



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CAMPUS I – CAMPINA GRANDE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**JANAÍNA TEODORO DOS SANTOS GALVÃO**

**O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS: CONCEPÇÕES DE PROFESSORES E  
UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM**

**CAMPINA GRANDE – PB**

**2021**

**JANAÍNA TEODORO DOS SANTOS GALVÃO**

**O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS: CONCEPÇÕES DE PROFESSORES E  
UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

**Área de concentração:** Educação Matemática

**Orientador:** Prof. Dr. Pedro Lúcio Barboza

**CAMPINA GRANDE – PB  
2021**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

G182e Galvão, Janaina Teodoro dos Santos.

O ensino do Teorema de Pitágoras [manuscrito] : concepções de professores e uma proposta de abordagem / Janaina Teodoro dos Santos Galvão. - 2022.  
126 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2022.

"Orientação : Prof. Dr. Pedro Lucio Barboza, Departamento de Matemática - CCT."

1. Ensino de Geometria. 2. Teorema de Pitágoras. 3. Formação de professores. 4. Sequência didática. I. Título

21. ed. CDD 516

**JANAÍNA TEODORO DOS SANTOS GALVÃO**

**O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS: CONCEPÇÕES DE PROFESSORES E  
UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

**Área de concentração:** Educação Matemática

**Orientador:** Prof. Dr. Pedro Lúcio Barboza

Aprovada em 30/11/2021

**BANCA EXAMINADORA**



Prof. Dr. Pedro Lucio Barboza

Orientador – UEPB



José Dilson Beserra Cavalcanti

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Avaliador Externo



CS Scanned with CamScanner

Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel

Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

Avaliador Interno

Dedico este trabalho a minha amada e querida mãe Vera Lúcia José da Silva e ao meu eterno amado pai João Teodoro dos Santos (*in memoriam*), por sempre acreditarem em mim e por terem abdicado de suas vidas em prol das realizações e felicidades dos seus filhos.

Ao meu amado esposo João Luiz, por todo amor, incentivo e compreensão que teve comigo ao longo dessa jornada.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço...

Imensamente a Deus pelo dom da vida e por permitir momentos que ficam marcados para sempre em minha memória.

Aos meus pais, Vera Lúcia José da Silva e João Teodoro dos Santos (in memoriam), por todo amor, esforço e dedicação que tiveram comigo em toda a minha vida.

Ao meu esposo, João Luiz Galvão de Carvalho, por todo amor, carinho, incentivo e apoio. A todos os meus familiares pelo incentivo e apoio.

Ao meu orientador, Dr. Pedro Lúcio Barboza, por sua atenção e dedicação a este trabalho e por ter acreditado em mim desde o início a quem tenho muita admiração.

Aos membros da Banca Examinadora, professores Aníbal de Menezes Maciel e José Dilson Beserra Cavalcanti, pela dedicação na leitura e pelas importantes considerações que fizeram nesse trabalho.

Aos meus colegas e professores do mestrado, pela convivência e pelas ricas aprendizagens e experiências compartilhadas. Aos participantes da pesquisa e à Universidade Estadual da Paraíba – CG/PB, por confiar em mim e me propiciar realizar esta pesquisa.

“O principal objetivo da educação é criar pessoas capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que outras gerações fizeram.”

Jean Piaget

## RESUMO

O objetivo deste estudo é investigar o ensino de Geometria em relação ao Teorema de Pitágoras. Os participantes desta pesquisa foram sete professores de matemática de escolas públicas do ensino fundamental com mais de cinco anos de experiência na carreira docente. Os dados utilizados em uma abordagem qualitativa foram coletados por meio de entrevistas semiestruturadas. Com os relatos dos participantes, podemos perceber o fazer pedagógico dos professores nas aulas sobre o ensino do Teorema de Pitágoras. Nas questões da entrevista buscamos compreender como os professores fazem uso de metodologias em sala de aula, e como esses participantes abordam o Teorema. Entendemos que apenas a formação inicial do professor não é suficiente para garantir uma boa prática pedagógica nas aulas de Matemática. Neste estudo, é possível sugerir que os professores participantes da pesquisa se dividem em dois grupos. Aqueles que realizam uma abordagem do Teorema de Pitágoras em prática pedagógica considerada tradicional e o grupo de professores que busca fugir dessa perspectiva, oferecendo alternativas ao aluno ajudam no processo de construção do conhecimento. Esta pesquisa visa contribuir com a formação de professores de matemática, como uma alternativa para tornar as aulas de Geometria mais interessantes, uma vez que oferece elementos acerca de uma sequência didática que propõe repensar e refletir sobre o fazer pedagógico na sala de aula como forma de amenizar as dificuldades vivenciadas pelos professores e alunos a respeito do ensino desse Teorema.

**Palavras-Chave:** Ensino de Geometria. Teorema de Pitágoras. Formação de professores. Sequência didática.



## ABSTRACT

The aim of this study is to analyze the conceptions and practices of elementary school mathematics teachers about the Pythagorean Theorem and elaborate a didactic sequence as a teaching proposal to approach this Theorem. The participants in this research were seven public elementary school math teachers with more than five years of experience in their teaching career. Data used in a qualitative approach were obtained through semi-structured interviews. With the participants' reports, we can see the pedagogical actions of teachers in classes about the teaching of the Pythagorean Theorem. In the interview questions, we sought to understand how teachers use methodologies in the classroom, and how these participants approach the Theorem. We understand that initial teacher training alone is not enough to ensure good pedagogical practice in Mathematics classes. In this study, it is possible to suggest that the professors participating in the research are divided into two groups. Those who approach the Pythagorean Theorem in pedagogical practice considered traditional and the group of teachers who seek to escape this perspective, offering alternatives to the student, help in the process of knowledge construction. This research aims to contribute to the training of mathematics teachers, as an alternative to make Geometry classes more interesting, as it offers elements about a didactic sequence that proposes to rethink and reflect on the pedagogical practice in the classroom as a way of alleviate the difficulties experienced by teachers and students regarding the teaching of Theorem.

**Keywords:** Geometry teaching. Pythagorean Theorem. Teacher training. didactic sequence.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Pitágoras .....	91
Figura 2 – Primeiro passo para a sequência didática.....	95
Figura 3 – Segundo passo para a sequência didática.....	96
Figura 4 – Terceiro passo para a sequência didática.....	96
Figura 5 – Quebra – cabeça .....	98
Figura 6 – Construção dos quadrados sobre o triângulo retângulo.....	100
Figura 7 – Construção do Quebra – cabeça 1 .....	102
Figura 8 – Construção do Quebra – cabeça 4 .....	102
Figura 9 – Construção do Quebra – cabeça 1 .....	102
Figura 10 – Construção do Quebra – cabeça 4 .....	102
Figura 11 – Construção do Quebra – cabeça 2 .....	103
Figura 12 – Construção do Quebra – cabeça 3 .....	103
Figura 13 – Construção do Quebra – cabeça 2.....	103
Figura 14 – Construção do Quebra – cabeça 3 .....	103
Figura 15 – Desafio do Quebra – cabeça 5 .....	104
Figura 16 – Desafio do Quebra – cabeça 5.....	104
Figura 17 – Desafio da figura 1.....	105
Figura 18 – Desafio da figura 2 .....	105
Figura 19 – Tabuleiro do Jogo Trilha Pitagórica .....	107
Figura 20 – Cartas do Jogo Trilha Pitagórica.....	108
Figura 21 – Utilizando demonstração de Bhaskara.....	111
Figura 22 – Demonstração de Bhaskara.....	112

## SUMÁRIO

<b>1. APRESENTAÇÃO DA PESQUISA</b> .....	11
<b>1.1 Introdução</b> .....	11
<b>1.2 Os caminhos para a pesquisa</b> .....	11
<b>1.3 Relevância da pesquisa</b> .....	11
<b>1.4 Objetivos da pesquisa</b> .....	12
1.4.1 Objetivo Geral .....	12
<b>1.5 Metodologia</b> .....	12
1.5.1 O método da pesquisa .....	13
1.5.2 Participantes da pesquisa .....	13
1.5.3 A coleta dos dados.....	14
1.5.4 Análise dos dados.....	14
<b>1.6 Estrutura da dissertação</b> .....	15
<b>2. REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	17
<b>2.1 O ensino de geometria</b> .....	17
<b>2.2 A competência profissional</b> .....	19
<b>2.3 Concepções de professores de matemática a respeito da prática pedagógica</b> .....	21
<b>2.4 A geometria na formação do professor</b> .....	26
<b>2.5 Sequência didática</b> .....	28
<b>3. ARTIGO 1 - CONCEPÇÕES DE PROFESSORES SOBRE O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS</b> .....	32
<b>3.1 Introdução</b> .....	33
<b>3.2 O Teorema de Pitágoras</b> .....	34
<b>3.3 Pesquisas realizadas envolvendo o Teorema de Pitágoras</b> .....	37
<b>3.4 Metodologia</b> .....	40
3.4.1 Analisando os relatos dos professores .....	40
<b>3.5 Considerações finais</b> .....	46
<b>3.6 Referências</b> .....	47
<b>4. ARTIGO 2 - O ENSINO DE GEOMETRIA NA PERSPECTIVA DE UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA ENVOLVENDO O TEOREMA DE PITÁGORAS</b> .....	50
<b>4.1 Introdução</b> .....	51

<b>4.2 O que dizem pesquisas sobre o ensino de Geometria quando abordam o Teorema de Pitágoras .....</b>	<b>52</b>
<b>4.3 Metodologia .....</b>	<b>57</b>
<b>4.4 Desenvolvimento da sequência didática .....</b>	<b>59</b>
<b>4.5 Considerações finais .....</b>	<b>68</b>
<b>4.6 Referências .....</b>	<b>68</b>
<b>5. RETOMANDO A PESQUISA: ALGUMAS CONCLUSÕES .....</b>	<b>71</b>
<b>5.1 Reencontro com os objetivos .....</b>	<b>71</b>
<b>5.2 Compreendendo os resultados.....</b>	<b>73</b>
<b>5.3 Implicações acerca da prática pedagógica.....</b>	<b>74</b>
<b>5.4 Considerações finais.....</b>	<b>74</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>77</b>
<b>APÊNDICE A – ENTREVISTA.....</b>	<b>84</b>
<b>APÊNDICE B – PRODUTO EDUCACIONAL.....</b>	<b>85</b>
<b>ANEXO A – TABULEIRO DO JOGO TRILHA PITÁGORICA .....</b>	<b>116</b>
<b>ANEXO B – CARTAS DO JOGO TRILHA PITÁGORICA .....</b>	<b>117</b>
<b>ANEXO C – MOLDE PARA DADOS .....</b>	<b>120</b>
<b>ANEXO D – QUEBRA – CABEÇAS .....</b>	<b>121</b>
<b>ANEXO E – TRIÂNGULOS PARA DEMONSTRAÇÃO DE BHASKARA .....</b>	<b>126</b>

## **1 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA**

### **1.1 Introdução**

Neste capítulo, inicialmente, apresentamos como surgiu o interesse em pesquisar sobre o ensino do Teorema de Pitágoras, a fim de familiarizarmos o leitor com o tema abordado. Em seguida, destacamos a relevância da pesquisa, a definição dos objetivos, a escolha da metodologia e a estrutura da dissertação.

### **1.2 Os caminhos para a pesquisa**

O uso de metodologias distintas da tradicional, sendo esta abordada apenas por explicação da matéria de maneira teórica, aplicação de atividades sem sentido para o aluno, aulas monótonas sem questionamentos, entre outras, para ensinar esse conteúdo, vem sendo explorado desde a graduação.

O interesse pela pesquisa surgiu na minha formação acadêmica e no decorrer de anos no magistério, percebemos a grande dificuldade dos alunos acerca da aplicação do Teorema de Pitágoras, tanto em sua demonstração, como na resolução de problemas, e tantos outros conceitos que esse conteúdo apresenta em relação ao processo de ensino e aprendizagem.

Logo após, fiz um curso de especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, continuei desenvolvendo trabalhos nesta mesma linha de pensamento. No ano de 2019, fiz a seleção para o Mestrado na UEPB, no qual não fui aprovada. No ano seguinte em 2020, na segunda tentativa consegui ser aprovada no curso de mestrado profissional, oferecido pela UEPB, em Campina Grande- PB, Mestrado em Ensino de ciências e Matemática, na área de concentração em Educação Matemática.

No curso decidi desenvolver minha pesquisa baseando em metodologias diferenciadas para trabalhar o conteúdo de Geometria, por se tratar de um assunto que muitos alunos dizem ter dificuldades. Escolhi então o Teorema de Pitágoras, com o intuito de propiciar aos alunos a compreensão desse Teorema. Portanto, esta pesquisa se refere ao estudo do Teorema de Pitágoras a partir de uma sequência didática, visando a construção de conceitos e significados envolvidos nesse Teorema.

### **1.3 Relevância da pesquisa**

Um dos conteúdos da Geometria ensinados na escola de educação básica é o Teorema de Pitágoras, um dos mais conhecidos e importantes Teoremas da Matemática. Esse Teorema apresenta inúmeras aplicações, tanto teóricas quanto práticas e muitas dessas aplicações se encontram presentes em nosso cotidiano.

Infelizmente, temos professores que não abordam esse conteúdo de maneira adequada, muitas vezes tornando o aluno preso à memorização de fórmulas para a sua aplicação. Dessa maneira, causam dificuldades ao processo de ensino e aprendizagem.

Diante da realidade vivenciada pelos professores, precisamos conhecer como esses profissionais fazem uso de metodologias de ensino de Geometria na sala de aula. Consideramos pertinente compreender como professores de Matemática abordam o Teorema de Pitágoras em sala de aula.

Assim, esta pesquisa apresenta relevância no campo da Educação Matemática, principalmente na área de formação para professores, pois a sequência didática visa contribuir como uma alternativa para tornar as aulas de Geometria mais interessantes.

Consideramos esta pesquisa importante para os professores de matemática trabalharem o Teorema de Pitágoras, pois elaboramos uma sequência didática com o intuito de promover uma aprendizagem significativa desse Teorema utilizando diferentes metodologias, que enfatizam o uso de materiais concretos, com atividades para a demonstrações e aplicações desse Teorema.

## **1.4 Objetivos da Pesquisa**

1.4.1 Objetivo Geral: Investigar o ensino de Geometria em relação ao Teorema de Pitágoras.

Considerando o formato adotado nesta dissertação, composta de artigos científicos, apresentados nos capítulos 3 e 4, trazemos os objetivos de cada um conforme explicitamos abaixo:

- Analisar a concepção de professores sobre a abordagem do Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria.
- Propor uma sequência didática para os professores do Ensino Fundamental acerca do Teorema de Pitágoras.

## **1.5 Metodologia**

Ao iniciarmos a apresentação em relação aos métodos nesse estudo, é importante explicar e entender o que é uma pesquisa.

Para Demo (2000, p. 20), uma pesquisa é “entendida tanto como procedimento de fabricação do conhecimento, quanto como procedimento de aprendizagem (princípio científico e educativo), sendo parte integrada de todo processo reconstrutivo de conhecimento”.

O autor ressalta que “a pesquisa científica é a execução de um estudo elaborado, sendo o método de abordagem do problema o que descreve o aspecto científico da investigação” (DEMO, 2000, p. 21).

Para Lakatos e Marconi (2007, p. 157), a pesquisa é “um procedimento reflexivo sistemático, controlado e crítico, que permite descobrir novos fatos ou dados, relações ou leis, em qualquer campo do conhecimento”. Portanto, esse procedimento fornece ao investigador um caminho para o conhecimento da realidade ou de verdades parciais.

Enquanto Gil (2008, p. 26) argumenta que a pesquisa tem um caráter pragmático, pois é “um processo formal e sistemático de desenvolvimento do método científico”. Portanto, o objetivo da pesquisa é fundamental para encontrar respostas mediante ao problema investigado acerca dos procedimentos científicos.

### 1.5.1 O método da pesquisa

O desenvolvimento deste trabalho seu deu a partir da pesquisa qualitativa acerca do Teorema de Pitágoras, seguida da elaboração de uma sequência didática que apontam demonstrações e aplicações acerca do Teorema. A metodologia escolhida para a sequência didática foi a de investigação matemática e exploratória.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 10), a metodologia de investigação matemática e exploratória é baseada na “experimentação e investigação colaborando significativamente com o processo de ensino e com a construção do conhecimento matemático”.

Segundo Lorenzato (2010, p. 72), fazer proveito dessa metodologia é valorizar o processo de construção acerca do saber e não encontrar apenas o resultado final pelo aluno. Quando o aluno passa a investigar um problema, ele reconstrói seu conhecimento, é o mais eficiente para uma aprendizagem significativa por valorizar a compreensão.

### 1.5.2 Participantes da pesquisa

Para a escolha dos participantes desta pesquisa, aderimos aos seguintes critérios: tempo de atuação (sendo todos participantes com mais de cinco anos de experiência na

carreira docência), já ter concluído o curso de licenciatura em matemática e está atuando como professor de matemática.

São sujeitos dessa pesquisa sete professores de matemática de escolas públicas do ensino fundamental com mais de cinco anos de experiência. Dos sete professores participantes da pesquisa, seis são homens e um é mulher. Todos tiveram sua formação inicial em instituições públicas de ensino.

### 1.5.3 A coleta dos dados

A entrevista foi escolhida como instrumento principal para coleta de dados, pois apresenta uma flexibilidade para obter informações entre o entrevistado e o orientador. Gil (1999, p. 117) define a entrevista como “uma maneira de interação social. Mais especificamente, é uma maneira de diálogo, em que uma das partes busca coletar dados e a outra apresenta-se como fonte de informação”.

Para Marconi e Lakatos (2003, p. 189), a entrevista “oferece flexibilidade, pois o entrevistador pode esclarecer o significado das perguntas e adaptar-se mais facilmente às pessoas e as circunstâncias em que se desenvolve a entrevista”. Para os autores a entrevista possibilita conseguir informações mais precisas, podendo ser comprovadas, ou não, havendo as discordâncias que possibilita a obtenção de dados relacionados aos mais diversos aspectos da vida social.

Utilizamos entrevistas semiestruturadas, por acreditarmos que elas possibilitem uma maior interação entre o investigador e o participante, possibilitando um melhor entendimento e levantamento de dados para responder aos objetivos da pesquisa.

Nas questões da entrevista, buscamos compreender como os professores fazem uso de metodologias em sala de aula, e como esses participantes abordam o Teorema de Pitágoras. Entendemos que apenas a formação inicial do professor não é suficiente para garantir uma boa prática pedagógica nas aulas de Matemática.

A partir de um roteiro elaborado, as entrevistas foram realizadas individualmente, gravadas em áudio e transcritas para facilitar a análise. Mesmo com um roteiro elaborado, procuramos conduzir a entrevista com certa flexibilidade.

### 1.5.4 Análise dos dados

Para respondermos aos nossos objetivos, usamos os dados obtidos na análise das entrevistas. Após a execução das entrevistas realizadas passamos para a etapa da transcrição,



procedimento trabalhoso, mas pertinente e necessário para que haja a familiarização com os dados.

No artigo I, de acordo com as entrevistas, buscamos através dos dados das entrevistas analisar os pontos de vista, por nós considerados mais importantes nas falas dos professores (P), no que diz respeito às metodologias adotadas em sala de aula, para abordar o Teorema de Pitágoras e se esses professores fazem uso de algum recurso pedagógico para o ensino desse conteúdo. Para o artigo II, não houve uma elaboração em relação aos dados, e sim uma proposta de uma sequência didática a fim de responder ao seu objetivo.

### **1.6 Estrutura da dissertação**

Esta dissertação apresenta um formato multipaper, ou seja, ela é formada por um conjunto de possíveis artigos para publicação em periódicos. Conforme Duke e Beck (1999) esse formato de artigos em multipaper refere-se à “apresentação de uma dissertação ou tese como uma coletânea de artigos publicáveis, acompanhados, ou não, de um capítulo introdutório e de considerações finais”.

Para Frank e Yukihiro (2013) uma dissertação ou tese em formato de multipaper se trata de “uma elaboração da dissertação ou da tese no formato de um conjunto de artigos científicos e ainda que a sua principal característica da tese em formato de artigos é que cada artigo tem suas próprias características de individualidade”. Para os autores isto significa que cada artigo possui seu próprio objetivo, método a ser utilizado na pesquisa, revisão da literatura, resultados, discussões e conclusões, de forma que o artigo possa ser submetido e aprovado em um periódico acadêmico.

Barbosa (2018, p. 15) menciona que “o modelo de dissertação utilizado nos Programas de Pós-Graduação termina por se caracterizar em um extenso documento, o que de certa maneira dificulta a leitura e propagação da obra”. Para a autora, após serem publicadas, as dissertações são convertidas em artigos para proporcionar o acesso ao público.

No Brasil, esse formato de dissertações e teses tem sido aceito pelos programas de pós-graduação *stricto sensu*, como por exemplo o Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), o Programa de Pós-Graduação em Educação e Currículo, Linguagens e Inovações Pedagógicas da Universidade Federal da Bahia (UFBA), o Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências (UFBA/UEFS) entre outros.

Pesquisadores como Barboza (2011), Souza (2011), Santana (2015), Costa (2015) e Santos (2017) apresentaram trabalhos adotando esse modelo de formato multipaper.

Seguindo essa proposta de organização, a dissertação está estruturada em cinco capítulos. No capítulo 1, apresentamos a parte introdutória da pesquisa com a finalidade de situar o leitor sobre o tema e os caminhos trilhados no estudo, a relevância da pesquisa, os objetivos, a metodologia utilizada e pôr fim a estrutura da dissertação.

No capítulo 2, realizamos uma revisão de literatura na área objeto deste estudo, abordando o ensino de Geometria na formação do professor de matemática. O capítulo 3 (Artigo I), intitulado “*Concepções de professores sobre o Ensino do Teorema de Pitágoras*”, tem como objetivo analisar a concepção de professores sobre a abordagem do Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria.

O capítulo 4 (Artigo II), intitulado “*O ensino de Geometria na perspectiva de uma proposta de Sequência didática envolvendo o Teorema de Pitágoras*”, tem por objetivo propor uma sequência didática para os professores do ensino fundamental acerca do Teorema de Pitágoras.

Por fim, no capítulo 5 trazemos as considerações finais da pesquisa retomando os objetivos, fazendo a sistematização dos resultados encontrados nos capítulos 3 e 4 e suas implicações para prática docente do futuro professor.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo sistematizamos algumas considerações presentes na literatura sobre o ensino de Geometria na formação do professor de matemática e a prática pedagógica em sala de aula. Esses temas têm servido de base para esta pesquisa, tendo em vista que estão interligados um ao outro.

Quando falamos em formação profissional não podemos pensar apenas na formação inicial, pois a formação é um processo contínuo e a fase inicial da carreira tem um papel imprescindível na trajetória docente.

### 2.1 O ensino de geometria

Apesar da relevância e as potencialidades acerca do ensino da Geometria, alguns autores como (ALMOULOU *et al.*, 2004; NACARATO, 2000; PAVANELLO, 1989), apontam que o ensino de Geometria deixou de ser ministrado, ou ocorre de maneira reduzida, nas escolas de Educação Básica. As razões alegadas, muitas vezes, são a falta de insegurança e despreparo desses profissionais, devido a uma série de fatores, dentre esses, estão: a má formação acadêmica e a falta de tempo para ensinar a Geometria. Desta forma, a maioria das vezes o conteúdo é deixado para ser ministrado ao final do ano letivo.

Conforme Santos e Nacarato (2014) entre os anos de 1970 e 1980 o ensino de geometria no Brasil recebeu a influência do Movimento da Matemática Moderna, em que “o ensino tinha ênfase principalmente na linguagem, dificultando a compreensão dos conceitos”. Depois de muito tempo o ensino foi tomado de formalizações, simbologia e terminologias complexas, o que gerou dificuldade até mesmo para os docentes ensinarem estes conteúdos e, além disso, enfatizamos o ponto de que “os livros didáticos da época traziam os conteúdos Geométricos nos capítulos finais” (SANTOS E NACARATO, p. 14).

Nesse pensamento Pavanello (2004) afirma que:

Quando a Geometria aparecia nas aulas, não era abordada de maneira completa e estruturante, outra questão importante refere-se à didática utilizada nessas aulas muitas vezes centrada no ensino reducionista, em que predominava o ensino das figuras planas – principalmente a nomeação dessas figuras -, que eram explicitadas pelos alunos e se tornavam jargões geométricos na sala de aula (PAVANELLO, 2004, apud SANTOS; NACARATO, 2014, p. 15).

Por outro lado, é notório o progresso com as pesquisas no campo da Educação Matemática, principalmente, quando se refere ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Nesse sentido, os autores Costa e Santos (2015, p. 2) mencionam que:

Muitas dessas pesquisas, quando transpostas de forma adequada para a complexidade do cotidiano escolar, contribuem amplamente com a prática pedagógica do professor de Matemática, auxiliando esse profissional no planejamento de suas intervenções pedagógicas e na organização das situações didáticas. Assim, fica evidente a relevância do desenvolvimento de pesquisas articuladas com a sala de aula de Matemática, buscando compreender melhor os fenômenos didáticos que surgem nesse local.

Muitas vezes, o professor ao transmitir um conteúdo de Geometria em sala de aula, é questionado pelos alunos a respeito da origem e aplicação daquele determinado assunto, um dos questionamentos geralmente são: *quem inventou isso?*; *para que serve isso?*; *onde vou usar isso no meu dia a dia?*. De acordo com Nobre (1996) nem sempre o docente tem conhecimento dos conteúdos que são abordados em sala de aula, pois:

O conhecimento que está por trás daquele conteúdo que se apresenta “em uma forma acabada” passou por inúmeras modificações ao longo da história e ressalta que através da história da Matemática podemos buscar fundamentação aos conteúdos abordados e assim encontrar muitas respostas aos porquês da matemática (NOBRE, 1996, p. 4).

Sendo assim, o fraco desempenho no ensino da Geometria em relação aos alunos é resultado, na maioria das vezes, das práticas docentes que muitas vezes não atendem às suas perspectivas, dentre outros fatores, do abismo que existe entre a maneira como os professores e alunos entendem a matemática. O professor muitas vezes pensa que seus alunos terão o mesmo entusiasmo e prazer que ele possui ao lidar com a matemática. Porém, o aluno não consegue perceber-la da mesma maneira. Em relação a esse pensamento Vianna (2001) menciona que: “O professor tem imenso prazer com a matemática, delicia-se imaginando seus alunos a brincar com a matemática que ele adora. Entretanto, postos lado a lado com a matemática, qual é a atitude dos alunos? Nada! Não entendem, não perguntam (VIANNA, 2001, p. 6).

Porém, “quando o professor dá liberdade ao aluno para tomar decisões, formular ideias e argumentos, enfrentar situações sem desistir rapidamente, ele está contribuindo para o desenvolvimento de competências no aluno.” (NUNES, 2010, p. 50). Para a autora, a maneira

de como o professor aborda determinados conteúdos permitirá o desenvolvimento de competências no aluno.

Nesse contexto, Ponte (1999, p. 3) chama a atenção em relação ao saber “ensinar”. O autor argumenta que:

[...] não basta saber pensar bem, é preciso um vasto conjunto de saberes e competências, que podemos designar por conhecimento profissional [...] que inclui uma parte fundamental que intervêm diretamente na prática letiva. Trata-se de um conhecimento essencialmente orientado para a ação que se desdobra em quatro grandes domínios: (1) o conhecimento dos conteúdos de ensino; (2) o conhecimento do currículo; (3) o conhecimento do aluno; (4) o conhecimento do professor instrucional.

Levando em consideração a relação ao saber ensinar também são necessários os domínios de formação para que o professor possa conhecer bem o seu contexto de trabalho na escola e o sistema educativo e principalmente conhecer a si mesmo como profissional.

Nesse pensamento Lorenzato (1995) argumenta que “ ser bom conhecedor de aritmética e de álgebra não é suficiente para resolver problemas de geometria”, o que também implica que, no contexto escolar ocorre a omissão da geometria do currículo gerando lacunas na formação do aluno (p.5).

Lorenzato (1995, p. 5) ainda menciona que “sem conhecer a geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida”.

O desenvolvimento de competências, ao centrar-se na Geometria, está muito relacionado a criatividade e à tomada de decisões por parte do indivíduo. Em relação a isso, Diniz e Smole (2002, p. 12) relatam que “o pensar e o fazer matemático se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no processo de resolução de situações problema, sejam elas mais ou menos convencionais, abertas ou aplicadas. ”

## **2.2 A competência profissional**

Em relação a formação inicial de professores, Ponte (2002, p. 3) destaca que essa “[...] visa formar um profissional competente para exercer bem a profissão”. Mediante o contexto de que conhecimento o professor precisa para se tornar um profissional competente, o que significa ser um profissional competente?

Nessa perspectiva, Perez (1995) menciona que:

Competência, no que se refere ao campo educacional da Matemática, não significa ter um vasto conhecimento de conteúdo matemático. Ser um professor competente não se resume apenas àquele professor que prepara muito bem os conteúdos a serem ministrados aos seus alunos, àquele que cumpre o programa, àquele que parte sempre do mais simples para o mais complexo. É mais que isso, competência implica liberdade, no sentido de que o aluno possa aprender a ser independente, aprender a questionar, a raciocinar, a duvidar do que já é sabido (PEREZ, 1995, p. 29).

Conforme a citação acima, a maneira de ensinar é crucial, pois é a forma como se organizam as atividades, a escolha do material didático e da metodologia que o professor irá trabalhar os conteúdos em sala de aula.

