UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ- REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RENATA RANIELLY CABRAL DA SILVA
DOUTOR SILVANIO DE ANDRADE

ENSINO E APRENDIZAGEM DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS ATRAVÉS DA EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

PRODUTO EDUCACIONAL

CAMPINA GRANDE-PB
2020

RENATA RANIELLY CABRAL DA SILVA
DOUTOR SILVANIO DE ANDRADE

ENSINO E APRENDIZAGEM DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS ATRAVÉS DA EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

Produto Educacional, cumprindo a exigência do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador. Prof. Dr. Silvanio de Andrade

CAMPINA GRANDE – PB
2020

S586e Silva, Renata Ranielly Cabral da.

Ensino e aprendizagem de expressões algébricas através da exploração, resolução e proposição de problemas [manuscrito] / Renata Ranielly Cabral da Silva. - 2020.

28 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2020.

"Orientação : Prof. Dr. Silvanio de Andrade , Coordenação do Curso de Matemática - CCT."

1. Ensino de Matemática. 2. Expressões algébricas. 3. Problemas matemáticos. 4. Resolução de problemas. I. Título

21. ed. CDD 510.7

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Após a conclusão da pesquisa de mestrado intitulada “O Ensino e Aprendizagem de Expressões Algébricas através da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas” elaboramos e apresentamos este Produto Educacional. Motivados por vivenciar, enquanto docentes bem como em verificar nas literaturas, as dificuldades em relação ao ensino e aprendizagem de Álgebra, buscamos em nossa pesquisa identificar e analisar as contribuições que a Metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas pode propiciar ao ensino e aprendizagem de expressões algébricas.

A nossa pesquisa tem caráter qualitativo, uma vez que nos centramos em observar a compreensão dos significados atribuídos pelos sujeitos às suas ações, bem como procuramos observar, descrever e analisar em pormenores os sujeitos em toda sua complexidade. Para tanto, desenvolvemos nosso trabalho em sala de aula, com base na modalidade de pesquisa pedagógica, a qual o professor pesquisa sua própria sala de aula. A realização da pesquisa ocorreu com alunos do 8º ano do ensino fundamental, de uma escola pública Estadual localizada no município de Ingá-PB, onde propomos atividades sobre o conteúdo de expressões algébricas, na perspectiva da Metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas. Para levantamento de dados, usamos notas de campo, descrições, observações e a produção escrita dos alunos.

Ao final de nossa experiência em sala de aula, pudemos identificar algumas contribuições que a Metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas pode propiciar para o ensino e aprendizagem de expressões algébricas, como: a participação ativa dos alunos, os quais demostraram mais desejo e motivação durante a exploração dos problemas; autonomia em refletir, argumentar e justificar sobre as estratégias utilizadas no processo de resolução dos problemas; a compreensão das ideias trabalhadas sobre expressões algébricas nos problemas.

Desta maneira, trouxemos uma pequena abordagem sobre o ensino e aprendizagem de Álgebra, observando as dificuldades e as concepções de Álgebra e Educação Algébrica que influenciam nos conceitos dos professores em sala de aula, assim como elucidamos a Metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas para o ensino de expressões algébricas. Posteriormente, trouxemos algumas orientações e reflexões para o desenvolvimento da atividade com expressões algébricas na perspectiva da Metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas.

Com isso, almejamos que esse produto educacional sirva como recurso didático para auxiliar os professores em sala de aula no tocante ao ensino de expressões algébricas, de forma que possibilite ao aluno uma aprendizagem com compreensão.

2 ÁLGEBRA: DO CONTEXTO HISTÓRICO AO ENSINO E APRENDIZAGEM

A Álgebra é um dos ramos da Matemática que, tradicionalmente, é introduzido no currículo escolar brasileiro no final do terceiro ciclo do ensino fundamental, mais precisamente no 7º ano, quando os alunos têm um primeiro contato com os símbolos algébricos. Ao lermos os trabalhos dos pesquisadores e educadores matemáticos como Booth (1995); Lins e Gimenez (1997); Fiorentini, Miguel e Miorim (1993); Ribeiro e Cury (2015); Sousa, Panossian e Cedro (2014), entre outros que estão envolvidos com investigações sobre o ensino e aprendizagem da Álgebra, observamos que se trata de um tema que provoca várias discussões entre pesquisadores, professores e alunos. Para os professores e pesquisadores, existe uma busca em solucionar algumas dificuldades apresentadas pelos alunos tanto na educação básica como no ensino superior, já no caso dos alunos, há uma tentativa de compreender o que está sendo ensinado.

O ensino de Álgebra é exposto em sala de aula mediante as concepções que os professores possuem do que sejam Álgebra e educação algébrica (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014; BONADIMAN, 2007), influenciando diretamente no ensino e aprendizagem dos conceitos algébricos. Isso favorece o trabalho numa perspectiva de um ensino voltado para repetição de exercícios a partir do qual os alunos utilizam regras para manipularem símbolos sem que haja a mínima reflexão do que esteja sendo aprendido, levando o aluno a acreditar que a Álgebra se restringe a fórmulas prontas e acabadas.

Conforme os PCN (BRASIL, 1998), a ênfase que os professores dão ao ensino de Álgebra não garante o aprendizado do aluno. Ribeiro e Cury (2015) trazem em sua pesquisa uma avaliação do rendimento dos alunos referente à avaliação do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) de 2011, a qual constatou que, mesmo sendo visível o crescimento no desempenho dos estudantes do ensino fundamental e médio, ainda é muito pouco.

O ensino de Álgebra, pela sua complexidade, tem revelado um alto índice de dificuldades e erros entre os alunos, pois a maneira como o seu ensino está sendo aplicado e assimilado nas escolas pode-se determinar muitas vezes a estrutura do conhecimento algébrico dos alunos. Na pesquisa realizada por Scarlassari (2007), é constatado que exercícios repetitivos e que priorizam a manipulação não favorecem a aprendizagem. De acordo com a pesquisadora Lesley Booth (1995), tentar descobrir o que torna a álgebra difícil é identificar os erros cometidos pelos alunos e investigar a origem e razão desses erros.

