UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

KARINA VICENTE DE OLIVEIRA ROCHA

O TEXTO E O CONTEXTO DO ENSINO DE FRAÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

CAMPINA GRANDE – PB
2021

KARINA VICENTE DE OLIVEIRA ROCHA

O TEXTO E O CONTEXTO DO ENSINO DE FRAÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel.

CAMPINA GRANDE - PB
2021

R672t Rocha, Karina Vicente de Oliveira.
O texto e o contexto do ensino de fração nos livros didáticos de matemática [manuscrito] / Karina Vicente de Oliveira Rocha. - 2021.
148 p. : il. colorido.

Digitado.
Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2021.
"Orientação : Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel , Departamento de Matemática - CCT."

1. Educação matemática. 2. Livro didático. 3. Frações. 4. Contextualização. I. Título

21. ed. CDD 372.7

Elaborada por Lucas H. A. da Silva - CRB - 15/898 BC/UEPB

KARINA VICENTE DE OLIVEIRA ROCHA

O TEXTO E O CONTEXTO DO ENSINO DE FRAÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática.
Área de Concentração: Educação Matemática

Aprovado em: 12/08/2021

BANCA EXAMINADORA

Aníbal de Menezes Maciel

Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Luís Havelange Soares

Prof. Dr. Luís Havelange Soares
Instituto Federal da Paraíba (IFPB)

Maria Betânia Sabino Fernandes

Profa. Dra. Maria Betânia Sabino Fernandes
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente a Deus, pela vida, por ter sempre mim proporcionado oportunidades, diante de tantas adversidades.

Aos meus pais, pelo amor e educação, que foram fundamentais para tornar a pessoa que sou, abrindo mão dos seus sonhos para realizar os meus.

Aos meus avós, que sempre me motivaram a estudar, que sempre vibraram com minhas vitórias.

A meu amado esposo Hermano, que sempre confiou em mim, na minha capacidade, motivando a nunca desistir dos meus objetivos, sendo sempre muito compreensivo e companheiro.

Ao meu querido filho Dyego, que sempre compreendeu a minha ausência em alguns momentos, vindo sempre a mim, em horas de estudo, com demonstrações de carinho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - UEPB, aos funcionários, professores, coordenadores e colaboradores, pelo trabalho exemplar, pelo acolhimento, orientações e momentos de aprendizagem em todo o período do mestrado.

Ao Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel, pelas valiosas orientações, criativo e com a paciência que lhe é peculiar, prestou-me auxilio significativo para desenvolver a pesquisa. Um grande exemplo para mim de competência e dedicação profissional.

Ao Prof. Dr. Luís Havelange Soares (examinador externo IFPB) e a Prof. Dra. Maria Betânia Sabino Fernandes (examinador interno UEPB), que além de seu carinho e generosidade na leitura da pesquisa, proporcionou valiosas sugestões e contribuições para melhoria do trabalho.

A turma 2019, do Mestrado Acadêmico de Ensino de Ciências e Educação Matemática-UEPB, pelo companheirismo, palavras de apoio e pelo conhecimento compartilhado, em especial, aos meus amigos Vilalba e Juan, que contribuíram diretamente no andamento dessa pesquisa.

Ao meu amigo da Graduação em Licenciatura em Matemática-UFCG, Prof. Dr. Tiêgo Freitas, pelo apoio, amizade e disponibilizar os livros didáticos, que foram utilizados nessa pesquisa.

A todos que direta ou indiretamente contribuiu para que esse sonho pudesse se tornar realidade.

RESUMO

O livro didático vem se constituindo, ao longo da construção histórica da educação escolar, como importante recurso metodológico utilizado por professores e alunos na rede pública de ensino. Dentre os conteúdos de Matemática ministrados no Ensino Fundamental é possível afirmar que o ensino dos Números Racionais, sobretudo na forma de Fração, ainda encontra-se necessitando de reflexões quanto a forma de abordagem pelos autores de livros didáticos, seja em relação à contextualização ou às suas representações. Desta forma, a presente pesquisa tem como objetivo geral: analisar as abordagens metodológicas sobre o conceito de Fração em Livros Didáticos adotados em escolas da Rede Pública de Ensino do Município de Campina Grande PB, fundamentada na Didática da Matemática, mais precisamente na noção de Transposição Didática e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Definimos como categorias de análise: a Contextualização, o Tratamento e a Conversão. Para tal, selecionamos duas coleções, referentes ao 6º ano. Em relação a sua natureza, a pesquisa é qualitativa e, quanto aos procedimentos de análise do material, é bibliográfica. Como resultado, constatamos que as referidas categorias, de certa maneira, são contempladas. Todavia, é necessário dar uma maior atenção a esses elementos, haja vista a didática dos livros investigados deixar algumas lacunas nessa perspectiva, que podem interferir na compreensão dos conteúdos, sem desmerecer a sua relevância perante ao ensino, no contexto de que esse recurso não deve ser o único utilizado pelo professor na elaboração de suas aulas.

Palavras-Chave: Livro Didático. Fração. Contextualização. Registro de Representação Semiótica.

ABSTRACT

The textbook has been constituting itself, through school education, as an important methodological resource used by teachers and students in the public-school network. Among the Mathematics contents ministered in Elementary School it is possible to affirm that the teaching of Rational Numbers, overall, in fraction form, is still found needing reflections on the approach form by the textbooks' authors, whether in relation to the contextualization or its representations. Thus, the current research has, as a general objective: to analyze the methodological approaches about the concept of Fraction in Textbooks adopted in schools from the Public-School Network in the city of Campina Grande – PB, based on the Mathematic Didactics, more precisely on the notion of Didactic Transposition and the Theory of Semiotic Representation Records. We have defined as analysis categories: the Contextualization, the Treatment, and the Conversion. For that, we have selected two collections, referring to the 6th grade. In relation to its nature, the research is qualitative and, as for the material analysis procedures, it is bibliographic. As a result, we have verified that the referred categories, in a certain way, are contemplated. Still, it is necessary giving a bigger attention to these elements, in view of the investigated books' didactics leaving some gaps on this perspective that may interfere on the comprehension of the content, without belittling its relevance towards the teaching, in the context of which this resource must not be the only one used by the teacher in the elaboration of their classes.

Keywords: Textbook. Fraction. Contextualization. Semiotic Representation Record.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
LDBEN	Lei de Diretrizes Base da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação e Cultura
OBMEP	Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
SEB	Sistema Educacional Brasileiro
TRRS	Teoria dos Registros de representação Semiótica
TSD	Teoria das Situações Didáticas
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande

SUMÁRIO

1 ASPECTOS GERAIS DA PESQUISA

Existem muitas discussões em torno da Educação, e de que forma a mesma está sendo desenvolvida nas instituições de ensino do nosso país. Um dos debates mais palpitantes gira em torno do processo de ensino aprendizagem de Matemática. Faz parte do discurso dos alunos a grande dificuldade de eles compreenderem os conteúdos e da aversão em relação a essa disciplina. Como descreve D'Ambrósio (1989), quando se refere ao modelo de ensino ainda presente nas escolas,

> [...] primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Segundo, os alunos entendem que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, dos quais não se dúvida ou questiona, e nem mesmo se preocupam em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios (D'AMBÓSIO,1989, p. 16).

Assim sendo, a maioria dos alunos carregam consigo uma visão negativa, a de que a Matemática é difícil e que não são capazes de avançarem nos estudos, o que gera assim uma barreira psicológica para aprenderem Matemática.

Dentre os diversos conteúdos matemáticos que os alunos apresentam dificuldades de assimilação, podemos destacar o estudo do conjunto dos números Racionais, na sua forma fracionária, que é por muitas vezes, motivo de resistência e contrariedade entre os alunos. Existem vários fatores que contribuem para esse desinteresse na matemática, como por exemplo, a maneira pela qual é abordado esse conteúdo em sala de aula, e o fato das frações aparecerem mais no cotidiano na forma oral do que na escrita, como em receitas, por exemplo, ao utilizamos a metade, a terça parte, entre outras.

Em relação a compreensão do conceito de Fração é necessário analisar e refletir sobre todo o processo de ensino e aprendizagem, como também os papeis exercidos por professores no uso de recursos metodológicos no âmbito da sala de aula, visto que muitos dos educadores utilizam os livros didáticos como único recurso metodológico.

De acordo com Nunes e Bryant (1997), com o estudo de Frações no Ensino Fundamental nem tudo é o que parece, os alunos podem passar pelos anos escolares sem construir diversos aspectos cruciais do conceito de Fração. Segundo os autores a compreensão de tais conceitos se resume apenas na utilização correta dos termos fracionais e na sua operacionalização.

De fato, o estudo de Fração faz parte do currículo de Matemática desde os anos iniciais. Como tal, os alunos o iniciam de forma apreensiva, como se fosse algo que não pudesse ser compreendido, porque até então eles lidavam apenas com os números naturais. Porém, em função da sua importância dentro da estrutura Matemática, é importante que os estudantes formem uma boa base para que possam ir adiante no aprendizado de outros conteúdos matemáticos de forma significativa, na qual o aluno tem clareza sobre as aplicações da Matemática no cotidiano, e não mecanizada, por meio de equações algébricas sem contextualização.

Muitos são os professores que trazem consigo uma insegurança na forma de como ministrar uma aula sobre o conceito de Fração, o que os levam a seguir rigorosamente o que vem apresentado nos livros didáticos, sem que haja uma intervenção ou uma análise se a forma que o livro traz é suficiente para que os alunos, ao final do estudo do conteúdo, compreendam com clareza tudo que foi ministrado. Como afirma Lopes (2008),

> A maioria dos professores e autores de materiais didáticos, desconhece a história do conceito de frações, bem como suas componentes, epistemológica e cognitiva. O ensino de frações tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, "carroções", cálculo pelo cálculo. Esta fixação pelo adestramento empobrece as aulas de matemática, toma o lugar de atividades instigantes e com potencial para introduzir e aprofundar ideias fortes da matemática (LOPES, 2008, p. 20).

Dessa forma se percebe a fragilidade na formação de professores em relação à matemática e especificamente ao conteúdo de fração, o que nos leva a defender a necessidade tanto de uma formação inicial adequada como também continuada.

Nesses termos, a presente pesquisa tem como temática o ensino de Fração, mais precisamente em relação a forma de como esse conteúdo é apresentado nos livros didáticos.

1.1 Justificativa

Como aluna da Rede Pública de Ensino em toda minha trajetória escolar, sempre enfrentei dificuldades, desde greves, reformas dos prédios das instituições de ensino durante o ano letivo, até a falta de materiais didáticos básicos para estudo. Mas, sempre busquei meios alternativos para diminuir essas lacunas que foram ficando no ensino. Na graduação não foi diferente, busquei a todo momento minimizar minha deficiência. Passei a perceber e me questionar o quanto o ensino na minha fase escolar poderia ter sido diferente e consequentemente ter um melhor aprendizado. Essas inquietações me levaram então a refletir sobre de que forma eu poderia contribuir para um ensino de mais qualidade.

No que diz respeito ao ensino de fração, sempre senti a necessidade de me aprofundar no estudo desse conteúdo, tanto para preencher as deficiências do período da educação básica, como também, contribuir como profissional, aprofundando sobre esse estudo e buscando utilizar os mais diferentes recursos metodológicos para que o aluno pudesse construir seu conhecimento diante do conteúdo ministrado. Durante toda a minha formação tive a oportunidade de utilizar as frações nas suas mais diferentes formas de representação, mas sem nenhuma teoria que as relacionasse, através de um aprendizado mecânico. Entendia as regras; resolvia expressões e questões com figuras; transformava as frações em decimais, mas não fazia ideia das relações subjacentes nesse processo.

Na graduação não houve oportunidade para discutir minhas várias inquietações sobre esse e outros conceitos, sobre os quais sentia tanta dificuldade. Os conteúdos eram apresentados e dependentes de uma programação bem restrita, que não ousava desviar o olhar para a compreensão dos alunos. Foi por meio das disciplinas de prática pedagógica ministradas pela Prof. Dra. Izabel Maria Barbosa de Albuquerque, que pude trazer algumas discussões sobre minhas dificuldades e como poderia minimizá-las. A partir daí foram muitos encontros no seu horário de atendimento, nos quais discutimos os mais variados conteúdos, sendo de grande contribuição para mim como profissional, visto que nesse período já exercia a função de docente como bolsista do Projeto PIBID – UFCG.

Na prática docente pude perceber a dificuldade dos alunos em compreender e manipular exercícios que possuíam uma fração ou um número decimal. Questionava-me o que poderia ser feito para que os alunos pudessem compreender o conceito de fração e se os livros didáticos, os quais os professores por muitas vezes seguem fielmente, apresentavam esse assunto de forma a contribuir para compreensão dos alunos.

O mestrado no Ensino de Ciências e Educação Matemática, através de algumas disciplinas, possibilitou-me a oportunidade de aprofundar discussões sobre esse tema, trazendo-me motivação para realizar a pesquisa nessa direção, de tal forma que eu pudesse contribuir para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de fração.

A partir da minha experiência pessoal como docente e as inquietações sobre o ensino e aprendizagem do conceito de Fração, senti-me interessada para aperfeiçoar e desenvolver ainda mais meus conhecimentos, a fim de exercer de forma eficiente o papel de educadora e contribuir para uma formação mais sólida de nossos alunos. Algumas das experiências decisivas que me levaram a realizar essa pesquisa foram as discussões realizadas durante as aulas da disciplina Laboratório de Ensino de Matemática ministrada pelo professor Aníbal de Menezes Maciel, pertencente ao referido Programa de Pós-Graduação.

A partir de questionamentos e discussões entre os colegas professores da turma de Laboratório, diante das dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de Fração, pude analisar que os obstáculos epistemológicos que surge nos anos iniciais, e que não são desenvolvidos nos anos seguintes, fez com que os alunos reflitam sobre essas dificuldades no decorrer dos anos escolares. Isso nos fez perceber, que devemos estar sempre buscando alternativas de como poderia ser um ensino de qualidade, levando em consideração a realidade social no qual o aluno está inserido.

Da minha experiência como profissional e pesquisadora surgiu a necessidade de questionar sobre de que forma o conceito de Fração está sendo trabalhado em sala de aula e como os livros didáticos abordam esse conteúdo, visto que suas aplicações estão presente no cotidiano das pessoas e que ao mesmo tempo se torna tão temido pelos alunos. Assim, fui buscando teorias que me auxiliassem no trabalho que culminou no anseio de investigar essa problemática.

Quanto a relevância de estudarmos a referida temática, do ponto de vista social, o ensino de fração é muito importante, pois diversas situações e atividades do cotidiano utilizam representações de números racionais nas mais diversas formas, o que deveria ser levado em conta pela escola. As crianças, no dia a dia, lidam com circunstâncias de aplicação das noções de fração, como por exemplo, na separação fracionada dos ingredientes na preparação de um bolo, na divisão das fatias de uma pizza, no sistema monetário, entre outros. Entretanto, segundo Valera (2003), a maioria dos alunos apresenta em relação ao conteúdo de números racionais, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, dificuldades de aprendizagem. Esses obstáculos estão vinculados à pouca relação entre o uso social dos números racionais e a forma como eles são ensinados na escola. Valera (2003), ressalta ainda que,

> [p]arte dessas dificuldades decorre da diferença instituída entre o uso cotidiano dos números racionais pelo aluno e a maneira como são ensinados na escola e, também pelo desconhecimento, por parte da escola, da multiplicidade dos significados dos racionais. Enquanto o uso social centra-se na forma decimal o uso escolar recai mais sobre a forma fracionária dos números racionais (VALERA, 2003, p. 6).

Logo, o conceito de Fração está inserido, na sua perspectiva de modelos educacionais no dia a dia das pessoas, embora a forma com que é apresentado na sala de aula, muitas vezes não fazem relação com o cotidiano do aluno, tornando o conteúdo mal compreendido. Muitos são os professores que utilizam fielmente os livros didáticos na elaboração de suas aulas, não buscando outros recursos complementares.

Do ponto de vista político, o conhecimento matemático, especificamente o conteúdo de frações, ensinado de forma significativa, a partir da construção social, contextualizado e participativo poderá contribuir para formação da cidadania dos alunos. “À atividade matemática escolar não é olhar para as coisas prontas e definidas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade” (BRASIL, 1997, p. 19).

No âmbito da formação para cidadania, os Parâmetros Curriculares Nacionais trazem em toda sua estrutura elementos voltados para um ensino de qualidade, com propostas que possibilitem um aprendizado significativo e dinâmico, em que possibilita ao aluno ser mais participativo e crítico, a partir de metodologias de ensino que provoque a sua curiosidade. Nesses termos,

> [é] importante que estimule os alunos a buscar explicações e finalidades para as coisas, discutindo questões relativas à atualidade da Matemática, como ela foi construída, como pode construir para a solução tanto de problemas do cotidiano como problemas ligados a investigações cientificas. Desse modo, o aluno pode identificar os conhecimentos matemáticos como meio que o auxiliam a compreensão e atuar no mundo. (BRASIL, 1998, p. 62)

A abordagem dos números racionais tem por objetivo fazer os alunos perceber que, o conjunto dos números racionais é suficiente para resolver determinados problemas e voltar seu olhar também, para a representação fracionária dos números racionais, que apesar de frequente na vida cotidiana das pessoas, é bem limitada a linguagem oral, sendo pouco usadas as outras formas de representações.

Do ponto de vista pedagógico, devemos refletir sobre a insegurança, que por muitas vezes os professores possuem diante do conteúdo de Fração. Adentrar em um campo de dificuldades e incertezas, necessita de uma análise, dá preparação pedagógica, comparando propostas didáticas apoiadas em diferentes correntes de ensino, em termos de alcances e limitações de modelos teóricos, principalmente os que estão presentes nos livros didáticos.

Considerando a estrutura matemática, o objeto de nossa pesquisa se justifica relevante, em função da importância do ensino e da aprendizagem desse conteúdo, por servir de base para o estudo muitos outros conteúdos da Matemática como no caso de porcentagem, juros e proporcionalidade, entre outros.

E do ponto de vista do entrelaçamento das teorias da Didática Francesa e dos Registros de Representação Semiótica, observa-se que é imprescindível a manipulação do conceito dos números racionais e suas diferentes representações semióticas dentro do contexto da didática voltada para a compreensão do aluno, por meio de recursos metodológicos satisfatórios tornar a aprendizagem significativa.

Em relação a necessidade de uma análise no modo cognitivo de entendimento das crianças, há uma necessidade de interação dos diferentes níveis, nos quais se pode citar os aspectos práticos da medida, psicológicos, sociais, perspectiva matemática, entre outros. Criando assim um conceito maior e mais substancioso que cria uma dimensão maior de entendimento dentro da matemática.

Todo esse processo exige uma análise didática voltada para a aprendizagem dos alunos, obedecendo cada fase de desenvolvimento, sendo necessário a concretização da matemática, dentro de um contexto representativo. Diante disso, utilizamos nessa pesquisa, como fundamentação, dois pressupostos teóricos que se relacionam entre si nos mais diversos conteúdos, mais especificamente no conjunto dos números racionais, que possui uma ampla representatividade matemática e cotidiana, que são: a Teoria dos Registros das Representações Semióticas (TRRS) e a Didática Francesa[1].

1.2 Problemática e Objetivos

1.2.1 Questão da Pesquisa

Considerando os argumentos postos em relação a importância do estudo sobre fração, tendo o contexto formal apresentado nos Livros Didáticos de Matemática trabalhados nas escolas, temos como questão norteadora da presente pesquisa: Como se dá o processo de Transposição Didática em livros Didáticos de Matemática, considerando a Teoria dos Registros de Representações Semióticas e a Contextualização no Ensino de Fração?

Trazer uma análise crítica e um novo olhar a esse processo, sabemos que não é tarefa fácil. Contudo essa pesquisa busca responder a essa questão, com base em fundamentações da literatura científica de forma responsável, abordando os temas que definem a tendência da Educação Matemática, como a Transposição Didática, os Registros de Representações Semióticas e a Contextualização.

[1] Até este ponto a escrita do texto se deu na primeira pessoa do singular, tendo em vista a apresentação do objeto de pesquisa emergindo a partir do meu processo de formação. Agora, passarei ao uso da primeira pessoa do plural, compreendendo a pesquisa como uma construção participativa entre orientando e orientador.

1.2.2 Objetivo Geral

Com base na apresentação de uma resposta para essa problemática, temos como objetivo geral dessa pesquisa: analisar as abordagens metodológicas sobre o conceito de Fração em Livros Didáticos adotados em escolas da Rede Pública de Ensino do Município de Campina Grande PB.

1.2.3 Objetivos Específicos

Nossos objetivos específicos são:

- Refletir sobre a construção do conceito de Fração;
- Analisar como se dá a Transposição Didática a partir da perspectiva metodológica constante nos livros didáticos de matemática;
- Analisar as Diferentes Representações Semiótica do conceito de Fração, a partir da abordagem dos livros didáticos selecionados.
- Analisar dentre os livros selecionados, a presença de uma abordagem contextualizada do conceito de Fração.

Esses objetivos tornam-se o centro da nossa pesquisa, na qual se busca a partir desses elementos trazer um olhar sobre a forma como os livros didáticos de matemática abordam o conceito de Fração e se a Transposição Didática é realizada de forma eficiente a partir das Diferentes Representações Semióticas das Frações e sua Contextualização presentes nesses livros, na formação do conceito, dando suporte metodológico para os professores na preparação das suas aulas.

1.3 Metodologia

O presente estudo caracteriza-se como sendo uma pesquisa é qualitativa e bibliográfica, devido ao fato de possibilitar uma maior familiaridade com o problema, com o intuito de torná-lo mais visível ou de construir hipóteses, e bibliográfica pelo fato de ser desenvolvida com base em material já elaborado, constituído, principalmente de livros e artigos científicos. Nesse tipo de estudo, “a coleta de dados pode ocorrer através de um levantamento bibliográfico e da análise de exemplos que estimulem a compreensão” (GIL, 2010). O estudo também tem um caráter documental, pelo fato de apresentar à análise de um documento, que nesse caso, se configura como o livro didático.

Optamos por usar uma abordagem predominantemente qualitativa. Neste procedimento, as hipóteses são construídas no decorrer do estudo procurando entender os fenômenos ocorridos. Essa investigação se enquadra como tal pelo fato de valorizar as etapas percorridas, as conclusões e não somente os resultados encontrados.

Esta pesquisa apresenta caráter exploratória, sendo a escrita fundamental desde o levantamento de dados até o reconhecimento dos resultados. Observamos que em Godoy (1995), ele faz uma descrição dos aspectos importantes que constituem uma pesquisa qualitativa, destacando que o pesquisador é o principal instrumento e o mais confiável na observação e análise dos dados, pois através de padrões encontrados na análise dos dados o pesquisador desenvolve ideias e entendimentos, para isso ele procura interpretá-los e explorá-los de forma minuciosa, retirando todas as informações possíveis.

> [...] quando estamos lidando com problemas pouco conhecidos e a pesquisa é de cunho exploratório, este tipo de investigação parece ser o mais adequado. Quando o estudo é de caráter descritivo e o que se busca é o entendimento do fenômeno como um todo, na sua complexidade, é possível que uma análise qualitativa seja a mais indicada. (GODOY,1995, p. 63).

Para Ludke e Andre (2014), os documentos são fontes poderosas de informação e, dessa forma, podem tornar a pesquisa documental uma técnica importante no estudo de dados qualitativos, seja para complementar outros métodos ou para realização de novas pesquisas. Para os autores, como exemplos de documentos, é possível mencionar, dentre outros registros, as leis, os regulamentos, as normas e pareceres, cartas, diários pessoais, jornais, revistas e até mesmo os livros.

Para levantamento dos dados, escolhemos alguns livros didáticos de Matemática utilizados no ano de 2020 na Rede Estadual de Campina Grande, no Estado da Paraíba, no 6º ano do Ensino Fundamental, os quais abordam o conteúdo de Fração. Nesse material, observamos a forma como o conteúdo do conceito de Fração é apresentado nos livros escolhidos, de acordo com os objetivos expostos.

Como forma de auxiliar os professores da rede pública na escolha do livro didático que irão utilizar, o programa do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), disponibiliza em seu portal os livros escolhidos pela PNLD 2020, que contém resenhas e informações das seleções aprovadas. Com o acesso, ao guia em mão professores, diretores e coordenadores da rede pública de ensino escolhem os livros didáticos mais adequado ao processo pedagógico de cada escola. Depois disso, basta entrar no sistema eletrônico do FNDE e formalizar a escolha.

Selecionamos, a coleção relativa ao Fundamental, anos finais, intitulado Projeto Teláris Matemática de Luiz Roberto Dante (DANTE, 2018), que foi escolhida pelos professores da rede estadual de ensino e está de acordo com o Guia do PNLD 2020 e a Conquista da Matemática de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018). Esses livros são adotados pelos professores como material pedagógico de apoio para complementar suas aulas.

Em relação ao levantamento dos dados da pesquisa, como já dissemos, abordamos o conteúdo de Fração. Para efeito de análise dos dados coletados escolhemos como categorias de análise: c*ontextualização*, na perspectiva da transposição didática, referente a Didática Francesa. Neste sentido, escolhemos como subcategorias - problemas com aspectos utilitários no âmbito do cotidiano, das ciências (conexão com outras disciplinas), da economia, das diversas profissões, da política (formação para cidadania), da natureza, das artes, da ludicidade e do raciocínio lógico. Como também, problemas de conexão interna à própria matemática; e *tratamento e conversão*, com base na Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

Quanto ao conteúdo de Fração tomamos como parâmetro o Guia do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD (2020) e os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular.

Investigamos os livros selecionados a partir de uma análise textual discursiva, cuja estratégia, segundo Moraes (2003), compreende um processo organizado de construção da compreensão de um texto que permite o surgimento de novas conclusões. De acordo com autor, esse procedimento requer três etapas: a fragmentação do texto em unidades de análise; o estabelecimento de relações entre os elementos unitários, obtidos na etapa anterior, através de categorizações e classificações; e o captar do novo emergente, isto é, a busca de uma nova compreensão do texto oriunda dos processos anteriores.

Para a realização da primeira etapa, quatro unidades de análise são estabelecidas: i) objeto de estudo e/ou conteúdos analisados; ii) finalidade das análises; iii) métodos de coleta e análise de dados; iv) resultados e conclusões obtidos pelos autores. Na segunda etapa, os dados obtidos em cada unidade de análise são registrados e reunidos em categorias, que variaram de acordo com cada unidade de análise.

O estudo dessa categorização permite a realização da terceira etapa que consiste na compreensão de novos significados da temática em estudo à luz das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN (BRASIL, 2002), das

Orientações Curriculares para o Ensino Fundamental (BRASIL, 2006) e das reflexões de Duval (2009) e Pais (2001).

Nesse contorno, observamos elementos que possam instigar a curiosidade e a atenção dos alunos para auxiliar no estudo, entre esses: a linguagem adotada, quanto a simplicidade, a objetividade e clareza; organização da disposição dos tópicos sobre o conteúdo; a existência de curiosidades, ilustrações, exercícios e propostas de experimentos práticos. Estes são alguns dos itens abordados na ficha de análise, apresentada posteriormente.

Portanto, tratamos aqui do conceito de Fração e de sua representação matemática através dos diversos tipos (um tema escolhido justamente pela variedade de representações que comportam) e de sua abordagem pelos livros didáticos. Buscamos colaborar para um melhor entendimento das dificuldades de aprendizagem que guardam relação com a compreensão e manipulação desse conteúdo e oferecer um panorama conciso, porém significativo da exploração em relação aos registros de representação semiótica e a contextualização presentes em livros didáticos de Matemática.

1.4 Estrutura do Trabalho

Essa pesquisa apresenta-se estruturada em cinco capítulos. O primeiro capítulo contém as considerações gerais sobre a nossa pesquisa, no qual apresentamos nossas justificativas e questionamentos acerca desse estudo, bem como nossos objetivos, geral e específicos, e a metodologia de pesquisa utilizada.

No capítulo 2, expomos pressupostos teóricos: acerca da Didática Francesa, com ênfase na contextualização e na Transposição Didática, como também, dos Registros de Representações Semióticas, em destaque as conversões e tratamentos.

No capítulo 3, apresentamos um estudo sobre Fração e o Livro Didático, utilizando como como base para a essa discussão, os PCN, a BNCC e o PNLD e diversos autores. Nesse capítulo, trazemos ainda as diferentes personalidades[2] do número racional e uma breve apresentação sobre o Programa Nacional do Livro Didático.

Apresentamos no capítulo 4, o desenvolvimento da pesquisa, os procedimentos metodológicos, focando na escolha dos livros didáticos*: Matemática* de Luiz Roberto Dante (DANTE, 2018) e *a Conquista da Matemática* de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018).

[2] O termo Personalidades, aqui apresentado será descrito mais adiante no Capítulo referente ao Estudo sobre Fração

Em seguida, no capítulo 5, apresentamos nossas considerações finais, algumas contribuições e possíveis desdobramentos desta investigação.

Temos como intuito que essa pesquisa se configure como uma importante contribuição para área de Educação Matemática, pois integra o contexto de ensino e aprendizagem de Fração para o Ensino Fundamental, podendo contribuir para um novo olhar entre os educadores, com relação a metodologia aplicada para o ensino desse conteúdo, criando com isso, situações de aprendizagem contextualizada, nas quais estudantes e professores possam vivenciar momentos de análise, exploração e (re)significação do conceito matemático de Fração.

2 A CONTEXTUALIZAÇÃO COMO BASE PARA A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA: UM DIÁLOGO POSSÍVEL NA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

2.1 A contextualização no âmbito de um ensino significativo de Matemática

As políticas públicas orientadoras de currículo, elaboradas a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 9.394/1996 tratam da contextualização como princípio pedagógico e consideram que,

> [...] dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de "ilustrar" o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (BRASIL, 2006, p. 83).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais defendem a contextualização como fundamental para a aprendizagem, por esta proporcionar sentidos e significados. Neste movimento, entre sentidos postos pelo sujeito e significados dos conceitos, é necessário um processo de interiorização dos significados para que se desenvolva a aprendizagem.

Por sua vez, um dos marcos legais que embasam a BNCC são as novas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (DCN), de 2010. Nelas, salienta-se que as práticas educacionais precisam ter tratamento metodológico que evidencie a *interdisciplinaridade* e a *contextualização*. Dessa forma, as DCN determinam que, para ser interdisciplinar, o currículo deve realizar o entrecruzamento de saberes disciplinares e, para ser **contextualizado**, ele deve desenvolver projetos que se pautem na realidade dos alunos e, portanto, propulsionem uma aprendizagem de fato significativa.

Destacando a *contextualização* e as proporções que ela ganha em uma realidade como a brasileira, tê-la apenas como a premissa de um estudo pautado na realidade concreta é reducionista, envolvendo apenas o conteúdo matemático sem relacionar a uma fundamentação de realidade dos alunos.

Há uma relação existente entre a BNCC e os currículos institucionais, que tem o objetivo de assegurar a aprendizagem dos alunos, definida para cada etapa da educação básica, caracterizando o currículo em ação, que é a adequação das propostas de ensino a realidade local, promovendo o desenvolvimento de aprendizagem e participação das famílias. Diante disso, a BNCC, defende que, se deve “contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas” (BRASIL, 2017, p. 16).

Diante das dificuldades apresentadas pelos alunos, no que diz respeito à compreensão e construção de conceitos matemáticos, as quais estão intrinsicamente vinculada à metodologia utilizada no processo de ensino, destacamos a afirmativa de Maciel (2015):

> [U]m tema recorrente que surge ao tratarmos os problemas do ensino de Matemática e da relação dos alunos com essa disciplina, faz parte do discurso de muitos professores, em razão de sua presença em documentos diversos que regem o ensino: a contextualização (MACIEL, 2015, p.100).

Complementando essa ideia Fernandes (2015), afirma que,

> [a]ssim, a partir da concepção que o ensino da Matemática deve ter como eixo principal situações contextualizadas, considerando que é por meio delas que os alunos irão atribuir significado à aprendizagem de um conceito matemático (FERNANDES, 2015, p. 12).

Sobre a definição do significado de contextualização, Spinelli (2011), menciona que “[...] contextos de ensino são compostos por conjuntos de circunstancias – ideias, fatos, personagens, fenômenos, etc. – que se inter-relacionam e estruturam um campo fértil para a identificação de significados conceituais” (SPINELLI 2011, p.14).

Diante dessa definição, podemos perceber a complexidade que essa abordagem pode nos trazer, de forma que seja vista, em suas diferentes perspectivas. Em consideração a esse estudo Maioli (2012), complementa, indicando que

> [a] contextualização é um princípio pedagógico potencialmente rico para melhorar à aprendizagem matemática dos alunos, mas precisa ser compreendida em seus propósitos e usos pelos diferentes atores do processo de ensino e aprendizagem (MAIOLI, 2012, p. 31).

Assim, à abordagem contextualizada traz uma relação mais direta com o aluno, seja na esfera pessoal, social e cultural, na qual oferece melhores oportunidades para motivação e construção do conhecimento. Embora, tenha a ideia de relação com outras áreas do conhecimento, não é obrigatório em todas às aplicações, o que importa mesmo é que por meio de uma abordagem contextualizada o aluno possa compreender as aplicações da matemática, sendo necessário a construção de significado matemático por meio das relações conceituais, e não só pelas situações do cotidiano do aluno.

Sobre o ensino significativo mencionado, Soares (2009), define que "à aprendizagem significativa só ocorrerá quando uma nova formulação relaciona-se, de maneira substantiva (não literal e não arbitrária), a um aspecto de base de formação conceitual do educando" (SOARES, 2009, p. 53), sendo assim, o conhecimento prévio do aluno se torna o ponto de partida para o desenvolvimento do seu conhecimento, posteriormente, sendo relacionado à abordagem conceitual, resultando em um aprendizado significativo, levando em consideração também, ao interesse em aprender do aluno e os recursos metodológicos utilizados.

Soares (2009), ainda complementa com a seguinte afirmação: "uma informação é aprendida de forma significativa, quando se relaciona a outras ideias, conceitos ou proposições relevantes e inclusivas, que estejam claros e disponíveis na mente do indivíduo e funcionem como âncoras" (SOARES, 2009, p. 53). Ou seja, os novos conhecimentos desenvolvidos pelos alunos se ancoram em conhecimentos pré-existentes, assim esses conhecimentos tornam-se a variável que mais influência na aprendizagem do aluno, portanto para haver à assimilação de um novo conceito, os alunos devem ter um compreensão dos conceitos que antecedem o conteúdo apresentado.

A necessidade da contextualização do ensino surgiu como uma das alternativas à educação tradicional, no qual os conteúdos escolares são apresentados de forma fragmentada e isolada, fora de seus contextos de produção científica, educacional e social. Denominada de ensino tradicional, ainda bastante presente nas práticas escolares, esta visão representa uma tendência pedagógica cuja finalidade tem sido a de levar, ao aluno, o produto final da atividade científica, ou seja, o conhecimento já pronto e organizado.

Nesta perspectiva de ensino voltada a matemática pura, os currículos escolares tornam-se inadequados à realidade em que estão inseridos, "Nessa direção, naturalmente estar-se-ia recorrendo a uma visão platonista da origem dos objetos matemáticos" (MACIEL, 2015, p. 102), pois estariam centrados na concepção de que a matemática pertence apenas às *mentes iluminadas* e distantes do mundo vivido pelos alunos, sem qualquer preocupação com os contextos que são mais próximos e significativos para os alunos e sem fazer a ponte entre o que se aprende na escola e o que se faz, vive e observa no dia a dia.

Nesses termos, o conhecimento desse processo histórico e, consequentemente das razões que levaram o homem à formalização da Matemática, talvez seja a chave para redefinir o papel da escola na operacionalização dos conceitos matemáticos. A pesquisa realizada por

Passos (1995, revela o aparecimento de algumas atitudes preconcebidas. De acordo com suas próprias palavras,

> [...] no processo ensino-aprendizagem da Matemática nota-se, de um modo geral, a evidência do mito de que a Matemática é para poucos privilegiados, assim como a ideia de que Matemática é para gênio. Tais ideias estão tão arraigadas nas pessoas a ponto de contribuir para as representações da Matemática que se expressam ao longo de suas vidas; consequentemente resultar na sua incompreensão quase generalizada. (PASSOS, 1995, p.63)

É neste âmbito que a contextualização do ensino toma forma e relevância no ensino de matemática, já que se propõe situar e relacionar os conteúdos escolares a diferentes contextos de sua produção, apropriação e utilização, pois a contextualização em Matemática ultrapassa essa definição de o que está presente no nosso cotidiano e/ou sua aplicação. Com relação a essa ideia Tufano (2001) traz que, contextualizar é

> [O] ato de colocar no contexto. [...]. Colocar alguém a par de algo, alguma coisa, uma ação premeditada para situar um indivíduo em um lugar no tempo e no espaço desejado, encadear ideias em um escrito, constituir o texto no seu todo, argumentar (TUFANO 2001, p.40)

Complementado a ideia de Tufano(2001), Tomaz e David (2013), descreve que:

> [...] um processo sociocultural que consiste em compreendê-la, tal como todo conhecimento cotidiano, científico ou tecnológico, como resultado de uma construção humana, inserida em um processo histórico e social. Portanto não se restringe a meras aplicações do conhecimento escolar em situações cotidianas nem somente às aplicações da Matemática em outros campos científicos (TOMAZ; DAVID, 2013, p. 19).

Dessa forma, na direção da contextualização do saber e de um ensino mais significativo, existe uma diversidade de recursos e referências vinculados ao cotidiano do aluno que podem ser explorados, tais como: jogos, recreações, problematização do conteúdo em estudo, técnicas e dinâmicas educacionais ou ainda recursos associados às próprias tendências da educação matemática, entre essas: a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, a Resolução de Problemas ou os Recursos Tecnológicos e a Informática. O que não deve ocorrer é o ensino da matemática ficar atrelado a uma única metodologia, reduzindo o significado do conteúdo abordado.

> [A] contextualização do saber é uma das mais importantes noções pedagógicas que deve ocupar um lugar de maior destaque na análise da didática contemporânea. Trata-

> se de um conceito didático fundamental para a expansão do significado da educação escolar. O valor educacional de uma disciplina expande na medida em que o aluno compreende os vínculos do conteúdo estudado como um contexto compreensível por ele. (PAIS, 2001, p. 27).

Outro ponto importante é que, a contextualização do ensino consiste em vincular os conteúdos estudados às situações da vida cotidiana do estudante. Segundo Pais (2001), o ensino escolar deve ter início na vivência do aluno, mas isto não significa que ele fique restrito ao saber cotidiano, também deve estabelecer articulações entre assuntos matemáticos e os estudos de outras disciplinas.

Desse modo, para esse autor, o desafio didático consiste, exatamente, em estabelecer as condições para que haja uma evolução dessa situação inicial na direção dos conceitos previstos. Assim, “[o] objeto da aprendizagem escolar não é o mesmo do saber cotidiano. O saber escolar serve, em particular, para modificar o estatuto dos saberes que o aluno já aprendeu nas situações do mundo-da-vida” (PAIS, 2001, p. 28). Compreendeu-se daí o fato de que a aprendizagem escolar tem por missão transformar aquele patrimônio de conhecimento trazido pelo estudante da sua realidade de vida em função dos objetos de estudo do programa curricular.

O papel da Matemática no Ensino Fundamental é apresentado nos PCN como fundamental

> [...] na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares (BRASIL, 1998, p. 29).

O aluno, através do estímulo de um professor, trabalhado através de um processo didático eficiente, poderá perceber a Matemática como uma matéria dotada de lógica e de beleza, com mais contexto social e cotidiano, relacionado não só de forma contextualizada, mas também, interdisciplinar, fazendo alusão as outras áreas do conhecimento e relacionando ao seu convívio social, político, econômico.

Em termos gerais, de acordo com os PCN,

> [A] aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos. (Brasil, 1998, p. 19).

Além do mais, os PCN defendem, no âmbito da contextualização, coerentemente com essa metodologia, a necessidade dos alunos desenvolverem uma postura reflexiva e investigativa, e de não aceitarem prontamente ideias e informações que lhes são impostas. Portanto, um ensino significativo é contrário à memorização de classificações e definições sem sentido por parte dos alunos. Tal abordagem se mostra de maneira explicita nos PCN, quando este documento diz que "[...] quando há aprendizagem significativa, a memorização de conteúdos debatidos e compreendidos pelo estudante é completamente diferente daquela que se reduz à mera repetição automática de textos cobrada em situações de prova." (Brasil, 1998, p. 26).

Entretanto, uma aprendizagem com significados não ocorre facilmente, pois o conhecimento científico muitas vezes é contrário ao senso comum. Um exemplo abordado nos parâmetros trata do caminho do Sol em direção ao horizonte. Se problematizarmos a questão em sala de aula, muito provavelmente os alunos trarão consigo a ideia de que o Sol se movimenta ao redor da Terra, pois é dessa forma que observam. Então, construir a ideia contrária às observações deles é indispensável. Porém romper os conhecimentos intuitivos não é tarefa das mais fáceis.

É necessário considerar o contexto sociocultural dos alunos, pois de acordo com os PCN (1998), isso pode ser feito por meio de observações, problematizações, experimentações, jogos e diferentes fontes de informação, tornando-os sujeitos da aprendizagem, sendo deles agora o papel de construir as explicações, de (re)significar o mundo. Tais atitudes contrariam a concepção de ensino tradicional, baseada na *transmissão* de conteúdos por parte do professor via exposição oral e memorização dos conteúdos por parte dos alunos, como também reforçado com as ideias de Fernandes (2014).

> Considerando que a aprendizagem deve ocorrer como uma modificação do conhecimento que o aluno deve produzir por si mesmo e o professor só deve provocar, concluímos que, para que ima situação funcione como "situação de aprendizagem", é necessário que aquilo que se deseja ensinar não seja o que o aluno já sabe sobre o assunto. O que ele já sabe deve mostrar-se suficiente ineficaz, possibilitando modificações de seu sistema de conhecimento para responder à situação proposta. (FERNANDES, 2014, p.90)

Dessa feita, a figura do professor é fundamental no processo de mediação do conhecimento. Cabe ao professor estabelecer o diálogo entre os conhecimentos prévios dos estudantes e os desafios propostos por novos conceitos. O referido procedimento é dinâmico, fundamentado na interação entre professor e aluno.

Nessa perspectiva, Maciel (2015), aborda a contextualização não só articulada ao cotidiano do aluno, mas em diferentes aspectos. Dessa forma, comenta:

> [L]evando em conta o aspecto utilitário ou das aplicações, podemos então fazer referência a vários campos com os quais é possível estabelecer uma contextualização matemática, a exemplo do cotidiano; do campo científico, do profissional; da esfera econômica, seja no aspecto da macroeconomia; da política; da cultura e das artes, sem falar da matemática encontrada na natureza, a qual de tão perfeita, levou a se acreditar que cabe ao homem apenas descobri-la. (MACIEL, 2015, p.105).

Com relação ao aspecto científico, Maciel (2015), fundamenta-se em D'Ambrósio (1999), para destacar a relevância que a Matemática possui no desenvolvimento tecnológico, no estudo de diferentes fenômenos científicos e desenvolvimento de muitas ciências. Enquanto que, com base em Carvalho (1994), ele enfatiza a contribuição da contextualização aplicada no âmbito profissional, com suas técnicas matemáticas aplicadas nas mais diferentes profissões.

Do ponto de vista sócio-político, esse autor referenda a contribuição da contextualização no desenvolvimento dos alunos para a cidadania. Além disso, aponta as contribuições matemáticas nos contextos: artístico, religioso, social, político, entre outros. Nestes termos, Maciel (2015), sobre um contexto artístico e suas interações a outros contextos, afirma que,

> [...] ao nosso ver, a ideia é identificar se havia significado dentro de algum outro aspecto que não o apenas artístico, como o religioso, social, político, entre outros. Portanto, para elas os livros didáticos de Matemática já garantem a contextualização nesse sentido, contemplando a presença de obras de arte, a partir das quais os alunos, além de se apropriarem do conteúdo propriamente dito, podem interagir com a história e a cultura de um determinado país. (MACIEL, 2015, p.108)

Maciel (2015), defende que o aluno não deve construir seu conhecimento matemático desvinculado do seu cotidiano, como também, não deve restringir o acesso a outros conhecimentos atrelados a outras áreas de estudo. Da mesma forma.

Vasconcelos (2008), em relação a condição do aluno, referenda essa visão, ao afirmar que "é preciso que eles entendam os conteúdos matemáticos aplicados a contextos próximos deles e mais facilmente exploráveis, ou seja, contextos como as práticas sociais, políticas, culturais e de comunicação, a vida pessoal, o meio ambiente, o corpo e a saúde." (VASCONCELOS, 2008, p.57)

Portanto, de maneira geral, o foco do uso de uma metodologia tendo como base a contextualização é de minimizar as dificuldades de compreensão pelos alunos, do conceito envolvido em cada problema matemático, fornecendo-lhe um maior significado no âmbito de uma disciplina vista também como instrumento de desenvolvimento de outros conhecimentos. Desta forma, o professor pode possibilitar ao aluno relacionar a matemática em estudo à diversidade de outros saberes, em destaque para os oriundos das vivências cotidianas.

O processo de ensino e aprendizagem no ensino da Matemática é um tema bastante discutido no decorrer dos anos, buscando metodologias que tornem esse estudo mais próximo da realidade dos alunos. Em meios há tantas pesquisas nessa área, a Educação Matemática se destaca, com inúmeras pesquisas e estudos, que buscam esse processo de forma efetiva, mediante a realidade em que a escola está inserida.