Dessa maneira, Nóvoa<sup>1</sup> (2001) ao valorizar as competências necessárias para a prática do professor, relata:

[...] eu tenderia a valorizar duas competências: a primeira é uma competência de organização. Isto é, o professor não é, hoje em dia, um mero transmissor de conhecimento, mas também não é apenas uma pessoa que trabalha no interior de uma sala de aula. O professor é um organizador de aprendizagens, de aprendizagens via os novos meios informáticos, por via dessas novas realidades virtuais. Organizador do ponto de vista da organização da escola, do ponto de vista de uma organização mais ampla, que é a organização da turma ou da sala de aula. Há aqui, portanto, uma dimensão da organização das aprendizagens, do que eu designo, a organização do trabalho escolar e esta organização do trabalho escolar é mais do que o simples trabalho pedagógico, é mais do que o simples trabalho do ensino, é qualquer coisa que vai além destas dimensões, e estas competências de organização são absolutamente essenciais para um professor. Há um segundo nível de competências que, a meu ver, são muito importantes também, que são as competências relacionadas com a compreensão do conhecimento. Há uma velha brincadeira, que é uma brincadeira que já tem quase um século, que parece que terá sido dita, inicialmente, por Bernard Shaw, mas há controvérsias sobre isso, que dizia: “quem sabe faz quem não sabe ensina”. Hoje em dia esta brincadeira podia ser substituída por outra: “quem compreende o conhecimento”. Não basta deter o conhecimento para o saber transmitir a alguém, é preciso compreender o

---

<sup>1</sup> Em sua fala em uma entrevista dada no dia 13 de setembro de 2021.

conhecimento, ser capaz de o reorganizar, ser capaz de o reelaborar e de transpô-lo em situação didática em sala de aula (NÓVOA, 2001, p. 2).

Várias são as maneiras que foram usadas para definir as competências no exercício da docência. Partindo dessa ideia, Ponte (1998, p. 5) menciona que “a chave da competência profissional é a capacidade de equacionar e resolver em tempo oportuno problemas sugeridos na prática profissional”.

Por sua vez, Nunes (2010) defende que um dos pontos chave na produção de mudanças em didáticas da matemática e na aplicação de reformas educativas é o professorado. Nesse pensamento, Chacón (2003, p. 64) diz que “em grande parte, os avanços dependem essencialmente das mudanças produzidas no professor como indivíduo, em sua aproximação ao ensino e à aprendizagem da matemática, e em suas crenças”. Dessa forma, consideramos que as concepções que os futuros professores, de um curso de licenciatura em Matemática, carregam consigo são ignoradas, o entendimento que os professores desenvolvem pode ser diferente daquela que era almejada pelo professor do curso.

### **2.3 Concepções de professores de matemática a respeito da prática pedagógica**

Primeiramente, antes de darmos início a esta discussão, vale enfatizar que o conceito de concepção é excessivamente complexo. Para o nosso caso, limitamos este conceito, trazendo para o contexto da Matemática. Nesse sentido, mencionamos Thompson (1992) que traz a seguinte definição para este conceito.

As concepções dos professores sobre a natureza da Matemática pode ser visto como crenças conscientes e inconscientes, conceitos, significado, regras, imagens mentais e preferências relacionadas com a disciplina de Matemática. Essas crenças, conceitos, opiniões e preferências constituem os rudimentos de uma filosofia da Matemática, embora para muitos professores eles podem não serem desenvolvidas e relacionadas com uma filosofia coerente (THOMPSON, 1992, p. 132).

De maneira sucinta, consideramos que as concepções são um conjunto de ideias, crenças e opiniões pertencentes ao indivíduo. Pois, quando confrontado, o indivíduo primeiramente terá como base esses princípios pessoais que são adquiridos ao longo do tempo. Diante disto, refletimos como são construídas as concepções dos professores de matemática.

De acordo com Ponte (1992), as concepções:

[...] formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros). Assim, as nossas concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que nos habituamos a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes (PONTE, 1992, p. 1).

A respeito do que foi mostrado, consideramos que o conceito de concepções está relacionado ao processo de construção em particular por parte de cada professor, no que se refere as suas experiências na jornada de formação e a prática profissional, adquirindo seus próprios conceitos a respeito de determinados conteúdos.

A investigação das concepções acerca dos professores tem se tornado permanente no meio científico, visto que se pressupõe que existem fortes relações entre concepção e prática.

Segundo Ponte (1992) não existe apenas uma relação unilateral, mas sim recíproca.

As concepções influenciam as práticas, no sentido em que apontam caminhos, fundamentam decisões, etc. Por seu lado, as práticas, que são condicionadas por uma multiplicidade de factores, levam naturalmente à geração de concepções que com elas sejam compatíveis e que possam servir para as enquadrar conceptualmente (PONTE, 1992, p.10).

Várias pesquisas sobre concepções de professores de Matemática através da natureza da Matemática e do seu ensino e aprendizagem têm concluído que uma boa parte delas se origina a partir das experiências que tiveram como alunos e que são na maioria das vezes, resistentes a mudanças que ocorrem. Entendemos que as concepções desempenham um papel importante na vida e na tomada de decisões dos professores.

Com o avanço da Educação Matemática, a preocupação com o ensino e a aprendizagem desta disciplina, acerca do estudo das concepções, passou a ter um destaque nos trabalhos dos Educadores Matemáticos. Para auxiliar o entendimento e a construção do termo concepção são citados alguns autores que discutem e apresentam definições para o seguinte termo.

Em sua pesquisa Thompson (1997) investigou as concepções de Matemática de três professores da “junior high school” da 4ª ou 5ª série do ensino fundamental, e fez uma análise entre as concepções das professoras e suas práticas pedagógicas. A pesquisadora observou que as professoras desenvolvem padrões de comportamentos de noções, crenças e preferências, conscientemente sustentadas” ou “podem ser crenças ou intuições,



inconscientemente sustentadas, que podem ter evoluído fora da experiência do professor” (THOMPSON, 1997, p.12).

De acordo com Ponte (1992), o interesse pelo estudo das concepções dos professores e de outros profissionais, baseia-se na hipótese de que “o indivíduo possui uma base conceitual que determina o seu pensamento e suas ações. Esta base conceitual é de uma natureza diferente dos conceitos específicos – não diz respeito a objetos ou ações bem determinadas, mas antes constitui uma forma de os organizar, de ver o mundo, de pensar” (PONTE, 1992, p. 1). Para o autor, as concepções ajudam a estruturar o sentido determinado dos acontecimentos, que podem agir como um elemento bloqueador, limitando as possibilidades de ação e compreensão.

Guimarães (2003, p. 4) aponta que “o estudo das concepções dos professores insere-se em uma área reconhecida como o estudo do pensamento ou do conhecimento do professor”.

Para Guimarães (1988) o termo “concepção” é definido como:

[...] podemos definir compreensivamente concepção ou sistema conceptual do professor, como um esquema teórico, mais ou menos consciente, mais ou menos explícito, mais ou menos consistente, que o professor possui, que lhe permite interpretar o que se lhe apresenta ao seu espírito, e que de alguma maneira o predispõe, e influencia a sua acção, em relação a isso (1998, p. 20).

Cury (1999) sugere que “os cursos de formação de professores deveriam enfatizar também a possibilidade de desenvolver experiências de ensino em que as crenças de futuros professores viessem à tona e pudessem ser discutidas”.

Seguindo esse mesmo pensamento, Brito e Alves (2006) realizaram uma pesquisa com licenciandos em Matemática, durante o primeiro semestre de 2004, na disciplina Didática da Matemática, na qual o objetivo era o de levar os alunos a refletirem a respeito de suas concepções relativas à Matemática, ao ensino e à aprendizagem, acreditando elas que esse objetivo proposto para a investigação poderia levar o licenciando a alterar suas concepções de modo a construir saberes docentes necessários à sua futura prática docente.

Para essas professoras, que já possuem experiência na disciplina didática da matemática, acreditam que essa disciplina é privilegiada na formação inicial do professor, ocorrendo em uma reflexão coletiva sobre as concepções dos professores, visto que não tem sido tarefa fácil. Ponte (1992) alega que “na formação inicial, o principal problema é a inexistência de uma prática que proporcione a possibilidade de formular objetivos de

intervenção prática imediata e vivência direta de reflexão.” O autor argumenta que o futuro professor se depara com obstáculos, no sistema de mudanças, relacionados à falta de oportunidade experimentar situações que lhes permitirão refletir sobre os processos educativos. Nesse pensamento, em relação as mudanças de concepções e práticas, Ponte (1992), afirma que:

É certo que mudanças de concepções e práticas constituem um processo difícil e penoso para as pessoas, principalmente quando há uma certa resistência por parte delas, não se mostrando abertas a tal mudança. [...] Por outro lado, espera-se que futuros professores sejam pessoas com hábitos de duvidar e de pensar as coisas de forma diferente (PONTE, 1992, p. 27).

Dessa forma, percebemos que vários pesquisadores (CURY, 1999; THOMPSON, 1992 -1997; GUIMARÃES, 1988 - 2003; BRITO e ALVES, 2006; PONTE, 1992) tem pesquisado sobre as concepções que alunos e professores possuem sobre a matemática, pois tem sido um assunto bem debatido acerca das diferenças do seu conceito e os elementos associados a esse termo.

Seguindo este pensamento, para entendermos os fatores que irá determinar a prática docente, precisamos investigar as concepções que os professores têm a respeito das práticas pedagógicas em sala de aula a respeito do ensino de Geometria, em particular, o Teorema de Pitágoras.

A partir das pesquisas realizadas acerca das concepções, também as práticas dos professores têm ocupado um destaque maior a respeito da investigação que tem sido desenvolvida no âmbito da Educação Matemática, visto que não é alheio à crescente valorização do papel do professor na abordagem em sala de aula.

O interesse dos pesquisadores (Ponte, 1992 – 1994; Ribeiro, 1995; Thompson, 1982, 1984, 1992) voltado pelo professor como objeto de estudo tem se deparado com problemas que estão relacionados as dificuldades de decidir que estabelece o seu conhecimento profissional.

Segundo Ponte (1994, p. 195) menciona a respeito dessa dificuldade levantando sobre o tema as seguintes interrogações: “ o corpo de conhecimentos necessários ao ensino da Matemática é formado por conteúdos relativos a disciplina? relativos à pedagogia da disciplina? relativos aos alunos? Ou de uma combinação de alguns deles? ”.

É crescente as investigações nos últimos anos a respeito das concepções e as práticas do professor. Apesar das investigações recentes (Canavarro, 1993; Delgado, 1993; Vale, 1993; Ribeiro, 1995) apontam uma progressiva valorização em relação as práticas do professor. Canavarro (1994) evidencia esse desequilíbrio na literatura que tem acontecido em educação matemática:

Se a literatura sobre concepções é relativamente abundante, o mesmo não se pode dizer em relação às práticas pedagógicas dos professores. De facto, não é fácil encontrar documentos do âmbito da Educação Matemática que incluam uma conceptualização profunda desse conceito (p. 28).

Segundo Canavarro (1994), ao fazer uma análise aprofundada do tema, avança na tentativa de caracterizar as práticas do professor. A autora menciona práticas pedagógicas ao conjunto das acções que o desenvolve no seu cotidiano profissional, presumindo-se que essas acções têm como palco principal a sala de aula e que essas acções do professor está incluído os procedimentos repetitivos (os “hábitos e as rotinas”) e exclui os acontecimentos “esporádicos” e “pontuais”, pois estes “não caracterizam a forma como (o professor) vive o ensino” (p.28). A autora conclui que as concepções às práticas estão associadas primeiro ao pensar e a segunda, ao fazer.

Muitas investigações foram realizadas para tentar compreender as relações entre as concepções e às práticas dos professores. Os estudos trazem diferentes resultados a respeito da coerência entre as concepções sobre a Matemática e as práticas dos professores.

Thompson (1992) cogita os estudos relativos às concepções sobre a Matemática, apontando que há tendência para uma coerência acerca das concepções e as práticas. Em suas pesquisas a autora fala dos resultados de quatro pesquisas, das quais duas dessas pesquisas apresentam coerência significativa e as outras duas algumas incoerência. A respeito das concepções sobre o ensino a aprendizagem as pesquisas mostram casos de coerência e de incoerência em relação as práticas que os professores apresentam. Nesse sentido, a autora considera que a relação entre concepções e práticas está voltado para a incoerência.

Para Thompson (1992) as incoerências mencionadas em suas pesquisas apontam que a relação entre as concepções dos professores e suas práticas não são simples relação de causa e efeito. Essas relações indicam alto grau de complexidade, são vários os que são capazes de influenciar o cotidiano do professor. Entre esses fatores, estão inseridos o contexto social, o clima político e a necessidade de determinados conhecimentos operacionais.

Ponte (1992) faz uma distinção a respeito das concepções manifestadas e as concepções ativas. As concepções manifestadas “ são as que os professores descrevem como sendo as suas e as ativas são as que de fato informam a sua prática”.

Ponte (1992) argumenta que pode haver uma distância apreciável entre os dois tipos de concepções, enfatizando que:

As concepções manifestadas geralmente sofrem influências “ do que no discurso social e profissional é tido como adequado e podem não ser capazes de informar a prática”. Isso pode ocorrer por “ (a) falta de recursos materiais e organizativos, (b) falta de recursos conceituais (não saber como vencer as dificuldades que a sua concretização suscita), ou ainda (c) pelo esforço exagerado que se antevê como necessário” (PONTE, p. 25).

Ponte (1992, p. 25) distingue dois tipos de concepções, afirmando que “ existe (por definição!) uma relação forte entre as concepções activas e as práticas. Podendo ser mais forte ou mais fraca a relação entre as concepções manifestadas e as práticas”. Ou seja, as concepções relatadas pelos professores podem ou não interferir no que é abordado em sala de aula, não só por faltarem recursos conceituais, mais também por falta de recursos materiais dentre tantos outros motivos.

Canavarro (1993, p. 44) em sua pesquisa discute a importância do contexto social nas ações dos professores. Nessa pesquisa, a autora traz um caso, onde a reação dos alunos frente a metodologia de resolução de problemas, fez com que o professor reorganizasse sua prática, adotando um estilo tradicional, o que abalou as “ concepções que anteriormente sustentava ”.

Em outro estudo Canavarro (1993) descreve a forte influência das práticas nas concepções dos professores. O estudo apresenta a experiência de sete professoras que aceitaram trabalhar em sala de aula com um software (Geometric Supposer) para alterar o ensino de geometria que realizavam. No final da experiência, as professoras mudaram suas concepções sobre o que significa ensinar geometria, alterando “suas crenças acerca do conhecimento que pode ser adquirido nas salas de aula” e transformando suas práticas de ensino (CANAVARRO, 1993, p. 44).

## **2.4 A geometria na formação do professor**

Pesquisas como a de (Pavanello, 1993; Usiskin, 1994; Lorenzato, 1995; Perez, 1995; Gazire, 2000; Nacarato, 2002; desenvolvidas no final do século XX e início do século XXI

apontam para a ausência da abordagem do ensino de Geometria no Brasil, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Vejamos o que dizem esses autores:

Para Pavanello (1993) o abandono do ensino de Geometria nos sistemas de ensino tem um histórico que perpassa todo o seu desenvolvimento e acentua-se com a Lei 5692/71 editada na época da Matemática Moderna, vejamos o que a lei menciona.

Que essa lei concedia às escolas quanto à decisão sobre os programas das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática quanto ao conhecimento da Geometria, deixassem de incluí-la em sua programação ou reservassem o final do ano letivo para sua abordagem em sua sala de aula. (PAVANELLO, 1993, p. 7).

Usiskin (1994, apud CRESCENTI, 2005. p. 25) enfatiza que a formação precária dos professores de matemática em relação ao conhecimento da Geometria também pode ser um motivo para o *abandono* da Geometria, pois: “[O]s professores licenciados em matemática podem não ter a bagagem suficiente”. Para entender a desvendar a Geometria, pois “os departamentos de matemática das faculdades reduziram seus cursos de Geometria”

Segundo Lorenzato (1995), as causas do abandono acerca da Geometria podem ser encontradas nas atuações dos professores que várias vezes não possuem os conhecimentos geométricos necessários para o seu ensino. Lorenzato (1995, p. 3-4) menciona que

O professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhece-la ou então não ensiná-la.

Lorenzato (1995) aponta novamente a dificuldade decorrente dos cursos de formação. Esse autor afirma que:

Nos cursos de Licenciatura em Matemática a Geometria possui uma fragilíssima posição, e isso pode prejudicar muito a formação do futuro professor e provocar uma deficiência no conhecimento, tanto em termos de conteúdo como em termo de metodologia. É possível, portanto, que os professores, não tendo um bom conhecimento sobre Geometria, muitas vezes preferam não ensiná-la em suas salas de aula (LORENZATO, 1995, p. 4).

De acordo com Perez (1995, p. 57), essa deficiência na formação leva a “necessidade de orientação e atualização dos professores, através de cursos, após eles estarem no mercado de trabalho”. Hoje sabemos que os cursos de formação continuada são insuficientes para modificar as práticas e as concepções dos professores.

Gazire (2000) investigou em sua pesquisa que ainda existem professores que não gostam de abordar o conteúdo de Geometria em suas aulas, deixando para ensinar os conteúdos geométricos no final do ano letivo. Vejamos o que dizem os professores investigados pela autora:

Os professores investigados reconhecem que o desconhecimento de Geometria é uma das causas do abandono dessa matéria atribuindo a formação acadêmica esse despreparo. Alegam “falta de tempo para trabalhar com a geometria”; adiando o mais possível o início das aulas desse conteúdo, que o conteúdo de geometria vem sempre no final do livro, nunca sobrando tempo para abordá-lo. Uma vez que priorizam os conteúdos da Álgebra (GAZIRE, 2000, p. 166-167).

Nacarato (2002, p. 84), referindo-se ao abandono do ensino da Geometria, aponta alguns fatores que contribuem para esse abandono, como “a própria história do ensino de matemática no Brasil e, em especial, o de geometria; e a não compreensão, por parte dos professores, da importância da formação de conceitos geométricos para o desenvolvimento do pensamento matemático”.

Em relação à construção do conhecimento e dos saberes, Tardif (2011, p. 16) expõe que “os saberes de um professor são uma realidade social materializada por meio de uma formação, de programas, de práticas coletivas, de disciplinas escolares, de uma pedagogia institucionalizada, e são ao mesmo tempo, os saberes deles”. Para o autor, o saber dos professores “é plural e também temporal é adquirido no contexto de uma história de vida e de uma carreira profissional” (TARDIF, 2011, p. 19).

## **2.5 Sequência didática**

Na atualidade, o ensino da Matemática, de forma geral, não promove uma aprendizagem significativa, fazendo com que os alunos estudem determinados conteúdos e memorizem regras e métodos apenas para serem aplicadas nas avaliações. Com a experiência docente em sala de aula, é notório que o processo de ensino e aprendizagem na Matemática encontra-se o mesmo há anos, mesmo com um público diferente em relação aos dias de hoje.

Dessa maneira, o processo de ensino e aprendizagem dos alunos permanece uma aprendizagem mecanizada, causando na maioria das vezes, uma falta de interesse constante, levando na maioria das vezes à resultados negativos nas avaliações internas e externas.

Em relação ao ensino do Teorema de Pitágoras, nota-se que muitos professores apresentam a relação existente nos triângulos retângulos como uma regra, sem um contexto histórico, sem a verificação com materiais concretos e sem uma demonstração formal do mesmo.

Como professores temos consciência que as aulas tradicionais com a utilização da lousa e giz não são suficientes, pois não conseguimos atingir resultados satisfatórios. Dessa forma, é preciso que o professor busque novos métodos, formas diferenciadas para motivar e potencializar o ensino da matemática.

O sucesso de um bom professor consiste em sua prática educativa, esse sucesso é adquirido por meio de experiências e seus conhecimentos. A ação pedagógica do professor é determinante para o processo de ensino e aprendizagem, pois o desempenho dos alunos dependerá da maneira de como uma situação didática é abordada.

De acordo com Zabala (1998) a ação pedagógica do professor requer uma organização na metodologia para sua execução. A aprendizagem do aluno se alcança a partir da intervenção do professor no dia a dia na sala de aula.

Para Zabala (1998), uma sequência didática é estabelecida como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (p.18). Para o autor, uma sequência didática é uma maneira de encadear e articular diferentes atividades ao longo de uma unidade didática.

Zabala (1998), menciona que uma sequência didática é diferente do conceito de atividade, pois define uma atividade ou tarefa como:

Uma unidade básica do processo de ensino e aprendizagem, cujas diversas variáveis apresentam estabilidade e diferenciação: determinadas relações interativas professor/aluno e alunos/alunos, uma organização grupal, determinados conteúdos de aprendizagem, certos recursos didáticos, uma distribuição do tempo e do espaço, um critério avaliador; tudo isso em torno de determinadas intensões educacionais, mais ou menos explicitas (ZABALA, 1998, p. 17).

Nesse sentido, o autor ainda estabelece que:

Quando colocamos essas atividades numa série ou sequência significativa, ampliando a unidade de análise elementar (atividades ou tarefas) para uma nova unidade, identificamos as sequências de atividades ou sequências didáticas como unidade preferencial para uma análise da prática (implementação de novas práticas), permitindo estudar e avaliar sob uma perspectiva processual, incluindo assim as fases de planejamento, aplicação e avaliação (ZABALA, 1998, p. 20).

Dessa forma, o saber matemático refere-se ao processo de adequação do sujeito acerca das situações que o professor expõe em suas aulas e nas quais as socializações entre os alunos têm um papel indispensável.

O conhecimento do saber matemático pelo aluno é construído da forma como o professor transmite esse conteúdo. O engajamento dos alunos nas aulas, dependerá das diferentes abordagens de aprendizagem por uma situação didática.

No planejamento de uma sequência didática, é primordial considerar as relações entre professor – aluno, aluno – aluno, pois o papel de ambos acerca dos conteúdos é manter a organização do tempo e espaço e dos recursos didáticos e avaliação.

Segundo Oliveira (2013), uma sequência didática é determinada como:

Um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino – aprendizagem (OLIVEIRA, 2013, p. 39).

Oliveira (2013), aponta os passos básicos para uma sequência didática: a escolha do tema a ser abordado na sequência didática; questionamentos acerca da problematização do conteúdo a ser abordado; planejamento e organização acerca dos conteúdos; objetivos a serem alcançados no processo de ensino-aprendizagem; delimitação da sequência didática; material didático; formação de grupos; cronograma; assimilação entre cada atividade e as etapas; e à avaliação dos resultados (OLIVEIRA, 2013, p. 40).

Os conteúdos matemáticos são vistos pela maioria dos alunos como a disciplina mais difícil em relação as outras áreas do conhecimento, o que leva o professor a ser mais cauteloso na elaboração de estratégias e metodologias para tornar o ensino mais prazeroso, dando-lhes significados, contextualizando quanto a sua utilização.

O papel do professor em sala de aula é contextualizar, repersonalizar e ressignificar o ensino, para isso é preciso proporcionar um ambiente que disponha aos alunos vivenciarem momentos de investigação na sala de aula.



A partir das considerações acima, neste estudo, consideramos uma sequência didática como um conjunto de atividades matemáticas envolvendo um mesmo conteúdo, que guardam uma relação estreita e ordenada, com interligação entre cada uma delas.

### 3 ARTIGO 1 - CONCEPÇÕES DE PROFESSORES SOBRE O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

#### TEACHERS' CONCEPTIONS OF TEACHING THE PYTHAGOREAN THEOREM

##### Resumo

O presente artigo tem o objetivo de relatar a versão dos professores sobre a abordagem que realizam acerca do Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria e esta pesquisa adota uma metodologia qualitativa. Os dados foram coletados por meio de entrevistas semiestruturadas com sete professores de Matemática de escolas públicas, sendo todos com mais de cinco anos de experiência na carreira docente. Com os relatos dos participantes, podemos perceber o fazer pedagógico dos professores nas aulas sobre o Teorema de Pitágoras. Nas questões da entrevista buscamos compreender como os professores fazem uso de metodologias em sala de aula, e como esses participantes abordam o Teorema. Entendemos que apenas a formação inicial do professor não é suficiente para garantir uma boa prática pedagógica nas aulas de Matemática. Neste estudo, é possível sugerir que os professores participantes da pesquisa se dividem em dois grupos. Aqueles que realizam uma abordagem do Teorema de Pitágoras em prática pedagógica considerada tradicional e o grupo de professores que busca fugir dessa perspectiva, oferecendo alternativas ao aluno ajudam no processo de construção do conhecimento.

**Palavras-chave:** Ensino de geometria; Teorema de Pitágoras; metodologias de ensino.

##### Abstract

This article aims to report the teachers' version of their approach to the Pythagorean Theorem in Geometry classes and this research adopts a qualitative methodology. Data were collected through semi-structured interviews with seven mathematics teachers from public schools, all of whom have more than five years of experience in teaching. With the reports of the participants, we can perceive the teachers' pedagogical practice in classes on the Pythagorean Theorem. In the interview questions we seek to understand how teachers make use of methodologies in the classroom, and how these participants approach the Theorem. We understand that the initial teacher training alone is not enough to guarantee good pedagogical practice in mathematics classes. In this study, it is possible to suggest that the teachers participating in the research are divided into two groups. Those who carry out an approach to the Pythagorean Theorem in pedagogical practice considered traditional and the group of teachers who seek to escape from this perspective, offering alternatives to the student help in the process of knowledge construction.

**Keywords:** Geometry teaching; Pythagorean theorem; teaching methodologies.

### 3.1 Introdução

São tantas as reclamações na atualidade do cenário educacional, há nítida percepção da forma tradicional de ensino, ainda predominante nas aulas de matemática. São aulas quase exclusivamente expositivas, com os alunos assistindo passivos o que o professor faz.

Quando pensamos em ser professor, devemos refletir sobre qual profissional queremos ser. Podemos ser um bom mestre, com excelente conhecimento e instruções acadêmicas, mas nada além disso. Ou então, podemos ser um mestre que, além desses atributos e qualidades, ensina para a vida.

Devemos realizar a busca em ser aquele professor que sempre será lembrado e procurado pelos seus alunos. Não devemos ensinar apenas o conteúdo programático dos livros didáticos, ou de apostilhas, é importante que possamos sair da posição de comodidade, onde se encontra uma parcela dos educadores.

É notório que os livros didáticos adotados em nossas escolas quase não trazem relação dos conceitos matemáticos com situações do cotidiano. Seguindo esta tendência, os professores também mostram extrema dificuldade em sala de aula para ensinar os conteúdos proporcionando um diálogo entre os conceitos e conteúdos matemáticos com a realidade, com a vida dos alunos.

Sabemos que a matemática está ligada a diferentes áreas do conhecimento e responde a muitas questões e necessidades do ser humano, por isso compreendemos ser necessário buscar ensinar os conteúdos fazendo essa ponte entre o teórico e o prático, entre o conceito matemático e o cotidiano, entre o conteúdo e a vida, por entendermos que isto proporciona melhor desenvolvimento do aluno e mais aprendizagem.

Consideramos que esta possibilidade em relação ao Teorema de Pitágoras, objeto deste estudo, também se apresenta. Não basta saber a relação tradicional, quadrado da hipotenusa igual à soma dos quadrados dos catetos, aplicada ao triângulo retângulo. Isto é muito pouco para ensinar o famoso Teorema.

Ao ensinarmos Geometria em sala de aula, temos como finalidade desenvolver conhecimentos que façam com que os alunos compreendam sobre o espaço e suas formas. A Geometria é considerada parte importante no processo de ensino e aprendizagem, pois através da Geometria, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite descrever e compreender o mundo em que vive (RÊGO, RÊGO e VIEIRA, 2012). Dessa maneira, a Geometria possibilita aos alunos conhecimentos geométricos que podem ser explorados através de situações problema, permitindo que possam usá-los no dia a dia.

A Geometria encontra-se presente na realidade do aluno, visto que os elementos geométricos se fazem presentes em toda parte e são trabalhados em situações do dia a dia como, os elementos do espaço e suas formas bi e tridimensionais. Os elementos geométricos também podem ser abordados através de explorações de elementos ligados a realidade do aluno, fazendo uma interligação entre os conhecimentos métricos, numéricos e algébricos que serão construídos ao longo de sua vivência.

Um dos conteúdos da Geometria ensinados na escola de educação básica é o Teorema de Pitágoras, um dos mais conhecidos e importantes Teoremas da Matemática. Esse Teorema apresenta inúmeras aplicações tanto teóricas quanto práticas e muitas dessas aplicações se encontram presentes em nosso cotidiano.

Mas infelizmente, temos professores que não abordam esse conteúdo de maneira adequada, muitas vezes tornando o aluno preso a memorização de fórmulas para a sua aplicação, e dessa maneira causando danos ao processo de ensino e aprendizagem.

Mediante a realidade vivenciada pelos professores, precisamos conhecer como esses profissionais fazem uso de metodologias de ensino de Geometria na sala de aula. Consideramos pertinente compreender como professores de Matemática abordam o Teorema de Pitágoras em sala de aula.

Dessa forma, buscamos responder ao seguinte questionamento: Quais metodologias os professores usam para abordar o Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria?

Esta pesquisa adota uma metodologia qualitativa e tem como objetivo principal relatar a versão dos professores sobre a abordagem que realizam acerca do Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria.

### **3.2 O Teorema de Pitágoras**

O Teorema de Pitágoras é um dos Teoremas mais importantes e conhecido da Matemática e ocupa um lugar de destaque em relação a sua aplicabilidade no ensino. Este Teorema tem várias aplicações em diversas áreas da Matemática, e é útil na resolução de vários problemas vinculados a outros conteúdos. De acordo com Leivas, percebemos que:

O Teorema de Pitágoras é um dos principais assuntos a ser tratado na Escola Básica...Segundo nossa vivência como professor de diversos níveis de ensino, não ocorre uma generalização do teorema, o que deixa os estudantes com uma concepção única de como ele se apresenta e se aplica a diversas situações (LEIVAS, 2012, p. 3).

Apesar da existência de várias maneiras distintas para sua demonstração, ainda enfrentamos situações em que o aluno não consegue ter um entendimento do que de fato significa a expressão  $a^2 = b^2 + c^2$ .

