UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

WELLSON DE AZEVEDO ARAUJO

LABORATÓRIO INTERATIVO DE MATEMÁTICA E A PRODUÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS: UM ESTUDO DO MULTIPLANO EM CONEXÃO COM A BNCC

CAMPINA GRANDE - PB
2020

WELLSON DE AZEVEDO ARAUJO

LABORATÓRIO INTERATIVO DE MATEMÁTICA E A PRODUÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS: UM ESTUDO DO MULTIPLANO EM CONEXÃO COM A BNCC

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel

CAMPINA GRANDE, PB
2020

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

A663l Araujo, Wellson de Azevedo.

Laboratório interativo de matemática e a produção de representações semióticas [manuscrito] : um estudo do multiplano em conexão com a BNCC / Wellson de Azevedo Araujo. - 2020.

137 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2020.

"Orientação : Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel , Departamento de Matemática - CCT."

1. Ensino de Matemática. 2. Laboratório de Matemática. 3. Representações semióticas. I. Título

21. ed. CDD 510.7

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

WELLSON DE AZEVEDO ARAUJO

LABORATÓRIO INTERATIVO DE MATEMÁTICA E A PRODUÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS: UM ESTUDO DO MULTIPLANO EM CONEXÃO COM A BNCC

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Aprovada em: 08 /04 /2020

BANCA EXAMINADORA

Aníbal de Menezes Maciel

Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel (Orientador)

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Rogéria Gaudencio do Rêgo

Prof.ª. Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo

Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Severina Andréa Dantas de Farias

Prof.ª. Dra. Severina Andréa Dantas de Farias

Universidade Federal da Paraíba - UFPB

À Deus: por ser luz para meu caminho, maior exemplo de amor, minha salvação.

À minha família: por ser a minha base.

À minha mãe: por ter me ensinado tantas coisas boas.

À Jacqueline, Willian, Ana Cecília e Alice: por ser meu porto seguro, meus amores.

À Aníbal Menezes: por seu meu professor, exemplo de ser humano.

AGRADECIMENTOS

À Deus por ter me guiado nessa missão e sempre falar comigo: “você consegue”, “acredite”, “tenha fé”, porque “ELE” é quem cuida de MIM.

A Nossa Senhora exemplo de mãe, protetora, minha intercessora, minha advogada, mãe de Deus e minha.

A minha família por me apoiar, dar força e ser o alicerce que precisei durante toda a jornada, a minha mãe (Mª das Graças) por ser minha mãe, pelos cuidados e amor de mãe; a minha irmã Vitória, pelo incentivo, exemplo de perseverança.

A minha esposa (Jacqueline) e aos meus filhos (Willian, Alice e Ana Cecília) que foram afetuosos, sempre estiveram ali dando a atenção que precisava, foram compreensivos, foram o alicerce, o equilíbrio fundamental para essa conquista, exemplos de amor.

Aos meus colegas de curso e aos meus professores do Mestrado pelas belíssimas reflexões sobre como fazer educação em nosso país e no mundo.

Ao meu amigo e parceiro de curso Gilmar Lima, pela paciência e pelas grandes contribuições na caminhada como pesquisadores e para a vida. É, de fato o curso termina, mas, a amizade permanece.

Ao meu orientador Dr. Anibal Maciel que soube guiar-me com zelo, compromisso e sabedoria rumo ao conhecimento, rumo ao novo.

Às professoras Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo e Dra. Severina Andréa Dantas de Farias, por comporem a comissão examinadora e contribuir com sugestões enriquecedoras relevantes à melhoria da pesquisa.

Aos meus alunos do Ensino Fundamental e Médio do município de Picuí, por me deixar ser parte da vida educacional de vocês – obrigado pela oportunidade.

Aos colegas profissionais da Secretaria Municipal de Educação de Picuí e da Escola Estadual de Ensino Médio Felipe Tiago Gomes pelo o entendimento e o incentivo.

Enfim, a todos aqueles que contribuíram com essa conquista, a Prefeitura Municipal de Picuí e de modo especial a todos que fazem o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB.

A Matemática é um fenômeno cultural; um conjunto de ideias, conexões e relações desenvolvidos para que as pessoas compreendam o mundo.
Em sua essência, a matemática trata de padrões. (BOALER, 2018, p.22)

RESUMO

Num cenário de reflexão sobre o ensino de Matemática, o papel do professor e as dificuldades de aprendizagem dos alunos, a presente pesquisa insere-se nesse debate, abordando a temática do uso do Laboratório Interativo de Matemática (LIM), como alternativa para a mudança de visão de professores e alunos em relação a essa disciplina. Como questão norteadora, temos: quais as potencialidades dos materiais didáticos presentes em Laboratórios Interativos de Matemática da 4ª regional de ensino da Paraíba na produção de representações semióticas, em consonância com parâmetros instituídos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC)? Enquanto em relação ao objetivo geral, o propósito de analisar as potencialidades do acervo de um Laboratórios Interativos de Matemática, na perspectiva da produção de registros de representações semióticas e das orientações para o ensino de Matemática da Base Nacional Comum Curricular. Para fundamentarmos nosso trabalho, promovemos uma revisão teórica baseada em autores, dentre os quais destacamos: Lorenzato e Duval. A presente pesquisa se enquadrou como sendo de abordagem qualitativa, caracterizada como estudo exploratório, a qual permitiu observações e reflexões acerca do potencial do (MD) multiplano. Como resultados, entendemos que a pesquisa contribui tanto para a discussão sobre a implementação de laboratórios interativos de matemática nas escolas quanto para aprendizagem de alunos e professores frente a utilização de materiais presentes nesses laboratórios, com destaque para o kit multiplano. Concluímos que o uso do Multiplano pode contribuir diretamente para a apreensão de objetos matemáticos, se fazendo necessário que o professor adote uma postura adequada quanto a utilização do MD, devendo ser conhecedor: do conteúdo a ser aplicado; das funcionalidades do MD e seja capaz de planejar situações didáticas que estimule os alunos na construção de representações semióticas.

Palavras-chave: Ensino. Laboratório de Matemática. Representações.

ABSTRACT

In a reflection scenery about the Mathematics teaching, the role of the teacher and the students' learning difficulties, the current research inserts itself in this debate, approaching the thematic of the usage of the Laboratório Interativo de Matemática [*Interactive Mathematics Laboratory*] – LIM, as an alternative to the change of views from teachers and students related to this subject. As northing question, we have: what are the potentialities of the didactic materials present in Interactive Mathematics Laboratories in the 4th teaching regional in Paraíba in the production of semiotic representations, in consonance to parameters instituted by the Base Nacional Comum Curricular [*Common National Curriculum Base*] – BNCC? While in relation to the general objective, the purpose of analyzing the potentialities of the collection of an Interactive Mathematics Laboratories, in the perspective of the production of records of semiotic representations and of the guidelines for the teaching of Mathematics of the Common National Curricular Base. In order to substantiate our work, we have promoted a theoretical review based on authors, among which we highlight: Lorenzato and Durval. The current research fits itself as from qualitative approach, characterized as exploring study, which has allowed observations and reflections on the potential of the Multiplan didactic material. As results, we have understood that the research contributes both for the discussion on the implementation of interactive mathematics laboratories in schools and the learning of students and teachers facing the usage of materials present in these laboratories, highlighting the Multiplan kit. We have concluded that the usage of the Multiplan may directly contribute to the gathering of mathematical objects, being necessary that the teacher adopt an adequate posture referring to the usage of the DM, being a knower: of the content to be applied, of the DM functionalities and be capable of plan didactic situations that stimulate the students in the building of semiotic representations.

Keywords: Teaching. Mathematics Laboratory. Representations.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE DIAGRAMAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

BDTD – Biblioteca Digital de Teses e Dissertações

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNE – Conselho Nacional de Educação

COVID-19 - Coronavirus Disease 2019

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

LEM – Laboratório de Educação Matemática

LIM – Laboratório Interativo de Matemática

LDBEN – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação

LM – Laboratório de Matemática

LNDBE – Lei Nacional de Diretrizes e Bases da Educação

MD – Material didático

OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

OMS – Organização Mundial de Saúde

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PNAIC – Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa

PPP – Projeto Político Pedagógico

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Alunos

SARS-COV2 - Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2

SUS – Sistema Único de Saúde

TRRS – Teoria dos Registros de Representações Semióticas

UEPB – Universidade Estadual da Paraíba

UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

UFPB – Universidade Federal da Paraíba

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco

UNICSUL – Universidade Cruzeiro do Sul

USP – Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO

Atualmente, vivemos num mundo com grandes transformações, em que as notícias e as informações chegam até as pessoas numa velocidade considerável. O avanço tecnológico, em especial nas áreas de informação e comunicação, é um dos grandes responsáveis por tantas mudanças na sociedade. Por sua vez, a escola não tem acompanhado toda essa transformação e em alguns casos o ensino ainda ocorre como em décadas atrás, porém, há grandes exigências para os professores, e se faz necessário conforme cita D'Ambrósio (2014, p. 75) dar ao professor "uma percepção geral dos vários campos de conhecimento que lhe permitirão perceber a situação da microssociedade, que é a sala de aula, na qual ele vai exercer sua docência".

Ao considerarmos a escola como uma instituição social, teremos alguns desafios quanto ao ensino de Matemática que é ministrado nesse ambiente, conforme cita Schneider (2019, s/p), "o ensino e aprendizagem da Matemática deve ser bem trabalhado, para que futuramente os alunos não apresentem dificuldades graves, quanto à construção deficiente do pensamento lógico-abstrato". E essa mesma autora é enfática ao colocar que em alguns casos nem os conteúdos mínimos são ministrados, sendo uma disciplina do currículo que não é bem vista pela maioria dos alunos. Entendemos que o insucesso de professores e alunos contradiz a importância que a Matemática é aplicável às mais diversas áreas da nossa vida, inclusive ao nosso dia a dia, parece-nos que devido à defasagem em sua aprendizagem o aluno não consegue entender o que lhes é apresentado e muitas vezes a sociedade não reconhece a importância dessa ciência.

> Atualmente o ensino da Matemática se apresenta descontextualizado, inflexível e imutável, sendo produto de mentes privilegiadas. O aluno é, muitas vezes, um mero expectador e não um sujeito partícipe, sendo a maior preocupação dos professores cumprir o programa. Os conteúdos e a metodologia não se articulam com os objetivos de um ensino que sirva à inserção social das crianças, ao desenvolvimento do seu potencial, de sua expressão e interação com o meio (SCHNEIDER, s/p).

Há uma necessidade de buscarmos entender o que se passa na escola, especialmente no ensino de Matemática, concebermos porque ainda persiste o fato de que a maioria dos alunos não gostarem de Matemática, porém concordamos que o ensino de Matemática deve ser problematizador, nessa direção Machado (2014, p. 15) argumenta que a Matemática "é um meio para a formação pessoal, desempenhando papel fundamental na articulação entre a expressão e a compreensão de fenômenos”. Sendo assim, o professor de matemática é desafiado a inovar em suas aulas e buscar alternativas para atender as necessidades de seus alunos, que possa vir a contribuir com o seu crescimento e propiciar a aprendizagem, bem como, ser capaz gerar reflexões sobre sua prática docente.

O presente trabalho de pesquisa abordou a temática do uso do Laboratório Interativos de Matemática (LIM), mais precisamente, tratou-se do projeto do Governo da Paraíba na distribuição de Laboratórios Interativos de Matemática para as escolas públicas. Esse trabalho de pesquisa emergiu a partir do desejo de colaborar com aqueles que vivem e fazem matemática na escola e fora dela, tendo em vista a necessidade de adotarmos metodologias de ensino que possibilitem melhorar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

1.2 JUSTIFICATIVA

A docência, como qualquer outra profissão, exige esforço, dedicação, estudo, porém, ensinar hoje não tem sido uma tarefa fácil. Para isso, também é exigido formação constante, já que ensinar não é só transmitir conhecimento, é também aprender, uma busca constante por novos conhecimentos. Nessa busca, há aqueles que contribuem significativamente para esta finalidade, mas em nosso caso, a educação básica não nos despertou para a pesquisa, para o novo, pois nela, ensinar se resumia em expor o conteúdo no quadro (muitas vezes o professor transcrevia o que estava escrito no livro básico) e resolver exercícios, até o livro básico era pouco explorado pelos professores da época.

O ensino de Matemática na escola básica não era gratificante, pois não conseguíamos estabelecer sentido no que estávamos estudando, nem recebíamos estímulos para fazer diferente daquilo que nos ensinavam. Era algo mecânico, devíamos seguir algumas regras padronizadas, basicamente o roteiro que estava nas anotações do professor. Nesse sentido, concordamos com Medeiros (2005, p. 18), quando argumenta que “comumente o ensino de matemática vem sendo apresentado, quer em aulas, quer em livros-texto, traz a ideia de tudo pronto, onde a busca das soluções das questões não é vivida com o aluno”.

Desse modo, não conseguíamos estabelecer uma conexão entre o ensino de Matemática ministrado pela a escola e o nosso cotidiano. Muitas vezes o ensino de Matemática nos foi apresentado como um castigo, pois se algum colega não se comportasse nas aulas, a maneira que o professor encontrava para puni-lo era colocá-lo para escrever de 1 até 1000. Isso traumatizou muitos alunos em relação à Matemática, transformando a visão que tinha, em algo negativo e isso se perdurou até os dias atuais. Fatos dessa natureza ainda hoje repercutem em nossas crianças, pois seus pais já têm isso em mente de quando estudantes e acabam passando para os filhos os aspectos negativos que viveram. Conforme cita Machado (2014, p. 127), “o modo como se ensina matemática é tributário do modo como são concebidas as relações entre a matemática e a realidade”.

O envolvimento maior com essa área se deu a partir de experiências gratificantes como docente do ensino básico, explorando mesmo que timidamente, materiais manipuláveis em nossas aulas. Entretanto, na nossa formação inicial de graduação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN vivenciamos poucas experiências com o uso de Laboratórios de Matemática, porém nos despertou para a necessidade de posteriormente aprofundarmos mais nossos conhecimentos sobre a temática. Nas atividades lá realizadas apenas observamos o que seria o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), discutimos sobre os materiais que compunham o laboratório e participamos de algumas oficinas: Microsoft Excel: uma ferramenta para professores; construção de sólidos geométricos a partir de canudos; atividades com material dourado, blocos lógicos, ábacos; e uma disciplina chamada desenho geométrico. Consideramos que essas experiências, apesar de importantes, foram insuficientes para a nossa formação docente, em relação à temática aqui abordada.

Além do mais, vivenciamos atividades dessa natureza, como professor formador de turmas do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), no caso para professores alfabetizadores, nos anos de 2014 e 2015, no município de Picuí-PB, formação coordenada pela Universidade Federal da Paraíba – UFPB. A partir da formação do PNAIC pudemos incentivar outros professores a criarem espaços em suas salas de aulas, que favorecessem os alunos a uma reflexão sobre o conteúdo que estudavam. Alguns casos serviam de suporte para aprendizagem, outros casos como desafios para um novo saber, considerando também a ludicidade.

Uma vez já como aluno regular do Programa de Mestrado no Ensino de Ciências e Educação Matemática, participamos da disciplina Laboratório de Matemática na Formação de Professores, ministrada pelo professor Aníbal de Menezes Maciel, na qual realizamos a leitura de textos que discutiam a importância do LEM para aprendizagem de alunos e professores e de teorias que embasam o processo de ensino aprendizagem, as quais fundamentam o uso do LEM. Também pudemos analisar e avaliar materiais didáticos existentes no laboratório da universidade e debater com colegas sobre como se daria sua utilização em sala de aula regular, bem como, que tipo de abordagens o professor poderia realizar com os alunos. Além do mais, realizamos oficinas e produzimos materiais didáticos inéditos, entre os quais materiais concretos e jogos.

Nessa direção, percebemos que o ensino de Matemática necessita de novos olhares por parte dos professores, tendo em vista que os resultados apresentados não são satisfatórios nem para os alunos e nem tão pouco para os professores. Temos vivenciado uma verdadeira correria de alguns docentes em busca de inovações em suas aulas, o que não tem sido suficiente para superar a insatisfação e os baixos índices de desempenho dos alunos nesta disciplina. Tais parâmetros, sejam internos ou externos, revelam que precisamos de mudanças, o que acarreta um grave problema social, em relação à formação adequada dos alunos, considerando a importância da Matemática como instrumento de compreensão e de desenvolvimento da sociedade. Sadovsky (2007, p. 13) disserta dizendo:

> Se faz necessário refletir sobre os fundamentos do trabalho de ensinar matemática, de encontrar um sentido mais apropriado, de ter uma convicção profunda a defender. Entendemos que a didática não pode ignorar o contexto social e político no qual está, necessariamente, inserida, mas entendemos também que a didática não se dilui nesse mesmo contexto.

Também concordamos com Lorenzato (2010, p. 1) quando o mesmo coloca que “o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos alunos”. E o uso de laboratórios do LEM como apoio ao trabalho do professor vem contribuir para novas perspectivas no ensino de Matemática.

Além do mais, socialmente argumentando, nossa pesquisa se justificou como relevante na perspectiva de contribuição para o desenvolvimento dos educandos, levando em conta o estímulo aos alunos em desejarem aprender Matemática, promovendo as relações entre estes, na busca conjunta de soluções aos desafios apresentados. Desta forma, contribuir no desenvolvimento de capacidades como: autonomia; autodidatismo; perseverança; confiança; vontade de aprender; construção de conceitos; espírito investigativo, dentre outras capacidades. Lorenzato (2012, p. 7-8) colabora nesse sentido, dizendo:

> Mesmo em condições desfavoráveis, o LEM pode tornar o trabalho altamente gratificante para o professor e a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno, se o professor possuir conhecimento, crença e engenhosidade. Conhecimento porque, tendo em vista que ninguém ensina o que não sabe, é preciso conhecer matemática mas também metodologia de ensino; crença porque, como tudo na vida, é preciso acreditar naquilo que se deseja fazer, transformar ou construir; e engenhosidade, porque, muito

> frequente, é exigida do professor um boa dose de criatividade, não só para conhecer, planejar, montar e implementar, como também para orientar seus alunos e transformá-los em estudantes e, de preferência, em aprendizes também. (LORENZATO, 2012, p. 7-8)

Politicamente, para efeito da formação para cidadania e ética, o ensino ministrado com o auxílio do LEM pode auxiliar o aluno na leitura da realidade, compreensão de conteúdos matemáticos, na construção de estratégias, na comprovação e justificativa de resultados, na criatividade, na iniciativa pessoal, no trabalho coletivo, na autonomia e na sua interação com o mundo em que vive contribuindo para sua formação crítica e participativa. Sendo assim, concordamos com Rêgo e Rêgo (2012, p. 43) quando diz que "a partir da utilização adequada dos materiais presentes nos laboratórios, os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos".

Através dos materiais presentes no LEM, o aluno poderá estabelecer uma conexão entre a Matemática que se vive na escola e o seu cotidiano, pois, quando o aluno estabelece significado naquilo que está aprendendo, através de ações refletidas sobre objetos concretos, aumenta a possibilidade de ocorrer a aprendizagem, mediado pela ação do professor, com base na relação entre teoria e prática. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> [...] a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. O exercício da cidadania plena está relacionado com o direito à educação. (BRASIL, 1998, p. 27).

É de pensarmos o porquê de tantas dificuldades do cidadão quando falamos em conhecimento matemático? Não precisamos ir longe para pensar numa possível resposta a esta indagação, pois muitos não aprendem Matemática porque não conseguem estabelecer nenhum sentido ao que está sendo estudando. Concordamos com o fato de que a Matemática a ser ensinada precisa de estratégias lúdicas, de manipulação de objetos concretos e problematização. Nessa linha de pensamento concordamos com os PCN quando diz que:

> A Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão, ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade de enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 26).

Nesse contexto, acreditamos que tanto o aluno quanto o professor não precisam ter medo de errar, pois o desafio é para ambos, porém ainda vivemos no tempo em que até admitimos o erro do aluno, mas não admitimos o erro do professor. Entendemos que isso trava todo o processo de ensino e aprendizagem, defendemos que o erro deve ser encarado como parte do processo de aprender, mas isso têm conduzido alguns professores a se retraírem e por não se considerarem capacitados, apenas fazem uso em salas de aula de técnicas tradicionais de ensino.

> O medo frequente de se exporem ao erro, isto é, a insistência de não se mostrarem como de fato são, pessoas em contínua formação intelectual, faz com que professores e alunos não busquem, na sala de aula, novos caminhos, ao resolverem os problemas matemáticos. Isso contribui para o ocultamento do ato de criação na Matemática, pois este reside em um trabalhoso caminho de busca. Buscar com os alunos caminhos ainda não trilhados, e não apenas os já constantes na memória do professor, poderia propiciar um aprendizado mútuo, mais verdadeiro e mais próximo do ato de criação matemática. (MEDEIROS, 2005, p. 23).

Por outro lado, entendemos que o exercício da cidadania fica comprometido se essas relações entre professor e aluno não forem bem resolvidas, têm que haver confiança de ambos. O professor desde os anos iniciais deve estimular o aluno a saber calcular, medir, raciocinar, enfim, conseguir aprender e colocar em prática o que aprende, caso contrário dificultará o desenvolvimento pleno da cidadania do mesmo.

Dito isso, concordamos com os PCN quando aborda que a Matemática deve:

> Desempenhar seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (BRASIL, 1998, p. 25).

Além do mais, em relação a aspectos pedagógicos, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDBEN (BRASIL, 2013) deixa claro que deve existir pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas, assim como liberdade de ensinar. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) defende que as escolas devem desenvolver projetos de ação para fazer o elo entre o abstrato e o concreto. Na parte dedicada a indicar *alguns caminhos para fazer Matemática na sala de aula os PCN (BRASIL, 1998, p. 19) destacam:*

> Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) também defende a ideia de que o ensino de Matemática deve retomar as vivências cotidianas dos indivíduos com números, formas e espaço, para iniciar uma tematização dessas noções, em processo contínuo que conduza a comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação. Durante toda a educação básica, especialmente no Ensino Médio, os alunos devem ser estimulados a processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados.

> [...] A aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas, incluindo a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática, devendo estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BRASIL, 2018, p. 276).

Nessa direção, as atividades promovidas através do LEM ganham cada vez mais espaço, sendo amplamente reconhecidas por pesquisadores da Educação Matemática, o que torna o nosso trabalho relevante também sob esse aspecto. Nesse sentido, realizamos uma pesquisa sistemática no dia 28 de janeiro de 2020, no catálogo de teses e dissertações da CAPES no endereço eletrônico https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/ e no banco de dados da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD, utilizando as seguintes palavras chaves: laboratório interativo de matemática e representações semióticas. Essas palavras chaves utilizadas, demonstram a correlação entre nosso objeto de estudo e aquilo que queremos produzir com esse trabalho, ao realizar a busca no banco de dados da CAPES encontramos 1.203.162 pesquisas na área objeto de estudo. Vejamos a tabela 1 abaixo após o refinamento dos resultados.

Tabela 1 - Trabalhos acadêmicos no banco de dados da CAPES sobre LIM e TRRS

Refinamento dos dados	Número de pesquisas encontradas
Últimos quatro anos (2016, 2017, 2018, 2019)	312.726
Área de concentração (Educação Matemática)	533
Nome do programa (Ensino de Ciências e Matemática)	38

Fonte: CAPES

Já no banco de dados da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD, ao realizar a pesquisa considerando os últimos quatro anos e utilizando as mesmas palavras chaves, não encontramos nenhum dado para a pesquisa, porém, ao colocarmos Laboratório Interativo de Matemática - LIM, foram encontradas 35 pesquisas relacionadas a temática, em que consideramos as mais relevantes conforme demonstradas no quadro 1.

Quadro 1 - Dados sobre pesquisas relacionadas ao LIM

Autor	Objetivo	Resultados	Instituição de defesa
Amaral (2016)	Apresentar uma pesquisa desenvolvida a respeito do Laboratório Interativo de Matemática (LIM), doado pelo Governo do Estado da Paraíba para a maioria das escolas da rede estadual.	O LIM não está de acordo com o que a literatura apresenta a respeito da implantação e utilização do Laboratório de Matemática na escola, além disso, a maneira como ele foi implantado pode criar concepções erradas a respeito do LEM.	UEPB
Carvalho (2016)	Criar uma sala ambiente permanente de estudo de matemática a fim de proporcionar aos alunos um espaço diferenciado para o aprendizado da matéria.	Foi constatado, por meio de questionários, observação do comportamento e das avaliações, uma melhora no entendimento dos conceitos de função e de trigonometria. Além disso, observou-se um aumento na compreensão de problemas matemáticos colocados pelo professor/pesquisador, amenizando a ansiedade em relação à matemática.	USP

Fonte: BDTD

Assim, nossa pesquisa se justificou também pelo caráter didático pedagógico, com grande relevância para o processo de ensino e aprendizagem, unindo o material que muitas vezes esteja presente na escola (obsoletos), não necessariamente num espaço específico (LEM), ou que venha ser interativo (LIM) e, através dele, estimular no aluno o gosto pela Matemática, e no professor trazer o estímulo para ensinar Matemática, buscando desenvolver algumas habilidades como: perseverança, confiança, autonomia, autodidatismo no intuito de aprender e fazer Matemática.

Defendemos ser fundamental gerar reflexões sobre a prática docente e como ela pode influenciar diretamente na aprendizagem dos alunos, estimulando-os a investigar, a buscar relações, propriedades e regularidades entre objetos matemáticos, configurando-se em elemento decisivo para o entendimento e proposições de alternativas para a superação de problemas vivenciados, na atualidade, nesta área.

Quanto à importância para a própria Matemática, o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) se configura como um propulsor de recursos adequados ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Através de ensaios e erros, os alunos são desafiados a ativarem o conhecimento prévio, a desenvolverem o raciocínio lógico-dedutivo, a interagirem significativamente com o meio, a relacionar o concreto ao abstrato, a generalizar. Rêgo e Rêgo (2012, p. 41) complementa, argumentando que:

> O LEM em uma escola constitui um importante espaço de experimentação para o aluno e, em especial, para o professor, que tem a oportunidade de avaliar na prática, sem as pressões do espaço formal tradicional da sala de aula, novos materiais e metodologias.

Nesse contexto, o Governo do Estado da Paraíba distribuiu nos últimos anos em algumas escolas de todas as suas regionais, e em particular na 4ª Gerência Regional de Ensino do Estado da Paraíba, Laboratórios Interativos de Matemática, portanto, justificou-se relevante a presente pesquisa, em função de tão importante iniciativa. Realizamos a nossa investigação de acordo com os nossos objetivos e metodologia propostos a seguir, no sentido de avaliar e dar uma contribuição efetiva para o sucesso dessa ação governamental.

Considerando as orientações do movimento de Educação Matemática, na perspectiva de sugestões do uso de metodologias diversas para o trabalho do professor de Matemática em sala de aula, e para que essas metodologias possam favorecer a aprendizagem, consideramos adequada a destinação de LIM às escolas públicas. Outrossim, entendemos que se faça necessário estudo e pesquisa desse material, como de enriquecer cada vez mais o fazer pedagógico e atribuir um maior sentido ao seu uso.

No presente estudo argumentamos a relevância também em função da sua fundamentação teórica, conforme a teoria de Raymond Duval que investiga a aprendizagem matemática e o papel da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) para a apreensão do conhecimento matemático. Algumas pesquisas brasileiras têm se apoiado na TRRS, proposta por Duval que considera importante um ensino ajustado aos registros semióticos, conforme descriminação no quadro 2, sendo que realizamos uma busca no banco de dados da CAPES com as seguintes palavras-chave "representações semióticas", no refinamento colocamos, últimos três anos (2017, 2018 e 2019) e área de concentração "ensino de ciências e matemática", encontramos 55 pesquisas, sendo que dessas escolhemos 2 que melhores se adequam ao nosso objeto de estudo.

Quadro 2 - Pesquisas sobre Teoria dos Registros de Representações Semióticas

Autor	Título	Objetivo	Instituição de ensino
Felipe (2018)	Investigar e explorar o gráfico da função quadrática com o geogebra: reflexões em uma sequência didática sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.	Verificar em que medida a utilização do *software* GeoGebra poderá auxiliar os alunos do 1º ano do Ensino Médio na interpretação gráfica da função quadrática.	Colégio Pedro II
Padilla (2019)	Um estudo sobre a aprendizagem dos Números Racionais à luz da Teoria dos Registros de representação semiótica.	O objetivo desta investigação é verificar como a mobilização das diferentes representações de um mesmo objeto, podem contribuir na aquisição dos conceitos relacionados aos Números Racionais com uma maior articulação entre a representação fracionária e a representação decimal.	UNICSUL

Fonte: CAPES

Conforme cita Flores (2006), o interesse de Raymond Duval está, principalmente, no funcionamento cognitivo do aluno,

> Para ele, o pensamento é ligado às operações semióticas e, consequentemente, não haverá compreensão possível sem o recurso às representações semióticas. Não obstante, as representações no domínio da matemática são consideráveis, já que os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, só podem sê-lo por sua representação, lembrando

> que um mesmo objeto matemático poderá ter representações diferentes, dependendo da necessidade e do uso (FLORES, 2006, p. 3).

Desse modo, entendemos que o LIM se apresenta como um potencial que pode favorecer o ensino ministrado pelo professor e possibilitar aos alunos a superação de dificuldades encontradas em alguns conteúdos matemáticos ministrados na escola, contribuindo para que o aluno possa refletir entre o que se sabe e o que se busca aprender.

1.3 PROBLEMÁTICA E OBJETIVOS

1.3.1 Questão norteadora

Considerando o que expomos até aqui, tivemos como questão norteadora: quais as potencialidades dos materiais didáticos presentes em Laboratórios Interativos de Matemática da 4ª regional de ensino da Paraíba na produção de representações semióticas, em consonância com parâmetros instituídos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC)?

1.3.2 Objetivo geral

Analisar as potencialidades do acervo de um Laboratórios Interativos de Matemática, na perspectiva da produção de registros de representações semióticas e das orientações para o ensino de Matemática da Base Nacional Comum Curricular.

1.3.3 Objetivos Específicos

- Selecionar um Laboratório Interativo de Matemática dentre as escolas da 4ª Regional de Ensino do Estado da Paraíba que dispõem desse recurso;
- Investigar quais materiais didáticos do laboratório selecionado têm manual de uso;
- Selecionar um dos materiais para desenvolver um estudo mais profundo na perspectiva das teorias envolvidas na pesquisa;
- Elaborar um Guia de Orientações Didáticas sobre o uso do material selecionado para análise, baseadas na produção de representações semióticas e nas orientações da Base Nacional Comum Curricular.
-

1.4 CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA: PERCURSO METODOLÓGICO

A configuração de uma metodologia de pesquisa direciona o trabalho, oferecendo os recursos necessários para sua execução, análise e interpretação dos dados. Nossa análise das potencialidades do material disponível no LIM iniciou-se por selecionar um laboratório, investigar os materiais didáticos (MD) presentes nele e selecionar um material para análise.

Assim, tivemos uma visão do que é um LIM, com seus respectivos materiais que o compõem e como está sendo feita sua utilização em escolas públicas da 4ª regional de ensino da Paraíba. Entendemos que o fazer pedagógico, a capacidade de superação e a vontade de aprender são os sustentáculos motivacionais que nos guiou durante essa pesquisa, dando-nos a capacidade de envolver aqueles que estiveram ao nosso redor.

Em muitos casos e locais, ouvimos relatos das grandes dificuldades na utilização de recursos didáticos pela equipe docente, chegamos a perceber que na nossa realidade os materiais que compõem o LIM estão sem uso, ficando em algum espaço ocioso da escola. É de supormos também, como uma das possíveis variáveis, que se não estão sendo utilizados, é porque os docentes não se sentem seguros para isso.

Para buscarmos respostas para nossas inquietações, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa. Já que a pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares:

> É meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, os dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados. (CRESWELL, 2010, p. 26).

De acordo com Creswell (2010), em todo o processo de pesquisa qualitativa, o pesquisador mantém um foco na aprendizagem do significado que os participantes dão ao problema de pesquisa. Isso foi considerado durante toda a pesquisa como uma maneira de melhor orientar a produção do produto final dessa investigação científica.

A presente pesquisa qualitativa adota a característica de pesquisa exploratória. De acordo com Gil (2008, p. 27):

> As pesquisas exploratórias têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores. De todos os tipos de pesquisa, estas são as que apresentam menor rigidez no

> planejamento. Habitualmente envolvem levantamento bibliográfico e documental, entrevistas não padronizadas e estudos de caso. Procedimentos de amostragem e técnicas quantitativas de coleta de dados não são costumeiramente aplicados nestas pesquisas.

Porém, para Cervo et al (2007, p. 63) a pesquisa exploratória “é o passo inicial no processo de pesquisa pela experiência e um auxílio que traz a formulação de hipóteses significativas para posteriores pesquisas”. Entendemos que, para sua realização, se fez necessário planejamento, análise, intervenções e mediações que favorecessem seu desenvolvimento. Dentre as escolas que compõem a 4ª regional de ensino escolhemos uma para analisar os materiais presentes no seu LIM. Para isso, adotamos a pesquisa exploratória, que conforme orientado por Gil (2008, p. 27):

> Pesquisas exploratórias são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato. Este tipo de pesquisa é realizado especialmente quando o tema escolhido é pouco explorado e torna-se difícil sobre ele formular hipóteses precisas e operacionalizáveis.