2.2 A Educação Matemática, uma breve discussão

Os problemas existentes no processo de ensino e aprendizagem em Matemática são muitos, variados e difíceis. Seria sempre arriscado e pretencioso procurarmos abordá-los na sua totalidade. Buscamos aqui refletir apenas, sobre algumas das causas que resultam na dificuldade em aprender Matemática.

A Matemática não é uma ciência cristalizada, ela está ao longo do tempo em contínua expansão e revisão dos seus próprios conceitos. Apesar de ser de natureza abstrata, ou seja, no campo das ideias, ela não pode, nem deve, ser apresentada no ensino básico desligada da realidade. Pois, pode dar a impressão para os alunos que ela não serve para nada. Uma conotação negativa que influencia os alunos pode dificultar à aprendizagem e provocar sentimento de rejeição. Alguns alunos, devido a um insucesso em Matemática, passam a acreditar que não são mais capazes de aprender, o que leva a construírem baixa autoestima. Nessa direção, Vitti (1999) argumenta:

> É muito comum observarmos nos estudantes o desinteresse pela matemática, o medo da avaliação, pode ser contribuído, em alguns casos, por professores e pais para que esse preconceito se acentue. Os professores na maioria dos casos se preocupam muito mais em cumprir um determinado programa de ensino do que em levantar as ideias prévias dos alunos sobre um determinado assunto. Os pais revelam aos filhos a dificuldade que também tinha em aprender matemática, ou até mesmo escolheram uma área para sua formação profissional que não utilizasse matemática. (VITTI, 1999, p. 32-33).

As condições sociais e econômicas, nas quais a escola está inserida, também interfere no baixo rendimento e na evasão escolar. A falta de recurso e infraestrutura leva ao desinteresse até dos próprios professores, por não possuírem o material didático básico para exercer sua função, não havendo estímulo para buscarem recursos alternativos, tornando o ensino desinteressante e por muitos mecanizadas.

Sobre a utilização do livro didático como recurso metodológico nesse processo, o professor de matemática utilizará para preparar suas aulas e, naturalmente, utilizará o que é mais relevante, necessitando de materiais complementares e estratégias de ensino, que torne a aula mais estimulante para o aluno, o envolvendo em uma abordagem mais próxima da sua realidade. D' Amore (2007) pontua sobre essa perspectiva:

> [U]ma vez realizada a introdução da noção, no âmbito do funcionamento didático, deve ativar-se um mecanismo com base no qual nos apropriamos de tal noção para fazer algo. Eis então que ocorre a recontextualização da noção, todavia não mais no interior do saber matemático, mas no interior de tal imersão no saber ensinado. (D'AMORE, 2007, p. 227).

Entendemos que o papel do professor é ajudar aos alunos a gostarem e compreenderem a Matemática, na promoção de uma autoestima positiva em relação a essa disciplina, o que pode passar pelo estudo das dificuldades na aprendizagem e consequentemente na busca por alternativas metodológicas para o ensino de Matemática. Assim, o professor deve estar sempre à procura de novas maneiras para um ensino de qualidade, que estimule o aluno a aprender e contribua na diminuição da aversão em relação à tão importante disciplina.

Esses argumentos são referendados por Freire (1984), quando exorta o educador no seu papel profissional de alfabetizador:

> [...] procura dos melhores caminhos, das melhores ajudas que possibilitem ao alfabetizando exercer o papel de sujeito de conhecimento no processo de sua alfabetização. O educador deve ser um inventor e re-inventor constante desses meios e desses caminhos com os quais facilite mais e mais a problematização do objeto a ser desvelado e finalmente apreendido pelos educandos. (FREIRE, 1984, p. 17).

Entretanto, o envolvimento com o ensino de Matemática não é de hoje e é bem anterior ao início do que veio a ser chamado de Educação Matemática, cuja essência trata do processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina, ao que pela sua relevância passou a ser reconhecido como um Movimento. "Assumir Educação Matemática como 'Movimento' implica aceitar que, desde o primeiro instante em que se decidiu ensinar a alguém alguma coisa chamada

'Matemática', uma ação de Educação Matemática começou a se manifestar" (GARNICA; BICUDO, 1999, p. 60).

Nesse contexto, D' Ambrósio (1999)[3], afirma que apesar da Educação Matemática, enquanto área de conhecimento, ainda ser nova, as preocupações que permeiam o ensino de matemática são bastante antigas, enquanto uma prática. Já em relação a uma prática escolar o passo mais importante para o estabelecimento do começo da Educação Matemática como um campo de conhecimento e movimento devemos à contribuição do eminente matemático alemão Felix Klein, o qual defendia uma apresentação da Matemática nas escolas que se ativesse muito mais a visão psicológica que a sistemática.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009) foi com a participação de Felix Klein, que houve a consolidação da Educação Matemática como uma sub área da matemática e da Educação, de natureza interdisciplinar, o que se dá com *a Fundação da Comissão Internacional de Instrução Matemática*, durante o Congresso Internacional de Matemática, realizado em Roma, em 1908. Eugênio Raja Gabaglia representou o Brasil nesse evento.

Ainda para D' Ambrósio (1999), a matemática nesse período era reservada para poucos, para aqueles que possuíam certa habilidade, era ensinada num nível muito elevado, rígido e seletivo, com o objetivo de indicar os alunos que tivessem aptidão para seguir as carreiras das ciências exatas. Após a Segunda Guerra Mundial, o mercado apresentou uma expansão, sendo necessário um número elevado de mão de obra, com isso o impacto na Educação foi muito grande. O objetivo era tornar a Matemática mais acessível à classe menos favorecida e de forma aligeirada, para que esses pudessem assumir logo os postos de trabalhos que surgiam nas fábricas e indústrias, iniciando assim um declínio na qualidade do ensino, passando a ser trabalhado sem que haja a preocupação com a aprendizagem.

Muitos pesquisadores e educadores perceberam essa defasagem no ensino, questionando por renovações educacionais. Algumas propostas de uma renovação curricular surgiram em todo o mundo. Psicólogos como Jean Piaget, Robert m. Gagné, Jerome Bruner, B. F. Skinner foram alguns dos teóricos que estudaram o tema aprendizagem. Desta forma, a motivação e a aprendizagem tornaram-se fundamental como afirma Miguel, Garnica e D' Ambrósio (2004), fundamentada em um ensino de qualidade, no qual os alunos possam compreender os conceitos envolvidos, relacionado a vivência.

O Estruturalismo, movimento que ocorreu no pós-guerra, liderado por vários estudiosos, com destaque para Jean Piaget, com as suas propostas apoiadas pelo grupo de matemáticos

---

[3] Entrevista concedida a Educação Matemática em Revista, em 1999.

denominado de Bourbaki levou ao surgimento da corrente conhecida como Matemática Moderna (D’ AMBRÓSIO, 1999).

> A modernização da matemática nas escolas tornou-se uma preocupação em todos os países, [...]. A dificuldade de pais e de professores em acompanhar a nova Matemática que se pretendia introduzir deu ao ensino da matemática uma visibilidade social sem precedentes na história. (...) Das inquietações com a expansão do ensino da matemática e com a qualidade adicionada a esse esforço a partir do início da década de 50, é que surge a moderna Educação Matemática (...). (D’ AMBRÓSIO, 1999, p. 70).

Esse movimento surgiu na década de 1960, e se baseava na formalidade e no rigor dos fundamentos da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra. No Brasil, caracterizou-se por ter sido um movimento com aspectos próprios de organização, pois era um período de transição de base econômica e política. O país passava de uma economia de base agropecuária para uma economia de base industrial, e tudo acontecia sob um regime de ditadura, como afirma Fiorentini e Lorenzato (2009).

No final da década de 60, esse movimento perde força. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), mais relevante desse período talvez, consista no fato de ter sido um movimento que motivou os professores de matemática a prosseguir seus estudos e organizarem-se em grupo, em um momento histórico do país em que as políticas eram contrárias a qualquer mudança que não estivesse de acordo com as ideias dos dirigentes políticos.

Na década de 1970, as ideias propostas por esse movimento dão lugar a preocupação com a expansão do ensino de matemática, sua qualidade e a aprendizagem, contribuindo para consolidar o Movimento da Educação Matemática. Movimento esse, que dá espaço as práticas educacionais e propostas de ensino voltada para o aprendizado do aluno, de um ensino que busca em suas pesquisas meios de que o aluno seja o centro do processo de ensino e aprendizagem e que construa seu próprio conhecimento.

Além do mais, passa-se a discutir novos temas na formação do aluno, a partir da Matemática, tais como: questões de gênero, discriminação, dimensões políticas, num contexto mais amplo da relação entre a matemática e a sociedade. Surge assim, várias tendências de pesquisa: Etnomatemática; História da Matemática; Matemática e Artes; e o uso das novas tecnologias no ensino de Matemática. (D’ AMBRÓSIO, 1999).

Esse movimento defende que se a Matemática for bem desenvolvida, muito tem a contribuir na preparação do indivíduo para a vida, na solução de problemas cotidianos, para o trabalho e para viver em uma sociedade complexa. Notamos, considerando esse aspecto, uma grande preocupação que se mostram nas pesquisas em Etnomatemática, Modelagem

Matemática, Resolução de Problemas, enfim, metodologias que enriquecem e tentam dar sentido à Matemática.

Conhecer a Educação Matemática exige a prática e a reflexão sobre o efeito. Felizmente, com as preocupações geradas pela Educação Matemática e pelos educadores comprometidos com a educação, este quadro está dando sinais de que pode ser superado. A valorização e aceitação das experiências prévias dos alunos, a preocupação com à afetividade entre educador e educando, muito tem a contribuir para a Educação Matemática.

Como já dissemos, a Educação Matemática é relativamente nova, seu estudo consiste em analisar os desafios do cotidiano escolar, e suas práticas pedagógicas. Seu objetivo de estudo é o fenômeno referente ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, nos diversos níveis escolares, compreendendo tanto a teoria como a prática. Nas palavras de Pais (2001),

> A educação matemática é uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis de escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática. Além dessa definição ampla, a expressão *educação matemática* pode ser ainda entendida no plano da prática pedagógica, conduzida pelos desafios do cotidiano escolar (PAIS, 2001, p.10).

Com o passar do tempo e a transformação da Educação Matemática em um grande movimento internacional, temos o alargamento de tendências temáticas e metodológicas, seja na perspectiva da pesquisa ou da prática de sala de aula. Entre tantas, encontramos a *Prática docente, crenças/concepções e saberes práticos,* em relação a este último, destacamos a Didática da Matemática Francesa; e o *Processo de ensino-aprendizagem* (FIORENTINI; LORENZATO, 2007), na qual podemos incluir a Teoria dos Registros da Representação Semiótica (TRSS), com abordagem dos conteúdos sendo apresentados nas suas diferentes representações, sobre as quais nos aprofundaremos respectivamente nos itens a seguir.

2.3 Didática da Matemática a partir da influência da Didática Francesa

A Educação Matemática proporcionou o surgimento de diversas tendências de pesquisa, entre as quais *a linha francesa da Didática da Matemática,* esta é proveniente de forte influência de autores franceses e serve como suporte teórico em várias pesquisas no Brasil.

Nessa perspectiva, Pais[4] (2001), desenvolve um estudo, no qual "destaca uma de suas principais características: a formalização conceitual de suas constatações práticas e teóricas"

---

[4] Luis Carlos Pais é um dos maiores especialistas desta Tendência no Brasil.

(PAIS, 2001, p.9). Como também, apresenta e analisa de forma introdutória as principais ideias, quais sejam: Transposição Didática, Obstáculos Epistemológicos, Contrato Didático e Engenharia Didática.

Considerando o contexto brasileiro, ele enuncia que:

> A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objetivo de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica (PAIS, 2001, p. 11).

Para Pais (2001), esta concepção visa compreender as pesquisas, registro e comunicação do conteúdo escolar da matemática e de suas consequências didáticas. Observamos ainda que nesta definição a Educação Matemática é apresentada em nível diferenciado da Didática da Matemática, visto que esta é reconhecida como área de pesquisa educacional matemática na França, enquanto que no Brasil ela tem um tratamento de tendência de ensino na área da Educação Matemática.

2.3.1 Transposição Didática

Uma das ideias que compõe essa teoria é denominada de Transposição Didática, a qual segundo Pais (2002) foi formulada por Chevallard e se ocupa com as "transformações por que passam os conteúdos da educação matemática" (PAIS, 2002, p.17). De forma geral, ela "permite interpretar as diferenças que ocorrem entre a origem de um conceito da matemática, como encontra-se proposto nos livros didáticos, a intenção de ensino do professor e, finalmente, os resultados obtidos em sala de aula" (PAIS, 2002, p. 12).

Assim, nessa perspectiva, esse autor afirma que de uma forma mais ampla, "[A] transposição didática pode ser entendida como um caso especial da transposição dos saberes, sendo esta entendida no sentido da evolução das ideias, no plano histórico da produção intelectual da humanidade" (PAIS, 2002, p. 17), ou seja, pode ser vista como a interação entre saberes e a evolução destes, em um contexto geral de desenvolvimento humano, no domínio mais amplo da aprendizagem.

D' Amore (2007), argumenta que, intuitivamente, a transposição didática é "(...) compreendida como o trabalho de adaptação, transformação do saber em objeto de ensino, em função do lugar, do público e das finalidades didáticas a que se propõe” (D’ AMORE, 2007, p. 224).

Fica explicita a ideia de que, a Transposição Didática é um conjunto de processos adaptativos que torna o objeto de saber em objeto de ensino. A Teoria da Transposição Didática enfatiza o saber, expondo a necessária distância entre o saber científico e o saber ensinado, e propõe analisar o sistema didático a partir dessa dimensão com base na epistemologia do saber ensinado. Concernente com isso, D’Amore (2007), enfatiza que, “[a] transposição didática consiste em extrair um elemento de saber do seu contexto (universitário, social etc.) para recontextualizá-lo no ambiente sempre singular, sempre único, da própria classe”. (D’AMORE, 2007, p. 226).

Essa proposta não interfere no saber escolar frente ao saber científico, mas favorece o reconhecimento de especificidades do saber matemático escolar, situando-o dentro de um contexto próprio, com demandas e tratamentos específicos para que o aproxime da linguagem compreensível do conceito a ser ensinado aos alunos. Esse saber escolar transforma-se em saber científico, ao modo que passa por transformações. Nas próprias palavras de Pais (2001),

> [O] saber cientifico está associado à vida acadêmica, embora nem toda sua produção acadêmica represente um saber cientifico. Trata-se de um saber criado nas universidades e nos institutos de pesquisa, mas que não está necessariamente vinculado ao ensino básico. Sua natureza é diferente do saber escolar (PAIS, 2001, p.21)

O saber científico, é o que caracteriza as modificações que o saber matemático sofre desde o momento de sua elaboração e descoberta até a divulgação e sistematização entre a comunidade acadêmica. Portanto, o objeto do saber matemático é definido no domínio do saber cientifico, isto é, aquele reconhecido pela comunidade científica.

Essa transformação do objeto de conhecimento científico em objeto de conhecimento escolar, para ser ensinado pelos professores e aprendido pelos estudantes, significa selecionar e inter-relacionar o conhecimento acadêmico, adequando-o às possibilidades cognitivas dos alunos e exemplificando de acordo com a sua realidade.

O entendimento dos saberes escolares, ancorado na teoria da transposição didática, dá-se a partir da análise da origem de conceitos que fazem parte do saber científico, e que sofreram um processo de transposição. Assim, dentro da perspectiva da didática das disciplinas, o significado dos conteúdos escolares deverá ser buscado na história das transposições efetuadas para constituí-lo. De acordo com Pais (2001), “[o] saber escolar representa o conjunto dos conteúdos previstos na estrutura curricular das várias disciplinas escolares valorizadas no contexto da história da educação". (PAIS, 2001, p. 22).

O resultado desse processo se dá, não só na escolha de conteúdo, como também nas definições de valores, objetivos e métodos. Segundo Pais (2001), "Se, por um lado, o saber cientifico é registrado por uma linguagem codificada, o saber escolar não deve ser ensinado dessa forma, tal como se encontram redigidos nos textos e relatórios técnicos". (PAIS, 2001, p.21)

Dessa forma, a Transposição Didática estuda o processo seletivo, por qual passa o conteúdo que constituem os conceitos matemáticos, sendo entendida como um conjunto de ações cuja finalidade é transformar um saber científico em saber ensinável, denominado também de saber escolar. Nessa perspectiva para Chevallard (1991, apud PAIS 2001),

> [U]m conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (CHEVALLARD, 1991, apud Pais, 2001, p.19).

Logo, no ambiente escolar, o ensino do conhecimento científico deve passar por transformações. Esse conteúdo escolar não pode ser ensinado no formato original como foi produzido e divulgado pelo cientista, deve ser um produto de um conjunto de transformações. Para adaptar os conteúdos para o ensino não significa apenas simplificá-lo para eliminar o difícil ou o abstrato. Para o ensino desse conteúdo nas escolas faz necessário transformá-lo em algo que possa ser ensinado através de conceitos, experiências e linguagem própria. De acordo com Pais (2001),

> [N]a passagem do saber científico ao saber previsto na educação escolar, ocorre a criação de vários recursos didáticos, cujo resultado prático ultrapassa os limites conceituais do saber matemático. A partir do surgimento desses recursos, surgem também as criações didáticas que fornecem o essencial da interação de ensino da disciplina. (PAIS, 2001, p. 22).

A partir das simulações das descobertas acadêmicas, vivenciadas pelos professores, ocorre diversas etapas de desenvolvimento do conhecimento pelos alunos e as criações didáticas fazem parte desse processo, que é onde o professor leva o conhecimento adquirido em sua passagem acadêmica para a prática profissional, buscando novas formas pedagógicas de trabalhar determinados conteúdos matemáticos, para que se tornem compreensíveis pelos alunos. Diante de todo esse processo didático, devemos considerar as etapas que ocorrem na construção do conhecimento dos alunos, desde o planejamento, o material utilizado e todo o cronograma a ser seguido, buscando diminuir a distância entre as etapas que tangem o fenômeno didático.

O estudo do fenômeno didático diz respeito a duas variáveis que envolvem o fenômeno de ensino: o tempo didático e o tempo de aprendizagem, os quais são critérios fundamentais em um planejamento didático. O tempo didático é o tempo marcado nos planejamentos dos programas escolares relacionados a programação dos livros didáticos adotado, isto pressupõe, equivocadamente, que a aprendizagem matemática seja sempre sequencialmente lógica, seguindo uma lista de conteúdo, o que diverge dos desafios reais do fenômeno cognitivo em um processo de aprendizagem.

> O tempo de aprendizagem por sua vez, é o tempo necessário para uma assimilação real do conceito ensinado e isso não é sequencial e nem linear, variando de sujeito para sujeito. O tempo de aprendizagem é aquele que está mais vinculado com as rupturas e conflitos do conhecimento, exigindo uma permanente reorganização de informações e que caracteriza toda a complexidade do ato de aprender. É o tempo necessário para o aluno superar os bloqueios e atingir uma nova posição de equilíbrio. Trata-se de um tempo que não é sequencial e não pode ser linear na medida em que é sempre necessário retomar concepções precedentes para poder transformá-las e cada sujeito tem o seu próprio ritmo para conseguir fazer isto. Na comparação entre esses dois tempos, a subjetividade não pode ser reduzida às exigências do planejamento didático (PAIS, 2001, p. 25).

Entretanto, desta problemática educacional, entre o tempo didático e o tempo de aprendizagem, surgem os diversos casos de bloqueio, em que o aluno arrasta por muitos anos dificuldades referentes à aprendizagem de conteúdos estudados nos primeiros anos escolares e que perduram por longos anos. Nessa perspectiva, a didática da Matemática estabelece uma relação entre esses dois tempos, e apresenta a resolução de problemas como uma estratégia possível para favorecer a passagem do já assimilado para o novo conhecimento. Isto traz para a área do saber escolar da matemática o favorecimento de tornar essa disciplina mais significativa.

Dessa discussão, surge a contextualização do saber, existe uma variedade de recursos e referências relacionadas ao cotidiano do aluno que podem ser trabalhados para efeito da introdução de um conteúdo matemático, a partir de: "problemas científicos, as técnicas, problemas, jogos e recreações vinculados ao cotidiano do aluno, além de problemas motivados por questões internas à própria matemática" (PAIS, 2001, p. 26 - 27). Para este autor, todos estes recursos são legítimos em termos de contextualização, considerando a educação escolar, o que não deve ocorrer é o ensino da matemática ficar vinculado a uma única fonte de referência, o que reduziria e empobreceria o significado do conteúdo didático.

Dentre outras coisas, em relação à contextualização do ensino de matemática, deve-se considerar a vinculação dos conteúdos estudados às situações da vida cotidiana do estudante, também criar-se a articulação entre estes assuntos e os estudados pelo aluno em outras disciplinas. Entretanto, "[...] O desafio didático consiste em fazer essa contextualização, sem reduzir o significado das ideias matemáticas que deram origem ao saber ensinado" (PAIS, 2001, p. 26)

Este pesquisador defende que, com base nos preceitos da Didática da Matemática que o ensino escolar deve ter início na vivência do aluno, mas isto não significa que ele deva ficar restrito ao saber cotidiano. Deste modo, o desafio didático consiste, exatamente, em estabelecer as condições para que haja uma evolução da situação inicial na direção dos conceitos previstos. De uma maneira geral,

> [...] partir da realidade do aluno não significa substituir o saber escolar pelo saber cotidiano. O objeto da aprendizagem escolar não é o mesmo do saber cotidiano. O saber escolar serve, em particular, para modificar o estatuto dos saberes que o aluno já aprendeu nas situações do mundo-da-vida. (PAIS, 2001, p. 28).

Dessa forma, observamos que a escola tem como função transformar o conhecimento prévio do aluno, em função dos objetos de estudo do programa curricular.

2.3.2 Sistema Didático

O ensino de Matemática, como já abordamos anteriormente, historicamente era utilizado para a seleção das pessoas *mais inteligentes*, tendo acesso aos seus conhecimentos somente a elite dominante. Assim, essa importante disciplina vem, ao longo do tempo, sendo estigmatizada pela maioria das pessoas e classificada como muito *difícil*. De uma maneira geral, há ainda predominância de um ensino baseado em aulas expositivas com uma sequência de atividades que segue o modelo apresentado em sala pelo professor, esse modelo é denominado paradigma do exercício.

Como alternativa, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) é uma interessante proposta metodológica que pode contribuir positivamente na construção de conhecimentos matemáticos e, principalmente, para o desenvolvimento autônomo do aluno. Formulada por Brousseau[5], a TSD visa realizar um ensino mais significativo para o aluno, de forma que o conhecimento esteja realmente vinculado ao seu cotidiano. Ele a constituiu para analisar como o conteúdo matemático está sendo apresentado para os alunos. O desafio desse processo é a apresentação do conhecimento matemático num contexto que proporcione ao aluno um sentido.

A forma com o qual o conteúdo matemático é apresentado ao aluno influencia consideravelmente no seu significado do saber escolar que o aluno terá. Assim, "[U]ma situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico" (PAIS, 2001, p. 65)

Pais (2002), chama a atenção de que podem ocorrer situações particulares, como uma situação de estudo envolvendo apenas o aluno e o saber, ou ainda, uma reunião entre professor e aluno, não reconhecidas como situações didáticas, mas que também apenas estes três elementos não são suficientes para absorver a complexidade do fenômeno cognitivo, necessitando-se relacioná-los com outros elementos como: objetivos, métodos, posições teóricas, recursos didáticos, entre outros, que comporiam também o sistema didático.

Como extrapolação das ações pedagógicas em sala de aula e dos potenciais do fenômeno cognitivo e da autonomia intelectual do aluno, há situações que fogem ao controle do professor, daí o modelo das situações didáticas não poder se caracterizado como um sistema fechado. São as chamadas situações adidáticas.

O aluno pode fazer investigações matemáticas, independente do sistema educativo ou da intenção pedagógica do professor e, mesmo assim, não deixa de estar vivenciando situações adidáticas. Para Brousseau (1986), apud Pais (2001),

> [...] quando o aluno torna-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar por ele mesmo o conhecimento que ele está construindo, em situação não prevista de qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo o que pode ser chamado de situação adidática. (PAIS, 2001, p.68)

No processo de ensino e aprendizagem de matemática, Pais (2001), destaca quatro tipos de situações, as quais são interligadas e podem-se alternar, em grau de importância e domínio,

---

[5]Guy Brosseau, um dos mais importantes estudiosos no campo da Didática das Matemáticas, desenvolveu uma teoria que abrange a relação entre os conteúdos de ensino, o discente e os métodos utilizados pelo professor para efetivar o aprendizado.

ao longo do processo. Interpretamos, a seguir, os quatro tipos de situações didáticas, em convergência com o processo metodológico desenvolvido nesta pesquisa.

Situação de ação – coloca a frente o ponto de vista do professor, caracterizada pelo aspecto experimental do conhecimento, pelas tentativas e, frequentemente, pela ausência de argumentação. Quando o aluno tem em mente uma estratégia para resolver uma situação, mas não é capaz de verbalizá-la, a situação vivenciada é de ação. Na situação de ação prevalece a intuição, o raciocínio implícito.

Situação de formulação – é quando o aluno trabalha com problemas e situações mais complexas. A partir de processos metodológicos mais elaborados o aluno faz afirmações sobre a sua resolução, mas sem questionar ou justificar a sua validade. É quando num jogo, por exemplo, a equipe percebe e comunica estratégias de sucesso, mas sem compreender o porquê delas.

Situação de validação – já aparecem mecanismos de prova, a necessidade de validar aquilo que se afirma, mas sem o rigor matemático. Nessa etapa, procura-se convencer o outro sobre a validade de uma regra ou estratégia e os próprios critérios de validação, por vezes, são questionados. Como explica Pais (2001),

> O trabalho intelectual do aluno não se refere somente à informação sobre o saber, mas envolve também informações, elaborações, declarações a propósito de validade do saber [...]enquanto uma prova se caracteriza como um procedimento de validação que se estende ao nível de um contexto social limitado, como é o caso da sala de aula. Finalmente, a demonstração é uma validação do conhecimento, cujas regras passam pelo crivo mais amplo da comunidade científica. (PAIS, 2001, p. 73).

Situação de institucionalização – nesta etapa o conhecimento se torna objetivo e universal. Enquanto as três primeiras etapas podem caracterizar situações adidáticas, esta quarta etapa é de natureza didática, pois cabe ao professor reforçar e generalizar o conhecimento adquirido, "(...) sob o controle do professor, é o momento onde se tenta proceder a passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico" (PAIS, 2001, p. 74).

Vale ressaltar que essas situações só poderão ser observadas se o aluno se sentir motivado a participar da atividade. Nessa perspectiva, a mudança de configuração de sala de aula no processo de ensino e aprendizagem da matemática, que supere o modelo tradicional, no que se refere ao aspecto didático-pedagógico, depende da (ou começa com a) criação de um ambiente propício à atividade matemática, que estimule a curiosidade, a criatividade, o diálogo e, principalmente, a tomada de consciência a partir da efetiva ação dos alunos sobre os objetos matemáticos. Um ambiente onde professores e alunos estejam em permanente interação e com um fim comum: a aprendizagem e a construção do conhecimento matemático. Como afirma Pais (2001),

> Na classificação das situações didáticas é preciso destacar que elas, quase sempre, encontram-se fortemente entrelaçadas entre si. A separação proposta serve para operacionalizar uma análise didática e não para introduzir uma separação nítida entre elas. Cada uma das situações articula diferentes regras do contrato didático, pois as tarefas do aluno e do professor são diferentes em cada uma delas. (PAIS, 2001, p. 74)

O Contrato Didático aparece para dar sustentabilidade na relação professor-aluno-saber. Ele está interligado diretamente com o conteúdo específico a ser estudado, o objeto de ensino e aprendizagem numa aula.

2.4 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Cada vez mais pesquisas realizadas dentro do contexto da Educação Matemática, demonstram, entre outras coisas, a necessidade de uma proposta de ensino, que possibilite a conexão do aluno com o saber matemático de forma mais eficiente e significativa. Para isso, é importante que entendamos a especificidade ou a natureza da atividade matemática e suas potencialidades no desenvolvimento da inteligência dos indivíduos. Desta forma,

> [É] necessário uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino de matemática, em formação inicial, não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. (MACHADO, 2003, p.11).

Na presente pesquisa trazemos alguns elementos realçados por Duval, em seus estudos sobre a dificuldade de aprendizado em Matemática.

Duval desenvolveu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O referido termo é usado por esse autor para indicar diferentes tipos de representação como, por exemplo, a língua materna, registro algébrico, registro gráfico, registro numérico, registro figural, entre outros, que representam, ou seja, está no lugar, de forma específica, de um objeto matemático, visto que esse é um ente abstrato, não podendo ser manipulado. Esses registros se associam através de uma coordenação, relacionados entre si, sem haver confusão na representação de cada registro.

Duval (2009), afirma que não é possível separar os diversos registros de representação semiótica da função cognitiva do pensamento humano. Para ele, não há noésis (apreensão conceitual de um objeto) sem sémiosis (apreensão ou produção de uma representação semiótica).

Essas considerações podem ser exemplificadas: considere um número racional e seus diferentes registros de representação.

(1) Representação fracionária: $\frac{1}{2}$

(2) Representação decimal: 0,5

(3) Representação figural: 

(4) Representação pela língua natural: um meio ou metade

Portanto, temos um número racional representado de quatro formas diferentes: fracionária, decimal, figural e em língua natural, destacando que a única mudança nestes quatro registros foi na forma de representação e não o conteúdo representado. O fato de o aluno saber resolver uma atividade envolvendo o número racional na forma fracionária ou qualquer outra não garante que ele tenha o conceito do objeto número racional.

Segundo Catto (2000), os números racionais são apresentados no ensino fundamental nos registros figural, simbólico (língua formal) e na língua natural. Já Maranhão e Igliori (2003), especificam o simbólico em numérico, sendo divididos em registro fracionário e decimal, ou o algébrico. O figural é delineado pela representação de partes de grandezas discretas ou contínuas.

Logo, a condição necessária para ocorrência da aprendizagem matemática, é o trabalho de coordenação, com o reconhecimento de determinado objeto, em diferentes registros, por meio de suas representações. Nessa perspectiva,

> [...] é fundamental jamais confundir uma representação e o objeto representado. Pois, corremos o risco de considerar duas representações diferentes de um mesmo objeto por dois objetos diferentes ou, ao contrário, arriscarmos a considerar duas representações de um mesmo objeto porque seus conteúdos são quase parecidos (DUVAL, 2011, p. 47).

Assim, os conceitos matemáticos devem ser apresentados para os alunos nos mais diversos registros de representações, seja na forma gráfica, algébrica, geométrica, entre outras. O que permite uma visão mais ampla dos alunos sobre que tipo é o conhecimento matemático e do seu fazer, ou seja, de como os registros de representações operam na matemática. Nesse sentido,

> [C]ompreender o papel das representações semióticas do desenvolvimento do pensamento humano e, especificamente, no desenvolvimento da matemática enquanto ciência permite refletir sobre seu ensino sob um ponto de vista diferenciado: considerar além das definições e conceitos, as representações semióticas dos objetos matemáticos como instrumento de medição, como forma de comunicação, de acesso, de organização e de tratamento do conhecimento (SANTOS, 2014, p. 103)

Segundo Duval (2009), a principal dificuldade na aprendizagem da Matemática decorre do fato que os objetos matemáticos não possuírem existência física e, sendo assim, o acesso a esses objetos só é possível com a utilização de um sistema semiótico. Desta forma, na Matemática, muito mais do que em qualquer outra área do conhecimento, a diversidade dos sistemas semióticos é fundamental para a aprendizagem e para a construção de novos conceitos.

Duval (2009), descreve a matemática como campo de estudo, pois é nela que as questões de diversidade de representações semióticos se manifestam de forma mais evidente. A Teoria dos Registros de Representações Semióticas foi desenvolvida por esse pesquisador[6], que a partir dos estudos sobre semiótica de Charles Sanders Perci e Ferdinand de Saussure, fundamentou sua pesquisa sobre à aprendizagem matemática e o papel dessa teoria e criou a sua própria teoria semiótica para a compreensão do conhecimento matemático. Uma das definições mais simples para compreensão afirma que Semiótica é a “ciência dos signos” (SANTAELLA, 1990, p. 9). De acordo com Santaella, a semiótica pode ser descrita como a ciência de todas as linguagens, sejam elas verbais ou não.

Um sistema semiótico é, de acordo com Duval (2009), um conjunto de signos, organizados segundo regras próprias de formação e convenções, que apresentam relações internas que permitem identificar os objetos representados. Em outras palavras, é um sistema que desempenha a função de comunicação uma vez que é capaz de produzir e transmitir informações.

A linguagem simbólica na matemática, construída socialmente ao longo do tempo, passou por diversas mudanças até chegar à universalização de seus significados. “Noções primitivas relacionadas ao conceito de número, magnitude e forma podem ser encontradas em registros que datam dos primeiros dias de existência da raça humana” (BOYER, 1985, p. 1). Evidentemente, todo o pensamento científico necessita de simbolismos para o seu desenvolvimento, no estabelecimento de relações com o objeto em estudo.

A compreensão dos conceitos matemáticos por meio desses símbolos tem se tornado um desafio para professores e alunos da Educação Básica. Em meio a essas dificuldades, Duval

---

[6] Raymond Duval nasceu em 1937, é filósofo, psicólogo de formação e professor emérito da Université du Littoral Côte d'Opale em Dunquerque, França.

se motivou a estudar o fenômeno da compreensão em matemática sob uma abordagem cognitiva, que pudesse promover alunos que sejam capazes de construir seu próprio conhecimento da matemática e que enxerguem nessa disciplina uma ferramenta útil para solução de problemas, vinculados a realidade desses, como também para o desenvolvimento do pensamento lógico.

Portanto, para designar os sistemas semióticos específicos da Matemática, Duval (2009), escolheu o termo registro. Para ele, um registro de representação é um sistema semiótico que cumpre, além da função de comunicação, as funções cognitivas de objetivação (entendimento para si) e tratamento. Partindo desta ideia, o autor faz referência a quatro tipos de registros de representação: a língua natural, os sistemas de escrita (numérica, algébrica e simbólica), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas.

Sendo assim, Duval (2009), afirma que o conhecimento matemático só é transformado em saber quando ocorre a mobilização espontânea pelos alunos, de distintos registros semióticos de um mesmo objeto matemático. No entanto, salienta que

> A passagem de um sistema de representação a um outro ou a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer do mesmo percurso, fenômenos tão familiares e tão frequentes na atividade matemática, não tem nada de evidente e de espontâneo para a maior parte dos alunos e estudantes. Estes, frequentemente não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes [...] (DUVAL, 2009, p. 18).

Assim, para compreendermos como ocorre a construção do conhecimento, por meio da mobilização e coordenação dos registros de representação é necessário entender duas atividades cognitivas: o tratamento e a conversão.

O tratamento é uma transformação de representações que ocorre no mesmo sistema de representação; é uma transformação estritamente interna a um registro, por exemplo, a representação dos números das frações equivalentes $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$, que representados de maneira diferente, mas que resulta no mesmo valor ou resolver equações algébricas sem sair do registro algébrico. Dessa maneira, cada registro tem um conjunto de regras próprias de tratamento e funcionamento que não são necessariamente válidas a um outro registro. Por exemplo, o cálculo é uma forma de tratamento próprio das escritas simbólicas (cálculo numérico, algébrico, de uma função, proposicional...).

Por sua vez, a conversão de uma representação é uma transformação que ocorre entre registros diferentes. A representação de um objeto em um dado registro é convertida em uma representação em outro registro, que conserva a referência, mas não conserva o sentido, ou seja, não conserva as mesmas propriedades do objeto. Por esse motivo, a operação de conversão permite compreender diferentes aspectos de um mesmo objeto, conduzindo à compreensão. Por exemplo, a tradução de um texto em uma ou mais expressões algébricas correspondentes é uma conversão da representação destas expressões da língua materna para o registro algébrico. A conversão é, portanto, uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento. Desta forma, a escolha de um registro de representação adequado para externar os conceitos de um objeto de saber pode favorecer o tratamento.

Catto (2000), ainda explica que os tratamentos permitem a justificação dos procedimentos e cálculos, e que no aspecto cognitivo o importante é a conversão, pois confere possibilidades ao aluno de perceber o objeto matemático em seus diversos significados exigindo um maior custo cognitivo. “As conversões são as mudanças de registros mais eficazes para a aquisição de um conceito” (Maranhão; Igliori, 2003, p. 60). Um exemplo de conversão é a passagem num sistema de escrita de um registro numérico fracionário a um registro numérico decimal, ou destes a um registro figural, e vice-versa.

No entanto, Duval (2009), define que vários registros de representação não são suficientes para garantir a compreensão. Uma segunda condição é necessária: a coordenação de representações formuladas em registros distintos

A coordenação é a manifestação da capacidade do indivíduo em reconhecer a representação de um mesmo objeto, em dois ou mais registros distintos. A coordenação aparece como a condição fundamental para todo tipo de aprendizagem. Os registros são sistemas inertes que acomodam as representações de objetos de saberes que, por sua vez, são dinâmicas, na medida em que elas podem, sofrer transformações no mesmo ou entre diferentes registros.

A distinção entre tratamentos e conversões é raramente feita no ensino, pois do ponto de vista matemático ela intervém somente na escolha do registro ao qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos ou até mesmo mental.

No entanto, a atividade de conversão do ponto de vista cognitivo, é aquela que conduz os mecanismos subjacentes à compreensão matemática é preciso considerar que ela não é adquirida naturalmente pelos alunos, por exemplo, se o aluno consegue converter a representação fracionária para a representação decimal de um número não significa que saiba converter a representação decimal do mesmo número para a fracionária. A coordenação de registros é uma condição essencial para que ocorra a aprendizagem na matemática e não uma consequência dessa aprendizagem.

Dessa forma, Duval (2009), enfatiza que “[...] Para começar, em matemática, as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática”. (DUVAL, 2009, p.15)

Entretanto, é importante ressaltar que o objeto matemático não pode ser confundido com a representação semiótica utilizada para representá-lo. Apesar de abstrato, Duval (2009), soluciona essa questão de significação, dizendo que mesmo não tendo acesso ao objeto matemático sabemos que o objeto pode ser representado por meio de várias formas. A partir desse processo em consonância chega-se ao pensamento matemático, que é necessário para a produção do desenvolvimento da aprendizagem matemática.

De forma sintética, para que ocorra a compreensão em matemática**,** os registros de representação semiótica devem estar associados a três elementos fundamentais, que são a formação o tratamento e a conversão. A formação representa regras e características do conteúdo envolvido. O tratamento são as transformações desta representação em outra representação do mesmo registro, efetuando o desenvolvimento de um determinado conteúdo fazendo um manuseio entre termos sem alterar sua estrutura. E a conversão, a passagem de uma representação em um registro para outro sem haver a mudança do objeto matemático.

Por meio das considerações dessa teoria, observamos que um mesmo objeto matemático pode ser apresentado sob várias formas ou registros de representações. No caso do conteúdo de fração, objeto de estudo dessa pesquisa, sua representação pode apresentar-se em vários tipos de registros como os numéricos (decimal, percentual, fracionário, entre outros), figurais, concretos e língua materna. Neste sentido, as várias formas de representação possível para um mesmo conceito, implica em obstáculos para a identificação do objeto com suas diferentes formas, além da dificuldade de coordenação entre eles.

Com o intuito de estabelecer uma organização aos diferentes registros de representação existentes para representar o nosso objeto de estudo número racional, estabelecemos uma classificação, levando em consideração à abordagem elaborada por Duval (2003); a pesquisa de Catto (2000) ; Maranhão e Igliori (1957), pois os números racionais podem ser explicitados em vários sistemas semióticos de representação, sendo que os mais conhecidos são a representação fracionária e a representação decimal.

Catto (2000), traz a ideia do registro figural como um registro multifuncional na representação não-discursiva. No caso do número racional a representação figural não se restringe ao aspecto da repartição de uma grandeza contínua ou discreta, pois a reta na representação unidimensional apresenta a correspondência entre o número racional e o ponto que ele ocupa. Nessa correspondência, existe a abstração do número racional com o desligamento do concreto e o favorecimento da ordenação e comparação dos diferentes registros que um mesmo número admite.

O entendimento do conceito de fração requer, dentre outros aspectos, a diferenciação do objeto matemático e seus registros de representação semiótica. Nesse sentido, a presente pesquisa objetivou analisar a amplitude conceitual do conteúdo de fração presente nos livros didáticos selecionados, no que diz respeito à apresentação da fração em seus diferentes registros de representação semiótica.

Para Duval (2009), a prática pedagógica centrada em um único registro, conduz o aluno a confundir o conceito com a sua representação, levando-o a uma compreensão fragmentada. Em outras palavras, se o indivíduo é capaz de transitar pelas diferentes representações da fração corretamente, isto o levará a uma compreensão mais ampla do conceito.

3 ESTUDO SOBRE FRAÇÃO E O LIVRO DIDÁTICO

3.1 Noções sobre Fração

Sobre os Números Racionais muitos estudos têm sido realizados nos últimos tempos. Neste contexto, uma questão gera certa reflexão. O uso social dos números racionais é encontrado em sua maior parte na forma decimal, enquanto não acontece o mesmo com os números fracionários em relação à aplicação ao cotidiano das pessoas. No entanto, nas escolas os números racionais são tratados com maior ênfase na forma fracionária. Para Valera (2003), essa falta de ligação entre o que se aprende na escola e o que se utiliza fora dela acaba sendo responsável por prejuízos na aprendizagem dos alunos.

Dessa forma, apresentamos no presente trabalho algumas considerações sobre o ensino dos números racionais, em especial as frações, considerando o Ensino Fundamental, como forma de refletir sobre a importância da abordagem desse tema no processo de construção curricular**.**

O conteúdo de fração é estudado desde o 4º ano do Ensino Fundamental, porém este é abordado de maneira elementar e mais vinculado ao dia a dia dos alunos, como em situações na divisão de uma pizza ou de um bolo. Já no 6º ano, o assunto é revisto, mas de uma forma aprofundada. Inclui leituras de frações, representações e construções de regras para aplicar em situações-problema. Tais como: regras para encontrar frações equivalentes, para simplificar frações, comparar, adicionar, subtrair, multiplicar e dividir frações, seguindo fielmente, por muitas vezes, as propostas pedagógicas do livro didático adotado na turma.

Para um aluno, que está em média com 11 anos, aceitar e memorizar essas regras que, a princípio, não fazem sentido para ele, pode ser um caminho árduo. Porém, entendemos que é possível levar a melhor compreensão por parte do estudante, partindo de exemplo simples, ao mesmo tempo em que ele mesmo constrói as regras, através da experimentação, manipulação e observações de padrões explorados pelo professor.

De acordo com Valera (2003), são muitas as discussões em torno da importância do conceito de fração nas séries iniciais do ensino fundamental, e da falta de consenso entre a permanência desse conteúdo no currículo escolar, em função do argumento do pouco uso no dia a dia dos indivíduos. Entretanto, as frações surgiram muito antes dos os números decimais.

De maneira geral, o fato de que os números racionais são necessários para representar quantidades que não podem ser expressas por um número inteiro é argumentado por Valera (2003):

> [R]econhece-se a importância e a necessidade do aprendizado dos números racionais, quando se olha para a história e para o processo de desenvolvimento de diferentes povos, atentando-se ao uso, ao processo de formalização. Esse pode ser um caminho válido, porque para facilitar a aprendizagem deste tema, apresenta-se a experiência compartilhada com as outras culturas. (VALERA, 2003, p. 58)

Para esse autor, a dificuldade no ensino dos números racionais está no uso inadequado ou insuficiente de recursos metodológicos utilizados para a aprendizagem dos alunos, que por muitas vezes torna o ensino mecânico e desinteressante.

Como já dissemos a ideia de fração está, relativamente, presente no cotidiano das pessoas, embora os conceitos envolvidos nesse conteúdo estejam longe de ser compreendidos pela maioria delas. Pois, o fato de fazerem uso de suas propriedades e operações mecanicamente, não significa uma compreensão conceitual e entendimento da importância desse conteúdo.

Por outro lado, sobre a relevância do estudo de fração, Berhr (1983), enaltece essa ideia, como sendo um dos mais necessários no contexto escolar, por acontecer, regularmente, no período de transição do pensamento concreto para o pensamento operacional formal. Assim sendo, entendemos que o professor desempenha um papel de um “facilitador indispensável no processo de ensino e aprendizagem” (MAGINA, 1998, p. 45), para efeito da valorização desse conteúdo e da consequente construção adequada de seus conceitos.

Tal qual, qualquer outro conteúdo da Matemática, o ensino de Fração deve ser ensinado de forma interrelacionada com outros conceitos lecionados nessa disciplina. A partir de conhecimentos prévios, o professor pode desenvolver gradualmente o assunto, que remeta a situações do cotidiano, pois como já dissemos, os alunos podem até saber operar com esses números, sem necessariamente haver compreensão. Nesse contexto, Nunes e Bryant (1997), afirmam que,

> [C]om as frações as aparências enganam. As vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre fração coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais: mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba. (NUNES; BRYANT, 1997, p.191)

Para efeito de um ensino significativo, o conceito de Fração deve ser construído a partir da vivência dos alunos, porém alguns fatores, tais como: estruturais, culturais, sociais e didáticos podem ser responsáveis pela dificuldade dos alunos em melhor interpretar esse assunto. O ensino de Matemática, em particular o de fração, tem ainda priorizado o uso de metodologias tradicionais e muitas vezes apresentado fora da realidade do educando, gerando certa aversão a essa disciplina, o que pode impedir o educando de compreender e buscar solucionar um determinado problema proposto.

