Universidade Estadual da Paraíba Pró - Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa Centro de Ciências e Tecnologia Programa Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Matemática

Construindo significados para o Teorema de Pitágoras acerca de uma sequência didática

Mestranda: Janaína Teodoro dos Santos Galvão
Orientador: Dr. Pedro Lúcio Barboza

Caderno pedagógico

Teorema de Pitágoras

Matemática

JANAÍNA TEODORO DOS SANTOS GALVÃO
PEDRO LÚCIO BARBOZA

CONSTRUINDO SIGNIFICADOS PARA O TEOREMA DE PITÁGORAS ACERCA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Produto Educacional, cumprindo a exigência do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

CAMPINA GRANDE – PB

2021

G182c Galvão, Janaina Teodoro dos Santos.
Construindo significados para o Teorema de Pitágoras acerca de uma sequência didática [manuscrito] / Janaina Teodoro dos Santos Galvão. - 2022.
28 p. : il. colorido.

Digitado.
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2022.
"Orientação : Prof. Dr. Pedro Lúcio Barboza , Departamento de Matemática - CCT."

1. Ensino de Geometria. 2. Teorema de Pitágoras. 3. Formação de professores. 4. Sequência didática. I. Título

21. ed. CDD 516

Elaborada por Camile de A. Gomes - CRB - 15/559 BC/UEPB

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO..5
2. O TEOREMA DE PITÁGORAS 6
   2.1 Um pouco sobre a história de Pitágoras de Samos 6
3. CONSTRUINDO UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA..8
4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA..10
   4.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1...10
   4.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2 13
   4.3 SEQUÊNCIA DODÁTICA 3...15
   4.4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 4...17
   4.5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 5..21
   4.6 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 6...26
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 28

   REFERÊNCIAS 29

1. INTRODUÇÃO

O material aqui exposto é resultado de uma pesquisa, realizada com os professores de escolas públicas do Estado da Paraíba. Pesquisa esta que fez parte do trabalho de conclusão do Mestrado profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, desenvolvido pela mestranda também pela professora pesquisadora, sob a orientação do Professor Dr. Pedro Lúcio Barboza. A exigência do Programa de Pós-Graduação é gerar um produto que possa intervir na realidade estudada.

Dessa maneira, o produto educacional que se procede é fruto de minha dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, produzido a partir da pesquisa intitulada “O ensino do Teorema de Pitágoras: concepções de professores e uma proposta de abordagem”, dessa forma procura-se atender ao objetivo desta pesquisa que é investigar o ensino de Geometria em relação ao Teorema de Pitágoras.

A sequência didática visa contribuir com a formação de professores de matemática, como uma alternativa para tornar as aulas de Geometria mais interessantes e, assim, planejar um modelo didático para que possa contribuir para a formação contínua desses profissionais no Ensino da Educação Matemática, afim de sugerir atividades práticas para os professores, com intuito de orientar sobre a possibilidade de se trabalhar na perspectiva da Educação Matemática. Este produto educacional na forma de Caderno Pedagógico é proposto aos professores que trabalham com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, embora as atividades aqui propostas possam ser adaptadas a qualquer nível da Educação Básica.

Apresentamos uma proposta com sugestões de uma sequência didática, que será trabalhada de maneira adaptada. Serão apresentadas atividades contextualizadas, com sugestões de atividades executadas, que poderá orientar você caro (a) professor (a) em relação ás atividades aqui apresentadas, elaborando um auxilio pedagógico para o processo de ensino e aprendizagem. A proposta apresentada é passível e de modificação, pois é interessante que o professor possa fazer modificações nas perguntas para se adequar de acordo com a realidade de cada turma. Esperamos que esse produto educacional possa despertar o interesse dos professores inserir as suas práticas docentes, levando-os a refletirem sobre seus fazeres e saberes em sala de aula, para que possam, dessa forma, difundir práticas que leve o aluno ao processo de ensino e aprendizagem. Boa leitura! Um abraço! Janaína Teodoro dos Santos Galvão.

2. O TEOREMA DE PITÁGORAS

O Teorema de Pitágoras é um dos mais conhecidos e importantes teoremas da Matemática, cujo o qual apresenta inúmeras aplicações tanto teórica como prática e muitas dessas aplicações se encontram presentes em nosso cotidiano.

A respeito de sua aplicabilidade, esse Teorema acaba se tornando apenas uma fórmula a ser memorizada, sem que ocorra o entendimento desse Teorema, pois muitas vezes a maioria dos livros didáticos trazem a demonstração sem compreensão e contextualização desse conteúdo, limitando-se apenas a identificar um triângulo retângulo dando enfoque a descobrir um dos lados identificando a medida dos outros dois, fazendo com que dessa forma o aluno limite-se apenas em memorizar a fórmula, sem entender as suas propriedades e deixando de lado suas implicações e a aplicabilidade na sociedade.

Amorim (2015) generaliza o Teorema de Pitágoras, mostrando que "a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual a área da soma das áreas da soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos, com essa generalização o aluno pode compreender melhor o Teorema e ainda aprender a relacionar conteúdos matemáticos" (p.27).

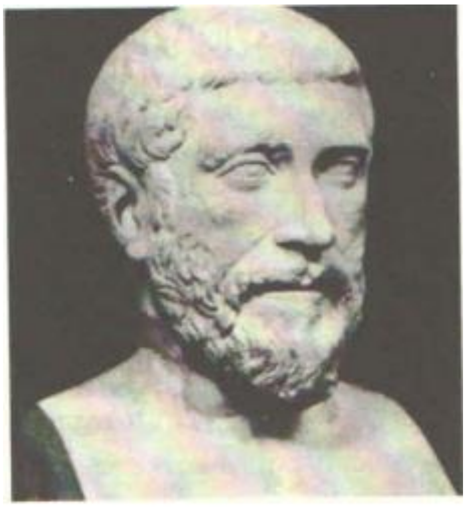
Balbino júnior (2015, p.19), menciona que "o estudo do triângulo gera inúmeros problemas e resultados, historicamente desde antigas civilizações até os dias atuais, a humanidade dedicou esforços na tentativa de encontrar soluções de problemas práticos relacionados a medidas por meio do Teorema de Pitágoras".

