais como ferramentas mediadoras no processo de aprendizagem, uma vez que algumas limitações são apresentadas primeiro, como a questão do suporte e da infraestrutura.

A concepção do docente influencia o uso de tecnologias digitais, e o sujeito de nossa pesquisa se mostrou aberto a isso, fazendo o que está ao seu alcance para integrar esses recursos nas atividades de sala de aula. Entretanto as dificuldades que ele mencionou podem ser justificadas porque ainda é um terreno inseguro para o docente que o leva para uma zona de risco. Apesar disso, ele explorou o Geogebra no ensino de funções afins e vem utilizando outros recursos que citou na entrevista, o que já mostra um início para o ensino de matemática com essas novas ferramentas.

A carga horária do docente também pode interferir no planejamento das atividades, como refere Andrade (2016), pois o uso de recursos tecnológicos demanda mais tempo para fazê-lo, porque não é tão frequente ou já se tem uma rotina. Devido a isso, algumas explorações

e atividades diferenciadas que requerem um planejamento mais detalhado podem ser prejudicadas. E como é uma escola de ensino integral, o docente tem sua carga horária preenchida e só dispõe de um dia para fazer o planejamento, o que interfere na busca por novas metodologias e recursos, incluindo as tecnologias e, quiçá, interfere também nas construções dos planos de aula.

O ensino integral também influencia no desenvolvimento das atividades, pois os professores optam por não passar atividades para “casa”, em turno diferente do horário escolar, e isso faz com que os alunos as resolvam no horário da disciplina durante a aula. Isso é interessante porque o professor vai acompanhando, esclarecendo algumas dúvidas e corrigindo simultaneamente essas atividades.

Entretanto constatamos que, para os alunos resolverem as atividades, dispõem-se de um tempo considerável, o que pode prejudicar o andamento de outras atividades, de outros conteúdos e, inclusive, da exploração das tecnologias digitais para o processo de ensino e aprendizagem. Ademais, os livros didáticos não são suficientes para os alunos, já que a escola tem duas turmas do 9º do ensino fundamental, o que também é um motivo para não sugerir atividades para casa. As atividades por meio de tecnologias e plataformas digitais (que atenderia a nossa terceira categoria – o ensino através da tecnologia) seria um caminho a ser explorado, mas, como já citado anteriormente, alguns alunos moram distante da escola (inclusive em outras cidades), com isso evitava-se lições para casa.

Como o ensino está tão atrelado ao livro didático, que ajuda o professor a planejar as situações didáticas, o uso de ferramentas digitais só foi sugerido para conferir a resposta de duas questões com o Geogebra, e ainda o livro aponta a exploração de alguns aspectos, como pontos de interseção com os eixos e intervalo de crescimento e decrescimento. Mas o professor tem autonomia para elaborar outras propostas usando tecnologias, para complementar e aprofundar os conceitos que deseja ensinar.

Vale ressaltar que o professor, sujeito da pesquisa, optou por uma atividade que foge um pouco das que são propostas no livro didático. Isso possibilitou a exploração de conceitos de forma mais dinâmica e de modo a relacionar diferentes representações de uma Função Afim. O fato de o livro didático sugerir poucas propostas com o uso das tecnologias no ensino também é ressaltado no trabalho de Ventorini (2015), como já referimos.

Nesta investigação, o calendário escolar também pode ser apontado como uma possível restrição/interferência. Porém, embora o evento da Feira de Ciências tivesse sido programado no início do ano, ele não deveria ter atrapalhado as atividades previstas pelo professor. O

docente comentou, em uma das situações, que levaria os alunos ao laboratório de informática para fazerem algumas atividades e explorar mais o conteúdo de Função Afim.

Devido à execução dos projetos para a Feira de Ciências, o laboratório estava sempre cheio com alunos de outras turmas para desenvolverem seus projetos e não seria viável usar o laboratório. Por essa razão, o professor teve que se adaptar às circunstâncias e levava alguns *tablets* e *notebooks* para serem usados na sala de aula. Apesar de a Feira de Ciências ter acabado antes do término do assunto, o professor já havia feito a exploração com o Geogebra e só finalizou com os exercícios.

O projeto para a Feira de Ciências fez com que alguns encontros fossem reduzidos para apenas uma aula, o que levou esse assunto a ter dezoito encontros, que totalizariam trinta e seis aulas. Porém referente ao ensino de Função Afim ocorreu vinte e seis aulas. E foram ministradas tanto para explicar o conteúdo quanto para resolver as atividades. E estas podem ter interferido no aumento do número das aulas, já que algumas poderiam ser resolvidas como lição de casa e seriam apenas corrigidas na sala. Isso pode justificar o elevado número de aulas, que alterou o tempo previsto para o desenvolvimento das situações planejadas pelo docente. Portanto, afetou o planejamento do professor.

O Geogebra possibilitava a construção gráfica de maneira mais rápida, com técnicas que estavam ligadas explicitamente à lei de formação da função e às diferentes representações da mesma função afim. Assim, explorava-se o dinamismo que as tecnologias digitais podem proporcionar no processo de ensino e aprendizagem.

O ensino por meio de investigação com a tecnologia digital, além de mudar a metodologia em sala de aula, iria explorar uma nova forma de os alunos se relacionarem com o saber, ao fazer análises e conjecturas e chegar a conclusões que podem ser mais eficazes do que o ensino convencional. Um exemplo disso seria os alunos estudarem os coeficientes numa análise com o Geogebra, e o professor mediar esse processo. O professor apenas mostrou o comportamento das funções alterando os coeficientes, no entanto essa atividade poderia ter sido feita pelos alunos até eles entenderem esses comportamentos. Assim, o docente formalizaria as ideias e as noções percebidas pelos discentes.

Essas construções e a escolha de atividades para explorar as tecnologias digitais são intrínsecas à concepção do professor sobre elas, o que pode ser uma limitação ou uma condição para explorar as diversas possibilidades ao desenvolver as praxeologias planejadas. Ao acreditar nos benefícios que essas ferramentas oferecem ao ensino, o professor usa, mesmo que de forma tímida em sua prática, para facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

Durante as observações, percebemos que a maioria das vezes em que o professor usou as tecnologias em sala de aula, o objetivo era de otimizar o tempo, pois os alunos evitariam de esperar o professor copiar para depois tomar nota, e esse tempo foi destinado a uma explicação mais lenta e à resolução de atividades.

Quando o Geogebra foi explorado efetivamente em sala, percebemos a relação estabelecida entre as representações algébricas e as gráficas. E o docente destacou alguns conceitos, explorou melhor a visualização dos gráficos – que foram construídos com mais rapidez – e estudou o comportamento dos coeficientes na representação gráfica.

O professor disse na entrevista que isso motivou a aprendizagem ao despertar a curiosidade de mexer nas ferramentas do software. Então, vale ressaltar a importância do ensino com o uso de tecnologias digitais, porque elas motivam os alunos. E, de acordo com Santos (J., 2018), a motivação pode ser usada como estímulo para estudar os saberes matemáticos e leva ao prazer de investigar e aprender matemática usando as tecnologias como o gatilho para despertar essa motivação.

Ressalte-se, no entanto, que, para usar efetivamente as tecnologias digitais, além de bons objetivos e de metodologias, o docente precisa se sentir preparado para conduzir os alunos rumo à aprendizagem, à buscar informações, à traçar estratégias e à conjecturar, para que eles sejam autônomos e protagonistas nesse caminho (OLIVEIRA, 2015).



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando que as tecnologias digitais estão tão presentes no cotidiano das pessoas e por acreditar que podem ser aliadas do processo de ensino e aprendizagem, tomamos a seguinte problemática que conduziu essa investigação: quais as condições e as restrições que emergem no cenário institucional escolar para o uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática?

Assim, para responder tal questionamento, traçamos como objetivo analisar o conjunto de condições e restrições que atuam na difusão de saberes matemáticos, na instituição escolar, com uso de ferramentas digitais para o ensino de Funções Polinomial do 1º Grau, porque entendemos que elas já estão sendo exploradas nos âmbitos educacionais e presentes nas discussões sobre inovações metodológicas e melhorias no processo de ensino e aprendizagem.