Os sujeitos da pesquisa foram os professores e demais envolvidos (gestores escolares, gerente regional de ensino) com o LIM existentes na escola que compõe a 4ª Gerência Regional de Ensino do Estado da Paraíba. Logo, o foco dessa pesquisa foi o professor, não desconsiderando os discentes, referências primordiais que compõem o universo escolar.

Nossa pesquisa se configurou em quatro grandes etapas: introdução, desenvolvimento, análise dos dados e produção de produto final. Na *introdução*, definimos as subetapas da pesquisa: apresentação, justificativa, definição da questão norteadora, objetivos e desenho metodológico a ser seguido.

A segunda etapa, *desenvolvimento*, consistiu na identificação, investigação, conhecimento, aprofundamento teórico em relação ao LEM bem como discussões e análise de potencialidades da representação semiótica para o processo ensino-aprendizagem do objeto matemático.

Na terceira etapa, *caminho da pesquisa*, ocorreu após a organização dos dados coletados, tratamos de analisá-los, considerando o referencial teórico e alguns critérios de análise pré-definidos, fazendo uma relação com os materiais presentes no LIM e seu potencial na contribuição para a representação semiótica conforme citada por Raymond Duval.

A quarta etapa foi definida como construção do *produto educacional*, desenvolveremos nesta etapa um material didático, na qual chamaremos de guia de orientações didáticas. Costa; Costa (2015, p. 64), nos deixa claro que material didático (ou recurso didático) "é qualquer material intencionalmente elaborado para facilitar os processos de ensino e aprendizagem". Em nosso caso, mais uma vez concordamos com os autores Costa e Costa (2015. p. 65) quando estes falam que as funções dos materiais didáticos são de: "fornecer informações; motivar o processo educativo; exercitar habilidades; proporcionar simulações; avaliar conhecimentos e habilidades e proporcionar ambientes para a expressão e criação".

Pretendemos com esse produto educacional contribuir com o processo de ensino e aprendizagem em Matemática, já que muitas vezes o professor não faz uso de um determinado material, porque lhes falta o conhecimento necessário, assim, pensamos e estruturamos um material que realmente atendesse a essa demanda e servisse como orientador do trabalho docente, que fosse didático, eficiente e de fácil acesso.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

A pesquisa aqui apresentada foi dividida em cinco capítulos. No Capítulo 1, foi apresentado a introdução, a apresentação, a justificativa, a problemática, seguidas da questão norteadora, objetivos da pesquisa, configuração da pesquisa e estrutura do trabalho. O Capítulo 2 abordou o surgimento do Laboratório de Matemática e reflexões sobre o uso de material didático manipulável durante a ação experimental. Para isso consideramos a fala de alguns autores como Rodrigues, Gazire (2015), Rêgo (2012), Lorenzato (2010).

No Capítulo 3, houve uma discussão em torno do ensino de Matemática, bem como o Registros de Representação Semióticas de Raymond Duval (2003, 2005, 2009, 2011, 2012), cuja teoria analisa o conhecimento matemático, levando em consideração a relação entre três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão de uma representação para outra. Servindo de fundamentação para nossos estudos: D'Amore, Pinilla e Iori (2015) os quais apontam os primeiros elementos primitivos da semiótica.

Já o Capítulo 4 foi responsável pelo desenvolvimento de nossa pesquisa, em que apresentamos todo o processo (caminho da pesquisa) de organização e análise dos dados, incluindo fases de execução, mostrando todo o caminho percorrido (pré-análise, exploração do material, o tratamento dos resultados obtidos e interpretação dos dados). Discutimos a relevância das informações adquiridas para a nossa pesquisa, comprovando nossa hipótese e alcançados os objetivos traçados, bem como sua contribuição para o ensino de matemática, o crescimento profissional de professores e da educação matemática, apresentando as conclusões da pesquisa de campo.

Por fim, no Capítulo 5, foram apresentadas as considerações finais acerca de toda a pesquisa, incluindo resultados e sugestões de caminhos para futuras pesquisas sobre o assunto. Falamos também acerca do trabalho desenvolvido, de nossa experiência enquanto pesquisador e enquanto sujeito da pesquisa, já que o desenvolvimento do presente estudo possibilitou uma análise de materiais presentes em laboratórios de matemática, sua contribuição para a aprendizagem de conteúdos matemáticos e sua validação a partir da TRRS propostas por Duval.

Na perspectiva de um Mestrado Profissional, foi desenvolvido um Guia de Orientações Didáticas, dos materiais presentes em alguns Laboratórios de Matemática, com sugestões de atividades, de conteúdos e de leituras que venham a contribuir com a aprendizagem Matemática. Servindo de orientação para que o professor em seu dia-a-dia possa planejar suas aulas com mais facilidade e de posse de um roteiro básico possa explorar melhor o material junto a seus alunos com novas situações didáticas.

2. LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA ALTERNATIVA PARA A MELHORIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Diante nossas observações e estudos acreditamos que o espaço escolar deva ser pensado como algo que contribua para o crescimento do indivíduo que lá frequenta, desse modo se justifica a importância de laboratórios em escolas como uma ação que pode favorecer a essa contribuição. De modo que diretamente e se forem feitas a utilização conforme exigências, esse contribuirá para um ensino e aprendizagem mais significativo.

Estamos cientes que hoje algumas escolas já dispõem de laboratórios seja ele de Matemática, de Química, de Física, enfim, mas especialmente falando do Laboratório de Matemática (LM) para identifica-los nas escolas são usadas algumas nomenclaturas e até algumas maneiras diferentes de se compreender e definir o que seria esse laboratório, nomenclaturas do tipo: Laboratório de Matemática (LM); Laboratório de Ensino de Matemática (LEM); Laboratório de Interativo de Matemática LIM.

Quando falamos em LIM ou LEM, acreditamos que essas expressões sejam usadas basicamente para identificar uma mesma coisa, assim, com base nessa reflexão, encontramos em Lucena (2017) uma boa descrição para o LEM, que de acordo com a autora:

> O LEM é o espaço propício e indispensável ao contexto escolar, em que há um ambiente favorável à aproximação da matemática teórica com a matemática prática. No LEM, a utilização de materiais como jogos, livros, vídeos, computadores, materiais manipuláveis, materiais para experimentos com a matemática (tesoura, compasso, régua, fita métrica, isopor, transferidor, softwares educativos, etc.), dentre outros, permitirá ao professor o planejamento e a execução da aula com maior qualidade, tornando-o capaz de fomentar nos seus alunos a curiosidade, a criatividade e a participação nas aulas, fazendo-os sujeitos ativos nos processos de aprendizagem. As atividades desenvolvidas no LEM devem permitir aos alunos, além da aprendizagem, a experimentação da genuína construção do pensamento matemático que se dá através do exercício prático, fundamentando o pensamento abstrato, tão característico desta disciplina. (LUCENA, 2017, p. 9).

Já em relação ao LIM, concordamos com o que diz a Empresa Brink Mobil (2020),

> O LIM é uma proposta pedagógica dinâmica que proporciona aos alunos uma aprendizagem significativa, associando o conhecimento matemático à prática social. Os materiais e os equipamentos do LIM são acondicionados em uma unidade de armazenagem cuja concepção facilita a rápida localização de cada item, além de possibilitar o planejamento compartilhado de atividades.

Em nossa pesquisa adotamos especificamente a expressão LIM, tendo em vista que melhor especifica nosso objeto de estudo e que de certa forma contempla características de espaços LEM, já que o LIM numa escola acaba por ocupar um ambiente em que é capaz de também ampliar as possibilidades de ensino e aprendizagem da Matemática escolar, auxiliando atitude de aprendizagem de todos aqueles que contemplam do espaço e seus materiais frente à Educação Matemática.

2.1 O ENSINO DE MATEMÁTICA HOJE

Estabelecer uma definição do que seja a matemática é muito difícil, mas a priori a palavra Matemática derivada da palavra grega *matemathike*, significa *ensinamentos*[1]. E buscar compreender esses ensinamentos tem sido desafiante para professores e alunos em todo o mundo, através dos tempos e da história da humanidade.

Hoje, alguns até falam que o ensino de matemática tem contribuído significativamente para a exclusão escolar. Sendo assim, é de nos questionarmos: será o conhecimento matemático que é difícil ou é o modo como temos ensinado aos nossos alunos? Não temos uma boa formação educacional (alguns professores não valorizam o ato de estudar e de ensinar) desde a escola básica à universidade (currículos que não tem contribuído para a formação docente). Neste contexto, Sadovsky (2007, p. 15) argumenta: “revisar a matemática que vive na escola, interrogá-la, analisá-la, é imprescindível para conceber outros cenários”.

De fato, o ensino de matemática precisa ser revisto, não somente por teóricos, mas principalmente por aqueles que vivem de fazer Matemática. O professor deve criar situações didáticas que conduzam o aluno a exercitar a capacidade de pensar, criar e buscar soluções para as situações problemas apresentados. Não deve ser papel da escola fazer para o aluno, mas a escola deve sempre buscar estimular, desafiar este aluno a colocar em prática sua capacidade cognitiva.

Concordamos com Lorenzato (2010) quando este coloca que o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, traduzido na metodologia de ensino por ele empregada, aliada à sua liderança no poder de convencimento, principalmente na perspectiva do uso de laboratório de matemática, para o desempenho dos alunos. O professor é de fato a inspiração, o exemplo a ser seguido, é dele a responsabilidade de ensinar. Se cada docente se apoderasse dessa concepção e de fato tivesse mais tempo e fosse mais valorizado por isso, talvez tivéssemos um melhor aproveitamento dessa disciplina.

[1] https://www.ime.usp.br/~masaki/mat.html

Por outro lado, também se faz necessário um bom diálogo com os alunos. Não se faz Matemática sem essa aproximação, o professor deve ser capaz de interagir com os alunos para poder lançar desafios e gerar empatia. Para Freire (1996, p. 42):

> A tarefa coerente do educador que pensa certo é, exercendo como ser humano a irrecusável prática de inteligir, desafiar o educando com quem se comunica e a quem comunica, produzir sua compreensão do que vem sendo comunicado. Não há intelegilidade que não seja comunicação e intercomunicação e que não se funde na dialogicidade. O pensar certo por isso é dialógico e não polêmico.

Além do mais, Freire (1996, p. 52) defende que “saber ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”. Sendo assim, para que o professor possa criar possibilidades, se faz necessário estar aberto aos questionamentos dos alunos e junto com eles buscar o entendimento para a resolução de questões que muitas vezes este mesmo aluno julga complicado ou incompreensível, para assim, começar talvez a tornar o ensino de matemática mais humanizado. Nesse sentido Medeiros (2005) colabora dizendo que:

> [...] É necessário resgatar a Matemática que está inserida na codificação de toda uma realidade física e social, vivenciada pelos educandos, e analisar junto com eles, de forma dialógica, os diferentes significados atribuídos e as diferentes formas de pôr ordem nas ideias na construção desse conhecimento (MEDEIROS, 2005, p. 40).

A nosso ver, o professor de Matemática não deve ter como foco do seu ensino o incentivo à memorização, à repetição/resolução de listas de exercícios. Mas, deve dedicar parte do que faz na escola a contextualização do que ensina, uma situação problema bem contextualizada e explorada se torna relevante à prática educativa, principalmente na área da Matemática.

O professor de matemática deve ser o provocador de novos saberes, o estímulo que o aluno precisa para aprender, aquele que é capaz de organizar situações de aprendizagem. Devendo este, sempre considerar aquilo que Duval (2003), deixa claro ao dizer que o ensino de matemática não deve se preocupar em formar matemáticos, nem lhes dar instrumentos que lhes serão uteis mais tarde. Mas, deve contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. Deve-se inicialmente possibilitar a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino.

Hoje, boa parte dos alunos tem chegado à série/ano que acabara de ser matriculado faltando o básico, com desempenho insuficiente[2], geralmente com auto estima baixa e uma visão muito negativa da Matemática, enfim, a considera como uma *disciplina difícil*. Nessa direção Silveira (2002, p. 1) complementa:

> A justificativa que a comunidade escolar dá a esta "incapacidade" do aluno com esta área do conhecimento é que "matemática é difícil" e o senso comum confere-lhe o aval. Como matemática é considerada útil, o aluno não pode passar para a série seguinte sem atestar seu conhecimento na disciplina e desta forma aceita-se inclusive que o aluno seja reprovado apenas em matemática, nem que seja por décimos para atingir a média instituída pela escola onde estuda. O fato de a matemática reprovar significativamente o aluno na escola ser aceito sem contestações pela comunidade escolar, leva-nos a fazer algumas reflexões sobre o fracasso do aluno na disciplina, levando em conta a justificativa de que "matemática é difícil".

Toda essa visão negativa que circunda o ensino de matemática hoje exige de todos trabalhos constantes afim de que haja uma superação. Pois, para Boaler (2018, p. 21) “os estudantes se dão conta desde cedo que a matemática é diferente das outras matérias e que a aprendizagem é substituída por responder a perguntas e fazer provas, ou seja, desempenhar tarefas. Em sua maioria os alunos diriam que a matemática é uma matéria de cálculos, procedimentos ou regras”.

Já Lorenzato (2010, p. 23), acredita que “a falta de compreensão dos alunos conduz acreditarem que a matemática é difícil e que eles não são inteligentes, entre inúmeras outras consequências maléficas”. Também temos professores que se dedicam a missão de ensinar, e que também acabam encontrando em sala de aula alunos que se recusam a aprender, estão ali na sala de aula forçados.

Também concordamos que a aprendizagem forçada não é o caminho, mas com novas metodologias e um trabalho juntos as famílias podem propiciar melhores resultados e possivelmente mudaremos o modo em que nossos alunos pensam e enxergam as coisas. O professor tem que ser criativo, e perceber que não se ensina Matemática apenas seguindo resoluções de exercícios, mas também deve ser estimulado a fazer isso, temos que propiciar uma formação que de fato inspire mudança de atitudes, pois, a didática do professor só vai mudar quando em sua formação ele conseguir visualizar isso e sentir-se desafiado.

Considerando o fato de alguns alunos não gostarem de Matemática, essa disciplina se apresenta como uma área que mais reprova na escola[3] e isso tem contribuído para dados

---

[2] http://www.periodicos.unir.br/index.php/EDUCA/article/download/2129/2143
[3] http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_25/matematica.pdf

negativos como por exemplo: evasão, reprovação, distorção idade série. Entendemos que se há reprovação, se há abandono escolar, há fatores que contribuem para isso, não adianta apenas pensarmos que o aluno saiu da escola porque não estava entendendo determinado conteúdo. Se este chegou a deixar a escola, deixou-a por vários motivos: não se sentiu acolhido, para ajudar sua família, por reprovação, por maus tratos na própria escola, são muitas as variáveis.

Silveira (2002, p. 4), contribui dizendo que “o professor de Matemática quer ensinar os conteúdos da disciplina para seu aluno, como também avaliá-lo, para daí promovê-lo à série seguinte ou reprová-lo”. Assim,

> [...] O caráter ideal da matemática aparece mais claramente com Platão no século V a.c. Platão supõe a existência de um mundo de “ideias” que está por cima da sensível, das coisas vulgares e perceptíveis. As ideias são as formas, das quais as coisas, os objetos perceptíveis, os objetos do mundo real participam. As figuras e os números são ideias, daí que a matemática seja considerada uma ciência ideal, uma ciência abstrata, em contraposição com as ciências factuais, que estudam objetos concretos. (SILVEIRA, 2002, p. 4)

O ensino da Matemática precisa ser aprimorado, somos um país diverso com grandes diferenças regionais, mas apesar desse fenômeno, poderíamos ser um país em que os responsáveis pela sua condução pudessem reinventá-lo, com mais investimentos, respeito, confiança e que os alunos fossem de fato o centro de todo o processo e a educação como um todo fosse o primeiro projeto de qualquer governo.

Se tivéssemos uma educação de qualidade, com sua população plenamente alfabetizada, teríamos menos pessoas em filas de posto de saúde, menos miséria, pessoas mais cientes de seus direitos e deveres e que saberiam exercer sua cidadania com dignidade, é notório que as nações que conseguiram um bom desenvolvimento têm na educação a sua prioridade máxima.

Não só o professor, mas todo cidadão precisa refletir sobre sua prática, uma reflexão constante sobre o que acontece consigo e sobre as transformações que acontecem ao seu redor. Não vivenciaremos dias melhores se tivermos uma população passiva a tudo o que aparecer, temos que através da educação, a capacidade de contribuir com a formação de cidadãos críticos, comprometidos com o individual e o social, mas, temos que fazer isso ser percebido, o cidadão precisa enxergar a escola como uma das principais fontes de mudança de uma sociedade e também a Matemática pode contribuir para essa finalidade.

Dito isso, se Matemática em sua concepção significa *ensinamentos*, os matemáticos necessitam refazer as suas aulas, não as transformando numa atividade sem sentido para a maioria das pessoas, sem aplicação, descontextualizada. Assim, se faz necessário novos olhares, outros direcionamentos, pois a busca incessante para ensinar matemática requer do professor muitas vezes tarefas simples, não é só conhecer o conteúdo que será trabalhado e sim deve conhecer também o aluno, saber suas expectativas, suas limitações, sua vida fora da escola, ou seja, conhecer o seu contexto social. Medeiros (2005, p. 25) colabora dizendo que precisamos "pensar na Matemática, situando seu ensino numa dimensão social, caso contrário manteremos lacunas nesse pensar".

O aluno não dará sentido àquilo que lhe ensina, se tudo o que visualizar em Matemática na sala de aula estiver apenas no campo da abstração, na qual o professor utiliza apenas a lousa como recurso. Além do mais, não adianta dizer que a Matemática pode ser aplicada ao nosso dia a dia se aquilo que é apresentado em sala de aula estiver distante da realidade. Recorremos a Lorenzato (2010, p. 10) para explicitarmos que:

> [A] experiência de magistério é fundamental para a orientação didática do professor, porque ela aguça a percepção docente fornecendo indicações de ordem didática, tais como: dosagem e nível de conteúdo a ser ministrado, ritmo de aula, pontos de aprendizagem mais difícil, exemplos mais eficientes à aprendizagem, livros didáticos mais adequados à realidade na qual leciona, entre outros.

As dificuldades vivenciadas no ensino de matemática não serão superadas se o professor não for competente o suficiente para adequar a sua metodologia de ensino a realidade da qual participa. Todo professor deve ser um eterno pesquisador e deve compreender que o tempo passa muito rápido, fala-se numa educação que não acompanhou a modernidade, mas de fato a maioria não busca uma atualização, quando em nossa prática docente nos apropriamos das mesmas técnicas usadas na década de 1980, por exemplo. Para Lorenzato (2010, p. 53),

> Ensinar Matemática utilizando-se de suas aplicações torna a aprendizagem mais interessante e realista e, por isso mesmo, mais significativa. A presença de aplicações da matemática nas aulas é um dos fatores que mais pode auxiliar nossos alunos a se prepararem para viver melhor sua cidadania; ainda mais, as aplicações explicam muitos porquês matemáticos e são ótimas auxiliares na resolução de problemas.

O ensino de Matemática não irá mudar se essa mudança não começar internamente pelo querer do professor, este é elemento fundamental num processo de renovação. Não teremos uma nova matemática se o professor não quiser, daí continuaremos vendo as mesmas cenas (reprovação, exclusão social, abandono escolar, etc). Não conseguiremos bons resultados enquanto o professor não se colocar em algumas situações no lugar do aluno, o professor é o exemplo, é o mestre, mas este precisa buscar interpretar os diferentes tipos de manifestações dos alunos. É como diz Lorenzato (2010, p. 16), é interessante saber "quem são, o que querem e o que podem eles".

Quando o professor se colocar no lugar do aluno e através das várias vivências, tentar enxergar o que falta em suas aulas, o professor poderá perceber o distanciamento entre o que se espera e o que está ali na realidade. Não temos turmas com conhecimento homogêneo, nossas turmas hoje estão recheadas de alunos com conhecimento muito diversificado, há o que sabe mais, o que sabe menos e o que não sabe quase nada (em relação ao conhecimento para aquela série/ano que está cursando).

Cabe ao professor buscar aproximar os alunos do conhecimento, pois, quando falamos de ensinar Matemática entendemos que é possível iniciar partindo do que o aluno sabe. O professor deve conhecê-lo para poder valorizar o seu conhecimento prévio e promover possíveis contextualizações, respeitando os vários saberes e limitações de cada um.

Em muitos casos, a dificuldade que o aluno encontra em entender um conteúdo matemático está no fato deste não conseguir fazer nenhuma conexão com o mundo em que vive, este não consegue fazer relações e representações do real. Assim, se o professor orientar seus alunos para que observem situações práticas, estes poderão concluir que as aplicações revelam como a matemática está forte e cotidianamente relacionada com o nosso viver, mas essa experiência deve iniciar logo no Ensino Infantil e seguir por toda a Educação Básica. Segundo Lorenzato (2010),

> [...] toda aprendizagem a ser construída pelo aluno deve partir daquela que ele possui, isto é, para ensinar, é preciso partir do que ele conhece, o que também significa valorizar o passado do aprendiz, seu saber extraescolar, sua cultura primeira adquirida antes da escola, enfim, sua experiência de vida (LORENZATO, 2010, p. 27).

Não existe uma turma ideal, cada aula para o professor é um desafio, requer toda uma preparação, diríamos até um ritual. Alguns docentes podem até não considerar isso, pois apenas acabam reproduzindo em sala de aula, do ensino básico, a Matemática que lhes foi apresentada na universidade, quanto à forma ou mesmo nos livros didáticos. Assim, conduz seu alunado a meras reproduções e repetições de exercícios, como se fazer matemática se resumisse em resolver listas intermináveis de exercícios. Se o ensino de Matemática se resumir na resolução de listas de exercícios, de fato não teremos aprendizagem, esta acontece quando há um confronto entre o conhecimento adquirido com o conhecimento cientifico, cujo papel de transmiti-lo é da escola.

Se não houve aprendizagem, houve falhas no ensino, o material utilizado não foi adequado, não adianta dizermos que foi falta de tempo para planejamento ou que isso não foi garantido ao docente nas horas departamentais (horas de planejamento). Se não houver aprendizagem é interessante que o profissional responsável pelo o ensino questione-se: foi utilizado diferentes recursos didáticos (manipuláveis, visuais, verbais, midiáticos, por exemplo) que favorecesse a aprendizagem? Se a resposta for sim, de fato, necessita-se serem analisados outros aspectos, como afetivos, cognitivos ou mesmo neurológicos dos alunos que não foram capazes de aprender o que estava sendo mostrado. Como já dissemos anteriormente, ensinar não é uma tarefa fácil, mas é algo que pode ser aprendido, é um constante exercício.

Quando buscamos ensinar algo, precisamos fazer uso de recursos apropriados e dentre os recursos podemos incluir também a linguagem adequada. O que temos de mais comum em aulas de matemática é induzir os alunos a memorizar símbolos, algoritmos e formas, geralmente desde os anos iniciais, a matemática vem sendo mostrada na escola dessa forma. É como se aprender algo se resuma apenas a repetir, copiar e resolver exercícios. Lorenzato (2010, p. 47) defende que “em sala de aula, o uso da linguagem matemática deve ser gradativo e respeitado o estágio de evolução dos alunos”. Como esta linguagem pode ser complicadora para algumas realidades é interessante que professores possam criar um glossário de termos e símbolos, conforme forem aparecendo nos estudos.

Quando falamos que o professor tem que se colocar no lugar do seu aluno, queremos dizer que este professor deve valorizar o que o aluno produz ao longo do tempo. Suas considerações e apontamentos denuncia algo e se o professor for capaz de interpretar isso haverá um grande avanço no ensino de matemática.

Se o professor de matemática valorizar o *acerto* e tem um olhar especial para os *erros*, conseguindo fazer um planejamento em cima disso, poderemos assim ter um crescimento nesta área. Caso contrário, seguiremos os rumos que já conhecemos, continuaremos com um distanciamento entre essa disciplina e o que se espera dela, continuaremos com ela sendo considerado o *bicho papão*.

> Os erros podem ser interpretados como verdadeiras amostragens dos diferentes modos que os alunos podem utilizar para pensar, escrever e agir. O professor pode auxiliar o aluno a descobrir novas alternativas, podemos

> esperar que ele reformule seus conceitos, corrija o erro e, assim evolua (LORENZATO, 2010, p. 50).

Se para tudo buscarmos uma desculpa, não conseguiremos mudar nossa realidade nunca, já que é comum o professor de matemática lançar mão de exercícios através da lousa, a partir dos quais ele próprio resolve esses exercícios, ou seja, o professor mesmo dá a resposta. Dificultando assim, uma melhor avaliação quanto aos erros que os alunos podem vir a cometer frente as atividades. Claro que também há de considerarmos toda uma realidade como por exemplo, turmas lotadas e a falta de interesse dos alunos. De um ano para outro, nós professores não temos sabido lidar com essa situação e cada vez mais temos recebidos alunos que não se julgam capazes de resolver os exercícios que lhes são propostos.

Lorenzato (2010, p. 81) colabora com esse pensamento quando ele coloca que, “em sala de aula, a melhor maneira de fazer o aluno não pensar é revelar a ele o caminho, a solução, a estratégia”, é logo o professor dar a resposta, ao invés de seguirmos o ditado popular “devemos ensinar nossos alunos a pescarem” e não dar o peixe pronto. Pois, se o professor assim o fizer dando tudo pronto aos alunos, este estará pensando pelo o aluno e não o ensinando a pensar.

> O professor dá aulas, dá a matéria, dá a Matemática para o aluno. É quase sempre assim. Ele faz para o aluno, mas não faz com o aluno. Por ser a Matemática, desta forma, uma estranha ao mundo do aluno, ao conjunto de significados que constitui a sua existência, o aluno recusa esta Matemática que lhe é dada como um presente, por não perceber um sentido na sua posse (MEDEIROS, 2005, p. 28).

Quando estamos em sala de aula e percebemos que o aluno entendeu o conteúdo e passa a fazer sozinho as atividades, descobriu um novo saber, entendemos que esse gesto gerará novas descobertas, então pode surgir, com mais possibilidades, o gosto pela aprendizagem. Sobre a descoberta, Lorezanto (2010, p. 81), colabora dizendo:

> É o caminho mais eficiente para a aprendizagem, e o professor é o provocador, o incentivador de tudo isso. É fundamental no ensino de matemática, vem com o desfecho do processo de experimentação, de procura, de pesquisa e se expressa por um sorriso que simboliza a alegria de um desafio vencido, causando um forte reforço à autoimagem. Portanto, atua na área cognitiva como na afetiva de quem a faz.

Ensinar requer muito de quem ensina, elencamos aqui alguns pontos importantes: sabedoria, criatividade, tempo, determinação, paciência, dentre outros pontos. Pois, uma das dificuldades que os alunos apresentam nesta disciplina é não ver sentido nenhum entre o que se ver na escola e o que vivencia na prática. Mas, o professor deve se auto questionar constantemente em que determinado conteúdo servirá para os seus alunos? Diante disso, este pode reprogramar suas aulas e conduzir seus alunos a uma aprendizagem significativa, com sentido para quem aprende quanto para quem ensina.

2.2 O SER PROFESSOR DE MATEMÁTICA HOJE

O *ser* professor em sua trajetória no decorrer do tempo passou por difíceis momentos, principalmente no Brasil, desde a ditadura militar até os dias atuais, há uma desvalorização que inclui os salários, o tempo de dedicação a profissão e até o reconhecimento pela comunidade escolar.

Mas, consideramos o ser professor de Matemática algo que engradece o ser humano, talvez pelos grandes desafios vivenciados na prática cotidiana, principalmente quando este passa a atender a diversidade e busca superá-la dia a dia. A cada planejamento temos a oportunidade de reorganizar nossas ações e fazer diferente, sempre com o intuito de contribuir com o crescimento de outrem. Pois, para Machado (2014, p. 58), "em todos os assuntos, o professor precisa ser um bom contador de histórias. Preparar uma aula será sempre arquitetar uma narrativa, tendo em vista a construção do significado das noções apresentadas".

Para exercer essa profissão e ministrar aulas de matemática se faz necessário uma formação especifica. No Brasil, para ser professor de ensino fundamental, anos iniciais (1º ao 5º ano) exige-se a formação em Pedagogia. Para a regência no Ensino Fundamental, anos finais (6° ao 9° ano) e Ensino Médio é necessária a Licenciatura em Matemática.

Sendo assim, os condicionantes de exigência para o exercício do magistério em Matemática são referendados por Moreira et al. (2012), quando estes colocam que o ofício do professor de matemática da escola requer, pelo menos no imaginário teórico, ampla qualificação. Esse profissional tem que lidar com crianças e adolescentes em processo de desenvolvimento (físico, psicológico, intelectual), tem que lidar com matemática, tem que lidar com ensino e com aprendizagem – tudo isso dentro de um processo de educação básica que é obrigatório e se desenvolve numa instituição social específica, a escola; e sobre o qual agem fortes condicionantes internos e externos à instituição escolar.

Quando pensamos em *ser*, defendemos que seja algo ativo capaz de *viver* o desafio o que nos foi confiado, pois, o professor de matemática deve ser aquele que problematiza e organiza situações que conduza os alunos a pensar matematicamente frente às situações que os cerca. Esses desafios são enormes: violência na escola, condições de saúde, infraestruturas, falta de materiais, entre outros. Todavia, observamos que estes fatores hoje fazem parte de algumas outras profissões, não devendo ser empecilhos para futuros professores de matemática.

Todo professor deve ser um pesquisador, um eterno aprendiz, como contraponto aos desafios de educar não cabe a um professor de Matemática resumir suas atividades na resolução de exercícios. Se o professor apostar apenas no modelo teorista, aquele que ver o conhecimento matemático acabado e cristalizado em teorias, atribuindo a Matemática, situações irreais, vagas sem significado algum para a convivência social, não estará de fato superando nenhum desafio, pelo contrário estará contribuindo para um vazio matemático.

A atividade matemática em sala de aula não deve se resumir a resolução de exercícios intermináveis através da lousa ou até através de xerox, assim, não se atrai e não se envolve ninguém, acaba é afastando e fazendo com que o aluno se afaste da Matemática. Nesse âmbito Medeiros (2005, p. 29) reflete,

> Uma boa parte dos professores estão, em geral, apenas ocupando um cargo, e, na maioria das vezes, não se dão conta de que ainda precisam aprender para poder ensinar, seja no que diz respeito à Matemática, buscando suas origens, ou aos assuntos educacionais. Aliado a essa incompetência que os fazem inseguros está o autoritarismo. São duas coisas que se complementam e se alimentam mutuamente.

Logo, o professor de Matemática deve, como diz Machado (2014, p. 44) “compreender a matemática como um sistema básico de expressão e compreensão do mundo, em sintonia e em absoluta complementaridade com a língua materna. Em outras palavras, é preciso reencantar a matemática”. Assim, a nosso ver, o professor só terá essa capacidade de reconhecer a matemática como um importante instrumento a serviço da sociedade se este profissional gostar do que faz, gostar de estudar matemática e se ver como parte do processo, para isso, exige-se no mínimo autorreflexão constante, dedicação e uma didática apropriada.

2.3 REFLEXÕES SOBRE A DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Ao considerarmos o ensino de matemática como algo que seja incentivador, há de percebemos que a didática de muitos docentes necessita de mudanças. Por outro lado, é comum vermos depoimentos de professores de matemática que as disciplinas na universidade menos valorizadas foram as de didáticas. Assim, podemos refletir: como iremos repensar a didática de professores de matemática se alguns não detêm do conhecimento necessário nessa área do conhecimento?

Quando falamos de didática nos remetemos logo ao ensino, se o professor não tem uma boa didática é como se ele não tivesse meios que consiga provocar a aprendizagem dos alunos. Esse professor não tem alternativas, estratégias que possam envolver os alunos em situações proveitosas de aprendizagem. E isso vem sendo atribuído para as situações de insucessos dos alunos principalmente nesse componente curricular. *Se o aluno não aprende, a culpa pode ser a didática do professor*, essa é uma fala que se ventila nos corredores das escolas principalmente no final de cada bimestre.

> O objetivo fundamental da didática da matemática é averiguar como funcionam as situações didáticas, quer dizer, quais das características de cada situação são determinantes para a evolução do comportamento dos alunos e, consequentemente, de seus conhecimentos (GÁLVEZ, 1996, p. 33).

Ao adentrarmos na escola para ensinar, não necessariamente Matemática, concordamos com o fato de que o professor precisa ir além, conhecer a escola (sua proposta política-pedagógica, seu regimento escolar, estes seriam requisitos mínimos), conhecer a diversidade em que a escola e sua comunidade estejam inseridas, para assim organizar sua didática, considerando o cotidiano da escola e essas múltiplas relações.