Ao analisarmos a pesquisa realizada por Booth (1995), pudemos observar que as dificuldades e os erros dos alunos em sala de aula estavam relacionados a como eles lidavam com as atividades de aritmética e as atividades de álgebra; o uso da notação em álgebra; o significado das letras em álgebra e aritmética; os tipos de relações e métodos usados em aritmética. A autora relata que os alunos têm dificuldade em aceitar a ausência do fechamento, ou seja, para eles 5a + 2b tem como resultado 7ab; entender que o sinal de igualdade na álgebra refere-se a uma relação de equivalência; compreender a diferença da justaposição na aritmética e na álgebra. Uma vez que, na aritmética, a justaposição está relacionada à adição (59= 50 + 9), na álgebra, é relacionada à multiplicação, ou seja, 4b é 4 vezes b; a função da letra na álgebra.

As observações que Booth (1995) traz em sua pesquisa, não só servem para verificarmos os erros e as dificuldades que os alunos costumam ter, mas são a base para que possamos nos apoiar nesses erros e dificuldades para, enfim, tomarmos uma postura diferente em sala de aula, ou seja, procurarmos métodos que possam mudar essa realidade.

Para a pesquisadora Scarlassari (2007), é preciso construir o significado dos conceitos com os alunos, pois, assim, poderão ser diminuídas as dificuldades apresentadas, como também eles poderão perceber que a Álgebra foi construída em movimento com várias civilizações. De acordo com Sousa, Panossian e Cedro (2014), "não é possível compreender o que é Álgebra sem o acesso ao seu movimento lógico e histórico, sem considerar como se deu seu desenvolvimento ao longo da experiência histórica da humanidade".

Observando as pesquisas de Ribeiro e Cury (2015) e a de Silva (2015), constatamos que, ao longo da história, alguns povos tiveram participação na evolução de conceitos algébricos, provocando ao longo dos séculos várias transformações que, de certa forma, facilitaram o entendimento dessa ciência. Algumas civilizações que contribuíram para essas transformações e evoluções na Álgebra foram as civilizações babilônica, egípcia, grega, árabe, indiana e alguns pesquisadores posteriormente da Europa.

Verificamos em nossas leituras que alguns pesquisadores defendem que o desenvolvimento histórico da Álgebra está relacionado à evolução da sua notação algébrica que, conforme Eves (2002), está dividido em três estágios: o retórico, o sincopado e o simbólico. Sendo a fase retórica marcada pela utilização de palavras em problemas matemáticos; na fase sincopada a incorporação de alguns símbolos e na fase simbólica apenas a utilização de símbolos.

2.1 Concepções de Álgebra e de Educação Algébrica

O modo como os professores ensinam Álgebra pode estar muitas vezes relacionado com suas concepções sobre o que é Álgebra, as quais foram construídas ao longo de sua vida escolar e na sua formação acadêmica e que acaba voltando para sala de aula, como comenta Sousa, Panossian e Cedro (2014).

> Considerando que o ensino de Álgebra está diretamente ligado à concepção de álgebra dos professores, pesquisadores como Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) e Usiskin (1988 [1995]) sistematizam tais concepções e nos mostram o quanto elas influenciam o ensino de álgebra, gerando diferentes concepções de educação algébrica. (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 23).

Os PCN (BRASIL, 1997) também nos mostram a relevância que há dentro do ensino de Matemática conhecer as concepções do professor em relação aos conteúdos matemáticos como também as concepções de Educação.

Desta forma, neste produto faremos uma síntese das concepções sobre álgebra e educação algébrica na visão de autores como Usiskin (1995); Fiorentini, Miorim e Miguel (1993); Lins e Gimenez (1997) e dos autores Sousa, Panossian e Cedro (2014).

Quadro: Concepções de Álgebra e Educação Algébrica

Autores	Concepções de Álgebra e Educação Algébrica
Usiskin	Caracteriza a álgebra de acordo com a compreensão do conceito de variável. • Álgebra como aritmética generalizada; • A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas; • Álgebra como estudo de relações entre grandezas; • Álgebra como estudo das estruturas;
Fiorentini, Miorim e Miguel	Abordam as concepções de Álgebra e Educação Algébrica mediante o desenvolvimento histórico da matemática, e para

	o desenvolvimento do pensamento algébrico. Concepção de Álgebra: • Processológica: • Linguística-estilística; • Linguístico-sintático-semântica; • Linguístico-postulacional; Concepções de Educação Algébrica: • Linguístico-pragmática; • Fundamentalista-estrutural; • Fundamentalista-analógica; Os autores ainda trazem uma quarta concepção que é o ensino por meio de situações problemas, o qual busca uma relação dialética entre o pensamento e a linguagem.
Lins e Gimenez	• Concepção Letrista; • Concepção Facilitadora; • Modelagem Matemática;
Sousa, Panossian e Cedro	Os autores de sustentam na teoria do movimento lógico e histórico, logo propõem um ensino tomando como ponto de partida o estudo de conceitos de movimento, fluência, número e álgebra não simbólica; variável e campo de variação presentes na vida fluente. Uma vez que, eles têm como base de entendimento que a álgebra descreve os movimentos da prática social.

Organizado pela pesquisadora

2.2 Álgebra nos documentos oficiais brasileiros: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Neste tópico fazemos uma síntese de como o ensino de Álgebra é abordado nos documentos oficiais brasileiros: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1997 e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2017, observando como abordam o ensino de Álgebra.

Quadro 2 – Abordagem dos PCN e a BNCC quanto ao ensino de Álgebra

	PCN	BNCC
Quanto ao bloco temático	Números e operações	Álgebra
Quanto à finalidade	Desenvolver e exercitar a capacidade de abstração e generalização para resolução de problemas.	Desenvolver o pensamento algébrico
Quanto às noções fundamentais	Generalização; Linguagem algébrica; Relação entre duas grandezas.	Equivalência; variação; interdependência; proporcionalidade.
Quanto ao início dos estudos	A partir do 7º ano do Ensino Fundamental	Desde os anos inicias

Fonte: Scremin e Righi (2020, p. 428).