Do ponto de vista matemático, o ensino de Fração é necessário, não só para o desenvolvimento gradativo do saber matemático, mas também porque os esquemas de pensamento diferem dos números naturais, devido a própria natureza desse número. Assim, seu estudo proporciona um desenvolvimento cognitivo mais amplo, possibilitando novos recursos para resoluções de outros tipos de situações.

No Brasil o conceito de fração, em suas primeiras ideias, é apresentado às crianças a partir do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, anos iniciais, estendendo-se até o 6º e 7º ano, anos finais. Todavia, suas aplicações são vistas por toda a vida escolar, nos mais diversos conteúdos. No entanto, podemos observar que há alunos em todos os níveis de escolaridade que apresentam dificuldades para resolver problemas que envolvam números racionais em suas representações fracionárias e decimais.

Neste sentido, o ensino de forma descontextualizada, pode dificultar na compreensão do seu conceito, levando os alunos a ter dificuldades para resolver problemas que envolvam números racionais em suas representações fracionárias.

3.2 Dos PCN a BNCC: uma discussão sobre o ensino de frações

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (publicado no final dos anos de 1990) e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (aprovado em 2017) são documentos oficiais, que tem o papel de orientar as práticas pedagógicas dos professores do ensino básico, servindo de apoio para que os professores possam desenvolver seu trabalho junto às instituições de ensino, ao modo que, subsidiam o trabalho docente, ressaltando-se que a BNCC, além de um documento orientador é também um documento regulamentador, e, portanto, determina o que deverá ser lecionado no âmbito da Educação Básica.

Sobre o ensino de Fração, esses documentos consideram o conteúdo relevante, trazendo em suas estruturas orientações, discussões e reflexões, sobre os processos pedagógicos que permeiam esse conteúdo. Apesar de não ser tão atual quanto a BNCC, os PCNs ainda são bastante utilizados pelos professores que, os quais fazem uso de ambos os documentos em suas práticas pedagógicas.

Nos PCNs (BRASIL, 1997), não há um bloco direcionado exclusivamente para o ensino de frações, porém o número fracionário é citado por diversas vezes nos blocos: Números e Operações e Grandezas e Medidas.

Neste documento, essencialmente o número fracionário é tratado como uma representação do número racional, tendo como objetivo principal: "O estudo dos números racionais, nas suas representações fracionária e decimal, merece especial atenção no terceiro ciclo, partindo da exploração de seus significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão e operador". (BRASIL, 1997, p. 66).

Segundo os PCN (BRASIL, 1997), a justificativa para ensinar o número fracionário, como representação do racional, passa em função desse conteúdo,

> [P]or ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos (proporções, equações, cálculo algébrico). Também nas situações que envolvem cálculos com dízimas periódicas, a representação na forma fracionária favorece a obtenção dos resultados com maior precisão, uma vez que na forma decimal é preciso fazer aproximações. (BRASIL, 1997, p. 103).

E, ainda, afirma que, apesar de o número fracionário e decimal (representações do racional) ser desenvolvido nos ciclos iniciais, muitos estudantes ingressam no terceiro ciclo com muitas dificuldades. Para esse documento, um erro muito comum na organização dos currículos escolares estaria na restrição do conceito de fração ser apenas estudado até o final do 7º ano do ensino fundamental.

O referido acontecimento determinaria que, a partir daí, o aluno possuiria o domínio do conteúdo. Lopes (2008), ressalta que "por trás desta visão, subjaz a crença no caráter categórico e cumulativo dos conteúdos, bastando ensinar frações em alguns pontos do programa e, pronto! Daí em diante as frações estariam disponíveis como objetos de conhecimento dos alunos" (LOPES, 2008, p. 10). Assim, os PCNs de Matemática destacam que, "[E]mbora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número [...]." (BRASIL, 1997, p. 100).

Logo, estando as *Frações* presentes já nas séries iniciais do Ensino Fundamental (2º Ciclo - antigas 3ª e 4ª séries), como parte dos *Conteúdos e Procedimentais (Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais)*, os PCNs destacam alguns aspectos a ser trabalhados (BRASIL, 1997):

> • Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.
> • Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte todo, quociente e razão.
> • Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.
> • Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
> • Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário. O trabalho com frações se estende e é aprofundado nas séries/anos seguintes do Ensino Fundamental. (BRASIL, 1997, p.59)

Assim, podemos sintetizar que os PCNs propõem que o ensino de fração seja iniciado no 4º a 5º ano do ensino fundamental, porém sem explorar sua forma fracionária, apenas a forma decimal dos números racionais, deixando para o 2º ciclo o aprofundamento deste conteúdo, acrescentando a eles os Números Racionais e as Operações com os Números Racionais.

Já a BNCC é um documento que foi elaborado com o objetivo de torna-se uma referência nacional para normatizar a elaboração dos currículos em todo o sistema de ensino do país. Aborda as aprendizagens essenciais ou competências, que os alunos devem alcançar em cada etapa do ensino básico. Com isso, "propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização" (BRASIL, 2017, p. 256). Sobre essas unidades temáticas, apresenta a seguinte divisão: *Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; e Probabilidade e Estatística.*

A BNCC traz como objetivo, com referência ao Ensino Fundamental – Anos Finais: "[...] a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos" (BRASIL, 2017, p. 267).

Em consideração a proposta desta pesquisa em analisar o conceito de fração em livros didáticos do 6º ano do ensino fundamental, de acordo com parâmetros postos, ancoram-nos nas propostas da BNCC, em particular, contemplando a unidade temática Números e as respectivas habilidades a serem alcançadas, articuladas às habilidades dos anos anteriores, como também, as propostas dos anos posteriores. Como apresentado na Tabela a seguir:

Tabela 1: Proposta da BNCC para o 6º ano do Ensino Fundamental, em relação ao conceito de fração

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO
	Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal

Números	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações
	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais
HABILIDADES	
(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica. (EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.	
(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.	
(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.	

Fonte: BRASIL (2017)

Estabelecendo uma relação de ambos os documentos, constatamos que ambos concordam que o conteúdo de fração deve ser iniciado no 4º ano do ensino fundamental e que nesta fase os alunos desenvolvam apenas os números racionais em sua forma decimal. Já, com relação as situações-problemas de forma contextualizada, os PCN e a BNCC, divergem em relação ao significado das frações. Enquanto os PCNs trazem a proposta dos significados das frações como: Quociente, Razão e Parte-Todo; a BNCC apresenta os significados da fração como: divisão e parte-todo.

De um modo geral, esses documentos oficiais consideram importante o conceito de fração e todo o processo pedagógico a ser desenvolvido no ensino e aprendizagem no âmbito escolar, trazendo propostas que conduzam os educadores na construção do currículo escolar, que favoreça um ensino de qualidade. Embora, devamos considerar a complexidade deste conteúdo e as dificuldades dos professores, em relação ao conceito de fração.

Considerando a realidade social, cultural e política do nosso país, torna-se difícil para o professor, principalmente da rede pública de ensino, tomar como base exclusivamente esses documentos como parâmetro de desenvolvimento pedagógico em sala de aula, pois muitos são os problemas e as dificuldades que assolam o nosso sistema de ensino, que vão desde estrutura física da escola, falta de transporte escolar, evasão, falta de merenda, falta de material, falta de condições dignas para o profissional da educação exercer suas atividades.

Mesmo diante de todas as dificuldades apresentadas, o sistema educacional luta para enquadrar esses padrões pedagógicos, no sistema de ensino. Diante do que tem em mão, o professor busca novas alternativas e metodologias para atingir o objeto, embora por muitas vezes isso não aconteça de forma satisfatória, que seja pela dificuldade do aluno em aprender, pela falta de recursos ou pela insegurança do professor em ensinar determinados conteúdos.

Todavia, a insegurança dos educandos, em relação ao conteúdo dos números racionais, reflete diretamente a forma de ensino, de modo a limitar a ideia de fração à apenas em dividir um inteiro em certa quantidade de partes iguais, sendo que fora desse âmbito seria mais difícil encontrar situações de contextualização. Lopes (2008), traz uma reflexão sobre a forma como alguns livros didáticos abordam de forma *contextualizada* a ideia de fração e algumas nomenclaturas, descritas como inúteis para a construção do conhecimento prematuro dos alunos, gerando obstáculos na aprendizagem.

Lopes (2008), entende que frações têm que fazer parte sim de um currículo elementar, porém, diz que o que tem que ser mudado é a prática de ensino, pois o que não favorece a aprendizagem é a maneira como tem sido ensinada. "[...] Realmente, se a questão fosse 'Nós ainda precisamos ensinar frações como elas são ensinadas hoje, na maioria dos programas elementares?'" (LOPES, 2008, p. 2). Então, a questão pode ser interpretada literalmente e minha resposta seria "não, na verdade, nós nunca deveríamos ter ensinado frações deste modo" (LOPES, 2008, p. 2). Porém, ele destaca que,

> [...] apesar de as frações terem adquirido outro estatuto no currículo, devido à perda de força do componente utilitarismo, seu ensino é essencial e inegociável, isto se atribuirmos a devida importância a outros aspectos: o cultural, o formativo (de natureza cognitiva) e o matemático. Mas para isto é necessária uma reflexão crítica sobre o currículo, as práticas e objetivos do ensino-aprendizagem da matemática (LOPES, 2008, p. 20).

Dessa forma, o aprendizado não acontece de forma isolada, pois quando os professores não buscam trazer situações cotidianas para a sala de aula, os alunos não conseguem perceber à aplicação das frações no seu dia a dia. O conceito de fração é bastante complexo e difícil de ser abstraído, havendo a necessidade dos alunos manipularem os mais diversos recursos didáticos para facilitar o entendimento.

Além do livro didático, o professor deve utilizar outros materiais como recurso metodológico. Através do manuseio desses materiais, os alunos conseguem construir conceitos, compreender regras e aplicações. Trabalhar com números escritos na forma de fração gera muitas dificuldades, que podem ser minimizadas por meio desses recursos.

> Assim, algumas das causas das dificuldades das crianças com fração residem na complexidade inerente a esse conceito e na abordagem aplicada ao ensino desse conteúdo na escola. Parece haver, então, a necessidade de se explorar formas alternativas de ensino que considerem uma visão mais ampla da fração (tanto em termos de representação como de significado), que encorajem o aluno à adotar seu conhecimento informal sobre fração e que o auxiliem na superação das dificuldades encontradas em relação a esse conceito (MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009, p. 415).

Nessa perspectiva, podemos perceber que as dificuldades apresentadas pelos alunos ao estudar fração dizem respeito a complexidade de sua definição, a falta de uma abordagem contextualizada e o pouco uso de recursos didáticos. De acordo com Scolaro (2008), “o uso destes objetos reais, nomeados de materiais didáticos manipuláveis que levam o aluno a tocar, sentir, manipular e movimentar, acabam por tornar-se representações de uma ideia” (SCOLARO, 2008, p. 4).

A concretização dessas ideias surge a partir do manuseio desses materiais pedagógicos, através do qual os alunos podem construir conceitos, deduzir fórmulas, compreender regras e o mais importante que é compreender sua aplicação no cotidiano, proporcionando uma melhoria no processo de ensino e aprendizagem. Visto que, como afirma Lopes (2008),

> A aprendizagem de frações não se dá com definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudo-problemas sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas. (LOPES, 2008, p. 7).

Dentre os aspectos discutidos por Lopes (2008), que envolve o ensino de Fração destacamos o relacionado a promoção de o*bstáculos epistemológicos*[7] a partir do ensino desse conteúdo. Este provavelmente é um dos mais importantes no ensino dos racionais. Segundo PAIS (2001), o obstáculo epistemológico são conhecimentos antigos que estão arraigados e ameaçados por novas concepções. Uma das características dos obstáculos em didática, segundo SILVA (1997), é a interpretação das respostas adaptadas a certas classes de problemas ou certos problemas, mas que conduz a respostas erradas em outros tipos. D' Amore (2007), também complementa a definição de obstáculo epistemológico, afirmando que,

> [P]ode-se dizer que um obstáculo é uma ideia que, no momento de formação do conceito, foi eficaz para enfrentar os problemas anteriores, mas que se revela um fracasso quando se tenta aplica-la a um novo problema. Dado o êxito obtido (aliás, com maior razão, por causa disso) tende-se a conservar a ideia já adquirida e comprovada e, apesar do fracasso, busca-se salvá-la; mas esse fato acaba sendo uma barreira para a aprendizagens sucessivas. (D'AMORE, 2007, p. 211).

Além dos obstáculos epistemológicos, Brosseau (1996), estudou outras classificações de obstáculos, que devem ser considerados no plano da didática, como os obstáculos didáticos e os ontogenéticos. O didático, consiste na escolha da estratégia metodológica do docente. Segundo D' Amore (2007),

> Cada docente escolhe um projeto, um currículo, um método, interpreta de maneira pessoal a transposição didática, de acordo com suas convicções cientificas e didáticas: ele acredita nessa escolha e a propõe à classe porque a considera eficaz; mas aquilo que é verdadeiramente eficaz para determinado estudante não é dito que o seja para os outros. Para esses *outros*, a escolha *daquele* projeto revela-se um *obstáculo didático*. (D'AMORE, 2007, p.213)

Já os obstáculos ontogenéticos são aqueles que se desenvolve fora das limitações de uma maturidade conceitual e de uma aprendizagem fora do desenvolvimento psíquico do sujeito, como define D' Amore (2007), "obstáculos ontogenéticos, propriamente ditos, são aqueles mais ligados ao desenvolvimento da inteligência, dos sentidos e dos sistemas perceptivos". (D'Amore, 2007, p.212)

Os obstáculos epistemológicos são inerentes ao processo de conhecimento, constituem-se em acomodações ao que já se conhece, podendo ser entendidos como anti-rupturas. O

[7] A ideia de obstáculos epistemológicos é abrangida pelo campo de estudo da Didática da Matemática, inicialmente pelo matemático e educador francês Guy Brosseau em 1976, e aprofundada nos anos seguintes, a qual faz parte do embasamento teórico desse trabalho. Todavia, não é um dos conceitos por nós tomado para aprofundamento nem para sustentação da análise dos nossos dados.

conhecimento comum, por exemplo, seria um obstáculo ao conhecimento científico, pois este é um pensamento abstrato e podem aparecer na forma de uma interrupção do pensamento.

Há muita resistência dos alunos em relação a operações que envolvam os números racionais em sua representação fracionária, podemos observar que grande parte deles prefere trabalhar com números decimais, com aproximações, do que efetuar os algarismos das operações com números fracionários. Assim, surge a hipótese de que o problema da dificuldade em lidar com estes números não está apenas nos algarismos, mas na sua compreensão conceitual.

A passagem para abstração de um conjunto numérico como dos naturais aos racionais promove obstáculos, pois os significados que estes possuem são diferentes. Muitas vezes os alunos na fase inicial do ensino fundamental veem uma situação de divisão de um dividendo menor que o divisor e dizem que isso não é possível de ser realizado. Com o amadurecimento cognitivo eles veem que isso pode ser possível.

3.3 As diferentes personalidades do Número Racional

O estudo do conceito de fração é um desafio que os alunos e professores da Educação Básica enfrentam em sala de aula. Nas escolas do Brasil, as representações fracionárias dos números racionais são desenvolvidas já nos ciclos iniciais; entretanto, documentos oficiais, como nos PCN indicam que "os alunos chegam nos anos finais do Ensino Fundamental sem compreender os diferentes significados atribuídos a esse conceito". (Brasil, 1998, p. 100),
Enfatizando essa abordagem, Onuchic e Allevato (2008), afirma que,

> A expressão "diferentes personalidades", no presente texto, refere-se aos números racionais associados aos diferentes significados que eles podem assumir, em virtude de tais ideias. Da perspectiva da pesquisa e do desenvolvimento curricular, o problema é descrever estas "personalidades" com clareza e profundidade suficientes tais que a organização de experiências de aprendizagem para os alunos tenha uma firme fundamentação teórica. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 81).

Diante da compreensão, em relação a diferentes personalidades do número racional, podemos analisar a forma como o aluno reage a pergunta *o que significa* $\frac{2}{3}$?, decompõe-se em outras indagações, dependendo da situação em que se coloca: Seria dois pedaços de um bolo que está partido em três pedaços iguais? Seria dividir igualmente duas pizzas para três pessoas? Seria fazer um suco, onde, para cada duas medidas de suco concentrado, temos três medidas de água? Seria R$6,00 de R$9,00? Ou ainda, seria um número associado a um ponto da reta numérica?

Considerando as frações como representações do número racional, Onuchic e Allevato (2008), destacam que,

> [o]conjunto dos números racionais, denotado por $\mathbb{Q}$, é apresentado por meio de uma relação entre seus elementos: $\mathbb{Q} = \left\{x = \frac{a}{b}, com\ a, b\ \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$. Observa-se que aqui foi dito que todo número é racional quando pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e b ≠ 0, embora haja, em alguns livros didáticos, a exigência adicional da irredutibilidade de a e b.
> A propriedade estrutural que permite ampliar o conjunto dos números inteiros Z para o conjunto dos números racionais Q garante que, para qualquer número inteiro n, n ≠ 0, existe um número $\frac{1}{n}$, inverso multiplicativo de n, tal que $n.\frac{1}{n} = \frac{n}{n} =$ 1".(ONUCHIC;ALLEVATO, 2008, P.86)

Todavia, Hiebert e Behr (1991) apud Onuchic e Allevato (2008, p. 82) "recomendam que: (a) o ensino dos números racionais deveria ser mais voltado para o significado do que para o símbolo; (b) em lugar de colocar o conhecimento como um pacote pronto e acabado, o ensino deveria encorajar os alunos a construírem seu próprio conhecimento.".

Assim, Onuchic e Allevato (2008), argumentam quanto ao fato do significado desses números sempre dependerem das teorias matemáticas que estão inseridos, voltando a nos fazer pensar nos diferentes entendimentos que se pode ter de $\frac{a}{b}$. Logo, a partir de várias concepções que um número racional pode assumir, é que podemos situar e aprofundar o entendimento sobre o estudo de Frações.

Nos próximos itens, com base nessas autoras, elucidamos as interpretações que podem ser conferidas aos números racionais, de acordo com as seguintes classificações: ponto racional, medida, quociente, razão, operador e fração.

O Número Racional como um ponto na Reta

O primeiro contato dos estudantes no 4º e 5º anos do ensino fundamental com o número fracionário é concebido sem uma grande preocupação com as funções dos termos numerador e denominador, em que os estudantes podem aprender a ler e escrever $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$, mas não quer dizer que aprenderam a representar e interpretar. Já no 6º ano do ensino fundamental, o conceito de fração é tratado mais sistematicamente.

Assim, o denominador indica qual a subunidade do inteiro se estará usando e o numerador a medida dessa subunidade. Onuchic e Allevato (2008), enfatizam a ideia do que é o ponto racional, definindo como ponto a posição que o número $\frac{a}{b}$ ocupa na reta numérica. Genericamente, "todo número racional a/b ocupa **um ponto bem definido na reta** e, reciprocamente, a todo ponto racional da reta corresponde um número racional." (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p.87)

Todavia, para esses autores, o que muitos alunos fazem é verificar a partir da divisão do numerador pelo denominador qual valor o resultado da divisão corresponde em número decimal, para que supostamente torne mais *fácil* a localização na reta. Desta forma, eles atentam para seguinte situação;

> [...] para $\frac{2}{3}$ utilizam a aproximação 0,6 ou 0,66 ou, ainda, 0,666, etc. É preciso, nesse momento, que se lhes reforce que $\frac{2}{3}$ e 0,6, ou as outras aproximações, não correspondem ao mesmo ponto. É preciso que compreendam que $\frac{2}{3}$ = 0,666..., uma dízima periódica simples cuja fração geratriz é $\frac{2}{3}$. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 87).

A associação da posição do ponto sobre a reta numérica e seu caráter quantificador, indica a medida do segmento com extremidades neste ponto e naquele que é identificado com o número zero (a origem da reta). A concepção de medida pode ser entendida como sendo a fração que representa as subunidades de uma unidade de medição, que por sua vez, depende da grandeza que está sendo trabalhada para assim gerar em cada caso suas subunidades.

O Número Racional como Quociente

Para Onuchic e Allevato (2008), no contexto da resolução de problemas, a personalidade denominada de quociente aparece "[...] quando **um número de objetos precisa ser repartido igualmente num certo número de grupos**"(ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p.88).

Onuchic e Allevato (2008), apresentam a situação de como três pizzas podem ser dividida para cinco pessoas e quanto de pizza cada uma comerá. Para resolver esse problema, a resposta de quanto cada pessoa receberia poderia ser indicada pelo número $\frac{3}{5}$, que indica divisão.

O quociente é a interpretação mais frequente para a fração, portanto, de acordo com os exemplos, a ideia centralizadora desta interpretação é apenas a divisão, sem especificar a que se refere o denominador e numerador quanto à medida e grandeza.

O Número Racional como Fração

O conceito da divisão associado ao estudo de frações é algo que podemos utilizar par a identificação de certo número racional, quando por exemplo temos: 2/4, uma fração cujo numerador é 2 e o denominador é 4, ou pode-se dizer que é um número racional cujo valor de P/Q é igual 0,5 ; que é o valor da divisão de 2 por 4.

Para a identificação do número racional ter sido realizada e o número racional ter sido identificado foi necessário que o denominador da fração ou o valor de Q, na definição P/Q, fosse diferente de 0. Logo fica fácil de observar a relação entre esses dois assuntos está dentro do ensino da matemática, tornando assim os assuntos de divisão e frações pré requisitos necessários no estudo dos números racionais, que também servem de estudo para outras definições matemáticas.

A ideia presente neste significado é a da partição de um todo em partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$. A fração “[...] é uma relação **da parte com o todo**.” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 90) (grifos das autoras). O significado de *parte-todo* é o mais trabalhado na escola e o que mais se encontra nos livros didáticos. Para Silva e Amouloud (2008),

> [e]ssa concepção se caracteriza por um inteiro (grandeza discreta ou contínua), do qual uma parte pode ser associada a um número fracionário e, com este intuito, as figuras se prestam como representação desse inteiro. Convenciona-se então que ele deva estar dividido em partes “iguais” (mesma área) para que a parte em questão possa ser quantificada. (SILVA; ARMOULOUD, 2008, p.58)

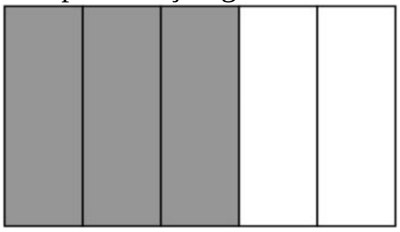
Este significado está associado a ideia de partição ou divisão de um todo, ou um inteiro, em partes iguais e toma um número determinado destas partes. Também é possível fazer a contagem dupla das partes: o denominador é o número de partes que o todo foi dividido e o numerador é o número de partes consideradas.

Silva (2005), define a concepção Parte-todo como sendo a que,

> [e] merge da ação de dividir uma grandeza contínua (comprimento, área, volume...) em partes equivalentes ou uma grandeza discreta (coleção de objetos) em partes iguais em quantidades de objetos. Usualmente, são manipulados dois tipos de objetos obsoletos: o registro da escrita simbólica a/b, associado ao registro figural em que regiões ou conjuntos de figuras, representando elementos discretos, aparecem divididos em partes “iguais”. (SILVA, p. 106, 2005)

Como exemplo, utilizamos a seguinte representação geométrica (figura 1), do número $\frac{3}{5}$:

Figura 1: representação geométrica de fração



Fonte: construção própria

Na primeira representação temos *pintados* três quintos da área de uma figura geométrica. No caso, argumentamos a favor da necessidade de o aluno entender o que é o inteiro, seja contínuo ou discreto. Porém, entender a fração como uma contagem de partes gera, segundo Silva (2005), o uso da dupla contagem das partes, que possibilita a criança pensar o número fracionário como sendo dois números naturais, um em cima do outro, não fazendo com que ela pense a fração como um número representativo, mas sim, como a representação de dois números, uma comparação de partes.

Um outro exemplo a ser proposto para os alunos, também muito presentes no livro didático é uma situação em um contexto escrito, sem representação geométrica, para que o aluno associe a relação sem a necessidade de figuras, como por exemplo, trazer uma situação em que uma loja há três camisas amarelas e duas camisas pretas, todas as camisas do mesmo tamanho e modelo. Que fração representa a quantidade de camisas amarelas em relação ao total de camisas.

Essa concepção, parte-todo, não se limita à utilização da representação geométrica para se entender a fração, mas por ser a mais utilizada nas séries iniciais, acaba sendo também a mais pesquisada, no seu significado de um todo discreto.

O estudo de fração apresenta uma necessidade maior do uso de materiais concretos, pois, trata- se de mostrarmos uma parte inteira subdividida em outras partes que juntas formam o inteiro. Esses conceitos elementares associados às frações nos possibilitam trabalhar melhor futuramente com os números racionais, na qual a contextualização parte dos estudos de propriedades de frações.

Segundo os PCN, “A interpretação da fração como relação parte/todo supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo (grandeza contínua ou discreta), compreenda a inclusão de classes, saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas". (BRASIL, 1998, p. 102).

A importância de compreender os números racionais na representação fracionária é indispensável para o estudante, onde começa desde os anos iniciais esta construção de ensino, possibilitando uma base de conhecimento fundamental, assim como, representar corretamente uma fração, operar em diferentes situações relacionadas a este conceito, além de interpretar e solucionar situações problemas.

Também é comum utilizarmos as representações geométricas, como forma de chegarmos ao entendimento de um problema. É interessante também apresentarmos aos alunos diversas situações, nas quais eles possam trabalhar com a construção, composição e decomposição de várias representações geométricas, nas quais essas representações sejam capazes de levar o aluno a pensar e buscar estratégias de resolução de problemas.

Onuchic e Allevato, (2008), destacam a resolução de problemas como metodologia facilitadora para o processo de ensino e aprendizagem envolvendo as frações, em especial, no tratamento das quatro operações fundamentais, de modo que,

> O trabalho com números racionais precisa ser feito de um modo diferente daquele em que regras de "como fazer" são privilegiadas. Considere-se, então, um trabalho onde um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e conteúdos; a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução. Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho, e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 82).

Nós como professores, precisamos refletir sobre o ensino das Frações, trazendo esse conceito mais próximo da realidade dos alunos, buscando por meio de situações do cotidiano propor aos alunos um ensino que o proporcione a construção do conceito, e não que lhes dê tudo pronto e dependendo apenas da aplicação de procedimentos e algoritmos sem nenhum significado, tornando desse modo, o estudo sobre conceitos da Matemática mais prazeroso para o aluno, em especial, as frações, objeto de terror em todas as etapas de escolarização.

O Número Racional como Operador

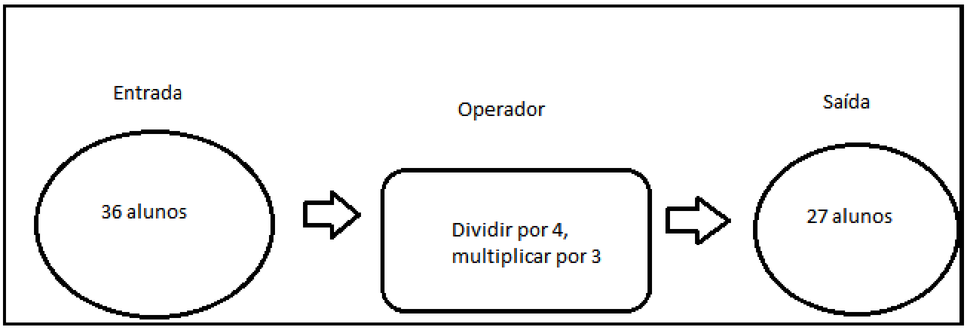
O significado de número fracionário como operador multiplicativo é bastante trabalhado na escola. Na concepção de operador, "o fracionário $\frac{a}{b}$ é manipulado como, algo que atua sobre uma quantidade "e a modifica produzindo uma nova quantidade" (SILVA, 2005, p.134), como por exemplo $\frac{2}{3}$ de 18, ou a metade de um sexto de um segmento. Para essa concepção, é utilizada uma técnica que “encaminha à percepção de uma ordem operatória que caracterizará a mobilização da concepção de operador” (SILVA, 2005, p. 135).

Dessa forma, assim como os números inteiros, as frações podem ser vistas como um valor escalar aplicado a uma quantidade. “A “personalidade” operador tem significado semelhante ao de “encolher” ou “esticar”, de “reduzir” ou “ampliar”. No caso (a) anterior, o multiplicador 2 ampliou o multiplicando $\frac{1}{3}$ transformando-o em $\frac{2}{3}$. O operador define uma estrutura multiplicativa de números racionais” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 94)

A concepção de operador costuma ser associada à representação de uma “máquina de transformação”, que “além de associar a ação de operador ao funcionamento de uma máquina, dá um sentido concreto ao aspecto funcional do fracionário como operador” (SILVA, 2005, p. 140). Dessa forma, o operador pode ser comparado à ação de uma “máquina”, que, no contexto discreto, divide e multiplica os números de entrada para obter os números de saída; e no contexto contínuo, reduz ou amplia a quantidade inicial.

Para tornar mais claro este significado do número fracionário, podemos exemplificar com o seguinte problema, na Tabela 2, a seguir: Em uma sala de 36 alunos $\frac{3}{4}$ desses alunos são meninas. Quantas meninas há na classe?

Tabela 2 – Exemplo do processo de “Operador”



Fonte: Construção Própria

O uso do número fracionário como operador, no geral, está implícito na questão pela preposição *de* e isto implica, para o aluno, uma operação de multiplicação. Pode-se realizar a operação fazendo a multiplicação pelo número 3 e depois fazer a divisão por 4, ou mesmo realizar a divisão de 36 por 4 e multiplicar com 3.

É importante destacar que as representações e os símbolos que os alunos utilizam na interpretação das situações-problemas são de grande importância para compreensão das noções matemáticas, explicitando que o uso de um operador, também pode ser apresentado através de diagramas, ou qualquer forma de *desenhos* que ajudem o aluno a organizar suas ideias.

O Número Racional como Razão

O número racional enquanto uma razão funciona como um índice comparativo entre quantidades ou grandezas. Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2008), destacam que,

> Razão é uma comparação multiplicativa entre duas grandezas, denotada por $\frac{a}{b} = a{:}b$ (a está para b), em que a é denominado antecedente e b é denominado consequente. As propriedades da razão são fundamentalmente diferentes daquelas da fração.
> O conceito de razão é relevante porque fundamenta o conceito de proporcionalidade, que é uma ideia unificadora na Matemática (EUA; 1992), pois é um conceito que "liga" diversos ramos da matemática escolar, como medida, estatística, aritmética, funções, álgebra e geometria (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 97)

Com relação a essa personalidade, podemos exemplificar com a seguinte situação: Para fazer um determinado suco, são necessários dois copos de concentrado da fruta para cinco copos de água. Essa situação nos remete a ideia de que a receita do suco pode ser expressa por uma razão de dois para cinco, ou $\frac{2}{5}$.

3.4 O Livro Didático

Os saberes matemáticos não surgiram sistematizados, como algoritmos prontos que podem ser aplicados em situações com ou sem significado real, mas são construções humanas originadas da necessidade de resolver uma situação concreta. Assim, entendemos que o desenvolvimento desses conhecimentos ao longo do tempo pode facilitar sua compreensão e significação dentro do espaço escolar. Na atualidade há disponível uma vasta literatura mostrando que os saberes matemáticos são construções humanas elaboradas ao longo de muito tempo.

Definir nos Livros Didáticos é aparentemente simples: trata-se dos materiais textuais adquiridos, normalmente, no início do ano letivo e utilizados no trabalho escolar. Muitos desses livros são acompanhados de materiais de apoio como cadernos de atividades, CD-Room, questionários e folhetos destinados aos professores. Nesse aspecto, Batista e Galvão (2009), ressaltam que "(...) um fator parece criar uma homogeneidade para os textos escolares: trata-se sempre, a um primeiro exame, de material impresso, empregado para o desenvolvimento de processos de ensino e de formação". (BATISTA; GALVÃO, 2009, p.43)

Há muitas denominações para os livros escolares. No entanto, a mais utilizada atualmente na Educação Básica, no Brasil, é livro didático. Funcionando como verdadeiros manuais, os livros didáticos orientam também o planejamento e a prática do professor. Embora, venha se difundido, também, segundo Batista e Galvão (2009), a ideia de

> [...] um forte discurso contrário à utilização de livros didáticos, sendo essa vista como um dos principais fatores responsáveis pela desqualificação profissional de professores: os livros didáticos criaram uma dissociação entre aqueles que executam o trabalho pedagógico (os docentes) e aqueles que os concebem, planejam e estabelecem suas finalidades (os autores de livros didáticos e as grandes editoras). (BATISTA; GALVÃO, 2009, p. 44).

Nesse meio, entre a corrida de mercado da produção do livro didático, tanto pelo volume de recursos destinados à sua produção e distribuição, como pela sua relevância no contexto escolar, como instrumento de trabalho do professor, se justifica e se reforça a elaboração de trabalho que analisem esses recursos didáticos. De fato, um recurso tão utilizado no ensino, tanto por alunos, como por professores deve estar acima de questões de mercado e sim de importância pedagógica, no qual o professor deve-se utilizar como auxiliar e não como recurso único e indiscutível.

Em geral, as escolas possuem materiais de apoio didático, tais como: jornais, revistas, aparelho de televisão, equipamentos de duplicação, vídeos, computadores, entre outros, que podem estar em um espaço de laboratório ou não, mas que podem ser utilizados, mesmo que em sala de aula. Porém, o livro didático se configura como um material indispensável a professores e alunos, se tornando, portanto, um dos mais importantes instrumentos na construção do saber.

No entanto, nota-se que existem muitas lacunas no que diz respeito à utilização desse material, pois o mesmo pode influenciar positivamente na aprendizagem do aluno, quando associado a outros recursos metodológicos, e não apenas como único recurso de aprendizagem. Ao observarmos a importância de tal recurso didático e sua capacidade de influenciar no resultado escolar, consideramos que é importante que se faça uma análise cautelosa sobre seu papel na educação.

Segundo Lajolo (1996), "para ser didático, um livro precisa ser usado de forma sistemática, no ensino-aprendizagem de um determinado objeto de conhecimento, já consolidado como disciplina" (Lajolo, 1996, p. 4). Já para Cavalcanti (1996), livros didáticos são "publicações dirigidas tanto aos professores quanto aos alunos, que não apenas organizam os conteúdos a serem ensinados, como também indicam a forma como o professor deve planejar suas aulas e tratar seus conteúdos com os alunos". (CAVALCANTE, 1996, p.23)

Para Batista (2000), podemos encontrar duas concepções em relação a utilização do livro didático em sala de aula. Uma primeira, em que prevalece a autonomia do professor. Nesses, os resumos dos conteúdos e os textos selecionados são agrupados para que o professor decidisse os meios de explorá-lo. Dessa forma, eles constituíam "uma completa ação do professor, que deve introduzir e desenvolver a matéria, sugerir exercícios, fazer avaliação, propor acréscimos" (BATISTA, 2000, p. 52).

O segundo tipo caracteriza-se pelo formato predominante hoje, do qual tratamos nessa pesquisa, que são modelos planejados com uma estrutura de conceitos e exercícios já estabelecidos numa sequência curricular sugerida a ser seguida, em consonância ao que vem sendo concebido nessa categoria pelo próprio Ministério da Educação. Os livros aceitos para ser utilizados nas escolas devem, segundo o MEC, ao que consta os PCN (1997),

> [C]umprir tanto as funções de um compêndio quanto as de um livro de exercícios, devem conter todos os diferentes tipos de saberes envolvidos no ensino da disciplina e não se dedicar, com maior profundidade, a um dos saberes que a constituem; devem ser acompanhados pelo livro do professor, que não deve conter apenas as respostas das atividades do aluno, mas também uma fundamentação teórica-metodológica e assim por diante (BRASIL, 1997, p. 115).

Dessa forma, o livro didático se constitui em um importante recurso, se não, o mais importante recurso utilizado por alunos e professores. Todavia, ainda assim, há ausência de outros materiais que oriente os professores sobre o que e como ensinar, aliada a frequente dificuldade de acesso do aluno a outras fontes de estudo e pesquisa. Como justifica Cavalcante (1996).

Libâneo (2002), afirma que o livro didático é um instrumento indispensável no processo de ensino e aprendizagem devido sua utilidade tanto por professores, quanto por alunos. Pois, por meio dele o professor pode aprimorar seus conhecimentos sobre um determinado conteúdo ou adquirir instruções de como aplicá-lo no ambiente escolar. Por sua vez, o livro didático permite ao aluno uma forma de tratar os conteúdos de maneira mais ordenada e simplificada, contribuindo para que este reforce os conhecimentos adquiridos em sala de aula.

Entretanto, concordamos com Dante (2009), quando ele afirma que o livro didático não deve ser visto apenas como o único instrumento auxiliador do professor que busca ensinar Matemática, evidenciando a importância de que o professor deve buscar outros recursos além desse. Neste sentido, sabemos que não há apenas uma única estratégia metodológica para a aprendizagem de qualquer disciplina, principalmente tratando-se da Matemática. Sendo assim, para que o docente construa sua própria prática de ensino, é necessário o conhecimento de variadas possibilidades metodológicas para sua dinâmica de trabalho (BRASIL, 1997).

As reflexões sobre os livros didáticos relacionam-se também, com a questão da qualidade do processo ensino-aprendizagem. Quanto a esse aspecto, programas vêm sendo implantados, buscando a melhoria da qualidade e o atendimento às atuais exigências do contexto social. Estes podem ser representados pelas orientações da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LBD, 9394/96), nas Diretrizes Curriculares para o Ensino Fundamental, nos Parâmetros Curriculares Nacionais, no Programa Nacional do Livro Didático e mais recentemente pela Base Nacional Comum Curricular.

De acordo com Batista (2001), as orientações constantes nesses documentos, indicam revisões importantes que vem se dando na legislação e nas práticas escolares e precisam estar refletidas na configuração dos livros didáticos, os quais devem reforçar o vínculo dos conteúdos com as práticas sociais atendendo às novas demandas escolares.

Portanto, o uso do livro didático na escola deve favorecer a aprendizagem dos alunos, levando-os ao domínio e a reflexão dos conhecimentos escolares para que possam ampliar a compreensão da realidade, através da formulação de hipóteses de solução para os problemas atuais, ou seja, esse instrumento deve se constituir como um subsídio para promover o exercício da cidadania.

Nesse âmbito, as pesquisas sobre o livro didático, quanto aos seus aspectos educativos e o seu papel na configuração da escola contemporânea vem se intensificando, especialmente a partir das ações realizadas pelo MEC para avaliação dos livros a serem escolhidos e encaminhados às escolas públicas do país. De maneira geral, estas pesquisas pretendem indicar: como se dá a relação entre professor e aluno; entre estes e os saberes e as práticas no contexto em sala de aula, diante da mediação, muitas vezes pelo livro didático, os quais podem assumir ou não, papel central nessas relações, de acordo com as opções didáticas adotadas pelos professores ao utilizá-lo.

O uso do livro didático na escola deve fornecer a aprendizagem do aluno, levando-o ao domínio e a reflexão dos conhecimentos escolares para que possa ampliar a compreensão da realidade, formulando hipóteses de solução para problemas do cotidiano. Nesse contexto, considerando tais reflexões, os autores e editores de livros didáticos, visando adequar-se às novas exigências, reformularam e incorporaram as orientações quanto ao conteúdo, pressupostos teórico-metodológicos às suas novas coleções. Enfim, muitos livros foram substituídos por outros.

Em geral, é indiscutível a importância do livro didático de matemática na construção do saber, pois este sempre teve e terá um papel indispensável para a educação. Com isso percebemos a importância e a necessidade de orientar os professores na utilização do livro, cabendo a estes o processo de análise crítica do material didático e inseri-lo, de maneira coerente, com a realidade da turma, procurando também, desenvolver novas técnicas de ensino.

3.4.1.O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) foi criado pelo Decreto nº 91.542, de 19 de Agosto de 1985, na gestão do presidente José Sarney. Sua criação tinha como objetivo a avaliação e distribuição das obras, a todos os estudantes das escolas públicas, até então de 1º grau, hoje essa etapa de ensino é denominada de Ensino Fundamental I e II. Esse programa entrou em vigor em 1985, no qual os professores participavam do processo de escolha por meio de análise e indicação dos livros. Buscamos fundamentar estas observações com pesquisas no site da Fundação Nacional de Desenvolvimento da Educação, FNDE. Todos estes dados, como podemos verificar são de domínio público no intuito do governo justificar os gastos com transparência ao povo.

Esse programa permite que, a cada três anos, os professores participem da escolha do livro didático que será adotado por eles em sala de aula. Podem indicar três entre os aprovados pelo PNLD, para que o Ministério da Educação e Cultura (MEC), prossiga com as negociações de compra junto as editoras e consequentemente com a distribuição.

Não cabe aqui contarmos a história do livro didático no Brasil e muito menos, nos aprofundarmos a respeito do surgimento do PNLD, suas conquistas e os problemas em relação a distribuição dos livros didáticos pelo país, pois esses dois temas gerariam uma outra pesquisa. Porém, achamos pertinente relatar um pouco a respeito do PNLD, no intuito de procurar justificar a relevância de se investigar o livro didático.

No intuito de procurar justificar a relevância de se investigar o livro didático, podemos citar que o programa distribuiu neste ano de 2020, o correspondente à 172.571.931 livros didáticos para atendimento aos alunos e professores de toda a educação básica do país, conforme a Tabela 3:

Tabela 3 – Dados referentes à distribuição de livros didáticos pelo programa PNLD 2020.

Etapa de Ensino	Escolas Beneficiadas	Alunos Beneficiados	Total de Exemplares	Valor de Aquisição
Educação Infantil	17.069	3.204.748	28.407	R$ 749.606,65
Anos Iniciais do Ensino Fundamental	88.674	12.337.614	71.816.715	R$ 458.638.563,27
Anos Finais do Ensino Fundamental	48.213	10.197.262	80.528.321	R$ 696.671.408,86
Ensino Médio	19.249	6.270.469	20.198.488	R$ 234.141.456,77
Total Geral	**123.342**	**32.010.093**	**172.571.931**	**R$ 1.390.201.035,55**

Fonte: FNDE disponível em https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos; acesso em 18 de Agosto de 2020

O fato desse programa ter uma enorme abrangência territorial em nosso país, estes livros aprovados e distribuídos pelo PNLD, que melhor expressaram pelo viés da Matemática e a proposta curricular dos Estados e Municípios, são distribuídos de acordo com a seleção realizada em cada. O Governo brasileiro, por meio do PNLD, vem procurando garantir a distribuição de livros didáticos por grande parte do território Nacional, cujo o papel é o de subsidiar o trabalho do professor no planejamento e escolha de estratégias metodológicas para a melhora da aprendizagem dos alunos.

No processo de avaliações dos livros didáticos, o PNLD utiliza várias etapas. Essas etapas se iniciam com as inscrições dos livros didáticos pelas editoras, que por sua vez, necessitam estar de acordo com alguns critérios estabelecidos pelo MEC. Após o processo de inscrição e convocação, os livros são selecionados conforme as determinações do edital. Em seguida, os livros didáticos são direcionados à Secretaria de Educação Básica (SEB/MEC), os quais serão avaliados por uma comissão de docentes de algumas instituições educacionais do nosso país. As análises são feitas de acordo com as especificidades de cada área. Por fim, são elaboradas resenhas que procuram relatar de forma mais fidedigna possível, a estrutura e o sumário dos conteúdos das coleções avaliadas. A conclusão dessas etapas é o guia do PNLD, onde contém além das resenhas, informações necessárias para orientação dos professores e de toda equipe pedagógica na escolha do livro didático (BRASIL, 2019).

Diversas alterações foram realizadas no PNLD ao longo de sua existência, no entanto, vale destacarmos a importância da escolha do livro pelo professor no que tange sua realidade escolar, levando em consideração os aspectos positivos e negativos que o livro didático traz (BRASIL, 2019). Ressaltamos, portanto, a importância da análise realizada pelo PNLD no processo de escolha do livro didático, evidenciando a qualidade e o papel do mesmo no processo educacional, uma vez que o livro deve ser um instrumento de apoio para o aprendizado do aluno e não o único recurso a ser utilizado pelo professor.

O questionamento sobre o ponto de vista do professor, segundo suas concepções, em relação ao papel desempenhado pelos livros didáticos de matemática, no processo de ensino e aprendizagem, torna-se fundamental, no que diz respeito a seleção do livro que será utilizado pelo professor em sua prática pedagógica. Sobre essa questão Sales (2008), reforça,

> Estudar as relações que o professor estabelece com o livro didático é buscar compreender não somente quais as relações que o professor estabelece com esse instrumento de trabalho docente, mas também compreender quais os fins da educação que ele concebe, qual a sua adesão aos programas da Secretaria da Educação Básica do MEC, qual a sua disposição em tentar algum processo de inovação na sua prática docente. (SALES, 2008, p. 76).

Ao fazer uma reflexão sobre o que Sales (2008), afirma e diante da realidade social, no qual os alunos e professores estão inseridos, podemos perceber que muitas das escolas não fornecem material didático suficiente para todos os alunos, o que dirá material pedagógico complementar para os professores elaborar suas aulas, visto que o livro didático é muito importante nesse processo, mas não pode ser o único instrumento de apoio para o professor preparar suas aulas, o que torna as aulas totalmente refém de uma única abordagem.

A escolha do livro didático na escola se dá pelo contato inicial com as coleções propostas para o ensino, no qual os professores se reúnem para uma prévia análise, para assim segundo seus critérios pessoais e as orientações do guia PNLD, selecionar os livros que serão utilizados. Posteriormente, junto aos demais colegas docentes da área é feita uma avaliação em conjunto, levando em consideração a opinião coletiva sobre determinado livro, para que assim chegue a uma escolha.