Sobre a didática da Matemática D'Amore (2007, p. 183) argumenta que:

> A didática da matemática é a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito (que pode ser qualquer organismo envolvido nessa atividade: uma pessoa, uma instituição, um sistema, até mesmo um animal). Aqui é preciso entender que a aprendizagem como um conjunto de modificações de comportamentos (portanto de realizações de tarefas solicitadas) que assinalam, para um observador pré-determinado, segundo sujeito em jogo, que o primeiro sujeito dispõe de um conhecimento (ou de uma competência) ou de um conjunto de conhecimentos (ou de competências), o que impõe a gestão de diversas representações, a criação de convicções específicas, o uso de diferentes linguagens, o domínio de um conjunto de repertórios de referências idôneos, de experiências, de justificações ou de obrigações.

Já para Pais (2015, p. 11), a didática da matemática:

> É uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter

> fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica.

Nesse sentido, a Didática da Matemática nos é apresentada como a capacidade que o professor tem de criar novas situações que sejam capazes de promover aprendizagem, reformulando sua prática pedagógica. Nesse sentido, Brousseau (1996, p. 54) disserta dizendo que "a didática não consiste em oferecer um modelo para o ensino, mas sim em produzir um âmbito de questões que permita colocar à prova qualquer situação de ensino, corrigir e melhorar as que forem produzidas, formular perguntas a respeito dos acontecimentos".

Todo professor deve ser um bom observador, estar sempre atento faz parte da missão de ensinar, logo sempre que possível este deve saber articular ideias, envolver os alunos em situações que possam potencializar a aprendizagem matemática, para assim desenvolver plenamente as capacidades de raciocínio e dedução dos alunos.

Não tem como mudar a realidade do ensino de Matemática que se ministra nas escolas, se também o professor não internalizar essa mudança, fazer com que essa mudança possa integrar as relações entre professor, aluno e o conhecimento. Caso faça parte da vivência do professor essa integração, poderemos ter uma mudança significativa no ensino de matemática, com alunos mais autônomos e capazes de resolver situações mais complexas. O aluno, nesses termos, deixaria de ser dependente exclusivamente do professor, passando a ser um pesquisador da sua própria prática. Com situações diversas o professor deixará claro em suas ações com seus alunos que ele também deve pesquisar e não ficar esperando respostas prontas e acabadas.

Por vezes, aos que são capazes de criar situações didáticas lhes faltam prever os efeitos da situação que elaborou, antes de colocá-la a prova em aula. Isso explica a importância do planejamento de qualquer situação elaborada pelo professor. Quando há esse componente didático, podemos prever etapas a serem seguidas, o professor pode fazer simulações, formular perguntas que poderão ser úteis durante a vivência em sala de aula.

Toda experiência vivenciada em sala de aula é carregada de significados para o aluno e especialmente para o professor, não temos como precisar quais de fato ocorrerá, mas podemos simular que tipo queremos e quais poderão se adequar melhor a sala de aula. Com certeza, o professor deverá saber criar situações que aproveitem o que o aluno já sabe, o seu conhecimento prévio, que sirva de estímulo para construção de novos conhecimentos. Daí a importância de conhecer o aluno, conhecer o chão da escola, para que se possam criar situações didáticas que sirva para toda a vida.

Nessa perspectiva,

> Para que a compreensão do conhecimento matemático se realize, a didática, enquanto facilitância, tem pouca utilidade. Na apreensão do conhecimento, o aprender exige o pensar, a busca compromissada, o estabelecimento da dúvida. E a didática da facilitância mais oculta o que é a criação matemática do que a explica. É necessária uma didática que inicie o aluno na produção do conhecimento matemático, permitindo-lhe ser sujeito de sua ação (MEDEIROS, 2005, p. 30).

Nesse contexto, enquadram-se os LIM como um espaço que pode favorecer a aprendizagem de alunos e professores com ações que vão desde o planejamento, a elaboração, análise, estudo, construção de materiais que possibilitem a melhoria na relação ensino/aprendizagem da Matemática. Consideramos o LIM como um espaço que também pode minimizar a relação entre as abstrações da teoria matemática que vivenciamos na escola e o cotidiano dos alunos, já que todos devem se questionar, e serem provocados nas mais diversas situações didáticas que serão vivenciadas.

2.4 A NECESSIDADE DE LABORATÓRIOS NAS ESCOLAS

É de considerarmos que tudo em nossa volta é resultado da evolução humana, perpassando pela experimentação, pesquisa e estudos. É preciso que as atuais gerações considerem, respeitem o que a humanidade produziu antes, principalmente com as limitações que se tinha, para poder continuar produzindo, inclusive para deixar um legado para as próximas gerações e quem sabe um mundo melhor.

Observamos, por exemplo, que desde o surgimento do método científico**,** na Idade Média, a medicina fez dobrar a expectativa de vida no mundo, isso tudo, graças ao incentivo a pesquisa. As ciências contribuíram por exemplo, para tirar o ser humano das carroças e levá-lo às naves e às viagens espaciais, hoje temos meios de transporte e de comunicação de última geração. Em questão de minutos uma simples notícia corre o mundo, o tempo passa e a cada minuto o homem produz mais e mais conhecimento. Devemos entender, porém, que nem só de experiências vive a ciência, pois, o desenvolvimento teórico tem um papel importante nas descobertas e nas pesquisas.

Assim, as atividades vivenciadas nos laboratórios sejam de Matemática ou outro qualquer, devem ser um elo de ligação entre teoria e prática, fazendo com que aqueles que a vivenciam possam sair do campo da abstração e partir para o concreto, sendo capazes de construírem conceitos. Passos (2012, p. 81) defende que:

> Os conceitos matemáticos que se deve construir, com ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam.

Sabemos, contudo, que nem todos fazem uso do LIM, o que gera para muitos alunos uma maior dificuldade na assimilação dos conhecimentos por falta de atividades práticas e isso tem provocado sentimentos de ineficiência no ensino e na aprendizagem. A contradição entre a importância do uso desses espaços e a pouca existência dos mesmos (e em muitos casos, em existindo são maus aproveitados) na prática pedagógica, podem estar associadas à falta de clareza que ainda se tem quanto ao papel do laboratório no processo ensino-aprendizagem.

Cabe destacarmos, também, que em grande parte das escolas brasileiras, os laboratórios estão sucateados, que além do mais, dada a falta de investimentos dos entes públicos, que não oferecem as condições mínimas necessárias à sua modernização ou até mesmo à reposição dos equipamentos que os compõem. Por outro lado, o sucateamento se dá pela falta de cuidados mínimos, professores e alunos fazem o uso, mas, não é um uso responsável.

Ainda para Cruz (2007), o laboratório didático ajuda na interdisciplinaridade e na transdisciplinaridade, já que permite: desenvolver vários campos de conhecimento; testar e comprovar diversos conceitos; auxiliar na resolução de situações-problema do cotidiano; favorecer a capacidade de abstração do aluno e refletir sobre diversos aspectos, levando-o a fazer inter-relações. Esse processo favorece a capacitação e desenvolvimento de competências, atitudes e valores que proporcionam maior conhecimento de maneira geral e destaque no cenário sociocultural.

Assim, na contemporaneidade, o uso do laboratório tradicional, com diversidade de materiais concretos e jogos nas escolas permite a associação entre as diferentes teorias e o ensino experimental, se constituindo tão importante quanto à necessidade de se inserir novas tecnologias, da alfabetização científica e tecnológica no processo de formação dos indivíduos.

Por sua vez, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), (BRASIL, 1996, p. 29), no seu Artigo 35, inciso IV, diz: "é essencial a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina", o que nos mostra, que as escolas de ensino médio devem proporcionar ao aluno oportunidades de união entre a teoria e a prática em cada disciplina. No ano de 2006 foi aprovado o projeto de Lei nº 6964-B, que acrescenta o artigo 27. A à Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, este projeto dispõe sobre a obrigatoriedade da existência de laboratórios de ciências e de informática nas escolas públicas de ensino fundamental e médio.

Hoje vemos que a maioria das escolas realmente dispõem de laboratórios de informática, mas, muitos sem uso, se encontram obsoletos, com equipamentos defasados e também porque os professores não estimulam a aprendizagem dos alunos a partir desse espaço. Já em relação a laboratórios de ciências, apenas poucas escolas dispõem, e quando dispõem são escolas do ensino médio. Daí, tiramos a conclusão de que precisamos de mais para se fazer educação, um olhar sensível dos políticos e também dos educadores, bem como de toda a comunidade escolar.

Enquanto que, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) incentiva a utilização pelo professor de laboratório durante as aulas quando aborda na segunda competência geral que o professor deve:

> Exercitar no aluno a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para averiguar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2018, p. 9).

E na quinta competência geral a BNCC (2018) vem colocando que o professor deve:

> Conduzir o aluno a compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética, nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9).

Consideramos que as competências citadas anteriormente serão atendidas com maior facilidade se a escola valorizar a pesquisa, a inovação, a combinação de aulas em salas que favoreçam o desenvolvimento dessas competências e também se a escola dispuser de laboratórios ou materiais que venham a favorecer ao seu desenvolvimento. Para isso, a organização dos conteúdos das diversas disciplinas deverá estar sustentada em sequencias didáticas que favoreçam o desenvolvimento da capacidade de investigação e criação de novas soluções, especificamente na matemática. A BNCC (2018) se articula com outros documentos curriculares brasileiros e,

> [...] leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. (BRASIL, 2018, p. 269).

Para tanto na própria base (2018, p. 323) vemos que ressalta a importância de aulas em laboratórios e nos orienta quanto sua realização quando diz que:

> É imprescindível que os alunos sejam progressivamente estimulados e apoiados no planejamento e na realização cooperativa de atividades investigativas, bem como no compartilhamento dos resultados dessas investigações. Isso não significa realizar atividades seguindo, necessariamente, um conjunto de etapas predefinidas, tampouco se restringir à mera manipulação de objetos ou realização de experimentos em laboratório. Ao contrário, pressupõe organizar as situações de aprendizagem partindo de questões que sejam desafiadoras e, reconhecendo a diversidade cultural, estimulem o interesse e a curiosidade científica dos alunos e possibilitem definir problemas, levantar, analisar e representar resultados; comunicar conclusões e propor intervenções.

Assim, acreditamos fortemente que não tem como estimular a aprendizagem dos alunos sem termos um material adequado para essa estimulação. Diante do material, como a própria orientação nos diz, requer estudo e planejamento por parte do docente, assim, teremos uma previsão de etapas a serem seguidas e uma continuidade das ações que propicia ao aluno um melhor desenvolvimento de suas capacidades para resolver problemas, aplicando e validando conceitos e procedimentos previamente estudados.

2.5 LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA: PRIMEIROS REGISTROS

Todo avanço cientifico e tecnológico que atualmente vivenciamos tem uma história, e acreditamos que seu surgimento esteja intimamente interligado com a ideia de experimentar. Os experimentos que vivenciamos hoje em diversos laboratórios espalhados nas escolas, tiveram seu início no final do século XVIII, período em que apenas algumas universidades dispunham de laboratórios para a realização de atividades. E, somente a partir da década de 60, o ensino experimental começou a receber um grande impulso por meio de projetos de ensino, oriundos dos EUA. Com o passar do tempo, por meio da influência da universidade no currículo de Ciências, o ensino experimental passou a ser disseminado nas escolas e colégios.

Segundo Cruz (2007, p. 25):

> As atividades experimentais podem e devem contribuir para o melhor aproveitamento acadêmico, entretanto é fundamental que se tenha a devida clareza dos fins que pretendemos chegar. É necessário, então, estabelecermos regras e rotinas específicas para sua utilização, caso contrário, poderemos incorrer em erros antigos, levando o laboratório a ser mais um recurso didático frustrado, como tantos outros já presenciados no ensino. Para isso, a realização de práticas experimentais, no ensino, deve ser decisão coletiva da escola, sendo necessário consenso acerca da validade de realizá-las, seja no sentido da metodologia aplicada, seja nas dificuldades de aprendizagem ou para ilustração de um fenômeno discutido teoricamente.

Nos dias atuais vivenciamos um grande crescimento nas escolas de atividades experimentais e a criação de laboratórios de ciências ou de matemática no ensino brasileiro, possivelmente associado à influência de outros países junto com a necessidade de fugir do tradicional e acompanhar as inovações tecnológicas, e também a vontade de dar maior sentido ao ensino. Isso porque corriqueiramente durantes as aulas professores são questionados pelos seus alunos com perguntas do tipo: para que isso vai me servir? (Questionamentos feitos durante a exposição de alguns conteúdos matemáticos, por exemplo). E isso, tem gerado inquietações obrigando os professores e as escolas reverem sua prática. Contribuindo com esse pensamento Rêgo e Rêgo (2012, p. 42-43), complementam dizendo:

> Acreditava-se, há até relativamente pouco tempo, que os alunos aprendiam de igual maneira, acumulando informações e regras. Sabemos, entretanto, que cada aluno tem um modo próprio de pensar e que este varia em cada fase de sua vida, estando seu pensamento em constante processo de mudança. A aprendizagem pela compreensão é um processo pessoal e único que acontece no interior do indivíduo, embora relacionado a fatores externos, exigindo do raciocínio o que quase sempre é deixado apenas como tarefa para a memória. Por meio de experiências pessoais bem-sucedidas, o aluno desenvolve o gosto pela descoberta, a coragem para enfrentar desafios e para vencê-los, desenvolvendo conhecimentos na direção de uma ação autônoma.

No Brasil, todo o processo educacional foi marcado desde o início de sua colonização por grandes desequilíbrios (apenas os mais favorecidos tinham direito a educação de qualidade) o que permanece até os dias atuais em muitos casos. Quando nos remetemos a discutir sobre o surgimento de laboratórios nas escolas talvez essa já seja uma justificativa para sua falta em grande parte das escolas e sua chegada tardia, até mesmo nas universidades.

Segundo Varizo (2007) apud Rodrigues e Gazire (2015), a importância dada ao assunto aumentou em nosso país, após a LNDBE de 20.12.1996 e da CNE/CP nº2 de 19.02.2002 determinarem a obrigatoriedade de 400 horas de estágio supervisionado na matriz curricular dos cursos de Licenciatura. Em virtude disso, muitas instituições de Ensino Superior passaram a sentir a necessidade de criar ambientes que pudessem dar suporte ao planejamento das atividades de estágio como também favorecer a realização da prática pedagógica das disciplinas do núcleo pedagógico destas Licenciaturas. Inúmeros cursos de Licenciatura em Matemática espalhados pelo Brasil começaram a implantar o seu LEM. Entretanto, as funções deste laboratório e seu vínculo em cada uma destas instituições tem sido diferentes, sendo alguns vinculados às Faculdades de Educação e outros aos institutos da área de Ciências Exatas. Segundo Varizo (2007, p. 1 - 2):

> A maioria está voltada para questões pedagógicas da Matemática no Ensino Básico (EB), alguns se dedicam ao ensino da Matemática na universidade, outros priorizam uma única disciplina e poucos se destinam só a pesquisa. Quanto ao foco da formação docente uns visam à formação inicial e continuada de professores de Matemática, outros enfatizam apenas uma delas.

Malba Tahan (1962, p. 62) já ressaltava que “o professor de Matemática, que dispõe de um bom Laboratório, poderá, com a maior facilidade, motivar seus alunos por meio de experiências e orienta-los mais tarde, com a maior segurança, pelo caminho das pesquisas mais abstratas”. Nessa direção Lorenzato (2010) pontua,

> [...] toda escola deve possuir seu LEM, devendo ser considerado a faixa etária dos alunos aos quais ele se destina e, sempre que possível, convém que os alunos participem de sua construção, bem como professores de outras disciplinas. O LEM pode ser constituídos de materiais ou equipamentos, tais como: sólidos, figuras, quebra-cabeças, modelos (réplicas) estáticos ou dinâmicos, instrumentos de medidas, livros, revistas, quadros, murais, coletâneas de problemas, de questões de vestibulares, de falácias e de episódios de histórias da matemática, transparências, fitas, filmes, softwares, calculadoras, computadores (LORENZATO, 2010, p. 111 e 112).

Quando Lorenzato (2012, p. 7) coloca que o LEM “pode ser um espaço especialmente dedicado à criação de situações pedagógicas desafiadoras e para auxiliar no equacionamento de situações previstas pelo professor em seu planejamento, mas imprevistas na prática, em virtudes dos questionamentos dos alunos durante as aulas”. Ele quer dizer que tudo precisa ser bem preparado, bem planejado, o professor precisa saber o que está fazendo, justamente porque tem que se preparar para os imprevistos que poderão surgir.

Cada aula é uma aula, mas, não necessariamente todas as aulas de Matemática deva acontecer com material que compõem o LEM e o professor não deve se culpar por isso, o que o professor tem que fazer é sair do seu comodismo, estudar o material que deseja ensinar, planejar as ações que serão vivenciadas in loco, e para isso pode ou não fazer com auxílio de materiais que compõem o LEM. Em se tratando da utilização do material disponível no LEM, o profissional necessita estar seguro do que quer fazer. Também defendemos que seja interessante que cada a escola disponha de uma sala-ambiente propícia para esta situação, assim, tudo ficará mais fácil.

Conforme abordado em nossa pesquisa anteriormente, a partir do ano de 1996, foi que nas universidades brasileiras deram início a criação de Laboratórios de Matemática, e hoje 24 anos depois, esses laboratórios ainda não são uma realidade nas escolas. Até mesmo, em algumas universidades os cursos de licenciaturas não têm sabido ensinar os futuros professores e estes acabam chegando nas escolas de educação básica com uma formação acadêmica mais voltada para matemática pura e aplicada sem a utilização de material concreto.

Acreditamos fortemente que se faça necessário à formação de todo o professor bem como em situações de ensino e aprendizagem vivenciadas em sala de aula a recorrência ao auxílio a materiais concretos (MD), no sentido de que haverá uma melhor organização na apreensão dos objetos matemáticos. E em muitas vezes essas situações de ensino e aprendizagem podem até estarem sendo desenvolvidas em espaço já predefinidos como o LEM. Passos (2012, p. 78) nos coloca que estes recursos nas aulas de matemática:

> Envolvem uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem. Devendo servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído.

Porém, temos que entender que mesmo realizando atividades no LIM a partir dos materiais disponíveis nesse espaço, não podemos garantir que sejam um fator determinante para a aprendizagem. Passos (2012, p. 80) coloca que os resultados negativos advêm da “distância existente entre o material concreto e as relações matemáticas que temos a intenção que eles representem, e também à seleção dos materiais na sala de aula”. Se há uma atividade a ser desenvolvida no laboratório da escola, há de se ter um planejamento prévio e todo um conjunto da escola precisa se envolver. Pois, todos da escola são responsáveis pelo sucesso ou insucesso do aluno.

Por outro lado, também percebemos que ainda estamos aprendendo a lidar com atividades laboratoriais de Matemática que são resquícios advindos de experimentos de outras áreas do conhecimento como Biologia, Química e Física, claro que tem sido impactante, e muitos professores não querem realizar, porque não se sentem seguros. Também nos deparamos com situações em que o professor de matemática tem feito uso de atividades nos laboratórios para servir como teste para questionar, testar o conhecimento dos alunos, acabando afastando os educandos da essência dessas atividades, criando aí, um obstáculo entre aluno/professor/conhecimento.

Não é fácil despertar o conhecimento, conduzir uma pessoa a aprender a aprender, transformar aquilo que sabe num conhecimento científico, requer esforço de ambos, de quem ensina e de quem aprende. Para Medeiros (2005, p. 30), “pensando na Educação Matemática como comunicação entre quem ensina e quem aprende, seu lugar é a intersubjetividade, o resultado é a compreensão e o meio para isso é o diálogo”. É aí, que devemos valorizar as atividades em laboratórios de educação matemática, já que este em sua essência há de dispor de recursos didáticos que poderão ser facilitadores da aprendizagem dos alunos.

2.6 O QUE SÃO LABORATÓRIOS DE MATEMÁTICA?

Entendemos que ensinar nos dias de hoje, deva passar pelo ato de criar condições adequadas ao processo ensino e aprendizagem, requer a realização de intervenções com vistas a possibilitar avanços no desempenho escolar dos alunos, ensinar também é cooperação.

Lorenzato (2012, p. 40) afirma que:

> As novas demandas sociais educativas apontam para a necessidade de um ensino voltado para a promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, criatividade e capacidade de ação, reflexão e crítica pelo aluno. Para tanto, faz-se necessário a introdução da aprendizagem de novos conteúdos de conhecimentos e de metodologias que, baseadas na concepção de que o aluno deve ser o centro do processo de ensino aprendizagem, reconheça, identifique e considere seus conhecimentos prévios como ponto de partida e o prepare para realizar-se como cidadão em uma sociedade submetida a constantes mudanças.

Com isso, novos critérios passaram a ser úteis para a tarefa do professor, como: organizar o ensino em torno de situações experienciais que façam sentido para os estudantes e tornem necessária a construção ou reelaboração de conhecimentos para sua resolução;

estabelecer relações com os fazeres que caracterizam o trabalho de uma determinada área de conhecimento; compreender as práticas culturais de uso de um determinado saber e as formas como os indivíduos, em geral, se relacionam com elas. É nesse contexto que o LIM se faz necessário**.**

De acordo com a literatura vigente Rodrigues e Gazire (2015, p. 117-127) criaram algumas variantes que podem existir numa escola e que venham a identificar os diversos tipos de laboratórios tanto em termos de acervo quanto de espaço físico. Para esses autores os diversos tipos de LEM são:

- **Laboratório/Depósito-arquivo**: o seu espaço físico é entendido apenas como um lugar, um depósito de materiais que deverá servir de apoio, em especial ao professor, para a realização de suas atividades práticas fora desse ambiente. De modo geral, a utilização deste laboratório se assemelha muito ao uso de uma biblioteca, pelo fato de poder oferecer aos professores e alunos o acesso aos materiais que possibilitam a construção do conhecimento. (p. 118).
- **Laboratório/Sala de aula:** a própria sala de aula que o aluno frequenta diariamente funciona como um laboratório, sem a necessidade de muitos materiais. Para esses autores ao fazer uso de material concreto em sala de aula, o professor estará utilizando uma abordagem de laboratório que, segundo Tahan (1962), recebe o nome de “método do laboratório”. (p. 119).
- **Laboratório /disciplina:** o espaço físico da própria disciplina do curso de Licenciatura em Matemática, poderá estar voltado para o conhecimento e uso de um laboratório no ensino e aprendizagem, através de oficinas e micro-aulas, por meio da pesquisa, de estudo, de manipulação e de confecção de materiais didáticos e de jogos. (p. 120).
- **Laboratório / Laboratório de Tecnologia:** pode ser entendido como um espaço, com computadores, por meio dos quais poderão ser feitas pesquisas e visitas em sites da internet. Além disso, este laboratório também pode ser considerado como um espaço onde os conceitos matemáticos possam ser explorados por meio de um software dinâmico, havendo sempre a mediação do professor. (p. 120).
- **Laboratório / Tradicional – Laboratório de Matemática**: o laboratório tradicional vem a se constituir num espaço para introduzir os alunos na experiência e vivência das etapas que compõem o método científico. É neste

lugar, diferente do ambiente da sala de aula convencional, que o professor de Matemática dispõe de toda uma infraestrutura preparada para o desenvolvimento de experiências com materiais didáticos. (p. 123).

- **Laboratório / Sala Ambiente – Laboratório de Ensino de Matemática:** Este tipo de laboratório tem, como foco central, a realização de atividades de ensino com ênfase na vivência de processos que auxiliam a construção do conhecimento matemático, bem como a realização de atividades que promovam o desenvolvimento de atitudes nos alunos. (p. 124).
- **Laboratório / Agente de formação – Laboratório de Educação Matemática:** espaço em que tem como foco central a realização de atividades de ensino, pesquisa e extensão com ênfase na formação inicial e continuada de professores em Matemática. (p. 125-127).

Acrescentamos mais um tipo de laboratório, o **Laboratório Interativo de Matemática** como também sendo um tipo de LEM, já que o mesmo é composto por materiais didáticos que são acondicionados em armários ou estantes em que quando o professor irá fazer uso, conduzirá o material até a sala de aula, em que de formar dinâmica conceitos matemáticos serão criados e definições serão comprovadas.

Lorenzato (2010. p. 111) argumenta que "toda escola deve possuir seu LEM, pois o professor de matemática como muitos outros profissionais, necessita de um local e de instrumentos apropriados para o bom desempenho de seu trabalho". Concordamos com este autor, tendo em vista que em alguns casos a construção ou uso do LEM necessita apenas de incentivo da gestão das escolas, da criatividade do professor ou de estudos, pesquisas e formação desses profissionais, pois não basta que a escola disponha do laboratório, se faz necessário que o profissional que fará uso saiba utilizá-lo, saiba planejar situações didáticas para serem utilizadas com seus alunos que possam favorecer o ensino e aprendizagem, desmistificar algumas analogias e explorar alguns conceitos e teoremas matemáticos.

Fazer uso de materiais que auxiliem o ensino de Matemática e facilitar a aprendizagem de crianças, jovens e adultos, é uma expectativa da disciplina de matemática durante a contemporaneidade, gerando uma grande procura de cursos e materiais que promovam essa discussão, embora seu uso ainda esteja vinculado como meio de divertir (é importante termos em mente que a livre manipulação de peças e regras por si só não garantem a aprendizagem) e não como meio que favoreça aprendizagem de um determinado conteúdo, tal posição é ressaltada em Brasil (1998, p. 211) ao afirmar que:

> A livre manipulação de peças e regras por si só não garante a aprendizagem. O jogo pode tornar-se uma estratégia didática quando as situações são planejadas e orientadas pelo adulto visando a uma finalidade de aprendizagem, isto é, proporcionar à criança algum tipo de conhecimento, alguma relação ou atitude. Para que isso ocorra, é necessário haver uma intencionalidade educativa, o que implica planejamento e previsão de etapas pelo professor, para alcançar objetivos predeterminados e extrair do jogo atividades que lhe são decorrentes.

O LEM é um espaço reservado especialmente para fazer Matemática, embora possa ser um espaço em que o conhecimento seja compartilhado interdisciplinarmente. Lorenzato (2012, p. 7) deixa claro em seus escritos que o LEM "é um espaço especialmente dedicado à criação de situações pedagógicas desafiadoras". Ao seguirmos essa ideia, acreditamos que nesse espaço possa existir materiais que facilitem esses desafios, servindo de estímulos a saberes existentes e a novos saberes. Como o ser humano busca valorizar aquilo que produz, é interessante que esses materiais possam ser construídos ou conseguidos pelos alunos ou por aqueles que farão uso do laboratório, além de se adquirir material do mercado, próprio para o LEM.

Concordamos com Turrione e Perez (2012, p. 62) quando estes nos falam que o LEM, "constitui um ambiente que funciona como um centro para discussão e desenvolvimento de novos conhecimentos". O LEM, não deve ser pensado como uma ação isolada da escola, ele deve ser estruturado como sendo significante para o fazer e aprender Matemática. Neste espaço serão construídas relações, vivencias significativas para o aluno e para o professor que buscam uma aprendizagem que também possa vir a partir da manipulação de algum material.

Sabemos da importância do LEM, sabemos também que obstáculos para sua utilização também são enormes, por outro lado, entendemos que quando a escola dispõe de um laboratório e este não tem a devida utilização, talvez, o professor não tenha sido preparado durante sua licenciatura. Turrione e Perez (2012, p. 63) defendem que um laboratório na área de educação matemática estando presente em cursos de licenciatura se justifica:

> Se o licenciado estiver particularmente envolvido em projetos e execução de experiências, com oportunidades de correlacionar teorias da psicologia com métodos didáticos, fazendo, portanto, a síntese de sua formação pedagógica e teórica e simultaneamente com a aplicação das teorias em situação real. (TURRIONE; PEREZ, 2012, p. 63)

Considerando o despreparo de alguns docentes, da escola ou até do sistema educacional brasileiro que não busca suprir as necessidades das escolas e dos professores, nós nos depararmos com casos em que os materiais presentes nos laboratórios de matemáticas são utilizados com a missão de divertir o aluno, ocupar o espaço da aula, principalmente se este estiver com horários vagos. Enquanto tivermos uma Educação Matemática sendo pensada dessa forma, teremos grandes dificuldades na assimilação de conteúdo dessa área do conhecimento.

O acervo do LEM pode ser constituído por diversos materiais, não só aqueles adquiridos pelo governo ou pela escola. Os materiais que farão parte do laboratório de matemática devem ser materiais que os professores, em suas pesquisas, julgam necessário para promover situações de aprendizagem significativas. Seu espaço deve ser adequado e toda situação vivenciada deve promover reflexão, investigação, validação de hipóteses, pesquisa, estudos, contradições, enfim, deve ser planejada antecipadamente pelo professor e nunca deve ser encarada como situações que possam apenas ocupar o tempo do aluno.

Rêgo e Rêgo (2012, p. 6) dissertam sobre o Laboratório de Ensino de Geometria, dizendo que este espaço quando criado,

> (...) colabora para que o aluno desenvolva rapidamente conhecimentos geométricos compatíveis com a sua escolaridade, mesmo quando o professor tenha diagnosticado deficiências. E que muitas vezes, esse espaço pode ser construído com materiais de baixo custo e de grande valor sociocultural.

Devendo se configurar como um espaço que se faz necessário, pelo menos a nosso ver, deve ser um local onde se pode fazer entender conteúdos matemáticos, mas, em muitas escolas não há esse local. Por outro lado, há escolas que dispõem desse espaço com diversos materiais, mas também muitos ainda se encontram sem a sua devida utilização. Lorenzato (2009, p. 6), defende que o LEM:

> É um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para os professores de matemática planejarem suas atividades, sejam em aulas, exposições, olimpíadas, avaliações entre outras, discutirem seus projetos, tendências e inovações; um local para criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica.

Poderíamos nos questionar, porque não valorizamos aulas em laboratórios de matemática? Por que há uma descrença em relação a essas aulas? Por que estudar Matemática tem se resumido, para muitos, em aulas expositivas e resolução de exercícios (caso contrário, não estaremos estudando Matemática)? Diríamos que tudo isso, requer uma mudança na formação de atuais e futuros professores, desde aqueles que atendem ou atenderão as séries /anos iniciais do ensino fundamental até aos professores do ensino médio.

Essa cultura precisa ser mudada, entendemos que a valorização venha a partir do momento em que tivermos melhores resultados, melhores formações, professores engajados e defendendo a causa. Assim, lutaremos por espaços na escola que chamaremos de Laboratório de Educação Matemática. Sendo assim, Oliveira e Kikuchi (2018, p. 107-108) afirmam:

> Consideramos relevante a formação inicial do professor de Matemática em ambientes em que os estudantes possam criar tarefas e desenvolver atividades, produzir materiais de ensino e dialogar com seus colegas sobre os possíveis cenários de aplicação e as potencialidades e dificuldades que podem ser encontradas na sala de aula. Contudo, o material didático disponível no laboratório de Matemática por si só não muda em nada as dificuldades encontradas ao longo dos anos no processo de aprendizagem da Matemática. Então, se faz necessário que o licenciando ainda em seu momento de formação tenha espaços de criação e prática para conhecer e saber utilizar os materiais didáticos do laboratório de Matemática.

Essas autoras também chamam atenção, para a criatividade do professor, quando dizem que:

> A criatividade deve ser pensada como um processo sistêmico, no qual os contextos social, histórico e cultural exercem influência. Nos cursos de Licenciatura em Matemática, as disciplinas de Prática ou de Metodologia do Ensino podem propiciar este ambiente criativo, para que o futuro professor desenvolva atividades de autoria própria como uma simulação de sua atuação profissional no futuro e discuta e compartilhe ideias a tempo de refletir e corrigir sobre sua futura prática. Em disciplinas desta natureza, teoria e prática podem caminhar em conjunto na promoção da criatividade. (OLIVEIRA; KIKUCHI, 2018, p. 108-109)

Acreditamos fortemente que todo profissional necessita de materiais para o desenvolvimento da sua profissão, mas, quando se fala da área educacional esses materiais não têm sido suficientes para atendimento das demandas e temos várias escolas ou salas de aulas quase sem nenhum material que auxilie os profissionais na mediação do conhecimento entre seus alunos.

Devemos como professores que somos, incentivar nossos alunos a pensar, refletir sobre sua vivência, o professor deve ser o propulsor de mudanças significativas desse processo. Claro que isso não pode ser um limitador do fazer pedagógico do docente. O aluno tem o direito de aprender e nós professores temos o dever de ensinar e devemos fazer isso muito bem. Quando falamos em aulas significativas, criativas, reflexivas, estamos falando de aproveitamento do conhecimento do aluno e do planejamento de aulas que estimulem o aluno a experimentar, manipular objetos que atestem a teoria estudada. E para isso, se a escola não dispõe de espaço suficiente, o professor pode e deve improvisar um local que sirva de promoção às vivências significativas.

2.7 O LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Matemática segundo o dicionário Aurélio: é uma “Ciência que estuda, por meio do raciocínio dedutivo, as propriedades dos seres abstratos (números, figuras geométricas etc.), bem como as relações que se estabelecem entre eles”. E, o estudo de “seres abstratos”, talvez configure essa ciência como sendo difícil de ser compreendida e a torne algo incompreensível, pelos menos para algumas pessoas.