Percebemos, no quadro 2, as diferenças de abordagem de um documento para o outro, porém constamos que os dois documentos defendem o trabalho por meio da Resolução de problemas, levando o aluno a ser protagonista principal de sua aprendizagem.

3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA O ESNINO DE MATEMÁTICA

Ao falarmos de problemas matemáticos em sala de aula, surgem várias inquietações, tendo em vista que tal palavra causa incômodo devido à sua semântica e uso no cotidiano, ademais ao se tratar de problemas matemáticos. Ao levarmos para a sala de aula problemas matemáticos, observamos essas inquietações nos nossos alunos que, muitas vezes, deixam transparecer um sentimento de angústia diante da situação. Porém, esse sentimento pode se transformar em um desafio a ser vencido quando tomam para si o problema, pois, ao lermos alguns pesquisadores em resolução de problemas matemáticos, eles dizem que "o que pode ser problemas para uns pode não ser problemas para outros". Mas, o que podemos caracterizar como problemas?

Onuchic e Allevato (2011, p. 81) definem problema como "tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer". Para Andrade, S. (1998, 2017), problema é algo que "impulsiona uma ação de trabalho reflexivo sobre as ideias matemáticas presentes nas situações impostas por ele". Para o autor, pode ser um projeto, uma questão, uma tarefa, porém que não se conhece a solução de imediato, e que o aluno precisa querer resolver, ou seja, se envolver com a situação problema, estar de fato engajado. Para Polya (1995), problema é quando nos deparamos com uma questão que não conseguimos resolver com os conhecimentos que detemos.

Atualmente, a Resolução de Problemas é um dos tópicos no ensino de matemática que ocupa um lugar de destaque em documentos oficias como os PCN (Parâmetro Curricular Nacional) e a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), que não se distinguem muito um do outro em relação ao que se deseja para resolução de problemas. (MORAIS; ONUCHIC; LEAL JUNIOR, 2017). Ambos os referenciais brasileiros sofrem grande influência do documento do NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics),* conforme, Morais, Onuchic e Leal Junior (2017, p. 404), os quais apresentam uma proposta do que deveria ser considerado importante na Educação Matemática, posto que o ensino tenha que levar o aluno a ter a capacidade de pensar e raciocinar matematicamente, ter uma fundamentação útil de conhecimento e habilidades matemáticas. Diante disso, podemos observar que a Resolução de Problemas é de fundamental importância para se atingir esses objetivos.

Onuchic (1999) nos traz uma análise dos movimentos do ensino da matemática no século XX e que influencia a forma como o professor trabalha a resolução de problemas em sala de aula. Ela observa que ensino com resolução de problemas era voltado para repetição, o qual o aluno tinha que decorar a tabuada e o ensino se concentrava em técnicas de repetição, não havendo espaço para o diálogo. Além disso, os alunos também eram apenas avaliados através de testes. Porém, posteriormente, começa a ser discutido o ensino direcionado para a compreensão, no entanto ainda ocorre a predominância de técnicas.

Em 1980, o NCTM *(National Council of Teachers of Mathematics)* recomenda que o foco do ensino de matemática deva ser a resolução de problemas (ANDRADE, S., 1998; MORAIS; ONUCHIC; LEAL JUNIOR, 2017; ONUCHIC, 1999), cujo trabalho é direcionado ao processo de resolução. No entanto, professores continuam focalizando o ensino com resolução de problemas na solução.

Schroeder e Lester (1989), na década de 80, trazem três modos diferentes de se abordar a Resolução de Problemas: 1. Ensinar a resolver problemas; 2 Ensinar sobre resolução de problemas; 3. Ensinar através da resolução de problemas. Observamos o último ponto, que é o ensino de matemática através da resolução de problemas, sendo este o ponto inicial e um modo de conduzir uma aula. Conforme Andrade, S. (1998), é nesta década ainda que a resolução de problemas passa a ser vista como uma metodologia de ensino, no qual o problema passa a ser o ponto de partida na construção no novo conhecimento.

Surge então uma nova maneira de se trabalhar com Resolução de Problemas nas aulas de Matemática, pois o que antes era trabalhado apenas no fim dos conteúdos passa a ser um ponto inicial e importante na formação de um novo conceito matemático. Sendo que, nesse processo de ensino, o foco passa a ser no aluno, que terá um papel importante na construção da aprendizagem, uma vez que o professor passa a ser um mediador desta construção.

Segundo Onuchic e Allevato (2005), é na década de 90 que começam as pesquisas tendo como lema a Resolução de Problemas como uma Metodologia de ensino. É nessa década também que Andrade, S. (1998) começa a discutir em suas pesquisas um novo viés para o trabalho com Resolução de Problemas, o qual se denomina Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, não sendo uma proposta a par da Metodologia Resolução de Problemas. No entanto, nessa perspectiva, o trabalho desenvolvido em sala de aula não acaba na solução do problema, pois vai além dela visto que, por meio do processo Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Resultados, o qual o resultado se baseia num processo de codificação e descodificação, há sempre algo novo a ser discutido.

De acordo com Andrade (2017), à medida que o aluno vai aprofundando no problema, ou seja, ao explorar o problema, ele vai utilizando conceitos matemáticos adquiridos anteriormente, como também vai descobrindo novos conceitos matemáticos.

Com base no exposto, nossa pesquisa tomou como fundamento para o desenvolvimento deste trabalho todas as possibilidades de ensino e aprendizagem que a Metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas pode favorecer ao ensino e aprendizagem de Álgebra, em especial ao conteúdo de Expressões Algébricas. Para tanto, nos respaldamos na proposta do pesquisador Andrade, S. (1998, 2017), o qual traz em suas pesquisas a Exploração de problemas como elemento forte dentro da Metodologia Resolução de Problemas, a qual também abrange tanto a resolução como a proposição de problemas.