O Teorema de Pitágoras é proposto para os alunos do 9º ano do ensino fundamental e é tratado na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, a qual tem como principal objetivo nortear os Sistemas de ensino na elaboração de suas propostas curriculares, assegurando o direito à aprendizagem e ao desenvolvimento dos alunos da educação básica. Desta forma, a base apresenta o teorema como uma situação de encarte direcionada ao professor, indica que a habilidade exigida para esse conteúdo é a de aplicar o Teorema de Pitágoras na resolução de situações-problema, visto que a Geometria não pode ficar simplesmente reduzida a aplicações numéricas de Teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixe de retas paralelas ou do Teorema de Pitágoras (BRASIL, 2017).

Segundo a BNCC, as orientações das habilidades que descrevem o Teorema de Pitágoras são:

(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secante (BRASIL, 2017, p. 316).

Em relação à sua aplicabilidade, esse Teorema acaba se tornando apenas uma fórmula a ser memorizada, sem que ocorra o entendimento deste, pois muitas vezes a maioria dos livros didáticos trazem a demonstração sem compreensão e contextualização desse conteúdo, limitando-se apenas a identificar um triângulo retângulo, dando enfoque a descobrir um dos lados identificando a medida dos outros dois, fazendo com que dessa forma o aluno limite-se apenas em memorizar a fórmula, sem entender as suas propriedades e deixando de lado suas implicações e a aplicabilidade na sociedade.

Vejamos a opinião do autor a seguir:

Podemos aproveitar para generalizar o Teorema de Pitágoras, mostrando que a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual a área da soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos, com essa generalização o aluno pode compreender melhor o Teorema e ainda aprender a relacionar conteúdos matemáticos, percebendo que a aplicação da propriedade existente no Teorema não é apenas para quadrados, mas também para outras figuras, ao realizar uma atividade com semicírculos

semelhantes, atividades estas que são normalmente utilizadas com quadrados (AMORIM, 2015, p. 27).

As dificuldades que os alunos têm em compreender o Teorema de Pitágoras vão muito além de regras e fórmulas estabelecidas. Notamos a necessidade de apresentar desde o primeiro momento para os alunos a demonstração através de sua aplicabilidade com situações para com o cotidiano do aluno, buscando levar os conteúdos para uma contextualização.

Em relação a essa realidade, Acosta (2011, apud AMORIM, 2015) enfatiza que o Teorema de Pitágoras tem uma aplicação significativa no cotidiano e em outros conteúdos matemáticos, como exemplo ele cita o raio da circunferência circunscrita em um triângulo, a altura de um triângulo, entre outros.

É notável que os alunos possuem dificuldades em questões básicas, em que muitas vezes, não conseguem identificar o triângulo retângulo e qual o ângulo reto. Isso fica evidente ao fazermos uma rotação no triângulo, como enfocam Santos e Viana na pesquisa que realizaram.

Quando as atividades sobre Teorema de Pitágoras, era necessário que o aluno conseguisse reconhecer um triângulo retângulo. No entanto, nas respostas às questões do questionário, vinte e nove alunos não souberam reconhecer como triângulo retângulo aquele que estivesse com os catetos não paralelos à folha em que estavam impressos (SANTOS e VIANA, 2010, p. 8).

Estas deficiências podem estar relacionadas à forma de como os conteúdos são abordados em sala de aula, pois como enfatiza Bressiani em relação a esse aspecto:

Conversando com colegas que trabalham em outras escolas em relação aplicação deste conteúdo, pude perceber que, assim como eu, a grande maioria dos professores faz uso somente da apresentação da fórmula e aplicação das atividades de fixação. Apenas uma professora, entre todos os profissionais que conversei, trabalha com a demonstração da fórmula trazendo a construção do triângulo retângulo com papel quadriculado, mostrando que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa (BRESSIANI, 2011, p. 9).

Dessa forma, para termos uma compreensão da relação entre as áreas dos quadrados que são construídos sobre os catetos e a área do quadrado construído sobre a hipotenusa do

triângulo retângulo. Normalmente, essa deficiência dificulta para o aluno a ideia de relacionar inúmeros conceitos que estão ligados a esse Teorema.

É essencial que a abordagem de qualquer conteúdo, especialmente o Teorema de Pitágoras, seja exposto de diferentes formas, para que possa alcançar o nível de compreensão satisfatório para os alunos.

Para que o objetivo de compreensão pelos alunos, em relação ao Teorema de Pitágoras seja atingido, é sugerido primeiramente definir um triângulo retângulo, pois é nele que esse Teorema se faz válido.

A seguir, analisamos alguns trabalhos de pesquisa que apresentam ou sugerem procedimentos de ensino de conceitos geométricos, em especial, para o Teorema de Pitágoras e verificam sua potencialidade.

### **3.3 Pesquisas realizadas envolvendo o Teorema de Pitágoras**

Na pesquisa de mestrado de Balbino Júnior (2015) com a finalidade de desenvolver um objeto de aprendizagem, que auxilie de modo lúdico na compreensão geométrica do Teorema de Pitágoras para a educação básica, o autor conclui que os Objetos de Aprendizagem que podem ser aplicados ao Teorema trazem novas possibilidades no desenvolvimento de materiais, e desempenham um papel facilitador de conteúdo didático, motivador e interativo.

Dammann *et al* (2016) exploram os conceitos do triângulo retângulo em um jogo de futebol, tendo por base a cobrança de um pênalti. Os autores mostram as relações de semelhança envolvidas, considerando a marca do pênalti e as duas barras e o travessão que formam o gol, e do mesmo mostram a aplicação do Teorema de Pitágoras para esta situação.

Sugestões de atividades utilizando materiais concretos são apresentadas por Ribas e Mathias (2012), e também sugerem o aplicativo PitagorasNet, um recurso digital que pode ser utilizado para ensinar o Teorema de Pitágoras. As autoras entendem que esta ferramenta pode produzir um aumento na motivação dos estudantes e, ao mesmo tempo, contribuir para a compreensão dos conteúdos.

Silva *et al* (2018) desenvolveram uma pesquisa com o objetivo de aplicar uma sequência didática envolvendo o conteúdo do Teorema de Pitágoras. Os autores afirmam que os alunos compreenderam melhor os conteúdos quando as definições e aplicações do Teorema foram apresentadas por meio da sequência didática.

É essencial o papel do professor para o bom andamento das atividades. É o professor orientador que vai conduzir e estimular os alunos. E a melhor forma disto acontecer é o professor ser um pesquisador para levar metodologias diferenciadas para serem abordadas nas aulas de Matemática.

O ensino de Matemática quando é transmitido para o aluno de maneira convencional se torna tedioso. É fundamental que o aluno se engaje no processo de ensino e aprendizagem, e não seja apenas um espectador. Por isso, é fundamental que os professores possam promover o interesse dos alunos, para que estes, por sua vez possam se interessar e sentir vontade de aprenderem.

Ribeiro (2013) realizou um estudo sobre o Teorema envolvendo vários aspectos. Começou traçando um histórico sobre o Teorema, apresentando várias demonstrações, assim como aplicações e oficinas para o ensino do mesmo.

A autora (2013) apresenta uma proposta de atividades motivacionais e criativas para a utilização deste Teorema, afim de ajudar os professores e despertar o interesse nos estudantes. A autora conclui o seu trabalho com uma apresentação de uma inovadora Cartilha do Teorema de Pitágoras, que deverá orientar a utilização do trabalho por professores de Matemática em sala de aula.

Amorim (2015) realizou uma pesquisa com 22 alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Quinze de julho, localizada em Juazeiro – BA. Para oferecer uma aprendizagem mais significativa para o educando, o trabalho traz a proposta de demonstrar, generalizar e aplicar o Teorema de Pitágoras. A princípio outros conteúdos como: áreas, proporção e semelhança de figuras planas são abordados visando relembrar algumas definições e propriedades necessárias para a aplicação da proposta.

A autora (2015) elaborou atividades com material concreto, problemas matemáticos e cotidianos que pudessem incentivar e ajudar os alunos na compreensão da proposta. Os objetivos foram alcançados e a turma conseguiu apresentar um resultado favorável, mesmo que alguns alunos não tenham obtido os resultados esperados, o que é natural já que cada um reage de modo diferente.

Um outro estudo enfocando o Teorema de Pitágoras é o de Tartaglia Filho (2016), que realizou uma pesquisa com o objetivo de propor uma sequência de aulas diferenciadas sobre o Teorema, aplicadas através de oficinas, sendo construídas por folhas de atividades preparadas de acordo com a Engenharia Didática, método que exige a produção através de um sólido conhecimento científico, e enfrentamento de problemas práticos para os quais não existem a teoria prévia.



O trabalho deste autor (2016) contribui para a criação de habilidades e competências necessárias para a interpretação da Geometria, que tenha aparente ou não a figura do triângulo retângulo, com o objetivo de dar ferramentas para que o aluno construa conhecimentos necessários, a fim de encontrar soluções aos problemas propostos.

As atividades, em forma de oficinas e folhas de atividades, propostas pelo pesquisador (2016) foram aplicadas para 35 alunos do 9º ano do ensino fundamental. Os resultados foram analisados e comparados com as hipóteses levantadas previamente durante a fase de preparação e criação da dissertação, tendo como metodologia principal de investigação e análise dos dados.

As aulas propostas tiveram um bom desenvolvimento, pois os alunos se portaram como protagonistas das ações, mostrando-se motivados e participativos durante a execução das atividades. Os alunos atingiram os objetivos propostos, entendendo que o material desenvolvido proporcionava uma rotina diferenciada, na forma com que foi aplicado, o autor conclui que as folhas de atividades poderão ser úteis a todos os professores que queiram desenvolvê-las em suas aulas, adaptando-as conforme realidade, rendimento e aproveitamento de seus alunos.

Com o interesse voltado para melhorias no processo de ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras a pesquisa de Lino (2019) parte do pressuposto de que é preciso analisar as potencialidades pedagógicas do uso da História da Matemática em sala de aula. O trabalho teve como objetivo geral discutir as possíveis potencialidades do uso da História da Matemática no ensino desse Teorema.

A pesquisa (2019) foi realizada em uma escola pública Estadual da cidade de três Alagoas – MS. A autora elaborou e aplicou uma sequência didática desenvolvida com uma turma de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de EJA. Metodologicamente, o estudo trata-se de uma pesquisa qualitativa que permitiu evidenciar contribuições da proposta de ensino em questão para os alunos da turma escolhida.

Os dados foram coletados por meio de contato direto com os sujeitos na sala de aula. O foco do trabalho foi discutir as possíveis potencialidades do uso da História da Matemática para o ensino do Teorema de Pitágoras. A escolha do Teorema foi motivada pela possibilidade de seu uso na solução de problemas em diferentes contextos, em especial, na Geometria Elementar, e por auxiliar a compreensão das razões trigonométricas.

Lino (2019) concluiu o trajeto da pesquisa permitindo argumentar sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, trazendo, em cada atividade,

elementos que discutem as mudanças na participação do aluno, tendo como base o processo de aprendizagem.

Pesquisas contemporâneas (BALBINO JUNIOR, 2015; DAMMANN et al, 2016; RIBAS e MATHIAS, 2012; SILVA et al, 2018; RIBEIRO, 2013; AMORIM, 2016; TARTAGLIA FILHO 2016; LINO, 2019) apresentam resultados que permitem perceber o uso de evidências metodológicas para o processo de ensino e aprendizagem, apontando as potencialidades que o uso dessas atividades traz para o ensino da Matemática.

Cogitamos que estas pesquisas analisadas são até um certo ponto relevantes, pois compartilham de metodologias significantes e estão interligadas com o Teorema de Pitágoras e a contextualização do mesmo no cotidiano das pessoas. Existe uma preocupação constante em buscar métodos para auxiliar os professores em busca de metodologias para trabalhar esse Teorema, investigando diferentes aspectos e maneiras desse conteúdo ser abordado nas aulas de Matemática.

### **3.4 Metodologia**

O objetivo desta pesquisa é analisar a concepção de professores sobre a abordagem do Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria. Os participantes são sete professores de Matemática de escolas públicas, todos com mais de cinco anos de experiência na carreira docência.

Na perspectiva de atender ao objetivo, a abordagem metodológica escolhida foi a pesquisa qualitativa, considerando que através dos relatos dos participantes, podemos perceber o fazer pedagógico dos professores nas aulas sobre o Teorema de Pitágoras.

Os dados foram coletados por meio de entrevistas semiestruturadas e analisados para um melhor entendimento da temática que norteia esta pesquisa. Nas questões da entrevista buscamos compreender como os professores fazem uso de suas metodologias em sala de aula, e como os mesmos abordam esse Teorema.

#### **3.4.1 Analisando os relatos dos professores**

Buscamos através dos dados das entrevistas semiestruturadas analisar os pontos de vista, por nós considerados mais importantes nas falas dos professores (P), no que diz respeito às metodologias adotadas em sala de aula, para abordar o Teorema de Pitágoras e se esses professores fazem uso de algum recurso pedagógico para a compreensão desse conteúdo.

A partir das experiências vivenciadas em sala de aula, percebemos como os professores trabalham com os conceitos iniciais de Geometria no ensino fundamental, o professor P5 relata qual a importância de trabalhar com esses conceitos iniciais nas aulas de Geometria. Ele afirma que:

Trabalho os conceitos fundamentais da geometria, pelo simples fato de que os alunos têm que verificar, têm que analisar o mundo em que convive e nós sabemos que o nosso cotidiano é rodeado de geometria, a forma da nossa casa, a forma do ambiente, ou seja, nossa própria instituição é constituída de formas geométricas, então por esse fato, eu acho muito importante os alunos estudarem os conceitos, principais da geometria pra eles verem que a geometria está em tudo que eles vivem, eles vivem com a matemática, eles vivem a geometria e não percebem que estão vivendo dentro da geometria (P5).

Este relato de P5 mostra a importância de se trabalhar com os conceitos iniciais da Geometria, pelo fato de que a Matemática está presente no cotidiano das pessoas. As afirmações sugerem não se tratar de um professor cuja prática pedagógica possa ser considerada tradicional, ao compreender que o *cotidiano é rodeado de geometria* e os alunos precisam *verem que a geometria está em tudo que eles vivem*.

O depoimento do professor P5 acima nos remete a Tartaglia Filho (2016), quando ressalta que é importante o trabalho com os conceitos de figuras geométricas, assim como as construções das mesmas, pois propiciam uma visão geométrica singular aos alunos, agregando-os no contexto matemático, visando a resolução de problemas através do método investigativo.

O entrevistado P6, em relação às dificuldades que sente ao abordar o Teorema de Pitágoras, diz que:

Sinto dificuldades em fazer com que os alunos entendam a demonstração do Teorema de Pitágoras, pois essas demonstrações não são de fácil compreensão para os alunos. Outra dificuldade que já percebi em trabalhar com o Teorema de Pitágoras é em relação a fazer com que o aluno estabeleça uma relação da expressão  $a^2 = b^2 + c^2$  com situações problemas, ou seja, situações do cotidiano deles, outra também é de fazer com que os alunos compreendam que não importa a ordem dos catetos ao substituir na fórmula, os alunos também não entendem que não é obrigatório usar sempre as mesmas letras a, b, c, que também é possível utilizar outras letras no lugar dessas que são frequentemente usadas e que aparecem com maior frequência em livros didáticos. É muito difícil fazer com que o aluno tenha um aprendizado com compreensão do Teorema de Pitágoras e principalmente de sua demonstração (P6).

Este professor sente dificuldade para que os alunos compreendam a demonstração do Teorema de Pitágoras em suas aulas, dessa forma, poderia indicar que os alunos podem não encontrar sentido naquilo que está sendo abordado em sala de aula. Quando esse Teorema é abordado pela primeira vez para os alunos é interessante que o professor faça uso de outros métodos pedagógicos e tente sair da demonstração usual dos livros didáticos, pois o professor

precisa explorar outras situações didáticas para que os alunos compreendam o conceito da demonstração do Teorema.

Lino (2019) salienta que investir em diferentes abordagens de ensino pode motivar e despertar a atenção dos alunos, de forma a contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Práticas inovadoras rompem com o procedimento habitual, ou seja, a prática do professor que se restringe a cópia de conteúdos e exercícios repetitivos que não contribuem no entendimento dos aspectos envolvidos.

Quando questionamos os professores como eles ensinam o Teorema de Pitágoras, em sala de aula, os professores expõem que:

Trabalho com situações problemas, e com exemplos práticos do cotidiano do aluno (P2).  
Utilizo materiais presentes no cotidiano dos meus alunos. Com relação ao Teorema de Pitágoras costumo seguir uma sequência – História, Demonstração e Aplicações (P3).

Observamos nas falas de P2 e P3, algumas concepções do fazer pedagógico em relação aos métodos adotados para abordar o Teorema de Pitágoras em sala de aula. Percebemos que esses professores abordam o Teorema com exemplos práticos e presentes do cotidiano dos alunos, dando-lhes sentido ao conteúdo que está sendo abordado em sala de aula. Esta concepção converge parcialmente com o que expõe Lorenzato (1995), que também apresentam uma valorização desta abordagem que relaciona a Geometria com o cotidiano.

As falas dos professores citados acima vão ao encontro do que afirma Lino (2019), ao considerar a necessidade de entender a relevância desse Teorema no processo de ensino e aprendizagem, afirmando que para que isso ocorra, é preciso mostrar sua aplicabilidade no cotidiano dos alunos.

Quando questionados sobre quais as dificuldades dos alunos na compreensão da Geometria estudando o Teorema de Pitágoras, os professores responderam da seguinte forma:

A leitura e interpretação dos problemas apresentados é a principal dificuldade (P2).

Bem, muitos dos meus alunos quando chegam no fundamental não sabem Ler. Acho que isso responde essa pergunta (P3).

Geralmente, a maioria dos alunos possui dificuldade em distinguir figuras planas de figuras espaciais, e não conseguem identificar o paralelepípedo como um retângulo, diante disso nós enquanto professor temos mais dificuldades em aprofundar o teorema (P4).

As principais dificuldades dos alunos que percebo ao trabalhar com o Teorema de Pitágoras em sala de aula são, principalmente na compreensão das demonstrações, no estabelecimento de uma relação da expressão  $a^2 = b^2 + c^2$  com situações problemas, de compreender o significado da hipotenusa e dos

catetos, de entender que não importa a ordem dos catetos ao substituir na fórmula, e de compreender o significado das letras a, b, c na fórmula. Outro fator que implica muito no aprendizado e na compreensão desse conteúdo é a falta de base, pois muitos alunos chegam no 8º e 9º ano sem ter compreendido potenciação, ângulos e classificação de triângulos (P6).

Uma das principais dificuldades apontadas pelos alunos é a compreensão do conceito de área relacionado aos lados dos triângulos, tendo assim, dificuldades em estabelecer o Teorema. Outras dificuldades são os erros na compreensão dos elementos de um triângulo retângulo e erros no desenvolvimento das operações matemáticas (P7).

Temos aqui cinco relatos que remetem para uma mesma questão. Trata-se da baixa aprendizagem dos alunos em anos pretéritos, como afirmam as avaliações oficiais de desempenho dos alunos nos últimos anos. Os alunos não conseguem construir uma formação mínima dos conteúdos matemáticos nos anos e níveis de ensino que já ultrapassaram. É o que fica evidente nas afirmações dos participantes da pesquisa.

A opinião que P2 e P3 têm a respeito das dificuldades dos alunos no entendimento do conteúdo do Teorema de Pitágoras é que muitos têm problemas de leitura, ou seja, não sabem ler e por isto não conseguem interpretar os problemas propostos pelo professor em sala de aula.

P4 afirma que “a maioria dos alunos possui dificuldade em distinguir figuras planas de figuras espaciais”. P6 afirma que o problema é a falta de “compreensão das demonstrações, no estabelecimento de uma relação da expressão  $a^2 = b^2 + c^2$ ”. Já para P7, uma das “principais dificuldades apontadas pelos alunos é a compreensão do conceito de área relacionado aos lados dos triângulos”.

No desenvolvimento da prática pedagógica, quando questionados se utilizam algum material de consulta para auxiliar no ensino do Teorema de Pitágoras, os professores ressaltam que:

Não, no máximo só o livro didático (P1).

Não (P2).

Apenas livros (P3).

Utilizo apenas livros didáticos (P5).

Aqui observamos que estes quatro professores participantes da pesquisa utilizam apenas o livro didático, não fazem uso de outros materiais, nem de metodologias inovadoras para trabalhar com os alunos o conteúdo do Teorema.

Muitos professores ao iniciarem as aulas de Geometria abordam de maneira muito mecanizada, ou não abordam, o Teorema de Pitágoras, tornando assim esse conteúdo sem importância nenhuma para a aprendizagem do aluno, e está de acordo com a afirmação:

Muitas vezes esse Teorema torna-se apenas uma fórmula a ser decorada, sem que haja o verdadeiro entendimento do Teorema, pois normalmente os livros didáticos trazem o que é o Teorema de Pitágoras sem uma demonstração compreensível, limitando-se apenas a descobrir a medida dos lados dos catetos e sua hipotenusa” (SANTOS e VIANA, 2010, p. 8).

Isto requer tomar decisão para tentar modificar a prática na sala de aula, a seguir três professores participantes da pesquisa reconhecem a importância de trabalhar esse Teorema para que os alunos possam ter um entendimento acerca desse conteúdo. Os professores P4, P6 e P7 quando questionados se utilizam algum material de consulta para auxiliar no ensino do Teorema de Pitágoras, afirmam um posicionamento que caminha em uma direção contrária a de P1, P2, P3 e P5, enunciadas acima, vejamos:

Sequências didáticas de Nivelamento (SD), material didático manipulável, Sites e Vídeos no Youtube (P4).

Nas poucas vezes em que ensinei este conteúdo, acabei utilizando um material concreto, utilizei 25 quadradinhos para trabalhar na apresentação deste conteúdo para os alunos. Utilizei também o livro didático e algumas vezes quando necessário fiz pesquisas na internet para encontrar situações-problemas que se encaixassem melhor no cotidiano dos meus alunos, quando não encontrava, acabava elaborando situações-problemas (P6).

Sim, livro didático, internet e vídeos (P7).

Diferente das falas de P1, P2, P3 e P5 vistas acima, que afirmaram utilizar apenas o livro didático, aqui percebemos que os professores P4, P6 e P7 afirmam se utilizar de outros recursos pedagógicos, têm a preocupação de trabalhar com métodos diferenciados para abordar o Teorema, fugindo das aulas tradicionais e cansativas, onde o professor expõe o conteúdo no quadro, passa exercícios e os alunos aprendem pouco.

É interessante que o professor ao iniciar o Teorema de Pitágoras, possa fazer uso de métodos diferenciados para a explanação da demonstração das áreas dos quadrados que têm lado igual aos lados do triângulo, para que os alunos possam relacionar outros conteúdos matemáticos envolvidos nesta demonstração.

Amorim (2015) observa que “relacionar os conteúdos matemáticos as demonstrações do Teorema de Pitágoras vai aproveitar muitos conteúdos já vistos como: áreas, semelhança de figuras planas, proporcionalidade, entre outros” (p. 27).

Quando questionados se conhecem algum recurso, além do livro didático, para ensinar a Geometria com o Teorema de Pitágoras, os professores em seus depoimentos dizem que conhecem, mas alguns afirmam que não fazem uso desses recursos.

Conheço o Geogebra, mas não faço uso dele em sala de aula (P1).

Até o momento não conheço, a única coisa que utilizo além do livro didático são vídeos que pego da internet, mostrando como era antigamente a construção do triângulo dessa forma, mas outro conceito não tenho (P5).

Observamos na fala de P1 uma percepção que indica limitação em relação ao ensinar o Teorema de Pitágoras, se contenta apenas com o livro didático para ensinar o conteúdo do Teorema. P5 indica uma posição tão conservadora quanto P1, não conhece nenhum além do livro didático. A utilização de vídeos, em geral, acrescenta pouco em relação às tradicionais aulas expositivas.

Devido a posicionamentos como estes, muitas vezes o conteúdo acaba sendo considerado por alguns alunos como difícil, “o que coloca o professor diante de um desafio na elaboração de estratégias e metodologias para ensiná-lo de maneira prática, científica e de forma que explicita por meio de experiências o seu significado” (SILVA, 2016, p. 17).

Posição diferente adotam os professores (P4), (P6) e (P7), que mostram uma disponibilidade maior na busca de métodos diferenciados e estão abertos a novas reflexões e discussões, indicam sentir a necessidade de repensar o ensino, rompendo com os métodos tradicionais. A esse respeito os professores expõem que:

Além de trabalhar com o Geogebra, também gosto muito de trabalhar com jogos como: tabela, dominó de Pitágoras e etc (P4).

Até o momento, mesmo ensinando desde o ano de 2012, tive a oportunidade de trabalhar com o Teorema de Pitágoras apenas umas 3 vezes em todo esse percurso, pois muitas vezes não dava tempo de trabalhar esse conteúdo ou não ensinava em turmas que esse conteúdo precisava ser ministrado. Nas poucas vezes que trabalhei com esse conteúdo em sala de aula, procurei trazer material concreto para não somente buscar fazer a demonstração como também trabalhar com exemplos para que os alunos pudessem compreender melhor. Não conheço muitos materiais concretos para se trabalhar o Teorema de Pitágoras, alguns livros didáticos trazem muitas situações-problema, muitas demonstrações, um pouco de história, em fim algumas formas para se trabalhar o Teorema de Pitágoras de uma forma mais compreensível perante os alunos, porém em muitos livros didáticos isso não é frequente. Na maioria das vezes em que trabalhei o Teorema de Pitágoras em sala utilizei apenas o livro didático como única ferramenta de trabalho (P6).

Sim, faço uso da história da matemática sem sombra de dúvidas constitui um dos mais interessantes do conhecimento. Assim como materiais manipuláveis, aula de campo, vídeo aula, filmes e laboratório de informática (P7).

As afirmações de P4, P6 e P7 mostram o desejo de superar a simples exposição do conteúdo no quadro, o que denota uma posição diferente do que acontece nas aulas tradicionais, aquelas em que apenas a exposição realizada pelo professor, que em geral é copiada do livro didático adotado pela escola, acontece.

Percebemos que tais falas vão ao encontro do que afirmam Miranda *et al* (2013), quando relatam, que para que a aprendizagem ocorra com efetividade atingindo a maioria dos alunos, “torna-se necessário que o professor utilize de estratégias diversificadas no intuito de tentar atender, na medida do possível, as especificidades dos alunos para que o aprendizado tenha o máximo de sentido e significado” (p. 17).

Entendemos que apenas a formação inicial do professor não é suficiente para garantir uma boa prática pedagógica nas aulas de Matemática. Consideramos que é importante que o professor busque métodos para realizar aulas eficientes e inovadoras, de forma que possibilitem os alunos compreenderem os conteúdos abordados em sala de aula. Cogitamos que para se ter uma melhoria na prática pedagógica é preciso formação continuada, pois o aperfeiçoamento do fazer pedagógico é primordial, para os professores almejarem resultados positivos no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

### **3.5 Considerações finais**

A partir dos relatos dos professores pudemos concluir que alguns professores ainda indicam acomodação, se mostram satisfeitos com o que realizam na sala de aula, e não buscam métodos inovadores para trabalhar o Teorema de Pitágoras.

Com base na análise dos dados constatamos que alguns professores entrevistados, ainda abordam de forma mecanizada, esse conteúdo fazendo uso apenas do livro didático como recurso didático pedagógico. Um dos professores mostrou-se preocupado, pois tem dificuldade em abordar esse conteúdo, pelo fato de que os alunos têm carência nas operações básicas, principalmente em divisão para efetuarem os cálculos de raízes nos exercícios.

Os professores entrevistados percebem que têm dificuldades ao tentarem relacionar situações-problema para trabalhar esse Teorema em sala de aula, pois a maioria dos alunos chega ao ensino fundamental sem saber ler e isso dificulta na execução das situações-problema abordadas em sala de aula.



A interpretação de dados expostos em situações-problema no Teorema de Pitágoras quando bem elaborado e bem trabalhado, ajuda a desenvolver a leitura e o raciocínio do aluno, tendo um significado positivo e muito proveitoso.

Observamos também que os professores percebem a necessidade de abordar novas metodologias em sala de aula, repensando no ensino e saindo do comodismo e dos métodos tradicionais de ensino, procurando abordar o Teorema através de: Jogos, domínio do Teorema de Pitágoras, História do Teorema, resolução de problemas, entre outros.

Identificamos que uma parcela dos professores busca uma ação pedagógica que que viabilize trabalhar na sala de aula com o Teorema de Pitágoras trazer situações do cotidiano dos alunos.

O professor quando conhece seu aluno, lhe dá várias possibilidades de explorar problemas do seu cotidiano. Geralmente em todas as turmas, os alunos têm algum parente que trabalha na construção civil ou em outra atividade, o que dá ao professor a possibilidade de trazer elementos que contribuam para uma melhor compreensão do referido conteúdo, através de aplicações ao cotidiano dos alunos.

Alguns dos professores percebem a importância de fazer uma aula diferenciada, interessante e motivadora, pensando na melhoria do processo de ensino e aprendizagem dos alunos, na busca de melhorar cada vez mais a prática pedagógica, e estarem levando metodologias que proporcionem trabalhar o Teorema de Pitágoras de modo a instigar o aluno, mesmo diante das dificuldades que o professor enfrenta.

É essencial que o professor faça uso do seu saber pedagógico com os conteúdos trabalhados em sala de aula, buscando os conhecimentos que os alunos já possuem, possibilitando que o conteúdo esteja ligado ao fazer social.

Nesse sentido compreendemos que sem a organização do fazer pedagógico, a qualidade do ensino não se desenvolve, pois devemos ter um planejamento, uma organização de conteúdos e objetivos a serem alcançados, pois sem planejamento, sem metodologias diferenciadas, apenas com o recurso do livro didático, dificilmente pode ocorrer uma aprendizagem abrangente do Teorema de Pitágoras ou de qualquer outro conteúdo.