Daí, apostamos na Educação Matemática como sendo uma área que busca estudar a aprendizagem e como melhorar o ensino da Matemática, buscando torna-la cheia de significados e compreensível. D’Amore (2007, p. 34), coloca que o seu objetivo de trabalho “é essencialmente o seguinte: o ensino de matemática; o objetivo; criar situações (na forma de aulas, atividades, objetos, ambientes, jogos, ...) para um melhor ensino de Matemática”.

Acreditamos que o LEM desde a sua concepção tem tudo a ver com a Educação Matemática, isso porque, se configura como um local de criação, de ensino, de estudos, de interação, de socialização, de ambientação, enfim, um local em que há desafios a serem superados e etapas a serem seguidas desde a sua concepção. O LEM é um lugar inclusivo que se for bem pensado, planejado tem toda condição de melhor acolher toda a diversidade que lhes é apresentada.

Lorenzato (2010, p. 110) afirma que “toda escola deve possuir seu LEM” e acreditamos que essa fala devesse emergir mais fortes entre os educadores matemáticos e comunidades escolares, pois o professor de matemática como muitos outros profissionais, necessita de um local e de instrumentos apropriados para o bom desempenho de seu trabalho. Concordamos com este autor, tendo em vista que em alguns casos a construção ou uso do LEM necessita de incentivo da gestão das escolas, da criatividade do professor ou de estudos, pesquisas e formação desses profissionais, pois não basta que a escola disponha do laboratório, se faz necessário que o profissional que fará uso saiba utilizá-lo, saiba planejar situações didáticas para serem utilizadas com seus alunos que possam favorecer o ensino e aprendizagem, desmistificar algumas analogias e explorar alguns conceitos e teoremas matemáticos.

Fazer uso de materiais que auxiliem o ensino de matemática tem facilitado a aprendizagem de crianças, jovens e adultos, é algo que tem sido recorrente na vivência da disciplina de matemática durante a contemporaneidade, gerando uma grande procura de cursos e materiais que promovam essa discussão. Embora seu uso ainda esteja vinculado como meio de divertir (a livre manipulação de peças e regras por si só não garantem a aprendizagem) e não como meio que favoreça aprendizagem de um determinado conteúdo.

O LM é um espaço composto por vários materiais que auxiliaram o professor e alunos na descoberta de novos conhecimentos matemáticos que servirão para toda vida. Esse espaço deve ser pensado pela a escola, pelo seu conjunto de professores, uma ação contextualizada que servirá não apenas para aulas de Matemática, mas, as diversas áreas do conhecimento. Por isso, que não deve ser montado, pensado sozinho, deve ser fruto de uma aspiração grupal, do coletivo da escola, e que juntos deverão considerar a que público se destinará.

Ao considerarmos o espaço LEM para o público infantil, Lorenzato (2012, p. 9) defende que este espaço deve responder a estímulos de processos “mentais básicos como: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação. Além de possuir materiais que favoreçam a percepção espacial (formas, tamanhos, posições) e a noção de distância”.

Se o público atendido pelo laboratório corresponder a alunos das quatro séries/anos iniciais do ensino fundamental, Lorenzato (2012, p. 9), concorda de que,

> O aspecto tátil e visual devem estar presentes, mas, devendo fazer com que o aluno possa: ampliar seus conceitos sobre conteúdos matemáticos, descobrir propriedades, perceber a necessidade de emprego de termos ou símbolos, compreenda algoritmos, enfim, entenda os objetivos matemáticos.

Ao se tratar dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, Lorenzato (2012, p. 9 e 10) orienta que os materiais presentes no LEM devem,

> Desafiar o raciocínio lógico-dedutivo (paradoxo, ilusões de ótica) nos campos aritmético, geométrico, algébrico, trigonométrico, estatístico. E ao considerarmos alunos do ensino médio, devem ser acrescentados artigos de jornais ou revistas, problemas, questões de vestibulares, desafios, questões problemas.

Segundo Rego e Rego (2012), o acervo de um laboratório é composto de uma série de materiais, com os quais são elaboradas atividades que servirão como elementos mediadores em ações e reflexões a serem concretizadas pelos alunos. Constituídas de desafios, questionamentos e a construção de modelos, possibilitam a incorporação de novos conhecimentos ou provocam a reorganização dos esquemas já existentes, gerando novas aprendizagens.

O LEM deve ser um espaço em que leva o aluno ao entendimento de determinado conteúdo não só se fazendo uso da observação ou de exercícios mecânicos, é o espaço onde se socializa, reflete ideias e comprova algumas teorias matemáticas. O professor é peça fundamental nesse processo, requerendo do mesmo formação e aperfeiçoamento constante. O LEM de fato ao nosso modo de ver é o espaço por excelência que enriquece o conhecimento dos alunos, e faz com que estes consigam superar os desafios impostos por esta área do conhecimento, contribuindo para uma quebra de paradigmas.

2.8 O LEM E A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Durante o dia a dia, o professor tem se deparado com várias situações que tem chamado sua atenção. Dentre as principais situações poderíamos elencar a falta de interesse e desmotivação dos alunos, é como se a escola e seu ensino não chamasse sua atenção. Sendo assim, tudo o que possa contribuir na superação dessas situações negativas, hoje tem chamado a atenção de educadores. Talvez se explique a correria do professor pela busca de novas metodologias para sala de aula, além da busca de cursos, palestras que possam ajudar em seu trabalho. Por outro lado, temos docentes que não busca apenas novas metodologias, busca materiais para superar a diversidade em que na maioria já quer tudo pronto.

Em sala de aula são muitos os desafios, vemos que na prática o docente se encontra na vontade de contribuir com o ensino e aprendizagem dos alunos. Porém, a falta de tempo, o tempo para planejamento são fatores que nos chama atenção, pois, sabemos que uma aula para ser planejada, considerando a diversidade existente numa sala de aula não é tão simples e não se faz de uma hora para outra, requer dedicação, requer didática e requer formação constante do docente. Talvez isso explique a baixa utilização de materiais didáticos nas aulas de matemática.

Sabemos, que quanto mais recursos presentes numa aula, mais oportunidades de aprendizagem estaremos dando aos alunos. Por isso, somos adeptos de que os materiais didáticos devem estar presentes no LEM, nas aulas de professores de Matemática. Devendo estes serem pensados e feitas as devidas adaptações curriculares necessárias. A escola deve propiciar este momento de planejamento para o professor poder organizar e estudar os materiais que serão utilizados ou até confeccionados. E também, a escola deve incentivar sua utilização por todos aqueles que compõem o quadro docente da instituição. Isso porque, para alguns alunos, estudar Matemática, só se faz se estiver resolvendo listas de exercícios, e isso é muito cômodo para alguns docentes, que não se esforçam para ministrar suas aulas. A nosso ver, o apoio, a utilização do LEM com seus materiais didáticos deve fazer parte da filosofia da escola, devendo também estar integrado ao Projeto Político Pedagógico - PPP da instituição.

Não tem como motivar melhor os alunos para entender conteúdos matemáticos, do que aproximá-los da teoria x prática. E isso, o material didático, quando bem empregado, faz muito bem. E para termos uma ideia do que seja material didático (MD), nos reportamos a Lorenzato (2012, p. 18), que o define como qualquer “instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. Pensamos em nossas aulas ou na maioria das aulas de professores de Matemática, que como já ficou claro neste trabalho, o que mais se utiliza em aulas de Matemática são: a caneta para quadro branco, a lousa e em alguns casos, o livro didático. Estes tem sido os materiais didáticos, básicos. E, o livro didático tem se configurado com uma pouca utilização pelos docentes. Alguns jogos ou materiais que poderiam estar presentes no LEM, quando usados, assim o faz, quando a escola realiza mostra de ciências ou timidamente durantes as aulas.

Também, entendemos que, caso o professor seja adepto de aulas expositivas e resolução de exercícios apenas, dificilmente o aluno verá a beleza da matemática não conseguindo associar o conhecimento que está sendo colocado ao conhecimento do cotidiano. Mas, mesmo com auxílio do material didático, requer também uma grande dedicação dos alunos, que também hoje consideramos difícil, já que muito lhes falta o interesse, o nivelamento básico para o ano seguinte e o apoio da família tem sido insuficiente.

A aprendizagem matemática só irá acontecer se o aluno der atenção, se dedicar ao que está sendo exposto, os materiais didáticos servirão como suportes que se agregam como facilitadores da aprendizagem. Passos (2012, p. 80) nos chama atenção quando diz que “os resultados negativos com materiais concretos podem estar ligados à distância existente entre o material concreto e as relações matemáticas”. Daí a necessidade de se planejar, um material que venha atender de fato as necessidades dos alunos, que sirva de questionamentos para o professor, que seja capaz de responder aos seus próprios questionamentos. Porém, é interessante que o professor tenha em mente que nem sempre um material que deu certo numa turma, servirá obrigatoriamente para outra turma.

Sobre o tipo de material que poderá ser utilizado em sala de aula pelo professor, Lorenzato (2012) deixa claro que esse material pode ser estático (quando não permite modificações em suas formas), não estáticos (que permite uma maior participação dos alunos em seu manuseio) ou ainda aqueles que podem ser dinâmicos (permitem transformações por continuidade, facilitando a realização de descobertas).

O professor de acordo com sua capacidade de escolha e seu planejamento, será o responsável por fazer a seleção do material que fará uso. Lorenzato (2012) indica que é sempre bom termos em mente que a realização em si de atividades através de materiais manipuláveis, não garante a aprendizagem, requer uma reflexão do docente, auto avaliação e do aluno requer um esforço em suas atividades mentais. A garantia que temos é que o MD "pode" ser um excelente catalisador para os alunos construírem seu saber matemático.

Os materiais didáticos favorecem a aprendizagem dos alunos, os que tiverem oportunidades de estudar fazendo seu uso, terão uma capacidade de abstrair mais facilmente conteúdos matemáticos, compreenderão determinados assuntos com maior facilidade. Rego e Rego (2012, p. 43) diz que o aluno quando está de posse de um material concreto este passa a "desenvolver o gosto pela descoberta, a coragem para enfrentar desafios e para vencê-los, desenvolvendo conhecimentos na direção de uma ação autônoma. E quando, o aluno passa a manusear os objetos ou peças que compõem um material, eles passam a testar e a criar situações exclusivas daquele momento".

Rêgo e Rêgo (2012, p. 43) completam dizendo:

> A aprendizagem a partir do material concreto tem fundamental importância pois, a partir de sua utilização adequada, os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos.

O material concreto deve ser usado com responsabilidade e conhecimento nas aulas de Matemática, seja, num laboratório LIM ou fazendo parte da aula, na própria sala de aula. Porém, o professor será o guia de todo o processo, cabe a ele o direcionamento da aula, o provocar novos saberes, mediação do conhecimento e favorecer a interação entre aluno x material, aluno x aluno, aluno x professor.

Lorezato (2012) cita que os obstáculos à utilização do MD presentes nos laboratórios advêm da falta de investimentos públicos que garanta a sua utilização nas escolas por alunos e professores. Por outro lado, ainda não dispomos desses materiais ou de laboratório em todas as escolas, e para termos uma ideia, no Estado da Paraíba, na rede estadual de ensino, os laboratórios não chegaram para todas as escolas e na rede municipal de ensino, não dispomos desse espaço. É de nos questionarmos: será que os benefícios não seriam suficientes para tais investimentos? Será que os professores, os alunos, o ensino a ser ministrado não merece esse investimento?

De acordo com a BNCC (2018), o processo de ensino e aprendizagem em Matemática e demais áreas do conhecimento devem ser desenvolvido considerando temas e conteúdos essenciais, de tal forma, que possa assegurar ao aluno:

> [...] a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos); habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais); atitudes e *valores para resolver demandas* complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. E para a construção de conhecimentos matemáticos há de se considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem. (BRASIL, 2018, p. 8 e p. 265).

Em consonância com as competências gerais, a quinta competência especifica da BNCC – Brasil (2018, p. 267) para área de Matemática deixa claro que ao aluno deve ser dado o direito de “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados”.

Na realidade a Base Nacional Comum Curricular especificamente para área da Matemática conduz o professor a uma reflexão da sua prática docente e o convida a sair do ensino tradicional (exercícios, quadro e giz apenas) para talvez vir a inovar em suas aulas com atividades problematizadoras e geradoras de discussões, não dando a ideia de tudo pronto, mas, incentivando o aluno na construção de conceitos, ressaltando a importância da Matemática para a vida em sociedade.

2.9 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Ao lermos o documento orientador da BNCC, vemos que de certo modo seus princípios estão alinhados ao nosso objeto de estudo, seguindo nossas discussões quando diz que:

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas

> de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (BRASIL, 2018, p. 265).

Em relação à apreensão de objetos matemáticos se faz necessário a utilização de materiais concretos, sendo importante considerar no processo de aprendizagem as experimentações, assim orienta para o Ensino Fundamental que o aluno seja capaz de: Relacionar observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas, tendo compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como:

> As competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. Favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimulando a investigação e poder de fruição (BRASIL, 2018, p. 266).

A BNCC (2018) chama de competência ao conjunto de conhecimentos, habilidades e atitudes, conhecimento é o quanto você sabe, daquilo que você julga saber; habilidade é você saber fazer, o quanto você sabe praticar aquilo que você tem conhecimento e atitude é você saber e querer ou não fazer, atitude é o querer, ela é comportamental. Assim, uma competência específica para Matemática para o ensino fundamental que relaciona com nosso trabalho é a competência 4 e 5 que diz respectivamente que o aluno deve:

> **[Compreender]** e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. [**Investigar]** e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 531).

A BNCC (2018) ver o ensino de matemática organizado em cinco grandes áreas temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. E para que tenhamos o desenvolvimento cognitivo dos alunos nas diferentes áreas, o aluno deve ser estimulado a mobilizar o seu modo próprio de:

> [...] raciocinar, representar, comunicar e argumentar. E com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações procedimentos mais sofisticados. Sendo uteis no desenvolvimento de habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. (BRASIL, 2018, p. 529).

Assim, para o desenvolvimento de competências que envolvem:

> [Raciocinar] é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática. [Representar] pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. O trânsito entre os diversos registros representações pode favorecer que os estudantes tenham maior flexibilidade, fluidez na área. Nas [Comunicações] os estudantes devem ser capazes de justificar suas conclusões não apenas com símbolos matemáticos e conectivos lógicos, mas também por meio da língua materna, realizando apresentações orais dos resultados e elaborando relatórios, entre outros registros. [Argumentar] pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas (BRASIL, 2018, p. 529-530).

Desse modo, é perceptível a aproximação do que está escrito na BNCC (2018) com o que diz Raymond Duval e os Registros de Representações Semióticas:

> [P]ara ver e para ensinar a matemática de outra forma é preciso, ao contrário, ter consciência dos processos cognitivos específicos que requer o pensamento matemático e desenvolvê-los com os alunos, mesmo que, fazendo isso, os professores tenham a impressão de não mais fazer (momentaneamente) matemática. (DUVAL, 2011, p. 9).

Em relação ao registro de representações Duval (2011, p. 52) afirma que em matemática, uma representação semiótica só é interessante à medida que ela pode se transformar em outra representação, e não em função do objeto que ela representa. Para o ensino de Matemática a BNCC nos chama atenção ao dizer que o aluno deve ser capaz de representar. Duval (2009) considera que o trânsito e reconhecimento dessas representações em face de um mesmo objeto matemático é o que caracteriza uma aprendizagem efetiva por parte dos alunos. Assim, é importante estimular a conversão de um registro para o outro durante a resolução de problemas.

Dessa maneira a BNCC (2018) orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Desse modo, se faz necessário nos anos iniciais do Ensino Fundamental:

> [R]ecursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização (BRASIL, 2018, p. 276).

Já nos anos finais do Ensino Fundamental o ensino de Matemática:

> [P]recisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação. Além dos recursos didáticos que se fazem necessário nos anos iniciais, aqui é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos. (BRASIL, 2018, p. 298).

E no [ensino médio] o foco do ensino de Matemática é:

> [A] construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Destacando-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior. Isso significa que novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos (BRASIL, 2018, p. 528-529).

Ficou evidente a aproximação entre nosso objeto de estudo nessa pesquisa e as orientações para o ensino de Matemática apresentados pela BNCC (2018), já que procuramos fazer uma relação entre LIM e representações semióticas. Daí, vemos que a base indica que para o ensino de Matemática o professor deve fazer uso de recursos diversos, trabalhar a representação de um mesmo objeto matemático e que tudo isso favorecerá a aprendizagem dos alunos.

Portanto, de acordo com o que foi citado nesse capítulo, toda a nossa pesquisa abordou diretamente o LIM, representações semióticas e sua relação com a BNCC (2018). Nesse sentido tudo foi desenvolvido a partir da análise de um laboratório LIM, de um material didático presente nesse espaço (MD multiplano) e sua relação com as representações semióticas e aquilo que diz a BNCC (2018).

3. REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

A Matemática que é aplicada ao cotidiano das pessoas ainda parece ser muito diferente da Matemática que se apresenta na escola. Isto talvez responda em parte os questionamentos de professores e toda a escola quantos aos grandes insucessos das pessoas nessa área do conhecimento. Segundo dados do Programa Internacional de Avaliação de Alunos - PISA/2015, houve uma queda do desempenho dos alunos brasileiros em matemática em relação aos outros anos, em comparação com outros países e tem 70,3% dos estudantes do país abaixo do nível 2 [4] nesta área do conhecimento.

Se considerarmos o nível em que se encontra parte considerável de alunos brasileiros em Matemática, segundo esses dados, observamos que cognitivamente eles são capazes de: responder a questões que envolvem contextos familiares, em que todas as informações relevantes estão presentes e estas são claramente definidas; identificar informações; executar procedimentos rotineiros, de acordo com instruções diretas, em situações explicitas e ações que são óbvias, cujo desenvolvimento parte diretamente dos estímulos dados.

É notório que temos recebidos na escola alunos com dificuldades cognitivas relevantes. Estes constantemente nos indagam com questionamentos do tipo: estudar isso para quê? Em que isso vai me servir? Ao ouvirmos tais inquietações poderíamos logo refletir que esse aluno gostaria de associar a Matemática que vê na escola ao seu cotidiano ou que eles querem tudo, menos estudar matemática. É de considerarmos outro agravante, a realidade de nossas escolas: infraestrutura e a quantidade crescente de alunos em cada sala, o que nos apresenta uma grande diversidade de situações.

Muitos dos alunos que recebemos a cada ano letivo apresentam situações de que algo não vai bem, quando o assunto é aprender Matemática. Percebemos também, que os próprios alunos, ao apresentarem muitas dificuldades no entendimento dos conteúdos, impedem que estes conteúdos possam avançar e acabam indo para o ano seguinte sem dominar boa parte dos conteúdos do ano anterior. Por outro lado, concordamos com Medeiros (2005, p.35) quando esta diz:

[4] A classificação por níveis possui dois objetivos: permite catalogar o desempenho dos estudantes e descrever o que são capazes de fazer. Os níveis vão de 1 a 6, em Matemática, os estudantes que se encontram no nível 2, apresentam nota média com limite inferior a 420,1 e nesse nível podem interpretar e reconhecer situações em contextos que exigem apenas inferências diretas. Podem extrair, informações relevantes de uma única fonte e fazer uso de apenas um tipo de representação. Podem empregar algoritmos, fórmulas, convenções ou procedimentos básicos. São capazes de raciocinar diretamente e fazer interpretações literais dos resultados.

> A aprendizagem, a compreensão em matemática, requer tempo, exige-se um contínuo trabalho de interpretação, pois as ideias científicas não se doam de início em sua plenitude. É preciso que se respeite o tempo necessário, um tempo vivido na Matemática. É preciso que o aluno a habite, lançando-lhe sempre um novo olhar.

Se em nossas escolas há ensino de matemática, mas não há aprendizagem significativa capaz de elevar índices educacionais nesta área de conhecimento, isso demonstra que há um descompasso nessa constatação e que precisa ser superado. De acordo com Duval (2005, p. 87):

> É necessária uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. A abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino.

Duval (2009, p. 14) fala da compreensão em matemática quando diz que:

> Não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguirmos um objeto de sua representação. Exemplos de objetos: números, as funções, as retas, etc. Exemplos de representações: escritas decimais ou fracionárias, símbolos, gráficos etc. Toda confusão entre o objeto e sua representação provoca, com o decorrer do tempo, uma perda de compreensão.

Se atrelarmos as dificuldades vivenciadas em sala de aula com a fala de Duval (2009), vemos que o educando ao estudar essa disciplina, quer fazer sem muito esforço. Quando o professor lança, vários questionamentos a uma situação problema apresentada em sala de aula tentando explorar nos alunos seu entendimento, alguns alunos não gostam. Ver como uma perca de tempo, para termos uma ideia, no estudo de funções, o aluno até que se envolve na resolução dos cálculos (atribuir valor a variável x e encontrar o valor da variável y), ou seja, gosta de receber os elementos do domínio da função e encontrar os elementos do contradomínio (ideia de tudo pronto).

Acreditamos que alguns alunos até do Ensino Médio não conseguem estabelecer relação entre os cálculos e sua representação geométrica, não por que não queiram, mas, por que as coisas foram acontecendo e sendo formadas dessa forma. Segundo Flores (2006, p. 4):

> O interesse de Duval está, principalmente, no funcionamento cognitivo do aluno. Para ele, o pensamento é ligado às operações semióticas e, consequentemente, não haverá compreensão possível sem o recurso às representações semióticas. Não obstante, as representações no domínio da matemática são consideráveis, já que os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, só podem sê-lo por sua representação, lembrando que um mesmo objeto matemático poderá ter representações diferentes, dependendo da necessidade e do uso. Para o caso do objeto matemático, a função, por exemplo, pode-se ter um registro de representação linguística (função linear), um registro de representação simbólica ($y = x$ ou $f(x) = x$), ou ainda, um registro de representação gráfica (o desenho do gráfico da função).

Situações, como essa, requerem de nós professores, uma boa formação, com boas técnicas a serem empregas em salas de aulas, pois, na realidade, o professor deve ser um eterno pesquisador. Não cabe ao professor se acomodar e apenas querer tudo pronto, ficando apenas arrumando desculpas para os problemas vivenciados, o professor deve ser um bom conhecedor da Matemática, para isso também precisará estudar, não se pode apenas achar que um curso de licenciatura é capaz de ensinar tudo, o tempo passa e as exigências aumentam, o professor precisa se adequar a elas e ao tempo em que vive. Segundo Fonseca (2013, p. 13), "o desenvolvimento adequado do Ensino de Matemática exige que seus mentores conheçam com profundidade teórica e prática os fundamentos da aprendizagem e, particularmente, da aprendizagem matemática".

Diante dos vários insucessos vivenciados, se procura os "culpados", isso acontece principalmente a partir da divulgação dos resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB[5], geralmente a cada 2 anos já que em alguns casos não alcançamos ainda o esperado para área de Matemática. A culpa vem, como resposta para o possível mal desenvolvimento do ensino dessa disciplina e a reflexão tem sido que todos devemos trabalhar uma Matemática que venha a ter sentido para o aluno, o professor deve se questionar da não aprendizagem, o porquê das dificuldades de alunos em determinados objetos de conhecimentos e não se questiona sobre a infraestrutura das escolas, os materiais que estão disponíveis para o ensino, por exemplo.

A tarefa do professor não seria apenas questionar, mas analisar até que ponto o alunado é capaz de desenvolver seu raciocínio, e passar a trabalhar em cima disso, criando situações de aprendizagens que venham fazer com que o alunado possa superar essas dificuldades.

[5] Ideb é o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, criado em 2007, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), formulado para medir a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para a melhoria do ensino. Fonte: http://portal.mec.gov.br/conheca-o-ideb

Ao observarmos nossas escolas em especial as públicas, qual a realidade que nos é apresentada? Temos uma diversidade muito grande que vão desde aqueles que estão frequentando-a obrigados por lei a aqueles que estão com idade defasada, em que dificilmente há uma correção de fluxo e temos aqueles que estão na idade certa uns que querem aprender e outros que não querem, sendo estes alguns dos fatores que também influenciam no ensino de Matemática e demais áreas do conhecimento.

Mas, acreditamos que os professores que estão na ativa vivem buscando meios para superar essa diversidade que ora se apresenta diariamente. Poderemos dizer que, há aprendizagem em matemática quando a relacionamos um objeto matemático a mais de um tipo de representação, conforme cita Duval, apud Flores (2006, p. 18-19):

> "[...] são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento" (DUVAL, 1993, p.39). O importante é que estas representações semióticas não são, segundo Duval, somente para fins de comunicação, mas essenciais para as atividades cognitivas do pensamento. Assim sendo, tem-se que para a elaboração de novos conhecimentos no âmbito científico, ou para a aquisição de conhecimentos, ou ainda, transportando o pensamento sobre a aprendizagem por parte do aluno, é preciso transitar pelas várias representações do mesmo objeto a fim de apreender o objeto. Ou seja, é preciso uma coordenação entre os registros de representação semiótica. Isso proporciona, igualmente, a não confusão entre o objeto representado com sua representação.

Também consideramos não ser fácil para o professor promover esse entendimento do aluno em relacionar mais de uma representação semiótica para um mesmo objeto matemático. Falamos isso, quando por exemplo, estamos trabalhando Função Afim, no primeiro ano do Ensino Médio, pois os alunos sentem muitas dificuldades em relacionar o conhecimento algébrico com a sua representação gráfica é como se não conseguisse estabelecer uma conexão entre a análise do gráfico no plano cartesiano e a lei de formação da função.

3.1 SEMIÓTICA

A semiótica é a ciência que se dedica ao estudo de todos os signos, vem do grego: *semeion* que significa signo, e *ótica* que significa Ciência[6]. E o que podemos entender como sendo um signo? Para Peirce um signo,

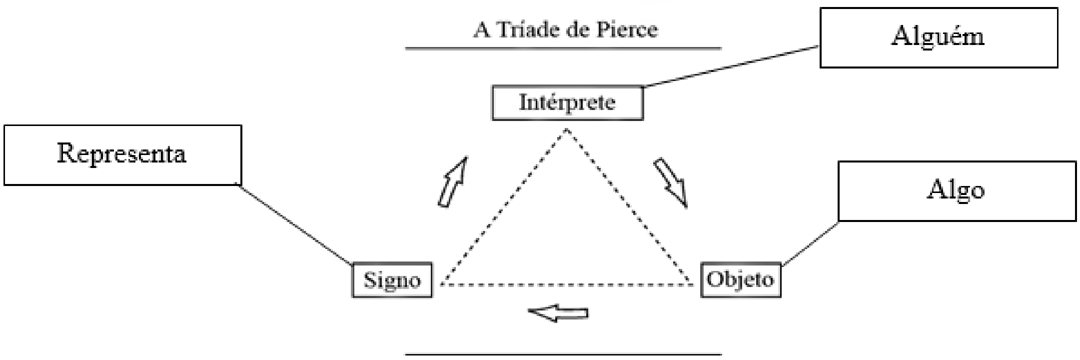
---

[6] http://www.usabilidoido.com.br/arquivos/afinal_o_que_e_semiotica_amstel.pdf

> [...] é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do signo (PEIRCE, 2017, p. 46).

De modo geral, para Peirce (2017), signo é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. A figura 1 apresenta um esquema característico dessa definição:

Figura 1 - Esquema da relação triádica de Pierce sobre o signo

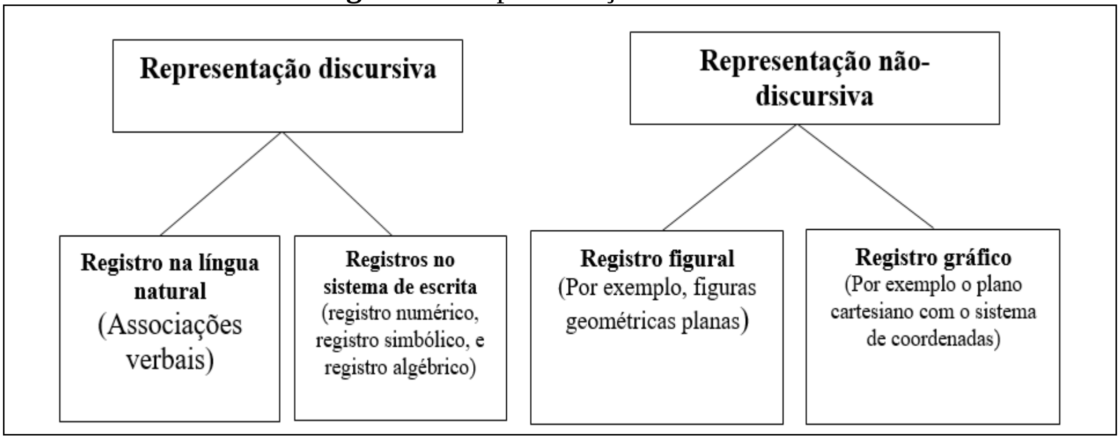


Fonte: Peirce (2017, p. 46)

Para Peirce (2017), apud (Queiroz 2004, p.52) a semiose "é um processo evolutivo que tende continua e indefinidamente para um objeto, sendo sua natureza explicada como uma relação irredutível entre três correlatos, esses correlatos são signo, objeto e interpretante. Semiose é o processo de significação, produção de significados".

Para Duval (2012, p. 20), a semiótica desempenha função significativa para aprendizagem matemática, a compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio das diferentes formas de raciocínio, as interpretações hermenêuticas e heurística dos enunciados são intimamente ligados à mobilização e à articulação quase imediatas de muitos registros de representação semiótica. Na figura 2 apresentamos as representações semióticas, que são utilizadas para evocar ou para tornar presente um objeto.

Figura 2 - Representações semióticas



Fonte: Duval (2003, p.14)

Para Duval (2012) as representações **mentais** recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceptualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado. As representações **semióticas** são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem.

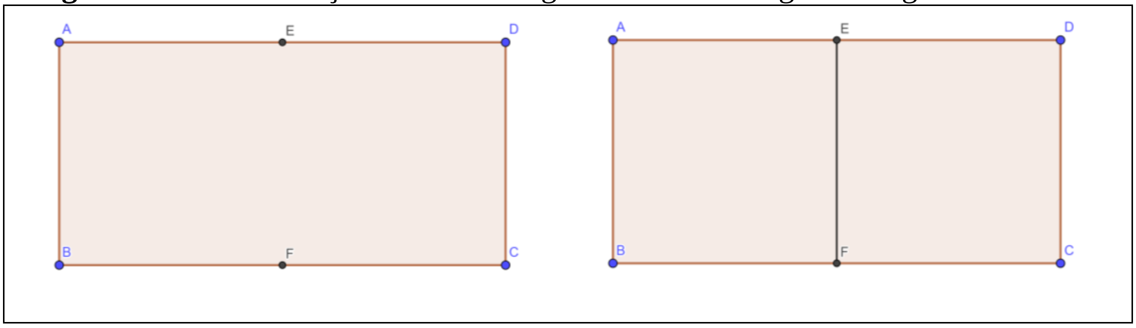
Duval (2012, p. 271-272), nos diz: para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, deve permitir *as três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose*.

1ª Atividade cognitiva: A *formação* de uma *representação identificável* - implica seleção de relações e de dados no conteúdo a representar. Esta seleção se faz em função de unidades e de regras de formação que são próprias do registro cognitivo no qual a representação é produto. Devendo respeitar regras de utilização, de identificação, de reconhecimento da representação e a possibilidade de sua utilização para tratamentos. Como por exemplo: desenho de uma figura geométrica, composição de um texto, etc.

2ª Atividade cognitiva: *O tratamento* de uma representação - É a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro.

Exemplo:

Figura 3 - Transformações de um retângulo em dois retângulos congruentes entre si

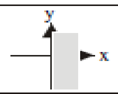
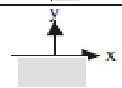
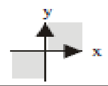
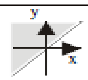
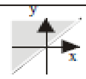
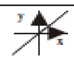
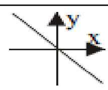


Fonte: Autores

3ª Atividade cognitiva: A *conversão* de uma representação - É a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a *totalidade* ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A conservação é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter). “A conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento” (DUVAL, 2012, p. 272).

Exemplo:

Quadro 3 - Quadro 3 - Conversão, língua natural (I) para a expressão algébrica (II) e para a representação gráfica cartesiana (III)

I	II	III
1......o conjunto de pontos que tem uma abscissa positiva	x >0	
2......que tem uma ordenada negativa	y < 0	
3......cuja abscissa e ordenada tem o mesmo sinal	xy > 0	
4	xy ≤ 0	
5......cuja ordenada é superior a abscissa (a reta y = x sendo já traçada no gráfico)	y > x	
6......cuja ordenada é superior a abscissa (a reta y = x não sendo traçada no gráfico)	y > x	
7......cuja ordenada é igual a abscissa	y = x	
8......cuja ordenada é oposta a abscissa	y = - x	

Fonte: Duval (2012, p. 274)

Duval (2005) argumenta que a originalidade da atividade matemática está na mobilização de ao menos dois registros de representação ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação. Para Duval, (2012, p. 272),

> A conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento. Isto pode facilmente ser observado na seguinte situação muito simples: o cálculo numérico. Alunos podem, muito bem, efetuar a adição de dois números com sua expressão decimal e com sua expressão fracionária e podem não pensar em converter, se isto for necessário, a expressão decimal de um número em sua expressão fracionária (e reciprocamente), ou mesmo não conseguir efetuar a conversão. Muitas vezes é este tipo de exemplo que é colocado para explicar porque os alunos chegam ao ensino médio e não sabem calcular. É esquecer que a expressão decimal, a expressão fracionária e a expressão com expoente constituem três registros diferentes de representação de números.