4 UM OLHAR SOBRE O ENSINO DAS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

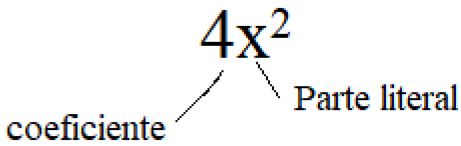
O ensino de Expressões Algébricas tem um importante papel na aprendizagem da Álgebra, sendo esta, muitas vezes, como a porta de entrada para o ensino de outras vertentes da Álgebra como funções e equações. Porém, pesquisas apontam que, se seu estudo vindo concomitante com o ensino de funções, equações, sequências e outros conteúdos, promoverá uma melhor compreensão para os alunos (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). As expressões Algébricas sevem, muitas vezes, para representar de maneira mais geral uma dada situação. Seu estudo tem início no terceiro ciclo do ensino fundamental, mas é no quarto ciclo que, de fato, é mais aprofundado de acordo com os PCN, provocando nos alunos várias inquietações, pois é uma saída do trabalho com expressões numéricas para expressões que passam a ter valores desconhecidos representados por letras, chamadas de variáveis. Mas, como podemos de fato definir expressões algébricas e como devemos trabalhar?

Para Lloyd et al (2011), a expressão algébrica é uma frase matemática ou termo que contém números e símbolos literais (variáveis) que são conectados por operações e que, ao substituirmos essas letras por números e efetuarmos as operações indicadas, encontraremos um valor numérico desta expressão. Exemplos de expressões algébricas:

$2x + 6$

$3z + 2y - 3$

As partes que compõem uma expressão algébrica são chamadas de termos e, de acordo com Carvalho (2010, p. 63), "é uma expressão algébrica escrita apenas como um produto ou quociente de números ou variáveis", os quais são compostos por uma parte literal e um coeficiente.



As expressões algébricas podem ser nomeadas conforme a quantidade de termos:

Monômio $\rightarrow 2x^2$

Binômio $\rightarrow 0{,}5y - 6$

Trinômio $\rightarrow x^2 - 3x + y$

Polinômio $\rightarrow 1{,}5x^2 - 3y + z - 1$

Atribuindo um valor numérico à variável ou às variáveis contidas na expressão e realizando as operações indicadas, encontramos um valor numérico da expressão:

Ex: $2(x + 5) - x$, sendo $x = 3$, teremos:

$2(3+5) - 3$

$2.8 - 3$

$16 - 3$

13

Portanto, o valor numérico da expressão quando x for igual a 3, é 13.

Trabalhar com expressões algébricas requer uma atenção específica do aluno, pois é preciso que eles analisem na expressão que operações estão presentes, para poder operar e assim encontrar outras *expressões equivalentes*, pois, conforme Lloyd et al (2011), para serem equivalentes não precisam ter a mesma forma, sendo necessário apenas representar o mesmo valor numérico ao substituir um número na variável. Ex. As expressões 0,3y+ 0,5y e $0{,}8y$ são equivalentes para y = 4? Substituindo no lugar da variável y o número 4, nas duas expressões teremos:

Expressão algébrica 1		Expressão algébrica 2
$0{,}3y + 0{,}5y$		$0{,}8y$
$0{,}3.4 + 0{,}5.4$	e em,	$0{,}8.4$
$1{,}2 + 2{,}0$		
$3{,}2$		$3{,}2$

Em vista disso, podemos observar que elas apresentam o mesmo valor numérico para x = 4, sendo assim elas podem ser chamadas de expressões equivalentes. Na equivalência de expressões algébricas podemos fazer uso do sinal de igualdade, que indica que uma expressão é equivalente à outra, portanto, ao resolvermos a situação acima teremos 0,3y+ 0,5y = $0{,}8y$. Nesta situação, podemos verificar que 0,8 y é a forma simplificada da expressão algébrica 0,3y + 0,5y, pois, fazendo uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, temos (0,3 + 0,5) y = 0,8 y. A utilização desta propriedade e outras estudadas na aritmética nos ajuda a justificar a equivalência das expressões algébricas. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Conforme Ponte, Branco e Matos (2009), a autora Kieran (1995) estabelece em sua pesquisa uma distinção entre duas perspectivas da Álgebra, que envolve o trabalho com expressões algébricas. Uma dessas é a processual, a qual o aluno atribui um número às variáveis da expressão e realizam as operações indicadas, encontrando assim o valor numérico da expressão. Como também no estudo de equações, atribui-se um número à variável e verifica-se a igualdade, encontrando assim a raiz da equação. Em ambos os casos, o aluno opera apenas com números após a substituição.

A outra perspectiva é a visão da álgebra como estrutural, que também é abordado por Usiskin (1995) e que já comentamos anteriormente. Nesta visão, os alunos têm de fazer as operações indicadas com os símbolos algébricos até chegarem a expressões equivalentes, e o mesmo acontece nos membros de uma equação, pois, ao fazerem as operações, chegarão a expressões equivalentes em ambos os membros, facilitando o processo de resolução. O autor coloca então que é preciso que o professor faça essa passagem da visão processual para a estrutural, e que esse trabalho aconteça com atividades que tragam significado para o aluno.

De acordo com os autores Friedlander & Arcavi (2017, p.1), para o bom andamento do trabalho com expressões algébricas, é recomendado que alguns objetivos principais estejam presentes durante o ensino e aprendizagem.

- *Correct application and a sound understanding of the laws arithmetic and algebra, as well as respecting the conventions about algebraic notations and the use of parentheses and the orde of operations;*
- *Reading expressions with comprehension, which implies the analysis of the underlying structure of an expression, including identifying equivalent expressions despite their different appearance;*
- *Interpreting parts of an expression (and sometimes the whole expression) as a single entity, and identifying/ recognizing structure, which enables applying algebraic laws for the purpose of achieving a simpler expression;*
- *Flexibility of choosing a specific form among several equivalent forms of an expression in order to reveal meaning or explain a property represented by it;*
- *Creating expressions in order to represent (a) desired properties, or (b) the general aspect of a geometrical pattern, or (c) a model real-world phenomena;*
- *Viewing expressions as relationships (sometimes functional relationships) between an input (an independent variable) and output (a dependent variable).* [1]

Os PCN também nos trazem alguns conceitos e procedimentos para o trabalho com expressões algébricas, enfatizando que:

> Utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas./ Compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas./Construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples. (BRASIL, 1998, p. 72).