Usamos duas bases teóricas que norteiam o trabalho: as reflexões acerca das tecnologias digitais na Educação Matemática e a Teoria Antropológica do Didático, para entender as atividades matemáticas desenvolvidas, o uso dos recursos tecnológicos em sala de aula e alguns aspectos do processo da Transposição Didática Interna.

Para verificar o uso efetivo das ferramentas tecnológicas em sala de aula, propusemos a observar uma prática docente. Portanto, o docente foi o sujeito de nossa investigação, esta, por sua vez, se caracteriza como um estudo de caso de abordagem qualitativa. O saber envolto foi decidido pelo próprio docente, conforme seu calendário, que adotou e escolheu o assunto ‘Função Afim’ para ensinar explorando esses recursos em sua prática.

Retomada a discussão sobre nossa investigação buscamos destacar pontos que identificamos ao longo dessa pesquisa, bem como nossa a aprendizagem. Além disso, algumas inquietações e questionamentos, visto que a pesquisa não é fechada em si e responde a todas as perguntas que surgiram nesse caminhar. Vale ressaltar que isso ajuda no caminhar não só enquanto investigador, mas também como professor, uma vez que cada sala de aula é uma realidade e cada escola também.

Diante disso, não podemos generalizar essas discussões, mas que está possa servir para o entendimento de outras que possam se assemelhar a esta e também diferenciar de outras realidades, assim evidenciando alguns pontos positivos ou propor novos caminhos para os obstáculos destacados.

### 5.1 O que conseguimos identificar?

No decorrer da pesquisa, durante as leituras do levantamento bibliográfico já identificávamos muitas possibilidades de usar os recursos digitais para ensinar função, por meio de softwares como o Winplot, o Excel e o Geogebra. Contudo, através da observação em sala

de aula e da entrevista com o docente, constatamos que alguns fatores podem afetar o uso da tecnologia digital no ensino e que, muitas vezes, não estão relacionados ao papel do professor, mas a toda a infraestrutura da instituição escolar. E isso interfere diretamente no trabalho do professor, mesmo que esteja alheio ao seu papel.

A concepção do docente acerca do uso das ferramentas tecnológicas nas situações didáticas pode ser uma restrição ao uso de tecnologias digitais, e isso se justifica por ainda ser uma zona de risco, como apontam Borba e Zulatto (2010), pois poderá apresentar situações que não são comuns à sua prática. Há alguns entraves a serem vencidos, no entanto, o sujeito de nossa pesquisa se mostrou aberto a novas possibilidades, inclusive já usou alguns recursos em atividades desenvolvidas anteriormente, mas, no ensino de Função Afim, foi a primeira vez.

Vale ressaltar que a escola tem um laboratório de informática, todavia não foi explorado pelo docente devido a outra atividade que envolvia toda a escola – o projeto da Feira de Ciências, ou seja, o calendário escolar surge como uma interferência em sua prática. Mas uma das possibilidades adotada pelo docente foi o uso de alguns *tablets* de que a escola dispõe para fazer as atividades por ele propostas.

Outro caminho seria o uso do smartphone, mas esse ainda é um entrave. A opinião sobre o uso desse recurso em sala de aula pode assumir duas perspectivas. A primeira é a de exclusão, pois é difícil conter a distração dos alunos e o uso para outras finalidades (jogos, redes sociais e outros) que não são as pretendidas. Esse foi o principal entrave destacado pelo docente.

Já a segunda perspectiva é justamente explorar as potencialidades que o smartphone pode oferecer, se tornando uma importante ferramenta para explorar atividades (online e offline). Então, cabe ao professor conhecer a realidade para julgar se é viável ou não e saber qual estratégia irá adotar. Mas vale levar em consideração que nem todos os alunos possuem esse recurso, porém as atividades em grupos podem ser um caminho a superar essa limitação.

Isso ainda é uma questão que gera alguns conflitos, nem todos os professores estão abertos a usar os smartphones em sala de aula, como no caso do sujeito de nossa pesquisa. Não adentraremos nessa discussão, mas seria uma boa alternativa para ser explorado em sala de aula.

Como a escola (local da pesquisa) tem um espaço reservado para os computadores, dá indícios de que promove a inclusão digital, ou seja, tem um mínimo de infraestrutura para desenvolver práticas com a exploração de ferramentas digitais. Contudo, a falta de internet e a pouca quantidade de computadores – que ainda são de um sistema operacional não tão usado no cotidiano - causam algumas limitações para o desenvolvimento de atividades nesse espaço, pois, nem sempre, os programas podem ser instalados nesses computadores, e se os softwares dependerem de internet a execução da proposta fica inviável.

O relato do docente acerca de sua formação indica que ele tem conhecimento a respeito das tecnologias digitais no ensino, onde na graduação ele teve disciplinas específicas para o uso dessas ferramentas. Ou seja, já não é um caminho tão desconhecido, talvez vivenciado por ele, mas que já se teve um pequeno contato com as tecnologias digitais.

Nas formações continuadas, o relato do docente é que nessas formações são trabalhados alguns softwares e/ou plataformas que necessitam de internet, o que não condiz com a realidade local. Isso vai ao encontro do pensamento de Santos, J. (2018) de que, nem sempre, a formação ajuda o professor nas propostas realizadas em sala de aula e isso pode ser justificado pela falta de uma política de acompanhamento das aplicações em sala.

Dessa forma, podemos entender que a formação docente contribui de maneira importante para a integração da tecnologia, mas é preciso refletir sobre a realidade escolar, propiciar uma formação condizente com a realidade, com softwares acessíveis e de forma que prepare o professor para os desafios perante as próprias tecnologias. Além disso, a formação docente desde a inicial até a continuada deve pensar em estratégias que possibilitem que os professores possam criar atividades que ao usar as tecnologias abranja essas conexões entre os objetos ostensivos e não-ostensivos de maneira mais eficaz e dinâmica, com o desenvolvimento de uma praxeologia bem aplicada e clara.

As formações continuadas que o docente já participou, estimularam o mesmo a desenvolver algumas atividades explorando recursos como o Quizzizz, o Kahoot e o Plickers, que funcionam como uma espécie de simulado e proporcionam mais interatividade na resolução de exercícios e mais motivação entre os alunos, como relatado pelo docente na entrevista (sobre suas experiências) e referido nas pesquisas de Martins (2016) e de Oliveira (2015).

Embora o Quizzizz, o Kahoot e o Plickers sejam espécies de simulados e/ou exercícios com questões fechadas (múltiplas escolhas), assemelhem-se a uma prática antiga (simulados) e pareçam uma mídia domesticada, não são, pois, o objetivo dessas mídias é de propor exercícios como game. Esses simulados parecem ser uma maneira mais interativa de resolver exercícios e que mostra ao professor quais foram questões erradas mais recorrentes, ajudando-o a identificar habilidades e saberes que precisam ser revisados e retomar o trabalho se for necessário.

Percebemos também outro aspecto que pode limitar a exploração das tecnologias digitais na prática docente é a falta de um plano de aula. E isso não pelo fato documental, mas pelo detalhamento das ações, dos objetivos almejados, das competências a serem desenvolvidas e do reconhecimento das limitações. Assim, evitando imprevistos e outros contratemplos em sala de aula. O professor pode repensar o planejamento, superar algumas dificuldades, inclusive

na própria atividade. Ou seja, é necessário um saber preparado (e um plano de ações), que norteie o trabalho docente, minimize dificuldades e facilite o alcance dos objetivos traçados.

Vale ressaltar que as escolhas do professor interferem diretamente no processo de Transposição Didática Interna, nos exemplos, nos aspectos de contextualização e nas ferramentas tecnológicas e nos resumos elaborados presentes nos slides. Desse jeito, caracterizando uma construção de “atalhos” que o docente julga necessária, transpondo o saber a ensinar para o saber ensinado, de forma a propor situações que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem (CHEVALLARD, 1997; BESSA DE MENEZES, 2010).