Segundo Eves (2004) acredita-se que "esse Teorema já era conhecido pelos babilônios, mais de um milênio antes, mas o historiador conhecido como Pitágoras de Samos foi o primeiro a dar uma demonstração dele. Não se sabe ao certo que tipo de demonstração Pitágoras utilizou, mas pelos indícios, foi uma demonstração por decomposição" (p.103).

2.1 Um pouco sobre a história de Pitágoras de Samos

Pitágoras de Samos foi um matemático, filósofo e profeta, nascido na Grécia, na ilha de Samos, por volta de 570 a.C. Seu pai, Mnesarco, era um mercador de Tiro e sua mãe, Pythais, era originária de Samos. A respeito da biografia de Pitágoras de Samos ainda permanece desconhecida devido à perda de documentação e o motivo de que a escola fundada por ele era secreta. Os membros que faziam parte da escola, eram conhecidos como pitagóricos, que contribuíram com várias descobertas matemáticas, porém todos os créditos eram dados ao mestre Pitágoras (BOYER e MERZBACH, 2012, p. 55-56).

Figura 1: Pitágoras



Fonte: (Coleção David Smith) – (EVES, 2004, p. 98)

Segundo Ribeiro (2013) em sua pesquisa, ele destaca que " entre seus 18 e 20 anos, Pitágoras visitou Tales, em Mileto. Embora Tales já fosse um ancião, exerceu forte impressão no jovem Pitágoras, despertando nele interesse por Matemática e Astronomia. Anaximandro dava aulas à Pitágoras sobre os ensinamentos de Tales. Essas aulas influenciaram Pitágoras em suas ideias e visão sobre Geometria e Cosmologia. Tales também, lhe aconselhou a visitar o Egito para aprender mais sobre as questões que haviam estudado" (p.4).

Não se sabe ao certo sobre o tempo em que Pitágoras passou no Egito ou no Leste, nem de suas vicissitudes em Samos ou outras cidades gregas antes de sua chegada a Itália. Nem tampouco há evidência direta do tipo e da quantidade de conhecimentos que pode haver adquirido, nem de como chegou a suas visões filosóficas definitivas. Dizem que Pitágoras visitou templos e participou de discussões com sacerdotes, iniciando-se nos rituais e crenças que depois colocaria em prática na sociedade que fundaria na Itália. Após essas viagens Pitágoras adotou vários costumes, dos quais se destacam o sigilo, o vegetarianismo, a recusa em usar roupas feitas com pele de animais e a obstinação pela pureza (RIBEIRO, 2013, p. 4).

Em sua época, era comum viajar para conhecer o mundo e adquirir conhecimento através do contato com outros povos. Por isso, ainda jovem, Pitágoras partiu de Samos para conhecer o mundo. Passou pelo Egito, Babilônia e provavelmente a Índia, onde absorveu conhecimentos matemáticos e religiosos de cada um desses povos. De volta ao mundo grego, fundou com o apoio de Milo uma sociedade secreta, a escola pitagórica, na cidade de Crotona, dedicada ao estudo da matemática e da Filosofia, principalmente. Milo, além de ter influente politicamente, era ex-campeão de luta livre dos jogos olímpicos da antiguidade. Além de ter cedido sua casa para a fundação da escola pitagórica, também tinha sua filha Teano como uma das alunas de Pitágoras, que mais tarde se tonaria sua esposa Castro (2013, apud SILVA, 2016, p. 22).

A escola era secreta e utilizada como um centro de estudo de filosofia, matemática e ciências naturais, além de ritmos cerimoniais. Relatos dizem que Pitágoras casou-se com Téano e tiveram uma filha, Damo, e um filho, Telauges, já outros dizem que foram duas filhas, chamadas Damo, e Myia e outros dizem que quando chegou na Itália já tinha esposa e filha (EVES, 2004, p. 97).

Historiadores dizem que Pitágoras fugiu para Metaponto, onde morreu com idade entre setenta e cinco e oitenta anos. A escola pitagórica tinha como lema que a "causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros" (EVES, 2004, p. 97).

Por esse motivo os pitagóricos exaltavam o estudo das propriedades dos números e da aritmética, juntamente com a geometria, a música e a astronomia (EVES, 2004, p. 97).

3. CONSTRUINDO UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Para executar a sequência didática foi escolhido o tema "Teorema de Pitágoras" levando em consideração a elaboração de uma sequência didática a qual resultou como produto educacional final desse Caderno Pedagógico. Esta pesquisa propôs um estudo acerca do Teorema de Pitágoras a partir de uma sequência didática, que visa a construção de significados e os conceitos envolvidos acerca desse Teorema.

A sequência didática foi desenvolvida como proposta para os professores trabalhar com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, mas pode ser adaptada para trabalhar em outras séries do Ensino Médio.

Procuramos desenvolver as atividades de tal modo que os alunos tivessem a possibilidade de construir saberes matemáticos com mais autonomia, sem que houvesse a necessidade da intervenção direta do professor na resolução das atividades, e ao mesmo tempo sugerissem relações de diálogos e interações entre os alunos.

Berté (1995, apud BASTIAN, 2000, p. 22) menciona que “demostrar para os alunos a veracidade do Teorema de Pitágoras é possibilitar a eles um ensino com significados, uma construção do conhecimento. Portanto não se deve apenas apresentar o seu enunciado e exemplificar com cálculos”.

Decidimos realizar esta pesquisa envolvendo o conteúdo do Teorema de Pitágoras, por considerá-lo relevante no processo de ensino e aprendizagem de matemática, assim como buscar investigar e localizar percursos que possibilitem reduzir dificuldades encontradas por professores e alunos no estudo desse conteúdo.