[1] Tradução nossa: A aplicação contínua e um bom entendimento sólido das leis de aritmética e álgebra, bem como respeitar as convenções sobre notações algébricas e o uso de parênteses e a ordem das operações.
• Ler expressões com compreensão, o que implica a análise da estrutura subjacente de uma expressão, incluindo a identificação de expressões equivalentes, apesar de sua aparência diferente.
• Interpretar partes de uma expressão (e às vezes toda a expressão) como uma única entidade e identificar / reconhecer a estrutura, o que permite aplicar leis algébricas com o objetivo de obter uma expressão mais simples.
• Flexibilidade de escolher uma forma específica entre várias formas equivalentes de uma expressão, para revelar o significado ou explicar uma propriedade representada por ela.
• Criar expressões para representar (a) propriedades desejadas, ou (b) o aspecto geral de um padrão geométrico, ou (c) um modelo de fenômenos do mundo real.
• Ver expressões como relacionamentos (às vezes relacionamentos funcionais) entre uma entrada (uma variável independente) e saída (uma variável dependente)

Esse documento traz ainda critérios de avaliação que explicitam as expectativas de aprendizagem, ou seja, os objetivos que se desejam alcançar em determinado conteúdo. Logo, para a parte de álgebra que contempla expressões algébricas, ele coloca que:

> **Utilizar a linguagem algébrica para representar as generalizações inferidas a partir de padrões, tabelas e gráficos em contextos numéricos e geométricos.**
> Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de utilizar representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas, assim como construir procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples. (BRASIL, 1998, p.76, grifos do autor).

Na BNCC, que é o novo documento norteador para a Educação Básica, constatamos que no trabalho com expressões algébricas, os alunos precisam:

> Compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. (BRASIL, 2017, p. 270).

Analisamos que, tanto os autores Friedlander e Arcavi (2017) como os PCN (1998) e a BNCC (2017) orientam que, no ensino com expressões algébricas, o aluno seja guiado para compreender a função da variável, a generalização das propriedades, a utilização da expressão algébrica para representar sequências numéricas, bem como a relação de interdependência entre duas variáveis.

Ao trabalhar com expressões algébricas, o professor precisa conhecer bem sua definição e seus objetivos ou habilidades a serem alcançadas conforme apresentado anteriormente, pois, de acordo com Carvalho (2010), alguns equívocos com expressões algébricas acabam desfavorecendo a compreensão dos alunos. Um deles é a definição de polinômios que os livros didáticos trazem, sendo este um auxiliador do trabalho do professor em sala de aula e um referencial para os alunos. O autor traz em sua pesquisa uma análise de como o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) aborda as expressões algébricas e constata que muitos autores trazem o termo Polinômios para ser trabalhado no ensino fundamental, quando este deveria aparecer a partir do ensino médio e aprofundado no ensino superior. Ou seja, de acordo com Carvalho (2010), o que se chama de polinômios, a expressão algébrica com mais de três termos, na verdade é uma expressão algébrica polinomial.

Segundo Carvalho (2010), ao analisar alguns livros didáticos, ele observou que alguns autores não apresentam a definição de expressões algébricas, ou até apresentam, porém dando margem a outras definições, quando se diz que "Expressões matemáticas formadas por letras e símbolos numéricos são chamadas de expressões literais ou, genericamente, expressões algébricas" (CARVALHO, 2010, p. 56). Neste caso, o autor diz que o texto dá ênfase ao dizer que log(x), sem(x) e 2^x são expressões algébricas. O autor ainda traz em seu texto as incoerências em definições que estão presentes nos livros didáticos em relação ao que se chama de termo de uma expressão algébrica no lugar de binômio; além de livros que possuem exercícios que não contribuem com a aprendizagem dos alunos.

Ao fazermos uma reflexão sobre o ensino e aprendizagem com expressões algébricas, levando em consideração o que apresentamos anteriormente, percebemos a importância do professor conhecer, estudar e buscar mais informações sobre o que será ensinado, pois ajudará tanto na sua compreensão, como na do aluno. E, através disso, chegar aos objetivos que são propostos para o trabalho com expressões algébricas.

Para um bom desempenho do trabalho com expressões algébricas, acreditamos que é preciso que o professor conheça bem sua definição, mas também se aproprie de metodologias que o auxiliem em sala de aula para ajudar aos alunos compreenderem o conteúdo.

5. SUGESTÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES NA PERSPECTIVA DA EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

O trabalho com a Metodologia Exploração, Resolução e Proposição de Problemas não é algo que segue uma receita pronta e acabada, uma vez que leva em consideração todo o contexto social-político-cultural no qual está inserido o aluno. Ou seja, a sala de aula na qual o professor atua deve ser olhada com toda sua complexidade. Logo, conforme Andrade (2017, p. 367), trabalhar com a exploração de problemas em sala de aula é como uma aventura, uma viagem, "Sendo uma proposta aberta, não fechada, embora não solta". Portanto, ao ser aderida pelo professor, requer dele uma postura de engajamento e de planejamento, pois ele deve mediar as discussões e instigar o aluno a sempre ir além do resultado, partindo do professor algumas codificações e descodificações que poderão ajudar na compreensão por parte do aluno.

Deste modo, o que traremos nessas sugestões são indicações de atividades na perspectiva da Metodologia aderida e alguns encaminhamentos de como foi trabalhado em sala de aula. Sendo assim, seguem algumas discussões iniciais para trabalhar as ideias e conceitos sobre Expressões Algébricas na perspectiva da Exploração de Problemas, bem como outra ideia e conceito matemático caso queira o professor.