### 3.6 Referências

AMORIM, M. P. N. **Uma abordagem da Generalização do Teorema de Pitágoras numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental**. 2015. 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro – BA. Disponível em: <http://www.univasf.edu.br/~tcc/000005/000005d2.pdf>>. Acesso em 14/jun.2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em:  
[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf)  
 Acesso em 10 de junho de 2020.

BRESSIANI, L. **Teorema de Pitágoras: Abordagem em Mídias Digitais**. Monografia de Especialização – Departamento de Matemática Pura e Aplicada – Universidade Federal de Rio Grande do Sul. 2011. Recuperado de:  
<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31564/000783229.pdf> em 09 de julho 2020.

BALBINO JÚNIOR, V. R. **Teorema de Pitágoras: aplicações em objetos de aprendizagem**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Recuperado de:  
<https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/138454/000864558.pdf?sequence=1&isAllowed=y> em 06 de julho 2020.

DAMMANN, J. *et al.* Uma proposta didática para o ensino do triângulo retângulo e teorema de Pitágoras utilizando o futebol. **Anais do Salão do Conhecimento**, Unijui, 2016. Recuperado de:  
<https://publicacoeseventos.unijui.edu.br/index.php/salaconhecimento/article/view/6863/5630>  
 em 6 julho 2020.

LEIVAS, J. C. P. Pitágoras e van Hiele: Uma possibilidade de conexão. *Ciências & Educação*, v. 18, Nº 3, 2012. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v18n3/10.pdf> Acesso em 23 de Maio de 2020.

LINO, C. M. C. **As contribuições do uso da História da Matemática no ensino do Teorema de Pitágoras com os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA)**. 2019. 186p. Dissertação (Mestrado em Ensino e Processos Formativos na linha de pesquisa em Educação Matemática, do Instituto de Biociências Exatas) – Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto. Recuperado de :  
[https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/181603/lino\\_cmc\\_me\\_sjrp.pdf;jsessionid=5E2D149E57FBA8F1E841BFDB65BE2996?sequence=3](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/181603/lino_cmc_me_sjrp.pdf;jsessionid=5E2D149E57FBA8F1E841BFDB65BE2996?sequence=3) Acesso em 08 de julho de 2020.

MIRANDA, T. R. et al. Resolver problemas não é problema: aprender matemática com estratégias diversificadas. In: PUC-PR. **XI Congresso Nacional de Educação**. Curitiba, 2013. Disponível em: <file:///C:/Users/Pedro/Downloads/16256-39681-1-SM.pdf> Acesso em 23 de Maio de 2020.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas, São Paulo: Autores associados, 2012.

RIBEIRO, V. V. S. M. **Revisitando o Teorema de Pitágoras**. 2013. 396f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional) – Universidade Federal de Viçosa, MG. Disponível em: < <http://locus.ufv.br/handle/123456789/5882> >. Acesso em: 16 jun. 2020.

RIBAS, G. R.; MATHIAS, C. V. Alternativas para a abordagem do Teorema de Pitágoras em sala de aula. **Disciplinarum Scientia**. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, Santa Maria, v. 13, n. 2, p. 179-192, 2012. Disponível em:

<https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumS/issue/view/96> Acesso 10 de Maio de 2020.

SANTOS, M. N.; VIANA, M. C. V. Abordagem histórica para a aprendizagem dos teoremas de Tales e de Pitágoras. In. IX SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA. 9, 2010. Belo Horizonte. **Anais ...Ouro Preto. SBHMat.** 2010. [http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1\\_Santos\\_M\\_N\\_Abordagem\\_historica\\_para\\_aprendizagem.pdf](http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Santos_M_N_Abordagem_historica_para_aprendizagem.pdf)

SILVA, L. O. **Atividades lúdicas no ensino do Teorema de Pitágoras.** 2016. 107f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Campos dos Goytacazes. Recuperado de:

<http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/28042016Lenilson-Oliveira-da-Silva.pdf>

SILVA *et al.* uma proposta para o ensino do teorema de Pitágoras. **Anais do III Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências**, Campina Grande –PB: Realize, 2018. Disponível em: <http://www.conapesc.com.br/2018/sobre-evento.php> Acesso em 10 de Maio de 2020.

TARTAGLIA, F. L. **Teorema de Pitágoras, aplicações de demonstrações em sala de aula.** 2016. 138p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de São Carlos. Recuperado de: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/8566/DissLTF.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em 13 de julho 2020.

## **4 ARTIGO 2 - O ENSINO DE GEOMETRIA NA PERSPECTIVA DE UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA ENVOLVENDO O TEOREMA DE PITÁGORAS**

### **TEACHING GEOMETRY FROM THE PERSPECTIVE OF A PROPOSAL FOR A DIDACTIC SEQUENCE INVOLVING THE PYTHAGOREAN THEOREM**

#### **Resumo**

Este estudo tem como objetivo apresentar uma sequência didática para o ensino do Teorema de Pitágoras. A sequência didática visa contribuir com a formação de professores de matemática, como uma alternativa para tornar as aulas de Geometria mais interessantes. Resolvemos realizar esta pesquisa envolvendo o conteúdo do Teorema de Pitágoras, por considerá-lo relevante no processo de ensino e aprendizagem de matemática, assim como buscar investigar e localizar percursos que possibilitem reduzir dificuldades encontradas por professores e alunos no estudo desse conteúdo. Consideramos, que essa proposta é importante para os professores de matemática trabalharem a Geometria, em especial, o Teorema de Pitágoras. A sequência didática foi elaborada com base nas metodologias exploratória e de investigação matemática, afim de promover a construção do conhecimento do Teorema de Pitágoras, foram propostas três atividades, sendo duas atividades envolvendo demonstrações e aplicações do Teorema, e uma atividade envolvendo o jogo Trilha Pitagórica.

**Palavras-chave:** Teorema de Pitágoras; Sequência didática; metodologias de ensino.

#### **Abstract**

This study aims to present a didactic sequence for teaching the Pythagorean Theorem. The didactic sequence aims to contribute to the formation of mathematics teachers, as an alternative to make Geometry classes more interesting. We decided to carry out this research involving the content of the Pythagorean Theorem, considering it relevant in the process of teaching and learning mathematics, as well as seeking to investigate and locate paths that make it possible to reduce difficulties encountered by teachers and students in the study of this content. We believe that this proposal is important for mathematics teachers to work on Geometry, in particular, on the Pythagorean Theorem. The didactic sequence was elaborated based on exploratory methodologies and mathematical investigation, in order to promote the construction of knowledge of the Pythagorean Theorem, three activities were proposed, two activities involving demonstrations and applications of the Theorem, and one activity involving the Pythagorean Trail game.

**Keywords:** Pythagorean Theorem; didactic sequence; teaching methodologies.

## 4.1 Introdução

Este estudo tem como objetivo propor uma sequência didática para os professores do Ensino Fundamental acerca do Teorema de Pitágoras. A sequência didática visa contribuir com a formação de professores de matemática, como uma alternativa para tornar as aulas de Geometria mais interessantes e promover mais aprendizagem para os alunos.

Para isso, abordamos o conteúdo do Teorema de Pitágoras, utilizando materiais concretos e situações do dia a dia, buscando mostrar o quanto esse conteúdo é importante e significativo para o universo matemático.

Para a construção da sequência didática proposta aos professores, procuramos desenvolver as atividades de tal modo que os alunos tivessem a possibilidade de construir saberes matemáticos com mais autonomia, sem que houvesse a necessidade da intervenção direta do professor na resolução das atividades, e ao mesmo tempo sugerissem relações de diálogos e interações entre os alunos.

As atividades de geometria são favoráveis para que o professor possa escolher estratégias que associem conhecimentos teóricos com as experiências concretas, possibilitando perceber o quanto o ensino da Geometria é importante em sala de aula, conteúdo que, às vezes, tem deixado de ser ensinado, em virtude de uma diversidade de razões, que vão desde a tradição na elaboração dos currículos que coloca a Geometria em segundo plano, até a organização do livro didático.

A abordagem das aulas de conteúdos geométricos como o Teorema de Pitágoras, às vezes, são feitas de maneira mecânica, prejudicando o interesse do aluno, em virtude da ausência de significado para a aprendizagem.

Resolvemos realizar esta pesquisa envolvendo o conteúdo do Teorema de Pitágoras, por considerá-lo relevante no processo de ensino e aprendizagem de matemática, assim como buscar investigar e localizar percursos que possibilitem reduzir dificuldades encontradas por professores e alunos no estudo desse conteúdo.

Diante de tantas dificuldades que o aluno enfrenta em relação aos conceitos geométricos, lançamos uma pergunta que gerou essa pesquisa: Como uma sequência didática pode contribuir para a compreensão de um conceito geométrico?

## **4.2 O que dizem pesquisas sobre o ensino de geometria quando abordam o Teorema de Pitágoras**

É possível afirmar que experiências exitosas, proporcionadas nas últimas décadas, pelo ensino de matemática, são decorrentes de pesquisas desenvolvidas pelas diversas tendências da educação matemática, entretanto, ainda há um longo caminho a ser percorrido para a superação das dificuldades enfrentadas na sala de aula pelo professor de matemática.

Consideramos que a geometria engloba uma das áreas relevantes da matemática de elevada contribuição para o desenvolvimento humano, por possibilitar relacionar os conhecimentos geométricos com as vivências pessoais dos cidadãos. Nesse sentido, os professores de matemática que ensinam geometria podem ser provocados a desenvolver alternativas e novas possibilidades de materiais didáticos que proporcionem ao aluno superar dificuldades de aprendizagem, por exemplo, relacionar a geometria com contextos do cotidiano do aluno.

Tirar proveito das experiências positivas para ensinar com eficiência os conteúdos relacionados à Geometria e ao Teorema de Pitágoras é um desafio que pode ser auxiliado pelas pesquisas realizadas na área. Vejamos algumas delas.

Uma pesquisa que envolve 300 alunos de cinco escolas públicas de ensino fundamental e médio foi desenvolvida por Costa e Santos (2016), tendo como objetivo verificar os níveis de pensamento geométrico dos alunos, para isso, apoiaram-se na perspectiva teórica de Van-Hiele.

Na apresentação dos resultados, os autores (2016) destacam que a maioria dos alunos participantes da pesquisa “se encontra no nível básico de pensamento geométrico da teoria de Van-Hiele, no qual o discente reconhece as figuras geométricas somente por meio de sua aparência” (COSTA, SANTOS, 2016, p. 1). Ou seja, a maioria dos alunos se encontra em uma fase ainda superficial em relação ao conhecimento de estruturas geométricas, correspondente ao primeiro nível da teoria de Van-Hiele.

Como sabemos, em sua teoria, Van-Hiele propõe quatro níveis diferentes de uma estrutura dedutiva, e o esperado é que o aluno ao concluir a educação básica, consiga ter a compreensão da função desses diferentes elementos, que significa dominar o quarto nível da teoria.

Outra pesquisa realizada na perspectiva da teoria de Van-Hiele é a de Machado, Dorov e Leivas (2019), desta feita realizada com alunos do 7º ano do ensino fundamental, objetivando investigar como os alunos reconhecem e classificam formas geométricas planas

quando exploram um ambiente não formal. Os autores afirmam que o reconhecimento das formas geométricas planas, que são encontradas em espaço não formal, como por exemplo, na natureza e nas construções humanas, permitiu o avanço dos alunos nos níveis do modelo proposto por Van-Hiele, até mesmo dos alunos que se encontravam abaixo do rendimento esperado nas aulas realizadas no ambiente da sala de aula.

Araújo (2016) observa que, “é notável, também, a dificuldade apresentada pelos alunos em relação ao aprendizado, a utilização do Teorema de Pitágoras como ferramenta nas resoluções de exercícios e também nas aplicações práticas cotidianas” (p. 1).

Enquanto professores, para que possamos diminuir ou amenizar as dificuldades encontradas pelos alunos é necessário que tenhamos um conhecimento acerca do conteúdo, de forma objetiva e clara, principalmente no que diz respeito ao estudo do triângulo retângulo.

De acordo com Balbino júnior (2015), “o estudo do triângulo gera inúmeros problemas e resultados, historicamente desde antigas civilizações até os dias atuais, a humanidade dedicou esforços na tentativa de encontrar soluções de problemas práticos relacionados a medidas por meio do Teorema de Pitágoras” (p.19).

Mediante esse contexto, o Teorema de Pitágoras merece uma atenção especial e precisa ser abordado com base em estratégias que possibilite ao aluno construir, percorrer e encontrar novos caminhos, para que possa superar as dificuldades que são encontradas nas aplicações desse Teorema no Ensino da Matemática.

Apresentamos algumas pesquisas recentes sobre o Teorema de Pitágoras, que abordam estratégias metodológicas adotadas em sala de aula. As pesquisas realizadas no campo da Educação Matemática, em geral, apontam caminhos que podem resultar em melhoria no processo de ensino e aprendizagem de geometria.

Na pesquisa de mestrado de Santos (2018), é realizada a abordagem do Teorema de Pitágoras por meio da investigação matemática e resolução de problemas. Seu principal objetivo foi analisar se é possível promover uma aprendizagem significativa do Teorema de Pitágoras utilizando diferentes metodologias, que enfatizem o uso de materiais concretos e recursos tecnológicos.

Também foi objeto de estudo investigar como essas metodologias podem contribuir para uma efetiva aprendizagem do Teorema. Na pesquisa foi desenvolvida uma sequência de atividades para a demonstração e aplicação do Teorema de Pitágoras.

Sugestões de atividades utilizando uma sequência didática são apresentadas por Cruz e Dalcin (2015), que sugerem o uso de recursos de mídias digitais com o intuito de superar as dificuldades acerca do Teorema de Pitágoras. As autoras entendem que o recurso de mídias

digitais pode despertar no aluno o interesse do uso de materiais interativos. O trabalho apresenta um conjunto de atividades que aborda o Teorema. Foram utilizados aspectos da história da matemática com apoio de mídias digitais com o intuito de superar as dificuldades desse Teorema.

A pretensão das autoras (2005), com as atividades propostas, é que os alunos compreendam e aprofundem os saberes matemáticos relativos ao Teorema de Pitágoras, de maneira que faça sentido para os mesmos, mediante a construção e utilização de recursos didáticos diversificados, contando com o apoio da história da matemática para compreender que muitos dos conhecimentos que utilizamos hoje têm sua origem no passado.

Um outro estudo enfocando o Teorema de Pitágoras é o de Araújo (2016), apresentando um trabalho que envolve um contexto histórico, sugestões de demonstrações e aplicações em atividades teóricas e práticas tornando o aprendizado mais atraente, assim, despertando o interesse dos alunos.

A experiência foi desenvolvida com a participação de 34 alunos do 1º Ano, na Escola Estadual Virgílio de Melo Franco (Unaí – MG). Os resultados da avaliação feita pelos alunos foram mostrados por meio de uma tabela contendo a apreciação do nível atingido pelos alunos em cada questão.

Os resultados mostram que os alunos tiveram maiores dificuldades por não estarem habituados com exercícios envolvendo demonstrações acerca do Teorema de Pitágoras. Nas outras questões, o resultado foi considerado satisfatório, pois os alunos já possuíam uma bagagem acerca da aplicação do Teorema.

O trabalho contribuiu para uma abordagem mais ampla a respeito do Teorema de Pitágoras e suas aplicações e verificar a possibilidade de dar alternativas para as práticas pedagógicas dos professores de matemática.

Cupaioli (2016) aborda um conjunto de atividades experimentais com a finalidade de demonstrar o Teorema de Pitágoras. O autor optou por utilizar uma demonstração devido a Rudolf Wolf, por possibilitar uma abordagem geométrica lúdica através da dissecação de figuras planas.

O autor realizou um breve resgate histórico sobre as diversas demonstrações do Teorema e a vida de Pitágoras. Destacando, também, uma maneira de achar algumas ternas pitagóricas, utilizando a sequência de Fibonacci descoberta pelo matemático Charles W. Raine. Segundo o autor, resultados apontam que as atividades experimentais teve uma relevância significativa no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, pois os mesmos se



sentiram motivados e entusiasmados com as atividades, tendo uma melhoria e desenvoltura sobre a aplicação das atividades experimentais.

Silva *et al* (2018) desenvolveram uma pesquisa com o objetivo de aplicar uma sequência didática envolvendo o conteúdo do Teorema de Pitágoras. Os autores afirmam que os alunos compreenderam melhor os conteúdos quando as definições e aplicações do Teorema foram apresentadas por meio da sequência didática.

Outra pesquisa que também contempla a elaboração e aplicação de uma sequência didática é a pesquisa de mestrado de Bastian (2000), que também analisa como os livros didáticos tratam uma parte da transposição didática do Teorema. A autora constatou que a aplicação da sequência didática apresenta vantagens em relação ao enfoque que usualmente os livros didáticos apresentam, conferindo maior significado ao Teorema de Pitágoras.

Silva Filho (2013) questiona que,

[O] ensino do Teorema de Pitágoras hoje em dia é transmitido muito subjetivamente, possibilitando aos alunos somente uma maneira prática da aplicação deste Teorema. Os docentes não procuram explorar uma ideia histórica deste Teorema, além de não demonstrá-lo através de objetos (p.12).

Com o interesse voltado para melhorias no processo de ensino e aprendizagem acerca do Teorema de Pitágoras, a pesquisa de Silva Filho (2013) apresenta uma nova metodologia para o ensino do Teorema de Pitágoras, utilizando-se de vários recursos e mídias. O objetivo da pesquisa foi verificar se esta nova metodologia favorece um melhor entendimento deste Teorema para os alunos.

O autor optou por um estudo experimental, onde os instrumentos para a coleta de dados foram aulas diferenciadas com uso de material concreto e mídias, questionário socioeconômico e teste composto de questões de aplicações do Teorema de Pitágoras. O autor concluiu que o objetivo do trabalho foi alcançado, pois os alunos que receberam uma aula diferenciada, com vários recursos didáticos, como material concreto, mídias, foram melhores no teste do que os alunos que participaram da aula com abordagem tradicional.

Balbino Júnior (2015) realizou um estudo sobre o Teorema de Pitágoras, abrangendo algumas demonstrações, aplicações e o desenvolvimento de um objeto de aprendizagem, cujo objetivo é auxiliar, de modo lúdico, na compreensão geométrica do Teorema no ensino básico. O autor conclui que os objetos de aprendizagem possibilitam novas possibilidades no

desenvolvimento de materiais, que desempenham um papel facilitador no conteúdo do Teorema de Pitágoras.

Evangelista (2014) em sua pesquisa de dissertação apresenta como atividade experimental seis demonstrações históricas e clássicas para os alunos, com o intuito de motivá-los a conhecer as suas demonstrações. O objetivo da pesquisa é apresentar alternativas de demonstrações para trabalhar com o Teorema de Pitágoras. Para isso, foi proposta uma atividade experimental de forma a induzir os alunos ao Teorema de Pitágoras e motivá-los a demonstrá-lo de diferentes maneiras.

Na análise dos resultados ficou evidente que ao utilizar estratégias e atividades diferenciadas em sala de aula, além da motivação em aprender matemática, os alunos se beneficiam das metodologias utilizadas pelo professor, assimilando melhor os conteúdos e melhorando seu resultado na aprendizagem da matemática.

Segundo Evangelista (2014), os alunos apresentaram grande dificuldade em demonstrar o Teorema, pois não tinham esse hábito, mas conseguiram obter a relação de Pitágoras experimentalmente e compreender as demonstrações. Com isso, os alunos conseguiram perceber a diferença entre mostrações e demonstrações do Teorema. E concluiu sua pesquisa afirmando que, “posso dizer que a atividade experimental contribuiu de maneira positiva para um melhor entendimento do Teorema de Pitágoras por parte dos alunos e para despertar o interesse deles” (p.45).

Ribeiro (2013) realizou uma pesquisa sobre o Teorema de Pitágoras, desenvolvendo uma proposta de atividades motivacionais e criativas para aplicação do Teorema, com o intuito de ajudar os professores e despertar o interesse nos alunos. A autora concluiu sua pesquisa elaborando uma inovadora Cartilha do Teorema de Pitágoras, poderá orientar o trabalho por professores de matemática em sala de aula.

Lino (2019) em seu estudo de pesquisa analisa as potencialidades pedagógicas do uso da História da Matemática para o ensino do Teorema de Pitágoras. O trabalho teve como objetivo discutir as potencialidades do uso da História da Matemática no ensino do Teorema de Pitágoras.

A autora elaborou e aplicou uma sequência didática desenvolvida com uma turma de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de EJA. Os dados foram coletados através do contato direto com os sujeitos na sala de aula.

Lino (2019) concluiu sua pesquisa argumentando sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, trazendo, em cada atividade, elementos que discutem as mudanças na participação do aluno, tendo como base o processo de aprendizagem.

Amorim (2015), opina em sua pesquisa que, “temos nos deparados com uma educação matemática baseada em decorar fórmulas e aplica-las de forma mecânica, o que limita a aprendizagem de grande parte dos alunos” (p. 8).

Com o intuito de buscar uma melhoria no ensino e aprendizagem acerca do Teorema de Pitágoras, Amorim (2015) em sua pesquisa apresenta uma proposta de demonstrar, generalizar e aplicar o Teorema de Pitágoras. Foram produzidas atividades com material concreto, problemas matemáticos envolvendo situações do cotidiano, com o intuito de ajudar os alunos na compreensão da proposta. Os objetivos foram alcançados e a turma conseguiu apresentar um resultado satisfatório, segundo a autora.

Oliveira Filho (2016) em sua dissertação aborda uma pesquisa bibliográfica sobre as diversas demonstrações do Teorema de Pitágoras, suas aplicações na resolução de problemas e atividades didáticas em sala de aula. O objetivo das atividades didáticas experimentais é melhorar a compreensão dos alunos sobre o Teorema de Pitágoras.

O autor incluiu algumas atividades pedagógicas que podem ser trabalhadas na sala de aula e que facilitam a compreensão desse Teorema, as atividades são baseadas em comparações de áreas e foram elaboradas para os alunos do 9º ano do ensino fundamental, mas podem ser aplicadas em outro nível de ensino, desde que sejam trabalhados os conhecimentos prévios.

Pesquisas contemporâneas (COSTA e SANTOS, 2016; MACHADO, DOROV e LEIVAS, 2019; SANTOS, 2018; CRUZ e DALCIN, 2015; ARAÚJO, 2016; CUPAIOLI, 2016; SILVA *et al*, 2018; BASTIAN, 2000; SILVA FILHO, 2013; BALBINO JUNIOR, 2015; EVANGELISTA, 2014; RIBEIRO, 2013; LINO, 2019; AMORIM, 2015; OLIVEIRA FILHO, 2016) apresentam em seus resultados a indicação de estratégias didáticas, recursos metodológicos ou metodologias, evidenciando as potencialidades que essas metodologias têm para o Ensino do Teorema de Pitágoras, e apontando um possível caminho para tentar superar as dificuldades que são encontradas pelos alunos.

Observamos que as pesquisas analisadas estão, até certo ponto, interligadas e compartilham de metodologias didáticas que estão relacionadas com o conteúdo do Teorema de Pitágoras e sua contextualização para com o cotidiano.

### **4.3 Metodologia**

O objetivo deste artigo é propor uma sequência didática para os professores do ensino fundamental acerca do Teorema de Pitágoras.

Com a intenção de alcançar o objetivo posto, escolhemos a abordagem metodológica escolhida foi a pesquisa exploratória, por buscar uma familiaridade com o problema que está sendo investigado. O desenvolvimento desta pesquisa se deu a partir de elaboração de uma sequência didática que enfatiza demonstrações e aplicações do Teorema.

O tema da pesquisa a ser desenvolvida está relacionado a utilização de metodologias diferenciadas no ensino do Teorema de Pitágoras. Esta questão partiu da percepção que tivemos desde quando começamos no magistério, sentimos que os estudantes apresentavam a necessidade de uma mudança na maneira de ensinar e aprender matemática.

Para a construção da sequência didática proposta aos professores procuramos desenvolver em cada atividade, possibilidades de construção do conhecimento matemático pelos alunos e proporcionar mais autonomia, buscando diminuir a participação direta do professor na execução das atividades em sala de aula.

Decidimos desenvolver uma sequência didática para o ensino do Teorema de Pitágoras, com o intuito de promover a construção do conhecimento do Teorema, utilizando metodologias que contribuam para melhoria da aprendizagem.

Silva e Oliveira (2016) mencionam que “ as sequências didáticas trabalhadas na prática docente poderá auxiliar para uma reflexão aprofundada dos professores, quanto à possibilidade dessa prática no âmbito do contexto escolar em que praticam.

Oliveira (2013) define uma sequência didática como sendo “ uma proposta didático-metodológica que desenvolve uma série de atividades, ou propostas pedagógicas e metodológicas, visando a construção de novos conhecimentos e saberes ” (p. 23).

A sequência didática é uma proposta didático-metodológica em que o professor prepara várias atividades, que serão realizadas em etapas para aprofundar e construir conhecimento de um determinado conteúdo.

Procuramos desenvolver uma sequência didática, a qual abordamos de várias maneiras, a utilização do Teorema de Pitágoras, inclusive, com situações problemas. Partimos de algumas demonstrações, utilizando o quebra-cabeças, pois o mesmo possui uma gama de possibilidades de situações didáticas para serem explorados em sala de aula.

Uma vez que existe a familiarização com o objeto de estudo é possível utilizá-lo em situações práticas. Para isso, expomos algumas situações problemas que podem aparecer no cotidiano, tornando os resultados matemáticos de suma importância para resolvê-los. Em todo momento da sequência didática damos ênfase à investigação matemática e ao uso de material concreto utilizado na sala de aula.

#### 4.4 Desenvolvimento da sequência didática

A sequência didática foi elaborada com base nas metodologias exploratória e de investigação matemática, afim de promover a construção do conhecimento do Teorema de Pitágoras, foram propostas três atividades, sendo duas atividades envolvendo demonstrações do Teorema e aplicações do mesmo, e uma atividade envolvendo o jogo Trilha Pitagórica. Para Bastian (2000) “o Teorema de Pitágoras se constitui em uma importante ferramenta para a resolução de muitos problemas” (p. 18).

As sequências didáticas envolvendo a demonstração do Teorema de Pitágoras são diversificadas. A seguir, são apresentadas as sequências didáticas desenvolvidas, bem como os seus objetivos, a organização da turma, os materiais utilizados, a duração da aplicação e os processos de aplicação da sequência didática. Todas essas atividades com quebra-cabeças se encontram de uma forma mais detalhada nos trabalhos dos autores Santos (2018) e Silva (2016), porém adaptadas.

##### Sequência didática 1

##### **Sequência didática 1 – Utilizando o conceito de área em quadriculações para provar demonstrar o Teorema de Pitágoras**

**Objetivo:** Provar o Teorema de Pitágoras a partir do conceito de área em quadriculações.

**Material utilizado:** Papel cartão, papel quadriculado, régua, tesoura, lápis de cor, cola.

**Organização da sala:** Individual

**Duração da atividade:** Duas aulas geminadas (100 minutos)

**Descrição da atividade:** O Teorema de Pitágoras será demonstrado utilizando os conceitos de áreas em quadriculações, conforme Santos (2018, p. 41), porém adaptado.

Para o desenvolvimento da sequência didática, os alunos deverão seguir os passos a seguir:

**1º passo:** Com o auxílio de uma régua e um lápis desenhar um triângulo retângulo no papel quadriculado, cujos os lados dos catetos medem 3 e 4 unidades.

**2º passo:** Desenhar no papel quadriculado os quadrados sobre os seus respectivos catetos do triângulo retângulo, logo após, pintar as três partes construídas em cores diferentes e depois recortá-las.

**3º passo:** Colar o triângulo retângulo no caderno e, sobre a hipotenusa, colar os quadrados de modo a formar um quadrado com a mesma medida da hipotenusa do triângulo.

Após a conclusão do 3º passo, os alunos deverão responder as atividades apresentadas a seguir, dando continuidade as próximas etapas.

As atividades foram adaptadas de Santos (2018)

#### **ATIVIDADES**

- Quais são as medidas das áreas dos quadrados que foram desenhados sobre os seus respectivos catetos do triângulo retângulo?
- Agora, calcule a soma dessas medidas que você encontrou e faça uma comparação do resultado com a medida da área do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo.
- Agora, repita os passos desta atividade, desenhando um triângulo retângulo cujos lados dos catetos medem 6 e 8 unidades. Responda as 2 questões anteriores para

Fonte: Santos (2018)

#### **Sequência didática 2**

##### **Sequência didática 2 – Prova do Teorema de Pitágoras obtidas através da comparação entre áreas.**

**Objetivo:** Apresentar algumas provas práticas do Teorema de Pitágoras que podem ser obtidas através da comparação entre áreas.

**Material utilizado:** Papel A4 opaline branco 180g/m<sup>2</sup> para a confecção dos tabuleiros, tesoura e 5 cores diferentes de papel cartão ou papel A4 Felipinho para a confecção das peças do quebra-cabeças.

**Organização da sala:** Em grupos

**Duração da atividade:** Duas aulas geminadas (100 minutos)

**Descrição da atividade:** Esta atividade se baseia em algumas provas práticas do Teorema de Pitágoras com a utilização de quebra-cabeças. Refletir com os alunos que uma demonstração matemática não pode ser dada exclusivamente por meio da interpretação de uma ilustração, ou seja, é necessário uma demonstração mais rigorosa (SILVA, 2016, p. 58).

Depois da divisão dos grupos, cada grupo receberá 5 sacos contendo as peças de cada quebra-cabeças e seus respectivos tabuleiros. Para o desenvolvimento da atividade, os alunos deverão seguir os passos:

**1º passo:** Com as peças de seus respectivos quebra-cabeças 1 e 4, montar os dois quadrados menores de seus respectivos tabuleiros.