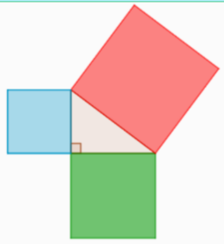
O conhecimento do saber matemático pelo aluno é construído da forma como o professor transmite esse conteúdo. O engajamento dos alunos nas aulas, dependerá das diferentes abordagens de aprendizagem por uma situação didática.

O planejamento de uma sequência didática, é fundamental considerar as relações entre professor – aluno, aluno – aluno, pois o papel de ambos a respeito dos conteúdos é manter a organização do tempo e espaço e dos recursos didáticos e avaliação.

Oliveira (2013), determina uma sequência didática como sendo “um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino e aprendizagem” (p.39).

O desenvolvimento deste trabalho se deu a partir de uma pesquisa exploratória acerca do Teorema de Pitágoras e seu ensino, seguida da elaboração de uma sequência didática que dá ênfase as demonstrações e as aplicações do Teorema. A metodologia escolhida para a elaboração da sequência didática foi a de investigação matemática. A seguir são detalhados os passos que foram seguidos para a investigação, bem como, a execução da sequência didática proposta para os professores.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA



SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1

Sequência Didática 1: Utilizando o conceito de área em quadriculações para demonstrar o Teorema de Pitágoras.

Objetivo: Esta atividade tem como objetivo apresentar algumas demonstrações práticas do Teorema de Pitágoras que podem ser obtidas através da comparação entre áreas.

Material utilizado: Papel cartão, papel quadriculado, régua, tesoura, lápis, cola e lápis de cor.

Organização da sala: Individual

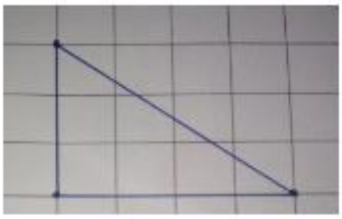
Duração da atividade: Duas aulas geminadas (100 minutos)

Descrição da atividade:

O Teorema de Pitágoras será demonstrado utilizando os conceitos de áreas em quadriculações, conforme Santos (2018, p. 41), porém adaptado. A mesma atividade será explorada em triângulos não retângulos para que os alunos possam verificar ou não a veracidade desse Teorema em um triângulo qualquer.

1º passo: Com o auxílio de uma régua e um lápis desenhar um triângulo retângulo no papel quadriculado, cujos os lados dos catetos medem 3 e 4 unidades, conforme a figura 2:

Figura 2: Primeiro passo para a sequência didática

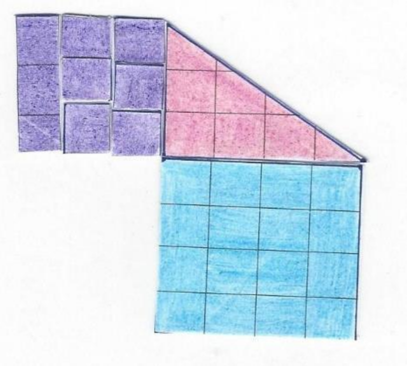


Fonte: Elaboração própria

2º passo: Os alunos irão desenhar no papel quadriculado os quadrados sobre os seus respectivos catetos do triângulo retângulo, logo após, pintar as três partes construídas em cores diferentes e depois recortá-las. Conforme mostra a figura 3:

∆ Nessa atividade iremos fazer a demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando um quebra – cabeças. Para isso, cada aluno receberá uma folha com o desenho de um triângulo retângulo e, sobre seus lados, quadrados divididos em algumas peças, conforme mostra a figura abaixo.

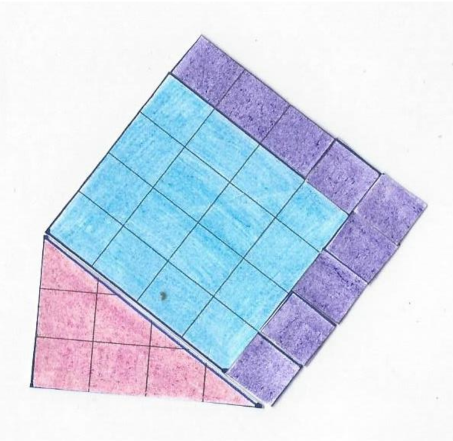
Figura 3: Segundo passo da sequência didática



Fonte: Elaboração própria

3º passo: Os alunos irão colar o triângulo retângulo no caderno e, sobre a hipotenusa, colar os quadrados de modo a formar um quadrado com a mesma medida da hipotenusa do triângulo, conforme mostra a figura abaixo 4:

Figura 4: Terceiro passo da sequência didática



Fonte: Elaboração própria

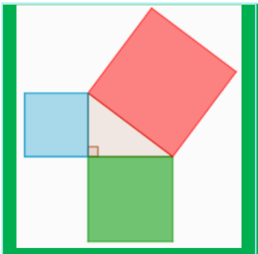
Após a conclusão do 3º passo, os alunos deverão responder as atividades apresentadas a seguir, dando continuidade as próximas etapas.

ATIVIDADES

∆ Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados que foram desenhados sobre os seus respectivos catetos do triângulo retângulo?

∆ Agora calcule a soma dessas medidas que você encontrou e faça uma comparação do resultado com a medida da área do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo.

∆ Agora, repita os passos desta atividade, desenhando um triângulo retângulo cujos lados dos catetos medem 6 e 8 unidades. Responda as 2 questões anteriores para este novo triângulo.



SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2

Sequência didática 2: Demonstração do Teorema de Pitágoras por meio de um quebra –cabeça

Objetivo: Esta atividade tem como objetivo demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir da construção de um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo, com as peças divididas nos quadrados desenhados sobre os catetos.