a) Inicialmente, determinamos as ideias e conceitos que trabalharíamos com expressões algébricas e, em seguida, selecionamos algumas atividades para atingir os objetivos pretendidos, ressaltando que, durante o trabalho com a exploração de problemas, é possível revisitarmos conceitos matemáticos vistos anteriormente, para chegarmos a novos conceitos.
b) A maior parte das atividades foi trabalhada em duplas, para que os alunos pudessem dialogar sobre o problema e assim viessem a formular estratégias, trocar ideias e conseguirem tornar mais compreensivo o que estavam aprendendo.
c) Após a entrega dos problemas, os alunos podem fazer uma primeira leitura individual e, em seguida, uma leitura coletiva. Posteriormente, o professor pode dar um tempo para que eles reflitam sobre o problema, e assim observar se o processo de resolução ocorrerá pela exploração ou proposição. No desdobramento das atividades não há como estipular um tempo certo, uma vez que depende de como será o encaminhamento em sala de aula, pelo professor e pelo aluno. Logo, algumas atividades podem durar mais que outras.
d) Durante a exploração dos problemas, o papel do professor é fundamental, pois ele precisa mediar as discussões, instigar os alunos a se envolverem cada vez mais nos problemas, codificar e descodificar o problema quando for necessário para que o aluno possa compreender o problema, promover questionamentos que levem o aluno a refletir sobre as ideias e conceitos trabalhados, bem como sobre o problema, de modo que o aluno também passe a fazer questionamentos e, com isso, surgir novos problemas, novas reflexões, novas sínteses e novos resultados.
e) Ao trabalhar com a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, não há uma regra de como pode ocorrer o processo, uma vez que a atividade pode iniciar com a proposição de problemas e isso levar à exploração, para chegar à resolução, ou pode iniciar pela exploração, ir para proposição de novos problemas, surgindo novas reflexões, novas sínteses e novos resultados que contribuam ou não para resolução do problema inicial. Ou seja, não há um caminho único para seguir, pois depende de como o trabalho pode ser direcionado tanto pelo professor como pelo aluno.

5.1 Sugestões de atividades trabalhadas e como ocorreu em sala de aula

5.1.1 Atividade: a disputa entre amigos

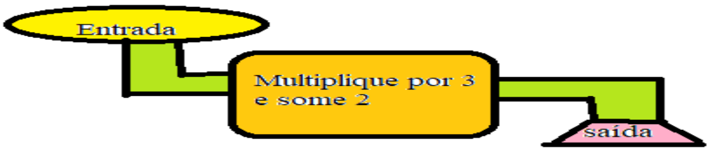
ATIVIDADE: A DISPUTA ENTRE AMIGOS

Ideia:

Noção de variável, criação da expressão algébrica.

Objetivo:

Trabalhar por meio da exploração do problema de forma que o aluno compreenda a utilização da variável e a construção da expressão algébrica.



Fonte: organizada pela pesquisadora

Em uma loja* da cidade, o dono colocou uma máquina para seus clientes jogarem. O jogo funcionava da seguinte forma: o jogador tinha que comprar uma ficha que custava RS 1,00. Ao iniciar o jogo na máquina, ela sorteava um número, e em seguida, realizava a operação, liberando um novo número, que seria para poder receber um prêmio de acordo com as regras estabelecidas.

- Saída de número entre 0 e 10→5,00 reais
- Saída de número a partir de 10 →7,00 reais
- Saída de número menor ou igual a 0 → não ganha
- Saída de número maior ou igual a 20→ não ganha

Carlos e Lucas decidiram jogar e verificar quem ganhava mais dinheiro. Eles realizaram cinco rodadas. A tabela a seguir mostra os números sorteados por rodada.

Rodadas	1º	2º	3º	4º	5º
Lucas	2	-2	0,6	2,5	-1
Carlos	0,8	-2,5	1	2	-1

a) Observando os números sorteados por Lucas e Carlos, quais foram os números gerados em cada rodada por eles?
b) Quais os pontos de Lucas e Carlos?
c) Quanto Lucas e Carlos ganharam em dinheiro?
d) Se entrasse nessa máquina um número x, qual seria o novo número gerado?
e) Se entrasse na máquina y, qual seria o novo número gerado?
f) Lucas tirou outro número e colocou na máquina e não mostrou a Carlos, mas disse que o novo número gerado era 14. Qual número ele colocou na máquina?
g) Carlos também tirou um número e não mostrou a Lucas. Mas, disse que o novo número gerado foi 11. Qual o número que ele colocou na máquina?

*loja fictícia

A atividade buscou, por meio da Exploração de Problemas, a compreensão do aluno sobre a noção de variável, como também a criação de uma expressão algébrica para representar a situação. A Exploração do problema ocorreu por meio da Resolução do problema, com a mediação da professora e a interação dos alunos.

Alguns conceitos matemáticos foram revistos durante a atividade devido às dificuldades apresentadas pelos alunos em relação às operações com os números decimais. Lembramos que durante essa retomada é importante que o professor envolva o aluno, por meio de diálogo, para que ele possa compreender o conceito visto anterior, favorecendo a descoberta de novos conceitos.

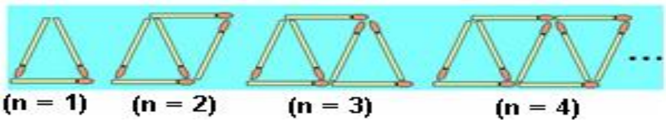
5.1.2 Atividade: desvendando padrões

ATIVIDADE: DESVENDANDO PADRÕES

Ideia: Noção de Variável e Criação de uma expressão algébrica

Objetivos: Representar em forma de expressão algébrica a regularidade da sequência através da Exploração, Resolução e Proposição de problemas.

1) As figuras mostradas abaixo estão organizadas dentro de um padrão que se repete.



Fonte: https://profwarles.blogspot.com/2013/05/questoes-por-descritor.html

Observando a sequência quantos palitos terão na:

a) 5º posição?
b) 6º posição?
c) 7º posição?
d) 10º posição?
e) 15º posição?
f) 100º posição?
g) Mantendo essa disposição, como podemos representar com uma expressão algébrica a quantidade de palitos para uma posição qualquer.

Nesta atividade, buscamos trabalhar dentro da perspectiva da Exploração de Problemas de modo que o aluno pudesse compreender a criação de uma expressão algébrica para representar padrões. No decorrer da atividade, a exploração do problema ocorreu tanto pela Resolução do Problema, como também pela Proposição de Problemas, o que possibilitou aos alunos compreenderem a expressão algébrica criada para representar a sequência, bem como reforçar na compreensão da ideia de variável.