**2º passo:** Com as mesmas peças do quebra-cabeças 1 e 4 os alunos irão montar os dois quadrados maiores do tabuleiro 1 e 4.

**3º passo:** Com as peças de seus respectivos quebra-cabeças 2 e 3 e seus Tabuleiros os alunos irão montar os dois quadrados menores e os dois quadrados maiores.

**4º passo:** Com as mesmas peças de seus respectivos quebra-cabeças 2 e 3, os alunos irão montar apenas o quadrado maior utilizando todas as peças de seus respectivos quebra-cabeças.

**5º passo:** Por meio do quebra-cabeça do tabuleiro de número 5, os alunos irão resolver o desafio que consiste em explicar porque mesmo utilizando as mesmas peças, as duas figuras têm áreas diferentes?

As atividades foram adaptadas de Silva (2016).

## **ATIVIDADES**

Nesta atividade vamos construir a demonstração do Teorema de Pitágoras, utilizando as peças do quebra-cabeça.

- Com as peças do quebra-cabeça, preencha os dois quadrados menores do Quebra-cabeças 1 e 4, e de seus respectivos tabuleiros?
- Utilizando todas as peças do quebra-cabeça monte o quadrado maior? E depois faça o mesmo com os quebra-cabeças 1, 2, 3 e 4.
- Agora, converse com os seus colegas em sala aula, acerca do que você percebeu entre as áreas dos três quadrados montados? O que você concluiu?
- O que você pode observar em relação aos lados dos três quadrados construídos e os lados do triângulo retângulo?

- Em relação ao quebra-cabeça do tabuleiro 5, monte primeiro o quebra-cabeça da figura 1 e depois o quebra-cabeça da figura 2.

A figura 1 é um quadrado de lado 8, e área igual a 64. Ela foi dividida em quatro partes, que reorganizadas formaram o retângulo da figura 2.

Agora observe que a figura 2 é um retângulo de lados 13 e 5, e área igual a 65. Então, apesar das figuras 1 e 2 serem formadas a partir de peças iguais, elas têm áreas diferentes. Curioso, não é? De onde apareceu está unidade extra de área?

Fonte: adaptado de Silva (2016)

### Sequência didática 3

#### Sequência didática 3 – O jogo Trilha Pitagórica

**Objetivo:** O objetivo do jogo é promover um estudo do Teorema de Pitágoras de forma mais lúdica e significativa para os alunos.

**Material utilizado:** Papel A4 opaline branco 180g/m<sup>2</sup> para a confecção dos tabuleiros, tesoura, moldes impressos para os dados, tampinhas de garrafa pet com cores diferentes e cartas relacionadas ao jogo Teorema de Pitágoras.

**Organização da sala:** Em grupos

**Duração da atividade:** Duas aulas geminadas (100 minutos)

#### **Descrição Do Jogo:**

Como a nossa intenção é apresentar uma proposta para aplicar o jogo Trilha Pitagórica em sala de aula, fazendo variações nos cartões do jogo para que os professores de Matemática trabalhem o conteúdo Teorema de Pitágoras, elaboramos perguntas para se trabalhar com os alunos do 9º ano (o jogo também pode ser aplicado em outras séries do Ensino Médio).

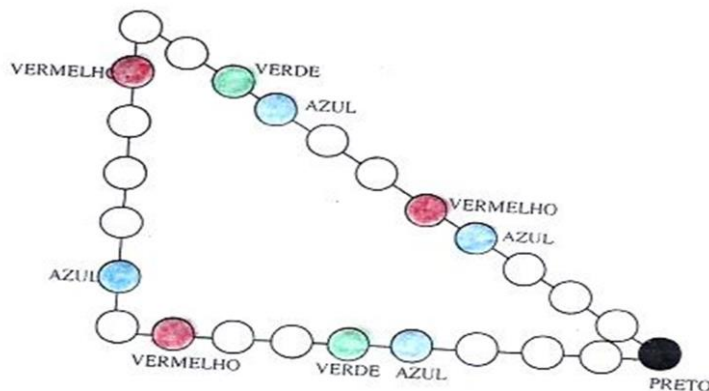
Descrevemos aqui o Jogo Trilha Pitagórica, seus objetivos, seus conceitos e suas aplicações. O jogo Trilha Pitagórica foi adaptado, ele se encontra na obra Matematicativa dos autores Rêgo e Rêgo (2009), onde o nome do jogo é “Teorema de Pitágoras”, assim modificamos para Trilha Pitagórica e adaptamos algumas regras.

Os autores Rêgo e Rêgo (2009), apresentam a descrição e as regras desse jogo. Além disso, eles destacam que o jogo facilita a agilidade de raciocínio; a aprendizagem do Teorema de Pitágoras (conceitos e aplicações); ao cálculo de estimativas.



O jogo é indicado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental. Ele pode ser jogado por vários participantes. Possui um tabuleiro na forma de um triângulo retângulo, marcadores (uma cor para cada jogador); dois dados comuns e cartas com questões relacionadas ao Teorema de Pitágoras. Ganha o jogo quem primeiro chegar de volta ao círculo preto (pode-se, como variação, aumentar o número de voltas em torno do tabuleiro). Conforme mostra a figura a baixo:

O Jogo Trilha Pitagórica



Fonte: (RÊGO e RÊGO, 2009, p.83)

Descrevemos aqui como o jogo original, denominado Teorema de Pitágoras, está sendo abordado na proposta de Rêgo e Rêgo (2009).

A forma de jogar é simples:

Cada jogador coloca seu marcador junto ao círculo preto (ponto de partida e chegada da “corrida pitagórica”). Os cartões de questões são empilhados, com a face voltada para baixo, ao lado do tabuleiro. Na sua vez de jogar, cada participante lança os dois dados. Os números obtidos representarão as medidas dos catetos de um triângulo retângulo. O jogador moverá seu marcador, o número de círculos correspondentes à parte inteira da medida da respectiva hipotenusa. Por exemplo: se os números sorteados foram 2 e 4, a hipotenusa seria dada por:  $(2^2 + 4^2)^{1/2}$ , isto é,  $(20)^{1/2} \cong 4,47$ . Logo, o jogador avançaria 4 círculos do tabuleiro. Se o jogador for cair em um círculo verde adianta mais dois; em um vermelho, volta dois círculos e em um círculo azul, sorteia uma questão. Acertando a resposta, lança um dado e avança o número correspondente ao valor sorteado. Se errar permanece onde está até a próxima rodada. (RÊGO e RÊGO, 2009, p. 83-84).

Para o jogo Trilha Pitagórica, objeto de nosso estudo, as alterações feitas na nossa adaptação se referem às regras de como jogar, bem como, as variações das questões referentes as cartas. Para a nossa proposta do jogo, simplificamos a forma como avançar as casas, ou seja, como os jogadores moverão seus marcadores. A quantidade de dados utilizados é de apenas um dado. Para iniciar o jogo, cada jogador lança o dado uma vez e desloca seu marcador de acordo com o número obtido na face do dado que ficou voltada para cima. As regras das casas coloridas (azul, vermelho e verde) se mantêm. Ganha o jogo quem primeiro chegar de volta ao círculo preto.

**Para o desenvolvimento da atividade referente ao jogo.**

Após a divisão dos grupos, cada um receberá o material e será orientado que cada aluno esteja com o seu caderno, lápis e borracha para que possam efetuarem os possíveis cálculos.

É importante que todas as orientações sejam dadas e que algumas simulações sejam feitas para que a maioria das dúvidas sejam sanadas.

Como fonte para a elaboração e adaptação de algumas questões referentes as cartas do jogo Trilha Pitagórica foi escolhido o trabalho de Silva (2016), por se tratar de questões nas quais os alunos possuem uma certa familiaridade, as outras questões foram de elaboração própria.

## Cartas do jogo Trilha Pitagórica

Marcelo pegou uma folha de papel sulfite, dobrou ela ao meio, logo em seguida, ele percebeu que a folha forma um retângulo com comprimento igual a 14cm e largura igual a 10cm. Quanto mede a diagonal desse retângulo.

O pé de eucalipto pode chegar a mais ou menos 40m de altura dependendo de sua idade. Supondo que um pé de eucalipto seja quebrado pelo vento a 4m de altura, ele tomba de modo que sua ponta toca o chão a 3m de sua base. Quantos metros de altura têm esse eucalipto?

O Paulo caminhou de bicicleta 8km de A para B e 6km de B para C. Depois Paulo regressou de C para A. Quantos quilômetros Paulo caminhou?



A figura mostra um prédio que tem 15m de altura. De acordo com os dados da figura abaixo. Qual a altura da escada que está encostada no prédio?



Um pássaro está no ponto mais alto de um cajueiro. Ele é observado por uma menina de 1,40m de altura, que estava a uma distância de 32m do cajueiro a 40m do pássaro. Qual a altura da árvore?

O portão da casa da Sra. Maria tem 6m de comprimento e 4,5m de altura. Diante disso, qual o comprimento da trave de madeira que se estende do ponto A até o ponto C?



A árvore do sítio do Sr. Pedro foi quebrada pelo vento, o tronco da árvore que restou em pé forma um ângulo reto com o solo. A altura da árvore antes de se quebrar era de 6m, e sua ponta quebrada está a 2m da base da árvore, qual a altura do tronco da árvore que restou em pé?



A figura abaixo representa uma escada apoiada em uma parede de 12m de comprimento. A base da escada está distante da parede acerca de 8 m. Determine a altura da parede?



O Paulo e o Pedro estão a brincar de balanço, como mostra a figura abaixo:



A altura máxima a que pode subir cada um dos amigos é de 60cm. Qual o comprimento do balanço?

Para pintar uma parte de um prédio o pintor colocou uma escada de 10 m de comprimento apoiada no prédio a uma altura de 8m. Qual a distância do pé da escada até o prédio?

A medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a 14cm e um dos catetos mede  $5\sqrt{3}$ . Encontre a medida do outro cateto desse triângulo retângulo?

O dono de um supermercado construiu uma rampa para atender pessoas com portadores de necessidades especiais. Sabendo que o comprimento de sua base é 2m e de sua altura é 1,5m. Qual será o comprimento dessa rampa?

Uma pessoa de 1,70m de altura avista o ponto mais alto de um poste, a distância dela até o poste é de 32cm e dela até o ponto mais alto do poste é de 40m, qual a altura do poste?

Thiago foi colocar um prego em um muro. Para isso usou uma escada de 105cm de comprimento, de forma que o pé da escada estava 63cm. A quantos metros de altura a escada se apoia no muro?

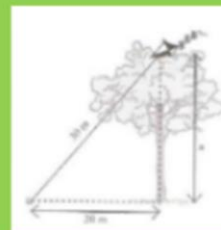
Leandro e Ramon decidem correr ao mesmo tempo partindo de uma rua A em direção perpendicular a uma outra rua B, a uma velocidade de 3m por segundo e 4m por segundo, respectivamente. Após dez segundos que distância os separa?

Mário foi a fazenda de sua avó tirar coco, para isso usou uma escada com 6m, colocou a escada a uma certa distância do coqueiro de modo que a ponta se apoia no coqueiro em 4,8m. Qual a distância que a escada está do coqueiro?

De acordo com os dados da figura abaixo. Determine a altura do poste?



De acordo com os dados da figura abaixo, determine a altura da árvore, onde o papagaio está preso ao fio de 30m.



Um carro estava na cidade P e parte em destino a cidade Q, que está localizada a uma distância de 120km. Depois, percorre com o objetivo de chegar a cidade E, a 90km de distância. Se o carro fosse em linha reta de E para P. Quantos quilômetros percorreria?

Citado por [Mário e In Kool](#), a torre abaixo possui 10m de altura e em volta da torre há um canal com 3m de largura. Alguém precisa fazer uma escada que passe por cima da água até ao topo da torre. A pergunta é: que comprimento deve ter a escada?



Em um triângulo retângulo o cateto maior mede 1,6 cm. Sabendo que a hipotenusa mede o dobro do número 1. Determine a medida do cateto menor?

Sabendo que a hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles mede  $3\sqrt{2}$ . Encontre a medida dos catetos desse triângulo?

Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são 15cm e 20cm, descubra a medida da hipotenusa?

A altura de uma árvore é 8m. Será fixada uma escada a 1m de sua base para que um homem possa podar os seus galhos. Qual o menor comprimento que esta deve ter?



## 4.5 Considerações finais

Mediante as experiências vividas no magistério, percebemos que os alunos possuem dificuldades acerca dos conceitos geométricos, pois muitas vezes, isso acontece pelo fato de como a metodologia de ensino é trabalhada em sala de aula.

Resolvemos realizar esta pesquisa envolvendo o conteúdo do Teorema de Pitágoras, por considerá-lo relevante no processo de ensino e aprendizagem de matemática, afim de buscar investigar percursos que possibilitem minimizar as dificuldades encontradas por professores e alunos nesse conteúdo.

Com o interesse voltado para melhorias no processo de ensino e aprendizagem acerca do Teorema de Pitágoras, a pesquisa apresenta uma sequência didática com sugestões de atividades para o ensino do Teorema de Pitágoras, utilizando-se de vários recursos e materiais didáticos.

O trabalho contribui para uma abordagem mais ampla a respeito desse Teorema e suas aplicações e verifica a possibilidade de dar alternativas para as práticas pedagógicas dos professores de matemática. A sequência didática proposta tem o intuito de promover aos alunos que compreendam e aprofundem os saberes matemáticos referentes a esse Teorema, de maneira que faça sentido para os mesmos, diante a construção e utilização de recursos didáticos diversificados.

Consideramos, nesta pesquisa, que essa proposta é importante para os professores de matemática trabalharem a Geometria, em especial, o Teorema de Pitágoras, pois a proposta é fazer com que a sequência didática promova uma aprendizagem significativa desse Teorema utilizando diferentes metodologias, que enfatizam o uso de materiais concretos, pois foi desenvolvida uma sequência com atividades para a prova e aplicações do Teorema de Pitágoras.

## 4.6 Referências

- AMORIM, M. P. N. **Uma abordagem da Generalização do Teorema de Pitágoras numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental**. 2015. 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro – BA. Disponível em: <http://www.univasf.edu.br/~tcc/000005/000005d2.pdf>>. Acesso em: 20 de agosto de 2020.
- ARAÚJO, A. A. **Teorema de Pitágoras: histórias, demonstrações e aplicações**. 2016. 43p. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede

Nacional, 2016. Disponível em:

[http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNB\\_00f1f5ca2def87c3a68f263239d3f9fd](http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNB_00f1f5ca2def87c3a68f263239d3f9fd) Acesso em: 15 de agosto de 2020.

BALBINO JÚNIOR, V. R. **Teorema de Pitágoras: aplicações em objetos de aprendizagem**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Recuperado de: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/138454/000864558.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em: 23 de agosto de 2020.

BASTIAN, I. V. **O teorema de Pitágoras**. Dissertação (Mestrado), Mestrado em Educação Matemática, PUC-SP, 2000. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/18486> Acesso em: 03 de outubro de 2020.

COSTA, A. P.; SANTOS, M. C. Níveis de pensamento geométrico de alunos do ensino médio no estado de Pernambuco: um estudo sob o olhar vanhieliano. **EM TEIA** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 7 - número 3 – 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/8274/pdf> Acesso em: 03 de outubro de 2020.

CUPAIOLI, M. E. **O Teorema de Pitágoras em uma abordagem experimental**. 2016. 90f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. Campus de São José do Rio Preto, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/143890> Acesso em: 21 de setembro de 2020.

CRUZ, A. M; DALCIN, A. **Uma abordagem didática para o Teorema de Pitágoras**. 2015. Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática para Educação Básica da UFRGS, Instituto Estadual de Educação Érico Verissimo, na cidade de Três Passos, no RS. Disponível em:

<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134117/000983575.pdf?sequence=1>

Acesso em: 20 de setembro de 2020.

EVANGELISTA, L. A. **O Teorema de Pitágoras: alternativas de demonstrações**. 2014. 55f. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências exatas, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/122208> Acesso em: 24 de setembro de 2020.

LINO, C. M. C. **As contribuições do uso da História da Matemática no ensino do Teorema de Pitágoras com os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA)**. 2019. 186p. Dissertação (Mestrado em Ensino e Processos Formativos na linha de pesquisa em Educação Matemática, do Instituto de Biociências Exatas) – Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto. Recuperado de : [https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/181603/lino\\_cmc\\_me\\_sjrp.pdf;jsessionid=5E2D149E57FBA8F1E841BFDB65BE2996?sequence=3](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/181603/lino_cmc_me_sjrp.pdf;jsessionid=5E2D149E57FBA8F1E841BFDB65BE2996?sequence=3) Acesso em 25 de setembro de 2020.

MACHADO, R. S.; DOROW, T. S. C. LEIVAS, J. C. P. Geometria no ensino fundamental: uma atividade em espaço formal e não formal. RPEM, Campo Mourão, Pr, v. 8, n.16, p.156-178, jul de dez. 2019. Disponível em:

[http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1820/pdf\\_331](http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1820/pdf_331) Acesso em: 03 de outubro de 2020.

OLIVEIRA, M.M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

OLIVEIRA FILHO, A. J. **O Teorema de Pitágoras**. 2016. 74 f. Dissertação (Programa de Pós- Graduação em Matemática (PROFMAT)) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife. Disponível em:  
<http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/bitstream/tede2/6289/2/Amaro%20Jose%20de%20Oliveira%20Filho.pdf> Acesso em: 25 de setembro de 2020.

RIBAS, G. R.; MATHIAS, C. V. Alternativas para a abordagem do Teorema de Pitágoras em sala de aula. **Disciplinarum Scientia**. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, Santa Maria, v. 13, n. 2, p. 179-192, 2012. Disponível em:  
<https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumS/issue/view/96> Acesso 10 de Maio de 2020.

RIBEIRO, V. V. S. M. **Revisitando o Teorema de Pitágoras**. 2013. 396f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional) – Universidade Federal de Viçosa, MG. Disponível em:< <http://locus.ufv.br/handle/123456789/5882>>. Acesso em:23 de setembro de 2020.

SANTOS, K. A. **Construindo significados para o teorema de Pitágoras utilizando resolução de problemas**. 2018. 148f. Dissertação de (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de pós – Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Belo Horizonte. 2018. Disponível em:  
[http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC\\_DSC\\_NOME\\_ARQUI20181211153928.pdf](http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20181211153928.pdf) Acesso em: 17 de setembro de 2020.

SILVA FILHO, E. M. da. **Uma abordagem didática diferenciada para o teorema de Pitágoras**. 2013. 52 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013. Disponível em:  
<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/5759> Acesso em: 22 de setembro de 2020.

SILVA *et al.* uma proposta para o ensino do teorema de Pitágoras. **Anais do III Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências**, Campina Grande –PB: Realize, 2018. Disponível em: <http://www.conapesc.com.br/2018/> Acesso em: 03 de outubro de 2020.

SILVA, L. O. **Atividades lúdicas no ensino do Teorema de Pitágoras**. 2016. 107f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Campos dos Goytacazes. Recuperado de:  
<http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/28042016Lenilson-Oliveira-da-Silva.pdf>

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.



## **5 RETOMANDO A PESQUISA: ALGUMAS CONCLUSÕES**

Neste capítulo, retomamos os dados da pesquisa, buscando elaborar uma discussão pautada nos objetivos dos artigos apresentados nos Capítulos 3 e 4 e nos aportes teóricos que deram suporte ao estudo. Nessa discussão, reencontramos os objetivos dos artigos e realizamos uma análise do resultado encontrado, com o propósito de realizar uma reflexão das situações que ocorrem na prática pedagógica dos professores de matemática, em seguida apresentamos o fazer pedagógico dos professores acerca do ensino da Geometria, em particular o Teorema de Pitágoras, as considerações finais da pesquisa e finalmente, as referências de autores que deram suporte teórico a pesquisa.

### **5.1 Reencontro com os objetivos dos artigos**

Nessa discussão, reencontramos os objetivos dos artigos e os contextos em que foram coletados os dados que nos permitiram alcançar os objetivos pretendidos nesta pesquisa. Os Capítulos 3 e 4 constituem os dois artigos da dissertação, um com foco nas práticas dos professores de matemática e o fazer pedagógico em sala de aula, e o outro tendo como proposta uma sequência didática para os professores de matemática acerca do Teorema de Pitágoras sendo discutido em cada artigo uma questão das que compõem o problema de pesquisa. Apresentamos os objetivos dos dois artigos:

- Analisar a concepção de professores sobre a abordagem do Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria.

- Propor uma sequência didática para os professores do ensino fundamental acerca do Teorema de Pitágoras.

Para esses objetivos, os dados foram coletados por meio de entrevista semiestruturada, realizada com sete professores de matemática de escolas públicas do ensino fundamental com até cinco anos de experiência na carreira docência. Após a coleta dos dados passamos para a etapa de tratamento dos dados, onde reproduzimos e escutamos por várias vezes para obter um melhor entendimento nas falas dos participantes da pesquisa.

Desde do início da pesquisa, o primeiro objetivo já estava determinado, o qual Surgiu pela necessidade em entendermos as práticas pedagógicas dos professores de matemática e o fazer pedagógico em sala de aula acerca do ensino da Geometria, em particular o Teorema de

Pitágoras. Buscamos compreender quais metodologias os professores usam para abordar o Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria.

No primeiro artigo, tomamos como referência questões relacionadas ao fazer pedagógico dos professores no ambiente escolar, que ficaram evidentes na entrevista e se mostraram interessantes nas respostas dadas pelos participantes acerca da entrevista. Assim, analisaremos a concepção de professores sobre a abordagem do Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria.

Para o aporte teórico desse artigo intitulado “Como os professores abordam o Teorema de Pitágoras nas aulas de Geometria”, realizamos uma revisão da literatura sobre o Teorema de Pitágoras e as pesquisas realizadas envolvendo o Teorema de Pitágoras.

Identificar as principais dificuldades vivenciadas pelos professores de matemática acerca do ensino da Geometria em particular o Teorema de Pitágoras, colabora para o rol de estudos nessa área trazendo a atenção da comunidade acadêmica para melhorias na formação inicial do professor. Constatamos que apenas a formação inicial do professor não é suficiente para garantir uma boa prática pedagógica nas aulas de Matemática. Cogitamos que é importante que o professor busque métodos para realizar aulas eficientes e inovadoras, de forma que possibilitem os alunos compreenderem os conteúdos abordados em sala de aula. Entendemos que para se ter uma melhoria na prática pedagógica é preciso formação continuada, pois o aperfeiçoamento do fazer pedagógico é primordial, para os professores almejem resultados positivos no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

No segundo artigo, procuramos desenvolver uma sequência didática, na qual abordamos de várias maneiras, a utilização do Teorema de Pitágoras, inclusive, com situações problemas. Partimos de algumas demonstrações, utilizando o quebra-cabeças, pois o mesmo possui uma gama de possibilidades de situações didáticas para serem explorados em sala de aula, foi o objetivo deste artigo intitulado “ Uma proposta didática para o ensino de Geometria: Sequência didática envolvendo o Teorema de Pitágoras”.

Na revisão da literatura apresentamos algumas pesquisas recentes sobre os professores de matemática que abordam o Teorema de Pitágoras, as estratégias adotadas no desenvolvimento do fazer pedagógico, entre outros aspectos relacionados ao nosso estudo sobre o ensino da Geometria acerca do Teorema de Pitágoras. Apresentamos algumas pesquisas recentes sobre o Teorema de Pitágoras, que abordam estratégias metodológicas adotadas em sala de aula. As pesquisas realizadas no campo da Educação Matemática, em geral, apontam caminhos que podem resultar em melhoria no processo de ensino e aprendizagem de geometria.

Na próxima seção, apresentamos os resultados obtidos através da coleta de dados do primeiro artigo, analisando os resultados com o propósito de realizar uma reflexão das situações que ocorrem na prática pedagógica e o fazer em sala de aula.

## **5.2 Compreendendo os resultados**

Esta seção, resgata os resultados do primeiro artigo apresentado no capítulo 3, com o propósito de estabelecer um diálogo com o estudo, favorecendo uma compreensão e reflexão das práticas vivenciadas pelos professores de matemática acerca do fazer pedagógico, as quais caracterizam o problema dessa pesquisa.

Os resultados apresentados nos capítulos desta dissertação, podem ser entendidos como uma oportunidade de mudanças a respeito das práticas pedagógicas, levando em consideração reflexões apresentadas acerca da sequência didática. Apesar de cada artigo possuir seu próprio objetivo, aqui as compreensões acerca dos resultados serão mostradas de acordo com a estrutura da entrevista, focando nas metodologias. Procuramos compreender a respeito das práticas pedagógicas dos professores e o fazer em sala de aula acerca da Geometria em particular o Teorema de Pitágoras, as situações e dificuldades vivenciadas na abordagem desse conteúdo.

Seguindo esta tendência, os professores também mostram extrema dificuldade em sala de aula para ensinar os conteúdos proporcionando um diálogo entre os conceitos e conteúdos matemáticos com a realidade, com a vida dos alunos.

É primordial o papel do professor para o bom andamento das atividades. É o professor que vai conduzir e estimular os alunos. E a melhor forma disto acontecer é o professor, ser um pesquisador para levar metodologias diferenciadas para serem abordadas nas aulas de Matemática.

O ensino de Matemática quando é transmitido para o aluno de maneira convencional acaba sendo tedioso. É fundamental que o aluno se engaje no processo de ensino e aprendizagem, e não seja apenas um espectador. Por essa razão, é fundamental que os professores, façam os alunos se interessarem e sintam vontade de aprenderem

Observamos também que os professores percebem a necessidade de abordar novas metodologias em sala de aula, repensando no ensino e saindo do comodismo e dos métodos tradicionais de ensino. Alguns dos professores percebem a importância de fazer uma aula diferenciada, interessante e motivadora, pensando na melhoria do processo de ensino e aprendizagem dos alunos, na busca de melhorar cada vez mais a prática pedagógica, e estarem

levando metodologias que proporcionem trabalhar o Teorema de Pitágoras de modo a instigar o aluno, mesmo diante das dificuldades que o professor enfrenta.

### **5.3 Implicações acerca da prática pedagógica**

A finalidade da pesquisa foi realizar uma reflexão acerca das práticas pedagógicas realizadas pelos professores de matemática a respeito das metodologias e o fazer pedagógico em sala de aula, nesta seção, trazemos algumas implicações dos resultados deste estudo acerca das práticas pedagógicas dos professores no ensino da Geometria em particular o Teorema de Pitágoras.

O estudo pode contribuir na área de formação de professores, visto que este pode oferecer elementos que possam refletir a respeito das práticas pedagógicas em sala de aula como uma maneira de amenizar as dificuldades vivenciadas, pelos professores de matemática acerca do ensino de Geometria em particular o Teorema de Pitágoras.

Uma importante implicação que esse estudo apresenta para a área da Educação Matemática, está relacionada as discussões sobre os cursos de formação para professores de matemática. Uma reflexão sobre as experiências vivenciadas acerca das práticas pedagógicas e o fazer em sala de aula, gerando debates nos cursos de formação continuada estreitando os vínculos dessa formação com a educação básica.

Pesquisar sobre formação continuada torna-se necessário, pois contribui para melhorar as condições das práticas pedagógicas e conseqüentemente, a melhoria da educação.

### **5.4 Considerações finais**

Por fim, trazemos algumas considerações finais sobre a pesquisa, para relatar a minha caminhada como pesquisadora. Como professores enfrentamos dificuldades, inseguranças, preocupações que aos poucos são diminuídos quando compartilhados com o orientador e professores.

Podemos relatar também que foram períodos marcados por muitas aprendizagens, pois crescemos profissionalmente, principalmente como pessoa. São sentimentos e emoções que marcam nossa vida, seja como aluno, professor e pesquisador.

Como relatado na pesquisa, o fazer pedagógico abordado pelos professores foi composto de momentos de inseguranças e dificuldades, recomendando que os professores

mesmo terem terminados a graduação, ainda precisam de auxílio para a execução do seu trabalho docente.

As principais dificuldades indicadas pelos participantes dessa pesquisa no período da carreira docente muitas vezes estão relacionadas a má formação acadêmica que obteve na licenciatura e as práticas pedagógicas vivenciadas em sala de aula, pois muitas vezes são trazidos conhecimentos que precisam ser colocados em prática, rompendo com os métodos tradicionais havendo a necessidade de repensar no ensino. Consideramos que muitas dessas dificuldades está relacionado as lacunas existentes nos cursos de formação inicial.

Para minimizar essas dificuldades pelos professores é importante que utilizem planejamento, organizando suas aulas, procurando buscar conhecimentos acerca dos conteúdos, e manter um diálogo com os alunos, na busca de proporcionar uma aula atrativa e interessante, pensando nos alunos e em buscar melhorar cada vez mais sua prática.

Essa pesquisa nos fez refletir sobre como é difícil o fazer pedagógico em sala de aula, e como os professores precisam repensa em suas práticas pedagógicas para trabalhar para trabalhar a Geometria, pois esse conteúdo apresenta inúmeros obstáculos que tem sido desvalorizado por muitos, mas não por aqueles que realmente amam e sentem prazer o que fazem. É por esse motivo que buscamos evidenciar as dificuldades acerca das práticas pedagógicas, mostrando o quanto o professor é forte mediante a realidade.

Os dados obtidos nesta pesquisa mostram a necessidade de repensar nas práticas pedagógicas. Com os relatos dos participantes, podemos perceber o fazer pedagógico dos professores nas aulas sobre o Teorema de Pitágoras. Nas questões da entrevista buscamos compreender como os professores fazem uso de metodologias em sala de aula, e como esses participantes abordam o Teorema.