Essa construção de “atalhos” para criar um novo texto para o saber é o que Ravel (2003) chama de saber preparado. E convém ressaltar que o trabalho do docente não é de traduzir fielmente o texto científico ou o livro didático, mas de reescrevê-lo de forma que o aluno consiga entender. Assim, o saber ganha alguns aspectos subjetivos, devido às expectativas do professor em relação aos alunos e da sua relação com o saber, inclusive à escolha pelas tecnologias digitais para ensinar, justificar ou apresentar os saberes para a situação didática.

Pelo fato de não ter um plano de aula, acreditamos que a prática do docente (sujeito de nossa pesquisa) está muito ligada ao livro didático. Este material também pode contribuir para construir praxeologias utilizando as tecnologias digitais. Mas são poucos os livros didáticos que trazem apontamentos com atividades que explorem as tecnologias digitais. Entretanto, o livro usado pelo docente traz uma sugestão de verificar os exercícios por meio do Geogebra, o que já é um início. Mesmo que timidamente, a exploração desses recursos também pode motivar os alunos no processo de ensino e aprendizagem com uma nova dinâmica de sala de aula.

De acordo com Venturini (2015), alguns livros até propõe sugestões e atividades envolvendo funções com aplicativos e/ou programas, no entanto são como atividade complementares. Assim, caberá ao professor discernir como irá estabelecer essa exploração, logo o plano de aula poderia sanar essa “insuficiência” de atividades com uso e tecnologia digital. Desse jeito, o apego excessivo ao livro didático pode causar um obstáculo para a integração de recursos tecnológicos ao processo de ensino e aprendizagem de maneira efetiva. E isso até pode ser justificado por ainda ser um terreno inseguro para o professor, quando referimos a aula com recursos tecnológicos, já que ele relatou que não tem tantas experiências com alguns programas, como o Geogebra, nesse caso específico.

O apego ao livro didático mostra claramente a influência da noosfera, diretamente na sala de aula, e outras pressões que interferem nas situações didáticas, como o uso das tecnologias digitais, já que é muito comum em situações do cotidiano. Dessa forma, a sala de aula ganha um novo elemento que, nesta pesquisa, quando apenas foi inserida na aula, não

alterou de forma marcante o processo de Transposição Didática Interna, simplesmente com a otimização do tempo (ao não copiar no quadro) e a visualização do plano cartesiano e tabelas.

Sobre as atividades desenvolvidas, em que a maioria delas eram próprias do livro didático, podemos afirmar que os tipos de tarefa apresentados eram simples e com pouca contextualização a ser interpretada. Observamos que a maioria das técnicas empregadas foi trabalhada em exemplos e replicadas em exercícios, e estas eram fáceis de utilizar, como aplicação de fórmulas, cálculos numéricos e construções de gráficos. Isso pode ser visto nas figuras das atividades e nas análises que são delineadas pelas praxeologias referentes a elas.

Durante as observações, percebemos que os enunciados tecnológicos-teóricos, que justificam as técnicas empregadas, apareciam em algumas falas e na explicação do professor, e que a tecnologia digital poderia ter sido mais bem explorada para favorecer a compreensão desse bloco (na visualização dos gráficos ou na resolução de algumas atividades).

Contudo, quando integrada ao processo de ensino e aprendizagem, ou seja, quando foram feitas as construções e as manipulações por meio do Geogebra, a ferramenta digital proporcionou uma dinâmica diferente, possibilitou a visualização das representações dos objetos e as conexões entre elas. Com isso, o processo de Transposição Didática Interna pode ganhar uma nova perspectiva, de forma que facilite a conceitualização a partir da exploração no Geogebra, inclusive evitando que a comunicação do saber seja feita pelo professor do modo tradicional, que não é inadequado, mas nem sempre eficaz. E ainda facilitando a compreensão dos objetos não-ostensivos.

Bosch e Chevallard (1999) referem que os objetos ostensivos e os não-ostensivos andam juntos. A manipulação dos ostensivos, por meio da tecnologia, facilita as explicações do comportamento da função embasada nos objetos não-ostensivos (conceitos, definições, propriedades e outros), inclusive superando algumas dificuldades relativas às conexões entre as representações da função afim, que seriam estáticas por meio tradicional (pincel, régua e lousa).

Podemos afirmar que as ferramentas tecnológicas, nas situações didáticas, são os objetos ostensivos que, por meio da exploração e do manuseio na experiência empírica, possibilitam compreender os objetos não-ostensivos. Percebemos a ostensividade dos recursos tecnológicos nos aspectos dinâmicos de visualização, construção de gráficos, manipulações dos objetos, no ‘clicar e arrastar’ (controle deslizantes), dentre outros.

Conexões entre as diferentes representações da Função Afim podem ser estabelecidas por meio do Geogebra e mostrar que a parte algébrica da função também pode ser representada de forma tabular e gráfica com um estudo dinâmico da variação da função, de sua classificação e de como os coeficientes a compõem. Isso facilita e mostra, de forma mais explícita, a dialética

dos ostensivos e dos não-ostensivos, a partir da conexão e das alterações simultâneas das representações de uma mesma função.

Se o Geogebra for explorado no ensino de função, o estudo da variação e da classificação da função afim poderá ganhar uma nova dinâmica e, com a técnica ‘arrastar e observar’, e será possível analisar o comportamento das funções. Assim, os alunos poderão anotar as modificações identificando alguns padrões nos movimentos e criando conjecturas.

Desse modo, essa técnica poderá validar conjecturas, em particular, as originadas de um aspecto visual ou uma construção revelada pelo movimento do controle deslizante. Nisso, a técnica do ‘arrastar e observar’ é essencial para se entenderem os objetos não-ostensivos, devido à relação direta em tempo real de acordo com a variação dos valores dos coeficientes (pelo controle deslizante) com o próprio gráfico e a tabela.

O arrastar é uma das principais características dos Softwares de Geometria Dinâmica. Ao realizar esse movimento, podem-se observar diversas situações de um mesmo objeto, que proporcionam novas possibilidades para o ensino e a aprendizagem de Matemática. E a partir dessa dinamicidade, proporcionadas pela técnica ‘arrastar e observar’, as regularidades vão sendo evidenciadas e ajudando a formar o pensamento matemático e a formalizar um conceito.

De acordo com Ferreira (2011), com os ostensivos apresentados na tela do computador, a técnica de ‘arrastar e observar’ tem uma perspectiva de técnica empírica, em que ocorre a dialética entre os ostensivos e os não-ostensivos. O ‘arrastar e observar’ não é uma simples ferramenta, mas também uma técnica não científica (conceito alternativo), que ainda na fase de conjecturas – por meio da interatividade e da dinamicidade nas modificações das representações dos objetos matemáticos – pode promover vários tipos de tarefa, como, por exemplo, nas deformações dos objetos geométricos (planos ou espaciais) e no estudo de funções (1° e 2° graus, exponencial e outros).

Acreditamos que faltou explorar bem mais o Geogebra, uma vez que foi utilizado para resolver exercícios, apesar de muitos alunos também recorreram aos cálculos no papel. Isso se justifica porque só a verificação das construções dos gráficos não é suficiente para construir o saber, é preciso continuar explorando, como foi feito na explicação dos comportamentos dos coeficientes na função, em que os alunos deveriam analisar e tirar as próprias conclusões. E a partir daí, o professor deveria explorar e formalizar o conhecimento.

A justificativa para pouco tempo de exploração do Geogebra em sala pode ter relação com as aulas que foram destinadas para resolver e corrigir atividades, pois o fato de o ensino ser integral não há lição de casa, e os exercícios são feitos em sala, o que demanda um tempo maior. Isso afeta diretamente o andamento das aulas e, conseqüentemente, o calendário

elaborado pelo docente, dificultando o avanço dos conteúdos e outras explorações/situações didáticas. Vale lembrar também que o calendário escolar também surge como uma interferência e um desenvolvimento mais lento e/ou retardamento, como já referido anteriormente.

Com o uso das tecnologias digitais, a relação com o saber ganha uma nova perspectiva nos processos de difusão e/ou comunicação de saberes, nos obstáculos, nas atividades matemáticas, no processo didático e nos fenômenos didáticos que poderão surgir.