Material utilizado: quebra-cabeça impresso, régua, tesoura, lápis de cor e cola

Organização da sala: Individual

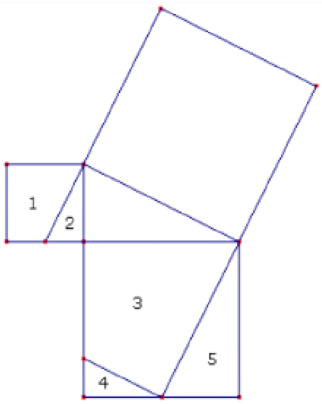
Duração da atividade: 50 minutos

Descrição da atividade:

Esta atividade será baseada na demonstração do Teorema de Pitágoras com a utilização de um quebra-cabeças, onde foi adaptado de Santos (2018, p. 48).

Cada aluno receberá uma folha com o desenho de um triângulo retângulo e, sobre seus lados, quadrados divididos em algumas peças, conforme a figura abaixo:

Figura 5: Quebra-cabeça



Fonte: Santos (2018)

O triângulo retângulo e as peças obtidas nos dois quadrados menores deverão ser coloridos. Depois, recortar as 5 peças e com elas formar um quadrado. Depois os alunos irão comparar o quadrado obtido com o desenho sobre a hipotenusa do triângulo e, logo em seguida, responder as atividades propostas.

ATIVIDADES

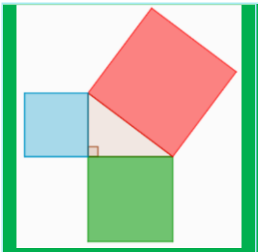
∆ Encontre as medidas dos lados dos triângulos retângulos?

∆ Encontre as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os lados do triângulo retângulo?

∆ Calcule a soma das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos e compare o resultado com a medida da área do quadrado desenhado sobre a hipotensa.

∆ Qual relação você verifica entre as medidas dos lados dos triângulos e as áreas dos quadrados?

∆ Agora, escreva um enunciado acerca das suas observações no desenvolvimento desta atividade.



SEQUÊNCIA DIDÁTICA 3

Sequência didática 3: Construindo quadrados sobre seus lados com os mesmos valores a partir do quebra- cabeça.

Objetivo: Esta atividade tem como objetivo mostrar que a soma das áreas dos quadrados menores é igual à soma da área do quadrado maior e provar a validade desse Teorema.

Material utilizado: Cartolina, régua, tesoura, esquadro, borracha e lápis.

Organização da sala: Individual

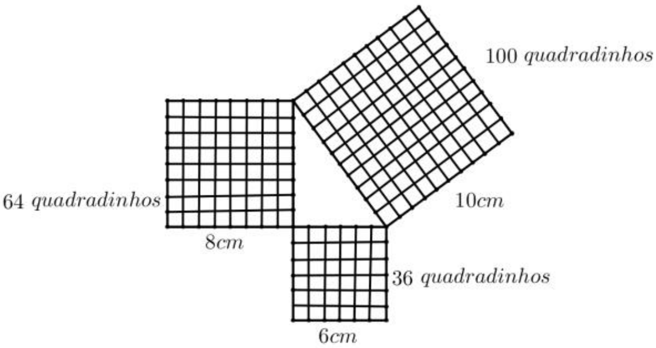
Duração da atividade: 50 minutos

Descrição da atividade:

1º passo: Os alunos irão desenhar um triângulo retângulo de lados medindo 6cm, 8cm e 10cm, construindo quadrados sobre seus lados com os mesmos valores.

2º passo: Os alunos irão desenhar os quadradinhos de 1cm de lado sobre os três quadrados, obtendo sobre a hipotenusa 10.10 = 100 quadradinhos de 1 cm de lado, logo a área do quadrado é 100cm², de maneira análoga teremos sobre os catetos quadrados com área de 64cm² + 36cm². Portanto, teremos que 100cm² = 64cm² + 36cm². Como mostra a figura abaixo:

Figura 6: Construção dos quadrados sobre o triângulo retângulo



Fonte: https://www.gratispng.com/png-rzlqgv/

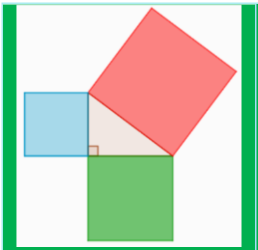
ATIVIDADES

∆ Calcule a área dos dois quadrados menores.

∆ Some as áreas desses dois quadrados.

∆ Calcule a área do quadrado maior.

∆ Compare a área do quadrado maior com o valor encontrado para a soma dos dois quadrados menores. O que você concluiu a partir dessa comparação?



SEQUÊNCIA DIDÁTICA 4

Sequência didática 4: Demonstração do Teorema de Pitágoras obtidas através da comparação entre áreas.

Objetivo: Esta atividade tem como objetivo mostrar algumas demonstrações práticas do Teorema de Pitágoras que podem ser obtidas através da comparação entre áreas.

Material utilizado: Papel A4 opaline branco 180g/m^2 para a confecção dos tabuleiros, tesoura e 5 cores diferentes de papel cartão para a confecção das peças do quebra-cabeças.

Organização da sala: Em grupos

Duração da atividade: Duas aulas geminadas (100 minutos)

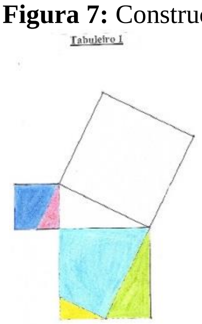
Descrição da atividade:

Esta atividade se baseia em algumas demonstrações práticas do Teorema de Pitágoras com a utilização de quebra-cabeças. Mostrar para o aluno que uma demonstração matemática não pode ser dada exclusivamente por meio da interpretação de uma ilustração, ou seja, é necessário uma demonstração mais rigorosa (SILVA, 2016, p. 58). A atividade foi adaptada de Silva (2016).