Duval (2012, p. 273) “a conversão não deve ser confundida com duas atividades que estão, no entanto, próximas: a codificação e a interpretação”. Duval (2012) nos deixa claro que “interpretação” requer uma mudança de quadro teórico ou uma mudança de contexto e isso não implicaria numa mudança de registro, já a “codificação” é a “transcrição” de uma representação em outro sistema semiótico diferente daquele em que é dado inicialmente. Resumindo, Duval (2009, p. 39) aborda que:

> Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação. Já a conversão é, ao contrário, uma transformação que faz passar de um registro a um outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua. Assim, somente quando separamos as atividades de tratamento e as de conversão, é que podemos ver a persistência das dificuldades relativas à atividade de conversão e a importância do fenômeno de fechamento dos registros.

Nesse contexto, a Matemática desenvolvida na escola, na maioria das vezes, precisa ser repensada, devendo haver um planejamento sistemático das ações a serem seguidas e que o professor seja um provocador para que os alunos venham a realizar conversões nos estudos de conteúdos matemáticos. Porém, se faz necessário que consigamos passar para o aluno, conforme fala Souza (2001, p. 27), que:

> O ensino de Matemática é importante também pelos elementos enriquecedores do pensamento matemático na formação intelectual do aluno, seja pela exatidão do pensamento lógico-demonstrativo que ela exibe, seja pelo exercício criativo da intuição, da imaginação e dos raciocínios indutivos e dedutivos.

Em nossa realidade, o professor de Matemática muitas vezes tem se restringido a trabalhar baseado na mesma situação de tratamento, sendo que em muitos casos o próprio livro didático serve de estímulo a isso, não orientando o professor a fazer diferente, nem traz reflexões em relação a importância das conversões. Quando se constata dificuldades de compreensão muitas vezes não há tempo para trabalhá-las, pois a dinâmica do dia-a-dia, o currículo escolar engessa todo o processo.

> O desenvolvimento da matemática está relacionado ao desenvolvimento e à diversificação dos sistemas de representação semiótica. Os objetos matemáticos não são acessíveis de maneira perceptível ou instrumental, mas apenas por meio dos sistemas semióticos de representação, para os quais um dos critérios de escolha é a potência dos tratamentos que permitem realizar. (DUVAL, 2015, p. 9).

O ensino de Matemática deve de fato conduzir os alunos ao entendimento da representação de um objeto e a conversão de representações entre registros. Quando o professor de matemática media esse entendimento, essas noções são facilmente percebidas, transformadas em situações didáticas devendo ser evocadas durante seu tratamento, na consolidação da aprendizagem. Para Duval (1998, apud Henriques; Almouloud, 2016, p. 467), “as relações existentes entre os dois termos são as noções centrais para toda a análise do conhecimento”. Assim temos que:

> A representação de um objeto e a conversão de representações entre registros, por exemplo, são comuns nas práticas do professor de Matemática em sala de aula, quando este pretende fazer com que os seus alunos compreendam uma determinada noção de difícil entendimento no registro no qual o objeto foi inicialmente apresentado. No momento em que o professor realiza essa conversão, não implica, necessariamente que ele queira reforçar a estreita relação existente entre os registros que mobilizou. (HENRIQUES; ALMOULOUD, 2016, p. 467).

Portanto, para um professor que ministra aulas de matemática e deseja que seus alunos entendam o conteúdo que está sendo abordado, faz-se necessário que este seja conhecedor do que defende Duval, devendo assim promover durante suas explicações, exposição e manuseio de MD em que seja capaz de se contemplar situações metodológicas de conversão de um registro para outro.

Segundo Duval (2009, p. 15), “em matemática, as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática”.

> A utilização de representações semióticas aparece primordialmente pela atividade matemática e lhe parece ser intrínseca. As matemáticas são o domínio em que esse fenômeno é o mais antigo, o mais espetacular e, possivelmente também, o mais indispensável. Enfim, de um ponto de vista

> genético, as representações mentais e as representações semióticas não podem ser opostas como dois domínios totalmente diferentes, esta primeira efetua-se como uma interiorização das representações semióticas. (DUVAL, 2009, p. 16-17).

Todavia, planejar situações didáticas nesse sentido não é uma tarefa fácil, em alguns casos, por exemplo, os alunos não conseguem estabelecer conexão entre a passagem de um sistema representacional para outro. Acabando por se transformar em um obstáculo epistemológico para o aluno, o que precisa ser aprimorado pelos professores de Matemática.

> A passagem de um sistema de representação a um outro ou a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer de um mesmo percurso, fenômenos tão familiares e tão frequentes na atividade matemática, não tem nada de evidente e de espontâneo para a maior parte dos alunos e dos estudantes (DUVAL, 2009, p. 18).

Mesmo com o auxílio de MD temos casos em que alguns alunos não conseguem estabelecer uma conexão entre o objeto matemático e sua representação. Podendo ser este o fato da importância da atenção, do estudar, do fazer matemática. Entendemos, que uma variável possível para um bom entendimento, requer que o indivíduo queira aprender, queira estar no ambiente escolar, assim já teremos uma facilidade em trabalhar com matemática ou qualquer outra área do conhecimento.

Conquanto a coordenação de registros de representações semióticas venha ser primordial na busca por uma aprendizagem significativa no tocante ao conhecimento matemático, em sua profundeza isso não é tão fácil de acontecer. Possivelmente se der pelo o fato de alguns alunos não conhecerem diferentes registros de um mesmo objeto. Como já falamos aqui, o ato de estudar requer a pessoa querer, daí, facilita todo o processo, não é apenas usar materiais didáticos por usar, mas qualquer situação didática que é apresentada requer esforço e dedicação de ambos os envolvidos.

Entretanto, o fazer matemático tem suas especificidades, como apresenta Duval,

> A passagem de uma representação a uma outra se faz espontaneamente quando elas são congruentes, quer dizer, quando as três condições seguintes são preenchidas: correspondência semântica entre as unidades significantes que as constituem, mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações, e conversão de uma unidade significante da representação de partida em uma só unidade significante na representação de chegada (DUVAL, 2009, p. 18).

Duval (2012, p. 269) defende que as representações “não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento”. Sendo assim, ao realizar atividade matemática, o indivíduo pode segundo, Duval (2012, p. 270):

> [M]obilizar muitos registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural, etc.), no decorrer de um mesmo passo, poder escolher um registro no lugar de outro. E, independentemente de toda comodidade de tratamento, o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações. A coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis.

Sabemos que as grandes descobertas da humanidade, em geral, partiram de uma situação problema, os autores escolares precisam considerar que os problemas pela qual a escola vivencia, alguns necessitam de serem questionados, problematizados, estudados. Se há ensino de Matemática nas escolas, mas não há aprendizagem, entendemos ser esta uma situação que necessita ser investigada, ajudada para ser superada.

Nessa linha de pensamento, concordamos com Duval (2012) quando este deixa explícito que a aprendizagem da Matemática se constitui de um campo privilegiado de estudo, talvez não só pelo seu caráter utilitário, mas como ideia de superação e desenvolvimento cognitivo. Em suas próprias palavras Duval (2009, p. 13) conclui dizendo que “[A] aprendizagem da matemática constitui, em evidência, um campo de estudos privilegiado para a análise de atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e mesmo a compreensão de textos”.

Vivenciamos dificuldades durante o ensino de Matemática, muitas vezes isso se aplica para Duval (2003) pelo fato da dificuldade na realização de conversões e isso influencia diretamente na aprendizagem do conteúdo a ser aprendido. Quando se fala em conversões, este autor aborda que podem ser “congruentes” ou “não-congruentes” e que para determinar se duas representações são congruentes ou não é Duval (2009, p.66-69) coloca que “é preciso começar por segmentá-las em suas unidades significantes respectivas, de tal maneira que elas possam ser colocadas em correspondências. Seguindo as ideias desse autor, encontramos três critérios básicos que são estabelecidos para descrever a congruência entre dois registros de representação semiótica.

> O primeiro critério se refere a possibilidade uma correspondência semântica dos elementos significantes, cada unidade significante simples de uma das representações, pode-se associar uma unidade significante elementar. O segundo critério é a univocidade semântica terminal, a cada unidade significante elementar da representação de partida, corresponde uma só unidade significante elementar no registro da representação de chegada. E o terceiro critério é relativo à organização das unidades significantes, de tal forma que as organizações respectivas das unidades significantes de duas representações comparadas conduzem a aprender nelas as unidades em correspondências semânticas segundo a mesma ordem nas duas representações (DUVAL, 2009, p. 68-69).

Ou seja, para Duval (2009), duas representações são congruentes quando há correspondência semântica entre suas unidades significantes, univocidade semântica terminal e mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações. Quando há congruência entre a representação de partida e a representação de chegada, a conversão é trivial e poderia quase ser considerada, intuitivamente, como um simples código. Quando não há congruência, não somente a conversão torna-se custosa em termos de tempo de tratamento, mas pode criar um problema diante do qual o sujeito se sente desarmado e a possibilidade de conversão não vem mais à mente.

Assim, o modelo favorável para aquisição de conhecimento matemático advém de condições cognitivas de compreensão e de representações semióticas. Porém, notamos que ao longo da vida escolar, os alunos permanecem nos registros monofuncionais, isso gera o entendimento que os sistemas semióticos deviam estar integrados nos modelos de arquitetura cognitiva das pessoas.

Porém, não é que isso seja característico apenas do aluno, pois, no ensino de Matemática comumente temos o professor utilizando um único sistema de representação para designar o objeto matemático e isso tem se estendido, por todo o ensino de matemática, ao ensinar determinado conteúdo, o ensino tem sido segmentado (primeiro, conceito, depois, algébrico, depois, geométrico, etc.), não explorando a ideia da conversão ou congruência.

Duval (2003, p. 11 - 33) defende a ideia de que reconhecer um objeto matemático em diferentes sistemas é fundamental para que o estudante consiga, por si próprio, modificar formulações ou representações de informações durante uma atividade matemática. Assim, quatro ideias são essenciais:

> O desenvolvimento da capacidade mental de representação depende do desenvolvimento cultural de sistemas semióticos; O progresso de aquisição de conhecimentos matemáticos, em indivíduos em períodos de desenvolvimento inicial, depende da coordenação dos registros de representação semiótica; certas variáveis cognitivas podem ser retomadas

> como variáveis didáticas; na diversificação de registros matemáticos está a contribuição para o desenvolvimento cognitivo global do aluno.

Duval (2012) defende que existem três operações cognitivas ligadas à semiose que devem ser desenvolvidas para que ocorra a aprendizagem: a formação, o tratamento e a conversão. A formação é a identificação do objeto matemático representado e implica regras de formação específicas do registro cognitivo. O tratamento transforma um registro de representação no interior do mesmo sistema semiótico de representação em que foi formado, ou seja, é a manipulação dos registros de representação num mesmo sistema semiótico. Cada registro possui regras próprias de tratamento, cuja natureza e número variam e que precisam ser respeitadas. Exemplo: $y = (x+1)^2$ por $y = x^2 + 2x + 1$.

Já a conversão transforma um dado registro de representação, pertencente a um sistema semiótico em outro registro, pertencente a outro sistema semiótico, ou seja, é a operação que transita entre sistemas semióticos diferentes, como a passagem do sistema algébrico para o sistema gráfico, do sistema de linguagem natural para o sistema algébrico.

Porém, Duval (2012, p. 272-273) chama a atenção ao dizer que:

> A conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento. Não deve ser confundida com duas atividades que estão, no entanto, próximas: a codificação e a interpretação. O que é geralmente chamado de "interpretação" requer uma mudança de quadro teórico ou uma mudança de contexto. Esta mudança não implica mudança de registro. A "codificação" é a "transcrição" de uma representação em outro sistema semiótico diferente daquele em que é dado inicialmente.

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 01:

Objeto matemático: Sistema linear

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$$

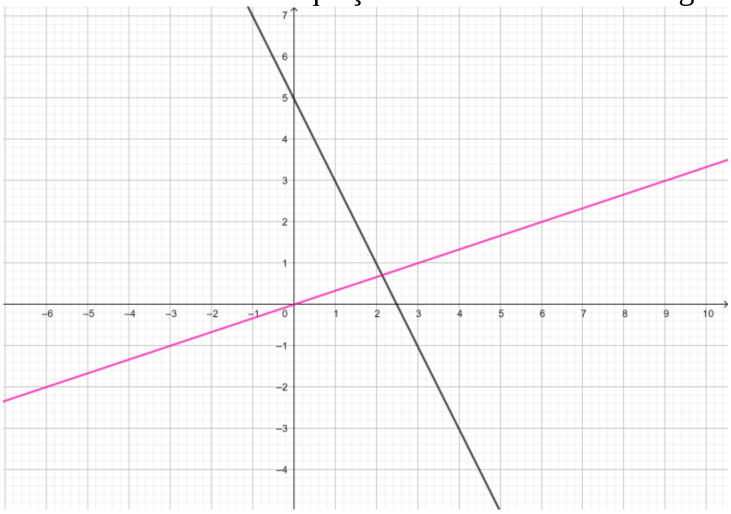
Sistema semiótico: Simbólico

Representação: Algébrica

Exemplo 02:

Objeto matemático: Sistema Linear

Gráfico 1 - Sistema de Equação Linear com duas incógnitas



Sistema semiótico: Figural

*Representação***:** Geométrica

Fonte: Autores

Dessa maneira, Duval entende que a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isso porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação. Ora, na matemática, diferentemente dos outros domínios de conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida etc.). O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação. Podemos então formular o paradoxo da compreensão em matemática da seguinte maneira: como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação? Podemos notar que tal problema não ocorre em outros domínios de conhecimento científico, ao menos em etapas menos avançadas.

Assim, Duval (2012, p. 270), deixa claro para professores ou para aqueles que vivem de fazer matemática, que na aprendizagem matemática:

> É essencial a mobilização de muitos registros de representações semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural, etc.…) no decorrer de um mesmo passo, poder escolher um registro no lugar de outro. E, independentemente de toda comodidade de tratamento, o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações. É nestas duas condições que uma representação funciona verdadeiramente como representação, quer dizer, ela dá acesso ao objeto representado.

Por fim, para Duval, um modelo pertinente para explicar as condições de aquisição dos conhecimentos matemáticos pelos alunos deve estar prioritariamente centrado nas condições cognitivas de compreensão, isto é, nas condições específicas de acesso aos objetos matemáticos. Desse ponto de vista, a diversidade de registros de representações tem um papel central na compreensão. A compreensão requer a coordenação dos diferentes registros. Ora, tal coordenação não se opera espontaneamente e não é consequência de nenhuma *conceitualização assemiótica*. A maioria dos alunos, ao longo de sua caminhada de estudos em relação à matemática, permanece aquém dessa compreensão. Daí as dificuldades recorrentes e as limitações na capacidade de aprender Matemática. Os únicos acertos que lhes são possíveis se dão em monoregistros (registros monofuncionais), muitas vezes privados de s*ignificado* e inutilizáveis fora do contexto de suas aprendizagens.

3.2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E O ENSINO DE MATEMÁTICA

A aprendizagem da Matemática requer dedicação por parte do professor que ensina e por parte do aluno que acreditamos que esteja ali para aprender determinando conteúdo. No entanto, frequentemente nas escolas vemos alunos e professores se queixarem um por não aprender matemática o outro pelo baixo desempenho dos alunos. Para Duval (2011, p. 15) “a análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos”.

Quando o professor vai ensinar determinado assunto matemático, geralmente, ele é conduzido pela sequenciação do conteúdo conforme o livro didático. Ao vivenciar as atividades propostas, o professor é conduzido em alguns casos a um único modelo de representação daquele objeto estudado e por falta de conhecimento não se questiona por isso. Observamos que alguns conteúdos são apresentados até de forma contextualizada e interdisciplinar, mas que em muitos casos os professores são conduzidos a estimular os alunos a situações de tratamento, que segundo Duval (2009, p. 57) “é uma transformação de representação interna a um registro de representação ou a um sistema, como por exemplo, as operações de cálculos”.

Sobre isso, Duval (2011, p. 52) destaca que “a característica fundamental para o pensamento matemático está na possibilidade de realizar transformações de representações semióticas em outras representações semióticas". Para o autor, esta característica é que faz distinguir a Matemática de outras ciências justamente pelo uso essencial das representações.

Para tanto Duval, acredita fortemente que:

> [...] não há outra forma de aprender matemática senão através das transformações de representações semióticas e que a matemática mobiliza muitos outros tipos de representações. A atividade matemática pode mobilizar representações semióticas muito diferentes para representar os mesmos objetos (DUVAL, 2011, p. 56-57).

Ao ministrarmos aulas de Matemática, constantemente nos veem em mente que a principal tarefa seja resolver situações problemas. Nessa linha de pensamento Duval (2011, p. 65-66) coloca que se faz necessário:

> A análise cognitiva da atividade matemática e do funcionamento do pensamento matemático, tentando enxergar o modo de acesso aos objetos matemáticos, vendo que não são apenas os objetos de estudos que são diferentes, são os encaminhamentos do pensamento e de trabalho que não são os mesmos. Também, deve ser observado a natureza da atividade matemática e ver que a transformação de representações semióticas é o processo que encontramos em todas as formas da atividade matemática.

Duval (2003) também nos faz algumas reflexões do tipo: o objetivo da Matemática não é formar matemáticos, mas sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização; já que é muito comum o professor da educação básica ou de Matemática em alguns casos entender que o aluno deve saber e aprender tudo, como se fosse de uma única vez.

Na maior parte das vezes o professor de Matemática tem agido como se toda turma estivesse num mesmo nível de conhecimento, a isso se justificaria um único modelo de desafio (atividade) para todos os alunos, quando o aluno é incapaz de resolver determinada atividade, muitas vezes por falta de tempo ou até de didática o professor não volta para analisar com o aluno até que ponto ele sabe ou o que ele não entendeu. Para Duval (2003) a abordagem cognitiva a ser observada pelo o professor em relação a atividade matemática ser desenvolvida pelo o aluno deve estar centrado em:

> Procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino, sendo necessário que o professor se questione sobre: 1. Quais sistemas cognitivos são necessários mobilizar para aceder aos objetos matemáticos e para efetuar

> as múltiplas transformações que constituem os tratamentos matemáticos? 2. Esses sistemas são os únicos a ser mobilizados por qualquer processo de conhecimento em outros domínios científicos ou trata-se de sistemas específicos da Matemática? (Duval, 2003, p. 94).

Duval (2011, p. 22) também destaca a importância dos signos, quando diz que “a relação dos signos difere das representações, em geral. É uma relação de referência, e não uma relação de causalidade”, sendo que as representações possuem uma relação de causalidade com os objetos. Nessa linha de pensamento Duval (2011, p. 23), coloca:

> As representações são necessárias para que se tenha acesso aos objetos. Os signos são as representações, não podendo ser confundidos com os objetos aos quais se referem. E em relação com os próprios objetos os signos são radicalmente diferentes das representações, servindo apenas como referência.

Dessa maneira, Duval (2011, p. 37) deixa evidente que há uma diferença importante entre signos, representações e objetos matemáticos. Para este autor,

> O que separa radicalmente as representações e os signos é a natureza da relação com os próprios objetos. A relação entre os signos e os objetos não contém nenhuma interação, mas é apenas uma relação de referência dependendo do sistema semiótico utilizado.

Sendo assim, Duval (2012) nos deixa claro que o aluno aprende Matemática quando ele é capaz de enxergar:

> [A]s transformações de representações em outras transformações semióticas estão no coração da atividade matemática. As dificuldades dos alunos para compreender matemática surgem por conta da diversidade e complexidade dessas transformações. Para estudar esta complexidade, as representações semióticas devem ser analisadas, não a partir dos objetos ou dos conceitos matemáticos que representam, mas a partir do funcionamento representacional que é próprio do registro no qual são produzidas. (DUVAL, 2012, p. 266).

Portanto, compreendemos que o ensino de Matemática contribui com o desenvolvimento cognitivo de nossos alunos, considerando as contribuições teóricas de Duval, quanto às dificuldades de aprendizagens, além de aspectos de ordem metodológica. Sendo assim, se torna importante que o professor sempre que possível reveja todo o processo empregado no ato de ensinar (sua prática pedagógica), agregando diversos materiais a metodologia a ser utilizada.

3.3 REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E SUA RELAÇÃO COM LABORATORIO INTERATIVO DE MATEMATICA

O LIM é um espaço organizado para ensinar e estudar matemática, algo pensado, que em sua maioria pode ir sendo montado com materiais de baixo custo, sendo interessante percebemos que os próprios alunos podem contribuir com essa missão. Esse espaço deve servir para o desenvolvimento de atividades interdisciplinares em que todos possam elaborar, analisar e avaliar materiais didáticos e atividades que possibilitem a melhoria na relação ensino e aprendizagem.

Sobre o LIM, autores como Lorenzato (2012, p. 7), contribui dizendo que o LEM "pode ser um espaço especialmente dedicado à criação de situações pedagógicas desafiadoras". Perez (2012, p. 62), por sua vez, sugere a existência de um laboratório, como algo que se "constitui num espaço físico destinado a guardar materiais didáticos, devendo ser agradável, onde se possa pensar, criar, construir e descobrir estratégias". Enquanto que Rêgo e Rêgo (2012, p. 40) nos faz refletir, afirmando que:

> [A]s novas demandas sociais educativas apontam para a necessidade de um ensino voltado para a promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, criatividade e capacidade de ação, reflexão e crítica pelo o aluno. E o laboratório de matemática se constitui como um espaço fundamental para esse desenvolvimento.

Dessa maneira, o LIM se constitui como algo que também, pode contribuir com o processo ensino e aprendizagem de professores e alunos, atendendo a toda a escola, tendo em vista que a usabilidade do material se configura como sendo *móvel*, isso porque os materiais didáticos podem também ser conduzidos até as salas de aulas.

Segundo Amaral (2016, p. 5), os laboratórios interativos implantados nas escolas estaduais da Paraíba são:

> Composto por diversos materiais que propiciam um trabalho manipulativo dando oportunidade ao professor de trabalhar com os conteúdos de geometria plana, geometria espacial, probabilidade, trigonometria, entre outros. Dessa forma, observamos a grande gama de materiais que o LIM oferece para o docente desenvolver a sua função.

Desse modo, relacionar representações semióticas com possíveis atividades realizadas no LIM é viável, pois conforme os materiais didáticos presentes nestes laboratórios como: bloco de cubos, Torre de Hanói, multiplano, sólidos geométricos, teodolito, por exemplo, contribui para que o aluno possa, conforme aborda Duval (2009), realizar diferentes registros de representações, sem perder a referência do mesmo objeto, considerando que alguns desses materiais se constituem um tipo de representações por si só, como é o caso de sólidos geométricos.

Logo, a existência de um laboratório ativo na escola pode contribuir com a tarefa cognitiva do aluno em entender a natureza abstrata da Matemática e de que um objeto matemático não pode ser confundido com sua representação. Diante disto, Duval (2009, p.14) afirma que,

> [...] não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação. É essencial jamais confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções, as retas, etc, com suas representações, quer dizer, as escrituras decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figura... porque um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes.

Assim, os LIM são estratégicos para a realização da concepção de Duval, quando os materiais didáticos existentes neles servem de encaminhamentos investigativos e interativos, possibilitando a descoberta de um novo conhecimento, ou evidenciação de um estudo já conhecido em várias perspectivas diferentes, principalmente na produção de representações semióticas, contribuindo dessa maneira para desconfigurar a ideia de que fazer matemática é:

> [...] reconhecer símbolos, manejar fórmulas, utilizar regras e técnicas, resolver problemas-modelo e cálculos padronizados. Ensinar a aprender matemática é criar estratégias para resolver problemas, é interpretar, é compreender os conceitos envolvidos e os procedimentos utilizados; é desenvolver o raciocínio lógico, possibilitando uma ação transformadora. (FERRONATO, 2012, p. 3).

Ao manusearmos materiais didáticos disponíveis no LIM disponíveis em algumas escolas do Estado da Paraíba, percebemos a importância de seu uso para apreensão do conhecimento matemático, que vão além da mera resolução de exercícios, mas, que também requer estudo, análise e planejamento por parte do professor antes de sua utilização. Quando o professor dar valor aos materiais, relaciona-o com o conteúdo que está sendo seguido, o professor certamente contribuirá para que o aluno possa estar realizando intuitivamente tratamento ou conversões.

Entendemos que a partir da utilização dos materiais didáticos presentes no LIM e sua correlação com o que diz a TRRS a junção dos dois facilitará o ensino e aprendizagem e nossa pesquisa contribuiu significativamente para isso, conforme demonstrado no quadro 4:

Quadro 4 - Relação entre o acervo LIM e TRRS

Materiais didáticos acervo do LIM	Teoria das Representações Semióticas (Duval)
O acervo do LIM é composto por MD do tipo: Torre de Hanoi, Ábaco, Material Dourado, Multiplano, etc.	O material MD disponível no LIM a partir de sua utilização pelo aluno e professor, poderá dependendo do planejamento e das situações problematizadoras facilitar a representação de um objeto matemático e a conversão de representações entre registros.

Fonte: Autores

Boa parte dos MD, presentes no LIM apresentam acessibilidade, estimula à criatividade, a cooperação e além do mais estimula o desenvolvimento cognitivo de quem o faz uso. Ao nos reportarmos diretamente ao MD Multiplano como um dos MD presentes no LIM, este favorece a percepção de conceitos e comportamentos matemáticos, integralizando objetos matemáticos em vários contextos e situações problemas, é manipulável e faz com o que o aluno possa testar seus conhecimentos a partir da utilização do mesmo.

Assim, em relação ao MD multiplano é interessante que o professor possa analisar em quais situações de aprendizagem melhor se adequará a exploração a partir do multiplano tendo em vista que como todo material, esse também apresenta algumas limitações, mas de modo geral, o professor pode num primeiro momento deixar o alunos conhecerem o multiplano e as peças que o compõem, num segundo momento cabe ao professor fazer uma demonstração dessas peças e como poderá ser feito seu uso e por último pode-se apresentar uma situação problema para que os alunos possam explorar a sua resolução a partir do manuseio das peças do respectivo MD.

E é a partir da resolução da situação problema que o professor poderá vir a explorar situações cognitivas fundamentais com base na teoria das representações semióticas, tentando enxergar situações de formação, tratamento e conversão, conforme abordadas por Duval. De modo geral se faz necessário que durante o uso do MD o aluno tenha a sua disposição, o MD, papel, lápis e borracha (materiais essenciais), pois, assim será mais fácil de colocar em prática as situações cognitivas fundamentais ligadas a semiose. Sendo que podemos dizer que seja especifico desse material o fato de possuir pinos, ligas, hastes que por exemplo, serão usados para a realização da representação gráfica.

4. CAMINHOS DA PESQUISA, ORGANIZAÇÃO, ANÁLISE DE DADOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 CAMINHOS DA PESQUISA

Neste capítulo, expomos como se desenvolve todo o percurso de nossa pesquisa, tendo sempre como parâmetros a questão norteadora e objetivos conforme delimitados na introdução desse trabalho de investigação. Dessa forma, delineamos o procedimento metodológico, explicitamos nosso entendimento sobre pesquisa qualitativa, caracterizando a abordagem desta, como pesquisa exploratória na qual temos o objetivo de proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito.

Procuramos, também, especificar nossos instrumentos de obtenção dos dados através do trabalho de campo, em que delimitamos, o local que iriamos fazer uma visita (em nosso caso a 4ª Gerência Regional de Ensino), com o objetivo de identificar as escolas que dispõem do LIM, no caso a escolha da escola que serviu para observação e estudo dos materiais do laboratório foi a ECIT Professor Lordão da cidade de Picuí.

4.1.1 Da implantação de Laboratórios Interativos de Matemática – LIM em escolas Estaduais da Paraíba

A 4ª Regional de Ensino da Paraíba comporta 12 cidades: Baraúna, Barra de Santa Rosa, Cubati, Cuité, Damião, Frei Martinho, Nova Floresta, Nova Palmeira, Pedra Lavrada, Picuí, São Vicente do Seridó e Sossego. Grande parte delas situada na Mesorregião do Curimataú Paraibano - Região Nordeste - uma região tipicamente semiárida, que traz consigo uma história de lutas e organização dos atores sociais em busca de melhoria de sua qualidade de vida. Observamos a necessidade de políticas específicas orientadas para a Educação, Saúde Pública, geração de Emprego e Renda, além de Segurança Pública, em todos os municípios desse território, especialmente na zona rural e áreas periféricas das cidades.

Observamos que nem todas as escolas da 4ª gerência de ensino dispõem de Laboratório Interativo de Matemática, pois são 12 cidades atendidas pela regional, num total de 21 escolas estaduais e destas apenas 13 escolas dispõem do LIM, conforme o quadro 5. Percebemos também que algumas escolas além do LIM dispõem de: Laboratório de Robótica, Laboratório de Informática, Laboratório de Informática Móvel e Laboratório de Ciências.

Quadro 5 - Escolas que dispõem de LIM na 4ª Regional de Ensino da Paraíba

Ordem	Município	Nome da escola
1.	Cuité	ESCOLA CIDADÃ INTEGRAL ORLANDO VENÂNCIO
2.	Cuité	ESCOLA ESTADUAL CIDADÃ INTEGRAL TÉCNICA JORNALISTA JOSÉ ITAMAR DA ROCHA CÂNDIDO
3.	Baraúna	EEEM PREFEITO SEVERINO PEREIRA GOMES
4.	Barra de Santa Rosa	EEEFM JOSE LUIZ NETO
5.	Cubatí	EEEFM IOLANDA TEREZA CHAVES LIMA
6.	Damião	EEEM FRANCISCO MARQUES DE MELO
7.	Frei Martinho	EEEM PREFEITO AGUITONIO DANTAS
8.	Nova Floresta	EEEFM JOSE ROLDERIK DE OLIVEIRA
9.	Nova Palmeira	EEEFM ANTONIO COELHO DANTAS
10.	Pedra Lavrada	EEEFM GRACILIANO FONTINI LORDAO
11.	Picuí	EEEFM PROFESSOR LORDÃO
12.	São Vicente	EEEFM CICERO DOS ANJOS
13.	Sossego	EEEFM JOSE VITORINO DE MEDEIROS

Fonte: 4ª Gerência Regional de Ensino da Paraíba

Baseado nas informações do quadro 5, entendemos que a reivindicação por melhorias, no sentido de estender esse tipo de benefício para todas as escolas, deve ser uma constante, pois, como já dissemos, todo profissional precisa de bons materiais para desenvolver seu trabalho e com o professor não pode ser diferente, surgindo dessa maneira a necessidade de todas as escolas possuírem seus respectivos laboratórios.

Nesse contexto, o Governo Estadual da Paraíba implantou em algumas Escolas Estaduais um projeto de distribuição de LIM, visando substituir atividades repetitivas e mecânicas, fundamentadas em memorização, por atitudes de reflexão, investigação e busca de respostas na observação de objetos, na identificação e no reconhecimento das relações existentes entre objetos e/ou fatos matemáticos. Assim, estaria contribuindo para a melhoria do processo ensino e aprendizagem, o desempenho acadêmico dos alunos e a elevação dos índices educacionais.

Ao observarmos o registro de atas de processos licitatórios do Governo da Paraíba de 2013 aos dias atuais, destacamos que no ano de 2014, precisamente no dia 24 de janeiro, foi registrado o preço para aquisição de laboratório de robótica que seria distribuído para as escolas estaduais, através do pregão nº 534/2013 e processo nº 19.000.027596.2013, na qual obteve a empresa habilitada Brink Mobil Ind, Com. de Brinquedos LTDA.

Após essa aquisição, posteriormente, o governo realizou entrega de Kits de LIM a escolas estaduais. Durante nossa pesquisa prévia não identificamos nenhuma ata ou registro de preço que identificasse a empresa e os kits que seriam distribuídos. Mas, segundo Lima (2016, p. 29):

> Os kits industrializados foram adquiridos através do Pregão Eletrônico nº 232/2015 – SEE – Secretaria de Educação do Estado da Paraíba. A empresa que venceu o pleito declarou que o valor do Laboratório Didático de Matemática foi de R$ 29.629,62 (Vinte e nove mil seiscentos e vinte reais e sessenta e dois centavos). O kit deveria ser utilizado no ensino médio.

obre a implantaçãodo LIM nas escolas estaduais do Estado da Paraíba, Amaral (2016) evidencia que é um projeto da Secretaria Estadual de Educação que objetiva dar um suporte aos professores de Matemática para que os mesmos se utilizem de alternativas que possa melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Sendo assim, para que possam contribuir com a redução dos índices de retenção e rejeição em relação a essa área do conhecimento.