Nas situações do ensino com as tecnologias digitais, o professor poderia ter explorado a investigação dos alunos, a partir de análises e das conjecturas construídas por eles mesmos. Assim, o professor conduziria esse processo por meio de uma mediação, explorando os elementos tecnológicos-teóricos para justificar o encontro de padrões, ideias e noções, por meio dos conceitos, das propriedades e dos saberes envolvidos, como ocorreu no estudo dos coeficientes na representação gráfica com o Geogebra.

Vale ressaltar o esforço do professor em tentar integrar as tecnologias digitais em sua prática, porquanto essa não é uma tarefa fácil, já que existem diversos fatores (o calendário escolar, a falta de planejamento, a quantidade dos aparelhos, o desafio do uso do smartphone, a insegurança do professor e a formação que, nem sempre, condiz com a realidade) que podem influenciar e atrapalhar a execução das situações didáticas, como já foi citado.

Mas o sujeito de nossa pesquisa se mostrou aberto para promover o ensino com tecnologias digitais, apesar de suas inseguranças. Ainda que se já fazia uso dessas ferramentas, fugiu de sua zona de conforto experimentando um software que, mesmo conhecido, ainda não tinha sido aplicado em suas vivências. E isso é importante, pois, aos poucos, o docente vai construindo novas experiências que poderão enriquecer seu conhecimento e sua prática.

Antes da conclusão das reflexões trazidas neste trabalho, lembramos que é um estudo de caso, que traz características de uma realidade pontual. Porém, além de se encontrar realidades que possam se assemelhar a essa, esperamos que nossas contribuições possam trazer um novo olhar para as diferentes realidades, para a integração das tecnologias digitais em sala de aula, para o processo de transposição didática e para a construções e desenvolvimentos de novas praxeologias.

## **5.2 Para além da finalização: propondo novos caminhos**

A fim de propor um ensino eficaz e que seja mais envolvente e quebrar algumas barreiras, o ensino com tecnologia digital pode ser um caminho que possibilite novas perspectivas e algumas propostas que podem auxiliar e melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Porém, ainda há barreiras e muitos desafios.

Não há uma solução fácil, é preciso ir construindo paulatinamente e mudando o cenário aos poucos, com planejamento e regras bem definidas. Nossa pesquisa não traz soluções, mas reflete sobre alguns aspectos que podem ser entraves para o uso efetivo das tecnologias em sala de aula. E ainda que o uso em sala de aula seja tímido, pode ter um efeito mínimo e caminhar gradativamente para uma integração de forma mais efetiva, como um meio de encontrar padrões, fazer conjecturas, levantar hipóteses e de apresentar e construir saberes.

Usar as tecnologias digitais é muito mais do que dinamizar as aulas, otimizar o tempo e proporcionar motivação e curiosidade. Quando utilizadas no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizado, podem trazer alguns elementos eficazes para construir os saberes, como a criatividade, a elaboração de conjecturas, o poder de justificar e de demonstrar, o protagonismo, dentre outros aspectos.

Para o ensino o uso de tecnologias digitais pode levar o professor a ser um mediador e promover um contato diferente com o saber, inserindo um novo elemento no sistema didático. Podemos citar, ainda, o desenvolvimento de novas praxeologias, as conexões entre o bloco saber-fazer e o bloco tecnológico-teórico de maneira mais explícita e dinâmica (das explorações de objetos ostensivos), as relações das diferentes representações de um mesmo objeto matemático (a função afim), a otimização do tempo e a exploração de atividades/situações que mudem a dinâmica do ensino.

É preciso que a formação docente possa não só refletir sobre o uso de tecnologias, mas que proporcione práticas com elas integradas ao ensino, refletindo nas praxeologias que podem ser criadas usando os recursos tecnológicos, das tarefas (T) a serem realizadas e as técnicas ( $\tau$ ) que podem ser aplicadas. Assim, de modo a fazer conexões entre os objetos ostensivos e não ostensivos de forma explícita explorando efetivamente a interatividade das tecnologias digitais podem oferecer, como as alterações de formas simultânea dos objetos matemáticos.

Ao propor novas técnicas ( $\tau$ ) é preciso ter em mente que as tecnologias ( $\theta$ ) que justifiquem essas técnicas sejam embasadas no saber matemático, ou seja, na teoria ( $\Theta$ ). E que todos os componentes da praxeologia possam favorecer o processo de ensino e aprendizagem, com essa nova cara que os recursos digitais podem oferecer. E a formação docente tem um papel crucial nas reflexões desses novos caminhos como também nas práticas de suas vivências também. Desse modo, trazer uma nova perspectiva a transposição didática interna.

A atividade matemática e o desenvolvimento das praxeologias tendem a ganhar uma nova cara devido à nova dinâmica. O desenvolvimento de atividades matemáticas também será mudado, outros conceitos poderão ser construídos a partir das experiências empíricas, e a resolução das atividades poderá ser diferente. Assim, outros objetos entram em cena, e as



manipulações de objetos matemáticos (ostensivos) ganham uma nova perspectiva e a construção de noções, ideias e saberes (objetos não-ostensivos) também.

Com este estudo, concluímos que a integração das tecnologias digitais na sala de aula é complexa e apresenta fatores alheios ao papel do professor. Por isso é necessário um bom planejamento e várias explorações, o que requer tempo que nem sempre o docente dispõe, devido à carga horária que tem a cumprir e a outros compromissos escolares. Além disso, a exploração dos recursos digitais para construir conjecturas não é feita em poucas aulas, porquanto requer mais explorações e mais situações novas, o que demanda mais tempo e pode afetar o tempo didático e o planejamento do professor, portanto, é mais um entrave.

Ainda há muito a se estudar sobre as tecnologias digitais em sala de aula e como elas podem contribuir para o ensino e a aprendizagem. Porém também é preciso entender os obstáculos que surgem para planejar e desenvolver essas situações. Como estudo futuro, acreditamos que é preciso identificar os níveis de codeterminação<sup>28</sup> para construir as atividades matemáticas que exploram as tecnologias digitais, já que esses níveis possibilitam identificar as condições e as restrições na difusão de saberes. Desse modo, ao identificar esses níveis de codeterminação, os pesquisadores podem elaborar infraestruturas matemáticas alternativas que são viáveis em uma instituição, assim como também praxeologias didáticas alternativas.

Durante esta investigação, iniciamos muitas reflexões que não poderiam ser feitas, porque iríamos perder o foco. Por essa razão, existem questões abertas que devem ser enfatizadas em outras reflexões, como: de que forma a relação com o saber se apresenta com o uso de tecnologias digitais a partir da TAD? Como elas interferem no saber preparado e no desenvolvimento do saber ensinado? Quais as limitações e os benefícios que os objetos ostensivos construídos por meio de recursos tecnológicos podem oferecer ao ensino de Matemática? Como a formação de professores pode ajudar a integrar os recursos digitais em sala de aula, com construção de novas praxeologias, na dialética dos objetos ostensivos e não-ostensivos e na comunicação e construção de saberes?

Há muito que ser feito, porque esse é um terreno novo e inseguro para o professor e para os pesquisadores, quando relacionamos com a TAD. É evidente que existem novos desafios, como o de reestruturar produções relacionadas a essas integrações das ferramentas tecnológicas na formação dos professores e no processo de Transposição Didática. Daí surge uma inquietação: como selecionar, relacionar e contextualizar os saberes para o aprendizado dos alunos em relação ao saber matemático e com a utilização das tecnologias digitais?

---

<sup>28</sup> Ver Chevallard (2002)

Tem muito caminho pela frente, muitas reflexões e diálogos. Mas é preciso entender que a sala de aula é um espaço de experimentação, é um laboratório. Por essa razão, o professor deve inovar, sempre, em busca de novas metodologias, porque os alunos já são envolvidos em um mundo com interatividade e outras dinâmicas. E as tecnologias digitais lhes proporcionam explorar novos caminhos, que trazem vantagens como a dinamicidade do ensino, a otimização do tempo, as conexões dos conceitos, a visualização de várias representações de um objeto matemático, possíveis criações didáticas, dentre outros.