Depois da divisão dos grupos, cada grupo receberá 5 sacos contendo as peças de cada quebra-cabeças e seus respectivos tabuleiros. Para o desenvolvimento da atividade, os alunos deverão seguir os passos:

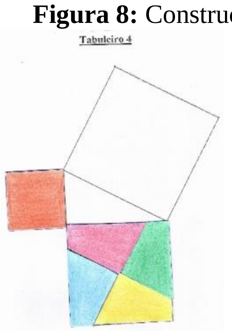
1º passo: Com as peças de seus respectivos quebra-cabeças 1 e 4, os alunos irão montar os dois quadrados menores de seus respectivos tabuleiros 1 e 4, conforme mostra as figuras 7 e 8:

Figura 7: Construção do Quebra-cabeça 1



Fonte: Elaboração própria

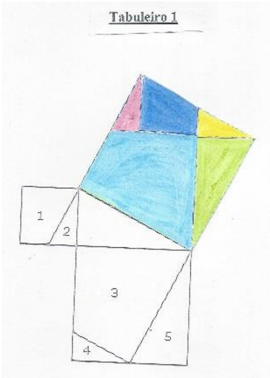
Figura 8: Construção do Quebra-cabeça 4



Fonte: Elaboração própria

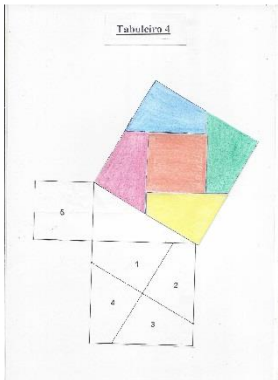
2º passo: Com as mesmas peças do quebra-cabeças 1 e 4 os alunos irão montar os dois quadrados maiores do tabuleiro 1 e 4, conforme mostra as figuras 9 e 10:

Figura 9: Construção do Quebra-cabeça 1



Fonte: Elaboração própria

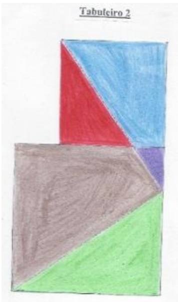
Figura 10: Construção do Quebra-cabeça 4



Fonte: Elaboração própria

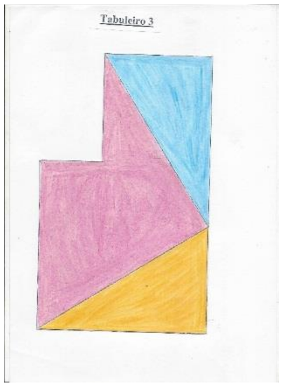
3º passo: Com as peças de seus respectivos quebra-cabeças 2 e 3 e seus Tabuleiros os alunos irão montar os dois quadrados menores e os dois quadrados maiores, conforme mostra as figuras 11 e 12:

Figura 11: Construção do Quebra-cabeça 2



Fonte: Elaboração própria

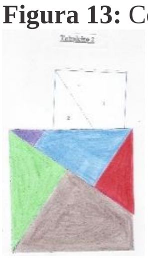
Figura 12: Construção do Quebra-cabeça 3



Fonte: Elaboração própria

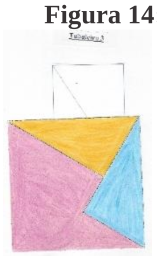
4º passo: Com as mesmas peças de seus respectivos quebra-cabeças 2 e 3, os alunos irão montar apenas o quadrado maior utilizando todas as peças de seus respectivos quebra-cabeças. Conforme mostra as figuras 13 e 14.

Figura 13: Construção do Quebra-cabeça 2



Fonte: Elaboração própria

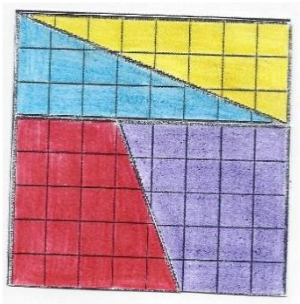
Figura 14: Construção do Quebra-cabeça 3



Fonte: Elaboração própria

5º passo: Por meio do quebra-cabeça do tabuleiro de número 5, os alunos irão resolver o desafio que consiste em explicar porque mesmo utilizando as mesmas peças, as duas figuras têm áreas diferentes?

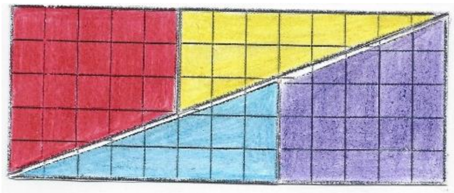
Figura 15: Desafio do Quebra-cabeça 5



(I)

Fonte: Elaboração própria

Figura 16: Desafio do Quebra-cabeça 5



(II)

Fonte: Elaboração própria

ATIVIDADES

Nesta atividade vamos construir a demonstração do Teorema de Pitágoras, utilizando as peças do quebra-cabeça.

∆ Com as peças do quebra-cabeça, preencha o interior dos dois quadrados menores.

∆ Utilizando todas as peças do quebra-cabeça monte o quadrado maior? E depois faça o mesmo com os quebra-cabeças 1, 2. 3 e 4.

∆ Agora, converse com os seus colegas em sala aula, acerca do que você percebeu entre as áreas dos três quadrados montados? O que você concluiu?

∆ O que você pode observar em ralação aos lados dos três quadrados construídos e os lados do triângulo retângulo?

∆ Em relação ao quebra-cabeça do tabuleiro 5, monte primeiro o quebra-cabeça da figura 1 e depois o quebra-cabeça da figura 2. A figura 1 é um quadrado de lado 8, e área igual a 64. Ela foi dividida em quatro partes, que reorganizadas formaram o retângulo da figura 2. Agora observe que a figura 2 é um retângulo de lados 13 e 5, e área igual a 65. Então, apesar das figuras 1 e 2 serem formadas a partir de peças iguais, elas têm áreas diferentes. Curioso, não é? De onde apareceu está unidade extra de área?