5.1.3 Atividade: vou de táxi

<table><tr><td>

ATIVIDADE: VOU DE TÁXI

Ideia: Noção de variável pela interdependência da variação entre grandezas.

Objetivo: Aprofundar o conceito de expressões algébricas e a noção de variável através da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas

Um Taxista cobra 5,00 reais por quilômetros percorridos, mais uma taxa fixa de 10,00 reais. Com base nessa informação, responda os itens abaixo.

a) Quanto ele ganhará numa corrida, se percorrer 38 km?
b) Quanto ele ganhará numa corrida, se percorrer 10 km?
c) Quanto ele ganhará numa corrida, se percorrer 23,5 km?
d) Um passageiro contratou o taxista para leva-lo a uma cidade próxima, porém ele não sabe há quantos quilômetros essa cidade se encontra do local que eles estão. O taxista explicou que ele cobra 5,00 reais por quilômetros rodados mais uma taxa fixa de 10,00 reais. Represente por meio de uma expressão algébrica como o passageiro fará para saber quanto pagará pela viajem.
e) Depois de realizar 7 corridas , o taxista olha para o velocímetro do carro para poder verificar quantos quilômetros andou e em seguida faz as contas para saber quanto ele recebeu pelas corridas. Sabendo que ele percorreu neste dia 125 km, quanto ele recebeu por essas corridas?

</td></tr></table>

Por meio da perspectiva da exploração de problemas, nesta atividade, os alunos trabalharam na construção de uma expressão algébrica para generalizar a situação e, com isso, visualizaram na expressão algébrica a relação de dependência entre as variáveis. No decorrer da exploração do problema, tivemos questionamentos levantados pelos alunos e pela professora, os quais geraram novos problemas, novas reflexões, novas sínteses e novos resultados.

5.1.4 Atividade: o bingo das expressões algébricas

Está atividade foi trabalhada em quatro partes. Inicialmente buscamos trabalhar junto aos alunos a linguagem usual e a linguagem algébrica por meio do jogo de bingo, de forma que pudessem compreender as diferenças nas linguagens (simbólica e retórica) e as transformações que ocorreram ao longo da evolução da Álgebra. Na segunda parte da atividade, os alunos escolheram três expressões do bingo para que pudessem somar de modo a obter expressões mais simples (equivalentes). Na terceira parte da atividade, recorremos à proposição de problemas para que os alunos, a partir de uma expressão, criassem um problema que justificasse a utilização das variáveis contidas na expressão. Por fim, foi proposto aos alunos planejar procedimentos que pudessem calcular o valor numérico das expressões algébricas contidas na cartela de bingo.

REFÊRENCIAS

ANDRADE, S. de. **Ensino-Aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas**. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista, UNESP - Rio Claro, 1998.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: **Perspectivas para resolução de problemas** / Lourdes de La Rosa Onuchic, Luiz Carlos Leal Junior, Marcio Pironel, (organizadores). – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 355-395.

BONADIMAN, A. **Álgebra no ensino fundamental**: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. Dissertação de Mestrado. UFGRS. Programa de Pós-graduação em ensino de matemática. 2007.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In: COXFORD, Arthur F.;SHULTE, Albert P. **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995, p. 23-37.

BRASIL, S. E. F. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília-DF. MEC/SEF. 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Versão Final. Brasília: MEC, 2017. Disponível em:http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 07 jun 2020.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2002.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. & MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a Educação Algébrica Elementar, In: **Pro-Posições**, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação. Unicamp, vol. 4. nº1[10]. Campinas: Cortez Editora, 1993.

FRIEDLANDER, A., & ARCAVI, A. **Tasks and Competencies in the Teching and Learning of Algebra.** Natiional Council of Teachers of Mathematics (NCTM), p. 1-15, 2017.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LLOYD, G. M.; HERBEL-EISENMANN, B.; STAR, J. R. **Developing essencial understanding of expressions, equations, and functions for teaching mathematics in grades 6-8**. National Council of Teachers of Mathematics, 2011.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L.C. Resolução de Problema, uma matemática para ensinar? . In: **Perspectivas para resolução de problemas** / Lourdes de La

Rosa Onuchic, Luiz Carlos Leal Junior, Marcio Pironel, (organizadores). – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 397-432.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In**: Boletim de Educação Matemática** (BOLEMA), v.25, N. 41, DEZ. 2011. Universidade estadual Paulista - Campus de Rio Claro. Ed. Comemorativa 25 anos.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V**. Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PONTE, J. P.; BRANCO, N; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC, 2009.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra na formação do professor:** explorando os conceitos de equação e função. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

SCARLASSARI, N. T. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental**. 2007. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNICAMP, Campinas, 2007.

SCREMIN, G.; RIGHI, F. P. Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC. **Ensino em Re-Vista**, v. 27, n. 2, p. 409-433, 28 abr. 2020.

SILVA, M. G. **Potencialidades da atividade de estudo no desenvolvimento do pensamento e da linguagem dos alunos dos anos finais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Uberaba, Uberaba, 2015.

SOUSA, M. DO C. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Revista Obutchénie**, v. 1, n. 4, p. 40-68, 23 maio 2018.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos/ Maria do Carmo de Sousa, Maria Lúcia Panossian, Wellington Lima Cedro.- Campinas, SP: Mercado de Letras, 2014.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (orgs.). **As ideias da Álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995, p.9-22.

ANEXOS

Atividade 5 – Bingo das Expressões Algébricas

Ideia: Leitura das expressões algébricas com compreensão, Valor numérico.