Não há receitas ou fórmulas prontas, razão por que o professor, com suas experiências e reflexões, deve criar uma dinâmica diferente que integre a tecnologia digital a um novo processo de Transposição Didática Interna, na relação com o saber, no planejamento, na dialética dos objetos ostensivos e não-ostensivos, no desenvolvimento de novas praxeologias e na gestão do tempo. Portanto, o uso das ferramentas digitais integrado ao processo de ensino e aprendizagem, não só de Função Afim, mas de outros saberes matemáticos, ajudam na comunicação de saberes, na construção de novas praxeologias e na dialética da ostensividade dos objetos abrindo um leque para novas análises dos fenômenos didáticos.

Com essa investigação aprendemos que é preciso ter uma compreensão para as condições e limitações para a integração da tecnologia digital em sala de aula, entender os desafios que o cerca e com isso tentar buscar as soluções que sejam viáveis. Buscando um planejamento que vá além das sugestões do livro didático, com tecnologias que possam ser acessíveis atrelando ao laboratório de informática (caso a escola tenha).

Além disso, construir praxeologias que sejam adequadas para o uso de recursos tecnológicos, onde estes possam favorecer o movimento de descoberta e aprendizado. É importante perceber a importância das estruturas das atividades que são sugeridas, para no planejamento já saber como será desenvolvida a praxeologia, a fim de explorar as tecnologias digitais e fazer com que o bloco tecnológico-teórico seja mais evidente não só nas explicações do professor, mas da dialética dos objetos ostensivos e não-ostensivos que as tecnologias digitais possibilitar nas manipulações de suas ferramentas.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. E. B. Gestão de tecnologias, mídias e recursos na escola: o compartilhar de significados, **Em Aberto**, Brasília, v. 22, n. 79, p. 75-89, jan. 2009. DOI: <http://dx.doi.org/10.24109/2176-6673.emaberto.21i79.2306>. Disponível em: <http://rbepold.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/2306/2269>. Acesso em 01 dez. 2019.
- ALMOULOUD, S. A. Diálogos da Didática da Matemática com outras tendências da Educação Matemática. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, [s. l.] v. 9, n. 1, p. 145-178, 2019. Disponível em: [https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos\\_da\\_educacao\\_matematica/article/view/301](https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/301). Acesso em 09 maio 2019.
- ANDRADE, C. F. **Recursos Tecnológicos na práxis docente**: um estudo com professores de matemática do ensino médio das escolas estaduais de Ouro Preto do Oeste – RO. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2016.
- ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. São Paulo: Papirus, 2012.
- ARAÚJO, A. J. **O Ensino de Álgebra no Brasil e na França**: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático. 2009. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.
- ARZARELLO, F. et al. A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. **ZDM**, v. 34, n. 3, p. 66-72, jun. 2002. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02655708> Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02655708>. Acesso em: 11 fev. 2020.
- BAIRRAL, M. A. As TIC e a licenciatura em matemática: Em defesa de um currículo focado em processos. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina, v. 6, n. 1 p. 1-20, 2013. DOI: <https://doi.org/10.17921/2176-5634.v6n1>. Disponível em: <https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/97>. Acesso em: 19 nov. 2018.
- BARRETO, M. M. **Matemática e Educação Sexual**: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.
- BELTRÃO, T. M. S. **O Ensino de Gráficos Estatísticos**: uma análise da Transposição Didática Interna em turmas do 1º ano do 2º ciclo. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.
- BESSA DE MENEZES, M. **Praxeologia do Professor e do Aluno**: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.
- BEZERRA, A. S. V. **Conceito e representações de função via resolução, proposição e exploração de problemas**: um trabalho com alunos de graduação. 2017. Dissertação

(Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M.; PAIS, L. C. Reflexões sobre a orientação de pesquisas de Pós-Graduação em Educação Matemática com o suporte da Teoria Antropológica do Didático. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 7, número temático, p. 380-405, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/893/574>. Acesso em 12 mar. 2019.

BITTAR, M.; GUIMARÃES, S. D.; VASCONCELLOS, M. A integração da tecnologia na prática do professor que ensina matemática na educação básica: uma proposta de pesquisa-ação. **REVEMAT**, [s. l.], v. 3, n. 1, p. 84-94, 2008. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2008v3n1p84>. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2008v3n1p84/12139>. Acesso em: 14 nov. de 2018

BOGDAN, R. ; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto (Portugal):Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; CHIARI, A. S. S. Tecnologias digitais e a relação entre teoria e prática: uma análise da produção em trinta anos de BOLEMA. **Bolema** [online]. 2015, vol.29, n.53, pp.1115-1140. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a16>. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v29n53/1980-4415-bolema-29-53-1115.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2019.

BORBA, M. C; ALMEIDA, H. R. F. L; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes em uma investigação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. 1ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BORBA, M. C.; ZULATTO, R. B. A. Dialogical education and Learning Mathematics online from teachers. In.: LEIKIN, R.; ZAZKIS, R. (Eds.) Learning through Teaching Mathematics: development of teachers' knowledge and expertise in practice. Mathematics Teacher Education, v.5. Dordrecht: Springer, 2010, p. 111-125. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-90-481-3990-3\\_6](https://doi.org/10.1007/978-90-481-3990-3_6). Disponível em: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-90-481-3990-3\\_6](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-90-481-3990-3_6). Acesso em: 02 mar. 2020.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: Objet d'étude et problématique. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**. [s. l.], v. 19, n. 1, p. 77-124, 1999. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1999/la-sensibilite-de-l-activite/>. Acesso em: 06 maio 2019.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. Twenty-five years of the Didactic Transposition. **ICMI Bulletin**, [s. l.], n. 58, p. 51-65, 2006. Disponível em:

[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/54469/mod\\_resource/content/1/Texto%20ATD/25%20anos%20de%20ATD.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/54469/mod_resource/content/1/Texto%20ATD/25%20anos%20de%20ATD.pdf). Acesso em: 27 mar. 2019.

BRANDÃO, J. D. P. **Ensino e aprendizagem de função através da resolução de problemas e representações múltiplas**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: 22 jul. 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 2001.

BRASIL. **PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. **Lei nº 9.395, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e as Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da União. Brasília, 1996.

BRITO MENEZES, A. P. A. **Contrato Didático e Transposição Didática: inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do Ensino Fundamental**. 2006. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

CAPPELIN, A. **O ensino de funções na lousa digital a partir do uso de um objeto de aprendizagem construído com vídeos**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de matemática: limites e possibilidades. **REVEDUC**, São Carlos, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014. DOI: <http://dx.doi.org/10.14244/19827199729>. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/729/328>. Acesso em: 25 jan. 2019.

CAVALCANTE, J. L. **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do Didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na Licenciatura em Matemática**. 2018. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

CAVALCANTE, J. L.; RODRIGUES, R. F. Teoria Antropológica do Didático na Formação de Professores de Matemática. *In: Congresso Nacional de Educação, 4., 2017, Campina Grande. Anais eletrônicos [...]*. Campina Grande: Realize, 2017. Disponível em: [https://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO\\_EV073\\_MD1\\_SA13\\_ID186\\_11092017215251.pdf](https://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV073_MD1_SA13_ID186_11092017215251.pdf). Acesso em 22 set. 2018.

CHEVALLARD, Y. Conceitos fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. *In: Brun, J. Didática das Matemáticas*. Tradução de Maria José Figueredo, Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado.** Tradução de Cláudia Gilman. 1ª. ed. Buenos Aires: Aique, 1997. Título original: La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, [s. l.], v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1999/l-analyse-des-pratiques/>. Acesso em 11 jun. 2018.

CHEVALLARD, Y.: Organiser l'étude. 3. Écologie & regulation. *In*: Escola de Verão de Didática da Matemática, 11., **Atas do curso**. Grenoble: La Pensée Sauvage, p. 1-22, 2002. Disponível em: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser\\_1\\_etude\\_3.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser_1_etude_3.pdf). Acesso em: 05 mar. 2019.

CHEVALLARD, Y. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In: MAURY, S.; CAILLOT, M. (Éd.). **Rapport au savoir et didactiques**. Paris: Fabert, 2003. p. 81-104. Disponível em: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche\\_anthropologique\\_rapport\\_au\\_savoir.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_au_savoir.pdf). Acesso em: 12 nov. 2018.