PROPOSTA PEDAGÓGICA: TEOREMA DE PITÁGORAS

DESAFIO

Após o término da sequência didática, os alunos irão resolver o seguinte desafio, que consiste em calcular a área da figura 1 igualando com a área da figura 2, como mostra as figuras abaixo:

Figura 17: Desafio da figura 1

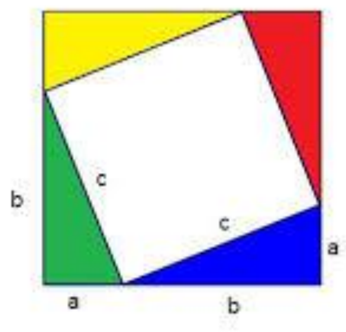
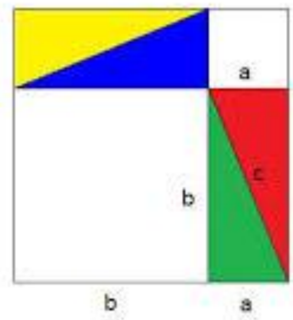


Figura18: Desafio da figura 2



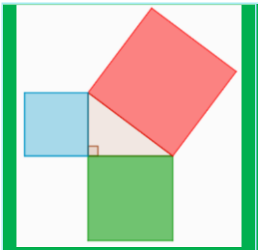
Fonte: Elaboração própria

Agora, responda o que se pede.

∆ O que você observou acerca dos triângulos das figuras 1 e 2. Justifique sua resposta?

∆ Calculando a área da figura 1 e igualando com a área da figura 2, qual fórmula você encontrou? Justifique sua resposta?

∆ O que você pode concluir em relação a figura 1 e a figura 2. Justifique sua resposta?



SEQUÊNCIA DIDÁTICA 5

Sequência didática 5: Trilha Pitagórica

Objetivo: O objetivo do jogo é promover um estudo do Teorema de Pitágoras de forma mais lúdica e significativa para os alunos.

Material utilizado: Papel A4 opaline branco 180g/m^2 para a confecção dos tabuleiros, tesoura, moldes impressos para os dados, tampinhas de garrafa pet com cores diferentes e cartas relacionadas ao jogo Teorema de Pitágoras.

Organização da sala: Em grupos

Duração da atividade: Duas aulas geminadas (100 minutos)

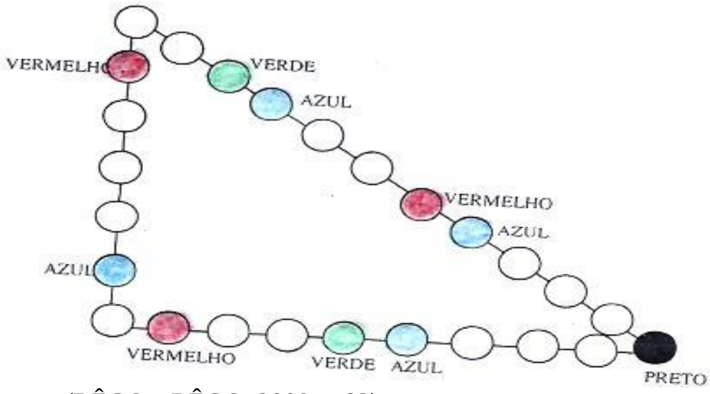
Descrição Do Jogo:

Como a nossa intenção é apresentar uma proposta para aplicar o jogo Trilha Pitagórica em sala de aula, fazendo variações nos cartões do jogo para que os professores de Matemática trabalhem o jogo durante a aplicação do conteúdo Teorema de Pitágoras, elaboramos perguntas para se trabalhar com os alunos do 9º ano antes da abordagem do conteúdo Teorema de Pitágoras (o jogo também pode ser aplicado em outras séries do Ensino Médio).

Descrevemos aqui o Jogo Trilha Pitagórica, seus objetivos, seus conceitos e suas aplicações. O jogo Trilha Pitagórica foi adaptado, ele se encontra na obra Matematicativa dos autores Rêgo e Rêgo (2009), onde o nome do jogo é "Teorema de Pitágoras", assim modificamos para Trilha Pitagórica e adaptamos algumas regras.

Os autores apresentam a descrição e as regras desse jogo. Além disso, eles destacam que o jogo facilita a agilidade de raciocínio; a aprendizagem do Teorema de Pitágoras (conceitos e aplicações); ao cálculo de estimativas. O jogo é indicado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental. Ele pode ser jogado por vários participantes. Possui um tabuleiro na forma de um triângulo retângulo, marcadores (uma cor para cada jogador); dois dados comuns e cartas com questões relacionadas ao Teorema de Pitágoras. Ganha o jogo quem primeiro chegar de volta ao círculo preto (pode-se, como variação, aumentar o número de voltas em torno do tabuleiro).

Figura 19: Tabuleiro do jogo Trilha Pitagórica



Fonte: (RÊGO e RÊGO, 2009, p.83)

Descrevemos aqui como o jogo original, denominado Teorema de Pitágoras, está sendo abordado na proposta de Rêgo e Rêgo (2009).

A forma de jogar é simples:

> Cada jogador coloca seu marcador junto ao círculo preto (ponto de partida e chegada da "corrida pitagórica"). Os cartões de questões são empilhados, com a face voltada para baixo, ao lado do tabuleiro. Na sua vez de jogar, cada participante lança os dois dados. Os números obtidos representarão as medidas dos catetos de um triângulo retângulo. O jogador moverá seu marcador, o número de círculos correspondentes à parte inteira da medida da respectiva hipotenusa. Por exemplo: se os números sorteados foram 2 e 4, a hipotenusa seria dada por: $(2^2 + 4^2)^{1/2}$, isto é, $(20)^{1/2} \equiv 4{,}47$. Logo, o jogador avançaria 4 círculos do tabuleiro. Se o jogador for cair em um círculo verde adianta mais dois; em um vermelho, volta dois círculos e em um círculo azul, sorteia uma questão. Acertando a resposta, lança um dado e avança o números correspondente ao valor sorteado. Se errar permanece onde está até a próxima rodada. (RÊGO e RÊGO, 2009, p. 83-84).