A proposta de distribuição do LIM atende ao Referencial Curricular para Ensino Fundamental que foi publicada no ano de 2010 pela mesma secretaria que fez a distribuição desses, bem como atende também a Proposta Curricular do Estado da Paraíba para o Ensino Fundamental que foi publicada no ano de 2018, quando ambas as propostas fazem referências de que o trabalho com a Matemática deve se dar mediante também através de materiais manipuláveis. Nesses referenciais encontramos estudos de como se apresenta o ensino de Matemática na atualidade na Estado da Paraíba, bem como, propostas de metodologias de ensino, currículo mínimo a ser seguido e podem ser aplicadas as aulas de Matemática.

Dentre as metodologias propostas, podemos destacar o uso de jogos matemáticos, a utilização de materiais manipuláveis, a modelagem e o trabalho com resolução de problemas, entre outras. Esse tipo de laboratório é composto por diversos materiais que propiciam um trabalho manipulativo, dando oportunidade ao professor de trabalhar com os conteúdos de geometria plana, geometria espacial, probabilidade, trigonometria e outros mais.

Já sobre o Laboratório Interativo de Matemática, Ferronato (2012, p. 3) diz que:

> Este complementa o trabalho docente com encaminhamentos investigativos e interativos, possibilitando a descoberta de um novo conhecimento, ou evidenciar um estudo já conhecido em várias perspectivas diferentes. Os

> conteúdos curriculares que tangem ao ensino da Matemática, quando ministrados a partir do concreto, especificamente em um Laboratório - ambiente pedagógico exclusivo do espaço escolar - podem facilitar a compreensão, despertar o interesse do aluno e motivá-lo para a discussão dos conceitos matemáticos, permitindo a potencialização da aprendizagem desta disciplina.

Lembramos que o LIM, apesar de receber o nome de Laboratório, não atende a todas as demandas que são estabelecidas para ser um LEM. A priori, recebe esse nome de LIM devido as escolas terem recebido alguns materiais que vem acompanhado de armários, que serve para acomodar os MD após seu uso pelos alunos, não existindo um espaço apropriado para guardar os mesmos, já que cada professor pode pegar o material que será utilizado e levar até a sala de aula, para serem explorado pelos discentes. Dessa maneira, segundo Amaral (2016, p. 98),

> Não atende a prerrogativas de LEM, pois diante da concepção de espaço que está atrelado ao ser do Laboratório de Ensino de Matemática, fica inerente ao saber, que neste local, pode ser aplicado um trabalho com outros mecanismos metodológicos, como é o caso do uso da modelagem, jogos matemáticos, softwares, entre outros, além de favorecer no ensino superior a formação dos futuros docentes.

Uma análise mais criteriosa se faz necessário para que se possa fazer um comparativo entre LIM e LEM ou quem sabe incentivar nas escolas que possui um LIM a sua transformação num LEM, já que uma vez sendo LEM as oportunidades de ensino e aprendizagem se ampliam. Discutir sobre LIM não é uma tarefa fácil visto que existem muitos conceitos e considerações que cercam esse ambiente.

Faz-se necessário um resgate histórico sobre sua implantação em nossas escolas e um estudo sobre a concepção que alguns autores e professores tem sobre laboratório. Já que para sua utilização, requer situações didáticas bem elaboradas e um uso de metodologias adequadas com uma previsão de etapas a serem superadas. É interessante também, analisarmos que na maioria dos casos, é mais fácil encontrar na literatura algo falando de laboratório de ciências atrelado a Química e a Física do que falando de Matemática.

Diante de alguns obstáculos relacionados ao entendimento matemático, é interessante pensarmos em buscar alternativas para sua superação. O conhecimento matemático é muito vasto, talvez seja por isso que muitos não conseguem estabelecer um significado para o mesmo. E se lamentam o tempo inteiro, buscando culpar alguém ou algo pelo seu déficit de conhecimento.

Compreendemos que o LIM seja uma alternativa que vem contribuir para um melhor ensino e que alguns obstáculos matemáticos possam ser superados. A isso, associamos a capacidade que o professor deve ter de conhecer as limitações e potencialidades dos MD’s que compõem um LIM e assim possa planejar atividades criativas que possivelmente o aluno venha a empregar mais de uma representação semiótica.

4.1.2 Da pré-análise

Nesta etapa de nossa pesquisa realizamos uma visita ao Laboratório Interativo de Matemática – LIM da referida escola, com o objetivo de conhecer o espaço, bem como os materiais que servem de estudos para os alunos e professores. No caso, tivemos o contato com uma professora, na qual, deixou claro que o referido espaço atende a três áreas do conhecimento Robótica, Física e Matemática. Sendo que na maioria das vezes quando o professor de Matemática vai fazer uso de algum MD desse espaço, o conduz até a sala de aula.

Após adentrarmos o espaço em que se encontram os materiais do LIM a nossa coleta de dados foi feita basicamente através da observação, estudo dos materiais didáticos do laboratório e análise de documentos (manual de uso disponível). Neste caso, apenas o MD multiplano apresentava manual ou guia de orientações didáticas (mesmo com algumas limitações). Enquanto que para um melhor entendimento de como ocorreu a aquisição dos LIM tivemos que realizar um levantamento bibliográfico principalmente em dissertações e decretos publicados pelo Governo do Estado da Paraíba (conforme já descrito no texto acima e bem limitados).

4.1.3 Da exploração do material - Laboratório Interativo de Matemática: Escola Estadual Professor Lordão – Picuí-Pb

A escola na qual analisamos os materiais didáticos disponíveis em seu laboratório fica no Município de Picuí - Estado da Paraíba que dista 232,6 km da capital João Pessoa. É uma escola que atende a comunidade escolar em tempo integral, hoje é considerada uma Escola Cidadã Integral Técnica Estadual, com aproximadamente 236 alunos, oferece as modalidades: Ensino Fundamental – a partir do 8º ano; Ensino Médio e Ensino Técnico. Com um corpo de 27 funcionários, apresenta uma excelente infraestrutura composta por salas de aulas, Laboratórios Interativo de Matemática, Física e Robótica (compartilham de num único espaço); Laboratórios de Química, Biologia e de Análises Clínicas (compartilham de um único espaço); Laboratório de Informática, auditório e ginásio para atividades esportivas, bem como, sala de direção, secretaria escolar, entre outros (como almoxarifados, etc.).

Os materiais do LIM ficam disponíveis em dois armários (trancados por chave) e numa pequena estante, conforme apresentamos na imagem fotográfica que segue (figura 4). Esta é controlada por um professor de Matemática da escola, segundo informações obtidas alguns desses materiais chegaram na escola no ano de 2013 e outros foram sendo conseguidos a partir das conquistas com a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP[7]).

Figura 4 - Estante e armários - LIM - Picuí-PB

Fonte: Autores

Para fazer a utilização do material o professor pode levá-lo até a sua sala de aula ou caso esteja disponível pode trazer os alunos para o espaço em que se encontram os materiais didáticos. Dentre os materiais disponíveis no laboratório destacamos: sólidos geométricos em acrílicos; teodolito; planificações de sólidos (emborrachados - E.V. A e de papel); traçador de elipse; conversor binário; ciclo trigonométrico; kits de probabilidades; paquímetro; poliedros; multiplanos; Torre de Hanói; material dourado; ábaco; blocos lógicos; blocos e cubos e produtos notáveis.

Dentre os materiais didáticos disponíveis, escolhemos o Multiplano, como expomos na figura 5, por se configurar como um material que se apresentava no LIM em grande quantidade (possivelmente atende 1 para cada aluno durante o seu manuseio), bem como, era

[7] É um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC. Fonte: http://www.obmep.org.br/index.htm

o único MD que dispunha de Manual. Sendo assim, justificamos a escolha do Kit Multiplano, por ser um material didático presente no LIM, devido o mesmo se apresentar como um material de fácil manuseio, que favorece a percepção tátil, a visualização e a ludicidade.

É um material relevante, sendo assim, realizamos uma busca no banco de dados da CAPES, que comprovasse tal afirmação, colocando as palavras chaves “multiplano”, “últimos 5 anos” e “mestrado profissional” encontramos 9 pesquisas e destas escolhemos duas, considerando o fato de uma maior aproximação com nosso objeto de pesquisa, conforme descriminadas no quadro 6:

Quadro 6 - Pesquisas acadêmicas sobre o multiplano

Ano/Universidade	Título / Autor	Resultados
2015 (UFOPA)	Título: Introdução ao estudo de função para alunos com deficiência visual com o auxílio do multiplano. Autor: Maria Aldete de Souza	O instrumento Multiplano desenvolvido por Rubens Ferronato representa uma possibilidade para as dificuldades dessa clientela no que tange ao ensino da matemática, propiciando uma oportunidade concreta de visualização, ainda que tátil, fator importante para as abstrações.
2019 (UFMA)	Título: O multiplano no processo de ensino da Matemática: intervenções educacionais para estudantes com deficiência visual e estudantes videntes com dificuldades de aprendizagens. Autor: Raimunda Maria Barbosa de Sá	Ficou evidente que a intervenção pedagógica foi satisfatória para os estudantes com DV e videntes, ambos apresentaram avanços em relação aos números racionais, demonstrando que a intervenção utilizando recursos complementares junto ao Multiplano contribuiu para alcançar o objetivo de melhorar a aprendizagem dos conhecimentos básicos da Matemática.

Fonte: Autores

De uma maneira geral, a maior parte das pesquisas que envolve o multiplano, tem buscado provar a sua eficácia como estratégia didática na superação de dificuldades de aprendizagens entre alunos deficientes visuais e alunos videntes. Já em nosso caso estudamos MD multiplano relacionando-o com a TRRS em conexão com orientações da BNCC. Assim sendo, notamos que o multiplano pode ser usado em sala de aula com alunos desde os anos iniciais do ensino fundamental até o ensino médio e superior, se justificando também, porque permite o desenvolvimento de metodologias de ensino inclusivo.

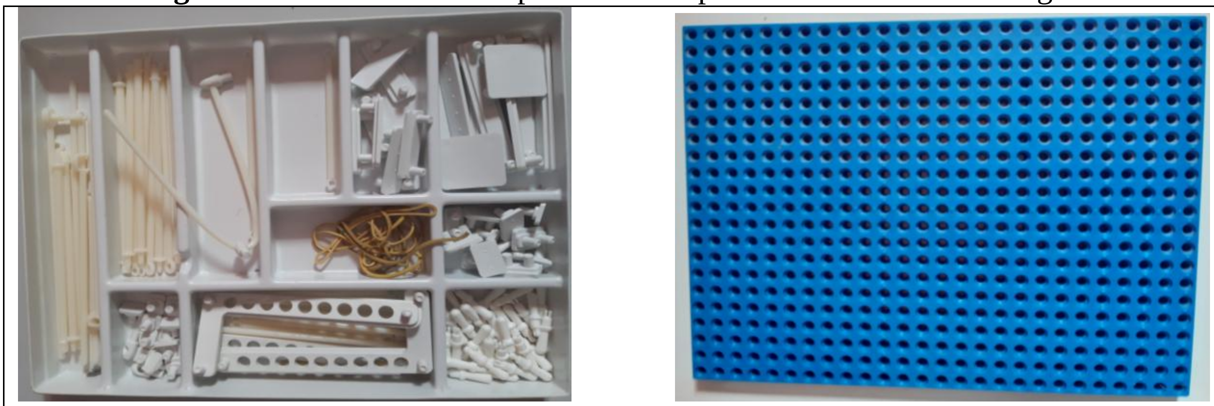
Não queremos aqui desmerecer o potencial didático dos outros materiais presentes no LIM, mas justificar que o Kit Multiplano como qualquer outro MD se bem utilizado, estudado pelo profissional que fará uso em sala de aula com seus alunos poderá cumprir com a função de introduzir, revisar conteúdos já trabalhados, antecipar conteúdos, aprofundar e poder vir a servir como uma espécie de nivelamento do acesso ao conhecimento.

Segundo o guia de orientações didáticas[8] que acompanha o kit multiplano, o apresenta como sendo formado por um estojo (figura 5) contendo (figuras 6 e 7): 1 base retangular com 546 furos distribuídos em 26 linhas e 21 colunas; 1 base circular com 72 furos, pinos, elásticos, base de operações, fixador, hastes para sólidos, haste para parábola, haste para análise de comportamento das funções, haste reta, haste barras.

Figura 5 - Kit Multiplano

Fonte: http://multiplano.com.br/produto/kit-multiplano/ (2020)

Figura 6 - Prancha com compartimentos e prancha azul de base retangular



Fonte: Autores

[8] Guia de orientações didáticas – Disponível em: http://multiplano.com.br/download/1143/. Acesso em: 06 de jan. de 2020.

Figura 7 - Base Circular e guia de orientações didáticas

Fonte: Autores

No laboratório analisado, foi encontrado 30 kits multiplanos, supomos que basicamente atende a uma turma de alunos do Ensino Médio, em que cada aluno durante a aula poderá manusear suas peças, sendo que boa parte dos kits já se encontram incompletos, faltando peças (hastes, ligas, pinos, etc.), o que pode vir a dificultar (ser um obstáculo) a sua utilização tanto pelo o aluno quanto pelo o professor.

Subentendemos também que, como qualquer outro MD, o multiplano apresenta algumas limitações. Como tínhamos que construir um guia de aprendizagem como produto educacional para o Mestrado Profissional, analisamos o guia que acompanha o kit multiplano e construímos outro guia[9] que é algo a mais, relacionando representações semióticas com orientações para o professor conforme é determinado na BNCC.

4.2 DA ORGANIZAÇÃO DOS DADOS

4.2.1 Coleta de dados

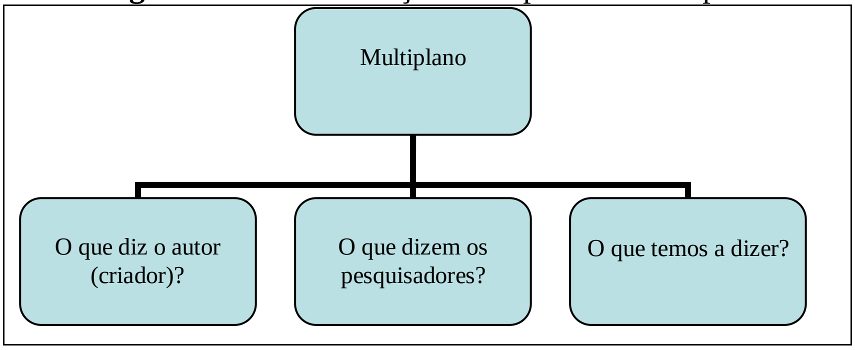
O instrumento usado para coleta de dados foi basicamente a observação, no nosso caso, *observação espontânea*, pois em todos os momentos que estivemos na escola, recolhemos e registramos os fatos da realidade sem fazer uso de técnicas como questionários, entrevistas ou fazer perguntas diretas, por exemplo.

Segundo Gil (2019, p. 110), nesse tipo de observação, “o pesquisador permanecendo alheio à comunidade, grupo ou situação que pretende estudar, observa os fatos que aí

[9] Este é chamado de produto educacional e deve ser proposto como atividade obrigatória para recebimento de título de mestrado profissional, o qual segue à parte da dissertação.

ocorrem, favorecendo a aproximação do pesquisador com o fenômeno pesquisado, é adequada aos estudos exploratórios”. Para nossa coleta de dados, além da observação espontânea, também pudemos manusear e analisar o material considerando alguns questionamentos (conforme o diagrama 1).

Diagrama 1 - Considerações a respeito do multiplano



Fonte: Autores

Assim, de posse do material, buscamos nos aproximar de situações concretas que pudessem ser implementadas a partir da utilização do material analisado, para isso pensamos em situações problemas hipoteticamente criados para essa finalidade.

4.2.2 Categorias de análise

Para efeito de uma análise mais sistemática, definimos duas categorias: com base na primeira categoria, verificamos os critérios de mobilização das três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose (a formação, o tratamento e a conversão) propostas por Duval (2012). Enquanto em relação à segunda categoria, verificamos se o MD está coerente ao que preconiza a BNCC (2018), em relação a produção de competências e habilidades.

Para analisarmos as potencialidades do MD multiplano quanto a possível contribuição à produção de representações semióticas de objetos matemáticos, tendo como base as categorias relacionadas por Duval (2012), no que permite a formação de atividades cognitivas fundamentais como: formação, tratamento ou conversão, utilizamos o MD, uma situação problema, lápis e papel, com o intuito de simularmos na prática a formação dessas atividades cognitivas fundamentais.

Por outro lado, durante nossa análise também consideramos o potencial do MD relacionando com o que aponta o documento normativo para a educação básica - BNCC (2018) já que o mesmo busca regulamentar quais são as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas brasileiras. Dessa forma, buscamos estabelecer uma conexão entre o material (multiplano) com as competências e habilidades proposta pela BNCC, especialmente para a área da Matemática. Conforme apresentada no quadro 7, chamamos atenção pelo fato de ser a competência 3, 4 e 5, que melhor se adequam a nossa proposta de pesquisa e conforme se apresentam no documento normativo BNCC (2018):

Quadro 7 - Competências específicas de Matemática para o Ensino Médio

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: Brasil (2018)

A partir das categorias elencadas acima, passamos a termos parâmetros para análise dos resultados em relação a exploração do MD Multiplano e assim, seguimos critérios avaliativos importantes quanto a utilização do MD frente aos objetos matemáticos abordados na pesquisa.

4.2.3 Da exploração do material (MD Multiplano) e análise de dados

Durante o estudo e a manipulação do MD Multiplano, estivemos conscientes de que essa era uma fase que nos era exigido bastante atenção e que precisávamos agregar e classificar as informações colhidas de acordo com os objetivos da pesquisa em estudo.

Percebemos assim que o MD se apresenta em duas versões no laboratório LIM. A *versão 1* tem-se o kit multiplano braile, com manual, além de apresentar pinos coloridos contribuem para o professor ou aluno vidente possa auxiliar a quem é cego, já que esses peças do multiplano tem superfície identificada com números, símbolos e sinais matemáticos em

Braille e em algarismos Hindu-arábicos, podendo ser usado tanto por pessoas cegas como também por videntes, facilitando para os que não dominam a leitura e escrita do código Braille e a *versão 2* é apresentada o kit multiplano normal e manual. Ao considerarmos algumas características como cor, o Multiplano apresenta base retangular e circular nas cores azuis e demais objetos na cor branca ou cinza. De modo geral, realizamos algumas considerações numa visão técnica e de avaliação do MD multiplano, conforme quadro 8.

Quadro 8 - Caracterização técnica – kit multiplano

Metodologia / Critério	Considerações dos autores
Qualidade do material	No laboratório analisado encontramos 30 kits todos disponíveis em maletas, os quais se forem usados com responsabilidade (com exceção das ligas), dará para usar por um bom tempo, material totalmente produzido em plástico resistentes, porém apresenta algumas peças pequenas que podem ser facilmente perdidas ou que não seja ideal para serem usadas por crianças menores do que 6 anos.
Potencial Desafiador/incentivador	Ao observarmos o material, entendemos que o seu potencial desafiador e incentivador da aprendizagem advém a partir das situações didáticas que deverão ser criadas pelo professor com o intuito de conduzir o aluno a manipulação de hastes, pinos de encaixe, por exemplo, para obtenção de representações à objetos matemáticos. O desafio estaria associado a resolução de situações problemas, momento este que o aluno irá construir ou revisar o seu conhecimento, fazer conjecturas e usar o material através da tentativa, acertos e erros, com a mediação do professor.
Aderência a padrões	Não encontramos nenhuma norma, especificação, normatização que indicasse a sua qualidade e segurança para uso. Mas, segundo seu criador, o kit foi produzido dentro das normas técnicas NBR 15236:2016.
Acessibilidade	Podemos dizer que o multiplano é um material acessível, pois se apresenta em duas versões – kit em braile com manual e kit multiplano com manual. No laboratório analisado, constatamos que existe 3 kits em braile, porém o professor pode durante o seu planejamento tentar adaptar o material a diversidade que venha a

	surgir, a fixação das peças é de fácil acesso, porém alguns pinos para ser retirado é preciso fazer uso de um pouco de força.

Fonte: Autores

Realizamos toda a nossa observação, estudo e análise com base no multiplano versão 2. Vimos que trata de um MD manipulável, a partir do qual a pessoa que fará seu uso deverá de acordo com a situação problema apresentada manusear suas peças (base retangular, pinos, ligas, haste, por exemplo) e buscar chegar a solução da situação apresentada a partir do material, considerando conhecimento prévio dela e a orientações e mediação do professor.

O MD apresenta ser um material que contribui para a apreensão do conhecimento matemático, pois é abordado por vários pesquisadores que tiveram o multiplano como análise e objeto de pesquisa, na qual destacamos aqui a fala de dois pesquisadores que relatam a contribuição do material para sua pesquisa e para a Matemática. Segundo Silva (2016, p. 48) o multiplano,

> É uma ferramenta que possibilita a concretização de conceitos primitivos, definições e aplicações, favorecendo a cognição de conceitos abstratos e o rigor matemático, aspecto este que com frequência é desfavorecido pelas práticas. Verificou-se que a utilização do multiplano possibilita o desenvolvimento não fragmentado dos conteúdos, permitindo a realização da formalização e resolução de exercícios em todos os níveis escolares e áreas da matemática.

Já para Melo (2014, p. 46) o multiplano,

> Tem grande importância no ensino de geometria, pois em sua placa perfurada é possível se construir diversos polígonos com o auxílio dos pinos e dos elásticos. Desse modo, o aluno constrói conceitos como os de área e perímetros e várias propriedades da geometria plana que seriam mais complexos de serem absorvidos sem seu auxílio. Quando o assunto é álgebra e construção de gráficos, o Multiplano se mostra de grande eficácia, pois a placa perfurada possui linhas e colunas perpendiculares representando um plano cartesiano. Com a ajuda dos pinos e dos elásticos pode-se esboçar desde simples gráficos, como retas e parábolas, a curvas mais complexas, como senóides e cossenóides, por exemplo.

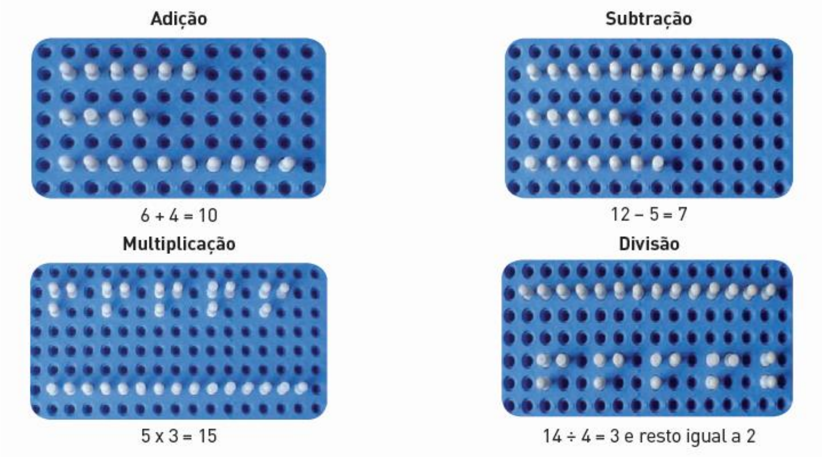
Diante dessas situações e de nossa investida empírica, entendemos que o manual de uso que segue junto ao MD, chamado de guia de orientações didáticas[10], serve para ser usado tanto pelo professor, para efeito de sua formação, quanto para as aulas junto com os alunos. Este traz um sumário em que apresenta todos os conteúdos que possivelmente podem ser

[10] http://multiplano.com.br/download/1143/

contemplados a partir do MD, desde Educação Infantil, passando pelo Ensino Fundamental até o Ensino Médio.

Além do mais, o guia apresenta o conteúdo (nome) e uma imagem que mostra como seria a exploração desse conteúdo (ver figura 8). A nosso ver, por se tratar de um guia, poderia trazer uma descrição mais detalhada de como seria feito seu uso.

Figura 8 - Operações matemáticas com MD - multiplano



Fonte: Ferronato (2012)

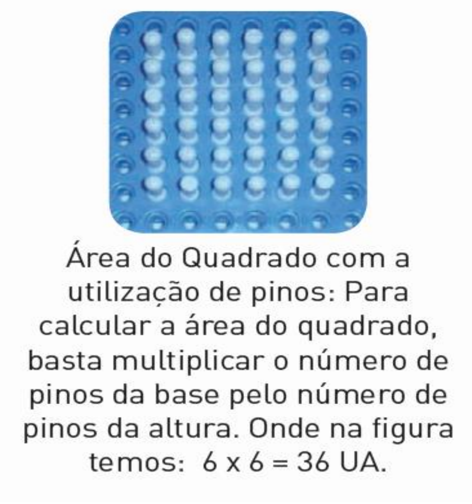
Na nossa concepção, o mesmo deveria contemplar situações didáticas em que o professor pudesse aprimorar melhor seu planejamento junto aos alunos. Logo, este deveria ser objetivo na apresentação dos conteúdos, nas habilidades e nas atividades a serem desenvolvidas a partir de sua utilização.

Chamamos atenção para algumas limitações encontradas no Guia de Orientações Didáticas. Em nossa análise empírica destacamos 3, considerando que o professor antes de fazer uso de qualquer material didático deve testá-lo, verificando se o mesmo apesenta os conteúdos com objetividade, trazem estratégias didáticas e se estas estariam alinhadas aos objetivos para o ensino de Matemática de acordo com os documentos normativos para educação nacional.

Primeiro, em relação a situação apresentada pela figura 8, que nos trazem as representações das operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) a partir do MD multiplano, percebemos a limitação no sentido de servir apenas para representações de operações com números naturais.

Depois, observando a proposta da página 27 do guia, quando este orienta para o cálculo de área do quadrado, conforme figura 9:

Figura 9 - Cálculo de área - MD multiplano

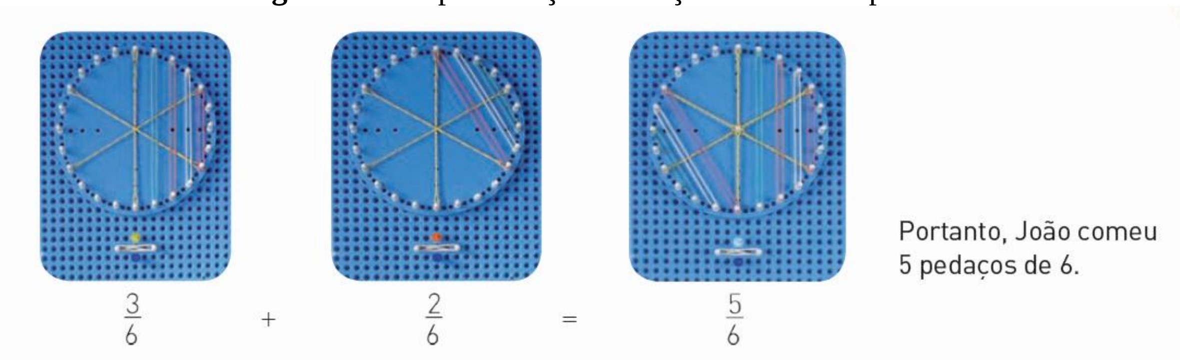


Fonte: Guia de Orientações Didáticas (Multiplano)

Sabemos que o cálculo da área de um retângulo (em particular de um quadrado) é realizado pelo produto da medida correspondente aos lados desse tipo de polígono. Na situação apresentada na figura 9, o cálculo da área exposta pelo guia do multiplano orienta ao usuário multiplicar o número de pinos da base pelo número de pinos da altura. Fazendo isto encontramos um valor de 36, o que deduzimos que essa orientação é inadequada.

Por fim, encontramos na página 47 do manual a seguinte situação:

Figura 10 - Representação de fração - MD multiplano



Fonte: Guia de Orientações Didáticas (Multiplano)

Observando a figura 10, podemos entender que a representação dessa forma pode confundir a compreensão do aluno caso o professor siga as orientações do guia. Poderíamos nos questionar o que significa as ligas paralela ou o que significa a liga retorcida? O objetivo parece ser que essas ligas representam a fração que está sendo considerada na situação problema, mas entendemos que isso pode atrapalhar mais do que ajudar.

O nosso intuito em apresentar algumas das limitações do guia de orientações didáticas, que acompanha o multiplano, alertando aquele que fará uso desse MD associando o guia como fonte, para que antes da sua utilização da necessidade de testá-lo, para assim evitar que sejam cometidos equívocos.

Sendo assim, com o foco em investigarmos as potencialidades do multiplano para o trabalho do professor em sala de aula com seus alunos, fixamos nossa pesquisa no estudo de Funções, especialmente Função Afim; Função Quadrática e Função Exponencial, trazendo uma situação problematizadora que aborda conceitos de cada um desses tipos de funções, sendo que esse objeto de estudos consta no currículo escolar para o 1º ano do Ensino Médio.

Para conceituar Função, nos detemos em Stewart (2013, p. 10), que a define como sendo:

> Uma **função** *f* é uma lei que associa, a cada elemento *x* em um conjunto *D*, exatamente um elemento, chamado *f(x)*, em um conjunto *E*. Em geral, consideramos as funções para as quais *D* e *E* são conjuntos de números reais. O conjunto *D* é chamado **domínio** da função. O número *f* (*x*) é o **valor de *f* em *x*** e é lido “ *f* de *x*”. A **imagem** de *f* é o conjunto de todos os valores possíveis de *f* (*x*) obtidos quando *x* varia por todo o domínio. O símbolo que representa um número arbitrário no *domínio* de uma função *f* é denominado uma **variável independente**. Um símbolo que representa um número na *imagem* de *f* é denominado uma **variável dependente**.

Stewart (2013, p. 38) acrescenta nos dizendo que “o método mais comum de visualizar uma função consiste em fazer seu gráfico. Se *f* for uma função com domínio *D*, então seu **gráfico** será o conjunto de pares ordenados $\{(x, f(x)) \mid x \in D\}$". Este mesmo autor complementa dizendo:

> O gráfico de uma função *f* nos fornece uma imagem útil do comportamento ou “histórico” da função. Uma vez que a coordenada *y* de qualquer ponto (*x*, *y*) sobre o gráfico é *y* = *f*(*x*), podemos ler o valor *f*(*x*) como a altura do ponto no gráfico acima de *x*. O gráfico de *f* também nos permite visualizar o domínio de *f* sobre o eixo *x* e a imagem sobre o eixo *y*.

Em relação de como venha a ser possível representar uma função, Stewart (2013, p. 39) acrescenta que de quatro maneiras conforme demonstrado no quadro 9 e conclui “se uma função puder ser representada das quatro maneiras, em geral é útil ir de uma representação para a outra, a fim de obter um entendimento adicional da função”.

Quadro 9 - Estilos de representação do objeto matemático funções

Estilo de representação	**Como fazer?**
Verbalmente	Descrevendo-a com palavras
Numericamente	Por meio de uma tabela de valores
Visualmente	Através de um gráfico
Algebricamente	Utilizando-se uma fórmula explícita

Fonte: Stewart (2013, p. 39)

Diante do exposto sobre o estudo de Função fica-nos entendido que quando falamos em Função estamos lhe dando com relação entre dois conjuntos. Desse modo, abordamos em nossa pesquisa o estudo de uma situação problema com base nos seguintes estudos de Funções: Afim, Quadrática e Função Exponencial e com base no que diz as TRRS e a BNCC, mediante a exploração do multiplano, para suas representações gráficas. Sendo que cada um tipo de Função possui uma propriedade e é definida por leis generalizadas. Iniciamos nossa análise partindo da **primeira** situação problema conforme apresentada no quadro 10.

Quadro 10 - Situação problema 1

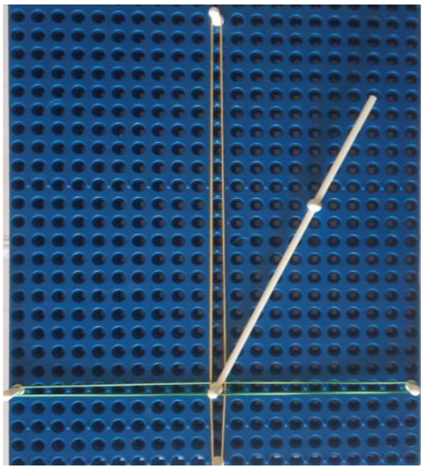
O senhor Nildo vende o litro de leite por R$ 2,00. Considerando essas circunstancias responda:

a) Quanto custa 2 litros de leite?
b) Quanto custa 1,5 litro de leite?
c) Pagando um total de R$ 10,00, quantos litros de leite comprará seu Nildo?
d) Qual a lei que relaciona o preço (y) com o número de litros (x)?
e) Represente graficamente as situações apresentadas acima.