CHEVALLARD, Y. La TAD face au professeur de mathématiques, Toulouse, 2009. Communication au Séminaire DiDiST de Toulouse le 29.avril 2009. Disponível em: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La\\_TAD\\_face\\_au\\_professeur\\_de\\_mathematiques.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf). Acesso em: jun. de 2020.

CHEVALLARD, Y. Sobre a Teoria da Transposição Didática: algumas considerações introdutórias. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v.3, n.2, p. 1-14, mai/ago 2013. Disponível em: <http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/2338/1111>. Acesso em: 28 mar. 2019.

DANTAS, E. A. S. **O processo de integração de recursos tecnológicos à prática docente de um professor de matemática no ensino de funções polinomiais.** 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

ELORZA, N. S. L. Formação de professores de matemática e as tecnologias de informação e comunicação: a produção das Revistas Zetetiké e Bolema. In: Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino, 16, Campinas, 2012, p. 1151-1162.

FERREIRA, L. **Uma proposta de ensino de Geometria Hiperbólica: "construção do plano de Poincaré" com o uso do software Geogebra.** 2011. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2011.

FERREIRA, L.; BARROS, R M. O. Relações entre os objetos ostensivos e os objetos não-ostensivos durante o ensino da geometria do taxista com o software Geogebra. **JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, UNIBAN, 31, vol. 6, n. 2, p. 31-59, 2013. DOI: <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2013v6n2p%25p>. Disponível em: <https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/92>. Acesso em: 21 fev. 2020.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA. **Proposta Curricular do Estado da Paraíba**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. SEECT/PB, João Pessoa, 2018.

HOHENWARTER, M; HOHENWARTER, J. **Ajuda Geogebra**: Manual Oficial da Versão 3.2, 2009. Disponível em: [https://app.geogebra.org/help/docuPT\\_PT.pdf](https://app.geogebra.org/help/docuPT_PT.pdf). Acesso em: 11 mar. 2019.

JACINTO, H.; CARREIRA, S. Mathematical problem solving with technology: the Techno-Mathematical Fluency of a Student-with-GeoGebra. **Internationa Journal of Science and Mathematics Education** (online), Springer, 2016. Disponível em: [https://www.academia.edu/24499046/Mathematical\\_Problem\\_Solving\\_with\\_Technology\\_the\\_Techno-Mathematical\\_Fluency\\_of\\_a\\_Student-with-GeoGebra?auto=download](https://www.academia.edu/24499046/Mathematical_Problem_Solving_with_Technology_the_Techno-Mathematical_Fluency_of_a_Student-with-GeoGebra?auto=download). Acesso em 08 mar. 2018.

LOPES, B. F. S. **Uma Abordagem do ensino de funções polinomiais no Ensino Médio**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2018.

LOPES, T. B.; COSTA, A. B.; OLIVEIRA, R. F. S. Estudo de função afim utilizando o software Geogebra como ferramenta interativa. **Revista Tecnologias na Educação**, v. 8, n. 17, p. 1-16, 2016. Disponível em: <http://tecedu.pro.br/wp-content/uploads/2016/09/REL4-ano8-vol17-dez2016-.pdf>. Acesso em 4 jan. 2020.

MARTINS, A. M. **Aprendizagem de função**: uma intervenção de ensino por meio do Quiz Game Online. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande-PB, 2016.

MOITA, F. M. G. S. C.; SILVA, M. A. Tecnologias digitais e Formação Continuada - analisando falas de professores à luz da Teoria Kellyana. **Tecnologia Educacional**, ABT, v. 209, p. 50-59, 2015. Disponível em: <http://abt-br.org.br/wp-content/uploads/2017/03/209.pdf>. Acesso em: 26 de jun. 2018.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Revista Ciência & Educação** [online], Bauru. 2003, vol.9, n.2, pp.191-211. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1516-73132003000200004>. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v9n2/04.pdf>. Acesso em: 09 jan. 2020.

OLIVEIRA, K. K. S. **As percepções dos professores de matemática da rede pública municipal de Aracaju/SE frente às tecnologias digitais na escola**: da implantação ao processo de ensino. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 3ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PAULA, M. C. **Um novo olhar sobre a Transposição Didática**: o início de uma proposta para o uso das TIC na Educação Básica. 2014 Dissertação (Mestrado em Educação em

Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

Pinto, C. F. **Dissertações brasileiras sobre o ensino de função afim a partir da implementação de sequências didáticas produzidas no período de 2009 a 2012**: questões para formação de professores e para pesquisa. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

PRENSKY, Marc. Digital Natives, Digital Immigrants. **On the Horizon**, Bradford, v. 9, n. 5, p. 2-6, out. 2001. Disponível em: <http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2018.

RAVEL, L. **Des programmes a la classe**: etude de la transposition didactique interne. Tese (Doutorado). Université Joseph Fourier – Grenoble I, 2003.

ROMANELLO, L. A. **Potencialidades do uso do celular na sala de aula**: atividades investigativas para o ensino de função. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2016.

ROSA, R. Trabalho docente: dificuldades apontadas pelos professores no uso das tecnologias. **Revista Encontro de Pesquisa em Educação**, Uberaba, v. 1, n. 1, p. 214-227, 2013. Disponível em: <http://revistas.uniube.br/index.php/anais/article/view/710/1007>. Acesso em: 29 nov. 2018.

SANTOS, J. C. S. **Formação continuada do professor de matemática**: contribuições das tecnologias da informação e comunicação para a prática pedagógica. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2018.

SANTOS, K. M. L. Ensino da Matemática e as TIC: uma abordagem na educação sobre a prática docente. **Revista EDaPECI**, São Cristóvão, v. 8, n. 1, p. 50-60, 2018. DOI: <https://doi.org/10.29276/redapeci.2018.18.18567.50-60>. Acesso em: 03 mar. 2019.

SANTOS, M. C.; BESSA DE MENEZES, M. A Teoria Antropológica do Didático: uma releitura sobre a teoria. **Perspectivas da Educação Matemática**, UFMS, v. 8, p. 648-670, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1456/979>. Acesso em 28 ago. 2018.

SCHUHMACHER, V. R. N.; ALVES FILHO, J. P.; SCHUHMACHER, E. As barreiras da prática docente no uso das tecnologias de informação e comunicação. **Ciência & Educação** [online], Bauru, v.23, n.3, p.563-576, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1590/1516-731320170030002>. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v23n3/1516-7313-ciedu-23-03-0563.pdf>. Acesso em: 26 jun. 2018.

SENSEVY, G. Notes sur la théorie anthropologique du didactique. In: BRONNER, A. et al. **Apports de la théorie anthropologique, Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs)**



**comme outils et connaissances d'action**. Montpellier: IUFM de l'Académie de Montpellier, 2010. p. 215-2229.

SILVA, A. C. N. *et al.* Análise de planos de aula para o ensino de matemática com uso de objetos de aprendizagem. **Revista Tecnologias na Educação**, Fortaleza, ano 10, v.26, p.135-155, 2018. Disponível em: <https://tecedu.pro.br/wp-content/uploads/2018/09/Art8-vol.26-EdicaoTematicaVIII-Setembro2018.pdf>. Acesso em: 04 set. 2019.

SILVA, L. B. **Utilizando o Software Microsoft Excel na abordagem dos conceitos iniciais das funções do 1º e 2º graus**. 2019. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2019.

SILVA, M. M. A. **Formação continuada de professores e tecnologia**: concepções docentes, possibilidades e desafios do uso das tecnologias digitais na educação básica. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

SILVEIRA, E. **Matemática**: compreensão e prática. 3ª. Ed. São Paulo: Moderna, 2015.

SOUSA, D. C. **Ensino de Matemática para a Educação do Campo**: reflexão sobre a problemática da caprinocultura. 2018. Artigo (Especialização em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática para a Convivência com o Semiárido) – Universidade Federal de Campina Grande, Sumé, 2018.

SOUSA, D. C. **O ensino de funções afim e quadrática**: uma proposta de atividade com o uso da linguagem de programação. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Monteiro, 2016.