Para o jogo Trilha Pitagórica, objeto de nosso estudo, as alterações feitas na nossa adaptação se referem às regras de como jogar. Para a nossa proposta do jogo, simplificamos a forma como avançar as casas, ou seja, como os jogadores moverão seus marcadores. A quantidade de dados utilizados é de apenas um dado. Para iniciar o jogo, cada jogador lança o dado uma vez e desloca seu marcador de acordo com o número obtido na face do dado que ficou voltada para cima. As regras das casas coloridas (azul, vermelho e verde) se mantêm. Ganha o jogo quem primeiro chegar de volta ao círculo preto.

PARA O DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE REFERENTE AO JOGO.

△ Após a divisão dos grupos, cada um receberá o material e será orientado que cada aluno esteja com o seu caderno, lápis e borracha para que possam afetuarem os possíveis cálculos.

△ É importante que todas as orientações sejam dadas e que algumas simulações sejam feitas para que a maioria das dúvidas sejam sanadas.

Figura 20: Cartas do jogo Tilha Pitagórica

Cartas do jogo Trilha Pitagórica

Para pintar uma parte de um prédio o pintor colocou uma escada de 10 m de comprimento apoiada no prédio a uma altura de 8m. Qual a distância do pé da escada até o prédio?

A medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a 14cm e um dos catetos mede $5\sqrt{3}$. Encontre a medida do outro cateto desse triângulo retângulo?

O dono de um supermercado construiu uma rampa para atender pessoas com portadores de necessidades especiais. Sabendo que o comprimento de sua base é 2m e de sua altura é 1,5m. Qual será o comprimento dessa rampa?

A figura mostra um prédio que tem 15m de altura. De acordo com os dados da figura abaixo. Qual à altura da escada que está encostada no prédio?

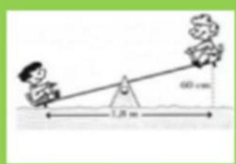
Um pássaro está no ponto mais alto de um cajueiro. Ele é observado por uma menina de 1,40m de altura, que estava a uma distância de 32m do cajueiro a 40m do pássaro. Qual a altura da arvore?

O portão da casa da Sra. Maria tem 6m de comprimento e 4,5m de altura. Diante disso, qual o comprimento da trave de madeira que se estende do ponto A até o ponto C?

A árvore do sítio do Sr. Pedro foi quebrada pelo vento, o tronco da árvore que restou em pé forma um ângulo reto com o solo. A altura da árvore antes de se quebrar era de 6m, e sua ponta quebrada está a 2m da base da árvore, qual a altura do tronco da árvore que restou em pé?

A figura abaixo representa uma escada apoiada em uma parede de 12m de comprimento. A base da escada está distante da parede acerca de 8 m. Determine a altura da parede?

O Paulo e o Pedro estão a brincar de balanço, como mostra a figura abaixo:



A altura máxima a que pode subir cada um dos amigos é de 60cm. Qual o comprimento do balanço?

Para pintar uma parte de um prédio o pintor colocou uma escada de 10 m de comprimento apoiada no prédio a uma altura de 8m. Qual a distância do pé da escada até o prédio?

A medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a 14cm e um dos catetos mede $5\sqrt{3}$. Encontre a medida do outro cateto desse triângulo retângulo?

O dono de um supermercado construiu uma rampa para atender pessoas com portadores de necessidades especiais. Sabendo que o comprimento de sua base é 2m e de sua altura é 1,5m. Qual será o comprimento dessa rampa?

Uma pessoa de 1,70m de altura avista o ponto mais alto de um poste, a distância dela até o poste é de 32cm e dela até o ponto mais alto do poste é de 40m, qual a altura do poste?

Thiago foi colocar um prego em um muro. Para isso usou uma escada de 105cm de comprimento, de forma que o pé da escada estava 63cm. A quantos metros de altura a escada se apoia no muro?

Leandro e Ramon decidem correr ao mesmo tempo partindo de uma rua A em direção perpendicular a uma outra rua B, a uma velocidade de 3m por segundo e 4m por segundo, respectivamente. Após dez segundos que distância os separa?

Mário foi a fazenda de sua avó tirar coco, para isso usou uma escada com 6m, colocou a escada a uma certa distância do coqueiro de modo que a ponta se apoia no coqueiro em 4,8m. Qual a distância que a escada está do coqueiro?

De acordo com os dados da figura abaixo. Determine a altura do poste?

De acordo com os dados da figura abaixo, determine a altura da árvore, onde o papagaio está preso ao fio de 30m.

Um carro estava na cidade P e parte em destino a cidade Q, que está localizada a uma distância de 120km. Depois, percorre com o objetivo de chegar a cidade E, a 90km de distância. Se o carro fosse em linha reta de E para P. Quantos quilômetros percorreria?

Citado por Marjolein Kool, a torre abaixo possui 10m de altura e em volta da torre há um canal com 3m de largura. Alguém precisa fazer uma escada que passe por cima da água até ao topo da torre. A pergunta é: que comprimento deve ter a escada?

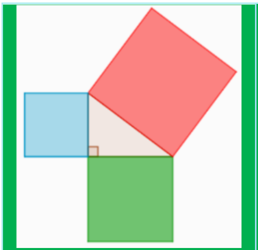
Em um triângulo retângulo o cateto maior mede 1,6 cm. Sabendo que a hipotenusa mede o dobro do número 1. Determine a medida do cateto menor?

Sabendo que a hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles mede $3\sqrt{2}$. Encontre a medida dos catetos desse triangulo?

Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são 15cm e 20cm, descubra a medida da hipotenusa?

A altura de uma árvore é 8m. Será fixada uma escada a 1m de sua base para que um homem possa podar os seus galhos. Qual o menor comprimento que esta deve ter?

Fonte: adaptado de Silva (2016) e Rêgo e Rêgo (2009)



SEQUÊNCIA DIDÁTICA 6

Sequência didática 6: Demonstração do Teorema de Pitágoras pelo método desenvolvido por Bháskara

Objetivo: Demonstrar o Teorema de Pitágoras de maneira mais formal utilizando a decomposição de figuras, método desenvolvido por Bháskara.