Entendemos que apenas a formação inicial do professor não é suficiente para garantir uma boa prática pedagógica nas aulas de Matemática. Neste estudo, é possível sugerir que os professores participantes da pesquisa se dividem em dois grupos. Aqueles que realizam uma abordagem do Teorema de Pitágoras em prática pedagógica considerada tradicional e o grupo de professores que busca fugir dessa perspectiva, oferecendo alternativas ao aluno ajudam no processo de construção do conhecimento.

Finalmente, salientamos que é de suma importância pesquisas realizadas com essa temática por apresentarem um suporte teórico aos professores quando estiverem vivenciando situações difíceis em sala de aula. Os resultados obtidos nesta pesquisa, mesmo que tenham semelhanças a de outros estudos, foram coletados das entrevistas que realizamos com um pequeno grupo de professores de matemática de escolas públicas. Dessa forma, consideramos

essencial a ampliação e divulgação de novas pesquisas sobre esse tema, ampliando a discussão e colaborando para uma formação mais proveitosa.

## REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F. da; CAMPOS, T. M. M A Geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, 2004.
- AMORIM, M. P. N. **Uma abordagem da Generalização do Teorema de Pitágoras numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental**. 2015. 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro – BA. Disponível em: <http://www.univasf.edu.br/~tcc/000005/000005d2.pdf>>. Acesso em 14/jun.2020.
- ARAÚJO, A. A. **Teorema de Pitágoras: histórias, demonstrações e aplicações**. 2016. 43p. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2016. Disponível em: [http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNB\\_00f1f5ca2def87c3a68f263239d3f9fd](http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNB_00f1f5ca2def87c3a68f263239d3f9fd) Acesso em: 15 de agosto de 2020.
- BALBINO JÚNIOR, V. R. **Teorema de Pitágoras: aplicações em objetos de aprendizagem**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Recuperado de: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/138454/000864558.pdf?sequence=1&isAllowed=y> em 06 de julho 2020.
- BARBOZA, P. L. **Compreensões do discurso do professor de matemática pelos alunos**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual da Paraíba, 153p, 2011.
- BASTIAN, I. V. **O teorema de Pitágoras**. Dissertação (Mestrado), Mestrado em Educação Matemática, PUC-SP, 2000. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/18486> Acesso em: 03 de outubro de 2020.
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C..**História da Matemática**. Tradução de Helena Castro. 3.ed. São Paulo: Blucher, 2012.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf) Acesso em 10 de junho de 2020.
- BRESSIANI, L. **Teorema de Pitágoras: Abordagem em Mídias Digitais**. Monografia de Especialização – Departamento de Matemática Pura e Aplicada – Universidade Federal de Rio Grande do Sul. 2011. Recuperado de: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31564/000783229.pdf> em 09 de julho 2020.
- BRITO, A.J.; ALVES, F.T.O. Profissionalização e saberes docentes: análise de uma experiência em formação inicial de professores de matemática. In: NACARATO, A.M.; PAIVA, M.A.V.(Org.) **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 27-42.

CANAVARRO, A.P. **Concepções práticas de professores de Matemática: Três estudos de caso.** 1993. Tese de Mestrado – Universidade de Lisboa, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

CANAVARRO, P. **O computador nas concepções e práticas de professores de Matemática.** 1994. Quadrante, 2, 25-50

COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M. **Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo o conceito de quadriláteros.** In: INTERAMERICAN CONFERENCE ON MATHEMATICS EDUCATION, 14, 2015a, Tuxtla Gutiérrez. Anais... Tuxtla Gutiérrez: IACME, 2015a, pp. 1-9.

COSTA, W. O. **A participação de professores de matemática e análise de materiais curriculares elaborados em um trabalho colaborativo.** 2015. 111p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2015. Disponível em: <http://localhost:8080/tede/handle/tede/154>. Acesso em: 27 de junho de 2021.

COSTA, A. P.; SANTOS, M. C. Níveis de pensamento geométrico de alunos do ensino médio no estado de Pernambuco: um estudo sob o olhar vanhieliano. **EM TEIA** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 7 - número 3 – 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/8274/pdf> Acesso em: 03 de outubro de 2020.

CUPAIOLI, M. E. **O Teorema de Pitágoras em uma abordagem experimental.** 2016. 90f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. Campus de São José do Rio Preto, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/143890> Acesso em: 21 de setembro de 2020.

CRUZ, A. M; DALCIN, A. **Uma abordagem didática para o Teorema de Pitágoras.** 2015. Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática para Educação Básica da UFRGS, Instituto Estadual de Educação Érico Veríssimo, na cidade de Três Passos, no RS. Disponível em:

<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134117/000983575.pdf?sequence=1>

Acesso em: 20 de setembro de 2020.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática Emocional: os afetos na aprendizagem matemática.** Trad. Daisy Vaz de Moraes. – Porto Alegre: Artmed, 2003.

CRESCENTI, Eliane P. A Matemática no currículo escolar: significado e importância. In: **A Matemática em cursos profissionalizantes: opiniões dos alunos sobre o significado e a importância do ensino de matemática nos cursos técnicos secundários.** 1999. Dissertação (Mestrado em Metodologia de Ensino) – Universidade Federal de São Carlos. 1999. P. 40-57. Disponível em:

<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2380/TeseEPC.pdf?sequence=1>

Acesso em: 20 de julho de 2021.



CURY, H. N. **As concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. 1994. 275p. Tese (Doutorado em Educação) - UFRGS, Porto Alegre, 1994.

DAMMANN, J. *et al.* Uma proposta didática para o ensino do triângulo retângulo e teorema de Pitágoras utilizando o futebol. **Anais do Salão do Conhecimento**, Unijui, 2016.

Recuperado de:

<https://publicacoeseventos.unijui.edu.br/index.php/salaocohecimento/article/view/6863/5630> em 6 julho 2020.

DELGADO, M. (1993). **Os professores de Matemática e a resolução de problemas** (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

DEMO, P. **Metodologia do conhecimento científico**. São Paulo: Atlas, 2000.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. **Education should consider alternatives forms for the dissertation**. *Educational Researcher*, Washington, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

EVANGELISTA, L. A. **O Teorema de Pitágoras: alternativas de demonstrações**. 2014. 55f. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências exatas, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/122208> Acesso em: 24 de setembro de 2020.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FRANK, A. G.; YUKIHARA, E. **Formatos alternativos de teses e dissertações** (Blog Ciência Prática). 2013; Tema: Ciência prática (Blog-<https://cienciapratica.wordpress.com/>). (Blog).

GARIZE, E. S. **O não resgate das geometrias**. 2000. 218p. Dissertação (Doutorado em Educação) – Unicamp, Campinas. SP, 2000.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. Ed. São Paulo: Atlas, 2008.  
\_\_\_\_\_. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. Ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GUIMARÃES, H. M. **Ensinar Matemática: concepções e práticas**. 1988. 290f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 1988.

\_\_\_\_\_. **Concepções sobre a Matemática e a actividade Matemática: um estudo com matemáticos e professores do ensino básico e secundário**. 2003. 431f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2003.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Fundamentos de metodologia científica**. 6. Ed. 5. Reimp. São Paulo: Atlas, 2007.

\_\_\_\_\_. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LEIVAS, J. C. P. Pitágoras e van Hieli: Uma possibilidade de conexão. *Ciências & Educação*, v. 18. Nº 3, 2012. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v18n3/10.pdf> Acesso em 23 de Maio de 2020.

LINO, C. M. C. **As contribuições do uso da História da Matemática no ensino do Teorema de Pitágoras com os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA)**. 2019. 186p. Dissertação (Mestrado em Ensino e Processos Formativos na linha de pesquisa em Educação Matemática, do Instituto de Biociências Exatas) – Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto. Recuperado de : [https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/181603/lino\\_cmc\\_me\\_sjrp.pdf;jsessionid=5E2D149E57FBA8F1E841BFDB65BE2996?sequence=3](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/181603/lino_cmc_me_sjrp.pdf;jsessionid=5E2D149E57FBA8F1E841BFDB65BE2996?sequence=3) Acesso em 08 de julho de 2020.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de professores). 140p.

\_\_\_\_\_. Por que não ensinar Geometria? A educação Matemática em Revista, SBEM, ano 3, p. 3-13, jan/jun. 1995.

MACHADO, R. S.; DOROW, T. S. C. LEIVAS, J. C. P. Geometria no ensino fundamental: uma atividade em espaço formal e não formal. *RPEM*, Campo Mourão, Pr, v. 8, n.16, p.156-178, jul de dez. 2019. Disponível em: [http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1820/pdf\\_331](http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1820/pdf_331) Acesso em: 03 de outubro de 2020.

MIRANDA, T. R. et al. Resolver problemas não é problema: aprender matemática com estratégias diversificadas. In: PUC-PR. **XI Congresso Nacional de Educação**. Curitiba, 2013. Disponível em: <file:///C:/Users/Pedro/Downloads/16256-39681-1-SM.pdf> Acesso em 23 de Maio de 2020.

NACARATO, A. M. A geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. In: SISTO, Fermino F.; DOBRANSZKY, Enid A.; MONTEIRO, Alexandrina (org.). **Cotidiano Escolar: questões de leitura, matemática e aprendizagem**. Petrópolis, RJ: Voes; Bragança Paulista, SP: USF, 2002. P. 84-99.

\_\_\_\_\_. **Educação Continuada sob a Perspectiva da Pesquisa-Ação: Currículo em ação de um grupo de professores ao aprender ensinando Geometria**. 2000. 223f. Tese (Doutorado em Educação) – Unicamp, Campinas, 2000.

NOBRE, S. **Alguns “porquês” na História da Matemática e suas contribuições para a educação matemática**. Cadernos CEDES – História e Educação Matemática. São Paulo: Papyrus, v. 40, p. 29-35, 1996.

NÓVOA, A. O professor pesquisador e reflexivo. Entrevista concedida em 13 de setembro de 2001. Disponível em: [http://www.tvebrasil.com.br/salto/entrevistas/antonio\\_novoa.htm](http://www.tvebrasil.com.br/salto/entrevistas/antonio_novoa.htm) Acesso em: 21/07/2021.

NUNES, C. B. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de problemas: perspectiva didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática**. 2010. 430p. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista,

Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro. Disponível em:  
<<http://hdl.handle.net/11449/102122>> Acesso: 20 de julho de 2021.

OLIVEIRA, M.M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

OLIVEIRA FILHO, A. J. **O Teorema de Pitágoras**. 2016. 74 f. Dissertação (Programa de Pós- Graduação em Matemática (PROFMAT)) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife. Disponível em:  
<http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/bitstream/tede2/6289/2/Amaro%20Jose%20de%20Oliveira%20Filho.pdf> Acesso em: 25 de setembro de 2020.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, SP, ano 1, n. 1, p. 7-17, mar. 1993.

\_\_\_\_\_. **O abandono do ensino de Geometria: Uma revisão histórica**. 1989. 164f. Dissertação (Mestre em Educação) – Unicamp, Campinas, 1989.

PEREZ, G., Competência e compromisso político na formação do professor de matemática. In: Sociedade Brasileira de Educação Matemática –**TEMAS & DEBATES**, n. 7, São Paulo, 1995.

PONTE, J.P. Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In: TAVARES, J.; PEREIRA, A.; PEDRO, A.P. & SÁ, H. A. (Eds.). **Investigar e Formar em Educação: Actas do IV Congresso da SPCE**. Porto: SPCE, 1999, p. 1-17.

\_\_\_\_\_. Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In: PONTE, J.P. **Educação Matemática: Temas de Investigação**. Lisboa: IIE. 1992, p. 185- 239. Disponível em:

\_\_\_\_\_. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: Actas do PROFMAT (98). Lisboa APM, 1998, p. 27-44.

\_\_\_\_\_. A vertente profissional da formação inicial de professores de matemática. **Educação Matemática em Revista** - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, no 11<sup>a</sup>, 2002, p. 3-8.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na Sala de Aula**. 3. ed. rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas, São Paulo: Autores associados, 2012.

RIBAS, G. R.; MATHIAS, C. V. Alternativas para a abordagem do Teorema de Pitágoras em sala de aula. **Disciplinarum Scientia**. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, Santa Maria, v. 13, n. 2, p. 179-192, 2012. Disponível em:  
<https://periodicos.ufrn.edu.br/index.php/disciplinarumS/issue/view/96> Acesso 10 de Maio de 2020.

RIBEIRO, A. (1995). **Concepções de professores do 1º Ciclo: A Matemática, o seu ensino e os materiais didáticos** (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).

- RIBEIRO, V. V. S. M. **Revisitando o Teorema de Pitágoras**. 2013. 396f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional) – Universidade Federal de Viçosa, MG. Disponível em: < <http://locus.ufv.br/handle/123456789/5882>>. Acesso em: 16 jun. 2020.
- SANTANA, T. S. **A recontextualização pedagógica de materiais curriculares educativos por futuros professores de Matemática no estágio de regência**. 2015, 111f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2015.
- SANTOS, K. A. **Construindo significados para o teorema de Pitágoras utilizando resolução de problemas**. 2018. 148f. Dissertação de (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de pós – Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Belo Horizonte. 2018. Disponível em: [http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC\\_DSC\\_NOME\\_ARQUI20181211153928.pdf](http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20181211153928.pdf) Acesso em: 17 de setembro de 2020.
- SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M. **Aprendizagem em Geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.
- SANTOS, M. N.; VIANA, M. C. V. Abordagem histórica para a aprendizagem dos teoremas de Tales e de Pitágoras. In. IX SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA. 9, 2010. Belo Horizonte. **Anais ...Ouro Preto**. SBHMat. 2010. [http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1\\_Santos\\_M\\_N\\_Abordagem\\_historica\\_para\\_aprendizagem.pdf](http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Santos_M_N_Abordagem_historica_para_aprendizagem.pdf)
- SILVA, L. O. **Atividades lúdicas no ensino do Teorema de Pitágoras**. 2016. 107f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Campos dos Goytacazes. Recuperado de: <http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/28042016Lenilson-Oliveira-da-Silva.pdf>
- SILVA *et al.* uma proposta para o ensino do teorema de Pitágoras. **Anais do III Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências**, Campina Grande –PB: Realize, 2018. Disponível em: <http://www.conapesc.com.br/2018/sobre-evento.php> Acesso em 10 de Maio de 2020.
- SILVA FILHO, E. M. da. **Uma abordagem didática diferenciada para o teorema de Pitágoras**. 2013. 52 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/5759> Acesso em: 22 de setembro de 2020.
- SOUZA, L. A. **Trilhas na construção de versões históricas sobre um Grupo Escolar**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP de Rio Claro: São Paulo, 2011.
- SMOLE, K.S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Jogos de matemática de 6º ao 9º ano**. Porto Alegre: Armed, 2007. (Série Cadernos de Mathema – Ensino Fundamental).
- TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. 12 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

TARTAGLIA, F. L. **Teorema de Pitágoras, aplicações de demonstrações em sala de aula.** 2016. 138p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de São Carlos. Recuperado de:

<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/8566/DissLTF.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em 13 de julho 2020.

THOMPSON, A. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: GROUWS, A. (Org.). Handbook of research in mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, 1992.

\_\_\_\_\_. A relação entre concepções de Matemática e de ensino de Matemática de professores na prática pedagógica. Zetetiké, Campinas, v. 5, n. 8, p. 11-43, 1997.

USISKIN, Z. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In: LINDQUIST, M. M; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atual, 1994. P. 21-39.

VALE, I. **Concepções e práticas de jovens professores perante a resolução de problemas de Matemática.** 1993. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

VIANNA, C. R. **O cão do matemático: discutindo o ensino da matemática em cursos de formação de professores.** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

## APÊNDICE A – ENTREVISTA

1. Na sua opinião, qual a importância de trabalhar com os conceitos iniciais de Geometria no Ensino Fundamental?
2. Como você ensina geometria, em especial o Teorema de Pitágoras, em sala de aula?
3. Quais as dificuldades que você sente ao abordar o Teorema de Pitágoras?
4. Você conhece algum recurso, além do livro didático, para ensinar Geometria com o Teorema de Pitágoras? Se conhece, quais?
5. Em sua opinião, quais as principais dificuldades dos alunos na compreensão da geometria estudando o Teorema de Pitágoras?
6. Qual a relevância de aprender o conteúdo Teorema de Pitágoras?
7. Você utiliza algum material de consulta para auxiliar no ensino do Teorema de Pitágoras? Quais?
8. Qual o ponto de partida do seu trabalho em sala de aula acerca do conteúdo Teorema de Pitágoras, ou seja, você parte de alguma demonstração para chegar na fórmula ou simplesmente você expõe a fórmula e exemplifica com exemplos?
9. Que estratégias didáticas você utiliza para os alunos compreenderem o conteúdo Teorema de Pitágoras?
10. Quais tipos de problemas do cotidiano são trabalhados em sala de aula acerca do conteúdo Do Teorema de Pitágoras?





Universidade Estadual da Paraíba Pró - Reitoria de Pós-Graduação e

Pesquisa Centro de Ciências e Tecnologia Programa de

Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Matemática

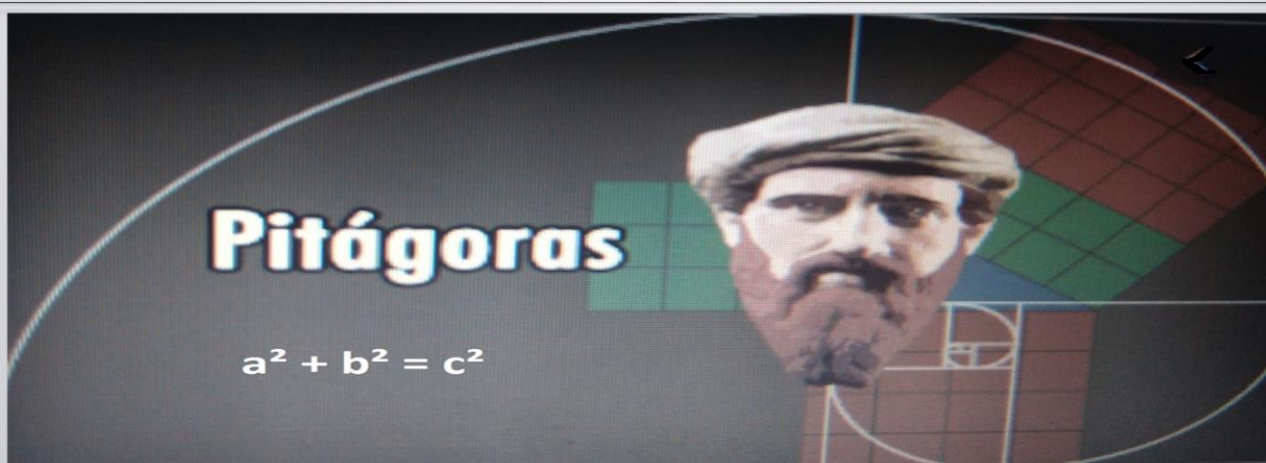
**Construindo significados para o Teorema de Pitágoras acerca de  
uma sequência didática**

Mestranda: Janaína Teodoro dos Santos Galvão

Orientador: Dr. Pedro Lúcio Barboza

***Caderno pedagógico***

*Teorema de Pitágoras*



**Matemática**

**JANAÍNA TEODORO DOS SANTOS GALVÃO  
PEDRO LÚCIO BARBOZA**

**CONSTRUINDO SIGNIFICADOS PARA O TEOREMA DE PITÁGORAS ACERCA DE UMA  
SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

Produto Educacional, cumprindo a exigência do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

**CAMPINA GRANDE – PB**

**2021**



É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

G182c Galvão, Janaina Teodoro dos Santos.  
Construindo significados para o Teorema de Pitágoras  
acerca de uma sequência didática [manuscrito] / Janaina  
Teodoro dos Santos Galvão. - 2022.  
28 p. : il. colorido.

Digitado.  
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de  
Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba,  
Centro de Ciências e Tecnologia, 2022.  
"Orientação : Prof. Dr. Pedro Lúcio Barboza ,  
Departamento de Matemática - CCT."

1. Ensino de Geometria. 2. Teorema de Pitágoras. 3.  
Formação de professores. 4. Sequência didática. I. Título  
21. ed. CDD 516

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>89</b>
<b>2. O TEOREMA DE PITÁGORAS .....</b>	<b>90</b>
<b>2.1 Um pouco sobre a história de Pitágoras de Samos .....</b>	<b>90</b>
<b>3. CONSTRUINDO UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....</b>	<b>93</b>
<b>4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....</b>	<b>95</b>
<b>4.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1.....</b>	<b>95</b>
<b>4.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2 .....</b>	<b>98</b>
<b>4.3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 3.....</b>	<b>100</b>
<b>4.4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 4.....</b>	<b>102</b>
<b>4.5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 5.....</b>	<b>106</b>
<b>4.6 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 6.....</b>	<b>111</b>
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>113</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>114</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O material aqui exposto é resultado de uma pesquisa, realizada com os professores de escolas públicas do Estado da Paraíba. Pesquisa esta que fez parte do trabalho de conclusão do Mestrado profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, desenvolvido pela mestranda também pela professora pesquisadora, sob a orientação do Professor Dr. Pedro Lúcio Barboza. A exigência do Programa de Pós-Graduação é gerar um produto que possa intervir na realidade estudada.

Dessa maneira, o produto educacional que se procede é fruto de minha dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, produzido a partir da pesquisa intitulada “O ensino do Teorema de Pitágoras: concepções de professores e uma proposta de abordagem”, dessa forma procura-se atender ao objetivo desta pesquisa que é investigar o ensino de Geometria em relação ao Teorema de Pitágoras.

A sequência didática visa contribuir com a formação de professores de matemática, como uma alternativa para tornar as aulas de Geometria mais interessantes e, assim, planejar um modelo didático para que possa contribuir para a formação contínua desses profissionais no Ensino da Educação Matemática, afim de sugerir atividades práticas para os professores, com intuito de orientar sobre a possibilidade de se trabalhar na perspectiva da Educação Matemática.

Este produto educacional na forma de Caderno Pedagógico é proposto aos professores que trabalham com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, embora as atividades aqui propostas possam ser adaptadas a qualquer nível da Educação Básica.

Apresentamos uma proposta com sugestões de uma sequência didática, que será trabalhada de maneira adaptada. Serão apresentadas atividades contextualizadas, com sugestões de atividades executadas, que poderá orientar você caro (a) professor (a) em relação às atividades aqui apresentadas, elaborando um auxílio pedagógico para o processo de ensino e aprendizagem. A proposta apresentada é passível e de modificação, pois é interessante que o professor possa fazer modificações nas perguntas para se adequar de acordo com a realidade de cada turma. Esperamos que esse produto educacional possa despertar o interesse dos professores inserir as suas práticas docentes, levando-os a refletirem sobre seus fazeres e saberes em sala de aula, para que possam, dessa forma, difundir práticas que leve o aluno ao processo de ensino e aprendizagem. Boa leitura!

Um abraço!

Janaína Teodoro dos Santos Galvão

## **2 O TEOREMA DE PITÁGORAS**

O Teorema de Pitágoras é um dos mais conhecidos e importantes teoremas da Matemática, cujo o qual apresenta inúmeras aplicações tanto teórica como prática e muitas dessas aplicações se encontram presentes em nosso cotidiano.

A respeito de sua aplicabilidade, esse Teorema acaba se tornando apenas uma fórmula a ser memorizada, sem que ocorra o entendimento desse Teorema, pois muitas vezes a maioria dos livros didáticos trazem a demonstração sem compreensão e contextualização desse conteúdo, limitando-se apenas a identificar um triângulo retângulo dando enfoque a descobrir um dos lados identificando a medida dos outros dois, fazendo com que dessa forma o aluno limite-se apenas em memorizar a fórmula, sem entender as suas propriedades e deixando de lado suas implicações e a aplicabilidade na sociedade.

Amorim (2015) generaliza o Teorema de Pitágoras, mostrando que “a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual a área da soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos, com essa generalização o aluno pode compreender melhor o Teorema e ainda aprender a relacionar conteúdos matemáticos” (p.27).

Balbino júnior (2015, p.19), menciona que “o estudo do triângulo gera inúmeros problemas e resultados, historicamente desde antigas civilizações até os dias atuais, a humanidade dedicou esforços na tentativa de encontrar soluções de problemas práticos relacionados a medidas por meio do Teorema de Pitágoras”.

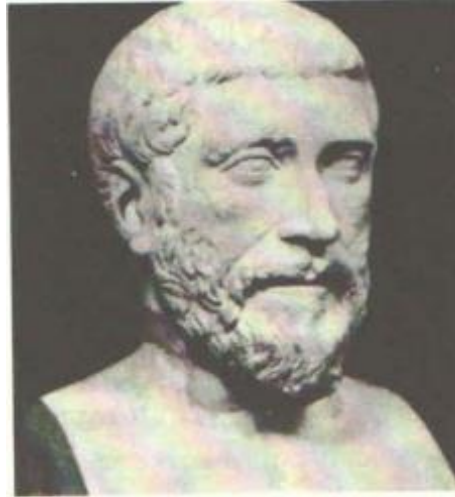
Segundo Eves (2004) acredita-se que “esse Teorema já era conhecido pelos babilônios, mais de um milênio antes, mas o historiador conhecido como Pitágoras de Samos foi o primeiro a dar uma demonstração dele. Não se sabe ao certo que tipo de demonstração Pitágoras utilizou, mas pelos indícios, foi uma demonstração por decomposição” (p.103).

### **2.1 Um pouco sobre a história de Pitágoras de Samos**

Pitágoras de Samos foi um matemático, filósofo e profeta, nascido na Grécia, na ilha de Samos, por volta de 570 a.C. Seu pai, Mnesarco, era um mercador de Tiro e sua mãe, Pythais, era originária de Samos. A respeito da biografia de Pitágoras de Samos ainda permanece desconhecida devido à perda de documentação e o motivo de que a escola fundada por ele era secreta. Os membros que faziam parte da escola, eram conhecidos como

pitagóricos, que contribuíram com várias descobertas matemáticas, porém todos os créditos eram dados ao mestre Pitágoras (BOYER e MERZBACH, 2012, p. 55-56).

**Figura 1:** Pitágoras



**Fonte:** (Coleção David Smith) – (EVES, 2004, p. 98)

Segundo Ribeiro (2013) em sua pesquisa, ele destaca que “ entre seus 18 e 20 anos, Pitágoras visitou Tales, em Mileto. Embora Tales já fosse um ancião, exerceu forte impressão no jovem Pitágoras, despertando nele interesse por Matemática e Astronomia. Anaximandro dava aulas à Pitágoras sobre os ensinamentos de Tales. Essas aulas influenciaram Pitágoras em suas ideias e visão sobre Geometria e Cosmologia. Tales também, lhe aconselhou a visitar o Egito para aprender mais sobre as questões que haviam estudado” (p.4).

Não se sabe ao certo sobre o tempo em que Pitágoras passou no Egito ou no Leste, nem de suas vicissitudes em Samos ou outras cidades gregas antes de sua chegada a Itália. Nem tampouco há evidência direta do tipo e da quantidade de conhecimentos que pode haver adquirido, nem de como chegou a suas visões filosóficas definitivas. Dizem que Pitágoras visitou templos e participou de discussões com sacerdotes, iniciando-se nos rituais e crenças que depois colocaria em prática na sociedade que fundaria na Itália. Após essas viagens Pitágoras adotou vários costumes, dos quais se destacam o sigilo, o vegetarianismo, a recusa em usar roupas feitas com pele de animais e a obstinação pela pureza (RIBEIRO, 2013, p. 4).

Em sua época, era comum viajar para conhecer o mundo e adquirir conhecimento através do contato com outros povos. Por isso, ainda jovem, Pitágoras partiu de Samos para conhecer o mundo. Passou pelo Egito, Babilônia e provavelmente a Índia, onde absorveu conhecimentos matemáticos e religiosos de cada um desses povos. De volta ao mundo grego, fundou com o apoio de Milo uma sociedade secreta, a escola pitagórica, na cidade de Crotona, dedicada ao estudo da matemática e da Filosofia, principalmente. Milo, além de ter influente

politicamente, era ex-campeão de luta livre dos jogos olímpicos da antiguidade. Além de ter cedido sua casa para a fundação da escola pitagórica, também tinha sua filha Teano como uma das alunas de Pitágoras, que mais tarde se tornaria sua esposa Castro (2013, apud SILVA, 2016, p. 22).

A escola era secreta e utilizada como um centro de estudo de filosofia, matemática e ciências naturais, além de ritmos cerimoniais. Relatos dizem que Pitágoras casou-se com Téano e tiveram uma filha, Damo, e um filho, Telauges, já outros dizem que foram duas filhas, chamadas Damo, e Myia e outros dizem que quando chegou na Itália já tinha esposa e filha (EVES, 2004, p. 97).

Historiadores dizem que Pitágoras fugiu para Metaponto, onde morreu com idade entre setenta e cinco e oitenta anos. A escola pitagórica tinha como lema que a “causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros” (EVES, 2004, p. 97).

Por esse motivo os pitagóricos exaltavam o estudo das propriedades dos números e da aritmética, juntamente com a geometria, a música e a astronomia (EVES, 2004, p. 97).

### **3 CONSTRUINDO UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS**

Para executar a sequência didática foi escolhido o tema “Teorema de Pitágoras” levando em consideração a elaboração de uma sequência didática a qual resultou como produto educacional final desse Caderno Pedagógico. Esta pesquisa propôs um estudo acerca do Teorema de Pitágoras a partir de uma sequência didática, que visa a construção de significados e os conceitos envolvidos acerca desse Teorema.

A sequência didática foi desenvolvida como proposta para os professores trabalhar com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, mas pode ser adaptada para trabalhar em outras séries do Ensino Médio.

Procuramos desenvolver as atividades de tal modo que os alunos tivessem a possibilidade de construir saberes matemáticos com mais autonomia, sem que houvesse a necessidade da intervenção direta do professor na resolução das atividades, e ao mesmo tempo sugerissem relações de diálogos e interações entre os alunos.