Mesmo se tratando de um método democrático, o resultado dessa seleção é feito para atender a demanda da maioria dessa equipe, o que deixa muitos professores frustrados e desapontados, pois muitos dos livros escolhidos por eles, por muitas vezes, não é o mesmo selecionado por determinado docente para ser utilizado nas suas aulas. É muito comum que, fatores econômicos também interfiram nessa escolha, como por exemplo, escolher uma determinada coleção por possuir um valor menor, consequentemente, um investimento menor dos Estados ou Município.

Sendo assim, essas divergências, nesse processo de seleção do livro didático, torna o ensino ainda mais problemáticos. Os professores que se apoiam apenas no livro didático para preparar suas aulas tornam-se inseguros e isso compromete seu desempenho profissional, deixando claro a deficiência que muitos professores possuem profissionalmente. Logo, não podemos negar a importância do livro didático, mas devemos ter clareza sobre a necessidade de outros recursos pedagógicos para que o processo de ensino e aprendizagem seja satisfatório.

4 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

O presente capítulo descreve o processo de análise dos livros didáticos de matemática selecionados. Para tanto, escolhemos os livros didáticos utilizados no 6º ano do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Ensino da cidade de Campina Grande – PB. Os livros fazem parte das coleções escolhidos fazem parte das coleções: *A Conquista da Matemática* de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018); e o *Projeto Teláris Matemática*, de Luiz Roberto Dante (DANTE, 2018). Ambas estão de acordo com o Guia do PNLD 2020.

A análise é feita fundamentada nos critérios e propostas apresentados anteriormente, referentes à abordagem do conceito de fração presentes nos livros didáticos. Temos como parâmetros a *transposição didática*, baseado em Pais (2001) e D'Amore (2007), mais especificamente a *contextualização* e suas sub categorias em diferentes aspectos, tais como: profissional, científico, lúdico, histórico, natural, artístico, social e econômico, com referência em documentos oficiais (PCN, PNLD e BNCC) e autores diversos; e as categorias de *tratamento e conversão*, contidos na teoria dos Registros das Representações Semióticas, segundo Duval (2009).

Os livros selecionados para análise foram publicados pelas editoras FTD, Scipione e Ática no ano de 2018, e aprovado pelo Guia do Livro Didático (PNLD - 2020), são exemplares de coleção de quatro livros que são destinados ao sexto, sétimo, oitavo e nono ano do ensino fundamental, estando todos de acordo com as propostas educacionais da BNCC.

A partir do PNLD de 2004, as avaliações dos livros didáticos passaram a ser por coleção, com o objetivo de favorecer o acesso a um material cujo conteúdo e metodologia dos livros fizessem parte de uma mesma coleção, articulando entre si nas várias séries ou ciclos, atingindo a cada etapa proposta pela BNCC, que desde 2018, passou a servir de guia para as propostas metodológicas da educação básica, antes apenas guiado pelos PCN.

A seguir, discorremos sucintamente sobre cada coleção, como também, procedemos com a análise como um todo. Em outras palavras, temos como objetivo principal nessa pesquisa, o de analisar como os livros didáticos do ensino fundamental, em particular os livros do 6º ano apresentam o conceito de fração, com base nos critérios de análise já mencionados. Diante disso, destacamos somente os pontos em que os livros remetem a este conteúdo da matemática.

4.1 Análise do livro didático do 6º ano da coleção *A Conquista da Matemática*

4.1.1 Sobre a Coleção

Os livros didáticos pertencentes a coleção *A Conquista da Matemática,* de Giovanni Júnior e Castrucci (2018), editora FTD, em sua organização podemos verificar que apresenta seus conteúdos divididos em Unidades. Cada uma está dividida em capítulos, os quais possuem várias seções complementares. O livro investigado possui 9 Unidades, especificamente, com uma linguagem acessível para o aluno. Apresenta atividades utilizando uma diversidade de formas de comunicação: textos, tabelas, gráficos, recortes de jornais e revistas, fotos, ilustrações, entre outros.

O mesmo apresenta uma integração entre as áreas da matemática. No desenvolvimento da parte algébrica utiliza muito a interação com a geometria, por ser este de mais fácil visualização. Além disso, ao longo de todo livro há também uma contextualização histórica, cujo objetivo é o de apresentar não só uma questão lúdica e agradável para o aluno, mas acima de tudo, para tentar provocar que a matemática não é pronta e acabada, mas uma atividade desenvolvida pelo homem, conforme suas necessidades.

Além do mais, há uma seção no final de cada unidade, *Retomando o que Aprendeu,* a qual consideramos extremamente importante, para desenvolver o raciocínio do aluno e desafiá-lo cada vez mais, para que ele possa praticar uma série de habilidades, através de situações problemas. Como também as seções *Por Toda Parte e Atualidade em Foco.*

A primeira tem como objetivo resgatar o conhecimento prévio do aluno, que pode ser formal ou pode ser o que ele já traz de sua vivência. A partir daí, o professor pode administrar o processo de construção e formalização do conhecimento do aluno.

Já a segunda, traz uma contextualização relacionando situações reais, conectado à outras disciplinas, na qual é explorado situações problemas com dados reais, referentes à assuntos sobre o Brasil e sua relação com o mundo, com temas que são interessantes, com dados o mais atuais possíveis, e que de alguma forma mostra a relação da matemática com temas, tais como: o meio ambiente (ecologia), educação, saúde, economia, cidadania, entre outras. Além disso, é uma seção que estimula o aluno a fazer pesquisa, possibilitando o professor à aproximar mais a matemática a realidade dos alunos.

Quanto a seção *Tratamento da Informação,* essa ressalta a importância que existe dos alunos em interpretar e representar gráficos e tabelas, para que possam utilizar com entendimento, quando se depararem com essas situações em jornais e revistas, no seu dia a dia, permitindo assim, que esses alunos possam tirar dessas representações respostas a diversos questionamentos que as informações trazem, para que possam ser entendidas com clareza e compreensão.

Já na seção *Tecnologia*, a proposta é mostrar a utilização de ferramentas tecnológicas na resolução de problemas. Sobre a seção *Retomando o que Aprendeu*, o livro busca convidar os alunos a revisar os conteúdos explorados no decorrer de todo o capítulo, para que possam se aprofundar e identificar possíveis dúvidas.

Enfim, no decorrer dos capítulos há várias outras seções, tais como: *Fórum; Pense e Responda; Um Novo Olhar; Saiba Mais; Descubra Mais; Nós; Por Toda a Parte; e Para Quem Quer Mais*. Todas essas seções complementares trazem a proposta de *promover* conhecimento e fomentar no aluno a pesquisa, já que algumas delas traz a proposta de *site* e *links*, que o aluno pode buscar por mais informações sobre determinado contexto.

4.1.2 Análise em relação a Contextualização

À abordagem contextualizada está cada vez mais presente nos livros didáticos de Matemática, proporcionando uma metodologia que aproxime mais o aluno da compreensão do conceito a ser desenvolvido. Considerando as sub categorias da contextualização para efeito de análise, apresentamos na tabela 2, a frequência com que aparece cada uma delas, em relação as atividades referentes a cada capítulo, que compõe a Unidade 5, intitulada *A Forma Fracionária dos Números Racionais*, que é composto por 8 capítulos relativos ao estudo de Fração.

Tabela 4 – Frequência das sub categorias de análise presentes nas atividades da Unidade 5 do livro didático A Conquista da Matemática

	Cap.1	Cap.2	Cap.3	Cap.4	Cap.5	Cap.6	Cap.7	Cap.8	Revisão
Profissional	0	2	1	1	1	0	0	0	1
Científico	3	2	0	2	1	1	1	0	2
Lúdico	4	0	1	0	0	0	0	2	3
Histórico	1	0	0	0	0	0	0	1	3
Natural	0	1	0	0	0	0	1	0	1
Artístico	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Social	6	1	0	3	6	3	5	6	2
Econômico	0	3	0	0	2	0	1	0	1

Fonte: Construção própria

A Unidade 5, na sua abertura, localizadas nas páginas 130 e 131, apresenta uma abordagem contextualizada e multidisciplinar que relaciona a disciplina Matemática à Artes, que tem como proposta de relacionar os conceitos matemáticos de polígonos e fração com à arte dos mosaicos, propostas previamente estabelecidas pelos PCN e BNCC. O conceito de fração é explorado em 40 páginas da obra, distribuídas em oito capítulos.

A nosso ver, as imagens de abertura dessa Unidade têm como foco promover a atenção das etapas apresentadas sem uma leitura prévia sobre o que o problema trata, provocando os alunos a levantarem hipóteses, a partir da percepção sobre o objetivo de cada etapa. Após uma leitura do problema exposto, o aluno pode confrontar suas indagações iniciais com a problemática em questão, confirmando ou não suas hipóteses, coerente com as ideias de Spinelli (2011). Diante do que apresentamos, de acordo com as propostas de Spinelli (2011), Maioli (2012), Soares (2009) e Maciel (2015), em um contexto artístico, o autor apresenta a seguinte condução, logo após uma breve descrição sobre o tema *mosaicos,* relacionando a Matemática à Arte, atividade está tão presente em espaços públicos e artesanatos.

> Observe a seguir as etapas executadas por Janaína para construir um mosaico geométrico. Veja que inicialmente ela possuía apenas folhas retangulares coloridas e, após a divisão dessas folhas em partes e um bom planejamento, elaborou seu mosaico. Será que podemos chamar cada uma dessas peças do mosaico de uma parte do mosaico todo? Chamando cada folha colorida da Etapa 1 de um inteiro e sabendo que cada folha da Etapa 2 foi dividida em várias partes iguais entre si, mas diferentes de uma folha para outra, podemos relacionar cada pedaço de uma folha à folha toda utilizando uma fração. Logo, se considerarmos a folha azul, cada parte equivale a 1 parte de 16 partes ou simplesmente $\frac{1}{16}$. Dessa forma como podemos representar cada parte das outras folhas? Agora é sua vez. Siga o exemplo da artista e confeccione seu mosaico geométrico! (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 130).

A imagem contida na figura 2 ilustra as etapas em questão:

Figura 2 - Imagem de abertura da Unidade

Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.130)

Como proposto no exercício, as etapas apresentadas da construção de mosaicos proporcionam ao aluno uma reflexão sobre a ideia de frações, a partir da relação das noções de figuras e mosaico, de uma forma multidisciplinar, relacionando Matemática e Artes. Esta conexão estimula o aluno a dar sentidos e construir significados para o assunto que vai ser desenvolvido, favorecendo que eles expressem suas percepções e hipóteses sobre o mesmo. Dessa forma, poderá ser explorado as relações parte-todo entre as imagens e a relação fracionária das ilustrações com as partes que a representam.

Observando como se estrutura o conceito de fração nesse livro didático, em meio a contextualização, podemos perceber pelos exemplos apresentados, que em alguns momentos, nas relações de exercícios propostos, há a presença de um contexto, ou seja, há uma alternância entre contextualização e exercícios de fixação, esta última também necessária para compreensão do conceito.

Para tanto, o livro possui uma estrutura organizada com seções, que possibilitam motivação e desafios para complementar o aprendizado. Sendo assim, A unidade 5, que apresenta o conteúdo de interesse dessa pesquisa, apresenta ao início de cada Capítulo uma abordagem por meio de problemas ou atividades, que abrem a discussão sobre o que será estudado.

O Capítulo 1 apresenta, em sua introdução (*a ideia de fração como parte do todo*), uma contextualização contemplando o aspecto histórico da matemática, trazendo um destaque para a origem das frações, com base na necessidade dos povos egípcios em resolver situações problemas da época, despertando no aluno a oportunidade de perceber que a matemática surgiu e evoluiu, a partir da necessidade cotidiana das pessoas, como presente nas ideias de Tomaz e David (2013) e Tufano (2001)**.**

Na sequência, *a seção pense e responda* traz uma questão com um contexto da vida prática (em relação ao cotidiano das pessoas), com uma situação bem comum presente nos livros didáticos, a divisão de uma pizza em partes iguais, que aborda também o aspecto profissional, considerando quem faz a pizza.

Para desenvolver a ideia de fração como parte do todo, os autores trazem um apoio visual, que são representações figurais das frações, como estratégia de ensino, com objetivo de desenvolver no aluno à construção dos conceitos matemáticos, a partir de materiais concretos, no qual o livro apresenta uma abordagem contextualizada**,** porém com poucas instruções metodológicas de abordagem para ser utilizada pelos professores de forma prática, presente apenas como proposta, para que talvez, esse professor utilize desse método para desenvolver o conteúdo.

Umas das propostas da BNCC é firmar que os materiais manipulativos possuem potencial para criar contextos de aprendizagem, indicando como uma de suas habilidades previstas para o processo de ensino e aprendizagem, as possibilidades para o fazer pedagógico com o uso de materiais manipulativos para alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, como presente na BNCC:

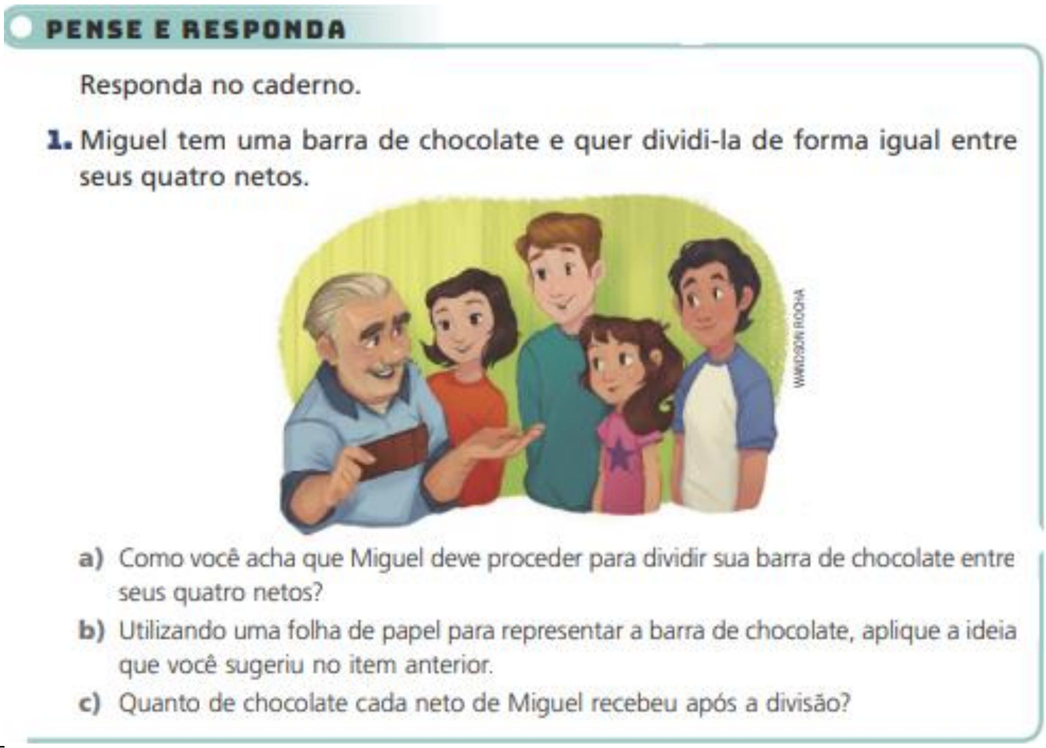
> Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BRASIL, 2017, p. 274).

Diante da proposta do livro didático em análise, que utiliza a BNCC como referência metodológica, podemos observar que na Unidade referente ao estudo de fração, as ideias propostas pela BNCC em relação ao ensino e aprendizagem com materiais manipuláveis são contempladas quando foi proposto ao aluno que, a partir do exemplo apresentado, ele confeccione seu próprio mosaico geométrico.

Vemos que, nesse momento os autores iniciam essa abordagem no problema introdutório à Unidade, no qual observamos uma situação que relaciona Matemática com Artes. Nesse momento, os autores apresentam a proposta de construção e de manipulação do material apresentado por meio de imagem, para que os alunos possam ter uma melhor compreensão do que está sendo proposto pelo problema.

Ainda no mesmo capítulo, no desenvolvimento da *ideia da divisão de dois números naturais*, encontramos a seção *Pense e Responda*, a qual traz uma questão com um contexto simples sobre a divisão de uma barra de chocolate, abordando assim os aspectos de vida prática, que pode ser desenvolvido com a manipulação de material concreto, como sugere o item b, figura 3:

Figura 3 - Atividade da seção *Pense e responda*


PENSE E RESPONDA

Responda no caderno.

1. Miguel tem uma barra de chocolate e quer dividi-la de forma igual entre seus quatro netos.

a) Como você acha que Miguel deve proceder para dividir sua barra de chocolate entre seus quatro netos?

b) Utilizando uma folha de papel para representar a barra de chocolate, aplique a ideia que você sugeriu no item anterior.

c) Quanto de chocolate cada neto de Miguel recebeu após a divisão?

Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.135)

Todavia, apesar da referida contextualização, envolvendo o aluno na busca pela solução, aproximando-o do conceito matemático, ponto defendido por Fernandes (2015) e Maciel (2015), esta poderia ter sido melhor explorada, por exemplo considerando o aspecto lúdico, a situação poderia trazer um desafio ao aluno, de forma que fosse sugerido atividade mais participativa, e não apenas a narrativa de como foi feita as etapas, propondo uma atividade mais prática, no qual os alunos poderiam se posicionar no papel dos netos e desenvolver e criar hipóteses e estratégias.

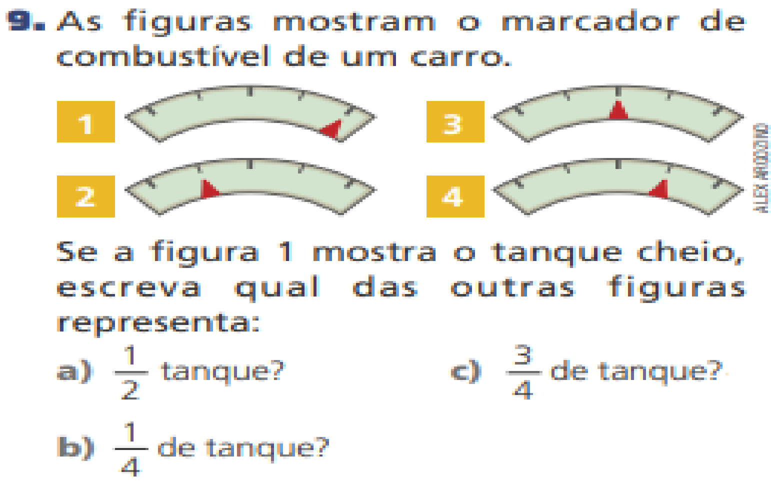
Já na ideia de fração como resultado da divisão de dois números naturais, os autores iniciam com a seção *Pense e Responda*, que traz também uma contextualização muito simples, na aplicação do exercício que é apresentado. Aqui os alunos terão a oportunidade de relacionar a representação de fração como ideia de divisão de dois números naturais.

Sobre esse assunto, podemos fazer uma reflexão, em relação a ordem com que os conteúdos aparecem no livro didático, algumas vezes de forma prematura, como a ideia de fração como resultado da divisão de dois números naturais, visto que até o momento o aluno ainda está reconhecendo o que representa a fração na matemática, dessa forma, nos leva a alguns questionamentos, por exemplo, sobre a forma com que essas antecipações podem gerar obstáculos epistemológicos, no início do estudo sobre frações.

Em seguida, na *seção Atividades*, os autores propõem nove questões. Apresentamos a oitava e a nona, como situações de contextualização, página 136. A questão 8 traz: "Para encher uma xícara, são necessárias 8 colheres de farinha. Cada colher de farinha representa que fração da quantidade de farinha que se pode colocar na xícara?" (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 136). Podemos observar, que nesse problema estão envolvidos contextos de vida prática e profissional, considerando atividades domésticas de cozinha. A relação de volume e capacidade é frequentemente utilizada no preparo de diversas receitas, aproximando mais o aluno da ideia da matemática como instrumento para resolver problemas do cotidiano das pessoas.

A seguir, figura 4, expomos a questão 9:

Figura 4 - Seção *Atividades*, exercício 9



9. As figuras mostram o marcador de combustível de um carro.

1 2 3 4

Se a figura 1 mostra o tanque cheio, escreva qual das outras figuras representa:

a) $\frac{1}{2}$ tanque?

b) $\frac{1}{4}$ de tanque?

c) $\frac{3}{4}$ de tanque?

Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.136)

A referida questão, também em um contexto social, reforça a ideia de fração como parte de um todo, levando o aluno a refletir em relação a situação apresentada. Os autores poderiam sugerir ou mediante essa, o professor pode explorar mais, propondo que as crianças que tiverem acesso a um carro, localizem o medidor de combustível no painel, investigando a capacidade do volume de combustível do tanque de gasolina, o preço do litro, a partir daí possam elaborar problemas para serem resolvidos por seus colegas.

O capítulo 2 inicia apresentando uma situação contextualizada para introduzir o seu título: *Problemas Envolvendo Frações*, a qual aborda conexões com a vida prática, ligada a realização de uma festa entre amigos, com a proposta de desenvolver nos alunos a capacidade de interpretar situações abrangendo a noção de fração, na qual eles podem se deparar no seu cotidiano, aproximando-os da realidade, dentro do âmbito matemático em que estão inseridos, como também servir de modelo para que os alunos resolvam as questões propostas na próxima seção.

Logo em seguida, a seção *Atividades* traz dez problemas, todas contextualizadas, para serem resolvidas com base na questão. Dentre as atividades propostas, destacamos as questões 8 e 10. O oitavo problema traz o seguinte: “No Brasil, o início da primavera acontece em 23 de setembro. Esse mês tem 30 dias. Já se passaram $\frac{9}{10}$ desse número de dias. Quantos dias faltam para setembro terminar?” (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 138).

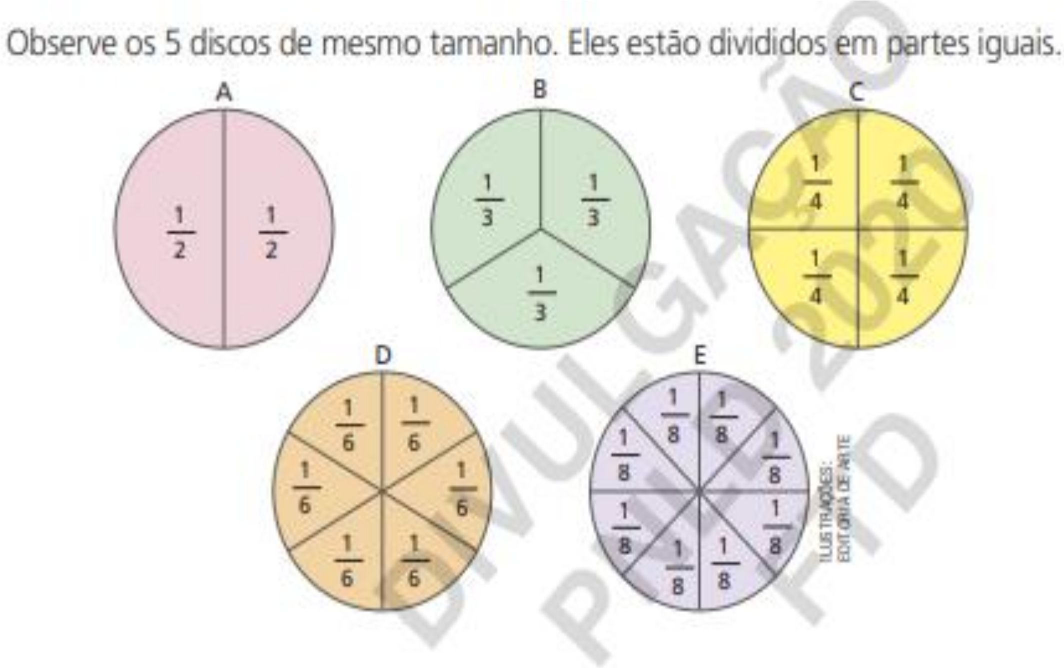
Esse problema envolve o calendário anual, na perspectiva das quatro estações do ano, em especial a primavera, abordando os contextos científico e natural. Através desse, é possível promover uma discussão inicial sobre a divisão do tempo, com base nas suas características naturais. Além do mais, refletir sobre o período melhor para a plantação; o que há mais presença de chuva ou mais florido, entre outras questões. Essa divisão é feita em relação ao ano, em que os doze meses que o compõe é dividido nessas quatro estações. Portanto, vemos nesse exercício a aplicação de ideias matemáticas para compreender questões desses contextos.

A outra atividade, também na página 138, descreve a seguinte situação: “Ao entrar em um shopping, Antônio tinha 300 reais. Fez compras em três lojas. Em cada uma delas gastou 2 reais a mais que a quarta parte da quantia que tinha ao entrar na 1ª loja. Ao sair da 3ª loja, quantos reais ainda restavam para Antônio?” (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 138).

A situação descrita anteriormente apresenta um contexto matemático relacionado com a economia pessoal, visto que se trata de uma questão que inclui valores monetários e meios de consumo. Consideramos um problema bem elaborado que explora o raciocínio dos alunos, abrangendo frações, numa perspectiva presente na vivência do aluno.

O capítulo 3, *comparação de frações, traz em sua* introdução a seção *Pense e Responda*, nesta desenvolve uma abordagem conectada à vida prática, na forma figural, em relação a partição de pizzas, a partir da qual apresenta definições e aplicações. Posteriormente, vem a seção *Atividades* com quatro questões. Destas, duas são contextualizadas. A questão 1, presente na página 141, propõe a utilização das representações fracionárias por meio dos discos que estão na página 139, referente a introdução do conteúdo, como vemos na figura 5:

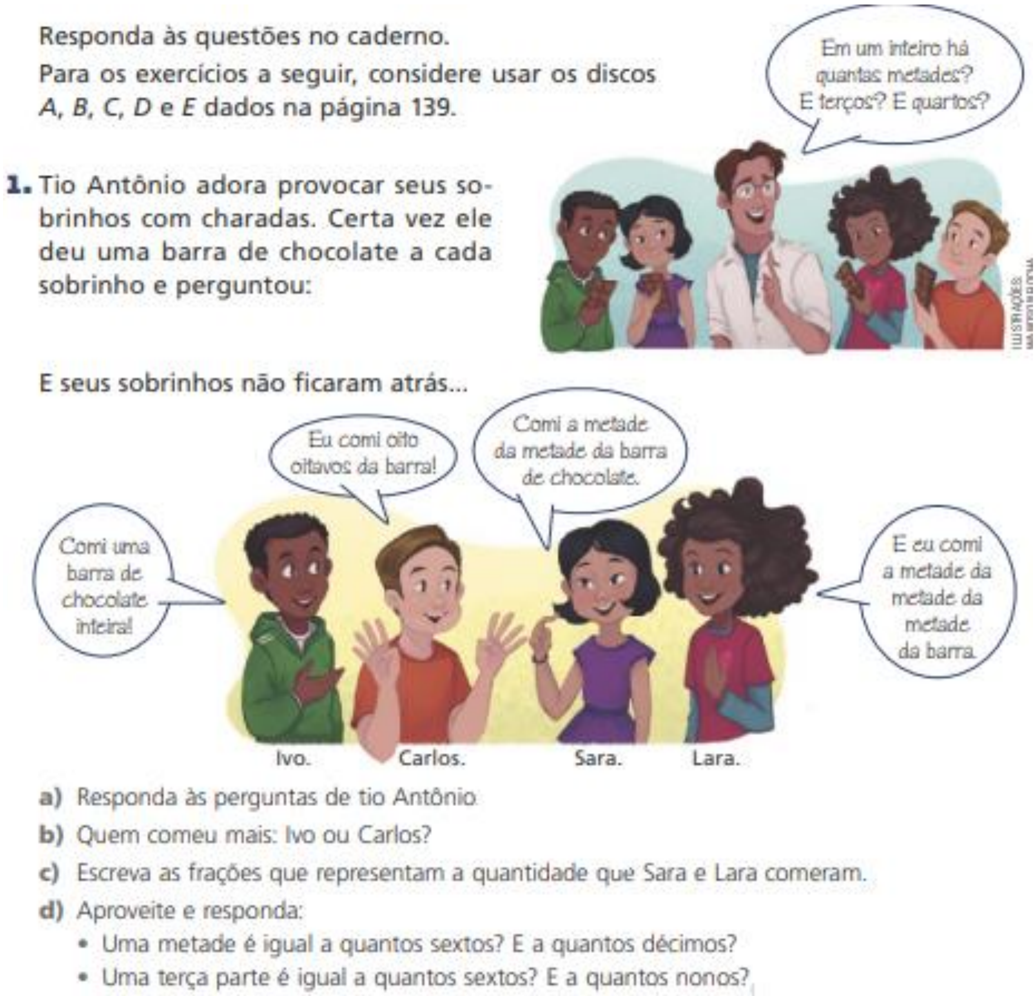
Figura 5: Representações Fracionárias



Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.139)

A seguir, temos a questão 1, descrita na figura 6:

Figura 6: Seção *Atividades*, exercício 1


Responda às questões no caderno.
Para os exercícios a seguir, considere usar os discos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* dados na página 139.

1. Tio Antônio adora provocar seus sobrinhos com charadas. Certa vez ele deu uma barra de chocolate a cada sobrinho e perguntou:

E seus sobrinhos não ficaram atrás...

a) Responda às perguntas de tio Antônio.
b) Quem comeu mais: Ivo ou Carlos?
c) Escreva as frações que representam a quantidade que Sara e Lara comeram.
d) Aproveite e responda:
- Uma metade é igual a quantos sextos? E a quantos décimos?
- Uma terça parte é igual a quantos sextos? E a quantos nonos?

Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.141)

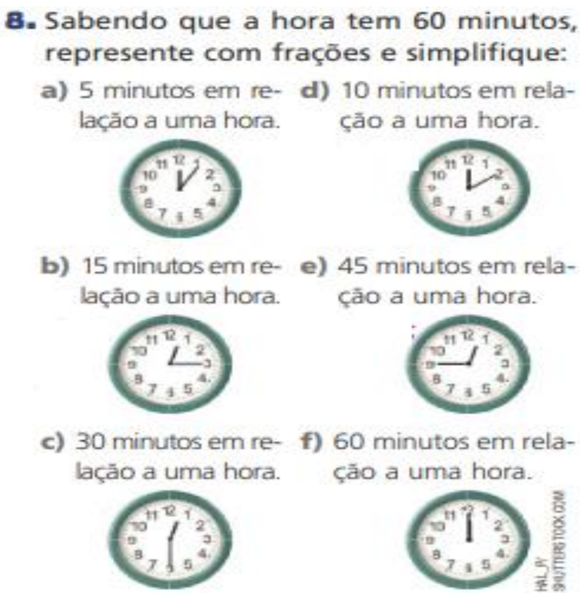
Para este exercício, os alunos tem como objetivo comparar frações por meio de análise de seus numeradores e denominadores e desenvolverem a ideia de frações equivalentes, assunto do capítulo seguinte. Devem então observar que, para comparar duas (ou mais) frações é necessário verificar se ambas se referem ao mesmo todo.

Relativo à proposta da BNCC, considerando o incentivo à prática docente por meio de materiais manipulativos, os autores deixam mais uma vez a desejar, pois o intuito da utilização dos discos, pelos autores como representação fracionária, torna-se apenas visual. Poderiam sugerir, além de um direcionamento para a imagem, uma proposta para que o professor construísse essas representações junto aos alunos, com ideias de aplicação e desenvolvimento prático, relacionando o contexto apresentado as suas representações fracionárias, estimulando assim pensamento lógico, a partir do concreto.

O capítulo 4, em sua introdução, apresenta frações equivalentes, redução de frações ao mesmo denominador, simplificação de frações e frações irredutíveis, através uma abordagem mais comparativa entre as figuras, estimulando o aluno a perceber que as frações são equivalentes porque suas áreas correspondentes são equivalentes.

Esse capítulo caracteriza-se mais pela apresentação de conceitos, propriedades e aplicação e fixação de regras, com pouca contextualização. Entretanto, destacamos na seção *Atividades* (de 16 questões, 7 são referentes à contextualização) questões como a 8 e 12, nas páginas 144 e 145. Na oitava, por exemplo, podemos verificar o contexto científico, que estuda o Tempo e seus parâmetros de transformação, como também remete à vida prática, relacionados à Matemática, como podemos verificar na figura 7:

Figura 7 – Seção *Atividades*, exercício 8



Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.144)

O referido problema permite a exploração pelo professor além do que está proposto. Ele pode explorar os conhecimentos prévios dos alunos, sobre a interpretação do tempo marcado em um relógio de ponteiros; trazer uma discussão sobre a representação; utilizar a divisão da hora em minutos, fracionando a hora em partes iguais para realizar as diversas leituras. Tal procedimento torna a aula participativa e dinâmica.

Vejamos a questão 12, que descreve a seguinte situação:

> Uma escola tem dois períodos de aulas. Pela manhã são 10 turmas com 30 alunos em cada turma e, à tarde, são 6 turmas com 40 alunos em cada uma. O número de alunos do período da tarde representa que fração do número de alunos da escola? (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 145).

Na situação, o aluno está inserido nessa realidade diariamente, onde a escola distribui seus alunos em turmas e turnos para um melhor desempenho de suas atividades. Por isso, tratamos de um contexto social. Antes de tudo, é necessário verificarmos a interpretação dos alunos sobre o que foi apresentado, as estratégias que eles utilizam e, se necessário, fazermos mediações.

O capítulo 5 apresenta o conteúdo de *adição e subtração de frações*, desenvolvido por meio do método de resolução de problemas que remetem a cinco situações cotidianas, contemplando a contextualização em uma abordagem da vida prática, social, econômica, saúde e esportiva. Tais circunstâncias favorecem o diálogo com os alunos através dos seus conhecimentos prévios. Com isso, podemos ilustrar através do problema 4 da página 151, presente na introdução desse capítulo, mediante a figura 8, a seguir:

Figura 8 - Capítulo 5: Adição e subtração de fração

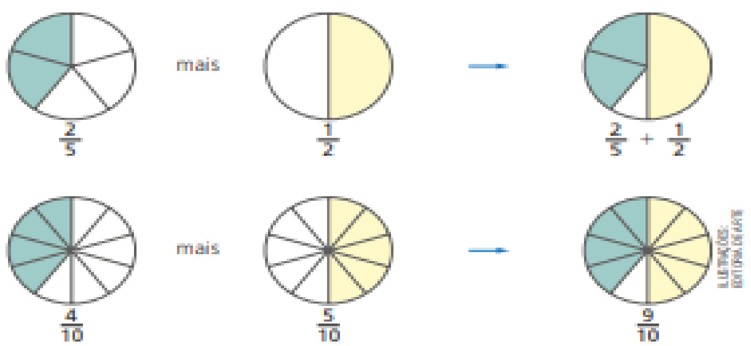
4 Uma pesquisa sobre a prática de esportes feita com determinado grupo de rapaze revelou que:

- $\frac{2}{5}$ dos rapazes praticavam basquete;
- $\frac{1}{2}$ dos rapazes praticava voleibol;
- o restante dos rapazes não praticava nenhum esporte.

Qual fração representa os rapazes que praticavam esportes?

Para resolver esse problema, devemos calcular $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$.

Representando geometricamente:



Pelos desenhos, podemos dizer que calcular $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$ é o mesmo que calcular $\frac{4}{10} + \frac{5}{10}$

Então:

Pelo que fizemos, podemos dizer que $\frac{9}{10}$ dos rapazes do grupo praticavam esportes.

Então: $\underbrace{\frac{2}{5} + \frac{1}{2}}_{\text{frações com denominadores diferentes}} = \underbrace{\frac{4}{10} + \frac{5}{10}}_{\text{frações equivalentes com o mesmo denominador}} = \frac{9}{10}$

Fonte: A conquista da Matemática (2018, p.151)

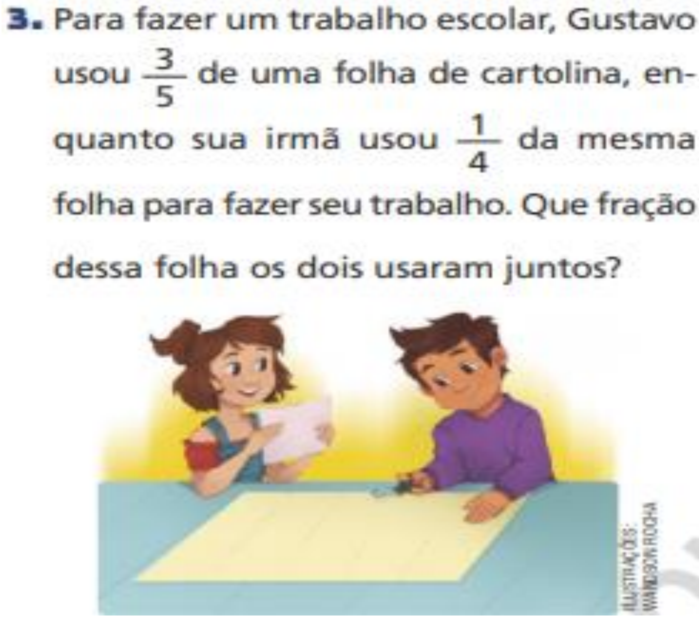
No nosso entendimento, esse problema, resolvido pelos autores, proporciona aos alunos a operação com frações, por meio do manuseio das representações envolvidas (língua natural, numéricas e geométricas), explorando a conversão e a interconexão dessas, para apresentarem uma solução possível. Ressaltando que, segundo Duval (2009), é na coordenação entre esses diversos registros de representação, que se constrói o conhecimento, sendo que, a escolha do registro apropriado para a aplicação do tratamento, requer compreensão, o que possibilita à aprendizagem.

É importante, que o aluno seja estimulado a fazer anotações do que ele observou em cada fase da resolução do problema, para que assim, possa chegar a uma compreensão dos conceitos estudados e que seja desenvolvido de forma satisfatória a ideia da adição e subtração com frações com denominadores iguais, para posteriormente compreender as operações com denominadores diferentes.

Na seção *Para Quem Quer Mais*, presente no final do capítulo, é apresentado uma proposta com contexto histórico do movimento, que remete ao livro *O Homem que Calculava*, contemplando nessa seção o conteúdo desenvolvido no capítulo.

Sobre a seção *Atividades*, referentes a este capítulo, de 16 questões, 14 são contextualizadas. Exemplificamos a presença da contextualização na questão 3 (figura 9), localizadas na página 153, que apresenta um contexto social, com situações presente no cotidiano nos alunos.

Figura 9 - Seção *Atividades*, exercício 3

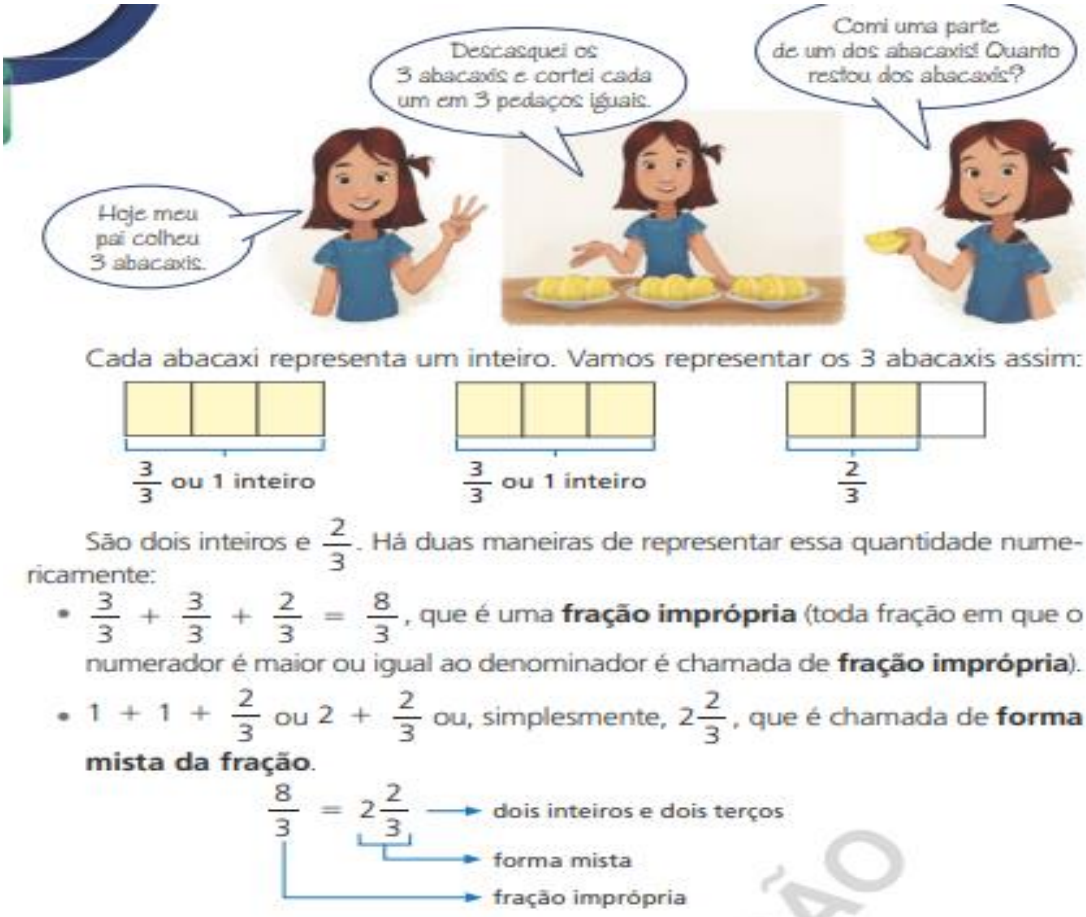

3. Para fazer um trabalho escolar, Gustavo usou $\frac{3}{5}$ de uma folha de cartolina, enquanto sua irmã usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha para fazer seu trabalho. Que fração dessa folha os dois usaram juntos?

Fonte: A conquista da Matemática (2018, p.153)

Podemos verificar, nessa questão, uma situação em que os alunos, por meio de uma folha de papel, podem desenvolver a situação apresentada para uma melhor visualização do que foi descrito, sendo mediada pelo professor, por exemplo. Através da manipulação do material concreto, o aluno poderá perceber com mais clareza a ideia sugerida pelo problema. Entretanto, o desenho só tem a função de ilustrar, não havendo por parte dos autores o estímulo para realização da atividade manipulativa ou concreta.

O capítulo 6 desenvolve a ideia de número misto e frações impróprias a partir de uma contextualização de vida prática ligado à alimentação (fracionamento de três abacaxis). A partir da qual é interpretado utilizando imagens. Como mostra a figura 10:

Figura 10 - A Forma Mista



Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.157)

Sendo assim, e problema é contextualizado através de uma situação frequentemente presente no cotidiano dos alunos, que corresponde ao fatiamento de uma fruta qualquer para o consumo, que neste caso trata-se de um abacaxi. O que podemos observar em relação a essa situação é que a imagem da tirinha pode gerar no aluno um obstáculo epistemológico, visto que a transposição didática não foi adequada.

Analisando a forma real de um abacaxi, podemos verificar que seu corte feito transversalmente (em rodelas), não produz uma divisão em partes iguais, visto que as pontas da fruta têm formato irregular, já o corte na sua forma longitudinal (do topo a base), pode aproximar mais de uma divisão em partes iguais. Com isso, a maneira com que os autores apresentam a seguinte questão, não deixa claro para o aluno, apesar de utilizar a forma convencional de cortar a determinada fruta, a sua forma física não permite regularidades na divisão de suas partes no corte apresentado.

Considerando a relevância do acionamento da imagem no ensino de matemática, utilizamos a pesquisa de Maciel[8](2015), como referência, que traz uma abordagem, de uma maneira geral, sobre as potencialidades do uso da imagem presente nos livros didáticos de matemática e sua importância no processo de ensino e aprendizagem. Desta forma, destacamos uma passagem de sua pesquisa, no qual ele menciona:

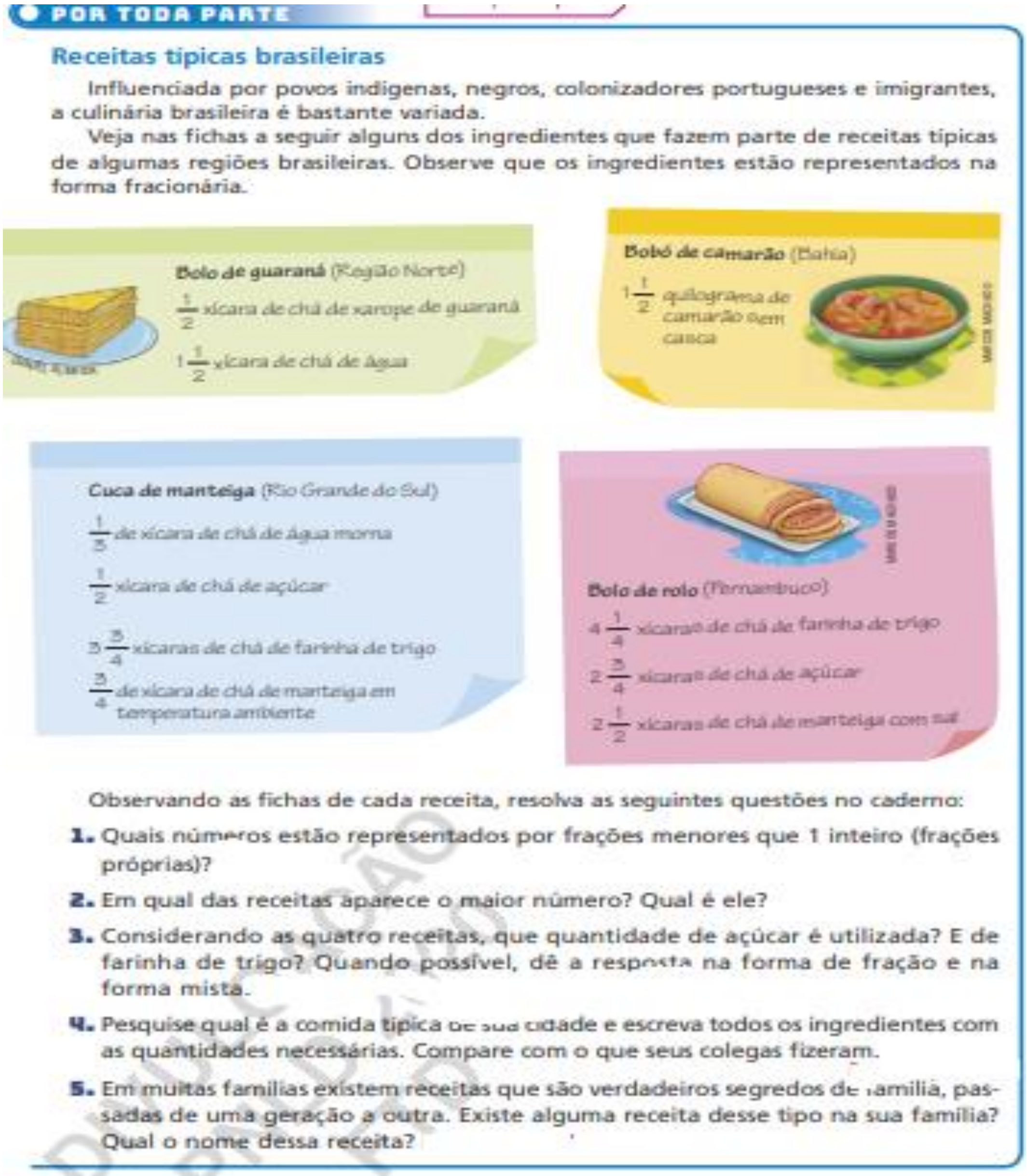
> No caso da função epistêmica, a imagem fotográfica pode servir de suporte para que invoquemos objetos matemáticos através da visualização de representações semióticas específicas, ou seja, ela pode exercer um papel mediador no desenvolvimento do conhecimento matemático, considerando a metodologia de ensino denominada de contextualização matemática, no âmbito da articulação dos campos de pesquisa da Cultura Visual e da Visualização Matemática. (MACIEL, 2015, p. 22).