Fonte: Autores

Resolvendo a situação que nos foi apresentada no quadro 10, podemos seguir ao raciocínio de acordo com que está demonstração do quadro 11:

Quadro 11 - Resolução da situação problema 1

a) Se 1 litro custa R$ 2,00; 2 litros custarão R$ 4,00. Pois, 2 x 2,00 = 4,00.	Tratamento de uma representação e conversão para álgebra
b) Se 1 litro custa R$ 2,00; 1,5 litro custará R$ 3,00. Pois, 1,5 x 2,00 = 3,00 ou 2,00 + 1,00 = 3,00	
c) É só pegar 10,00 e dividir por 2,00 que no caso encontraremos 5.	
d) y = 2.x	
e) Gráfico usando multiplano 	Conversão para a representação gráfica

Fonte: Autores

Compreendemos que o objeto matemático abordado na situação problema 1, se refere a **Função Afim** ou **Função Polinomial do 1º Grau**, conteúdo trabalhado com alunos do 1º ano do Ensino Médio. Iezzi et al (2014, p. 89) buscam definir **Função Afim**, como:

> [...] qualquer função f de R em R dada por uma lei da forma f(x) = ax + b, em que *a* e *b* são números reais dados e $a \neq 0$. Na lei f(x) = ax + b, o número *a* é chamado **coeficiente** de x e o número **b** é chamado termo **constante** ou **independente**. Em quem o gráfico dessa função é uma reta oblíqua aos eixos 0x e 0y (isto é, é uma reta não paralela a nenhum dos eixos coordenados).

Em relação a problematização constante no quadro 10, em termos de planejamento didático, destacamos:

- *Unidade temática*: Funções.
- *Objeto do conhecimento*: Função Afim – representações numéricas, algébricas e gráficas.
- *Público Alvo*: Alunos do 1º ano do Ensino Médio.
- *Material a ser utilizado*: Papel, lápis e multiplano.

- *Competência específica 3 para área Matemática*: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
- *Habilidade: (EM13MAT302)* - Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- *Competência especifica 4 para área Matemática*: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
- *Habilidade: (EM13MAT401)* - Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

Por outro lado, fazendo uma leitura das possíveis respostas atribuída a situação problema 1, percebemos que ao tentar responder aos questionamentos propostos, intuímos que o aluno pode caminhar por mais de uma possibilidade, para exemplificarmos, alternativa (a), tanto o aluno pode ir juntando grandezas, como ele pode simplesmente conjecturar se 1 litro custa 2,00; 2 litros custariam? E encontrar o valor desconhecido. Entendemos que ao responder aos questionamentos (a), (b), (c), o aluno estará operando com uma mesma transformação (interna) em outra representação de mesmo registro. Porém, ao responder aos questionamentos (d) e (e) o indivíduo o fará transformando numa representação de outro registro, (d = registro algébrico), (e = registro gráfico).

Ao relacionarmos as respostas (ver quadro 11) com o que diz a BNCC (2018) entendemos que esses requisitos se complementam, pois, a BNCC (2018, p. 520) nos deixa claro que para o desenvolvimento do pensamento matemático no Ensino Médio se faz necessário o desenvolvimento de um conjunto de pares de ideias fundamentais articuladas aos campos matemáticos que são: “variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações”.

Observando o gráfico construído com auxílio do Multiplano e com a BNCC (2018) para o Ensino Médio, entendemos que quando o indivíduo busca projetar no multiplano suas ideias atende ao desenvolvimento de competências como: raciocinar, representar, comunicar e de argumentar. Na presente situação apresentada no quadro 10 e 11, a competência específica 4 da BNCC (2018) está bem contemplada pelo o fato do aluno poder *compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação*. Estimula os alunos a explorar habilidades relacionadas a utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático na resolução de problemas em vários contextos, como os socioambientais e da vida cotidiana, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos mesmos, assim a partir das representações estes serão capazes de compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas.

Porém, tal situação problema (quadro 10), também, aborda a competência 5 propostas na BNCC (2018) já que a mesma pressupõe um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas – induções decorrentes de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais, por exemplo. Que conduzem o aluno a fazer conjecturas com base em suas investigações, buscando contraexemplos para refutá-las e, quando necessário, procurar argumentos para validá-las. Esse procedimento não pode ser feito apenas com argumentos empíricos, mas deve trazer também argumentos mais *formais*, incluindo a demonstração de algumas proposições.

Fazendo uma correlação com o que diz Duval (2012) de que para um sistema semiótico possa ser considerado um registro de representação, deve-se permitir a três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose. Destacamos com base na leitura dos quadros 10 e 11, que a atividade cognitiva de **formação** estaria relacionada a dados próprio do conteúdo a ser representado, algo que envolve **seleção** de um conhecimento específico em relação ao conteúdo a ser representado. Basicamente o aluno constrói representações mentais (ativa o conhecimento prévio) e resolve de como externar esse registro a fim de que seja compreensível (através da língua natural, texto, desenho de uma figura geométrica, esquema, etc), que está bem demonstrado em todo o quadro 11.

Observando o quadro 11, especificamente nas linhas *a, b* e *c,* podemos perceber atividades cognitivas de **tratamento**, para Duval (2012, p. 272), "é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada". É interessante que possamos considerar as especificidades de cada tipo de registro de representação que estarão sendo compreendidas nessas transformações como por exemplo: paráfrase, cálculo, inferência, bem como regras especificas.

Ainda atentos ao quadro 11, especificamente a linha *d* e *e*, encontramos representações de **conversão** que para Duval (2012) é a transformação de uma função em representação de um outro registro. É uma atividade independente do tratamento, observando a linha *d*, desse mesmo quadro 11, percebemos que houve uma conversão do registro numérico para o registro algébrico, já na linha *e*, houve uma conversão do registro algébrico para a representação gráfica.

É interessante levarmos em consideração que os objetos matemáticos estão diretamente relacionados com a sua representação, Duval (2011, p. 44) afirmar que "existem muitas representações possíveis de um mesmo objeto e a diversidade de representações depende dos sistemas que permitem sua produção".

Observamos agora a **segunda** situação problema, conforme apresentada no quadro 12.

Quadro 12 - Situação problema 2

Um determinado objeto é lançado para cima verticalmente e descreve uma trajetória definida pela equação $y = - x^2 + 6x$ (sendo x e y medidos em metros). Pergunta-se: a) Qual é a altura máxima atingida pelo o objeto? b) Qual é o alcance do lançamento do objeto?

Fonte: Autores

Buscando solucionar a situação problema 2, iniciamos conforme demonstrado na tabela 2.

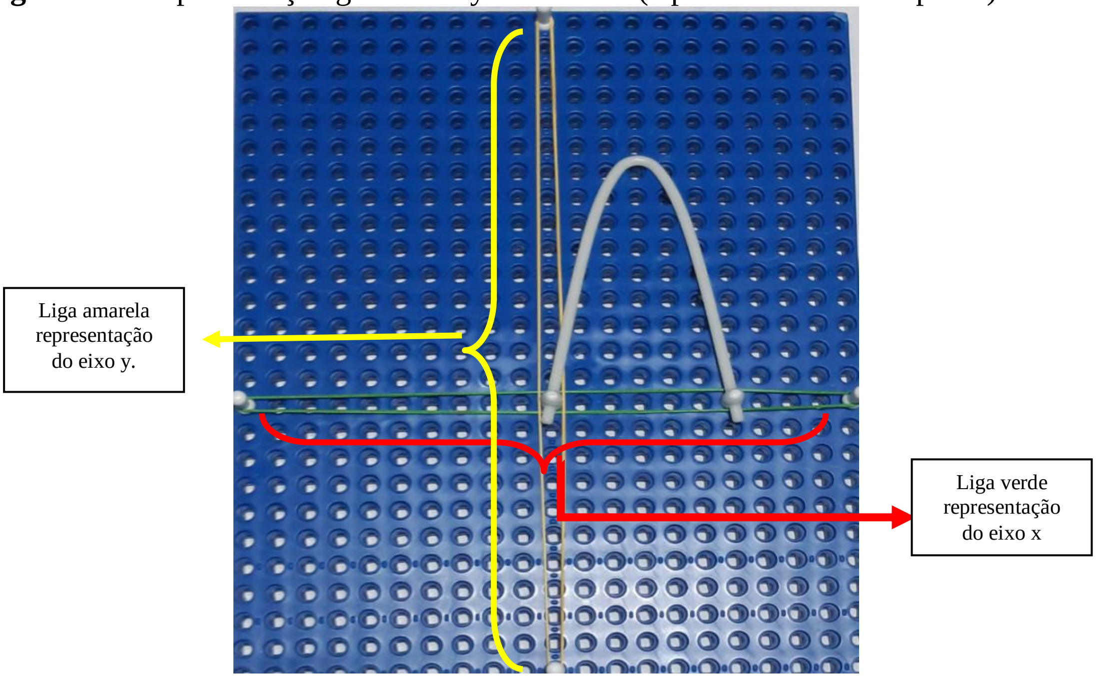
Tabela 2 - Resolução da situação problema 2

	$y = - x^2 + 6x$	
x	**y**	**(x, y)**
0	$y = - 0^2 + 6.0 = 0$	(0, 0)
1	$y = - 1^2 + 6.1 = 5$	(1, 5)
2	$y = - 2^2 + 6.2 = 8$	(2, 8)
3	$y = - 3^2 + 6.3 = 9$	(3, 9)
4	$y = - 4^2 + 6.4 = 8$	(4, 8)
5	$y = - 5^2 + 6.5 = 5$	(5, 5)
6	$y = - 6^2 + 6.6 = 0$	(6, 0)

Fonte: Autores

Na figura 11 temos uma representação gráfica da situação problema 2 feita com auxílio do multiplano.

Figura 11 - Representação gráfica de y = - x² + 6x (a partir do MD multiplano)



Fonte: Autores

Temos que o eixo y representa a altura alcançada pelo objeto ao ser lançado. E o eixo x representa o alcance do objeto ao ser lançado a partir de sua origem. A partir da observação da tabela 2, podemos resolver os questionamentos *a* e *b* do quadro 12, de acordo com a resolução apresentado no quadro 13.

Quadro 13 - Resolução dos questionamentos da situação problema 2

a) Qual é a altura máxima atingida pelo o objeto?

Resposta:

De acordo com a tabela 2, observamos que o objeto atinge a sua altura máxima em 9 metros, neste momento ele dista 3 metros de distância da sua origem (de ondem foi lançado).

b) Qual é o alcance do lançamento do objeto?

Resposta:

Considerando a figura 9, o primeiro pino corresponde a intersecção das ligas (amarela x verde), como sendo a origem do lançamento representado pelo par ordenado (0,0) e o **segundo** pino sobre a liga verde representado pelo par ordenado (6, 0), teríamos que o alcance do lançamento é de 6 metros.

Fonte: Autores

Podemos também ter encontrado a altura do objeto e o seu alcance conforme quadro 14.

Quadro 14 - Resolução da situação problema 2 - uso de cálculos

a) Qual é a altura máxima atingida pelo o objeto?

Como a < 0, a parábola tem um ponto máximo V, cujas coordenadas são (x_v, y_v). Temos:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2.(-1)} = -\frac{6}{-2} = 3$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{36}{4.(-1)} = -\frac{36}{-4} = 9$$

Assim, a altura máxima atingida é 9 metros.

b) Qual é o alcance do lançamento do objeto?
O objeto toca o solo quando y = 0, isto é: $-x^2 + 6x = 0 \longrightarrow x = 0$ ou $x = 6$

Fonte: Autores

A situação problema 2 enquadra-se no estudo de *Função Quadrática ou Função Polinomial do 2º Grau*, que para Iezzi et al (2014, p. 128) é,

> [...] qualquer função f de R em R dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais e $a \neq 0$. Em que a curva obtida na representação gráfica da função é chamada de parábola. Temos ainda que ao construir o gráfico de uma função quadrática, notamos: se $a > 0$, a parábola tem a concavidade voltada para cima e se $a < 0$, a parábola tem a concavidade para baixo.

Considerando orientações para o planejamento didático a partir da situação problema 2 temos:

- *Unidade temática*: Funções.
- *Objeto do conhecimento*: Função Quadrática – representações numéricas, algébricas e gráficas.
- Público Alvo: Alunos do 1º ano do Ensino Médio.
- *Material a ser utilizado*: Papel, lápis e multiplano.
- *Competência especifica 3 para área Matemática*: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
- *Habilidade: (EM13MAT302)* - Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- *Competência especifica 4 para área Matemática*: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos

(algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

- *Habilidade: (EM13MAT402)* - Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
- *Competência específica 5 para área Matemática***:** Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
- *Habilidade***:** (EM13MAT502) - Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

A partir da observação da resolução da situação problema 2 até chegarmos a sua representação gráfica, necessitamos encontrar mais do que dois pares ordenados pertencentes à curva da função, para podermos ter uma melhor ideia do comportamento da parábola.

Podemos recorrer a montagem de uma tabela (ver tabela 2), a fim de que ao atribuirmos valores para a variável x, o aluno tem condições de encontrar o valor de variável y, formando assim o par ordenado a ser localizado no plano cartesiano, após essa localização, é só fazer as interligações, traçando linhas curvas de um ponto a outro, obedecendo a curvatura própria da parábola. Consideramos importante a construção de uma tabela, principalmente pelo fato de o aluno ir analisando o comportamento da curva do *esqueleto* da parábola, antes de desenhá-la (em nosso caso, localizar pinos), entendemos que se faça necessário o aluno encontrar de 3 a 7 pares ordenados. Por outro lado, também podemos orientar na resolução de uma Função Quadrática, o aluno a fazer: encontrar os termos da equação, depois, calcular o valor de delta; encontrar as coordenadas do vértice; encontrar as raízes; desenhar o gráfico.

Também orientamos que antes de iniciar a resolução de uma situação problema em que se envolva o conceito de função o professor possa realizar uma breve revisão, particularmente considerando a situação problema 2, é interessante rever as propriedades das funções quadráticas, deixando claro que “função” é uma relação que por meio de uma regra (lei de formação) liga elementos de um conjunto X a um único elemento de um conjunto Y. Para encontrar as raízes da equação, a fórmula resolutiva do 2º grau (conforme apresentada no quadro 14) é a mais utilizada, em seguida, pode-se relacionar o gráfico com as raízes da função e que a concavidade da parábola está relacionada com o sinal de *a*.

De posse da situação problema (quadro 12), passamos a analisá-la seguindo o que nos diz Duval (2009, p. 53-63) que a partir da leitura da situação o aluno possa identificar o objeto matemático a ser representado (operações cognitivas de formação) e passar a buscar respostas para situação a apresentada. Vivenciar transformação do registro representado, no interior do mesmo sistema semiótico de representação em que foi formado (operações cognitivas de tratamento) e ou transformação de um registro de representação pertencente a um outro registro, ou seja, pertencente a outro sistema semiótico (operação cognitiva de conversão).

Ao preenchermos a tabela 2, apenas resolvemos uma equação do 2º grau por meio manipulações algébricas (conjunto de operações de **tratamento**, obedecendo regras próprias), sendo também demonstrado no quadro 14. Concordamos com Duval (2009), quando nos deixa claro que o tratamento não deve ser o único processo ensinado nas escolas. Quando partimos da escrita algébrica (tabela 2) e chegamos à representação gráfica (figura 11), é como dizermos que partimos do enunciado do problema e da escrita algébrica e chegamos a sua representação gráfica, a essa atividade cognitiva chamamos de *conversão*. A atividade cognitiva de *formação* estaria representada através do enunciado compreensível (quadro 12) numa língua natural, respeitando regras internas do sistema semiótico de representação usado (quadro 14), como algo que seja possível assegurar as condições e possibilidade de tratamento.

As orientações da BNCC (2018) em relação a habilidade (EM13MAT402) que orienta o trabalho a ser desenvolvido com os alunos quanto conversão de representações geométricas no plano cartesiano de uma função polinomial do 2º grau recorrendo a materiais, percebemos que fazer uso do multiplano (além de outros materiais como softwares ou aplicativos) estaríamos atendendo a essa habilidade, além do mais, na abordagem da situação problema (quadro 12) usamos diferentes representações do mesmo objeto matemático para a resolução da situação apresentada, estando ciente de que a situação problema estaria relacionada de modo indireto a uma situação do cotidiano de uma pessoa, foi possível, fazer conversão e ampliar a capacidade de pensar matematicamente.

A seguir, apresentamos a terceira situação problema, conforme quadro 15.

Quadro 15 - Situação problema 3

Construir o gráfico da função f, cuja lei é $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Fonte: Autores

Considerando que a variável se encontra no expoente e o número na base, trata-se do estudo de uma *Função Exponencial*. Orientamos que para sua resolução e antes de iniciar a construção do gráfico, fosse interessante que o professor pudesse explorar com os alunos a ideia de montar uma tabela (ver tabela 3) com os valores de x para encontrar os valores de y, bem como revisar todo o conteúdo de potenciação e radiciação.

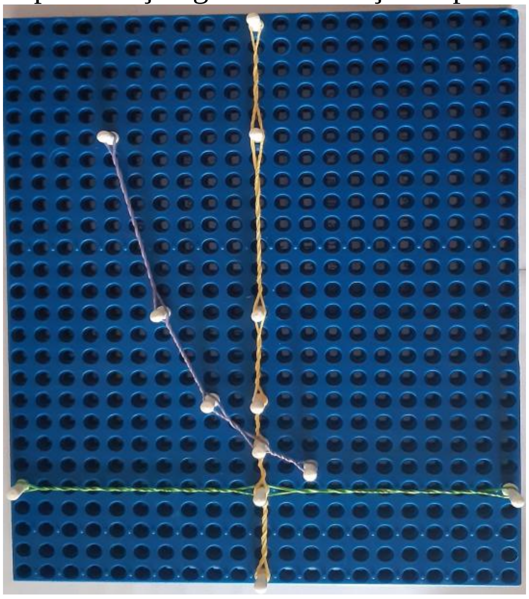
Tabela 3 - Resolução da situação da situação problema 3

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$		
x	**y**	**(x, y)**
-3	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$	(-3, 8)
-2	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$	(-2,4)
-1	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$	(-1, 2)
0	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1$	(0, 1)
1	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{1} = \frac{1}{2}$	(1, ½)
2	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2} = \frac{1}{4}$	(2, ¼)
3	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8}$	(3, $\frac{1}{8}$)

Fonte: Autores

Notamos que a partir da visualização da tabela 3, enquanto os valores de x aumentam, os valores (y) das respectivas imagens diminuem. Desta forma, constatamos que a função é decrescente. E a partir da utilização do multiplano, conseguimos chegar na representação gráfica conforme figura 12.

Figura 12 - Representação gráfica da função exponencial



Fonte: Autores

Quando trabalhamos com funções, a construção de gráficos é muito importante, pois a partir do gráfico podemos deduzir que tipo é a função, mesmo sem saber qual é a sua lei de formação, sendo uma boa ideia explorarmos materiais manipulativos (MD) ou softwares para essa finalidade.

Em se tratando de Função Exponencial, Iezzi et al (2014, p. 197) a considera como "qualquer função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, dada por uma lei da forma f(x) = a^x, em que *a* é um número real dado, *a* > 0 e *a ≠ 1".*

Seguindo a ideia de uma orientação para o planejamento pedagógico do professor, enxergamos na situação problema 3:

- *Unidade temática*: Funções.
- *Objeto do conhecimento*: Função Exponencial – representações algébricas e gráficas.
- *Público Alvo*: Alunos do 1º ano do Ensino Médio.
- *Material a ser utilizado*: Papel, lápis e multiplano.
- *Competência específica 4 para área Matemática*: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

- *Habilidade:* ***(EM13MAT403)*** - Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

Consideramos importante que as orientações para o planejamento pedagógico, conforme abordada no texto acima, sejam consideradas no estudo de Função Exponencial e o professor tenha isso muito claro do que pretende desenvolver com seus alunos. A partir da tabela 3 e figura 12, vemos que a função $\mathbf{f\ (x) = (\frac{1}{2})^{x}}$ tem base **a** com $\mathbf{0 < a < 1}$ e, portanto, é uma função estritamente decrescente e contínua em **R**.

Seguindo aos ensinamentos de Duval (2003, 2009) e com base na leitura do quadro 15, tabela 3 e figura 12, enxergamos a *conversão* algébrica para representação gráfica (quadro 15 x figura 12). Consiste em representar o mesmo objeto matemático em diferentes registros, na situação problema apresentada, quando se atribui valores para a variável x e encontramos o valor da variável y, resolvemos através da representação algébrica e realizamos a visualização na representação geométrica (figura 12).

Conforme tabela 3, quando se opera apenas com números numa transformação interna (o sujeito precisa conhecer as regras de *tratamento* próprias a cada registro, portanto o tratamento depende da forma, do representante, já que cada um tem uma significação operatória diferente). Na tabela 3, o indivíduo vivencia situações de *tratamento* em que envolve regras básicas para função exponencial (situações de cálculo aritmético), quando atribui valores para x, tentando encontrar o valor desconhecido y. A noção de *formação* estaria envolvida na questão quando a partir de sua leitura, evoca-se o objetivo de manifestar uma representação mental, para se atingir um objeto real, considerando a seleção de regras próprias em relação ao que se deseja representar.

Do ponto de vista da BNCC (2018), a atividade (quadro 15) contribui para o direcionamento de competências e habilidades que se fazem necessárias que o professor deva conhecer para pode melhor encaminhar as situações em que a resolução de problemas possa exigir processos cognitivos diferentes, pois há problemas nos quais os estudantes deverão aplicar de imediato um conceito ou um procedimento, tendo em vista que a tarefa solicitada está explícita. Sempre que possível é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação, escolhendo as representações mais convenientes a cada situação, convertendo-se sempre que necessário.

Considerando o estudo de Função Exponencial, abordamos uma breve situação problema relacionada ao COVID-19 e buscamos relacionar com o ensino de Matemática em que exploramos o MD multiplano para sua resolução e os registros de representações semióticas.

Quadro 16 - Situação problema 4 - O que é COVID – 19?

Vírus são organismos acelulares, parasitas e que necessitam de um hospedeiro para sua reprodução. O coronavírus é uma família de vírus que causam infecções respiratórias, já a **COVID-19** é uma doença causada pelo coronavírus **SARS-CoV-2**, que apresenta um quadro clínico que varia de infecções assintomáticas a problemas respiratórios graves. O paciente portador dessa doença pode apresentar sintomas que variam de um simples resfriado até uma pneumonia severa e sua transmissão acontece de uma pessoa doente para outra, através de pequenas gotículas do nariz ou da boca que se espalham quando uma pessoa com COVID-19 tosse ou espirra ou por intermédio do contato com ambientes infectados. Com base no relatório de número de casos repassados pelo Ministério da Saúde (BRASIL, 2020, s/p), observamos que no mês de março de 2020, especificamente nos dias 10, 11 e 12, o Brasil apresentou respectivamente os seguintes números de casos confirmados: 34, 52 e 77. Dessa maneira, matemáticos e epidemiologistas observaram que o crescimento da doença se dá de forma exponencial, considerando o seguinte modelo para a evolução da mesma: $P = x \cdot (b)^t$, no qual P = é o número de pessoas que estarão contaminadas t = é o número de dias (tempo) x = número de pessoas contaminadas no primeiro dia b = é o número de pessoas infectadas por cada pessoa doente, também chamado de fator de crescimento Neste contexto construa um gráfico com um cenário hipotético para o Brasil para os próximos 10 dias.

Fonte: https://coronavirus.saude.gov.br/. Acesso em: 23 de abril de 2020 (adaptado).

Antes de resolver a situação problema 4, orientamos que o professor possa estimular os alunos com reflexões a respeito da temática abordada, visando posteriormente:

a) A organização dos dados obtidos numa tabela enfocando o número de casos confirmados do COVID-19 no Brasil no mês de março;

b) A construção de um gráfico com a localização dos respectivos números de casos confirmados.

Para a resolução da questão, considerando o modelo matemático e os dados apresentados, como também a TRRS e o uso do material multiplano, partimos inicialmente organizando os dados numa tabela.

Tabela 4 - COVID-19 - números de casos confirmados no Brasil (Março/2020)

Dia/Mês/Ano	Nº de casos confirmados
10/03/2020	34 casos
11/03/2020	52 casos
12/03/2020	77 casos

Fonte: https://covid.saude.gov.br/ . Acesso em: 23/04/2020

Então, encontrando a razão entre o número de casos de cada dia temos:

- $\frac{\text{nº de casos dia 11}}{\text{nº de casos dia 10}} = \frac{52}{34} \cong 1{,}5$

- $\frac{\text{nº de casos dia 12}}{\text{nº de casos dia 11}} = \frac{77}{52} \cong 1{,}5$

Percebemos que a razão entre o número de casos da população contaminada pelo Coronavírus entre os dias 10, 11 e 12 foram aproximadamente na mesma razão de 1,5. Sendo este o fator de crescimento, indicando a presença de uma função exponencial com base igual a 1,5. Ficando hipoteticamente possível de prever alguns novos cenários da projeção da população que venha a ser contaminada pelo o vírus em qualquer dia, desde que se apresente as mesmas características das inicias aqui observadas, servindo aí de uma alerta para as autoridades, a fim de que se venham a tomar medidas de prevenção mais adequada.

De posse desses dados e do modelo matemático estabelecido é possível se construir a tabela 5, todas as sequencias de didáticas[11] devem estarem alinhadas com essa finalidade.

[11] São um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa. Fonte: https://www.escrevendoofuturo.org.br/conteudo/biblioteca/nossaspublicacoes/revista/artigos/artigo/1539/sequencia-didatica-e-ensino-de-generos-textuais. Acesso em: 23 de abril de 2020.

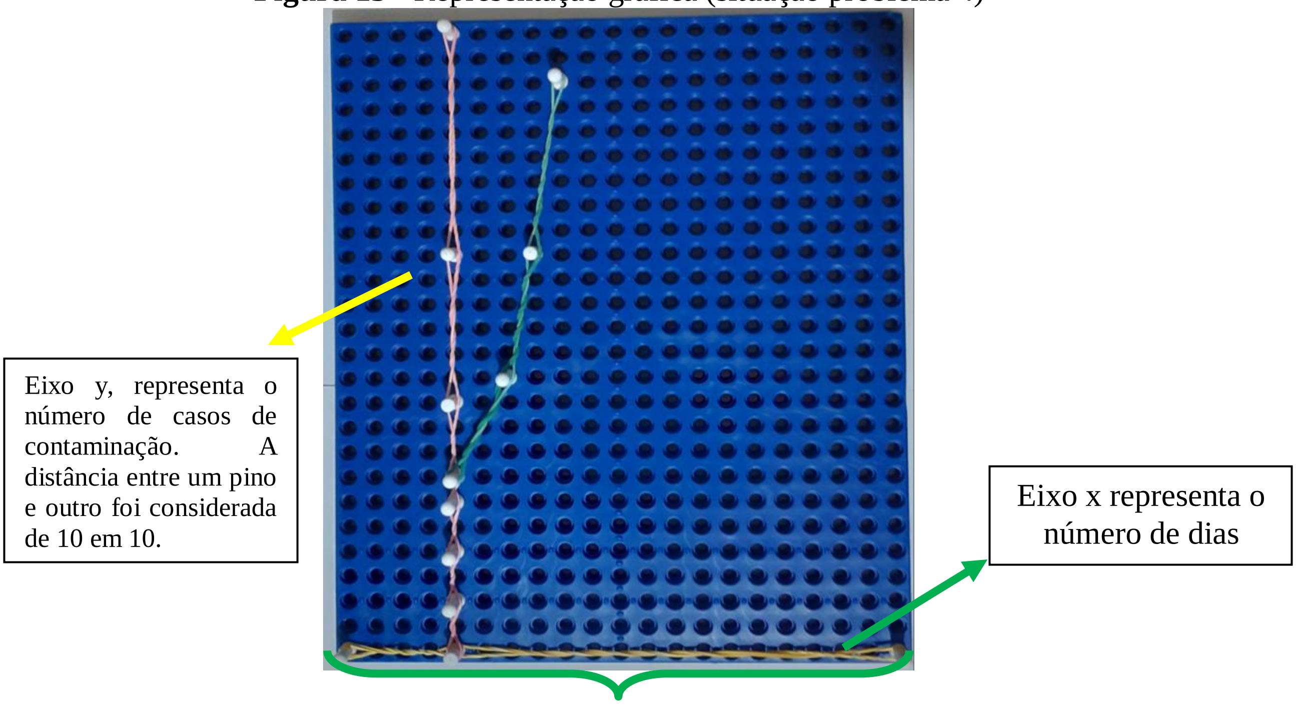
Tabela 5 - Resolução da situação problema 4

$P = x\,.\,(b)^t$		
t	**P**	**(t, P)**
0	$P = 34\,.\,(1{,}5)^0 = 34$	(0, 34)
1	$P = 34\,.\,(1{,}5)^1 = 51$	(1, 51)
2	$P = 34\,.\,(1{,}5)^2 = 77$	(2, 77)
3	$P = 34\,.\,(1{,}5)^3 = 115$	(3, 115)
4	$P = 34\,.\,(1{,}5)^4 = 172$	(4, 172)
5	$P = 34\,.\,(1{,}5)^5 = 258$	(5, 258)
6	$P = 34\,.\,(1{,}5)^6 = 387$	(6, 387)
7	$P = 34\,.\,(1{,}5)^7 = 581$	(7, 581)
8	$P = 34\,.\,(1{,}5)^8 = 871$	(8, 871)
9	$P = 34\,.\,(1{,}5)^9 = 1307$	(9, 1307)
10	$P = 34\,.\,(1{,}5)^{10} = 1961$	(10, 1961)

Fonte: Autores

Para chegarmos na representação gráfica a partir do MD multiplano (figura 13) não consideramos casas decimais a partir da vírgula (resultados da coluna P, tabela 5).

Figura 13 - Representação gráfica (situação problema 4)



Fonte: Autores

A situação problema 4, envolve diretamente *Coronavírus* e *Função Exponencial* e acreditamos que modelos matemáticos podem prever números de casos e simular alguns cenários. E que o professor de Matemática juntamente com outros professores podem desempenhar junto com seus alunos um excelente papel no estudo dessa temática, aproveitando para trabalhar de modo interdisciplinar[12], temas como: o que é vírus? O que é coronavírus? Formas de contágio; sintomas; medidas de proteção; Fake News[13]; Sistema Único de Saúde (SUS); hábitos de higiene; Matemática e o coronavírus; enfim são várias as possibilidades de contextualizar[14] esse conteúdo na escola.

Como doenças ocasionadas por vírus se proliferam muito rápido, justifica-se o ensino de Função Exponencial com os alunos, já que é uma função que cresce muito rápido, por esse motivo é que, frequentemente, usamos a expressão: *cresceu exponencialmente*. Ao observarmos a representação gráfica (figura 13), percebemos que para sua construção a partir do MD multiplano o aluno teve que mobilizar conforme cita a BNCC (2018, p. 527) “habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento no plano cartesiano”.

Mobilizando dessa maneira o que diz a competência especifica 3 para área da Matemática em que os estudantes precisam construir significados para os problemas apresentados e se tratando da situação problema 4, consideramos que a mesma aborda uma situação real da qual se vive não só no Brasil, mas em todo o mundo, sendo considerada pela Organização Mundial de Saúde (OMS) por pandemia[15]. E para que seja atendida a competência especifica 3 os alunos devem ter desenvolvido aptidões ao longo de cada etapa de ensino que tenha sido capaz de contribuir para que esse possa cumprir conforme aborda a BNCC (2018, p. 536) a habilidade - (EM13MAT304) - Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

A partir de situações problemas, a exemplo da situação problema 4, a BNCC (2018) orienta que o aluno deva ser estimulado a ponto que se consiga mobilizar conceitos e procedimentos matemáticos necessários (a exemplo do modelo matemático $P = x\,.\,(b)^t$) ou que possam ser utilizados na chamada formulação matemática do problema. Depois disso, eles precisam aplicar esses conceitos, executar procedimentos (a exemplo da tabela 5 e figura

[12] O que é um comum a duas ou a mais disciplinas. Fonte: INTERDISCIPLINARIDADE. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2019. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Interdisciplinaridade&oldid=56992271>. Acesso em: 18 dez. 2019.

[13] Notícias falsas. Fonte: NOTÍCIA FALSA. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Not%C3%ADcia_falsa&oldid=57846388>. Acesso em: 19 mar. 2020.

[14] Ato de colocar no contexto. (FAZENDA, 2001, p. 40)

[15] É uma epidemia de doença infecciosa que se espalha entre a população localizada numa grande região geográfica como, por exemplo, um continente, ou mesmo o Planeta Terra. Fonte: PANDEMIA. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Pandemia&oldid=58105973>. Acesso em: 23 abr. 2020.

13) e, ao final, compatibilizar os resultados com o problema original, comunicando a solução aos colegas por meio de argumentação consistente e linguagem adequada.

Ao considerarmos a situação problema 4 e correlacionarmos com o que diz Duval (2012) percebemos atividades cognitivas de *formação:* procurar conceituar o conteúdo que está sendo abordado na situação problema apresentada (língua natural, quadro 16). Se tratando da atividade cognitiva de *tratamento*, tivemos todos os cálculos realizados conforme demonstrados na tabela 5, são situações de transformação interna desse registro.

E para a atividade cognitiva de conversão, tivemos a dedução do modelo matemático (fórmula) $P = x\,.(b)^t$ - (representação algébrica) e a conversão da representação algébrica para a representação gráfica (figura 13). Duval (2012) acredita que as situações e atividades propostas devem levar em conta a necessidade vários registros de representações para que haja verdadeiramente aprendizagem.

Ao observarmos a representação gráfica da situação problema 4 a partir do MD multiplano (figura 13) é perceptível que para a representação dos eixos x e y tivemos que torcer o elástico, para uma melhor percepção de cada eixo. Também, encontramos dificuldades em localizar os pontos em cada eixo, tendo em vista que a distância entre os pontos da base retangular não contribui para a eficácia da localização dos eixos coordenados (conforme tabela 5, coluna t, P), sendo essa uma limitação para o estudo da representação gráfica de Função Exponencial em situações problemas diversos.