Berté (1995, apud BASTIAN, 2000, p. 22) menciona que “demostrar para os alunos a veracidade do Teorema de Pitágoras é possibilitar a eles um ensino com significados, uma construção do conhecimento. Portanto não se deve apenas apresentar o seu enunciado e exemplificar com cálculos”.

Decidimos realizar esta pesquisa envolvendo o conteúdo do Teorema de Pitágoras, por considerá-lo relevante no processo de ensino e aprendizagem de matemática, assim como buscar investigar e localizar percursos que possibilitem reduzir dificuldades encontradas por professores e alunos no estudo desse conteúdo.

O conhecimento do saber matemático pelo aluno é construído da forma como o professor transmite esse conteúdo. O engajamento dos alunos nas aulas, dependerá das diferentes abordagens de aprendizagem por uma situação didática.

O planejamento de uma sequência didática, é fundamental considerar as relações entre professor – aluno, aluno – aluno, pois o papel de ambos a respeito dos conteúdos é manter a organização do tempo e espaço e dos recursos didáticos e avaliação.

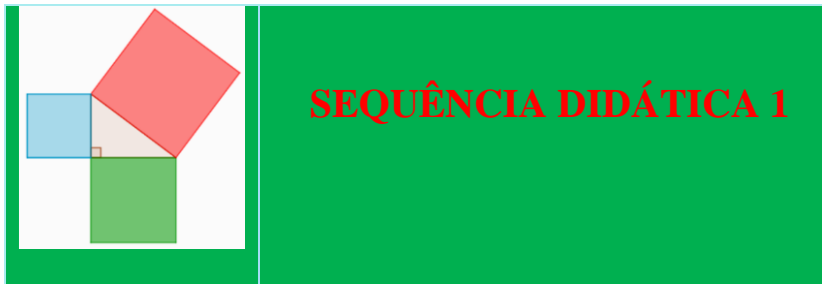
Oliveira (2013), determina uma sequência didática como sendo “um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos

disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino e aprendizagem” (p.39).

O desenvolvimento deste trabalho se deu a partir de uma pesquisa exploratória acerca do Teorema de Pitágoras e seu ensino, seguida da elaboração de uma sequência didática que dá ênfase as demonstrações e as aplicações do Teorema. A metodologia escolhida para a elaboração da sequência didática foi a de investigação matemática. A seguir são detalhados os passos que foram seguidos para a investigação, bem como, a execução da sequência didática proposta para os professores.



## 4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA



**Sequência Didática 1:** Utilizando o conceito de área em quadriculações para demonstrar o Teorema de Pitágoras.

**Objetivo:** Esta atividade tem como objetivo apresentar algumas demonstrações práticas do Teorema de Pitágoras que podem ser obtidas através da comparação entre áreas.

**Material utilizado:** Papel cartão, papel quadriculado, régua, tesoura, lápis, cola e lápis de cor.

**Organização da sala:** Individual

**Duração da atividade:** Duas aulas geminadas (100 minutos)

**Descrição da atividade:**

O Teorema de Pitágoras será demonstrado utilizando os conceitos de áreas em quadriculações, conforme Santos (2018, p. 41), porém adaptado. A mesma atividade será explorada em triângulos não retângulos para que os alunos possam verificar ou não a veracidade desse Teorema em um triângulo qualquer.

**1º passo:** Com o auxílio de uma régua e um lápis desenhar um triângulo retângulo no papel quadriculado, cujos os lados dos catetos medem 3 e 4 unidades, conforme a figura 2:

**Figura 2:** Primeiro passo para a sequência didática

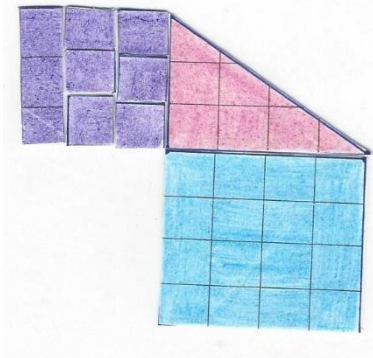


**Fonte:** Elaboração própria

**2º passo:** Os alunos irão desenhar no papel quadriculado os quadrados sobre os seus respectivos catetos do triângulo retângulo, logo após, pintar as três partes construídas em cores diferentes e depois recortá-las. Conforme mostra a figura 3:

△ Nessa atividade iremos fazer a demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando um quebra – cabeças. Para isso, cada aluno receberá uma folha com o desenho de um triângulo retângulo e, sobre seus lados, quadrados divididos em algumas peças, conforme mostra a figura abaixo.

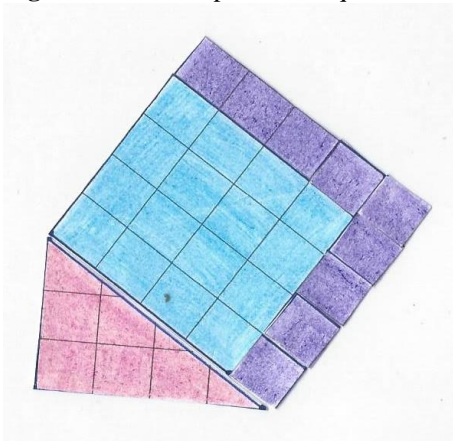
**Figura 3:** Segundo passo da sequência didática



**Fonte:** Elaboração própria

**3º passo:** Os alunos irão colar o triângulo retângulo no caderno e, sobre a hipotenusa, colar os quadrados de modo a formar um quadrado com a mesma medida da hipotenusa do triângulo, conforme mostra a figura abaixo 4:

**Figura 4:** Terceiro passo da sequência didática



**Fonte:** Elaboração própria

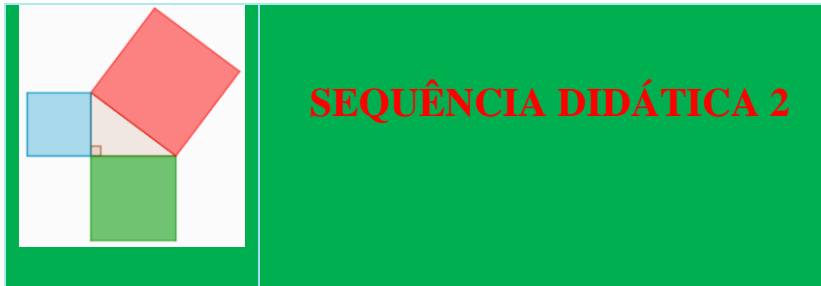
Após a conclusão do 3º passo, os alunos deverão responder as atividades apresentadas a seguir, dando continuidade as próximas etapas.

**ATIVIDADES**

△ Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados que foram desenhados sobre os seus respectivos catetos do triângulo retângulo?

△ Agora calcule a soma dessas medidas que você encontrou e faça uma comparação do resultado com a medida da área do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo.

△ Agora, repita os passos desta atividade, desenhando um triângulo retângulo cujos lados dos catetos medem 6 e 8 unidades. Responda as 2 questões anteriores para este novo triângulo.



**Sequência didática 2:** Demonstração do Teorema de Pitágoras por meio de um quebra – cabeça

**Objetivo:** Esta atividade tem como objetivo demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir da construção de um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo, com as peças divididas nos quadrados desenhados sobre os catetos.

**Material utilizado:** quebra-cabeça impresso, régua, tesoura, lápis de cor e cola

**Organização da sala:** Individual

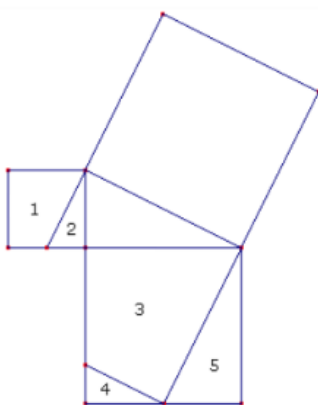
**Duração da atividade:** 50 minutos

**Descrição da atividade:**

Esta atividade será baseada na demonstração do Teorema de Pitágoras com a utilização de um quebra-cabeças, onde foi adaptado de Santos (2018, p. 48).

Cada aluno receberá uma folha com o desenho de um triângulo retângulo e, sobre seus lados, quadrados divididos em algumas peças, conforme a figura abaixo:

**Figura 5:** Quebra-cabeça



**Fonte:** Santos (2018)

O triângulo retângulo e as peças obtidas nos dois quadrados menores deverão ser coloridos. Depois, recortar as 5 peças e com elas formar um quadrado. Depois os alunos irão comparar o

quadrado obtido com o desenho sobre a hipotenusa do triângulo e, logo em seguida, responder as atividades propostas.

### **ATIVIDADES**

- △ Encontre as medidas dos lados dos triângulos retângulos?
- △ Encontre as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os lados do triângulo retângulo?
- △ Calcule a soma das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos e compare o resultado com a medida da área do quadrado desenhado sobre a hipotenusa.
- △ Qual relação você verifica entre as medidas dos lados dos triângulos e as áreas dos quadrados?
- △ Agora, escreva um enunciado acerca das suas observações no desenvolvimento desta atividade.



**Sequência didática 3:** Construindo quadrados sobre seus lados com os mesmos valores a partir do quebra- cabeça.

**Objetivo:** Esta atividade tem como objetivo mostrar que a soma das áreas dos quadrados menores é igual à soma da área do quadrado maior e provar a validade desse Teorema.

**Material utilizado:** Cartolina, régua, tesoura, esquadro, borracha e lápis.

**Organização da sala:** Individual

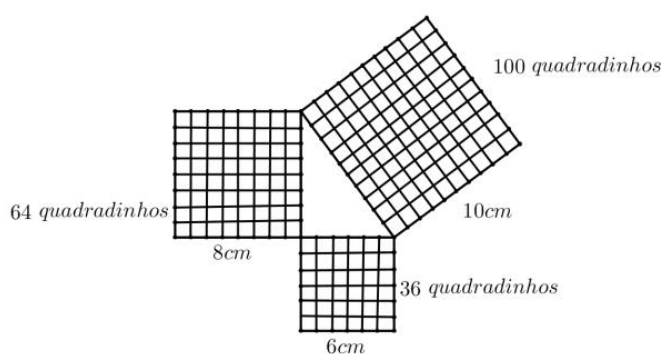
**Duração da atividade:** 50 minutos

**Descrição da atividade:**

**1º passo:** Os alunos irão desenhar um triângulo retângulo de lados medindo 6cm, 8cm e 10cm, construindo quadrados sobre seus lados com os mesmos valores.

**2º passo:** Os alunos irão desenhar os quadradinhos de 1cm de lado sobre os três quadrados, obtendo sobre a hipotenusa  $10 \cdot 10 = 100$  quadradinhos de 1 cm de lado, logo a área do quadrado é  $100\text{cm}^2$ , de maneira análoga teremos sobre os catetos quadrados com área de  $64\text{cm}^2 + 36\text{cm}^2$ . Portanto, teremos que  $100\text{cm}^2 = 64\text{cm}^2 + 36\text{cm}^2$ . Como mostra a figura abaixo:

**Figura 6:** Construção dos quadrados sobre o triângulo retângulo



**Fonte:** <https://www.gratispng.com/png-rzlqgv/>

**ATIVIDADES**

- △ Calcule a área dos dois quadrados menores.
- △ Some as áreas desses dois quadrados.
- △ Calcule a área do quadrado maior.
- △ Compare a área do quadrado maior com o valor encontrado para a soma dos dois quadrados menores. O que você concluiu a partir dessa comparação?



**Sequência didática 4:** Demonstração do Teorema de Pitágoras obtidas através da comparação entre áreas.

**Objetivo:** Esta atividade tem como objetivo mostrar algumas demonstrações práticas do Teorema de Pitágoras que podem ser obtidas através da comparação entre áreas.

**Material utilizado:** Papel A4 opaline branco 180g/m<sup>2</sup> para a confecção dos tabuleiros, tesoura e 5 cores diferentes de papel cartão para a confecção das peças do quebra-cabeças.

**Organização da sala:** Em grupos

**Duração da atividade:** Duas aulas geminadas (100 minutos)

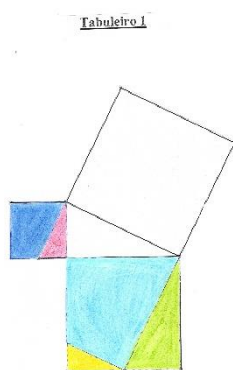
**Descrição da atividade:**

Esta atividade se baseia em algumas demonstrações práticas do Teorema de Pitágoras com a utilização de quebra-cabeças. Mostrar para o aluno que uma demonstração matemática não pode ser dada exclusivamente por meio da interpretação de uma ilustração, ou seja, é necessário uma demonstração mais rigorosa (SILVA, 2016, p. 58). A atividade foi adaptada de Silva (2016).

Depois da divisão dos grupos, cada grupo receberá 5 sacos contendo as peças de cada quebra-cabeças e seus respectivos tabuleiros. Para o desenvolvimento da atividade, os alunos deverão seguir os passos:

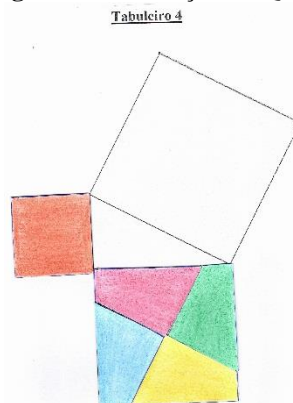
**1º passo:** Com as peças de seus respectivos quebra-cabeças 1 e 4, os alunos irão montar os dois quadrados menores de seus respectivos tabuleiros 1 e 4, conforme mostra as figuras 7 e 8:

**Figura 7:** Construção do Quebra-cabeça 1



**Fonte:** Elaboração própria

**Figura 8:** Construção do Quebra-cabeça 4

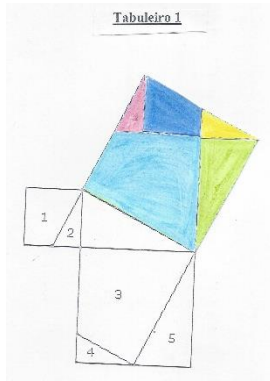


**Fonte:** Elaboração própria



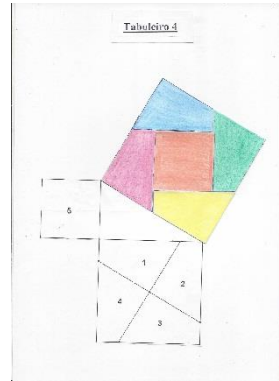
**2º passo:** Com as mesmas peças do quebra-cabeças 1 e 4 os alunos irão montar os dois quadrados maiores do tabuleiro 1 e 4, conforme mostra as figuras 9 e 10:

**Figura 9:** Construção do Quebra-cabeça 1



Fonte: Elaboração própria

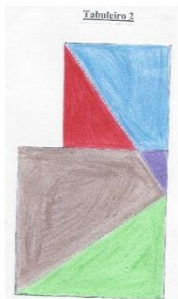
**Figura 10:** Construção do Quebra-cabeça 4



Fonte: Elaboração própria

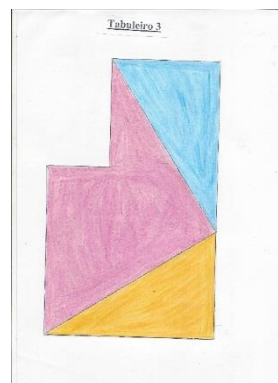
**3º passo:** Com as peças de seus respectivos quebra-cabeças 2 e 3 e seus Tabuleiros os alunos irão montar os dois quadrados menores e os dois quadrados maiores, conforme mostra as figuras 11 e 12:

**Figura 11:** Construção do Quebra-cabeça 2



Fonte: Elaboração própria

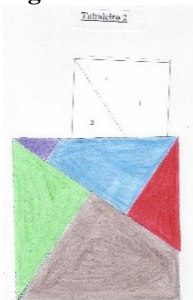
**Figura 12:** Construção do Quebra-cabeça 3



Fonte: Elaboração própria

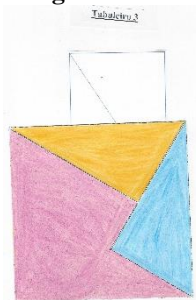
**4º passo:** Com as mesmas peças de seus respectivos quebra-cabeças 2 e 3, os alunos irão montar apenas o quadrado maior utilizando todas as peças de seus respectivos quebra-cabeças. Conforme mostra as figuras 13 e 14.

**Figura 13:** Construção do Quebra-cabeça 2



Fonte: Elaboração própria

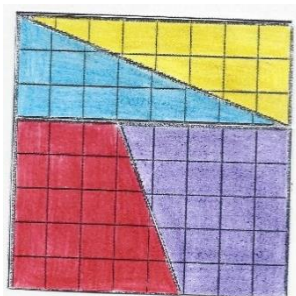
**Figura 14:** Construção do Quebra-cabeça 3



Fonte: Elaboração própria

**5º passo:** Por meio do quebra-cabeça do tabuleiro de número 5, os alunos irão resolver o desafio que consiste em explicar porque mesmo utilizando as mesmas peças, as duas figuras têm áreas diferentes?

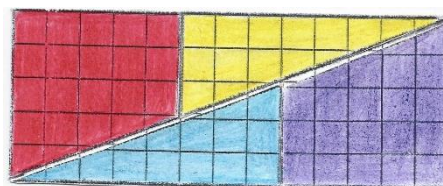
**Figura 15:** Desafio do Quebra-cabeça 5



(I)

**Fonte:** Elaboração própria

**Figura 16:** Desafio do Quebra-cabeça 5



(II)

**Fonte:** Elaboração própria

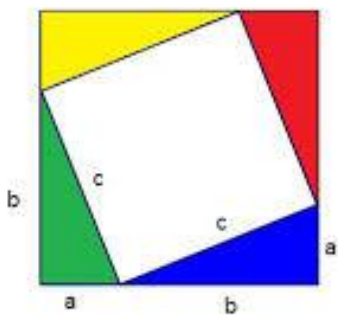
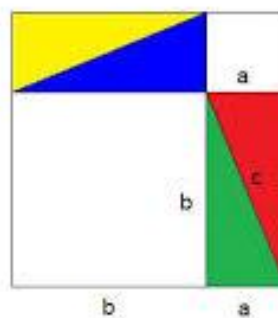
## ATIVIDADES

Nesta atividade vamos construir a demonstração do Teorema de Pitágoras, utilizando as peças do quebra-cabeça.

- △ Com as peças do quebra-cabeça, preencha o interior dos dois quadrados menores.
- △ Utilizando todas as peças do quebra-cabeça monte o quadrado maior? E depois faça o mesmo com os quebra-cabeças 1, 2, 3 e 4.
- △ Agora, converse com os seus colegas em sala aula, acerca do que você percebeu entre as áreas dos três quadrados montados? O que você concluiu?
- △ O que você pode observar em relação aos lados dos três quadrados construídos e os lados do triângulo retângulo?
- △ Em relação ao quebra-cabeça do tabuleiro 5, monte primeiro o quebra-cabeça da figura 1 e depois o quebra-cabeça da figura 2. A figura 1 é um quadrado de lado 8, e área igual a 64. Ela foi dividida em quatro partes, que reorganizadas formaram o retângulo da figura 2. Agora observe que a figura 2 é um retângulo de lados 13 e 5, e área igual a 65. Então, apesar das figuras 1 e 2 serem formadas a partir de peças iguais, elas têm áreas diferentes. Curioso, não é? De onde apareceu esta unidade extra de área?

**DESAFIO**

Após o término da sequência didática, os alunos irão resolver o seguinte desafio, que consiste em calcular a área da figura 1 igualando com a área da figura 2, como mostra as figuras abaixo:

**Figura 17:** Desafio da figura 1**Figura 18:** Desafio da figura 2

**Fonte:** Elaboração própria

Agora, responda o que se pede.

- △ O que você observou acerca dos triângulos das figuras 1 e 2. Justifique sua resposta?
- △ Calculando a área da figura 1 e igualando com a área da figura 2, qual fórmula você encontrou? Justifique sua resposta?
- △ O que você pode concluir em relação a figura 1 e a figura 2. Justifique sua resposta?



### Sequência didática 5: Trilha Pitagórica

**Objetivo:** O objetivo do jogo é promover um estudo do Teorema de Pitágoras de forma mais lúdica e significativa para os alunos.

**Material utilizado:** Papel A4 opaline branco  $180\text{g/m}^2$  para a confecção dos tabuleiros, tesoura, moldes impressos para os dados, tampinhas de garrafa pet com cores diferentes e cartas relacionadas ao jogo Teorema de Pitágoras.

**Organização da sala:** Em grupos

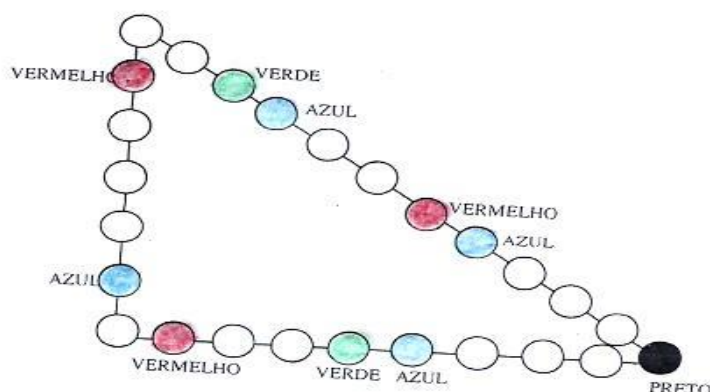
**Duração da atividade:** Duas aulas geminadas (100 minutos)

#### Descrição Do Jogo:

Como a nossa intenção é apresentar uma proposta para aplicar o jogo Trilha Pitagórica em sala de aula, fazendo variações nos cartões do jogo para que os professores de Matemática trabalhem o jogo durante a aplicação do conteúdo Teorema de Pitágoras, elaboramos perguntas para se trabalhar com os alunos do 9º ano antes da abordagem do conteúdo Teorema de Pitágoras (o jogo também pode ser aplicado em outras séries do Ensino Médio). Descrevemos aqui o Jogo Trilha Pitagórica, seus objetivos, seus conceitos e suas aplicações. O jogo Trilha Pitagórica foi adaptado, ele se encontra na obra *Matematicativa* dos autores Rêgo e Rêgo (2009), onde o nome do jogo é “Teorema de Pitágoras”, assim modificamos para Trilha Pitagórica e adaptamos algumas regras.

Os autores apresentam a descrição e as regras desse jogo. Além disso, eles destacam que o jogo facilita a agilidade de raciocínio; a aprendizagem do Teorema de Pitágoras (conceitos e aplicações); ao cálculo de estimativas. O jogo é indicado a partir do 9º ano do Ensino Fundamental. Ele pode ser jogado por vários participantes. Possui um tabuleiro na forma de um triângulo retângulo, marcadores (uma cor para cada jogador); dois dados comuns e cartas com questões relacionadas ao Teorema de Pitágoras. Ganha o jogo quem primeiro chegar de volta ao círculo preto (pode-se, como variação, aumentar o número de voltas em torno do tabuleiro).

**Figura 19:** Tabuleiro do jogo Trilha Pitagórica



**Fonte:** (RÊGO e RÊGO, 2009, p.83)

Descrevemos aqui como o jogo original, denominado Teorema de Pitágoras, está sendo abordado na proposta de Rêgo e Rêgo (2009).

A forma de jogar é simples:

Cada jogador coloca seu marcador junto ao círculo preto (ponto de partida e chegada da “corrida pitagórica”). Os cartões de questões são empilhados, com a face voltada para baixo, ao lado do tabuleiro. Na sua vez de jogar, cada participante lança os dois dados. Os números obtidos representarão as medidas dos catetos de um triângulo retângulo. O jogador moverá seu marcador, o número de círculos correspondentes à parte inteira da medida da respectiva hipotenusa. Por exemplo: se os números sorteados foram 2 e 4, a hipotenusa seria dada por:  $(2^2 + 4^2)^{1/2}$ , isto é,  $(20)^{1/2} \cong 4,47$ . Logo, o jogador avançaria 4 círculos do tabuleiro. Se o jogador for cair em um círculo verde adianta mais dois; em um vermelho, volta dois círculos e em um círculo azul, sorteia uma questão. Acertando a resposta, lança um dado e avança o número correspondente ao valor sorteado. Se errar permanece onde está até a próxima rodada. (RÊGO e RÊGO, 2009, p. 83-84).

Para o jogo Trilha Pitagórica, objeto de nosso estudo, as alterações feitas na nossa adaptação se referem às regras de como jogar. Para a nossa proposta do jogo, simplificamos a forma como avançar as casas, ou seja, como os jogadores moverão seus marcadores. A quantidade de dados utilizados é de apenas um dado. Para iniciar o jogo, cada jogador lança o dado uma vez e desloca seu marcador de acordo com o número obtido na face do dado que ficou voltada para cima. As regras das casas coloridas (azul, vermelho e verde) se mantêm. Ganha o jogo quem primeiro chegar de volta ao círculo preto.

**PARA O DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE REFERENTE AO JOGO.**

△ Após a divisão dos grupos, cada um receberá o material e será orientado que cada aluno esteja com o seu caderno, lápis e borracha para que possam efetuarem os possíveis cálculos.

△ É importante que todas as orientações sejam dadas e que algumas simulações sejam feitas para que a maioria das dúvidas sejam sanadas.

**Figura 20:** Cartas do jogo Tilha Pitagórica


### Cartas do jogo Trilha Pitagórica

Para pintar uma parte de um prédio o pintor colocou uma escada de 10 m de comprimento apoiada no prédio a uma altura de 8m. Qual a distância do pé da escada até o prédio?

A medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a 14cm e um dos catetos mede  $5\sqrt{3}$ . Encontre a medida do outro cateto desse triângulo retângulo?


O dono de um supermercado construiu uma rampa para atender pessoas com portadores de necessidades especiais. Sabendo que o comprimento de sua base é 2m e de sua altura é 1,5m. Qual será o comprimento dessa rampa?

A figura mostra um prédio que tem 15m de altura. De acordo com os dados da figura abaixo. Qual a altura da escada que está encostada no prédio?




Um pássaro está no ponto mais alto de um cajueiro. Ele é observado por uma menina de 1,40m de altura, que estava a uma distância de 32m do cajueiro a 40m do pássaro. Qual a altura da árvore?


O portão da casa da Sra. Maria tem 6m de comprimento e 4,5m de altura. Diante disso, qual o comprimento da trave de madeira que se estende do ponto A até o ponto C?



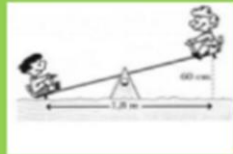
A árvore do sítio do Sr. Pedro foi quebrada pelo vento, o tronco da árvore que restou em pé forma um ângulo reto com o solo. A altura da árvore antes de se quebrar era de 6m, e sua ponta quebrada está a 2m da base da árvore, qual a altura do tronco da árvore que restou em pé?



A figura abaixo representa uma escada apoiada em uma parede de 12m de comprimento. A base da escada está distante da parede acerca de 8 m. Determine a altura da parede?



O Paulo e o Pedro estão a brincar de balanço, como mostra a figura abaixo:



A altura máxima a que pode subir cada um dos amigos é de 60cm. Qual o comprimento do balanço?



Para pintar uma parte de um prédio o pintor colocou uma escada de 10 m de comprimento apoiada no prédio a uma altura de 8m. Qual a distância do pé da escada até o prédio?

A medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a 14cm e um dos catetos mede  $5\sqrt{3}$ . Encontre a medida do outro cateto desse triângulo retângulo?

O dono de um supermercado construiu uma rampa para atender pessoas com portadores de necessidades especiais. Sabendo que o comprimento de sua base é 2m e de sua altura é 1,5m. Qual será o comprimento dessa rampa?

Uma pessoa de 1,70m de altura avista o ponto mais alto de um poste, a distância dela até o poste é de 32cm e dela até o ponto mais alto do poste é de 40m, qual a altura do poste?

Thiago foi colocar um prego em um muro. Para isso usou uma escada de 105cm de comprimento, de forma que o pé da escada estava 63cm. A quantos metros de altura a escada se apoia no muro?

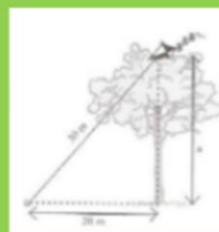
Leandro e Ramon decidem correr ao mesmo tempo partindo de uma rua A em direção perpendicular a uma outra rua B, a uma velocidade de 3m por segundo e 4m por segundo, respectivamente. Após dez segundos que distância os separa?

Mário foi a fazenda de sua avó tirar coco, para isso usou uma escada com 6m, colocou a escada a uma certa distância do coqueiro de modo que a ponta se apoia no coqueiro em 4,8m. Qual a distância que a escada está do coqueiro?

De acordo com os dados da figura abaixo. Determine a altura do poste?



De acordo com os dados da figura abaixo, determine a altura da árvore, onde o papagaio está preso ao fio de 30m.



Um carro estava na cidade P e parte em destino a cidade Q, que está localizada a uma distância de 120km. Depois, percorre com o objetivo de chegar a cidade E, a 90km de distância. Se o carro fosse em linha reta de E para P. Quantos quilômetros percorreria?

Citado por Marielein Kool, a torre abaixo possui 10m de altura e em volta da torre há um canal com 3m de largura. Alguém precisa fazer uma escada que passe por cima da água até ao topo da torre. A pergunta é: que comprimento deve ter a escada?



Em um triângulo retângulo o cateto maior mede 1,6 cm. Sabendo que a hipotenusa mede o dobro do número 1. Determine a medida do cateto menor?

Sabendo que a hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles mede  $3\sqrt{2}$ . Encontre a medida dos catetos desse triângulo?

Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são 15cm e 20cm, descubra a medida da hipotenusa?

A altura de uma árvore é 8m. Será fixada uma escada a 1m de sua base para que um homem possa podar os seus galhos. Qual o menor comprimento que esta deve ter?