Nessa ótica, concordamos com a importância da imagem nos livros didáticos de matemática, na perspectiva da transposição didática, para que que a partir de um elemento visual, mediador, o aluno possa ter um suporte a mais na compreensão do conceito matemático, desde que a imagem compartilhe das ideias propostas a serem estudadas.

A seção *Atividades*, que traz questões contextualizadas, apresentando também a seção *Desafio*, com um problema de vida prática e, por fim, a seção *Por Toda Parte*, presentes no fim do capítulo, este com contextos cultural e gastronômico, como podemos verificar na figura 11.

[8] MACIEL, Aníbal de Menezes. **Possibilidades pedagógicas do uso da imagem fotográfica no âmbito do livro didático de matemática**. Tese (Doutorado) – UFPB, 2015.

Figura 11: Seção *Por Toda Parte*


POR TODA PARTE

Receitas típicas brasileiras

Influenciada por povos indígenas, negros, colonizadores portugueses e imigrantes, a culinária brasileira é bastante variada.

Veja nas fichas a seguir alguns dos ingredientes que fazem parte de receitas típicas de algumas regiões brasileiras. Observe que os ingredientes estão representados na forma fracionária.

Bolo de guaraná (Região Norte)

$\frac{1}{2}$ xícara de chá de xarope de guaraná

$1\frac{1}{2}$ xícara de chá de água

Bobó de camarão (Bahia)

$1\frac{1}{2}$ quilograma de camarão sem casca

Cuca de manteiga (Rio Grande do Sul)

$\frac{1}{3}$ de xícara de chá de água morna

$\frac{1}{2}$ xícara de chá de açúcar

$3\frac{3}{4}$ xícaras de chá de farinha de trigo

$\frac{3}{4}$ de xícara de chá de manteiga em temperatura ambiente

Bolo de rolo (Pernambuco)

$4\frac{1}{4}$ xícaras de chá de farinha de trigo

$2\frac{3}{4}$ xícaras de chá de açúcar

$2\frac{1}{2}$ xícaras de chá de manteiga com sal

Observando as fichas de cada receita, resolva as seguintes questões no caderno:

1. Quais números estão representados por frações menores que 1 inteiro (frações próprias)?
2. Em qual das receitas aparece o maior número? Qual é ele?
3. Considerando as quatro receitas, que quantidade de açúcar é utilizada? E de farinha de trigo? Quando possível, dê a resposta na forma de fração e na forma mista.
4. Pesquise qual é a comida típica de sua cidade e escreva todos os ingredientes com as quantidades necessárias. Compare com o que seus colegas fizeram.
5. Em muitas famílias existem receitas que são verdadeiros segredos de família, passadas de uma geração a outra. Existe alguma receita desse tipo na sua família? Qual o nome dessa receita?

Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.160)

Nessa questão, presente na seção *Por Toda Parte*, os alunos devem fazer uma leitura e observar as fichas de receitas, em cada qual estão descritos os ingredientes utilizados, destacando as medidas em forma de fração e número misto e o que representa cada medida, em quantidades, comparando e realizando operações entre eles. Dessa forma, inicialmente evidenciamos como relevante a contextualização apresentada, no que se refere ao resgate e valorização da cultura de vários povos que formam o povo brasileiro, como pela importância no nosso cotidiano. Além do mais, o problema favorece a interação entre alunos e seus familiares, além de possibilitar ricos momentos de aprendizagem em sala de aula.

Entretanto, em casos dessa natureza, necessário se faz realçarmos, do ponto de vista da transposição didática, da inexatidão de calcularmos ¾ de uma xícara de chá de açúcar, por exemplo, uma vez que na prática quem vai realizar a receita faz uma aproximação.

Já nos Capítulos 7 e 8, a contextualização está mais presente, com problemas que remetem a assuntos, como: cotidiano, econômico, político, de saúde, esportivo, entre outros, coerentes com as ideias apresentadas por Soares (2009), Fernandes (2015) e Maciel (2015).

Enquanto o capítulo 7 apresenta o conteúdo sobre *frações e porcentagem*, um conteúdo de amplas aplicações, o capítulo 8 traz noções de probabilidade, com situações problemas que abordam as mais diversas situações. Em ambos capítulos há uma contribuição para a formação do cidadão crítico para atuar de forma ativa na sociedade, pois possibilita a reflexão sobre diversos fatos que ocorrem no seu cotidiano, contemplando assim o aspecto político. Como podemos observar na figura 12. Além do mais, na seção *Atividades* há 10 questões, entre as quais nove contextualizadas.

Figura 12: Questão introdutória do Capítulo 7 sobre Fração e Porcentagem

De acordo com alguns dados do Instituto Nacional do Câncer (INCA), 90% dos casos de câncer no pulmão têm como responsável o tabagismo; 33% da população mundial fuma; 25% das doenças vasculares são causadas pelo hábito de fumar; 12% da população mundial feminina fuma e 50 doenças diferentes são causadas por consumo de derivados de tabaco. Além disso, a fumaça do cigarro é uma mistura de aproximadamente 4 720 substâncias tóxicas.

Informações obtidas em: INCA. **Programa Nacional de Controle do Tabagismo.** Disponível em: <http://www.inca.gov.br/tabagismo>. Acesso em: 15 mar. 2018.

Repare que, na maioria das informações a seguir, aparecem as quantidades seguidas do símbolo %, que se lê **por cento** e significa **por cem**.

- 33% da população mundial fuma

Fonte: A conquista da Matemática (2018, p.161)

Esse problema introdutório, traz um contexto científico com dados reais sobre a frequência dos casos de câncer relacionado ao tabagismo. A partir dessa abordagem, os autores iniciam a ideia sobre as relações existentes entre as frações e a porcentagem, por meio da representação percentual como uma fração com denominador 100, e mais adiante, sua representação figural, no que diz respeito a porcentagem que representa a parte pintada de uma figura dividida em partes iguais.

O capítulo 8 é iniciado pela seção *Pense e Responda*, depois: *Atividades*; *Tratamento da Informação; Retomando o que aprendeu,* esta traz exercícios que abordam o conteúdo contemplado em toda a unidade, proporcionado ao aluno fazer uma retomada do que estudou anteriormente, possibilitando-o tirar dúvidas; *e Um Novo Olhar*. Na figura 13, trazemos uma situação de contextualização política, em relação a participação da mulher como cidadã.

Figura 13: seção *Tratamento da Informação*, presente no Capítulo 8

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Resoluções na p. 311

Tabela de dupla entrada e gráfico de barras duplas

A participação da mulher na vida política do Brasil começou a ser discutida em 1827, no Senado. Esse assunto foi debatido ao longo de décadas até que, em 1932, o Código Eleitoral considerou eleitor "o cidadão maior de 21 anos, sem distinção de sexo (...)", dando às mulheres o direito de votar e de serem votadas. Esse direito é chamado de **sufrágio**.

Finalmente, a Constituição de 1946, com o sufrágio feminino completamente estabelecido, afirmava que "São eleitores os brasileiros maiores de dezoito anos que se alistarem na forma da lei.".

Informações obtidas em: BRASIL. TSE. **Voto da mulher**. Disponível em: <http://www.tse.jus.br/eleitor/glossario/termos/voto-da-mulher>. Acesso em: 8 jun. 2018.

No entanto, o direito de votar e de serem votadas não é o suficiente para garantir um parlamento que reflita a estrutura da sociedade e, consequentemente, a presença de mulheres em cargos de alto escalão do governo, como assessores especiais, secretários e ministros. Vamos ver um exemplo disso observando as tabelas abaixo:

Proporção de mulheres em cargos de nível ministerial ou semelhante – 2018

País	Proporção (%)
Islândia	40,0
Noruega	38,9
Nova Zelândia	37,0
Peru	36,8
Chile	34,8
Brasil	4,0

Proporção de homens em cargos de nível ministerial ou semelhante – 2018

País	Proporção (%)
Islândia	60,0
Noruega	61,1
Nova Zelândia	63,0
Peru	63,2
Chile	65,2
Brasil	96,0

Fonte: ROSSI, M. Brasil, a lanterna do *ranking* de participação da mulher na política. **El País**. Disponível em: <https://brasil.elpais.com/brasil/2018/03/27/politica/1522181037_867961.html>. Acesso em: 8 jun. 2018.

Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p. 166)

Os capítulos 7 e 8 trazem apenas uma ideia das frações relacionadas a porcentagem e a probabilidade, que posteriormente nos próximos anos do ensino fundamental deverão ser aprofundados. Destacamos a questão 9, presente na seção *Atividades* do capítulo 7: "Supondo que uma fila de espera para um transplante de fígado tinha cerca de 6200 pacientes, dos quais 61% não tiveram condições para receber o transplante, quantos restaram na fila?" (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 163).

Essa descreve um contexto relacionando a Matemática a conceitos médicos, biológicos e naturais, de forma que o professor possa trazer a discursão para sala de aula, resgatando os conhecimentos prévios dos alunos sobre o que a questão abordada, ampliando a consciência sobre a importância da doação de órgãos.

Já no capítulo 8, selecionamos como exemplo a questão 4 da página165, explicitada na figura 14, a seguir:

Figura 14 - Seção *Atividades*, exercício 4

4. Mateus tem fichas nas quais estão escritas letras e números.

A	B	10	C	D
20	E	40	F	G

a) Quantas fichas ele tem?

b) Ele coloca todas as fichas em uma urna. Se quiser tirar uma dessas fichas, ao acaso, sem olhar, a chance maior será sair uma ficha em que está escrito um número ou uma letra?

c) Qual é a probabilidade de sair uma ficha em que está escrita uma letra?

d) Qual é a probabilidade de sair uma ficha em que está escrito um número?

Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.165)

Na questão 4, exploram a noção de probabilidade com um contexto lúdico, na qual o aluno pode reproduzir as fichas com uma folha de papel e realizar as etapas que são sugeridas no problema. O conceito de probabilidade apresentado é fundamental para a formação de um cidadão crítico para atuar de forma ativa na sociedade, pois possibilita a reflexão sobre diversos fatores que ocorrem no seu cotidiano.

Um outro exercício, que podemos trazer como exemplo é a questão 11, da Seção *Retomando o que Aprende*, presente na página169. A questão traz o seguinte:

> João e Guilherme compraram um terreno juntos, de tal forma que João pagou $\frac{3}{5}$ do valor do terreno e o restante foi pago por Guilherme. Os dois venderam o terreno e conseguiram um comprador que pagará por todo o terreno o valor de R$ 35 450,00. Cada um receberá, desse valor, uma parte proporcional ao valor pago pelo terreno. Quanto cada um receberá? (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 169).

Nessa questão, podemos encontrar o aspecto econômico, trazendo uma abordagem financeira que envolve valores proporcionais de acordo com o investimento, por meio da razão entre dois números naturais. Situação muito presente no cotidiano, que proporciona ao aluno reflexões e sistematizações entre o conteúdo estudado e sua realidade.

No contexto dos problemas e situações apresentados, com a BNCC muitos conteúdos foram organizados e alguns novos foram inseridos dentro de sua proposta, mas apesar de suas alterações, o documento não propõe um desligamento com as ideais adotadas pelos PCN’s, que por muitos anos serviram de referência para o ensino de nosso país.

Dessa forma, além das unidades *Números****,*** *Geometria* ***e*** *Grandezas e Medidas*, aparecem duas novas: *Álgebra* ***e*** *Probabilidade e Estatística*. Antes, os conteúdos relacionados a essas unidades só apareciam nos anos finais do ensino fundamental. Não se trata de um *adiantament*o do conteúdo, mas de trazer a ideia desse estudo, de forma que sirva de base para os próximos conteúdos que serão estudados. Com isso, podemos destacar as propostas desse documento em relação aos conceitos iniciais do conteúdo de número racional, enquanto porcentagem e ideias iniciais a probabilidade:

> No Ensino Fundamental - Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática é que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita[...]. Nessa fase espera-se também o desenvolvimento de habilidades no que se refere à leitura, escrita e ordenação de números naturais e números racionais por meio da identificação e compreensão de características do sistema de numeração decimal, sobretudo o valor posicional dos algarismos. Na perspectiva de que os alunos aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de tarefas, como as que envolvem medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária. (Brasil, 2017, p. 268-269)

A proposta da BNCC é que os alunos possam ter um contato inicial a ideia de números racionais na representação decimal e fracionária, que é possível perceber que um mesmo tema volta a ser tratado em diferentes momentos da trajetória escolar, mas com uma complexidade e uma profundidade maior a cada ano. Como uma das Habilidades a serem atingidas no 6º ano, temos “(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros”. (BRASIL, 2017, p. 301).

Sobre o estudo da Probabilidade, a BNCC propõe que,

> No que concerne ao estudo de noções de probabilidade, a finalidade, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Para isso, o início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. (Brasil, 2017, p. 274).

Diante das incertezas e tratamento de dados, a BNCC defende o estudo da Probabilidade e Estatística, a partir dos anos iniciais, visando facilitar a compreensão de estudos posteriores, utilizando situações do cotidiano. Para que, assim, as habilidades previstas sejam alcançadas, mediante uma metodologia que favoreça a transposição didática, respeitando cada fase de desenvolvimento e compreensão dos alunos.

4.1.3 Análise em relação a Tratamento e Conversão

Para essa análise utilizamos a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval (2009), que trazem em suas pesquisas embasamentos que reafirmam a necessidade de reconhecer e compreender as diferentes articulações, por meio de um sistema de diferentes representações dos objetos matemáticos, abstratos. Desta forma, desenvolvemos a investigação através das categorias: tratamentos e conversões, que são os dois tipos de transformações que compõe à atividade matemática.

Em relação aos tratamentos e as conversões, enquanto categorias de análise, como já referenciamos são transformações distintas. Os tratamentos são transformações internas, ou seja, que ocorrem dentro de um mesmo Registro, as conversões são transformações externas, ou seja, é a transição de um tipo de registro para outro. Porém, são igualmente necessárias para a aquisição do conhecimento matemático.

Na Unidade 5, que traz o estudo sobre fração, podemos verificar à aplicação dos tratamentos e conversões, em relação ao desenvolvimento do conteúdo, no livro didático em análise. A Tabela 5, a seguir, mostra com que frequência essas transformações aparecem no citado capítulo:

Tabela 5 - Frequência da presença dos tratamentos e conversões nos exercícios propostos no livro didático Matemática

	Cap.1	Cap.2	Cap.3	Cap.4	Cap.5	Cap.6	Cap.7	Cap.8	Revisão
Tratamento	0	13	7	22	22	17	17	9	13
Conversão	15	13	7	20	19	13	17	9	13

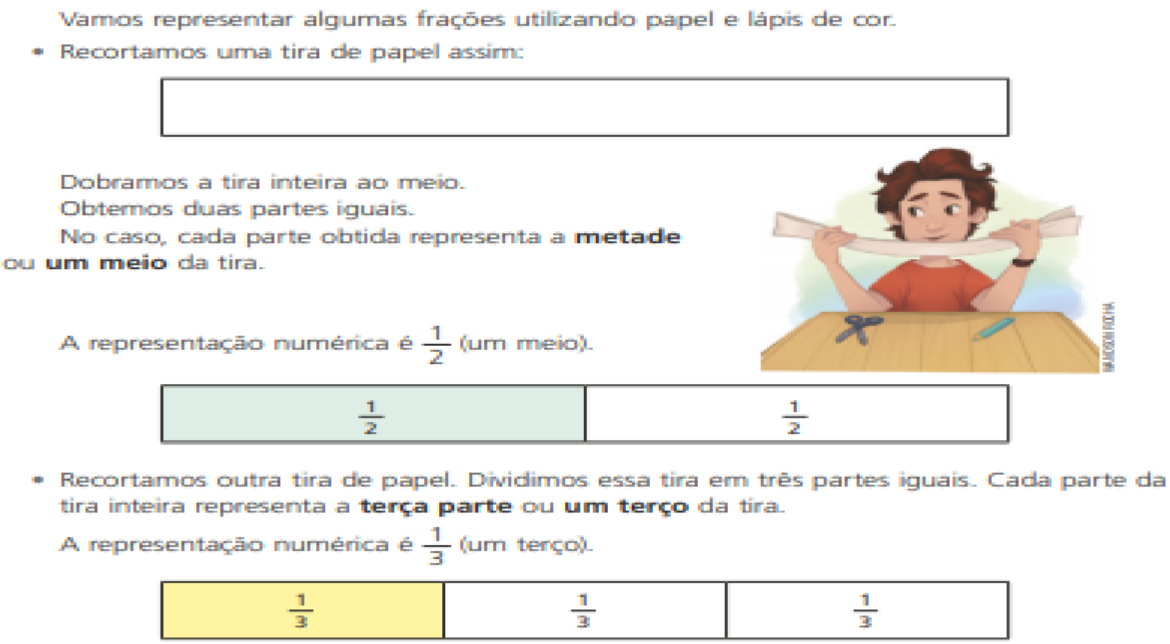
Fonte: Construção própria

O capítulo 1, ao abordar em sua introdução as ideias de fração como parte de um todo, utiliza textos, números e figuras geométricas, que se relacionam entre si, transformando textos (língua natural) em figuras ou em números, como também de forma inversa, utilizando-se assim de diferentes representações e transformações. Esse contexto aparece bem defendido por pesquisadores como Duval (2009), Catto (2000) e Maranhão; Igliori (2003), que descrevem a necessidade de transformações e diferentes representações para que o aluno possa construir seu conhecimento.

Podemos verificar, logo na introdução, a presença de conversões, que aparecem com mais frequência que o tratamento, na abordagem da relação parte todo, na página 133, como apresentamos a seguir:

Figura 15 - A ideia de fração como parte de um todo

Fonte: A conquista da Matemática (2018, p. 133)



Vamos representar algumas frações utilizando papel e lápis de cor.

- Recortamos uma tira de papel assim:

Dobramos a tira inteira ao meio.
Obtemos duas partes iguais.
No caso, cada parte obtida representa a **metade** ou **um meio** da tira.

A representação numérica é $\frac{1}{2}$ (um meio).

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- Recortamos outra tira de papel. Dividimos essa tira em três partes iguais. Cada parte da tira inteira representa a **terça parte** ou **um terço** da tira.

A representação numérica é $\frac{1}{3}$ (um terço).

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

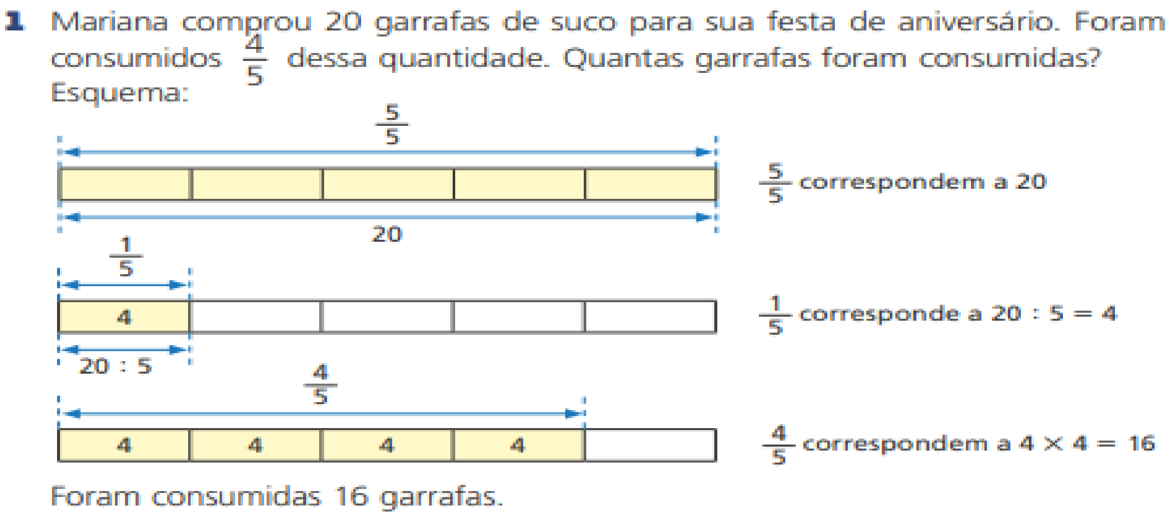
Nessa passagem, podemos perceber a presença de conversões, que ilustra as frações de uma forma geométrica, o que antes foi representado na língua natural, com a proposta de utilizar um pedaço de papel para fazer a representação numérica. Desta forma, há a conversão de três registros. Esse tipo de abordagem contribui decisivamente para a aprendizagem dos alunos, o trabalho com essas conversões possibilita a visualização, levando os alunos a compreensão dos conceitos matemáticos.

Na seção *atividades* desse capítulo, destacamos a questão 8: “Para encher uma xícara, são necessárias 8 colheres de farinha. Cada colher de farinha representa que fração da quantidade de farinha que se pode colocar na xícara?” (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 136).

A referida questão é apresentada na linguagem materna, que é um tipo de registro. Para resolver o problema é solicitada a representação fracionária correspondente às informações expostas. Podemos apontar assim uma situação de conversão, pois é necessária uma mudança de registro de representação. Logo, há uma mudança de registro do que representaria cada medida da colher em relação a capacidade de volume da xícara, quando utilizamos a representação da xícara como um inteiro e as medidas das colheres como parte de um todo, passando da linguagem materna para a linguagem figural ou numérica, como forma de demonstração do que foi descrito.

Observamos no capítulo 2 (*Problemas Envolvendo Frações*), na introdução, três situações de conversão entre representações numérica, geométrica e a linguagem materna. As duas primeiras, partem da língua natural para a figural e desta para a numérica, e no final retorna para língua natural. Enquanto a terceira, da língua natural para numérica e depois para língua natural. Como exemplificação, expomos a primeira situação (figura 16).

Figura 16: Problemas Envolvendo Frações

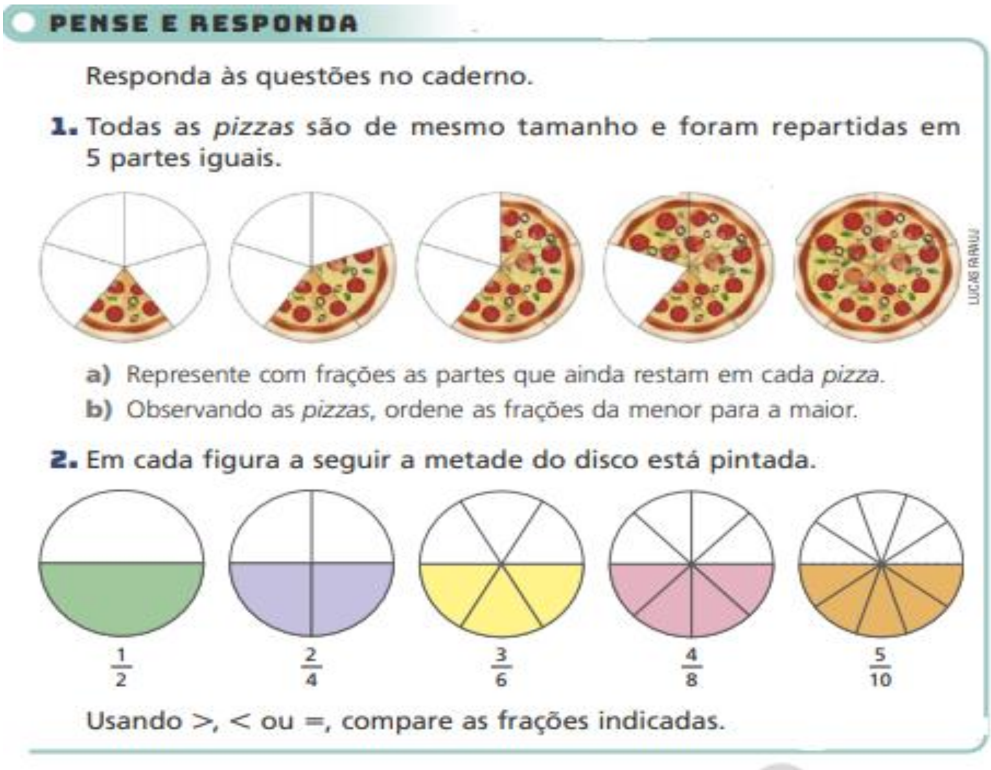


Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.137)

Analisando a resolução do problema, verificamos a presença da representação geométrica, como forma de visualização do que a fração representa. Com essa conversão, o aluno tem a oportunidade de compreender o que significa as quantidades fracionárias descritas e solucionar o problema proposto. Como afirma as ideias de Duval (2009) sobre a importância das conversões para a compreensão dos conceitos, a partir das representações dos objetos matemáticos.

Ao contrário da conversão vista no capítulo 2, que traz a transformação de um registro fracionário para o figural, o Capítulo 3 ilustra em sua introdução, na seção *Pense e Responda (Comparando Frações)*, uma representação geométrica e propõe para o leitor representá-las de forma fracionária, (figura 17).

Figura 17 - Seção *Pense e Responda*



Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.139)

Assim, por meio de situações muito presente na realidade dos alunos, os autores propõem dois problemas. O primeiro, *letra a*, traz a representação na língua natural, ilustrada por um gênero imagético (desenho de pizzas), como mediação para a representação geométrica, e solicita que o aluno converta supostamente em representação numérica para responder o que se pede, pois não fica evidente qual tipo de representação. Enquanto na letra b, de forma incoerente, solicita que o aluno ordene uma sequência que já está ordenada. Todavia, destacamos a diversidade de representações geométrica utilizada, as vezes em forma de barras e em outras, circular. Tal estratégia proporciona ao aluno o aumento da capacidade de interpretação.

Na segunda situação, há uma inversão do registro de representação de partida, a qual propõe sair da geométrica e simbólica (numérica) ao mesmo tempo, para compará-las com outros tipos de símbolos.

Nesses termos, afirmamos que a conversão não deve ser estudada em apenas um único sentido, visto que, para o aluno, uma conversão realizada em um único sentido, não garante, que este aluno, consiga realizar a conversão no sentido contrário. Dessa forma, evidenciamos a importância de mobilizar diferentes registros de um mesmo objeto, para que seja realizada as articulações das diferentes representações nos dois sentidos de conversão. Duval (2011), defende que:

> [...] em um sentido não implica jamais a possibilidade que ele possa fazê-lo no sentido inverso. A conversão direta e a conversão inversa são duas tarefas cognitivas tão diferentes quanto subir ou descer um caminho íngreme na montanha. Em outras palavras, para que haja coordenação sinérgica de vários registros, é preciso ser capaz de converter as representações nos dois sentidos e não em um sentido único. (DUVAL, 2011, 118).

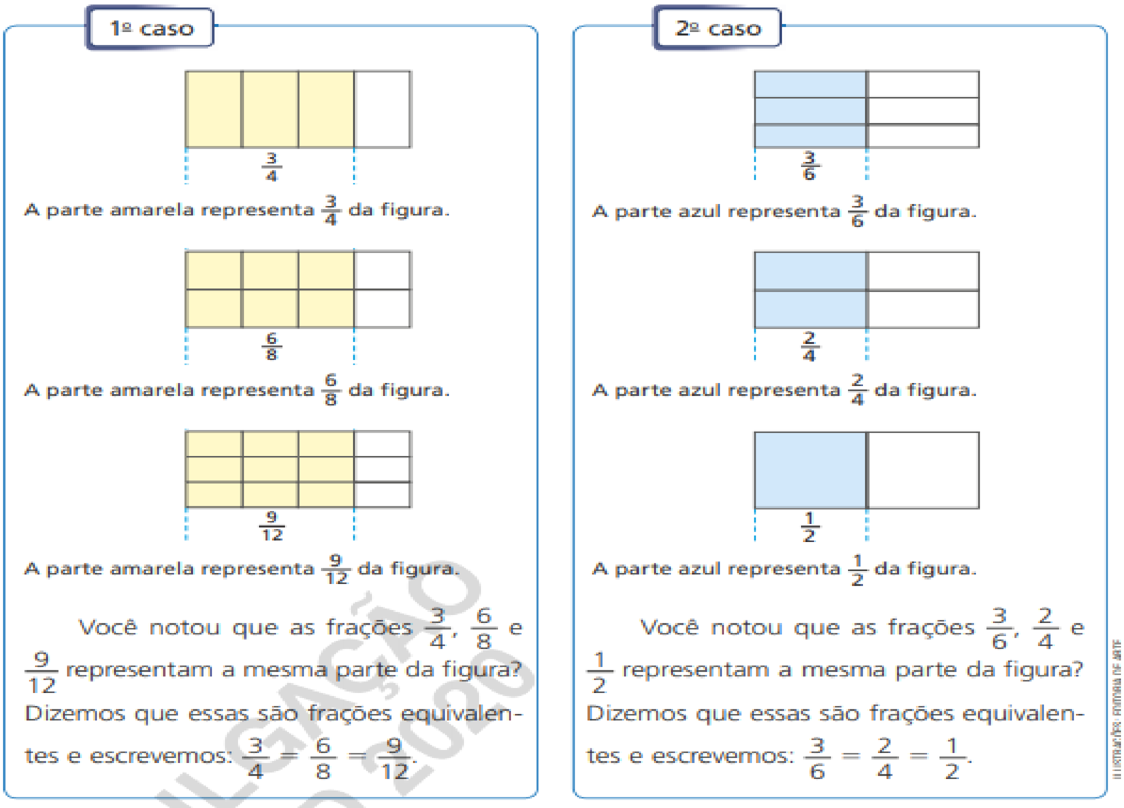
Nessa perspectiva, Duval (2011) sublinha que para haver compreensão conceitual do objeto matemático são necessários diversos registros de representação semiótica, pois é preciso que o objeto seja reconhecido e manipulado em cada uma de suas representações possíveis.

Assim, é importante destacarmos a riqueza de representações presentes nesse capítulo, em especial podemos destacar as formas diversas de representação de uma mesma ideia, como a geométrica, em barra ou disco, a numérica, por meio da fração e linguagem materna, que compõe o contexto do problema proposto.

Dessa forma, o aluno pode observar de diferentes formas, por exemplo, a representação numérica da fração e sua representação geométrica, de forma que a conversão feita nos dois sentidos, amplia o conhecimento dos alunos para, mais a frete poder realizar operações matemáticas por meio das representações geométricas. Sendo assim, essa diversidade de representação amplia o olhar do aluno a ideia, que se está sendo desenvolvida.

No início do capítulo 4, os autores expõem dois casos distintos, que representam geometricamente a mesma relação parte todo, em suas particularidades, para exemplificar o estudo sobre frações equivalentes, como podemos verificar na figura 18:

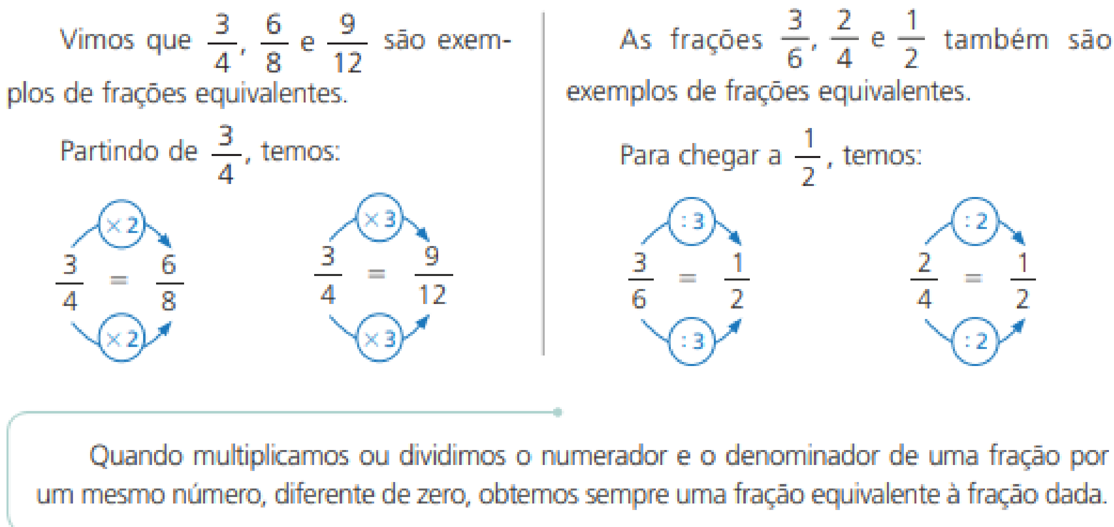
Figura 18 - Obtendo Frações Equivalentes, exemplos



Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.142)

Nesses dois casos, o conceito em estudo é, a princípio, representado geometricamente, depois convertido na representação numérica e na língua natural, fazendo a conversão em um sentido único. Em cada tipo de representação, há desenvolvimento de tratamento, sem enclausuramento em nenhum desses. Tal procedimento demonstra uma diversidade de maneiras representativas de abordamos o conteúdo de fração, alinhados com a teoria de Duval (2009). Mesmo no momento de estabelecerem a regra para encontrarmos frações equivalentes, os autores utilizam dois tipos de representações (língua natural e numérica), trabalhando os dois sentidos de partida e chegada, como observamos na figura 19.

Figura 19 - Obtendo Frações Equivalentes



Vimos que $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{9}{12}$ são exemplos de frações equivalentes.

Partindo de $\frac{3}{4}$, temos:

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\times 2} \frac{6}{8} \qquad \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{9}{12}$$

As frações $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ também são exemplos de frações equivalentes.

Para chegar a $\frac{1}{2}$, temos:

$$\frac{3}{6} \xrightarrow{:3} \frac{1}{2} \qquad \frac{2}{4} \xrightarrow{:2} \frac{1}{2}$$

Quando multiplicamos ou dividimos o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número, diferente de zero, obtemos sempre uma fração equivalente à fração dada.

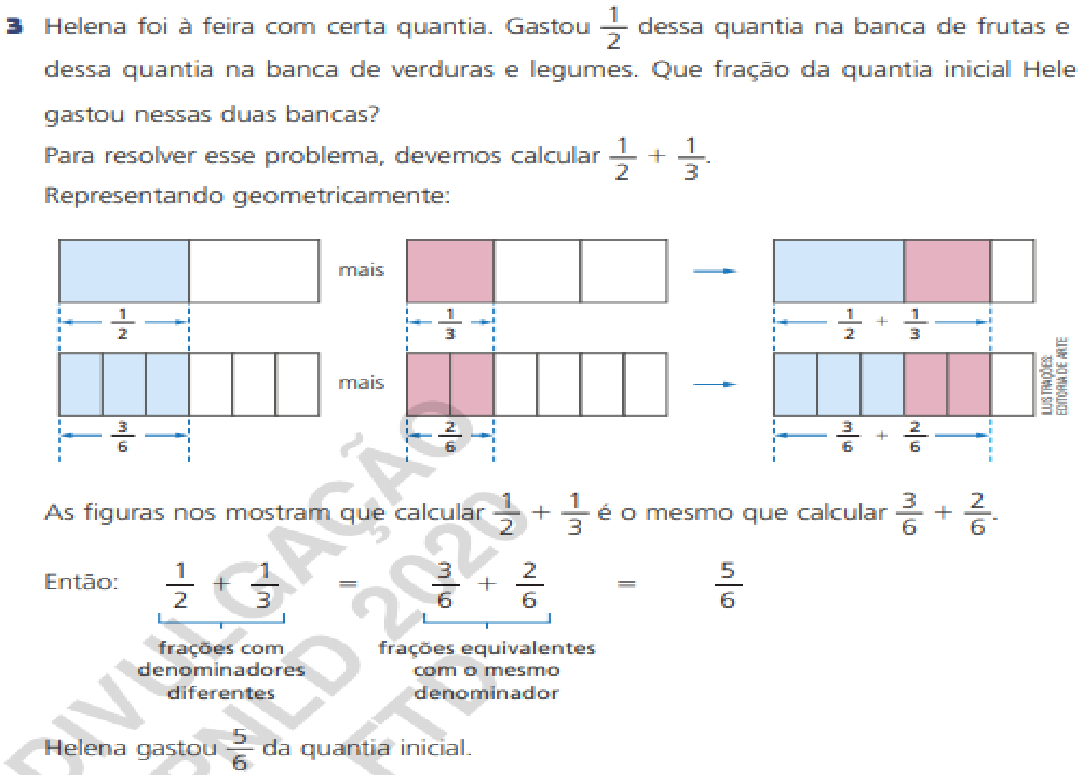
Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.143)

Entretanto, considerando a transposição didática, os autores, não estabelecem uma relação entre igualdade e equivalência, nos exemplos apresentados. Com isso, partindo do princípio aritmético do uso de símbolos, como o da igualdade (=), devemos atentar para as possíveis estratégias adotadas durante a resolução de problemas. Visto que, o símbolo de igualdade na matemática, possui duas concepções, que são equivalência e operacional. Na operacional, o aluno encontra do lado esquerdo uma operação, seguida do símbolo (=) e são induzidos a colocar o resultado do lado direito, fazendo-os perceber o sinal de igualdade como símbolo operacional.

Na concepção de equivalência, que também utiliza o sinal de igualdade, é muito utilizado nos conceitos de álgebra. Podemos perceber uma tendência do uso do sinal de igualdade como um símbolo que conecta o lado esquerdo com o lado direito de uma operação. Com isso, partindo da compreensão dos princípios aritméticos, do uso do símbolo, como o da igualdade, devemos nos atentar as possíveis estratégias adotadas na transição dos diferentes registros durante a resolução de problemas.

Da mesma forma, por meio de diversidade de transformações das representações semióticas, podemos verificar à aplicação da ideia proposta por Duval (2009), que discute a importância da diversidade de representações de um mesmo objeto matemático, podemos verificar na questão 3, da parte inicial, Capítulo 5, a seguir:

Figura 20 - Adição e Subtração de Frações



Fonte: A Conquista da matemática (2018, p.150)

Observamos assim, que os autores interpretam o problema enunciado através da representação numérica, quando afirma que "*para resolver o problema, devemos calcular 1/2 + 1/3*. Para depois fazer a conversão para a representação geométrica e tratar a questão. Todavia, há uma interconexão de representações, quando eles utilizam a figura, o símbolo (1/2) e língua (*mais*). Desta forma, eles proporcionam aos alunos uma diversidade rica de representações.

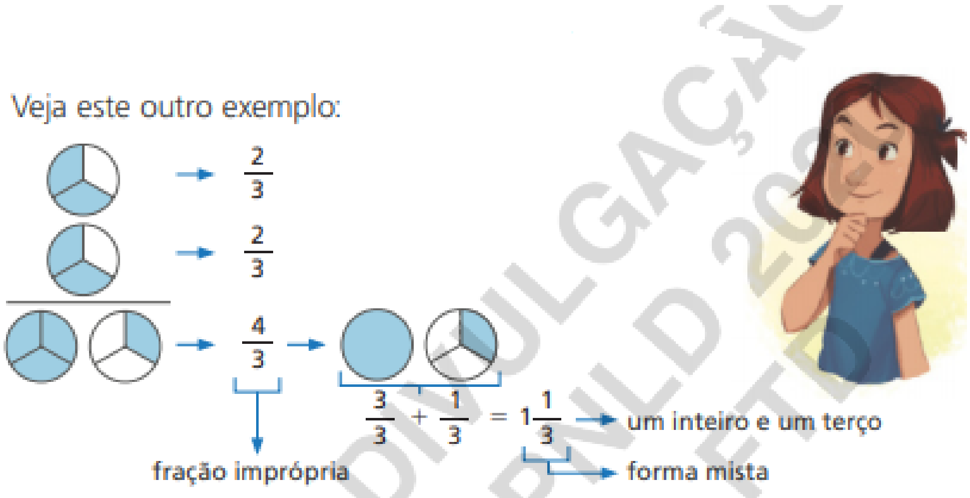
Quanto a uma situação de *tratamento*, na qual se trabalha com transformações em um mesmo registro de representação, apresentamos a questão 3, capítulo 5, *Seção Atividades*, caracterizada por nós como contextualização de vida prática (cotidiano escolar): "Para fazer um trabalho escolar, Gustavo usou $\frac{3}{5}$ de uma folha de cartolina, enquanto sua irmã usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha para fazer seu trabalho. Que fração dessa folha os dois usaram juntos". (GIONANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 153).

Portanto, nessa questão, podemos perceber unicamente a presença da operação de tratamento, pois essa é solucionada dentro de um mesmo registro, que é o numérico. No caso em tela, devemos adicionar a quantidade da folha de cartolina que foi utilizada por Gustavo com a quantidade utilizado por sua irmã. Reduzimos as frações ao mesmo denominador e chegamos à solução esperada, que também será representado por uma fração.

Ressaltamos ainda que, o problema poderia ter sugerido que o aluno construísse a representação geométrica diante do que foi relatado, passando assim, a contemplar também as conversões, pois utilizaria a transformação de registro da representação numérica para a forma geométrica. Entretanto, como é um problema proposto, o aluno poderá livremente utilizar o recurso da representação geométrica para interpretar melhor a questão.

No capítulo 6, que estuda a *Forma Mista* da Fração (*Fração Imprópria*), os autores explicam o conteúdo através de situações, entre as quais a da figura 21. Partem da representação geométrica para numérica, com retorno à geométrica e mais uma vez retornam à numérica e concluem com a língua natural. Evidenciam assim a importância para compreensão do assunto em pauta de utilizarmos a inversão de sentidos da conversão no que é proposto por Durval (2009). Além da adição entre uma mesma representação, para ressaltar o tratamento.

Figura 21 - A Forma Mista



Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.157)

Desta forma, a partir desse tipo de atividade, os alunos, além de realizar a *conversão*, poderão identificar, interpretar e utilizar a forma mista de uma fração, passando assim a reconhecerem uma *fração imprópria*. Como também serem capazes de realizar o *tratamento*, transformando a forma mista em fração imprópria e vice-versa, através da realização de operações matemáticas entre eles.

Em relação ao Capítulo 7, que trata da temática*: Frações e a Porcentagem*, e ao Capítulo 8, que desenvolve noções do conteúdo de *Probabilidade*, podemos encontrar uma abordagem utilizando a linguagem materna, numérica e geométrica, em vários momentos.

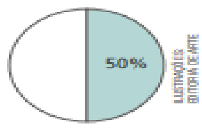
No capítulo 7, a partir de um problema que traz várias informações em forma de percentual, os autores trabalham a conexão, entre esse tipo de tratamento com a fração numérica com denominador de base 10, enfatizando a importância da retomada de conteúdos para apresentação percentual. Como observamos na figura 22, eles utilizam didaticamente três tipos de representações, partindo da língua natural, passando pela numérica, retomando para a primeira e depois convertendo o resultado na geométrica, identificando a taxa percentual como fração de denominador 100.

Figura 22 - As Frações e a Porcentagem

- 50% do círculo corresponde à metade do círculo:

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

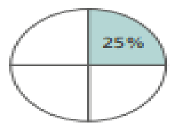
Para encontrar 50% ou $\frac{1}{2}$ de um todo, basta dividi-lo por 2.



- 25% do círculo corresponde à quarta parte do círculo:

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

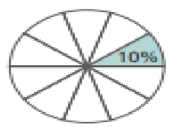
Para encontrar 25% ou $\frac{1}{4}$ de um todo, basta dividi-lo por 4.



- 10% do círculo corresponde à décima parte do círculo:

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

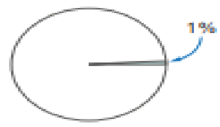
Para encontrar 10% ou $\frac{1}{10}$ de um todo, basta dividi-lo por 10.



- 1% do círculo corresponde à centésima parte do círculo:

$$1\% = \frac{1}{100}$$

Para encontrar 1% ou $\frac{1}{100}$ de um todo, basta dividi-lo por 100.