SOUSA, F. D. R. B. **Software Geogebra no ensino da Trigonometria**: proposta metodológica e revisão da literatura a partir das produções discentes nas dissertações do PROFMAT. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2018.

SOUSA, R. M. **O uso do geogebra no ensino da função quadrática**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências da Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2014.

SOUZA, E. N. **Transposição Didática**: concepções de professores no contexto do GESTAR II. 2013. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2013.

TORRES, M. A. H. BERBET, E. O desafio do educador no planejamento e aplicação da tecnologia nos dias atuais. **Revista Acadêmica Feol (REFEOL)**, [online], v.1, n.1, 2011. Disponível em: [http://www.feol.com.br/sites/Revista%20eletronica/artigos/O%20DESAFIO%20DO%20EDUCADOR%20NO%20PLANEJAMENTO%20E%20APLICACAO%20DA%20TECNOLOGIA%20NOS%20DIAS%20ATUAIS%20\(Miguel%20Torres,%20Eni%20Berbeti%5D.pdf](http://www.feol.com.br/sites/Revista%20eletronica/artigos/O%20DESAFIO%20DO%20EDUCADOR%20NO%20PLANEJAMENTO%20E%20APLICACAO%20DA%20TECNOLOGIA%20NOS%20DIAS%20ATUAIS%20(Miguel%20Torres,%20Eni%20Berbeti%5D.pdf). Acesso em: 26 jun. 2018.

TROUCHE, L.; GUEUDET, G.; PEPIN, B. Documentational approach to didactics. **Lerman S. (eds) Encyclopedia of Mathematics Education**, Springer, 2018. DOI:

[https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9\\_100011-1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_100011-1). Disponível em:  
[https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007%2F978-3-319-77487-9\\_100011-1](https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007%2F978-3-319-77487-9_100011-1).  
Acesso em: 25 ago. 2018.

VENTORINI, A. E. Construções de relações funcionais através do software Scratch. Santa Maria: UFSM, 2015, 166. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

## APÊNDICE A- Roteiro e Descrição da entrevista

### QUANTO A EXPERIÊNCIA EM FORMAÇÃO

[Pesq.] Quais são suas experiências, enquanto processo formativo, seja na graduação, cursos de formações complementares ou pós-graduação, referente ao uso de tecnologias em sala de aula?

*Tivemos (contato com) alguns aplicativos e softwares na graduação. Acho que foram duas cadeiras, eu acho, falando sobre o Scilab e o Kturtle (linguagem LOGO), a gente utilizava eles (sic). A experiência (na graduação) que eu tenho só foram esses. Mas, quando foi na sala de aula já teve mais coisas, aplicativos como o Quizizz o Kahoot, Plickers, que é através de perguntas e respostas, com cartões de resposta, ele. Acho que só isso só que é referente ao uso de tecnologia.*

[Pesq.] Quais foram os cursos realizados? [Algum curso extra com tecnologia?] Nesses cursos, eles davam para implementar em sala de aula, ou tu achas que ficou algumas lacunas? Tu não encontravas nenhuma dificuldade a implementar?

*Sim, teve formação. Com a experiência na escola, foi o Pratique, que é referente ao Quizizz, o Kahoot, o Plickers e teve outros que agora eu não lembro. E dava pra (sic) implementar sim na sala de aula. A dificuldade que encontrava (sic) era os equipamentos para utilizar, a falta era essa. A dificuldade era essa só, que a quantidade de computadores ou até mesmo a internet para usar e não tinha como trazer o celular para a sala aula, aí tinha que ter uma rede separada para eles, uma rede de internet para eles, para eles utilizarem.*

### QUANTO AO PLANEJAMENTO

[Pesq.] Como você utiliza as tecnologias nas suas situações didáticas? E no planejamento as utiliza (na exploração, criação, ou em outro aspecto)?

*Na hora de planejar eu tinha que saber se eles iam entender aquele conteúdo através do aplicativo, se aquilo ali facilitava para eles no aprendizado. Não só copiando, com objetivo mais claro para que eles possam entender.*

[Pesq.] Tu usas tecnologias para pesquisar e para montar as aulas também, o planejamento de aula? Tu montas um plano de aula ou tu já vais montando a aula diretamente, com um planejamento internalizado?

*É eu já vou montando a aula, o plano tá (sic) na cabeça, tudo o que eu vou fazer já, já vou fazendo a montagem.*

[Pesq.] Tu usas só o livro didático para a pesquisa ou outros recursos, como o computador, por exemplo?

*Uhum (sic), é. Eu pesquiso pra (sic) ver se encaixa com aquilo (conteúdo). Eu vejo o conteúdo no livro, aí vou pesquisar. Faço uma pesquisa pra (sic) ver como é que está e o que eu posso desenvolver lá (sala de aula). Eu uso antes de levar pra (sic) eles (alunos).*

[Pesq.] Como você enxerga a tecnologia na sala de aula?

*“A tecnologia em sala de aula ela vem como um suporte, né (sic)? Um suporte para o aprendizado do aluno, mas não se seguir assim como uma regra de tá (sic) usando direto a tecnologia. Tem momentos que o cara (sic) não pode, não tem como usar direto. Você pode usar como um suporte para o ensino. Pode ser que aquela forma que você já realiza a sua aula não tá (sic) chegando ao seu objetivo, ao que você quer, aí quando você usa a tecnologia casa (sic) os dois, né? Até porque nem sempre a aula com tecnologia ela vai dá resultado, né? E nem sempre a aula tradicional vai dar resultado, né (sic)? É juntar os dois pra (executar a aula) [...] e quanto ao ensino ela me dá suporte para pesquisar e criar atividades, tentar diferenciar as aulas. [Confuso, mas pelo o que eu entendi: e que a tecnologia pode ser um caminho para atingir o objetivo da aula, facilitar esse caminho, fugindo do caminhar tradicional acostumado]*

[Pesq.] Quanto aos recursos tecnológicos e ao uso do Laboratório: como eles entram no planejamento e execução das aulas?

*O que dificulta é a quantidade de computadores que não é suficiente pra (sic) certas turmas, entendeu? Tem o laboratório de informática, mas nem todos os computadores pegam (instalam) os programas, tem uns que são bloqueados e não pega parece. E ainda tem é... a questão da internet, da quantidade de computadores que não é o suficiente, isso é tipo uma restrição a esses recursos. E também tem vez que o cara (sic) tá fazendo (a exploração do) o conteúdo, explicando lá o assunto e tem momentos que eles (alunos) vão tá (sic) mexendo em coisas que não tem nada a ver com o que você tá trabalhando. E isso pode tirar um pouco da atenção dele, tirar o foco.*

### QUANTO A EXPERIÊNCIA EM SALA DE AULA

[Pesq.] Você tem facilidade no uso de recursos tecnológicos e como ele podem facilitar o ensino?

*Assim é... a experiência não é muito assim que o cara (sic) tem com esses recursos. Mas sempre eu uso, não é com muita frequência, mas tem certas aulas que dá pra (sic) usar e outras não. Eu uso o Datashow, é a tecnologia que aparece mais vezes desses recursos aí.*

[Pesq.] Quais aplicativos que tu tens mais facilidade de utilizar?

*O Kahoot, o Plickers, que tem que eu consigo e tento utilizar mais eles.*

[Pesq.] Tu podes destacar mais alguns recursos tecnológicos que tu usas? Referente ao ensino de função. (O Geogebra, o Datashow, algo do tipo)

*Eu sempre uso o datashow, mas nunca usei o Geogebra não, essa foi a primeira vez. [...] eu sempre busco alguma atividade ou algo na internet, então acho que já usei pra (sic) tentar fazer alguma atividade na aula desse conteúdo, agora não lembro.*

[Pesq.] Como é que eles podem facilitar o ensino? Em que momento tu vêes que eles realmente podem contribuir com o ensino?