**Sequência didática 6:** Demonstração do Teorema de Pitágoras pelo método desenvolvido por Bháskara

**Objetivo:** Demonstrar o Teorema de Pitágoras de maneira mais formal utilizando a decomposição de figuras, método desenvolvido por Bháskara.

**Material utilizado:** Folha impressa com quatro triângulos retângulos congruentes, lápis de cor, tesoura e cola.

**Organização da sala:** Individual

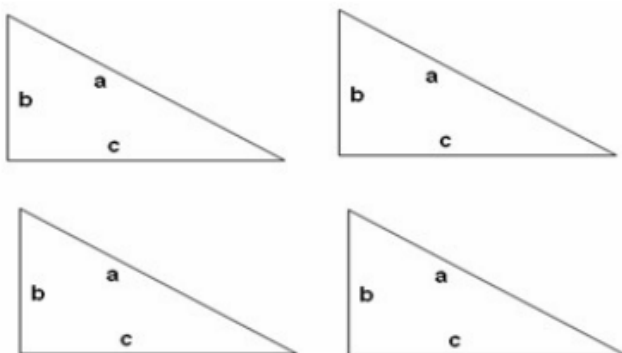
**Duração da atividade:** 50 minutos

**Descrição da atividade:**

Esta atividade se baseia na demonstração do Teorema de Pitágoras de acordo com a demonstração feita pelo matemático Bháskara, que viveu no século XII. (RIBAS E MATHIAS, 2012, p. 187). Onde as atividades foram adaptadas de Santos (2018) e Ribas e Mathias, 2012).

Cada aluno receberá uma folha com quatro triângulos retângulos congruentes, de hipotenusa “a” e catetos “b” e “c”, conforme mostra a figura 21:

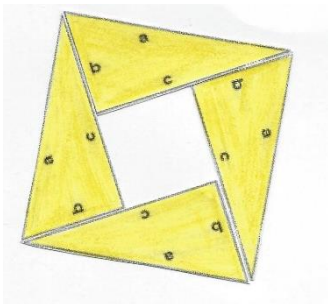
**Figura 21:** Utilizando demonstração de Bhaskara



**Fonte:** Elaboração própria

Os alunos irão pintar os quatro triângulos retângulos congruentes, recortá-los e depois colar formando um quadrado, conforme mostra a figura 22:

**Figura 22:** Demonstração de Bhaskara



**Fonte:** Elaboração própria

Após a construção da figura anterior, responda a atividade proposta:

### ATIVIDADE

- △ Como pode ser representada a área do quadrado de lado “a”?
- △ Calcule a área de cada triângulo retângulo da figura.
- △ Como pode ser representada a área do quadrado menor, de lado  $c - b$ ?
- △ Como pode ser expressa a área do quadrado de lado “a” a partir das figuras que o compõe?
- △ Desenvolva uma igualdade entre as áreas representadas nas questões 1 e 4.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento das atividades que foram propostas nesse Caderno Pedagógico possibilitou desenvolver conteúdos relacionados ao ensino da Geometria, em particular, o Teorema de Pitágoras.

O desenvolvimento de cada atividade proposta, seja por meio de demonstrações, materiais concretos, jogos ou resolução de cálculo entre outras atividades contidas nesse Caderno Pedagógico, tem como intuito conceber ao aluno um papel mais ativo no processo de aprendizagem.

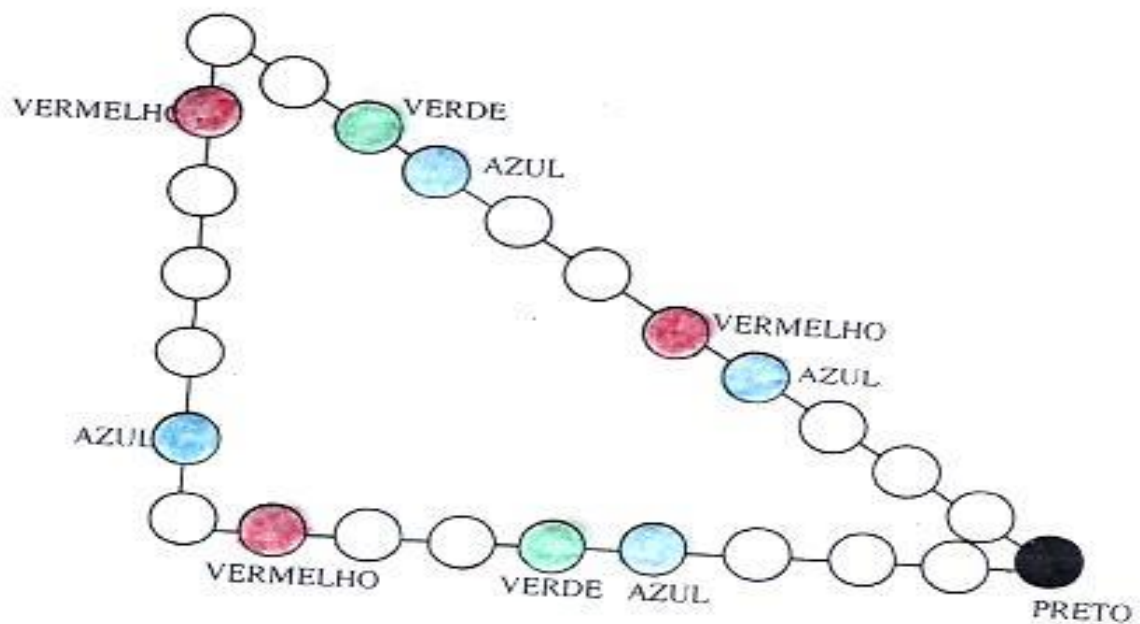
Nesse sentido, este produto educacional de apoio aos professores busca propor e exemplificar com vivências e experiências a prática de atividades voltadas para a Educação Matemática, considerando sobretudo, o contexto do aluno estimulando a aprendizagem de maneira significativa como consta nas propostas desse trabalho.

## REFERÊNCIAS

- AMORIM, M. P. N. **Uma abordagem da Generalização do Teorema de Pitágoras numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental**. 2015. 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro – BA. Disponível em: <http://www.univasf.edu.br/~tcc/000005/000005d2.pdf>>. Acesso em 14/jun.2020.
- BALBINO JÚNIOR, V. R. **Teorema de Pitágoras: aplicações em objetos de aprendizagem**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Recuperado de: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/138454/000864558.pdf?sequence=1&isAllowed=y> em 06 de julho 2020.
- BASTIAN, I. V. **O teorema de Pitágoras**. Dissertação (Mestrado), Mestrado em Educação Matemática, PUC-SP, 2000. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/18486> Acesso em: 03 de outubro de 2020.
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C..**História da Matemática**. Tradução de Helena Castro. 3.ed. São Paulo: Blucher, 2012.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.
- OLIVEIRA FILHO, A. J. **O Teorema de Pitágoras**. 2016. 74 f. Dissertação (Programa de Pós- Graduação em Matemática (PROFMAT)) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife. Disponível em: <http://www.tede2.ufpe.br:8080/tede2/bitstream/tede2/6289/2/Amaro%20Jose%20de%20Oliveira%20Filho.pdf> Acesso em: 25 de setembro de 2020.
- RÊGO, R.G; RÊGO, R. M. **Matematicativa**. Campinas, São Paulo: Autores associados 2009.
- RIBAS, G. R.; MATHIAS, C. V. Alternativas para a abordagem do Teorema de Pitágoras em sala de aula. **Disciplinarum Scientia**. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, Santa Maria, v. 13, n. 2, p. 179-192, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumS/issue/view/96> Acesso 10 de Maio de 2020.
- RIBEIRO, V. V. S. M. **Revisitando o Teorema de Pitágoras**. 2013. 396f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional) – Universidade Federal de Viçosa, MG. Disponível em:< <http://locus.ufv.br/handle/123456789/5882>>. Acesso em:16 jun. 2020.
- SANTOS, K. A. **Construindo significados para o teorema de Pitágoras utilizando resolução de problemas**. 2018. 148f. Dissertação de (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de pós – Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Belo Horizonte. 2018. Disponível em: [http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC\\_DSC\\_NOME\\_ARQUI20181211153928.pdf](http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20181211153928.pdf) Acesso em: 17 de setembro de 2020.

SILVA, L. O. **Atividades lúdicas no ensino do Teorema de Pitágoras**. 2016. 107f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Campos dos Goytacazes. Recuperado de: <http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/28042016Lenilson-Oliveira-da-Silva.pdf>

## ANEXO A – TABULEIRO DO JOGO TRILHA PITÁGORICA



## ANEXO B – CARTAS DO JOGO TRILHA PITAGÓRICA

## Cartas do jogo Trilha Pitagórica

Para pintar uma parte de um prédio o pintor colocou uma escada de 10 m de comprimento apoiada no prédio a uma altura de 8m. Qual a distância do pé da escada até o prédio?

A medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a 14cm e um dos catetos mede  $5\sqrt{3}$ . Encontre a medida do outro cateto desse triângulo retângulo?

O dono de um supermercado construiu uma rampa para atender pessoas com portadores de necessidades especiais. Sabendo que o comprimento de sua base é 2m e de sua altura é 1,5m. Qual será o comprimento dessa rampa?

A figura mostra um prédio que tem 15m de altura. De acordo com os dados da figura abaixo. Qual a altura da escada que está encostada no prédio?



Um pássaro está no ponto mais alto de um cajueiro. Ele é observado por uma menina de 1,40m de altura, que estava a uma distância de 32m do cajueiro a 40m do pássaro. Qual a altura da árvore?

O portão da casa da Sra. Maria tem 6m de comprimento e 4,5m de altura. Diante disso, qual o comprimento da trave de madeira que se estende do ponto A até o ponto C?



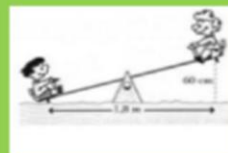
A árvore do sítio do Sr. Pedro foi quebrada pelo vento, o tronco da árvore que restou em pé forma um ângulo reto com o solo. A altura da árvore antes de se quebrar era de 6m, e sua ponta quebrada está a 2m da base da árvore, qual a altura do tronco da árvore que restou em pé?



A figura abaixo representa uma escada apoiada em uma parede de 12m de comprimento. A base da escada está distante da parede acerca de 8 m. Determine a altura da parede?



O Paulo e o Pedro estão a brincar de balanço, como mostra a figura abaixo:



A altura máxima a que pode subir cada um dos amigos é de 60cm. Qual o comprimento do balanço?



Para pintar uma parte de um prédio o pintor colocou uma escada de 10 m de comprimento apoiada no prédio a uma altura de 8m. Qual a distância do pé da escada até o prédio?

A medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a 14cm e um dos catetos mede  $5\sqrt{3}$ . Encontre a medida do outro cateto desse triângulo retângulo?

O dono de um supermercado construiu uma rampa para atender pessoas com necessidades especiais. Sabendo que o comprimento de sua base é 2m e de sua altura é 1,5m. Qual será o comprimento dessa rampa?

Uma pessoa de 1,70m de altura avista o ponto mais alto de um poste, a distância dela até o poste é de 32cm e dela até o ponto mais alto do poste é de 40m, qual a altura do poste?

Thiago foi colocar um prego em um muro. Para isso usou uma escada de 105cm de comprimento, de forma que o pé da escada estava 63cm. A quantos metros de altura a escada se apoia no muro?

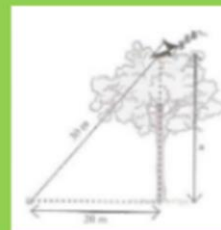
Leandro e Ramon decidem correr ao mesmo tempo partindo de uma rua A em direção perpendicular a uma outra rua B, a uma velocidade de 3m por segundo e 4m por segundo, respectivamente. Após dez segundos que distância os separa?

Mário foi a fazenda de sua avó tirar coco, para isso usou uma escada com 6m, colocou a escada a uma certa distância do coqueiro de modo que a ponta se apoia no coqueiro em 4,8m. Qual a distância que a escada está do coqueiro?

De acordo com os dados da figura abaixo. Determine a altura do poste?



De acordo com os dados da figura abaixo, determine a altura da árvore, onde o papagaio está preso ao fio de 30m.





Um carro estava na cidade P e parte em destino a cidade Q, que está localizada a uma distância de 120km. Depois, percorre com o objetivo de chegar a cidade E, a 90km de distância. Se o carro fosse em linha reta de E para P. Quantos quilômetros percorreria?

Citado por Mariolein Kool, a torre abaixo possui 10m de altura e em volta da torre há um canal com 3m de largura. Alguém precisa fazer uma escada que passe por cima da água até ao topo da torre. A pergunta é: que comprimento deve ter a escada?

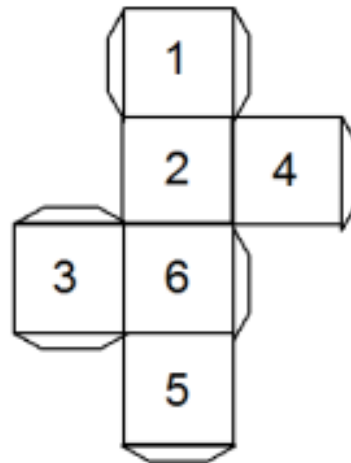
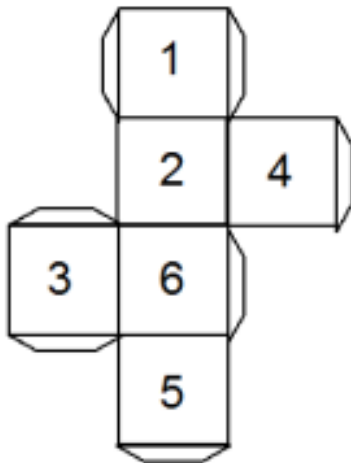
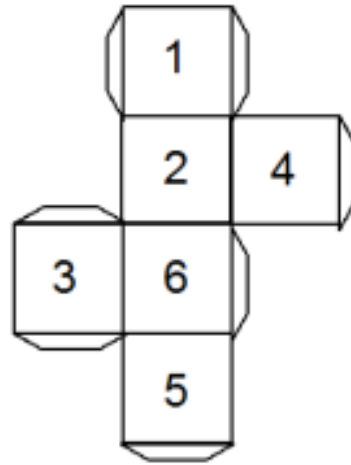
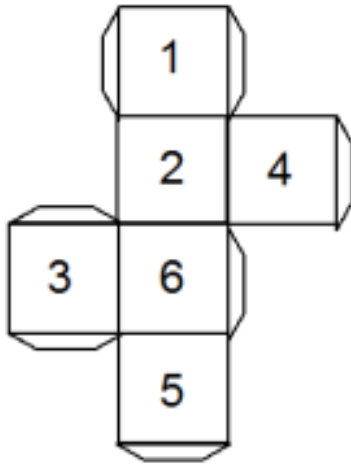


Em um triângulo retângulo o cateto maior mede 1,6 cm. Sabendo que a hipotenusa mede o dobro do número 1. Determine a medida do cateto menor?

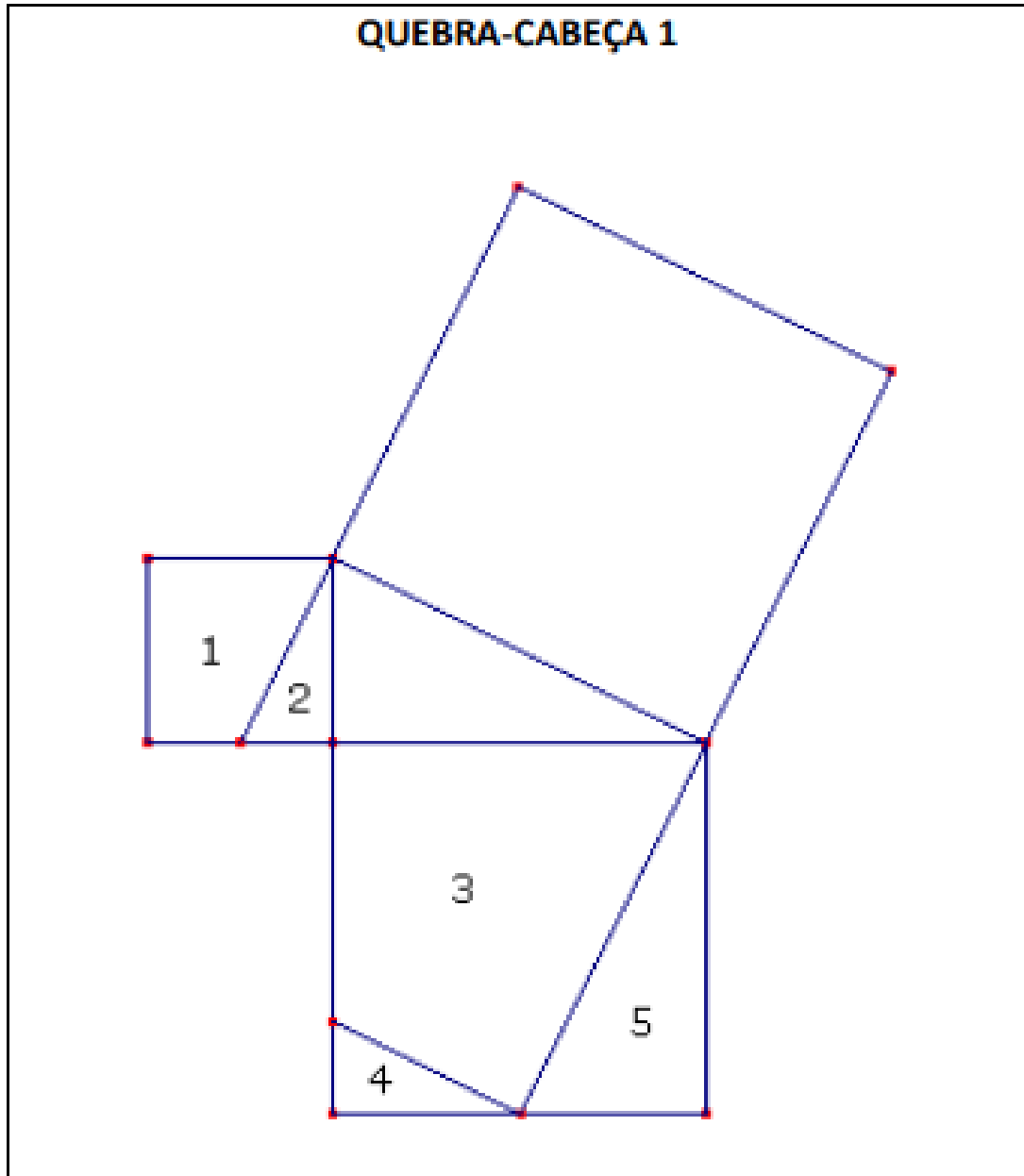
Sabendo que a hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles mede  $3\sqrt{2}$ . Encontre a medida dos catetos desse triângulo?

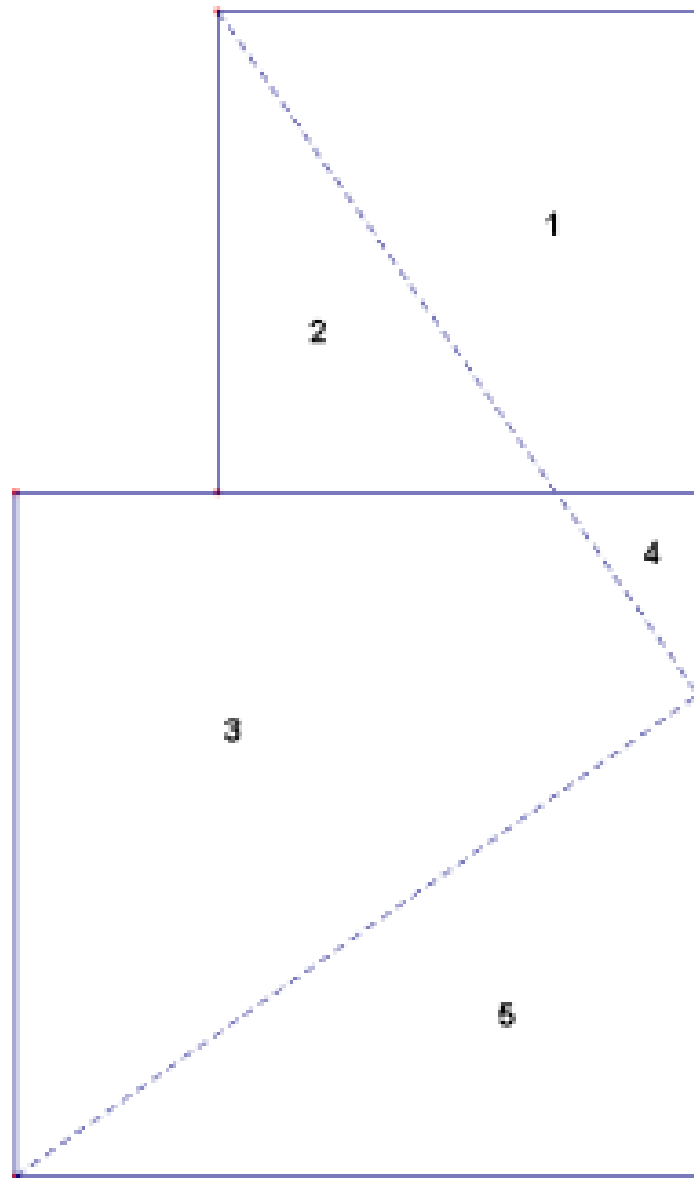
Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são 15cm e 20cm, descubra a medida da hipotenusa?

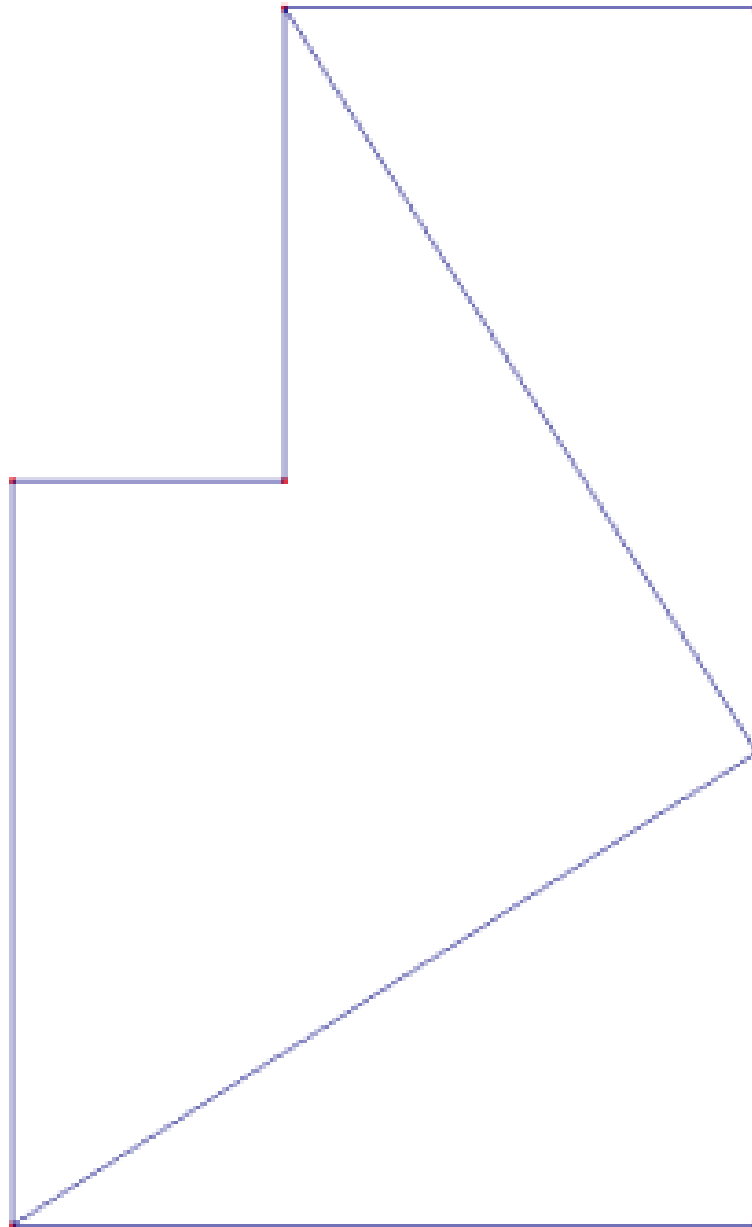
A altura de uma árvore é 8m. Será fixada uma escada a 1m de sua base para que um homem possa podar os seus galhos. Qual o menor comprimento que esta deve ter?

**ANEXO C – MOLDE PARA DADOS**

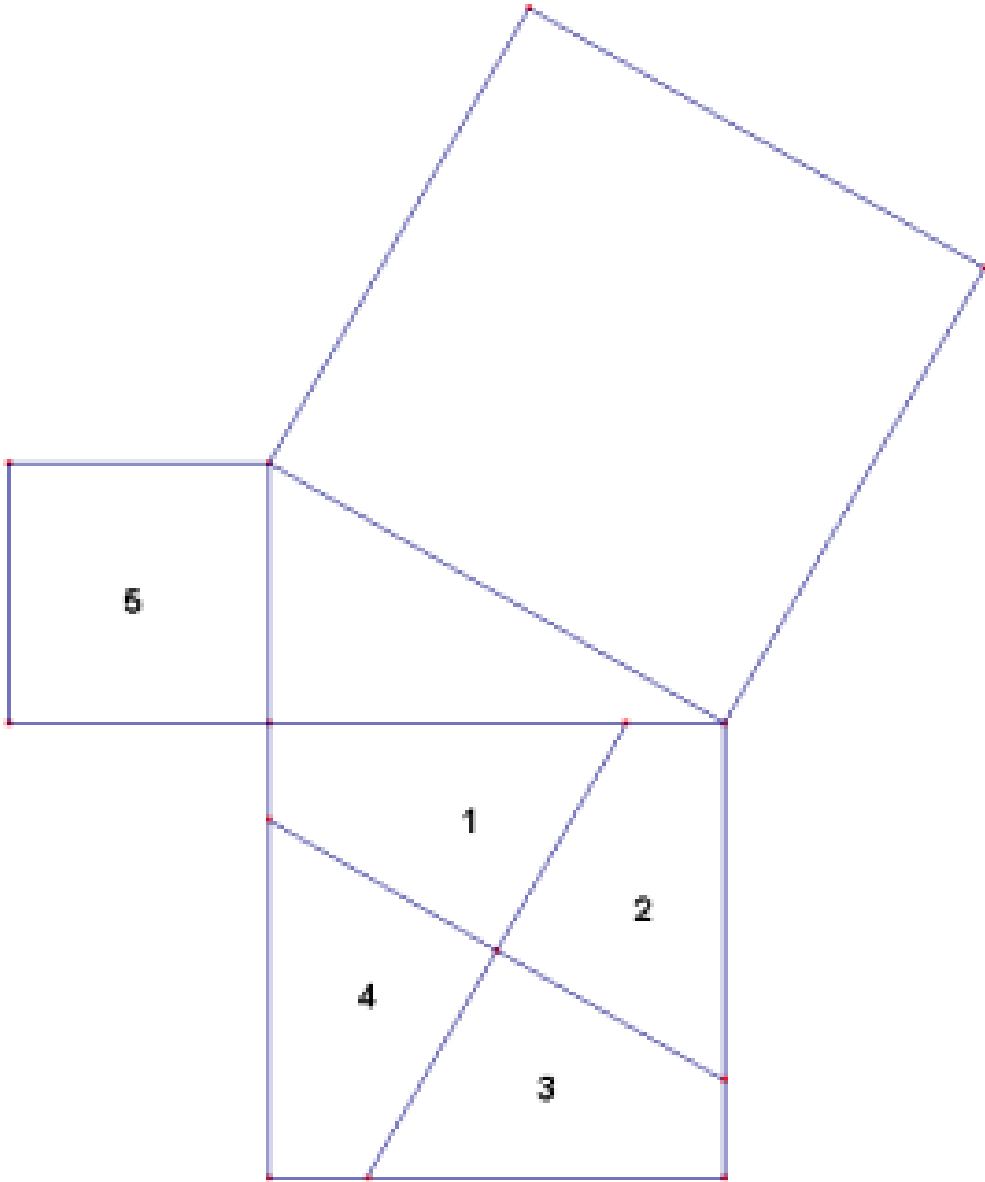
## ANEXO D – QUEBRA-CABEÇAS

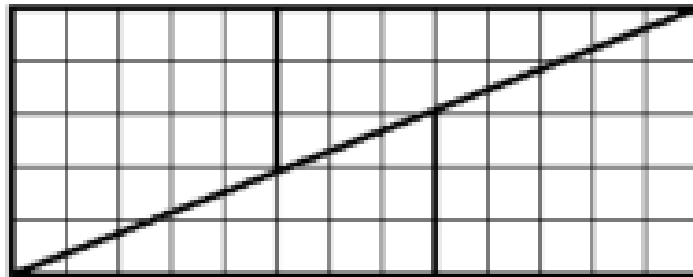
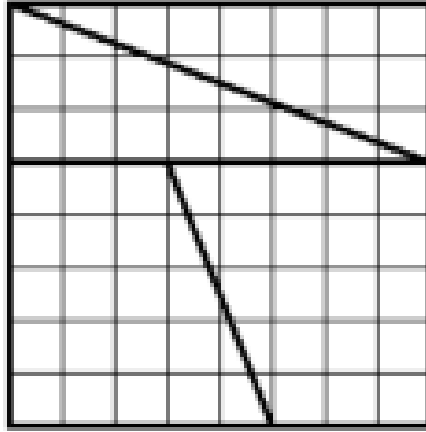


**QUEBRA-CABEÇA 2**

**QUEBRA-CABEÇA 3**

### QUEBRA-CABEÇA 4



**QUEBRA-CABEÇA 5**

**ANEXO E – TRIÂNGULOS PARA DEMONSTRAÇÃO DE BHASKARA**