Objetivos: Trabalhar a linguagem algébrica e o valor numérico das expressões algébricas através da Exploração de Problemas

PEÇAS DO BINGO

x	2x	3x	4x	5x
X^2	X^3	$\sqrt{X}$	$\frac{X}{2}$	$\frac{X}{3}$
$\frac{X}{4}$	$\frac{X}{5}$	X + 1	X + 2	X + 10
2x -1	2X -3	2X + 4	3x+ 10	3x + 1
4x + 2	4x+ 5	3x+ 2x	$3x+ x^2$	$4x + \sqrt{X}$
$2X + \frac{x}{2}$	$3X + \frac{x}{3}$	$5x + \sqrt{X}$	$X^3 - 3$	$X^2 + 1$
$X^2 + x^3$	$2x^2$	$\frac{X}{2} + 2$	$\frac{X}{5} + 1$	$\frac{X}{2} + \frac{x}{3}$
$x^2 + \frac{X}{2}$	4x +3	$X^2 + \sqrt{X}$	X + y	X . y
X - y	$\frac{X}{y}$			

CARTELAS DO BINGO

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
X	3X	4X + 3	X + Y
X.Y	X + 10	2X -3	3X + 1
3X + 2X	X^2	$\sqrt{X}$	$4X+\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
X	2X	X + 1	X + Y
X^3- 3	2X + $\frac{X}{2}$	2X -3	4X + 5
3X + 2X	X^2	5X + $\sqrt{X}$	$4X+\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
X	4X	X + 2	X + Y
X.Y	3X + 10	4X + 2	2X + $\frac{X}{2}$
3X + 2X	X^2	$\sqrt{X}$	$5X+\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
2X	4X	2X + 4	X.Y
3X + X^2	3X + 10	4X + 5	$\frac{X}{2}$
3X + 1	X^2	X^2 + $\sqrt{X}$	$5X+\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
5X	4X	2X- 3	X + Y
$\frac{X}{Y}$	$\frac{X}{2}+\frac{X}{3}$	4X + $\sqrt{X}$	$2X+\frac{X}{2}$
3X + X^2	X^3	$X^2+\sqrt{X}$	$4X+\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
$2X^2$	4X +2	X + 1	X - Y
$\frac{X}{3}$	$\frac{X}{5}+1$	4X + 2	$\frac{X}{5}$
3X + 10	3X + X^2	$X^2+\sqrt{X}$	$5X+\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA

4X	X	X + 2	2X -1
$\frac{X}{3}$	$\frac{X}{Y}$	$2X^2$	$\frac{X}{5}$
3X + 1	$3X + X^2$	$\sqrt{X}$	$5X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
5X	2X	4X + 3	X +Y
$\frac{X}{4}$	$\frac{X}{5} + 1$	2X + 4	$\frac{X}{2}$
3X + 10	$3X + X^2$	$X^2 + \sqrt{X}$	$\frac{X}{2} + 2$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
X	5X	$2X^2$	X - Y
$\frac{X}{4}$	$\frac{X}{2} + \frac{X}{3}$	4X + 5	$\frac{X}{5}$
3X + 2X	$3X + X^2$	$X^2 + X^3$	$5X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
5X	X + 1	$3X + \frac{X}{3}$	X + Y
$\frac{X}{4}$	$\frac{X}{2}$	4X + 2	$\frac{X}{5}$
X + 2	$3X + X^2$	$X^2 + X^3$	$\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
3X	5X	$X^2 + 1$	X. Y
$\frac{X}{3}$	$\frac{X}{2} + \frac{X}{3}$	X+ 2	$\frac{X}{4}$
$2X^2$	$3X + X^2$	$X^2 + X^3$	$4X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
X^3	X	$3X + \frac{X}{3}$	$X^2 + 1$
$\frac{X}{4}$	$\frac{X}{2}$	4X + 5	$\frac{X}{5}$
X + 2	3X + 2X	$X^2 + X^3$	$\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
5X	2X + 4	$\frac{X}{3}$	X + Y
$\frac{X}{4}$	$\frac{X}{2}$	4X + 2	4X + 3
X + 2	X^2	$X^2 + X^3$	$5X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
3X	2X - 1	$\frac{X}{3}$	X + Y
X +1	$\frac{X}{2}$	4X + 5	$\frac{X}{5}$
X + 10	$3X + X^2$	X^3	$\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
2X	X + 1	3X	X - Y
$\frac{X}{2} + 2$	$\frac{X}{2}$	4X + 2	$\frac{X}{5}$
X	$3X + X^2$	X^2	2X -3

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
5X	X + 10	$\frac{X}{3}$	$\frac{X}{Y}$
$\frac{X}{4}$	$\frac{X}{2}$	4X + 2	$\frac{X}{5}$
X + 2	3X	$X^2 + X^3$	$4X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
5X	2X - 1	$\frac{X}{2}$	$\frac{X}{Y}$
$\frac{X}{4}$	$\frac{X}{2}$	3X + 2X	$\frac{X}{5}$
2X -3	3X	X^2	$5X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
2X	X + 1	$\frac{X}{5}$	$\frac{X}{Y}$
$\frac{X}{4}$	$\frac{X}{2} + 2$	4X + 2	$\frac{X}{3}$
2X -3	3X	$X^2 + X^3$	$4X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
2X	3X + 1	$\frac{X}{5}$	x.y
$\frac{X}{4}$	$x^2 + \frac{X}{2}$	4X + 2	$\frac{X}{3}$
2X + 4	3X	$X^2 + X^3$	$4X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
3x	X + 1	X^3-3	$\frac{X}{Y}$
$\frac{X}{4}$	2x -1	4X + 5	$\frac{X}{3}$
2X + $\frac{x}{2}$	5X	$X^2 + X^3$	$5X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
X	X + 1	$\frac{X}{5}$	$\frac{x}{2} + 2$
$\frac{X}{4}$	X + y	4X + 5	$\frac{X}{3}$
2X + 4	3X	X^3	$\sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
2X	3X + 1	$\frac{X}{5}$	x.y
$\frac{X}{4}$	$x^2 + \frac{X}{2}$	4X + 2	$\frac{X}{3}$
2X + 4	3X	$X^2 + X^3$	$4X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
2X	3X + 1	$\frac{X}{5}$	X^3
$\frac{X}{5}$	$x^2 + \frac{X}{2}$	4X + 2	$\frac{X}{3}$
2X + 4	3X	X + 10	$4X + \sqrt{X}$

BINGO: EXPRESSÃO ALGÉBRICA			
4X	3X + 1	$\frac{X}{5}$	x.y
$\frac{X}{4}$	$x^2 + \frac{X}{2}$	4X + 2	X+1
2X + 4	2X	$X^2 + X^3$	$4X + \sqrt{X}$