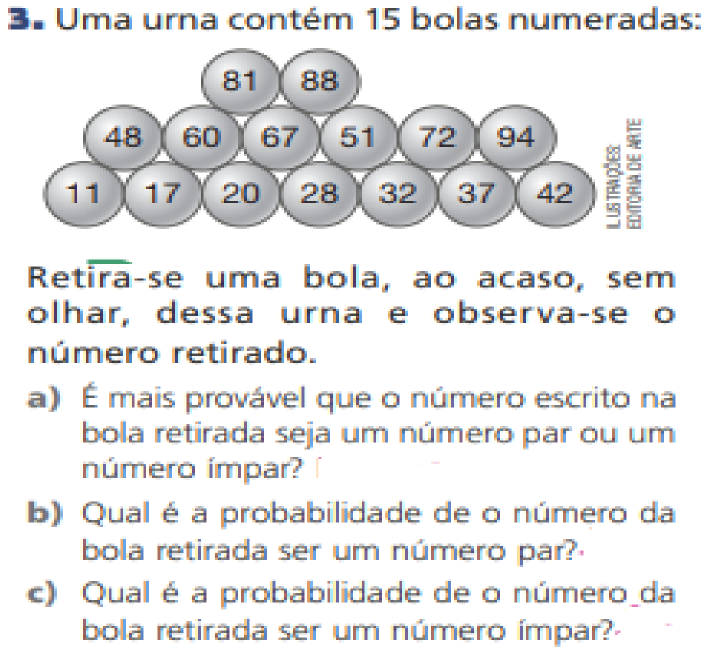
Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.162)

Por meio da abordagem presente na seguinte situação, podemos fazer a leitura do valor percentual por meio de cada representação geométrica, representa por cada setor circular, de forma que a utilização da conversão pode ser analisada nas duas formas, da geométrica para a numérica, como da numérica para a percentual. É importante ressaltar, o uso adequado do tratamento para que o aluno possa compreender numericamente sua relação.

O Capítulo 8, apresenta ideias iniciais sobre o conteúdo de *Probabilidade* e sua representação por meio da fração. Este bloco de conteúdo, como já comentado anteriormente, passou a ser ensinado nos anos iniciais do ensino fundamental, logo após a BNCC passar a ser utilizada como documento oficial e parâmetro na construção dos currículos e planejamentos escolares.

No contexto da BNCC, a habilidade a ser alcançada com esse estudo é a (EF06MA30), traduzida por: “Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos” (BRASIL, 2017, p. 305). Podemos destacar como exemplo, na seção *Atividades*, a questão 3 (figura 23), que apresenta a seguinte situação:

Figura 23 - Seção *Atividades*, exercício 3



3. Uma urna contém 15 bolas numeradas:

Retira-se uma bola, ao acaso, sem olhar, dessa urna e observa-se o número retirado.

a) É mais provável que o número escrito na bola retirada seja um número par ou um número ímpar?

b) Qual é a probabilidade de o número da bola retirada ser um número par?

c) Qual é a probabilidade de o número da bola retirada ser um número ímpar?

Fonte: A Conquista da Matemática (2018, p.165)

Podemos assim observar a presença de ideias iniciais do conceito de probabilidade representado por quantidades discretas. A retirada de cada bola representa uma contagem de uma a uma, realçadas com o registro de valores pares e ímpares conectadas com a noção de fração. Neste caso, há interpretação a partir do registro geométrico para ser tratado no registro numérico.

Todavia só agora no final da unidade aparece um exemplo com valores discretos. Considerando esse aspecto, com base na TRRS, Maranhão e Igliori (2013) desenvolveram suas pesquisas sobre o conceito de número racional, apresentando diferentes registros e relações. Uma destas é sobre a importância do registro geométrico, classificado como grandezas contínuas e discretas. Entretanto, como dissemos o livro didático analisado não apresenta essa discussão da noção referente ao estudo de fração.

Em especial, podemos salientar que esse estudo em questão, apresenta um destaque a definição de quantidade contínua, que pode ser representada por partes não inteiras, por exemplo, medida de área e massas. Por outro lado, as grandezas discretas, podem ser definidas como uma contagem de um a um, com números naturais, como por exemplo, a contagem de lápis de cor de uma caixa ou até mesmo, o número de alunos de uma sala de aula. Dessa forma, percebemos a necessidade desse tipo de situação estar presente nesta unidade, visto a presença destes conceitos em sua aplicação nas atividades, levando em conta a transposição didática.

É importante ressaltarmos a diversidade de representações semióticas, presente em toda a unidade analisada, como a linguagem natural, numérica e geométrica. Destacamos ainda, a grande quantidade de representações geométricas presentes nas atividades, como em a barras, na sua maioria e setor circular. Como também, imagens que não classificadas como registros, são apenas gêneros da cultura visual, utilizados de forma intermediária de registro ou mesmo como ilustração, tais como: pizza, relógio, barra de chocolate, ovos, copos, disco de vinil, entre outros em formas de desenho ou fotografias.

4.2 Análise do livro didático de matemática do 6º ano da Coleção Matemática-Teláris

4.2.1 Sobre a Coleção

Os livros didáticos pertencentes a Coleção Teláris - Matemática, de Luiz Roberto Dante (2018), Editora Ática, são estruturados em capítulos. Essa coleção, destinada ao PNLD 2020, foi totalmente reescrita, em relação a coleção anterior, levando em conta as propostas da BNCC, sem tirar as características da obra, que tem o foco na formulação e resolução de problemas e o trabalho em espiral. Ela busca desenvolver, em todas as suas obras, as 5 Unidades Temáticas propostas na BNCC, que são: Números e Operações; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; Probabilidade e Estatística. Todas as unidades temáticas estão integradas entre si e com outras áreas do conhecimento.

O livro de Matemática do 6ª ano está dividido em 10 capítulos, sendo que, antes de iniciar cada um deles, os autores utilizam-se de imagens e textos para contextualizar os conteúdos que o aluno irá estudar. Em seguida, propõem alguns exercícios para que haja um maior contado dos alunos e o conteúdo, a partir de conhecimentos prévios desses.

Por meio dos conceitos iniciais, presentes na introdução de cada capítulo, desenvolvem a ideia matemática a ser estudada, enfatizando a compreensão dos alunos em relação ao conteúdo, atribuindo significado aquilo que estão aprendendo. Mais adiante, encontramos a seção *Atividades*, com uma diversidade de abordagens, tais como: cálculo, resolução de problemas, interdisciplinaridade, artes, contextualização, sem deixar de lado os desafios.

Podemos encontrar também, uma seção muito importante: *Passo a Passo*, a qual traz para o aluno a resolução de um problema, ensinando como resolver, a partir das cinco fases de resolução, que são: ler e compreender problema; planejar a solução, executar o que foi planejado; verificar se a resposta é condizente com a pergunta do problema e depois a solução. Propõe para o aluno seguir os passos que foram apresentados, com o intuito de adquirir mais facilidade para resolvê-los.

Além do mais, há uma seção que enfatiza o protagonismo do aluno: *Explorar e Descobrir*, para que o aluno possa ir sistematizando o que aprendeu, tornando-se agente de sua própria aprendizagem. Como também, apresenta o uso de novas tecnologias na educação, como forma facilitadora de aprendizagem. Assim, podemos encontrar a calculadora, o software Geogebra e Libre Office, a partir dos quais o aluno pode construir elementos de geometria, através da tecnologia. Toda essa metodologia consta na seção *Matemática e Tecnologia*.

Uma importante seção, que antes só aparecia nos livros das séries iniciais do Ensino Fundamental, e agora aparece nas séries finais: *S*eção *Jogos.* A ludicidade é imprescindível para a aprendizagem, a criança aprende brincando, aprende a se relacionar através do jogo, a seguir regras e criar estratégias. Em todos os capítulos, podemos encontrar essa seção. A *Leitura* é outra seção presente nessa coleção, com textos interdisciplinares, contextualizados, aproximando da vivência dos alunos, fazendo conexões com outras áreas do conhecimento, e também, com os temas transversais, como saúde, meio ambiente, trabalho e consumo, ética, entre outros.

Já a seção *Testes Oficiais*, comtempla testes do Saeb, da Prova Brasil, da Olímpiada Brasileira de Matemática e do ENEM, para que o aluno possa ir se adaptando a resolver esse tipo de teste, que em algum momento na sua vida escolar poderá realizar, contribuindo para superação de seus próprios desafios.

Ainda temos, *a seção Verifique o que Estudou*, como o próprio nome já diz, revisa cumulativamente, nos finais de cada capítulo os conceitos apresentados anteriormente; a seção *Raciocínio Lógico*, que apresenta exercício, com a proposta de resolução de problemas, voltada para a aplicação de noção de lógica; a seção *Bate-papo*, que apresenta atividades orais para discursão entre alunos e professores; a seção *Você Sabia*, com curiosidades e fatos, relacionados ao conteúdo de cada capítulo, e a seção *Um Pouco de História*, contemplando informações e fatos históricos relacionados à matemática e sua evolução.

Sobre o trabalho em espiral, citado anteriormente, consiste em trabalhar um conteúdo, de tal forma que posteriormente retoma-se esse conteúdo, ampliando e aprofundando, isso dentro do próprio capítulo, e também, entre os volumes, apresentando uma melhor coerência em relação ao contexto sequenciado na coleção. Por fim, levando em consideração que a aprendizagem, não é algo linear é um ir e vir entre os conteúdos, fechando as lacunas que possam surgir.

4.2.2 Análise em Relação à Contextualização

Para efeito de investigação, nessa seção, tal qual em relação a outra coleção, utilizamos como parâmetro a contextualização e suas sub categorias. Na Tabela 6, apresentamos a frequência que cada uma aparece, mediante as atividades e exemplos propostos no capítulo 6, intitulado *Frações e Porcentagem*, relativo ao estudo do conceito de Fração.

Tabela 6 – Frequência das sub categorias de análise, presentes nas atividades e exemplos do livro didático Matemática

Categorias de Análise	Tópico 1	Tópico 2	Tópico 3	Tópico 4	Tópico 5	Tópico 6	Revisão
Profissional	0	0	1	0	0	0	1
Científico	2	1	1	5	13	2	3
Lúdico	5	1	0	0	1	0	0
Histórico	2	0	0	2	0	1	0
Natural	0	0	0	0	0	0	0
Artístico	0	0	0	0	0	0	0
Social	13	7	3	2	0	5	10
Econômico	1	0	0	0	0	3	6

Fonte: Construção própria

Dessa forma, verificamos a presença da contextualização no decorrer de todo o conteúdo. O capítulo 6, a ser analisado, possui 37 páginas explorando o conceito de fração, tendo início na página 168 até a 205. Esse capítulo está dividido em 6 tópicos, que por sua vez, estes estão divididos em sub tópicos, nos quais o autor utiliza como organização do conteúdo a ser estudado, seguindo em sua abordagem, os parâmetros da BNCC.

Em sua introdução o autor traz uma imagem, que retrata uma “encenação de crianças representando egípcios medindo comprimentos com cordas e nós” (DANTE, 2018, p. 168), como o próprio autor descreve, com representado na figura 24. Com essa imagem, podemos visualizar uma maneira muito utilizada pelos egípcios, como forma de medir um comprimento qualquer, que é representado pela distância entre os nós de uma corda, utilizado por eles como uma medida padrão.

Figura 24 – Introdução do Capítulo 6

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.168)

Com isso, ao realizar determinada medição, eles observaram que em algumas situações, a medida por eles padronizada, não era exata, que por vezes faltava um pedaço de medida de corda ou sobrava. A partir das dificuldades que surgiram na utilização dessa medida surgiu a necessidade de entender o que significada essa diferença nas medições, que não se encaixavam nos seus padrões de medida. Assim, o autor traz uma abordagem histórica sobre o uso dos números racionais, que de uma forma contextualizada inicia o estudo desse capítulo.

A maneira que as crianças realizam a medição na imagem, também pode ser reproduzida pelo professor em sala de aula, como uma proposta de fazer a transposição didática de uma forma mais lúdica os conceitos iniciais, o que poderia ter sido sugerido pelo autor.

Em seguida, logo antes do autor colocar outras situações exemplificadoras, ele faz um comentário, apresentando a tônica da metodologia de exposição do capítulo adotada, no ensino de Fração. Essa, reforça o uso da contextualização como uma das estratégias principais para a transposição didática, apontada pela Didática Francesa.

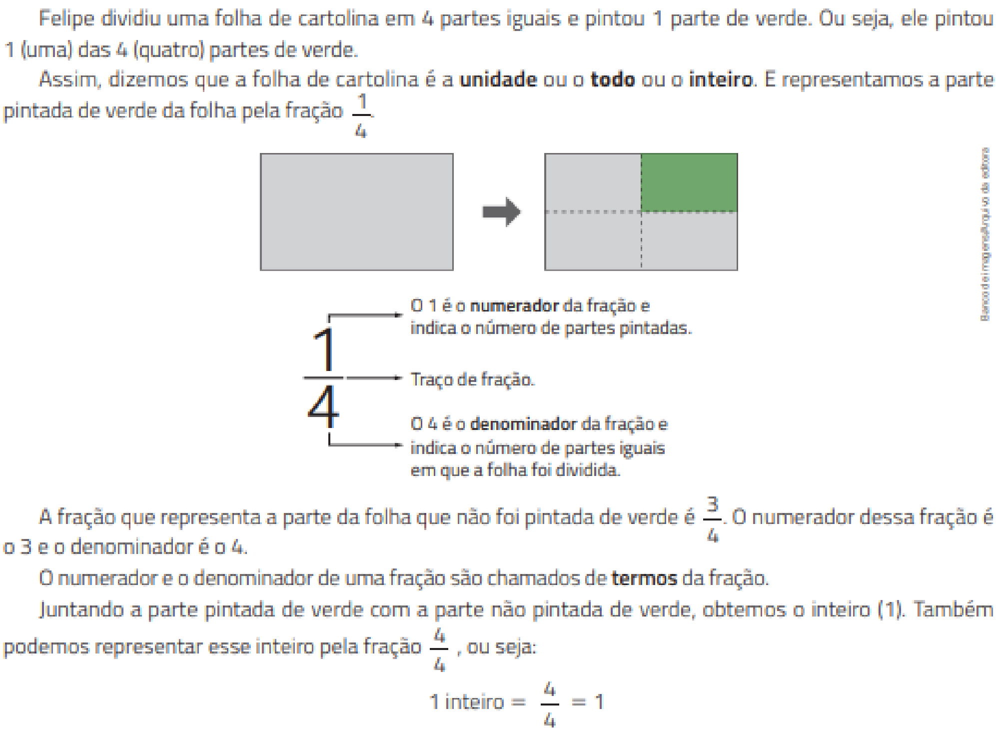
> As frações surgiram da necessidade de registrar medidas de maneira mais precisa. Neste capítulo faremos o estudo das frações: os significados, as representações e as leituras, as comparações, as operações, entre outros. Tudo isso, sempre constatando o uso das frações em situações práticas do dia a dia, incluindo aquelas que envolvem frações na forma de porcentagem. (DANTE, 2018, p. 169).

O Tópico 1 apresenta *Algumas Ideias Associadas a Fração.* Está dividido em 4 sub Tópicos, que trazem 4 significados: *fração como parte/todo, fração como razão, fração de uma quantidade e fração como quociente.* Do ponto de vista da transposição didática, há uma inversão em relação a concepção que adotamos, baseada na ideia de deferentes personalidades assumidas pelo número racional, descritas por Onuchic e Allevato (2008): “[A] expressão ‘diferentes personalidades’, no presente texto, refere-se aos números racionais associados aos diferentes significados que eles podem assumir, em virtude de tais ideias” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 81).

O autor esboça essas noções são entendimentos sobre o número fracionário, enquanto as autoras citadas anteriormente parte do princípio que são do número racional.

Em relação a 1ª ideia: fração como parte/todo, o autor inicia com o seguinte problema contextualizado a partir de atividade de manipulação (lúdica), que podemos verificar na figura 25.

Figura 25 - Fração como parte/todo


Felipe dividiu uma folha de cartolina em 4 partes iguais e pintou 1 parte de verde. Ou seja, ele pintou 1 (uma) das 4 (quatro) partes de verde.

Assim, dizemos que a folha de cartolina é a **unidade** ou o **todo** ou o **inteiro**. E representamos a parte pintada de verde da folha pela fração $\frac{1}{4}$.

A fração que representa a parte da folha que não foi pintada de verde é $\frac{3}{4}$. O numerador dessa fração é o 3 e o denominador é o 4.

O numerador e o denominador de uma fração são chamados de **termos** da fração.

Juntando a parte pintada de verde com a parte não pintada de verde, obtemos o inteiro (1). Também podemos representar esse inteiro pela fração $\frac{4}{4}$, ou seja:

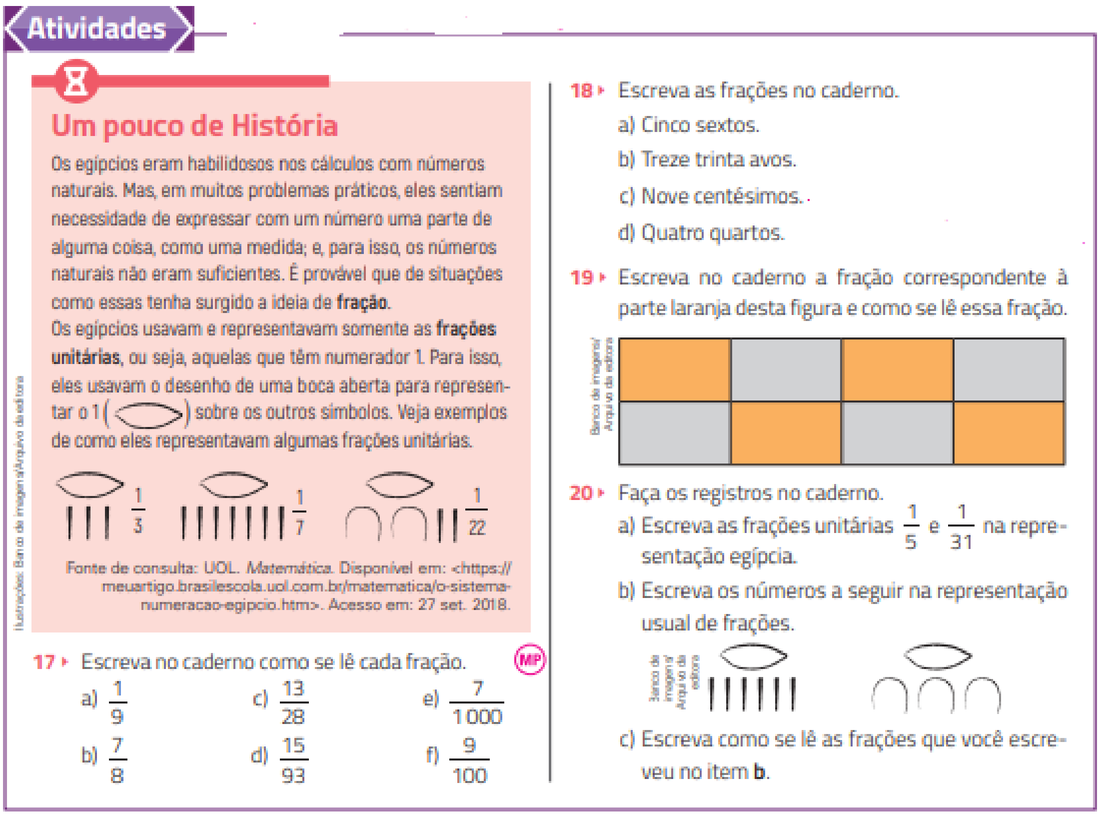
$$1 \text{ inteiro} = \frac{4}{4} = 1$$

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.170)

A referida situação apresenta um contexto que os alunos podem realizar na prática em trabalhos escolares. Por meio de duas dobraduras realizadas com a folha de cartolina, em suas duas dimensões, podemos verificar, ao abrir, a marcação da divisão da folha em quatro partes iguais. Com isso, o aluno ao pintar uma dessas partes poderá analisar a porção da folha que ela representa, com relação ao todo.

Mais adiante, ainda dentro da ideia parte/todo, contempla a leitura das frações, um outro subitem, que complementa essa ideia, mostrando a leitura de algumas frações. Esse assunto é reforçado com contextualizações histórica, presente na figura 26, a qual é defendida por Valera (2003) e lúdica, conforme vemos na figura 33, que será discutida na seção *Jogos*, mais adiante.

Figura 26 - Leitura das Frações



Atividades

Um pouco de História

Os egípcios eram habilidosos nos cálculos com números naturais. Mas, em muitos problemas práticos, eles sentiam necessidade de expressar com um número uma parte de alguma coisa, como uma medida; e, para isso, os números naturais não eram suficientes. É provável que de situações como essas tenha surgido a ideia de **fração**.

Os egípcios usavam e representavam somente as **frações unitárias**, ou seja, aquelas que têm numerador 1. Para isso, eles usavam o desenho de uma boca aberta para representar o 1 ( ) sobre os outros símbolos. Veja exemplos de como eles representavam algumas frações unitárias.

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{22}$

Fonte de consulta: UOL. *Matemática*. Disponível em: <https://meuartigo.brasilescola.uol.com.br/matematica/o-sistema-numeracao-egipcio.htm>. Acesso em: 27 set. 2018.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

17 Escreva no caderno como se lê cada fração.

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{7}{8}$ c) $\frac{13}{28}$ d) $\frac{15}{93}$ e) $\frac{7}{1000}$ f) $\frac{9}{100}$

18 Escreva as frações no caderno.

a) Cinco sextos.

b) Treze trinta avos.

c) Nove centésimos.

d) Quatro quartos.

19 Escreva no caderno a fração correspondente à parte laranja desta figura e como se lê essa fração.

Banco de imagens/Arquivo da editora

20 Faça os registros no caderno.

a) Escreva as frações unitárias $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{31}$ na representação egípcia.

b) Escreva os números a seguir na representação usual de frações.

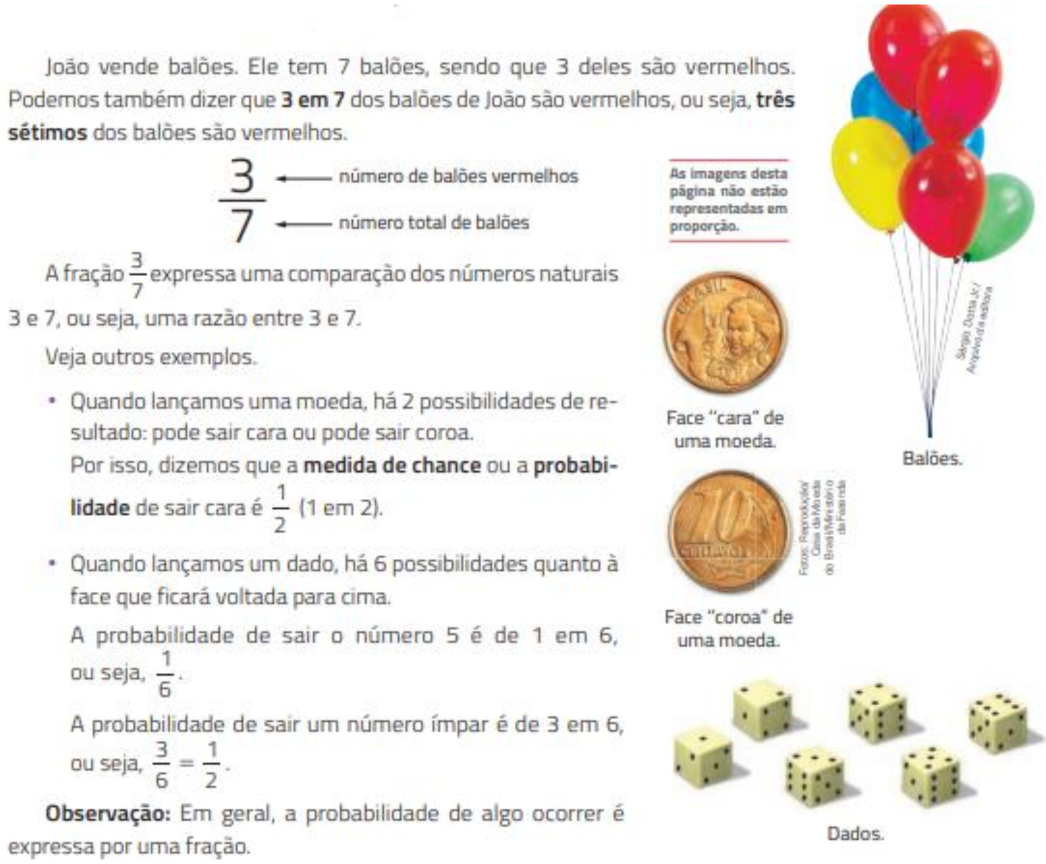
Banco de imagens/Arquivo da editora

c) Escreva como se lê as frações que você escreveu no item **b**.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.173)

Sobre a 2ª ideia: *Fração como Razão*, que estuda a comparação entre duas grandezas, ou seja, a razão entre uma determinada quantidade e seu total, ou mesmo a razão da parte pelo todo. O autor apresenta essa ideia, com uma situação que envolvendo conceitos iniciais de probabilidade, de forma contextualizada, vista a seguir na figura 27.

Figura 27 – 2ª ideia: Fração como Razão



João vende balões. Ele tem 7 balões, sendo que 3 deles são vermelhos. Podemos também dizer que **3 em 7** dos balões de João são vermelhos, ou seja, **três sétimos** dos balões são vermelhos.

$$\frac{3}{7} \begin{array}{l} \longleftarrow \text{número de balões vermelhos} \\ \longleftarrow \text{número total de balões} \end{array}$$

A fração $\frac{3}{7}$ expressa uma comparação dos números naturais 3 e 7, ou seja, uma razão entre 3 e 7.

Veja outros exemplos.

- Quando lançamos uma moeda, há 2 possibilidades de resultado: pode sair cara ou pode sair coroa.
  Por isso, dizemos que a **medida de chance** ou a **probabilidade** de sair cara é $\frac{1}{2}$ (1 em 2).
- Quando lançamos um dado, há 6 possibilidades quanto à face que ficará voltada para cima.
  A probabilidade de sair o número 5 é de 1 em 6, ou seja, $\frac{1}{6}$.
  A probabilidade de sair um número ímpar é de 3 em 6, ou seja, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Observação: Em geral, a probabilidade de algo ocorrer é expressa por uma fração.

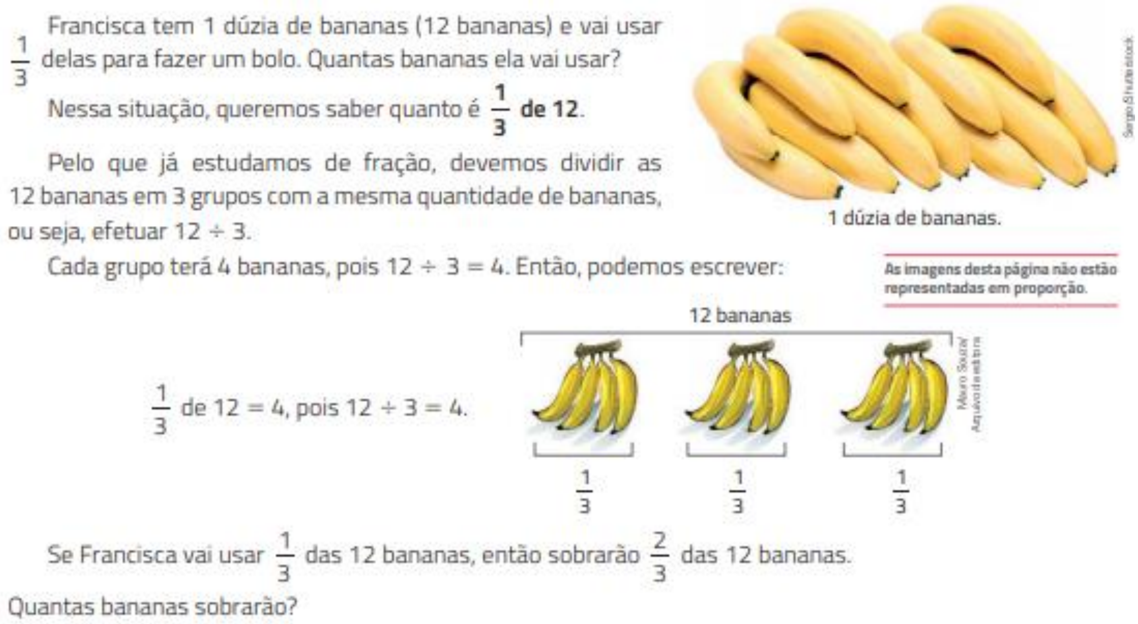
Fonte: Teláris Matemática (2018, p.174)

O autor, a partir de uma abordagem contextualizada, contempla nesses exemplos, situações que envolvem situações cotidianas, uma forma de tratar muito defendida por Lopes (2008), ao mesmo modo que utiliza as ideias inicias da probabilidade, como no exemplo dos balões, no qual traz a razão entre os balões vermelhos e o total de balões a ser vendidos por João.

Podemos verificar, a contextualização presente nos dois exemplos seguintes, que discute sobre a chance de ao lançar uma moeda, a possibilidade de uma das faces sair, em razão das possibilidades existentes. E por fim, o clássico problema envolvendo lançamento de dados e as possibilidades de sair determinada face em razão do seu total. Com isso, ao introduzir essa ideia, podemos encontrar três exemplos contextualizados, que podem ser discutidos em sala com os alunos, propondo uma atividade mais dinâmica, com elementos que os alunos reconhecem e vivenciam.

Na 3ª ideia: *Fração de uma quantidade*, por meio de uma abordagem contextualizada, com uma situação de vida prática, o autor propõe uma situação problema (figura 28), que busca fazer refletir sobre a fração como quantidade de elementos de um grupo, ou seja, uma porção de uma determinada quantidade, o que inclui a noção de quantidade discreta.

Figura 28 - 3ª ideia: Fração de uma quantidade



Francisca tem 1 dúzia de bananas (12 bananas) e vai usar $\frac{1}{3}$ delas para fazer um bolo. Quantas bananas ela vai usar?

Nessa situação, queremos saber quanto é $\frac{1}{3}$ **de 12**.

Pelo que já estudamos de fração, devemos dividir as 12 bananas em 3 grupos com a mesma quantidade de bananas, ou seja, efetuar $12 \div 3$.

Cada grupo terá 4 bananas, pois $12 \div 3 = 4$. Então, podemos escrever:

$\frac{1}{3}$ de $12 = 4$, pois $12 \div 3 = 4$.

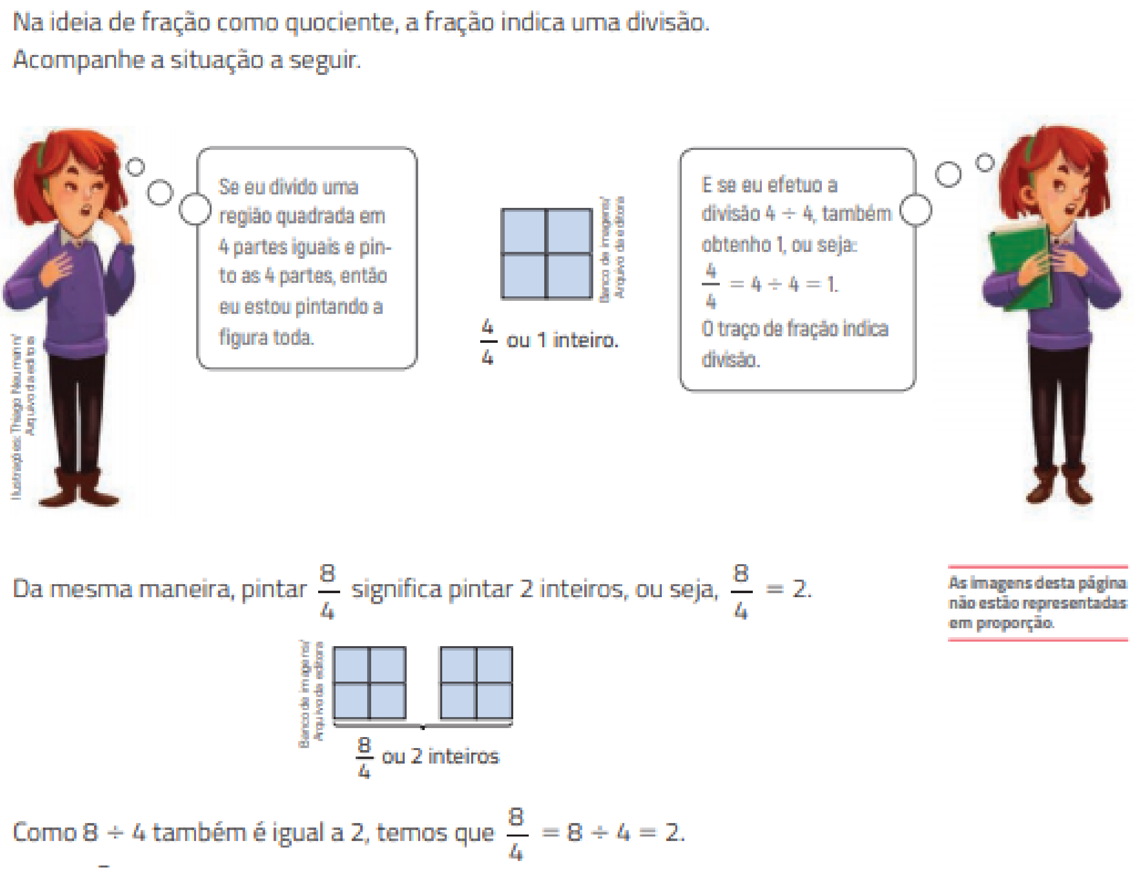
Se Francisca vai usar $\frac{1}{3}$ das 12 bananas, então sobrarão $\frac{2}{3}$ das 12 bananas. Quantas bananas sobrarão?

Fonte: Teláris Matemática (2018, p. 175)

Nessa circunstância, podemos verificar, que as 12 bananas representam o total e $\frac{1}{3}$ representa a parte que será retirada do todo. Assim, a fração tem o significado de operador multiplicativo, transformando o total, em três grupos iguais, com 4 bananas, ou seja, cada grupo representa $\frac{1}{3}$ desse total. Então, com isso, o aluno pode perceber que a retirada de um desses grupos, para o uso na receita, consiste na quantidade de 4 bananas.

Finalizando o tópico 1, encontramos a 4ª ideia: *fração como quociente,* também apresentada de forma contextualizada, essa associada às frações consiste no quociente ou divisão entre os termos da fração, numerador pelo denominador, utilizando elementos do conjunto dos números naturais, contemplado no exemplo, a seguir, na figura 29.

Figura 29 – 4ª ideia: Fração como Quociente



Na ideia de fração como quociente, a fração indica uma divisão.
Acompanhe a situação a seguir.

Se eu divido uma região quadrada em 4 partes iguais e pinto as 4 partes, então eu estou pintando a figura toda.

$\frac{4}{4}$ ou 1 inteiro.

E se eu efetuo a divisão $4 \div 4$, também obtenho 1, ou seja: $\frac{4}{4} = 4 \div 4 = 1$. O traço de fração indica divisão.

Da mesma maneira, pintar $\frac{8}{4}$ significa pintar 2 inteiros, ou seja, $\frac{8}{4} = 2$.

As imagens desta página não estão representadas em proporção.

$\frac{8}{4}$ ou 2 inteiros

Como $8 \div 4$ também é igual a 2, temos que $\frac{8}{4} = 8 \div 4 = 2$.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p. 178)

Esse caso trabalha a ideia associada às frações, de quocientes entre números naturais. Para um melhor entendimento, esse pode ser desenvolvido de forma manipulativa. Por meio de uma folha de papel, os alunos podem realizar as divisões descritas para efeito de explorações concretas. Com isso, esperamos que fique mais claro para o aluno como se comporta a representação de quociente entre os números.

Ao final do estudo da 4ª ideia relacionada às frações, encontramos o conteúdo de *Frações e Medidas*, como também a *Classificação de Frações*. Sobre o primeiro, o autor traz de maneira muito breve o assunto, descrevendo, apenas o que seria e como se aplica, sem uso de uma abordagem por resolução de problemas, porém relacionando-o a outro conteúdo matemático, o de medida, fazendo assim uma contextualização interna, ou seja, entre conteúdos matemáticos. O mesmo acontece no exercício 42, que aplica essa ideia, como podemos verificar na figura 30, a seguir.

Figura 30 - Frações e Medidas, seção *Atividades*

42 ▸ Responda quanto é:

a) $\frac{1}{2}$ de 1 quilômetro?

b) $\frac{1}{4}$ de 1 quilograma?

c) $\frac{1}{2}$ de 1 hora?

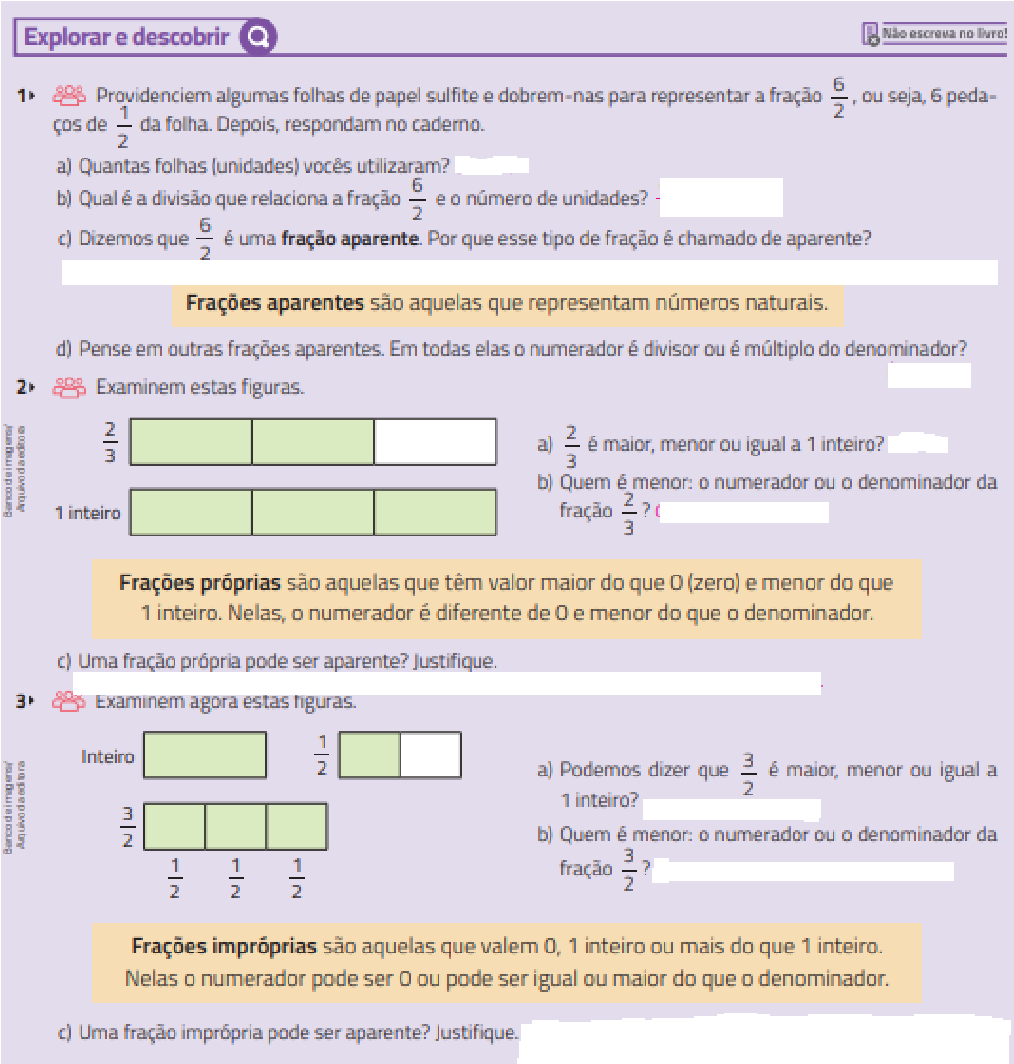
d) $\frac{1}{100}$ de 1 metro?

Fonte: Teláris Matemática (2018, p. 179)

Esse exercício sobre frações e medidas, utiliza uma abordagem mais mecanizada, apenas faz uso das grandezas e medidas para fracionar seus valores, realizando a transformação de unidades. Dessa forma, é desenvolvida situações que envolvem frações com medidas de comprimento, medidas de massa e medidas de intervalo de tempo, relembrando aos alunos as relações entre as unidades de medidas e suas transformações, o que poderia ser discutido dentro de um contexto de vida prática, relacionando a vivência dos alunos.

O segundo é apresentado na seção *Explorar e Descobrir*, presente na página 180, o autor aborda o conteúdo de *Classificação de Fração*, com a definição de cada tipo: Frações Aparentes, Frações Próprias e Fração Imprópria, vista a seguir, na figura 31.

Figura 31 – Classificação de Frações, seção *Explorar e Descobrir*


Explorar e descobrir

Não escreva no livro!

1. Providenciem algumas folhas de papel sulfite e dobrem-nas para representar a fração $\frac{6}{2}$, ou seja, 6 pedaços de $\frac{1}{2}$ da folha. Depois, respondam no caderno.

a) Quantas folhas (unidades) vocês utilizaram?

b) Qual é a divisão que relaciona a fração $\frac{6}{2}$ e o número de unidades?

c) Dizemos que $\frac{6}{2}$ é uma **fração aparente**. Por que esse tipo de fração é chamado de aparente?

Frações aparentes são aquelas que representam números naturais.

d) Pense em outras frações aparentes. Em todas elas o numerador é divisor ou é múltiplo do denominador?

2. Examinem estas figuras.

a) $\frac{2}{3}$ é maior, menor ou igual a 1 inteiro?

b) Quem é menor: o numerador ou o denominador da fração $\frac{2}{3}$?

Frações próprias são aquelas que têm valor maior do que 0 (zero) e menor do que 1 inteiro. Nelas, o numerador é diferente de 0 e menor do que o denominador.

c) Uma fração própria pode ser aparente? Justifique.

3. Examinem agora estas figuras.

a) Podemos dizer que $\frac{3}{2}$ é maior, menor ou igual a 1 inteiro?

b) Quem é menor: o numerador ou o denominador da fração $\frac{3}{2}$?

Frações impróprias são aquelas que valem 0, 1 inteiro ou mais do que 1 inteiro. Nelas o numerador pode ser 0 ou pode ser igual ou maior do que o denominador.

c) Uma fração imprópria pode ser aparente? Justifique.

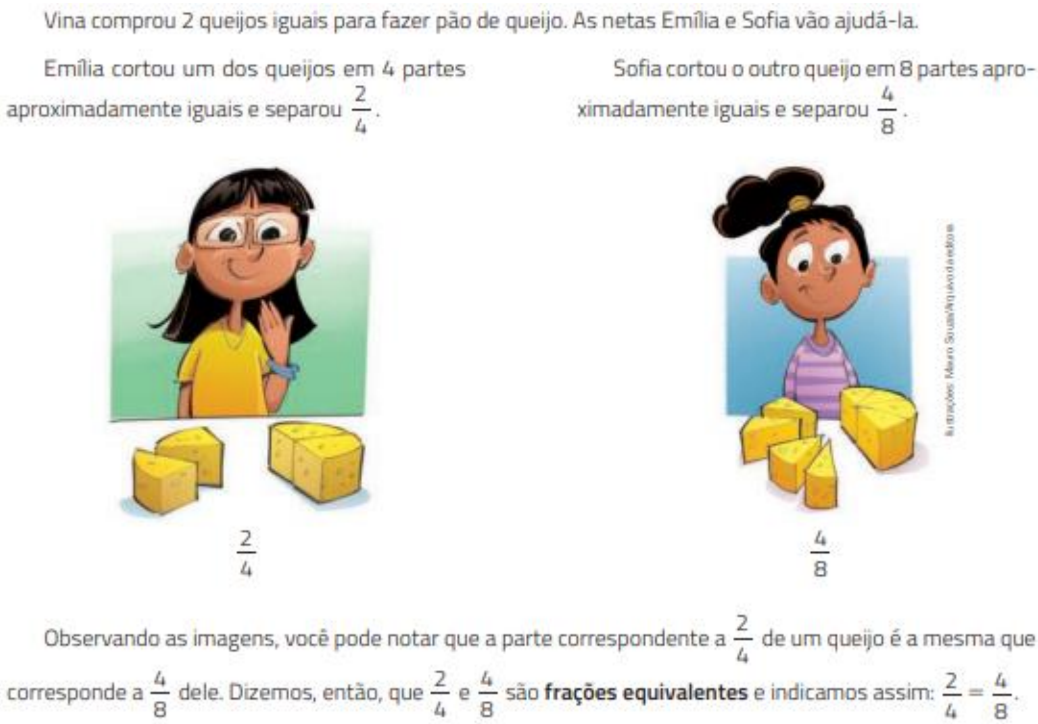
Fonte: Teláris Matemática (2018, p. 180)

Por meio dessa seção, utilizando-se de uma proposta de contextualização lúdica, alinhado com ideias de Scolaro (2008), o autor inicia o estudo do referido assunto sugerindo a manipulação de dobraduras para de primeiramente conceituar *Fração Aparente*, a qual representa números naturais, de forma que o quociente entre o numerador e o denominador, representa uma divisão exata de valor pertencente ao conjunto dos números naturais. Logo em seguida, aborda os outros tipos através do estímulo à observação de figuras. Da mesma forma, ele trata a forma mista de número fracionário.

Em relação ao Tópico 1, pudemos verificar, no que diz respeito às diferentes personalidades do número racional, discutidas anteriormente, uma certa superficialidade, apesar de que do ponto de vista da transposição didática da forma que foi apresentado ficou bastante didática. Por outro lado, observamos poucas aplicações e contextos muitos simples.