*Tem muitas vezes que eu tô (sic) explicando, escrevendo e tem momentos que eles não pegam, não entendem, não acompanham... Porque tem momentos que eles demoram muito copiando, tem muitos. Tem momentos que ele (aluno) perde o foco, que ele não... quando eu termino de copiar tem momentos que uns ainda estão copiando no início. É perder tempo pra (sic) fazer o gráfico, desenhar ele e pra expor. Facilita, né?*

[Pesq.] Quais são as restrições do uso das tecnologias em sala de aula? As dificuldades ou empecilhos de acesso aos recursos tecnológicos para a sala de aula? O acesso ao laboratório como é?

*Tem que reservar o laboratório, pois pode ter outro professor usando, então você faz a reserva e você vai pra lá. Aí pode ser utilizado, sim. A limitação é essa, do fato da internet, da quantidade de computadores que não é o suficiente, isso é tipo uma restrição desses recursos.*

[Pesq.] Quais as ferramentas que utilizou? E como foi explorado? Quais os pontos positivos e o que precisa ser melhorado? [O que tu costumava usar? Os aplicativos que tu usas (o Kahoot, o Plickers)? Tu já utilizaste em sala de aula?]

*O Kahoot, o Plickers, o Quizzes, esses que eu já utilizei e que eu consigo e tento utilizar mais eles. Já utilizei esses. Esse ano que passou e agora, que foi utilizado nas aulas práticas que eu utilizava com eles, entendeu? Aí certo conteúdo, que eu começava a dar ele, pronto. Aí quando eu ia pra (sic) aula prática eu fazia uns quizzes.*

[Pesq.] Tu nunca usaste celular nessas aplicações?

*Não, celular não. O uso do celular não é permitido na escola por causa dá bagunça que eles podem causar em sala de aula. Tirando a atenção dos alunos, que ficam dispersos. Porque eles vão querer ficar com eles, mexer neles, entendeu? Tem que ter um controle com isso, com o celular em sala. Aí tem outros aplicativos que não precisa utilizar o celular, tem uns, como o Plickers. Eles não precisam estar com o celular, só com o cartão pra (sic) responder as perguntas, entendesse? Que no caso, é apenas o meu celular que é usado para a leitura dos cartões.*

[Pesq.] Como funciona, então?

*Eles estão lá com o cartão aí tem as alternativas, e de acordo com o que você vai girando ... pra o meu celular ler o código que estão com eles, a resposta. (é como se fosse uma coisa impressa que eles têm, aí de acordo com as alternativas eles vão e mostram o código) É eles levantam (sic) lá pra mim e eu só aponto pro lado e lê. É como um Qrcode, entendesse? Eles ficam lá, colocam lá é do tipo slide, joga lá no computador, vai lá e pronto vou passando (recolhendo as respostas) Aí com o mesmo tempo que vou passando aqui, no meu celular as questões, eu passando (recolhendo as respostas), aí próximo... ele vai começa e levanta... eu crio tipo uma sala virtual, criei uma sala nesse programa, aí a sala do 7º ela já tem a ordem alfabética que tem da matrícula dele, do registro, aí eu coloco na ordem alfabética tudinho aí de acordo eles vão ficar com a mesma numeração, eles vão receber só aquele cartão com a numeração certa dele mesmo, por exemplo o 1 só pode ser aquela menina que na chamada já é a primeira. Aí quando eu coloco, eu abro pra ler, ele abre a tela de lado com o nome, quando eu clico aparece o nome azul é porque já aquela questão.*

[Pesq.] Aí no caso é uma espécie de ranqueamento, tipo assim que acerta mais?

*É, aí ele mostra o gráfico e se você acertou ou não, aí no meu celular eu vejo quem errou e quem acertou. Tem muita competitividade eles sempre perguntam quem errou e quem acertou, aí eu sempre mostro no final. Aí eu vou acompanhando (o desenvolvimento da atividade e as respostas) no meu celular, aí (sic) ele mostra tudo o gráfico, mostra tudo. Nesse momento ele me mostra em forma de porcentagem também, e aí como mostra em forma de porcentagem, aí (sic) dá pra (sic) até criar a nota através dali.*

[Pesq.] A experiência com o Geogebra, tu já utilizaste outras vezes?

*Essa foi a primeira vez que utilizei o Geogebra, no outro ano (ano passado) eu utilizei a linguagem logo, programação com o 8º pra (sic) explicar como que era um robô se movimentava que tinha que ter um comando ... essas coisas (sic), entendesse? Aí falei que eles tinham que saber é geometria que é angulo, ângulos de 90, menor do que 90, agudo, obtuso, entendesse pra (sic) movimentação, pra (sic) direita, esquerda, pra (sic) movimentação que ele tinha que fazer e construir a figura, esses movimentos. Por aí, sabe?*

## QUANTO AOS RESULTADOS

[Pesq.] Como você percebe que os alunos aprendem, qual o sistema de avaliação?

*O plickers se você quiser ele já funciona como um sistema de avaliação, ele já dar um ranking e uma porcentagem, ele serve como um sistema de avaliação, aí você pode fazer avaliação através dele*

[Pesq.] E nos outros o Kahoot, o quizzes, eles também têm esse ranqueamento essas formas de avaliar?

*Tem, e dá pra (sic) ir acompanhando ao mesmo tempo que eles respondem, eu nunca faço avaliação por ali não, é mais um exercício, uma parte prática, ali eu*

*vou deixando reservando pra pontuação, pontuações pra juntar com avaliação escrita. Pronto e aqui como eu percebo que os alunos aprenderam.*

[Pesq.] Quanto ao Geogebra ensinando o conteúdo de função Afim como tu avalia? E como tu enxergou esse uso?

*No Geogebra teve muitos que conseguiram enxergar, mas outros não conseguiram enxergar através do aplicativo. Então, alguns não viram ali ... mas deu pra (sic) perceber e enxergar como é uma função, quais os pontos que tavam (sic) ... ao mexer foram vendo a relação da lei da função com o gráfico, deu pra acompanhar essas construções, inclusive ajudou pra saber quando a função é crescente e decrescente, pelo gráfico.*

[Pesq.] Os resultados são positivos e o que pode destacar sobre isso?

*São, todos os resultados que vem são positivos, que eu vejo assim, né? Os alunos gostam. Nenhum tem resistência pra (sic) usar. Eles gostam e perguntam: - vai utilizar quando?. Eles querem todo dia. Aí eu digo: - todo dia não tem como, vou ajeitar mais vez.*

[Pesq.] Tem algum momento que tu achas que tu visses que realmente os alunos gostaram daquilo, aprenderam e interagiram, alguma atividade específica que tu sabes que tens um diferencial das outras?

*Eu acho assim, foi o momento que eu levei os jogos, esses aplicativos. Eles ficam sempre perguntando na outra semana tu vai trazer de novo? Eles comentam “oxe (sic), foi bom”, eles gostam porque competem um com o outro.*

[Pesq.] Sem ser tecnologia tu usas algum outro material didático, algum jogo, material manipulável ou sólidos geométricos?

*Já utilizei alguns jogos, o Matriz, que eles relacionam os números inteiros, que é através de um tabuleiro de dama, é parecido com um tabuleiro de dama, mas ali não jogo como dama, é diferente. Ali você aprende o sentido de coluna e linha, se você tirou uma peça numa linha, o outro jogador só pode tirar na linha, na mesma coluna porque um se torna coluna e o outro linha como se você fosse explicar os eixos o eixo x e o eixo y. Entendesse?*

[Pesq.] Tu usas muito o Datashow pra dar aula, ou em caso específico?

*Em casos, eu faço resumo do conteúdo pra aula, até porque eu não posso colocar tudo que tá (sic) ali (subentendo do livro didático) tento tirar o principal e trabalhar com eles.*

[Pesq.] Eu vi que os livros didáticos, eles não levam para casa pela quantidade que tem, né?

*É... os livros eles não levam não. São poucos livros.*

[Pesq.] Aí quando tu usas o Datashow tu pegas esse resumo pra colocar pra eles entenderem o assunto?

*Quando eu levo slides eles só prestam atenção, eles ficam só prestando atenção na explicação, aí o exercício sim que eles começam a copiar. Mas, se eu tiver de copiar, eu faço um resumo e eles tomam nota, aí começa os exercícios e junta os dois.*