Em todas as situações problemas, hipoteticamente criadas, recorremos para sua resolução à representação conforme cita Stewart (2013) em relação ao estudo de função e conforme descriminamos no quadro 9. Ao apresentarmos a representação gráfica, exploramos a partir do MD Multiplano (material didático manipulável) e em alguns casos de fato partimos da ideia de diferentes representações para representar um mesmo objeto matemático. Constatamos que esse MD pode contribuir significativamente na busca pelo o conhecimento Matemático, certamente o MD oportuniza novas descobertas, mas exige-se do professor disposição para estudá-lo, tempo para poder analisar as possibilidades para o seu uso em suas aulas e tentar enxergar as limitações desse MD (se é o melhor material para se trabalhar tal situação).

4.3 DOS RESULTADOS, INTERPRETAÇÕES E DISCUSSÕES

O acervo do material didático disponível nos LIM das escolas estaduais da Paraíba, para nosso entendimento, é de grande valia para todos que compartilham desses espaços, pois tem um grande potencial para trabalhar conteúdos diversos tanto para ser explorado pelos professores quanto pelos alunos.

Esses materiais podem ser bons aliados da produção de novos conhecimentos, favorecendo para tornar as aulas mais enriquecedoras, com abordagens diferentes, cujo valor depende da forma adequada de sua utilização agregada a situações de novas aprendizagens.

Com base nas discussões, critérios defendidos em nossa pesquisa até o momento, deixamos aqui nossas impressões em relação ao material didático multiplano. O MD multiplano, é um material que pode ser usado para a resolução de situações matemáticas à medida que o aluno começa a manusear suas peças (hastes, pinos, ligas), estes iniciarão a se auto questionarem se determinada ação realizada está realmente correta e para isso, poderão recorrer a outros argumentos ou materiais que possa validar tal ação.

O MD multiplano se apresenta como um material concreto que vai provocar os sentidos (sensorial) e a percepção do usuário. Para isso, se faz necessário que esse usuário seja sujeito de sua própria aprendizagem e esse MD seja o estímulo que ele precisa na obtenção de sua autonomia em relação ao conhecimento, com a mediação do professor.

O MD multiplano pode ser classificado como sendo um MD dinâmico, pois, conforme Lorenzato (2012, p. 19), "permitem transformações por continuidade, facilitam ao aluno a realização de redescobertas, a percepção de propriedades e a construção de efetiva aprendizagem". De fato, o material pode vir a ser um facilitador da aprendizagem e conforme Lorenzato (2012, p. 21) durante a utilização de um material didático se "faz necessário a atividade mental, por parte do aluno", assim entendemos que cada ação realizada a partir do MD multiplano o aluno pode ir ganhando autonomia e sentindo-se desafiado a fazer de novo, sendo que o papel do professor é o de criar situações desafiadoras.

Esse MD se apresenta com um potencial nesse aspecto de ser um facilitador/desafiador capaz de auxiliar o aluno na coordenação entre diferentes representações (porém com algumas limitações) e para isso dependerá dos encaminhamentos feitos pelo professor e do bom entendimento do aluno, pois, para que o aluno reconheça o objeto matemático, precisa que esse mobilize pelo menos duas representações semióticas.

Para isso, se faz necessário a utilização de uma boa situação problema, de um material concreto que possa auxiliar nessa situação, para isso deverão ser estimulados a produzir representações semióticas (semiósis), tornando mais fácil a apreensão de conceitos de determinados objetos matemáticos (noésis).

A cada representação demonstrada a partir das situações problemas enxergamos de certo modo o que diz Duval (2011), há uma junção de registros de representações semióticas diferentes, carregadas de significados diferentes, como por exemplo, enunciado em língua materna, fórmulas algébricas, gráficos, números, imagens, com diferentes signos. Sendo que para vivenciar esse tipo de situação, requer do professor a organização do trabalho pedagógico, devendo este privilegiar situações problemas desafiadoras, se possível a partir da utilização de materiais manipuláveis para sua resolução. A BNCC (2018), deixa claro que:

> [...] induções decorrentes de investigação e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais, contribuíram para que o aluno possa investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas. Ao formular conjecturas com base em suas investigações, os estudantes buscarão contraexemplos para refutá-las e, quando necessário, procurarão argumentos para validá-las, devendo trazer argumentos mais formais, incluindo a demonstração de algumas proposições. (BRASIL, 2018, p. 540).

É mais comum termos o ensino de Matemática privilegiando apenas a apreensão de fórmulas e regras matemáticas, por exemplo, tornando o seu entendimento descontextualizado com o mundo em que vivemos, do que se fazendo uso de MD, investigação, experimentações. Duval (2009, p. 63) nos chama atenção para o fato de que “a conversão das representações é, para a aprendizagem, uma atividade tão fundamental quanto as atividades de formação ou de tratamento. Porque ela sozinha, pode favorecer a coordenação dos registros de representações”. Porém, Duval (2009, p. 80) nos chama atenção para o fato de que não adianta saber vários registros de representações, isso não quer dizer que o aluno domine o conteúdo, mas, se fazem necessário que esse aluno seja capaz de “coordenar diferentes registros de representações, essa é uma condição necessária para a compreensão” de um determinado assunto estudado.

Ao nos determos apenas nas representações gráficas feitas através do Multiplano percebemos que esse MD cumpre com o que diz Lorenzato (2012), pois toda vez que a pessoa se aventura em sua utilização se depara com o constante confronto de ideias e caso não seja aquilo que procura pode começar tudo novamente, podendo recorrer a ideias que já tenha conhecimento ou não. O MD analisado também pode se apresentar como aquele que venha apenas divertir, provocar o estudante, apresentar o conteúdo, auxiliar na memorização, antecipar o que será visto, validar informações e ou para facilitar a aprendizagem. Irá de fato depender do professor durante o seu planejamento definir a finalidade da utilização do referido material.

Vale destacarmos que no momento do planejamento, se faz necessário basearmo-nos nas diretrizes apontadas pela BNCC, devendo estar atento as competências e habilidades coerentes a cada ano, bem como, o currículo escolar e a proposta pedagógica da escola. O professor uma vez ciente disso adequará as suas aulas a essas diretrizes e ver como encaixar o MD à habilidade a ser desenvolvida para que se cumpra o que é exigido na situação problematizadora.

Durante o estudo, análise de nossa pesquisa, chegamos ao entendimento de que o LIM se apresenta como uma importante ação que deve existir em todas as escolas, capaz de através de um bom planejamento realizado pelo o professor, que passa pela seleção do melhor MD, cumprir com o papel de transparecer o objeto matemático através de uma situação didática, na qual o sujeito tenha uma tarefa que ele deve realizar, através da mobilização de conteúdo.

A cada situação problema hipoteticamente criada, tínhamos em mente a capacidade de podermos relacionar a TRRS proposta por Duval (2009) em conexão com a BNCC (2018) e que para se resolver devíamos explorar o MD multiplano. Em relação as TRRS entendemos que em todas as situações problemas, estivemos mobilizando atividades cognitivas fundamentais como: a *formação* (escolha de um registro e dados do conteúdo que deseja representar), em nosso caso tratamos de *função*, tivemos que mobilizar algumas regras próprias desse objeto matemático até chegarmos na solução da situação, pois essas regras foram importantes para permitir a realização dos *tratamentos*, que por sua vez a representação é modificada, mas o produto da transformação permanece no mesmo registro inicial. E para chegarmos à representação gráfica, situação de *conversão* (conforme figuras 11 e 12, por exemplo), saímos da escrita algébrica para a representação gráfica, ou seja, partimos de um registro de representação para outro.

Portanto, o MD multiplano se configura como uma alternativa a mais para ser utilizado pelo o professor nas aulas de matemática. Por se tratar de um material manipulável, podemos explorá-lo a partir de situações problemas, envolvendo um determinado conteúdo, no nosso caso função.

4.4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nossa discussões seguem com base em nossas categorias de análise, então, a partir da visitação ao LIM da Escola, sendo que se fez necessário 5 visitas, percebemos que não conseguiríamos realizar nossa análise nesse espaço (local da escola), tendo em vista que se fazia necessário de outros materiais, como livros, computador com internet para exploração do material e produção de nossa pesquisa, sendo aí que conduzimos o MD multiplano até a nossa residência, o que gerou em média 30 encontros para a finalidade de nossa pesquisa.

Em seguida, apontamos algumas categorias que foram relevantes para análise de nossa proposta, já que versamos sobre Laboratório Interativo de Matemática e Representações semióticas, conforme quadro 17:

Quadro 17 - Princípios de categorização

Categoria	Exemplificação
Foco da pesquisa	Laboratórios Interativos de Matemática e representações semióticas
Objeto a conhecer	Kit multiplano
Relação objeto a conhecer x representações	Teoria das representações Semióticas de Raymond Duval em conexão com a BNCC

Fonte: Autores

Seguindo basicamente o princípio de categorização (quadro 17), pudemos gerar toda a discussão em relação ao MD, sua contribuição já que se encontra no LIM da referida escola, na qual nossa pesquisa e situações problemas são indicadas para alunos do 1º ano do Ensino Médio, estudo de: funções - representações numéricas, algébricas e gráficas.

O LIM visitado apresentava outros materiais além do MD multiplano, mas optamos por esse material em virtude do mesmo se apresentar com um potencial multifuncional que atende a requisitos propostos pela Base Nacional Comum Curricular (2018), propicia ao professor vivenciar com seus alunos situações que envolva formação, tratamento, conversão, conforme aborda Duval (2009), sendo para que isso ocorra dependerá realmente da organização pedagógica do professor (planejamento das situações didáticas) e que esse professor seja conhecedor da TRRS e do que preconiza a BNCC.

4.4.1 Considerações a respeito do multiplano

Seguindo o que demonstramos no diagrama 1, o criador do MD multiplano Ferronato (2002, p. 52) deixa claro que o MD "é fruto de reflexões acerca da experiência de um professor com o ensino matemático. Surgiu em decorrência da dificuldade de um aluno cego, no trato com a Matemática".

Ao realizarmos uma pesquisa no banco de dados de teses e dissertações da CAPES no dia 27 de janeiro de 2020, sobre Multiplano e refinando a pesquisa, colocando os últimos 4 anos encontramos 3 dissertações das quais 2 apresentamos conforme quadro 18.

Quadro 18 - O que dizem pesquisadores sobre o multiplano?

Ano	Dados da pesquisa	O que diz os autores?
2016	Título: A adaptação de materiais pedagógicos para o ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual do ensino fundamental (6º ao 9º ano). Autor: Tania Maria Moratelli Pinho Instituição: Universidade Federal Fluminense	"É um excelente recurso didático, para o estudante deficiente visual". (PINHO, p. 134).
2016	Título: A utilização do multiplano no ensino da matemática na educação básica: uma proposta para educação inclusiva. Autor: Rawlinson dos Santos Silva Instituição: Universidade Federal do Tocantins	"É uma ferramenta que possibilita a concretização de conceitos primitivos, definições e aplicações, favorecendo a cognição de conceitos abstratos e o rigor matemático, aspecto este que com frequência é desfavorecido pelas práticas". (SILVA, p. 48).

Fonte: CAPES

Quanto a nós, autores dessa pesquisa, dizemos que o MD Multiplano é um material concreto capaz de possibilitar ao aluno a apreensão de conhecimentos matemáticos, já que ao aluno esperamos que seja capaz de testar (conjecturar) aquilo que sabe (operações mentais) com aquilo que se espelha (representações) através do manuseio das peças nas pranchas, seja a de formato retangular ou de formato circular.

Porém, chamamos atenção as limitações do MD multiplano, conforme já abordadas nessa pesquisa, aqui elencamos mais uma, presenciada por nós durante a representação gráfica (por exemplo, figura 12). Para obtermos o gráfico da função exponencial tivemos que retorcer o elástico, e quando nos aproximamos do eixo de x (eixo das abcissas) sentimos dificuldades em localizar os pares ordenados (2, ¼) e (3, $\frac{1}{8}$) e isso em sala de aula pode atrapalhar o entendimento do aluno. Mesmo aumentando a unidade de comprimento (distância entre os pinos), nos depararíamos com algo do tipo ao se aproximar do eixo das abcissas.

Entendemos que melhor representar na base retangular o conjunto dos números naturais, conjunto dos números inteiros do que localizar o conjunto dos números reais, aí encontra-se algumas limitações do material, cabendo uma melhor análise e tentar enxergar se não seria melhor explorar a mesma situação a partir de um outro MD. Quando falamos em limitações do MD multiplano não queremos aqui diminuir a sua contribuição para a obtenção do conhecimento matemático, mas sim, podermos juntos refletirmos e conseguir melhores encaminhamentos.

A seguir apontamos algumas orientações importantes ao trabalho do professor em sala quanto ao se considerar o que diz as TRRS, a BNCC e até mesmo quanto a fazer uso do MD multiplano, já que a missão de ensinar é algo que requer muito, principalmente do professor.

4.4.2 Algumas orientações importantes ao professor

Aqui trazemos algumas discussões que se soma ao que já foi abordado em nossa pesquisa em relação ao MD multiplano, TRRS e BNCC, para que tudo isso venha acontecer requer do professor dedicação, estudo, para que venha a conseguir enxergar o potencial dos MD e ou das TRRS por exemplo, como sendo proposição de práticas inovadoras, estimulantes e eficazes ao processo de ensino e aprendizagem.

Não somos adeptos de que qualquer coisa sirva para determinada aula, se algo deu certo numa turma x, não necessariamente se aplicará a turma y. Possivelmente se faça necessário um novo planejamento, seleção de um outro MD por exemplo. Para a BNCC (2018) todos da escola tem que enxergar o aluno como sendo o centro do processo escolar, como protagonista e para que isso aconteça nós os *professores*, temos que modificar nossas práticas em sala de aula, temos que entender que a relação *ensino-aprendizagem* deve ter como foco maior no que se aprende e não apenas no que se ensina.

O trabalho a ser desenvolvido pelo o professor de Matemática bem como aos demais professores de outras áreas em sala de aula a BNCC (2018) orienta que ao aluno seja propiciado situações em que seja possível mobilizar conceitos e procedimentos, práticas, cognitivas e socioemocionais, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana e que especificamente para o ensino de Matemática, é importante que o professor faça uso de novas estratégias e recursos, como observação a padrões, experimentações e diferentes recursos tecnológicos.

Em relação a TRRS consideramos ser importante o professor conhecer as atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose (formação, tratamento e conversão) de modo a melhor organizar o seu ensino, para isso indicamos estudos nessa direção bem como formação continuada a respeito.

Ao considerarmos principalmente o trabalho a ser desenvolvido em sala de aula acreditamos que de início o professor deve ter clareza do objeto matemático a ser trabalhado junto com o aluno, orientamos que estude, trabalhe resolução de atividades, teste outras soluções, já que a escolha do registro de representação e das atividades de formação, tratamento e conversão dependem disso. Pois, para o aluno conseguir converter um enunciado de um problema (chegar a sua solução) irá depender que o professor possa melhor estruturar atividades didáticas, situações de ensino, novas estratégias que sejam favoráveis a tal, capaz de permitir aos alunos a mobilização dos diferentes registros pois, a conversão não ocorrerá naturalmente.

Sobre o MD multiplano orientamos que ao professor seja dada a oportunidade de conhecê-lo, durante toda a nossa pesquisa pudemos abordá-lo, em algumas situações e ao professor de Matemática, principalmente quando for fazer uso com seus alunos em sala de aula se faz necessário uma análise mais aprofundada, analisá-lo, estudá-lo, já que em sua essência pode-se fazer uso desse MD desde o Ensino Infantil até o Ensino Superior.

Consideramos que o professor antes de selecionar o MD seja ele multiplano ou outro qualquer o professor possa observar pelo menos dois aspectos importantes ao mesmo como:

a) Se o MD se adequa aos objetivos, objetivos de conhecimento, interesse e necessidades dos alunos;
b) Se adequa às competências e habilidades cognitivas propostas a se desenvolver.

Quando se trata de MD, se situações didáticas, cabe ao professor uma postura de observação, estudos, análise, planejamento para melhor poder orientar seus alunos. Passando a enxergar se os alunos foram capazes de corresponder ao que era solicitado, se haviam entendido o conteúdo, servindo de teste para validar assuntos anteriores, atual e posteriores (revisão, manutenção e antecipação de algum objeto matemático).

Portanto, diante das várias aplicações que envolve diretamente o multiplano, entendemos que se faça realmente necessário à sua presença no LIM, entendemos que se faça necessário estudos para uma melhor aplicação, pois, o material sozinho se não for bem explorado não cumprirá com sua função. Compreendemos que os MD cumprem uma função importante de media conhecimento, estabelecendo os vínculos entre teoria e prática, aproximando o aluno do seu cotidiano e atribuindo significância ao que está sendo visto na escola.

5. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, buscamos desenvolver uma pesquisa que envolvesse o LIM numa perspectiva de produção de representações semióticas, alinhado ao que preconiza a BNCC para o Ensino Médio.

Dentre os vários MD disponíveis no LIM da escola analisada, num contexto de uma regional, priorizamos o MD multiplano em virtude de este contemplar várias aplicações em conteúdos matemáticos, o que nos proporcionou realizar uma pesquisa inovadora, pois com base em investigação nos arquivos da CAPES até o momento não consta registro de trabalho que relacione o potencial desse MD com representações semióticas e o que diz a BNCC (2018) e também devido esse material apresentar um potencial significativo ao considerarmos o registro de representações semióticas, já que ao utilizar o material o aluno e o professor podem vivenciar atividades cognitivas importantes.

Utilizamos a metodologia de pesquisa de cunho qualitativo, caracterizada como estudo exploratório, o qual permitiu observações e reflexões acerca do potencial do MD multiplano, na qual nossa pesquisa vai além do que existe até hoje em relação a esse MD, pois, buscamos fazer uma relação entre possíveis limitações do MD, sua contribuição quanto a produção de representações semióticas em consonância ao que está preconizado na BNCC.

Mesmo tendo encontrado no multiplano da escola analisada o guia de orientações didáticas, também produzimos um novo guia de orientações didáticas sendo esse com base no que diz a TRRS e alinhado a BNCC (2018). De tal forma, que possa servir como contribuições para o professor que venha ter acesso a essa pesquisa, como também esse guia de orientações didáticas (produto educacional) é resultante da exigência do Mestrado Profissional. Contribuições essas que visam mudar o caráter tradicional em que a maioria das aulas de matemática são apresentadas aos nossos alunos.

Assim, após algumas situações hipoteticamente criadas com a finalidade de estabelecer uma relação entre o MD e nossa categoria de analise, notamos o valor que tem o LIM para uma instituição escolar e sua contribuição para o ensino e aprendizagem dos alunos e professores, bem como a validação de que as situações a serem vivenciadas com o mesmo contribuem para o que diz Lorenzato (2012), em relação ao que vem a ser um bom material didático, a Duval (2003, 2009, 2011) quanto aos seus principais conceitos, de tratamento e conversão, e a BNCC (2018) em suas competências específicas (3, 4 e 5) para a área da Matemática, possibilitando um melhor alinhamento aos conteúdos, permitindo a realização e resolução de situações problemas desafiadoras em todas as séries/anos do Ensino Fundamental ou Médio.

Mediante as situações criadas e a partir da fundamentação teórica construída, concluímos que o uso do Multiplano pode contribuir diretamente para a apreensão de objetos matemáticos, mas, que o professor seja capaz de analisá-lo prevendo assim que sejam evitados erros epistemológicos em relação ao objeto matemático a ser construído em sala de aula. Diante de tudo isso, o uso desse material é capaz de enriquecer a aprendizagem de alunos, favorecendo o pensamento abstrato e contribuindo para democratização do acesso a aprendizagem matemática.

Entretanto, para fazermos um bom uso é importante que o professor adote uma postura adequada quanto a utilização dos MD, conforme aborda Lorenzato (2012), o que exige do professor conhecimentos específicos próprios desse MD e de toda uma habilidade para se trabalhar com esse tipo de recurso.

Diante desse contexto, ressaltamos aqui as potencialidades dos materiais didáticos presentes no LIM das escolas estaduais da Paraíba, especialmente as da 4ª regional de ensino. Cada MD certamente cumprirá com suas funções, qual seja facilitar a aprendizagem de objetos matemáticos, sendo assim, pudemos refletir em nossa pesquisa, de uma forma específica, as possibilidades da contribuição do multiplano no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Além do mais, e pensando numa perspectiva de continuidade, várias pesquisas poderão ser realizadas, a partir do nosso trabalho, tais como: Análise de outros materiais e produção de manuais de uso; análise de outros materiais e sua relação com a teoria das representações semióticas, como também em relação ao que preconiza a BNCC; a utilização dos materiais disponíveis nos laboratórios interativos de matemática e sua contribuição para a aprendizagem dos alunos, enfim, acreditamos que nossa pesquisa servirá para nortear outros pesquisadores quanto aos materiais disponíveis nos LIM, TRRS e BNCC.

Em todo o nosso trabalho tentamos deixar claro a importância de situações de planejamento feito pelo o professor, a recorrência a recursos como MD durante a exposição de conteúdos matemáticos, bem como todo o cuidado em relação a aplicação dos MD em sala de aula, pois devem estarem em consonância com o objetivo, competências e habilidades associados a determinada aula. Em nossa pesquisa trouxemos situações problemas que conduz a essa reflexão, além de modo direto relacionar TRRS, BNCC e MD, gerando assim grandes contribuições a Educação Matemática.

Durante toda a nossa pesquisa com base na observação do material analisado e em nossa fundamentação teórica, pudemos refletir sobre a importância dos MD disponíveis em laboratórios nas escolas, pois se for feita correta utilização de forma criativa e autônoma, promoverão alunos mais criativos e autônomos.

Por fim, acreditamos que com esforço, estudo, empenho e pesquisa o professor será capaz de se adequar a novas práticas de ensino que venham a contribuir com uma melhora significativa na qualidade de ensino e uma futura e rica equidade em prol de novos cidadãos, desacomodados, mais acostumados com questões desafiadoras, mais críticos e mais participativos. Portanto, fica aqui um ponto de partida para que novas pesquisas, inclusive que envolvam o do MD Multiplano se desenvolvam e possam contribuir cada vez mais para a superação dos desafios enfrentados na área de Matemática e suas tecnologias.

REFERÊNCIAS

AMARAL, D. V. **Reflexões sobre a implantação de um Laboratório Interativo de Matemática (LIM): Limitações, inovações e contribuições,** 2016, 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, 2016.

ARANTES, V. A. et al (Org.). MACHADO, N. J; D'AMBRÓSIO, U. **Ensino de Matemática: ponto e contraponto.** São Paulo: Summus, 2014.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental.** Brasília/DF: MEC/SEF, 1998.

______ Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

______ Ministério de Educação e Cultura. **LDBEN – Lei nº 12796/13**, de 4 de abril de 2013. Altera a Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996. Brasília: MEC, 1996.

_______ Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Educação é a Base**. Brasília, MEC/ 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em: 10 de jan. 2020.

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRINKMOBIL. **Laboratório Interativo de Matemática.** Disponível em: http:// http://www.brinkmobil.com.br/laboratorio-interativo-de-matematica-1o-ao-5o-ano/. Acesso em: 9 de abril de 2020.

BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do professor.** In: PARRA, C. (org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p.48-72.

CARVALHO, D. V. **Laboratório de ensino de matemática**: aplicação de recursos pedagógicos para o ensino de função e trigonometria. 2016. Dissertação (Mestrado em Projetos Educacionais de Ciências) - Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo, Lorena, 2016. doi:10.11606/D.97.2017.tde-20112017-124713. Acesso em: 28 de jan. 2020.

CERVO, A. L. et al. **Metodologia científica.** 6. ed. São Paulo: Prentice Hall Brasil, 2007.

COSTA, M. A. F. et al. **Projeto de Pesquisa: entenda e faça.** 6ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativos, quantitativos e misto.** Tradução: Magda Lopes; 3ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CRUZ, J. B. **Laboratórios.** / Joelma Bomfim da Cruz. – Brasília: Universidade de Brasília, 2007.

D'AMBRÓSIO, U; MACHADO, N. J*;* ARANTES, V. A. (Org.). **Ensino de matemática*: pontos e contrapontos.*** São Paulo: Summus, 2014.

D' AMORE, B. **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino;** tradução de: Giovanni Giuseppe Nicosia e Jeanine Soares. Bolema, Rio Claro (SP), ano 20, nº 28, 2007, p. 179 a 205.

________ Bruno, **Elementos de didática da matemática** / Bruno D'Amore; [tradução Maria Cristina Bonomi] São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

________ Bruno; PINILLA, M. I. F; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótic***a*. Campinas: Papirus, 2003, p.11-33.

________ R. **Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática,** IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.) Aprendizagem da compreensão em matemática: registros de representação semiótica, Campinas, São Paulo, Papirus, p. 11-33, 2ª Ed, 2005.

________ R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais.** Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_________ R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

_________ R. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*.** p. 37- 64. Strasbourg: IREM - ULP, 1993. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

FAZENDA, I. (Org.). **Dicionário em Construção: Interdisciplinaridade**. 2ª Edição. São Paulo-SP: Cortez Editora, 2001.

FELIPE, E. M. **INVESTIGAR E EXPLORAR O GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁ. TICA COM O GEOGEBRA: reflexões em uma sequência didática sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. 2018 222 f. Dissertação de Mestrado Profissional em PRÁTICAS DE EDUCAÇÃO BÁSICA, COLÉGIO PEDRO II, Rio de Janeiro, 2018.

FERRONATO, R. **A Construção de Instrumento de inclusão no Ensino da Matemática**: .129 f. Dissertação (Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Produção)- Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2002. Disponível em:

https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/82939/PEPS2320D.pdf?sequence=1&isAllowed=y Acesso em: 20 out. de 2019.

_________ R. **Multiplano**: Guia de orientações didáticas. Curitiba: Brink Mobil, 2012.

FLORES, C. R. **Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem.** BOLEMA. Rio Claro, SP, v. 19 n. 26 (2006).

FONSECA, L. **Protocolo neuropsicopedagógico de avaliação cognitiva das habilidades matemáticas.** Rio de Janeiro: Wak Editora, 2013.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e terra, 1996.

GÁLVEZ, G. **A Didática da Matemática.** In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. Cap. 2, p. 26-35.

GAZIRE, E. S; RODRIGUES, F. C. **Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão**. IN: Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. Florianópolis, 2012, v. 07, n. 2, p. 187-196. Disponível em:<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/19811322.2012v7n2p187/23460>. Acesso em. 10 de janeiro de 2020.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6ª edição. São Paulo: Atlas, 2008.

_________ Antônio C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 6ª edição. São Paulo: Atlas, 2019.

HENRIQUES, A.; ALMOULOUD, S. A. **Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple.** Revista *Ciênc. Educ.*, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

IEZZI, G. et al. **Matemática ciência e aplicações.** 2. Ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

LIMA, R. N. **Laboratório de ensino matemática na escola estadual da Paraíba: uma análise do processo de implantação do laboratório na 5ª Gerência Regional de Educação,** 2016, 46 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática), Centro de Ciências Humanas e Exatas, Universidade Estadual da Paraíba, Monteiro-PB, 2016.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** 2ª ed. Ver. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

________ S. **Para aprender matemática**. 3ª ed. - Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de professores).

________ Sergio (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

LUCENA, R. S. **Laboratório de Ensino de Matemática.** Fortaleza: UAB/IFCE, 2017.

MACHADO, N. J; D'AMBRÓSIO, U; ARANTES, V. A. (Org.). **Ensino de matemática*:* *pontos e contrapontos.*** São Paulo: Summus, 2014.

MEDEIROS, C. F. **Por uma Educação Matemática como Intersubjetividade**. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). Educação Matemática (Reedição). 2ed.São Paulo: Centauro Editora, 2005, v. 1, p. 13-44.

MELO, L. M. **O ensino de trigonometria para deficientes visuais através do Multiplano Pedagógico.** 2014, 98 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

MOREIRA, P. C. et al. **Quem quer ser professor de matemática?** Zetetiké: Revista de Educação Matemática, CAMPINAS: ZETETIKÉ, 2012.

OLIVEIRA, Z. V; KIKUCHI, L. M. **O laboratório de matemática como espaço de formação de professores. Cad. Pesqui.** São Paulo, v. 48, n. 169, p. 802-829, set. 2018. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15742018000300802&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 13 abr. 2020.

PADILLA, A. **Um estudo sobre a aprendizagem dos Números Racionais à luz da Teoria dos Registros de representação semiótica**. 2019 101 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa.** 3ª ed.; 1. Reimp. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2015.

PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**.** Campinas: Autores Associados, 2006. P. 77-92.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Tradução: José Teixeira Coelho Neto. São Paulo: Perspectiva, 2017.

PINHO, T. M. M. **A Adaptação de Materiais Pedagógicos para o Ensino de Matemática para Estudantes com Deficiência Visual do Ensino Fundamental (6º AO 9º ANO)**. 2016 185 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Diversidade e Inclusão, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2016.

REGO, R. G. do; REGO, R. M. do; VIEIRA, K. M; **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas, SP: Autores associados, 2012.

RODRIGUES F. C, GAZIRE. L. S. **Os diferentes tipos de abordagem de um laboratório em matemática e suas contribuições para a formação de professores,** REVEMAT. Florianópolis (SC), v.10, n. 1, p. 114-131, 2015.

SÁ, R. M. B. **O MULTIPLANO NO PROCESSO DE ENSINO DA MATEMÁTICA: intervenções educacionais para estudantes com deficiência visual e estudantes videntes**

com dificuldade de aprendizagem. 2019 170 f. Dissertação (Mestrado Profissional em GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA), Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2019.

SADOVSKY, P. **O ensino de matemática hoje-enfoques, sentidos e desafios.** São Paulo: Ática, 2007.

SCHNEIDER, C. L. **Matemática: o processo de ensino-aprendizagem**. Disponível na Internet em https://www.somatematica.com.br/artigos/a32/ Acesso em: 04 de novembro de 2019.

SILVA, R. S. **A Utilização do Multiplano no Ensino da Matemática na Educação Básica: Uma Proposta para a Educação Inclusiva.** 2016 63 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Federal Do Tocantins, Palmas, 2016.

SILVEIRA, M.R. **Matemática é difícil: um sentindo pré-construído evidenciado na fala dos alunos**. In: Reunião anual da ANPED, 25, MG. Anais. MG: ANPED, 25. p. 1-17. 2002.

SOUZA, M. A de. **Introdução ao Estudo de Função para Alunos com Deficiência Visual com o Auxílio do Multiplano**. 2015 115 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - PROFMAT, Universidade Federal do Oeste do Pará, Pará, 2015.

SOUZA, M. J. A. **Informática Educativa na Educação Matemática: Estudo de geometria no ambiente do Software Cabri-Géomètre**. 2001. 154 f. Dissertação (Pós Graduação em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará – UFC. Fortaleza, 2001

STEWART, J. **Cálculo, volume I**. [tradução EZ2 Translate]. -- São Paulo: Cengage Learning, 2013.

TAHAN, M. **Matemática Divertida e Delirante**. São Paulo: Saraiva, 1962.

TURRIONI, A. M. S; PEREZ, G. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2012. P. 57-76.

VARIZO, Z.C.M. **O Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: Do sonho a realidade.** In: ENEM, 10, Belo Horizonte. Anais... Belo Horizonte, 2007. p.1-12.

ANEXO

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA E TECNOLOGIA
4ª GERÊNCIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO
EECIT PROFESSOR LORDÃO

ESTADO DA PARAIBA
Secretaria da Educação e Cultura
Escola Estadual de E. F. e Médio Prof. Lordão
DEC Nº 8.964 - 12.03-81
Av. Getúlio Vargas, S/N
CEP: 58187-000 - PICUÍ - PB

AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DA PESQUISA

Eu **ADAIANO FARIAS ARAÚJO**, abaixo assinado, responsável pela Escola Cidadã Integral Técnica Professor Lordão, autorizo a realização do estudo **LABORATÓRIO INTERATIVO DE MATEMÁTICA E A PRODUÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS: UM ESTUDO DO MULTIPLANO EM CONEXÃO COM A BNCC**, a ser conduzido pelo pesquisador **WELLSON DE AZEVEDO ARAUJO** aluno regularmente matriculado no curso de **MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊN. E EDUC. MATEMÁTICA**, vinculado ao **PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENS. DE CIÊN. E EDUC. MATEMÁTICA** da **UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA – UEPB**, nesta instituição de ensino.

Picuí, 18 de dezembro de 2019

Adaiano Farias Araújo

ADAIANO FARIAS ARAÚJO
Matricula: 184.436-9
Diretor Escolar

ESCOLA ESTADUAL CIDADÃ INTEGRAL TÉCNICA PROFESSOR LORDÃO
ENDEREÇO: Rua Projetada, S/N, Cenecista (Campo de Aviação), Picuí - PB, CEP: 58187-000
E-mail: lordaodigitacao@gmail.com | Facebook: /ecitprofessorlordão | Instagram: @ecitprofessorlordão