Quanto ao Tópico 2, que faz o estudo das Frações Equivalentes, é apresentado por meio uma situação problema que envolve um contexto da vida prática, envolvendo aspectos gastronômicos, contemplando uma situação muito comum ao realizar determinadas receitas. Na figura 32, podemos analisar o problema em questão.

Figura 32 - Frações Equivalentes



Fonte: Teláris Matemática (2018, p. 182)

Conforme a situação problema apresentada, o contexto e as imagens associadas, demostram a situação a ser realizada, com isso podemos verificar a repartição de um queijo de duas formas diferentes, representado por cada imagem. Podemos perceber que em ambos os casos, o queijo que será utilizado, embora repartidos de formas diferentes possuem o mesmo tamanho.

Com isso, os alunos podem observar, que as duas formas de fracionamento do queijo, representa uma mesma fração dele, facilitando assim a compreensão da equivalência. Evidenciado pelas ideias propostas por Scolaro (2008), “o uso desses objetos reais, nomeados de materiais didáticos manipuláveis que levam o aluno a tocar, sentir, manipular e movimentar, acabam por tornar-se representações de uma ideia”. (SCOLARO, 2008, p.4)

Seguindo o mesmo Tópico, encontramos *o Processo Prático para Determinar Frações Equivalentes*, que consiste na multiplicação do numerador e do denominador, de uma determinada fração como recurso para determinar outras frações equivalentes a ela. Sem muito contexto, utilizando mais da condução de como o processo pode ser feito, o autor apresenta o método, e logo em seguida apresenta as aplicações, no qual os alunos irão pôr em prática o que aprenderam.

Ainda nesse Tópico, através de um contexto esportivo, o autor traz o estudo sobre *Simplificação de Fração e Frações Irredutíveis*, que consiste em encontrar uma fração considerada mais simples, que possua numerador e denominador menor que se possa encontrar e seja equivalente da primeira. Com isso, o exemplo a seguir, na figura 33, é utilizado, para dar início a esse estudo.

Figura 33 - Simplificação de Fração e Frações Irredutíveis

Leia as informações que aparecem no texto deste jornal.

Com base nessas informações é possível deduzir que as frações $\frac{7}{8}$ e $\frac{63000}{72000}$ são equivalentes.

A fração $\frac{7}{8}$ é uma representação simplificada de $\frac{63000}{72000}$ e, por isso, dizemos que simplificando a fração $\frac{63000}{72000}$ obtemos $\frac{7}{8}$.

Essa simplificação pode ser feita dividindo os termos da fração por um mesmo número, diferente de 0, até chegar a $\frac{7}{8}$:

$$\frac{63\,000^{\div 1000}}{72\,000_{\div 1000}} = \frac{63^{\div 9}}{72_{\div 9}} = \frac{7}{8}$$

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.185)

Utilizando-se da divisão entre os termos da fração por um determinado número natural, é possível encontrar a fração mais simples, que equivale a dada. Nesse caso, o autor não deixa determinado qual estratégia de divisibilidade o aluno deve seguir, se inicia a divisão pelo menor número natural ou pelo maior, com que o numerador e o denominador possam ser divido ao mesmo tempo. Logo, como os dois números são potências de dez, ele optou em cancelar primeiramente os zeros, tornando a fração mais simples.

Em seguida é feito uma pequena abordagem, sem contextualização, para *Determinação de Todas as Frações Equivalentes a uma Mesma Dada*, mostra que a partir de uma fração é possível realizar infinitas multiplicações entre seus termos e um número natural, para encontrar infinitas frações equivalentes a ela.

Por fim, temos a seção Jogos, caracterizando a contextualização lúdica, que podemos observar a seguir na figura 34.

Figura 34 - Seção *Jogos*

Dominó de frações

Você já jogou dominó de frações? Neste jogo você aplicará o conceito de frações equivalentes. Preste atenção às orientações e bom jogo!

Orientações

Número de participantes: 2 jogadores ou 2 duplas.
Material: 28 peças do dominó.

Preparação

O primeiro passo é produzir as peças do jogo. Para isso, providencie uma folha de cartolina e recorte 28 regiões retangulares iguais. Depois, trace uma linha no meio de cada região retangular e copie as frações destas peças.

$\frac{10}{25}$ / $\frac{200}{300}$	$\frac{18}{24}$ / $\frac{6}{24}$	$\frac{6}{30}$ / $\frac{10}{40}$	$\frac{12}{30}$ / $\frac{25}{100}$	$\frac{10}{50}$ / $\frac{30}{40}$	$\frac{20}{50}$ / $\frac{75}{100}$	$\frac{40}{100}$ / $\frac{20}{100}$
$\frac{4}{16}$ / $\frac{5}{15}$	$\frac{12}{16}$ / $\frac{6}{18}$	$\frac{4}{20}$ / $\frac{10}{30}$	$\frac{8}{20}$ / $\frac{4}{12}$	$\frac{5}{20}$ / $\frac{10}{15}$	$\frac{15}{20}$ / $\frac{12}{18}$	$\frac{5}{25}$ / $\frac{20}{30}$
$\frac{3}{9}$ / $\frac{3}{6}$	$\frac{6}{9}$ / $\frac{4}{8}$	$\frac{3}{12}$ / $\frac{5}{10}$	$\frac{9}{12}$ / $\frac{6}{12}$	$\frac{3}{15}$ / $\frac{10}{20}$	$\frac{6}{15}$ / $\frac{50}{100}$	$\frac{8}{12}$ / $\frac{100}{300}$
$\frac{2}{4}$ / $\frac{1}{2}$	$\frac{2}{6}$ / $\frac{1}{3}$	$\frac{4}{6}$ / $\frac{2}{3}$	$\frac{2}{8}$ / $\frac{1}{4}$	$\frac{6}{8}$ / $\frac{3}{4}$	$\frac{2}{10}$ / $\frac{1}{5}$	$\frac{4}{10}$ / $\frac{2}{5}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Como jogar

Este jogo segue praticamente as mesmas regras do dominó comum.

Distribua igualmente as 28 peças entre os jogadores. Se 2 alunos jogarem, então cada um deles ficará com 14 peças; se forem 4 alunos, então cada um deles receberá 7 peças.

É necessário decidir quem começará a jogar. O primeiro jogador escolhe uma peça e a coloca sobre a mesa. O próximo jogador deve buscar nas peças dele uma fração que seja equivalente a uma das frações da peça colocada sobre a mesa. Se encontrar, então deve encostar as extremidades das peças que têm frações equivalentes. Veja um exemplo em que o primeiro jogador colocou a peça a seguir.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.187)

Essa seção, que antes só encontrávamos nos livros de Ensino Infantil dessa coleção, agora podemos encontrar em todas os livros da coleção do Ensino Fundamental. Através do jogo, os alunos podem brincar e, ao mesmo tempo aplicar os conceitos aprendidos sobre as frações equivalentes. Como visto, a proposta possui as suas orientações, preparação e regras de como jogar, para assim de forma organizada, a brincadeira seja realizada satisfatoriamente. Essa proposta de ensino mais dinâmico está presente nas ideias defendidas pela BNCC (2017), e outros autores, tais como: Scolaro (2008); Lopes (2008); Valera (2003); Catto (2000); Onuchic e Allevato (2008), entre outros.

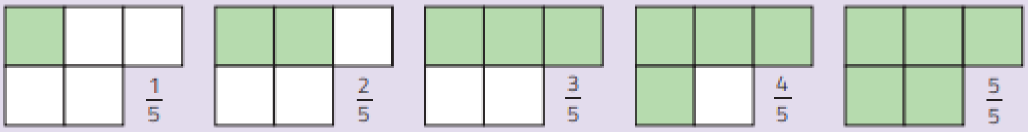
No Tópico 3, que estuda a *Comparação de Frações*, é proposto situações para que seja observado por meio de figuras, diferentes perspectivas, seja para numeradores iguais ou para denominadores iguais. Nesse caso, podemos propor, também, atividades manipulativas, utilizando folhas de papel, como já discutimos anteriormente, para uma melhor percepção desse estudo. Na figura 36, apresentamos a situação de *Frações com Denominadores Iguais*. O desenvolvimento é semelhante ao anterior, presente na figura 35.

Figura 35 - Fração com Denominadores Iguais

Explorar e descobrir

Não escreva no livro!

Agora, examine algumas frações, de uma mesma unidade, que têm denominadores iguais.

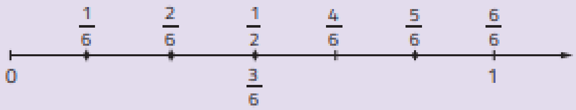


a) Qual dessas frações é a maior? E a menor?

b) Se os denominadores das frações são iguais, por exemplo, $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$, então qual delas é a maior?

c) Reúna-se com um colega e comparem estes outros pares de frações: $\frac{3}{8}$ com $\frac{1}{8}$ e $\frac{2}{9}$ com $\frac{4}{9}$. Concluam qual é a maior fração e qual é a menor em cada par.

d) Observe esta reta numerada e compare as frações $\frac{2}{6}$ e $\frac{5}{6}$.



Fonte: Teláris Matemática (2018, p.188)

Diferente da abordagem anterior, o conteúdo sobre a comparação das *Frações com Numeradores Diferentes e Denominadores Diferentes* é apresentado o conteúdo dentro de um contexto de vida prática, utilizando a ideia de fração equivalente para solucionar o problema, vejamos a seguir na figura 36.

Figura 36 - Frações com numeradores diferentes e denominadores diferentes

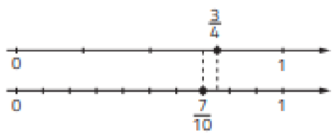
Acompanhe esta situação: Sílvio e Lúcio estão participando de uma corrida de bicicleta. Sílvio já percorreu $\frac{3}{4}$ do trajeto, e Lúcio, $\frac{7}{10}$. Qual deles está na frente?

Para responder, devemos comparar as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{7}{10}$ e determinar qual delas é a maior.

Para isso, vamos escrevê-las com o mesmo denominador. Faremos esse procedimento de 2 maneiras diferentes.

- Usando uma reta numerada.

  $\frac{3}{4}$ é maior do que $\frac{7}{10}$: $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$.



- Usando frações equivalentes.

  Escrevemos frações equivalentes a $\frac{3}{4}$ e a $\frac{7}{10}$ até encontrarmos 2 frações com denominadores iguais.

  $\frac{3}{4} \rightarrow \frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \boxed{\frac{15}{20}}, \frac{18}{24}, \ldots$ $\qquad \frac{7}{10} \rightarrow \frac{7}{10}, \boxed{\frac{14}{20}}, \frac{21}{30}, \ldots$

  Como $\frac{15}{20} > \frac{14}{20}$, temos $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$.

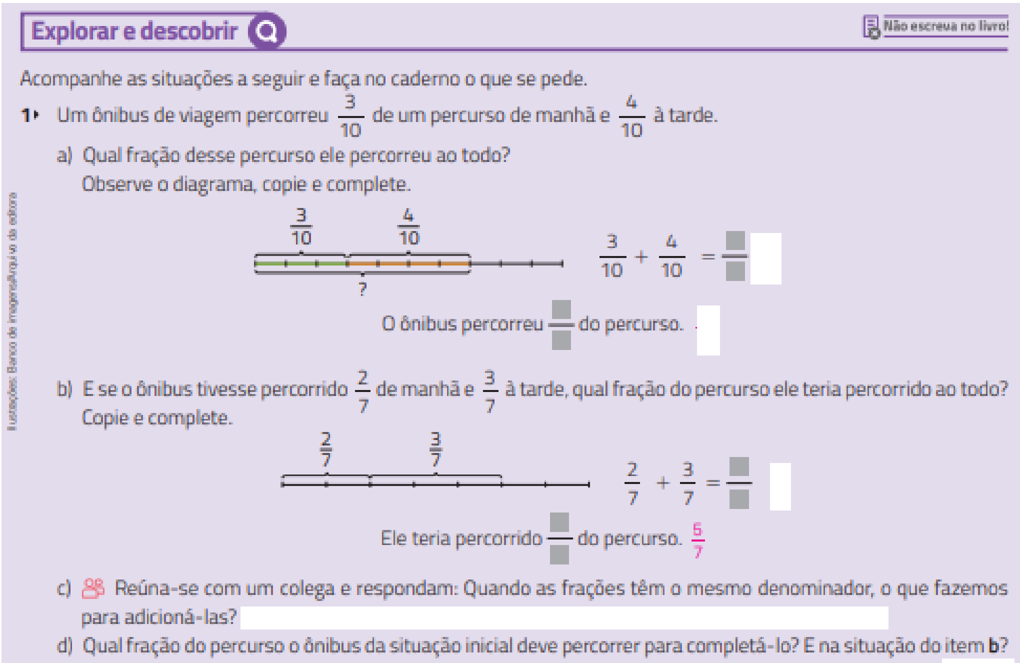
Logo, como $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$, concluímos que Sílvio está na frente de Lúcio na corrida.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p. 189)

Como podemos verificar, a ideia para solucionar o seguinte problema, consiste em deixá-las com o mesmo denominador, e para isso devemos encontrar as frações equivalentes a cada fração, utilizando o método estudado anteriormente. Dessa forma, com os denominadores iguais, observamos os numeradores, pois são eles que irão determinar a posição das frações na reta, e assim identificar a criança que está à frente na corrida.

No tópico 4, é feito o estudo sobre as operações de Adição e Subtração de Frações de forma contextualizada, com sua abordagem dividida entre duas seções, que de maneira individual desenvolve cada conceito relativo as operações entre frações. A primeira seção Explorar e Descobrir, o autor aborda as operações de frações com denominadores iguais, sendo feito por meio de dois exemplos, utilizando um desses exemplos, analisamos o que foi apresentado, como consta na figura 37, a seguir.

Figura 37 - Frações com Denominadores Iguais



Explorar e descobrir

Não escreva no livro!

Acompanhe as situações a seguir e faça no caderno o que se pede.

1 Um ônibus de viagem percorreu $\frac{3}{10}$ de um percurso de manhã e $\frac{4}{10}$ à tarde.

a) Qual fração desse percurso ele percorreu ao todo?
Observe o diagrama, copie e complete.

$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{\square}{\square}$

O ônibus percorreu $\frac{\square}{\square}$ do percurso.

b) E se o ônibus tivesse percorrido $\frac{2}{7}$ de manhã e $\frac{3}{7}$ à tarde, qual fração do percurso ele teria percorrido ao todo?
Copie e complete.

$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{\square}{\square}$

Ele teria percorrido $\frac{\square}{\square}$ do percurso. $\frac{5}{7}$

c) Reúna-se com um colega e respondam: Quando as frações têm o mesmo denominador, o que fazemos para adicioná-las?

d) Qual fração do percurso o ônibus da situação inicial deve percorrer para completá-lo? E na situação do item **b**?

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.190)

Utilizando-se de uma abordagem contextualizada de vida prática, mediante uma situação cotidiana das cidades, o problema descreve as frações de um percurso de um ônibus em dois turnos de sua viagem. Verificando os dados apresentados, verificamos que ambas possuem denominadores iguais, nesse caso, observamos que como o denominador é o mesmo, as partes são iguais, sendo necessário apenas unir o que foi percorrido de cada parte, encontrando assim o todo.

Na segunda seção *Explorar e Descobrir,* é contemplado as operações de *Frações com Denominadores Diferentes,* que por meio de dois exemplos contextualizados é iniciado o estudo. Utilizando o primeiro exemplo, como pode ser observado na figura 38, que também discute sobre percurso, mas agora de uma balsa, descreve duas frações de percursos com denominadores diferentes, vejamos.

Figura 38 – Frações com Denominadores Diferentes

Explorar e descobrir

Não escreva no livro!

Acompanhe as situações a seguir e faça no caderno o que se pede.

1▸ Pela manhã, uma balsa percorreu $\frac{2}{3}$ de um percurso e, à tarde, $\frac{1}{4}$. Qual fração do percurso ela percorreu ao todo?

Para responder a essa pergunta, precisamos efetuar esta adição:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = ?$$

Para isso, vamos reduzir as frações ao mesmo denominador usando frações equivalentes, ou seja, escrevemos as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$ até encontrarmos 2 frações com denominadores iguais.

$$\frac{2}{3} \rightarrow \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \boxed{\frac{8}{12}}, \frac{10}{15}, \ldots$$

$$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \boxed{\frac{3}{12}}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \ldots$$

Copie, complete e escreva a resposta no caderno.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{■}{■}$$

2▸ Uma balsa percorreu $\frac{3}{4}$ de um percurso. Quanto ela ainda precisa percorrer para completar $\frac{5}{6}$ do percurso?

Para responder a essa pergunta, precisamos efetuar esta subtração:

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = ?$$

Analogamente, vamos reduzir as frações ao mesmo denominador usando frações equivalentes.

a) Observe as frações equivalentes de $\frac{5}{6}$ e, no caderno, faça o mesmo para a fração $\frac{3}{4}$.

$$\frac{5}{6} \rightarrow \frac{5}{6}, \boxed{\frac{10}{12}}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{25}{30}, \ldots$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow ■ \ldots$$

b) Agora, copie, complete e escreva a resposta no caderno.

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{■}{■} = \frac{■}{■}$$

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.191)

Como podemos observar, a estratégia utilizada para realizar a operação de adição e subtração com denominadores diferentes, a fim de encontrar o percurso total entre duas frações desse percurso, por exemplo, é retomando a ideia de fração equivalente, mais uma vez. Dessa forma, ao encontrar as frações equivalentes a cada fração, com os denominadores iguais podemos comparar e realizar a adição para encontrar o percurso total.

Ainda no Tópico 4, encontramos a seção Leitura, vista a seguir na figura 39.

Figura 39 – Seção *Leitura*

LEITURA

Malba Tahan e a herança dos camelos

No livro *O homem que calculava*, o professor Júlio César de Melo e Sousa, conhecido pelo codinome Malba Tahan, propõe um interessante problema envolvendo frações.

Um matemático chamado Beremiz viajava pelo Oriente quando encontrou 3 irmãos em uma acalorada disputa sobre a partilha de uma herança de 35 camelos. Eles faziam os cálculos, mas não chegavam a um acordo, pois, de acordo com o testamento, ao mais velho caberia a metade $\frac{1}{2}$ do total de camelos, ou seja, 17 camelos mais $\frac{1}{2}$ de um camelo. Ao segundo caberia $\frac{1}{3}$ do total, isto é, 11 camelos mais $\frac{2}{3}$ de um camelo. E, finalmente, ao irmão caçula caberia $\frac{1}{9}$ do total, o que corresponde a apenas 3 camelos mais $\frac{8}{9}$ de um camelo. Nenhum dos irmãos estava feliz com a partição, pois todos teriam de receber "pedaços" de camelo.

O que fez Beremiz? Emprestou o camelo dele para juntar aos camelos dos irmãos e, então, ficaram 36 camelos no total. Então, ao primeiro irmão coube $\frac{1}{2}$ de 36, que são 18 camelos, ao segundo, $\frac{1}{3}$ de 36, ou seja, 12 animais, e ao terceiro, 4 camelos, o que vem a ser $\frac{1}{9}$ de 36. Os irmãos ficaram felizes e Beremiz mais ainda, pois $18 + 12 + 4 = 34$ e, então, ele pegou o camelo de volta e mais 1 camelo como pagamento pela ajuda que deu.

Acalorada: animada, entusiasmada, acendida.
Codinome: apelido, apodo, alcunha, vulgo.

Na verdade, o que Beremiz fez não foi nenhuma mágica. Ele usou um conceito muito simples: quando dividimos um inteiro em partes (frações), a soma dessas partes tem sempre que resultar em 1. Quem determinou a herança não pensou nisso, pois $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$ e, como sabemos, $\frac{17}{18}$ é menor do que 1. Com o "empréstimo", Beremiz ficou com 2 camelos, o que representa $\frac{2}{36}$ ou $\frac{1}{18}$ do total, o que gerou a soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{1}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} + \frac{1}{18} = \frac{18}{18} = 1$.

Esperto esse Beremiz, não é verdade?

Fonte de consulta: TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. São Paulo: Record, 1998.

Não escreva no livro!

Questões

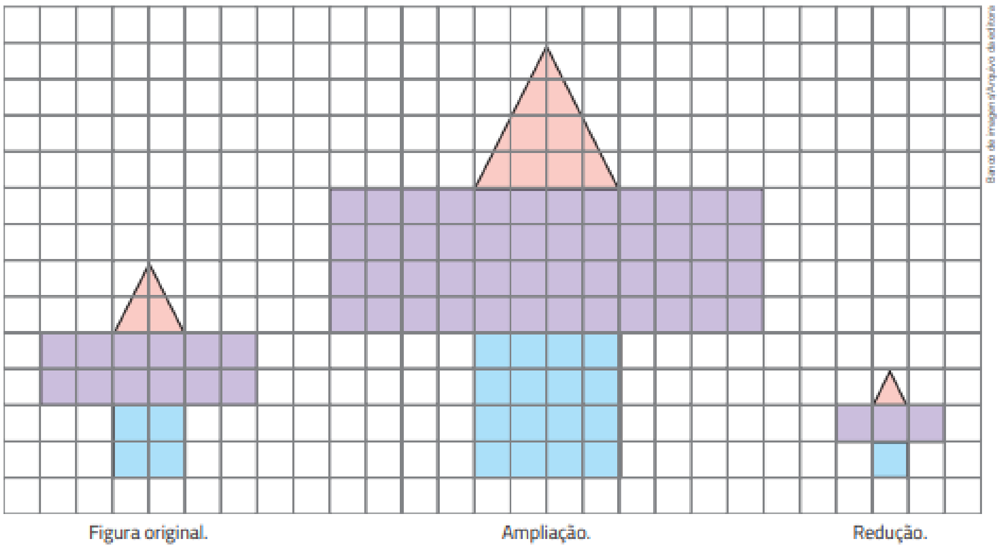
1. Se vamos repartir uma barra de chocolate para 4 pessoas, de modo que a primeira receba $\frac{1}{3}$ da barra, a segunda, $\frac{1}{4}$, e a terceira, $\frac{1}{5}$, então quanto a quarta pessoa receberá?
2. Podemos repartir a mesma barra de chocolate entre 3 pessoas de modo que cada uma receba $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ dessa barra? Justifique.
3. Uma herança é dividida entre Carla, Vanessa e Otávio. Se Carla recebe a metade e Vanessa recebe a terça parte, então quanto Otávio receberá, sabendo que a herança será inteiramente dividida apenas entre eles?
4. Faça uma pesquisa sobre o escritor Malba Tahan e, entre outras informações, tente descobrir quantos livros ele escreveu e quantos deles eram de Matemática.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.193)

Nessa seção, encontramos um contexto lúdico relacionado à matemática, que descreve a ideia sobre fração, presente no livro O Homem que Calculava, do autor e professor Júlio César de Melo e Sousa, mais conhecido por Malba Taham, retrata uma situação problema, que envolve a repartição de uma herança entre três irmãos de forma fracionada, retratando as estratégias realizadas para essa partição e como chegaram a essa solução. Em seguida, é proposto algumas questões para serem respondidas, seguindo as ideias lidas no texto.

Iniciado o Tópico 5, é apresentado um contexto geométrico-lúdico, para introduzir o estudo sobre *Frações em Ampliação e redução de Figuras Planas*, que utiliza como base o papel quadriculado, como forma de facilitar a transferências métricas em proporção para a nova figura a ser produzida, que pode ser maior ou menor que a original. Descrita a seguir na figura 40.

Figura 40 - Frações em Ampliação e Redução de Figuras Planas



Fonte: Teláris Matemática (2018, p.194)

Utilizando como parâmetro, a proposta de ampliação e redução de figuras planas, vejamos o exercício 84, na figura 41, mostrando que efetuar uma multiplicação ou uma divisão não é suficiente para decidir se houve ampliação ou redução, quando essas operações são realizadas com frações.

Figura 41 - Seção *Atividades*, exercício 84

84 ▸ Analise as propostas e responda no caderno se cada figura obtida será uma ampliação ou uma redução da figura original, todas mantendo as medidas de abertura dos ângulos.

a) Figura obtida multiplicando por 3 as medidas de comprimento da figura original.

b) Figura obtida dividindo por 4 as medidas de comprimento da figura original.

c) Figura obtida multiplicando por $\frac{2}{3}$ as medidas de comprimento da figura original.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.194)

O contexto dessa atividade nos remete a imagem introdutória do conteúdo, na qual utilizaremos para realizar as operações propostas. O fato da figura ter sido projetada em uma folha quadriculada, facilita a construção e a visualização se duas dimensões. Sobre essa abordagem, podemos destacar que a habilidade a ser alcançada neste tópico 5, segundo a BNCC, contempla uma habilidade do conceito de Geometria, que consiste em "construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, planos cartesianos e tecnologias digitais" (BRASIL, 2017, p. 303). Na proposta da atividade deverá realizar as operações de multiplicação e divisão em relação as suas dimensões, podendo assim, concluir se a figura foi ampliada ou reduzida.

Com isso, o aluno poderá perceber melhor que nas operações que envolvem frações há algumas situações a serem consideradas, sendo que no processo de redução, multiplica-se as medidas da figura por um valor maior do que 0 e menor que 1, e nas ampliações, multiplica-se as medidas por um fator maior do que 1, sendo que essas regras se invertem, no caso da operação de divisão.

O Tópico 6, que consiste no último Tópico desse Capítulo, trata do estudo sobre porcentagem, com um contexto socioambiental, que pode ser visualizado na figura 42, que segue.

Figura 42 - Porcentagem

Perfil do lixo produzido nas grandes cidades brasileiras

As imagens desta página não estão representadas em proporção.

39%: papel e papelão;

16%: metais ferrosos;

15%: vidro;

8%: rejeitos;

7%: plásticos/filmes;

2%: embalagens longa vida;

1%: alumínio.

AMBIENTE BRASIL. *Resíduos*. Disponível em: <http://ambientes.ambientebrasil.com.br/residuos/estatisticas_de_reciclagem/estatisticas_de_reciclagem_-_lixo.html>. Acesso em: 25 maio 2018.

De todo o lixo produzido pelas grandes cidades brasileiras, 39% são constituídos de papel e papelão. Isso significa que, a cada 100 kg de lixo produzido, 39 kg são de papel e papelão.

39 em 100 ou $\frac{39}{100}$ ou 39% ou trinta e nove por cento.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.196)

Na introdução ao estudo de porcentagem, é discutido a ideia de porcentagem representada pela fração com denominador 100 ou com frações equivalentes a ela. Logo em seguida, é discutido com uma breve definição a ideia de juros e desconto, num contexto de matemática financeira. Do ponto de vista da transposição didática podemos perceber uma novidade em relação a apresentação prévia (no 6º ano) de noções ligadas ao conteúdo de juros.

Na seção *Você Sabia*?, é feita a uma pequena apresentação com contexto histórico sobre a porcentagem e sua aplicação no império Romano, vista a seguir na figura 43.

Figura 43 - Seção *Você Sabia*?

Você sabia?

- A utilização de porcentagens acontece desde a época do Império Romano (27 a.C. a 476 d.C.). O imperador Otávio Augusto (27 a.C. a 14 d.C.) impunha uma taxa de $\frac{1}{100}$ sobre as mercadorias vendidas.

  O símbolo de porcentagem só apareceu muito tempo depois. No século XV, os escribas italianos começaram a abreviar a expressão "por cento". Algumas das abreviações foram: P100; p cento e pc°.

  Fonte de consulta: DAVIS, Harold T. *História da computação*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. p. 64-65. (Coleção Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula; v. 2.)

- A porcentagem de água no sangue humano é de 83%.

  83 em 100 ou $\frac{83}{100}$ ou 83% ou oitenta e três por cento.

  Isso significa que, em cada 100 litros de sangue, 83 litros são de água.

Fonte: Teláris matemática (2018, p.196)

Dando continuidade ao conteúdo, na figura 44 temos o estudo do Cálculo da Porcentagem de uma Quantidade, com um contexto de vida prática, explorando situações em que podemos calcular a porcentagem de uma quantidade.

Figura 44 - Cálculo da Porcentagem de uma Quantidade

Os alunos do 6º ano **C** estão organizando uma excursão. Nela vão 80% dos alunos da turma. Se a turma tem 35 alunos, então quantos alunos vão participar da excursão?

Para responder, precisamos calcular 80% de 35. Já vimos que:

$$80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

Então, calcular 80% de 35 é o mesmo que calcular $\frac{4}{5}$ de 35.

$$\frac{4}{5} \text{ de } 35 = 28, \text{ pois } 35 \div 5 = 7 \text{ e } 4 \times 7 = 28.$$

Logo, 80% de 35 = 28, ou seja, 28 alunos vão participar da excursão.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.198)

Na figura 44, no primeiro exemplo, verificamos que para calcular a porcentagem de uma quantidade, basta multiplicar o número correspondente pela quantidade, a partir do uso da preposição "de", como $\frac{4}{5}$ de 35, sabendo que esta corresponde a fração equivalente a forma fracionária de 80%. Essa estratégia de resolução está relacionada a uma das personalidades do número racional, que é O Número Racional como Operador, discutido por Onuchic e Allevato (2018), que consiste no número com operador, modificando um outro e produzindo uma nova quantidade.

Uma seção, que contribui muito para auxiliar na elaboração de uma estratégia para resolução de problemas, consequentemente contempla a contextualização, é a *Atividades Resolvidas Passo a Passo*, que mostra como pode ser a cronologia de resolução, mostrando os seguintes passos que podem ser seguidos, não como forma de regra, mas com auxiliar na organização das ideias para chegar a uma solução do problema. Como podemos ver a seguir, na figura 45, que descreve cada passo, com base no problema contextualizado de vida prática-esportiva, da OBMEP (2009).

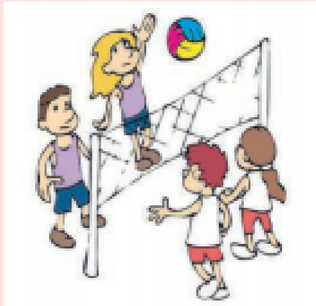
Figura 45 – Seção *Atividades Resolvidas Passo a Passo*

Atividade resolvida passo a passo

Não escreva no livro!

(Obmep) Em 2009, uma escola tinha 320 alunos esportistas, dos quais 45% jogavam vôlei. Em 2010, essa porcentagem diminuiu para 25%, mas o número de jogadores de vôlei não se alterou. Qual era o número de alunos esportistas em 2010?

a) 480
b) 524
c) 560
d) 576
e) 580



Lendo e compreendendo

O problema nos fornece o número total de alunos esportistas de uma escola, em 2009, e a porcentagem deles que praticava vôlei. Em seguida, o enunciado informa que, em 2010, a porcentagem de alunos que praticavam vôlei diminuiu, mas o número de alunos praticantes se manteve. Então, o que alterou foi o número total de alunos esportistas. Assim, devemos calcular o total de alunos da escola em 2010.

Planejando a solução

Devemos calcular quanto representa 45% de 320. Essa quantidade passa a ser 25% do total de alunos em 2010. Então, calculamos de qual número de alunos esportistas essa quantidade obtida representa 25%.

Executando o que foi planejado

- Em 2009: $45\% = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ e $\frac{9}{20}$ de 320 = 144. Então, 45% de 320 = 144.
  Logo, em 2009, 144 alunos esportistas jogavam vôlei, representando 45% do total.
- Em 2010: 144 representa 25% de certa quantidade; isso é o mesmo que $\frac{1}{4}$ dessa quantidade. Então, $\frac{4}{4}$ representará 4 vezes 144, que é igual a $4 \times 144 = 576$.
  Logo, havia 576 alunos esportistas em 2010.

Verificando

Na solução já vimos que 45% de 320 é 144 e podemos confirmar que 144 representa 25% de 576. Vejamos:

$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ de 576 = 144, pois $576 \div 4 = 144$.

Emitindo resposta

A resposta é a alternativa **d**.

Ampliando a atividade

Se a escola tinha 320 alunos esportistas em 2009 e teve um acréscimo de 40% no ano seguinte, então quantos alunos esportistas ela tinha em 2010?

Solução

Vamos calcular inicialmente 40% de 320:

40% de 320 = $\frac{40}{100}$ de 320 = $\frac{2}{5}$ de 320 = 128, pois $320 \div 5 = 64$ e $2 \times 64 = 128$.

Agora, somamos esse valor à quantidade inicial: $320 + 128 = 448$.

Logo, a escola tinha 448 alunos esportistas em 2010.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.199)

4.2.3 Análise em Relação a Tratamento e Conversão

Para efeito de análise do livro didático Teláris, com base nas categorias: *Tratamento e Conversão*, considerando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, relativo ao conteúdo de Fração, debruçamo-nos sobre o Capítulo 6, do livro didático do

6º Ano, para refletir a respeito do uso de diferentes tipos de representação, bem como a exploração de suas transformações.

Inicialmente, quantificamos a aparição dessas categorias em meio das diversas seções existentes, inclusas nos tópicos definidos, como podemos observar na Tabela 7, que descreve a frequência com que é desenvolvida cada uma dessas categorias nas atividades e aplicações.

Tabela 7 - Frequência da presença dos tratamentos e conversões nos exercícios propostos no livro didático Matemática

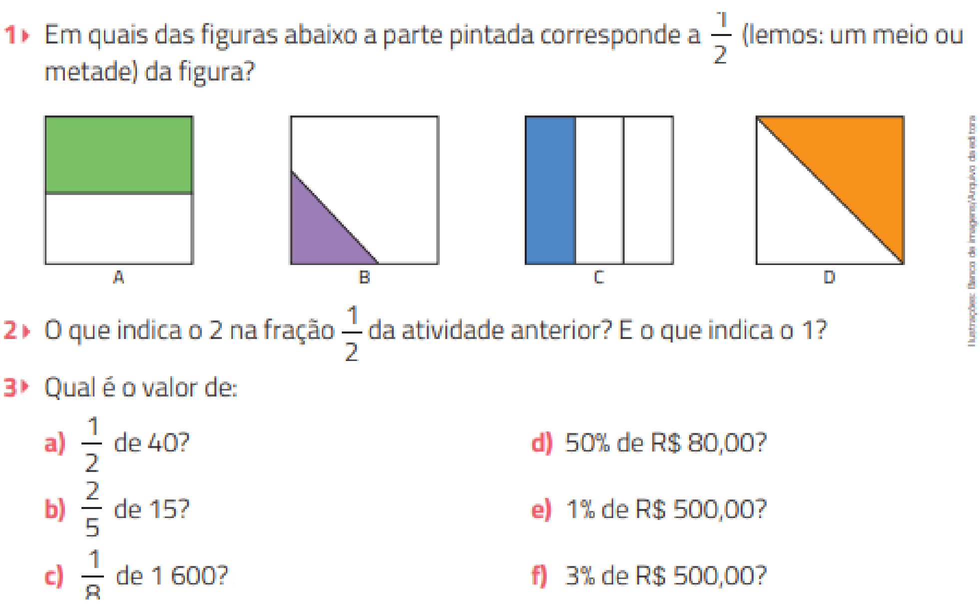
	Tópico1	**Tópico 2**	**Tópico 3**	**Tópico 4**	**Tópico 5**	**Tópico 6**	**Revisão**
Tratamento	35	27	11	14	11	25	39
Conversão	60	17	8	11	11	21	41

Fonte: Construção própria

Logo na introdução, aparece uma representação, em forma de imagem-desenho, já exposta na figura 24, que em não sendo um registro matemático, contribui para mediar a ideia do que o autor quer transmitir, no caso a ideia de medidas. Nela podemos refletir sobre a importância de representar as ideias matemáticas, para que possamos compreender de forma efetiva, referenciado nas ideias de Machado (2003) e Duval (2009).

Podemos encontrar ainda, na introdução ao capítulo, uma sequência de atividades com diferentes registros de representação, contemplando o registro numérico, geométrico e a linguagem materna, como podemos analisar na figura 46, presente a conversão e o tratamento.

Figura 46 – Seção *Atividades*


1› Em quais das figuras abaixo a parte pintada corresponde a $\frac{1}{2}$ (lemos: um meio ou metade) da figura?

2› O que indica o 2 na fração $\frac{1}{2}$ da atividade anterior? E o que indica o 1?

3› Qual é o valor de:

a) $\frac{1}{2}$ de 40?

b) $\frac{2}{5}$ de 15?

c) $\frac{1}{8}$ de 1 600?

d) 50% de R$ 80,00?

e) 1% de R$ 500,00?

f) 3% de R$ 500,00?

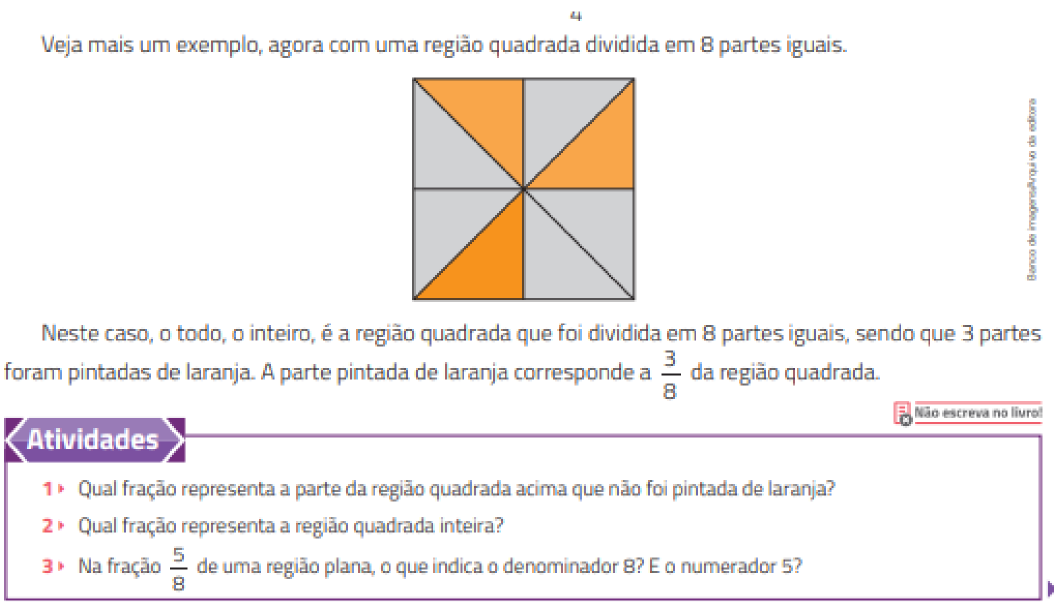
Fonte: Teláris Matemática (2018, p.169)

Nessa sequência de exercícios, verificamos a presença da conversão na primeira questão, onde é feita a transformação da representação numérica, passando pela língua materna (ou natural), para a geométrica. Na questão 2, observamos a representação numérica como questionamento da representatividade posicional dos números na fração para ser respondido na língua materna. Já na terceira questão, encontramos a princípio uma atividade restrita de tratamento, utilizando o número racional como operador, uma personalidade do número racional, discutida por Onuchic e Allevato (2008). Todavia, observamos uma relação de conversão entre a preposição *de* (língua materna) e a operação multiplicativa (simbólica). Entendemos que essa analogia deveria ser melhor trabalhada pela importância na interpretação de problemas matemáticos.

Em relação ao Tópico 1, que contempla *Algumas Ideias Associadas à Fração*, localizamos quatro ideias, já analisada anteriormente quanto a contextualização. O que fazemos agora é analisar em relação à questão atual. Na primeira ideia, que discute sobre a *Fração como Parte/Todo* (personalidade do número racional mais presente no capítulo), na figura 24, quanto a contribuição para a questão da conversão faltou representar a fração citada em termos de língua natural, como foi feito na atividade anterior.

Na figura 47, apresentamos uma situação, na seção *Atividades*, a qual ilustra um exemplo típico de apelo à conversão.

Figura 47 – seção *Atividades*; exemplo


Veja mais um exemplo, agora com uma região quadrada dividida em 8 partes iguais.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Neste caso, o todo, o inteiro, é a região quadrada que foi dividida em 8 partes iguais, sendo que 3 partes foram pintadas de laranja. A parte pintada de laranja corresponde a $\frac{3}{8}$ da região quadrada.

Não escreva no livro!

Atividades

1 ▸ Qual fração representa a parte da região quadrada acima que não foi pintada de laranja?

2 ▸ Qual fração representa a região quadrada inteira?

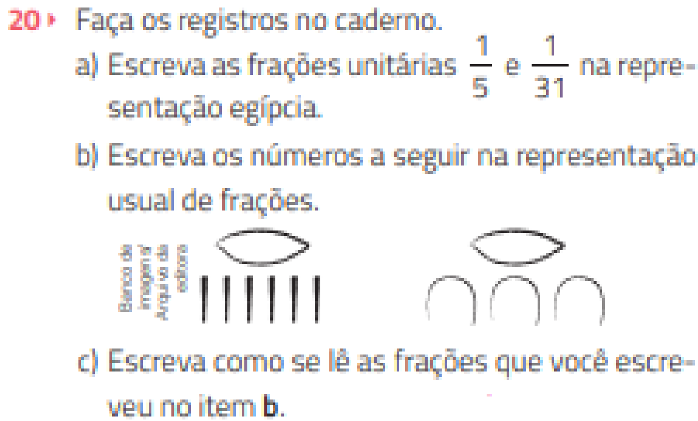
3 ▸ Na fração $\frac{5}{8}$ de uma região plana, o que indica o denominador 8? E o numerador 5?

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.170)

Nesse procedimento não há tratamento, apenas conversão, da representação geométrica para a numérica, da linguagem materna para a numérica. O que vai caracterizar no decorrer dessa primeira seção de Atividades, com 8 questões. Salientamos que, rigorosamente, o autor deveria se referir nas questões *a* e *b: qual fração numérica representa a região quadrada inteira? na questão b, por exemplo.*

Sobre a *Leitura das Frações*, presente nessa primeira ideia, observamos uma abordagem mais direcionada a conversão nos dois sentidos entre a linguagem materna e a numérica, como também, podemos encontrar na seção *Atividades*, uma abordagem histórica, mencionada anteriormente na análise sobre contextualização, na qual utiliza a conversão da representação simbólica imagética dos números egípcios para a simbólica numérica, que utilizamos. Podemos verificar assim na figura 48, a seguir.

Figura 48 - Leitura das Frações



20 ▸ Faça os registros no caderno.

a) Escreva as frações unitárias $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{31}$ na representação egípcia.

b) Escreva os números a seguir na representação usual de frações.

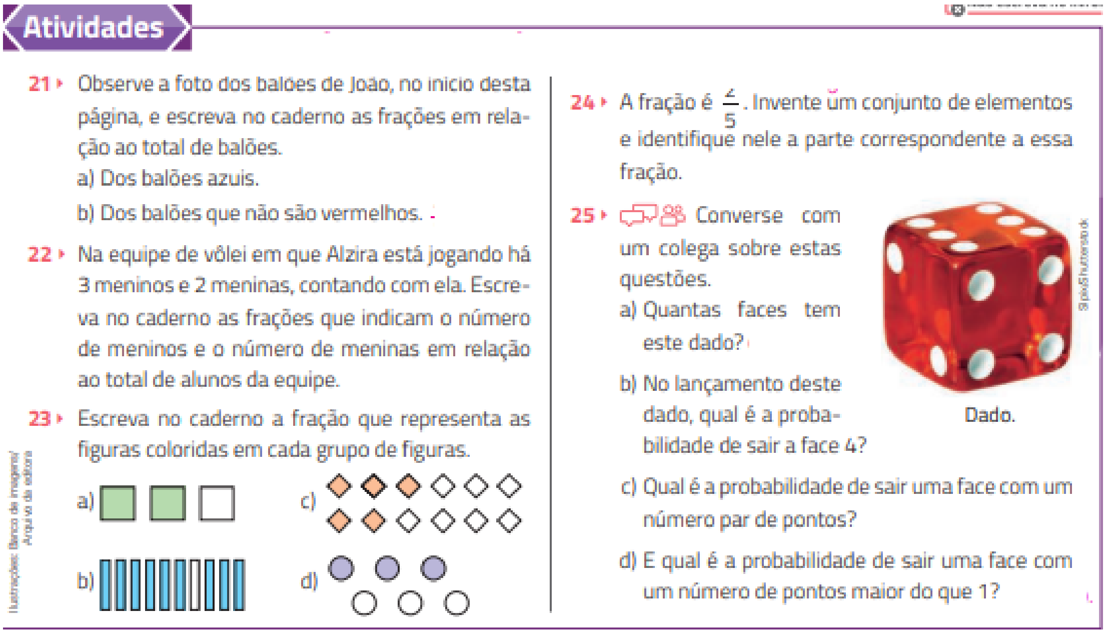
c) Escreva como se lê as frações que você escreveu no item **b**.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.173)

Como visto no exercício 20, na figura anterior, é utilizado a abordagem histórica para realizar a conversão entre dois registos de representação em seus dois sentidos, pois é importante o que o aluno compreenda os dois sentidos da conversão e suas representações, estando de acordo com as ideias propostas por de Duval (2009).

Sobre a segunda ideia, que estuda a *Fração como Razão*, verificamos tal qual a situação constante na figura 49, é utilizada a conversão em todos os exercícios da *seção Atividades*, observando uma predominância das conversões em relação ao tratamento, visto que não é realizado operações em um mesmo registro.

Figura 49 - Fração como Razão



Atividades

21 ▸ Observe a foto dos balões de João, no início desta página, e escreva no caderno as frações em relação ao total de balões.

a) Dos balões azuis.

b) Dos balões que não são vermelhos.

22 ▸ Na equipe de vôlei em que Alzira está jogando há 3 meninos e 2 meninas, contando com ela. Escreva no caderno as frações que indicam o número de meninos e o número de meninas em relação ao total de alunos da equipe.