Material utilizado: Folha impressa com quatro triângulos retângulos congruentes, lápis de cor, tesoura e cola.

Organização da sala: Individual

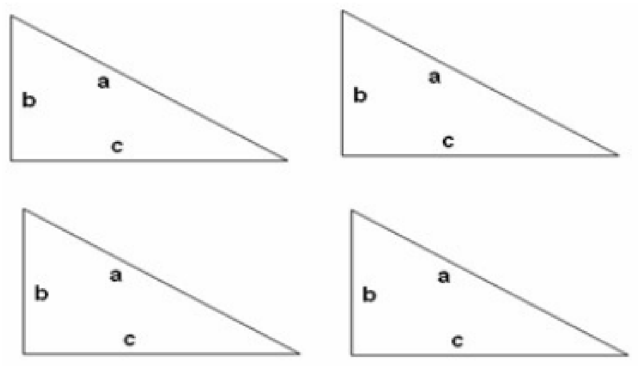
Duração da atividade: 50 minutos

Descrição da atividade:

Esta atividade se baseia na demonstração do Teorema de Pitágoras de acordo com a demonstração feita pelo matemático Bháskara, que viveu no século XII. (RIBAS E MATHIAS, 2012, p. 187). Onde as atividades foram adaptadas de Santos (2018) e Ribas e Mathias, 2012).

Cada aluno receberá uma folha com quatro triângulos retângulos congruentes, de hipotenusa “a” e catetos “b” e “c”, conforme mostra a figura 21:

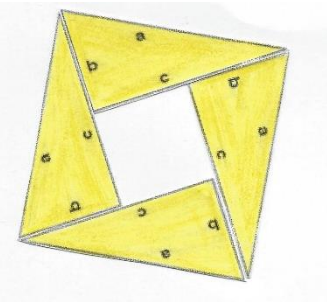
Figura 21: Utilizando demonstração de Bhaskara



Fonte: Elaboração própria

Os alunos irão pintar os quatros triângulos retângulos congruentes, recortá-los e depois colar formando um quadrado, conforme mostra a figura 22:

Figura 22: Demonstração de Bhaskara



Fonte: Elaboração própria

Após a construção da figura anterior, responda a atividade proposta:

ATIVIDADE

∆ Como pode ser representada a área do quadrado de lado “a”?

∆ Calcule a área de cada triângulo retângulo da figura.

∆ Como pode ser representada a área do quadrado menor, de lado c – b?

∆ Como pode ser expressa a área do quadrado de lado “a” a partir das figuras que o compõe?

∆ Desenvolva uma igualdade entre as áreas representadas nas questões 1 e 4.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento das atividades que foram propostas nesse Caderno Pedagógico possibilitou desenvolver conteúdos relacionados ao ensino da Geometria, em particular, o Teorema de Pitágoras.

O desenvolvimento de cada atividade proposta, seja por meio de demonstrações, materiais concretos, jogos ou resolução de cálculo entre outras atividades contidas nesse Caderno Pedagógico, tem como intuito conceber ao aluno um papel mais ativo no processo de aprendizagem.

Nesse sentido, este produto educacional de apoio aos professores busca propor e exemplificar com vivências e experiências a prática de atividades voltadas para a Educação Matemática, considerando sobretudo, o contexto do aluno estimulando a aprendizagem de maneira significativa como consta nas propostas desse trabalho.

REFERÊNCIAS

AMORIM, M. P. N. **Uma abordagem da Generalização do Teorema de Pitágoras numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental**. 2015. 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro – BA. Disponível em: http://www.univasf.edu.br/~tcc/000005/000005d2.pdf>. Acesso em 14/jun.2020.

BALBINO JÚNIOR, V. R. **Teorema de Pitágoras: aplicações em objetos de aprendizagem.** Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Recuperado de: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/138454/000864558.pdf?sequence=1&isAllowed=y em 06 de julho 2020.

BASTIAN, I. V. **O teorema de Pitágoras**. Dissertação (Mestrado), Mestrado em Educação Matemática, PUC-SP, 2000. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/18486 Acesso em: 03 de outubro de 2020.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C..**História da Matemática**. Tradução de Helena Castro. 3.ed. São Paulo: Blucher, 2012.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

OLIVEIRA FILHO, A. J. **O Teorema de Pitágoras.** 2016. 74 f. Dissertação (Programa de Pós- Graduação em Matemática (PROFMAT)) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife. Disponível em: http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/bitstream/tede2/6289/2/Amaro%20Jose%20de%20Oliveira%20Filho.pdf Acesso em: 25 de setembro de 2020.

RÊGO, R.G; RÊGO, R. M. **Matematicativa.** Campinas, São Paulo: Autores associados 2009.

RIBAS, G. R.; MATHIAS, C. V. Alternativas para a abordagem do Teorema de Pitágoras em sala de aula. **Disciplinarum Scientia**. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, Santa Maria, v. 13, n. 2, p. 179-192, 2012. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumS/issue/view/96 Acesso 10 de Maio de 2020.

RIBEIRO, V. V. S. M. **Revisitando o Teorema de Pitágoras**. 2013. 396f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional) – Universidade Federal de Viçosa, MG. Disponível em:< http://locus.ufv.br/handle/123456789/5882>. Acesso em:16 jun. 2020.

SANTOS, K. A. **Construindo significados para o teorema de Pitágoras utilizando resolução de problemas.** 2018. 148f. Dissertação de (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de pós – Graduação em Ensino de

Ciências e Matemática. Belo Horizonte. 2018. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20181211153928.pdf Acesso em: 17 de setembro de 2020.

SILVA, L. O. **Atividades lúdicas no ensino do Teorema de Pitágoras**. 2016. 107f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Campos dos Goytacazes. Recuperado de: http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/28042016Lenilson-Oliveira-da-Silva.pdf