23 ▸ Escreva no caderno a fração que representa as figuras coloridas em cada grupo de figuras.

a) b) c) d)

24 ▸ A fração é $\frac{4}{5}$. Invente um conjunto de elementos e identifique nele a parte correspondente a essa fração.

25 ▸ Converse com um colega sobre estas questões.

a) Quantas faces tem este dado?

b) No lançamento deste dado, qual é a probabilidade de sair a face 4?

c) Qual é a probabilidade de sair uma face com um número par de pontos?

d) E qual é a probabilidade de sair uma face com um número de pontos maior do que 1?

Dado.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte: Teláris matemática (2018, p.174)

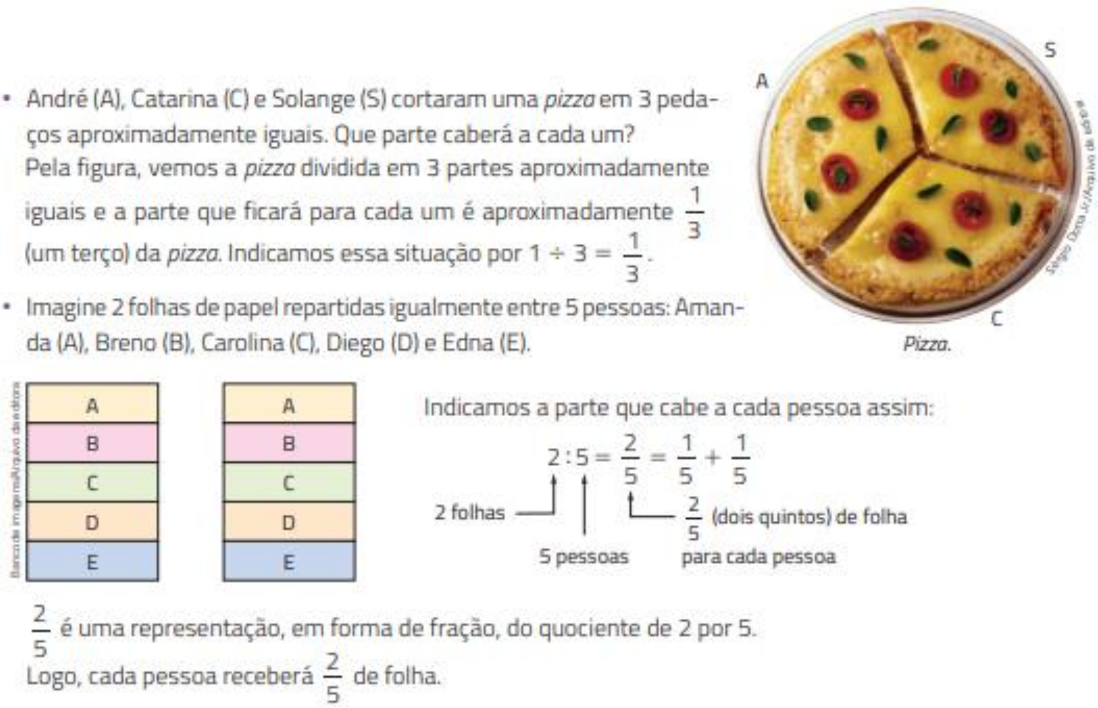
Com exceção na questão 23, todas as outras utilizam a conversão da linguagem materna para a numérica. Na questão 23, a conversão é realizada do registro geométrico para o numérico. As conversões nessa seção tem apenas um sentido, ao contrário da seção anterior. Na questão 25, observamos a representação do objeto dado, que proporciona um auxílio visual, para que o aluno possa refletir, proposta das pesquisas de Catto (2000), que consiste na importância do registro figural, como um registro multifuncional, na representação não-discursiva.

A partir da 3ª ideia, sobre Fração de uma Quantidade, encontramos o tratamento, que até então, não havíamos presenciando nenhuma operação em um mesmo registro, apenas as conversões. Nesse estudo, verificamos tanto a presença da conversão, como do tratamento, inclusive em uma mesma questão, como por exemplo o exercício 26, que diz: "Se Lúcia tem 12 ovos e vai usar $\frac{5}{6}$ deles para fazer quindins, então quantos ovos ela vai usar? Faça desenhos no caderno para ilustrar". (Dante, 2018, p. 176).

Esse exercício utiliza a conversão da linguagem materna para a numérica e posteriormente para a geométrica, como proposto pelo autor. O tratamento em um mesmo registro acontece nas operações que serão realizadas para chegar a um resultado final, de forma que 12 ÷ 6 = 2 e 5 x 2 = 10. Essas operações também poderão ser realizada, a partir da representação geométrica proposta, fazendo-os utilizar vários tipos de conversão, buscando assim, uma melhor compreensão dos alunos, como proposto por Duval (2009).

Na 4ª ideia, que estuda sobre *Fração como Quociente,* encontramos tanto a conversão como o tratamento, como podemos analisar no exemplo a seguir, na figura 50, na qual foi utilizado o registro numérico, linguagem materna e geométrica (círculo), mediados por uma representação imagética, desenho de uma pizza. Podemos verificar, nesses exemplos, a aquisição do conceito por meio da mobilização e coordenação dos registros de representação, como defendido por Catto (2000), que considera que os tratamentos permitem a justificação, enquanto a conversão é responsável pelos aspectos cognitivos.

Figura 50 - Fração como Quociente



- André (A), Catarina (C) e Solange (S) cortaram uma *pizza* em 3 pedaços aproximadamente iguais. Que parte caberá a cada um?
  Pela figura, vemos a *pizza* dividida em 3 partes aproximadamente iguais e a parte que ficará para cada um é aproximadamente $\frac{1}{3}$ (um terço) da *pizza*. Indicamos essa situação por $1 \div 3 = \frac{1}{3}$.
- Imagine 2 folhas de papel repartidas igualmente entre 5 pessoas: Amanda (A), Breno (B), Carolina (C), Diego (D) e Edna (E).

Indicamos a parte que cabe a cada pessoa assim:

$$2:5 = \frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$$

2 folhas

5 pessoas

$\frac{2}{5}$ (dois quintos) de folha para cada pessoa

$\frac{2}{5}$ é uma representação, em forma de fração, do quociente de 2 por 5.
Logo, cada pessoa receberá $\frac{2}{5}$ de folha.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.178)

No primeiro problema, verificamos o registro em língua materna, cuja interpretação é auxiliada pela figura de uma pizza (a qual remete a figura de um círculo) fracionada em partes iguais. Já o resultado é dado em outro registro (conversão), no caso o numérico, sem a necessidade da realização de tratamento. Enquanto no segundo exemplo, constatamos a conversão do registro de língua materna para a geométrica e da geométrica para a numérica, dessa forma o aluno passa por várias conversões, relacionando-as para construir seu conhecimento, como também, encontramos o tratamento em um mesmo registro numérico, justificando todo o procedimento.

Ainda no desenvolvimento dessa ideia, temos o estudo de *frações e medidas*, voltada para fracionar unidades de medida, como tempo e massa, por exemplo, $\frac{1}{5}$ de hora são 12 minutos, sabendo que, $\frac{1}{5}$ de 60 = 12, pois 60 ÷ 5 = 12. Com isso, podemos analisar a presença da conversão, da língua materna para a numérica, assim como o tratamento no mesmo registro numérico.

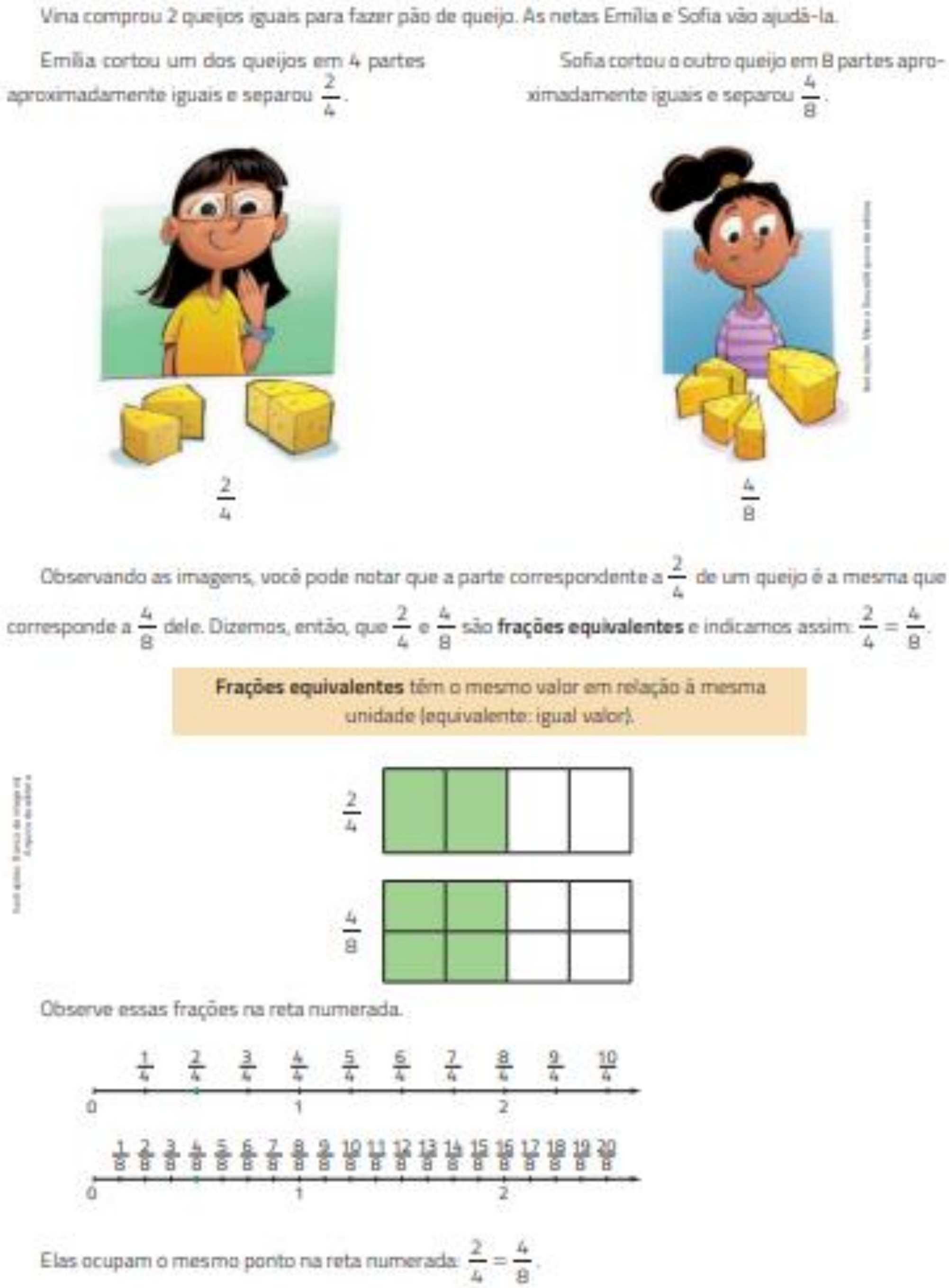
Na classificação de frações, que define as frações aparentes, as próprias, impróprias e número na forma mista, discutidas anteriormente na categoria de análise da contextualização, vimos que foi utilizado a dobradura para fracionar em partes iguais a folha, fazendo a representação da fração discutida em cada exercício. Como verificamos, esse recurso foi utilizado pelo autor para introduzir a ideia da classificação, acompanhada de uma problematização e dos cálculos para justificar a solução.

Por sua vez, observamos em relação a categoria da conversão e do tratamento a presença de ambos. Cada exercício traz uma problemática na linguagem materna, sendo realizada a conversão para o registro geométrico por meio de dobradura, e em seguida é realizada a conversão para o registro numérico, as quais são feitas em um único sentido, em todos os exercícios. Sobre o tratamento, verificamos a presença apenas na classificação de número na forma mista.

O tópico 2 traz o estudo sobre as Frações Equivalentes, que consiste na representação de várias frações que possuem o mesmo valor, o que pela situação desenvolvida na figura 53 induz ao mesmo valor numérico, em relação a uma mesma unidade. Do ponto de vista da transposição didática, entendemos que a definição restringe a um enclausuramento no registro numérico, quando podemos ampliar o entendimento da equivalência a partir da mesma ocupação de um determinado especo

Analisando o estudo sobre frações equivalentes, por meio da conversão a seguir, em que ocorre de duas formas, do registro geométrico para o numérico e do registro numérico para o gráfico, ambas realizadas em apenas um sentido de conversão, como podemos observar na figura 51, na sequência.

Figura 51 - Fração Equivalente, exemplo


Vina comprou 2 queijos iguais para fazer pão de queijo. As netas Emília e Sofia vão ajudá-la.

Emília cortou um dos queijos em 4 partes aproximadamente iguais e separou $\frac{2}{4}$.

Sofia cortou o outro queijo em 8 partes aproximadamente iguais e separou $\frac{4}{8}$.

$\frac{2}{4}$

$\frac{4}{8}$

Observando as imagens, você pode notar que a parte correspondente a $\frac{2}{4}$ de um queijo é a mesma que corresponde a $\frac{4}{8}$ dele. Dizemos, então, que $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$ são **frações equivalentes** e indicamos assim: $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Frações equivalentes têm o mesmo valor em relação à mesma unidade (equivalente: igual valor).

$\frac{2}{4}$

$\frac{4}{8}$

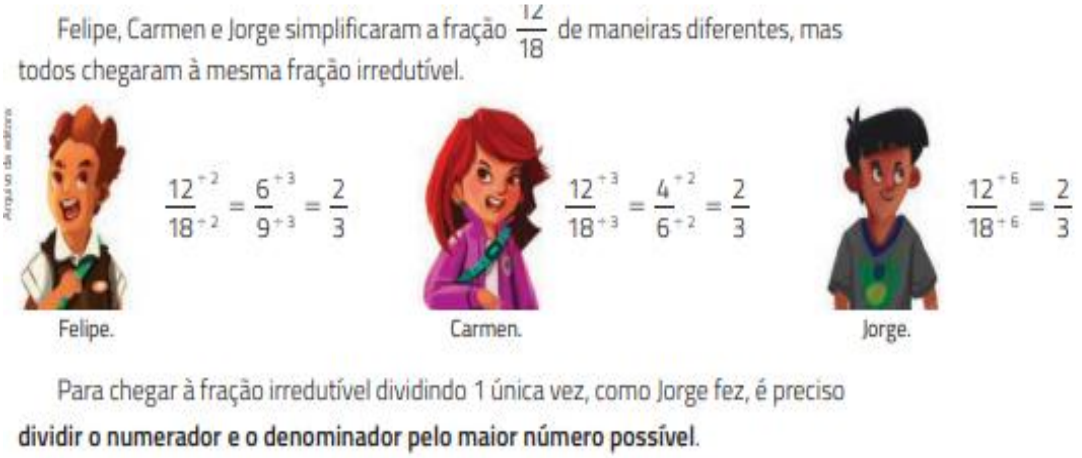
Observe essas frações na reta numerada.

Elas ocupam o mesmo ponto na reta numerada: $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Fonte: Teláris matemática (2018, p.182)

Na *simplificação de frações e Frações Irredutíveis*, observamos o tratamento como ênfase, já que neste conteúdo é realizada uma série de operações em um mesmo registro numérico, mas a conversão está presente, também em quase todos os exercícios desse tópico. Podemos verificar, no exemplo a seguir, da figura 52, um caso de conversão e tratamento, nesse estudo.

Figura 52 – Simplificação de Frações Irredutíveis



Fonte: Teláris Matemática (2018, p.185)

Para a conversão a mudança de registro parte da linguagem natural para a numérica e depois para a natural novamente. Já para o tratamento é realizado uma sequência de divisões, do numerador e denominador por um mesmo número, afim de encontrar sua fração irredutível. Em alguns outros casos, é necessário realizar a multiplicação, no caso do objetivo de se encontrar todas as frações equivalentes a uma mesma fração dada. Dessa forma, a operação de multiplicação e divisão são utilizadas no tratamento para encontrar as frações equivalentes, em situações diversas.

O estudo sobe *Comparação de Fração*, no Tópico 3, descreve o conteúdo, dividindo-o em três características das frações, que são: Frações com Numeradores Iguais, Frações com Denominadores Iguais e Frações com Numeradores Diferentes e Denominadores Diferentes, como discutido anteriormente.

Nas duas primeiras características (Figura 36), exposto na categoria de análise sobre contextualização), temos a conversão do registro de língua materna para o geométrico, do geométrico para o numérico e do numérico para o gráfico, passando por diversas conversões, como defendido por Duval (2009), mas apenas em um sentido de conversão. Sobre o Tratamento é feita a comparação entre as frações, por meio dos símbolos (outro tipo de registro) maior que e menor que (< e >).

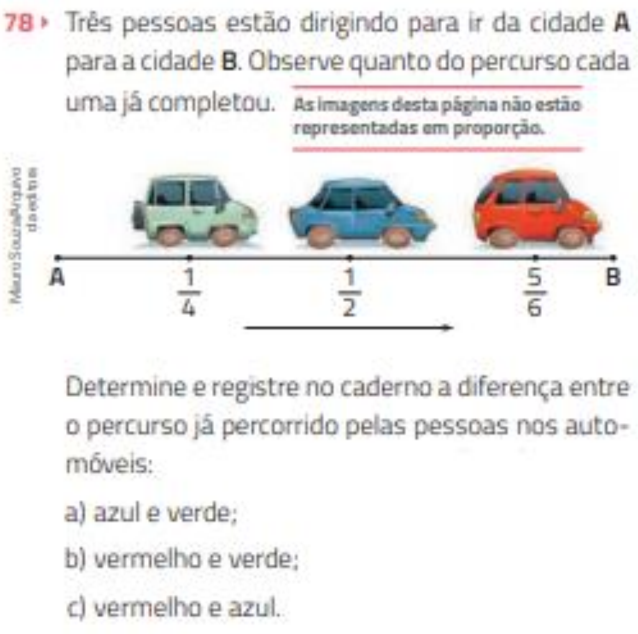
Na terceira característica (figura 36, localizada na categoria anterior), diferente das outras, a conversão ocorre da mudança do registro de língua materna para a numérica, e posteriormente para a gráfica. O tratamento é realizado nas operações de multiplicação em duas frações distintas, para encontrar as diversas frações equivalentes, com o objetivo de encontrar as frações de mesmo denominador, assim poder verificar qual fração é maior.

Uma aplicação de comparação de fração com denominadores diferentes, por meio das frações equivalentes, pode ser analisada na questão 73, que descreve a seguinte situação: "Caio e Beatriz colecionam o mesmo tipo de álbum de figurinhas. Caio já colocou $\frac{2}{3}$ do total de figurinhas do álbum e Beatriz já colocou $\frac{3}{4}$. Quem colocou mais figurinhas no álbum?" (DANTE, 2018, p.189)

A comparação no registro numérico é importante para a percepção de utilizar o recurso das frações equivalentes, realizando o tratamento em um mesmo registro, para encontrar as frações de mesmo denominador e voltar ao que foi estudado na segunda característica, de comparar as frações com denominadores iguais.

As operações de *Adição e Subtração de Frações*, discutido no Tópico 4, também possui uma abordagem dividida por suas duas características de fração: Frações com Denominadores Iguais e Frações com Denominadores Diferentes, como vemos no exemplo da questão 78, na figura 53, adiante. Nesse contexto, encontramos o tratamento envolvido a todo momento, visto que é realizado a operação de subtração em um mesmo registro de representação. Notamos que a representação imagética, desenho de carro, não é um registro e nem exerce uma função mediadora da construção do conhecimento, e sim, apenas de ilustração.

Figura 53 - Adição e Subtração de Frações, seção *Atividades*


78 ▸ Três pessoas estão dirigindo para ir da cidade **A** para a cidade **B**. Observe quanto do percurso cada uma já completou.

As imagens desta página não estão representadas em proporção.

Determine e registre no caderno a diferença entre o percurso já percorrido pelas pessoas nos automóveis:

a) azul e verde;

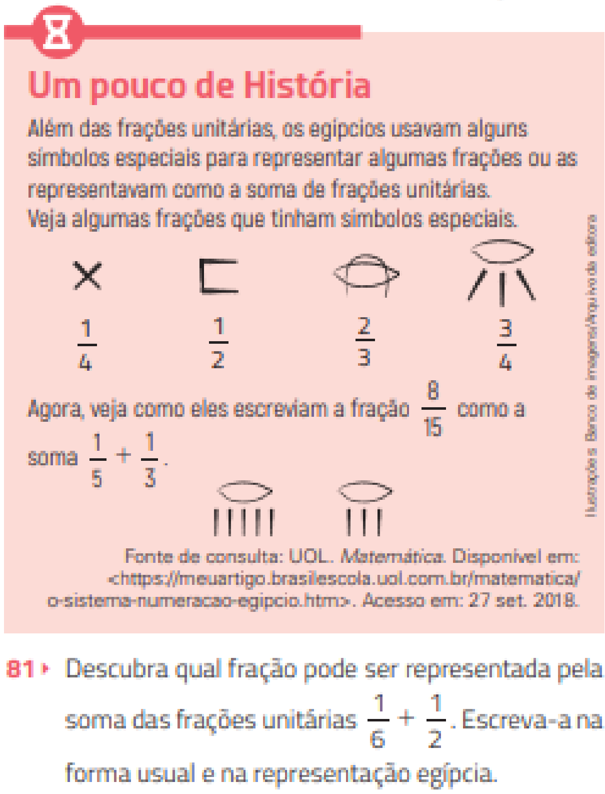
b) vermelho e verde;

c) vermelho e azul.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.192)

Temos também, a conversão com mudança de registro, predominantemente, da língua materna para a numérica, mas há algumas conversões para o registro gráfico, geométrica e símbolos egípcios, que dá um contraste na seção Atividades, com um contexto histórico discutindo a simbologia egípcia de algumas frações, como veremos a seguir, na figura 54.

Figura 54 – Adição e Subtração de Frações, seção *Atividades*



Um pouco de História

Além das frações unitárias, os egípcios usavam alguns símbolos especiais para representar algumas frações ou as representavam como a soma de frações unitárias.
Veja algumas frações que tinham símbolos especiais.

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

Agora, veja como eles escreviam a fração $\frac{8}{15}$ como a soma $\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$.

Fonte de consulta: UOL. *Matemática*. Disponível em: <https://meuartigo.brasilescola.uol.com.br/matematica/o-sistema-numeracao-egipcio.htm>. Acesso em: 27 set. 2018.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

81 ▸ Descubra qual fração pode ser representada pela soma das frações unitárias $\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$. Escreva-a na forma usual e na representação egípcia.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.192)

Nessa questão é utilizada a representação egípcia de algumas frações, realizando a conversão simbólica-gráfica para a simbólica-numérica nos dois sentidos, o que nos remete a um contexto muito antigo, da necessidade de representar o abstrato, ideias defendidas por Santos (2014); Santaella (1990); Boyer (1985); Duval (2009), entre outros. Esse povo usava a simbologia não só na representação, mas também nas operações, como podemos ver. Utilizando dessa ideia e do recurso das frações equivalentes podemos encontrar a representação simbólica da solução do problema 81.

No Tópico 5, temos o estudo sobre *Frações em Ampliação e Redução de Figuras Planas*. Nesse tópico, encontramos a conversão, em sua maioria, da linguagem materna para a geométrica. Sobre o tratamento, verificamos que ocorre dentro de um mesmo registro geométrico, ao modo que reduz e amplia as figuras e numérico, quando feita as operações envolvidas nas dimensões desses registros geométricos.

Nesses termos, a questão 90, da seção *Atividades*, descreve a seguinte situação,

> Maria Construiu o triângulo ABC no plano cartesiano, com A(10,7), B(3,15) e C(0,10). Depois ela fez uma redução do triângulo ABC, considerando $\frac{1}{5}$ das coordenadas dos vértices A, B e C e obtendo assim as coordenadas de A', B' e C', respectivamente. Indique no caderno os pares ordenados de A', B' e C'. (DANTE, 2018, p.195)

Observamos que a conversão é realizada na mudança de registro da língua materna para a numérica, mas cabe a sugestão da construção do registro geométrico, mediante suas coordenadas propostas e a nova coordenada, após as operações. O tratamento em si, está presente nas operações entre $\frac{1}{5}$ e as coordenadas, porém colocando em prática a construção do registro geométrico, antes e depois do processo, constatamos um tratamento em um mesmo registro geométrico quando comparamos as duas figuras.

A Porcentagem está presente no estudo do Tópico 6, por meio de frações com denominadores 100 ou frações equivalentes a ela. Além disso, há uma breve abordagem sobre juros e descontos, estando em consonância com as habilidades propostas pela BNCC.

Na sua primeira *seção Atividades*, constatamos a presença da conversão e do tratamento, sendo a conversão em maior quantidade. Nessa seção, temos a conversão do registro de língua materna para a numérica e/ou geométrica, assim como da geométrica para a numérica, contemplando assim, os dois sentidos de conversão, seguindo as ideias de Duval (2009). O tratamento, ocorre de forma mais sutil, com algumas operações no registro numérico, de fração para percentual, da percentual para a fração e algumas equivalências.

Como exemplo, analisamos a questão 100, que diz, "desenhe no caderno 3 retângulos de 5 cm por 2 cm cada um. No primeiro, pinte 50% da região retangular correspondente; no segundo, pinte 10%; e, no terceiro, pinte 40%. Compare os desenhos com os dos colegas" (DANTE, 2018, p.197)

Nessa questão, verificamos a conversão da língua materna para a geométrica, tendo em vista que o autor propõe a construção da figura com sua representação percentual pintada e para isso, o tratamento no registro numérico, proporciona encontrar a fração correspondente para cada retângulo pintado. Contudo, o tratamento servirá como justificação dos procedimentos realizados, como defende Catto (2000).

No contexto de *Cálculo da Porcentagem de uma Quantidade*, o tratamento aparece com mais ênfase, no processo de cálculo no registro numérico. A conversão segue em maior quantidade do registro de língua materna para o numérico. Como podemos exemplificar com a figura 55.

Figura 55 – Cálculo da Porcentagem de uma Quantidade

Em uma partida de basquete, Nair fez 28 pontos, que correspondem a 40% dos pontos feitos pela equipe. Quantos pontos a equipe fez?

Representamos essa situação assim:

40% de ■ = 28.

Veja 2 maneiras diferentes de resolução.

- $$\begin{array}{rcccl} \div 4 & 40\% & \rightarrow & 28 & \div 4 \\ & 10\% & \rightarrow & 7 & \\ \times 10 & 100\% & \rightarrow & 70 & \times 10 \end{array}$$
- $40\% = \dfrac{40}{100} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$

  40% de ■ = 28 → $\dfrac{2}{5}$ de ■ = 28

  28 ÷ 2 = 14 e 5 × 14 = 70.

  Logo, a equipe fez 70 pontos.

Partida de basquete entre Brasil e Argentina, nos Jogos Paralímpicos de 2016, no Rio de Janeiro.

Fonte: Teláris Matemática (2018, p.198)

Ainda no Tópico 6, temos uma maneira prática de calcular porcentagens mentalmente, porém apesar da proposta ser um cálculo mental, o processo de tratamento e conversão existe, mesmo que não seja registrado no papel. Esse subtópico, abrindo um parêntese, apenas querem buscar do leitor uma habilidade matemática, que se imagina ter alcançado até chegar aqui, não desmerecendo o registro em caderno de todo o processo.

Como podemos ver, a proposta é utilizar de valores arredondados considerando cada item, para que chegue em um resultado antes de realizar o registro do processo em papel. A conversão acontece do registro de língua materna para numérica e o tratamento ocorre no registro numérico, justificado os aspectos cognitivos pelos procedimentos e cálculos.

Em todo o processo de análise dos livros didáticos, verificamos que eles utilizam como parâmetro estrutural as propostas metodológicas da BNCC, embora em alguns momentos esse embasamento não esteja presente de forma satisfatória, deixando algumas lacunas. Por exemplo, a superficialidade de alguns conteúdos, que poderiam ter um espaço mais importante, como as personalidades dos números racionais.

Com relação a abordagem contextualizada, que também é uma das propostas da BNCC, os livros apresentam várias questões em diferentes contextos, com seções no decorrer dos capítulos que proporcionam aos alunos um olhar em outras perspectivas, além do contexto de vida prática. Apesar de tímido ainda, os livros didáticos, contemplam o contexto histórico discutido por Passos (1995), que é muito importante para os alunos entenderem a evolução dos conceitos e ideias matemáticas e onde surgiram.

Esses e outros contextos, proporcionam para os alunos uma construção do conhecimento com mais significado e envolvimento dos elementos do cotidiano, enfatizado por Maciel (2015). Há momentos que, essa abordagem dá espaço as representações e cálculos, mas que também fazem parte do estudo do conceito de fração.

A partir da relevância do estudo do TRRS, voltamos nosso olhar para os livros didáticos, a fim de refletir sobre o impacto na aprendizagem, que a visão dessa abordagem pode trazer para os alunos, presentes nos estudos de Duval (2009). Compreender as diferentes representações e o que elas significam, representa uma metodologia menos mecanizada, que traz para o aluno o que significa cada registro e suas conversões e tratamentos, de modo que, não seja apenas desenhos e números, mas representações geometrias e representações numéricas, com significado.

Nos livros didáticos analisados, encontramos uma diversidade de registros, que proporciona para o aluno uma aproximação do que seria o objeto matemático envolvido. Analisando, encontramos as conversões e os tratamentos, presentes em exemplos e exercícios. As conversões, em sua grande maioria foram realizadas em sentido único, discordando das ideias de Duval (2009). Os tratamentos, por sua vez, seguiram no registro numérico, deixando a desejar, em relação ao tratamento em outros tipos de registro, como por exemplo, o geométrico.

Com relação aos livros didáticos analisados, devemos destacar a sua importância dentro da comunidade escolar, servindo de apoio para alunos e professores que os utiliza como recurso metodológico, para desenvolver a grade curricular proposta. Diante disso, percebemos com a análise realizada, que os livros didáticos não devem ser os únicos recursos metodológicos que o professor deve seguir, pois apesar de ser um ótimo apoio metodológico, os livros por si só, não contemplam todos os conteúdos de forma satisfatória, necessitando de matérias complementarem, além de um bom preparo dos professores para administrar suas aulas, levando em consideração diferentes realidades escolares.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, apresentamos uma síntese dos estudos e caminhos percorridos ao longo dessa pesquisa, com foco acerca dos dados catalogados e analisados, visto que tratamos de uma pesquisa de caráter qualitativo e inconclusivo, possuindo indicações de possíveis contribuições para pesquisas futuras.

O modo investigativo contemplou a forma como livros didáticos de matemática abordam o conteúdo sobre o conceito de fração, a partir das seguintes categorias de análise: sobre contextualização e os registros de representação semiótica, mais precisamente os tratamentos e conversões, refletindo ao longo do estudo, qual a importância dessas categorias para a compreensão e como tem se efetivado a prática didática, por meio desse recuso tão importante no meio escolar.

Neste sentido, essa pesquisa teve como fonte de investigação os capítulos referentes ao conceito de fração de dois livros didáticos, de coleções distintas, utilizados por professores do 6º ano do ensino fundamental da Rede Estadual da cidade de Campina Grande – PB. Entre tantos livros utilizados, selecionamos: *A Conquista da Matemática* de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (GIOVANNI; CASTRUCCI, 2018) e *a Coleção Teláris-Matemática* de Luiz Roberto Dante (DANTE, 2018), ambos aprovados pela PNLD 2020.

Mediante a fundamentação teórica discutida, os objetivos a serem alcançados nessa pesquisa e as categorias definidas, apresentamos um olhar analítico para o como o conteúdo é abordado nos livros didáticos adotados na perspectiva de contribuição para à aprendizagem.

Sobre a construção do conceito de fração, verificamos que ambos os livros apresentam as personalidades dos números racionais, como discutido nos estudos de Onuchic e Allevato (2008), como também indicado pela BNCC. Porém, cabe ao professor um aprofundamento maior sobre cada uma utilizando-se de diferentes recursos, inclusive alguns sugeridos pelos autores.

Nos dois livros, observamos que o conteúdo de fração finaliza com uma abordagem mais voltada para os números decimais, com sua base dez e seus equivalentes. Na obra *A Conquista da Matemática*, nos capítulos 7 e 8, é contemplado o estudo de frações com porcentagem e probabilidade, que fazem parte no novo bloco proposto pela BNCC, para os anos iniciais do ensino fundamental. Já no livro na coleção Teláris-Matemática, em relação a esses novos blocos, temos apenas o Tópico 6, com o estudo com fração e porcentagem.

Vimos que apesar da breve abordagem sobre o conceito de fração, podemos verificar que é possível o aluno construir seu conhecimento, não deixando de lado o papel do professor, que por muitas vezes utiliza o livro como único recurso metodológico de trabalho. Mas, isso não o impede de a cada exercício resgatar elementos do convívio dos alunos e trazer uma discussão complementar. Apesar de que, em relação a estrutura do conteúdo apresentado, nos livros analisados, a nosso ver, precisa de um olhar mais didático, com exercícios mais elaborados e discussões iniciais, antes de apresentar uma definição formal, para que o aluno possa desenvolver seu pensamento lógico.

Enquanto professores de matemática, sabemos da aversão de alguns alunos, em relação ao conteúdo de fração. Isso acontece pela insegurança de alguns professores em ministrar esse conteúdo, ou mesmo a forma mecanizada, por meio de cálculos e regras apenas, no qual o aluno tem contato, não havendo motivação em aprender. Dessa maneira, destacamos que, a necessidade de encontrar novos caminhos e estratégias de ensino que motive e permita a busca da construção de novos saberes. Com isso, ao longo dessa pesquisa, percebemos a importância de ensinar os conceitos matemáticos, por meio da significação, aproximando os alunos do objeto matemático.

Nos livros didáticos em foco, a forma mecanizada de ensino ainda se faz presente em alguns momentos, visto que o próprio conteúdo possui ideias a serem desenvolvidas algebricamente, distinguindo uma da outra, mas deixando claro que essa abordagem por si só dificulta a compreensão do conceito envolvido. Desta forma, necessário se faz de um contexto, com elementos do cotidiano dos alunos para que possibilite uma maior compreensão e a construção do conhecimento.

Nesses termos, promove uma transposição didática satisfatória, que traz o conceito cientifico para uma linguagem escolar clara, fazendo uso de uma linguagem que o aluno compreenda a matemática envolvida, ao mesmo tempo que contribua a formação do pensamento abstrato, o qual caracteriza a matemática, como foi discutido anteriormente nas ideias de Pais (2001) e D’Amore (2007). Isso se deve também, ao contexto envolvendo elementos históricos, que por vezes, está presente em algumas seções, presente nos dois livros analisados, ressaltando a evolução da matemática, a partir da necessidade humana.

No momento que se discute à abordagem contextualizada, verificamos que os dois livros analisados, apresentam estruturas semelhantes. As atividades sempre se encontram após à apresentação do conteúdo e dos exemplos. Ainda, há elementos que apontam para a falta de sintonia entre os livros didáticos e os documentos oficiais, em relação a contextualização, pois esses documentos recomendam fortemente o uso de contextos cotidianos.

Porém, esses livros didáticos aprovados pela PNLD, defendem essa abordagem, mas na prática, aparece por muitas vezes, de forma superficial, dissociada dos conteúdos matemáticos, algumas imagens servindo como ilustração, sem integração com o conhecimento cotidiano dos alunos.

Com a análise realizada, constatamos que há pouca diferença no uso dos diferentes contextos, tanto na Conquista da Matemática, como no Matemática, apresentando em sua maioria exercícios de contexto de vida prática, deixando de lado os outros tipos de contexto, que também estão presentes no cotidiano. No entanto, o primeiro livro possui uma maior abordagem no contexto histórico e econômico, enquanto o segundo utiliza esses contextos, superficialmente.

Entendendo a importância do estudo do conceito de fração nos livros didáticos de matemática, e da relevância da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, refletimos sobre suas relações, considerando esse conteúdo muito rico em diferentes registros a serem usados para representar uma mesma fração e a necessidade de compreendê-la em cada registro usado, seja ele numérico, geométrico e de língua materna.

A partir da análise realizada nos livros didáticos escolhidos, podemos fazer uma reflexão conjunta, pois os livros não se diferem muito em relação a essa abordagem, contemplando de forma semelhante as categorias de análise. Com isso, observamos a conversão com mais frequência entre os exercícios, sendo que, com algumas exceções, essa foi realizada em um único sentido, contrariando os pressupostos de Duval (2009).

Com isso, verificamos a fragilidade que isso pode ter em relação a compreensão, ao fazer essa mudança de registro. Como foi discutido nas ideias de Duval (2009), para que o aluno tenha apropriação do conhecimento do objeto matemático é necessário que ele possa diferenciar o objeto das suas representações e a conversão feita nos seus dois sentidos, possibilita essa compreensão, manipulação essa, pouco frequente nos exercícios.

No que diz respeito ao tratamento, encontramos com menos frequência que a conversão, sua presença era mais evidente em processos numéricos, para justificar por meio de processos e cálculos. No livro *A conquista da Matemática*, por sua vez, constatamos em alguns momentos, tratamentos realizados no registro geométrico, favorecendo a aprendizagem pela diversidade de tratamentos. No livro *Teláris-Matemática*, também é possível encontrarmos o tratamento em diferentes registros, além do numérico, mas com menor frequência.

A análise realizada nos livros didáticos selecionados, revela que eles não seguem por completo as orientações dos documentos oficiais, muito embora possua elementos que utilizem de contextualização e diversas representações semióticas, contemplando os tratamentos e conversões, as obras apresentam uma concepção de ensino de matemática baseada na repetição de exercícios de baixa complexidade e contextualização muito superficial.

Ressaltamos, acima de tudo, ao apontar essa falta de sincronia entre os documentos oficiais e os livros didáticos, que não podemos negar a importante contribuição que os livros didáticos trazem para as aulas de matemática, para o trabalho docente e como apoio didático para os alunos. Considerando que o professor não deve fazer do livro didático seu único recurso metodológico, buscando a partir de suas perspectivas de ensino e da proposta pedagógica da escola, fontes para planejar e elaborar suas aulas, voltadas para o desenvolvimento do conhecimento pelos alunos.

Dentre os aspectos analisados, podemos apontar a presença das categorias utilizadas, nos capítulos referente ao conteúdo em estudo, todavia devemos refletir sobre a necessidade de termos uma maior atenção, no que diz respeito a forma de abordagem desses elementos, buscando evitar obstáculos ou lacunas, que podem interferir na aprendizagem. Reafirmando, contudo, a importância do livro didático, no processo de ensino e aprendizagem, embora sua utilização não deva ser o único recurso metodológico utilizado pelo professor na elaboração de suas aulas.

Do ponto de vista de futuras pesquisas, o presente trabalho aponta possibilidades outras, tais como: a investigação de conteúdos diversos; o papel da imagem na transposição didática e na contextualização; análise com base em outros elementos da Didática Francesa articulados aos Registros de Representação Semiótica; a relação do livro didático no processo de transposição didática; um olhar sobre o livro didático, através de outras categorias de análise, diante das propostas da BNCC, entre outras. Assim sendo, essa pesquisa poderá contribuir para a elaboração de muitas outras investigações, com a mesma abordagem ou temáticas afins, que tem como proposta promover reflexões e contribuições sobre a prática em sala de aula, promovendo inúmeras contribuições para o ensino nessa disciplina e a aprendizagem dos alunos.

Diante de todo percurso trilhado para realização dessa pesquisa, surgiram muitas inquietações e reflexões sobre o conteúdo analisado, considerando a possibilidade, de que o estudo realizado possa ser ampliado para outros conteúdos e etapas do ensino básico, buscando minimizar as dificuldades no ensino da matemática, que vai além da temática proposta e os recursos didáticos utilizados, proporcionando discursões para pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997-1998.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretária da Educação Básica**. Orientações Curriculares Nacionais,** Brasília, v.2, 2006.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Base Nacional Comum Curricular**. 2017. Disponível em: < basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 19 out. 2020.

BRASIL. SEF/MEC. **Guia de livros didáticos: PNLD 2019**: Matemática – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019.

BATISTA, A. A. G. **Recomendações para uma Política Pública de Livros Didáticos**. Brasília: Ministério da Educação, Secretária da Educação Fundamental, 2001.

BATISTA, A. A. G.; GALVÃO, A. M. O.. **Livros escolares de leitura no Brasil – elementos para uma história.** Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

BEHR, M. J. et al.. Racional Number Concepts in Acquisition of Mathematics Concepts and Processes. Lesh, R. e Landau, M. (ed.) New York: Academic Press. 1983.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas**.** São Paulo: Unesp, 1999.

BOYER, C**. História da matemática**. 2ª ed. 4ª reimpressão. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo; Edgard Blucher. Itda; 2002.

CATTO, G. G. **Registros de Representação e o Número Racional: Uma abordagem nos livros didáticos**. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP. 2000.

CURY, C. R. J. **Os Parâmetros Curriculares Nacionais e o Ensino Fundamental**. Revista Brasileira de Educação, n.2, 1996.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática** – São Paulo: Ática, 2009.

D' AMBRÓSIO, U. **Como ensinar matemática hoje?** SBEM, Brasília, ano 2, nº 2, p. 15-19, 1989.

D' AMBRÓSIO, U. **História da Matemática e Educação**. Caderno Cedes, 1ª ed. São Paulo: Papirus, 1996.

D' AMBRÓSIO. U. Entrevista concedida a Célio carolino Pires para **a Educação Matemática em Revista da SBEM,** em 2 de Abril de 1999. Número 7, Ano 6.

ONUCHIC, L; ALLEVATO, N. S. G. **As diferentes "personalidades" do número racional trabalhadas através da resolução de problemas**. Boletim de Educação Matemática, v. 21, n. 31, p. 79-102, Revista Bolema, 2008.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S.D.A. (org). Aprendizagem em Matemática: registros de representações semióticas. 4ª ed. Campinas, SP. Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e o Pensamento Humano**. 1ª edição – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no mundo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. São Paulo, PROEM, 2011.

FERNANDES, M. B. S. **Função Linear no Ensino Médio: Contextualização e representação.** 2014. 181 p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014.

FREIRE, P. **Cartas à Guiné-Bissau: registros de uma experiência em processo.** 4 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1884.

GODOY. A. S. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. Revista da Administração de Empresas. São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, mar./abr.1995.

LIBÂNEO, J. C. **Didática: velhos e novos tempos**. Edição do Autor, maio de 2002, p.126.

LOPES, A. J**. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações.** Bolema. Rio Claro. v. 21, n. 31, p. 1-22. 2008.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 2014.

MACIEL, A. M. **Possibilidades pedagógicas do uso da imagem fotográfica no âmbito do livro didático de matemática**. Tese (Doutorado) – UFPB, 2015.

MAIOLI, M**. A contextualização na matemática no ensino médio**. 2012. 211 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2012.

MAGINA, S. M. P. **O computador e o ensino de matemática. Tecnologia educacional**. V.26. Nº 140, 1998.

MAGINA, S.; BEZERRA. B.F.; SPINILLO, A. **Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino**. Brasília, v. 90, nº 225, p. 411-432, 2009.

MARANHÃO, M.C.S.A; IGLIORI, S.B.C. Registros de representação e números racionais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática:** Registros de representação semiótica. Campinas : Papirus, 2003. cap.4, p. 57-70.

MIORIM, M. A. **O ensino de matemática:** evolução e modernização. Tese de Doutorado. Campinas: FE/UNICAMO, 1995.

MORAES, R. **Análise de conteúdo. Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

MORAES, R. **Uma tempestade de luz:** A compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. Ciência & Educação, Bauru, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.

MORAES, R. **Análise de conteúdo**. Revista Educação, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999. Disponível em: <http://cliente.argo.com.br/~mgos/analise_de_conteudo_moraes.html>. Acesso em 25 de Ago de 2020.

NUNES, T., et al. **Educação Matemática:** Números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

OLIVEIRA, L**. Programa Nacional do Livro Didático (PNLD): aspectos históricos e políticos.** Ponta Grossa: Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2009.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre, 1997.

PAIS, L. C. **Didática da matemática, uma análise da influência francesa**. 2ª ed. Belo Horizonte, 2001-2002.

PASSOS, C. L. B. **As representações matemáticas dos alunos do curso de Magistério e suas possíveis transformações: uma dimensão axiológica**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 1995.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica**. 9ª ed. São Paulo: Brasiliense, 1990.

SANTOS, G. L**. Os registros de representações semióticas mobilizados por acadêmicos de um curso de Ciências Contábeis em resolução de problemas**, 2014. 11ª f. (Tese) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

SCOLARO, M. A. **O uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de matemática**. FACINTER – PR, Paraná, p.4, 2008.

SILVA, M. J. F. **Sobre a Introdução do Conceito de Número Fracionário**. 1997. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP. 1997.

SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 301 f. Tese de doutorado. PUC/SP, São Paulo, Brasil. 2005.

SILVA, M. J. F; ALMOULOUD, S. A. **As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo.** Bolema, São Paulo, nº 31, p. 55-78, 2008.

SOARES, L. H. **Aprendizagem significativa na educação matemática**: uma proposta para a aprendizagem de geometria básica, João Pessoa, 2008.

SPINELLI, W. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar:** O caso do ensino da matemática. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo: 2011.

VALERA. A. R. **Uso social e escolar dos números racionais: representação fracionária e decimal**. Marília: 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciência, Marília-SP.

VASCONCELOS, M. B. **Contextualização e o ensino de matemática: um estudo de caso.** 113p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2008.

VITTI, C. M**. Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2ª ed. Piracicaba – São Paulo. Editora UNIMEP, 1999.